



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

INSTITUTO DE ECONOMIA

Frederico Guilherme Beltrão Rosa Marinho Carvalho

DESATENÇÃO RACIONAL NA TOMADA DE DECISÃO: UM MODELO DE
ALOCAÇÃO DE PORTFÓLIO

Rio de Janeiro

2022

Frederico Guilherme Beltrão Rosa Marinho Carvalho

DESATENÇÃO RACIONAL NA TOMADA DE DECISÃO: UM MODELO DE
ALOCAÇÃO DE PORTFÓLIO

Monografia apresentada ao Programa de Graduação em ciências econômicas da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito para obtenção do título de bacharel em ciências econômicas.

Orientador: Prof. Dr. Pedro James Frias Hemsley

Rio de Janeiro

2022

CIP - Catalogação na Publicação

B453d Beltrão Rosa Marinho Carvalho, Frederico Guilherme
Desatenção Racional na Tomada de Decisão: Um
Modelo de Alocação de Portfólio / Frederico Guilherme
Beltrão Rosa Marinho Carvalho. -- Rio de Janeiro,
2022.
27 f.

Orientador: Pedro James Frias Hemsley.
Trabalho de conclusão de curso (graduação) -
Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto
de Economia, Bacharel em Ciências Econômicas, 2022.

1. Desatenção Racional. 2. Crises Financeiras. 3.
Alocação de Portfólio. I. Frias Hemsley, Pedro James,
orient. II. Título.

FREDERICO GUILHERME BELTRÃO ROSA MARINHO CARVALHO

DESATENÇÃO RACIONAL NA TOMADA DE DECISÃO: UM MODELO DE
ALOCAÇÃO DE PORTFÓLIO

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Instituto de Economia da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito para a obtenção do título de Bacharel em Ciências Econômicas.

Rio de Janeiro, 22 de agosto de 2022.

PEDRO JAMES FRIAS HEMSLEY - Presidente

Professor Dr. do Instituto de Economia da UFRJ

LYNDA CAROLINA PAVÃO

Mestra em Economia pela UFF

MARIA EDUARDA BARROSO PERPÉTUO DE SOUZA

Mestra em Economia pela UFRJ

AGRADECIMENTOS

À Priscila, pela companhia e apoio sempre presentes em minha jornada.

A meu pai, por sempre apontar a direção em meio a águas turbulentas

À minha mãe, pelo contínuo estímulo intelectual ao longo de toda minha vida

A meus amigos, em especial Victor e Hugo pelas longas e sempre frutíferas conversas

A meu orientador, Pedro Hemsley e também a todo o corpo docente do Instituto de Economia da UFRJ

Resumo:

Crises financeiras internacionais apresentam grandes desafios para a teoria econômica, devido principalmente à imprevisibilidade, capacidade de deflagração e assimetrias geradas, o que leva a uma aparente violação de preceitos da economia neoclássica, como comportamento racional e maximizador de utilidade por parte dos agentes econômicos. Com isso em vista, teorias alternativas ganharam tração, em especial a partir dos anos 80, destacando-se aí o rápido desenvolvimento da economia comportamental. Porém, desenvolvimentos dentro da economia comportamental levaram ao desenvolvimento de modelos que levam em consideração a tomada de decisão dos agentes como, majoritariamente, um processo de otimização de sua capacidade de processamento de informações – os modelos de desatenção racional. O objetivo desta monografia é propor um modelo simples de desatenção racional para análise de alocação de portfólio internacional – extensível para outros tipos de portfólio – que sirva para descrever como investidores podem se comportar quando defrontados com uma crise financeira global, como no caso da pandemia de Covid-19, e demonstrar que os preceitos neoclássicos se mantêm, mesmo em um contexto de excepcionalidade, se aliados ao conceito de desatenção racional. Neste modelo, o agente maximiza, com base na informação disponível, o retorno percebido de sua carteira de investimento ao selecionar um nível de atenção que depende da interação entre dois índices de retorno passados distintos, podendo também selecionar um nível de atenção que minimize a variância da carteira, e é a partir deste nível de atenção selecionado que o agente irá, em última instância optar por manter sua posição ou encerrá-la.

Palavras-chave: Desatenção Racional, Crises Financeiras, Alocação de Portfólio

Abstract:

International financial crises pose great challenges to economic theory, mainly due to the unpredictability, deflagration potential and the asymmetries generated, which lead to apparent violations of core concepts of neoclassical economics, such as maximizing and utility maximizing behavior by economic agents. Taking this into account, alternative theories gained traction, starting mainly on the 80's, of which the rapid development of behavioral economics are highlighted. However, internal developments of behavioral economics led to the rise of models that take into account agent decision making as mainly an optimization of their own ability to obtain and process information – rational inattention models. The objective of this monograph is the proposal of a simple rational inattention model for international portfolio allocation – that can be extended for other types of portfolio – that describes how investors can behave. When confronted with a major global financial crisis, such as the one generated by the Covid-19 pandemic, and demonstrate that the core neoclassical concepts can stand, even with such exceptionality, if combined with the rational inattention concept. In this model, the agent maximizes, based on the information available, the perceived returns of his portfolio, by choosing an attention level dependent on the interaction of two past return indexes, while also being able to choose an attention level that minimizes the variance of said portfolio. As such, it is based on the attention level selected that the agent will decide to either hold his position or end it.

Keywords: Rational Inattention, Financial Crises, Portfolio Selection

Lista de Abreviaturas e Siglas

EMBI+ - Emerging Markets Bond Index Plus, índice que mede o desempenho diário de títulos de dívida pública de países emergentes frente a seus correlatos do tesouro estadunidense.

ER – *Excess Returns*, traduzido de forma livre também para Retornos em Excesso/excedentes

Sumário

1 - Introdução.....	8
2 - Revisão de Literatura	10
3 - Desatenção Racional e Crises Financeiras Internacionais	15
4 - O Modelo.....	18
4.i Máximo retorno percebido	19
4.ii Mínima Variância	21
5 – Resultado	23
6 - Conclusão	26
7 - Referências.....	27

1 - Introdução

A pandemia de Covid-19 criou uma imensa disrupção nos mercados financeiros, com um aumento muito significativo da incerteza, observada ao longo de 2020. forçando uma recomposição da alocação de ativos nos principais mercados financeiros internacionais. Países emergentes, como o Brasil, sofreram com fuga de capital estrangeiro, num grande movimento de *flight to safety*, afetando as taxas de câmbio. Em um ambiente de grande incerteza, ativos de países emergentes, que já possuem um prêmio de risco associado, se tornam especialmente não-atraentes, e, como também sofreram pesadas contrações econômicas, a ameaça de risco fiscal associada à alta dívida são bons caminhos para o entendimento desta saída. Porém, isto também apresenta uma oportunidade de entender estes movimentos de uma forma mais abrangente, através de uma moldura de restrição cognitiva.

Crises financeiras desta natureza são um campo de estudo fértil, que perpassa diversas áreas do conhecimento econômico, e também geram grandes controvérsias acerca de como devem ser entendidas, a depender da abordagem utilizada. o estudo deste fenômeno, especificamente a fuga de capital, não deve ser restrito a apenas um tipo de abordagem, pois, conforme visto na obra de Jean Tirole¹, é necessária uma análise que dê conta de fenômenos puramente macroeconômicos, microeconômicos (como problemas de coordenação) e comportamentais, bem como de política econômica e aspectos sociológicos. Tudo isto irá influenciar a decisão de investidores na hora de alocar seu portfólio e nem sempre a alocação selecionada parecerá ótima, conforme prevista na teoria neoclássica, mas o que não necessariamente sugere comportamento irracional por parte dos agentes. Veremos que um modelo que utilize o conceito de desatenção racional nos permite compreender este fenômeno de forma ampla, mas sem abandonarmos o princípio de racionalidade dos agentes econômicos.

O objetivo desta monografia, portanto, é propor, conforme a sugestão de Gabaix², um modelo simples de desatenção racional, dentro do qual os agentes selecionam endogenamente o nível de atenção dado a dois ativos distintos baseado na expectativa de retorno dos mesmos e em sua covariância histórica. A partir daí ele forma sua expectativa de retorno *percebido* e opta por investir ou desinvestir. Inicialmente trataremos este modelo dentro do contexto de fuga de capital, com os ativos sendo representados pelo retorno em excesso do investimento

¹ TIROLE, 2002

² GABAIX, 2019, pp. 263-266

estrangeiro e a variação da taxa de câmbio. Após, vamos demonstrar que o modelo pode ser generalizado.

2 - Revisão de Literatura

O problema da alocação de portfólio perpassa diversas vertentes do pensamento econômico e é uma divergência especialmente importante entre novos clássicos, novos keynesianos, pós-keynesianos, economistas experimentais e economistas comportamentais³. Como exposto por Matthew Fung, em seu artigo *Developments in behavioral finance and experimental economics*⁴ a divergência se dá justamente nas premissas utilizadas para a modelagem do comportamento dos investidores. A hipótese dos mercados eficientes, em Eugene Fama⁵, bastante influente na análise de mercado de capitais e comportamento dos investidores propõe que, no longo prazo, é razoável considerar que retornos são normalmente distribuídos, com todas as distorções de curto prazo sendo corrigidas, sendo possível, portanto, assumir que agentes se comportam de forma racional no longo prazo, conforme o ajuste de expectativas é realizado. A hipótese dos mercados eficientes deu ainda mais sustentação à teoria novo clássica de alocação de portfólio, de Harry Markowitz⁶, em que é possível pelo cálculo da média dos retornos e da variância (risco) dos mesmos, encontrar o portfólio ótimo.

É possível observar a influência que este modelo possui até os dias de hoje, como no trabalho de Ziarko e Kliber⁷ sobre alocação de portfólio utilizando dados da bolsa de Varsóvia ao longo do ano de 2020, no qual os autores utilizaram alocações semelhantes à de Markowitz, adicionando elementos para otimizá-la. Apesar dos bons resultados obtidos, é possível também perceber que em situações de mercado estressado, não é possível afirmar que os agentes agiram com racionalidade perfeita.

Partindo de Keynes, a vertente pós-keynesiana, economistas experimentais e comportamentais⁸ consideram o efeito da psicologia dos agentes na hora da tomada de decisão, como um fator crucial para a compreensão do comportamento dos agentes no mercado financeiro, o que leva a um questionamento da validade da hipótese dos mercados eficientes. Neste trabalho, porém, devido principalmente às limitações de escopo de uma monografia, enfatizaremos três destes modelos de escolha de portfólio, e apresentaremos o

³ FUNG, 2006

⁴ FUNG, 2006

⁵ FAMA, 1976, pp. 17-39

⁶ MARKOWITZ, 1952

⁷ KLIBER/ZIARKO, 2021

⁸ FUNG, 2006. P. 20

conceito de desatenção racional como forma de relaxar as hipóteses contidas em dois destes modelos e integrar uma terceira na moldura de agentes racionais neoclássica.

A primeira delas é a teoria de escolha de portfólio, de Markowitz⁹, a segunda a hipótese dos mercados eficientes, elaborada por Eugene Fama¹⁰ e por último finanças comportamentais, incluindo aí a Teoria da Prospecção, de Kahneman e Tversky, esta última derivada do campo maior da economia comportamental, cujos grandes expoentes são Simon e Thaler. Objetivamos, no modelo a ser apresentado, demonstrar que não são mutuamente excludentes, mas sim complementares.

As duas primeiras estão firmemente no território da economia neoclássica, tendo como principal norte a ideia de maximização de utilidade esperada na escolha de portfólio, o que implica em assumir a racionalidade dos agentes. Já o campo de finanças comportamentais trabalha justamente com o relaxamento da hipótese da racionalidade, buscando entender o viés dos agentes na hora da tomada de decisão. A análise comportamental, ao buscar entender as imperfeições de mercado causadas pelo próprio processo de tomada de decisões dos agentes é capaz de elucidar diversos pontos e questões consideradas irrealistas dentro de uma moldura de maximização de utilidade, como por exemplo crises financeiras de larga escala, em especial as internacionais. Porém, ainda assim, possui problemas de falta de generalização, conforme exposto por Fama em artigo que defende a hipótese dos mercados eficientes perante as críticas de Thaler, argumentando que a proposta da economia comportamental funciona bem como uma análise de conjuntura a curto prazo, mas que no longo prazo os mercados continuarão se comportando da forma prevista pela hipótese dos mercados eficientes¹¹

Porém, como veremos ao longo deste trabalho, podemos lidar com a questão da escolha de portfólio por um viés comportamental, mas sem abandonarmos a moldura neoclássica de maximização de utilidade. Esta abordagem é a da desatenção racional. Xavier Gabaix, em seu capítulo *Behavioral Inattention*, presente no manual *Handbook of Behavioral Economics – Foundations and Applications* (2019), descreve em detalhes os princípios e a aplicabilidade deste conceito nas ciências econômicas e demonstra que a grande maioria dos modelos comportamentais pode ser descrito em termos de atenção. De acordo com este conceito, agentes possuem uma restrição cognitiva, individual, que indica sua capacidade de

⁹ MARKOWITZ, 1952.

¹⁰ FAMA, 1970.

¹¹ FAMA, 1998, pp. 303-304.

absorção de informação. Em outras palavras, representa a capacidade de agentes utilizarem a informação disponível, sendo que cada agente, individualmente, pode selecionar um nível de atenção específico.

Traduzindo isto para o problema da escolha, os agentes não são capazes de formar, com precisão, expectativas acerca de retornos futuros, visto que, por terem restrição cognitiva, não conseguem apreender todas as informações necessárias para formar com precisão suas expectativas, e aumentar o nível de informação pode ser muito custoso. Neste sentido, quanto maior a quantidade de informação que o agente pode selecionar dada uma restrição cognitiva, menor será a distância entre a sua previsão e o resultado que será efetivamente observado, ou seja, o ruído será reduzido. O agente não é capaz de eliminar o ruído por completo, mas é capaz de maximizar a sua capacidade preditiva ao minimizar o ruído. Em outras palavras, o agente percebe, por exemplo, uma curva de retornos, ao selecionar o nível de informação que minimize o ruído, se aproximando o máximo possível do que seria a curva de retornos futura *real*, entendida aqui como formação de expectativa com informação perfeita, como no caso de Markowitz e Fama. Não iremos entrar no âmbito de como se formam as expectativas, apenas de como os agentes apreendem a mesma.

Tendo determinado que o agente seleciona o nível de atenção visando diminuir o ruído acerca da expectativa de retorno do investimento, é necessário entender a dinâmica do ruído. Podemos entender o ruído como o nível de certeza relativo à uma previsão de uma curva de retornos. Tendo um agente formador de expectativas determinado uma distribuição de retornos futuros, o ruído é a distância entre a expectativa e o retorno realizado no tempo $t+1$. Sendo cumulativo, esta distância pode aumentar ou diminuir ao longo das observações realizadas, podendo o formador de expectativas ajustar seu próprio modelo para adaptar às diferenças preditivas de forma a otimizá-lo.

A escolha do nível de atenção irá determinar a formação de expectativas, minimizando o ruído. Podemos, portanto, afirmar que estamos tratando de um problema de otimização dada uma série de restrições, e, seguindo Matejka & McKay¹², um modelo de desatenção racional é um modelo de maximização de utilidade. Estes dois autores apresentam um modelo bastante elucidativo de tomada de decisão com desatenção racional baseado no desenvolvido por Sims¹³. Neste caso, e como trabalharemos ao longo desta monografia, a escolha é logística, ou

¹² MATEJKA, McKAY, 2011.

¹³ SIMS, 2006.

seja, é uma decisão binária, por investir ou não investir (desinvestir). Não iremos entrar em mais detalhes quanto a este modelo, a exposição completa pode ser vista no artigo *Rational Inattention to Discrete Choices: A New Foundation for the Multinomial Logit Model*, de Filip Matejka e Alisdair McKay (2011), mas os seus conceitos básicos providenciam o racional que o modelo apresentado adiante irá seguir.

Um modelo de escolha logística com desatenção racional parte do princípio de que um agente possui já um conhecimento prévio, com o qual ele é capaz de analisar as fontes de informação disponíveis e o quanto ele pode dispender nas mesmas em termos de custo, de forma a refinar o seu conhecimento prévio e tomar a decisão. Quanto melhor a qualidade da informação obtida, ou maior a quantidade de informação obtida, maior será a redução do ruído e maior será o valor esperado do retorno do investimento, e se este valor esperado for maior do que um valor de decisão pré-determinado, o agente fará a escolha pelo investimento ou não. Caso consideremos este modelo estocástico, o agente refinará sua escolha *a posteriori* de acordo com o retorno real realizado. Portanto, primeiro ele seleciona a quantidade de informações que irá processar (nível de atenção), depois quais informações irá processar (aqui entendido como desatenção) e tomar a sua escolha. Em períodos posteriores, irá incorporar o conhecimento do retorno real obtido em sua escolha de atenção posterior.

A estratégia do agente é uma distribuição em conjunto dos retornos e das escolhas de quais informações ele escolheu obter, sendo que novas realizações de retorno alteram esta distribuição. Assim, a escolha de nível de atenção é condicionada aos valores de retorno previamente realizados, e é possível analisar esta escolha através da probabilidade de que o agente irá selecionar a informação dado um vetor de retornos realizados. Para o agente, é um problema de maximização com restrição, sendo que a restrição consiste no custo da obtenção da informação, sendo que este custo é uma função do custo unitário hipotético de informação, e da capacidade de processamento de informação do agente, que consiste na diminuição esperada da entropia na distribuição do conhecimento sobre o vetor de retornos realizado.

Formalmente, a definição de entropia na teoria informacional é o nível de incerteza associado a uma variável aleatória, sendo uma versão endógena do ruído no modelo de Sims, na versão de Matejka e McKay. Vale notar que, ao contrário do conceito de ruído, a entropia é calculada para cada ativo, e a redução percebida dela depende de conhecimento prévio acerca do ativo em questão. Veremos adiante a importância deste conceito para o modelo desenvolvido neste trabalho, mas no momento, é suficiente afirmarmos que, partindo da

definição de entropia, o objetivo do agente, em última instância, é reduzi-la. Portanto, no momento da tomada de decisão, o agente, ao reduzir a entropia dos retornos de um ativo em específico, ele não está criando expectativas acerca do retorno *real*, mas ele passa a ter uma percepção acerca do retorno futuro, um retorno *percebido*, por assim dizer. E é a partir deste retorno percebido que ele irá optar, ou não, pelo investimento.

3 - Desatenção Racional e Crises Financeiras Internacionais

Crises financeiras internacionais assustam por sua dimensão e capacidade de deflagração, visto especialmente na contaminação de vários mercados que, por vezes, não possuem nenhum problema de fundamento aparente, algo observável facilmente, por exemplo, nas crises internacionais dos anos 90, em que um conjunto de países emergentes era severamente afetado devido a um problema ocorrido em um deles especificamente.¹⁴ Fenômeno parecido foi observado, conforme mencionado acima, durante a pandemia de Covid-19, em 2020. A explicação para tal está na alocação de portfólio internacional, e suas peculiaridades:

Dentro da macroeconomia tradicional¹⁵, a escolha de portfólio internacional leva em consideração que agentes econômicos observam apenas as variações na rentabilidade de títulos e participações, considerando o diferencial de juros e inflação em seu país de origem e no exterior, de forma a determinar a composição ótima de portfólio. Dentro da teoria da paridade coberta de juros, as taxas de juros interna e externa refletem a rentabilidade dos títulos e a taxa de câmbio real, dentro de um contexto de perfeita mobilidade de capital. Portanto, assumindo a racionalidade dos agentes e a completude do mercado, todas as posições seriam *hedgeadas* e apenas as macro variáveis juros e inflação externa e interna seriam suficientes para explicar as diferenças na taxa de câmbio.

Porém, como é visto em Frankel & Rose (1994), isto não é observado empiricamente, indicando que há sérios problemas com esta teoria na prática. Com *hedge* perfeito e mercados com perfeita mobilidade de capital, o investimento no exterior seria uma função apenas dos retornos em excesso (*excess returns*) de ativos estrangeiros relativos ao obtido domesticamente. Em outros termos, um aumento nos retornos excedentes levaria a um influxo maior de divisas para o país estrangeiro, apreciando a moeda do mesmo.

O artigo *Exchange Rates, Equity, and Capital Flows*, de Harald Rau e Hélène Rey, publicado em 2006, trabalha a questão sobre a perspectiva de mercados imperfeitos, o que no contexto significa que investimentos no exterior possuem *hedge* imperfeito, algo verificado empiricamente, segundo os autores. Isto ocorre pois nem sempre haverá agentes no operando câmbio que possam assumir o risco de ter uma posição comprada/vendida, em oposição ao

¹⁴ TIROLE, 2002

¹⁵ Ver o manual de macroeconomia de DORNBUSCH, FISCHER & STARTZ, 2011

investidor estrangeiro. Desta forma, investidores estão expostos majoritariamente ao risco cambial, e podemos utilizar isto como uma medida de apetite ao risco. A dinâmica entre retornos em excesso, e a taxa de câmbio é elucidativa quanto à composição do portfólio de investidores estrangeiros, e, considerando que ambas são, para todos os efeitos, altamente correlacionadas¹⁶, é possível concluir que qualquer movimentação brusca em qualquer uma das variáveis pode gerar grandes efeitos para o retorno esperado de carteiras.

Isto não explica, porém, a capacidade de deflagração e contaminação que uma crise financeira internacional possui, olhando especificamente para países em desenvolvimento. Como é possível observar em Tirole¹⁷, a quantidade de variáveis que influem o mercado de investimento internacional é considerável, e muitas delas são derivadas de questões institucionais, como por exemplo políticas governamentais, eleições, mudanças regulatórias, etc. extremamente difíceis de serem modeladas, quanto mais previstas.

O horizonte para o investidor, portanto, é permanentemente nublado, algo que fornece um argumento forte para teorias comportamentais, especialmente Teoria da Prospecção. Porém, se considerarmos que (i) os investidores possuem restrição cognitiva, mas são capazes de obter informação, (ii) investidores aprendem com realizações de retorno e melhoram seu viés preditivo e por fim, (iii) investidores podem deliberadamente escolher informações em detrimento de outras, de acordo com seu viés ou perfil de investimento, podemos considerar, conforme exposto na sessão anterior, que ele irá agir dentro do campo da desatenção racional, maximizando a utilidade das informações obtidas para conseguir gerar uma previsão de retorno que lhe seja satisfatória. A volatilidade e imprevisibilidade de crises financeiras internacionais pode ser então facilmente entendida como um período em que a disparidade de informações, e a confiabilidade das fontes, pode levar a uma incapacidade dos agentes de gerar suas curvas de retorno percebido. Uma reação natural seria encerrar a posição e repatriar o montante investido.

Em outras palavras, crises financeiras internacionais podem ser vistas como períodos em que a entropia informacional de cada variável aumenta exponencialmente, excedendo a capacidade dos agentes de processar quaisquer informações. Em termos práticos, podemos atribuir isso à presença e peso aumentado de variáveis não-econômicas em períodos deste

¹⁶ RAU & REY, 2006

¹⁷ TIROLE, 2002.

tipo. Para compreendermos esta dinâmica, seguiremos, na sessão seguinte, com a descrição de uma proposta de modelo simplificado de desatenção racional.

4 - O Modelo

Considerando ER retornos em excesso, ΔCE a variação esperada da taxa de câmbio, e δ , o nível de atenção selecionado para cada ativo, o retorno total percebido, ε , pode ser descrito da seguinte forma:

$$\varepsilon = (1 + (1 - \delta)ER) * (1 + \delta\Delta CE) - 1 \quad (1)$$

A variação cambial é em relação à moeda estrangeira, portanto, variações negativas correspondem sempre a apreciação cambial, com o contrário sendo verdadeiro, porém, a mesma pode ser definida em relação à moeda de origem sem afetar nenhuma capacidade informativa do modelo. Já o retorno em excesso possui uma definição mais ampla, na prática podendo até mesmo ser definido a nível individual. Para exemplificar, podemos definir Retorno em Excesso da seguinte forma:

$$ER = R_o - (1 - \Delta EMBI+) * R_e$$

Com R_o sendo o retorno no país de origem na forma de algum índice amplamente reconhecido como, por exemplo, o índice de retorno da bolsa de valores do país de origem, ou mesmo retorno em renda fixa de títulos de tesouro ou a Libor, $\Delta EMBI+$ sendo a variação do índice EMBI+ - com a consideração adicional de que variações positivas implicam em aumento do risco - e R_e sendo o retorno no país estrangeiro, também na forma de um índice reconhecido, como o IBoV no caso brasileiro.

Tanto RE quanto ΔCe são variáveis aleatórias, cuja distribuição de retornos futura o agente possui um alto nível de incerteza sobre, dada a entropia de cada variável. Dada uma restrição cognitiva, que impede que o agente reduza a incerteza de todas as variáveis, ele deverá distribuir sua atenção entre as duas variáveis de forma a ou (i) maximizar o retorno percebido ou (ii) reduzir a variância do investimento a um nível mínimo¹⁸. Para fins de simplicidade, em ambos os casos consideramos que a entropia está sendo reduzida, mas não iremos tratar efetivamente de sua minimização, ficando esta análise para um trabalho futuro. Também não consideramos o custo de obtenção da informação, visto que não há implicações para o objetivo proposto.

¹⁸ A análise de (ii) será apenas exploratória, o resultado principal deste trabalho será derivado de (i), portanto, estamos considerando sempre um agente indiferente ao risco.

Devido a estas restrições, visando a simplicidade, o nível de atenção pode ser entendido, nestes termos, como uma forma do agente melhorar a sua projeção. Caso o nível de atenção selecionado seja 1, ele irá ter uma visão perfeita acerca do valor futuro da taxa de câmbio, caso contrário, do retorno em excesso. Vale notar que, devido ao fato de não considerarmos a entropia neste modelo, a distribuição do nível de atenção, por si só, já é suficiente para a determinação do retorno percebido.

4.i Máximo retorno percebido

Definido em função de δ

Em primeiro lugar abrimos a fórmula para o retorno percebido dentro da esperança

$$E(\varepsilon) = E[\delta\Delta CE + (1 - \delta)ER + (1 - \delta^2)\Delta CEER] \quad (2)$$

$$E(\varepsilon) = E[\delta\Delta CE + ER - \delta ER + \Delta CE * ER - \delta^2\Delta CE * ER] \quad (3)$$

A partir de (3), decompos a esperança de cada termo e colocamos o nível de atenção, levando à equação (4):

$$E(\varepsilon) = E(\delta\Delta CE) + E(ER) - E(\delta ER) + E(\Delta CE * ER) - E(\delta^2\Delta CE * ER)$$

$$E(\varepsilon) = \delta E(\Delta CE) + E(ER) - \delta E(ER) + E(\Delta CE * ER) - \delta^2 E(\Delta CE * ER) \quad (4)$$

Tomamos a primeira derivada de δ em (4) e igualamos a zero, para chegarmos à nossa função objetivo, (6).

$$E(\varepsilon)' = E(\Delta CE) - E(ER) - 2\delta E(\Delta CE * ER) \quad (5)$$

$$E(\Delta CE) - E(ER) - 2\delta E(\Delta CE * ER) = 0$$

$$-2\delta E(\Delta CE * ER) = -E(\Delta CE) + E(ER) \quad (-1 *)$$

$$\delta = \frac{E(\Delta CE) - E(ER)}{2E(\Delta CE * ER)} \quad (6)$$

A equação (6) consiste na função objetivo do modelo, a determinação do nível de atenção que maximiza (ou minimiza) o retorno percebido. O nível de atenção δ consiste na diferença entre o valor esperado da variação cambial e do retorno em excesso, dividido pelo dobro do valor esperado conjunto de ΔCE e ER . Desta forma, observamos que quando o agente não possui aversão ao risco, o nível de atenção que gera o retorno máximo percebido é

derivado diretamente da relação estabelecida entre os dois ativos, e quanto maior a discrepância entre seus valores esperados, maior será o impacto no nível de atenção, que poderá pender na direção de um ativo ou de outro, alterando o retorno percebido pelo agente. O último passo necessário é avaliarmos a condição para o δ em (6) ser o nível de atenção que maximiza ou minimiza o retorno esperado. Para tal, tomamos a segunda derivada de (5):

$$E(\varepsilon)'' = -2E(\Delta CE * ER) \quad (7)$$

Em (7) vemos que a segunda derivada de (5) consiste somente no valor esperado conjunto da variação cambial e do retorno em excesso, multiplicado por -2. Este resultado é bastante interessante, se observarmos que o termo $E(\Delta CE * ER)$ é, na realidade, um componente da covariância de ambos os ativos caso ambos sejam diferentes de zero e é a própria covariância caso $E(\Delta CE)$ ou $E(ER)$ sejam iguais a zero. Observa-se, portanto, que para que (6) expresse o nível de atenção que gere o retorno máximo, (7) deve ser negativo, logo, se $E(\Delta CE * ER)$ é maior do que zero, o valor de δ encontrado em (6) é a solução que maximiza o retorno percebido. Caso contrário, não há solução em (6), visto que o δ será o que gera o retorno mínimo percebido.

Atendo-nos ao segundo caso, em que $E(\Delta CE * ER)$ seja menor do que zero, não é possível determinarmos o nível de atenção que maximize o retorno percebido. Desta forma, a solução para o agente seria fixar δ em zero ou em um, a depender dos parâmetros observados. Caso o valor esperado da variação cambial seja maior do que do retorno em excesso, toda a atenção será dada a ela, e δ será igual a 1, com o contrário sendo verdadeiro. Não é difícil concluir que qualquer alteração nestes parâmetros irá levar δ de 1 para zero de forma súbita, representando uma possível mudança brusca no retorno percebido e até mesmo na decisão do agente. Tomando o mercado como um todo, movimentações deste porte podem justificar um fenômeno como a fuga de capital repentina, observada em crises financeiras internacionais.

Retornando ao caso em que há solução, de $E(\Delta CE * ER)$ ser maior do que zero, a equação (6) expressa o nível de atenção que maximiza o retorno percebido. Neste caso a atenção é distribuída entre os dois ativos, e alterações nos valores esperados da variação cambial e no retorno em excesso geram variações suaves na distribuição de atenção, caso não exista uma discrepância muito significativa entre o valor esperado de ΔCE e ER . Vale notar que é possível, portanto, que δ seja ainda uma solução de canto, mas sem ser necessariamente uma mudança tão brusca quanto a exposta no caso anterior. Em situações limite, porém, não

podemos descartar grandes alterações em δ , o que pode levar a mudanças nas composições de portfólio dos agentes, e tomando o mercado como um todo, novamente podemos chegar a uma situação de fuga de capital.

Assim, podemos concluir que a relação entre os dois ativos em questão, em especial sua covariância, determinará o nível de atenção, e este por sua vez irá determinar o retorno percebido e a decisão dos agentes. Vimos também que quanto mais discrepante for a relação entre ambos os ativos, mais intensas serão as movimentações de δ , o que pode levar a alterações grandes e em curtos períodos de tempo na composição de portfólio, sendo um resultado interessante para a análise de crises financeiras internacionais. Apesar de estarmos lidando com decisões de investimento estrangeiro, é fácil observar que este modelo é genérico, e pode ser aplicado para a análise de qualquer tipo de ativo.

4.ii Mínima Variância

Até o momento, consideramos um agente indiferente ao risco, cujo único objetivo é a maximização do retorno percebido. Porém, é interessante considerarmos também um agente que busque minimizar a volatilidade de sua carteira, portanto, vamos tratar da minimização da variância dentro do modelo desenvolvido. Esta análise é meramente exploratória e, no presente momento, não irá influir no resultado desta monografia, mas será melhor desenvolvida em trabalhos futuros.

Primeiramente, tomamos a variância de (1):

$$Var(\varepsilon) = Var[\delta\Delta CE + (1 - \delta)ER + (1 - \delta^2)\Delta CEER] \quad (7)$$

Ao decompô-la, chegamos à seguinte expressão:

$$Var(\varepsilon) = \delta^2 Var(\Delta CE) + Var(ER) - \delta^2 Var(ER) + Var(\Delta CE * ER) - (\delta^4) Var(\Delta CE * ER) \quad (8)$$

Tomamos a condição de primeira ordem de (8):

$$Var(\varepsilon)' = 2\delta Var(\Delta CE) - 2\delta Var(ER) - (4\delta^3) Var(\Delta CE * ER) \quad (9)$$

O próximo passo é colocar δ em evidência e igualar a zero, para chegarmos à seguinte expressão:

$$Var(\varepsilon)' = 2\delta(Var(\Delta CE) - Var(ER) - (2\delta^2)Var(\Delta CE * ER)) = 0 \quad (10)$$

Destarte, é possível perceber que uma das soluções é $\delta = 0$

$$2\delta = 0 \quad (11)$$

Precisamos, portanto encontrar as raízes da expressão entre parênteses em (10), e após algumas manipulações, chegaremos em (12):

$$(Var(\Delta CE) - Var(ER) - (2\delta^2)Var(\Delta CE * ER)) = 0$$

$$-(2\delta^2)Var(\Delta CE * ER) = -Var(\Delta CE) + Var(ER)$$

$$(2\delta^2)Var(\Delta CE * ER) = Var(\Delta CE) - Var(ER)$$

$$\delta = \pm \sqrt{\frac{Var(\Delta CE) - Var(ER)}{2Var(\Delta CE * ER)}} \quad (12)$$

Similarmente à equação (6), observamos que as duas possíveis soluções para δ dependem do diferencial entre as variâncias da variação da taxa de câmbio e do retorno em excesso, dividida pelo dobro da variância em conjunto de ambos. Novamente, apesar de estarmos tratando de duas soluções possíveis, dada a equação quadrática que gera (12), é a relação estabelecida entre a variância dos dois ativos que, em última instância, determinará o nível de atenção que minimiza a variância percebida da carteira.

Tendo determinado os três possíveis valores de δ que minimizam a variância percebida, precisamos avaliar a condição de segunda ordem, para determinar qual das três possíveis soluções é a minimizadora. Começaremos tomando a segunda derivada a partir de (9), e com algumas manipulações algébricas, chegaremos em (13) (.).

$$Var(\varepsilon)'' = 2Var(\Delta CE) - 2Var(ER) - (12\delta^2)Var(\Delta CE * ER)$$

$$Var(\varepsilon)'' = 2Var(\Delta CE) - 2Var(ER) - (12\delta^2)Var(\Delta CE * ER) = 0$$

$$-(12\delta^2)Var(\Delta CE * ER) = -2Var(\Delta CE) + 2Var(ER) \quad (-1 *)$$

$$(12\delta^2)Var(\Delta CE * ER) = 2Var(\Delta CE) - 2Var(ER)$$

$$\delta = \pm \sqrt{\frac{Var(\Delta CE) - Var(ER)}{6Var(\Delta CE * ER)}} \quad (13)$$

A partir de (13), temos dois pontos de inflexão, e para encontrar o δ que minimize a variância percebida, é necessário avaliar estes pontos para as três possíveis soluções encontradas em (11) e (12). Deixaremos esta análise para trabalhos futuros, porém, é possível perceber que discrepâncias significativas entre as variâncias da variação da taxa de câmbio e

do retorno em excesso podem gerar situações semelhantes ao problema da maximização do retorno percebido, primeiramente porque uma das possíveis soluções já é uma solução de canto e também há a possibilidade de nenhum dos três valores de δ ser a solução para o problema de minimização, o que levaria também à uma solução de canto zero ou 1, a depender dos parâmetros.

A solução que minimiza a variância também pode gerar um retorno percebido negativo, independentemente do problema de maximização deste, o que levaria ao encerramento da posição, o que indica um caminho bastante interessante para o modelo, pois o próprio perfil de risco dos agentes pode levar a movimentações bruscas, e mudanças neste perfil, como numa situação de crise, pode alterar fundamentalmente a dinâmica do mercado.

5 – Resultado

Partindo da exposição acima, ao descrever o retorno de um portfólio como um retorno percebido, a principal variável presente no modelo é o nível de atenção. Tradicionalmente¹⁹, o retorno de uma carteira seria uma função do retorno dos dois ativos e da volatilidade de ambos, e ambas as variáveis seriam conhecidas num mundo de informação perfeita e com agentes racionais, com todos sendo capazes de formar uma curva de retorno contra volatilidade que levaria à célebre fronteira eficiente de Markowitz. Uma projeção de retorno e volatilidade seria suficiente para que os agentes atinjam um ponto de eficiência no seu investimento e para que os mercados funcionem de forma bem-comportada.

Evidentemente, esta visão é passível de críticas por sua falta de verossimilhança o que, como exposto neste trabalho, levou ao desenvolvimento de outras teorias financeiras, como a comportamental, que buscavam compreender a capacidade de ação do agente e como ele reagiria a variações do mercado²⁰. Vimos também, que modelos de desatenção racional conseguem relaxar a hipótese de informação perfeita sem que seja necessário o abandono das hipóteses de racionalidade e de eficiência dos mercados financeiros.

Com este modelo simples, mesmo sem considerarmos o custo da informação e a maximização de utilidade da informação pela redução da entropia, conseguimos observar que, de fato, os agentes podem estar agindo de forma racional a todo momento, mesmo em situações limite, como no caso de uma crise financeira internacional, aos moldes da pandemia

¹⁹ MARKOWITZ, 1952.

²⁰ FUNG, 2006, pp. 20-21

de Covid-19. Este resultado é obtido se analisarmos tanto o retorno percebido máximo quanto o retorno percebido que gera a menor variância. Em ambos os casos o nível de atenção é uma função da relação que existe entre os ativos em questão, visto que esta é a melhor informação possível disponível ao agente quando ele deve optar pelo investimento ou não.

Seguindo a teoria tradicional de escolha de portfólio²¹, é possível considerar que este agente construiria uma curva de fronteira eficiente para gerar um retorno percebido, mas na realidade, a existência de uma restrição cognitiva que o impede de apreender por completo toda a curva de retornos futuros de um determinado ativo faz com que esta hipótese seja de fato irrealista. Porém, o fato de a decisão de investimento ser tomada a partir de um retorno percebido não torna o agente automaticamente não-racional. Efetivamente, percebemos neste modelo que o agente está maximizando o retorno de sua carteira, dentro de uma limitação dada pela sua própria capacidade de processar/apreender informações. O nível de atenção nada mais é do que uma forma do agente tornar mais precisa uma projeção futura não sendo este um caso de racionalidade limitada, mas sim de racionalidade com *informação* limitada.

Consideramos neste modelo um caso em que o agente maximiza o retorno percebido e exploramos outro em que ele seleciona o nível de atenção que gera o retorno percebido com menor variância, na realidade, porém, há uma outra forma de expressar a atenção neste modelo, neste caso de forma exógena. Agentes econômicos, podem estar sujeitos a restrições, como por exemplo o caso de um agente intermediário que possui restrições contratuais que o impedem de alocar livremente ativos e deve seguir um padrão de investimento. Neste caso, podemos considerar que δ será escolhido *a priori*, e o agente selecionará carteiras que não sejam ótimas, ao privilegiar um ativo em termos de atenção, Neste caso, o retorno percebido não será um retorno ótimo, a não ser que a composição de atenção restrita ao agente coincida com o nível de atenção ótimo.

Uma outra observação importante é a de que, por se tratar de um retorno que é percebido pelo agente, ele não irá corresponder a uma projeção de retorno efetiva com todos os elementos possíveis levados em consideração. Esta é uma distinção de grande importância, pois esta percepção importa apenas ao agente em questão, e pode levar a situações em que o agente, ao distribuir a atenção de forma a maximizar seu retorno percebido, obtenha uma curva de retornos futura negativa mesmo que a curva de retornos futura efetiva seja positiva,

²¹ MARKOWITZ, 1952.

levando à opção de não investir. No caso em que o nível de atenção é exógeno, esta discrepância pode ser ainda mais evidente.

Em termos econômicos, este modelo de retorno percebido implica que é possível que o mercado aloque recursos de forma ineficiente, a partir do conjunto de decisões de cada agente que toma decisões baseado em retornos percebidos dados por diferentes níveis de atenção, exógena ou endógena ao modelo. Retornando à discussão sobre crises financeiras internacionais, como a deflagrada pela pandemia de Covid-19, podemos entendê-las dentro do conceito de desatenção racional considerando que o aumento da incerteza irá gerar uma tendência de desvio entre retornos percebidos futuros e retornos efetivos futuros, levando à decisões erráticas por parte de agentes, levando à fenômenos como *flight to safety*, ou a contaminação/deflagração da crise em mercados não envolvidos diretamente na crise original, como observado nas crises financeiras nos anos 90.²²

Por fim, é importante frisar, novamente, que este é um modelo simples, de forma a ser o mais generalista possível. Uma evolução seria a consideração do conceito de entropia informacional, para que os resultados em termos de análise macroeconômica sejam mais precisos. Porém, a maior complexidade gerará, inevitavelmente, perda de generalidade, visto que cada ativo específico terá uma entropia específica. Podemos, porém, tratar este modelo como uma versão primordial, aplicável a *qualquer* par de ativos, mas que, para uma análise completa, estes deverão ser estudados especificamente em termos de sua entropia. Levando em consideração que grandes agentes econômicos tendem a ter áreas dedicadas a investimentos específicos, é razoável supor que agem conforme versões específicas deste modelo, adaptadas a cada tipo de ativo analisado, seja para investimento estrangeiro, *commodities*, etc.

²² TIROLE, 2002

6 - Conclusão

O objetivo deste modelo consistia primariamente em demonstrar como podemos explicar a ação de agentes econômicos em situações extremas, como de uma grande crise financeira. Utilizando o conceito de desatenção racional, é possível analisarmos este comportamento sem renunciar à teoria financeira tradicional, imbuída dos preceitos da economia neoclássica/marginalista, visto que, se considerarmos a função de retorno percebido do modelo como uma função de utilidade relativa ao nível de atenção, percebe-se que é um problema tradicional de maximização. A diferença fundamental consiste no que efetivamente o agente está maximizando, neste caso a sua própria capacidade de receber e processar informações, ao selecionar um nível de atenção que gere um retorno percebido máximo dadas as especificidades dos ativos em questão – considerando que o modelo pode servir para qualquer par de ativos. Evidentemente, isso implica em grandes flutuações no curto prazo, mas não anula a possibilidade de que retornos, no longo prazo, convirjam para a normalidade, se mantendo dentro da hipótese dos mercados eficientes.

Porém, o modelo desenvolvido nesta monografia é puramente analítico e, por si só, não possui funções preditivas. Para que ele possa ser desenvolvido em uma ferramenta econométrica, é mister que seja considerada a entropia de cada ativo como variáveis chave e também que seja considerado o custo de obtenção da informação, como os modelos de Matejka & McKay e Yang. Uma versão multivariada - e não apenas bivariada como o modelo em questão, do retorno percebido – também tem potencial para gerar análises interessantes, considerando o ferramental econométrico disponível para análise multivariada, como modelos de Vetores Autoregressivos (VAR) com restrições relativas à escolha do nível de atenção.

Por fim, frisamos o poder explicativo de modelos de desatenção racional para a compreensão de fenômenos econômicos completos, pois disponibilizam um ferramental capaz de - sem muita dificuldade conforme demonstrado nesta monografia – traduzir a grande variabilidade da ação individual para o domínio da análise marginalista, juntando, em última instância, aspectos da economia comportamental com a economia neoclássica, e todo o compêndio teórico que esta produziu ao longo do último século.

7 - Referências

- BARBOSA, L, MEURER, R. **Investimento Estrangeiro em Carteira no Brasil: Estudo Empírico do Comportamento do Investidor de 1999 a 2021**. Revista Brasileira de Economia de Empresas. Vol. 14, pp. 7-29, 2014.
- BLEICHRODT, H., VAN BRUGGEN, P. **The reflection effect for higher risk order preferences**. In: Review of Economics and Statistics. Cambridge: Harvard Kennedy School, 2020.
- BYUNG, S.S., GHADERI, M, KILIC, M. **Learning, slowly unfolding disasters, and asset prices**. In: Journal of Financial Economics. Rochester: Elsevier, 2021.
- DORNBUSCH, R., FISCHER, S. & STARTZ, R. **Macroeconomics**. New York: McGraw-Hill, 2011.
- FRANKEL, J.A.; ROSE, A.K. **A Survey of Empirical Research on Nominal Exchange Rates**. National Bureau of Economic Research, Working Paper 4865, 1994. Disponível em: <https://www.nber.org/papers/w4865> (recolhido em 18/02/2022)
- HAU, H. & REY, H. **Exchange Rates, Equity Prices, and Capital Flows**. Review of Financial Studies. 19. 273-317, 2006
- FUNG, M.V. **Developments in Behavioral Finance and Experimental Economics and Post Keynesian Finance Theory**. Londres: Journal of Post Keynesian Economics, Vol. 29, no. 1, pp. 19-39, 2006.
- FAMA, E. **Foundations of Finance**. Nova Iorque: Basic Books, Inc., 1976
- FAMA, E. **Market Efficiency, long-term returns, and behavioral finance**. Journal of Financial Economics. Vol. 49, pp. 283-306, 1998
- GABAIX, X. **Behavioral Inattention**. In: Handbook of Behavioral Economics – Foundations and Applications. Amsterdam: North-Holland Publications, 2019.
- KAHNEMAN, D. TVERSKY, A. **Prospect Theory: An Analysis of Decision Under Risk**. In: Econometrica, vol. 47, pp.263-291. New Haven: Econometrics Society, 1979.
- MARKOWITZ, H. **Portfolio Selection**. The Journal of Finance, Vol. 7, No. 1, pp. 77-91, 1952.
- MATEJKA, F, MACKAY, A. **Rational Inattention to Discrete Choices: A New Foundation for the Multinomial Logit Model**. American Economic Review, Vol. 105, No. 1, pp. 272-298, 2015.
- PFAU, W. **Emerging Market Pension Funds and International Diversification**. In: The Journal of Developing Areas, Vol 45, pp 1-17. Nashville: Tennessee State University College of Business, 2011
- Sims, C. A. **Rational inattention: Beyond the linear-quadratic case**. The American Economic Review, Vol. 96(2), 2006.

STEVENSON, S. **Emerging Markets, downside risk and the asset allocation decision.** In: **Emerging Markets Review 2**, pp. 50-66. Amsterdam: Elsevier, 2000.

TIROLE, J. **Financial Crises, Liquidity and the International Monetary System.** Princeton: Princeton University Press, 2002.

ZIARKO, A.R./KLIBER P., **Portfolio Choice Under Crisis – Evidence from the Polish Stock Market.** In:
https://www.researchgate.net/publication/349811791_Portfolio_Choice_Under_Crisis_-_Evidence_From_The_Polish (Recolhido em: 08/04/2021).