

Raymundo Brandão Cela

---

**PERSPECTIVA**  
**DAS**  
**SOMBRAS - SOLARES**

—•—

Tese de Concurso à Cadeira de  
**PERSPECTIVA, SOMBRAS E ESTEREOTOMIA**  
da Escola Nacional de Belas Artes  
da Universidade do Brasil.

Rio de Janeiro  
1949

---

3  
951  
x. 2



RAYMUNDO BRANDÃO CELA

\*

PERSPECTIVA DAS  
SOMBRA-SOLARES

Tese do concurso à Cadeira de  
Perspectiva, Sombras e  
Estereotomia da  
Universidade do Brasil

\*

RIODE JANEIRO - 1949

T/3  
1951  
212

RAYNOLD BRANCO CIMA

RESPECTIVA DAS

CONDIÇÕES DE

Teza de concurso a Cátedra de  
Respectiva. Cursos e  
Metodologia de  
Universidade do Brasil



ALDO LARIBO - 1957

104

À memória de meus pais

--- \* ---

À minha esposa e aos  
meus filhos.

A memória de meus pais

---



A minha esposa e aos  
meus filhos.

## P R E Â M B U L O

\*

Quando veio ao nosso espírito o desejo de participar do concurso aberto aos pretendentes ao cargo de professor da cadeira de Perspectiva, Sombras e Estereotomia da Escola Nacional de Belas Artes, a primeira dificuldade, que se nos apresentou e que quasi nos forçaria a desistência, foi uma das exigências impostas aos concorrentes. De fato, ela era desanimadora, pois impunha originalidade nos temas que deviam ser apresentados na tese.

Inicialmente, ao passarmos uma vista geral nos melhores tratados que conhecemos, verificamos que todos os assuntos referentes ao programa da cadeira, já estavam suficientemente desenvolvidos, não deixando margem, portanto, a trabalhos completamente originais. Por outro lado, sabemos que a matéria, como tôdas aquelas de fundo rigorosamente matematico, não é das mais amplas. E assim, já desanimavamos diante da quasi impossibilidade de encontrar um tema novo, quando nos ocorreu uma ideia que, talvez em parte, venha satisfazer as exigências da lei. É que revendo as aplicações da Perspectiva e da Sombra, feitas por nós através da nossa vida de artista-pintore de engenheiro, nos veio a lembrança uma das dificuldades que nos forçaram a estudos especiais, e que, afinal, foram vencidas.

Trata-se de problemas relativos a luz e sombras produzidas pelo efeito dos raios solares, quer em pleno exterior, quer nos interiores.

Diznos-ão que neste campo não é possível originalidades, uma vez que ele tem sido explorado pelos mais conceituados autores.

De fato, assim acontece, mas dentro de condições muito restritas quanto a posição do sol; pois nos vários casos apresentados nos tratados, ele se encontra, como que caprichosamente, nos limi-

tes do quadro e de maneira vaga, isto é, sem que esteja em condições previstas relativamente ao momento ou a hora. Simplifica-se, portanto, um problema que nem sempre se apresenta de maneira favorável. Ora, o que de ordinário nos impunha soluções menos simples, era justamente a necessidade que tínhamos de dar ao quadro uma determinada luz, conseqüente do momento em que se realizava a cena. Assim, por exemplo, quando a obra exige, em bem de sua fidelidade, um ponto mais exacto relativamente a posição do foco luminoso, o artista sente-se na obrigação de estudar com o máximo cuidado a solução do problema luz.

Muitas vezes pensamos que tais dificuldades pesam por igual a outros pintores que necessitam dar a sua obra não uma luz qualquer, mas uma que venha corresponder as exigências impostas pelo assunto da composição contida na tela. Em virtude das ponderações, que acabamos de expor, quanto a utilidade desses conhecimentos, não há em nós a menor duvida, uma vez que estamos convencidos do grande valor adicionado aos méritos que possa ter uma idealização, quando executada dentro das regras impostas pela realidade. Si, portanto, temos que expressar fatos e acontecimentos históricos, ou aspectos da vida real ou, ainda, cousas de pura ficção, mas que se realizam em plena luz solar, e em determinado momento, impõe-se a necessidade de aplicar os indispensáveis conhecimentos, a fim de estarmos dentro das exigências impostas pela fidelidade do assunto. Como exemplo poderiam ser apontados alguns fatos desenrolados dentro da própria história nacional, qual seja a proclamação da República, acontecimento que se desenrolou em plena praça pública, a determinada hora do dia e em certa época do ano. Sendo assim, a um artista fiel a verdade, na sua idealização de um fato histórico, torna-se necessário o indispensável estudo relativamente a luz e as sombras num certo momento do dia.

O mesmo pode ser indicado com referência a vários motivos de caráter social ou coletivo, que se sucedem normalmente, dentro de rigoroso horário, como acontece com algumas cerimônias religiosas, internas ou públicas; nas saídas ou entradas do operariado nas fábricas, etc., etc.

Nos mesmos, para algumas de nossas telas, tivemos necessidade de calcular a posição do sol no momento em que se realizam as várias cenas que servem de assunto, como por exemplo na Fig. 14 vemos o estudo que ilustra esta tese e que serviu para o quadro: "Jangadeiros em palestra".

Basta o que acabamos de mostrar, para provar não somente a utilidade, mas a necessidade de estudos mais desenvolvidos no sentido de permitir ao artista uma rigorosamente certa e justa iluminação de suas telas.

Depois desta ligeira explanação em que procuramos pôr em evidência a utilidade de uma exposição mais completa a respeito de um sistema aplicado a orientação do raio solar na perspectiva, de maneira geral, passamos a mostrar o método que conseguimos instituir para alcançar nosso desideratum.



PRIMEIRA PARTE  
INTRODUÇÃO

\*

Entre os vários assuntos contidos no programa da cadeira que pretendemos, escolhemos como tema um que, ao nosso pensar, oferece margens a estudos originais e de algum interesse, o que faremos ver no desenrolar deste trabalho.

Como no estudo das sombras provenientes da interrupção dos raios-solares, no domínio da Perspectiva, tenhamos encontrado deficiências nos vários tratados que são do nosso conhecimento, nos propoemos a desenvolver este assunto, tanto quanto nos permitiu o pequeno prazo que nos foi facultado para elaborar esta tese.

E, como a causa do fenómeno sombra-solar está subordinada ao ponto em que se encontra o Sol, todo o nosso trabalho consistirá em marcar sua posição no plano do quadro, dentro de determinadas condições.

Em virtude do que acabamos de enunciar, fomos levados a organizar um programa dividido em duas partes que igualmente se subdividem.

A primeira parte consiste na exposição e aplicação de um método que nos permita marcar a posição do Sol no plano do quadro, sabendo-se qual a direção que toma o raio-luminoso, ou seja, conhecendo-se os ângulos que ele forma em relação aos dois planos: o geometral e o vertical que passa pelos pontos de vista e de fuga principal (plano de perfil). Esta primeira parte se subdivide em duas outras: - "Método geral" e suas "Aplicações especiais".

A segunda parte tem como finalidade mostrar, dentro de um fundamento teórico, um processo prático que permita dar ao Sol uma aparente posição relativamente a linha do horizonte, mediante determinadas condições referentes ao momento e ao lugar. Esta segunda parte, também, comporta divisão em duas outras: - "Teoria" e "Prática".



## M É T O D O G E R A L

\*

Partindo do teorema de Dandelin: "A Seção de um cone de revolução feita por um plano que não passa pelo vértice, é uma elipse, uma parábola ou uma hiperbole" - chegamos a resultados que nos permitem solucionar de forma geral um problema que se nos apresenta diante da necessidade de marcar no plano do quadro o ponto exato em que estaria o Sol em certo momento do dia e em determinada direção, relativamente ao plano perpendicular a linha do horizonte (LH), e passando pelo ponto de vista.

Para conseguirmos tal resultado, tivemos que fazer uma abstração, supondo ao Sol um movimento circular em torno de um eixo vertical, que passa pelo ponto de vista (V) - (Fig. 1). Daí resultando a formação de um cone de revolução de duas fôlhas, que tenha como geratriz o raio-solar que passa pelo ponto de vista (V).

Supondo-se o plano do quadro paralelo ao eixo do cone, teremos, conforme o citado teorema, a formação de uma seção cônica, - a hiperbole, que terá seu vértice em A (Fig. 1). Na curva dessa hiperbole encontrar-se-á qualquer uma das posições do Sol, quando ele esteja atrás do quadro, ou seja a frente do observador. Em caso oposto, isto é, quando atrás do ponto de vista (V) faremos aparecer o Sol na outra curva da hiperbole, e em posição simétrica em relação ao caso anterior. Dessa forma, veremos transformar-se o raio-solar numa geratriz do cone e, sendo assim, sempre nos será possível marcar um ponto da hiperbole como sendo posição do Sol; e, como consequência, ele se transforma em ponto de fuga de todos os raios-solares, como paralelos que são.

Quando o foco luminoso se encontra num plano que passa pelo ponto de vista, e é paralelo ao quadro, não haverá fuga, e os raios se apresentarão paralelamente.

Passemos a indicar a maneira de proceder no intuito de marcar no plano do quadro a posição do Sol, utilizando-se, para isso, da Fig.1.

Começaremos supondo o Sol num plano de perfil, perpendicular ao plano do horizonte, e passando pelos pontos V e P, e daí resultando a linha de interseção AP, que formará, com a reta PV, os catetos do triângulo-retângulo, que terá como hipotenusa a linha AV; representando ela a direção do raio-solar.

A hipotenusa passando a ser geratriz do cone, este será construído tendo como vértice o ponto de vista (V), e, sendo cortado pelo quadro (plano secante), dará como resultado a secção cônica hiperbólica.

Para traçar a figura precisaremos de três elementos indispensáveis a construção da hipérbole, e que são a distância-focal, o eixo-transverso e o eixo-não-transverso, obtendo-se o primeiro com a distância AT, contida numa das geratrizes, conforme teorema geométrico; a segunda, ou seja o eixo-transverso na duplicação da altura do Sol em relação a linha do horizonte, e, por fim, o terceiro que corresponde a linha do horizonte.

Uma vez assim discriminados os elementos indispensáveis à construção da hipérbole, passemos à execução.

Como resultado teremos: -  $AA=2(AP)=2a$ , ou seja  $a=AP$  (Sendo AP a altura do Sol em relação a linha do horizonte (L.H.)).

Quanto a distância-focal, ela será conseguida com a parte da geratriz AT, ou seja  $2(AV)$ . Daí teremos: -  $FF=2c=2(AV)$ , ou seja: -  $c=AV$ .

Conseguidos assim os dois elementos essenciais à construção da hipérbole, nada mais resta a fazer senão traçar a figura pelos processos já conhecidos.

Munidos de um processo que nos permita generalizar o problema relativo a colocação do Sol, num ponto qualquer do quadro, passaremos a fazer uma

aplicação em que possamos mostrar a maneira como nos servimos do cone da Fig.1.

Assim é que, se tomarmos uma das geratrizes em determinada direção relativamente ao quadro, ela irá a um dos pontos da secção do cone, ou seja da hiperbole, e lá marcará o ponto S (Sol) que, por sua vez, se fará projetar na linha do horizonte em S. Dessa forma teremos resolvido o problema, que consistia em colocar o Sol num determinado ponto do quadro. Devemos acrescentar que, se o SOL está em posição anterior a do ponto de vista (V), o seu raio irá atingir o plano do quadro, num ponto da curva hiperbolica, que fica abaixo da linha do horizonte (L.H.) e que poderíamos intitular de curva inferior.

-:-





## APLICAÇÕES ESPECIAIS

\*

- O Sol está dentro dos limites do quadro -

Quando o Sol se mostra no próprio quadro, o problema é simples, e, para resolvê-lo, basta traçar a perpendicular a linha do horizonte passando pelo ponto de fuga principal (P), de maneira que nela possamos marcar o ponto A (Fig.2). Depois, tomando o comprimento equivalente a  $2(AP)$ , e fazendo o mesmo com relação a  $2(AV)$ , obteremos respectivamente o eixo-transverso AA e a distância focal FF, elementos que nos permitirão construir os dois lados da hipérbole. Simplificando, porém, só teremos necessidade de traçar um dos lados da hipérbole, conforme a posição do Sol, seja aquém ou além do quadro.

Temos considerado até agora como estando o quadro antes do Sol; mas se este figura em posição atrás do observador, o problema continua o mesmo, com, apenas, a diferença na direção do raio-solar, que deixará seu traço na parte abaixo da linha do horizonte, ou seja, num ponto da curva inferior da hipérbole.

Uma vez estipulados a distância do ponto de vista (V) ao quadro e o ângulo DA-DP (Fig.2), teremos automaticamente encontrado a altura do ponto A, ou seja a metade do eixo-transverso da hipérbole, e também da distância-focal (PF).

Para conseguirmos o traçado conforme o método geral, teremos que simetricamente marcar os pontos F' e A' no outro lado da hipérbole (curva inferior). Chegados até aí, poderemos desenhar a figura dentro das leis da geometria e, a nossa vontade, marcar o ponto para o Sol, quer de um lado quer do outro, em relação ao eixo-transverso e a linha do horizonte (L.H.).

## SEGUNDA SOLUÇÃO

- O Sol está não muito distante do quadro -

No intuito de conseguir solução fácil ao problema referente a uma colocação a dar ao Sol, quando ele esteja não muito além dos limites do quadro, procuramos resolvê-lo de maneira a dispensar a construção da hipérbole, embora o lugar procurado seja inevitavelmente um dos pontos da referida figura.

Passamos a mostrar o processo adotado, servindo-nos para isso da Fig. 3.

Tomando o plano do quadro e o plano do horizonte (que passa na altura do ponto de vista) como planos de projeção ortogonal (Geometria Descritiva), e se fizermos projetar nos dois planos a circunferência (EAG) que teve sua origem no corte do cone pelo plano paralelo ao geometral e que passa em A (Fig. 1), veremos na projeção vertical a reta E'G' (Fig. 3) e na horizontal a semicircunferência EAG (Fig. 3) (para simplificação apresentamos uma semicircunferência). É escusado dizer-se que no plano vertical, a circunferência apresenta-se em sua verdadeira altura.

Uma vez feita essa preparação, torna-se fácil marcar o ponto-sol no plano do quadro, quer ele esteja acima da linha do horizonte quer abaixo, bastando para tal somente o traço do raio-solar no plano vertical (quadro), pois o traço, no plano do horizonte já é conhecido, como sendo o ponto de vista (V).

Temos considerado até agora a posição do Sol como sendo além do plano do quadro, mas se ele ocupa um lugar em posição atrás do observado, ou seja do ponto de vista, o problema continuará o mesmo com apenas a diferença na direção do raio-solar que terá seu traço no plano vertical, abaixo da linha do horizonte ou seja no 4º diedro, se consideramos os 2 planos de projeção.

Em qualquer das condições o traço da reta crea

rá sempre um ponto da hipérbole e para encontrá-lo recorreremos aos processos indicados pela "Geometria Descritiva".

Na Fig. 3 mostramos a maneira como proceder no intuito de obtermos a colocação do Sol num determinado ponto preestabelecido ou seja em função do ângulo do raio-solar com o geometral e de sua direção em relação ao quadro.

Para tal teremos a necessidade de obter as 2 projeções do raio-solar e neste sentido devemos traçar as duas projeções da semicircunferência, que terá como raio a distância do ponto de vista (V) ao quadro ou como diâmetro o comprimento entre os 2 pontos de distância  $D$  e  $D'$  e como altura no plano vertical a linha  $E'D$ , marcada pelo ângulo  $VE'VD$ , formado pelo raio-solar e sua projeção no plano do horizonte.

Uma vez conseguidas as projeções da semicircunferência, pudemos dar ao Sol a posição que nos convier, determinar mediante a direção a dar ao raio solar, relativamente ao quadro. Como aplicação no domínio das Sombras, os casos processam-se de maneira geral, como podemos verificar nos desenhos do plano perspectivo da Fig. 3.

### TERCEIRA SOLUÇÃO (Fig. 4)

No intuito de simplificarmos mais ainda o processo destinado à colocação do Sol dentro da área do quadro, fomos levados a um sistema baseado na teoria dos triângulos semelhantes e nas linhas homologas, com o qual conseguiremos uma fórmula mais simples e que ocupa menos espaço que a exposta na primeira solução, e de igual eficácia.

Vejamus o seu fundamento geométrico.

Se temos os triângulos semelhantes  $VPS$  e  $V'PS_1$  (Fig. 5), sabemos que, conforme o teorema de Tales,

$$\frac{VP}{PS'} = \frac{V/2P}{PS'_1} \quad \text{sendo } V/2 \text{ } S_1$$

uma parte da verdadeira projeção do raio-solar  $VS'$ . Para conseguirmos a projeção horizontal da seção do cone (Metodo Geral), igualmente reduzido, basta traçarmos o arco da circunferência que tenha como raio a linha  $PV/2$  e assim conseguimos o ponto de interseção  $E$ , que levado ao plano vertical (quadro) a mesma circunferência dará uma interseção o ponto  $E$ . Chegado o problema até aí, basta fazer projetar no plano vertical o raio-solar  $V/2S_1$  (Geometria Descritiva), assim conseguindo-se o traço  $S_1$ , que corresponde a projeção do Sol na sua verdadeira altura, ou seja  $AP$ , que não sofreu alteração. Desta forma, para a obtenção do ponto definitivo do Sol, basta o deslocamento do ponto  $S_1$  para  $S'$  o que se fará na mesma razão de semelhança dos lados homólogos  $PS_1$  e  $PS$ .

Fazendo-se uma aplicação, na procura de marcar a sombra da vertical  $ab$  (Fig.4), encontramos a interseção do raio-solar  $Sa$  e de sua projeção  $S'b$ , ficando a interseção  $C$  como limite da sombra  $bc$ .

- O Sol está fóra dos limites do quadro -

Todos os estudos feitos até agora são destinados a soluções nas quais o Sol se encontra no domínio do quadro. Quando, porém, êle se acha em ponto mais afastado, quer ao lado direito ou ao esquerdo, ou mesmo em posição muito acima da linha do horizonte, de maneira a se tornar impossível a sua visão no quadro, ou em suas proximidades, necessítamos de alguns processos especiais, que passamos a mostrar.

Primeiro caso - (Fig.7) - A primeira situação que será motivo de nossos estudos é aquela em que o Sol está em posição bastante elevada, de maneira a tornar-se impossível sua colocação no quadro ou em suas proximidades, embora sua projeção na linha do horizonte se faça na area ou nas proximi

dades do quadro.

A presente solução exige um recuo à Fig.1, onde vemos o raio-solar VS e sua projeção no quadro em PS.

Como pertencendo ao quadro, a linha PS e suas paralelas são linhas de frente e, assim, invariáveis quanto a direção que tenham; já não acontecendo o mesmo com SV, como inclinada em relação ao quadro, e tendo seu ponto de fuga no Sol, para onde convergem todas as linhas que lhe são paralelas, ou sejam os raios solares. E, se ligarmos duas linhas pela reta VP, perpendicular ao quadro, teremos conseguido o triângulo VPS, figura semelhante que é as outras de lados paralelos aos seus, respectivamente, como vemos nos triângulos semelhantes TUU e SPV (Fig.6), que nos permitirá conseguir, perspectivamente, o triângulo TUQ.

Considerando-se o lado TQ paralelamente a SP, como linhas de frente que são, em se tratando de paralelas ao quadro.

Pelo que vemos, o lado T'U, do triângulo TT'U (Fig.6), pode ser conseguido uma vez que tenhamos a interseção das linhas PQ e S'T, nos seus prolongamento. Assim, ser-nos-á possível conseguirmos a sombra de TT', projetada no plano horizontal em T'U, sem a presença do raio-solar SU.

Mostrando uma aplicação, apresentamos a Fig.7 em que fazemos ver no geometral a projeção do raio-solar SV e, no quadro, parte do mesmo raio e sua projeção em E<sub>1</sub>V.

No desenho da sombra de AB fizemos passar pelo ponto A a paralela a E<sub>1</sub>V até a interseção com o plano perspectivo, ficando, assim, marcado o ponto B. Depois, vemos a reta que, partindo de V e passando por B, vai encontrar a que parte de S' (projeção do Sol na linha do horizonte), e passa pelo ponto B, formando, então o ponto limite da sombra BC.

Segundo caso - (Fig. 8 e 9) - Um dos casos que exigem estudo especial é o que resulta da circunscrição de se encontrar o Sol muito ao lado do ponto de fuga principal (P) e, ao mesmo tempo, mantendo-se em posição baixa relativamente a linha do horizonte. Assim, esse fato de impossibilitar a presença do Sol, ou de sua projeção na linha do horizonte, faz criar mais um problema e a respectiva maneira de o solucionar, o que nos leva a recorrer as leis da geometria, na parte que se refere aos triângulos semelhantes.

Procurando mostrar como resolver um dos problemas de sombras, dentro das condições aqui expostas, passamos a explicações.

Se na linha do horizonte (Fig. 8), temos a distância que vai de P a S (projeção do Sol na linha do horizonte), e fizermos partirem desses pontos retas que passem pelo ponto B e encontrem uma paralela a referida linha, teremos formado dois triângulos semelhantes  $\underline{PSB}$  e  $\underline{CGB}$ . Se dividirmos um dos lados paralelos em duas partes, a reta que sair dessa divisão e passar pelo ponto B, irá dividir o outro lado proporcionalmente ao primeiro. Daí resultando o que passamos a expor na Fig. 9.

Baseados nessa proporção, poderemos obter qualquer um dos lados que tenhamos como incognita.

Numa aplicação do problema em questão (Fig. 9), poderemos obter o vértice G e, uma vez esse ponto conseguido, teremos a linha  $\underline{GB}$ , que contém a parte correspondente a sombra procurada; a qual será limitada pelo encontro da linha  $\underline{GB}$  com a linha que parte do ponto de fuga principal (P) e passa pelo ponto B. Dessa forma, tornar-se-a marcada a sombra  $\underline{BB'}$ , sem que para isso tenha sido necessário o ponto-Sol, nem mesmo sua posição na linha do horizonte.

E assim, acabamos de mostrar a maneira como conseguimos solucionar o problema.

Terceiro caso - Entre as várias posições que toma o Sol, em relação ao quadro, e que oferece mo-

tivo à nossa especial atenção, levamos em conta o que passamos a considerar.

Trata-se de uma situação, que somente na zona tropical pode ser observada, e que agora constitui o motivo dos nossos estudos. Antes do mais, de vemos salientar que, quando o Sol encontra-se no zenite ou em posição muito próxima a êle, torna-se evidente a desnecessidade de um estudo a respeito; pois, evidentemente, nessas condições não existem sombras de maneira a exigirem estudo especial. Alis, trata-se de uma situação plenamente evitável, uma vez que o artista resolva dar como de  $85^\circ$  o ângulo máximo formado pelo raio-solar, com o plano do horizonte.

Admitindo-se que essa inclinação do raio-solar corresponda a um ângulo muito aberto (cerca de  $85^\circ$ ) a posição do Sol no plano do quadro sera muito elevada em relação à linha do horizonte.

Em tal situação somos levados a proceder à uma aproximação do ponto de vista relativamente a linha do horizonte, com o fim de forçar a diminuição do eixo-transverso da hiperbole resultante da secção cônica produzida pelo plano do quadro.

Feito isso, teremos a projeção do ponto-Sol na linha do horizonte, em determinada distancia, relativamente ao ponto de fuga principal (P), e dentro da proporção estabelecida.

Para chegarmos a conclusão de nossos trabalhos, ou seja a colocação definitiva da projeção do Sol na linha do horizonte, não nos resta senão realizar a necessária ampliação da distancia previamente reduzida  $S_1P$  (Fig.10).

Assim, na Fig. 10, a distancia  $PS_1$  será ampliada quatro vezes para que tenhamos o ponto definitivo de projeção do Sol; ou seja o ponto S (A razão estabelecida corresponde a  $1/4$ ).

Chegados a esse ponto, nada mais temos a fazer senão por em prática processos já conhecidos, com o fim de conseguirmos as desejadas sombras, como

podemos apreciar na Fig.10, em que apresentamos a vertical AB e a respectiva sombra BC.

E, para mostrarmos de maneira mais concreta o processo adotado, apresentamos o desenho contido na Fig.10. Nele aplicamos a razão de  $1/4$  (um para quatro), como fizemos no caso da Fig. 9.

- 8 -

## SEGUNDA PARTE

\*

Até o momento ao tratarmos alguns dos temas que preenchem esta tese, não saímos do campo adstrito ao conhecimento geral da Perspectiva das Sombras, como resultado de obstáculo a ação do raio solar. Ora, esse estudo, em certos casos torna-se insuficiente se não for acompanhado de outros tantos que permita adicionar ao trabalho perspectivo certas condições impostas pelo momento-hora, pela época do ano e, por fim, pela posição geográfica.

Quando precisamos colocar o sol num determinado ponto do plano do quadro, de maneira a satisfazer as exigências impostas pelo assunto da composição, seremos levados a recorrer a outros conhecimentos além daqueles contidos no estudo da Perspectiva e Sombras.

Assim é que diante de questões de outra natureza, fomos levados a instituir esta "Segunda Parte", que terá como finalidade mostrar, teoricamente, a maneira como se operam os aparentes movimentos do Sol; e, por outro lado, apresentar forma concreta, por meio de desenhos, as soluções exigidas pelos problemas solares.

Para maior clareza na exposição que vamos fazer, teremos necessidade de tratar separadamente os dois aspectos do problema: - o teórico e o prático.

### TEORIA

Em virtude das razões que acabámos de expôr, faremos um estudo especial relativamente ao que diz respeito aos aparentes movimentos do Sol, que se realizam, um no decurso do dia, e o outro durante um ano.

Entretanto, antes de entrarmos no assunto que

nos interessa especialmente, devemos apresentar uma sucinta explicação referente ao real movimento celeste a que está subordinada a Terra, uma vez que Copernico demonstrou ser o Sol o centro do nosso "Sistema Planetário", e ela um minúsculo corpo que participa da suntuosidade do espetáculo universal. Como os demais astros, ela está submetida à suprema lei do movimento celeste, lei descoberta que foi pelos dois grandes luminares da Humanidade - Newton e Kepler. Na sua órbita ela traça uma elipse no plano da Eclitica e, ao fazê-lo, o seu eixo conserva a mesma direção no espaço, excetuando-se o caso da precessão dos equinócios.

Assim, ligando-se tal movimento ao que ela executa em torno do seu próprio eixo, ou seja o de rotação, daí resultam as variações na direção do raio solar relativamente a um ponto qualquer do globo.

O primeiro movimento - a translação - nos dá como consequência a formação desse aparente passeio que dá o Sol paralelamente ao eixo do globo terrestre; disso resultando a variação no espaço de tempo decorrido na iluminação diurna em cada ponto da Terra, com excessão dos que ficam no Equador e nos Polos. No primeiro caso, o tempo iluminado corresponde a 12 horas, e isso acontece permanentemente durante o ano; e, em cada um dos outros dois o Sol aparece sem interrupção durante seis meses, ocultando-se, em seguida, por tempo idêntico.

Essa variação no dia iluminado acompanha as fases do Zodíaco, e seus extremos correspondem a posição do Sol nos dois Solstícios, isto é, nos pontos marcados na Terra pelos dois trópicos: Capricornio e Cancer. Quando ele se encontra no zenite do Equador, dá-se o fenômeno do Equinocio, e o tempo de luz corresponde a metade do dia em todo o Globo, exceto os polos. Pelo que vemos, a fase iluminada varia em qualquer ponto do planeta,

excetuados os do Equador; tornando-se interessante observar que essa variação vai de zero a 24 horas, como acontece nos Polos.

Todos êsses fenômenos se desdobram em duas partes que se invertem durante o ano, isto é, conforme o astro-rei vai, aparentemente, de um Solstício ao outro, no espaço de seis meses; e, nesse limite, o raio-solar que vai ao centro da Terra, traça os paralelos a que damos o nome de Tropicos.

De posse desses conhecimentos poderemos dar início ao estudo que se torna indispensável para que possamos marcar a altura do Sol em relação a L.H., em determinado momento do dia e do ano, e em certo ponto da Terra.

Como sabemos, excetuando-se os pontos do Equador, em qualquer que seja o lugar da Terra, a altura do ponto-Sol em relação a linha do horizonte, varia em função do momento-hora e do lugar geográfico.

No intuito de conseguirmos uma forma simples na solução desses problemas, fomos levados a uma abstração, atribuindo ao Sol os dois movimentos em torno do eixo da Terra. O primeiro representaria o da rotação da Terra e o segundo o da sua translação, ou seja aquêle que ela descreve durante o ano no plano da eclíptica.

Feita indispensável abstração, êsses dois movimentos se operam de formas diversas; sendo que num deles o Sol traça uma circunferência, enquanto que no outro êle descreve uma figura elicoidal, como veremos melhor no estudo da parte prática.

Uma vez que a circunferência descrita pelo Sol está sempre num plano perpendicular ao eixo da Terra, disso resulta que ela é inclinada em relação a qualquer plano tangente ao esferoide, com excessão daqueles que tangenciam a linha do Equador ou um dos Polos. Ora, pondo-se de lado a situação nos Polos, onde a circunferência traçada pelo Sol está num plano horizontal, e no Equador

onde essa mesma circunferência é perpendicular ao plano horizontal, sabemos que, em qualquer outro ponto da Terra, a circunferência traçada pelo Sol está num plano inclinado em relação ao plano tangente do lugar.

Por tudo que acabamos de mostrar, vemos que, com excessão dos três lugares do globo terrestre a que já nos referimos, a altura do Sol em relação a linha do horizonte é representada pela reta vertical e não pela que ele descreve na sua marcha, a qual é uma inclinada, formando, portanto, certo ângulo com a L.H.

Evidentemente, o resultado a que chegamos é fruto de raciocínios rigorosamente dentro da geometria, mas sabemos que, na prática de alguns casos, são dispensáveis certos rigores. Por exemplo: até  $15^\circ$  de latitude em qualquer dos hemisférios, poderemos considerar como vertical a linha do horizonte, o caminho traçado pelo Sol na sua marcha ascendente ou descendente.

Passaremos a mostrar como o cálculo deve ser desenvolvido no sentido de nos facultar o conhecimento da verdadeira altura do Sol, num dado momento e numa latitude qualquer.

Se considerarmos o Sol como um ponto de interseção das duas retas SS' e SR (Fig. 11A) que formam com a linha do horizonte um triângulo retângulo, veremos na hipotenusa a linha traçada por ele na sua ascensão. Daí resulta que o ângulo formado entre o raio-solar SV e a sua projeção no plano horizontal VS' não equivale ao ângulo-horario formado pelo raio-solar VS e a reta VR, sendo R o ponto em que o Sol aparece na linha do horizonte. Assim, se queremos obter a altura do Sol em relação a linha do horizonte em função da hora, te remos necessidade de conhecer o ângulo B (Fig. 11A), formado pela reta descrita pelo Sol na sua ascensão, com a linha do horizonte e um dos lados do triângulo SS'R. O ângulo B é conhecido, pois é

complementar com o ângulo do raio da latitude correspondente ao ponto em questão, como pode ser visto na Fig. 11A. Quanto ao lado que deve ser conhecido ou que pretendemos conhecer RS, sendo hipotenusa em SS'R, passará a cateto no triângulo retângulo SRV e será conhecido na fórmula trigonométrica:

$$\underline{RS} = \underline{RV} \operatorname{tg}.a$$

O lado RV é dado como sendo a distância do ponto de vista ao quadro, e o ângulo a, como correspondendo ao ângulo do raio-solar com o plano horizontal, ou seja o momento-hora. Uma vez obtido o cateto RS, poderemos transformá-lo em hipotenusa do triângulo SS'R. Com a hipotenusa RS e o ângulo B (complementar do ângulo do raio de latitude correspondente), poderemos assim conhecer o cateto SS', ou seja a altura h do Sol em relação a linha do horizonte L.H. Ficando nestes termos a solução:

$$\underline{SS'} = \underline{RS} \operatorname{sen}.b, \text{ ou seja: } \underline{SS'} = (\underline{RV} \operatorname{tan}.a) \operatorname{sen}.b.$$

Uma vez conseguido o cateto SS', ou seja a altura que procuramos, damos como solucionado o nosso problema principal que consiste em marcar a altura do Sol num determinado momento do dia, qual for a época do ano ou o ponto geográfico do lugar.

### PRÁTICA

Quando o assunto que serve de tema ao quadro se desenrola em plena luz solar, de maneira a produzir efeitos de sombra, e a cena passa-se em determinado momento do dia, em certa época do ano e em num dado ponto da Terra, o pontor e o desenhista são levados a resolver um problema, que se resume em indicar qual seja a altura do Sol, em relação a linha do horizonte. E no esforço de dar a este po

blema uma solução fácil e prática, está resumido o principal motivo desta segunda parte da tese. Assim, no intuito de conseguirmos um método que nos proporcione rápidas soluções, procuramos organizar um desenho ou gráfico que nos permita, a um tempo, mostrar as relações existentes entre estes três elementos: - o momento do dia, época do ano e latitude do lugar (posição geográfica).

Passamos a mostrar o fundamento teórico do nosso trabalho, e como o organizamos de maneira a lhe dar o cunho prático. Antes de mais nada, iniciamos com explicações relativamente a formas abstratas, que creamos no intuito de simplificar problemas. Assim é que somos levados a transplantar para o ponto que nos interessa, na superfície da Terra, o seu eixo; e o faremos sem prejuízos quanto a exatidões, uma vez que tal modificação não

afeta sensivelmente os efeitos dos raios-solares, que são considerados paralelos, dada a imensa distância existente entre o centro do nosso planeta e o Sol; ou seja aproximadamente de 24.000 vezes o raio terrestre.

Dessa forma, imaginando-se um eixo paralelo ao que existe, e passando no lugar que é o de nossos estudos, ou seja o de determinada latitude, faremos representar em torno desse eixo auxiliar os dois movimentos do Sol: o de rotação (diurno) e o de translação (anual).

O primeiro movimento, o diurno, será representado por uma circunferência ABCD (Fig.12), que terá seu centro num dos pontos do referido eixo, feitas aí as indicações referentes ao dia, como sejam: horas e frações da hora; correspondendo a cada hora 15 graus dos 360 que formam o total da circunferência.

Quanto ao segundo movimento, ou seja o em que aparentemente aquele astro se desloca lateralmente, ele tomará a forma de uma hélice, que tenha seu raio igual ao da referida circunferência. Pa

ra maior clareza faremos representar a hélice por um cilindro que tenha o mesmo raio e que sejam seus lados limitados pela distância entre os pontos de interseção com os raios correspondentes aos Trópicos. Esses raios formarão com o do Equador os ângulos de  $23^{\circ} 37' 30''$ ; ou seja, de Trópico a Trópico, o ângulo de  $47^{\circ} 15' 00''$ .

Uma vez estipulado que a geratriz do cilindro está subordinada ao ângulo formado pelos raios trópicais, assim fica determinada a relação entre os dois elementos do cilindro; devendo este representar o deslocamento lateral que o Sol aparentemente realiza no decurso de seis meses, ou seja entre os dois solstícios. Assim teremos dado forma concreta ao tempo que decorre durante a metade do movimento anual; e, na Fig. 13, mostramos o cilindro com suas divisões correspondentes ao signos do Zodiaco. Esta figura fará ver dois signos em cada uma de suas divisões.

Como observamos na Fig. 13, os dois elementos (partes) do gráfico estão subordinados ao mesmo eixo-auxiliar, de maneira a exprimirem em dado momento-hora do dia e em determinada época do ano a verdadeira posição do Sol em relação a linha do horizonte. E, paratal, teremos, antes do mais, de traçar a referida linha, que deve fazer com o eixo-auxiliar, um ângulo igual ao do raio terrestre correspondente a latitude do lugar.

- Unidos, assim, do grau de latitude, ficaremos conhecedores do ângulo que a linha do horizonte fará com o eixo-auxiliar  $C'D'$  (Fig. 12), como paralelo que é ao eixo da Terra.

Antes de uma aplicação, vejamos o fundamento teórico em que esta baseado nosso gráfico.

Na Fig. 12 mostramos os dois eixos paralelos  $C'D'$  e  $OI$ , e a secante (raio-terrestre prolongado)  $OP$ , retas que formam os ângulos  $PC-PO$  e  $OP-OI$ , como iguais que são por se constituírem alternos-inter-nos.

Uma vez traçada a linha do horizonte LH pelo ponto P, ela irá formar com o eixo-auxiliar o ângulo a, que será complementar do ângulo PC-PO, que por sua vez, como alternativo-interno, é igual ao ângulo OP-OI, que também é complementar com o ângulo a.

Do que acabamos de expôr, chegamos à conclusão aqui enunciada:

$$\text{Ang. } \underline{a} = \text{Ang. } \underline{a}.$$

Sendo o ângulo a o que corresponde ao do raio-terrestre da latitude do lugar, ficará indicado o ângulo a como resultante da interseção da linha do horizonte (L.H.) com o eixo-auxiliar.

Uma vez estabelecido o ângulo a, formado pela linha do horizonte (L.H.) com o eixo-auxiliar CD, ficaremos automaticamente preparados para conhecer o momento em que se inicia o tempo de luz, durante o dia e em qualquer época do ano.

Aparelhados com as duas secções do gráfico (Fig. 12), as quais representam os dois movimentos, nos resta fazer a ligação entre eles e o fazemos por meio de duas paralelas SE e MN ao eixo-auxiliar e que partem, uma de um determinado ponto da linha do horizonte (L.H.) conforme o momento do ano, e a outra sairá da circunferência, o qual corresponde a certa hora do dia.

Assim, partindo da linha do horizonte (L.H.) uma reta perpendicular ao eixo-auxiliar, esta irá ao encontro da linha SE paralela ao referido eixo, e que vem de um ponto-hora E, marcado na circunferência ABCD.

Desse encontro resultará o ponto que indica a posição do Sol numa perpendicular à linha do horizonte, ou seja SS e, conseqüentemente, sua altura em função do momento-hora, da época do ano e mesmo da posição geográfica.

Para concluir, teremos necessidade de marcar a

altura  $SS'$ , em função da distância do quadro ao ponto de vista; e isso conseguimos por meio do triângulo retângulo  $SS'V$ , do qual conhecemos os dois catetos e, conseqüentemente, o ângulo agudo  $SVS'$ , elemento que nos permitirá resolver o problema. Sim, pois se temos o cateto  $S'V$  e o ângulo formado com a hipotenusa, teremos o outro cateto que nos dá a procurada altura do Sol. E, para conseguirmos no gráfico o comprimento  $S'V$ , teremos necessidade de transferir para a circunferência  $ABCD$  a altura  $SS'$  por meio de uma rotação que fará aparecer a reta  $EJ$ .

A distância do ponto  $J$ , pertencente ao diâmetro  $AB$ , corresponde exatamente ao cateto  $S'V$ , que nos permitirá conseguir o ângulo procurado  $SVS'$  que, afinal, nos permitirá obter a altura do Sol em relação à linha do horizonte, dentro das condições impostas pelo momento-hora, pela época do ano e pela posição geográfica.

-:-



## C O N C L U S Ã O

\*

Ao finalizar êste trabalho que realizamos à guisa de tese, não resistimos ao desejo de apresentar algumas justificativas perante não somente os leitores em geral, mas, e muito especialmente, os que constituirão o órgão do qual devo esperar o merecido julgamento.

Entre as razões que podemos apresentar em favor de alguma complacência, encontra-se a circunstância de somente haver chegado ao nosso conhecimento a chamada a concorrência para o preenchimento da cadeira que pretendemos, quando já apenas restava parte do prazo concedido. Alias, permitam que, de passagem, declaremos julgar insuficiente a realização de um trabalho original, e de caráter científico ou técnico o espaço de quatro meses. Mesmo porque os necessarios estudos são, em geral, feitos no tempo que nos resta das atividades a que somos forçados normalmente.

Pelas razões expostas, nos limitamos ao indispensavel no estudo das sombras-solares, ou sejam aquelas que resultam da posição do Sol, quando êle se encontra além do plano do quadro. Também nos limitamos as sombras pelas retas verticais e projetadas no plano perspectivo, deixando a margem varios casos que merecem estudo especial, como, por exemplo, quando o Sol se encontra atraz do ponto de vista.

E ainda há outros aspectos que igualmente poderíamos ter desenvolvido, não fora a premência a que estavamos forçados.

\*

O O N C I U S A O

... finalizar este trabalho que realizamos á ...  
... não realizamos ao desejo de ...  
... justificativas porque não somente os ...  
... em geral, mas, a muito especialmente, os ...  
... o órgão do qual deve esperar o ...  
... julgamento.

Entre as razões que podemos apresentar em ...  
... de alguma importância, encontramos a ...  
... de alguma maneira chegar ao nosso ...  
... e chamada a concorrência para o ...  
... da cadeira que pretendamos, quando ...  
... parte do prazo concedido, ...  
... de passarem, declaramos julgar ...  
... a realização de um trabalho original, e ...  
... científico ou técnico o espaço de ...  
... Mesmo porque os necessários estudos ...  
... em geral, feitos no tempo quando ...  
... e que somos feitos normalmente.

Para razões expostas, nos limitamos ao ...  
... no estudo das sombras-solares, ou ...  
... que resultam da posição do sol, quando ...  
... além do plano do quadro. Também nos ...  
... as sombras pelas retas verticais e pro-  
... do plano perspectivo, deixando a ...  
... que merecem estudo especial, como, por ...  
... quando o sol se encontra atrás do ...  
... de vista.

E ainda há outros aspectos que igualmente ...  
... ser desenvolvido, não fora a ...  
... que estamos fazendo.

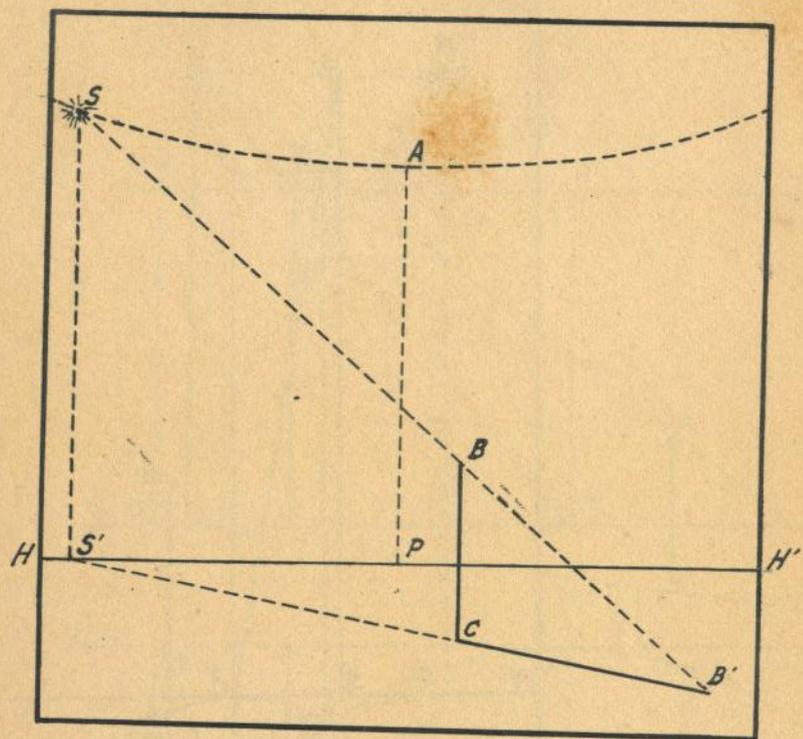


Fig. 2

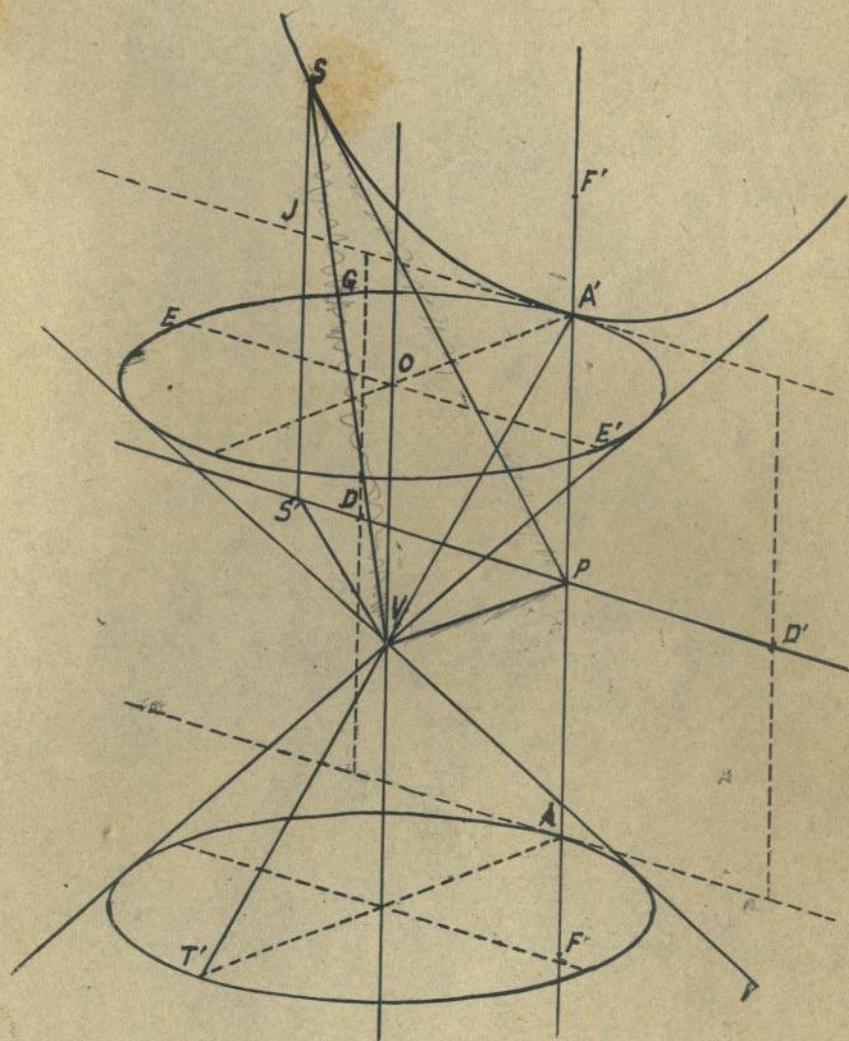


Fig. 1

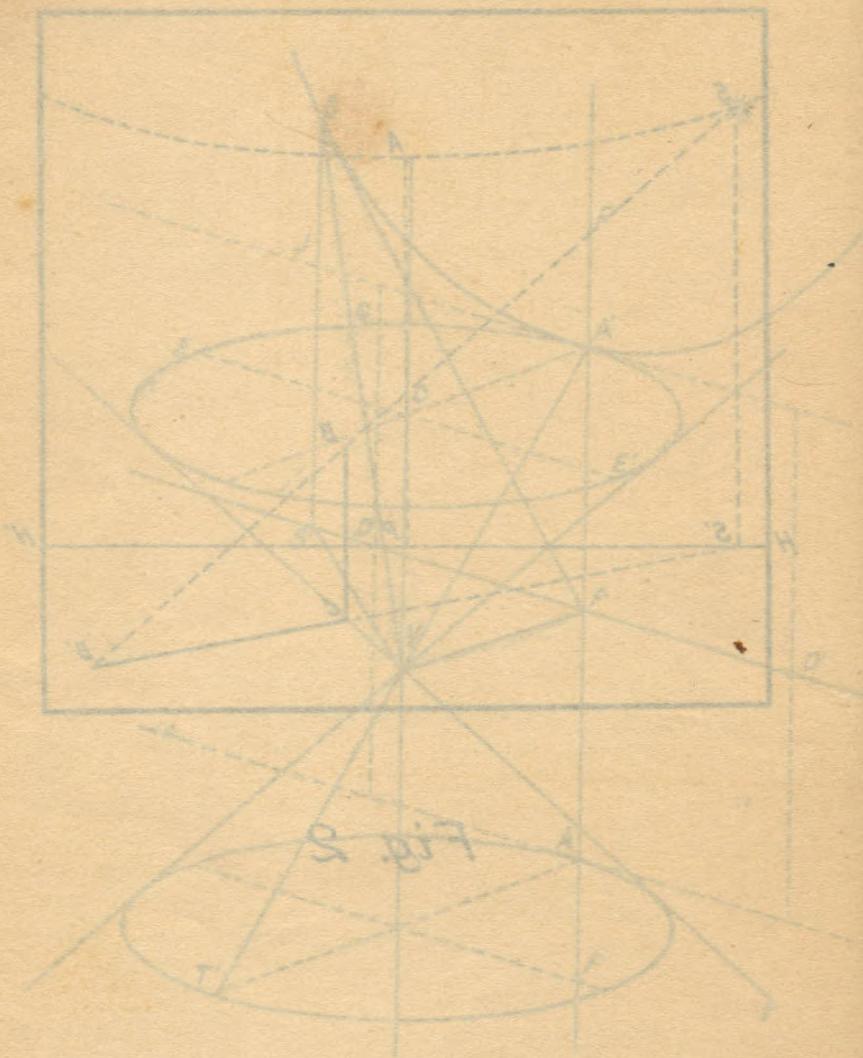


Fig. 1

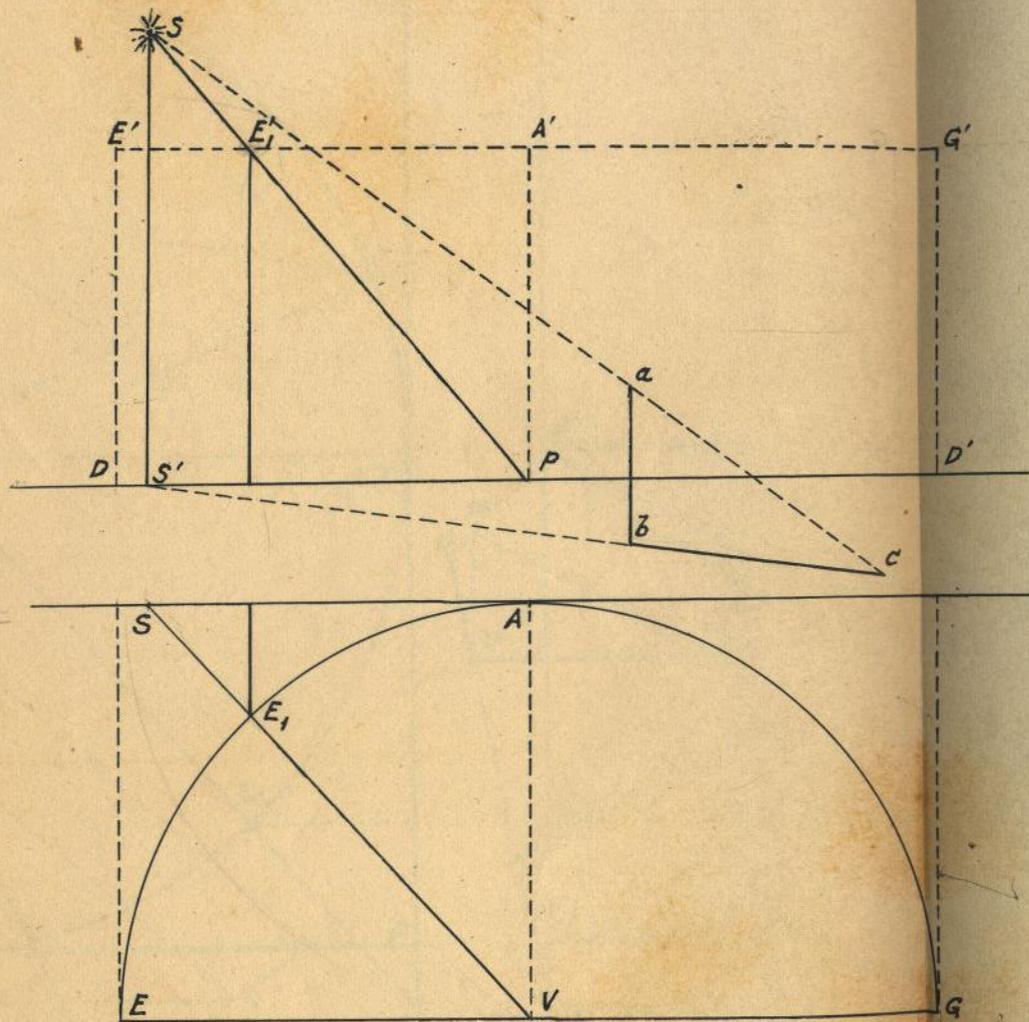


Fig. 3

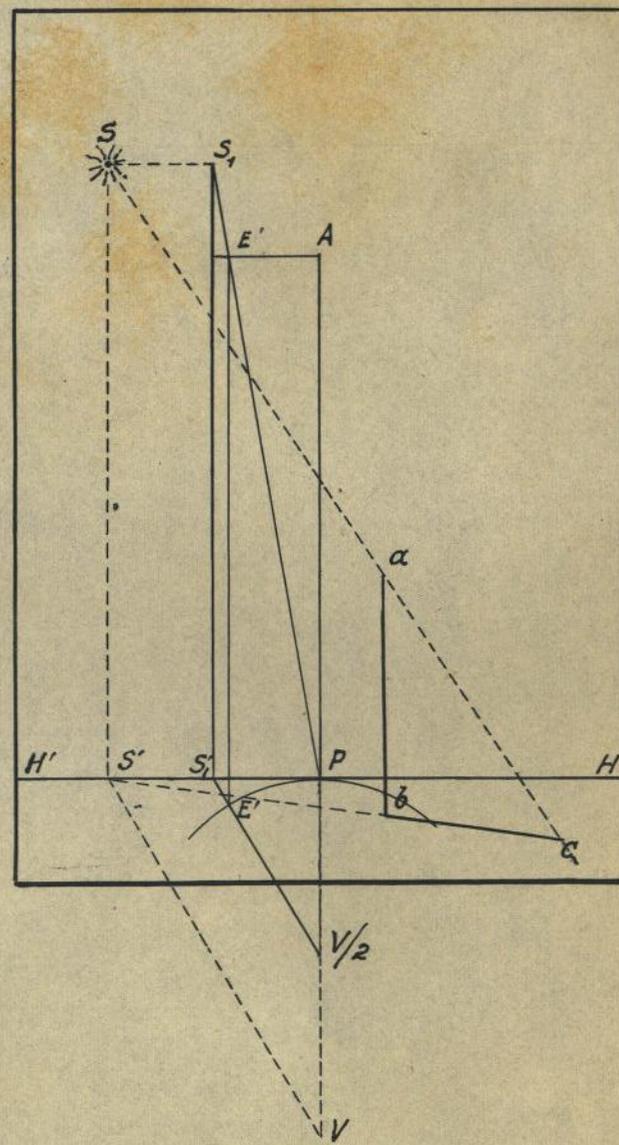


Fig. 4





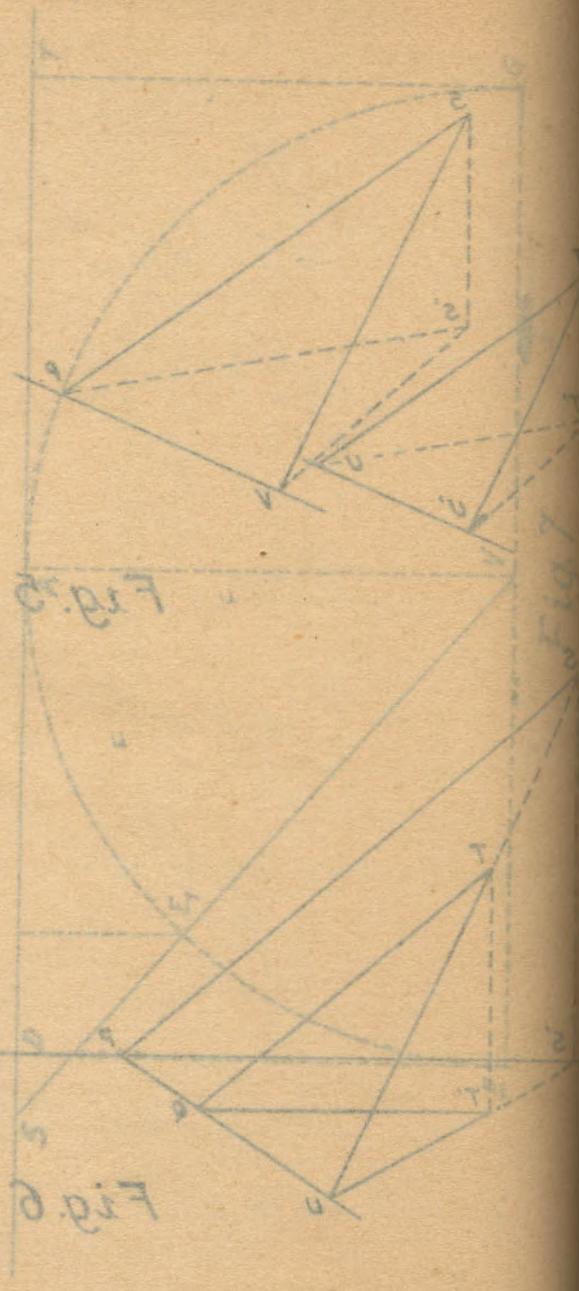
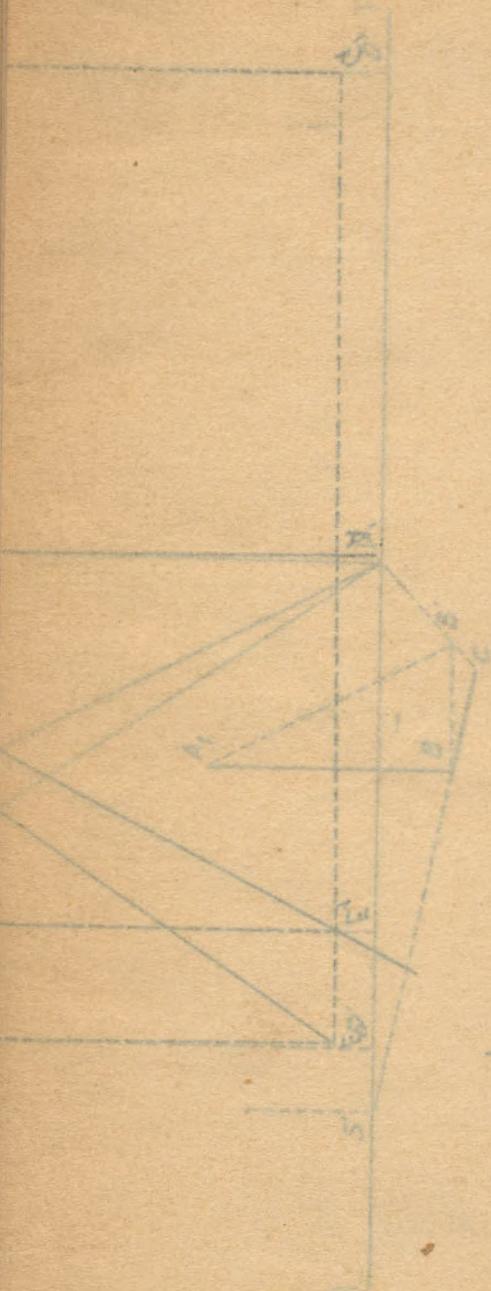
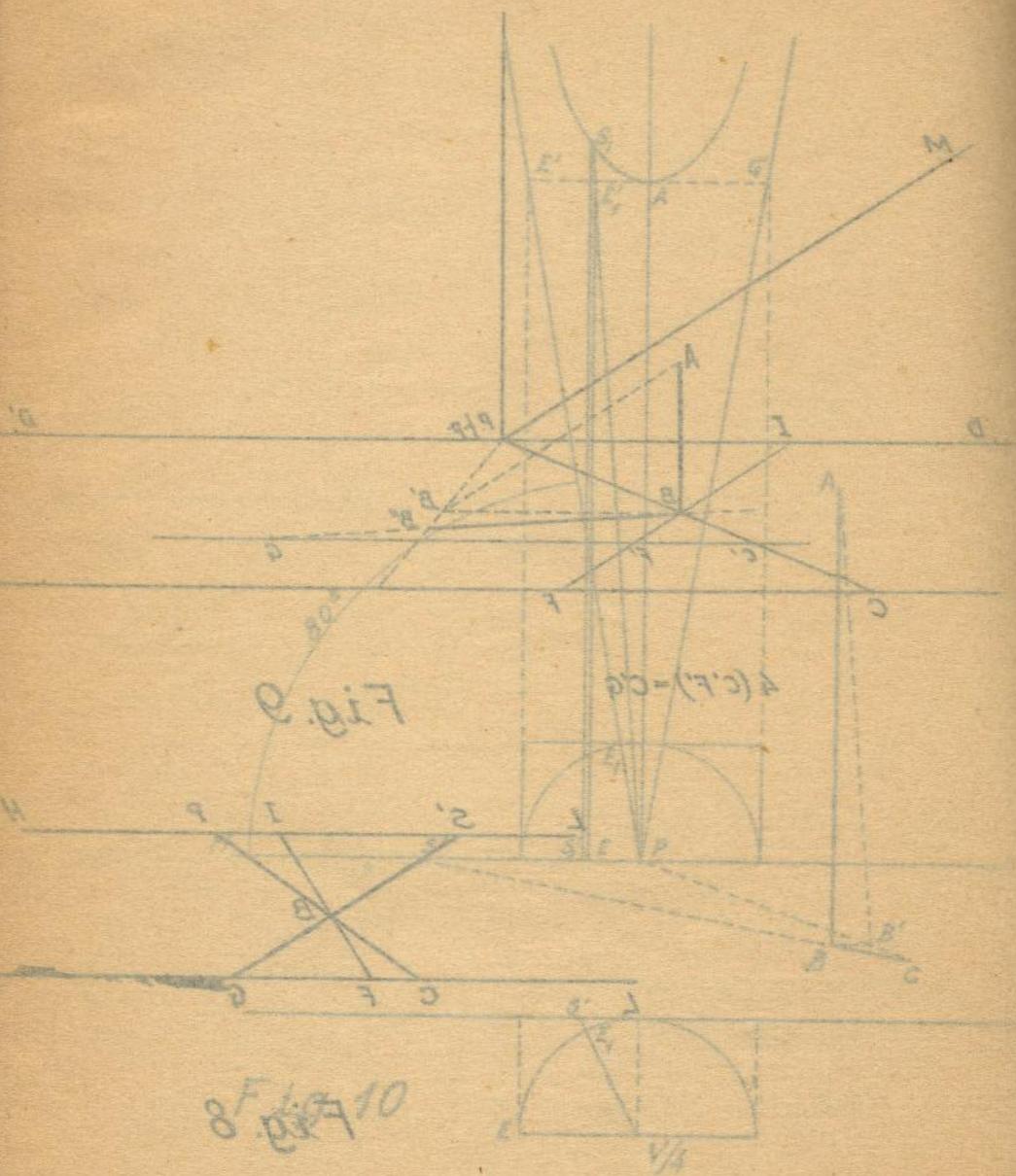


Fig. 3

Fig. 6

Fig. 7





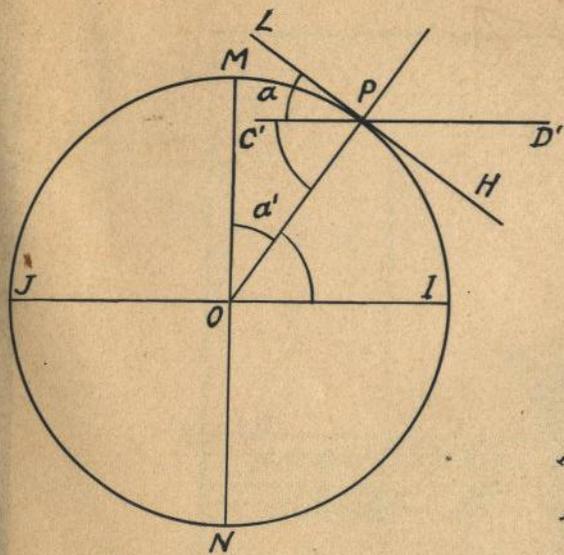


Fig. 12

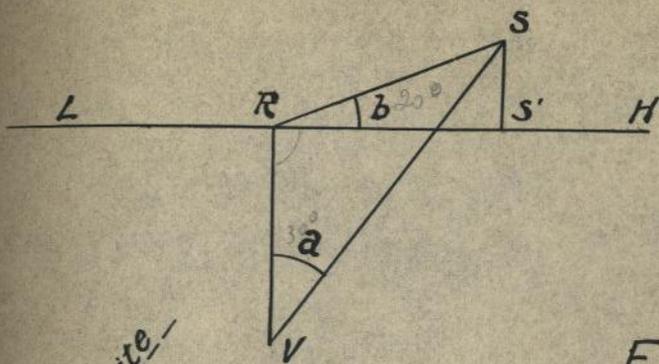


Fig. 11A

Fig. 11B

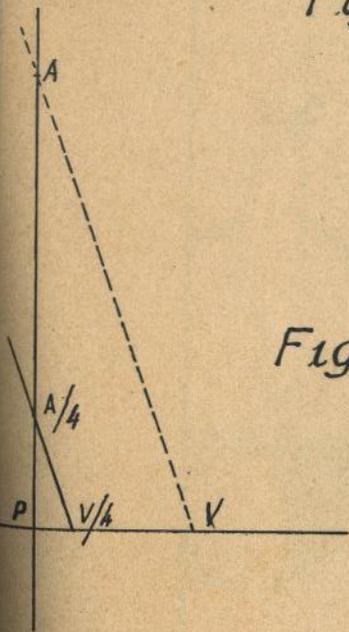
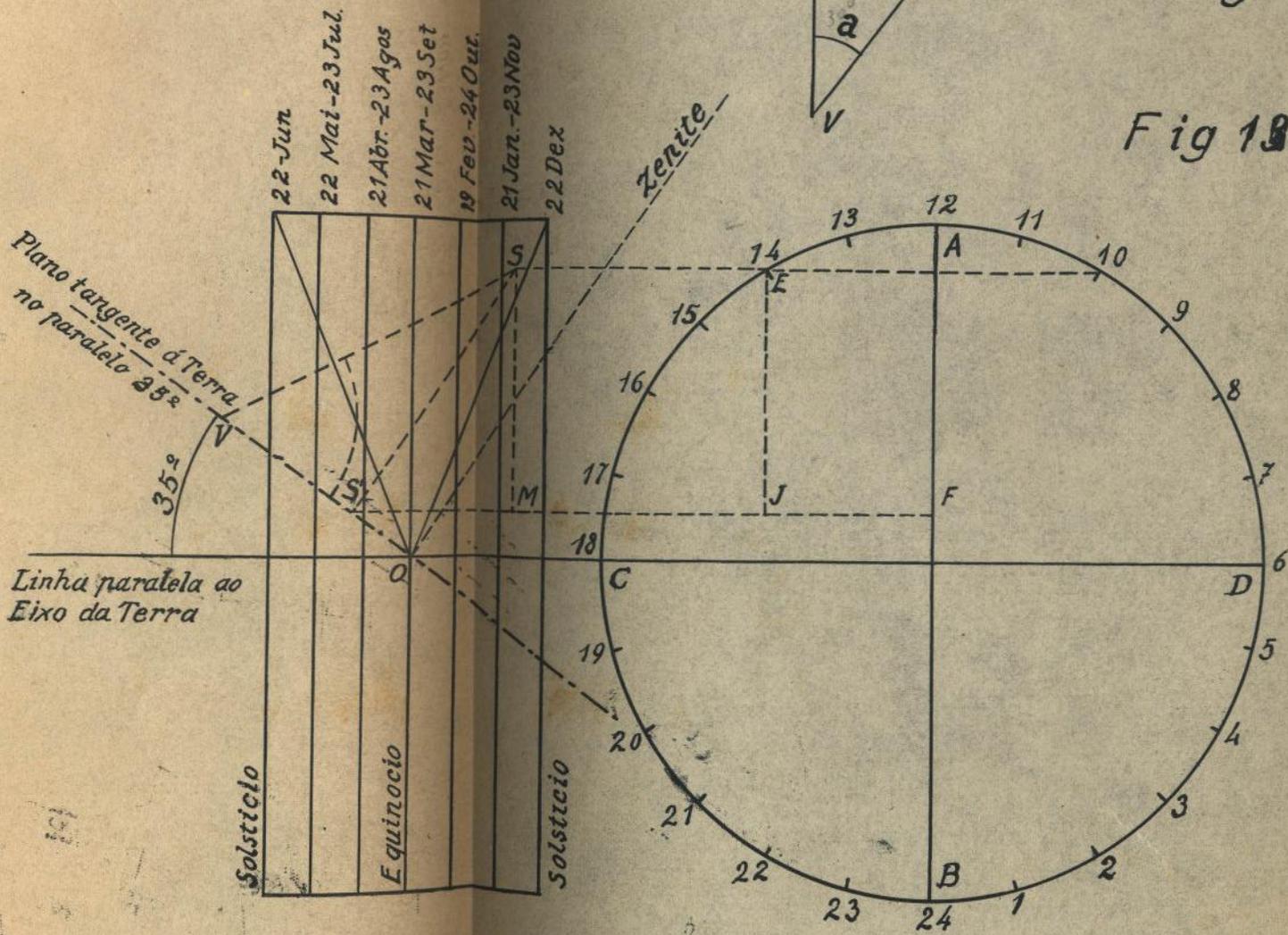


Fig. 11



Plano tangente d Terra  
no paralelo 28°

35°

Linha paralela ao  
Eixo da Terra

Solstício

Equinocio

Solstício

Zenite

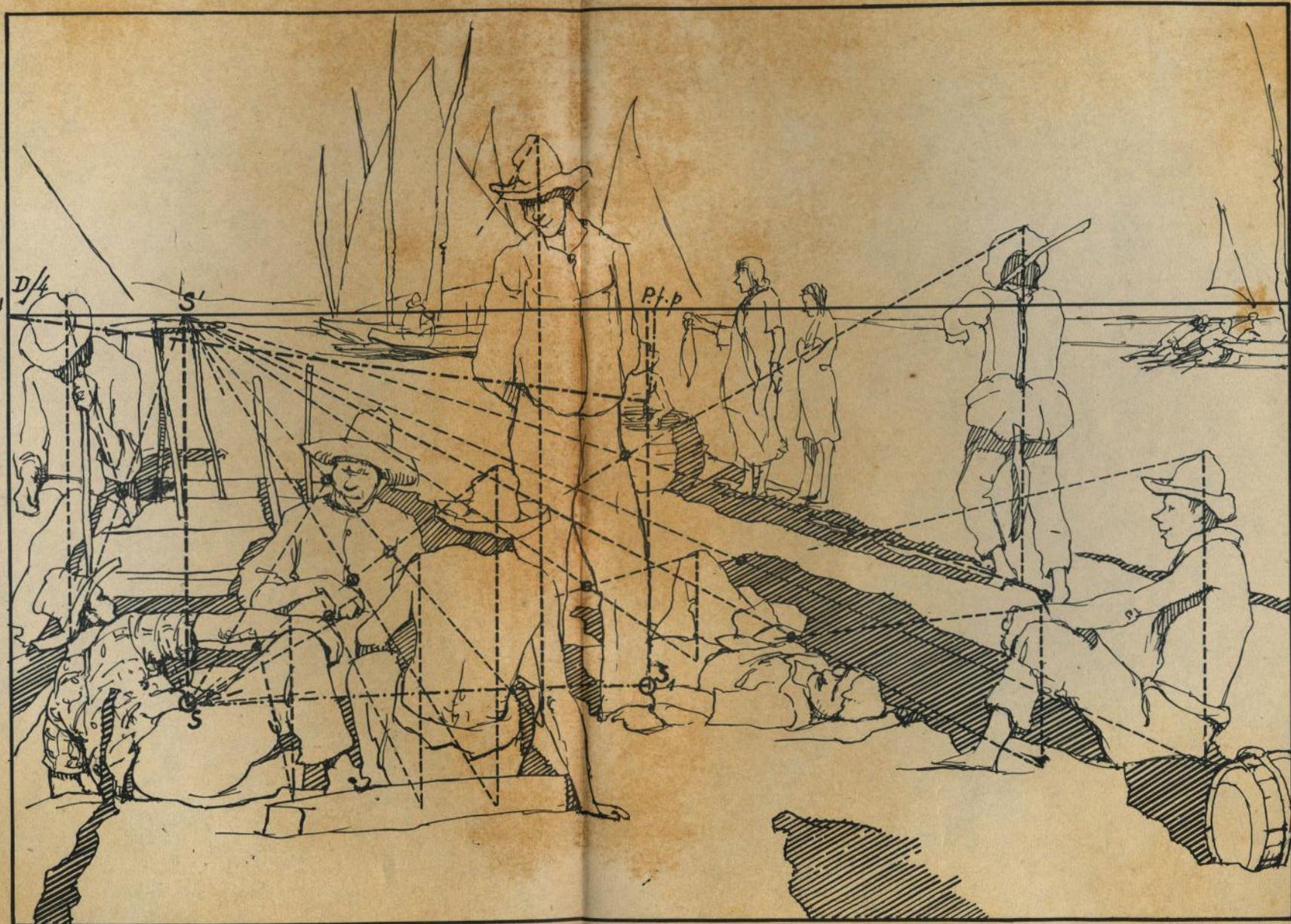
22 Jun  
22 Mai-23 Jul  
21 Abr-23 Agos  
21 Mar-23 Set  
19 Fev-24 Out  
21 Jan-23 Nov  
22 Dex

14  
13  
12  
11  
10  
9  
8  
7  
6  
5  
4  
3  
2  
1  
24  
23  
22  
21  
20  
19  
18  
17  
16  
15  
14  
A  
B  
C  
D  
E  
F  
J  
M  
S



Fig.14

Oleo de  
R.CELA  
1,65 x 1,15



"Jangadeiros em palestra"—Cena habitual na praia de Fortaleza — Hora - 6<sup>h</sup>-40<sup>m</sup>

Fig. 14

Oleo de  
R. CELA  
1857

Impressão em madeira

