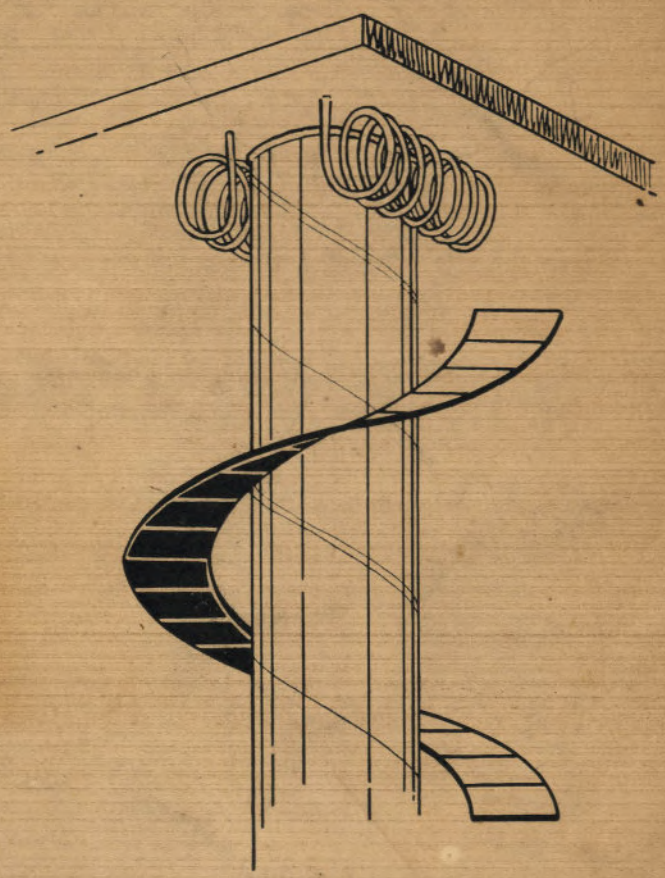
M.A.R. ALBANO

A HÉLICE NA ARQUITETURA

TEXTO



RIO DE JANEIRO
1948

Ao Prof. Waldomiro G. Chisluio,
oferece
Ma. Albano
Rio - Maio de 1950.

A HÉLICE NA ARQUITETURA

Tese de concurso para provimento da cadeira de Geometria Descritiva, da Faculdade Nacional de Arquitetura da Universidade do Brasil, apresentada pelo arquiteto Maria Adelaide Rabello Albano, catedrático interino de Geometria Descritiva da Escola Nacional de Belas Artes.

Rio de Janeiro
1 9 4 8

ÍNDICE GERAL

- ÍNDICE DAS PRANCHAS
- INTRODUÇÃO

I - HÉLICE CILÍNDRICA EM GERAL ..... pag. 1
desenvolvimento da superfície cilíndrica - obtenção da hélice - relação entre as coordenadas - curva mínima de uma superfície cilíndrica - tangente à hélice - evolvente - declividade - passo e espira - propriedades da hélice cilíndrica aplicadas às superfícies cônica e esférica.

II - HÉLICE CILÍNDRICA NORMAL ..... pag. 10
geração através de um ponto móvel - movimento helicoidal - sentido - passo total e passo reduzido - curvatura - evolvente de círculo - projeções da hélice: senoides, ciclóides, espiral hiperbólica e cocleóide.

III - SUPERFÍCIES HELICOIDAIS ..... pag. 17
helicóides retilíneos - helicóides de cone, plano e cilindro diretores - helicóide desenvolvível - helicóides curvilíneos - helicóides circulares - superfícies helicoidais curvilíneas associadas - superfície helicoidal em geral.

IV - A HÉLICE NA ARQUITETURA ..... pag. 24
origem da hélice - elementos arquitetônicos helicoidais - a hélice na Antiguidade oriental - na Grécia - em Roma antiga - nos períodos latino-bizantino, muçulmano, românico, gótico, do Renascimento e no século XVIII - motivos arquitetônicos helicoidais na Pintura - a hélice na Arquitetura colonial - na Arquitetura contemporânea.

- CONCLUSÃO
- BIBLIOGRAFIA

ÍNDICE DAS PRANCHAS

Desenvolvimento da superfície cilíndrica I
Generalidades sôbre as hélices II
Senoides e evolventes III
Ciclóide IV
Espiral hiperbólica V
Cocleóide VI
Helicóides retilíneos VII
Helicóide desenvolvível VIII
Helicóides de plano diretor conjugados IX
Helicóides de mesma declividade X
Helicóides curvilíneos XI
Helicóides curvilíneos associados XII
Coluna de Trajano XIII
Escadas circulares XIV
Parafuso de Santo Egídio XV
Escadas dos Castelos de Blois e St. Ouen XVI
Chambord XVII
Colunas românicas XVIII
Colunas bizantina, góticas e do Renascimento XIX
Claustro da Abadia de São Paulo Fora dos Muros XX
Sala de transações da Bolsa de Valença XXI
Bronze e ferro artísticos XXII
Decoração mural, frisos e balaustrada XXIII
Trecho de "O Filósofo em meditação" de Rembrandt ... XXIV
Coluna torsa com galbo XXV
Colunas de São Bento e S. Francisco da Penitência .. XXVI
Curvas helicoidais cônicas e esférica XXVII
Hélice normal na Arquitetura contemporânea XXVIII
Escada da residência Johnson XXIX
Escadas da Estação de Hidros XXX

INTRODUÇÃO

No estudo da Arquitetura poucas matérias apresentam tanta identidade com a própria Arquitetura quanto a Geometria Descritiva.

Com efeito, Arquitetura é Ciência, Arte e Técnica; é Verdade, Beleza e Utilidade. Verdade, Beleza e Utilidade devem constituir o objetivo de qualquer trabalho de Geometria Descritiva numa escola de Arquitetura.

Tais atributos orientaram a escolha do assunto e o método de exposição de nossa tese, no seu conjunto e em cada particular.

Nos três primeiros capítulos estudaremos as propriedades que determinam o traçado da hélice e das superfícies helicoidais, a base teórica do desenho dessas fórmas por suas projeções. A Geometria Descritiva contribuirá, assim, para o desenvolvimento do raciocínio e aparecerá com suas qualidades de linguagem gráfica simples e rigorosa. Não nos afastaremos, contudo, da Arte nem da Técnica; procuraremos apresentar bonitas épuras e, de preferência, casos que tenham aplicação posterior.

No último capítulo faremos nossas pesquisas no terreno da Arte, analisando formas e estabelecendo comparações. Sob êste aspecto a Descritiva será um meio de aperfeiçoamento do bom gôsto, sem deixar de lado, entretanto, a Ciência nem a Técnica que nos indicarão os padrões e os motivos que conduziram a cada solução.

Penetraremos, finalmente, nos domínios da Técnica quando os que nos lêram, conhecendo as propriedades da hélice e como foi empregada, se dispuserem a crear novas oportunidades para a sua utilização prática. Nessa ocasião a Descritiva será o instrumento precioso das mais exatas e belas concepções.

Não pretendemos ter analisado todos os exemplos de aplicação da hélice na Arquitetura. Vários casos encontrados foram por nós postos à margem, outros apenas citados e é bem provável que alguns, talvez até de grande interesse, tenham ficado por nós desconhecidos.

Aguardamos a discussão desta tese para esclarecer definitivamente o assunto e corrigir as nossas imperfeições.

Rio de Janeiro, 1º de outubro de 1948.
Maria Adelaide Rabello Albano.

INTRODUÇÃO

No estudo da Arquitetura podemos matérias apresentam tanta identidade com a própria Arquitetura quanto a Geometria Descritiva.

Com efeito, Arquitetura é Ciência, Arte e Técnica, é Verdade, Beleza e Utilidade. Verdade, Beleza e Utilidade, de devem constituir o objetivo de qualquer trabalho de Geometria Descritiva numa escola de Arquitetura.

Tais atributos orientaram a escolha do assunto e o método de exposição de nossa tese, no seu conjunto e em cada particular.

Nos três primeiros capítulos estudaremos as propriedades que determinam o traçado da hélice e das superfícies helicoidais, a base teórica do desenho dessas formas por suas projeções, a Geometria Descritiva contribuirá, assim, para o desenvolvimento do raciocínio e aperfeiçoará com suas qualidades de linguagem gráfica simples e rigorosa. Não nos afastaremos, contudo, da Arte nem da Técnica: procuraremos apresentar bonitas figuras e, de preferência, casos que tenham aplicação posterior.

No último capítulo faremos novas pesquisas no terreno da Arte, analisando formas e estabelecendo comparações. Sob êste aspecto a Descritiva será um meio-termo perfeitamente de bom gosto, sem deixar de lado, entretanto, a Ciência nem a Técnica que nos indicarão os caminhos e os motivos que conduziram a cada solução.

Pensaremos, finalmente, nos domínios da Técnica quando se que nos Iáram, conhecendo as propriedades da hélice e como foi empregada, se dispuseram a criar novas oportunidades para a sua utilização prática. Nessa ocasião a Descritiva será o instrumento precioso das mais exatas e belas concepções.

Não pretendemos ter analisado todos os exemplos de aplicação da hélice na Arquitetura. Várias casas encontradas foram por nós postas à margem, outras apenas citadas e é bem provável que alguns, talvez até de grande interesse, tenham fugido por nós desconhecidos.

Agradecemos a discussão desta tese para esclarecer definitivamente o assunto e corrigir as nossas imperfeições.

Rio de Janeiro, 1º de outubro de 1949.

Maria Adelaide Sabóia Albano.

I - HÉLICE CILÍNDRICA EM GERAL

Hélice é a curva reversa resultante da justaposição de uma reta a uma superfície cilíndrica.

1- Seja S(Pr.I-A) uma curva qualquer, plana ou reversa, diretriz de uma superfície cilíndrica, de geratrizes retilíneas G_1, G_2..... considerada de um modo geral.

Imaginemos um segmento de reta que justaposto à superfície cilíndrica nos dará a curva ON.

Qualquer plano interceptando a superfície cilíndrica determinará, sôbre esta, uma curva plana. Todo plano perpendicular às geratrizes determinará uma curva plana que será uma seção reta da superfície. Em particular o plano P que contém uma das extremidades do segmento ON determinará a seção reta s. Tôdas as seções retas de uma mesma superfície cilíndrica são curvas iguais.

2- Suponhamos em seguida uma curva s e uma reta r, quaisquer (Pr.I-B). Será sempre possível estabelecermos uma correspondência entre os pontos da curva e os da reta, de sorte que para cada ponto de s tenhamos fixado um ponto em r e recìprocamente.

Relacionemos então a curva e a reta de tal sorte que cada segmento O_1a_1, a_1b_1, b_1c_1,..... da reta seja igual, respectivamente, aos arcos Oa, ab, bc, ... retificados.

Se os pontos O e O_1 forem tomados como origens e fixarmos sentidos para a reta e para a curva, teremos em Oa, Ob, Oc,..... abcissas curvilíneas e abcissas retilíneas em O_1a_1, O_1b_1, O_1c_1,..... Através da relação destas abcissas a cada ponto da reta corresponderá um ponto da curva. Se a curva for fechada, chamando de L o seu com-

I - HÉLICE CILÍNDRICA EM GERAL

Hélice é a curva reversa resultante da justaposição de uma reta a uma superfície cilíndrica.

1- Seja S(fig.I-a) uma curva qualquer, plana ou reversa, diretriz de uma superfície cilíndrica, de geratrizes retilíneas g_1, g_2..... consideradas de um modo geral.

Imaginemos um segmento de reta que justaporá à superfície cilíndrica nos dará a curva OM.

Qualquer plano interceptando a superfície cilíndrica determinará, sôbre esta, uma curva plana. Todo plano perpendicular às geratrizes determinará uma curva plana que será uma seção reta da superfície. Em particular o plano P que contém uma das extremidades do segmento OM determinará a seção reta s. Tôdas as seções retas de uma mesma superfície cilíndrica são curvas iguais.

2- Suponhamos em seguida uma curva s e uma reta r, qualquer (fig.I-B). Será sempre possível estabelecer uma correspondência entre os pontos da curva s e os da reta, de sorte que para cada ponto da s tenhamos ligado um ponto em r e reciprocamente.

Relacionemos então a curva s a reta de tal sorte que cada segmento O_1a_1, a_1b_1, b_1c_1..... da reta seja igual, respectivamente, aos arcos O_1a, ab, bc, ... retificados.

Se os pontos O e O_1 forem tomados como origens e tirarmos semirrêtas para a reta e para a curva, teremos as O_1a_1, O_1b_1, O_1c_1..... abscissas curvilíneas e abscissas retilíneas e O_1a_1, O_1b_1, O_1c_1..... Através da relação destas abscissas a cada ponto da reta corresponderá um ponto da curva. Se a curva for fechada, obrigando de L_0 a ser um

primento, para uma abcissa curvilínea maior que L e menor que $2L$, por exemplo igual a $L+m$, teremos sôbre a curva um ponto que coincidirá com um outro ponto cuja abcissa igual a m estará compreendida entre zero e L. De um modo geral a expressão $nL+m$, dará para vários pontos da reta um mesmo ponto da curva. Entretanto a esta coincidência na forma não corresponde uma igualdade dimensional: os pontos sôbre a curva são perfeitamente distintos e determinados pelas diferentes abcissas curvilíneas que lhes correspondem.

3- Passemos ao estudo do desenvolvimento da superfície cilíndrica. São cinco os princípios em que se baseia êste desenvolvimento considerando-se o cilindro como limite de um prisma a êle inscrito.

A operação de desenvolvimento de um prisma consiste em trazer para um mesmo plano tôdas as faces do poliedro. Êste plano pode ser qualquer ou o próprio plano de uma das faces.

Consideremos (Pr.I-C) $fghij$ um polígono reverso qualquer e a direção K definindo uma superfície prismática.

Girando a face ijy em torno da aresta y_1, poderemos levar o plano desta face a coincidir com o plano hiy_1 da face adjacente. Cada ponto descreverá em torno de y_1 um arco de circunferência cujo plano é perpendicular ao eixo de rotação. Em seguida girando o conjunto hij_1 em torno de y_2 levaremos as duas faces anteriores ao plano da face ghy_2. A êste plano levaremos também a face fgy_3 girando-a em torno de y_3. Obteremos assim num mesmo plano a poligonal $f_1ghi_1j_2$ e as arestas correspondentes que representarão o desenvolvimento da superfície prismática. Êste raciocínio se estende ao caso de n faces.

4- Suponhamos agora, em vez de um polígono qualquer, plano ou reverso, da superfície, o caso particular de uma seção reta. Consideremos ainda o caso limite da superfície prismática: a superfície cilíndrica.

Os princípios que podemos enunciar são os seguintes:

1º- a seção reta se transforma em uma linha reta cujo comprimento é igual ao comprimento absoluto da curva;

2º- as geratrizes são perpendiculares ao desenvolvi

mento da seção reta;

3º- os comprimentos de geratrizes compreendidos entre a seção reta e uma curva qualquer, traçadas sôbre a superfície, não se alteram no desenvolvimento;

4º- não se alteram no desenvolvimento os ângulos que, com as geratrizes, forma uma curva traçada sôbre a superfície;

5º- é conservado no desenvolvimento o comprimento absoluto de um arco de curva traçado sôbre a superfície.

5- Seja Oabc..... (Pr.I-D) a seção reta de um prisma. Façamos o seu desenvolvimento sôbre o plano da face y_1ab. Uma rotação elementar de dey_5 em torno de y_4 leva esta face a coincidir com o plano y_3cd. O ponto e girando em torno de y_4 descreve um arco de círculo cujo plano é perpendicular a êste eixo. Êste perpendicularismo persiste na posição de coincidência dos dois planos e, por conseguinte, o ponto e irá se colocar a uma distância igual ao raio de rotação (verdadeira grandeza do lado de da seção reta), no prolongamento de cd, única perpendicular a y_4 que pode ser traçada no plano y_3cd. Outras rotações parciais, feitas sucessivamente, mostrarão, segundo o mesmo raciocínio, que no final do desenvolvimento a transformada da seção reta será uma linha reta de comprimento igual ao comprimento da poligonal, ou arco de curva no caso limite do cilindro (4-1º).

6- A seção reta, sendo determinada por um plano perpendicular às geratrizes, será uma poligonal de lados perpendiculares a essas geratrizes. Em particular cada geratriz será perpendicular aos lados que lhes são adjacentes. No desenvolvimento êste perpendicularismo é conservado pois o movimento de rotação, em torno de cada aresta como eixo, não altera a posição relativa dos elementos deslocados. Assim, como vemos na Pr.I-D, as arestas, ou as geratrizes, vão se apresentar no desenvolvimento segundo perpendiculares a uma mesma reta que é a transformada da seção reta (4-2º).

7- Consideremos depois um trecho de poligonal, KLM, com lados sôbre as faces e vértices sôbre as arestas do prisma. Esta poligonal será uma curva no caso limite do

mento da secção reta;

13- os comprimentos de geratrizes compreendidos entre a secção reta e uma curva qualquer, traçadas sôbre a superfície, não se alteram no desenvolvimento;

14- não se alteram no desenvolvimento os ângulos que com as geratrizes, forma uma curva traçada sôbre a superfície;

15- é conservado no desenvolvimento o comprimento absoluto de um arco de curva traçado sôbre a superfície.

5- Seja Oabc..... (Pr.I-E) a secção reta de um prisma. Façamos o seu desenvolvimento sôbre o plano da face Y_1ab. Uma rotação elementar de dxy_1 em torno de Y_1 leva esta face a coincidir com o plano Y_1od. O ponto e gira do em torno de Y_1 descrevendo um arco de círculo num plano ⊥ perpendicular à êste eixo. Êste perpendicularismo permite na posição de coincidência dos dois planos e, por conseguinte, o ponto e irá se colocar a uma distância igual ao raio de rotação (verdadeira grandeza do lado de da secção reta), no prolongamento de od, numa perpendicular a Y_1 que pode ser traçada no plano Y_1od. Outras rotações parciais, feitas sucessivamente, mostrarão, segundo o mesmo raciocínio, que no final do desenvolvimento a transformada da secção reta será uma linha reta de comprimento igual ao comprimento da poligonal, ou arco de curva no caso limite do cilindro (4-18).

6- A secção reta, sendo determinada por um plano perpendicular às geratrizes, será uma poligonal de lados perpendiculares a essas geratrizes. Em particular cada geratriz será perpendicular aos lados que lhes não adjacentes. No desenvolvimento êste perpendicularismo é conservado pois o movimento de rotação, em torno de cada aresta como eixo, não altera a posição relativa dos elementos desloçados. Assim, como vemos na Pr.I-D, as arestas, ou as geratrizes, vão se apresentar no desenvolvimento segundo perpendiculares a uma mesma reta que é a transformada da secção reta (4-28).

7- Consideremos depois um tronco de poligonal, KLM, com lados sôbre as faces e vértices sôbre as arestas do prisma. Esta poligonal será uma curva no caso limite do

cilindro.

No desenvolvimento (Pr.I-D) vemos que os pontos K e L se mantêm fixos. O trapézio retângulo KbaL está sôbre a face para cujo plano queremos trazer tôdas as outras faces. A figura LaOM, que é também um trapézio retângulo, gira em torno do lado La e, conservando sempre a sua forma primitiva, vem se colocar em LaO_1M_1. Os comprimentos aL e OM mantêm-se os mesmos e podemos concluir que os comprimentos de geratrizes compreendidos entre a seção reta e uma curva qualquer traçada sôbre uma superfície cilíndrica, não se alteram no desenvolvimento (4-3º).

8- Se o trapézio LaOM não muda de forma, são mantidos não só os comprimentos de seus lados mas também os ângulos por eles formados. No caso limite da superfície cilíndrica o lado LM transforma-se na tangente à curva, e o ângulo LMO é o ângulo da curva com a geratriz, ângulo que a tangente à curva no ponto M forma com a geratriz que passa por êste ponto. No desenvolvimento êste ângulo é LM_1O_1 igual a LMO. Assim não se alteram no desenvolvimento os ângulos que forma, com as geratrizes, uma curva traçada sôbre uma superfície cilíndrica (4-4º).

9- Baseados nos trapézios retângulos KbaL e LaO_1M_1, igual a LaOM, podemos verificar ainda que o comprimento KLM_1 é igual ao comprimento KLM e concluir, finalmente, que é conservado no desenvolvimento o comprimento absoluto de um arco de curva traçado sôbre a superfície cilíndrica (4-5º).

10- Seja então Oabc..... (Pr.I-E) a seção reta de uma superfície cilíndrica qualquer. Considerando o ponto O como origem a ele corresponderá uma geratriz retilínea y do cilindro. A um ponto A da superfície corresponderá uma outra geratriz retilínea y_1 que terá seu pé em a, na seção reta. A posição do ponto A ficará determinada se conhecermos suas duas coordenadas contadas sôbre o cilindro: a abcissa curvilínea Oa e a ordenada retilínea aA.

Em seguida consideremos sôbre um plano as retas Oy e $Oa_1b_1...x$, ou dois eixos coordenados ortogonais. Se o segmento Oa_1 corresponder ao arco Oa retificado, e sôbre uma perpendicular a Oa_1, levantada em a_1, no plano xOy,

marcarmos um comprimento a_1A_1 igual à ordenada de A, teremos em A_1 um ponto perfeitamente determinado. Pelo que foi visto anteriormente o triângulo plano Oa_1A_1 será o desenvolvimento do triângulo cilíndrico OaA.

11- Nada nos impede, entretanto, de considerar inicialmente a figura plana e, fazendo depois sua justaposição ao cilíndro, determinar a figura cilíndrica que lhe corresponde.

Assim imaginemos a reta $OA_1B_1C_1$..... e adaptemos esta reta ao cilindro por justaposiçao. Qualquer que seja o ponto da superfície cilíndrica a que adaptemos uma extremidade do segmento retilíneo, será sempre possível considerarmos a seção reta nesse ponto, e obtermos no desenvolvimento a transformada do segmento segundo uma reta passando pela origem. Sabemos que num sistema de eixos retangulares, xOy, as ordenadas dos pontos de uma reta que passa pela origem são porporcionais às abcissas.

Se fizermos a justaposição do eixo das abcissas à curva da seção reta do cilindro, as ordenadas serão segmentos de geratrizes e a reta transformar-se-á numa hélice. Como as ordenadas conservam os seus valores quando justapostas às geratrizes e as abcissas, agora curvilíneas, guardam também o mesmo comprimento, podemos enunciar para a hélice o teorema referente à reta que passa pela origem: "A ordenada de um ponto da hélice é proporcional a sua abcissa curvilínea".

A hélice se transformará numa seção reta ou numa geratriz se a reta for justaposta ao cilindro perpendicularmente ou paralelamente às geratrizes.

12- Verificamos ainda que qualquer arco de curva, que não seja uma hélice, que ligue dois pontos de uma superfície cilíndrica não terá uma reta por transformada (7). O seu comprimento será pois maior que o do arco de hélice que ligue êsses mesmos dois pontos, já que o comprimento absoluto de um arco de curva traçado sôbre a superfície é conservado no desenvolvimento. Daí alguns autores empregarem a seguinte definição: "A hélice é o caminho mais curto entre dois pontos de uma superfície cilíndrica". É a única curva traçada sôbre o cilindro que corresponde a uma reta no desenvolvimento.

Considerando ainda que linha geodésica de uma superfície é tôda linha que, sôbre a superfície, mede a menor distância entre dois pontos, encontramos estas outras definições: "Dá-se o nome de hélices cilíndricas ou simplesmente hélices às linhas geodésicas das superfícies cilíndricas". - "Hélice é a curva mínima traçada entre dois pontos sôbre uma superfície desenvolvível".

13- Consideremos agora em ON (Pr.II-A) um arco de hélice obtido pela justaposição de uma reta ON_1 a um cilindro qualquer. y é a geratriz que passa pelo ponto O considerado como origem. Sejam A e V dois pontos da hélice correspondentes aos pontos A_1 e V_1 da reta. A curva ON tem sua projeção ortogonal em On no plano da seção reta; os pontos A e V projetam-se em a e v, sôbre a curva On; a_1 e v_1 são as projeções ortogonais de A_1 e V_1 sôbre um eixo x, perpendicular a y.

Sabemos que a secante a uma curva tende para a tangente num dos pontos quando o outro ponto se aproxima indefinidamente do primeiro.

Sabemos que a relação entre um arco de curva e a sua corda tende para a unidade quando suas extremidades se aproximam indefinidamente.

Sabemos ainda que a tangente a uma curva reversa se projeta num plano segundo a tangente à projeção da curva nesse plano. O ponto de tangência na projeção é a projeção do ponto de tangência no espaço.

A hélice é uma linha reversa ou empenada, também dita de dupla curvatura, pois, além da curvatura de flexão ou curvatura propriamente dita, possue curvatura de torção.

AV é uma secante à hélice e U sua interseção com o plano da seção reta. A corda VA projeta-se em va cujo comprimento é igual a VQ, reta tirada por V paralelamente a va. Do mesmo modo teremos V_1Q_1 igual a v_1a_1.

Podemos escrever as relações entre os catetos dos triângulos retângulos semelhantes UaA e VQA, assim como as relações entre os catetos dos triângulos retangulos semelhantes Oa_1A_1 e $V_1Q_1A_1$. O fato de A_1a_1 ser igual a Aa, como ordenadas do ponto A, e de AQ ser igual a A_1Q_1, como diferença entre as ordenadas de A e V, permite a eliminação dêstes valores iguais nas relações estabeleci-

das e, dividindo uma pela outra, chegarmos a expressão:
$Ua/Oa_1 = va/v_1a_1$

Sabemos que v_1a_1 é igual ao arco va retificado. A relação da corda va para o arco correspondente tende para a unidade quando o ponto v se aproxima de a. Assim o segundo membro da igualdade tende para um quando V se aproxima de A, e o primeiro membro nestas condições também tenderá para a unidade.

O limite da secante UA é a tangente TA. O segmento Ua tenderá para Ta e, no limite, teremos $Ua = Ta = Oa_1$. Como Oa_1 é igual ao arco Oa retificado, e Ta é a subtangente, projeção, sôbre o plano da seção reta, da porção da tangente compreendida entre êste plano e o ponto de contacto, vemos que a subtangente à hélice é igual à abcissa curvilínea do ponto de contacto. Teremos também $UA = Ta = OA_1$, ou seja, a porção da tangente igual ao arco de hélice correspondente retificado.

14- Pelas igualdades anteriores e considerando ainda que evolvente perfeita de uma curva é o lugar geométrico dos pontos obtidos transportando sôbre as tangentes nos seus diferentes pontos, e a partir dos pontos de tangência, comprimentos iguais aos arcos respectivos retificados, concluimos que os pés das tangentes à hélice (Pr.II-B), no plano da seção reta, descrevem uma curva OI II III..... que é a evolvente da hélice e da seção reta do cilindro.

15- A igualdade dos triângulos AaT e A_1a_1O(Pr.II-A) permite-nos lêr em OA_1a_1 o ângulo que a tangente em A forma com a geratriz retilínea correspondente e, em A_1Oa_1, o ângulo da tangente com o plano da seção reta. Êstes ângulos são constantes para uma mesma hélice, qualquer que seja a seção reta e o ponto da hélice considerados.

O ângulo num ponto qualquer de uma curva com uma reta, ou com um plano, é igual ao ângulo que a tangente à curva no ponto considerado forma com a reta ou plano.

A constância do ângulo das tangentes com as geratrizes permite-nos concluir, assim, que a hélice elevando-se indefinidamente sôbre o cilindro encontrará tôdas as geratrizes sob um ângulo constante. Fará também com o plano de qualquer seção reta um ângulo constante, comple

mento do ângulo que faz com as geratrizes retilíneas.

Esta propriedade mostra que se por um ponto qualquer do espaço tirarmos paralelas às tangentes a uma hélice obteremos uma superfície cônica de revolução.

16- Declive de uma linha é a sua inclinação em relação a uma superfície. O declive é medido através do ângulo formado pela linha com a superfície considerada. Se a linha fôr curva o declive poderá variar para cada um dos seus pontos.

O valor através do qual expressamos o declive de uma linha é chamado declividade e corresponde à tangente trigonométrica do ângulo formado pela linha com a superfície de referência.

A declividade em cada ponto de uma hélice cilíndrica, em relação ao plano da seção reta do cilindro em que está traçada, é igual à relação da ordenada do ponto para o comprimento da abcissa curvilínea correspondente, ou seja, igual à tangente trigonométrica do ângulo formado, com o plano de uma seção reta, pela tangente no ponto. Êste valor será pois invariável para uma mesma hélice qualquer que seja o ponto considerado (15).

17- Temos assim os fundamentos de outras definições correntes de hélice:

"Chamamos hélice tôda curva reversa, traçada sôbre um cilindro, cujas tangentes fazem um ângulo constante com as geratrizes do cilindro".

"Hélice é uma curva traçada sôbre uma superfície cilíndrica encontrando sob ângulos iguais as geratrizes desta superfície".

"Hélice é uma linha de igual declive traçada sôbre um cilindro".

"A hélice cilíndrica é a trajetória oblíqua da geratriz de um cilindro, ou a linha de declive constante em relação a um plano perpendicular à geratriz do cilindro".

18- Se a superfície cilíndrica fôr fechada, a hélice prolongando-se indefinidamente encontrará cada geratriz retilínea numa série de pontos (2). Estes pontos determinarão segmentos iguais sôbre as geratrizes (11). O comprimento constante dêstes segmentos constitue o pas

mente se ângulo que faz com as generatrizes retilíneas.

Esta propriedade mostra que ao por no ponto qualquer do espaço diversas parcelas de tangentes a uma hélice obtemos uma superfície chamada de revolução.

16- Declive de uma linha é a sua inclinação em relação a uma superfície. O declive é medido através do ângulo formado pela linha com a superfície considerada, ou a linha tér curva o declive poderá variar para cada um dos seus pontos.

O valor através do qual quantificamos o declive de uma linha é chamado declividade e corresponde à tangente trigonométrica do ângulo formado pela linha com a superfície de referência.

A declividade em cada ponto de uma hélice cilíndrica, em relação ao plano da seção reta do cilindro em que está traçada, é igual à relação da ordenada do ponto pelo comprimento da abcissa curvilínea correspondente, ou seja, igual à tangente trigonométrica do ângulo formado com o plano da seção reta, pela tangente no ponto. Este valor será para inteiro para uma mesma hélice e qualquer que seja o ponto considerado (15).

17- Temos assim os fundamentos da outra definições correntes de hélices:

"Chamamos hélice toda curva reversa, traçada sobre um cilindro, cujas tangentes fazem um ângulo constante com as geratrizes do cilindro".

"Hélice é uma curva traçada sobre uma superfície cilíndrica encontrando sob ângulos iguais as generatrizes desta superfície".

"Hélice é uma linha de igual declive traçada sobre um cilindro".

"A hélice cilíndrica é a trajetória oblíqua de generatriz de um cilindro, ou a linha de declive constante em relação a um plano perpendicular à generatriz do cilindro".

18- Se a superfície cilíndrica for tocada, a hélice se prolongando-se indefinidamente encontrará cada generatriz retilínea uma série de pontos (2). Estes pontos determinarão segmentos iguais sobre as generatrizes (11). O comprimento constante dêsses segmentos constitue o passo

so da hélice e, cada passo, compreenderá um arco de hélice ou espira cujo comprimento será também constante. Isto poderá ser observado facilmente se fizermos o desenvolvimento. Obteremos uma série de triângulos retângulos em que um dos catetos será uma transformada de seção reta, o outro cateto um segmento constante de geratriz retilínea, ou passo. Êstes triângulos sendo, pois, iguais a hipotenusa, que é a transformada da espira, será constante.

A declividade da hélice pode, neste caso, ser definida como a relação entre o passo e o comprimento da seção reta do cilindro em que está traçada.

19- As principais propriedades da hélice cilíndrica:

1ª- as abcissas curvilíneas de seus pontos são proporcionais às ordenadas retilíneas (11);

2ª- as tangentes formam ângulo constante com as geratrizes dos pontos de contacto (15);

3ª- o arco de hélice é o caminho mais curto entre dois pontos da superfície (12);

aplicadas à superfície cônica dão, respectivamente, a espiral ou hélice cônica, a loxodrômica do cone e a geodésica do cone e, sôbre a superfície esférica, a hélice esférica, a loxodrômica da esfera e a circunferência.

II - HÉLICE CILÍNDRICA NORMAL

20- Até agora estudamos a hélice cilíndrica em geral, resultante da justaposição de uma reta a uma superfície cilíndrica qualquer. Se, entretanto, a superfície cilíndrica for de revolução, a curva obtida, gozando de tôdas as propriedades anteriormente estabelecidas, possue ainda características próprias que a particularizam destacando-a especialmente das demais. Esta hélice recebe o nome de hélice cilíndrica normal.

Iniciando um novo capítulo dedicado à hélice cilíndrica normal, temos em vista o estudo de algumas propriedades específicas desta curva como base à apresentação das superfícies cuja geração a ela se prende.

Muitos autores quando se referem a hélice consideram ùnicamente êste caso particular, e algumas definições, como por exemplo a de movimento helicoidal, têm apoio apenas nas propriedades da hélice cilíndrica normal.

21- A seção reta da superfície cilíndrica é agora uma circunferência (Pr.II-C). Se justapomos uma reta ao cilindro obtemos uma curva ON. Os pontos A, B, C, ... desta curva terão suas projeções ortogonais em a, b, c, ... no plano da seção reta.

Cada um dos pontos da curva no espaço pode ser obtido através de dois movimentos: uma rotação em torno do eixo do cilindro e uma translação paralelamente a êste eixo. Considerando a proporcionalidade entre as abcissas curvilíneas e as ordenadas dos diferentes pontos, e a geração da curva através dos dois movimentos elementares, temos uma definição cinemática para a hélice cilín-

drica normal;

Hélice é a trajetória de um ponto animado de dois movimentos, de velocidades uniformes, em relação a uma reta fixa que não passa por êle: uma rotação em torno da reta e uma translação paralelamente à reta.

Temos então o deslocamento segundo segmentos proporcionais ao ângulo de rotação.

Baseada em dois movimentos é também a definição seguinte: "Se um ponto P percorre com velocidade constante a geratriz de um cilindro reto circular, enquanto esta geratriz gira uniformemente em torno do eixo do mesmo cilindro, o ponto P descreve uma curva chamada hélice cilíndrica."

Se em vez de um ponto tivermos uma figura qualquer deslocando-se no espaço, ou seja um sistema indeformável de pontos submetidos a um movimento de rotação uniforme em torno de um eixo, e um movimento de translação, proporcional ao primeiro, paralelamente ao mesmo eixo, cada ponto do conjunto descreverá um arco de hélice. Dizemos neste caso que a figura está animada de um movimento helicoidal.

O movimento helicoidal é o movimento mais geral no espaço.

22- Notamos que o movimento de translação e o de rotação podem se realizar em dois sentidos, daí a necessidade de estabelecermos sinais para definirmos completamente a hélice.

Assim, dizemos que uma hélice é positiva ou dextrorsum quando um observador colocado no interior do cilindro, na posição do seu eixo (Pr.II-C), vê o ponto móvel se deslocar da direita para a esquerda e de baixo para cima. No caso de um dêstes deslocamentos mudar de sentido a hélice será sinistrorsum ou negativa.

No movimento helicoidal de uma figura ou de um sólido quaisquer, todos os pontos descrevem hélices de mesmo eixo, de igual passo e mesmo sentido.

23- A transformada da seção reta da superfície sôbre a qual estamos considerando a hélice é agora um segmento de reta de comprimento $2\pi R$, sendo R o raio do cilindro. Temos então no desenvolvimento (Pr.II-D), uma sé

rie de triângulos retângulos iguais que terão para um dos catetos o valôr $2\pi R$, para o outro cateto o valôr do passo total e para hipotenusa a transformada de uma espira.

Designamos por H o passo total, ou simplesmente passo, altura correspondente a uma volta completa ou rotação de 360º ou 2π. É a altura em que temos a volta do ponto móvel a uma mesma geratriz após sua projeção percorrer a trajetória de comprimento $2\pi R$.

A seção reta do cilindro é uma circunferência que pode ser considerada uma hélice de passo nulo; uma geratriz retilínea será uma hélice de passo infinito.

Sôbre um mesmo cilindro podemos ter hélices de passos diferentes. É o caso das figuras B,C e D da prancha III. Podemos ter hélices de passos iguais sôbre cilindros de raios diferentes como nas figuras A e B da mesma prancha.

Designamos por h o passo reduzido ou altura correspondente a um ângulo de rotação igual a 1 radiano. É pois uma altura 2π vezes menor que H. É a altura que corresponde a uma trajetória, de comprimento R, da projeção do ponto móvel sôbre a base do cilindro.

24- Considerando a constância do ângulo das tangentes (15) e o fato do cilindro ser de revolução, concluimos que a hélice cilíndrica normal é a curva reversa cujas curvaturas de flexão e de torção são constantes. Disto decorre que poderemos sempre superpor dois arcos, de igual comprimento, da mesma hélice. Todo arco de hélice, deslocando-se na sua própria direção sôbre o cilindro de revolução em que foi traçado, descreverá a hélice que lhe serve de suporte.

25- O lugar geométrico dos pés das tangentes à hélice cilíndrica normal sôbre um plano perpendicular ao cilindro é uma evolvente perfeita da hélice e da seção reta determinada por êste plano no cilindro, logo é uma evolvente de círculo (14). Esta curva poderá ser traçada facilmente marcando-se sôbre as tangentes à base do cilindro (Pr.III-E) comprimentos iguais aos respectivos arcos retificados, comprimentos que, como vimos, correspondem aos valores da subtangente nos diferentes pontos

tis de triângulos retângulos iguais que terão para um dos estes o valor $\frac{2\pi}{n}$, para o outro esteto o valor do passo total e para hipotenusa a transformada de uma espira.

Designemos por E o passo total, ou simplesmente passo, altura correspondente a uma volta completa ou rotação de $360°$ ou 2π. E é altura em que temos a volta do ponto móvel a uma mesma geratriz após sua projeção percorrer a trajetória de comprimento $2\pi R$.

A seção reta do cilindro é uma circunferência que pode ser considerada uma hélice de passo nulo; uma geratriz retilínea será uma hélice de passo infinito.

Sobre um mesmo cilindro podemos ter hélices de passos diferentes. É o caso das figuras D.E e D da prancha III. Podemos ter hélices de passos iguais sobre cilindros de raios diferentes como nas figuras A e B da mesma prancha.

Designemos por p o passo reduzido ou altura correspondente a um ângulo de rotação igual a 1 radiano. É pois uma altura 2π vezes menor que E. É a altura que corresponde a uma trajetória, de comprimento R, da projeção do ponto móvel sobre a base do cilindro.

24- Considerando a constância do ângulo das tangentes (15) e o fato do cilindro ser de revolução, concluimos que a hélice cilíndrica normal é a curva reversa com jam curvatura de flexão e de torção são constantes. Disto decorre que podaremos sempre superpor dois arcos, de igual comprimento, da mesma hélice. Todo arco de hélice, desloçado-se na sua própria direção sobre o cilindro de revolução em que foi traçado, descreverá a hélice que lhe serve de suporte.

25- O lugar geométrico dos pés das tangentes à hélice cilíndrica normal sobre um plano perpendicular ao cilindro é uma evolvente perfeita da hélice e da seção reta determinada por este plano no cilindro, logo é uma evolvente de círculo (14). Esta curva poderá ser traçada facilmente marcando-se sobre as tangentes à base do cilindro (Pr.III-E) comprimentos iguais aos respectivos arcos retificados, comprimentos que, como vimos, correspondem aos valores da subtangente nos diferentes pontos

(13). Esta propriedade será utilizada, como veremos posteriormente, para o traçado da tangente em qualquer ponto da curva.

26- A representação de uma hélice cilíndrica normal por suas projeções ortogonais é muito simples e baseia-se na proporcionalidade entre as abcissas curvilíneas e as ordenadas retilíneas de seus pontos.

Um cilindro de revolução, de eixo vertical, tem uma circunferência como projeção sôbre o plano horizontal e um retângulo como projeção sôbre um plano vertical.

Suponhamos a origem da hélice sôbre a seção reta que coincide com a base do cilindro no plano horizontal de projeção. Marcando sôbre o eixo do cilindro uma altura igual ao passo da hélice e dividindo esta altura e a circunferência da base num mesmo número n de partes iguais, a um deslocamento angular igual a 360º/n, contado sôbre a circunferência, corresponderá um deslocamento linear igual a H/n contado sôbre o eixo.

Posições do ponto móvel terão suas projeções horizontais nas extremidades dos n arcos sôbre a circunferência, e as projeções verticais no cruzamento de cada uma das n divisões do passo com a geratriz retilínea respectiva, isto é, que tem seu pé na extremidade de cada um dos n arcos (Pr.III-A,B,C e D).

27- Vemos, isolando os dois movimentos do ponto gerador da hélice, que os ângulos de rotação vão se projetar em verdadeira grandeza sôbre o plano horizontal, enquanto os deslocamentos resultantes da translação projetam-se em verdadeira grandeza sôbre o plano vertical(21).

Verificamos ainda (22) que a rotação é positiva quando a projeção horizontal do ponto gerador da hélice descreve a circunferência no sentido contrário ao do movimento dos ponteiros do relógio, e que a translação é positiva quando a projeção vertical do ponto, fugindo do plano horizontal de projeção, tem lugar sôbre o semi-plano vertical superior. E vice-versa os movimentos serão negativos. Assim a hélice será positiva quando a rotação e a translação tiverem o mesmo sinal, será negativa quando os dois movimentos tiverem sinais contrários.

28- A projeção vertical da hélice terá sempre como limites laterais as duas geratrizes do meridiano de frente do cilindro, qualquer que seja o passo. A variação do passo, apresentada nos diferentes exemplos da Pr.III-AaD, mostra que as curvas obtidas terão sôbre a mesma geratriz um maior ou menor número de pontos, porém sempre distantes de um comprimento igual ao passo.

Tôdas estas curvas, que correspondem a projeções cilíndricas ortogonais de hélices cilíndricas normais sôbre planos paralelos aos eixos dos cilindros, pertencem a uma mesma família de curvas senoidais, cujo nome deriva da curva representativa da variação do seno de um arco. No caso do passo da hélice cilíndrica normal ser igual a $2\pi R$ a projeção desta linha sôbre um plano paralelo ao eixo do cilindro será uma senoide natural, ordinária ou perfeita. Se o passo for maior ou menor que $2\pi R$ teremos como projeções senoides alongadas ou achatadas.

29- Quanto à visibilidade podemos considerar a existência da curva isoladamente, fazendo abstração do cilindro, como na Pr.III-E onde ela será tôda visível em projeção vertical, ou podemos imaginar, como nos exemplos das figuras A,B,C, e D da mesma prancha, a permanência da superfície cilíndrica sendo visíveis, neste caso, em projeção vertical, apenas os arcos de curva situados adiante do meridiano de frente do cilindro.

30- A projeção cilíndrica oblíqua da hélice cilíndrica normal sôbre um plano perpendicular ao eixo do cilindro é uma ciclóide.

Se a direção das projetantes cilíndrico-oblíquas fizer com o plano da seção reta do cilindro um ângulo igual ao que a tangente à hélice faz com êsse plano, a ciclóide será natural, ordinária ou perfeita (Pr.IV-A). Para determinar o ângulo da tangente consideramos, no caso, o ponto (1" 1) da hélice em que esta reta é de frente (sua projeção horizontal é a tangente à base do cilindro no ponto 1). O comprimento $2\pi R$ da subtangente correspondente permite-nos obter o traço horizontal da tangente (25) e, por conseguinte, sua projeção vertical já que dela são conhecidos dois pontos.

Se as projetantes cilíndrico-oblíquas fizerem com o

plano da seção reta um ângulo maior que o das tangentes, a projeção da hélice será uma ciclóide encurtada, reduzida ou achatada (Pr.IV-B).

No caso do ângulo das projetantes ser menor que o das tangentes à hélice a projeção cilíndrica oblíqua desta curva, sôbre o plano de uma seção reta do cilindro, será uma ciclóide alongada (Pr.IV-C).

O que acabamos de ver está resumido no seguinte teorema de Montucla-Guillery: "A projeção de uma hélice cilíndrica normal sôbre um plano perpendicular a seu eixo, através de projetantes paralelas a uma reta dada, é uma ciclóide alongada, ordinária ou achatada, segundo a inclinação da reta em relação ao eixo seja maior, igual ou menor que o ângulo que com êle forma a tangente à curva".

Se o eixo do cilindro não fôr paralelo a nenhum dos dois planos de projeção, as projeções ortogonais da hélice sôbre êsses planos serão também ciclóides, ou, o que é o mesmo, poderíamos dizer que a projeção ortogonal de uma hélice cilíndrica normal sôbre um plano que não seja paralelo nem perpendicular a seu eixo é uma ciclóide.

31- A projeção cônica de uma hélice cilíndrica normal, sôbre um plano de seção reta, tomando-se como vértice das projetantes um ponto do eixo do cilindro, é uma espiral hiperbólica.

Esta propriedade que constitue o teorema de Theodore Olivier está exemplificada na prancha V. O problema se reduz à determinação de traços de retas que passam por um mesmo ponto.

32- A projeção cônica de uma hélice cilíndrica normal, sôbre um plano de seção reta, tomando-se como vértice das projetantes um ponto da própria hélice, é uma cocleóide.

Enunciada por Gino Loria esta propriedade, resultante de estudos analíticos da curva, nunca foi aproveitada para sua obtenção pela Geometria Descritiva. A cocleóide não apareceu assim em nenhum livro desta matéria, nem mesmo naqueles em que é feito o estudo detalhado das projeções da hélice.*

A curva é obtida em épura (Pr.VI), ligando-se os traços das retas projetantes dos diferentes pontos da héli-

ce, sôbre o plano horizontal de projeção e sôbre um outro plano horizontal situado acima do vértice, de cota igual ao dobro da cota dêste ponto, ou seja, sôbre dois planos perpendiculares ao eixo do cilindro e equidistantes do vértice das projetantes.

Os pontos $\underline{A}_3$ e $\underline{a}_3$, são os traços da tangente no vértice das projeções, tangente que é o limite para o qual tendem as secantes ou projetantes, quando os pontos da hélice são tomados cada vez mais perto do vértice.

---

* Em 1940, quando fazia meu curso de Arquitetura, tive ocasião de, a pedido do então catedrático de Descritiva, estudar a determinação desta curva pelo método de Monge, para completar a parte referente à hélice do 2º volume de sua obra didática, então em elaboração. Foi assim que tive oportunidade de fazer várias tentativas e chegar a diversas soluções dentre as quais uma foi escolhida.

Depois daquela ocasião, uma vez por outra, tenho continuado a estudar a obtenção da cocleóide visando sempre a forma sob a qual é apresentada no "Exercices de Géométrie Descriptive" de F.G.M., representação cartesiana da curva, determinada por Berard, que é a única forma gráfica sob a qual é conhecida. Não cheguei entretanto a nenhuma solução melhor que a escolhida para ser apresentada naquela obra. É por isto que na prancha VI reproduzo, apenas com uma nova disposição, a mesma solução por mim atingida e divulgada naquele trabalho.

III - SUPERFÍCIES HELICOIDAIS

33- Superfície helicoidal é a superfície gerada por uma linha que se desloca no espaço, em torno de um eixo, segundo um movimento helicoidal.

Cada ponto da linha móvel descreverá uma hélice cilíndrica normal. Tôdas as hélices terão o mesmo passo, o mesmo eixo e o mesmo sentido, embora correspondendo a cilindros de raios diferentes. O passo da superfície é o passo das hélices (22).

34- Conforme a natureza da geratriz, reta ou curva, temos a considerar os helicóides retilíneos e os helicóides curvilíneos. Em ambos os casos êles poderão ainda ser axiais ou não axiais, conforme a geratriz tenha ou não ponto sôbre o eixo.

Entre os helicóides retilíneos podemos distinguir ainda os reversos e os desenvolvíveis, êstes últimos como casos particulares dos não axiais.

35- De um modo geral dizemos que um helicóide retilíneo é gerado por uma reta que se desloca no espaço, apoiada numa hélice cilíndrica normal e fazendo em tôdas as posições um ângulo constante com a hélice e com o eixo do cilindro sôbre o qual a curva foi traçada.

Consideremos a geratriz limitada, passando ou não pelo eixo (Pr. VII-A e B). As alturas de que se desloca uma extremidade da geratriz são proporcionais aos arcos de hélice descritos pela outra extremidade. É constante o ângulo da geratriz com o eixo, com a hélice e com o plano da seção reta do cilindro.

Se por um ponto qualquer do espaço tirarmos parale-

las às diferentes posições da geratriz, estas retas formarão uma superfície cônica de revolução. Daí êste helicóide ser também chamado helicóide reverso de cone diretor. A superfície cônica de revolução pode ser assim considerada como uma diretriz na lei de geração da superfície helicoidal.

Se o ângulo no vértice do cone for 180º temos o caso particular do plano. As geratrizes do helicóide serão tôdas paralelas a êste plano, e a superfície obtida recebe o nome de helicóide reverso de plano diretor (Pr.VII-C).

Se o vértice do cone estiver a uma distância infinita, temos outro caso particular que é o cilindro de revolução. O helicóide retilíneo de geratrizes limitadas e paralelas ao cilindro diretor, apresenta-se nesta hipótese segundo uma faixa cilíndrica (Pr.VII-D).

Em todos êstes casos a geratriz pode ser ilimitada nos dois sentidos dando lugar a superfícies helicoidais de duas folhas ou a um cilindro múltiplo, no último caso estudado.

36- Se a geratriz retilínea do helicóide fôr, num caso particular, a tangente à hélice diretriz, a superfície gerada será a do helicóide desenvolvível.

Traçada a tangente à hélice no ponto (1^n 1), (Pr. VIII), e limitada, em projeção vertical, pelos pontos a_1^n e a_2^n, no caso equidistantes de 1^n, determina-se, em seguida, a projeção horizontal desta reta e a base do cilindro em que se desenvolverão as duas hélices descritas por essas extremidades.

A constância do passo, do eixo e do sentido (33) permite-nos construir facilmente estas curvas e obter a representação de parte das duas folhas da superfície.

Prolongando-se as geratrizes, determinando-se os seus traços horizontais e ligando-se êstes traços teremos uma evolvente de círculo (25) como interseção do helicóide desenvolvível com um plano perpendicular a seu eixo.

Os traços das geratrizes de perfil serão obtidos tornando-as de frente, através de rotações.

37- Consideremos agora, mais detidamente, o helicói

de retilíneo axial de plano diretor (Pr.IX).

A geratriz inicialmente limitada pelo eixo e pela hélice diretriz é depois considerada com seus extremos sôbre duas hélices: a diretriz e a determinada por um outro cilindro, co-axial do correspondente à primeira curva (Pr.IX-A).

Nada nos impede, entretanto, de imaginar ainda a outra folha do helicóide limitada pelos mesmos cilindros considerados no caso anterior (Pr.IX-B). Obteremos, assim, duas faixas helicoidais que se desenvolverão paralelamente no espaço sem nunca se encontrar. Elas serão na realidade porções de uma única superfície helicoidal, descritas por segmentos, diametralmente opostos, de uma mesma reta (Pr.IX-C).

38- Suponhamos, em seguida, duas superfícies helicoidais retilíneas de plano diretor tendo como um dos limites um mesmo cilindro (Pr.X).

A declividade da faixa considerada em cada uma das duas superfícies é igual à declividade da hélice que passa pelo meio das diferentes posições do segmento gerador. É a declividade média da faixa helicoidal. Esta declividade é função do passo da hélice e do raio do cilindro em que a curva está traçada (18).

Para que as duas superfícies sejam da mesma declividade, (Pr.X-A), as hélices medianas devem satisfazer à igualdade: $H_1/R_1 = H_2/R_2$.

No caso apresentado a relação entre os passos e os raios das duas hélices é de 3/2 e, se invertermos a projeção vertical, as duas superfícies, partindo agora de pontos opostos, irão se encontrar numa altura correspondente a um passo da primeira e a um passo e meio da segunda.

39- Um helicóide curvilíneo é descrito, de um modo geral por uma curva que se desloca no espaço tendo para diretrizes uma hélice cilíndrica normal e o eixo do cilindro correspondente à hélice.

A curva geratriz poderá ser plana ou reversa, aberta ou fechada e passar ou não pelo eixo.

Consideremos, por exemplo, uma geratriz $A_1A_2A_3$ (Pr. XI-A), no caso uma curva plana qualquer cuja extremidade

A_1 está sôbre a hélice diretriz do helicóide e cujo plano, de frente, passa pelo eixo do cilindro em que está traçada a hélice. Esta curva, deslocando-se segundo um movimento helicoidal em torno do eixo, descreverá um helicóide curvilíneo.

Em tôdas as posições o plano da geratriz será vertical e cada um de seus pontos terá como trajetória uma hélice, de mesmo passo e mesmo sentido que a diretriz, fácil de ser construida.

No caso da curva passar pelo eixo e ter dois ramos, o helicóide gerado terá duas folhas.

40- Como casos de helicóides gerados por uma curva plana fechada, estudaremos especialmente as superfícies descritas pelo movimento helicoidal de uma circunferência: os helicóides curvilíneos circulares.

41- Dêstes helicóides serão vistos três casos particulares. Suponhamos, inicialmente, uma hélice cilíndrica normal como diretriz e uma circunferência geratriz cujo centro esteja sôbre a hélice e cujo plano seja perpendicular a esta curva. A circunferência ao se deslocar no espaço, o seu centro descrevendo a diretriz e o seu plano mantendo-se sempre perpendicular a esta curva, determinará uma superfície helicoidal conhecida pelo nome de serpentina.

A serpentina, o tóro e o cilindro de revolução fazem parte da família de superfícies canais, superfícies que são os envoltórios de uma esfera móvel, de raio constante, que se desloca no espaço o seu centro descrevendo uma linha qualquer.

Esta propriedade é que determinou a épura da serpentina apresentada na Pr.XI-B.

Realmente, duas esferas de mesmo raio, ou posições de geratriz que se desloca em trajetória curvilínea, interceptam-se segundo uma circunferência que passa pelo meio da corda que une seus centros e cujo plano é perpendicular a esta linha. Se as duas esferas aproximam-se indefinidamente, o círculo de interseção tende para um círculo máximo das esferas que será perpendicular à tangente à linha dos centros no ponto correspondente à posição limite.

A êste círculo máximo, interseção de duas posições consecutivas da esfera geratriz, Monge chamou "característica", designação que se estende a qualquer curva resultante da interseção de duas posições infinitamente próximas de superfícies determinantes de um envoltório.

Assim, a serpentina é gerada pelo movimento helicoidal de uma circunferência de raio constante, que é a sua característica, ou, o que é o mesmo, pelo movimento helicoidal de uma esfera de raio constante.

Suponhamos uma esfera, de eixo vertical, cujo centro descreve uma hélice como trajetória (Pr.XI-B). Em tôdas as posições teremos sempre um círculo máximo, ou meridiano de frente da geratriz, que se projeta em verdadeira grandeza no plano vertical. Em tôdas as posições teremos, ainda, um círculo máximo, que é o equador, projetando-se em verdadeira grandeza no plano horizontal.

As projeções ortogonais da serpentina serão determinadas pelas curvas traçadas, na projeção vertical e na horizontal, tangenciando os diferentes círculos de centro nos vários pontos da hélice diretriz.

42- Imaginemos agora a hélice diretriz e uma circunferência que se desloca no espaço, o seu centro descrevendo a hélice e o seu plano mantendo-se sempre perpendicular ao eixo da diretriz (Pr.XI-C).

O eixo da hélice sendo vertical, o plano da circunferência será sempre horizontal. Esta geratriz projetar-se-á, em tôdas as suas posições, em verdadeira grandeza sôbre o plano horizontal, e terá sempre um diâmetro de frente que se projetará também em verdadeira grandeza no plano vertical e determinará os pontos do contorno vertical da superfície gerada.

Notamos que esta superfície pode ser obtida, ainda, pelo movimento helicoidal de uma senoide, igual à senoide projeção da hélice diretriz.

43- Imaginemos finalmente uma circunferência deslocando-se no espaço, o seu centro apoiado em uma hélice diretriz e o seu plano passando sempre pelo eixo desta curva (Pr.XI-D).

A circunferência, que aparece completa em sua projeção vertical de centro no ponto 7', foi reduzida apenas

a um arco na geração da superfície helicoidal agora considerada.

Como nos casos anteriores cada ponto do arco de circunferência descreverá uma hélice de mesmo passo, mesmo eixo e mesmo sentido que a diretriz. Será fácil, assim, traçarmos as curvas correspondentes aos pontos extremos da geratriz e obtermos, nos dois planos de projeção, a representação da superfície descrita.

44- Como fizemos em relação aos helicóides retilíneos (35) poderíamos dizer que a serpentina é um helicóide circular de cone diretor, que o segundo caso estudado é um helicóide circular de cilindro diretor e, o último um helicóide circular de plano diretor, tendo em vista o perpendicularismo do plano da geratriz da superfície em relação às geratrizes de um cone, particular para cada caso.

45- Consideremos agora a prancha XII-A onde temos duas serpentinas iguais conjugadas. O raio do cilindro em que estão traçadas as hélices diretrizes é igual ao raio das circunferências, ou das esferas, geratrizes.

As duas serpentinas, partindo de pontos diametralmente opostos, têm o mesmo passo, o mesmo sentido e são tangentes ao longo do eixo comúm.

46- Na prancha XII-B temos um helicóide circular gerado por uma circunferência de diâmetro vertical cujo plano passa pelo eixo da diretriz. O diâmetro da geratriz é igual ao passo da hélice e ao diâmetro do cilindro em que esta curva foi traçada.

A superfície assim determinada é tangente ao eixo do cilindro e tangente a si mesma segundo uma hélice igual e paralela à diretriz.

47- Na prancha XII-C a superfície helicoidal obtida pode ser considerada como a associação de superfícies geradas pelo movimento helicoidal de duas semi-circunferências de curvaturas opostas, de diâmetros verticais e iguais, com uma extremidade comúm e situadas num mesmo plano passando pelo eixo da diretriz. O passo é igual ao dobro do diâmetro das geratrizes e a concordância destas

e um arco na geração da superfície helicoidal agora consideradas.

Como nos casos anteriores cada ponto do arco de círculo considerado descreverá uma hélice do mesmo passo, mesmo eixo e mesmo sentido que a diretriz. Será fácil, assim, traçarmos as curvas correspondentes aos pontos extremos da geratriz e obtermos, nos dois planos de projeção, a representação da superfície descrita.

44- Como fizemos em relação aos helicóides retilíneos (35) poderíamos dizer que a serpentina é um helicóide de circular de cone diretor, que o segundo caso estudado é um helicóide circular de cilindro diretor e, o último um helicóide circular de plano diretor, tendo em vista o perpendicularismo do plano da geratriz da superfície em relação às geratrizes de um cone, particular para cada caso.

45- Consideremos agora a pranchas XII-A onde temos duas serpentinas iguais contíguas. O raio do cilindro em que estão traçadas as hélices diretrizes é igual ao raio das circunferências, ou das esferas, geratrizes.

As duas serpentinas, partindo de pontos diametralmente opostos, têm o mesmo passo, o mesmo sentido e são tangentes ao longo do eixo comum.

46- Na prancha XII-B temos um helicóide circular gerado por uma circunferência de diâmetro vertical, cujo plano passa pelo eixo da diretriz. O diâmetro da geratriz é igual ao passo da hélice e ao diâmetro do cilindro em que esta curva foi traçada.

A superfície assim determinada é tangente ao eixo do cilindro e tangente a si mesma segundo uma hélice igual e paralela à diretriz.

47- Na prancha XII-C a superfície helicoidal obtida pode ser considerada como a associação de superfícies geradas pelo movimento helicoidal de duas semi-circunferências de curvatuas opostas, de diâmetros verticais e iguais, com uma extremidade comum e situadas num mesmo plano passando pelo eixo da diretriz. O passo é igual ao dobro do diâmetro das geratrizes e a concordância destas

curvas dá lugar à concordância das superfícies por elas descritas.

Numa outra hipótese poderíamos considerar esta mesma superfície como sendo resultante do movimento helicoidal de uma circunferência (cujo centro descrevesse uma hélice de passo igual ao dobro do seu diâmetro e cujo plano, contendo o eixo da diretriz, se conservasse sempre vertical) na qual fosse feito, posteriormente, um deslocamento por translação, de um comprimento igual à metade do passo e paralelamente ao eixo, da porção gerada pela semi-circunferência interna.

48- A prancha XII-D é a representação de duas superfícies helicoidais circulares associadas cujos arcos geradores, situados no mesmo plano vertical, pertencem a circunferências de raios diferentes.

49- Por analogia ao tóro poderíamos ainda, no caso da geratriz ser uma curva fechada, classificar os helicóides curvilíneos em helicóides abertos, fechados e reentrantes, e considerar mais os casos intermediários. A classificação é feita tendo em vista o fato do eixo não encontrar a geratriz, ser a ela tangente ou secante, e, também, considerando a tangência da superfície em relação a si própria.

Por exemplo a serpentina (Pr.XI-B), é um helicóide curvilíneo aberto, o helicóide circular representado na Pr.XII-B é um helicóide curvilíneo fechado e o helicóide da Pr.XI-D, se gerado pela circunferência completa, seria um helicóide curvilíneo reentrante.

Exemplo de caso intermediário é cada uma das serpentinas da Pr.XII-A.

50- As superfícies helicoidais são definidas considerando-se o movimento helicoidal da geratriz, ou seja, a hélice cilíndrica normal como diretriz.

Entretanto uma generalização maior permitiria, certamente, estendermos a designação de superfície helicoidal a tôda superfície gerada por uma linha que se deslocasse no espaço apoiada numa hélice qualquer.

---

curvas dá lugar á concordância das superfícies por elas descritas.

Numa outra hipótese poderíamos considerar esta mesma superfície como sendo resultante do movimento helicoidal de uma circunferência (ou) centro deslocando-se uma hélice de passo igual ao dobro do seu diâmetro e num plano, contendo o eixo da directriz, se conservasse sempre vertical) na qual fosse feito, posteriormente, um deslocamento por translação, de um comprimento igual á metade do passo e paralelamente ao eixo, da porção geradora se la semi-circunferência interna.

48- a prancha XII-D é a representação de duas superfícies helicoidais circulares associadas cujos arcos geradores, situados no mesmo plano vertical, pertencem a circunferências de raios diferentes.

49- Por analogia ao têro poderíamos ainda, no caso da geratriz ser uma curva fechada, classificar os helicóides curvilíneos em helicóides abertos, fechados e rectangulares, e considerar mais os casos intermediários. A classificação é feita tendo em vista o facto do eixo não encontrar a geratriz, ser a ela tangente ou secante, e, também, considerando a tangência da superfície em relação a si própria.

Por exemplo a serpentina (Pr.XI-B), é um helicóide curvilíneo aberto, o helicóide circular representado na Pr.XII-B é um helicóide curvilíneo fechado e o helicóide da Pr.XI-D, se gerado pela circunferência completa, teria um helicóide curvilíneo rectangular.

Exemplo de caso intermediário é cada uma das superfícies da Pr.XII-A.

50- As superfícies helicoidais são definidas considerando-se o movimento helicoidal da geratriz, ou seja, a hélice cilíndrica normal como directriz.

Mantendo uma generalização maior permitiria, certamente, estabelecer a designação de superfície helicoidal a tôda superfície gerada por uma linha que se desloca numa no espaço segundo uma hélice qualquer.

IV - A HÉLICE NA ARQUITETURA

51- A descoberta da hélice cilíndrica é atribuida a Apollonio (cerca de 250 a 170 A.C., segundo uns e 260 a 210 ou 200 A.C.,segundo outros),natural de Perga, na Ásia Menor, chamado pelos seus contemporâneos "o grande geômetra", "o geômetra por excelência", e considerado o terceiro grande matemático da Antiguidade.

Pertencendo à primeira escola de Alexandria,sua celebridade é devida, sobretudo, a seu tratado de oito livros, sôbre "Seções Cônicas",que foi o livro clássico de estudo geométrico superior nas escolas gregas e árabes.

O motivo pelo qual se lhe atribue a descoberta da hélice é a referência feita a seu nome, por Pappo e Proclo, em relação a um escrito sôbre o parafuso, onde "é estudada uma curva de dupla curvatura,gerada de modo semelhante à espiral de Archimedes e em que a construção da tangente se reduz ao problema da retificação de um arco de círculo."

Herão, nas "Mecânicas", tecendo considerações geométricas sôbre problemas mecânicos faz referência à natureza e às propriedades da "linha traçada sôbre o parafuso" imaginando-se, assim, que a teoria da curva tenha sido por êle colhida no trabalho de Apollonio.

A hélice foi depois estudada,no século XVI,por Guidobaldo del Monte.

Tais informações nos são dadas por Fernando de Almeida e Vasconcellos e Gino Loria.

Entretanto, é ainda o primeiro que nos diz ter sido Archimedes (287 a 212 A.C.), nascido em Siracusa,-"a maior inteligência científica e matemática do velho mundo, e também, pela liberdade sem limites de seus métodos, o

primeiro matemático moderno" (Bell)- o autor de grande número de invenções mecânicas, entre elas o parafuso ôco e o parafuso sem fim.

O valor do geômetra grego cresce ao verificarmos que suas especulações teóricas eram sempre ligadas à utilização no campo prático. Referindo-se a êle escreveu Leibniz: "Aqueles que estão em condições de compreender Archimedes admiram menos as descobertas dos maiores homens modernos".

O parafuso ôco, também chamado parafuso de Archimedes, provavelmente inventado no Egito, onde o sábio passou a maior parte de sua vida, "foi empregado seguidamente pelos habitantes do vale do Nilo para esvasiar a água dos campos depois das inundações do rio". A esta invenção se refere também Zeuthen. De acôrdo com êsses autores, concebendo o parafuso, seria Archimedes o descobridor da hélice cilíndrica.

Tal conclusão parece coincidir com a informação que nos é dada por Jacques Boyer, que atribue a Archimedes e a Conon de Samos o estudo da hélice. Escreve êle que, tendo êste último se dedicado especialmente à pesquisa das propriedades da hélice, veio a falecer antes de terminar a demonstração dos teoremas formulados (220 A.C.). Um dos primeiros cuidados de Archimedes foi completar a obra de seu amigo, dando inicialmente a definição precisa da curva. Aliás sôbre êste detalhe temos o testemunho do próprio Archimedes no prefácio do seu livro intitulado "Sôbre as hélices".

A definição precisa da curva: - "A hélice é gerada por um ponto que se desloca sôbre uma reta com movimento uniforme, a reta girando ela mesma segundo um movimento idêntico em torno de um de seus pontos" - mostra, porém, que há uma certa confusão entre hélice e espiral. Mesmo admitindo-se que o movimento da reta em torno de um de seus pontos não se realize num plano, a hélice obtida seria cônica, também chamada espiral cônica (19).

Vemos, assim, que os historiadores não nos fornecem dados precisos para concluirmos sôbre o aparecimento da hélice, tanto no que se refere a seu descobridor quanto à espécie inicialmente concebida. E veremos ainda que nem o exame daqueles monumentos arquitetônicos onde aparece a utilização dessa curva nos dá fundamentos sufici-

entes para qualquer afirmação definitiva nesse sentido.

52- Os elementos arquiteturais em que a hélice pode ser encontrada são os seguintes:

a) elementos de circulação oblíqua: escadas e rampas
b) elementos de cobertura: abóbadas
c) elementos de apoio: colunas
d) elementos de decoração

Nos elementos de circulação vamos encontrar hélices isoladas e superfícies helicoidais. A prancha XIV(B a J, M a O) apresenta algumas variações dos tipos de apoio das escadas circulares. Temos um grande número de combinações considerando o engaste ou o apoio simples em coluna, em parede, em dormente ou viga helicoidal, em laje, ou os próprios degraus sustentando-se entre si. A posição de cada degrau pode ser deduzida através do movimento helicoidal do degrau precedente.

A hélice é ainda encontrada como diretriz das abóbadas que em certos casos servem de cobertura e apoio a escadas.

Nas colunas devemos considerar apenas os casos em que a hélice entra como fundamento essencial da forma. Aqueles em que esta curva aparece com função meramente decorativa devem ser enquadrados no último grupo.

Considerando a hélice como elemento decorativo, vamos encontrá-la na ornamentação de fustes de colunas, na decoração de abóbadas helicoidais, em balaustradas, em frisos, no bronze e no ferro artísticos. Poderíamos aqui incluir, também, os casos em que a hélice aparece como elemento de decoração na Arquitetura monumental comemorativa ou de publicidade. Sob êste aspecto esta curva se presta às mais variadas e caprichosas realizações. Além das superfícies usualmente empregadas nos outros elementos, devemos considerar as superfícies helicoidais decorrentes de uma completa generalização(19 e 50).

53- Passando a pesquisar sôbre essas utilizações da hélice nos diferentes períodos da Arquitetura, vemos que nos monumentos da Pre-história ela nao foi usada.

No Egito, na Caldéa, na Assíria e na Pérsia nenhum

emprêgo desta curva foi encontrado, a menos que consideremos as rampas dos zigurats (Pr.XXVII-A), como uma forma embrionária da aplicação de uma das propriedades da hélice cilíndrica à superfície cônica (19). Um exemplo é o zigurat do Palácio de Sargão em Korsabad (Assíria, 722-705 A.C.).

Com efeito, as rampas de igual inclinação, encontrando as faces da pirâmide, forma elementar do cône, dariam, quando fosse infinito o número de faces, uma curva de declividade constante. Estas rampas são, pois, formadas por poligonais que se desenvolvem no espaço obedecendo à lei de geração da espiral logarítmica.

Sob êste aspecto e considerando-se que os estudos teóricos da curva datam, aproximadamente, de 260 a 170 A.C., poderíamos dizer que a realização prática de um dos atributos da hélice é muitíssimo anterior a seu conhecimento científico e ao estabelecimento teórico de suas propriedades.

Sua origem se transportará ainda à mais remota antiguidade se levarmos em conta que alguns autores atribuem à famosa Torre de Babel, uma forma semelhante à dêsses zigurats.

54- Das colônias fenícias estabelecidas nas ilhas do Mediterrâneo podemos considerar um interessante exemplo que aparece na obra de Auguste Choisy; a planta irregular de uma torre albarrana (Pr.XIV-A).

Embora sem outros detalhes, foi realmente o primeiro sinal encontrado do emprêgo da hélice na Arquitetura: não pode haver dúvida tratar-se de uma escada circular a indicação que aparece em torno do local designado por a naquela planta do nuragne de Losa.

55- Na Grécia que nos legou tão maravilhosos exemplos de sua Arquitetura quasi nada podemos encontrar em relação ao emprêgo da hélice. A linha reta era de preferência a diretriz de tôdas as concepções gregas: em sua verdade e pureza traduz melhor a honestidade e a simplicidade que acompanham sempre a perfeição.

É verdade que em algumas volutas podem ser apreciadas formas helicoidais cônicas. É um detalhe diminuto, porém, e desaparece diante de tôdos os valores que, sob ou-

tros pontos de vista, nos oferece a Grécia antiga.

Curioso, entretanto, é o exemplo de aplicação da hélice em monumento comemorativo que nos é dado pelo domo de Platea, levantado em Delfos (Pr.XXII-A). Êste monumento votivo, feito com bronze dos despojos persas, assinala a vitória dos gregos na batalha de Platea (479 A.C.). O apoio central, medindo 6,50 m de altura, é formado por três serpentes que se enroscam.

Estamos em face, talvez, da fonte que deu origem à designação de "serpentina" à superfície gerada pelo deslocamento helicoidal de uma circunferência (41) e daí quem sabe? - à análise da própria hélice.

56- Os exemplos até aqui estudados são, contudo, casos singulares que mostram, por assim dizer, um emprêgo casual da hélice.

Tal impressão, entretanto, não mais subsiste ao defrontarmos em Roma antiga a Coluna de Trajano(112 D.C.).

Esta coluna (Pr. XIII-A e B) pode ser considerada, realmente, como o primeiro exemplo de aplicação sistemática da hélice na Arquitetura: hélice decorando o fuste, hélice como diretriz dos degraus e helicóide retilíneo de plano diretor determinando a face inferior do leito, na escada interna.

A diferença de diâmetro entre o início e o fim do fuste, acarretando um galbo relativamente pequeno, permite-nos apreciar as hélices ali encontradas como sendo cilíndricas normais (20).

"Levantada no forum de Trajano, em memória das vitórias alcançadas por êste imperador sôbre os Dácios, é tôda construida em mármore branco de Carrara e mede 44 metros em sua altura total.

Só a coluna mede 29 metros de altura, 2,50m de diâmetro e é formada por 22 blocos de mármore. A base quadrangular é ornada de uma inscrição e troféus guerreiros. Em volta do fuste há um baixo relêvo em espiral de 24 voltas, medindo aproximadamente um metro de largura e 240m de comprimento, com episódios da guerra dos Dácios. No interior há uma escada com 190 degraus que conduz ao capitel dórico que sustentava a estátua de Trajano, substituida pela de São Pedro em 1588. Atribuida ao arquiteto Apolodoro de Damasco é o mais belo e mais bem conser-

vado modêlo de colunas triunfais. Os baixos relêvos são fonte de indicações para a arqueologia militar".

A afirmativa inicial de que uma resolução consciente orientou o emprêgo da hélice neste monumento é evidenciada por uma frase encontrada em uma de suas descrições:

"As esculturas transportam para o alto e conduzem, através de múltiplas dificuldades, pelos ásperos degraus acima, o Herói aos céus..."

Esta frase, que mostra a ligação entre a hélice externa e as internas, de mesmo sentido, é também um exemplo irrefutável de que há sempre uma idéia superior regendo as verdadeiras creações arquitetônicas.

57- Outras colunas foram depois construidas à imitação da coluna de Trajano. São alguns exemplos a coluna de Marco Aurélio (Roma), a de Arcádio(Constantinopla),as duas da igreja de São Carlos Borromeu (Viena), tôdas elas decoradas externamente com hélices e com escadas helicoidais no interior.

No estilo romano são encontradas ainda escadas helicoidais em alguns palácios. No Palácio de Augusto, que faz parte do grupo dos Palácios dos Imperadores(Roma),há duas escadas semi-circulares, entre duas paredes(Pr.XIV-B), e no Palácio de Diocleciano (Spalato) quatro escadas circulares sem núcleo.

58- O movimento de transformação moral que marcou nova era na história da humanidade - o Cristianismo - fez com que surgissem também novas expressões no campo artístico.

As primeiras manifestações desta arte tiveram lugar, sob forma rústica, em Roma, nas catacumbas.

Depois do edito de Milão e do aproveitamento inicial das basílicas civis para templos, apareceram as construções cristãs com carater já bem marcado. Embora tendo sofrido grandes transformações no decorrer dos tempos são dêsse período: São Pedro (330 D.C.), São João de Latrão (330 D.C.), São Paulo Fora dos Muros (380 D.C.) e Santa Maria Maior (432 D.C.), tôdas elas em Roma,com exclusão da primeira totalmente destruida para dar lugar à catedral de mesmo nome (1506 D.C.), obra de Michelangelo.

Dos dias primevos são a necrópole subterrânea de

São Calixto (Roma sec. II) e a basílica de São Apolinário in Classe (Ravena-534 D.C.). Em ambas são encontradas hélices nos fustes de colunas, provavelmente de data posterior, como as da igreja de Santa Maria de Naranco (Oviedo - 850 D.C.), da basílica de São Clemente (Roma - 1084 D.C.) e da igreja do Santo Sepúlcro(Jerusalém-1099 D.C.).

As invasões bárbaras acarretaram o deslocamento do centro da arte cristã de Roma para Constantinopla, onde se desenvolveu dando lugar à arte bizantina.

Na prancha XIX-A temos um exemplo de fuste do período bizantino, formado por duas porções de helicóides retilíneos de cône diretor, de inclinações diferentes.

Em Santa Sofia de Salônica (495 D.C.), São Vital de Ravena (526 D.C.) e na capela Palatina (796 D.C.) em Aquisgrana, são encontradas escadas circulares, assim como no interior do minarete da igreja de São Sérgio e São Baco (Constantinopla 527 D.C.), elemento muçulmano introduzido pelos turcos. Êste minarete tem a forma de coluna, como o de Chah-Roustan (Ispahan) cujo fuste é decorado com arabescos helicoidais. Um outro tipo de minarete é o da Mesquita Maior, em Samarra (Pr.XXVII-B), circundado por uma rampa helicoidal cônica.

59- Passemos agora ao período românico que é um ciclo importante em relação ao emprêgo da hélice na Arquitetura: a êle pertence o célebre "parafuso de Santo Egídio".

O parafuso de Santo Egídio é formado por uma escada circular que se desenvolve no interior de um cilindro,coberta por uma abóbada helicoidal cujo extradorso lhe serve de apoio (Pr. XV-A).

Encontramos uma certa discordância entre os autores em relação à designação "parafuso de Santo Egídio". Alguns dão êste nome à escada, outros à abóbada.O mais certo será, entretanto, chamar-se assim o conjunto: escada e abóbada, considerando-se o "filete do parafuso"como limitado em cima pelos pisos e espelhos dos degraus da escada, em baixo pelo intradorso da abóbada helicoidal e, interna e externamente, por faixas cilíndricas.

A origem do nome dado a essa solução arquitetônica é o fato de existir dela um exemplo notável no priorado de Santo Egídio, em Provença (1150 D.C.).

As escadas encontradas nos parafusos de Santo Egídio correspondem aos tipos B e C da prancha XIV; na prancha XV-B está indicada a geração da abóbada que é um helicóide curvilíneo, circular (43). Temos um semi-círculo de diâmetro horizontal cujo centro se desloca no espaço apoiado numa hélice cilíndrica normal e cujo plano passa sempre pelo eixo do cilindro correspondente a essa diretriz.

Partindo-se de uma posição de frente da geratriz vemos que, em projeção vertical, o seu diâmetro vai diminuindo sucessivamente dando-nos semi-elípses como projeção do arco gerador. Chega-se, na posição de perfil, à transformação total da curva em uma reta para, passando novamente pelos aspectos anteriores, voltar à uma outra posição de frente, correspondente à uma trajetória igual a meia espira.

O parafuso de Santo Egídio foi construido de pedra e de tijôlo. Quando feito de pedra a estereotomia lança mão de superfícies helicoidais retilíneas de cône diretor, para determinar as faces longitudinais dos blocos, e de planos perpendiculares à hélice média, da parte do intradorso correspondente a cada bloco, para a determinação dos limites transversais. As inclinações das geratrizes dos helicóides retilíneos de cône diretor são dadas pelas normais em cada extremidade $A_1A_2A_3$... dos arcos em que fôr dividida a geratriz. Estas superfícies são, pois, normais ao intradorso.

60- Os maiores monumentos do estilo românico são de arquitetura religiosa. De um modo geral, a escada usada nessas construções é a helicoidal circular, envolvida por uma torre cilíndrica, de grande efeito decorativo, terminando muitas vezes em cone. São exemplos escadas da igreja Notre Dame La Grande, em Poitiers (sec. XI) e da catedral de Worms (sec. XII). Outras vezes essas escadas se desenvolvem no interior de grossas muralhas, como na catedral de Spira (Baviera - 1030 D.C.) ou acompanhando os contornos circulares das plantas: igreja de São Benigno (1001 D.C.), igreja redonda de Oesterlarsker e Torre de Pisa (1174 D.C.).

61- Em relação ao emprêgo da hélice em colunas como

elemento determinante da forma ou como elemento de decoração, o período românico nos fornece talvez o mais variado documentário entre todos os ciclos da história da Arquitetura.

Os claustros dos velhos mosteiros da Itália, com suas arcadas repousando sôbre colunas de linhas e tratamentos diferentes, têm uma fisionomia particularmente original.(Pr. XX). A impressão estranha que se experimenta ao primeiro contacto com esta Arquitetura um tanto exótica, é dissipada ao verificarmos que aquela variedade de formas extravagantes, quebrando a monotonia dos arcos tantas vezes repetidos, dá uma vida singular à extensão enorme das arcadas. Cada ponto de vista oferece uma perspectiva nova, em formas e em colorido. Os paineis acima da colunata e os fustes de alguns apoios, decorados com mosaicos de côres vivas e dourados, batidos pela luz,lançam reverberações raras no ambiente.

Circundando um páteo, de planta quadrangular, no meio do qual existe um tanque com repuxo,êsses claustros são constituidos por uma dupla fiada de colunas, de tipos os mais diversos, que sustentam arcos em ogiva, como no claustro do mosteiro beneditino de Monreale (1174 D. C.), única cousa que resta da velha construção, ou arcos circulares como em São João de Latrão (1234 D.C.) e em São Paulo Fora dos Muros (1241 D.C.-Pr. XX). As duas colunas que sustentam a mesma extremidade de um arco são iguais,algumas vezes, ou diferentes, em outros casos. No claustro de São Paulo Fora dos Muros, por exemplo, vemos esta variação nas quatro colunas que sustentam o arco correspondente à passagem para o páteo. Em uma delas já se sente o movimento da coluna torsa (Pr. XI-C),duas outras, diagonalmente opostas, são iguais, e a quarta é formada por dois helicóides circulares conjugados(Pr.XII -A e Pr. XVIII-C). Um dos helicóides desta última coluna é liso; o outro apresenta sua superfície dividida em faixas helicoidais, alternadamente lisas ou revestidas de mosaicos dourados e coloridos. Tem-se a impressão de uma enorme serpente que se enroscando à coluna conseguiu torcê-la. Na Espanha,no claustro de São Pedro de La Rúa (Estella, Navarra) existe um exemplo idêntico, porém, com quatro colunas torcidas em conjunto.

Na prancha XVIII temos, em A e B, dois exemplos de

elemento determinante da forma ou como elemento de decoração, o período compõe uma fórmula, haver o meio variado documentário entre todos os alcios da bistória da arquitetura.

Os elementos dos velhos mosteiros da Itália, com as arcadas repousando sobre colunas de fitas e tratamento diferentes, tem uma fisionomia particularmente original (Pr. XI). A impressão estranha que se experimenta no primeiro contacto com esta Arquitetura em tanto exótica, é dissipada ao verificarmos que aquela variedade de formas extravagantes, quebrando a monotonia dos arcos, tem uma razão repetidora, há uma vida singular à extensão e norma das arcadas. Cada ponto de vista oferece uma perspectiva nova, em formas e em colorido. Os painéis acima da colunata e os fustes de algum apoios, decorados com mosaicos de côres vivas e douradas, batidos pela luz, tem que refletir-se varia no ambiente.

Circundando um pátio, de planta quadrangular, no meio do qual existe um tanque com repuxo, bases elementares são constituídas por uma dupla fiada de colunas, de tipos de mais diversos, que sustentam arcos em ogiva, como no claustro do mosteiro beneditino de Montreale (1174 D. C.), outras sobre rasta de velha construção, ou arcos circulares como em São João de Latrão (1234 D.C.) e em São Paulo Fora dos Muros (1241 D.C.-Pr. XI). As duas colunas que sustentam a nossa originalidade de um arco são iguais,alguma vezes, ou diferentes, em outras vezes. No claustro de São Paulo Fora dos Muros, por exemplo, vemos esta variação nas quatro colunas que sustentam o arco correspondente à passagem para o pátio. Na uma delas já se nota o movimento de colunas torsas (Pr. XI-C),duas outras, diagonalmente opostas, são iguais, e a quarta é formada por dois helicóides circulares conjugados(Pr.XII-A e Pr. XVIII-C). Um dos helicóides desta última coluna é liso; o outro apresenta sua superfície dividida em faixas helicoidais, alternadamente lisas ou revestidas de mosaicos dourados e coloridos. Vem-se a impressão de uma energia serpente que se enroscando à coluna conseguiu torcê-la. Se Espanha,no claustro de São Pedro de la Rôa (Pr. XIII, Navarra) existe um exemplo idêntico, porém, com quatro colunas torcidas em conjunto.

Na pranchas XVIII tamos, em A e B, dois exemplos de

fustes do claustro de Monreale e em C um dos tipos encontrados em São João de Latrão e São Paulo Fora dos Muros.

62- Do tipo A da prancha XVIII é também uma das colunas do nartex da igreja de Santa Madalena (Vezelay - 1130 D.C.) e dos tipos H e J há exemplos em Notre Dame La Grande (Poitiers). Outros fustes do românico francês são os designados, na mesma prancha, por D, E e F, de duas catedrais do século XII: Chartres e Le Mans.

63- Na catedral de Freiberg (Saxônia -sec. XII) são encontrados vários exemplos de hélices em fustes. De colunas de Heclingen, Ilsenburg e Bale são, respectivamente, as figuras G, H e I da prancha XVIII.

Temos ainda outros dois exemplos na Alemanha, nas colunas do célebre portal da igreja beneditina de Königslutter, perto de Brunswick, uma delas semelhante ao tipo representado na Pr. XIX-A. A base de cada uma das duas colunas que sustentam os arcos do portal está apoiada no dorso de um enorme leão agachado, esculpido em pedra, formando assim um conjunto de grande originalidade.

64- Uma das características do românico é a colocação da porta na face interna do grosso muro em que é aberto o vão. A parte anterior é então dividida em paineis formando uma superfície escalonada, à qual são apostas colunas com capitéis e fustes diferentemente decorados. As colunas sustentam arcos de raios decrescentes, ricamente esculpidos com motivos quasi sempre geométricos e também diferentes. Esta disposição dá ao conjunto o aspecto de uma vista em perspectiva, como na decoração cenográfica. A Arquitetura românica na Inglaterra deu-nos, de um portal dêste gênero, os exemplos J e K, da prancha XVIII, tirados da série de colunas que sustentam os arcos da entrada principal da igreja de São Pedro em Northampton. A coluna representada em L, é da catedral de Canterbury (1070 D.C.), J e H são encontradas em Durham (1096 D.C.).

Os fustes das colunas do ciclo românico são cilíndricos, sem galbo; dáí as hélices neles encontradas serem perfeitamente cilíndricas normais.

65- O estilo gótico realizou a transformação das pesadas muralhas das construções românicas, verdadeiras fortalezas da Idade média, num esqueleto leve de pedra e paineis transparentes.

Esta transformação atingiu também a fisionomia da escada que muitas vezes vai aparecer sem a caixa cilíndrica, isolada no espaço, apoiada em pequenas colunas, como a das torres de Notre Dame de Paris (1163-1235 D.C.) e Reims (1212-1300 D.C.), ou com a caixa vasada por um rendilhado, aberto na pedra, em tôda a extensão do cilindro (Saint Maclou, Rouen-sec. XV).

Nos ângulos das grandes catedrais e nos raros pontos em que permanecem os grandes maciços, desenvolvem-se escadas circulares, como as da época anterior, apoiadas nos cilindros que as circundam: assim, por exemplo, em Bourges, Chartres, Noyon, Loissons, Amiens e em tôdas as outras. A mesma solução é encontrada no castelo de Tattershal (1440 D.C.) e no de Coucy (Sec. XIII).

Em todos êsses tipos os degraus, avançando uns sôbre os outros, podem formar um conjunto fortemente equilibrado, desde que a perpendicular que contém o centro de gravidade de cada degrau passe pelo interior do polígono de apoio. Pode-se, assim, suprimir o núcleo central, obtendo-se as chamadas escadas suspensas, em que cada degrau se prolonga formando um trecho do dormente interno (Pr.XIV-G); ou suprimir o apoio externo, os degraus apoiando-se uns nos outros e nos entalhes abertos no núcleo (Pr.XIV-F); ou ainda, prolongando-se cada degrau para formar uma camada do núcleo (Pr.XIV-D e E).

Referindo-se à escada em caracol, Viollet-le-Duc enunciou uma série de vantagens decorrentes de seu emprêgo, entre elas as seguintes:

"1º- possibilidade de ser englobada na construção ou nela se firmar através de fracos e pequenos apoios;

2º- ocupar pouco espaço;

3º- permitir a abertura de porta em qualquer ponto de sua circunferência e a qualquer altura;

4º- ser de construção simples e fácil;

5º- resultar suave e rápida de ser vencida, se assim for desejado."

Particularmente interessantes são certas escadas circulares da construção civil do período gótico que, a

65- O estilo gótico realizou a transformação das paredes murais das construções românicas, verdadeiras fortalezas de idade média, num esqueleto leve de pedra e painéis transparentes.

Esta transformação atingiu também a fisionomia de escada que muitas vezes vai aparecer sem a caixa cilíndrica, isolada no espaço, apoiada em pequenas colunas, como a das torres de Notre Dame de Paris (1163-1235 D.C.) e Reims (1212-1500 D.C.), ou com a caixa vasada por um reendilhado, aberto na pedra, em tôda a extensão do cilindro (Saint Maclou, Rouen-sec. XV).

Nos fogulos das grandes catedrais e nos torros pontos em que permaneciam os grandes maciços, desenvolvem-se escadas circulares, como as da igreja anterior, apoiadas nos cilindros que as circundam; assim, por exemplo, em Bourges, Chartres, Noyon, Laisons, Amiens e em tôdas as outras. A mesma solução é encontrada no castelo de Tarterai (1440 D.C.) e no de Cowcy (Sec. XIII).

Em todos êsses tipos os degraus, avançando uns sôbre os outros, podem formar um conjunto fortemente equilibrado, desde que a perpendicular que contém o centro de gravidade de cada degrau passe pelo interior do polígono de apoio. Pode-se, assim, suprimir o núcleo central, obtendo-se as chamadas escadas suspensas, em que cada degrau se projetava formando um trecho de cremente interno (Pr.XIV-C); ou suprimir o apoio exterior, os degraus apoiando-se uns nos outros e nos entaimes abertos no núcleo (Pr.XIV-F); ou ainda, prolongando-se cada degrau para formar uma camada do núcleo (Pr.XIV-D e E).

Referindo-se à escada em caracol, Violler-le-Duc enumerou uma série de vantagens decorrentes de seu emprêgo, entre elas as seguintes:

"1º- possibilidade de ser englobada na construção ou nela se fixar através de fraca e pequena apoios;

2º- ocupar pouco espaço;

3º- permitir a abertura da porta em qualquer ponto de sua circunferência e a qualquer altura;

4º- ser de construção simples e fácil;

5º- resultar suave e rápida de ser vencida, se assim for desejado."

Particularmente interessantes são certas escadas circulares de construção civil do período gótico que, a

partir do primeiro pavimento, se desenvolvem para fora da fachada principal, constituindo um elemento decorativo de grande realce. Temos disto alguns exemplos em residências de Chaumont e de Bourgogne.

66- Os fustes de algumas colunas usadas no gótico servem também como exemplo de emprêgo da hélice na Arquitetura. Na prancha XIX temos em B um modêlo tirado do pórtico da catedral de Chartres (fins do sec. XII), em C um outro tipo encontrado no gótico francês e na catedral de São Braz em Brunswick (sec. XV) e em E um exemplo de Or San Michele, em Florença (sec. XIV).

Vamos encontrar ainda nas chaminés, nas decorações dos vãos, nos púlpitos, nos altares e nos túmulos a hélice como determinante de forma e uma grande variedade de ornamentação helicoidal, com motivos geométricos e florais. Disto temos exemplo em Penshurst (1341 D.C.), em Hampton Court (1515 D.C.) em Norfolk (1482 D.C.- Pr.XIX-F); nas janelas do Palácio dos Doges (Veneza, 1309 D.C.); na catedral de Saragossa (1188-1550 D. C.), na igreja de S. Gommaire em Lierre (1425 D.C.) e na capela Rosslyn, na Escócia, cujo estilo tem uma influência portuguesa muito marcada.

Na última fase do gótico português, chamada estilo manoelino, verifica-se "um enroscamento das diferentes partes ornamentais, principalmente das molduras, que se assemelham a grossos cabos, mesmo das colunas, e das nervuras das abóbadas. Êste distintivo particular aparece regularmente em todo o estilo e constitue uma característica de seus monumentos". Temos alguns elementos helicoidais no trecho de ornato da igreja de Santa Maria (Belém) reproduzida na prancha XXIII-C.

Ainda um exemplo aparece em Portugal, na catedral de Braga, construida, no tempo dos romanos e tantas vezes reconstruida que é hoje "um amontoado de estilos arquitetônicos". Os suportes das lanternas de sua imensa escadaria são constituidos por colunas, de forma cônica bem acentuada, ao redor das quais se enroscam faixas helicoidais emolduradas (Pr.XXVII-C).

Nos páteos internos das construções da península ibérica a hélice é empregada, porém, não mais com a variação encontrada nos claustros dos mosteiros italianos (61).

O mesmo fuste é repetido em cada ordem de arcadas: páteo do Palácio Ducal do Infantado (Guadalajara-1480 D.C.),do colégio de São Gregório (Valladolid-1488 D.C.- Pr.XIX-D) e do convento franciscano de São Bartolomeu (Bellpuig,Lérida-1507 D.C.).

Outras vezes, no interior das grandes salas, os feixes de pilares torcidos em conjunto dão a impressão de uma série de troncos que se esgalham em nervuras nas abóbadas. A sala de transações da Bolsa de Valença (1483 D.C.), representada na prancha XXI, evidencia êste aspecto de floresta acima referido. Um outro exemplo aparece na Bolsa de Palma de Malorca (1426 D.C.).

67- O Renascimento pode ser considerado como a "idade de ouro" do emprêgo da hélice na Arquitetura. É nas grandes escadas das construções dessa época que vamos encontrar esta curva em tôda a pujança de seus atributos - tanto de carater artístico quanto de possibilidades práticas.

Iniciado na Itália antes dos meiados do século XV, o Renascimento é uma reação à Arquitetura do ciclo anterior à qual os arquitetos italianos nunca se adaptaram completamente. A volta às formas simples da Antiguidade clássica determinou a fisionomia da nova era.

As escadas internas,circulares,do românico, as chamadas escadas em parafuso ou caracol, quasi sempre escuras e estreitas, assim feitas para defesa e para economia de espaço, são substituidas nas construções do Renascimento italiano (Palácio Pitti e Palácio Ricardi, Florença - Palácio Municipal, Gênova - Palácio da Chancelaria e Palácio Farnese, Roma - Palácio dos Doges, Veneza, etc.) pelas escadas de lances retos que surgem então como elemento arquitetônico de valor.

Com Bramante, entretanto, a escada helicoidal reaparece revestida de uma nobreza nunca antes atingida. Sua escada do Vaticano (1503), com núcleo central vasado, apoiada sôbre colunas dóricas, depois jônicas e coríntias, marca o início do emprêgo da escada helicoidal como detalhe arquitetônico de grande relevância artística. Dêste tipo é a também famosa escada do Palácio Farnese, em Caprarola, obra de Vignola (1547).

As grandes escadas nem sempre se desenvolvem numa

O mesmo fluxo é repetido em cada ordem de arcadas pétreas do Palácio Ducal do Infantado (Guadalajara-1480 D.C.), do solário da São Gregório (Valladolid-1498 D.C.- Pr.XIX-D) e do convento franciscano de São Bartolomeu (Bellpuig,Lérida-1507 D.C.).

Outras vezes, no interior das grandes salas, os fés xes de pilares toriados em conjunto dão a impressão de u ma série de troncos que se entrelaçam em nervures nas abóbadas, à maneira de transepção da Bolsa de Valença (1480 D. C.), representada na prancha XXI, evidencia este aspecto de floresta acima referido. Um outro exemplo aparece na Bolsa de Palma de Maiorca (1426 D.C.).

67- O Renascimento pode ser considerado como a "idade de ouro" do emprego da hélice na arquitetura. É uma grande cadeia das construções dessa época que vamos encontrar esta ovva em tôda a pujança de seus atributos - tanto de caráter artístico quanto de possibilidades práticas.

Iniciado na Itália entre dos meiados do século XV, o Renascimento é uma reação à arquitetura do ciclo anterior à qual os arquitetos italianos muito se adaptaram completamente. A volta às formas simples da antiguidade clássica determinou a fisionomia da nova era.

As escadas internas,circulares,do renascimento, as escadas escadas em parafuso ou caracol, quase sempre externas e externas, eram feitas para defesa e para economia de espaço, são substituídas nas construções do Renascimento italiano (Palácio Pitti e Palácio Ricardi, Florença - Palácio Municipal, Génova - Palácio de Chancelaria e Palácio Farnese, Roma - Palácio dos Doges, Veneza, etc.) pelas escadas de lances retos que surgem então como elemento arquitetônico de valor.

Com Bramante, entretanto, a escada helicoidal reaparece revestida de uma roupagem nunca antes atingida. Sua escada do Vaticano (1507), com núcleo central vazado, apoiada sôbre colunas dóricas, depois jônicas e coríntias, marca o início do emprego da escada helicoidal como detalhe arquitetônico de grande relevância artística. Êste tipo é a também famosa escada do Palácio Farnese, em Caprarola, obra de Vignola (1547).

As grandes escadas nem sempre se desenvolvem numa

volta circular completa. Assim, na Vila do Papa Julio III, em Roma, também obra de Vignola (1550), e no Palácio Pitti, em Florença, obra de Brunelesqui (1435), vetustas mansões cercadas de jardins e terraços, nas duas grandes escadas conjugadas que ligam páteos e terraços, as hélices correspondem a menos de um quadrante. É o caso também dos dois lances que circundam parte do Tempietto (Roma - Bramante, 1502). Em Caprarola as duas escadas externas que marcam a entrada do Palácio, são semi-circulares, e na Biblioteca de São Marcos (Veneza - Sansovino 1536) há um trecho semi-circular entre dois lances retos. As escadas secundárias, entretanto, aparecem continuamente como as da época românica: circulares, com núcleo central, escuras e estreitas.

68- Em Veneza... "longe do Grande Canal, na populosa paróquia de São Lucas, o visitante paciente descobre, dentro de um páteo, uma singularidade arquitetônica do último Quatrocento: o Palácio Contarini del Bóvolo (cerca de 1499). "Bóvolo" em veneziano quer dizer "caracol"; e o palácio assim se denomina justamente por sua escada em caracol. Esta descreve sua espiral dentro de uma torre cilíndrica a qual, exteriormente, apresenta cinco ordens de arcadas e balaustres simples em espiral. Foi autor dêsse curioso edifício, de uma elegância um pouco excêntrica, Giovanni Candi, de Veneza, que talvez tenha tido diante de si algum modêlo românico, como o Campanil de Pisa".

69- O Renascimento francês deu-nos também exemplos maravilhosos de escadas monumentais.

Situado numa colina, dominando o rio Loire, o Castelo de Blois é uma construção de grande importância na história da Arquitetura. À parte mais antiga, mandada construir pelos Condes de Châtillon (sec. XIII) e Duques de Orleans (sec. XV), foram acrescentadas sucessivamente a ala Luiz XII, a ala Francisco I e as construções de Gastão de Orleans, projetadas por Mansard. Pode-se assim acompanhar ali a evolução da Arquitetura francesa, do século XII ao século XVII.

Na velha ala está o observatório, erigido por Catharina de Médicis, e a capela, reconstruida por Luiz XII.

A fachada Luiz XII, do lado voltado para o grande páteo interno, apresenta um pórtico com dez colunas, das quais seis são cilíndricas e as outras têem as faces planas.

Os fustes das primeiras são divididos por faixas helicoidais, em losangos decorados com flores de lis e salpicos de arminho (Pr. XIX-I). Em uma das extremidades do pórtico acha-se a chamada "pequena escada", que é circular, e, na outra, a "grande escada", de diretriz helicoidal elítica ou talvez oval.

É, entretanto, na ala Francisco I que se encontra a terceira grande escada do castelo (Pr.XVI-B), a mais célebre, também circular, cujo projeto é atribuido a Leonardo da Vinci. Sua apresentação é aqui feita através de um trecho da descrição tirada dos arquivos dos monumentos históricos:

"No meio da antiga fachada, cuja extensão foi diminuida pelas construções de Gastão de Orleans, levanta-se uma escada de caixa aberta, magnífica como pensamento e como execução. Cada vão, avançando em sacada, é ornamentado por uma balaustrada, formada de fusos de folhagens nos primeiros lances, de F e salamandras e de baixo-relêvos nos lances superiores. Por cima da cornija, semelhante à da fachada, eleva-se um ático, terminado em terraço, cujo entablamento é rico de tôda a riqueza que lhe podia dar a imaginação dos escultores da Renascença. Os balaustres do terraço e as salamandras colocadas nos pináculos dos contrafortes sintetizam os dois sistemas da decoração das sacadas dos lances. Os contrafortes são ornados de feixes de arabescos de requintado bom gôsto e de lindos nichos onde estão colocadas estátuas alegóricas ... O berço rampante da escada é decorado com nervuras cruzadas, cujos pontos de interseção ostentam medalhões com molduras de uma variedade infinita, e que apresentam alternadamente, no seu campo, os quatro emblemas da rainha e os dois do rei. Estas nervuras sobem assim até o alto, onde se espalham sob uma abóboda anelar, sustentada por um núcleo bordado de alto a baixo com maravilhosos arabescos... Quanto ao mais, não saberíamos descrever as riquezas incomparáveis da decoração dessa escada: as salamandras abrazadas, as iniciais gigantescas, as chuvas de salpicos de arminho e de flores de lis, os arabescos que se agarram aos contrafortes como entrelaçados de he-

ra, os mil detalhes de escultura, resultados de uma arte cheia de arrebatamento, de grandeza e de fantasia. É impossível encontrar em uma construção maior elegância na massa, maior delicadeza nos detalhes..."

70- O Castelo de St. Ouen (1660), em Mayenne, projetado por Lepautre, possue também uma interessante escada circular, cujo núcleo é terminado por uma coluna de fuste decorado por faixas helicoidais (Pr.XVI-A).

71- Se, entretanto, o Renascimento é a "idade de ouro" do emprêgo da hélice na Arquitetura, seu apogeu é assinalado por êste nome: Chambord!

Castelo fortificado (Pr.XVII), situado a 14 quilômetros de Blois, sua construção data de 1519-47 e seu projeto é atribuido a Pierre Nepveu.

"Penetrando no páteo interno pela porta que se abre sôbre o parque avista-se a fachada meridional, que é superior, em efeito e harmonia, à do norte. Ao fundo das duas áreas formadas pelo avanço da fortaleza(Pr.XVII-C), alçam-se em relêvo, no ponto de junção da fachada e das alas, duas encantadoras escadas (b), de caixas abertas, decoradas com três ordens de colunas superpostas e encimadas por três cariátides que sustentam uma cúpola coroada de flores de lis colossais.

Quatro portas dão acesso ao interior da fortaleza. No centro da vasta sala dos guardas que ocupa todo o andar térreo ergue-se uma escada monumental" (a e A), a qual, num deslumbramento, nos descreve Alfred de Vigny:

"... la base de cet étrange monument est comme lui pleine d'élégance et de mystères: c'est un double escalier qui s'élève en deux spirales entrelacées depuis les fondements les plus lointains de l'édifice jusqu'au-dessus des plus hauts clochers, et se termine par une lanterne ou cabinet à jour, couronnée d'une fleur de lis colossale, aperçue de bien loin; deux hommes peuvent y monter en même temps sans se voir.

Cet escalier lui seul semble un petit temple isolé; comme nos églises, il est soutenu et protégé par les arcades de ses ailes minces, transparentes et, pour ainsi dire, brodées à jour. On croirait que la pierre docile s'est ployée sous le doigt de l'architecte; elle paraît,

si l'on peut le dire, pétrie selon les caprices de son imagination. On conçoit à peine comment les plans en furent tracés, et dans quels termes les ordres furent expliqués aux ouvriers; cela semble une pensée fugitive, une rêverie brillante qui aurait pris tout à coup un corps durable; c'est un songe réalisé ..."

..."esta escada divide a sala em quatro partes iguais, medindo aproximadamente 10m x 17 m cada uma...Sôbre as abóbadas estende-se a plataforma da qual se levanta, até a altura de 32 metros, a floresta de pedra que corôa a fortaleza... a terminação da grande escada de rampa dupla (Pr. XVII-B), consiste em oito arcadas gigantescas acompanhadas de colunas e de pilastras formando colunata; sôbre esta tem apoio uma segunda ordem com balaustrada e composta de oito contrafortes. Êstes arcobotantes sustentam a continuação do núcleo vasado da grande escadaria, dentro do qual se desenvolve, acima do nível da plataforma, uma outra escada, menor e de uma só rampa, que vai ter a um belveder de extraordinária levesa, encimado por um campanil"...

Além destas quatro escadas tôdas elas circulares, citadas nos trechos acima transcritos, existem no castelo várias escadas secundárias, também em parafuso, das quais algumas estão indicadas na planta em c. No pavilhão real vamos encontrar finalmente uma escada (d), cuja diretriz é ainda um arco de hélice cilíndrica normal. É interessante verificarmos a variedade dos tipos de escadas circulares encontradas nesta construção (Pr. XIV-C, H, H e I, G, K).

Quanto ao traçado e modo de geração da grande escada de rampa dupla, a prancha IX é bem elucidativa. Temos nela a base teórica do monumento arquitetônico que é, por si só, a famosa escada de Chambord.

72- Em St. Etienne du Mont (Paris, 1517), há um outro exemplo de escada circular dupla, de cada lado da famosa tribuna. No Domo dos Inválidos (Paris, 1693), projetado por Mansard, vamos encontrar uma série de pequenas escadas em caracol e, no castelo de Chemazé (Mayenne, sec. XVI), um exemplo de escada circular, avançando sôbre a fachada, semelhante às de algumas residências do período gótico. Uma aplicação de hélice cilíndrica não circu-

si l'on peut le dire, petits enfants les empirées de son imagination. On compte à peine comment les plans en fuyant trouée, et dans quels terres les orbites furent vaguées aux ouvriers; cela ensile une pensée fugitive, une rêverie brillante qui aurait pris tout à coup un corps durable, ayant un songe réalisé ...."

...Cette escada divide a asia em quatro partes iguais, medindo aproximadamente 10m x 17 m cada uma...Sobre as sobadas estendem-se a plataforma da qual se levante, até a altura de 32 metros, a floresta de pedra que cerda a fortaleza... a terminação da grande escada de tempo duplo (Pr. XVII-3), consiste em oito arcadas gigantescas acompanhadas de colunas, de pilastras formando colunas sobre esta tem apoio uma segunda ordem com balaustrada e compostas de oito contraforte. Estes arcobotantes ensaiam a continuação do núcleo vasado da grande escadaria, dentro do qual as desenvolve, acima do nível da plataforma, uma outra escada, menor e de uma só rampa, que vai ter a um belvéder de extraordinária leveza, coroado por um campanil"...

Além destas quatro escadas todas elas circulares, existem nos trechos acima terminados, existem no castelo várias escadas secundárias, também em parafuso, das quais algumas estão indicadas na planta em C. No pavilhão real vamos encontrar finalmente uma escada (d), cuja diretriz é ainda um arco de hélice cilíndrica normal. E interessante verificarmos a variedade dos tipos de escadas circulares encontradas nesta construção(Pr.XIV-C, E, H e I, G, K).

Quanto ao traçado e modo de geração da grande escada de tempo duplo, a pranche IX é bem elucidativa. Temos nela a base teórica do monumento arquitetônico que é, por si só, a famosa escada de Chambord.

12- Na St. Etienne du Mont (Paris, 1517), há um outro exemplo de escada circular duplo, de cada lado da fachada da igreja. No Hôpital des Invalides (Paris, 1693), projetado por Mansard, vamos encontrar uma série de pequenas escadas em caracol e, no castelo de Chenesé (Maryenne, sec. XVI), um exemplo de escada circular, avançando sobre a fachada, semelhante às de algumas residências do período gótico. Uma aplicação de hélice cilíndrica não circu-

lar é feita, em trechos da grande escada em forma de ferradura do Palácio de Fontainebleau (1528), obra de Le Breton.

Do Renascimento na Inglaterra, podemos considerar, na catedral de São Paulo (Londres, 1675), obra prima de Wren, algumas grandes escadas circulares, e uma série de pequenas escadas também em caracol, estas no domo;no castelo Howard (Yorkshire, 1702), obra de Vanbrugh e Hawksmoor, uma grande escada circular interna, sem núcleo,iluminada através de uma cúpula, e, em Prior Park (Bath, 1735), aristocrática mansão projetada por John Wood, os lances circulares da grande escadaria externa.

73- Em relação aos apoios, são encontradas frequentemente "colunas com caneluras em hélice, ou rodeadas de folhagens e de galhos que sobem, enroscando-se nos fustes como se fossem gigantescas trepadeiras, e, ainda,colunas torsas" (Pr. XIX-J).

Do Castelo de Chemazé, já citado, temos, na prancha XIX-G, um dos vários tipos de coluna com decoração helicoidal, que constituem os cunhais de suas fachadas. Também do sec. XVI é o exemplo representado em H, tirado da Fontaine d'Amboise, em Clermont-Ferrand. Em K está representada uma coluna do Palácio Municipal de Perugia.

A coluna torsa, já encontrada no estilo românico (Pr. XX),adquire, na fase barroca, uma forma bem mais acentuada, para depois, como veremos, quasi desaparecer debaixo da ornamentação com que é sobrecarregada.Na prancha XIX-L é apresentado um trecho de uma das colunas do baldaquim, obra de Bernini, da catedral de São Pedro, em Roma.

74- Um dos recursos decorativos empregados no Renascimento, nas composições de ferro artístico, "é a torção que dá ao ferro de seção quadrada um aspecto brilhante, quando polido. A torção pode ser feita a frio, se o ferro fôr de bôa qualidade e se forem grandes os passos das hélices; quando se quer uma torção unida,por exemplo, um passo igual a duas vezes o lado da seção, é preciso que esta seja feita a fogo". Na prancha XXII-B, C e E temos alguns elementos decorativos do Renascimento francês em que êste recurso foi usado. O exemplo D é da grade de

lar é feita, em tiranos de grande espessura em forma de fenestras do Palácio de Fontainebleau (1528), obra de Le Breton.

No Renascimento na Inglaterra, podemos considerar, na catedral de São Paulo (Londres, 1675), obra prima de Wren, algumas grandes escadas circulares, e uma série de pequenas escadas também em caracol, estas no domínio da tela Howard (Yorkshire, 1702), obra de Vanbrugh e Hawksmoor, uma grande escada circular interna, sem núcleo, iluminada através de uma cúpula, e, em Prior Park (Bath, 1735), arlatocráticas mansões projetadas por John Wood, os lances circulares da grande escadaria externa.

73- Em relação aos apoios, são encontradas frequentemente colunas com canaluras em hélice, ou rodeadas de folhagens e de galhos que sobem, enroscando-se nos fustes como as fossas gigantescas trepadeiras, e, ainda, colunas torsas" (Fr. XIX-I).

Do Castelo de Chambé, já citado, temos, na prancha XIX-G, um dos vários tipos de colunas com decorações helicoidal, que constituem os cunhais de suas fachadas. Também do séc. XVI é o exemplo representado em K, tirado da Fontaine d'Aubetas, em Clermont-Ferrand. K está representada uma coluna do Palácio Municipal de Perugia.

A coluna torsa, já encontrada no estilo romano (Fr. IX), adquire, na fase barroca, uma forma bem mais acentuada, para depois, como veremos, quase desaparecer debaixo da ornamentação com que é sobrecarregada. Na prancha XIX-L é apresentado um trecho de uma das colunas de baldaquia, obra de Bernini, da catedral de São Pedro, em Roma.

74- Um dos recursos decorativos empregados no Barroco, mas composições de ferro artístico, "é a torção que dá ao ferro de seção quadrada um aspecto brilhante, quando polido. A torção pode ser feita a frio, ou o ferro é por de boa qualidade e se torna grande os pedaços das bilhetes; quando se quer uma torção muita, por exemplo, um passo igual a duas vezes o lado da seção, é preciso que este seja feita a fogo". Na prancha XXII-B, C e K temos alguns elementos decorativos do Renascimento francês em que este recurso foi usado. O exemplo D é da grade de

ferro da catedral de Sigüenza (Guadalajara).

75- Nos estilos do século XVIII não encontramos a hélice usada em elemento arquitetural, a não ser na decoração do Luiz XVI, onde o seu emprêgo se reveste, aliás, de um carater particularmente interessante: não temos propriamente hélice mas a sua apresentação sob uma deliciosa forma figurada.

"Durante o período Luiz XVI vemos a arte se aproximar da arte antiga, cuja frieza é sempre mitigada pela graça delicada da arte precedente" ... "O espírito da arte antiga domina cada vez mais na Arquitetura, mas há falta de inspiração, e é ainda apenas na ornamentação que podemos encontrar as características que permitem distinguir esta época" ... "Na ornamentação de interiores se faz sentir a influência dos afrêscos de Pompéia e de Herculanum, recentemente descobertos".

"O acanto, muito empregado, é utilizado nas folhagens que apresentam formas particulares: elas se enrolam muitas vezes, em forma de espiral achatada" ...

"Nos perfis, alguns corpos de molduras são rodeados por uma fita que gira em forma de hélice. Algumas vezes a fita é substituida por folhagem bem espaçada, de modo a deixar aparecer perfeitamente uma vareta".

A estas citações, não seria necessário acrescentar cousa alguma para acompanhar as figuras da prancha XXIII. Vemos em D uma vareta circundada por um ramo de carvalho; em E folhas de loureiro cingidas por uma fita; em F uma composição de La Londe, tendo como elementos uma vareta, folhagens e uma fita com pérolas; em G, uma criação de Salembier empregando uma fita e folhas de acanto; em H, duas fitas iguais enrolando-se em uma vareta. Proveniente de Pompéia, temos em A, na mesma prancha, uma decoração mural, do período helenístico.

76- Elementos de Arquitetura entraram muitas vezes nas composições dos grandes pintores de todos os tempos. Em alguns quadros e pinturas murais vamos encontrar detalhes arquitetônicos em hélice. Duccio de Buoninsegna (1285 - 1320), por exemplo, considerado um dos fundadores da Escola sienesa, no seu painel "Flagelação" (Museu da Catedral de Siena), representa Jesus Cristo ata-

ferro da catedral de Siguenza (Guadalajara).

75- Nos séculos do século XVIII não encontramos a bética usada em elemento arquitetural, a não ser na decoração do Luis XVI, onde o seu emprego se revesta,afim, de um caráter particularmente interessante; não temos propriamente bética mas a sua apresentação sob uma delicada forma figurada.

"Durante o período Luis XVI vamos a arte se aproximar da arte antiga, cuja frieza é sempre atingida pela graça delicada da arte precedente" ... "O espírito da arte antiga domina cada vez mais na Arquitetura, mas há falta de inspiração, e é ainda apenas na ornamentação que podemos encontrar as características que permitem distinguir esta época" ... "Na ornamentação de interiores se fez sentir a influência dos artífices de Pompéia e de Herculano, recentemente descobertos".

"O acanto, muito empregado, é utilizado nas folhagens que apresentam formas particulares; elas se enrolam muitas vezes, em forma de espiral achatada" ...

"Nos perfis, alguns corpos de moldura são rodeados por uma fita que gira em forma de bética. Algumas vezes a fita é substituída por folhagem bem esquemática, de modo a deixar aparecer perfeitamente uma vareta".

A estas citações, não será necessário acrescentar como algumas vêm acompanhar as figuras da pranchas XXIII. Vamos ver D uma vareta circundada por um ramo de oliveira; em E folhas de loureiro cingidas por uma fita; em F uma composição da lenda, tendo como elemento uma vareta, folhagens e uma fita com pérolas; em G, uma oriação de Salambier empregando uma fita e folhas de acanto; em H, duas fitas iguais enrolando-se em uma vareta. Provavelmente de Pompéia, temos em A,na mesma prancha,uma decoração mural, do período helenístico.

76- Elementos de Arquitetura entretanto entra vezes uma composições dos grandes pintores de todos os tempos. Na alguns quadros e pinturas antigas vamos encontrar detalhes arquitetônicos em bética. Dmonio de Ikonikagma (1250 - 1320), por exemplo, combinando um dos fundamentos da escola sienesa, no seu painel "Ilaqeiaqão" (Mesan da Catedral de Siena), representa Jesus Cristo ata-

do a uma coluna helicoidal. Colunas helicoidais são ainda encontradas no afrêsco "Martírio de São Jorge", de Allichiero de Zevio (1374 - 1451), da capela de São Felix, em Padua, e no quadro "São Lucas", do pintor flamengo Van der Weyden (1399 - 1464).

Em obras de dois outros grandes artistas aparecem colunas torsas. Uma delas é o quadro "Circuncisão" (Museu do Louvre-Paris) de Bartolomeu Ramenghi (1484 - 1592), discípulo de Rafael, e a outra é de Paolo Veronese(1528-1588), da Escola Veneziana. O trabalho de Veronese é intitulado "Veneza triunfante" e foi executado em um teto do Palácio Ducal de Veneza. Além de uma das características do artista: "a predileção pela Arquitetura monumental", podemos ali observar o emprêgo da hélice.

É Rembrandt (1606-1669), entretanto, que nos dá o mais interessante exemplo de representação do elemento arquitetônico helicoidal na Pintura (Pr. XXIV).

Nascido em Leyde, na Holanda, foi Rembrandt um dos mais notáveis artistas da Escola holandêsa e se distingue pelo "culto da luz". Nos seus quadros,"quando o episódio comporta elemento arquitetônico, inventa templos, palácios, casas que têm um pouco do longínquo gótico holandês... quando se trata de interiores reproduz as tradicionais moradias holandêsas, com as vidraças em quadrados ou losangos,pelas quais se filtra uma luz difusa, um pouco amortecida".

Fez Rembrandt dois trabalhos sôbre o mesmo tema: "O Filósofo em meditação", pintados em Amsterdam, onde passou grande parte de sua vida. Na prancha XXIV temos um trecho de um dêles. No outro há também uma escada circular, semelhante à apresentada naquela prancha,mostrando-nos que êste gênero de escada era empregado nas moradias tìpicamente holandêsas.

Charles Blanc assim nos descreve êstes quadros:"Bien souvent nous nous sommes arrêtés au Musée du Louvre à contempler les deus "Philosophes" de Rembrandt. Un rayon amorti par des vitres grasses, aux châssis de plomb, visite la demeure tranquile du solitaire. Devant lui sont des livres ouverts, mais le penseur ne les regarde plus; il songe. La lumière glisse le long du mur, rampe sur le sol, indique à peine les marches d'un escalier tournant, et se perd insensiblement dans la maison pour aller ensuite se confondre avec la nuit."

Entre as produções mais recentes, encontramos um exemplo que nos é dado pelo pintor inglês Burne-Jones (1833-1898) no seu quadro intitulado "The golden Stairs" (National Gallery, Londres), no qual é representada uma escada circular.

77- O barrôco foi o estilo arquitetônico que dominou na América colonial portuguêsa e espanhola. Na Arquitetura hispano-azteca, ou colonial do México, são encontradas colunas com estrias, às vezes em hélice, e colunas torsas. Temos exemplos destas últimas nas decorações das fachadas das Catedrais do México (sec. XVII) e do Taxco (sec. XVIII).

No estilo hispano-incáico, ou colonial do Perú e da Bolívia, as colunas são baixas e bojudas; usam-se entretanto, também as colunas torsas ou salomônicas.

A designação de salomônica é dada à coluna torsa, forma que se supõe houvesse existido no santuário do Templo de Jerusalém (1013 a 1006 A.C.), mandado construir por Salomão, no monte Mória. Desta construção restam apenas alguns alicerces mas sua Arquitetura nos é revelada por numerosas e detalhadas descrições.

Em nossos monumentos coloniais vamos encontrar colunas salomônicas nos retábulos da segunda fase do barrôco, sobretudo nas igrejas franciscanas; são usadas, pois, na plenitude do barrôco. A disposição das colunas nesses retábulos é semelhante à dos grandes portais do período românico: situadas em planos diferentes, formando uma superfície escalonada, tal como aparecem na antiga igreja do Colégio dos Jesuitas, em São Paulo.

A coluna torsa pode se apresentar cilíndrica ou com galbo (Pr.XXV-B e C). Neste último caso a superfície helicoidal circular (42) tem uma hélice cilíndrica normal como diretriz, porém, o raio da circunferência geratriz é variável. Esta variação é determinada traçando-se inicialmente a coluna galbada de eixo reto que lhe corresponde (Pr. XXV-A).

Outras vezes a coluna é revestida de tal quantidade de ornatos que sua forma se apresenta complicada e imprecisa. É o que podemos observar no primeiro exemplo da prancha XXVI, detalhe do retábulo do altar-mór da igreja de São Francisco da Penitência(Rio de Janeiro-sec.XVII).

Entre as produções mais recentes, encontramos um exemplo que nos é dado pelo pintor inglês James-Jones (1835-1898) no seu quadro intitulado "The golden Staire" (National Gallery, Londres), no qual é representada uma escada circular.

77- O barroco foi o estilo arquitetônico que dominou na América colonial portuguesa e espanhola. Na Arquitetura hispano-asteca, ou colonial do México, são encontradas colunas com estrias, as vezes em helice, e colunas torsas. Temos exemplos destas últimas nas decorações das fachadas das Catedrais do México (sec. XVII) e do Peru (sec. XVIII).

No estilo hispano-indígeno, ou colonial do Perú e da Bolívia, as colunas são baixas e bojudas; usam-se muitas vezes, também as colunas torsas ou salomônicas.

A denominação de salomônica é dada à coluna torsa, forma que se supõe houvesse existido no santuário do Templo de Jerusalém (1013 a 1006 A.C.), mandado construir por Salomão, no monte Moria. Desta construção restam-nos apenas algumas alusões nas Escrituras nos é revelada por numerosas e detalhadas descrições.

Na nossa monumental colonial vamos encontrar colunas salomônicas nos retábulos da segunda fase do barroco, sobretudo nas igrejas franciscanas; são usadas, pois, na plenitude do barroco, à disposição das colunas novas revelando é semelhante à dos grandes portais do período romântico situadas em planos diferentes, formando uma superfície escalonada, tal como aparece na antiga igreja do Colégio dos Jesuítas, em São Paulo.

A coluna torsa pode ser apresentar cilíndrica ou com gomo (Pr.XIV-B - C). Nesta último caso a superfície hiperbólica circular (12) tem uma hélice cilíndrica normal como diretriz, porém, o raio da circunferência geratriz é variável. Esta variação é determinada traçando-se idealmente a coluna galhada de eixo reto que lhe corresponde (Pr. XIV-A).

Outras vezes a coluna é revestida de tal quantidade de ornatos que uma forma se apresenta complicada e luxuosa. É o que podemos observar no primitivo exemplo de pranchas XXVI, detalhe do retábulo do altar-mór da igreja de São Francisco de Pernambuco(Rio de Janeiro-sec.XVIII).

O outro exemplo da mesma prancha é de duas colunas, que fazem parte do retábulo do altar-mór da igreja de Nossa Senhora do Monserrate (Abadia de São Bento, Rio de Janeiro-sec. XVII), semelhantes às do baldaquim da igreja de São Pedro de Roma (Pr. XIX-L).

O arquiteto Lucas Mayerhofer no seu importante trabalho sôbre a reconstituição do Povo de São Miguel das Missões (Rio Grande do Sul), apresenta um desenho de como deveria ter sido o retábulo do altar-mór da igreja daquele conjunto. As colunas helicoidais ali aparecem, no seu tipo mais singelo, com parte dos fustes decorados com estrias também em forma de hélice.

A decoração do fuste em estrias é encontrada ainda na Missão de Santo Antonio de Valero (Texas, 1774) que é um exemplo de Arquitetura colonial de influência espanhola. Neste exemplo, metade do fuste é decorado com estrias verticais e a outra metade com estrias helicoidais.

Da Arquitetura americana do sec. XVIII é também o detalhe de balaustrada representado na prancha XXIII - B, de uma escada da Usher-Royal House (Medford, Massachussets). Sente-se nesse elemento a influência inglêsa do período elizabethiano. É interessante observarmos a variedade de superfícies helicoidais nele utilizada.

78- A Arquitetura contemporânea tem nos novos materiais uma fonte inesgotável de expressão.

As escadas circulares de tijolo, de madeira e de pedra foram substituidas pelas de ferro, ainda muito empregadas no começo do nosso século, e, finalmente, pelas de concreto armado.

Estas últimas pertencem comumente a um dos três tipos seguintes:

1º) Escadas com degraus engastados por uma extremidade numa coluna ou núcleo central (Pr. XIV-M). Algumas vezes os degraus, reduzidos apenas ao piso, sao lajes isoladas; outras vezes pisos e espelhos reunidos formam um conjunto, como se fosse uma laje, por assim dizer, poligonal (Pr. XXX-C).

2º) Escadas com degraus apoiados em vigas helicoidais. Há exemplos em que as lajes dos pisos se apoiam em duas vigas, como na escada de degraus de vidro do Pavilhão de Saint Gobain na Exposição de 1937, em Paris; ou-

O outro exemplo de mesma pressão é de duas colunas que fazem parte do retábulo do altar-mór da igreja de Nossa Senhora do Monserrate (Abadia de São Bento, Rio de Janeiro-sec. XVII), semelhante ao do baldaquim da igreja de São Pedro de Roma (Pr. XIX-L).

O arquiteto Lucas Meyerhofer no seu importante trabalho sôbre a reconstituição do Povo de São Miguel das Missões (Rio Grande do Sul), apresenta um desenho de como deveria ter sido o retábulo do altar-mór da igreja da quela conjunto. As colunas helicoidais ali aparecem, no seu tipo mais simples, com parte dos fustes decorados com estrias também em forma de hélice.

A descoberta do fuste em estrias é encontrada ainda na Missão de Santo Antonio de Valero (Texas, 1724) que é um exemplo de arquitetura colonial de influência espanhola. Neste exemplo, metade do fuste é decorado com estrias verticais e a outra metade com estrias helicoidais.

Da Arquitetura americana do sec. XVIII é também o detalhe de balaustrada representado na prancha XVIII - B, de uma escada da Ober-Royal House (Medford, Massachusetts). Sente-se nesse elemento a influência inglêsa do período elisabetiano. É interessante observarmos a variedade de superfícies helicoidais nela utilizada.

18- A Arquitetura contemporânea tem nos novos materiais uma fonte inesgotável de expressão.

As escadas circulares de tijolo, de madeira e de pequenas formas substituídas pelas de ferro, ainda muito empregadas no começo do nosso século, e, finalmente, pelas de concreto armado.

Estas últimas permanecem comumente a um dos três sistemas seguintes:

1º) Escadas com degraus suspensos por uma extremidade numa coluna ou núcleo central (Pr. XIV-M). Algumas vezes os degraus, reduzidos apenas ao piso, são lajes isoladas; outras vezes piso e espelho reunidos formam um conjunto, como se fosse uma laje, por assim dizer, periférica (Pr. XXX-C).

2º) Escadas com degraus apoiados em vigas helicoidais. Há exemplos em que as lajes dos pisos se apoiam em duas vigas, como na escada de degraus de vidro do Instituto de Saint Gobain na Exposição de 1937, em Paris; es-

tras vezes os degraus em balanço para os dois lados, são apoiados apenas numa viga central (Pr. XIV-N), como no caso do Pavilhão da Irlanda da Feira Mundial de 1939 em Nova York. Dêsse tipo é também a escada reproduzida na prancha XXIX.

3º) Escadas com os degraus apoiados numa laje que, por sua vez, tem apoio apenas nas duas extremidades, superior e inferior (Pr. XIV-O). É o caso de uma das escadas do Instituto dos Resseguros do Brasil, projeto dos arquitetos M.M.M.Roberto, e dos dois lances da escada interna da Estação de Hidros do Aeroporto Santos Dumont (Pr. XXX- b e B). De tipo semelhante a êste são as escadas do Estádio Giovanni Berta, em Florença: uma viga helicoidal, de sentido oposto ao da escada sustenta o ponto médio da face interna da laje (Pr. XXVIII-A). Outro exemplo é uma das escadas da Biblioteca de Lugano(Suiça) de diretriz helicoidal elítica.

79- Escadas de concreto armado conjugadas, com plano semelhante ao da grande escada dupla de Chambord (Pr. XIV-K), aparecem na Exposição de Paris (1937), na "Porte d'Honneur" correspondente à ponte Alexandre III (Pr. XXVIII-D).

Apresentamos na prancha XIV-L outro plano também usado pelos arquitetos do passado, no qual uma escada se desenvolve dentro de um cilindro núcleo e outra por fora dêsse mesmo cilindro. Verifica-se, porém, que numa disposição particular podemos fazer a coincidência das origens das duas superfícies helicoidais de mesma declividade (38) como no exemplo apresentado na prancha X.

É uma solução bastante interessante para ser empregada em alguns programas de nossos dias tais como escolas, ginásios, casas de diversões, bibliotecas, etc. Pela reunião das nascenças das escadas em um único sítio é facilitada a fiscalização do acesso aos edifícios, podendo ser reduzido o número de pessôas nela empregado.

Partindo de um mesmo ponto, as escadas conduzem a pontos diferentes de um mesmo pavimento ou ao mesmo ponto de pavimentos diferentes, segundo um estudo particular dos raios dos cilindros feito para cada caso. Não encontramos nenhum exemplo de escadas dêsse modo conjugadas e acreditamos ser esta uma disposição interessan-

tras vezes os degraus em balanço para os dois lados, até apoiados apenas numa viga central (pr. XIV-M), como no caso do Pavilhão da Ilhada da Feira Mundial de 1939 em Nova York. Dêste tipo é também a escada reproduzida na prancha XXIX.

38) Escadas com os degraus apoiados numa laje que, por sua vez, tem apoio apenas nas duas extremidades, anterior e inferior (pr. XIV-O). É o caso de uma das escadas do Instituto dos Engenheiros do Brasil, projeto dos arquitetos M.M.Roberts, e dos dois lances de escada in terna da Estação de Bidros do Aeroporto Santos Dumont (pr. XXX- b e E). De tipo semelhante é êste na escada do Hôtel Giovanni Berta, em Florença, uma viga horizontal, de sentido oposto ao da escada auxiliar o contém à face interna da laje (pr. XXVIII-a). Outro exemplo é uma das escadas da Biblioteca de Lugano(Suíça) de diversas helicoidal elíptica.

39- Escadas de concreto armado conjugadas, com planos semelhantes ao da grande escada dupla de Chambord (Pr. XIV-E), apareceram na Exposição de Paris (1937); na "Porta d'Honneur" correspondente à ponte Alexandre III (pr. XXVIII-D).

Apresentamos na prancha XIV-L outro plano também usado pelos arquitetos do passado, no qual uma escada de desenvolve dentro de um cilindro maciço e outra por fora dêsse mesmo cilindro. Verifica-se, porém, que numa disposição particular podemos fazer a coincidência das orientações das duas superfícies helicoidais de mesma declividade de (38) como no exemplo apresentado na prancha X.

É uma solução bastante interessante para surpreender em alguns programas de nossos dias tais como escolas, ginásios, casas de diversões, bibliotecas, etc. Pela reunião das escadas das escadas em um único eixo é facilitada a fiscalização do acesso aos edifícios, podendo ser reduzido o número de pessôas mais empregado.

Partindo de um mesmo ponto, as escadas conduzem a pontos diferentes de um mesmo pavimento ou ao mesmo ponto de pavimentos diferentes, sendo as subidas particular das meios dos cilindros feito para cada caso. Não se conhecemos nenhum exemplo de escadas dêsse modo conjugadas a acreditamos ser êste uma disposição interessan-

te cujo emprêgo sugerimos aos arquitetos.

80- As rampas helicoidais são muito empregadas na Arquitetura moderna. Na prancha XXVIII-E estão representadas as duas rampas circulares conjugadas do tanque dos pinguins do Jardim Zoológico de Londres. A mesma prancha, em B, mostra um aspecto da Feira Mundial de Nova York (1939) com sua longa rampa, também circular. Seu projeto foi escolhido entre muitos outros, dois dos quais estão representados na prancha XXVII-D e F. Num dêles temos uma curva helicoidal cônica empregada como elemento decorativo e no outro, para circulação, uma rampa helicoidal esférica. Em E, na prancha XXVII, é apresentada a rampa helicoidal cônica do pavilhão da "Ford Motor Company", da mesma exposição de Nova York.

Nas construções para fins industriais as rampas helicoidais, curvilíneas em geral (39), são usadas para transportar objêtos ou volumes de andares superiores para inferiores. Algumas vezes é empregado um helicóide curvilíneo duplo.

81- Na Arquitetura contemporânea vamos encontrar ainda a hélice como elemento decorativo de colunas. Um exemplo é dado pelos capitéis de um outro pavilhão da Feira de Nova York (Pr. XXVIII-C). Outro emprego, mais interessante, entretanto, da hélice na decoração é apresentado na mesma prancha em F. Projetadas pelo arquiteto Stelio Alves de Souza estas colunas, que se encontram no hall do Cineac Trianon, são revestidas por duas faixas helicoidais de aço inoxidável.

82- Voltando às escadas de concreto armado, vejamos um pouco mais detalhadamente dois dos exemplos já apresentados.

Na prancha XXIX temos a escada de viga helicoidal da residência Johnson, em Fortaleza, projetada pelo arquiteto Oscar Niemeyer. O cálculo dessa escada foi feito pelo engenheiro Aderson Moreira da Rocha. Os desenhos apresentados esclarecendo suficientemente seu traçado, limitamo-nos a transcrever alguns dados relacionados ao cálculo de sua estrutura:

"Em linhas gerais a escada foi calculada consideran

do-se como estrutura principal a viga helicoidal que recebe a carga dos degraus, os quais são constituidos por placas em balanço, engastadas na referida viga. A viga helicoidal foi calculada como transmitindo toda a carga ao apoio inferior, uma vez que, no topo, vai ter à laje da varanda, a qual não oferece rigidês suficiente para ser considerada como apoio. Como dificuldade de cálculo surgiu também o fato do terreno ser constituido de aterro até três metros de profundidade. Assim, foi preciso projetar a fundação até essa profundidade, ficando a viga em hélice engastada numa coluna, com três metros, e apoiada em uma sapata excêntrica. No tôpo foi considerado um apoio móvel na direção vertical, oferecendo, porém, reações e momento de reação no plano horizontal; no pé foi considerada a viga como engastada no pilar, o qual transmite a carga vertical e os momentos de engastamento, radial e tangencial, à sapata de fundação. Esta última, recebendo uma carga excêntrica e um momento, foi projetada de modo a fazer com que a resultante geral ficasse o mais próximo possível de seu centro".

83- A Estação de Hidros do Aeroporto Santos Dumont é por muitos considerada a joia de nossa Arquitetura moderna. Expontânea, sincera, sem pretenções, é, evidentemente, a expressão exata do que deve realizar uma obra de arte: refletir a personalidade do seu creador. Atilio Corrêa Lima, antes de desaparecer tragicamente nas imediações da sua Estação de Hidros, já havia deixado ali muito de sua alma.

Duas escadas helicoidais circulares dessa construção são apresentadas na prancha XXX: em b e B, a escada interna que é cortada por um patamar, e, em a e C, a escada externa. Nesses dois casos da Estação de Hidros o corrimão, sendo constituido por tubos de seção circular, é um exemplo de aplicação da serpentina.

O patamar acarreta uma interrupção das hélices e das superfícies helicoidais da escada. Estas são por êle interceptadas em pontos que, conservando as ordenadas giram de um ângulo, equivalente ao ângulo central que corresponde a êsse novo elemento, e prosseguem na trajetória helicoidal iniciada. Na escada interna representada em B, o patamar abrange aproximadamente 180 graus.

84- Terminando êste capítulo vejamos alguns dados relativos à determinação dos valores numéricos dos elementos de uma escada circular.

A fórmula que estabelece a ligação entre h, altura do degrau, e p, largura do piso, é a mesma que se emprega na prática para uma escada qualquer:

$$2h + p = 62\text{cm. a } 64 \text{ cm.}$$

devendo-se observar, apenas, que a largura p é contada, geralmente, sôbre o arco da circunferência média dos pisos.

A fórmula que Blondel apresenta no seu "Cours d'Architecture" é $2h + p = 64$ cm., exatamente; outros empregam a expressão $p + h = 49$ cm. Verificamos que se fizermos, na fórmula de Blondel, $h = 0$, obtemos $p = 64$ cm. que é, aproximadamente, a medida do passo de quem caminha em marcha normal, sôbre um plano horizontal; se considerarmos $p = 0$, resultará $h = 32$ cm. que é o valor aconselhado para o espaçamento dos degraus de uma escada vertical. A fórmula tirada dêstes valores extremos dará, pois, a melhor solução para os casos intermediários.

O número de degraus por passo não deve ser inferior a quinze, o que dá uma boa altura livre no caso de degraus inferiores serem cobertos por outros degraus. É mais comum, entretanto, tomar-se como base de cálculo um número par e, sobretudo, um múltiplo de quatro, o que permite uma distribuição mais uniforme dos pisos nos diferentes quadrantes.

O número de degraus por passo multiplicado pela largura média de cada um dá o perímetro da circunferência mediana dos pisos cujo raio pode, então, ser deduzido. Sendo L a largura da escada, somamos ou subtraimos o valor $L/2$ ao raio da circunferência média para obtermos, respectivamente, os raios da seção reta do cilindro externo e do cilindro núcleo.

Outras vezes fazemos a marcha contrária: fixamos inicialmente os diferentes valores e depois verificamos se as medidas escolhidas satisfazem às relações aconselhadas.

Outros elementos nos quais deve ainda se basear o projeto da escada são a posição e a orientação da partida e da chegada nos locais cuja ligação queremos estabelecer.

84- Terminando este capítulo vejamos alguns dados relativos à determinação dos valores numéricos dos elementos de uma escada circular.

A fórmula que estabelece a ligação entre h, altura do degrau, e p, largura do piso, é a mesma que se emprega na prática para uma escada qualquer:

$$2h + p = 62 \text{ a } 64 \text{ cm}.$$

devendo-se observar, apenas, que a largura p é contada, geralmente, sobre o arco da circunferência média dos piso.

A fórmula que Blondel apresenta no seu "Cours d'Architecture" é $2h + p = 64$ cm., evidentemente, outra coisa que a expressão $p + h = 45$ cm. Verificamos que se fizer, na fórmula de Blondel, $h = 0$, obtemos $p = 64$ cm que é, aproximadamente, a medida do passo de quem caminha em marcha normal, sobre um plano horizontal; se considerarmos $p = 0$, resultará $h = 32$ cm que é o valor aconselhado para o espaçamento dos degraus de uma escada vertical. A fórmula citada dá-nos valores extremos dela, pois, a não ser adoptado para os casos intermediários.

O número de degraus por passo não deve ser inferior a quinze, o que dá uma boa altura livre no vão de degraus inferiores serem cobertos por outros degraus. É mais comum, entretanto, tomar-se como base de cálculo um número par e, sobretudo, um múltiplo de quatro, o que permite uma distribuição mais uniforme dos pisos nos diferentes quadrantes.

O número de degraus por passo multiplicado pela largura média de cada um dá o perímetro da circunferência médiana dos pisos onde raio pode, então, ser deduzido. Sendo L a largura da escada, somamos ou subtraímos o valor $L\sqrt{2}$ ao raio da circunferência média para obtermos, respectivamente, os raios da espera tela do cilindro externo e do cilindro mídiano.

Outras vezes fazemos a marcha contrária; fixamos inicialmente os diferentes valores e depois verificamos se medidas possíveis satisfazem às relações aconselhadas.

Outros elementos nos ainda devem ser lembrados: o projeto da escada são a posição e a orientação da janela e da chegada nos locais onde ligação queremos estabelecer.

C O N C L U S Ã O

Acabamos de examinar a utilização da hélice na Arquitetura.

O estudo teórico inicialmente empreendido sôbre essa curva e superfícies derivadas e os exemplos de seu emprêgo, apresentados no último capítulo, permitem-nos concluir:

1º) QUE A HÉLICE FOI MUITO USADA NA ARQUITETURA;

2º) QUE A HÉLICE MAIS EMPREGADA NA ARQUITETURA FOI A CILÍNDRICA NORMAL;

3º) QUE A HÉLICE CONTINUA A OFERECER AOS ARQUITETOS, TANTO SOB O ASPECTO ARTÍSTICO QUANTO SOB O PONTO DE VISTA PRÁTICO, INTERESSANTES POSSIBILIDADES DE APLICAÇÃO.

BIBLIOGRAFIA

Almeida e Vasconcellos, Fernando de - História das Matemáticas na Antiguidade.

Amiot e Chevillard - Nuove Lezioni di Geometria Descrittiva.

Antomari, X. - Cours de Géométrie Descriptive.

Barberot, E. - Histoire des Styles d'Architecture.

Bartlett, F.W. e Johnson, T.W. - Engineering Descriptive Geometry and Drawing.

Bazin, Germain - Rembrandt et la Peinture hollandaise au Musée du Louvre.

Bell, E.T. - The Development of Mathematics.

Berzolari, Vivanti e Gigli - Enciclopedia delle Matematiche Elementari.

Blanc, Charles - Histoires de Peintres.

Boyer, Jacques - Histoire des Mathématiques.

Bubb, F.W. - Descriptive Geometry.

Catalan, E. - Traité de Géométrie Descriptive.

Chaix, J. - Traité de Coupe des pierres.

Choisy, Auguste - Histoire de L'Architecture.

Cirodde, P.L. - Leçons de Géométrie.

Cloquet, L. - Traité d'Architecture.

Dauzat, M. - Éléments de Méthodologie Mathématique.

Elizalde, José Antonio - Curso de Geometria Descritiva.

F.G.M. - Exercices de Géométrie

F.G.M. - Exercices de Géométrie Descriptive.

F.I.C. - Elementos de Geometria

F.I.C. - Elementos de Geometria Descritiva.

Fletcher, Banister - History of Architecture.

Fletcher e Calzada - Historia de la Arquitetura.

Fourquet, J. - Éléments de Géométrie Descriptive.

Gauthier, Joseph - Graphique d'Histoire de l'Art.

Giesecke, F.E., Mitchell, A. e Spencer, H.C. - Technical Drawing.

Goodwin, P.L. - Brazil Builds.

Gournerie, Jules de La - Traité de Géométrie Descriptive.

Hadamard, Jacques - Leçons de Géométrie élémentaire.

Itard, Jean - Géométrie dans l'Espace.

Javary, A. - Traité de Géométrie Descriptive.

Lejeune, Emile - Traité pratique de la coupe des pierres.
Leroy, C.F.A. - Traité de Géométrie Descriptive.
Libonis, L. - Les Styles enseignés par l'exemple.
Loria, Gino - Curve Sghembe Speciali.
Loria, Gino - Curve Piani Speciali.
Mannheim, A. - Cours de Géométrie Descriptive.
Mayerhofer, Lucas - Reconstituição do Povo de São Miguel das Missões.
Mello Júnior, Donato - Notas de História da Arte.
Michel, Emile - Rembrandt.
Motta Pegado, Luiz Porfírio da - Curso de Geometria Descriptiva.
Muñoz, Antonio - Rembrandt.
Pillet, J. - Causeries sur le Dessin Industriel.
Pillet, Jules - Traité de Géométrie Descriptive.
Rebière, A. - Mathématiques et mathématiciens.
Rodrigues, Alvaro José - Geometria Descritiva.
Roos Jr., F.R. - Handbook of Art History.
Rossi, Cezare e Boroli, Marco - Venezia.
Roubaudi, C. - Traité de Géométrie Descriptive.
Rouché et Comberousse - Traité de Géometrie.
Santos, Paulo Ferreira dos - Apostilhas da Cadeira de Arquitetura no Brasil.
Sibenaler, N. - Cours de Géométrie Descriptive.
Smith, W.G. - Practical Descriptive Geometry.
Sofer, Leopoldo - Solari Viglieno, Juan - Historia de la Arquitetura - Cuadros Sinóticos.
Speltz, Alexander - Styles of ornaments.
Springer e Ricci - Storia dell'Arte.
Taibo Fernández, Angel -Tratado de Geometria Descriptiva.
Towsend, Gilbert - Stair Building.
Tubeuf, Georges - Traité d'Architecture.
Vigny, Alfred de - Cinq Mars.
Warner, F.M. - Applied Descriptive Geometry.
Watts, E.F. e Rule, J.T. - Descriptive Geometry.
Wellman, B.L. - Technical Descriptive Geometry.
Zeuthen, H.G. - Histoire des Mathématiques.
Revistas: Architecture d'Aujourd'hui (1934-37-46).
Arquitetura e Urbanismo (1938).
Concreto (1942).
Techniques et Architecture (1946).
The Architectural Forum (1939.

JORNAL DO COMMERCIO — Rodrigu
Av. Rio Branco, 117 - Rio de Jane