

RELATÓRIOS COPPEAD

413

Fevereiro 2014

CARTEIRAS
IGUALMENTE
PONDERADAS
COM POUCAS
AÇÕES
E O PEQUENO
INVESTIDOR

Diogo Carneiro Santiago
Ricardo Pereira Câmara
Leal

Relatórios COPPEAD é uma publicação do Instituto COPPEAD de Administração da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)

Editora

Leticia Casotti

Editoração

Lucilia Silva

Ficha Catalográfica

Andresa Assis de Carvalho Pereira

Santiago, Diogo Carneiro.

Carteiras igualmente ponderadas com poucas ações e o pequeno investidor. / Diogo Carneiro Santiago, Ricardo Pereira Câmara Leal. – Rio de Janeiro: UFRJ /COPPEAD, 2014.

27 p.; 27 cm. – (Relatórios COPPEAD; 413)

ISBN 978-85-7508-100-6

ISSN 1518-3335

1. Carteira de investimento. I. Título. II. Série.

CDD: 332.6

Pedidos para Biblioteca:

Caixa Postal 68514 – Ilha do Fundão

21941-972 – Rio de Janeiro – RJ

Telefone: 21-2598-9837 Telefax: 21-2598-9835

e-mail: biblioteca@coppead.ufrj.br

Disponível em www.coppead.ufrj.br

CARTEIRAS IGUALMENTE PONDERADAS COM POUCAS AÇÕES E O PEQUENO INVESTIDOR

Diogo Carneiro Santiago*

Ricardo Pereira Câmara Leal**

RESUMO

Este artigo analisa carteiras igualmente ponderadas (1/N) com foco no investidor pouco sofisticado com carteiras pequenas de ações. A quantidade de ações incluídas nas carteiras 1/N foi de 6 a 16 e o rebalanceamento feito apenas três vezes ao ano. O período de análise incluiu retornos diários e mensais entre 1998 e 2011. O desempenho das carteiras 1/N foi comparado ao de fundos de investimento em ações (FIAs), a uma carteira de mínima variância global com limite de 10% sobre os pesos positivos (MVP 10%) e ao Ibovespa. As comparações empregaram testes não paramétricos, medidas de retorno ajustado ao risco e consideram custos de transação. Os resultados indicam que os FIAs selecionados apresentam desempenho, na melhor das hipóteses, equivalente ao das carteiras 1/N, apesar de apresentarem desvio padrão menor. Não se constatou retorno mediano das carteiras 1/N significativamente diferente do Ibovespa e da MVP 10%. O critério de seleção das ações segundo ordenamento pelo índice de Sharpe do período anterior é relevante, mas o rebalanceamento pode ser feito menos de três vezes ao ano. As carteiras 1/N são, portanto, uma alternativa atraente em relação aos FIAs para investidores com carteiras pequenas de ações, apesar de seus custos de transação poderem ultrapassar 400 pontos base por ano.

Palavras-chave: otimização de carteiras de investimento, relação risco-retorno, carteiras igualmente ponderadas, carteiras ingênuas, fundos de ações, mercado de ações

* Mestre em Administração de Empresas, Instituto COPPEAD de Administração, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rua Santa Clara, 239 apto 801, Rio de Janeiro, RJ, CEP 22041-011, Brasil. Telefone (21) 99572-1555. E-mail: dcssantiago@yahoo.com.br

** Professor Titular de Finanças, Pesquisador CNPq, Instituto COPPEAD de Administração, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Caixa Postal 68514, Rio de Janeiro, RJ, CEP 21941-972, Brasil. Telefone (21) 2598-9800. E-mail: rleal@ufrj.br

ABSTRACT

This article analyzes equally weighted stock portfolios (1/N) focusing on unsophisticated investors with small portfolios. The number of shares included in the 1/N portfolios ranged from 6 to 16 and rebalancing executed only three times a year. The period of analysis included daily and monthly returns between 1998 and 2011. The performance of 1/N portfolios was compared to stock mutual funds, a global minimum variance portfolio with a 10% limit on the positive weights (MVP 10%) and the Ibovespa index. The comparisons employed nonparametric tests, measures of risk-adjusted return and consider transaction costs. The results indicate that the performance of the selected funds is, at best, equivalent to the 1/N portfolios, albeit with a lower standard deviation. There was no significant difference in the median returns of the 1/N portfolios relative to the Ibovespa and MVP 10%. The stock selection criterion according to the ranking by the previous period Sharpe ratio is relevant, but rebalancing may be carried out less than three times a year. The 1/N portfolios are an attractive alternative to stock funds for investors with small portfolios of stocks even though their transaction costs may exceed 400 basis points per year.

Keywords: portfolios optimization, return-risk relationship, equally weighted portfolios, naive portfolios, stock funds, stock market

1 – INTRODUÇÃO

O investimento de investidores individuais no mercado de ações tornou-se mais comum no Brasil com os avanços tecnológicos e a facilidade proporcionada pelo uso das ferramentas de *home broker* (OLIVEIRA e PAULA, 2008). Contudo, pode ser difícil para estes investidores gerenciar uma carteira com um número elevado de ações. Este artigo investiga o desempenho de carteiras pequenas, formadas segundo critérios simples, e o compara a fundos de investimentos em ações (FIAs) e a uma carteira de mínima variância global.

Bloomfield, Leftwich e Long (1977), DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009) e Thomé Neto, Leal e Almeida (2011) estão entre os artigos que destacam as qualidades das carteiras de ações que atribuem pesos iguais a cada uma delas. Este método de formação de carteiras é muitas vezes chamado de "carteiras 1/N", onde N é o número de ativos na carteira ou de carteiras ingênuas. Autores brasileiros, porém, argumentam que carteiras formadas com critérios mais sofisticados superam as carteiras 1/N, mas usam um número maior de ações do que Thomé Neto, Leal e Almeida (2011), períodos mais

curtos para estimativas e rebalanceamentos mais frequentes (SANTOS e TESSARI, 2012; RUBESAM e BELTRAME, 2013).

Sendo assim, a literatura nacional ainda não deixou claro se carteiras $1/N$, com N pequeno, podem ser atraentes para investidores menos sofisticados. Este artigo tem como objetivo investigar, portanto, se carteiras $1/N$ com N pequeno, entre 6 e 16, apresentam desempenho aceitável em relação a FIAs e à carteira de mínima variância global (MVP). A MVP é a carteira localizada mais à esquerda na fronteira eficiente, ou seja, a que possui menor risco entre todas as carteiras eficientes (MARKOWITZ, 1952). Sua relevância estaria em preencher esta lacuna na literatura nacional e oferecer evidências e recomendações práticas sobre as carteiras ingênuas com N pequeno como alternativa viável e de baixo custo para gestão de pequenas carteiras.

Vale ressaltar que, em momento algum, este artigo procura defender o uso da estratégia de alocação $1/N$ para formação de carteiras, em detrimento de modelos mais complexos ou da análise fundamentalista de ações. Santos e Tessari (2012) e Rubesam e Beltrami (2013) mostram que modelos mais complexos podem superar a carteira $1/N$. Este artigo visa mostrar que estratégias simples, como a $1/N$, podem ser capazes de superar o índice Ibovespa e FIAs e, desse modo, ser relevantes para os gestores de pequenas carteiras.

Os resultados sugerem que os FIAs selecionados apresentam desempenho, na melhor das hipóteses, equivalente ao das carteiras $1/N$ para valores de N entre 6 e 16. As carteiras $1/N$ são, portanto, uma alternativa atraente em relação aos FIAs, apesar de seus custos de transação poderem ultrapassar 400 pontos base por ano. Somente dois dos FIAs selecionados apresentaram IS maiores do que as carteiras $1/N$, embora todos tenham apresentado desvio padrão menor do que elas. Não houve diferença significativa entre as medianas dos retornos das carteiras $1/N$ e a da carteira MVP com limites de peso positivos de 10% (MVP 10%) propostas por Thomé Neto, Leal e Almeida (2011) ou do Ibovespa. Há maior influência dos valores extremos diários nas carteiras $1/N$ e seus desvios padrão são maiores do que o da MVP 10%. As carteiras $1/N$ também não apresentaram medidas de desempenho ajustado a risco maiores do que a carteira MVP 10%, sugerindo que o emprego de otimização é relevante, como concluíram Santos e Tessari (2012) e Rubesam e Beltrame (2013). As carteiras $1/N$ são uma alternativa a ser considerada em relação a selecionar FIAs para o investidor pouco sofisticado que queira gerir uma pequena carteira de ações.

A seção seguinte apresenta uma breve revisão da literatura. A seção 3 descreve a metodologia, destacando os dados empregados, o critério de composição das carteiras e

os indicadores e testes usados para a comparação de desempenho. A seção 4 apresenta os resultados principais e a seção 5 alguns testes de robustez. A seção 6 conclui o estudo.

2 – BREVE REVISÃO DA LITERATURA

O número de ativos que leva a uma carteira bem diversificada vem sendo discutido na literatura recente. Chance, Shynkevich e Yang (2011) e Bennet e Sias (2011) discordam do pensamento acadêmico padrão em relação ao número de ativos ótimo para se obter a maior parte dos benefícios da diversificação em uma carteira e argumentam que é incorreto supor que um pequeno número de ativos é suficiente para tornar uma carteira bem diversificada. DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009) também acreditam que é necessário que N seja grande para que uma carteira ingênua possa superar outros modelos de formação de carteiras, uma vez que um N elevado aumenta o potencial de diversificação. Eles constataram que um menor número de ativos torna a carteira ingênua menos efetiva em relação a outros métodos de seleção de ativos.

Estes resultados sugerem que não é possível obter carteiras bem diversificadas com N pequeno, como se pretende formar neste trabalho. Entretanto, vale destacar que esses estudos não pretendem mostrar que é mais vantajoso ter uma carteira com N muito grande, mas alertar para os perigos do investidor acreditar que está bem diversificado com uma carteira com N igual a 10 ou 15 ativos, por exemplo. Este estudo não aborda a questão da diversificação plena, mas analisa comparativamente o desempenho de carteiras ingênuas $1/N$ com N pequenos como estratégia alternativa para investidores individuais e gestores de pequenas carteiras que visam um baixo custo de gestão, sem supor que eles estejam bem diversificados. Em outras palavras, o estudo investiga se carteiras formadas com técnicas simples e mal diversificadas conseguem obter retorno ajustado ao risco equivalente ou superior a carteiras constituídas de outras formas.

Um aspecto fundamental para o investidor que decide aplicar seu dinheiro em ações é a técnica a empregar para escolher os ativos e seus pesos na carteira. Bloomfield, Leftwich e Long (1977) afirmam que o uso de técnicas mais sofisticadas de formação de carteiras implica em um custo de estimação maior. Eles realizaram um experimento para comparar o desempenho de uma carteira ingênua $1/N$ com quatro estratégias mais complexas de formação de carteiras e concluíram que o uso de técnicas mais sofisticadas não implica em retornos significativamente superiores para qualquer tamanho de N .

DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009) sugerem que o uso da carteira 1/N oferece desempenho ajustado ao risco competitivo em relação a procedimentos mais sofisticados de alocação dos recursos. Eles compararam o desempenho de 14 modelos de formação de carteira que empregaram sete conjuntos de dados distintos, provenientes dos EUA e de outros países, com uma carteira 1/N. Seus resultados indicaram que nenhum dos modelos testados apresentou desempenho significativamente superior à carteira 1/N, seja em relação ao Índice de Sharpe ou ao retorno equivalente-certo. A carteira 1/N superou, inclusive, alguns métodos robustos de formação de carteiras. Os autores também verificaram que seria necessária uma janela de estimação de 3000 meses para que uma carteira de 25 ativos construída com um modelo de média-variância, ou uma de suas extensões, fosse capaz de superar a carteira 1/N. A janela aumentaria para 6000 meses para uma carteira de 50 ativos.

Os resultados brasileiros recentes favorecem as carteiras que empregam métodos de otimização. Thomé Neto, Leal e Almeida (2011) analisaram carteiras MVP para as ações mais líquidas do Brasil no período de janeiro de 1998 a dezembro de 2008, comparando-as com o desempenho do Ibovespa e de FIAs. Os autores não admitiram pesos negativos em sua análise e não encontraram diferenças de desempenho estatisticamente significativas entre a carteira MVP sem limites impostos sobre a participação positiva de cada ativo na carteira e o Ibovespa. Contudo, ao construir carteiras MVP com limites impostos ao peso dos ativos, verificaram que a carteira com limite de peso máximo positivo de cada ativo de 10% (MVP 10%) apresentou desempenho superior ao do Ibovespa. Os autores também compararam a carteira MVP 10% com carteiras 1/N formadas pelos mesmos ativos que compunham a carteira MVP sem limites sobre os pesos positivos. Seus resultados indicam que essa forma simples de alocação apresentava desempenho equivalente ao da carteira MVP 10%. Thomé Neto, Leal e Almeida (2011) não se preocuparam, contudo, em limitar N , que poderia chegar à quantidade de ações constituintes do Ibovespa, o que é um aspecto relevante para quem deseja gerir pequenas carteiras.

Alguns artigos brasileiros recentes procuraram testar diversos métodos mais sofisticados de formação de carteiras e compará-los com carteiras 1/N, mas também não se preocuparam em manter N limitado a poucas ações. Santos e Tessari (2012) analisaram ações brasileiras por meio de três procedimentos de encolhimento ("shrinkage") sugeridos na literatura, além da formação de carteiras por meio da matriz RiskMetrics, da matriz amostral de covariâncias e da carteira 1/N. Eles concluíram que as carteiras que empregaram técnicas de otimização apresentaram desempenho ajustado a risco superior. Os autores empregaram as ações que constituíram o índice Ibovespa entre

março de 2009 e novembro de 2011 e usaram rebalanceamentos diários, semanais e mensais.

Rubesam e Beltrame (2013) analisaram retornos diários entre junho de 1998 e junho 2011 e consideraram todas as ações existentes no mercado brasileiro, até o momento de pararem de negociar, reduzindo, assim, a influência do viés de sobrevivência. Eles empregaram quatro métodos para formação das matrizes de covariância para calcular carteiras de mínima variância global: RiskMetrics, encolhimento, amostral e uma variante do modelo *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (GARCH). As carteiras foram rebalanceadas a cada semana, mês e trimestre. Seus resultados foram semelhantes aos trabalhos anteriores. As carteiras de mínima variância com matriz de covariâncias amostral apresentaram retorno ajustado ao risco superior tanto ao Ibovespa quanto a uma carteira igualmente ponderada. Os autores empregaram diversos tamanhos de carteira entre 30 e o máximo possível segundo seus critérios de admissão na análise. Sendo assim, este estudo também não contemplou carteiras com N pequeno. Battaglia (2013), por outro lado, usou carteiras $1/N$ selecionadas aleatoriamente com N igual a 10 e concluiu que elas superaram diversos FIAs de gestão ativa. O autor também concluiu que seus resultados se mantêm para diversos períodos de rebalanceamento, mas seu caso base se referia ao rebalanceamento trimestral.

As diferenças entre os períodos amostrais, frequência de rebalanceamento e número de ações considerado deixa em aberto a questão da superioridade das carteiras $1/N$ no País, particularmente para aquelas com N pequeno. Contudo, estas carteiras superaram o índice Ibovespa nos estudos de Thomé Neto, Leal e Almeida (2011), Santos e Tessari (2012) e Rubesam e Beltrame (2013) e são indiscutivelmente mais simples de se formar do que carteiras que empregam métodos de otimização. Este artigo, portanto, investigará se carteiras com N pequeno, menor do que o empregado pelos estudos brasileiros anteriores e rebalanceamento pouco frequente no ano, são competitivas para os gestores de carteiras de pequeno patrimônio, tanto em relação à MVP com pesos positivos limitados quanto a diversos FIAs.

3 – METODOLOGIA

3.1 Dados

O universo de ações considerado para formar as carteiras $1/N$ foi o das constituintes do Índice Ibovespa no início de cada quadrimestre entre janeiro de 1998 e dezembro de 2011. O rebalanceamento das carteiras $1/N$ foi quadrimestral para seguir

a formação das carteiras teóricas do Ibovespa. Optou-se por três rebalanceamentos por ano, uma vez que o foco do trabalho recai sobre a gestão de pequenas carteiras, visando reduzir os custos e, também, comparar os resultados com os de Thomé Neto, Leal e Almeida (2011). Ademais, Battaglia (2013) mostrou que o desempenho ajustado ao risco de carteiras 1/N selecionadas aleatoriamente é pouco afetado para frequências de rebalanceamento mensal, bimestral, trimestral, quadrimestral, semestral e anual. O início do período de análise é o mesmo que o de Thomé Neto, Leal e Almeida (2011) para permitir a comparação entre as carteiras formadas nos dois trabalhos. O final do período de análise corresponde ao último ano calendário encerrado quando da decisão sobre os critérios de coleta dos dados. Os preços das ações foram ajustados para proventos (em particular, dividendos e juros sobre capital próprio). O imposto de renda (IR) e os custos de negociação com ações serão considerados em um teste de robustez na forma descrita na seção 5.2.

Primeiramente, foram identificadas as ações que compunham cada carteira quadrimestral do Ibovespa no sítio da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros (BM&FBovespa) na internet entre janeiro de 1998 e dezembro de 2011. Em seguida, foram obtidas as cotações diárias de fechamento dessas ações e do Ibovespa para os períodos em que faziam parte da carteira do Ibovespa na base de dados Economática®. Mudanças de códigos de ações, fusões ou cancelamentos ocorridos durante o período de análise foram verificados na base de dados da Bloomberg®.

As cotas líquidas diárias e demais informações dos FIAs foram obtidas da base de dados Quantum Axis®, que inclui milhares de fundos de investimento. Assim, alguns filtros foram aplicados para que as comparações com as carteiras 1/N pudessem ser feitas. Foram escolhidos somente os fundos classificados pela Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais (Anbima) como “Ações Ibovespa Ativo”, que são FIAs que utilizam o Ibovespa como *benchmark*, possuindo o objetivo explícito de superá-lo. Somente FIAs que permaneceram ativos durante todo o período de análise das carteiras 1/N foram selecionados, isto é, os estabelecidos antes de maio de 1998 e que ainda existiam em dezembro de 2011, mesmo que esse filtro possa ter excluído da amostra fundos que tiveram bom desempenho. Cabe notar, por outro lado, que este critério de seleção de FIAs não é favorável às carteiras 1/N aqui formadas uma vez que elas serão comparadas a fundos que sobreviveram e que, portanto, devem ser de bom desempenho. Uma lista com características dos 52 FIAs selecionados pode ser obtida com os autores. O IR sobre o investimento em FIAs só é apurado quando do resgate, total ou parcial. Os retornos líquidos de taxas de administração dos fundos foram recompostos em retornos brutos, na forma empregada por Thomé Neto, Leal e Almeida

(2011) e descrita mais adiante na Equação 8, para as comparações com as carteiras 1/N.

3.2 Critérios de formação de carteiras

O Índice de Sharpe *ex-post* (IS), ao final de cada quadrimestre, foi empregado para escolher os N ativos das carteiras ingênuas devido a seu uso corriqueiro, como destaca Póvoa (2010, p. 395-405), e por ser de fácil aplicação. A Equação 1 mostra a forma de cálculo do IS (Sharpe, 1994), em que o retorno da ação i foi calculado com base nas suas cotações diárias de fechamento ($P_{i,t}$), com ajuste de proventos e dividendos, na forma $R_{i,t} = P_{i,t}/P_{i,t-1} - 1$, R_{ft} é a taxa livre de risco representada pela taxa SELIC over diária e s_i é o desvio padrão das diferenças diárias no numerador no quadrimestre.

$$IS_i = \frac{\overline{(R_{i,t} - R_{ft})}}{s_i} \quad (1)$$

As ações que compuseram o índice Ibovespa no segundo quadrimestre de 1998, por exemplo, foram selecionadas com base no IS calculado com os retornos diários de fechamento do primeiro quadrimestre de 1998. A carteira 1/N formada no segundo quadrimestre de 1998 foi a primeira por esta razão.

A liquidez é relevante para o investidor com carteiras pequenas e foi outro critério importante para a escolha das ações que compuseram a carteira de cada quadrimestre. As ações que não apresentaram cotação para todos os dias do quadrimestre anterior foram excluídas da carteira correspondente. As ações que não passaram por este filtro, somadas aos casos de ações que não apresentaram histórico de cotação na base de dados Economática® no quadrimestre anterior por motivo de cancelamento, atingiram um total de 213 exclusões em todo o período de análise ou cerca de 6,8% do total de ações-quadrimestre. Uma ação pode ser excluída por falta de liquidez mais de uma vez, a cada rebalanceamento.

Foram construídas onze carteiras para cada período quadrimestral analisado, com N variando de 6 a 16 ações. Foram atribuídos pesos iguais nas carteiras ingênuas para cada ação selecionada. Assim, a carteira com N igual a 10, por exemplo, é composta pelas ações com os dez maiores IS do período anterior, com pesos iguais a 10% para cada uma.

É interessante destacar que 12 é o número ótimo de ativos encontrado por Oliveira e Paula (2008) em uma carteira de investidores individuais no Brasil e, ao mesmo tempo, é o número médio de ativos na carteira MVP sem limites sobre os pesos máximos positivos construída por Thomé Neto, Leal e Almeida (2011). Já 16 é o número médio de ativos da carteira MVP com peso positivo limitado a 10% no estudo realizado por Thomé Neto, Leal e Almeida (2011), que foi a que apresentou desempenho superior em relação ao Ibovespa, bem como o limite superior do número de ativos sugerido por Brito (1989). Cabe destacar que oito é o limite inferior do número de ativos sugerido por Brito (1989).

O critério para formar a carteira MVP 10% foi o de Thomé Neto, Leal e Almeida (2011), por meio da otimização de média-variância de Markowitz (1952) com os retornos das ações membro do Ibovespa no quadrimestre anterior. Não foram admitidas vendas a descoberto e nem captação de empréstimos à taxa livre de risco. O peso máximo de 10% em cada ativo foi imposto como restrição.

3.3 Cálculo de retorno das carteiras

O valor inicial de cada carteira ingênua foi arbitrado em 100. O valor de cada ativo em cada carteira $1/N$ é $100/N$, em que N é o número de ações na carteira. No caso da MVP 10%, o valor inicial 100 foi distribuído segundo os pesos que cada ativo teria na carteira, derivados do procedimento de Markowitz (1952). Em seguida, o valor de cada ação foi dividido pela cotação de fechamento da respectiva ação no dia anterior ao da formação da carteira. Dessa forma, ficou estabelecida a quantidade teórica de cada ação na carteira. Para uma carteira $1/N$ com 10 ações, por exemplo, a cada ação i corresponderia o valor 10 e a quantidade teórica das ações na carteira seria igual a $Q_i = 10/P_{i,1}$, onde $P_{i,1}$ é o preço da ação i no primeiro dia do quadrimestre. A quantidade teórica Q_i permanece constante durante o quadrimestre. Ao final de cada dia, a cotação de fechamento de cada ação da carteira ($P_{i,t}$) foi multiplicada por Q_i para se apurar o valor da carteira no dia t (V_t). A Equação 2 apresenta esse cálculo.

$$V_t = \sum_{i=1}^N P_{i,t} \times Q_i \quad (2)$$

Esse procedimento foi repetido a cada quadrimestre, usando o valor em pontos da carteira no último dia do quadrimestre anterior como base para calcular a nova quantidade teórica de ações em cada carteira ingênua. Os retornos diários das carteiras foram calculados com base no histórico de seu valor diário (V_t) e usados para fazer as

análises comparativas entre as diversas carteiras ingênuas e o Ibovespa, a carteira MVP 10% e os FIAs selecionados.

3.4 Indicadores de desempenho das carteiras

O IS de cada carteira foi calculado segundo a forma da Equação 1. Os alfas e betas de cada carteira foram obtidos conforme a Equação 3 por meio de regressões lineares do prêmio de risco da carteira sobre o prêmio de risco de mercado com o método dos mínimos quadrados ordinários, tanto para retornos diários quanto mensais. A Equação 3 é uma estimativa do *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) cujo intercepto (α_p) deve ser nulo. A gestão da carteira p adiciona valor quando α_p é significativamente maior do que zero. Este coeficiente, quando interpretado desta forma no contexto do CAPM, também é conhecido como alfa de Jensen. $R_{p,t}$ é o retorno da carteira p no período t (dia ou mês, conforme o caso), $R_{f,t}$ é a taxa SELIC over no período t , $R_{m,t}$ é o retorno do Ibovespa no período t , β_p é o beta da carteira p e $\varepsilon_{p,t}$ é o resíduo na Equação 3. Mais detalhes sobre esta e as demais medidas de desempenho empregadas estão disponíveis em Varga (2006).

$$(R_{p,t} - R_{f,t}) = \alpha_p + \beta_p(R_{m,t} - R_{f,t}) + \varepsilon_{p,t} \quad (3)$$

O Índice de Valor Adicionado (IVA) é a razão entre o alfa de Jensen e a variância dos resíduos, que representa o risco não sistemático. O IVA é uma medida de retorno gerado pelos atos do gestor em relação ao risco diversificável, isto é, aquele ele ou ela incorreu ao assumir pesos diferentes do mercado para tentar superar o retorno do mercado. O IVA foi empregado uma vez que não se considerou que as carteiras 1/N fossem bem diversificadas. O IVA da carteira p foi calculado dividindo-se o α_p pela variância de $\varepsilon_{p,t}$, estimada dividindo-se a soma do quadrado dos resíduos pelo número de observações da série temporal (T) menos dois graus de liberdade, conforme retratado pela Equação 4.

$$IVA_p = \frac{\alpha_p}{\left(\frac{\sum_{t=1}^T \varepsilon_{p,t}^2}{T - 2} \right)} \quad (4)$$

A razão M2 calcula um alfa em relação ao mercado de uma carteira ajustada que consiste de uma proporção x investida na carteira de interesse e o restante investido no ativo livre de risco. A proporção x é determinada de forma que o desvio padrão da carteira ajustada seja igual ao do índice de mercado. A Equação 5 retrata M2 que é a diferença entre o retorno médio da carteira ajustada e o retorno médio do índice de mercado, ambos com o mesmo desvio padrão. O termo em colchetes é o retorno da

carteira ajustada, que investe uma proporção σ_m/σ_p na carteira de interesse p e $1-\sigma_m/\sigma_p$ no ativo livre de risco. As variáveis R são os retornos médios históricos no período analisado da carteira de interesse (p), do mercado (m) e da taxa livre de risco (f) na Equação 5. Como se pode ver, $M2$ é a diferença entre o retorno de uma carteira composta pela carteira de interesse p e o ativo livre de risco, o termo em colchetes, e o retorno do índice de mercado.

$$M2_p = \left[\frac{\sigma_m}{\sigma_p} \bar{R}_p + \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_p} \right) \bar{R}_f \right] - \bar{R}_m \quad (5)$$

Finalmente, a razão de Sortino é uma modificação do IS que considera apenas o *downside risk* em relação a uma meta de retorno. Este estudo empregará o retorno médio do Ibovespa como a meta de retorno. A Equação 6 retrata a razão de Sortino de uma carteira p (S_p) e a 7 o cálculo do *downside risk* (σ_{DR}), onde $R_{p,t}$ é o retorno da carteira de interesse em determinado dia ou mês, $R_{m,t}$ é o retorno do Ibovespa em determinado dia ou mês e T é o número de retornos na série temporal considerada.

$$S_p = \frac{(\bar{R}_{p,t} - R_{m,t})}{\sigma_{DR}} \quad (6)$$

$$\sigma_{DR} = \sqrt{\frac{\sum [\min(0, R_{p,t} - R_{m,t})^2]}{T}} \quad (7)$$

4 – RESULTADOS PRINCIPAIS

4.1 Análise descritiva

A Tabela 1 mostra as estatísticas descritivas de cada carteira 1/N para o período de maio de 1998 a dezembro de 2011. A conclusão principal é que não há diferença estatisticamente significativa entre as medianas das carteiras 1/N e a da MVP 10% ou do Ibovespa, mesmo notando que os retornos acumulados e médios das carteiras 1/N as supera.

A significância estatística das diferenças de desempenho entre as carteiras ingênuas, o Ibovespa e os FIAs selecionados foi estimada por meio do teste não paramétrico de postos com sinais de Wilcoxon. Levine *et al.* (2005) afirmam que este teste é amplamente empregado e é mais eficaz do que o teste t quando não se pode

afirmar que os dados possuem distribuição normal. Ainda assim, o teste de Wilcoxon requer que as observações sejam independentes entre si e, por isso, testes de autocorrelação serial foram usados para verificar essa exigência.

Os testes estatísticos foram omitidos da Tabela 1 devido à sua homogeneidade e por limitação de espaço, mas estão disponíveis com os autores. O teste de postos com sinais de Wilcoxon não revelou diferença significativa entre as medianas das carteiras 1/N tanto em relação à carteira MVP 10% quanto ao Ibovespa. As estatísticas Jarque-Berra rejeitam a hipótese de normalidade de todas as séries, uma vez que são todas significativas ao nível de 1% e implicam que testes não paramétricos, como o de postos com sinais de Wilcoxon, deveriam ser preferidos. As estatísticas Ljung-Box para a significância da autocorrelação para a primeira defasagem são significativas ao nível de 1% para todas as séries diárias de retornos, exceto a do Ibovespa. Contudo, não há significância aos níveis de 5 e 10% para as séries mensais de retornos. A consequência é que mesmo os resultados do teste de postos com sinais de Wilcoxon para as séries de retornos diários deveriam ser interpretados com cautela, uma vez que o teste presume que as observações da série são independentes entre si, como em lançamentos sucessivos de um dado. A ausência de significância estatística do teste de Wilcoxon, contudo, atenua esta preocupação. Este problema não afeta as séries mensais de retornos.

Os retornos acumulados e médios das carteiras 1/N com menor número de ações são maiores, sem esquecer que os testes de diferença de medianas não revelaram significância estatística. A carteira 1/N com 10 ações, por exemplo, atingiu valor acumulado 4,7 vezes maior do que o Ibovespa e 1,2 vezes maior do que a MVP 10%. As medianas dos retornos diários também mostram um quadro similar, mas a maioria das medianas dos retornos mensais das carteiras 1/N não supera a mediana da carteira MVP 10%, o que sugere a influência dos valores extremos diários nas carteiras 1/N.

Tabela 1 - Estatísticas descritivas dos retornos entre 5/1998 e 12/2011

Carteira	Acum. (%)	Média (%)	Med. (%)	DP (%)	Curt.	Ass.	Mín. (%)	Máx. (%)	Pos. (%)
<i>Retornos diários, 3385 observações</i>									
1/N=6	2778	0,14	0,14	2,97	435,83	12,35	-37,77	102,20	53,80
1/N=7	2615	0,13	0,14	2,82	405,91	11,56	-36,02	95,37	53,23
1/N=8	2448	0,13	0,12	2,68	367,73	10,60	-34,51	88,66	53,00
1/N=9	1725	0,12	0,10	2,59	326,90	9,59	-33,39	83,11	52,38
1/N=10	1820	0,12	0,12	2,52	303,07	9,00	-32,47	79,21	53,18
1/N=11	1724	0,11	0,12	2,45	271,06	8,20	-31,06	74,72	53,21
1/N=12	1742	0,12	0,15	2,40	246,60	7,59	-30,30	71,43	53,53
1/N=13	1511	0,11	0,14	2,34	216,22	6,78	-29,43	67,44	53,91
1/N=14	1456	0,11	0,13	2,29	190,47	6,15	-28,32	63,66	54,09
1/N=15	1461	0,11	0,11	2,26	171,68	5,67	-27,53	61,28	53,53
1/N=16	1477	0,11	0,13	2,23	158,53	5,29	-26,90	59,23	53,74
MVP10%	1508	0,09	0,11	1,56	8,65	-0,10	-11,11	12,27	53,00
Ibovespa	386	0,07	0,11	2,22	22,90	1,11	-15,83	33,40	52,41
<i>Retornos mensais, 164 observações:</i>									
1/N=6	2778	3,32	1,64	22,85	116,98	9,86	-39,79	271,34	65,24
1/N=7	2615	3,05	2,27	19,46	160,35	9,14	-36,83	225,86	62,20
1/N=8	2448	2,88	1,84	17,34	95,40	8,39	-34,52	196,03	62,80
1/N=9	1725	2,56	1,29	15,56	85,12	7,66	-32,59	170,92	61,59
1/N=10	1820	2,50	1,22	14,18	75,25	6,94	-30,81	151,18	61,59
1/N=11	1724	2,43	1,22	13,56	68,79	6,45	-30,48	141,43	61,59
1/N=12	1742	2,39	1,47	12,73	59,49	5,72	-30,16	128,12	63,41
1/N=13	1511	2,27	1,65	12,11	52,77	5,17	-30,60	118,21	60,37
1/N=14	1456	2,20	1,51	11,27	44,12	4,41	-32,20	105,06	60,98
1/N=15	1461	2,18	1,51	10,87	39,13	3,94	-33,02	98,27	60,98
1/N=16	1477	2,16	1,45	10,56	36,26	3,71	-31,99	93,61	59,76
MVP10%	1508	1,96	2,07	7,13	5,62	-0,31	-30,18	21,70	66,46
Ibovespa	386	1,39	1,43	8,99	5,19	-0,58	-39,55	24,05	56,71

Nota. "Acum." é o retorno acumulado no período, "Med." é a mediana dos retornos, "DP" é o desvio padrão, "Curt." é o coeficiente de curtose, "Ass." é o coeficiente de assimetria, "Mín." e "Máx." são o mínimo e o máximo das séries, respectivamente e "Pos." é o percentual de retornos positivos na série. "MVP 10%" é a carteira de mínima variância global segundo o método de Markowitz com pesos dos ativos individuais limitados a 10%. Testes de postos com sinais de Wilcoxon para a diferença entre o retorno mediano das carteiras 1/N e a MVP10% e o Ibovespa não revelaram significância mesmo que marginal e foram omitidos. Estatísticas Jarque-Berra rejeitam a hipótese de normalidade de todas as séries uma vez que são todas significativas ao nível de 1% e também foram omitidas. Estatísticas Ljung-Box para a significância da autocorrelação para a primeira defasagem são significativas ao nível de 1% para todas as séries diárias de retornos, exceto a do Ibovespa, e não significativas aos níveis de 5 e 10% para todas as séries mensais de retornos, sendo igualmente omitidas.

A Tabela 1 também mostra que as carteiras com N menores foram as que tiveram mais valores extremos, com os maiores máximos e mínimos absolutos e curtoses elevadas. Todas as séries apresentaram mais retornos positivos do que negativos. Todas

as distribuições de retornos diários das carteiras 1/N são assimétricas à direita, como já é bem conhecido em finanças, indicando maior frequência de retornos positivos. É interessante observar que o retorno mínimo mensal entre as carteiras 1/N com N entre 10 e 12 é comparável ao da MVP 10%. Por outro lado, os retornos máximos mensais são muito maiores para todas as carteiras 1/N.

O desvio padrão cai com o aumento no número de ativos na carteira 1/N. A queda é mais acentuada para N menores, como já é bem conhecido. Essa evidência, naturalmente, não contradiz o gráfico que tradicionalmente se divulga nos livros de texto de finanças. O desvio padrão de todas as carteiras 1/N é maior do que o da MVP 10%.

A conclusão principal da análise descritiva nesta seção é que não há qualquer significância estatística nos testes não paramétricos de diferenças entre as medianas das carteiras 1/N e MVP 10%, ou Ibovespa. As carteiras 1/N ofereceram retorno acumulado e médio maior do que o do Ibovespa e da carteira MVP 10% no período em tela. Contudo, este desempenho vem ao custo de mais volatilidade e, naturalmente, valores extremos, refletidos numa acentuada assimetria positiva. É interessante observar que os valores mínimos mensais são comparáveis aos da carteira MVP 10% enquanto que os diários são menores. Os valores máximos diários e mensais são muito maiores do que os da MVP 10%. É possível que a disciplina imposta pelo rebalanceamento quadrimestral segundo o IS seja eficaz ao limitar o *downside risk*, mas o exame mais detalhado do retorno ajustado ao risco na próxima seção é necessário.

4.2 Análise do retorno ajustado a risco

A Tabela 2 mostra a análise com indicadores de desempenho ajustados ao risco selecionados para retornos mensais. Os resultados para retornos diários foram omitidos, mas serão comentados e estão disponíveis com os autores. Nenhum dos IS na Tabela 2 é significativamente diferente de zero. Os IS dos retornos diários também não são significativos. O maior IS dos retornos mensais na Tabela 2 é o da MVP 10%. Sharpe (1994) mostra que o IS multiplicado pela raiz quadrada do número de observações equivale a uma estatística t para a significância do diferencial de retornos no numerador do IS na Equação 1. Valores de IS que resultariam em diferenciais significativos ao nível de 5% deveriam ser iguais ou maiores que $0,1531 (\pm 1,96 \div 164^{0,5})$ para os 164 retornos mensais e estatística t igual a 1,96 para significância ao nível de 5%. O IS significativo ao nível de 5% deveria ser de 0,0337 para retornos diários. Os valores correspondentes para o valor crítico de t ao nível de 10% são 0,1285 e 0,0283 para retornos mensais e diários, respectivamente.

Todos os betas das carteiras 1/N são significativos ao nível de 1% e se situam entre 0,82 e 0,96. O beta da carteira MVP 10% (0,65) é mais baixo do que os das carteiras 1/N. O risco sistemático das carteiras 1/N é mais alto do que o da carteira MVP 10%. Apenas os alfas das carteiras com N igual a 6, 7 e 8 e da carteira MVP 10% apresentaram significância ao nível de 10%. Os alfa de Jensen de todas as carteiras ficaram abaixo de 196 pontos base com retornos mensais (1,96%) e de 7 pontos base (0,07%) com retornos diários.

O alfa que aparentemente era gerado por algumas carteiras ingênuas vem ao custo de elevado risco não sistemático. O IVA dá uma medida do alfa de Jensen em relação ao risco não sistemático da carteira e revela que o valor adicionado aumenta com N . A carteira MVP 10% apresenta IVA mais de duas vezes maior do que a melhor carteira 1/N.

O M2 é uma espécie de alfa para carteiras ajustadas ao mesmo nível de risco total (desvio padrão). O maior valor é o da carteira MVP 10%, ficando sempre abaixo de 74 pontos base para retornos mensais e 5 pontos base para retornos diários nas carteiras 1/N. Todas as carteiras geram retornos em excesso baixo quando ajustados ao risco. Finalmente, a razão de Sortino, que é um IS que considera apenas o *downside risk*, é maior para a MVP 10%.

A Tabela 3 apresenta um retrato do IS das diversas carteiras segundo períodos discretos e não superpostos do calendário. Todas as carteiras 1/N superaram significativamente o Ibovespa na frequência mensal, mas somente quatro delas (N entre 11 e 14) superaram o Ibovespa na frequência quadrimestral e em nenhuma na frequência anual. Contudo, a MVP 10% supera as carteiras 1/N na maioria dos períodos. Apesar dos resultados acumulados e médios superiores retratados na Tabela 1, a Tabela 3 revela que só há desempenho superior na frequência mensal em relação ao Ibovespa, o que é consistente com a maior volatilidade e assimetria à direita das carteiras 1/N e com a ausência de desempenho superior sugeridas pelo teste estatístico e pelos retornos ajustados a risco.

A análise dos indicadores de desempenho ajustados ao risco não sugere superioridade das carteiras ingênuas em relação à carteira MVP 10%. Nenhuma delas apresenta IS significativo e maior do que o da carteira MVP 10% e todas elas apresentam risco sistemático maior do que o da carteira MVP 10%. Os alfas apresentados pelas carteiras 1/N não são significativamente diferentes de zero e vêm ao custo de maior risco não sistemático. Os indicadores IVA, M2 e Sortino são superiores para a carteira MVP 10%. A evidência apresentada é consistente com a de artigos nacionais que usaram carteiras 1/N com N maior e rebalanceamento mais frequente, como Thomé Neto, Leal e

Almeida (2011), Santos e Tessari (2012) e Rubesam e Beltrame (2013), e com a afirmativa de DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009) de que o valor de N deve ser grande para que as carteiras ingênuas apresentem desempenho superior aos oferecidos por carteiras formadas por meio de técnicas de otimização. Embora os investidores que empreguem carteiras $1/N$ tenham chances de superar o Ibovespa, eles terão chances muito menores de superar uma carteira de mínima variância formada segundo a otimização clássica de Markowitz com desvios padrão e correlações históricas.

Tabela 2 - Desempenho ajustado a risco dos retornos mensais entre 5/1998 e 12/2011

Carteira	IS	Alfa	Beta	SQR	IVA	M2	Sortino
1/N=6	0,0888	0,0194	0,96	7,2150	0,44	0,0070	0,0882
1/N=7	0,0904	0,0167	0,92	4,9814	0,54	0,0071	0,0921
1/N=8	0,0917	0,0150	0,90	3,7785	0,64	0,0072	0,0940
1/N=9	0,0817	0,0118	0,87	2,8987	0,66	0,0063	0,0832
1/N=10	0,0853	0,0113	0,84	2,3076	0,79	0,0067	0,0881
1/N=11	0,0841	0,0106	0,85	2,0059	0,86	0,0066	0,0876
1/N=12	0,0864	0,0102	0,85	1,6561	1,00	0,0068	0,0913
1/N=13	0,0809	0,0090	0,84	1,4251	1,02	0,0063	0,0857
1/N=14	0,0807	0,0083	0,84	1,1187	1,20	0,0063	0,0862
1/N=15	0,0819	0,0080	0,83	0,9866	1,31	0,0064	0,0883
1/N=16	0,0824	0,0079	0,82	0,8998	1,42	0,0064	0,0895
MVP10%	0,0940	0,0061	0,65	0,2619	3,77	0,0074	0,1169
Ibovespa	0,0111	–	1,00	–	–	–	0,0000

Nota: O número de observações é igual a 164. O índice de Sharpe (IS) foi definido na Equação 1. Nenhum IS é significativo ao nível de 5% (valor crítico igual a 0,1531). O alfa e o beta na Equação 3, SQR é a soma dos quadrados dos resíduos definidos na Equação 3. O IVA foi definido pela Equação 4, o M2 pela Equação 5 e a razão de Sortino pela Equação 6. Nenhum dos IS reflete um diferencial de retornos no numerador significativamente diferente de zero ao nível de 5%. Nenhum alfa é significativo ao nível de 5%, embora os alfas das carteiras com N igual a 6, 7 e 8 e da carteira MVP 10% sejam significativos ao nível de 10%. Todos os betas são significativos ao nível de 1%. "MVP 10%" é a carteira de mínima variância global segundo o método de Markowitz com pesos dos ativos individuais limitados a 10%.

Tabela 3 - Número de períodos em que o IS das carteiras 1/N foi superior entre 5/1998 e 12/2011

Período	N	N=6	N=7	N=8	N=9	N=10	N=11	N=12	N=13	N=14	N=15	N=16
Ibovespa:												
Mês	164	94*	96*	96*	91*	91*	96*	99*	96*	95*	94*	89*
Quadrimestre	41	24	23	23	24	23	25*	25*	27*	25*	24	24
Ano	14	7	7	8	7	9	9	9	8	8	8	8
MVP 10%:												
Mês	164	81	81	78	79	79	78	79	79	78	77	79
Quadrimestre	41	20	20	20	20	20	21	21	19	18	18	18
Ano	14	8	8	8	6	5	6	6	6	6	6	7

Nota: Janelas fixas e não superpostas segundo os meses, quadrimestres e anos do calendário. O índice de Sharpe (IS) foi definido na Equação 1. "MVP 10%" é a carteira de mínima variância global segundo o método de Markowitz com pesos dos ativos individuais limitados a 10%. As carteiras 1/N deveriam superar a carteira alternativa (Ibovespa ou MVP 10%) pelo menos em 87 meses, 25 quadrimestres ou 11 anos para que o número de superações seja significativo ao nível de 5%, segundo a distribuição binomial dada por $p(X) = \frac{N!}{(X! \times (N-X)!)} \times p^X \times (1-p)^{N-X}$ em que N é o número de períodos e X o número de sucessos, isto é, o número de períodos em que a carteira 1/N superou a carteira alternativa, p é igual 0,5 e p(X) é a probabilidade de X, no caso no máximo 5%.

* significância ao nível de 5%.

4.3 Análise comparativa aos FIAs

Os FIAs representam a principal alternativa de investimento em ações para pequenos investidores e é importante verificar como as carteiras 1/N com N pequeno se comportaram em relação a eles. Os testes de postos com sinais de Wilcoxon para a diferença entre o retorno mediano de todas as carteiras 1/N e cada um dos 52 FIAs selecionados não indicaram diferenças significativas entre as medianas das série de retornos dos FIAs e as das carteiras 1/N. Os 52 FIAs sobreviventes selecionados não conseguiram superar com significância estatística as carteiras 1/N no período entre maio de 1998 e dezembro de 2011. A Tabela 4 apresenta um resumo dos resultados para os dez FIAs de maior retorno mediano.

O IS retratado na Equação 1 foi calculado para cada FIA com o retorno diário da carteira 1/N de interesse ($N = 6$ ou 16) no lugar da taxa livre de riscos, usando como denominador o desvio padrão da diferença diária entre o retorno do FIA e da carteira 1/N de interesse. O valor resultante deste cálculo multiplicado pela raiz quadrada do número de observações diárias (3385) equivale a uma estatística t, que indica desempenho significativamente diferente do FIA em relação à carteira 1/N escolhida. Nenhum FIA apresentou significância em relação às carteiras 1/N com 6 ou 16 ações. Todos os FIAs apresentaram IS negativo em relação às carteiras 1/N, exceto dois FIAs, Próspero Adinvest e Opportunity Lógica II, que apresentaram IS positivo em relação à carteira 1/N com 16 ações. O desempenho dos FIAs, na melhor das hipóteses, equivale

ao das carteiras 1/N, o que representa um resultado preocupante para os investidores em FIAs.

Apenas dois dos FIAs relacionados na Tabela 4, novamente Próspero Adinvest e Opportunity Lógica II, apresentaram IS, calculado com a taxa livre de riscos, conforme a Equação 1, maiores do que a carteira 1/N com 6 e 16 ativos, embora todos tenham apresentado desvio padrão menor do que os destas carteiras 1/N entre maio de 1998 e dezembro de 2011.

Considerando a facilidade de seu critério de formação para investidores individuais, que não demanda o entendimento da otimização de Markowitz nem de técnicas de análise, os resultados obtidos sugerem que a alocação 1/N poderia ter sido uma alternativa razoável para investidores individuais e gestores de pequenas carteiras em relação aos FIAs sobreviventes no final do período. Embora haja alguns FIAs que superaram as carteiras 1/N em termos de retorno acumulado, é difícil para o investidor selecionar, a priori, fundos vencedores.

Finalmente, cabe dizer que os retornos dos FIAs foram calculados a partir das cotas reportadas, que são líquidas das taxas de administração e performance, e ajustados para se aproximarem de retornos brutos, uma vez que os retornos das carteiras 1/N também são brutos. A recomposição das taxas de administração foi feita por meio da Equação 8, onde CA_t é a cota ajustada do FIA no dia t , C_t a cota reportada do FIA no dia t e f a taxa de administração do FIA no último dia de análise do período. A cota empregada no primeiro dia da série foi a não ajustada (reportada). Somente 11 dos 52 FIAs apresentaram taxas de performance, mas, sua recomposição não foi calculada por ser mais complexa.

$$CA_t = CA_{t-1} \times \frac{C_t}{C_{t-1}} \times \left(1 + \frac{f}{252}\right) \quad (8)$$

Tabela 4 - Desempenho de FIAs selecionados entre 5/1998 e 12/2011

FIA	Mediana (%)	Média (%)	DP (%)	Acum. (%)	IS	IS, N06	IS, N16	Wilcoxon N=6	Wilcoxon N=16
1	0,1557	0,0824	1,93	765	0,0116	-0,0204	-0,0126	-1,49	-1,55
2	0,1454	0,0807	2,01	674	0,0102	-0,0212	-0,0139	-1,15	-1,18
3	0,1428	0,1159	1,72	2972	0,0325*	-0,0071	0,0047	-1,06	-1,09
4	0,1417	0,0953	1,60	1529	0,0220	-0,0154	-0,0052	-1,02	-1,05
5	0,1410	0,0737	1,98	525	0,0069	-0,0236	-0,0172	-1,00	-1,02
6	0,1380	0,0692	1,89	469	0,0048	-0,0258	-0,0206	-0,90	-0,92
7	0,1359	0,1166	2,00	2526	0,0282	-0,0077	0,0061	-0,83	-0,85
8	0,1355	0,0821	1,97	734	0,0112	-0,0206	-0,0129	-0,82	-0,83
9	0,1354	0,0867	1,96	897	0,0137	-0,0191	-0,0105	-0,82	-0,83
10	0,1341	0,0756	1,93	586	0,0080	-0,0231	-0,0167	-0,77	-0,78

Nota. Retornos diários (3385 observações). Fundos: (1) Fator Jaguar; (2) Itaú Private Ativo; (3) Próspero Adinvest; (4) Fama Challenger; (5) Safra Private; (6) Safra Ações; (7) Opportunity Lógica II; (8) Santander Institucional BR Ibovespa; (9) Bradesco Private Alavancado Ibovespa; (10) Santander Plus. "DP" é o desvio padrão, "Acum." é o retorno acumulado no período e IS é o índice de Sharpe definido na Equação 1. "IS, N06" e "IS, N16" são o IS calculado com o retorno médio das carteiras 1/N N06 e N16 em lugar da taxa livre de riscos. O módulo do IS significativo deveria ser de 0,0337 (0,0283) para retornos diários ao nível de significância de 5% (10%). "Wilcoxon" é o teste de postos com sinais de Wilcoxon para a diferença entre o retorno mediano do fundo e o das carteiras 1/N N06 e N16 mostrados na Tabela 1. Nenhum dos testes de Wilcoxon ou IS relativo a carteiras 1/N é significativo ao nível de 5% ou 10%. "*" indica significância ao nível de 10%.

5 – TESTES DE ROBUSTEZ

A formação de carteiras ingênuas com N pequeno pode ser realizada segundo diversos critérios. Os testes de robustez envolveram reordenar as ações presentes nas carteiras 1/N do menor para o maior IS, excluir tanto quanto possível ações de setores de atividade, atribuir pesos diferentes às ações nas carteiras, sem usar otimização, e reduzir o número de rebalanceamentos. Além disso, foram considerados tributos e custos de transação. Os resultados são relatados nas duas seções a seguir.

5.1 Reordenação, setores, pesos das ações e rebalanceamento

Os resultados desta seção sugerem que a ordenação pelo IS é um critério relevante para a formação das carteiras. Contudo, a redução da repetição de setores de atividade na carteira e o uso de pesos obtidos por um método simples não contribuem para melhorar ou piorar o desempenho das novas carteiras ingênuas assim obtidas em relação ao das carteiras 1/N relatado anteriormente. Finalmente, carteiras 1/N com rebalanceamento anual apresentam desempenho inferior ao das carteiras originais com duas elas (N igual a 7 e 12) com significância estatística marginal ao nível de 10% para a diferença entre as medianas.

Carteiras 1/N formadas segundo a ordenação inversa pelo IS verificam se este critério faz diferença. As ações escolhidas para formar as carteiras 1/N foram ordenadas do menor para o maior IS, privilegiando o pior desempenho em relação ao risco. A amostra de ações é a mesma empregada nos testes da seção 4. A Tabela 5 mostra que as médias, medianas e IS das carteiras 1/N formadas a partir da ação de menor IS na amostra considerada são menores do que os das carteiras 1/N originais, retratadas na Tabela 1. Em alguns casos, as medianas são significativamente menores do que as das carteiras 1/N originais ao nível de 5% (carteiras com N igual a 5, 6, 12 e 13) e em dois casos a significância ocorreu ao nível de 10% (carteiras com N igual a 11 e 16). O resultado oferece uma recomendação prática importante para o investidor, uma vez que indica que o desempenho ajustado ao risco de curto prazo, um quadrimestre, contribui para o sucesso dessa estratégia ingênua.

Bennet & Sias (2011) concluíram que o número de ativos necessários para a diversificação de uma carteira deve ser muito alto mesmo com ações de diferentes setores de atividade. Novas carteiras 1/N compostas com o menor número possível de ações do mesmo setor de atividade, respeitando o critério original de inclusão do maior para o menor IS, podem revelar se uma menor concentração por setor de atividade afeta o desempenho das carteiras 1/N. A segunda ação de um setor de atividade, por exemplo, a aparecer na carteira em um quadrimestre foi deslocada para o final da lista ordenada do maior para o menor IS. Ela poderia ser incluída se necessária para completar o número de ações da carteira. Os resultados desse e dos demais testes de robustez foram omitidos por limitação de espaço, mas estão disponíveis com os autores. Não houve diferença estatística significativa entre as medianas dessas carteiras e as das carteiras 1/N originais.

Chance, Shynkevich e Yang (2011) e Bennet e Sias (2011) afirmaram que grande parte dos investidores não possui carteiras igualmente ponderadas, embora elas sejam muito usadas nos estudos sobre a quantidade de ativos e sua relação com o risco diversificável. Além disso, esses autores mencionam estudos que sugerem que carteiras com valores diferentes para os pesos dos ativos podem apresentar benefícios quanto à diversificação em relação a carteiras igualmente ponderadas, o que é consistente com a evidência brasileira em Thomé Neto, Leal e Almeida (2011), Santos e Tessari (2012) e Rubesam e Beltrame (2013), por exemplo.

Novas carteiras formadas pelas mesmas ações presentes nas carteiras 1/N originais, porém com pesos diferentes para cada uma podem verificar esse aspecto. A atribuição de pesos diferentes, como no caso da maximização por média-variância, reconhece que há informação relevante nos dados históricos empregados na estimativa dos pesos. O critério de atribuição dos pesos privilegiou as ações de maior IS no período

anterior. O cálculo dos pesos segue um critério simples para não exigir que o investidor conheça o método de Markowitz (1952).

Os pesos atribuídos foram o posto da ação i , segundo a ordenação do maior (posto N) para o menor IS (posto 1), dividido pelo somatório dos postos de 1 até N . Os pesos são sempre os mesmos para uma carteira de tamanho N . Considere o exemplo de uma carteira com 6 ações (postos). A soma dos postos de 1 até 6 é igual a 21. A ação de maior IS teria posto 6 e peso $6/21$ (28,57%), a ação com o segundo maior IS teria posto 5 e peso $5/21$ (23,81%) e assim sucessivamente até a ação com menor IS entre as 6 de maior IS, que teria peso igual a $1/21$ (4,76%).

Não há diferença significativa entre as medianas dessas carteiras ingênuas com pesos maiores para IS maiores e as das carteiras $1/N$ originais. Os resultados não sugerem que esses pesos, determinados de forma proporcional ao ordenamento segundo o IS, contribuam para a melhora ou piora do desempenho das carteiras $1/N$. Esse resultado reforça as conclusões de outros estudos brasileiros sobre os méritos da otimização de média-variância.

Finalmente, os retornos medianos das carteiras $1/N$ originais, com rebalanceamento quadrimestral, foram comparados com os de carteiras $1/N$ com rebalanceamento anual. Não houve significância estatística. O rebalanceamento menos frequente pode ser uma alternativa para reduzir os custos de transação e IR e, como o resultado dessas carteiras $1/N$ alternativas não foi significativamente diferente do das carteiras originais, empregou-se esta frequência para averiguar o impacto dos custos de transação e impostos.

Tabela 5 - Ações ordenadas do menor para o maior IS entre 5/1998 e 12/2011

Carteira	Acum. (%)	Média (%)	Med. (%)	DP (%)	IS	Wilcoxon	Prob.
1/N=6	431	0,0772	0,0525	2,36	0,0065	2,07	0,04
1/N=7	387	0,0733	0,0496	2,30	0,0050	1,96	0,05
1/N=8	337	0,0690	0,0526	2,26	0,0032	1,39	0,16
1/N=9	298	0,0659	0,0576	2,24	0,0018	1,47	0,14
1/N=10	342	0,0693	0,0671	2,26	0,0033	1,61	0,11
1/N=11	281	0,0646	0,0384	2,24	0,0012	1,68	0,09
1/N=12	387	0,0716	0,0595	2,23	0,0044	2,14	0,03
1/N=13	374	0,0706	0,0572	2,22	0,0040	2,12	0,03
1/N=14	347	0,0687	0,0546	2,21	0,0031	1,60	0,11
1/N=15	321	0,0664	0,0310	2,19	0,0021	1,30	0,19
1/N=16	265	0,0620	0,0441	2,18	0,0000	1,80	0,07

Nota: Retornos diários (3385 observações). "Acum." é o retorno acumulado no período, "Med." é a mediana dos retornos, "DP" é o desvio padrão e IS é o índice de Sharpe definido na Equação 1. "Wilcoxon" é o teste de postos com sinais de Wilcoxon para a diferença entre o retorno mediano das carteiras $1/N$ alternativas e o de suas correspondentes na Tabela 1. "Prob." é o valor de prova desse teste.

5.2 Tributos e custos de transação

As carteiras 1/N não apresentaram retorno mediano significativamente diferente do das carteiras MVP 10% e do Ibovespa antes de impostos. Não há razão para acreditar que isso se alteraria ao se considerar custos de transação, que afetariam todas as carteiras. Esta seção relata um estudo sobre o impacto dos custos de transação e do imposto de renda (IR) no desempenho de carteiras 1/N. O estudo se limitou às carteiras com rebalanceamento anual, antes e depois da inclusão de custos de transação e IR, e com N entre 12 e 16, por simplicidade. A formação das carteiras seguiu critério semelhante de usar as ações de maior IS no quadrimestre anterior. A análise começou em janeiro de 1999 e estendeu-se até dezembro de 2011, para que os rebalanceamentos fossem feitos sempre no primeiro dia de cada ano. Os resultados das novas carteiras foram naturalmente inferiores às respectivas carteiras originais, sem significância estatística para a diferença entre os retornos medianos segundo o teste de postos com sinais de Wilcoxon.

O estudo, porém, sugere uma ordem de grandeza para o impacto do IR e dos custos de transação sobre o desempenho das carteiras 1/N com rebalanceamento anual de 1,42 (1,63) pontos base por dia ou 364 (419) pontos base por ano para os retornos médios (medianos). Estes custos de transação não são desprezíveis, sendo comparáveis às taxas de administração mais elevadas entre os 52 FIAs selecionados. Contudo, não houve diferença significativa entre o retorno mediano dos FIAs, cujos retornos líquidos foram ajustados para a taxa de administração do FIA, e as carteiras 1/N. Houve, ainda, uma predominância quase que total de sinais negativos para os IS tomados em relação a carteiras 1/N selecionadas. Apesar de seu custo de transação relativamente elevado, as carteiras 1/N não foram superadas pelos FIAs selecionados.

O investimento inicial simulado foi de cinquenta mil reais. A alíquota do IR foi de 15% sobre o ganho líquido com ações superiores a R\$ 20.000,00. Os custos de transação incluíram uma taxa de corretagem de 0,5% mais uma tarifa fixa de R\$ 25,21 para valores de compra e venda diários acima de R\$ 3.029,38 sugerida pela Tabela da BM&FBovespa. O Imposto Sobre Serviços (ISS) incide sobre o valor de corretagem e foi considerado na alíquota de 2%. A BM&FBovespa cobra, ainda, uma alíquota de 0,0345% a título de emolumentos aplicada sobre o volume financeiro das operações. Considerou-se, finalmente, uma taxa de custódia fixa de R\$ 6,90 por mês.

6 – CONCLUSÕES

O objetivo deste artigo foi examinar carteiras 1/N com N pequeno, tendo como foco o investidor com pequenas carteiras de ações. A partir das ações constituintes do índice Ibovespa a cada quadrimestre formaram-se carteiras igualmente ponderadas e de mínima variância global (MVP). O critério de inclusão das ações numa carteira igualmente ponderada foi o ordenamento do maior para o menor Índice de Sharpe (IS). Todas as carteiras 1/N construídas com as ações de maiores IS no período anterior apresentaram retornos médios e medianos e IS maiores do que o do Ibovespa para retornos diários, mas o mesmo não acontece com os retornos mensais. As carteiras 1/N, porém, não apresentaram retornos medianos estatisticamente diferentes dos do Ibovespa, segundo testes não paramétricos conservadores.

A análise dos retornos ajustados ao risco não revela vantagens claras das carteiras 1/N sobre a MVP com limite de pesos positivos de 10%. As carteiras 1/N não apresentam retornos estaticamente diferentes dos da MVP 10%, o que é consistente com a afirmativa de DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009) de que o valor de N deve ser grande para que as carteiras ingênuas apresentem desempenho superior aos oferecidos por carteiras formadas por meio de técnicas de otimização. O desvio padrão das carteiras MVP 10% estimadas é muito menor do que o das carteiras 1/N, o que contribuiu para que sua relação retorno-risco superasse às das carteiras 1/N, na maioria das vezes. Embora os investidores que empreguem carteiras 1/N tenham grandes chances de superar o Ibovespa, apenas em termos absolutos, mas não ajustados a risco, as chances de superar uma carteira de mínima variância formada segundo a otimização clássica de Markowitz serão muito menores. As informações históricas usadas na determinação dos pesos segundo o processo de maximização de média-variância introduz informações relevantes que resultam em pesos que levaram a um desempenho melhor do retorno ajustado ao risco destas carteiras em relação às carteiras ingênuas. Nota-se, ainda, que o rebalanceamento das carteiras 1/N limita o *downside risk*.

O desempenho ajustado ao risco medido pelo IS e mediano das carteiras 1/N foi, pelo menos, tão bom quanto o dos 52 FIAs selecionados. Os resultados foram ajustados para as taxas de administração dos fundos e são ainda mais relevantes se considerarmos que foram analisados somente os fundos sobreviventes, que devem ser os de melhor desempenho histórico. Esta evidência também é consistente com a apresentada por Thomé Neto, Leal e Almeida (2011), que indica que a carteira MVP 10% supera a maior parte dos fundos com os quais ela foi comparada, e tem relevância prática, uma vez que sugere que a seleção do gestor que será bem sucedido é crítica para que um FIA supere

a carteira $1/N$. Naturalmente, como fazer a escolha certa, a priori, é muito difícil, montar uma carteira $1/N$ pode ser uma boa estratégia em vez de apostar em FIAs.

Os testes de robustez indicam que a ordenação das ações para formar as carteiras $1/N$ do maior IS para o menor é relevante, mas que a exclusão, tanto quanto possível, de ações do mesmo setor de atividade e atribuir pesos maiores para ações com IS maior, por meio de uma fórmula simples e não por maximização de média-variância, não melhora significativamente o desempenho das carteiras ingênuas. O rebalanceamento algumas vezes por ano pode ser importante uma vez que carteiras $1/N$ com rebalanceamento anual tiveram desempenho marginalmente inferior. Os custos de transação e o IR das carteiras $1/N$ não são baixos e podem ultrapassar 400 pontos base no ano, mas seu desempenho assegurou que elas não fossem superadas pelas alternativas consideradas neste artigo.

Outra implicação prática deste estudo é que ETFs que imitem carteiras $1/N$ podem ser um produto interessante. A escolha do tamanho ideal de N para carteiras ingênuas está muito relacionada com o risco a que se pretende expor. Carteiras com N menor ou igual a 10 podem ser aceitáveis se os investidores tolerarem um risco maior na busca de maiores retornos. Os mais conservadores devem optar por carteiras com N maior do que 10 ou pela a MVP com limite de peso de 10% por ativo, que apresenta desvio padrão bem inferior às carteiras ingênuas.

Há muitas técnicas sofisticadas de formação de carteiras, como algumas das apresentadas por DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009), que não foram examinadas neste trabalho. Embora esses autores tenham mostrado que carteiras ingênuas com um grande número de ativos são capazes de superar essas técnicas, seria relevante que trabalhos futuros verificassem o comportamento relativo de carteiras ingênuas com poucos ativos no mercado de ações brasileiro, estendendo tanto esse estudo quanto os de Rubesam e Beltrame (2013) e Santos e Tessari (2012). Finalmente, cabe dizer que estudos futuros podem considerar outros critérios de formação de carteiras ingênuas, bem como experimentos de Monte Carlo com a formação aleatória dessas carteiras a partir do universo de ações considerado, com renovação do universo de empresas para sorteio, estendendo trabalhos como o de Battaglia (2013).

7 – REFERÊNCIAS

- BATTAGLIA, T. K. **Desempenho de carteiras 1/N selecionadas aleatoriamente**. 2013. Dissertação (Mestrado em Administração) – Instituto COPPEAD de Administração, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013. Disponível em: <http://www.coppead.ufrj.br/upload/publicacoes/Theo_Battaglia.pdf>
- BENNETT, J. A.; SIAS, R. W. Portfolio diversification. **Journal of Investment Management**, v. 9, n. 3, p. 74-98, 2007.
- BLOOMFIELD, T.; LEFTWICH, R.; LONG, J. Portfolio strategies and performance. **Journal of Financial Economics**, v. 5, n. 2, p. 201–218, 1977. DOI:10.1016/0304-405X(77)90018-6
- BRITO, N. R. O. O efeito da diversificação de risco no mercado acionário brasileiro. In: BRITO, N. R. O. (Org.). **Gestão de Investimentos**. São Paulo: Atlas, 1989. p. 81-104.
- CERETTA, P. S.; COSTA JR., N. C. A. Quantas ações tornam um portfólio diversificado no mercado de capitais brasileiro? In: COSTA JR., N. C. A.; LEAL, R. P. C.; LEMGRUBER, E. F. (Org.). **Mercado de Capitais: Análise Empírica no Brasil**. São Paulo: Atlas, 2000. p. 19-33.
- CHANCE, D. M.; SHYNKEVICH, A.; YANG, T. H. Experimental evidence on portfolio size and diversification: human biases in naïve security selection and portfolio construction. **Financial Review**, v. 46, n. 3, p. 427-457, 2011. DOI:10.1111/j.1540-6288.2011.00307.x
- DeMIGUEL, V.; GARLAPPI, L.; UPPAL, R. Optimal versus naive diversification: how inefficient is the 1/N portfolio strategy? **The Review of Financial Studies**, v. 22, n. 5, p. 1915-1953, 2009. DOI:10.1093/rfs/hhm075
- LEVINE, D. M. et al. **Estatística: teoria e aplicações**. Rio de Janeiro: LTC, 2005.
- MARKOWITZ, H. Portfolio selection. **The Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952. DOI:10.1111/j.1540-6261.1974.tb00057.x

OLIVEIRA, F. N.; PAULA, E. L. Determinando o grau ótimo de diversificação para investidores usuários de Home Brokers. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 6, n. 3, p. 437-461, 2008.

PÓVOA, A. **Mundo financeiro**: o olhar de um gestor. São Paulo: Saraiva, 2010.

RUBESAM, A.; BELTRAME, A. L. Carteiras de variância mínima no Brasil. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 11, n. 1, p. 81-118, 2013.

SANTOS, A. A. P.; TESSARI, C. Técnicas quantitativas de otimização de carteiras aplicadas ao mercado de ações brasileiro. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 10, n. 3, p. 369-394, 2012.

SHARPE, W. F. The Sharpe ratio. **Journal of Portfolio Management**, v. 21, n. 1, p. 49-58, 1994.

THOMÉ NETO, C.; LEAL, R. P. C.; ALMEIDA, V. S. Um índice de mínima variância de ações brasileiras. **Economia Aplicada**, v. 15, n. 4, p. 535-557, 2011.

VARGA, G. Indicadores de investimentos e de seleção de fundos. In: VARGA, G.; LEAL, R. (Org.). **Gestão de investimentos e fundos**. Rio de Janeiro: Financial Consultoria, 2006. p. 369-404.

