



PROPOSTA DE UTILIZAÇÃO DO EXPOENTE DE HURST NA DETECÇÃO DE  
TRANSIENTES CAUSADOS PELA FONTE EXTERNA DE NÊUTRONS EM  
REATORES ADS

Edson Henrice Júnior

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Nuclear, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Nuclear.

Orientadores: Alessandro da Cruz Gonçalves

Daniel Arthur Pinheiro Palma

Rio de Janeiro

Maior de 2017

PROPOSTA DE UTILIZAÇÃO DO EXPOENTE DE HURST NA DETECÇÃO  
DE TRANSIENTES CAUSADOS PELA FONTE EXTERNA DE NÊUTRONS EM  
REATORES ADS

Edson Henrice Júnior

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ  
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS  
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM  
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA NUCLEAR.

Examinada por:

---

Prof. Alessandro da Cruz Gonçalves, D.Sc.

---

Dr. Daniel Artur Pinheiro Palma, D.Sc.

---

Prof. Aquilino Senra Martinez, D.Sc.

---

Prof. José Antonio Carlos Canedo Medeiros D.Sc.

---

Prof. Amir Zacarias Mesquita D.Sc.

---

Prof. Hermes Alves Filho D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MAIO DE 2017

Henrice Júnior, Edson

Proposta de Utilização do Expoente de Hurst da Detecção de Transientes Causados Pela Fonte Externa de Nêutrons em Reatores ADS / Edson Henrice Júnior. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2017.

XIII, 100 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Alessandro da Cruz Gonçalves

Daniel Artur Pinheiro Palma

Tese (Doutorado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Nuclear, 2017.

Referências Bibliográficas: p. 60-64.

1. Sistemas subcríticos. 2. Detecção de transientes. 3. Expoente de Hurst. I. Gonçalves, Alessandro da Cruz *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Nuclear. III. Título.

## **Dedicatória**

Dedico este trabalho à minha mãe, meu pai,  
minha irmã e minha esposa.

## **Agradecimentos**

Agradeço primeiramente aos meus orientadores Alessandro da Cruz Gonçalves e Daniel Artur Pinheiro Palma que aceitaram me orientar e me proporcionaram chegar até aqui.

E a todos os meus amigos, muito obrigado.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

PROPOSTA DE UTILIZAÇÃO DO EXPOENTE DE HURST NA DETECÇÃO DE  
TRANSIENTES CAUSADOS PELA FONTE EXTERNA DE NÊUTRONS EM  
REATORES ADS

Edson Henrice Júnior

Maio/2017

Orientadores: Alessandro da Cruz Gonçalves

Daniel Artur Pinheiro Palma

Programa: Engenharia Nuclear

Neste trabalho é proposta uma nova metodologia para a detecção de transientes causados por fonte externa de nêutrons em um reator do tipo ADS. A metodologia apresentada consiste em analisar as flutuações do fluxo de nêutrons como uma série temporal através da análise estocástica usando o método do expoente de Hurst, que é uma ferramenta bem estabelecida para o tratamento de séries temporais e detecção de tendências intrínsecas. O expoente de Hurst permite detectar eventos ocorridos dentro da série temporal e caracterizá-los quanto a persistência de tais eventos. Eventos com comportamento persistente são os casos mais importantes, pois indicam fenômenos que podem influenciar diretamente no comportamento cinético do reator. O estudo considerou o reator MYRRHA simulado com o código de Monte Carlo Serpent para alguns tipos de transientes, quais sejam: Pico de produção, *Unprotected Accelerator Beam Overpower* e *Spurious Beam Trip*. Os resultados obtidos indicam que a metodologia R/S mostrou-se mais eficiente que a DFA para detecção de ocorrência desses tipos de transiente, mostrando ser uma ferramenta útil inclusive ao suporte de detecção de transientes em tempo real para os reatores tipo ADS.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

PROPOSAL FOR UTILIZATION OF THE HURST EXPONENT FOR  
TRANSIENTS DETECTION CAUSED BY THE EXTERNAL SOURCE OF  
NUTRONS IN ADS REACTORS

Edson Henrice Júnior

May/2017

Advisors: Alessandro da Cruz Gonçalves

Daniel Artur Pinheiro Palma

Department: Nuclear Engineering

In this work, a new methodology is proposed for the detection of transients caused by an external neutron source in an ADS reactor. A methodology presented consists of analyzing the neutron flux fluctuations as a time series from the stochastic analysis using the Hurst exponent method, which is a well established tool for the treatment of time series and detection of intrinsic trends. The Hurst exponent allows to identify events occurring within the time series and characterize them as to the persistence of such events. Events with persistent behavior are the most important case on reactor kinetics. They indicate phenomena that can directly influence any kinetic behavior on the reactor. The study considered the MYRRHA reactor simulated with the Monte Carlo Serpent code for some types of transients, which are: Peak production, Unprotected Accelerator Beam Overpower and Spurious Beam Trip. The results indicate that the R/S methodology was more efficient than DFA methodology to identify transient occurrence, proving to be a useful tool, including the real-time transient detection support for ADS-type reactors.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>EXPOENTE DE HURST</b> .....	<b>14</b>
	2.1 Abordagem histórica.....	14
	2.2 O Método R/S.....	18
	2.3 O método DFA. ....	21
<b>3</b>	<b>SIMULAÇÕES</b> .....	<b>25</b>
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	<b>30</b>
	4.1 Determinação do expoente de Hust. ....	32
	4.1.1 Operação Normal.....	32
	4.1.2 Transiente de Pico de produção (PP).....	39
	4.1.3 Transiente UABO. ....	45
	4.1.4 Anomalia na fonte de nêutrons: <i>Spurious Beam Trip</i> . ....	48
	4.2 Detecção de Transientes em Tempo Real.....	53
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b> .....	<b>58</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>60</b>
	<b>APÊNDICE A: Equações Da Cinética Pontual Fracionária</b> .....	<b>65</b>
	A.1 Equações da Cinética Pontual Fracionária Segundo ESPINOSA-PAREDES <i>et al.</i> (2011). ....	68
	A.2 Equações da Cinética Pontual Fracionária Segundo VYAWAHARE e NATARAJ (2013). ....	75
	A.3 Cinética Inversa das Equações da Difusão Fracionária.....	84
	A.4 Monitoração de Reatividade para Detecção de Transientes .....	86
	<b>APÊNDICE B: Análises das Equações de Cinética Fracionária Inversa</b> .....	<b>90</b>
	B.1 Potência com crescimento linear. ....	90
	B.2 Potência com crescimento exponencial. ....	95
	<b>APÊNDICE C: Função De Mittag-Leffler</b> .....	<b>99</b>



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1: Configuração típica de um reator ADS. Adaptado de SUZUKI et al. (2005) .....	5
Figura 1.2: Esquema simplificado de proposta de utilização de uma janela como interface entra fonte de nêutrons e o alvo de spallation. Adaptado de SCK•CEN, (2016). .....	8
Figura 1.3: Esquema simplificado de proposta de utilização de jato de metal liquido para se manter o vácuo no tubo do acelerador de prótons sem a necessidade de meio físico entre a fonte de nêutrons e o alvo de spallation. Adaptado de SCK•CEN (2016). .....	10
Figura 2.1: Área da região plana (FAVARETTO, 2004).....	15
Figura 2.2 : Rrepresentação do conjunto cantoriano (FAVARETTO, 2004).....	16
Figura 2.3: Diagrama ilustrativo da divisão de dados usada pelo método R/S. ....	19
Figura 3.1: Corte horizontal no reator simulado utilizando o Serpent. ....	25
Figura 3.2: Esquema da geometria e composição das varetas. ....	26
Figura 4.1: Reator operando à potência constante.....	33
Figura 4.2: Histograma da produção de nêutrons para o caso de potência constante. ....	33
Figura 4.3: Detector in-core.....	34
Figura 4.4: Fluxo de nêutrons obtido a partir do detector para o caso de fonte constante.....	34
Figura 4.5: Dados do fluxo de nêutrons divididos em 10 blocos de séries temporais. ....	35
Figura 4.6: Dados do fluxo de nêutrons divididos em 20 blocos de séries temporais. ....	36
Figura 4.7: Evolução temporal do expoente de Hurst calculado a partir das metodologias R/S e DFA considerando 10 blocos de séries temporais com períodos com 10 segundos.....	37
Figura 4.8: Evolução temporal do expoente de Hurst calculado a partir das metodologias R/S e DFA considerando 20 blocos de séries temporais com períodos de 5 segundos.....	37
Figura 4.9: Histograma da fonte de nêutrons com pico de produção de 20% iniciado no vigésimo segundo. ....	40

<b>Figura 4.10: Fluxo de nêutrons obtido no detector para uma produção na fonte de nêutrons 20% maior durante 2 segundos a partir do vigésimo segundo. ....</b>	<b>41</b>
<b>Figura 4.11: Evolução temporal do expoente de Hurst calculado a partir das metodologias R/S e DFA considerando 10 blocos de séries temporais com período de 10 segundos. ....</b>	<b>42</b>
<b>Figura 4.12: Evolução temporal do expoente de Hurst calculado a partir das metodologias R/S e DFA considerando 20 blocos de séries temporais com período de 05 segundos ....</b>	<b>42</b>
<b>Figura 4.13: Histograma da fonte de nêutrons com aumento em 100% da produção de nêutrons no instante 22,5s.....</b>	<b>45</b>
<b>Figura 4.14: Fluxo de nêutrons obtido no detector para um aumento em 100% da produção de nêutrons no instante 22,5s. ....</b>	<b>46</b>
<b>Figura 4.15: Evolução temporal do Expoente de Hurst calculado com os métodos DFA e R/S considerando 10 blocos de séries temporais com aumento na produção de nêutrons de 100% em 22,5s. ....</b>	<b>47</b>
<b>Figura 4.16: Evolução temporal do Expoente de Hurst calculado com os métodos DFA e R/S considerando 20 blocos de séries temporais com aumento na produção de nêutrons de 100% em 22,5s. ....</b>	<b>47</b>
<b>Figura 4.17: Interrupção na fonte externa de fornecimento de nêutrons durante 2s. ....</b>	<b>49</b>
<b>Figura 4.18: Fluxo de nêutrons obtido no detector para uma interrupção na produção de nêutrons durante 2 segundos.....</b>	<b>50</b>
<b>Figura 4.19: Evolução temporal do Expoente de Hurst calculado com os métodos DFA e R/S considerando 10 blocos de séries temporais e uma interrupção na produção de nêutrons por 2 segundos ocorrendo após o vigésimo segundo... </b>	<b>51</b>
<b>Figura 4.20: Evolução temporal do Expoente de Hurst calculado com os métodos DFA e R/S considerando 20 blocos de séries temporais e uma interrupção na produção de nêutrons por 2 segundos ocorrendo após o vigésimo segundo... </b>	<b>51</b>
<b>Figura 4.21: Esquema exemplificando os dados necessários para a aplicação do método R/S em tempo real.....</b>	<b>53</b>
<b>Figura 4.22: Metodologia R/S aplicada durante o período de tempo de 100 segundos, descartando-se os 5 primeiros segundos para o transiente do tipo Pico de Produção 20% superior ao funcionamento estável. ....</b>	<b>54</b>

<b>Figura 4.23: Metodologia R/S aplicada durante o período de tempo de 100 segundos, descartando-se os 5 primeiros segundos para o transiente do tipo UABO. ....</b>	<b>55</b>
<b>Figura 4.24: Metodologia R/S aplicada durante o período de tempo de 100 segundos, descartando-se os 5 primeiros segundos para o trip do tipo SBT.....</b>	<b>56</b>
<b>Figura A.1: Diferentes regiões no reator. ....</b>	<b>68</b>
<b>Figura A.2: Exemplo de uma trajetória característica do movimento browniano (esquerda) e uma trajetória segundo os voos de Lévy (direita).....</b>	<b>81</b>
<b>Figura A.3: Evolução temporal da reatividade calculada a partir do método da cinética inversa, equações (A.55) e (A.56), para o caso de pico de produção..</b>	<b>87</b>
<b>Figura A.4: Evolução temporal da reatividade calculada a partir do método da cinética inversa, equações (A.55) e (A.56), para o caso UABO. ....</b>	<b>87</b>
<b>Figura A.5: Evolução temporal da reatividade calculada a partir do método da cinética inversa, equações (A.55) e (A.56), para o caso SBT. ....</b>	<b>88</b>
<b>Figura B. 1:Configuração típica de um reator ADS. (SUZUKI et al. 2005) .....</b>	<b>91</b>
<b>Figura B. 2: Exemplo de derivada fracionária de função de primeira ordem. ....</b>	<b>92</b>
<b>Figura B.3: Cálculo da reatividade através das equações B.2, B.3 e B.5.....</b>	<b>94</b>
<b>Figura B.4: Exemplo de derivada fracionária da função exponencial. ....</b>	<b>96</b>
<b>Figura B.5: Potência com crescimento exponencial. ....</b>	<b>97</b>
<b>Figura B.6: Cálculo da reatividade através das equações (B.7), (B.8) e (B.5).....</b>	<b>98</b>

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1: Parâmetros gerais da vareta de combustível. ....	27
Tabela 3.2: Composição do combustível do núcleo (densidade = 11 g/cm <sup>3</sup> ).....	27
Tabela 3.3: Composição do refrigerante (densidade = 10 g/cm <sup>3</sup> ).....	28
Tabela 3.4: Composição do refletor (densidade = 5.3908 g/cm <sup>3</sup> ).....	28
Tabela 3.5: Parâmetros cinéticos obtidos a partir do código Serpent. ....	29
Tabela 4.1: Exemplo das informações necessárias ao arquivo de fonte. ....	31
Tabela 4.2: Valores máximos, mínimos e médios obtidos com 10 séries temporais. .....	38
Tabela 4.3: Valores máximos, mínimos e médios obtidos com 20 séries temporais. .....	39
Tabela 4.4: Maior valor apresentado no cálculo do expoente de Hurst considerando diferentes valores de $k_{ef}$ , calculados respectivamente pelos métodos R/S e DFA. .....	44
Tabela 4.5: Parâmetros cinéticos para potência de 50MW e diferentes valores de $k_{ef}$ . .....	44
Tabela 4.6: Coeficiente de R/S e DFA obtidos durante a elevação na produção de nêutrons conforme o caso UABO.....	48
Tabela 4.7: Valor de pico para os coeficientes R/S e DFA obtidos para diferentes tempos de interrupção no fornecimento de nêutrons provenientes da fonte externa. ....	52

## LISTA DE ABREVIATURAS

ADS	<i>Accelerator Driven System</i>
ADTR	<i>Accelerator-Driven Thorium Reactor</i>
BARC	<i>Bhabha Atomic Research Center</i>
CERN	Organização Europeia para a Pesquisa Nuclear
DFA	<i>Detrended Fluctuation Analysis</i>
FEAT	<i>First Energy Amplifier Test</i>
LBE	<i>Lead-Bismuth Eutectic</i>
MTBF	<i>Mean Time Between Failures</i>
MYRRHA	<i>Multi-Purpose Hybrid Research Reactor For High-Tech Applications</i>
PP	Pico de Produção
PRTRF	<i>Thoria Reprocessing Facility</i>
R/S	<i>Reescaled Square</i>
SBT	<i>Spurious Beam Trip</i>
TARC	<i>Transmutation by Adiabatic Resonance Crossing</i>
UABO	<i>Unprotected Accelerator Beam Overpower</i>

# 1 INTRODUÇÃO

O combustível utilizado em um reator nuclear convencional, tais como os existentes nas usinas de Angra I e II, produzem um grande número de produtos de fissão e também elementos transurânicos, cujas meias-vidas podem chegar a milhares de anos. De acordo com WORLD NUCLEAR ASSOCIATION (2014), estes elementos, em sua maioria, decaem rapidamente, tendo a radioatividade a eles associada reduzida para menos de 0,1% nos primeiros 50 anos após terem sido removidos do núcleo do reator. No entanto, alguns dos elementos contidos no combustível após sua utilização consistem em actínídeos de longa vida como o neptúnio (Np), o amerício (Am) e o cúrio (Cm) cujas meias-vidas podem chegar a milhares de anos. Estes elementos necessitam ser estocados por um longo período de tempo em locais apropriados, gerando grandes custos para sua armazenagem. Com isto, nos últimos anos, é notável o crescimento no interesse de separar os actínídeos menores dos produtos de fissão e os transmutar em radionuclídeos de vida mais curta, de modo que a gestão destes resíduos seja mais fácil e menos dispendiosa.

Alguns dos recentes estudos apontam a viabilidade de efetuar a transmutação destes elementos de longa vida através de um sistema subcrítico acionado por um acelerador de prótons (*Accelerator Driven System – ADS*). Neste sistema, os prótons acelerados são direcionados para o centro do núcleo subcrítico do reator e ao colidirem com material apropriado produzem uma quantidade significativa de nêutron, que por sua vez se difundem para o restante do núcleo do reator. Tais nêutrons são responsáveis por manter a taxa de fissão no núcleo do reator de forma desejada. Sendo assim, o principal mecanismo que controla a taxa de fissão no núcleo de um sistema ADS é a fonte externa de prótons. Em decorrência disto o núcleo pode ser projetado para uma grande variedade de aplicações como, por exemplo, a produção de elementos físséis a partir de elementos

férteis como o tório-232, caso dos reatores do tipo *breeders*. Outra função de tais reatores seria a produção de energia e, também, a transmutação dos elementos transurânicos.

As primeiras tentativas de se utilizar aceleradores de prótons para a transmutação de elementos tiveram início nos anos 40 (REVOL, 2001). Nos anos seguintes aconteceram diversas tentativas para o uso de aceleradores de prótons para a produção de materiais físséis a partir do tório e da transmutação de elementos transurânicos. Porém grande parte de tais projetos foram abandonados com a descoberta de diversas minas de urânio, principalmente nos Estados Unidos.

Porém, outros estudos com aceleradores de prótons e núcleos subcríticos continuaram ocorrendo em diversos lugares do mundo tendo como principal finalidade a conversão do tório-232 em urânio-233. Esta proposta possui um grande apelo, uma vez que o tório é um produto cerca de três a cinco vezes mais abundantes na crosta terrestre do que o urânio. Tal tipo de sistema visa à conversão do tório e tem como funcionamento básico a captura de um nêutron, fazendo com que o tório-232 se torne tório-233, que em seguida decai rapidamente para urânio-233, que é um material físsil e pode sustentar as fissões nucleares. A dificuldade para a realização deste processo reside no fato de que os nêutrons gerados pelas fissões no tório são insuficientes para manutenção da reação em cadeia, sendo necessário o fornecimento de nêutrons oriundos de outra fonte, qual seja o plutônio ou urânio altamente enriquecidos.

A utilização de um acelerador de prótons para a transmutação de elementos férteis em elementos físséis em um reator subcrítico teve um grande impulso nas últimas décadas. O conceito baseado no ciclo de combustível do tório-232-urânio-233 guiado por uma fonte externa, foi proposto pela primeira vez pelo professor Carlo Rubbia, tendo início em 1993.

Carlo Rubbia liderava um grupo de cientistas na Organização Europeia para a Pesquisa Nuclear-CERN (antigo acrônimo para “Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire”) que apresentaram os conceitos básicos de um projeto então chamado de "Amplificador de Energia" que consistia em um sistema subcrítico baseado no ciclo U-Th, sendo alimentado por um acelerador de prótons de alta intensidade com a intenção de produzir energia e tendo como resultado final uma quantidade pequena de actínidos menores e de fragmentos de fissão de vida longa. Esta proposta deu origem aos reatores ADS nos moldes em que são pesquisados hoje em dia. Posteriormente, a viabilidade científica deste “amplificador de energia” foi comprovada em experiências como FEAT (*First Energy Amplifier Test* - 1994) e TARC (*Transmutation by Adiabatic Resonance Crossing* - 1997-1998).

O projeto FEAT, consistia em um experimento realizado no CERN sob a liderança de Carlo Rubbia, com a participação de grupos de pesquisa da França, Grécia, Itália, Espanha e Suíça. Este experimento consistia em um núcleo subcrítico de 3,5 toneladas de urânio metálico natural, guiado por uma fonte de nêutrons ativada por um feixe de prótons vindos do acelerador PS no CERN. Alvos de urânio natural e de chumbo foram utilizados neste experimento, onde distribuições de potência, fluxo, temperatura e evolução temporal foram avaliadas.

O projeto TARC representou uma segunda série de experiências que foram realizadas no CERN pela mesma equipe, tendo como finalidade estudar a ressonância adiabática de nêutrons em uma matriz de chumbo.

Após a comprovação da viabilidade deste conceito, em 1998, os ministérios de pesquisa da França, Itália e Espanha, reconhecendo as potencialidades de tais sistemas para a transmutação de resíduos nucleares, decidiram criar um grupo de consultores para definir uma plataforma comum de pesquisa e desenvolvimento de um ADS. Com isto,



um grupo de trabalho foi criado também sob a presidência de Carlo Rubbia com a tarefa de identificar as questões técnicas críticas.

Em setembro de 1999, este grupo de trabalho, agora composto por representantes da Áustria, Bélgica, Finlândia, França, Alemanha, Itália e Espanha, emitiu um relatório destinado a fornecer um panorama das diferentes atividades em curso referente ao desenvolvimento de sistemas ADS em vários países europeus. Em nível nacional, a Índia é um dos países que mais investem neste campo devido aos seus recursos abundantes de tório. A Índia vem pesquisando ativamente reatores ADS como uma alternativa ao seu principal programa de fissão, já possuindo um pequeno reator de pesquisa, denominado Kamini, desde 1996. O reator de potência *Thorium Reprocessing Facility* (PRTRF) está em construção no Bhabha Atomic Research Center (BARC) em Trombay, Índia, desde 2013 e é projetado para lidar com altos níveis de radiação gama proveniente do U-233.

Para que os reatores ADS sejam viáveis, se torna necessário a utilização de um acelerador de prótons de alta energia capaz de produzir nêutrons em elementos pesados por reações denominadas de *spallation* conforme a Figura 1.1.

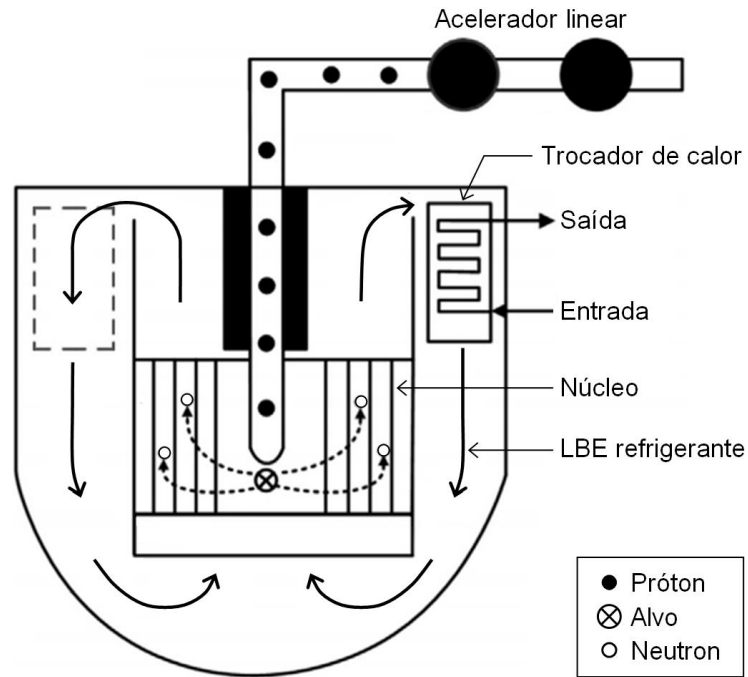


Figura 1.1:Configuração típica de um reator ADS. Adaptado de SUZUKI *et al.*

(2005)

*Spallation* é uma reação nuclear que pode ocorrer quando uma partícula, ao ser acelerada e adquirir grande quantidade de energia atinge um elemento pesado. Os núcleons atingido pela partícula acelerada podem vir colidir com outros núcleons dentro do núcleo atingido, causando uma "cascata intra-nuclear". No processo, a partícula vinda do acelerador pode "espalhar" o núcleo alvo, quebrando em pedaços menores, liberando prótons, nêutrons e outros fragmentos nucleares. O material alvo pode ser por exemplo tungstênio, chumbo ou bismuto-chumbo. As partículas secundárias de alta energia (nêutrons, prótons ou píons) podem ser eliminadas na colisão inicial e o núcleo restante é deixado em um estado excitado. No processo de excitação, o núcleo pode emitir núcleons adicionais ou pode ser fissionado. A maioria das partículas emitidas no processo de excitação são os nêutrons que são emitidos de forma isotrópica (ERIKSSON, 2005).

O rendimento de nêutrons depende da energia do próton incidente. Como exemplo, um alvo de chumbo, bombardeado por prótons com energia de 1 GeV, rende em torno de 25 nêutrons por próton incidente, enquanto prótons incidindo com energia de 600 MeV conseguem cerca de 13 nêutrons por prótons incidentes. Os nêutrons oriundos da fonte de *spallation* têm uma probabilidade muito pequena de causar fissões adicionais no alvo. No entanto, o alvo necessita ser refrigerado devido ao aquecimento causado pelo feixe do acelerador.

O alvo de *spallation* é rodeado então pelo combustível contendo isótopos físséis de urânio ou plutônio. Em tal sistema, os nêutrons produzidos por tais reações causariam a fissão no combustível e seriam difundidos alcançando uma nova região no núcleo do reator contendo, por exemplo, o tório. Um reator ADS só pode funcionar quando os nêutrons são fornecidos ao sistema, uma vez que ele deve queimar material que não possui seções de choque de fissão e de captura altas o suficiente para que os nêutrons possam manter uma reação em cadeia. Com isto, tal sistema poderia ser desligado simplesmente com a interrupção do feixe de prótons, possuindo uma ação muito mais rápida que a inserção de barras de controle. Uma vez que a produção de energia cessa quando a fonte externa de nêutrons é desligada, tais sistemas são vistos como mais seguros que os atuais reatores em operação.

Com o avanço significativo nos estudos, a proposta dos reatores ADS tem se mostrado bastante atrativa (OAK FOUNDATION, 2016). Países como a China e Coreia do Sul já possuem planos para a construção de seus reatores ADS em breve. Com isto, pode-se afirmar que tais reatores vêm se destacando entre os projetos de quarta geração por sua capacidade de gerar energia a partir da transmutação de elementos pesados e de longa meia-vida, reduzindo, assim, o inventário de material radioativo.

Porém, para a utilização desta tecnologia, se faz necessário destacar dois pontos cruciais. O primeiro ponto é a interface entre o acelerador de prótons e o núcleo do reator e o segundo ponto é o acelerador de prótons propriamente dito. Os desafios enfrentados por esta nova tecnologia e os componentes que serão discutidos a seguir, tem por base o reator MYRRHA (*Multi-Purpose Hybrid Research Reactor For High-Tech Applications*) por este ser o reator com maior documentação disponível e maior avanço tecnológico neste campo na atualidade.

O alvo de *spallation* do MYRRHA deve atender uma série de exigências impostas pelo conceito geral dos sistemas ADS. Uma destas exigências é ser capaz de produzir nêutrons suficientes para alimentar o núcleo subcrítico com um fator de multiplicação efetivo  $k_{ef} = 0,95$ .

Outra exigência diz respeito ao calor gerado durante o processo de *spallation*, cerca de 65% da potência total do feixe, que corresponde a aproximadamente 2,1 MW, é depositado na forma de calor no alvo. Então, para seu perfeito funcionamento, o sistema necessita ser capaz de remover este calor. Além disso, o alvo deve ser pequeno o suficiente para caber no orifício central do conjunto formado pelo núcleo subcrítico e o acelerador. Além de ser o mais compacto e eficiente possível para que o fluxo de nêutrons seja maximizado nas imediações do alvo.

Finalmente, o conjunto de elementos que compõem o alvo de *spallation* deve alcançar um tempo de vida adequado mesmo sendo altamente irradiado por prótons. Para isto, uma liga de metal líquido eutética de chumbo-bismuto (*lead-bismuth eutectic* - LBE) foi escolhida como material alvo para obter um alto ganho na produção de nêutrons. Outra finalidade é permitir a remoção de calor por convecção forçada, bem como por possuir uma baixa temperatura de fusão.

Duas tecnologias estão sendo consideradas para a realização da interface entre o núcleo e o acelerador. A primeira e mais simples configuração consiste em uma janela para o alvo de *spallation* conforme ilustrada na Figura 1.2. Neste caso, o fluido refrigerante do circuito primário é também o alvo de *spallation* e tal janela é responsável pela separação do vácuo necessário à linha do feixe do material que compõe o alvo. A janela é colocada no centro do núcleo subcrítico a meia altura do núcleo ativo. Sendo assim, o alvo é refrigerado pelo refrigerante do circuito primário que flui para cima sob a convecção forçada pelas bombas do circuito do primário.

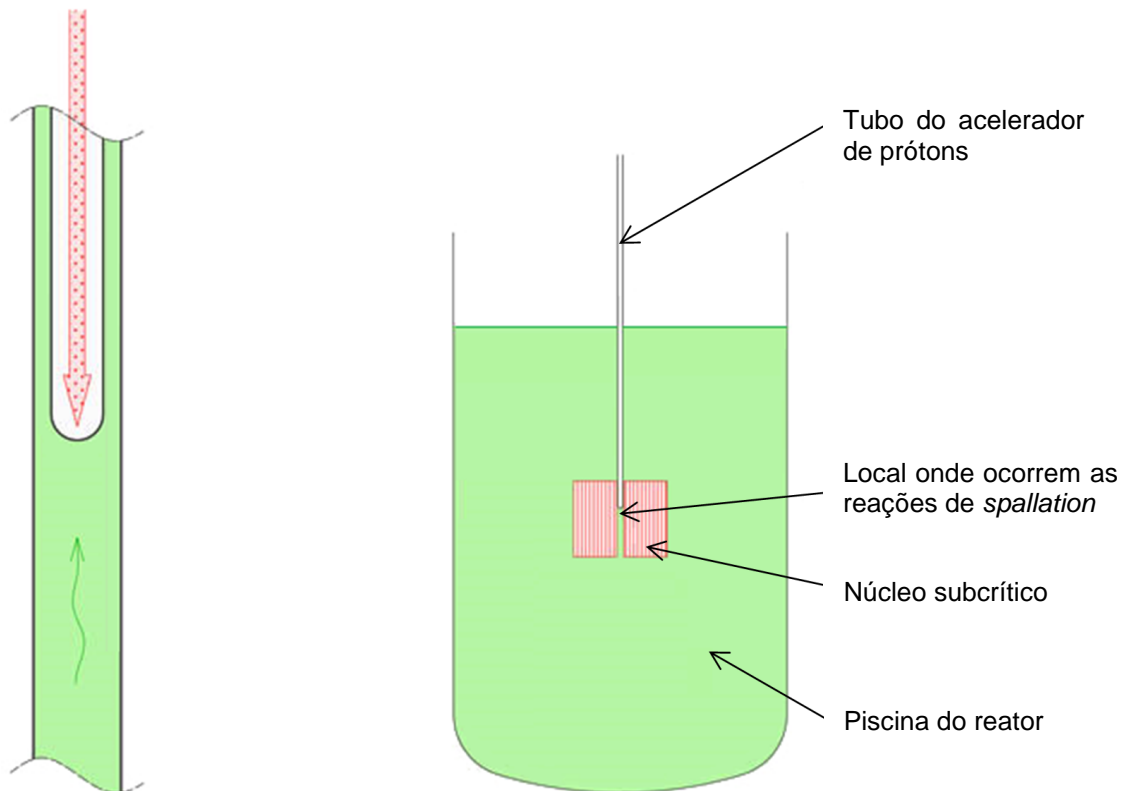


Figura 1.2: Esquema simplificado de proposta de utilização de uma janela como interface entre fonte de nêutrons e o alvo de *spallation*. Adaptado de SCK•CEN, (2016).

Sendo a janela do feixe a parte estrutural mais sobrecarregada, ele deve ser facilmente substituível e a possibilidade de ruptura da janela e suas consequências devem ser sempre levadas em consideração.

A segunda proposta consiste em um alvo de *spallation* sem janelas, já que qualquer material estrutural no caminho do feixe de prótons de alta intensidade sofrerá danos por irradiação. Portanto, um projeto de alvo sem janela, ou seja, sem uma separação física entre o vácuo da linha do feixe do acelerador e do material do alvo líquido está sendo amplamente considerada. Para isto, um bico é responsável por moldar o jato de metal líquido de forma que a superfície do alvo faça fronteira com o vácuo do acelerador de prótons conforme a Figura 1.3. Uma bomba é dedicada para que se possa fornecer o fluxo necessário para a formação deste jato. O calor gerado pelo feixe de prótons é transportado para o metal líquido do sistema primário por meio de um trocador de calor. O bocal, a bomba e o trocador de calor são combinados em um circuito fechado, de forma a manter a maioria dos produtos resultantes da reação de *spallation* confinados e separados do sistema primário. A viabilidade desta proposta já foi comprovada.

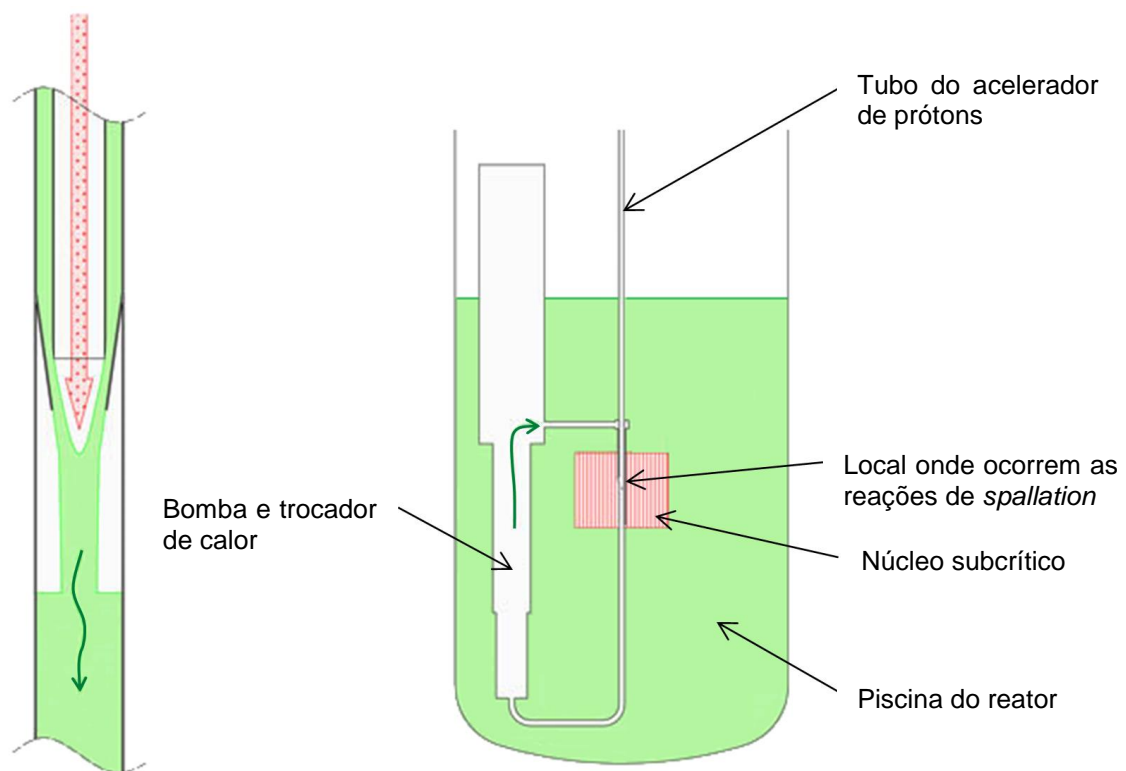


Figura 1.3: Esquema simplificado de proposta de utilização de jato de metal líquido para se manter o vácuo no tubo do acelerador de prótons sem a necessidade de meio físico entre a fonte de nêutrons e o alvo de *spallation*. Adaptado de SCK•CEN (2016).

Em qualquer das duas propostas, a fonte de prótons deve possuir alta disponibilidade, indicada pelo tempo médio entre falhas (*Mean Time Between Failures* (MTBF)) (SCK•CEN, 2016) que deve ser superior a 250 horas. Interrupções no fornecimento de prótons por um longo período e retomadas constantes significam estresse adicional aos componentes cruciais, principalmente na interface do acelerador com o núcleo, ocasionando desgaste nos componente que podem ocasionar acidentes mais severos. Para o reator em estudo, é considerado como falha uma interrupção no

fornecimento de nêutrons superior a três segundos, ou seja, uma interrupção no fornecimento de prótons oriundos da fonte externa superior a três segundos. Sendo limitado a 10 ocorrências como essa em um período de três meses de operação. Interrupções inferiores a três segundos não são consideradas como falhas.

A interface entre o acelerador e o núcleo do reator é um dos principais pontos de estudo dessa tecnologia, sendo desdobrada em diversos estudos de acidentes postulados como, por exemplo, a entrada do LBE no tubo do acelerador, o que faria com que as reações de *spallation* ocorressem fora do centro do reator (SUGAWARA *et al.*, 2013).

Para aumentar a disponibilidade do acelerador algumas estratégias são adotadas. Uma delas consiste em assegurar uma maior confiabilidade dos componentes individuais, o que pode ser alcançada através do *design*, superestimando os componentes a partir de estudos de protótipos e testes com controle de qualidade. Outra técnica consiste em incluir redundâncias no projeto geral do acelerador, sendo elas em paralelo ou em série. E a última estratégia é a reparabilidade, que consiste em conceber o projeto, sempre que possível, visando à acessibilidade aos componentes e a logística correspondente de tal modo que seja permitido recuperar um componente em falha durante a operação do esquema redundante.

Com isto, o sistema se tornará tolerante a falhas se e somente se a falha de um componente for transparente para a disponibilidade do feixe de prótons. Na prática, isto significa que o tempo total de detecção de falhas seguido pela continuidade de operação através do esquema redundante (seja paralelo ou serial) deve ser menor que 3 segundos.

Para a alta disponibilidade, os sistemas de detecção necessitam ser rápidos, sensíveis e à prova de falhas. Tendo em vista a relevância das detecção de falhas durante a operação de reatores do tipo ADS, é apresentado nesta tese métodos alternativos capazes



de detectar transientes e/ou falhas causadas pela fonte externa de nêutrons através da análise temporal das flutuações do fluxo de nêutrons.

Para isto, foi desenvolvida uma abordagem para o estudo das anomalias ocorridas em sistemas subcríticos através da análise de flutuações estatísticas do fluxo de nêutrons, visando à detecção de ocorrências de transientes causados pela fonte externa de nêutrons, tais como: Pico de Produção (PP), *Unprotected Accelerator Beam Overpower* (UABO) e *Spurious Beam Trip* (SBT) (SUZUKI *et al.*, 2005; VANDEPLASSCHE *et al.*, 2011).

Para a detecção dos transientes citados acima é apresentada uma abordagem diferenciada que permite tratar e correlacionar pequenas flutuações estatísticas no fluxo de nêutrons com os transientes causados pela fonte externa de nêutrons, através do estudo de séries temporais usando o método do expoente de Hurst. O método do expoente de Hurst é utilizado para a detecção de tendências em séries temporais relativas ao fluxo de nêutrons. Conforme abordado por GAVILÁN (2010), o expoente de Hurst é capaz de indicar que tais tendências possuem um comportamento persistência claro ou não, isto é, detectar efeitos que se mantem por um longo período de tempo.

A determinação do expoente de Hurst foi efetuada a partir de dois diferentes métodos de cálculo, quais sejam: O *Reescaled Square* (R/S), descrito em HURST *et al.* (1966), e o *Detrendend Fluctuation Analysis* (DFA), descrito em PENG *et al.* (1994).

Para isso, o Reator MYRRHA foi simulado utilizando o método de Monte Carlo para solução da equação de Transporte de Nêutrons através do código Serpent com base em BRUYN *et al.* (2007), considerando diversos contadores de nêutrons em um específico ponto do núcleo do reator, com o objetivo de medir continuamente a evolução temporal do fluxo de nêutrons durante as ocorrências dos transientes UABO, SBT e PP provocados pela fonte externa de nêutrons.

No Capítulo 2 são apresentadas duas metodologias distintas para a obtenção do expoente de Hurst, quais sejam: R/S e DFA.

No Capítulo 3, é apresentada uma descrição das simulações realizadas através do código Serpent. Através de tais simulações são obtidos os dados do fluxo de nêutrons e parâmetros cinéticos.

No Capítulo 4 são apresentados os resultados para detecção da ocorrência de transientes UABO, SBT e PP, usando o expoente de Hurst para análise das séries temporais relativas às medidas do fluxo de nêutrons nos detectores internos.

Por fim, no Capítulo 5 são apresentadas as conclusões relativas a esta tese, bem como as perspectivas futuras.

## 2 EXPOENTE DE HURST

O expoente de Hurst é amplamente utilizado para detecção de tendências em séries temporais em diversas áreas, como por exemplo em economia (LAHMIRI, (2016), GARCIN, (2017), JIN, (2016)), análise de imagens (BLACHOWICZ et al., 2016) e biologia (MURGUÍA et al., 2015) .

Este capítulo apresenta uma breve abordagem acerca dos métodos matemáticos relativos ao cálculo do expoente Hurst, o qual é utilizado para detecção da ocorrência de transientes, mediante o cálculo ao uso dos R/S e DFA.

### 2.1 Abordagem histórica.

O Expoente Hurts tem uma relação direta como os fractais e suas dimensões. Nesta seção é apresentada uma abordagem histórica entre o expoente de Hurst e a dimensão fractal.

O estudo de dimensões fractais são aplicados em problemas clássicos na área, tais como o da poeira de Cantor e a curva de Koch. O problema da dimensão fractal foi amplamente estudado por Mandelbrot e seu método para a obtenção da ordem da dimensão fractal teve como ponto de partida o problema original estudado por Hurst (FAVARETTO, 2004).

De acordo com BEER (1994), o termo fractal foi introduzido por Mandelbrot em 1975, para designar uma nova geometria de formas fracionárias, comumente encontradas na natureza, cuja descrição pela geometria euclidiana tradicional não mostrava resultados satisfatórios. Os fractais são definidos como estruturas auto-similares, ou seja, aquelas que se apresentam da mesma forma qualquer que seja a escala sob a qual são vistas e

podem ser encontrados em diversos exemplos na natureza, como a rugosidade de folhas das plantas, fragmentos de gelo, litoral de países, etc.

Apenas como ilustração do processo de cálculo da dimensão fractal, de acordo com Favaretto (2004), pode-se levar em consideração um segmento de reta e para ser medida deve-se escolher uma escala  $\varepsilon$ . O seu comprimento  $L$  será  $L = N(\varepsilon) \cdot \varepsilon$ .

Tal processo serve para medir a área  $A$  de uma região num plano, obtendo-se  $A(\varepsilon) = N(\varepsilon) \cdot \varepsilon^2$ , conforme Figura 2.1.



Figura 2.1: Área da região plana (FAVARETTO, 2004).

Analogamente, o volume  $V$  pode ser considerado como  $V(\varepsilon) = N(\varepsilon) \cdot \varepsilon^3$ . Partindo-se desta premissa, Mandelbrot propôs uma definição matemática mais ampla para o conceito de dimensão. Como  $N(\varepsilon) = C \cdot \varepsilon^{-k}$ , a redefinição da equação anterior pode ser escrita como:

$$\log(N(\varepsilon)) = \log(C) + k \log(1/\varepsilon). \quad (2.1)$$

Com isto, a dimensão  $k$  pode ser obtida através da inclinação da reta obtida com a variação da escala na equação (2.1), ou mais diretamente, através da seguinte relação proposta por Mandelbrot:

$$k = \frac{\log(N(\varepsilon))}{\log(1/\varepsilon)}. \quad (2.2)$$

A definição da equação (2.2) é bastante ampla devendo ser válida em diferentes escalas para o mesmo problema em estudo. Como exemplo, pode-se observar o conjunto de Cantor. Para a obtenção dos diferentes níveis, o conjunto em seu nível zero é iniciado com uma reta. Para a obtenção do segundo nível é necessário dividir o segmento de reta do nível anterior em três partes iguais e retirar a parte do meio. Este processo é repetido para cada nível seguinte, conforme exemplificado na figura abaixo:



Figura 2.2 : Rrepresentação do conjunto cantoriano (FAVARETTO, 2004).

A dimensão fractal pode ser obtida a partir dos diferentes níveis. Para isto, pode-se observar que no nível 0 temos  $\varepsilon = 1$  e  $N(\varepsilon) = 1$ , para o nível 1, temos  $\varepsilon = 1/3$  e  $N(\varepsilon) = 2$ . Sua dimensão segundo a equação (2.2) é  $k = 0,6309$ .

Mandelbrot observou que na natureza existem diversos processos que possuem uma auto-similaridade estatística, isto é, a existência de um comportamento de uma curva ou repetição de um padrão invariante segundo sua escala, nos quais a sua dimensão pode ser avaliada (FAVARETTO, 2004).

Diferentes métodos práticos para estimar a dimensão fractal foram desenvolvidos, como o método de contagem de caixas e a utilização das relações de medida fractal entre outros (BEER, 1994).

Segundo BEN-AVRAHAM *et al.* (2010), uma trajetória aleatória de uma partícula é um processo estocástico definido nos pontos de uma rede. De certa forma, a análise de uma trajetória aleatória de forma macroscópica pode ser caracterizada também através de técnicas utilizadas para a identificação da dimensão fractal.

Para tornar mais fácil a descrição de uma trajetória aleatória, a variável tempo pode ser considerada discreta. Em cada unidade de tempo, como por exemplo, o tempo gasto por uma partícula entre duas mudanças de direção em sua trajetória forma uma rede de acordo com uma regra aleatória, a princípio. Em um tempo analisado qualquer, sua trajetória é independente do que aconteceu no período de tempo anterior, sendo assim, tal processo é considerado Markoviano (CHECHKIN *et al.*, 2008)

Segundo FAVARETTO (2004) a dimensão fractal ( $k$ ), num processo, está relacionada com o expoente de Hurst segundo a relação  $k = 2 - H$ . Com isto, em recentes estudos, a análise do movimento aleatório de partículas, ou processos difusivos, passou a ser abordada segundo o ponto de vista da dimensão fractal, ou melhor, a partir da determinação do Expoente Hurst.

Na próxima seção são apresentados os dois diferentes métodos para o cálculo do expoente Hurst, os quais são utilizados para determinação da ocorrência de transientes pela fonte externa de nêutrons

## 2.2 O Método R/S

Há meio século, Hurst introduziu o método R/S para estudar flutuações em séries temporais, a fim de verificar se existia uma relação direta de causa e efeito nas séries temporais sujeitas a flutuações.

Uma série temporal geralmente pode ser decomposta como sendo um sinal correspondente ao estado de um processo que descreve o sistema de interesse e um ruído. Para séries temporais caracterizadas por propriedades estocásticas, Hurst introduziu um meio simples de caracterizar eventos correlacionados independentes do tempo ocorridos dentro de uma série. A análise de Hurst (R/S) divide uma série temporal em janelas adjacentes e analisa o intervalo R (*range*) das flutuações integradas, reescalando pelo desvio padrão S em função do tamanho da janela. Em outras palavras, ao tratar as séries temporais como ruído interferindo em uma caminhada aleatória (possivelmente correlacionada), pode ser caracterizada pela medição da dispersão numa escala suporte. Empiricamente, verifica-se que a análise R/S está relacionada aproximadamente com o tamanho da janela por uma lei de potência. Como exemplo, o expoente de Hurst desta lei de potência é 0,5 para o ruído branco. Muitos processos naturais exibem dependência de longo alcance (frequentemente interpretada como ruído correlacionado) com um expoente de Hurst maior que próximo a 0,7 (BRYCE *et al.*, 2012).

O R/S é um tipo de método de entropia de difusão que utiliza técnicas de particionamento de dados, conhecidas como agregação de dados (TAQQU *et al.*, 1995). Este procedimento de agregação é indicativo do conceito de auto-semelhança. Os dados globais são divididos proporcionalmente em segmentos menores. O expoente de Hurst

analisa esses segmentos de dados menores e compara as características estatísticas entre os segmentos para determinar a similaridade quantitativa.

A seguir, é apresentada através de um diagrama uma explicação simples de como o conjunto de dados analisados (perturbação do fluxo de nêutrons) são divididos em séries de conjuntos de dados do período  $\tau$ .

Considere a série temporal em relação aos fluxos de nêutrons medidos pelo detector no núcleo  $\{X_t : t=1,2,3,\dots,N\}$ , com comprimento igual a  $T$ , dividido em  $l$  partes de modo que cada parte tenha um comprimento ou período dado por  $\tau$ , tal que  $T = \tau \cdot l$ . Na Figura 2.3, cada linha é considerada uma série de blocos de tempo com comprimento  $\tau$ , e formalmente definida como:

$$X_k^{(\tau)} = \sum_{t=(k-1)\tau+1}^{k\tau} X_t, \quad k=1,2,\dots,l. \quad (2.3)$$

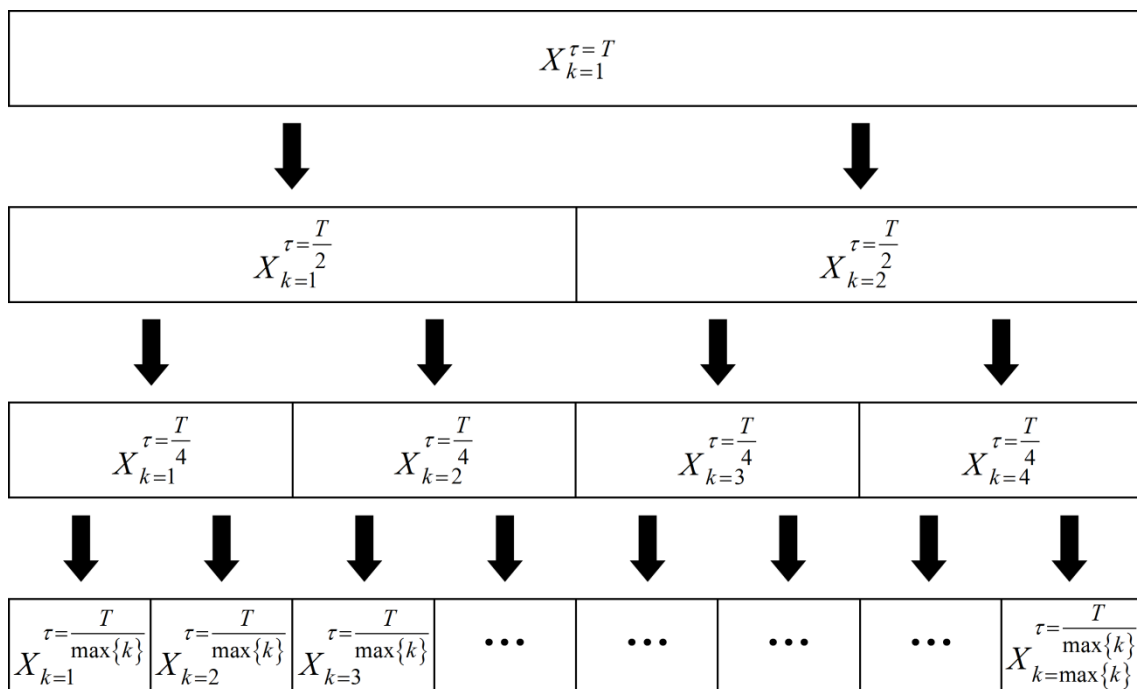


Figura 2.3: Diagrama ilustrativo da divisão de dados usada pelo método R/S.



O algoritmo R/S será utilizado para a caracterização e detecção de perturbações no fluxo de nêutrons devido a acidentes causados pela fonte externa de nêutrons, seguindo os seguintes passos (TAQQU *et al.*, 1995):

i) Calcular o valor médio das séries temporais de cada bloco:

$$\langle X_k^{(\tau)} \rangle = \frac{1}{\tau} \sum_{t=(k-1)\tau+1}^{k\tau} X_t, \quad k=1,2,\dots,l \quad (2.4)$$

ii) Calcular a série média ajustada:

$$Y_t^{(\tau)} = X_t - \langle X_k^{(\tau)} \rangle, \quad k=1,2,\dots,T/\tau \text{ e } t=(k-1)\tau+1,\dots,k\tau \quad (2.5)$$

iii) Calcular a série de desvios acumulados:

$$Z_t^{(\tau)} = \sum_{j=(k-1)\tau+1}^t X_j - t \langle X_k^{(\tau)} \rangle, \quad k=1,2,\dots,T/\tau \text{ e } t=(k-1)\tau+1,\dots,k\tau \quad (2.6)$$

iv) Calcular o *range* da série, R:

$$R_k^{(\tau)} \equiv \max_{(k-1)\tau+1 \leq t \leq k\tau} Z_t^{(\tau)} - \min_{(k-1)\tau+1 \leq t \leq k\tau} Z_t^{(\tau)}, \quad k=1,2,\dots,T/\tau \quad (2.7)$$

v) Calcular o desvio padrão da série:

$$S_k^{(\tau)} = \sqrt{\frac{1}{\tau} \sum_{j=(k-1)\tau+1}^{k\tau} (X_j - \langle X_k^{(\tau)} \rangle)^2}, \quad k=1,2,\dots,T/\tau \quad (2.8)$$

O esquema acima deve ser repetido para vários valores, como mostrado na Figura 2.3, de modo que haja pelo menos 10 blocos de séries temporais para o cálculo do expoente de Hurst.

Hurst descobriu que a razão dimensional R/S permite comparar o redimensionamento de várias séries temporais e que tal redimensionamento pode ser muito bem descrito por uma lei de potência da seguinte maneira:

$$\frac{R}{S} = kN^H , \quad (2.9)$$

onde, N é o intervalo de tempo para as observações, H é o Exponente de Hurst calculado a partir do método R/S e k é uma constante. Os valores da escala de expoentes de Hurst estão entre 0 e 1.

Uma série temporal, segundo o expoente de Hurst, pode ser classificada em três categorias: H = 0,5 indica uma distribuição aleatória indistinguível do ruído; 0 < H < 0,5 indica que o sistema apresenta dinâmica não linear e é uma série anti-persistente (mais caótica), o que significa que o sistema tem forte tendência a retornar ao estado de equilíbrio; para 0,5 < H < 1,0 indica que o sistema mostra uma dinâmica não-linear e é uma série persistente (menos caótica).

### **2.3 O método DFA.**

A determinação do expoente de Hurst foi amplamente estudada, dando origem a uma grande variedade de metodologias para a análise de séries temporais.

Uma série temporal limitada pode ser mapeada para um processo auto-similar por integração. No entanto, outro desafio enfrentado pelos pesquisadores que aplicam esse tipo de análise dos dados é que essas séries temporais são muitas vezes não estacionárias. Uma definição simplificada e geral caracteriza uma série temporal como estacionária se a média, o desvio padrão e os momentos superiores, assim como as funções de correlação forem invariantes sob a translação temporal. Os sinais que não obedecem a estas condições não são estacionários. O procedimento de integração irá exagerar ainda mais a não estacionariedade dos dados originais.

Para suplantar esta dificuldade, PENG *et al.*, (1994) propuseram uma análise modificada da raiz quadrada média de uma caminhada aleatória denominada Análise de Flutuação Destendenciada (*Detrended Fluctuation Analysis* -DFA) que será utilizada neste estudo para análise de perturbação do fluxo de nêutrons. As vantagens do DFA sobre os métodos convencionais são que permite a detecção de auto-similaridade intrínseca embutida em uma série de tempo aparentemente não-estacionária, e também evita a detecção hipotética de aparente auto-similaridade, que pode ser um artefato de tendências extrínsecas. Este método tem sido aplicado com sucesso a uma ampla variedade de séries temporais simuladas e fisiológicas nos últimos anos (BHADURI *et al.*, 2016).

O algoritmo do método de análise DFA será utilizado para a caracterização e detecção de perturbações no fluxo de nêutrons no núcleo do reator devido a acidentes ocorridos na fonte externa, de modo que as séries temporais, em relação aos fluxos de nêutrons medidos pelo detector no núcleo  $\{X_t : t = 1, 2, 3, \dots, N\}$ , serão tratadas conforme as seguintes etapas:

- i) A partir da série original obtém-se a série integrada;

$$Y_t = \sum_{t=1}^N [X_t - \langle X_t \rangle], \quad t = 1, 2, \dots, N, \quad (2.10)$$

onde,

$$\langle X_t \rangle = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N X_t, \quad t = 1, 2, \dots, N. \quad (2.11)$$

A série integrada é dividida em  $k$  janelas com  $n$  elementos dentro de cada janela;

ii) Remove-se a tendência da série diminuindo da série original de cada janela o polinômio  $P_t^n$  ajustado dentro de cada janela;

$$\tilde{Z}_t^{(\tau)} = Z_t^{(\tau)} - P_t^n, \quad k = 1, 2, \dots, T/\tau \text{ e } t = (k-1)\tau + 1, \dots, k\tau \quad (2.12)$$

iii) Para cada caixa com tamanho  $n$  a amplitude característica da flutuação é integrada usando a série sem tendência;

$$F(n) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_t^{k\tau} (Y_t - \tilde{Z}_t^{(\tau)})^2}. \quad (2.13)$$

Este cálculo é repetido para todos os tamanhos de janelas possíveis indo de  $n_{\max} = N/4$  a  $n_{\min} = 5$ . Normalmente,  $F(n)$  aumenta com a quantidade de  $n$  elementos da janela. Posteriormente, um gráfico  $\log(F(n)) \times \log(n)$  é plotado e o coeficiente linear

deste gráfico determina o parâmetro de auto-similaridade  $H$  na forma de um expoente  $N^H$ , onde  $H$  é o Expoente de Hurst estimado a partir da metodologia DFA.

A avaliação do expoente  $H$  em função do intervalo de avaliação em que se encontram, isto é,  $H = 0,5$  ou  $0 < H < 0,5$  ou  $0,5 < H < 1,0$ , possuem as mesmas características descritas para o método R/S.

No presente trabalho, as metodologias citadas foram implementadas utilizando-se o software de código aberto Octave versão 4.2.1. O método R/S já possui uma função específica dentro do software mencionado, enquanto que o método DFA foi calculado utilizando-se o algoritmo encontrado em WERON (2015).

Um dos objetivos deste trabalho é analisar a “aleatoriedade” do fluxo neutrônico em reatores ADS.

É esperado que durante a operação normal os processos difusivos apresentem um coeficiente igual a 0,5 em relação as metodologias anteriores. Porém, para determinados processos onde ocorram alterações rápidas no sistema, por exemplo, um transiente abrupto, o coeficiente de Hurst pode ser diferente de 0,5.

Portanto, para tal análise é necessário efetuar a simulação de um sistema ADS, bem como da alteração do estado de equilíbrio, o que será feito através de transientes causados pela a fonte externa. Para tanto, no Capítulo 3 é apresentada uma sucinta descrição do sistema simulado de forma geral. Já no Capítulo 4 é apresentado o estudo dos efeitos provocados pelos transientes na distribuição dos nêutrons.

### 3 SIMULAÇÕES

Para a obtenção da estimativa do expoente de Hurst, calculada respectivamente a partir dos métodos R/S e DFA, torna-se necessário à obtenção de grande quantidade de dados estatísticos referentes ao fluxo de nêutrons no núcleo do reator. Para tal, foi simulado um reator ADS com base na geometria e composição descrita em BRUYN *et al.* (2007).

Para tal simulação o código de física de reatores Serpent foi escolhido pois é um dos poucos códigos de física de reatores que permite simular um reator controlado por uma fonte externa. Além disto, ele é capaz de realizar o cálculo da queima do combustível utilizado.

A Figura 3.1 representa um corte horizontal do reator simulado fornecido pelo código Serpent.

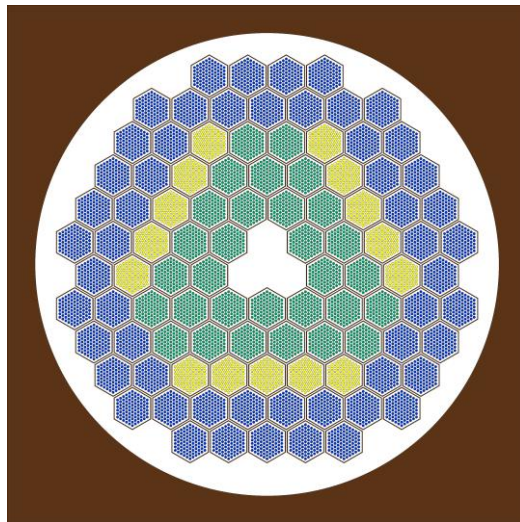


Figura 3.1: Corte horizontal no reator simulado utilizando o Serpent.

O reator simulado consiste em 99 elementos combustíveis, onde cada elemento é preenchido com 91 varetas.

A geometria e composição dos elementos de cada vareta podem ser vistos na Figura 3.2.

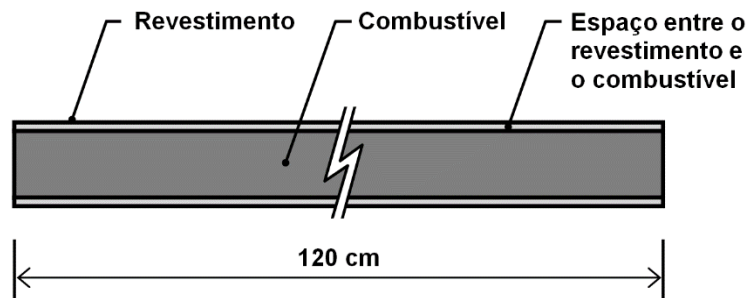


Figura 3.2: Esquema da geometria e composição das varetas.

Os parâmetros das varetas de combustível constam na Tabela 3.1. As composições dos materiais utilizados na simulação estão descritas nas Tabelas 3.2, 3.3 e 3.4. Os parâmetros cinéticos obtidos a partir do código Serpent encontram-se na Tabela 3.5.

Tabela 3.1: Parâmetros gerais da vareta de combustível.

<b>Parâmetros</b>	<b>Tamanho (cm)</b>
Raio do combustível	0,3075
Raio interno da vareta de combustível	0,3175
Raio externo da vareta de combustível	0,3275
<i>Pitch</i> das varetas	0,855
<i>Pitch</i> dos elementos combustíveis	0,962
Altura ativa	120

Tabela 3.2: Composição do combustível do núcleo (densidade = 11 g/cm<sup>3</sup>).

Elemento	<i>Fuel-in</i> (fração de massa)	<i>Fuel-middle</i> (fração de massa)	<i>Fuel-out</i> (fração de massa)
O	0,1185	0,1185	0,1185
<sup>235</sup> U	0,0521	0,0021	0,1121
<sup>238</sup> U	0,7503	0,7853	0,7143
<sup>238</sup> Pu	0,0010	0,0010	0,0010
<sup>239</sup> Pu	0,0343	0,0493	0,0353
<sup>240</sup> Pu	0,0108	0,0108	0,0108
<sup>241</sup> Pu	0,0301	0,0301	0,0051
<sup>242</sup> Pu	0,0030	0,0030	0,0030



Tabela 3.3: Composição do refrigerante (densidade = 10 g/cm<sup>3</sup>).

Elemento	Fração de massa
<sup>82</sup> Pb	0,45
<sup>83</sup> Bi	0,55

Tabela 3.4: Composição do refletor (densidade = 5.3908 g/cm<sup>3</sup>).

Elemento	Densidade Atômica (átomos/barn. cm)
<sup>23</sup> Na	7,15E+01
<sup>54</sup> Fe	2,77E+01
<sup>56</sup> Fe	4,35E+02
<sup>57</sup> Fe	1,01E+01
<sup>58</sup> Fe	1,34E+00
<sup>58</sup> Ni	1,99E+00
<sup>60</sup> Ni	7,67E-01
<sup>61</sup> Ni	3,33E-02
<sup>62</sup> Ni	1,06E-01
<sup>64</sup> Ni	2,71E-02
<sup>50</sup> Cr	3,06E+00
<sup>52</sup> Cr	5,91E+01
<sup>53</sup> Cr	6,70E+00
<sup>54</sup> Cr	167E+00
<sup>55</sup> Mn	3,12E+00
<sup>91</sup> Zr	3,33E+00

Tabela 3.5: Parâmetros cinéticos obtidos a partir do código Serpent.

$\beta$	$\lambda(s^{-1})$	$\Lambda(s)$
0,0118	0,784	4,02E-7

No presente trabalho, diversas simulações foram realizadas para avaliar o comportamento do fluxo de nêutrons para casos em que o reator é submetido a transientes causados pela fonte externa de nêutrons, de modo a verificar a existência ou não da ocorrência de fenômenos de difusão anômala durante os transientes UABO, SBT e PP, bem como detectar as ocorrências de tais transientes através da análise das flutuações temporais do fluxo de nêutrons.

No próximo capítulo, a forma de obtenção do expoente de Hurst, bem como os resultados obtidos através das simulações são apresentados.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo serão apresentados os resultados das simulações utilizando-se de duas formas distintas de operação do código de física de reatores Serpent. A primeira forma a ser considerada é a *Dynamic Simulation Mode*, que consiste em escrever um arquivo contendo as principais informações referentes aos nêutrons vindos da fonte externa. Através desta forma de operação, é possível escrever o arquivo de fonte de forma bem flexível de forma a representar os transientes ocorridos. Neste arquivo devem ser informadas características como o surgimento em um ponto específico e em um tempo determinado.

Com a utilização do *Dynamic Simulation Mode* é possível observar o comportamento do fluxo neutrônico em qualquer região do reator através da inserção de contadores de fluxo, onde tais nêutrons tem sua origem em decorrência da informação passada pelo arquivo de fonte previamente escrito.

Como exemplo do arquivo de fonte, segue a Tabela 4.1 contendo as informações necessárias referentes à energia, direção e o tempo em que o nêutron é gerado dentro do núcleo do reator.

Tabela 4.1: Exemplo das informações necessárias ao arquivo de fonte.

Posição onde surge			Cosseno normalizado da direção			Energia (MeV)	Importância	Tempo (s)
x	y	z						
0	0	0	-0,81	0,307	0,5	13	1	9,486
0	0	0	0,588	-0,66	0,473	13	1	15,0014
0	0	0	-0,28	0,015	0,959	13	1	41,6686
0	0	0	-0,72	0,2	-0,66	13	1	81,9173
0	0	0	0,253	0,509	-0,82	13	1	91,7099
0	0	0	-0	-0,94	0,327	13	1	51,7718
0	0	0	0,73	0,666	0,151	13	1	60,4924
0	0	0	0,944	-0,22	0,242	13	1	54,1075
0	0	0	-0,6	-0,64	0,489	13	1	43,0655

Com isto, além do comportamento estacionário da operação do reator, isto é, a fonte constante, os seguintes transientes foram estudados: Pico de Produção, *Unprotected Accelerator Beam Overpower* e *Spurious Beam Trip* (SUZUKI *et al.*, 2005), conforme será apresentado nas seções seguintes.

O segundo modo de simulação consiste em efetuar a queima do combustível e obter todos os parâmetros cinéticos correspondentes a cada passo de queima.

Com a utilização do *Dynamic Simulation Mode* foi possível obter a estimativa do expoente de Hurst.

Na próxima seção são apresentados os resultados contendo os dois diferentes métodos de cálculo do expoente de Hurst, utilizados para detecção das ocorrências de transientes mediante a análise da flutuações do fluxo de nêutrons.

## **4.1 Determinação do expoente de Hurst.**

Nesta seção os métodos R/S e DFA são usados para determinação do coeficiente de Hurst, a partir da análise de séries temporais relativas ao fluxo de nêutrons, de modo a estabelecer correlações de persistências entre as ocorrências de transientes e as flutuações do fluxo de nêutrons, assim como para o caso de operação normal do reator.

### 4.1.1 Operação Normal.

O primeiro caso simulado visa avaliar as condições normais de operação do fluxo de nêutrons do reator MYRRHA. O fluxo de nêutrons é tratado como uma série temporal usando-se os métodos DFA e R/S para determinação do expoente Hurst, a fim de se estabelecer uma correlação entre as condições normais de operação do reator e o valor do expoente Hurst.

Para isto, o reator foi simulado com potência constante conforme mostrado na Figura 4.1, e com uma fonte externa emitindo nêutrons de forma constante durante um período de 100 segundos, conforme pela Figura 4.2.

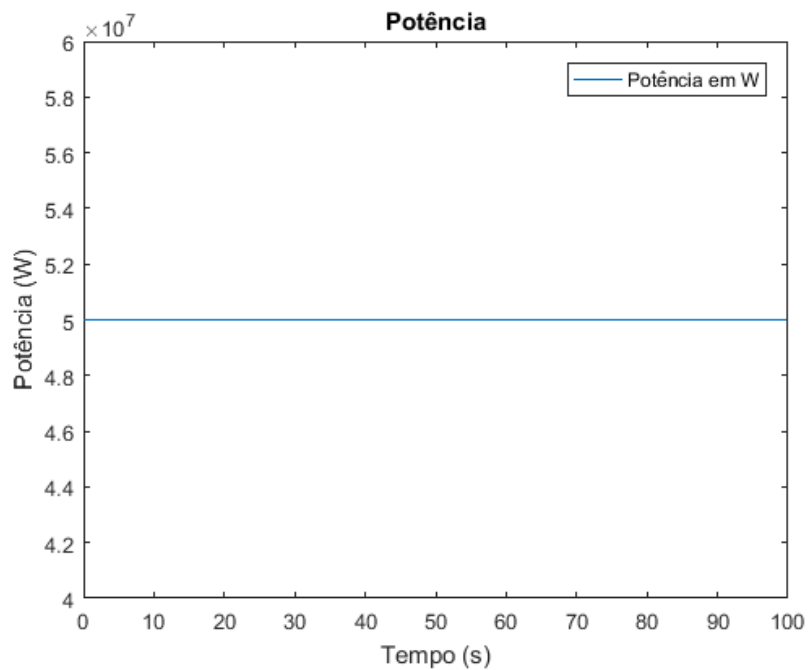


Figura 4.1: Reator operando à potência constante.

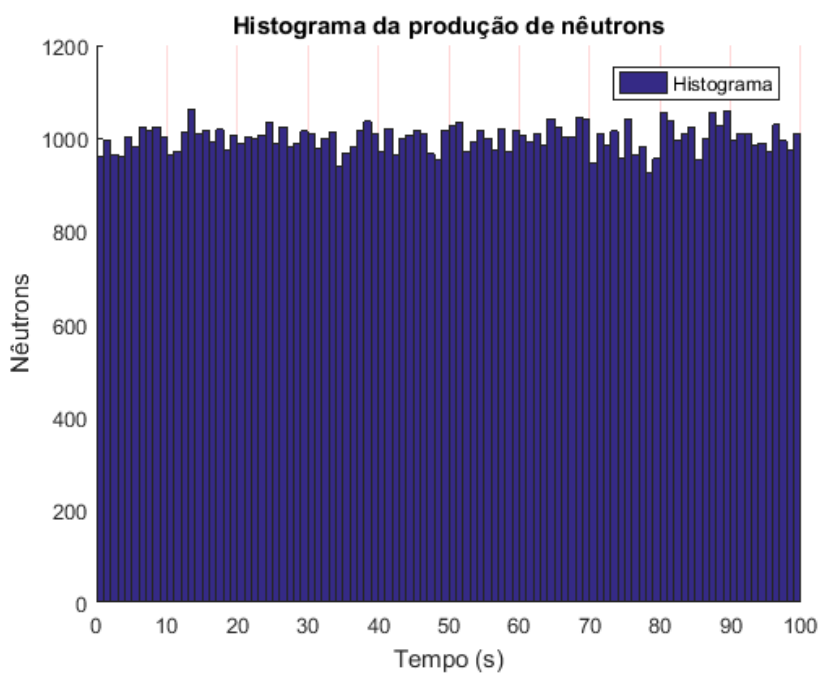


Figura 4.2: Histograma da produção de nêutrons para o caso de potência constante.

A partir dos detectores *in-core* do reator MYRRHA, Figura 4.3, simulados através do código Serpent, foi possível construir uma série temporal com as medidas do

fluxo de nêutrons. Para isto, os nêutrons que atravessam determinada superfície no interior do reator são acumulados durante o período de 0,01 segundos. Sendo assim, é possível obter o fluxo de nêutrons nos detectores *in-core* do reator conforme Figura 4.4.

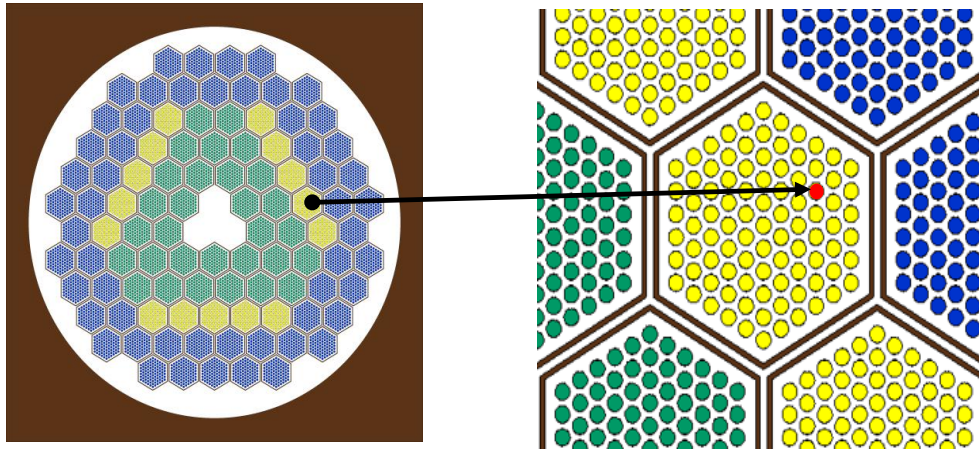


Figura 4.3: Detector *in-core*.

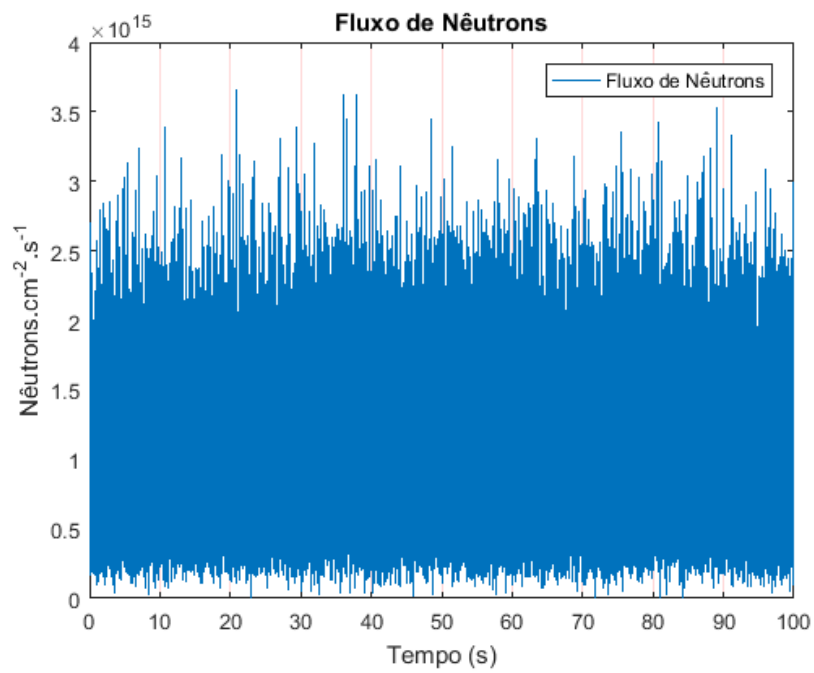


Figura 4.4: Fluxo de nêutrons obtido a partir do detector para o caso de fonte constante.

A partir dos dados mostrados na Figura 4.4, pode-se prosseguir na análise das flutuações do fluxo de nêutrons utilizando-se os métodos R/S e DFA para calcular o expoente de Hurst de modo a criar uma correlação direta entre a contagem dos nêutrons nos detectores em condições normais de funcionamento e o valor do expoente de Hurst. Sendo assim, as condições normais de funcionamento do reator podem ser caracterizadas e detectadas através do expoente de Hurst.

Os dados do fluxo de nêutrons foram divididos em 10 e 20 blocos de séries temporais, Figuras 4.5 e 4.6, para a aplicação dos métodos R/S e DFA para verificar se as flutuações do fluxo de nêutrons nos blocos de séries temporais são persistentes, não persistentes ou ruído branco.

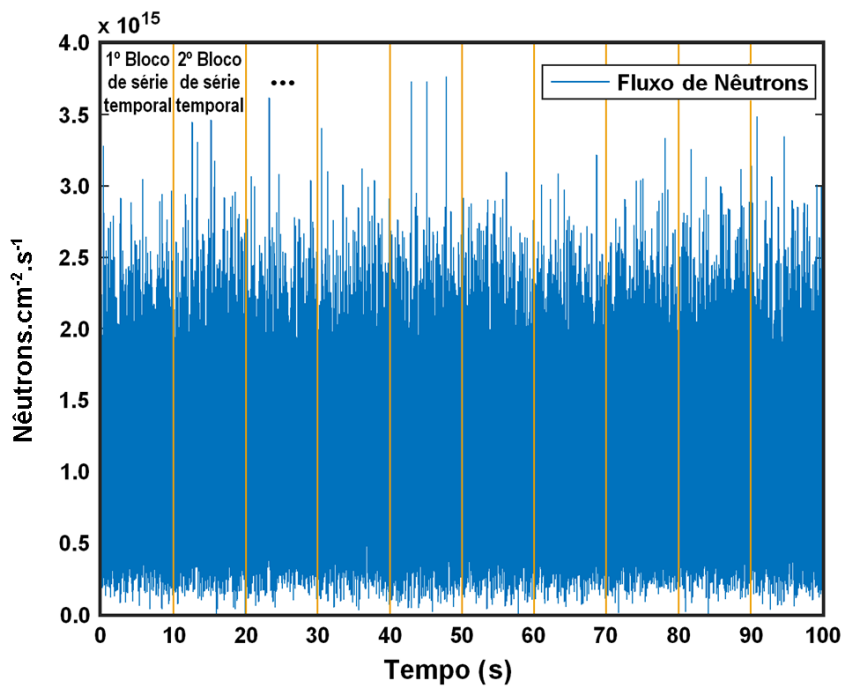


Figura 4.5: Dados do fluxo de nêutrons divididos em 10 blocos de séries temporais.



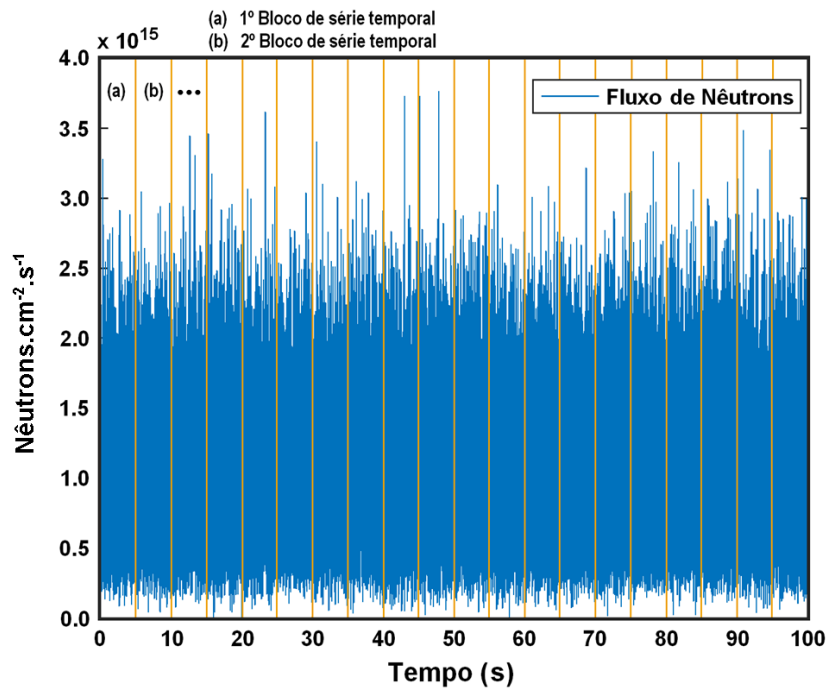


Figura 4.6: Dados do fluxo de nêutrons divididos em 20 blocos de séries temporais.

Cada um dos blocos de séries temporais foi utilizado para calcular o expoente de Hurst, de acordo com os métodos descritos nas secções 3.2 e 3.3, de modo que existe um valor do expoente de Hurst para cada um dos blocos de séries temporais. As Figuras 4.7 e 4.8 mostram respectivamente a evolução temporal do expoente de Hurst para 100 segundos divididos em 10 e 20 blocos de séries temporais, de modo que cada ponto representa o valor do expoente de Hurst relativo a cada bloco que contém o fluxo de nêutrons em períodos de 10 ou 5 segundos, respectivamente.

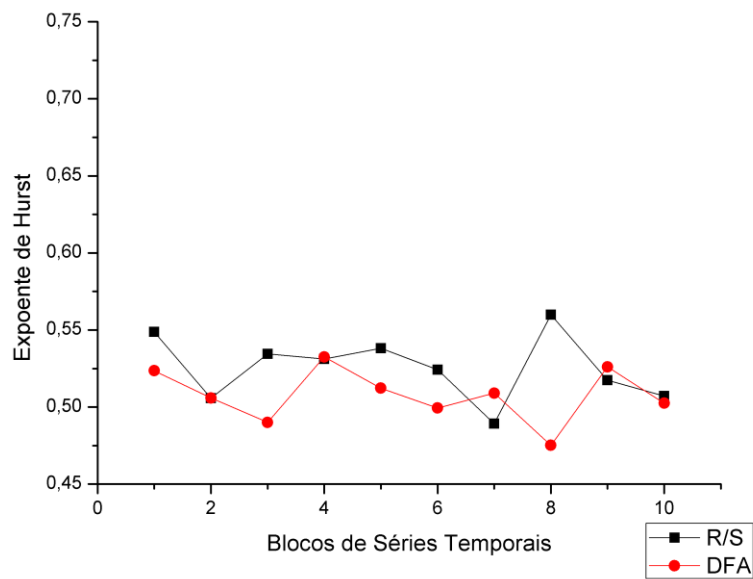


Figura 4.7: Evolução temporal do expoente de Hurst calculado a partir das metodologias R/S e DFA considerando 10 blocos de séries temporais com períodos com 10 segundos.

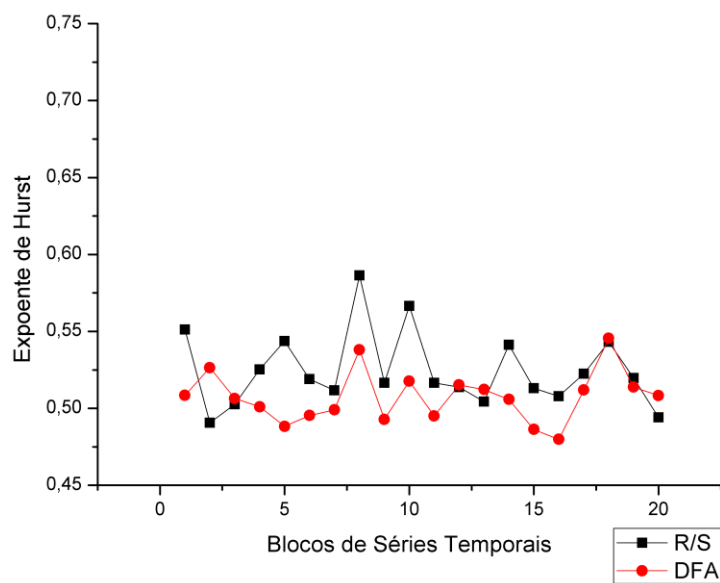


Figura 4.8: Evolução temporal do expoente de Hurst calculado a partir das metodologias R/S e DFA considerando 20 blocos de séries temporais com períodos de 5 segundos.

É possível ver, com base nas Figuras 4.7 e 4.8, que o comportamento do expoente de Hurst, tal como calculado com ambos os métodos, é semelhante. A diferença que pode ser mais claramente observada é que o método R/S superestima os resultados obtidos em comparação com o método DFA para a maioria dos pontos calculados. Em ambas as metodologias utilizadas para analisar o expoente de Hurst, verificou-se que os pontos são distribuídos em torno de 0,5, não encontrando efeitos persistentes para. Isto indica a predominância de ruído branco para as condições normais de operação.

O mesmo resultado foi verificado para o reator operando em outros níveis de potência em condições normais de operação, como indicado nas Tabelas 4.2 e 4.3. Nestas tabelas é possível observar que o valor médio obtido pelo método DFA é mais próximo de 0,5 do que o valor obtido com R/S.

Tabela 4.2: Valores máximos, mínimos e médios obtidos com 10 séries temporais.

Potência (MW)	R/S			DFA		
	H <sub>min</sub>	H <sub>max</sub>	<b>H<sub>med</sub></b>	H <sub>min</sub>	H <sub>max</sub>	<b>H<sub>med</sub></b>
70	0,4885	0,5715	<b>0,5315</b>	0,4617	0,5492	<b>0,4992</b>
50	0,4983	0,5443	<b>0,5169</b>	0,4556	0,5133	<b>0,4946</b>
45	0,4765	0,5651	<b>0,5282</b>	0,4775	0,5482	<b>0,5002</b>
35	0,4902	0,5548	<b>0,5222</b>	0,4745	0,5202	<b>0,496</b>

Tabela 4.3: Valores máximos, mínimos e médios obtidos com 20 séries temporais.

Potência (MW)	R/S			DFA		
	H <sub>min</sub>	H <sub>max</sub>	H <sub>med</sub>	H <sub>min</sub>	H <sub>max</sub>	H <sub>med</sub>
70	0,4605	0,5751	<b>0,5280</b>	0,4430	0,5467	<b>0,4957</b>
50	0,4828	0,5638	<b>0,5148</b>	0,4601	0,5430	<b>0,4937</b>
45	0,4775	0,5883	<b>0,5229</b>	0,4640	0,5350	<b>0,5012</b>
35	0,4833	0,5621	<b>0,5167</b>	0,4649	0,5352	<b>0,4982</b>

Os valores médios do expoente Hurst durante as condições normais de operação indicam que existe aleatoriedade nas séries temporais relativas ao fluxo de nêutrons, de modo que pode-se estabelecer durante as condições normais de operação o predomínio do ruído gaussiano.

Na próxima seção é apresentado o cálculo do expoente Hurst usando os métodos R/S e DFA para análise do transiente de Pico de Produção

#### 4.1.2 Transiente de Pico de produção (PP).

Nesta seção é analisado o transiente de pico de produção causado pela fonte externa de nêutrons, com objetivo de estabelecer uma correlação de persistência entre a ocorrência do evento e valor do expoente Hurst. É também analisada a influência do fator de multiplicação na obtenção dos valores do expoente de Hurst.

Para facilitar a detecção do momento em que ocorre o transiente na fonte de nêutrons através das metodologias DFA e R/S, é considerada uma situação hipotética onde é introduzido durante dois segundos um pico de 20% da produção de nêutrons, como pode ser visualizado no histograma apresentado na Figura 4.9.

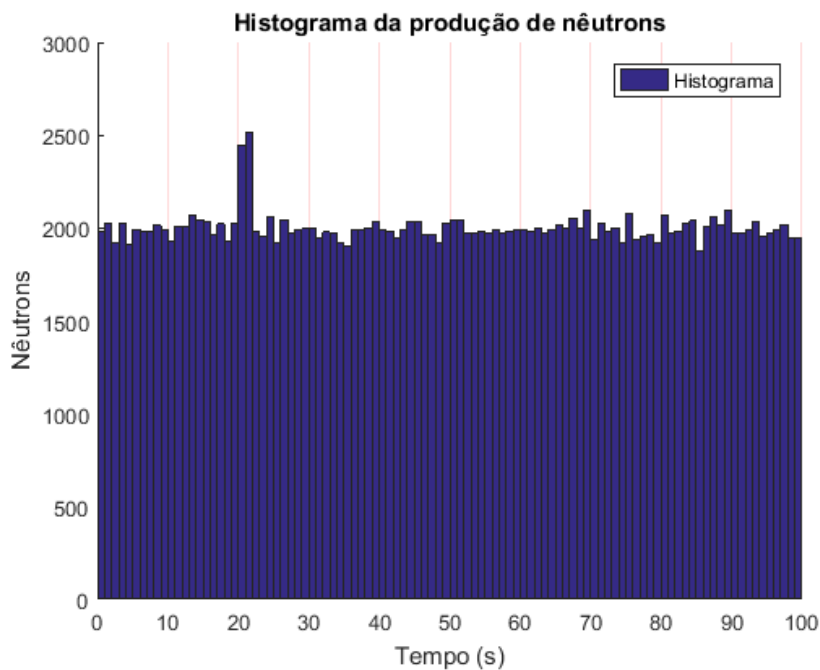


Figura 4.9: Histograma da fonte de nêutrons com pico de produção de 20% iniciado no vigésimo segundo.

É possível obter o fluxo de nêutrons no detector do núcleo do reator conforme apresentado na Figura 4.10.

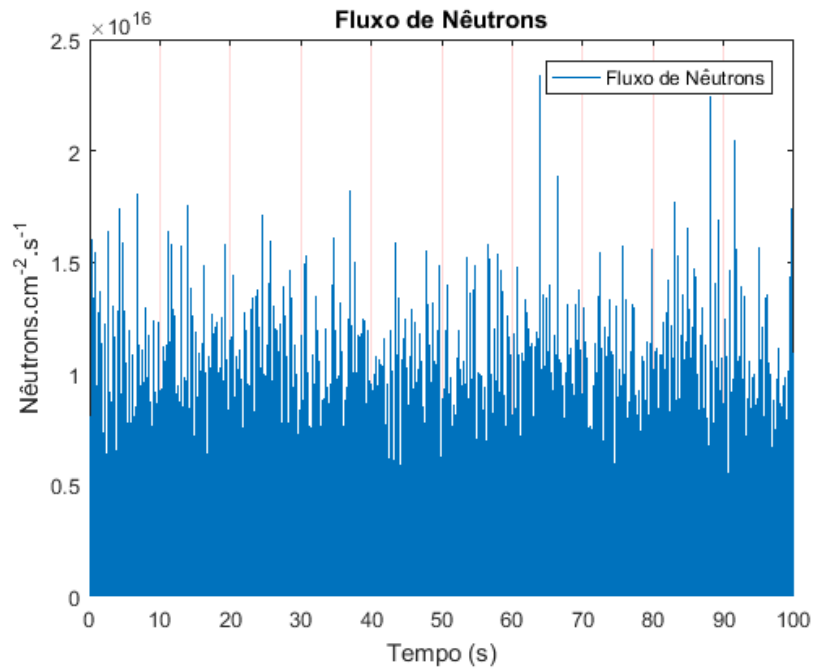


Figura 4.10: Fluxo de nêutrons obtido no detector para uma produção na fonte de nêutrons 20% maior durante 2 segundos a partir do vigésimo segundo.

Nas Figuras 4.11 e 4.12 pode-se visualizar a evolução temporal do expoente de Hurst com a utilização de 10 e 20 blocos de séries temporais obtidos através fluxo de nêutrons conforme apresentado na Figura 4.10.

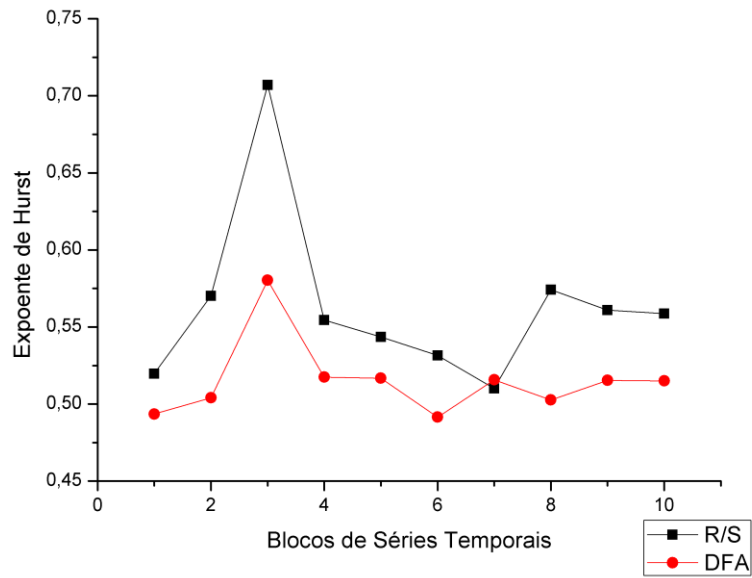


Figura 4.11: Evolução temporal do expoente de Hurst calculado a partir das metodologias R/S e DFA considerando 10 blocos de séries temporais com período de 10 segundos.

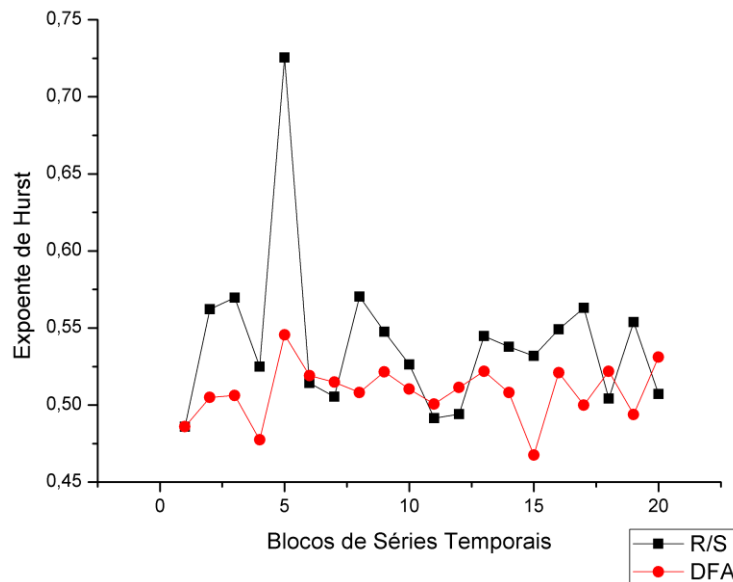


Figura 4.12: Evolução temporal do expoente de Hurst calculado a partir das metodologias R/S e DFA considerando 20 blocos de séries temporais com período de 05 segundos

Com base nos resultados mostrados na Figura 4.11 pode-se observar que ambos os métodos conseguiram detectar claramente o bloco de série temporal em que a anomalia ocorreu. O mesmo não pode ser afirmado a partir dos resultados mostrados na Figura 4.12 onde o método DFA apresentou um pico 24,8 % inferior ao obtido utilizando a metodologia R/S. Ou seja, neste intervalo não se pode afirmar se ocorreu algum tipo de anomalia se comparado aos demais pontos segundo a metodologia DFA. Adicionalmente, a partir da Figura 4.11 pode-se verificar que o reator retorna rapidamente a condição estável de operação normal, o que corrobora com a segurança intrínseca dos reatores subcríticos guiados por fonte externa. Essa observação fica ainda mais evidente na Figura 4.12 onde um bloco de série temporal menor foi considerado.

A avaliação do expoente de Hurst através dos métodos para diferentes valores de  $k_{ef}$  se deu em decorrência da variação da composição do núcleo. Os valores apresentados no bloco de série temporal onde ocorre o transiente podem ser visualizados na Tabela 4.4. Os parâmetros cinéticos determinados a partir do código Serpent para cada  $k_{ef}$  se encontram na Tabela 4.5.



Tabela 4.4: Maior valor apresentado no cálculo do expoente de Hurst considerando diferentes valores de  $k_{ef}$ , calculados respectivamente pelos métodos R/S e DFA.

$k_{ef}$	10 Blocos de séries temporais			20 Blocos de séries temporais		
	RS	DFA	Desvio (%)	RS	DFA	Desvio (%)
0,981	0,69	0,57	17,3	0,70	0,55	28,1
0,973	0,70	0,57	18,6	0,71	0,54	32,6
0,963	0,72	0,60	16,2	0,73	0,57	27,7
0,955	0,72	0,61	15,7	0,75	0,58	28,6

Tabela 4.5: Parâmetros cinéticos para potência de 50MW e diferentes valores de  $k_{ef}$ .

$k_{ef}$	Q (nêutrons/s)	$\beta$	$\lambda$ (s)	$\Lambda$ (s <sup>-1</sup> )
0,981	7,8E+16	0,0118	0,779	3,84E-7
0,973	1,1E+17	0,0110	0,780	3,95E-7
0,963	1,5E+17	0,0110	0,780	3,99E-7

A partir do desvio percentual mostrado na Tabela 4.4, é possível estabelecer uma correlação de persistência entre a ocorrência do transiente do tipo Pico de Produção e os valores do expoente de Hurst calculado por ambos os métodos. Contudo, fica evidente que o método R/S estabelece uma relação de persistência muito maior que o DFA para todos os valores de  $k_{ef}$ , de modo que fica muito mais fácil realizar a detecção do transiente de Pico de Produção usando o método R/S.

### 4.1.3 Transiente UABO.

De acordo com SUZUKI *et al.* (2005), o acidente UABO significa o rápido aumento na intensidade da fonte externa de energia de nêutrons. Como não há barras de controle instaladas nos ADS, a perda de potência causada pela queima de combustível deve ser gerenciada com o aumento da potência do feixe do acelerador. Por exemplo, a corrente do feixe do acelerador pode ser duplicada para compensar a redução da reatividade do núcleo durante o início do ciclo. Sendo assim, o caso UABO, foi considerado um aumento abrupto de 100% na produção de nêutrons oriundos das reações de *spallation* no instante de 22,5 segundos, permanecendo estável neste novo patamar, conforme mostrado pela Figura 4.13.

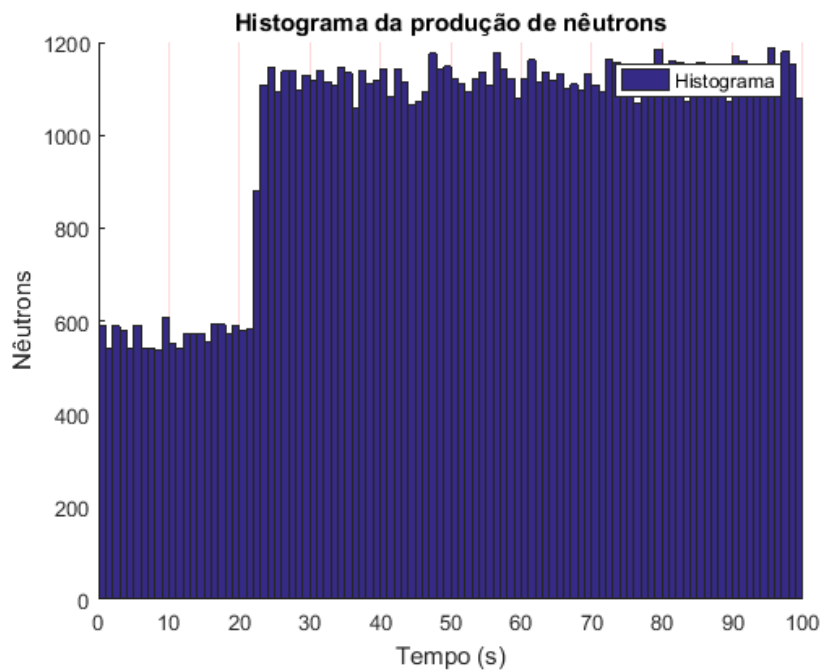


Figura 4.13: Histograma da fonte de nêutrons com aumento em 100% da produção de nêutrons no instante 22,5s.

Com isto, é possível obter o fluxo de nêutrons no detector do núcleo do reator conforme apresentado na Figura 4.14.

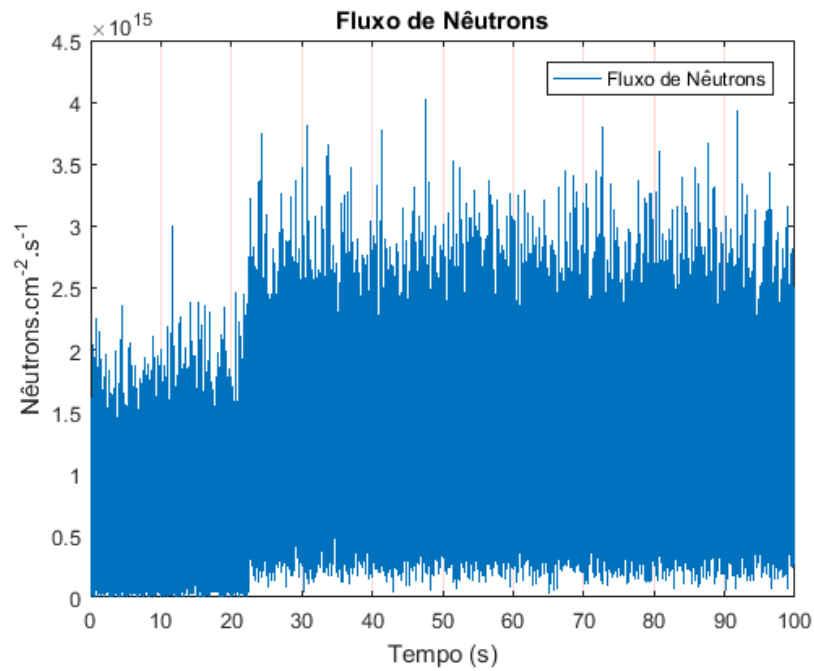


Figura 4.14: Fluxo de nêutrons obtido no detector para um aumento em 100% da produção de nêutrons no instante 22,5s.

Os resultados obtidos a partir das metodologias DFA e R/S, podem ser observados nas Figuras 4.15 e 4.16.

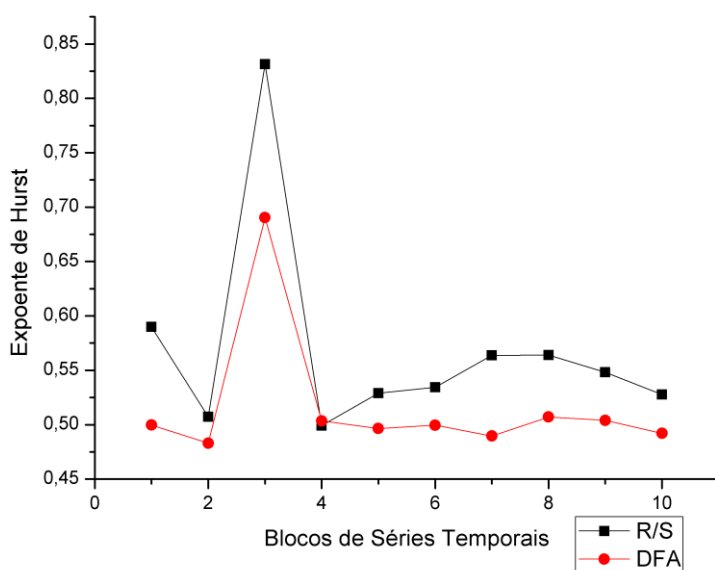


Figura 4.15: Evolução temporal do Expoente de Hurst calculado com os métodos DFA e R/S considerando 10 blocos de séries temporais com aumento na produção de nêutrons de 100% em 22,5s.

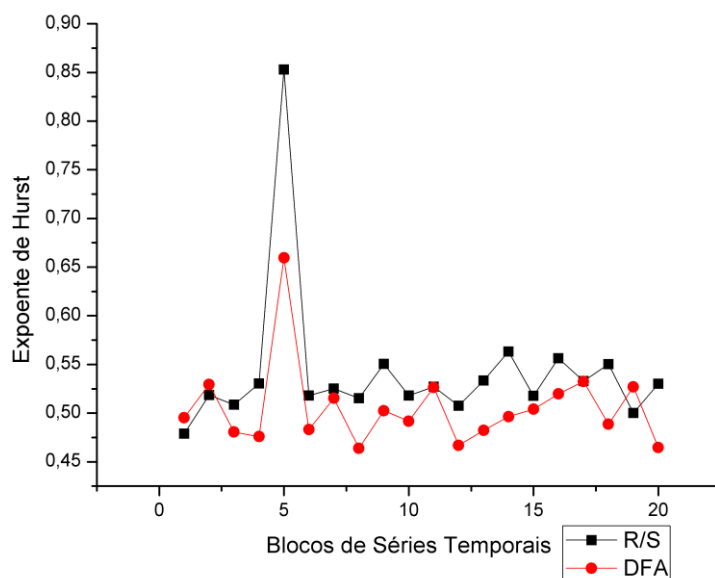


Figura 4.16: Evolução temporal do Expoente de Hurst calculado com os métodos DFA e R/S considerando 20 blocos de séries temporais com aumento na produção de nêutrons de 100% em 22,5s.

Através da análise dos dados apresentados pelas Figuras 4.15 e 4.16 é possível detectar facilmente em qual bloco da série temporal tal mudança ocorreu. Para observar melhor a relação entre o valor do coeficiente obtido pelos métodos DFA e R/S através das análises no fluxo de nêutrons e o aumento na intensidade da geração de nêutrons no caso do transiente UABO, novas simulações para transientes de diferentes patamares de potência são apresentados na Tabela 4.6. Com isto, pode-se observar que o valor do expoente de Hurst está relacionado com a variação na produção de nêutrons.

Tabela 4.6: Coeficiente de R/S e DFA obtidos durante a elevação na produção de nêutrons conforme o caso UABO.

Aumento na produção de nêutrons, em %	10 Blocos de séries temporais		20 Blocos de séries temporais	
	R/S	DFA	R/S	DFA
100	0,84129	0,69043	0,85299	0,65941
75	0,83195	0,69841	0,85215	0,65350
50	0,79077	0,64330	0,80767	0,61691
30	0,74376	0,60095	0,75914	0,57603
10	0,64210	0,55121	0,64496	0,55883

#### 4.1.4 Anomalia na fonte de nêutrons: *Spurious Beam Trip*.

Conforme SUZUKI *et al.* (2005), um dos atuais fatores limitantes para os reatores ADS é a confiabilidade dos aceleradores. Sendo assim, é necessário considerar

o impacto das interrupções do feixe na integridade do núcleo e especialmente nas mudanças de temperatura do combustível e de seu revestimento. Este é o caso SBT e foi simulado primeiramente como uma interrupção na geração de nêutrons de dois segundos a partir do vigésimo segundo, como pode ser visto na Figura 4.17.

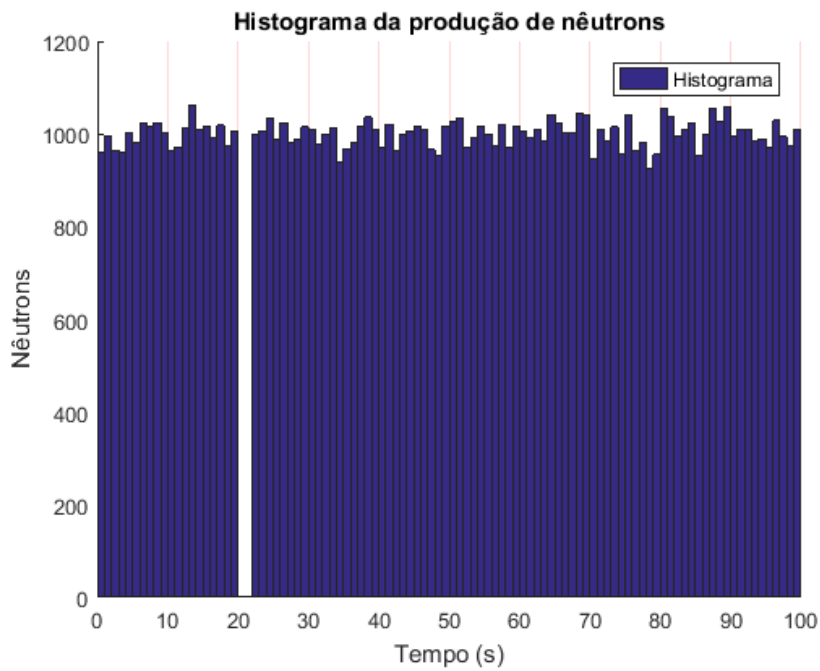


Figura 4.17: Interrupção na fonte externa de fornecimento de nêutrons durante 2s.

Com a fonte de nêutrons programada desta forma, foi possível obter a seguinte distribuição de fluxo nos contadores:

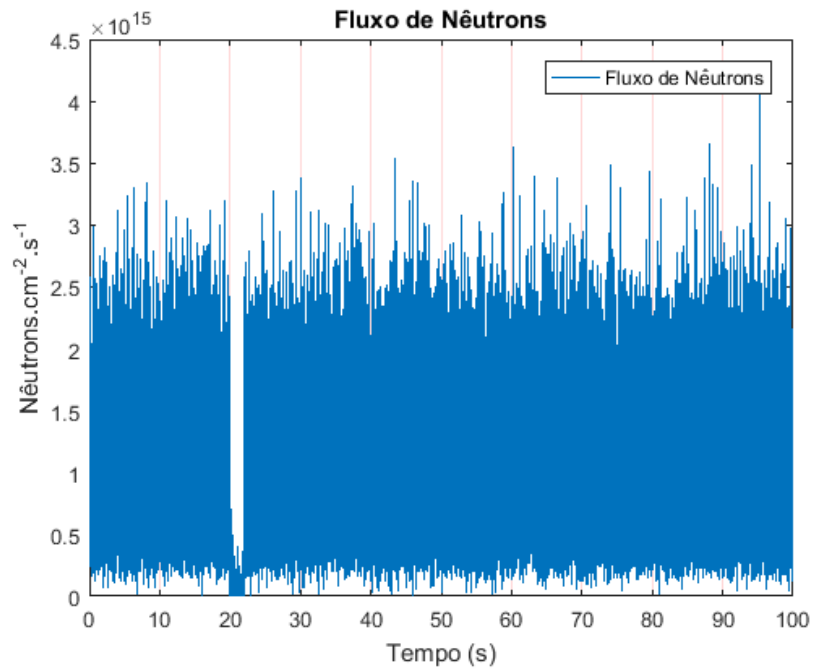


Figura 4.18: Fluxo de nêutrons obtido no detector para uma interrupção na produção de nêutrons durante 2 segundos.

Com a geração de nêutrons se comportando conforme descrito na Figura 4.18, foi possível obter os resultados apresentados nas Figuras 4.19 e 4.20 através dos métodos DFA e R/S, onde foi possível detectar a ocorrência do transiente SBT, causada em decorrência da interrupção no fornecimento de nêutrons.

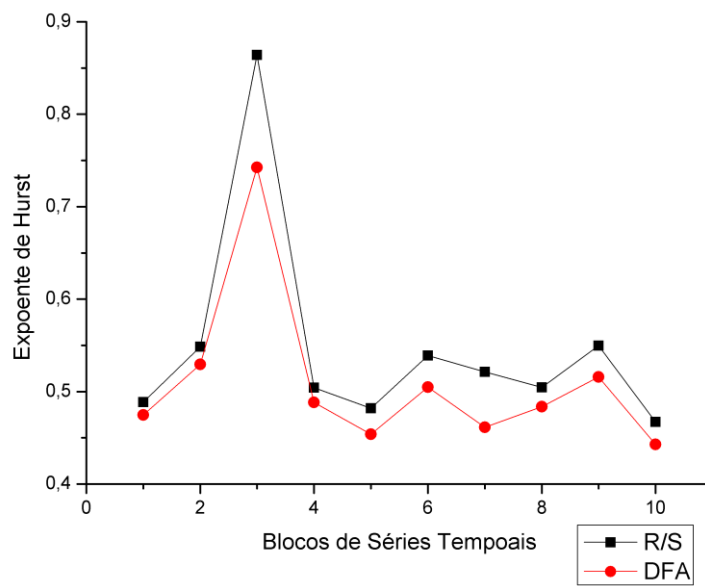


Figura 4.19: Evolução temporal do Expoente de Hurst calculado com os métodos DFA e R/S considerando 10 blocos de séries temporais e uma interrupção na produção de nêutrons por 2 segundos ocorrendo após o vigésimo segundo.

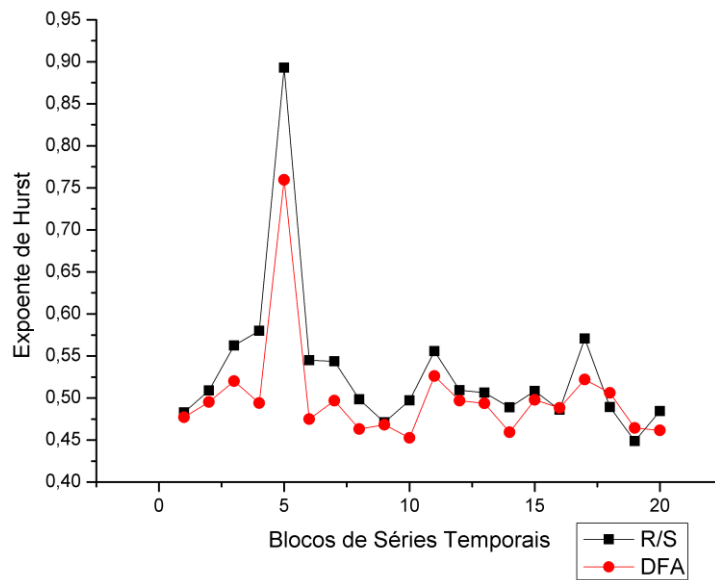


Figura 4.20: Evolução temporal do Expoente de Hurst calculado com os métodos DFA e R/S considerando 20 blocos de séries temporais e uma interrupção na produção de nêutrons por 2 segundos ocorrendo após o vigésimo segundo.



Os resultados expostos através das Figuras 4.19 e 4.20 mostram claramente que é possível detectar a ocorrência do transiente SBT com ambos os métodos, tanto com 10 ou 20 blocos de séries temporais. A seguir é apresentado na Tabela 4.7 os resultados de cálculo do expoente Hurst considerando interrupções com diferentes tempos.

Tabela 4.7: Valor de pico para os coeficientes R/S e DFA obtidos para diferentes tempos de interrupção no fornecimento de nêutrons provenientes da fonte externa.

Tempo de interrupção da fonte externa (s)	Valor de pico utilizando-se 10 intervalos de séries temporais		Valor de pico utilizando-se 20 intervalos de séries temporais	
	R/S	DFA	R/S	DFA
1	0,81124	0,77919	0,85225	0,77106
2	0,86409	0,74257	0,89293	0,75946
3	0,88854	0,80341	0,89994	0,82801

Com a devida indicação em qual bloco de série temporal o transiente SBT ocorreu com a utilização dos métodos DFA e R/A, estes métodos podem ser utilizados para monitoração contínua e com isso a detecção do momento exato onde ocorreu o transiente.

Na próxima seção, é avaliada a utilização da metodologia para detecção de falhas. Com isto, é possível detectar a ocorrência de algum evento, e consequentemente fornecer dados para o suporte a tomada de decisão para utilização de equipamento redundante antes que sejam atingidos os 3 segundos de interrupção do feixe evitando assim uma falha postulada.

## 4.2 Detecção de Transientes em Tempo Real

Uma das principais características apresentadas pelos métodos é a fácil detecção de ocorrência de algum incidente referente ao núcleo do reator através da monitoração do fluxo de nêutrons. Devido ao desempenho superior do método R/S em relação ao DFA para a detecção dos casos em que o *trip* ocorreu, o método R/S foi escolhido para ser utilizado durante esta seção.

Durante a operação normal de um reator a aquisição de dados do fluxo neutrônico é realizada de forma contínua. Para a aplicação dos métodos estatísticos apresentados se torna necessário uma janela tempo contendo dados coletados anteriores ao tempo real de operação do reator conforme exemplificado na Figura 4.21.

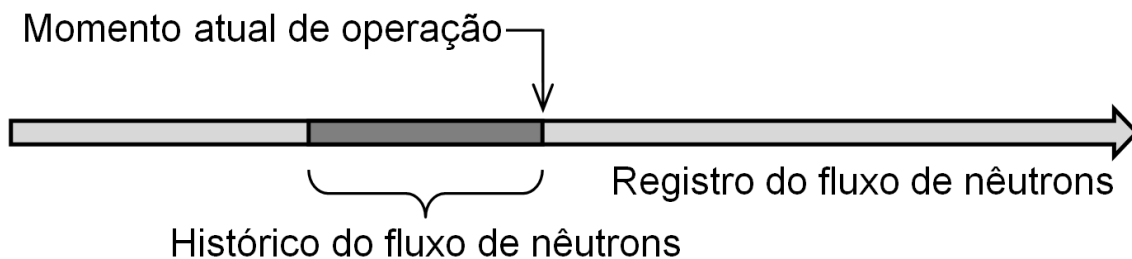


Figura 4.21: Esquema exemplificando os dados necessários para a aplicação do método R/S em tempo real.

É necessário uma janela de dados no início de operação da qual novos dados referentes a evolução temporal serão acrescentados constantemente a análise e os dados mais antigos serão descartados. Desta forma, é possível efetuar uma análise móvel no tempo.

Para os casos apresentados a seguir, estipulou-se uma janela de cinco segundos, sendo possível assim apenas a avaliação dos dados a partir do quinto segundo de

operação. Deste instante de tempo em diante a mesma quantidade de dados incluídos para os cálculos é excluída do final do intervalo.

A janela de 5 segundos foi escolhida durante os cálculos numéricos pois janelas menores que 2 segundos não apresentaram bons resultados e janelas superiores a 5 segundos apresentavam comportamentos semelhantes. Um programa em Octave foi criado para os cálculos a fim de implementar a metodologia R/S para a detecção em tempo real.

Com isto, é possível ver na Figura 4.22 que o pico de produção 20% maior no fluxo de nêutrons que ocorre durante 2 segundos que ocorre exatamente no vigésimo segundo conforme descrita na Seção 4.1.2, é perfeitamente detectada. Esta detecção é clara uma vez que o expoente de Hurst com valores superiores a 0,6 são encontrados.

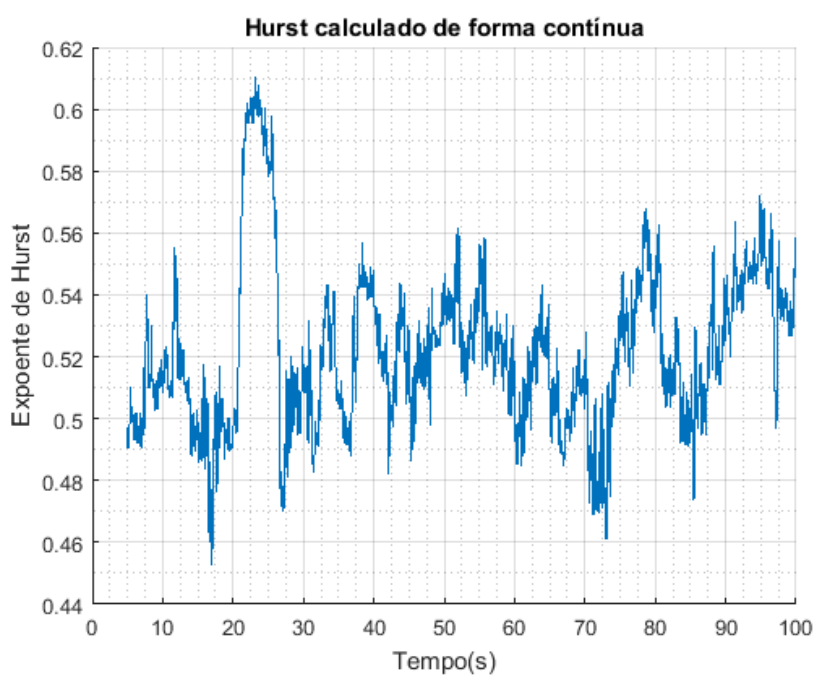


Figura 4.22: Metodologia R/S aplicada durante o período de tempo de 100 segundos, descartando-se os 5 primeiros segundos para o transiente do tipo Pico de Produção 20% superior ao funcionamento estável.

Para este caso a metodologia R/S precisou de 0,2 segundos para detectar valores superiores a 0,59, e detectar o momento em que o transiente ocorreu.

Para o estudo do caso *Unprotected Accelerator Beam Overpower e Spurious Beam Trip*, conforme apresentados nas Figuras 4.23 e 4.24, os valores do expoente de Hurst obtidos no momento em que o transiente ocorre se sobressaem ao caso apresentado anteriormente.

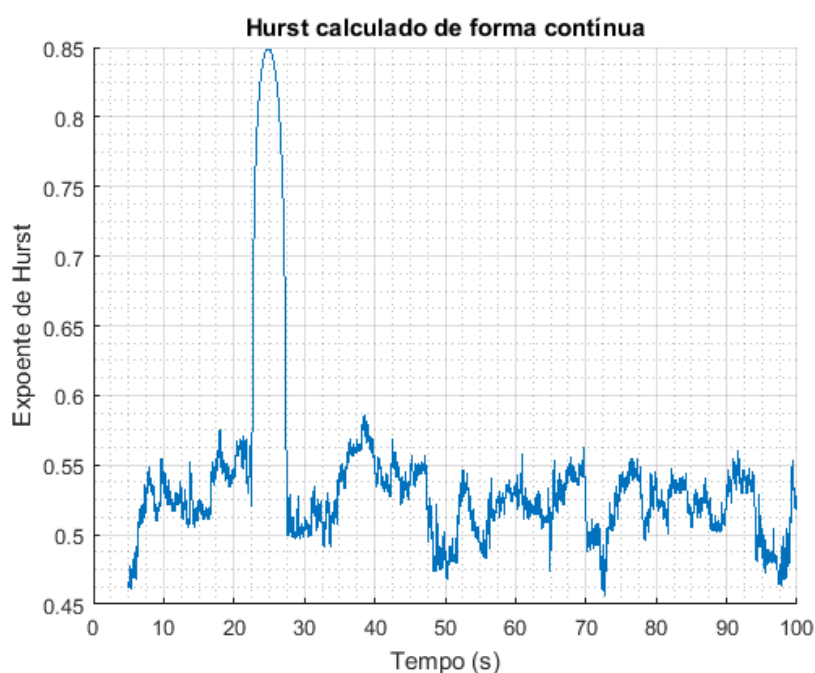


Figura 4.23: Metodologia R/S aplicada durante o período de tempo de 100 segundos, descartando-se os 5 primeiros segundos para o transiente do tipo UABO.

Para este caso, foram necessários 0,13 segundos para que a metodologia indicasse o expoente de Hurst superior a 0,6, detectando a ocorrência do transiente.

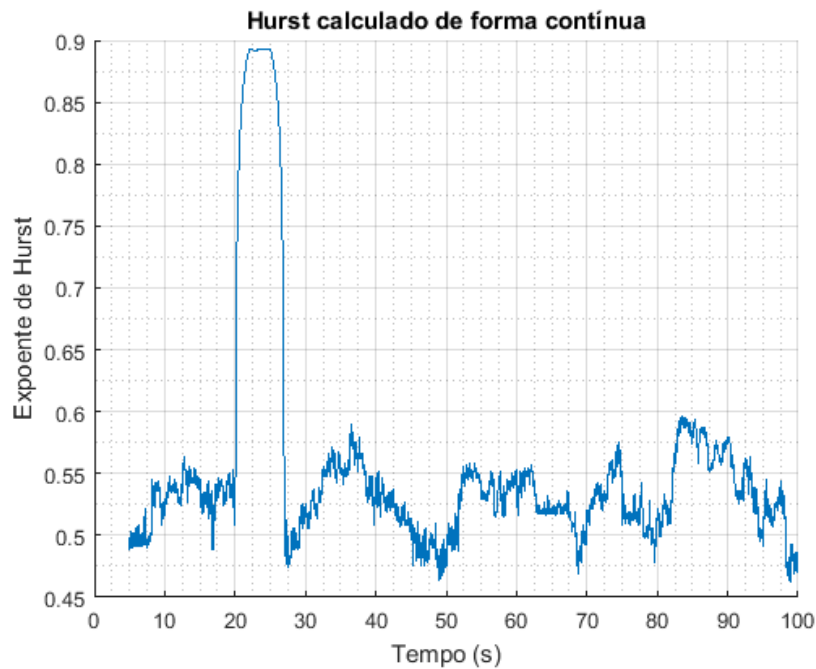


Figura 4.24: Metodologia R/S aplicada durante o período de tempo de 100 segundos, descartando-se os 5 primeiros segundos para o *trip* do tipo SBT.

O caso de maior interesse no estudo de detecção de transientes causados por fonte externa de nêutrons em reatores ADS é o da detecção na interrupção do fornecimento de nêutrons provenientes da fonte externa. Com isto, o caso do transiente SBT (*Spurious Beam Trip*) com detecção rápida é provavelmente o caso mais interessante a ser estudado, uma vez que segundo bases de projeto é considerado incidente grave caso a fonte de nêutrons permaneça inoperante por mais de 3 segundos, onde tal incidente não deve ocorrer mais de 10 vezes durante um ciclo de operação(SCK•CEN, 2006).

É possível observar através da Figura 4.24, a metodologia demorou cerca de 0,08 segundos após a ocorrência do transiente para acusar valores do expoente de hurst superiores a 0,6 .

De posse da estimativa do expoente de Hurst, segundo ESPINOSA-PAREDES et al., (2008), é possível efetuar uma análise das equações da cinética pontual fracionária, que segundo o autor, alguns termos seriam significativos para o estudo da cinética de reatores ADS. Tal estudo é apresentado nos Apêndices e se dará através da formulação inversa da cinética pontual fracionária.

## 5 CONCLUSÃO

Na presente tese de doutorado uma nova metodologia para a detecção da ocorrência de transientes causados por fonte externa de nêutrons em reatores ADS foi apresentada. Para tanto, foram utilizados dois diferentes métodos de análises baseados no cálculo do expoente de Hurst, a saber: O método *Rescaled Range Analysis* (R/S) e o método *Detrended Fluctuations Analysis* (DFA).

Para a obtenção de dados para o cálculo do expoente de Hurst, um sistema subcrítico baseado no Reator MYRRHA foi simulado com o código Serpent. Este sistema foi submetido a diferentes tipos de transientes, quais sejam: Pico de Produção (PP), *Unprotected Accelerator Beam Overpower* (UABO) e *Spurious Beam Trip* (SBT).

A partir dos dados apresentados nesse trabalho foi possível observar que os resultados obtidos para o cálculo dos expoentes de Hurst utilizando o método R/S superestimam sistematicamente os obtidos através da metodologia DFA sendo assim mais eficiente para a detecção dos transientes.

Os resultados obtidos indicaram que as duas metodologias descritas neste trabalho poderiam ser utilizadas como ferramenta para dar suporte à detecção em tempo real para a ocorrência de transientes. Contudo, o método R/S foi escolhido para um suporte de detecção em tempo real por superestimar o DFA em todos casos testados.

Adicionalmente, tais metodologias mostraram-se eficientes ao fornecer uma estimativa do grau do distúrbio causado no fluxo de nêutrons no reator, levando-se em consideração fatores como  $k_{ef}$  e a intensidade do transiente ocasionado na fonte de nêutrons.

Sendo assim, é recomendado a utilização do método R/S para detecção em tempo real das ocorrências de transientes causados pela fonte externa de nêutrons para os reatores ADS.

Para trabalhos futuros propõe-se a utilização da Transformada Rápida de Fourier e a transformada Wavelet para a detecção rápida do tipo de transientes em reatores ADS através de análises nas variações no fluxo de nêutrons uma vez que a detecção precisa do tipo não é possível pelo expoente de Hurst.



## REFERÊNCIAS

BEER, R. **Extensão da Análise R/S para Caracterização Geoestatística Local e Regional de Reservatórios de Hidrocarbonetos**. Dissertação de M.Sc ,Universidade Estadual de Campinas, 1994.

BERGLÖF, C. **On Measurement and Monitoring of Reactivity in Subcritical Reactor Systems**. D.Sc. Thesis, KTH,Stockholm, Sweden 2010, 2010.

BHADURI, A.; GHOSH, D. Quantitative Assessment of Heart Rate Dynamics during Meditation: An ECG Based Study with Multi-Fractality and Visibility Graph. **Frontiers in Physiology**, v. 7, n. FEB, p. 1–10, 16 fev. 2016.

BLACHOWICZ, T.; EHRMANN, A.; DOMINO, K. Statistical analysis of digital images of periodic fibrous structures using generalized Hurst exponent distributions. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 452, p. 167–177, 2016.

BRUYN, D. DE et al. From myrrha to xt-ads: the design evolution of an experimental ads system. p. 848–854, 2007.

BRYCE, R. M.; SPRAGUE, K. B. Revisiting detrended fluctuation analysis. **Scientific Reports**, v. 2, p. 315, 14 mar. 2012.

CAMARGO, R. DE F. **Cálculo Fracionário e Aplicações**. Tese de D.Sc, Universidade Estadual de Campinas, 2009.

CHECHKIN, A. V. et al. Introduction to the Theory of Lévy Flights. In: **Anomalous Transport**. Weinheim, Germany: Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2008. p. 129–162.

COMPTE, A.; METZLER, R. The generalized Cattaneo equation for the description of anomalous transport processes. **J. Phys. A. Math. Gen.**, v. 30, n. 21, p.

7277–7289, 1997.

DANIEL BEN-AVRAHAM, S. H. **Diffusion and Reactions in Fractals and Disordered Systems Fractal**. 1<sup>a</sup> ed. THE PRESS SYNDICATE OF THE UNIVERSITY OF CAMBRIDGE, 2000.

DIETHELM, K. et al. Algorithms for the fractional calculus: A selection of numerical methods. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 194, n. 6–8, p. 743–773, 2005.

DINIZ, R. C. **Correção do Parâmetro de Tempo Médio de Geração de Nêutrons nas Equações da Cinética Pontual de Nêutrons**. Rio De Janeiro: UFRJ, 2017.

ERIKSSON, M. **Accelerator-driven Systems : Safety and Kinetics Marcus Eriksson Doctoral Thesis Department of Nuclear and Reactor Physics Royal Institute of Technology Stockholm 2005**. Ph.D. dissertationl, Royal Institute of Technology, Stockholm, 2005.

ESPINOSA-PAREDES, G. et al. Constitutive laws for the neutron density current. **Annals of Nuclear Energy**, v. 35, n. 10, p. 1963–1967, 2008.

ESPINOSA-PAREDES, G. et al. Fractional-space law for the neutron current density. **Annals of Nuclear Energy**, v. 55, p. 120–125, maio 2013.

ESPINOSA-PAREDES, G.; ÁLVAREZ-RAMÍREZ, J.; VÁZQUEZ, A. Detecting long-range correlation with detrended fluctuation analysis: Application to BWR stability. **Annals of Nuclear Energy**, v. 33, n. 16, p. 1309–1314, 2006.

ESPINOSA-PAREDES, G.; POLO-LABARRIOS, M. A.; ALVAREZ-RAMIREZ, J. Anomalous diffusion processes in nuclear reactors. **Annals of Nuclear Energy**, v. 54, p. 227–232, abr. 2013.

FAVARETTO, A. B. **Estimativa do expoente de Hurst de séries temporais**

**de chuvas do estado de São Paulo usando as transformadas de Fourier, Wavelet e análise R/S.** Dissertação de M.Sc., Universidade Estadual Paulista, 2004.

GARCIN, M. Estimation of time-dependent Hurst exponents with variational smoothing and application to forecasting foreign exchange rates. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 483, p. 462–479, 2017.

GAVILÁN MORENO, C. J. Using the Hurst's exponent as a monitor and predictor of BWR reactor instabilities. **Annals of Nuclear Energy**, v. 37, n. 3, p. 434–442, mar. 2010.

HURST, H. E. et al. Long-Term Storage: An Experimental Study. **Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)**, v. 129, n. 4, p. 591, 1966.

JAMES J. DUDERSTADT, L. J. H. **Nuclear Reactor Analysis (1st Edition)**. John Wiley and Sons, N.Y, 1976.

JIN, X. The impact of 2008 financial crisis on the efficiency and contagion of Asian stock markets: A Hurst exponent approach. **Finance Research Letters**, v. 17, p. 167–175, 2016.

LAHMIRI, S. Clustering of Casablanca stock market based on hurst exponent estimates. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 456, p. 310–318, ago. 2016.

MAINARDI, F.; GORENFLO, R. On Mittag-Leffler-type functions in fractional evolution processes. **Journal of Computational and Applied Mathematics**, v. 118, n. 1–2, p. 283–299, 2000.

METZLER, R.; KLAFTER, J. The random walk's guide to anomalous diffusion: a fractional dynamics approach. **Physics Reports**, v. 339, n. 1, p. 1–77, 2000.

MURGUÍA, J. S. et al. The Hurst exponents of *Nitzschia* sp. diatom trajectories observed by light microscopy. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**,

v. 417, p. 176–184, 2015.

NAHLA, A. A. Analytical solution of the fractional point kinetics equations with multi-group of delayed neutrons during start-up of a nuclear reactor. **Annals of Nuclear Energy**, v. 99, p. 247–252, jan. 2017.

NOWAK, T. K.; DUZINKIEWICZ, K.; PIOTROWSKI, R. Fractional neutron point kinetics equations for nuclear reactor dynamics – Numerical solution investigations. **Annals of Nuclear Energy**, v. 73, n. 2–3, p. 317–329, nov. 2014.

OAK FOUNDATION. **Annual Report 2015**. Disponível em: <[https://www.gen-4.org/gif/jcms/c\\_9260/public](https://www.gen-4.org/gif/jcms/c_9260/public)>.

PALMA, D. A. P.; NUNES, A. L.; MARTINEZ, A. S. Effect of the time variation of the neutron current density in the calculation of the reactivity. **Annals of Nuclear Energy**, v. 96, p. 204–211, out. 2016.

PATHRIA, R. K.; BEALE, P. D. Front Matter. In: **Statistical Mechanics**. Elsevier, 2011. p. iii.

PENG, C.-K. et al. Mosaic organization of DNA nucleotides. **Physical Review E**, v. 49, n. 2, p. 1685–1689, 1 fev. 1994.

PODLUBNY, I. **Mittag-Leffler function** Mathworks, , 2012. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/8738-mittag-leffler-function/content/mlf.m>>

REVOL, J.-P. An accelerator-driven system for the destruction of nuclear waste. **Progress in Nuclear Energy**, v. 38, n. 1–2, p. 153–166, jan. 2001.

SCK•CEN. **MYRRHA: Multi-purpose hybrid research reactor for high-tech applications**. Disponível em: <<http://myrrha.sckcen.be/>>. Acesso em: 10 jan. 2017.

SUGAWARA, T.; NISHIHARA, K.; TSUJIMOTO, K. Transient analyses for lead–bismuth cooled accelerator-driven system. **Annals of Nuclear Energy**, v. 55, p.

238–247, maio 2013.

SUZUKI, T. et al. Transient analyses for accelerator driven system PDS-XADS using the extended SIMMER-III code. **Nuclear Engineering and Design**, v. 235, n. 24, p. 2594–2611, 2005.

TAQUU, M. S.; TEVEROVSKY, V.; WILLINGER, W. ESTIMATORS FOR LONG-RANGE DEPENDENCE: AN EMPIRICAL STUDY. **Fractals**, v. 3, n. 4, p. 785–798, dez. 1995.

VANDEPLASSCHE, D. et al. The MYRRHA Linear Accelerator. **Work**, p. 2718–2720, 2011.

VYAWAHARE, V. A.; NATARAJ, P. S. V. Fractional-order modeling of neutron transport in a nuclear reactor. **Applied Mathematical Modelling**, v. 37, n. 23, p. 9747–9767, dez. 2013.

WANG, G. et al. Verification of Neutronics and Thermal-hydraulics Coupled Simulation Program NTC by the PDS-XADS transient simulation. **Progress in Nuclear Energy**, v. 85, p. 659–667, nov. 2015a.

WANG, G. et al. Comparison of transient analysis of LBE-cooled fast reactor and ADS under loss of heat sink accident. **Annals of Nuclear Energy**, v. 85, p. 494–500, nov. 2015b.

WERON, R. **DFA: MATLAB function to compute the Hurst exponent using Detrended Fluctuation Analysis (DFA)**. Disponível em: <<https://ideas.repec.org/c/wuu/hocode/m11002.html>>. Acesso em: 9 set. 2015.

WORLD NUCLEAR ASSOCIATION. Accelerator-driven Nuclear Energy. **World Nuclear Association**, p. 1–5, 2014.

## APÊNDICE A: Equações da Cinética Pontual Fracionária

De acordo com DUDERSTADT e HAMILTON (1976), a reatividade é uma das mais importantes propriedades em um reator nuclear e está diretamente relacionada com o fator de multiplicação efetiva dos nêutrons ( $k_{ef}$ ). Para reatores ADS, considerados de IV geração, a escolha da geometria, composição e principalmente a intensidade da fonte externa de prótons, são os principais fatores que definem o valor do  $k_{ef}$ , influenciando na segurança e operação do reator em discussão.

De acordo com a proposta de tais reatores, o núcleo deve ser sempre subcrítico, isto é,  $k_{ef} < 1$ . Para o aumento da segurança, e garantir que o reator seja facilmente desligado em caso de acidente a maioria das propostas considera um  $k_{ef}$  entre 0,95 e 0,98. Em contrapartida, quão menor for o  $k_{ef}$ , maior deverá ser a intensidade da fonte de nêutrons.

Como exemplo da importância da escolha destes fatores, segundo WORLD NUCLEAR ASSOCIATION (2014), uma proposta de um reator a tório guiado por um acelerador (*Accelerator-Driven Thorium Reactor - ADTR*) firmado em um acordo entre a Inglaterra e a Suíça se encontra em fase de estudo de viabilidade e consiste em um reator rápido refrigerado por chumbo. Este reator prevê um ciclo de combustível de tório auto-sustentado de dez anos, usando plutônio como o iniciador da fissão. O chumbo é utilizado tanto como alvo de *spallation* e como refrigerante. Tal reator é capaz de gerar 600MWe possui um  $k_{ef}$  de 0,995, necessitando apenas um acelerador de 3-4 MW. Em função do  $k_{ef}$  estar tão próximo de 1, se torna necessária à utilização de barras de controle de ação rápida para garantir seu desligamento. Esta proposta diverge de grande parte dos reatores ADS quanto ao fator de multiplicação, como por exemplo, o MYRRHA que é projetado para gerar 50-100 MWe e leva em consideração um  $k_{ef}$  de 0,95 e em consequência uma

intensidade maior da fonte externa, necessitando de um acelerador mais potente de 3,2 MW (VANDEPLASSCHE *et al.*, 2011).

De acordo com BERGLÖF, (2010), a subcriticalidade dos sistemas ADS está sujeita a variações repentinas em caso de acidente, e em longo prazo devido, à queima de combustível, por exemplo. Sendo assim, a reatividade deve ser monitorada para garantir que uma configuração crítica ou supercrítica não ocorra, ocasionando instabilidades no reator ou acidentes mais graves. Portanto, medir e monitorar a reatividade durante a operação normal e em casos de exceção em um sistema subcrítico não é uma tarefa simples e direta. Os reatores são heterogêneos em sua composição, enquanto a teoria que descreve sua dinâmica é mais bem aplicada a sistemas homogêneos.

Portanto, entender o comportamento da cinética dos nêutrons em tais sistemas, principalmente em casos como variações não planejadas na fonte externa de nêutrons ou durante a elevação de potência, se torna uma tarefa crucial para a sua operação.

A equação mais amplamente utilizada que descreve a cinética dos nêutrons dentro do reator é denominada equação da difusão e é amplamente estudada. Porém, novas propostas que visam uma análise mais detalhada dos processos difusivos dentro do reator vêm surgindo na atualidade. Uma proposta destas equações é apresentada por ESPINOSA-PAREDES *et al.* (2008), que leva em consideração a difusão anômala. Tal questão será amplamente discutida na presente tese. Em tal proposta, os termos referentes à difusão anômala são originados em decorrência da heterogeneidade do núcleo do reator. Tal condição anômala é descrita matematicamente por uma derivada fracionária no termo referente à densidade de corrente de nêutrons.

A heterogeneidade dos reatores ADS pode ser considerada como fator importante para os fenômenos de difusão anômala, uma vez que a fonte de nêutrons possui uma densidade de corrente de nêutrons muito grande em sua vizinhança se

comparada com outras regiões do núcleo ativo do reator. Segundo ESPINOSA-PAREDES *et al.* (2008), tal modelo de difusão fracionária pode ser aplicado onde grandes variações nas seções de choque de nêutrons normalmente impediriam o uso da equação convencional de difusão de nêutrons.

Para efeito de comparação, será abordada a equação proposta por VYAWAHARE e NATARAJ (2013). Tal formalismo possui algumas diferenças em relação ao formalismo citado anteriormente e considera apenas a derivada temporal da densidade de nêutrons como uma derivada fracionária para descrever matematicamente os efeitos da difusão anômala.

Em ambas equações o termo de fonte externa é acrescentado ao modelo da cinética pontual como pode ser amplamente observado na literatura (WANG *et al.*, 2015a, 2015b).

O principal incidente em reatores ADS que possui efeitos mais significativos no comportamento anômalo da difusão é a ocorrência de transientes na fonte externa de nêutrons, ou seja, no Acelerador de Partículas que gera o feixe de prótons (SCK•CEN, 2016).

Este apêndice visa estudar, sobretudo, os transientes em reatores ADS, avaliando seu efeito na cinética do reator, bem como de sua detecção. A apresentação das equações que representam a difusão anômala na cinética de reatores ADS é feita no presente capítulo levando em consideração os modelos mencionados das equações da cinética pontual. Estudos mais aprofundados referentes aos transientes são apresentados nos capítulos subsequentes.



### A.1 Equações da Cinética Pontual Fracionária Segundo ESPINOSA-PAREDES *et al.* (2011).

Conforme abordado por ESPINOSA-PAREDES *et al.* (2011), considerando-se os processos de reações de colisões em um núcleo de reator esquematizados na Figura A.1, pode-se considerar que o material combustível é disperso em regiões bem definidas dentro do moderador.

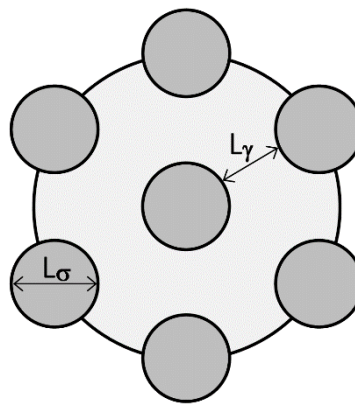


Figura A.1: Diferentes regiões no reator.

Sendo assim, é razoável considerar apenas dois materiais no núcleo: o combustível ( $\sigma$ ) e o moderador ( $\gamma$ ). Por simplicidade, todos os nêutrons possuem a mesma velocidade e o fluxo angular é linearmente anisotrópico.

Então, as equações da conservação das colisões de nêutrons (equações P1) podem ser escritas como:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \phi_\ell(r,t)}{\partial t} + \nabla \cdot J_\ell(r,t) + \Sigma_{a\ell}(r,t) \phi(r,t) = S_\ell(r,t), \quad (\text{A.1})$$

e

$$\frac{1}{\nu} \frac{\partial \vec{J}_\ell(\vec{r}, t)}{\partial t} + \frac{1}{3} \vec{\nabla} \phi_\ell(\vec{r}, t) + \Sigma_{tr\ell}(\vec{r}, t) \vec{J}(\vec{r}, t) = 0, \quad (\text{A.2})$$

onde o índice  $\ell$  representa o material em análise, ou seja, combustível ou moderador.

A equação (A.2) pode ser reescrita de uma forma genérica como:

$$\frac{1}{\nu \Sigma_{tr}} \frac{\partial \vec{J}(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{J}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{3 \Sigma_{tr}(\vec{r}, t)} \vec{\nabla} \phi(\vec{r}, t). \quad (\text{A.3})$$

Normalmente para os processos difusivos dominados pelo movimento browniano o termo  $\frac{1}{|\vec{J}(\vec{r}, t)|} \frac{\partial |\vec{J}(\vec{r}, t)|}{\partial t}$  da equação (A.3) é muito menor que a frequência de colisão,  $\nu \Sigma_{tr}$ . Tal aproximação conduz a lei de Fick. Porém, para os casos em que podem ocorrer rápidas variações na densidade de corrente de nêutrons, tal aproximação não é válida. De modo que o termo  $\frac{\partial \vec{J}(\vec{r}, t)}{\partial t}$  possui alguma relevância apenas frente a variações muito rápidas na densidade de corrente de nêutrons no reator, como mostrado em PALMA *et al.* (2016). Num reator ADS, a variação da densidade de nêutrons pode ser grande considerando-se, principalmente, a ocorrência dos transientes UABO, SBT e PP, uma vez que a dinâmica dos nêutrons em tal sistema é fortemente atrelada à fonte externa.

A equação (A.3) pode ser reescrita de maneira bem mais simplificada, a partir das seguintes definições:

$$\tau \frac{\partial \vec{J}(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{J}(\vec{r}, t) = -D \vec{\nabla} \phi(\vec{r}, t) \quad (\text{A.4})$$

onde:

$$\tau \equiv \frac{1}{v \Sigma_{tr}(\vec{r}, t)} \quad (\text{A.5})$$

e

$$D \equiv \frac{1}{3 \Sigma_{tr}(\vec{r}, t)} \quad (\text{A.6})$$

O termo  $\tau$  é denominado de tempo de relaxamento do sistema. A consideração do termo de variação temporal da corrente de nêutrons na equação (A.3), proposto por ESPINOSA-PAREDES *et al.*, (2013, 2011), atribui uma modelagem empírica aos efeitos de difusão anômalas aos termos de variação temporal da corrente de nêutrons, bem como ao termo do tempo de relaxação do sistema, de modo que a equação (A.4) assume a seguinte forma:

$$\tau^\kappa \frac{\partial^\kappa J(\vec{r}, t)}{\partial t^\kappa} + \vec{J}(\vec{r}, t) = -D \vec{\nabla} \phi(\vec{r}, t). \quad (\text{A.7})$$

Aplicando-se o operador  $\vec{\nabla}$  na equação (A.7) pode-se escrever:

$$\tau^\kappa \frac{\partial^\kappa}{\partial t^\kappa} (\vec{\nabla} \vec{J}(\vec{r}, t)) + \vec{\nabla} \vec{J}(\vec{r}, t) = -\vec{\nabla} (D \vec{\nabla} \phi(\vec{r}, t)). \quad (\text{A.8})$$

Arrumando a equação (A.8) de forma mais conveniente, vem:

$$\vec{\nabla} \vec{J}(\vec{r}, t) = - \left( \vec{\nabla} (D \vec{\nabla} \phi(\vec{r}, t)) + \tau^\kappa \frac{\partial^\kappa}{\partial t^\kappa} (\vec{\nabla} \vec{J}(\vec{r}, t)) \right). \quad (\text{A.9})$$

Substituindo-se a equação (A.9) na equação (A.1), é possível obter:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \phi(\vec{r}, t)}{\partial t} + \Sigma_a(\vec{r}, t) \phi(\vec{r}, t) = S(\vec{r}, t) + \vec{\nabla} (D \vec{\nabla} \phi(\vec{r}, t)) + \tau^\kappa \frac{\partial^\kappa}{\partial t^\kappa} (\vec{\nabla} \vec{J}(\vec{r}, t)). \quad (\text{A.10})$$

Para eliminar explicitamente a densidade da corrente de nêutrons da equação (A.10), pode-se reescrever a equação (A.1) como:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J}(\vec{r}, t) = S(\vec{r}, t) - \frac{1}{v} \frac{\partial \phi(\vec{r}, t)}{\partial t} - \Sigma_a(\vec{r}, t) \phi(\vec{r}, t). \quad (\text{A.11})$$

A fonte de fissão pode ser representada como:

$$S(\vec{r}, t) = (1 - \beta) \nu \Sigma_f \phi(\vec{r}, t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i(\vec{r}, t). \quad (\text{A.12})$$

Então, utilizando-se as equações (A.12) e (A.11) em (A.1), pode-se obter:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J}(\vec{r}, t) = (1 - \beta) \nu \Sigma_f \phi(\vec{r}, t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i(\vec{r}, t) - \frac{1}{\nu} \frac{\partial \phi(\vec{r}, t)}{\partial t} - \Sigma_a(\vec{r}, t) \phi(\vec{r}, t). \quad (\text{A.13})$$

Por fim, substituindo a equação (A.13) em (A.1), escreve-se:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\nu} \frac{\partial \phi(\vec{r}, t)}{\partial t} + \Sigma_a(\vec{r}, t) \phi(\vec{r}, t) &= (1 - \beta) \nu \Sigma_f \phi(\vec{r}, t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i(\vec{r}, t) + \vec{\nabla} \cdot (D \vec{\nabla} \phi(\vec{r}, t)) \\ + \tau^\kappa \frac{\partial^\kappa}{\partial t^\kappa} \left( (1 - \beta) \nu \Sigma_f \phi(\vec{r}, t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i(\vec{r}, t) - \frac{1}{\nu} \frac{\partial \phi(\vec{r}, t)}{\partial t} - \Sigma_a(\vec{r}, t) \phi(\vec{r}, t) \right) & \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Organizando-se a equação (A.14), obtém-se então:

$$\begin{aligned} \frac{\tau^\kappa}{\nu} \frac{\partial^{\kappa+1}}{\partial t^{\kappa+1}} (\phi(\vec{r}, t)) + \tau^\kappa [\Sigma_a - (1 - \beta) \nu \Sigma_f] \frac{\partial^\kappa}{\partial t^\kappa} (\phi(\vec{r}, t)) + \frac{1}{\nu} \frac{\partial \phi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \\ \left[ (1 - \beta) \nu \Sigma_f - \Sigma_a \right] \phi(\vec{r}, t) + \vec{\nabla} \cdot (D \vec{\nabla} \phi(\vec{r}, t)) + \sum_{i=1}^n \lambda_i C_i(\vec{r}, t) + \tau^\kappa \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial^\kappa}{\partial t^\kappa} (\lambda_i C_i(\vec{r}, t)) \right) \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

O termo  $\nabla^2 \phi(\vec{r}, t)$ , bem como o fluxo, podem ser reescritos, respectivamente,

como:

$$\nabla^2 \phi(\vec{r}, t) = -B_g^2 \phi(\vec{r}, t), \quad (\text{A.16})$$

e

$$\phi(\vec{r}, t) = \nu n(t) \psi(\vec{r}). \quad (\text{A.17})$$

O termo referente à variação temporal da concentração de precursores como:

$$C_i(\vec{r}, t) = c_i(t)\psi(\vec{r}). \quad (\text{A.18})$$

Substituindo-se as equações (A.18), (A.17) e (A.16) na equação (A.15), pode-se obter:

$$\begin{aligned} \tau^\kappa \frac{\partial^{\kappa+1}}{\partial t^{\kappa+1}} n(t) + \tau^\kappa \left[ \Sigma_a - (1-\beta)\nu\Sigma_f \right] \nu \frac{\partial^\kappa}{\partial t^\kappa} n(t) + \frac{\partial n(t)}{\partial t} = \\ \left[ (1-\beta)\nu\Sigma_f - \Sigma_a - DB_g^2 \right] \nu n(t) + \sum_{i=1}^n \lambda_i c_i(t) + \tau^\kappa \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial^\kappa}{\partial t^\kappa} (\lambda_i c_i(t)) \right) \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

De acordo com DUDERSTADT e HAMILTON (1976), pode-se efetuar as seguintes definições:

$$L^2 = \frac{D}{\Sigma_a}, \quad (\text{A.20})$$

$$l \equiv \frac{1}{\nu\Sigma_a(1+L^2B_g^2)}, \quad (\text{A.21})$$

$$\Lambda = \frac{1}{\nu\nu\Sigma_f}, \quad (\text{A.22})$$

$$k_{eff} = \frac{k_\infty}{1+L^2B_g^2}, \quad (\text{A.23})$$

$$\rho \equiv \frac{k_{eff} - 1}{k_{eff}} . \quad (A.24)$$

Com isto, é possível obter:

$$\begin{aligned} \tau^\kappa \frac{\partial^{\kappa+1}}{\partial t^{\kappa+1}} n(t) + \tau^\kappa \left[ \frac{1}{l} \frac{k_{eff}}{k_\infty} - \frac{(1-\beta)}{\Lambda} \right] \frac{\partial^\kappa}{\partial t^\kappa} n(t) + \frac{\partial n(t)}{\partial t} = \\ \left[ \frac{1-\beta}{\Lambda} \right] n(t) + \sum_{i=1}^n \lambda_i c_i(t) + \tau^\kappa \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial^\kappa}{\partial t^\kappa} (\lambda_i c_i(t)) \right) . \end{aligned} \quad (A.25)$$

A equação da concentração de precursores é representada da forma habitual como:

$$\frac{dc_i(t)}{dt} = \frac{\beta}{\Lambda} n - \lambda_i c_i(t) . \quad (A.26)$$

Para a análise da equação (A.25) em reatores guiados por fonte externa, se faz necessária a inclusão do termo referente aos nêutrons oriundos da fonte externa. Portanto a equação (A.25) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \tau^\kappa \frac{\partial^{\kappa+1}}{\partial t^{\kappa+1}} n(t) + \tau^\kappa \left[ \frac{1}{l} \frac{k_{eff}}{k_\infty} - \frac{(1-\beta)}{\Lambda} \right] \frac{\partial^\kappa}{\partial t^\kappa} n(t) + \frac{\partial n(t)}{\partial t} = \\ \left[ \frac{\rho - \beta}{\Lambda} \right] n(t) + \sum_{i=1}^n \lambda_i c_i(t) + \tau^\kappa \sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{\partial^\kappa}{\partial t^\kappa} c_i(t) + Q(t) . \end{aligned} \quad (A.27)$$

De acordo com o estudo apresentado por DINIZ (2017), alguns dos termos da equação (A.27) podem ser desconsiderados, reescrevendo-a como:

$$\tau^\kappa \left[ \frac{1}{l} \frac{k_{eff}}{k_\infty} - \frac{(1-\beta)}{\Lambda} \right] \frac{\partial^\kappa}{\partial t^\kappa} n(t) + \frac{\partial n(t)}{\partial t} = \left[ \frac{\rho - \beta}{\Lambda} \right] n(t) + \sum_{i=1}^n \lambda_i c_i(t) + Q(t) . \quad (\text{A.28})$$

Na próxima seção é apresentada uma teoria alternativa para processos difusivos proposta por VYAWAHARE e NATARAJ (2013) baseada na teoria estocástica do voo de Lévy.

## A.2 Equações da Cinética Pontual Fracionária Segundo VYAWAHARE e NATARAJ (2013).

Para a utilização das equações da cinética pontual fracionária com base nas propostas de VYAWAHARE e NATARAJ (2013) e NAHLA, (2017), é necessário efetuar uma descrição mais detalhada dos processos difusivos. Para isto, será considerada a equação da difusão de nêutrons de uma forma simplificada, qual seja, o caso onde não há produção ou perda de nêutrons conforme:

$$\frac{\partial}{\partial t} \phi(x,t) = D_1 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x,t), \quad (\text{A.29})$$

onde por simplicidade denota-se  $D_1 \equiv \nu D$  .

Aplicando o operador da transformada de Laplace  $L\{ \}$  em relação ao tempo na equação (A.29), obtém-se:



$$s(\phi(x, S)) - \phi(x, 0) = D_1 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x, S) . \quad (\text{A.3})$$

Considerando  $\phi(x, 0)$  como uma função delta,

$$\phi(x, 0) = \delta(x), \quad (\text{A.31})$$

obtem-se:

$$s(\phi(x, S)) - \phi(x) = D_1 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x, S) . \quad (\text{A.32})$$

Aplicando-se a transformada de Fourier  $\mathbb{F}\{ \}$  em relação à variável  $x$  na equação (A.32) é possível obter a seguinte expressão para a função  $\phi(k, s)$ :

$$s(\phi(k, S)) - 1 = -D_1 k^2 \phi(k, S), \quad (\text{A.33})$$

onde por definição:

$$\mathbb{F}\{\phi(x, 0)\} = 1 . \quad (\text{A.34})$$

Com isto, é possível reescrever a equação (A.33) como:

$$\phi(k, s) = \frac{1}{s + D_1 k^2} . \quad (\text{A.35})$$

Segundo VYAWAHARE e NATARAJ (2013), o desvio médio quadrático pode ser escrito da seguinte forma:

$$\langle x^2 \rangle = L^{-1} \left\{ \lim_{k \rightarrow 0} \left[ -\frac{d^2}{dk^2} \phi(k, s) \right] \right\}, \quad (\text{A.36})$$

onde  $L^{-1}$  é o operador da transformada de Laplace inverso. Com isto, pode-se escrever o desvio médio quadrático como:

$$\langle x^2 \rangle = L^{-1} \left\{ \lim_{k \rightarrow 0} \left[ -\frac{d^2}{dk^2} \left( \frac{1}{s + D_1 k^2} \right) \right] \right\}, \quad (\text{A.37})$$

e ainda:

$$\langle x^2 \rangle = -2D_1 t. \quad (\text{A.38})$$

A partir da equação (A.38), segundo COMPTE e METZLER (1997) e VYAWAHARE e NATARAJ (2013), pode-se afirmar que para um processo de difusão normal, existe uma dependência linear do deslocamento médio quadrático com o tempo. Outra forma de ilustrar tal afirmativa pode ser encontrada na mecânica estatística. Segundo PATHRIA e BEALE (2011), deve-se considerar o problema da caminhada aleatória de uma partícula em uma dimensão.

Seja  $x(t)$  a posição da partícula no tempo  $t$ , dada sua posição  $x=0$  no instante  $t=0$ , supõe-se que cada salto da partícula, que em média ocorre após um tempo  $\tau^*$ , possui uma distância  $l$  em uma direção positiva ou negativa ao longo do eixo  $x$ . Com isto, é possível considerar que as possibilidades  $\Delta x = +l$  e  $\Delta x = -l$  são igualmente prováveis. Embora seja um tanto menos natural considerar que os sucessivos saltos da partícula tratada pelo movimento browniano sejam mutuamente não correlacionados. A probabilidade de que a partícula seja encontrada no ponto  $x$  no tempo  $t$  é então igual à probabilidade de que em média, após uma série de saltos sucessivos  $n \left( = \frac{t}{\tau^*} \right)$ , a partícula faça  $m \left( = \frac{x}{l} \right)$  mais saltos na direção positiva de do eixo  $x$  do que no negativo, isto é, faz  $\frac{1}{2}(n+m)$  saltos no sentido positivo e  $\frac{1}{2}(n-m)$  no negativo. A probabilidade desejada é então dada pela expressão binomial

$$p_n(m) = \frac{n!}{\left\{ \frac{1}{2}(n+m) \right\}! \left\{ \frac{1}{2}(n-m) \right\}!} \left( \frac{1}{2} \right)^n. \quad (\text{A.39})$$

Isto resulta em:

$$\overline{m} = 0, \quad (\text{A.40})$$

e

$$\overline{m^2} = n. \quad (\text{A.41})$$

Então, para  $t \gg \tau^*$ , tem-se para o deslocamento da partícula na rede

$$\overline{x(t)} = 0 \quad (\text{A.42})$$

e

$$\langle x^2 \rangle = \overline{x^2(t)} = l^2 \frac{t}{\tau^*} \approx t^1. \quad (\text{A.43})$$

Conseqüentemente, o deslocamento quadrático médio da partícula é proporcional a raiz quadrada do tempo decorrido:

$$\sqrt{\overline{x^2(t)}} = l \sqrt{\frac{t}{\tau^*}} \approx t^{1/2}. \quad (\text{A.44})$$

Deve-se notar que a proporcionalidade do deslocamento médio quadrático total da partícula à raiz quadrada do número total de passos é uma consequência típica da natureza aleatória da caminhada, ou seja, do movimento browniano.

As funções de densidade de probabilidade referentes a equação (A.44) são descritas pela função gaussiana e são fundamentais para a obtenção da equação da difusão.

Características tratadas pela teoria do Voo de Lévy (CHECHKIN *et al.*, 2008), como aumento da distância média viajada pela partícula ou aumento do tempo de espera da partícula em um determinado local, podem ser aplicadas perfeitamente para a física de reatores. Tais características, podem ser conferidas os casos em que a distância viajada entre duas colisões sucessivas dos nêutrons serem muito maiores que as distancias

médias, ou tempos muito maiores que o tempo médio entre a captura e a liberação dos nêutrons ocasionando fissão pode ocorrer.

As características da difusão anômala estão intimamente ligadas ao não enquadramento completo destes processos ao teorema do limite central. Para melhor exemplificar tal teorema, pode-se tomar o conjunto  $S$  contendo todas a possibilidade de um evento na forma  $S = (A_1, A_2, \dots, A_m)$ . Tal conjunto possui uma média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ . Tomando-se uma amostra aleatória  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  é possível se calcular uma média

amostral  $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$ . O teorema central do limite nos diz que à medida que o número

$n$  de amostragem cresce, a média amostral  $\bar{X}$  se aproximará cada vez mais da média populacional  $\mu$ .

Com isto, a discussão da difusão anômala baseia-se na validade do teorema do limite central generalizado de Lévy para situações em que todos os momentos dos eventos de transporte subsequentes existem. Assim, distribuições espaciais que apresentam como característica grandes saltos, como pode ser exemplificado na Figura A.2 levam a processos que não são perfeitamente descritos pelos processos gaussianos, mas são perfeitamente abordados pelos voos de Lévy, sendo característica marcante da difusão anômala.

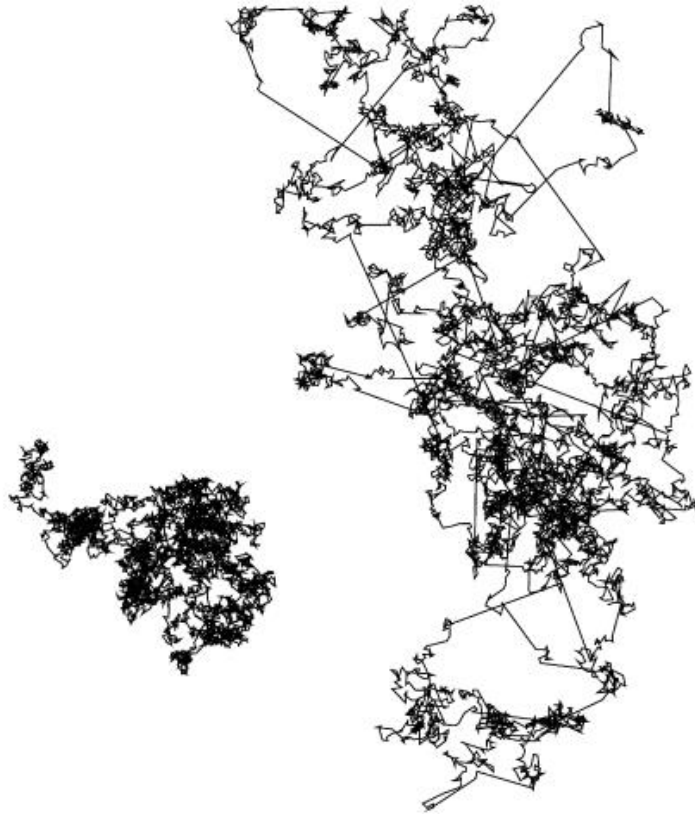


Figura A.2: Exemplo de uma trajetória característica do movimento browniano (esquerda) e uma trajetória segundo os voos de Lévy (direita).

De acordo com CHECHKIN *et al.* (2008); METZLER *et al.* (2000), a função da densidade de probabilidade que descreve os voos de Lévy, característica dos processos de difusão anômala, se utiliza da derivada fracionária para descrição matemática de tal fenômeno.

Com isto, em seu artigo, VYAWAHARE e NATARAJ (2013), apresentam uma equação da difusão de nêutrons fracionária. Para dedução, de forma simplificada no caso de não haver produção ou perda de nêutrons, pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial^\alpha}{\partial t^\alpha} \phi(x, t) = D \frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x, t), \quad (\text{A.45})$$

onde  $\alpha$  é um número não inteiro.

É bem estabelecido na literatura (METZLER *et al.*, 2000) que a transformada de Laplace da derivada fracionária pode ser escrita como:

$$L\{f^\alpha(t)\} = s^\alpha L\{f(t)\} - \sum_{k=0}^{n-1} (s^{\alpha-1-k} f^k(0)) \quad (A.46)$$

$$(n-1 < \alpha \leq n)$$

Novamente, é aplicado o operador da transformada de Laplace  $L\{\}$  com respeito ao tempo na equação (A.43),

$$s^\alpha \phi(x, S) - s^{\alpha-1} \phi(x, 0) = D_1 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x, S) \quad (A.47)$$

Aplicando-se a transformada de Fourier,  $\mathbb{F}\{\}$  em relação à variável  $x$  é possível reescrever a equação (2.45) como:

$$s^\alpha \phi(k, S) - s^{\alpha-1} = -D_1 k^2 \phi(k, S) \quad (A.48)$$

Organizando os termos da equação (A.48) é possível escrever a seguinte expressão para  $\phi(k, s)$ :

$$\phi(k, s) = \frac{s^{\alpha-1}}{s^\alpha + D_1 k^2} \quad (A.49)$$

De maneira análoga a da equação (A.36), o desvio médio quadrático pode ser escrito da seguinte forma:

$$\langle x^2 \rangle = L^{-1} \left\{ \lim_{k \rightarrow 0} \left[ -\frac{d^2}{dk^2} \phi(k, s) \right] \right\}. \quad (\text{A.50})$$

Utilizada a seguinte propriedade para a transformada de Laplace inversa

(METZLER *et al.*, 2000):

$$L^{-1} \left[ \frac{1}{s^a} \right] = \frac{t^{a-1}}{\Gamma(a)}, \quad (\text{A.51})$$

é possível obter:

$$\langle x^2 \rangle = -2D_1 \frac{t^\alpha}{\Gamma(\alpha+1)}. \quad (\text{A.52})$$

A partir da equação (A.52) pode-se visualizar que o deslocamento médio quadrático pode apresentar um comportamento que não possui dependência linear com o tempo como já descrito pelos voos de Lévy e de acordo com as equações (A.38) e (A.43).

Com isto, NAHLA (2017) e VYAWAHARE e NATARAJ (2013), afirmam que a difusão de nêutrons dentro do núcleo de um reator, pode não ser um processo difusivo comum, podendo ser assim um processo subdifusivo ou superdifusivo.

A partir das equações propostas por VYAWAHARE e NATARAJ (2013), pode-se escrever as equações da cinética pontual fracionária como:



$$\frac{\partial^\kappa}{\partial t^\kappa} n(t) = \left[ \frac{\rho - \beta}{\Lambda} \right] n(t) + \sum_{i=1}^n \lambda_i c_i(t) + Q(t), \quad (\text{A.53})$$

$$\frac{dc_i(t)}{dt} = \frac{\beta}{\Lambda} n - \lambda_i c_i(t). \quad (\text{A.54})$$

Na próxima seção são apresentadas as formulações inversas da cinética pontual, considerando as cinéticas fracionárias segundo, ESPINOSA-PAREDES *et al.*, (2011) e VYAWAHARE e NATARAJ (2013).

### **A.3 Cinética Inversa das Equações da Difusão Fracionária.**

De acordo com DUDERSTADT e HAMILTON (1976), existem poucos problemas para os quais é possível obter uma solução para uma potência  $P(t)$  dada uma reatividade  $\rho(t)$  específica. Portanto é mais apropriado inverter o problema, determinando uma reatividade  $\rho(t)$  com a qual se obterá um comportamento da potência  $P(t)$  desejado. Portanto, o cálculo da cinética inversa está mais em acordo com a filosofia do controle do reator.

Dentro deste contexto é válido empregar a formulação inversa da cinética pontual para equações propostas por ESPINOSA-PAREDES *et al.* (2011) e VYAWAHARE e NATARAJ (2013), de maneira que a equação (A.28) e (A.53) podem ser reescrita como:

$$\rho(t) = \beta + \frac{\Lambda \tau^\kappa}{P(t)} \left[ \frac{1}{l} \frac{k_{eff}}{k_\infty} - \frac{(1-\beta)}{\Lambda} \right] \frac{\partial^\kappa}{\partial t^\kappa} P(t) + \frac{\Lambda}{P(t)} \frac{\partial P(t)}{\partial t} - \frac{\Lambda}{P(t)} \sum_{i=1}^n \lambda_i c_i(t) - \frac{Q(t) \Lambda w v \Sigma_f}{P(t)}, \quad (\text{A.55})$$

e

$$\rho(t) = \beta + \frac{\Lambda}{P(t)} \frac{\partial P^k(t)}{\partial t^K} - \frac{\Lambda v}{P(t)} \sum_{i=1}^I \lambda_i C_i(t) - \frac{\Lambda}{P(t)} Q(t) w v \Sigma_f. \quad (\text{A.56})$$

Onde

$$P(t) = n(t) w v \Sigma_f, \quad (\text{A.57})$$

$$C_{new}(t) = w \Sigma_f c_i(t), \quad (\text{A.58})$$

e

$$C_i(t) = \int_{-\infty}^t \frac{\beta}{\Lambda} \exp(-\lambda(t-t')) P(t') d(t'). \quad (\text{A.59})$$

As formulações de cinética inversa apresentadas pelas equações (A.55) e (A.56) são utilizadas para avaliação da influência dos fenômenos de difusão anômala no cálculo da reatividade, bem como para detecção da ocorrência dos transientes causados pela fonte externa de nêutrons.

Os parâmetros cinéticos utilizados para o cálculo da reatividade foram obtidos através do cálculo da equação de transporte de nêutrons usando código de Monte Carlo Serpent considerando a geometria do reator MYRRHA e constam no Capítulo 3.

De acordo com ESPINOSA-PAREDES *et al.* ( 2006) a ordem da derivada fracionária está relacionada com o expoente de Hurst pela relação  $k = 2H$ , onde  $k$  é a ordem da derivada fracionária. Uma estimativa para o expoente de Hurst se encontra no Capítulo 4.

#### **A.4 Monitoração de Reatividade para Detecção de Transientes**

De acordo com DUDERSTADT e HAMILTON (1976), é mais apropriado inverter as equações da cinética, determinando uma reatividade  $\rho(t)$  com a qual se obterá um comportamento da potência  $P(t)$  desejado. Com a obtenção de uma estimativa do expoente de Hurst, para cada um dos transientes apresentados nas Seções 4.1.2 a 4.1.3, se torna possível o cálculo da cinética fracionária inversa apresentada no Apêndice A.3.

Para isso um código no software Matlab foi desenvolvido utilizando-se de sua fácil integração aos parâmetros cinéticos fornecidos pelo código Serpent. Com isto, é possível ver claramente a correspondência da mudança da reatividade em função de cada transiente conforme Figuras A.3 a A.5.

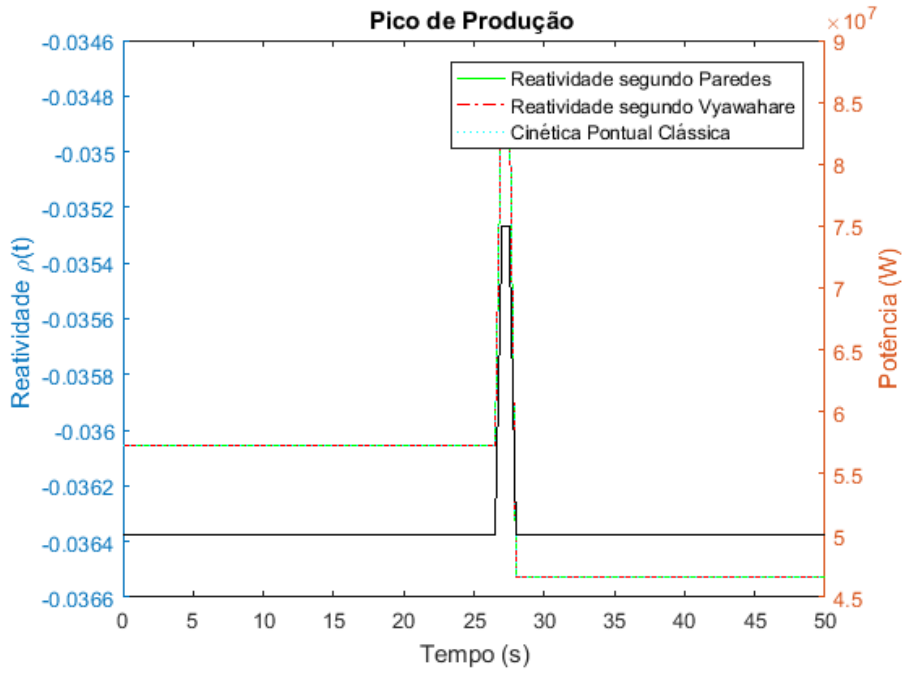


Figura A.3: Evolução temporal da reatividade calculada a partir do método da cinética inversa, equações (A.55) e (A.56), para o caso de pico de produção.

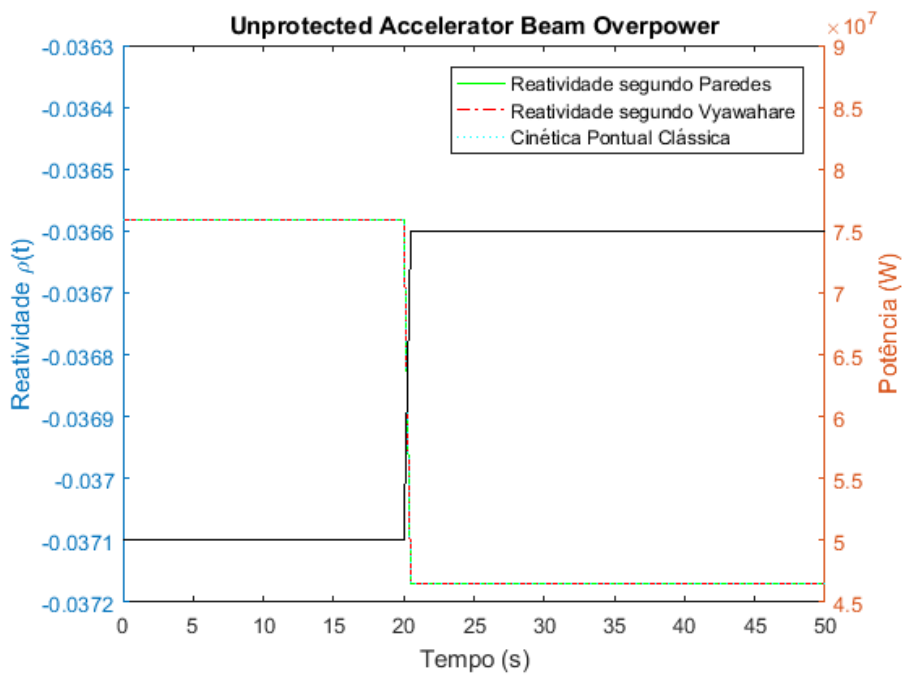


Figura A.4: Evolução temporal da reatividade calculada a partir do método da cinética inversa, equações (A.55) e (A.56), para o caso UABO.

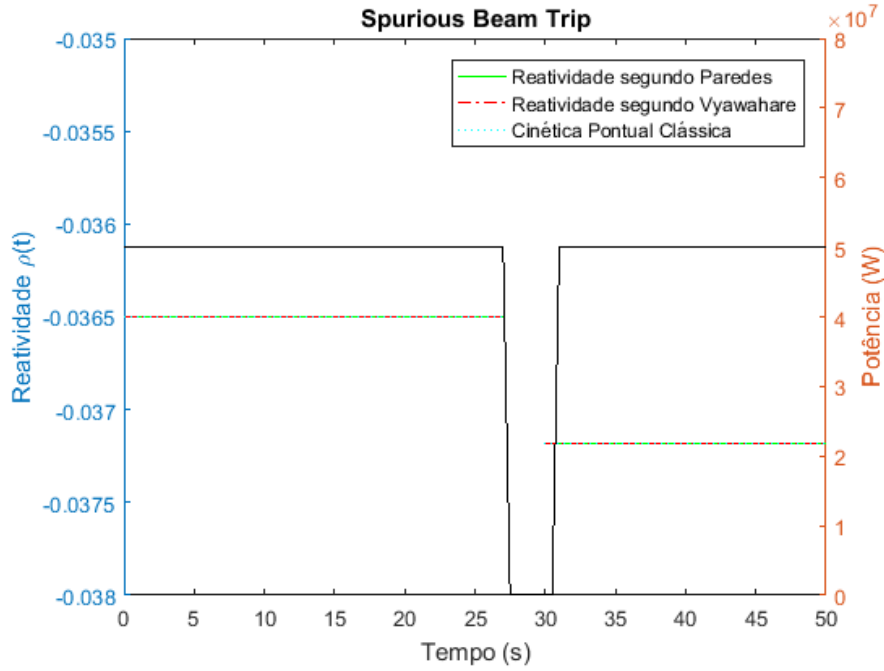


Figura A.5: Evolução temporal da reatividade calculada a partir do método da cinética inversa, equações (A.55) e (A.56), para o caso SBT.

Para os casos apresentados é possível ver claramente a variação da reatividade em cada um dos casos estudados. Porém, devido aos períodos em que a potência é constante, o termo  $\frac{\partial P^k(t)}{\partial t^k}$  apresentado nas equações do Apêndice A.3 são iguais à zero exceto durante a ocorrência dos transientes.

Os resultados mostrados pelas Figuras de A.3 a A.5 indicam que as formulações de cinética inversa usando as propostas de ESPINOSA-PAREDES et al. (2013), VYAWAHARE e NATARAJ (2013) e da cinética pontual clássica conforme DUDERSTADT e HAMILTON (1976) são idênticas, mesmo durante a ocorrência dos transientes, de modo que se pode concluir que os fenômenos de difusão anômalas são

desprezíveis durante esses tipos de transientes, podendo assim utilizar a cinética clássica inversa na monitoração de reatividade.

No apêndice B são apresentados alguns casos de estudo, tomando-se potências que são funções bem comportadas, a fim de que seja verificada a importância da difusão anômala para diferentes comportamentos cinéticos do reator.

## **APÊNDICE B: Análises das Equações de Cinética Fracionária Inversa.**

Conforme abordado por GAVILÁN (2010), o expoente de Hurst superior a 0,5 significa que o sistema e sua série temporal exibem comportamento de persistência claro. Persistência significa que a série tem uma clara tendência, e que essa tendência se mantém por um longo período de tempo. Tal efeito pode ser claramente observado em reatores do tipo BWR. Porém, para o sistema simulado com o código Serpent, não é possível levar em consideração fatores como formação de bolhas e a dinâmica do fluxo de recirculação que induz as ondas de fração de vazio ( ESPINOSA-PAREDES *et al.*, 2013). Tais fatores podem ser a principal contribuição na variação do expoente de Hurst.

A formação de bolhas no refrigerante de sistemas ADS é um importante cenário a ser considerado (SUZUKI *et al.*, 2005), porém sua avaliação não é possível através da utilização do código Serpent. Sendo assim, optou-se por efetuar a avaliação dos comportamentos de persistência longa nos reatores ADS, isto é, o coeficiente de Hurst superior a 0,5, através da equação da cinética pontual inversa apresentadas na Apêndice A.3. Com esta nova abordagem, os desvios da reatividade foram avaliados frente aos dados fornecidos pelo código Serpent, obtendo-se os dados cinéticos do reator em cada um dos passos de queima.

Para tal validação, considerou-se um crescimento na potência em dois casos distintos quais sejam o crescimento linear e crescimento exponencial.

### **B.1 Potência com crescimento linear.**

Para o crescimento linear da potência, o coeficiente da rampa de potência foi ajustado de forma a dobrar seu valor a cada 25 segundos conforme a Figura B.1.

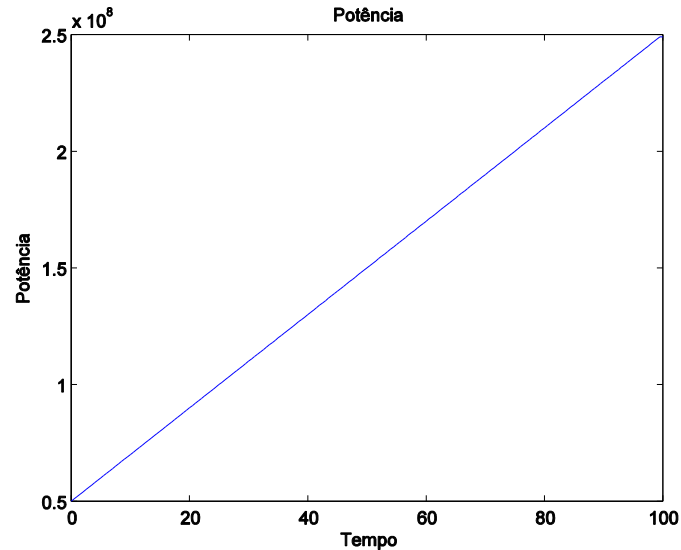


Figura B. 1:Configuração típica de um reator ADS. (SUZUKI *et al.* 2005)

Para a solução das equações da cinética inversa considerando-se crescimento linear da potência, utilizou-se a seguinte definição de derivada fracionária encontrada em DIETHELM *et al.*(2005):

$$D^\alpha y(x) = \frac{1}{\Gamma(1 + [\alpha] - \alpha)} \left( x^{[\alpha] - \alpha} y_{0^+}^{([\alpha])} + \int_0^x (x - x')^{[\alpha] - \alpha} (D^{1 + [\alpha]} y)(x') dx' \right), \quad (B.1)$$

onde  $[\ ]$  é a função FLOOR que retorna o maior inteiro menor que ou igual a expressão numérica especificada e  $y_{0^+}^{([\alpha])} = D^{([\alpha])} y(0^+)$ .

Para demonstração do processo da derivada fracionária, a Figura B.2 representa a derivada fracionária da função  $y(x) = cx$  para alguns valores distintos de  $\alpha$ .



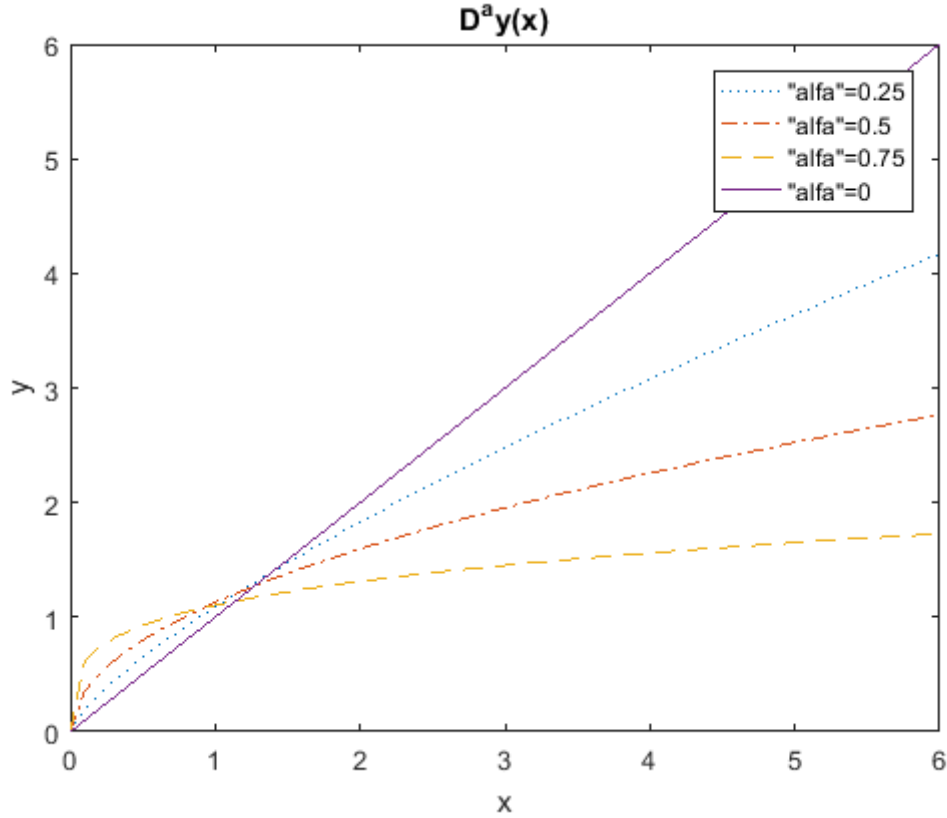


Figura B. 2: Exemplo de derivada fracionária de função de primeira ordem.

Na Figura B.2, é possível observar que para  $\alpha = 0$ , a figura representa a própria função  $y(x) = x$  e medida que o coeficiente  $\alpha$  aumenta, a reta vai se aproximando de  $y = 1$ , que é o resultado esperado para a derivada da função exemplificada considerando-se  $c = 1$ .

Para  $1 < \alpha$  a derivada fracionária da função  $y(x) = x$  é zero, uma vez que na equação (A.1) os termos  $y_{0^+}^{(\lceil \alpha \rceil)}$  e  $(D^{1+\lceil \alpha \rceil}y)(x')$  são iguais à zero.

No estudo referente aos transientes abordados no Apêndice A.1 não foi encontrado nenhum regime fortemente caracterizado pela subdifusão e mesmo que assim o fosse, conforme apresentado por GAVILÁN (2010), para o expoente de Hurst inferior

a 0,5 seria uma característica da antipersistência que consiste na tendência de retornar constantemente ao ponto de origem.

As equações (A.55) e (A.56) referentes a uma rampa de potência e considerando-se apenas o regime de persistência podem ser simplificadas com a utilização da equação (B.1), obtendo-se:

$$\rho(t) = \beta + \frac{\Lambda}{P(t)} \frac{\partial P(t)}{\partial t} - \frac{\Lambda}{P(t)} \sum_{i=1}^n \lambda_i c_i(t) - \frac{Q(t) \Lambda_{wv} \Sigma_f}{P(t)} \quad (\text{B.2})$$

e

$$\rho(t) = \beta - \frac{\Lambda v}{P(t)} \sum_{i=1}^I \lambda_i C_i(t) - \frac{\Lambda}{P(t)} Q(t) w v \Sigma_f. \quad (\text{B.3})$$

É possível calcular a reatividade do reator estudado a partir das equações (B.2) e (B.3).

Durante os cálculos numéricos observou-se uma predominância da fonte externa de nêutrons no cálculo da reatividade. Segundo BERGLÖF, (2010) a reatividade em sistemas subcríticos pode ser mensurada como:

$$\rho = -c \frac{I}{\phi}, \quad (\text{B.4})$$

onde  $c$  é um fator de calibração,  $I$  é um termo dependente da fonte externa e  $\phi$  é um termo referente ao fluxo de nêutrons.

A equação (B.4) pode ser comparada as equações (B.2) e (B.3), onde é fácil observar que o termo  $-c \frac{I}{\phi}$  é equivalente a  $-\frac{\Lambda}{P(t)} Q(t)_{wv\Sigma_f}$ . Para uma equação simplificada com a obtenção dos mesmos valores idênticos aos das equações (A.2) e (A.3) é necessário ainda a utilização de  $\beta$  nos cálculos, pode-se obter a seguinte equação reduzida para a reatividade:

$$\rho(t) = \beta - \frac{\Lambda}{P(t)} Q(t)_{wv\Sigma_f} . \quad (\text{B.5})$$

Cada ponto na Figura B.3 representa os valores obtidos com o Serpent em cada instante de calculado durante os 100 segundos e a potência utilizada é na forma de  $P(t) = P_0 + x.t$ .

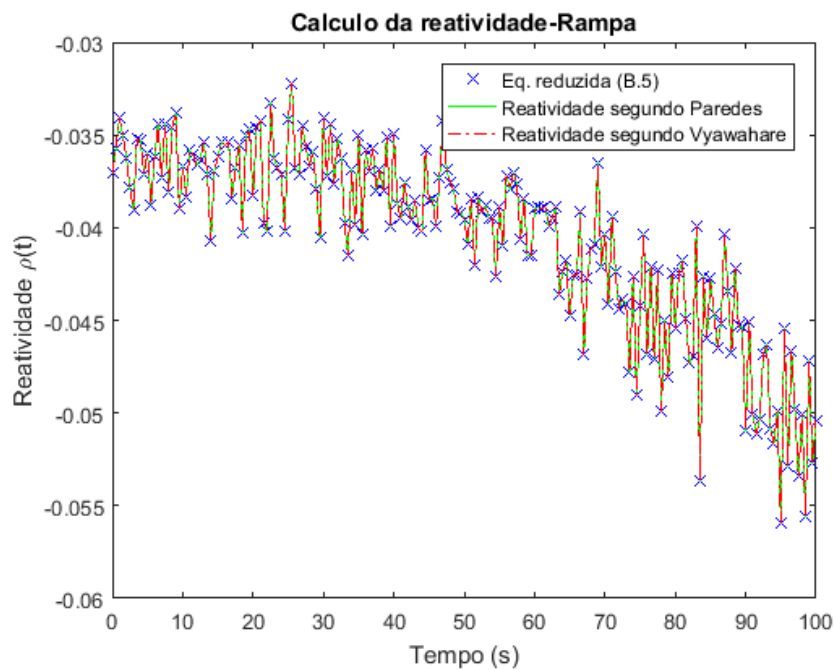


Figura B.3: Cálculo da reatividade através das equações B.2, B.3 e B.5

Pode se observar que a equação (B.5) descreve perfeitamente o comportamento da reatividade se comparada com as equações (B.2) e (B.3) para o caso de um crescimento linear da potência e os termos referentes à derivada fracionária possuem uma contribuição insignificante.

## B.2 Potência com crescimento exponencial.

Apenas como ilustração do processo da derivada fracionária, para a potência crescendo exponencialmente na forma  $f(x) = \exp(jx)$ , utilizou-se a seguinte definição apresentada por DIETHELM *et al.*, (2005):

$$(D^\alpha f)(x) = j^{\lceil \alpha \rceil} x j^{\lceil \alpha \rceil - \alpha} E_{1, \lceil \alpha \rceil - \alpha + 1}(jx), \quad (\text{B.6})$$

onde  $j$  representa uma constante qualquer e a função  $E_{1, \lceil k \rceil - k + 1}(jt)$  é denominada a função de Mittag-Leffler, calculada a partir de PODLUBNY (2012). Uma breve explicação da função de Mittag-Leffler pode ser encontrada no Apêndice C.

Com isto, como exemplificação do processo de derivada da função exponencial, pode-se obter a Figura B.4 para  $\alpha = 1,6$ :

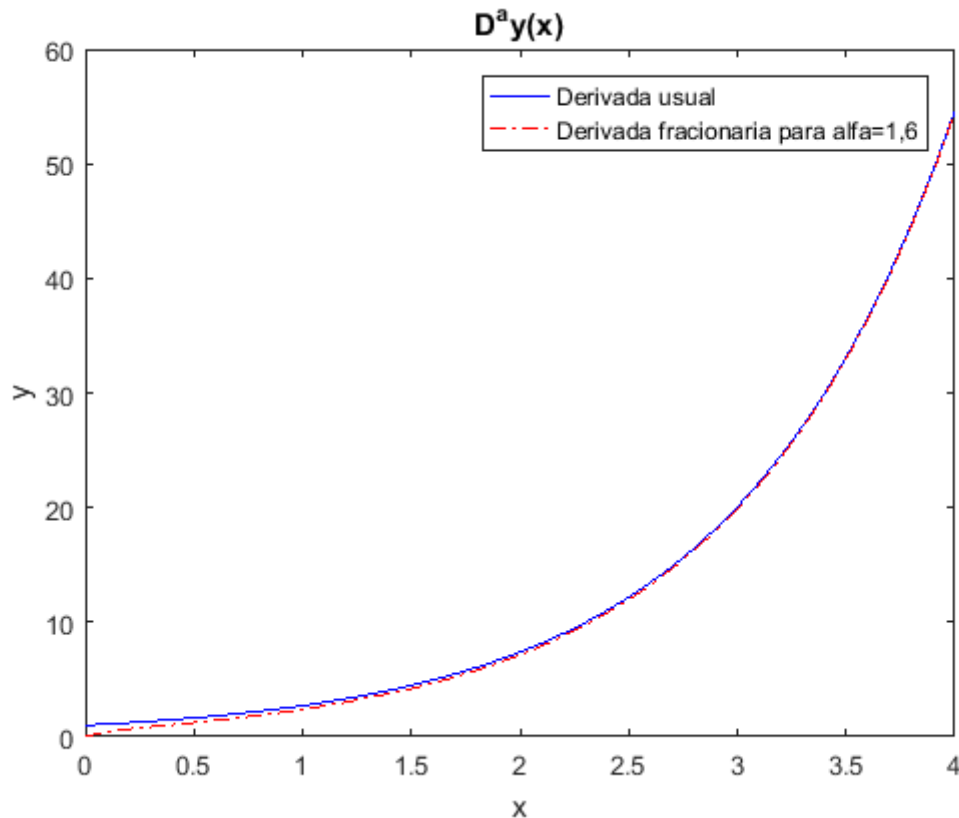


Figura B.4: Exemplo de derivada fracionária da função exponencial.

Todas derivadas fracionárias da função exponencial testadas apresentaram um comportamento muito similar em todos os coeficientes testados, ou seja, uma curva passando abaixo da curva da derivada usual da exponencial tanto para valores no intervalo  $0 < \alpha < 1$  quanto para  $1 < \alpha < 2$ . Para o valor de  $\alpha = 1$  na equação (A.6) o valor se sobrepõe ao da derivada usual.

Com isso, as equações (A.55) e (A.56) considerando-se a solução proposta por DIETHELM *et al.* (2005) para a derivada fracionária do crescimento temporal da potência na forma de uma exponencial podem ser reescritas respectivamente como:

$$\rho(t) = \beta + \frac{\Lambda \tau^k}{P(t)} \left[ \frac{1}{l} \frac{k_{eff}}{k_\infty} - \frac{(1-\beta)}{\Lambda} \right] j^{[k]} t j^{[k]-k} E_{1,[k]-k+1}(jt) + \frac{\Lambda}{P(t)} \frac{\partial P(t)}{\partial t} - \frac{\Lambda}{P(t)} \sum_{i=1}^n \lambda_i C_i(t) - \frac{Q(t) \Lambda w v \Sigma_f}{P(t)}, \quad (B.7)$$

e

$$\rho^\varepsilon(t) = \beta_{eff}^\varepsilon + \frac{\Lambda}{P(t)} j^{[k]} t j^{[k]-k} E_{1,[k]-k+1}(jt) - \frac{\Lambda v}{P(t)} \sum_{i=1}^l \lambda_i C_i(t) - \frac{\Lambda}{P(t)} Q(t) w v \Sigma_f. \quad (B.8)$$

Utilizou-se a potência com o crescimento exemplificado pela Figura B.5.

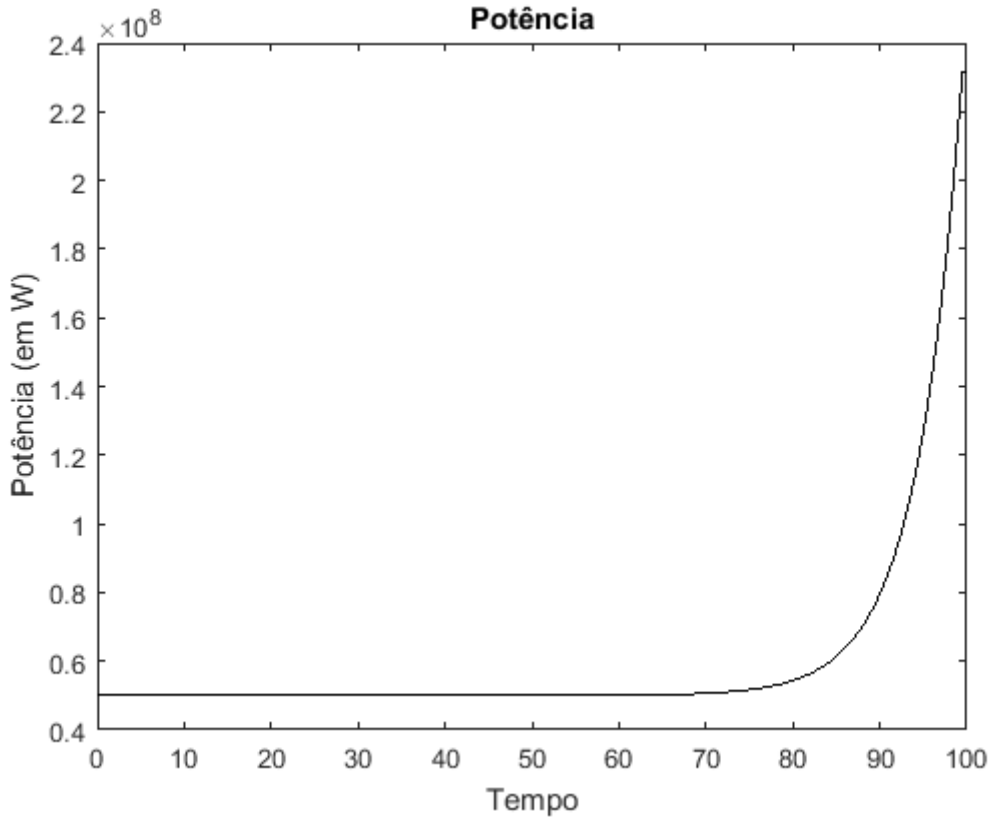


Figura B.5: Potência com crescimento exponencial.

Sendo assim, foi possível calcular a reatividade através das equações (B.7) e (B.8) para um coeficiente  $k = 1,5$ . Ainda durante os cálculos numéricos foi possível observar

que mesmo para o caso da potência com crescimento exponencial, os termos apresentados na equação (B.5) ainda apresentavam dominância em relação às demais. Com isto, foi possível obter a Figura B.6.

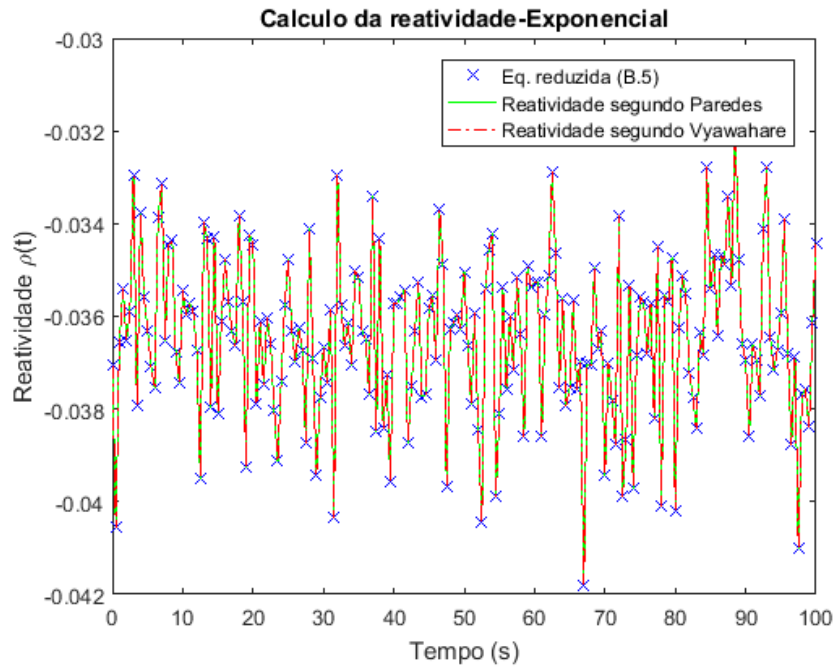


Figura B.6: Cálculo da reatividade através das equações (B.7), (B.8) e (B.5).

O parâmetro  $k$  foi variado no intervalo  $1 \leq k < 2$ , porém, nenhuma diferença foi apresentada nos cálculos evidenciando o domínio dos termos apresentados na equação (B.5).

## APÊNDICE C: Função De Mittag-Leffler

De acordo com CAMARGO (2009), a função de Mittag-Leffler de dois parâmetros é uma das mais importantes e mais utilizadas funções relacionadas ao cálculo de ordem não inteira. É uma função de um parâmetro complexo  $\alpha$  com  $\text{Re}(\alpha) > 0$  e, conforme introduzida por Mittag-Leffler para um parâmetro é dada a partir da seguinte expressão:

$$E_{\alpha}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\alpha k + 1)}. \quad (\text{C.1})$$

Onde pode-se obter alguns casos especiais como:

$$E_2(-z^2) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-z)^{2k}}{\Gamma(2k+1)} = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(z)^{2k}}{2k!} = 1 - \frac{1}{2!} + \frac{z^4}{4!} + \dots = \cos(z), \quad (\text{C.2})$$

$$E_2(z^2) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(z)^{2k}}{\Gamma(2k+1)} = \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(2k+1)} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-z)^k}{\Gamma(2k+1)}}{2} = \frac{e^z + e^{-z}}{2} = \cosh(z) \quad (\text{C.3})$$

e

$$E_1(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(k+1)} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{k!} = e^z. \quad (\text{C.4})$$



A função de Mittag-Leffler de dois parâmetros foi originalmente introduzida por Agarwal (MAINARDI *et al.*, 2000) como:

$$E_{\alpha,\beta}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\alpha k + \beta)} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{k!} = e^z, \quad (C.5)$$

com  $\text{Re}(\alpha) > 0$  e  $\text{Re}(\beta) > 0$ . Para o caso em que  $E_{\alpha,1}(z) = E_{\alpha}(z)$ , isto é, se obtém a função de um parâmetro.

Onde pode-se obter alguns casos especiais para a equação (C.5) como:

$$E_{2,2}(-z^2) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-z)^{2k}}{\Gamma(2k+2)} = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(z)^{2k}}{\Gamma(2k+1)} = \frac{\left( \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{z^{2k+1}}{\Gamma(2k+1)} \right)}{z} = \frac{\text{sen}(z)}{z} \quad (C.6)$$

e

$$E_{2,2}(z^2) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(z)^{2k}}{\Gamma(2k+2)} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(z)^{2k}}{\Gamma(2k+1)} = \frac{\left( \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^{2k+1}}{\Gamma(2k+1)} \right)}{z} = \frac{\text{senh}(z)}{z}. \quad (C.7)$$