



RECONSTRUÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DA DENSIDADE DE POTÊNCIA
HETEROGÊNEA PINO A PINO USANDO O MÉTODO DOS
PSEUDO-HARMÔNICOS

Danielle Gonçalves Teixeira

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Nuclear, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Nuclear.

Orientador: Fernando Carvalho da Silva

Rio de Janeiro
Dezembro de 2017

RECONSTRUÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DA DENSIDADE DE POTÊNCIA
HETEROGÊNEA PINO A PINO USANDO O MÉTODO DOS
PSEUDO-HARMÔNICOS

Danielle Gonçalves Teixeira

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE)
DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA NUCLEAR.

Examinada por:

Prof. Fernando Carvalho da Silva, D.Sc.

Prof. Adimir dos Santos, Ph.D.

Prof. Antonio Carlos Marques Alvim, Ph.D.

Prof. Alessandro da Cruz Gonçalves, D.Sc.

Prof. Hermes Alves Filho, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
DEZEMBRO DE 2017

Teixeira, Danielle Gonçalves

Reconstrução da Distribuição da Densidade de Potência Heterogênea Pino a Pino Usando o Método dos Pseudo-Harmônicos/Danielle Gonçalves Teixeira. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2017.

XII, 79 p.: il.; 29, 7cm.

Orientador: Fernando Carvalho da Silva

Tese (doutorado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Nuclear, 2017.

Referências Bibliográficas: p. 76 – 79.

1. Método dos pseudo-harmônicos. 2. Reconstrução da densidade de potência heterogênea pino a pino. 3. Método de Expansão Nodal. I. Silva, Fernando Carvalho da. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Nuclear. III. Título.

À minha família, razão de tudo.

Agradecimentos

Ao meu orientador, Professor Fernando Carvalho da Silva, por toda a paciência, dedicação e pela confiança. Obrigada por tudo!

Ao Dr Zelmo Rodrigues Lima, por ter me incentivado a fazer o doutorado.

Ao Professor Antonio Carlos Marques Alvim pelas inúmeras conversas e apoio em vários momentos.

Ao Professor Paulo Fernando Ferreira Frutuoso e Melo por todo incentivo e amizade.

Ao Dr Paulo Igor de Oliveira Pessoa por estar sempre disposto a ajudar.

À todos os Professores e Funcionários do PEN pela acolhida calorosa.

Aos meus queridos amigos do PEN, Wemerson, Débora, Jerônimo, Maria Vitória, Adriano e Lenilson.

A minha mãe, Alcione, por todo amor e carinho e estar sempre ao meu lado.

Ao meu marido, Augusto Cesar, meu maior incentivador e admirador.

A minha família, em especial, aos meus irmãos Patrícia e Marcelo, por toda a compreensão nos momentos de ausência.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

RECONSTRUÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DA DENSIDADE DE POTÊNCIA
HETEROGÊNEA PINO A PINO USANDO O MÉTODO DOS
PSEUDO-HARMÔNICOS

Danielle Gonçalves Teixeira

Dezembro/2017

Orientador: Fernando Carvalho da Silva

Programa: Engenharia Nuclear

O método de reconstrução da distribuição da densidade de potência heterogênea pino a pino por meio de uma expansão em pseudo-harmônicos (PHRM) visa obter o fluxo de nêutrons homogêneo em cada célula do elemento combustível (EC). O método parte da equação da difusão de nêutrons bidimensional a dois grupos de energia, considerando os nodos homogêneos com as dimensões equivalentes as do EC. A equação de difusão de nêutrons é discretizada por diferenças finitas, com malhas de dimensões da área da célula do pino de combustível, para obter uma matriz simétrica associada ao operador de fuga + remoção. Os pseudo-harmônicos são os autovetores associados a essa matriz e, portanto, constituem uma base para o espaço de interesse. Obtém-se o fluxo homogêneo de nêutrons usando a expansão em pseudo-harmônicos e uma distribuição de fluxos nas faces dos EC, calculada a partir dos valores médios oriundos do método de expansão nodal (NEM). A distribuição de densidade de potência é obtida a partir do fluxo homogêneo e, então, calcula-se a distribuição da densidade de potência heterogênea pino a pino pelo produto da potência homogênea pela função forma de potência, para cada célula. A potência heterogênea é normalizada à potência média e a partir daí encontra-se a distribuição da densidade de potência heterogênea reconstruída pino a pino. Os resultados indicam que o método tem uma boa precisão quando comparado aos valores da solução de referência para o *Benchmark* EPRI-9. Os maiores desvios estão nas células próximas à região do *baffle*+refletor e estes estão associados ao processo de homogeneização.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

RECONSTRUCTION OF HETEROGENEOUS THE PIN-TO-PIN POWER DENSITY DISTRIBUTION USING THE PSEUDO-HARMONIC METHOD

Danielle Gonçalves Teixeira

December/2017

Advisor: Fernando Carvalho da Silva

Department: Nuclear Engineering

The method of reconstruction of heterogeneous pin power density distribution by means of a pseudo-harmonic expansion (PHRM) aims at obtaining the homogeneous neutron flux in each cell of the fuel assembly (FA). The method starts from the two-dimensional two-energy-group neutron diffusion equation, considering the homogeneous nodes with the dimensions equivalent to those of the FA. The neutron diffusion equation is discretized by finite differences, with mesh sizes of the order of fuel pin cell areas, to obtain a symmetric matrix associated with the leakage + removal operator. The pseudo-harmonics are the eigenvectors associated with this matrix and, therefore, constitute a basis for the space of interest. The homogeneous flux of neutrons is obtained using the pseudo-harmonic expansion and a distribution of fluxes on the FA faces, calculated from the mean values calculated by the nodal expansion method (NEM). The power density distribution is obtained from the homogeneous flux, and then the distribution of the heterogeneous pin-to-pin power density is calculated by the product of the homogeneous power by the power form function for each cell. The heterogeneous power is normalized in relation to the average power and next one determines the distribution of the pin-to-pin reconstructed heterogeneous power density. The results indicate that the method has good accuracy when compared to the reference solution values for the EPRI-9 benchmark. The major deviations are in the cells near the baffle+reflector region and these are associated with the homogenization process.

Sumário

| | |
|--|------------|
| Lista de Figuras | x |
| Lista de Tabelas | xii |
| 1 Introdução | 1 |
| 2 Método de Reconstrução de Potência via Pseudo-Harmônicos | 8 |
| 2.1 Introdução | 8 |
| 2.1.1 Método de Expansão Nodal (NEM) | 8 |
| 2.2 Discretização da Equação de Difusão de Nêutrons | 10 |
| 3 Método dos Pseudo-Harmônicos | 18 |
| 3.1 Introdução | 18 |
| 3.2 Aplicação do Método dos Pseudo-Harmônicos à Reconstrução | 18 |
| 3.3 Determinação da Distribuição da Densidade de Potência Homogênea Pino a Pino | 21 |
| 4 Método de Modulação e Normalização | 22 |
| 4.1 Determinação da Distribuição da Densidade de Potência Heterogênea Pino a Pino | 22 |
| 5 Distribuição de Fluxo na Face dos Elementos Combustíveis | 24 |
| 5.1 Cálculo dos Fluxos nos Cantos dos Nodos | 24 |
| 5.2 Distribuição dos Fluxos nas Faces do Nodo Através de uma Expansão Polinomial | 26 |
| 5.3 Distribuição dos Fluxos nas Faces do EC Usando a Solução Analítica | 28 |
| 5.3.1 Equações Usando os Fluxos nos Cantos | 32 |
| 5.3.2 Equações Usando as Correntes Líquidas nas Faces | 34 |
| 5.3.3 Cálculo da Distribuição dos Fluxos nas Faces | 36 |
| 6 Apresentação do <i>Benchmark</i> - EPRI-9 | 40 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 7 | Processo de Homogeneização | 43 |
| 7.1 | Conceitos Iniciais | 43 |
| 7.2 | Homogeneização do Elemento Combustível | 44 |
| 7.3 | Homogeneização da Região do <i>Baffle</i> + Refletor | 47 |
| 7.4 | Resultados da Homogeneização | 49 |
| 7.4.1 | Resultados da Homogeneização para os Elementos Combustíveis | 49 |
| 7.4.2 | Resultados da Homogeneização para a Configuração do <i>Baffle</i> + Refletor Lateral | 50 |
| 7.4.3 | Resultados da Homogeneização para a Configuração do <i>Baffle</i> + Refletor em Forma de L | 51 |
| 8 | Análise dos Resultados | 53 |
| 8.1 | Considerações Iniciais | 53 |
| 8.2 | Resultados do NEM | 56 |
| 8.3 | Normalização das Densidades de Potência Reconstruída e de Referência | 57 |
| 8.4 | Método PHRM Combinado com a Expansão Polinomial | 58 |
| 8.4.1 | PHRM com Expansão Polinomial - Configuração 1 | 58 |
| 8.4.2 | PHRM com Expansão Polinomial - Configuração 2 | 64 |
| 8.5 | Resultado do Método PHRM Combinado com a Solução Analítica da Equação de Difusão de Nêutrons | 67 |
| 8.5.1 | PHRM com a Solução Analítica da Equação da Difusão - Con- figuração 1 | 67 |
| 8.5.2 | PHRM com a Solução Analítica da Equação de Difusão de Nêutrons - Configuração 2 | 70 |
| 9 | Conclusões | 74 |
| | Referências Bibliográficas | 76 |

Lista de Figuras

| | | |
|-----|--|----|
| 2.1 | Grandezas fornecidas pelo NEM para o nodo arbitrário n | 9 |
| 2.2 | Discretização do elemento combustível homogêneo em malhas de mesmas dimensões da célula combustível | 10 |
| 2.3 | Representação de uma célula (i, j) de um nodo n | 13 |
| 2.4 | Condições para o do cálculo de fluxo nas faces da célula | 14 |
| 2.5 | Esquema das posições das células no nodo | 14 |
| 5.1 | Representação do fluxo no canto do nodo | 25 |
| 5.2 | Representação dos valores usados para determinar os coeficientes da expansão | 26 |
| 5.3 | Informações no contorno do elemento combustível | 30 |
| 5.4 | Disposição dos eixos x e y no elemento combustível | 31 |
| 5.5 | Fluxo homogêneo nos cantos do EC | 33 |
| 6.1 | Configuração de um quarto do reator EPRI-9 | 40 |
| 6.2 | Geometria heterogênea do elemento combustível do reator EPRI-9 | 41 |
| 7.1 | Geometria espectral para homogeneização de elemento combustível | 44 |
| 7.2 | Geometria espectral para homogeneização da região de <i>baffle</i> + refletor na lateral | 48 |
| 7.3 | Geometria espectral para homogeneização da região de <i>baffle</i> + refletor em L | 48 |
| 7.4 | Representação das diferentes regiões em relação aos fatores de descontinuidade nas faces | 52 |
| 8.1 | Representação dos elementos combustíveis | 54 |
| 8.2 | Representação da configuração 1 | 54 |
| 8.3 | Representação da configuração 2 | 55 |
| 8.4 | Desvios relativos do método PHRM com expansão polinomial - configuração 1, em 2D, para o reator EPRI-9 | 60 |
| 8.5 | Visualização tridimensional dos desvios relativos do método PHRM com expansão polinomial - configuração 1 para o reator EPRI-9 | 61 |

| | | |
|------|---|----|
| 8.6 | Distribuição da potência reconstruída pelo método PHRM com expansão polinomial - configuração 1 para o reator EPRI-9 | 62 |
| 8.7 | Distribuição da potência da solução de referência para o reator EPRI-9 | 62 |
| 8.8 | Distribuição da densidade de potência reconstruída pelo método PHRM com expansão polinomial - configuração 1 - visualização do núcleo inteiro | 63 |
| 8.9 | Desvios relativos do método PHRM com expansão polinomial - configuração 2, em 2D, para o reator EPRI-9 | 65 |
| 8.10 | Visualização tridimensional dos desvios relativos do método PHRM com expansão polinomial - configuração 2 para o reator EPRI-9 . . . | 65 |
| 8.11 | Distribuição da potência reconstruída pelo método PHRM com expansão polinomial - configuração 2 para o reator EPRI-9 | 66 |
| 8.12 | Desvios relativos do método PHRM com solução analítica - configuração 1, em 2D, para o reator EPRI-9 | 68 |
| 8.13 | Distribuição da potência reconstruída pelo método PHRM com solução analítica - configuração 1 para o reator EPRI-9 | 69 |
| 8.14 | Desvios relativos do método PHRM com solução analítica - configuração 2, em 2D, para o reator EPRI-9 | 71 |
| 8.15 | Distribuição da potência reconstruída pelo método PHRM com solução analítica - configuração 2 para o reator EPRI-9 | 72 |

Lista de Tabelas

| | | |
|-----|--|----|
| 5.1 | Informações para determinar os $\xi_k^n(x, y)$ | 31 |
| 6.1 | Dados nucleares das regiões que compõem o reator EPRI-9 | 41 |
| 7.1 | Parâmetros nucleares homogêneos dos elementos combustíveis | 49 |
| 7.2 | Fatores de descontinuidade nas faces dos elementos combustíveis | 50 |
| 7.3 | Parâmetros nucleares homogêneos da configuração geométrica da região RB 1 | 50 |
| 7.4 | Fatores de descontinuidade nas faces da região RB 1 | 50 |
| 7.5 | Fatores de descontinuidade nos cantos da região RB 1 | 50 |
| 7.6 | Parâmetros nucleares homogêneos da configuração geométrica da região RB 2 | 51 |
| 7.7 | Fatores de descontinuidade nas faces da região RB 2 | 51 |
| 7.8 | Fatores de descontinuidade nos cantos do nodo 5 | 52 |
| 7.9 | Fatores de descontinuidade nos cantos do nodos 6 e 9 | 52 |
| 8.1 | Fatores de multiplicação e desvio - configuração 1 | 56 |
| 8.2 | Fator de potência e desvio - configuração 1 | 56 |
| 8.3 | Fatores de multiplicação e desvio - configuração 2 | 57 |
| 8.4 | Fator de potência e desvio - configuração 2 | 57 |
| 8.5 | Maior desvio relativo entre as densidade de potências normalizadas para o método PHRM com expansão polinomial - configuração 1 | 59 |
| 8.6 | Maior desvio relativo entre as densidade de potências normalizadas para o método PHRM com expansão polinomial - configuração 2 | 64 |
| 8.7 | Maior desvio relativo entre as densidade de potências normalizadas para o método PHRM com a solução analítica - configuração 1 | 67 |
| 8.8 | Maior desvio relativo entre as densidade de potências normalizadas para o método PHRM com a solução analítica - configuração 2 | 70 |

Capítulo 1

Introdução

A distribuição da densidade de potência heterogênea pino a pino é uma informação relevante à segurança de um reator nuclear, uma vez que, obtida tal distribuição, podem-se analisar parâmetros importantes para verificar o desempenho do reator. Ao desenvolver o projeto térmico de um reator, costuma-se considerar, primeiramente, o seu desempenho nominal e, então, analisa-se os efeitos de possíveis variações de cada uma das variáveis do projeto sobre o desempenho do reator. Os fatores de ponto quente (*hot spot*) e de canal quente (*hot channel*) são usados para indicar o quanto o desempenho real de um reator nuclear pode se afastar do seu desempenho nominal devido aos efeitos acumulativos de variações de todas variáveis fundamentais de projeto em relação aos seus valores nominais [1]. Como exemplos de fator de ponto quente, pode-se mencionar que, no projeto dos primeiros reatores a água pressurizada, usou-se um fator de ponto quente de fluxo térmico, F_q , definido como a razão entre o fluxo térmico mais alto, que possivelmente, poderia ocorrer em qualquer ponto do núcleo, e o fluxo térmico médio [1]. E como exemplo de fator de canal quente, pode-se citar $F_{\Delta T}$, fator de temperatura do refrigerante, definido como a razão entre a máxima elevação de temperatura, que poderia possivelmente, ocorrer em qualquer elemento combustível do reator e a elevação da temperatura média do núcleo.

Então, na expectativa de investigar tais parâmetros de segurança, de maneira mais precisa possível, é fundamental determinar uma distribuição de fluxo de nêutrons pino a pino e, conseqüentemente, obter uma boa estimativa da distribuição da densidade de potência heterogênea pino a pino que descreva o mais, detalhadamente, possível, o comportamento neutrônico de um reator nuclear.

A distribuição heterogênea de fluxo de nêutrons pino a pino pode ser calculada, por exemplo, a partir da equação de difusão de nêutrons discretizada espacialmente, pelo método de diferenças finitas. Porém, este necessita de um grande número de pontos de malha para ter uma precisão aceitável, o que acarreta um elevado tempo computacional e um alto custo de armazenamento de dados. Por estas razões, há

um grande interesse em métodos mais rápidos e econômicos e que sejam capazes de obter uma distribuição da densidade de potência heterogênea pino a pino de uma forma mais adequada e com acurácia aceitável pela comunidade científica.

Nesse contexto, desenvolveram-se os métodos de malha grossa. Nestes, o tamanho da malha utilizada é, relativamente grande, em geral, com a área da base do tamanho da área da base do elemento combustível (EC), e com altura de 30 a 40 cm. Com isso, o número de malhas utilizadas é menor quando comparado ao número de malhas usadas no método de diferenças finitas, resultando em cálculos com pequeno tempo computacional e inexpressivo custo de armazenamento de dados.

Dentre os métodos nodais, podemos citar o; de expansão nodal (NEM) [2], que pertence ao grupo dos métodos nodais de integração transversa, e se caracterizam pela integração da equação de difusão de nêutrons na área transversal a cada direção do nodo, gerando equações unidimensionais. Estas são resolvidas pela aproximação da solução a uma expansão polinomial truncada. Para o código NEM, desenvolvido no Programa de Engenharia Nuclear da COPPE/UFRJ por F. C. Silva e A.S. Martinez, em 2003 [3], é usada uma expansão polinomial de quarto grau.

O cálculo do NEM gera o fator de multiplicação efetivo, k_{eff} , e para cada nodo é obtido o fluxo médio nodal, $\bar{\phi}_g^n$, e as correntes parciais médias nodais, $\bar{J}_{gus}^{\pm n}$, onde $u = x, y$, $s = e, d$ e g grupo de energia. Portanto, o NEM, assim como os demais métodos nodais, gera, como resultado, valores médios uma vez que, os cálculos são realizados em malhas de grandes dimensões, nodos e, em geral, por usar parâmetros nucleares homogeneizados como dados de entrada. O que leva à uma inevitável perda de informações detalhadas.

Por essas razões os métodos de reconstrução vêm sendo desenvolvidos desde da década 70.

O primeiro método de reconstrução que podemos citar é o de Koebke e Wagner [4]. Esse fornece a distribuição homogênea de fluxo, tanto para o grupo rápido, quanto para o; térmico de energia, a partir de uma expansão polinomial de quarta ordem.

Já em meados dos anos 80, Koebke e Hetzelt [5] propuseram um método que empregara o mesmo procedimento de cálculo para os coeficientes e os valores nos cantos do nodo, conforme apresentado por Koebke e Wagner [4], para o fluxo do grupo rápido. Já o fluxo do; térmico é obtido pelo produto do fluxo do grupo rápido por uma expansão em termos de senos e cossenos hiperbólicos.

Logo após, Rempe et al. [6] propuseram um método que calcula a distribuição homogênea de fluxo do grupo rápido em termos de uma expansão polinomial de quarto grau com termos cruzados. E, para representar a distribuição de fluxo de nêutrons do grupo térmico, usaram o fluxo do grupo rápido somado a uma expansão em termos de funções hiperbólicas, com 13 coeficientes a determinar para cada grupo

de energia. Os dados necessários para se calcular esses coeficientes eram o fluxo médio nodal, $\bar{\phi}_g^n$, as quatro correntes líquidas médias nas faces do nodo, \bar{J}_{gus}^n , os quatro fluxos médios nas faces do nodo, $\bar{\psi}_{gus}^n$, estes oriundos do cálculo nodal, e quatro fluxos médios nos cantos de cada nodo, $\bar{\varphi}_{g,s\tau}^n$. Estes fluxos nos cantos são determinados por uma média das quatro estimativas dos fluxos heterogêneos nos cantos dos nodos vizinhos.

No início dos anos 90, Böer e Finnemann [7] propuseram um método analítico de reconstrução de fluxo, que usava os valores dos fluxos nos cantos de cada nodo e, os fluxos médios nas faces de cada nodo como condições de contorno. Vale ressaltar que, os fluxos nos cantos foram calculados por diferenças finitas [7]. Uma vez conhecidos os valores médios e os valores nos cantos do nodo, o fluxo do grupo rápido pôde ser construído ao longo do contorno, por uma expansão de polinômios de quarto grau. Já, a solução do fluxo térmico, no contorno, foi aproximada a uma equação de difusão unidimensional auxiliar cujo membro direito é dado pelo fluxo rápido polinomial.

Também, podemos citar o método de máxima entropia [8]. A partir das quantidades médias oriundas do cálculo nodal, esse; teve como objetivo encontrar uma distribuição heterogênea de fluxo nas faces do elemento combustível heterogêneo, tendo como princípio fundamental o uso de uma distribuição de probabilidades. Discretizou-se a equação de difusão bidimensional para dois grupos de energia pelo método de diferenças finitas. Já, as distribuições heterogêneas de fluxos nas faces das células que se encontravam nas faces do elemento combustível, foram obtidas em termos de probabilidades, de tal maneira que as distribuições de probabilidades de interesse foram as que maximizaram, através do uso de multiplicadores de Lagrange, a entropia do sistema. Por fim, obteve-se a distribuição heterogênea de fluxo pino a pino a partir da equação de difusão discretizada, com termos de fonte que englobaram os fluxos médios das faces das células voltadas para o contorno do EC.

Já no final da década de 90 Joo et al. [9] propuseram um método que resolve analiticamente a equação da difusão bidimensional, resultante da integração ao longo do eixo z no nodo, com termo de fuga axial calculado como sendo proporcional ao próprio fluxo de nêutrons bidimensional. Esse método usa as correntes líquidas nas faces do nodo como condições de contorno e, ainda, os fluxos médios nos cantos dos nodos obtidos pelo método CPB (*Corner Point Balance*) [9], diferentemente do método de Böer e Finnemann, que usa os fluxos médios nas faces do nodo e os fluxos médios nos cantos, esses obtidos através do método de diferenças finitas [7]. Esse método envolve os fluxos nos cantos dos quatro nodos que possuem um canto em comum e as correntes líquidas médias nas faces desses nodos. Para esse cálculo, impôs-se uma restrição física de que não houvesse nenhuma acumulação de nêutrons

dentro de um volume infinitesimal, sendo essa condição válida em cada canto.

Já, em 2009 Joo et al. [10] propuseram um método de reconstrução que usasse a solução semi-analítica para a equação de difusão bidimensional multigrupo. Esta equação é obtida integrando a equação de difusão tridimensional ao longo da direção axial do nodo, na qual o termo de fuga axial foi definido em termos das correntes das faces à direita e à esquerda na direção z . Esse método utilizou uma expansão em termos de polinômios de Legendre.

Em 2010, Yu et al. [11] propuseram um método analítico de reconstrução de potência pino a pino multigrupo, com grupos desacoplados, utilizando perfil de fluxo unidimensional da solução nodal. Este método desacoplou diretamente os fluxos e utilizou, para cada grupo de energia, uma expansão bidimensional em termos de funções polinomiais e hiperbólicas. Para cada grupo de energia, o fluxo bidimensional foi aproximado a uma expansão com 17 termos, onde 8 desses termos eram funções hiperbólicas e os 9 restantes; funções polinomiais ortogonais sem os termos cruzados em x , y . Os 9 polinômios ortogonais representaram uma solução particular da equação de difusão de nêutrons com o termo fonte que corresponderam aos 9 polinômios ortogonais, enquanto as 8 funções hiperbólicas descreveram a solução geral da parte homogênea da equação de difusão. Portanto, para determinar os 17 coeficientes dessa expansão foram necessárias as 17 condições de contorno, das quais 9 foram o fluxo médio nodal, os quatro fluxos médios nas faces do nodo e os quatro fluxos nos cantos do nodo. E para as demais 8 condições, levaram em consideração o perfil de fluxo intranodal, integrado transversalmente em uma dimensão.

Entre os trabalhos mais recentes, podemos citar o método de reconstrução analítica (ARM) e o método de expansão polinomial (PRM) [12, 13]. O primeiro determina a distribuição de fluxo homogêneo resolvendo analiticamente a equação de difusão para dois grupos de energia no elemento combustível homogêneo. Essa equação da difusão foi obtida integrando a equação de difusão tridimensional ao longo da direção axial do nodo (direção z). Os parâmetros nucleares envolvidos nestes cálculos foram valores médios dos elementos combustíveis homogêneos. Além disso, o termo de fuga axial foi dado em termos de uma expansão polinomial. O método reescreve a equação de difusão, para cada grupo de energia, em termos de uma equação diferencial de segunda ordem não homogênea. A solução desta equação foi dada pela soma da solução da equação homogênea com a solução particular. A equação homogênea recaiu na equação de Helmholtz, e a sua solução analítica foi dada em termos de funções trigonométricas ou hiperbólicas. Já, a solução particular foi dada em termos de uma expansão de quarta ordem bidimensional, com 25 termos a serem determinados. Determinaram-se tais termos pela técnica dos resíduos ponderados.

Já, o método de expansão polinomial (PRM) utilizou uma expansão polinomial para gerar a distribuição homogênea de fluxo de nêutrons, para cada grupo de ener-

gia. Este método assumiu que a distribuição homogênea de fluxo é separável e usou um polinômio bidimensional de quarto grau baseado na expansão do termo de fuga transversal axial, usado no método de reconstrução analítica, descrito anteriormente. Esse polinômio de quarto grau contém 25 coeficientes que podem ser determinados diretamente dos valores médios oriundos do método de expansão nodal [3], ou fazendo uso dos valores médios fornecidos por outro método nodal de malha grossa.

Em 2016, Pessoa et al. [14] propuseram um método de reconstrução que combina a solução da equação de difusão 2D, discretizada por diferenças finitas, com a distribuição de fluxo nas quatro faces dos nodos. Obtiveram as distribuições nas faces dos nodos a partir de uma expansão polinomial unidimensional de quarta ordem com cinco coeficientes determinados usando os três fluxos médios nas faces de três nodos consecutivos e dois fluxos médios dos cantos entre esses três nodos. Os fluxos nos cantos dos nodos foram determinados por uma expansão polinomial unidimensional de terceira ordem com quatro coeficientes, estes gerados a partir dos quatro fluxos médios das faces de quatro nodos consecutivos.

Vale ressaltar, que todos os métodos descritos necessitaram dos fluxos nas faces e nos cantos de cada nodo, calculados a partir dos valores oriundos do cálculo nodal.

Os métodos de reconstrução descritos anteriormente, com exceção daquele que usou o máxima entropia [8] e o método desenvolvido por Pessoa et al. [14], utilizaram o método de modulação e normalização [4] para obter uma distribuição heterogênea de fluxo, ou uma distribuição da densidade de potência heterogênea. Esse método assumiu, intuitivamente, que a distribuição do fluxo heterogêneo em um EC pode ser aproximada pelo produto entre a função forma de fluxo, que representam a base da estrutura heterogênea, pelo fluxo homogêneo calculado, que caracteriza a estrutura homogênea. O mesmo procedimento é aplicável para obter a densidade de potência heterogênea. Vale ressaltar que a função forma tanto de fluxo, bem como de potência são oriundas do cálculo de homogeneização.

Este trabalho tem como proposta inovadora elaborar um método de reconstrução da distribuição da densidade de potência heterogênea pino a pino usando o método de pseudo-harmônicos em um núcleo de um reator.

O uso dos pseudo-harmônicos (MPH) [15], no método de reconstrução da distribuição da densidade de potência heterogênea pino a pino, surge como uma alternativa vantajosa, uma vez que o MPH possui certas características que facilitam os cálculos e a programação. Os pseudo-harmônicos são as autofunções associadas ao operador de fuga + remoção da equação de difusão, para cada grupo de energia.

O MPH tem como principal característica representar o fluxo de nêutrons através de uma expansão em autofunções associadas a um operador autoadjunto. Por se tratar de um operador autoadjunto, não há necessidade de se calcular as autofunções

adjuntas. Além disso, não existe degenerescência nas autofunções e as equações são desacopladas em grupos de energia.

O método dos pseudo-harmônicos já foi utilizado em diversos problemas relacionados à área de física de reatores como, por exemplo, em cálculos de sistemas perturbados [16–20]. Ele também tem apresentado bons resultados para problemas não-perturbativos, tais como os de fonte fixa, com função importância ou função auxiliar [21]. Esse método também foi usado com sucesso em trabalhos relacionados com método nodal [22–24] e método de diferenças finitas de malha grossa [25] bem como aplicações à cinética espacial [26, 27].

O método proposto, neste trabalho, baseia-se em obter a distribuição do fluxo homogêneo, para cada grupo de energia, por uma expansão em pseudo-harmônicos. Este método parte da discretização, por diferenças finitas, da equação de difusão bidimensional a dois grupos de energia com malhas com as mesmas dimensões da área de uma célula de combustível. Ademais, é necessário obter as distribuições dos fluxos nas faces dos nodos elementos combustíveis.

Vale ressaltar que esse método de reconstrução utiliza os parâmetros nucleares homogêneos do elemento combustível, tais como: o coeficiente de difusão, as seções de choque, além dos fatores de descontinuidade e das funções forma de fluxo e de potência, todas essas quantidades advindas do cálculo de homogeneização.

A discretização pelo método de diferenças finitas clássica tem por objetivo obter um operador auto-adjunto que está associado ao termo de fuga + remoção presente na equação de difusão de nêutrons. Desse operador autoadjunto resulta uma matriz simétrica associada. A partir dessa matriz obtemos os seus autovetores associados que são chamados de pseudo-harmônicos.

Além dos pseudo-harmônicos, precisamos obter os fluxos nas faces das células, faces estas voltadas para o contorno do EC. Para conseguir tais distribuições adotamos dois diferentes métodos. O primeiro gera a distribuição de fluxo nas faces dos elementos combustíveis utilizando uma expansão polinomial unidimensional de quarto grau. A construção dessa expansão segue o método descrito por Pessoa et al. [14], combinado com o cálculo de fluxos nos cantos dos elementos combustíveis conforme apresentado por Rempe et al. [6]. Já, o segundo usa a solução analítica da equação de difusão de nêutrons 2D e 2G também combinado com o método de Rempe et al. [6] para o cálculo de fluxos nos cantos.

Vale destacar que, para gerar tais distribuições de fluxos nas faces foram usadas as quantidades médias oriundas do cálculo nodal, onde o método de discretização adotado foi o método de expansão nodal (NEM). O código usado foi o desenvolvido por F.C. Silva e A. S. Martinez [3], do Programa de Engenharia Nuclear, COPPE/UFRJ.

E, finalmente, calculamos a distribuição de fluxo homogêneo pino a pino, para

cada grupo de energia, em termos de uma expansão em pseudo-harmônicos, que são as autofunções que constituem a base do espaço de interesse, combinado com a distribuição de fluxos nas faces dos elementos combustíveis. Dessa forma, a solução da equação de difusão é obtida combinando os pseudo-harmônicos com as quantidades médias dos elementos combustíveis oriundas do método de expansão nodal.

Uma vez obtida a distribuição homogênea do fluxo de nêutrons pino a pino, calculamos a distribuição da densidade de potência homogênea pino a pino. E, a partir desta, aplicamos o método de modulação que visa obter a distribuição da densidade de potência heterogênea pino a pino, a partir do produto das funções forma de potência, vindas do cálculo de homogeneização, pela distribuição da densidade homogênea de potência. E por fim, esta distribuição é normalizada à potência média nodal e desta forma, obtemos a distribuição da densidade de potência heterogênea pino a pino.

O texto desta tese está organizado da seguinte forma: no Capítulo 2, apresentaremos o método de reconstrução proposto e inicialmente, a discretização da equação de difusão de nêutrons bidimensional e para dois grupos de energia, pelo método de diferenças finitas clássico; no Capítulo 3, mostraremos o uso método dos pseudo-harmônicos no método de reconstrução proposto; no Capítulo 4, aplicaremos o método de modulação e normalização nas distribuições de densidade de potência homogênea obtidas; no Capítulo 5, mostraremos os métodos utilizados para se obter as diferentes distribuições de fluxo nas faces do EC; no Capítulo 6, apresentaremos o *benchmark* adotado; no Capítulo 7, apresentaremos o procedimento de homogeneização adotado e os dados nucleares usados; no Capítulo 8, mostraremos e analisaremos os resultados obtidos com o método de reconstrução proposto. E, finalmente, no último capítulo iremos apresentar as conclusões e as perspectivas futuras.

Capítulo 2

Método de Reconstrução de Potência via Pseudo-Harmônicos

2.1 Introdução

Neste capítulo, apresentamos a discretização da equação de difusão de nêutrons bidimensional para dois grupos energia pelo método de diferenças finitas clássica, com esquema centrado na malha [28] no domínio do elemento combustível. Quando discretizamos a equação de difusão de nêutrons, pelo método de diferenças finitas, o termo de fuga + remoção da equação é uma matriz simétrica, cujos autovetores, chamados de pseudo-harmônicos, formam uma base para o espaço de interesse.

O método de reconstrução proposto neste trabalho utiliza os parâmetros nucleares uniformes dentro de cada EC, oriundos do cálculo de homogeneização, descrito no Capítulo 7, e também, as quantidades médias vindas do método de expansão nodal (NEM) que descreveremos a seguir.

2.1.1 Método de Expansão Nodal (NEM)

O método de expansão nodal (NEM), para cálculos globais de reator nuclear, fornece, além do fator de multiplicação efetivo, k_{eff} , as grandezas mostradas na Figura 2.1, as quais são: o fluxo de nêutrons médios no nodo, $\bar{\phi}_g^n$, e as correntes parciais médias nas faces do nodo, $\bar{J}_{gus}^{\pm n}$, onde $u = x, y$, $s = e, d$ e g grupo de energia.

Observa-se que os nodos são regiões nas quais o núcleo do reator foi dividido e onde os parâmetros nucleares são uniformes.

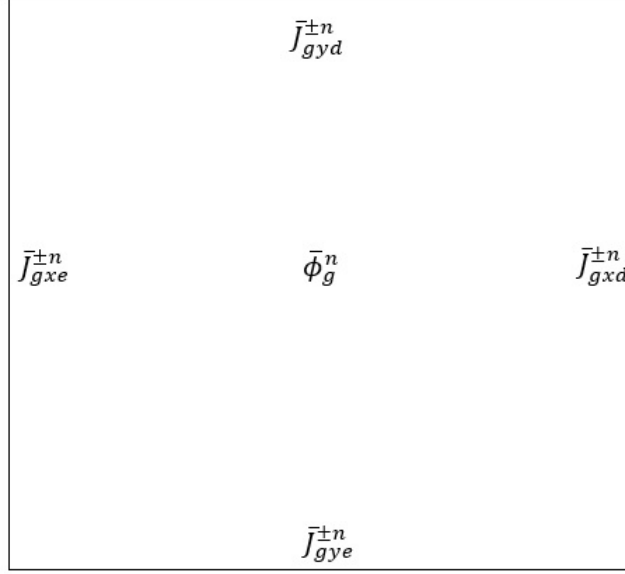


Figura 2.1: Grandezas fornecidas pelo NEM para o nó arbitrário n

Com estas grandezas é possível obter:

- Os fluxos de nêutrons heterogêneos médios nas faces do nó:

$$\bar{\psi}_{gus}^{n,het} = 2(\bar{J}_{gus}^+ + \bar{J}_{gus}^-); \quad \mathbf{u} = \mathbf{x}, \mathbf{y} \text{ e } \mathbf{s} = \mathbf{e}, \mathbf{d} \quad (2.1)$$

- Os fluxos de nêutrons homogêneos médios nas faces do nó:

$$\bar{\psi}_{gus}^n = \bar{\psi}_{gus}^{n,het} / f_{gus}^n \quad (2.2)$$

onde f_{gus}^n são os fatores de descontinuidade nas faces para o nó n , oriundos do cálculo de homogeneização.

- As correntes líquidas médias nas faces do nó:

$$\bar{J}_{gus}^n = \bar{J}_{gus}^{+n} - \bar{J}_{gus}^{-n}; \quad \mathbf{u} = \mathbf{x}, \mathbf{y} \text{ e } \mathbf{s} = \mathbf{e}, \mathbf{d} \quad (2.3)$$

- A densidade de potência média no nó:

$$\bar{p}^n = \sum_{g=1}^G \bar{\omega} \bar{\Sigma}_{fg}^n \bar{\phi}_g^n \quad (2.4)$$

onde o produto da energia média liberada por fissão pela seção de choque macroscópica de fissão médio no nó, $\bar{\omega} \bar{\Sigma}_{fg}^n$, e G número total de grupos.

Observa-se que os cálculos globais do reator podem ser feitos com nodos que tenham as mesmas dimensões de um elemento combustível, ou seja, $a_y^n = a_x^n = a_{EC}$, já que o NEM permite cálculos com malhas grossas.

Como já foi mencionado, o NEM só fornece valores médios. Por outro lado, em várias áreas da Engenharia Nuclear necessita-se, pelo menos, da distribuição da densidade de potência heterogênea pino a pino. Para obtê-la, primeiro o elemento combustível homogêneo, como representado na Figura 2.1 pelo nodo n , será dividido em malhas da dimensão de uma célula combustível. E a equação de difusão de nêutrons 2D e 2G, neste domínio, é discretizada por diferenças finitas. A solução do sistema de equações resultante é o fluxo de nêutrons homogêneo pino a pino, o qual é usado no método de reconstrução proposto.

2.2 Discretização da Equação de Difusão de Nêutrons

A Figura 2.2 mostra a malha na qual o elemento combustível, representado pelo nodo n , foi dividido tal que $A_{ij} = a_x^j a_y^i = a_{cel}^2$ representa a área da célula (i, j) e a_{cel} a dimensão da célula, ou seja, cada elemento combustível foi dividido em malhas com dimensões da área da célula de combustível representada pelo par (i, j) , onde $i, j = 1 \dots N$, sendo i o índice de linha, j o índice de coluna e N o número total de linhas ou colunas.

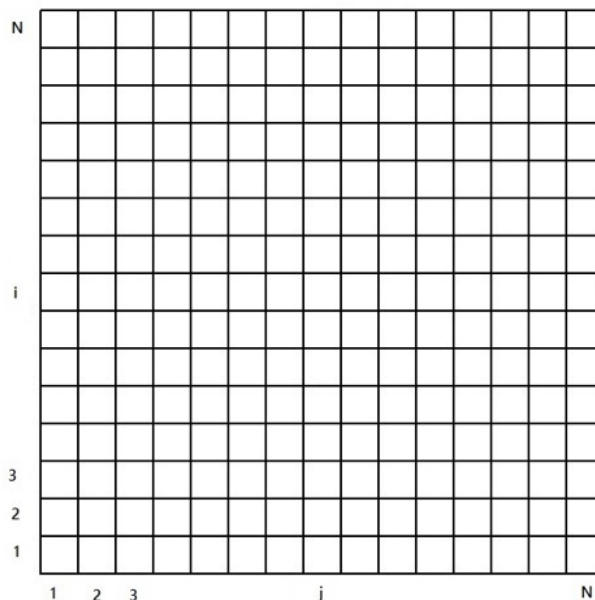


Figura 2.2: Discretização do elemento combustível homogêneo em malhas de mesmas dimensões da célula combustível

A equação da continuidade de nêutrons bidimensional para dois grupos de energia, no domínio mostrado na Figura 2.2 é dada por

$$\sum_{u=x,y} \frac{\partial}{\partial u} J_{gu}^n(x,y) + \bar{\Sigma}_{Rg}^n \phi_g^n(x,y) = \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'=1}^2 \bar{\nu} \bar{\Sigma}_{fg'}^n \phi_{g'}^n(x,y) + \sum_{\substack{g'=1, \\ g' \neq g}}^2 \bar{\Sigma}_{sgg'}^n \phi_{g'}^n(x,y), \quad (2.5)$$

onde os parâmetros derivados do cálculo de homogeneização, usados neste método de reconstrução, são: o produto do número médio de nêutrons emitidos por fissão pela seção de choque macroscópica de fissão média no nodo, $\bar{\nu} \bar{\Sigma}_{fg'}^n$ e a seção de choque macroscópica de mudança de grupo por espalhamento média por espalhamento no nodo, $\bar{\Sigma}_{sgg'}^n$ e a seção de choque macroscópica de remoção média no nodo, $\bar{\Sigma}_{Rg}^n$. E o fator de multiplicação efetivo, k_{eff} , oriundo do cálculo nodal.

A discretização da Equação 2.5 se dá aplicando o operador média,

$$\frac{1}{A_{ij}} \int_{x_e^j}^{x_d^j} \int_{y_e^i}^{y_d^i} (\bullet) dy dx \quad (2.6)$$

na Equação 2.5 e, desta forma, obtemos a Equação 2.7

$$\frac{1}{A_{ij}} \int_{x_e^j}^{x_d^j} \int_{y_e^i}^{y_d^i} \sum_{u=x,y} \frac{\partial}{\partial u} J_{gu}^n(x,y) dy dx + \bar{\Sigma}_{Rg}^n \frac{1}{A_{ij}} \int_{x_e^j}^{x_d^j} \int_{y_e^i}^{y_d^i} \phi_g^n(x,y) dy dx = \quad (2.7)$$

$$\frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'=1}^2 \bar{\nu} \bar{\Sigma}_{fg'}^n \frac{1}{A_{ij}} \int_{x_e^j}^{x_d^j} \int_{y_e^i}^{y_d^i} \phi_{g'}^n(x,y) dy dx + \sum_{\substack{g'=1, \\ g' \neq g}}^2 \bar{\Sigma}_{sgg'}^n \frac{1}{A_{ij}} \int_{x_e^j}^{x_d^j} \int_{y_e^i}^{y_d^i} \phi_{g'}^n(x,y) dy dx,$$

Ademais, por definição, temos que

$$\frac{1}{A_{ij}} \int_{x_e^j}^{x_d^j} \int_{y_e^i}^{y_d^i} \phi_g^n(x,y) dy dx \equiv \bar{\phi}_g^{i,j,n}, \quad (2.8)$$

onde $\bar{\phi}_g^{i,j,n}$ representa o fluxo médio dentro da célula. E a corrente líquida nas faces da célula, $\bar{J}_{gus}^{i,j,n}$, é dado por

$$\bar{J}_{gus}^{i,j,n} \equiv \frac{1}{a_v^m} \int_{v_e^m}^{v_d^m} J_{gu}^n(u_s^k, v) dv, \quad (2.9)$$

tal que se $u = \begin{cases} x, \text{ então } v = y, & k = j, & m = i, \\ y, \text{ então } v = x, & k = i, & m = j, \end{cases}$, $s = e, d$.

E, desta forma, a Equação (2.7) torna-se

$$\begin{aligned} \frac{1}{a_x^j} (\bar{J}_{gxd}^{i,j,n} - \bar{J}_{gxe}^{i,j,n}) + \frac{1}{a_y^i} (\bar{J}_{gyd}^{i,j,n} - \bar{J}_{gye}^{i,j,n}) + \bar{\Sigma}_{Rg}^n \bar{\phi}_g^{i,j,n} = \\ \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'=1}^2 \bar{\nu} \bar{\Sigma}_{fg'}^n \bar{\phi}_{g'}^{i,j,n} + \sum_{\substack{g'=1, \\ g' \neq g}}^2 \bar{\Sigma}_{sgg'}^n \bar{\phi}_{g'}^{i,j,n}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Agora, usando a Lei de Fick,

$$J_{gu}^n(x, y) = -\bar{D}_g^n \frac{\partial}{\partial u} \phi_g^n(x, y), \quad (2.11)$$

onde \bar{D}_g^n é o coeficiente de difusão médio no nodo também oriundo do cálculo de homogeneização. E integrando a Equação (2.11) na seção transversal de uma determinada direção u , temos

$$\bar{J}_{gus}^{i,j,n} \equiv -\bar{D}_g^n \frac{d}{du} \left(\frac{1}{a_v^m} \int_{v_e^m}^{v_d^m} \phi_g^n(u, v) dv \right) \Bigg|_{u=u_s^k}. \quad (2.12)$$

Bem como, por definição, o fluxo médio de nêutrons na seção transversal na direção u na célula (i, j) , $\bar{\psi}_{gu}^{i,j,n}(u)$, é

$$\bar{\psi}_{gu}^{i,j,n}(u) \equiv \frac{1}{a_v^m} \int_{v_e^m}^{v_d^m} \phi_g^n(u, v) dv. \quad (2.13)$$

Portanto, substituindo a Equação (2.13) na Equação (2.12) chegamos à

$$\bar{J}_{gus}^{i,j,n} \equiv -\bar{D}_g^n \frac{d}{du} \bar{\psi}_{gu}^{i,j,n}(u) \Bigg|_{u=u_s^k}, \quad (2.14)$$

onde $u = \begin{cases} x, & k = j, \\ y, & k = i, \end{cases}$, $s = d, e$.

A Figura 2.3 mostra, em detalhes, a célula (i, j) , onde $\bar{\psi}_{gus}^{i,j,n}$ representa o fluxo médio na face da célula, e u representa o índice da direção x ou y , e s ; o índice da face, podendo ser esquerda (e) ou direita (d) e n o índice de nodo, e g é o índice de grupo de energia pode ser 1 para o grupo rápido e 2 para o grupo térmico.

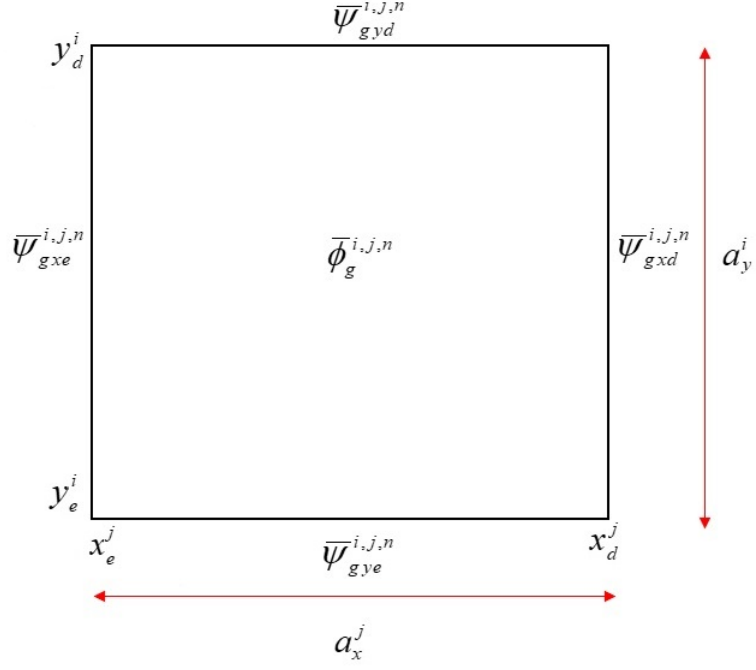


Figura 2.3: Representação de uma célula (i, j) de um nodo n

Segundo a aproximação por diferenças finitas para as derivadas [28], temos que

$$\bar{J}_{gud}^{i,j,n} \simeq -2\bar{D}_g^n \frac{\bar{\psi}_{gud}^{i,j,n} - \bar{\phi}_g^{i,j,n}}{a_u^k} \quad (2.15)$$

e

$$\bar{J}_{gue}^{i,j,n} \simeq -2\bar{D}_g^n \frac{\bar{\phi}_g^{i,j,n} - \bar{\psi}_{gue}^{i,j,n}}{a_u^k}. \quad (2.16)$$

Além disso, nas faces das células que fazem fronteira com outras células, dentro do EC, aplicamos as condições de continuidade de fluxo e de corrente, para determinar os fluxos médios nas faces das células, $\bar{\psi}_{gus}^{i,j,n}$, em termos dos fluxos médios das células vizinhas. Já, para as faces das células que estão voltadas para o contorno do EC os fluxos médios nestas faces são mantidos, conforme mostrado na Figura 2.4.

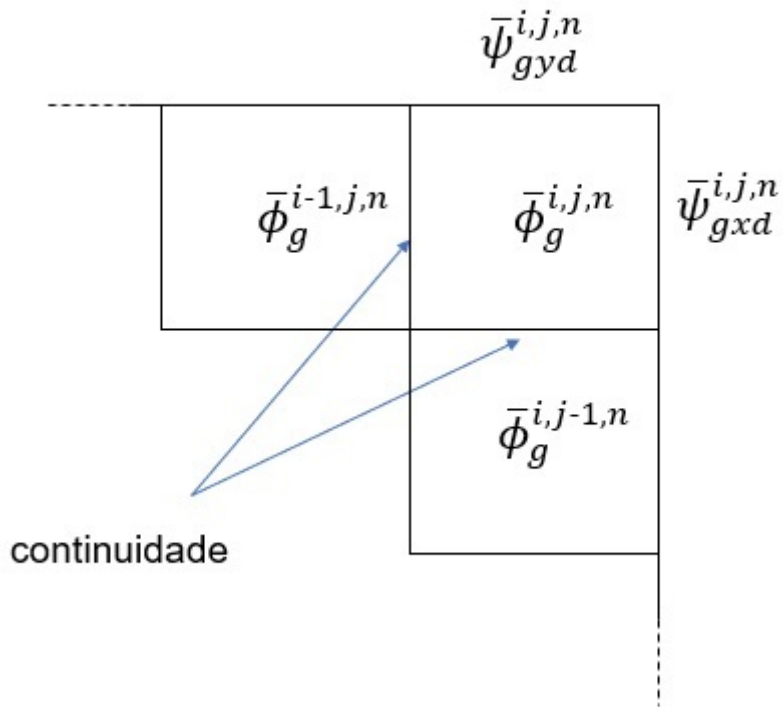


Figura 2.4: Condições para o do cálculo de fluxo nas faces da célula

A Figura 2.5 representa as diferentes situações das células em um elemento combustível. Da Figura 2.5 vê-se que há 9 diferentes situações (ou casos) e, para

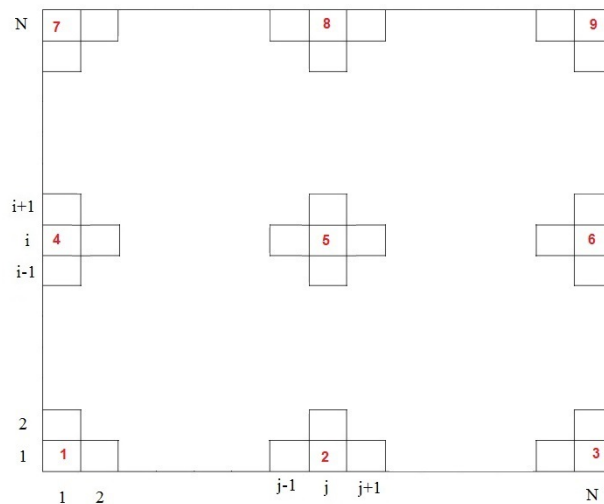


Figura 2.5: Esquema das posições das células no nodo

cada um temos as equações de difusão de nêutrons discretizadas (Eq. (2.17) a Eq. (2.25)) que se seguem:

Caso 1: $i = 1$ e $j = 1$,

$$\begin{aligned}
& -\bar{D}_g^n \bar{\phi}_g^{i,j+1,n} - \bar{D}_g^n \bar{\phi}_g^{i+1,j,n} + \left(6\bar{D}_g^n + \bar{\Sigma}_{Rg}^n\right) \bar{\phi}_g^{i,j,n} = \\
& \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'=1}^2 \bar{\nu} \bar{\Sigma}_{fg'}^n \bar{\phi}_{g'}^{i,j,n} + \sum_{\substack{g'=1, \\ g' \neq g}}^2 \bar{\Sigma}_{sgg'}^n \bar{\phi}_{g'}^{i,j,n} + 2\bar{D}_g^n \bar{\psi}_{gxe}^{i,j,n} + 2\bar{D}_g^n \bar{\psi}_{gye}^{i,j,n}. \quad (2.17)
\end{aligned}$$

Caso 2: $i = 1$ e $j = 2, \dots, N-1$,

$$\begin{aligned}
& -\bar{D}_g^n \bar{\phi}_g^{i,j+1,n} - \bar{D}_g^n \bar{\phi}_g^{i,j-1,n} - \bar{D}_g^n \bar{\phi}_g^{i+1,j,n} + \left(5\bar{D}_g^n + \bar{\Sigma}_{Rg}^n\right) \bar{\phi}_g^{i,j,n} = \\
& \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'=1}^2 \bar{\nu} \bar{\Sigma}_{fg'}^n \bar{\phi}_{g'}^{i,j,n} + \sum_{\substack{g'=1, \\ g' \neq g}}^2 \bar{\Sigma}_{sgg'}^n \bar{\phi}_{g'}^{i,j,n} + 2\bar{D}_g^n \bar{\psi}_{gye}^{i,j,n}. \quad (2.18)
\end{aligned}$$

Caso 3: $i = 1$ e $j = N$,

$$\begin{aligned}
& -\bar{D}_g^n \bar{\phi}_g^{i+1,j,n} - \bar{D}_g^n \bar{\phi}_g^{i,j-1,n} + \left(6\bar{D}_g^n + \bar{\Sigma}_{Rg}^n\right) \bar{\phi}_g^{i,j,n} = \\
& \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'=1}^2 \bar{\nu} \bar{\Sigma}_{fg'}^n \bar{\phi}_{g'}^{i,j,n} + \sum_{\substack{g'=1, \\ g' \neq g}}^2 \bar{\Sigma}_{sgg'}^n \bar{\phi}_{g'}^{i,j,n} + 2\bar{D}_g^n \bar{\psi}_{gxd}^{i,j,n} + 2\bar{D}_g^n \bar{\psi}_{gye}^{i,j,n}. \quad (2.19)
\end{aligned}$$

Caso 4: $i = 2, \dots, N-1$ e $j = 1$,

$$\begin{aligned}
& -\bar{D}_g^n \bar{\phi}_g^{i,j+1,n} - \bar{D}_g^n \bar{\phi}_g^{i+1,j,n} - \bar{D}_g^n \bar{\phi}_g^{i-1,j,n} + \left(5\bar{D}_g^n + \bar{\Sigma}_{Rg}^n\right) \bar{\phi}_g^{i,j,n} = \\
& \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'=1}^2 \bar{\nu} \bar{\Sigma}_{fg'}^n \bar{\phi}_{g'}^{i,j,n} + \sum_{\substack{g'=1, \\ g' \neq g}}^2 \bar{\Sigma}_{sgg'}^n \bar{\phi}_{g'}^{i,j,n} + 2\bar{D}_g^n \bar{\psi}_{gxe}^{i,j,n}. \quad (2.20)
\end{aligned}$$

Caso 5: $i = 2, \dots, N-1$ e $j = 2, \dots, N-1$,

$$\begin{aligned}
& -\bar{D}_g^n \bar{\phi}_g^{i,j+1,n} - \bar{D}_g^n \bar{\phi}_g^{i,j-1,n} - \bar{D}_g^n \bar{\phi}_g^{i+1,j,n} - \bar{D}_g^n \bar{\phi}_g^{i-1,j,n} \\
& + \left(4\bar{D}_g^n + \bar{\Sigma}_{Rg}^n\right) \bar{\phi}_g^{i,j,n} = \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'=1}^2 \bar{\nu} \bar{\Sigma}_{fg'}^n \bar{\phi}_{g'}^{i,j,n} + \sum_{\substack{g'=1, \\ g' \neq g}}^2 \bar{\Sigma}_{sgg'}^n \bar{\phi}_{g'}^{i,j,n}. \quad (2.21)
\end{aligned}$$

Caso 6: $i = 2, \dots, N - 1$ e $j = N$,

$$\begin{aligned}
& -\bar{D}_g^n \bar{\phi}_g^{i-1,j,n} - \bar{D}_g^n \bar{\phi}_g^{i+1,j,n} - \bar{D}_g^n \bar{\phi}_g^{i,j-1,n} + \left(5\bar{D}_g^n + \bar{\Sigma}_{Rg}^n\right) \bar{\phi}_g^{i,j,n} = \\
& \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'=1}^2 \bar{\nu} \bar{\Sigma}_{fg'}^n \bar{\phi}_{g'}^{i,j,n} + \sum_{\substack{g'=1, \\ g' \neq g}}^2 \bar{\Sigma}_{sgg'}^n \bar{\phi}_{g'}^{i,j,n} + 2\bar{D}_g^n \bar{\psi}_{gxd}^{i,j,n}. \quad (2.22)
\end{aligned}$$

Caso 7: $i = N$ e $j = 1$,

$$\begin{aligned}
& -\bar{D}_g^n \bar{\phi}_g^{i-1,j,n} - \bar{D}_g^n \bar{\phi}_g^{i,j+1,n} + \left(6\bar{D}_g^n + \bar{\Sigma}_{Rg}^n\right) \bar{\phi}_g^{i,j,n} = \\
& \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'=1}^2 \bar{\nu} \bar{\Sigma}_{fg'}^n \bar{\phi}_{g'}^{i,j,n} + \sum_{\substack{g'=1, \\ g' \neq g}}^2 \bar{\Sigma}_{sgg'}^n \bar{\phi}_{g'}^{i,j,n} + 2\bar{D}_g^n \bar{\psi}_{gxe}^{i,j,n} + 2\bar{D}_g^n \bar{\psi}_{gyd}^{i,j,n}. \quad (2.23)
\end{aligned}$$

Caso 8: $i = N$ e $j = 2, \dots, N - 1$,

$$\begin{aligned}
& -\bar{D}_g^n \bar{\phi}_g^{i,j+1,n} - \bar{D}_g^n \bar{\phi}_g^{i,j-1,n} - \bar{D}_g^n \bar{\phi}_g^{i-1,j,n} + \left(5\bar{D}_g^n + \bar{\Sigma}_{Rg}^n\right) \bar{\phi}_g^{i,j,n} = \\
& \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'=1}^2 \bar{\nu} \bar{\Sigma}_{fg'}^n \bar{\phi}_{g'}^{i,j,n} + \sum_{\substack{g'=1, \\ g' \neq g}}^2 \bar{\Sigma}_{sgg'}^n \bar{\phi}_{g'}^{i,j,n} + 2\bar{D}_g^n \bar{\psi}_{gyd}^{i,j,n}. \quad (2.24)
\end{aligned}$$

Caso 9: $i = N$ e $j = N$,

$$\begin{aligned}
& -\bar{D}_g^n \bar{\phi}_g^{i,j-1,n} - \bar{D}_g^n \bar{\phi}_g^{i-1,j,n} + \left(6\bar{D}_g^n + \bar{\Sigma}_{Rg}^n\right) \bar{\phi}_g^{i,j,n} = \\
& \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'=1}^2 \bar{\nu} \bar{\Sigma}_{fg'}^n \bar{\phi}_{g'}^{i,j,n} + \sum_{\substack{g'=1, \\ g' \neq g}}^2 \bar{\Sigma}_{sgg'}^n \bar{\phi}_{g'}^{i,j,n} + 2\bar{D}_g^n \bar{\psi}_{gxd}^{i,j,n} + 2\bar{D}_g^n \bar{\psi}_{gyd}^{i,j,n}. \quad (2.25)
\end{aligned}$$

Considerando todas as células, para cada elemento combustível, as Equações (2.17) a (2.25) podem ser escritas da seguinte forma matricial:

$$B_1^n \vec{\phi}_1^n = \frac{\chi_1}{k_{eff}} \left(F_{11}^n \vec{\phi}_1^n + F_{12}^n \vec{\phi}_2^n \right) + S_{12}^n \vec{\phi}_2^n + \vec{s}_1^n \quad (2.26)$$

e

$$B_2^n \vec{\phi}_2^n = \frac{\chi_2}{k_{eff}} \left(F_{21}^n \vec{\phi}_1^n + F_{22}^n \vec{\phi}_2^n \right) + S_{21}^n \vec{\phi}_1^n + \vec{s}_2^n, \quad (2.27)$$

onde

$$\vec{s}_g^n \equiv \sum_{u=x,y} \sum_{s=e,d} D_{gus}^n \vec{\psi}_{gus}^n, \quad \text{para } g = 1, 2. \quad (2.28)$$

A matriz associada ao termo de fuga + remoção, para cada EC (nodo n) e grupo de energia g, representada por B_g^n é uma matriz pentadiagonal de ordem N^2 . Já, as

matrizes associadas ao termo de fissão e de espalhamento, para cada nodo n e grupo de energia g , representadas por $F_{gg'}^n$ e $S_{gg'}^n$, respectivamente, são matrizes diagonais, também de ordem N^2 .

Já o termo $\vec{\phi}_g^n$ representa o vetor de fluxo para cada nodo n e cada grupo de energia g e está representado da seguinte forma

$$\vec{\phi}_g^n = \left[\bar{\phi}_g^{1,1,n} \bar{\phi}_g^{1,2,n} \dots \bar{\phi}_g^{1,N,n} \bar{\phi}_g^{2,1,n} \dots \bar{\phi}_g^{2,N,n} \dots \bar{\phi}_g^{N,1,n} \dots \bar{\phi}_g^{N,N,n} \right]^T; \quad (2.29)$$

O termo fonte, \vec{s}_g^n , é um vetor obtido operando os termos $\bar{\psi}_{gus}^{i,j,n}$, que são as componentes do vetor $\vec{\psi}_{gus}^n$, com os termos $d_{ii} = 2\bar{D}_g^n$, que são os elementos da matriz D_{gus}^n , que é uma matriz diagonal de ordem N^2 . Os vetores $\vec{\psi}_{gus}^n$ que compõem o termo de fonte \vec{s}_g^n estão representados como se segue:

$$\vec{\psi}_{gxe}^n = \left[\bar{\psi}_{gxe}^{1,1,n} 0 \dots 0 \bar{\psi}_{gxe}^{2,1,n} 0 \dots 0 \bar{\psi}_{gxe}^{3,1,n} 0 \dots 0 \bar{\psi}_{gxe}^{i,1,n} 0 \dots 0 \bar{\psi}_{gxe}^{N,1,n} 0 \dots 0 \right]^T; \quad (2.30)$$

$$\vec{\psi}_{gxd}^n = \left[0 \dots 0 \bar{\psi}_{gxd}^{1,N,n} 0 \dots 0 \bar{\psi}_{gxd}^{2,N,n} 0 \dots 0 \bar{\psi}_{gxd}^{3,N,n} 0 \dots 0 \bar{\psi}_{gxd}^{i,N,n} 0 \dots 0 \bar{\psi}_{gxd}^{N,N,n} \right]^T; \quad (2.31)$$

$$\vec{\psi}_{gye}^n = \left[\bar{\psi}_{gye}^{1,1,n} \dots \bar{\psi}_{gye}^{1,N,n} 0 \dots 0 \dots 0 \dots 0 \dots 0 \dots 0 \dots 0 \dots 0 \right]^T; \quad (2.32)$$

$$\vec{\psi}_{gyd}^n = \left[0 \dots 0 \dots 0 \dots 0 \dots 0 \dots 0 \dots 0 \dots 0 \bar{\psi}_{gyd}^{N,1,n} \dots \bar{\psi}_{gyd}^{N,N,n} \right]^T. \quad (2.33)$$

A distribuição de fluxo de nêutrons homogênea pino a pino para o EC, $\bar{\phi}_g^{i,j,n}$ só pode ser obtida se a distribuição de fluxo nas faces dos elementos combustíveis (o vetor $\vec{\psi}_{gus}^n$ da Equação da Equação (2.28)) for conhecida. No Capítulo 5, apresentaremos os dois métodos responsáveis por gerar as duas diferentes distribuições de fluxos nas faces, que foram usadas no método de reconstrução proposto neste trabalho. Mas independente do cálculo de $\vec{\psi}_{gus}^n$, no próximo capítulo apresentaremos o método dos pseudo-harmônicos [15] que é usado para resolver as Equações (2.26) e (2.27) e assim determinar a distribuição de fluxo de nêutrons homogênea pino a pino.

Capítulo 3

Método dos Pseudo-Harmônicos

3.1 Introdução

Uma vez que, a equação de difusão de nêutrons foi discretizada pelo método de diferenças finitas, o termo de fuga + remoção é um operador autoadjunto e, portanto, a matriz B_g^n associada a esse operador é uma matriz simétrica. E dessa forma, os pseudo-harmônicos [15], que são os autovetores associados à matriz B_g^n , podem ser usados para resolver as Equações (2.26) e (2.27), como veremos neste capítulo.

Os pseudo-harmônicos são os autovetores associados ao problema de autovalor que será visto a seguir. Além disso, tanto os autovetores quanto os seus respectivos autovalores são reais. Também, podemos citar as seguintes propriedades relacionadas aos pseudo-harmônicos:

1. satisfazem às mesmas condições de contorno que o fluxo de nêutrons;
2. não é necessário calcular as autofunções adjuntas;
3. não há degenerescência nas autofunções;
4. as autofunções são ortogonais entre si;
5. são calculados para cada grupo de energia, independentemente.

3.2 Aplicação do Método dos Pseudo-Harmônicos à Reconstrução

Considerando as Equações (2.26) e (2.27) e, além disso, $\chi_1 = 1$, $\chi_2 = 0$ e sem *up - scattering*:

$$\begin{pmatrix} B_1^n - \frac{F_{11}^n}{k_{eff}} & -\frac{F_{12}^n}{k_{eff}} \\ -S_{21}^n & B_2^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{\phi}_1^n \\ \vec{\phi}_2^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{s}_1^n \\ \vec{s}_2^n \end{pmatrix}. \quad (3.1)$$

Pelo método dos pseudo-harmônicos, o fluxo de nêutrons da Equação (3.1) pode ser representado da seguinte maneira:

$$\begin{pmatrix} \vec{\phi}_1^n \\ \vec{\phi}_2^n \end{pmatrix} = \sum_{j=1}^M \left[C_{j,1} \begin{pmatrix} \vec{w}_{1,j} \\ \vec{0} \end{pmatrix} + C_{j,2} \begin{pmatrix} \vec{0} \\ \vec{w}_{2,j} \end{pmatrix} \right], \quad (3.2)$$

onde $M = N^2$ é o número total de células. Os autovetores $\vec{w}_{g,j}$ são os pseudo-harmônicos do sistema (3.2) e os $\lambda_{g,j}$ são os correspondentes autovalores do seguinte problema de autovalor:

$$B_g^n \vec{w}_{g,j} = \lambda_{g,j} \vec{w}_{g,j}; \quad g = 1, 2. \quad (3.3)$$

Substituindo a Equação (3.2) na Equação (3.1), e fazendo uso da Equação (3.3), segue que

$$\sum_{i=1}^{2M} \alpha_i \vec{v}_i = \vec{s}^n, \quad (3.4)$$

onde

$$\vec{s}^n = \begin{pmatrix} \vec{s}_1^n \\ \vec{s}_2^n \end{pmatrix}. \quad (3.5)$$

Além disso,

$$\alpha_i = \begin{cases} C_{j,1}; & \text{para } i = j \\ C_{j,2}; & \text{para } i = j + M \end{cases} \quad (3.6)$$

e

$$\vec{v}_i = \begin{cases} \begin{bmatrix} \left(\lambda_{1,j} I - \frac{1}{k_{eff}} F_{11} \right) \vec{w}_{1,j} \\ -S_{2,1} \vec{w}_{1,j} \end{bmatrix}; & \text{para } i = j \\ \begin{bmatrix} \frac{1}{k_{eff}} F_{12} \vec{w}_{2,j} \\ \lambda_{2,j} \vec{w}_{2,j} \end{bmatrix}; & \text{para } i = j + M \end{cases}, \quad (3.7)$$

para $j = 1, \dots, M$.

Os vetores \vec{v}_i podem ser ortogonalizados através do processo de ortogonalização de Gram-Schmidt [28], da seguinte forma:

$$\vec{\xi}_1 = \vec{v}_1 \quad (3.8)$$

e

$$\vec{\xi}_i = \vec{v}_i - \sum_{l=1}^{i-1} \left\{ \frac{\langle \vec{\xi}_l^T, \vec{v}_i \rangle}{\langle \vec{\xi}_l^T, \vec{\xi}_l \rangle} \right\} \vec{\xi}_l, \text{ para } i = 2, 2M. \quad (3.9)$$

Da Equação (3.9), segue que

$$\langle \vec{\xi}_i^T, \vec{\xi}_k \rangle = 0, \text{ para } k \neq i \quad (3.10)$$

e

$$\langle \vec{\xi}_i^T, \vec{v}_i \rangle = \langle \vec{\xi}_i^T, \vec{\xi}_i \rangle, \text{ para } i = 1, 2M. \quad (3.11)$$

Além disso, das Equações (3.8) até (3.11), tem-se que

$$\langle \vec{\xi}_i^T, \vec{v}_k \rangle = 0 \text{ para } k = 1, i - 1 \text{ e } i = 2, 2M. \quad (3.12)$$

Com isso, da Equação (3.4), obtém-se que

$$\alpha_i = \begin{cases} \frac{\langle \vec{\xi}_i^T, \vec{s} \rangle}{\langle \vec{\xi}_i^T, \vec{\xi}_i \rangle}; & \text{para } i = 2M \\ \left\{ \langle \vec{\xi}_i^T, \vec{s} \rangle - \sum_{k=i+1}^{2M} \alpha_k \langle \vec{\xi}_i^T, \vec{v}_k \rangle \right\} / \langle \vec{\xi}_i^T, \vec{\xi}_i \rangle; & \text{para } i = 2M - 1, 1. \end{cases} \quad (3.13)$$

E, finalmente, pode-se escrever, para cada grupo de energia, as distribuições de fluxo de nêutrons homogênea pino a pino como

$$\vec{\phi}_1^n = \sum_{i=1}^M \alpha_i \vec{w}_{1,i} \quad (3.14)$$

e

$$\vec{\phi}_2^n = \sum_{i=1}^M \alpha_{i+M} \vec{w}_{2,i}. \quad (3.15)$$

Então, uma vez obtidas a distribuição de fluxo de nêutrons homogênea pino a pino, podemos calcular a distribuição de densidade de potência pino a pino.

3.3 Determinação da Distribuição da Densidade de Potência Homogênea Pino a Pino

A distribuição da densidade de potência homogênea pino a pino é calculada a partir dos fluxos homogêneos obtidos com expansões dadas pelas Equações (3.14) e (3.15), da seguinte forma:

$$p_{hom}^{i,j,n} = \sum_{g=1}^2 \overline{\omega \Sigma}_{fg}^n \bar{\phi}_g^{i,j,n}, \quad (3.16)$$

onde $\bar{\phi}_g^{i,j,n}$ são as componentes que constituem o vetor $\vec{\phi}_g^n$ para $g = 1, 2$.

A partir da distribuição da densidade de potência homogênea pino a pino, descrita na Equação (3.16), podemos obter, através do método de modulação e normalização [4] que será apresentado no Capítulo 4, a distribuição da densidade de potência heterogênea pino a pino.

Capítulo 4

Método de Modulação e Normalização

Neste capítulo, apresentamos o método de modulação e normalização [4], o qual é aplicado com a finalidade de se obter a distribuição da densidade de potência heterogênea pino a pino.

4.1 Determinação da Distribuição da Densidade de Potência Heterogênea Pino a Pino

Uma vez, obtida a distribuição da densidade de potência homogênea pino a pino, determinada pela Equação (3.16), é possível obter a distribuição da densidade de potência heterogênea pino a pino através do método de modulação e normalização [4].

A densidade de potência heterogênea, $p_{het}^{i,j,n}$, em cada célula (i, j) é gerada pelo produto da função forma de potência, $f_p^{i,j,n}$, pela densidade de potência homogênea em cada célula,

$$p_{het}^{i,j,n} = f_p^{i,j,n} p_{hom}^{i,j,n}, \quad (4.1)$$

onde $p_{hom}^{i,j,n}$ é a densidade de potência homogênea na célula (i, j) no nodo n .

Já, a densidade de potência heterogênea reconstruída, em cada célula de cada nodo, $p_{Rec}^{i,j,n}$, é obtida pela normalização da densidade de potência heterogênea, calculada através do processo de modulação, em relação à densidade de potência média nodal \bar{p}^n , Equação (2.4), oriunda do método de expansão nodal (NEM) como se segue:

$$p_{Rec}^{i,j,n} = C_{Norm}^n p_{het}^{i,j,n}, \quad (4.2)$$

onde C_{Norm}^n é a constante de normalização, por nodo, dada por

$$C_{Norm}^n = \frac{\bar{p}^n}{\frac{1}{M} \sum_{i,j=1}^M p_{het}^{i,j,n}}, \quad (4.3)$$

e $M = N^2$ representa o número total de células.

Para concluir, o método de reconstrução proposto neste trabalho segue o seguinte procedimento:

1. Implementar a discretização da equação de difusão de nêutrons bidimensional a dois grupos de energia, de acordo com o método de diferença finita para obter a matriz B_g^n e depois calcular os autovalores e os pseudo-harmônicos associados para cada diferente tipo de elemento combustível;
2. Calcular os fluxos nas faces das células voltadas para o contorno do EC;
3. Calcular a distribuição homogênea do fluxo de nêutrons pino a pino de acordo com o método proposto;
4. Calcular a distribuição de densidade de potência homogênea pino a pino;
5. Calcular a distribuição de densidade de potência heterogênea pino a pino usando o método de modulação e normalização;

Como foi dito no item 2, o método de reconstrução proposto necessita das distribuições de fluxos nas faces dos nodos. No Capítulo 5, mostraremos os dois diferentes métodos que foram utilizados para gerar as duas diferente distribuições de fluxos nas faces de cada nodo, além do método de Rempe et al. [6] que foi usado para calcular os fluxos nos cantos de cada nodo.

Capítulo 5

Distribuição de Fluxo na Face dos Elementos Combustíveis

A distribuição de fluxos nas faces dos elementos combustíveis é essencial para qualquer método de reconstrução da distribuição da densidade de potência pino a pino. A reconstrução das condições de contorno que satisfaz aos valores médios do cálculo nodal pode ser vista como um problema inverso [8]. Além disso, essa distribuição deve ser adequada ao método de reconstrução adotado.

Desta forma, para o cálculo das componentes do vetor, $\vec{\psi}_{gus}^n$, descritos no Capítulo 2, que são os fluxos médios nas faces das células localizadas no contorno do elemento combustível, adotamos dois diferentes métodos de cálculo: o primeiro usa uma expansão polinomial unidimensional de quarta ordem [14] para obter a distribuição de fluxos nas faces do nodo; já o segundo, calcula a distribuição de fluxo nas faces usando a solução analítica da equação da difusão de nêutrons em duas dimensões e dois grupos de energia.

Vale ressaltar que os nodos têm a mesma dimensão de um elemento combustível e que as faces dos nodos são representadas pelos índices $u = x, y$ e $s = e, d$ e para os vértices dos nodos os índices são $s, \tau = e, d$. Além disso, as duas formas para calcular as distribuições de fluxos de nêutrons nas faces dos nodos precisam da informação de fluxo de nêutrons nos cantos de cada nodo e estes foram obtidos a partir o método de Rempe et al. [6], descrito na seção 5.1.

5.1 Cálculo dos Fluxos nos Cantos dos Nodos

Primeiramente, vamos apresentar o procedimento de cálculo para obter os fluxos nos cantos do nodo, que é uma importante condição na maioria dos métodos de reconstrução encontrados na literatura, como por exemplo, os métodos citados em [4, 5, 9, 13, 14], onde essas soluções têm como base os valores médios fornecidos pelo

cálculo nodal de malha grossa.

Para o método de reconstrução proposto neste trabalho, o uso dos fluxos nos cantos dos elementos combustíveis é necessário para obter a distribuição de fluxo nas faces dos elementos combustíveis; assim, adotamos o método de Rempe et al. [6] para esse fim, pois esse método apresentou os melhores resultados em relação a outros métodos testados.

Esse método calcula o fluxo médio em um determinado canto do nodo considerando os nodos vizinhos, que compartilham este canto, representado na Figura 5.1.

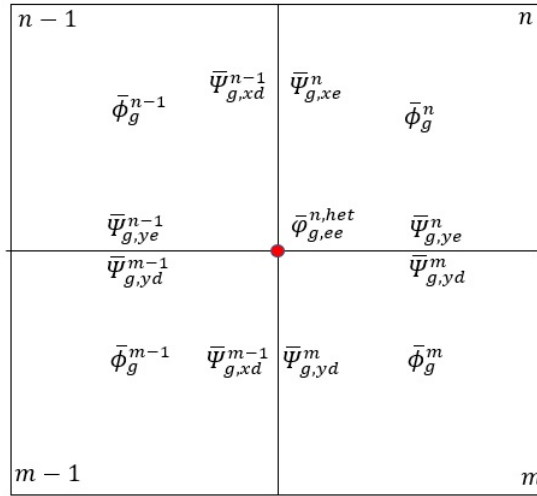


Figura 5.1: Representação do fluxo no canto do nodo

O método parte do pressuposto que o fluxo de nêutrons pode ser aproximado da seguinte forma:

$$\phi_g^n(x, y) \equiv \frac{\bar{\psi}_{gx}^n(x) \bar{\psi}_{gy}^n(y)}{\bar{\phi}_g^n}, \quad (5.1)$$

onde $\bar{\psi}_{gu}^n(u)$ são os fluxos integrados transversalmente e $\bar{\phi}_g^n$ é o fluxo médio nodal, ambos conhecidos do cálculo nodal de malha grossa.

Em termos gerais, os fluxos nos cantos são determinados por uma média das quatro estimativas dos fluxos heterogêneos nos cantos dos nodos vizinhos. Portanto, o fluxo no canto $\bar{\phi}_{g,ee}^{n,het}$, conforme exemplificado na Figura 5.1, pode ser obtido através da equação:

$$\bar{\phi}_{g,ee}^{n,het} = \frac{1}{4} \left[f_{g,ee}^n \frac{\bar{\psi}_{gxe}^n \bar{\psi}_{gye}^n}{\bar{\phi}_g^n} + f_{g,de}^{n-1} \frac{\bar{\psi}_{gxd}^{n-1} \bar{\psi}_{gye}^{n-1}}{\bar{\phi}_{g-1}^n} + f_{g,dd}^{m-1} \frac{\bar{\psi}_{gxd}^{m-1} \bar{\psi}_{gyd}^{m-1}}{\bar{\phi}_g^{m-1}} + f_{g,ed}^m \frac{\bar{\psi}_{gxe}^m \bar{\psi}_{gyd}^m}{\bar{\phi}_g^m} \right], \quad (5.2)$$

onde $f_{g,s\tau}^n$ são os fatores de descontinuidade nos cantos do nodo.

Os valores médios calculados pela Equação (5.2) são valores heterogêneos. Por outro lado, desejamos obter uma distribuição de fluxo homogêneo nas faces dos nodos

e desta forma, temos que obter o fluxo homogêneo nos cantos do nodo. Assim, temos que

$$\bar{\varphi}_{g,ee}^n = \frac{\bar{\varphi}_{g,ee}^{n,het}}{f_{g,ee}^n}, \quad (5.3)$$

onde $f_{g,ee}^n$ é o fator de descontinuidade do canto exemplificado.

Esses fluxos nos cantos dos nodos, tanto o heterogêneo, $\bar{\varphi}_{g,s\tau}^{n,het}$, quanto o homogêneos, $\bar{\varphi}_{g,s\tau}^n$, serão usados para obter a distribuição de fluxo nas faces dos elementos combustíveis, de acordo com as especificidades de cada método apresentado nas seções a seguir.

5.2 Distribuição dos Fluxos nas Faces do Nodo Através de uma Expansão Polinomial

Para obtermos os fluxos médios nas faces das células, seguimos o que foi proposto por Pessoa et al. [14], que determinam as componentes do vetor $\vec{\psi}_{gus}^n$, para cada face do nodo, por meio de uma expansão polinomial unidimensional de quarta ordem,

$$\phi_g^n(u) = \sum_{k=0}^4 b_{g,k}^n u^k. \quad (5.4)$$

Os coeficientes $b_{g,k}^n$ são determinados usando os valores de fluxos heterogêneos médios nas faces, $\bar{\psi}_{gus}^{n,het}$, advindos do cálculo nodal, e os valores de fluxos nos cantos do nodo, $\bar{\varphi}_{g,s\tau}^{n,het}$, descritos na Seção 5.1, previamente, calculados como condições para obter os coeficientes $b_{g,k}^n$.

A Figura 5.2 mostra os valores utilizados para determinar os coeficientes $b_{g,k}^n$ na perspectiva dos nodos de malha grossa ($n-1, n, n+1$).

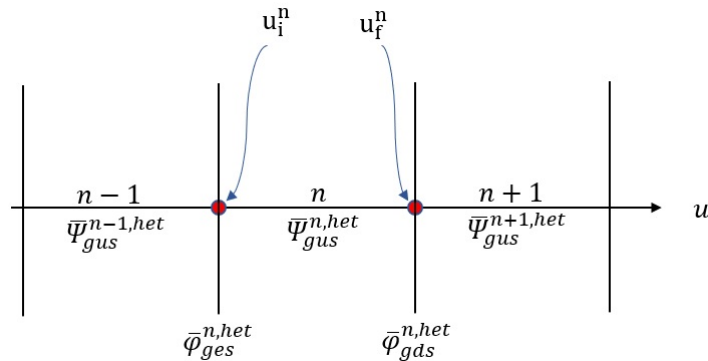


Figura 5.2: Representação dos valores usados para determinar os coeficientes da expansão

Para determinar os coeficientes da expansão, devemos impor as seguintes condições:

$$\frac{1}{u_f^n - u_i^n} \int_{u_i^n}^{u_f^n} \phi_g^n(u) du = \bar{\psi}_{gus}^{n,het} \quad (5.5)$$

e

$$\phi_g^n(u_s^n) = \bar{\varphi}_{g,s\tau}^{n,het}. \quad (5.6)$$

E, portanto, os coeficientes são determinados como se segue:

$$b_{g,0}^n = \frac{1}{192}(\bar{\psi}_{gus}^{n-1,het} - \bar{\psi}_{gus}^{n+1,het}) - \frac{9}{32}(\bar{\varphi}_{g,es}^{n,het} - \bar{\varphi}_{g,ds}^{n,het}) + \frac{149}{96}\bar{\psi}_{gus}^{n,het}, \quad (5.7)$$

$$b_{g,1}^n = \frac{10}{8}(\bar{\varphi}_{g,ds}^{n,het} - \bar{\varphi}_{g,es}^{n,het}) + \frac{1}{8}(\bar{\psi}_{gus}^{n-1,het} - \bar{\psi}_{gus}^{n+1,het}), \quad (5.8)$$

$$b_{g,2}^n = \frac{30}{8}(\bar{\varphi}_{g,es}^{n,het} - \bar{\varphi}_{g,ds}^{n,het}) - \frac{1}{8}(\bar{\psi}_{gus}^{n-1,het} + 58\bar{\psi}_{gus}^{n,het} + \bar{\psi}_{gus}^{n+1,het}), \quad (5.9)$$

$$b_{g,3}^n = (\bar{\varphi}_{g,es}^{n,het} - \bar{\varphi}_{g,ds}^{n,het}) + \frac{1}{2}(\bar{\psi}_{gus}^{n+1,het} - \bar{\psi}_{gus}^{n-1,het}), \quad (5.10)$$

$$b_{g,4}^n = \frac{5}{12}(\bar{\psi}_{gus}^{n-1,het} + 10\bar{\psi}_{gus}^{n,het} + \bar{\psi}_{gus}^{n+1,het}) - \frac{5}{2}(\bar{\varphi}_{g,es}^{n,het} + \bar{\varphi}_{g,ds}^{n,het}). \quad (5.11)$$

Vale ressaltar que as Equações (5.7) a (5.11) usam os fluxos heterogêneos médios nas faces, uma vez que estes obedecem à condição de continuidade.

Dessa forma, as componentes do vetor $\vec{\psi}_{gus}^n$ podem ser obtidas integrando a expansão, mostrada na Equação (5.4), nas faces das células que estão no contorno do nodo, conforme pode ser visto na Figura 2.3,

$$\bar{\psi}_{gus}^{i,j,het} = \frac{1}{a_u^k} \int_{a_u^k}^{a_u^{k+1}} \phi_g^n(u_s) du. \quad (5.12)$$

onde se $u = \begin{cases} x, \text{ então} & k = j \\ y, \text{ então} & k = i, \end{cases} \quad s = e, d.$

Para o método de reconstrução proposto, estamos interessados nas distribuições de fluxos nas faces geradas por valores determinados com parâmetros nucleares homogêneos. Portanto, o método de reconstrução proposto necessita de condições de contorno homogêneas e, para isso,

$$\bar{\psi}_{gus}^{i,j,n} = \frac{\bar{\psi}_{gus}^{i,j,het}}{f_{gus}^n}, \quad (5.13)$$

onde f_{gus}^n são os fatores de descontinuidade nas faces do nodo, oriundos do processo de homogeneização.

5.3 Distribuição dos Fluxos nas Faces do EC Usando a Solução Analítica

Partindo da equação da continuidade bidimensional para dois grupos de energia (2.5), e usando a lei de Fick (2.11), considerando $\chi_1 = 1$ e $\chi_2 = 0$ e sem *up-scattering*, obtemos a equação de difusão de nêutrons para cada grupo de energia. Assim, temos que

$$-\bar{D}_1^n \sum_{u=x,y} \frac{\partial^2}{\partial u^2} \phi_1^n(x,y) + \bar{\Sigma}_{R1}^n \phi_1^n(x,y) = \frac{1}{k_{eff}} \bar{\nu} \bar{\Sigma}_{f1}^n \phi_1^n(x,y) + \frac{1}{k_{eff}} \bar{\nu} \bar{\Sigma}_{f2}^n \phi_2^n(x,y) \quad (5.14)$$

e

$$-\bar{D}_2^n \sum_{u=x,y} \frac{\partial^2}{\partial u^2} \phi_2^n(x,y) + \bar{\Sigma}_{R2}^n \phi_2^n(x,y) = \bar{\Sigma}_{s21}^n \phi_1^n(x,y). \quad (5.15)$$

Em forma matricial, temos

$$\sum_{u=x,y} \frac{\partial^2}{\partial u^2} \underbrace{\begin{pmatrix} \phi_1^n(x,y) \\ \phi_2^n(x,y) \end{pmatrix}}_{\vec{\phi}^n(x,y)} = \underbrace{\begin{pmatrix} [-\frac{\bar{\nu} \bar{\Sigma}_{f1}^n}{k_{eff}} + \bar{\Sigma}_{R1}^n] / \bar{D}_1^n & [-\frac{\bar{\nu} \bar{\Sigma}_{f2}^n}{k_{eff}}] / \bar{D}_1^n \\ -\bar{\Sigma}_{s21}^n / \bar{D}_2^n & \bar{\Sigma}_{R2}^n / \bar{D}_2^n \end{pmatrix}}_{\equiv A} \begin{pmatrix} \phi_1^n(x,y) \\ \phi_2^n(x,y) \end{pmatrix}. \quad (5.16)$$

Então, tomando as condições de contorno, a solução analítica da Equação (5.16) pode ser determinada da seguinte forma:

$$\vec{\phi}^n(x,y) \equiv R \vec{\xi}^n(x,y), \quad (5.17)$$

onde

$$\vec{\xi}^n(x,y) \equiv \begin{pmatrix} \xi_1^n(x,y) \\ \xi_2^n(x,y) \end{pmatrix}. \quad (5.18)$$

Substituindo a Equação (5.17) na Equação (5.16), temos

$$\sum_{u=x,y} \frac{\partial^2}{\partial u^2} R \vec{\xi}^n(x,y) = A R \vec{\xi}^n(x,y), \quad (5.19)$$

onde R é denominada matriz de transformação de similaridade e é responsável por diagonalizar a matriz A , [28].

Desta forma, existe R^{-1} tal que

$$\sum_{u=x,y} \frac{\partial^2}{\partial u^2} \vec{\xi}^n(x,y) = R^{-1} A R \vec{\xi}^n(x,y), \quad (5.20)$$

onde $R^{-1} A R = \text{dig}(\lambda_1, \lambda_2)$ e λ_1 e λ_2 são os autovalores associados ao seguinte problema de autovalor

$$A \vec{r}_k = \lambda_k \vec{r}_k, \quad (5.21)$$

onde

$$\vec{r}_k \equiv \begin{bmatrix} r_{1k} & r_{2k} \end{bmatrix}^T \quad (5.22)$$

são os autovetores associados aos autovalores λ_k , para $k = 1, 2$.

Os autovalores associados à matriz A são

$$\lambda_1 = (-b + \sqrt{b^2 - 4ac})/2a \quad (5.23)$$

e

$$\lambda_2 = (-b - \sqrt{b^2 - 4ac})/2a \quad (5.24)$$

com

$$a = \bar{D}_1^n \bar{D}_2^n, \quad (5.25)$$

$$b = \frac{\nu \bar{\Sigma}_{f1}^n \bar{D}_2^n}{k_{eff}} - (\bar{\Sigma}_{R1}^n \bar{D}_2^n + \bar{\Sigma}_{R2}^n \bar{D}_1^n) \quad (5.26)$$

e

$$c = \bar{\Sigma}_{R1}^n \bar{\Sigma}_{R2}^n - \frac{\nu \bar{\Sigma}_{f1}^n \bar{\Sigma}_{R2}^n + \nu \bar{\Sigma}_{f2}^n \bar{\Sigma}_{21}^n}{k_{eff}}. \quad (5.27)$$

Por outro lado, as componentes do vetor \vec{r}_k são os elementos da matriz de transformação de similaridade, R , da forma que segue fazendo $r_{1k} = 1$ e $r_{2k} = -\frac{\bar{\Sigma}_{21}}{\bar{\Sigma}_{R2} - \lambda_k \bar{D}_2}$, para $k = 1, 2$. Assim, temos que

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ r_{21} & r_{22} \end{pmatrix} \quad (5.28)$$

e

$$R^{-1} \equiv \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{pmatrix}, \quad (5.29)$$

onde

$$q_{11} = \frac{r_{22}}{(r_{22} - r_{21})}, \quad (5.30)$$

$$q_{12} = -\frac{1}{(r_{22} - r_{21})}, \quad (5.31)$$

$$q_{21} = -\frac{r_{21}}{(r_{22} - r_{21})} \quad (5.32)$$

e

$$q_{22} = -\frac{1}{(r_{22} - r_{21})}. \quad (5.33)$$

Portanto, obtemos

$$\nabla^2 \xi_k^n(x, y) - \lambda_k \xi_k^n(x, y) = 0, \quad (5.34)$$

cuja solução é

$$\xi_k^n(x, y) = \sum_{i=1}^I \left\{ A_{ki} sn(\beta_k [\alpha_{xi}x + \alpha_{yi}y]) + B_{ki} cs(\beta_k [\alpha_{xi}x + \alpha_{yi}y]) \right\}, \quad (5.35)$$

com $\beta_k \equiv \sqrt{|\lambda_k|}$ e $\alpha_{xi}^2 + \alpha_{yi}^2 = 1$, para todo $i = 1, \dots, I$, sendo $\alpha_{xi} = \cos \theta_i$ e $\alpha_{yi} = \sin \theta_i$. Além disso,

$$sn \equiv \begin{cases} sen & \text{se } \lambda_k < 0 \\ senh & \text{se } \lambda_k > 0 \end{cases} \quad (5.36)$$

e

$$cs \equiv \begin{cases} \cos & \text{se } \lambda_k < 0 \\ \cosh & \text{se } \lambda_k > 0 \end{cases}. \quad (5.37)$$

Os valores de θ_i e I são determinados com as informações disponíveis no contorno do domínio do nodo, conforme exemplificado na Figura 5.3. Já, a Tabela 5.1 mostra esses valores, e também os valores de α_{xi} e α_{yi} necessários para os cálculos de $\xi_k^n(x, y)$. Vale ressaltar que os eixos x e y estão dispostos conforme a Figura 5.4.

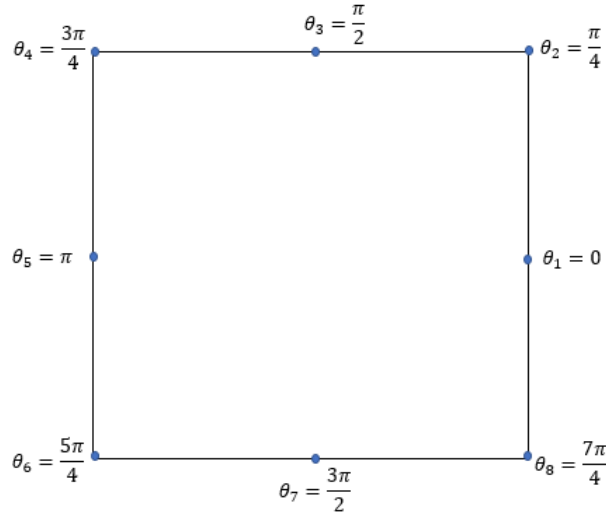


Figura 5.3: Informações no contorno do elemento combustível

Tabela 5.1: Informações para determinar os $\xi_k^n(x, y)$

| i | θ_i | α_{xi} | α_{yi} |
|-----|------------|---------------|---------------|
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 2 | $\pi/4$ | $\sqrt{2}/2$ | $\sqrt{2}/2$ |
| 3 | $\pi/2$ | 0 | 1 |
| 4 | $3\pi/4$ | $-\sqrt{2}/2$ | $\sqrt{2}/2$ |
| 5 | π | -1 | 0 |
| 6 | $5\pi/4$ | $-\sqrt{2}/2$ | $-\sqrt{2}/2$ |
| 7 | $3\pi/4$ | 0 | -1 |
| 8 | $7\pi/4$ | $\sqrt{2}/2$ | $-\sqrt{2}/2$ |

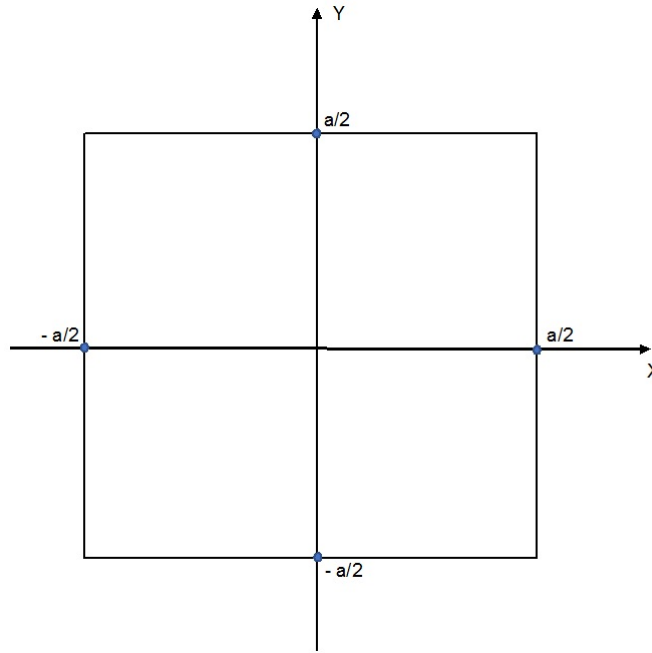


Figura 5.4: Disposição dos eixos x e y no elemento combustível

Com base nas informações da Tabela 5.1 e fazendo uso das relações trigonométricas $sen(a \pm b)$, $cos(a \pm b)$, $senh(a \pm b)$ e $cosh(a \pm b)$, obtemos

$$\begin{aligned}
 \xi_k^n(x, y) = & C_{1k}sn(\beta_k x) + C_{2k}cs(\beta_k x) + C_{3k}sn(\beta_k y) + C_{4k}cs(\beta_k y) + \\
 & C_{5k}sn\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\beta_k x\right)sn\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\beta_k y\right) + C_{6k}cs\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\beta_k x\right)cs\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\beta_k y\right) + \\
 & C_{7k}sn\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\beta_k x\right)cs\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\beta_k y\right) + C_{8k}cs\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\beta_k x\right)sn\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\beta_k y\right). \quad (5.38)
 \end{aligned}$$

onde sn é dado pela Equação (5.36) e cs na Equação (5.37).

Assim, temos que

$$\begin{pmatrix} \phi_1^n(x, y) \\ \phi_2^n(x, y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ r_{21} & r_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_1^n(x, y) \\ \xi_2^n(x, y) \end{pmatrix}, \quad (5.39)$$

onde

$$\phi_1^n(x, y) = \xi_1^n(x, y) + \xi_2^n(x, y) \quad (5.40)$$

e

$$\phi_2^n(x, y) = r_{21}\xi_1^n(x, y) + r_{22}\xi_2^n(x, y). \quad (5.41)$$

Portanto, tem-se para cada k ($= 1, 2$) um total de 8 coeficientes a determinar, os quais sejam, C_{ik} , para $i = 1, \dots, 8$. Para determiná-los, devemos impor as condições de fluxo homogêneo nos cantos do nodo n , $\phi_g^n(x_\delta, y_\tau) = \bar{\varphi}_{g,s\tau}^n$ com $s, \tau = e, d$ e as correntes líquidas nas faces do nodo,

$$-\bar{D}_g \frac{d}{du} \left(\frac{1}{a} \int_{-a/2}^{a/2} \phi_g^n(u, v) dv \right) \Big|_{u=u_s} = \bar{J}_{gus}^n, \quad (5.42)$$

com $u = x, y$ e $s = e, d$ para cada elemento combustível (ou nodo n) com

$$x_s \text{ (ou } y_\tau) = \begin{cases} -a/2; & \text{para } s \text{ (ou } \tau) = e \\ a/2; & \text{para } s \text{ (ou } \tau) = d \end{cases}. \quad (5.43)$$

Nas próximas seções, mostraremos as equações que compõem o sistema para determinar os 8 coeficientes C_{ik} , para cada k , da Equação 5.38, das quais 4 equações serão determinadas usando como condição de contorno o fluxo homogêneo nos cantos do nodo, conforme mostrado na Seção 5.3.1. E as outras, 4 equações, serão determinadas usando as correntes líquidas das faces do nodo, conforme mostrado na Seção 5.3.2.

5.3.1 Equações Usando os Fluxos nos Cantos

Para determinar os 8 coeficientes da Equação (5.38), 4 equações vem do uso das condições de fluxo nos cantos de cada elemento combustível, conforme a Figura 5.5, da seguinte forma:

$$\xi_k^n(x_s, y_\tau) = \sum_{g=1}^2 q_{kg} \phi_g^n(x_s, y_\tau) = \sum_{g=1}^2 q_{kg} \bar{\varphi}_{g,s\tau}^n. \quad (5.44)$$

Os fluxos nos cantos $\bar{\varphi}_{g,s\tau}^n$ com $s, \tau = e, d$ foram determinados usando o método descrito na Seção 5.1. Uma vez calculados os fluxos homogêneos para cada canto, $\bar{\varphi}_{g,s\tau}^n$, do EC podemos calcular $\xi_k^n(x_s, y_\tau)$ onde $s, \tau = e, d$ da seguinte forma

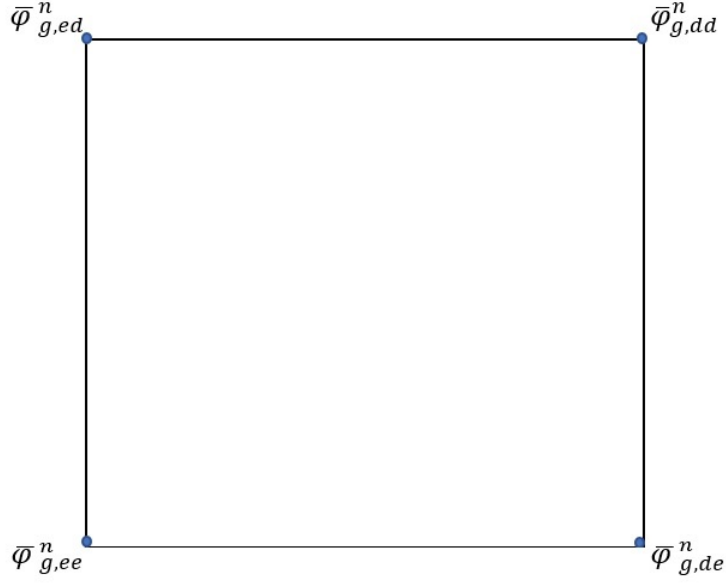


Figura 5.5: Fluxo homogêneo nos cantos do EC

$$\begin{aligned}
\sum_{g=1}^2 q_{kg} \phi_g^n(-a/2, -a/2) &= -sn(a/2\beta_k)C_{1k} + cs(a/2\beta_k)C_{2k} - sn(a/2\beta_k)C_{3k} + cs(a/2\beta_k)C_{4k} \\
&\quad + sn(\sqrt{2}a/4\beta_k)sn(\sqrt{2}a/4\beta_k)C_{5k} + cs(\sqrt{2}a/4\beta_k)cs(\sqrt{2}a/4\beta_k)C_{6k} \\
&\quad - sn(\sqrt{2}a/4\beta_k)cs(\sqrt{2}a/4\beta_k)C_{7k} - cs(\sqrt{2}a/4\beta_k)sn(\sqrt{2}a/4\beta_k)C_{8k} \\
&= \sum_{g=1}^2 q_{kg} \bar{\varphi}_{g,ee}^n \tag{5.45}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{g=1}^2 q_{kg} \phi_g^n(a/2, -a/2) &= sn(a/2\beta_k)C_{1k} + cs(a/2\beta_k)C_{2k} - sn(a/2\beta_k)C_{3k} + cs(a/2\beta_k)C_{4k} \\
&\quad - sn(\sqrt{2}a/4\beta_k)sn(\sqrt{2}a/4\beta_k)C_{5k} + cs(\sqrt{2}a/4\beta_k)cs(\sqrt{2}a/4\beta_k)C_{6k} \\
&\quad + sn(\sqrt{2}a/4\beta_k)cs(\sqrt{2}a/4\beta_k)C_{7k} - cs(\sqrt{2}a/4\beta_k)sn(\sqrt{2}a/4\beta_k)C_{8k} \\
&= \sum_{g=1}^2 q_{kg} \bar{\varphi}_{g,de}^n \tag{5.46}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{g=1}^2 q_{kg} \phi_g^n(-a/2, a/2) &= -sn(a/2\beta_k)C_{1k} + cs(a/2\beta_k)C_{2k} + sn(a/2\beta_k)C_{3k} + cs(a/2\beta_k)C_{4k} \\
&\quad -sn(\sqrt{2}a/4\beta_k)sn(\sqrt{2}a/4\beta_k)C_{5k} + cs(\sqrt{2}a/4\beta_k)cs(\sqrt{2}a/4\beta_k)C_{6k} \\
&\quad -sn(\sqrt{2}a/4\beta_k)cs(\sqrt{2}a/4\beta_k)C_{7k} + cs(\sqrt{2}a/4\beta_k)sn(\sqrt{2}a/4\beta_k)C_{8k} \\
&= \sum_{g=1}^2 q_{kg} \bar{\varphi}_{g,ed}^n \tag{5.47}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{g=1}^2 q_{kg} \phi_g^n(a/2, a/2) &= +sn(a/2\beta_k)C_{1k} + cs(a/2\beta_k)C_{2k} + sn(a/2\beta_k)C_{3k} + cs(a/2\beta_k)C_{4k} \\
&\quad +sn(\sqrt{2}a/4\beta_k)sn(\sqrt{2}a/4\beta_k)C_{5k} + cs(\sqrt{2}a/4\beta_k)cs(\sqrt{2}a/4\beta_k)C_{6k} \\
&\quad +sn(\sqrt{2}a/4\beta_k)cs(\sqrt{2}a/4\beta_k)C_{7k} + cs(\sqrt{2}a/4\beta_k)sn(\sqrt{2}a/4\beta_k)C_{8k} \\
&= \sum_{g=1}^2 q_{kg} \bar{\varphi}_{g,dd}^n \tag{5.48}
\end{aligned}$$

Portanto, obtemos quatro Equações (5.45 - 5.47) para determinar os oito coeficientes da Equação (5.38), totalizando 8 coeficientes. Já, as outras, 4 equações, serão determinadas na Seção 5.3.2.

5.3.2 Equações Usando as Correntes Líquidas nas Faces

Usando as correntes líquidas nas faces dos nodos, as outras 4 equações para compor o sistema são obtidas, da seguinte forma:

$$\left. \frac{d}{du} \left(\frac{1}{a} \int_{-a/2}^{a/2} \xi_k^n(u, v) dv \right) \right|_{u=u_s} = \sum_{g=1}^2 q_{kg} \underbrace{\left. \frac{d}{du} \left(\frac{1}{a} \int_{-a/2}^{a/2} \phi_g^n(u, v) dv \right) \right|_{u=u_s}}_{\equiv \bar{\psi}_{gu}^n(u)} = \sum_{g=1}^2 q_{kg} \left. \frac{d}{du} \bar{\psi}_{gu}^n(u) \right|_{u=u_s}. \tag{5.49}$$

Então,

$$\left. \frac{d}{du} \left(\frac{1}{a} \int_{-a/2}^{a/2} \xi_k^n(u, v) dv \right) \right|_{u=u_s} = - \sum_{g=1}^2 q_{kg} \underbrace{\left(-\bar{D}_g \left. \frac{d}{du} \bar{\psi}_{gu}^n(u) \right|_{u=u_s} \right)}_{\equiv \bar{J}_{gus}^n} / \bar{D}_g \tag{5.50}$$

e portanto, temos que

$$\left. \frac{d}{du} \left(\frac{1}{a} \int_{-a/2}^{a/2} \xi_k^n(u, v) dv \right) \right|_{u=u_s} = - \sum_{g=1}^2 \left\{ q_{kg} \bar{J}_{gus}^n / \bar{D}_g \right\}, \tag{5.51}$$

onde os valores médios de correntes líquidas nas faces do nodo são obtidos do cálculo nodal. A partir da Equação (5.51) para $u = x$ temos

$$\begin{aligned} \left. \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{a} \int_{-a/2}^{a/2} \xi_k^n(x, y) dy \right) \right|_{x=\pm a/2} &= C_{1k} \frac{d}{dx} \left\{ sn(\beta_k x) \right\} \Big|_{x=\pm a/2} + C_{2k} \frac{d}{dx} \left\{ cs(\beta_k x) \right\} \Big|_{x=\pm a/2} \\ &+ \frac{2\sqrt{2}}{a\beta_k} sn\left(\frac{\sqrt{2}}{4} a\beta_k\right) \left[C_{6k} \frac{d}{dx} \left\{ cs\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \beta_k x\right) \right\} \Big|_{x=\pm a/2} + C_{7k} \frac{d}{dx} \left\{ sn\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \beta_k x\right) \right\} \Big|_{x=\pm a/2} \right]. \end{aligned} \quad (5.52)$$

Para $s = d$ e $x = \frac{a}{2}$ temos

$$\begin{aligned} - \sum_{g=1}^2 \left\{ q_{kg} \bar{J}_{gxd} / \bar{D}_g \right\} &= \beta_k cs(a\beta_k/2) C_{1k} + \beta_k sinal(\lambda_k) sn(a\beta_k/2) C_{2k} \\ &+ \frac{2}{a} sn\left(\frac{\sqrt{2}}{4} a\beta_k\right) \left[sinal(\lambda_k) sn\left(\frac{\sqrt{2}}{4} a\beta_k\right) C_{6k} + cs\left(\frac{\sqrt{2}}{4} a\beta_k\right) C_{7k} \right]. \end{aligned} \quad (5.53)$$

e para $s = e$ e $x = -\frac{a}{2}$ temos

$$\begin{aligned} - \sum_{g=1}^2 \left\{ q_{kg} \bar{J}_{gxe} / \bar{D}_g \right\} &= \beta_k cs(a\beta_k/2) C_{1k} - \beta_k sinal(\lambda_k) sn(a\beta_k/2) C_{2k} \\ &- \frac{2}{a} sn\left(\frac{\sqrt{2}}{4} a\beta_k\right) \left[sinal(\lambda_k) sn\left(\frac{\sqrt{2}}{4} a\beta_k\right) C_{6k} + cs\left(\frac{\sqrt{2}}{4} a\beta_k\right) C_{7k} \right]. \end{aligned} \quad (5.54)$$

E para $u = y$ temos

$$\begin{aligned} \left. \frac{d}{dy} \left(\frac{1}{a} \int_{-a/2}^{a/2} \xi_k^n(x, y) dx \right) \right|_{y=\pm a/2} &= C_{3k} \frac{d}{dy} \left\{ sn(\beta_k y) \right\} \Big|_{y=\pm a/2} + C_{4k} \frac{d}{dy} \left\{ cs(\beta_k y) \right\} \Big|_{y=\pm a/2} \\ &+ \frac{2\sqrt{2}}{a\beta_k} sn\left(\frac{\sqrt{2}}{4} a\beta_k\right) \left[C_{6k} \frac{d}{dy} \left\{ cs\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \beta_k y\right) \right\} \Big|_{y=\pm a/2} + C_{8k} \frac{d}{dy} \left\{ sn\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \beta_k y\right) \right\} \Big|_{y=\pm a/2} \right]. \end{aligned} \quad (5.55)$$

Para $s = d$ e $y = \frac{a}{2}$ temos

$$\begin{aligned} - \sum_{g=1}^2 \left\{ q_{kg} \bar{J}_{gyd} / \bar{D}_g \right\} &= \beta_k cs(a\beta_k/2) C_{3k} + \beta_k sinal(\lambda_k) sn(a\beta_k/2) C_{4k} \\ &+ \frac{2}{a} sn\left(\frac{\sqrt{2}}{4} a\beta_k\right) \left[sinal(\lambda_k) sn\left(\frac{\sqrt{2}}{4} a\beta_k\right) C_{6k} + cs\left(\frac{\sqrt{2}}{4} a\beta_k\right) C_{8k} \right]. \end{aligned} \quad (5.56)$$

e para $s = e$ e $x = -\frac{a}{2}$ temos

$$-\sum_{g=1}^2 \left\{ q_{kg} \bar{J}_{gye}^n / \bar{D}_g \right\} = \beta_k cs(a\beta_k/2) C_{3k} - \beta_k \text{snal}(\lambda_k) \text{sn}(a\beta_k/2) C_{4k} \\ - \frac{2}{a} \text{sn}\left(\frac{\sqrt{2}}{4} a\beta_k\right) \left[\text{snal}(\lambda_k) \text{sn}\left(\frac{\sqrt{2}}{4} a\beta_k\right) C_{6k} + cs\left(\frac{\sqrt{2}}{4} a\beta_k\right) C_{8k} \right]. \quad (5.57)$$

Portanto, as equações obtidas na Seção 5.3.1, e mais as equações obtidas nesta seção Equações 5.53, 5.54, 5.56 e 5.57, formam dois sistemas 8x8, um para cada k ($= 1, 2$), com os quais obtém-se os coeficientes C_{ik} para $i = 1, \dots, 8$ e $k = 1, 2$.

5.3.3 Cálculo da Distribuição dos Fluxos nas Faces

Uma vez calculados todos os coeficientes C_{ik} para $i = 1, \dots, 8$ e $k = 1, 2$, conforme descritos nas seções anteriores, obtemos as funções $\xi_k^n(x, y)$ e determinamos o fluxo $\phi_g^n(x, y)$ da seguinte forma:

$$\phi_g^n(x, y) = \sum_{k=1}^2 r_{gk} \xi_k^n(x, y). \quad (5.58)$$

Para obter as distribuições dos fluxos nas faces dos nodos, precisamos calcular os fluxos nas faces das células $\bar{\psi}_{gxs}^{i,n}$ e $\bar{\psi}_{gys}^{j,n}$ que estão localizadas nas faces dos nodos.

Para o cálculo do $\bar{\psi}_{gxs}^{i,n}$ temos:

$$\bar{\psi}_{gxs}^{i,n} = \frac{1}{a_{cel}} \int_{y_i}^{y_{i+1}} \phi_g^n(v, y) dy = \sum_{k=1}^2 r_{gk} \left(\frac{1}{a_{cel}} \int_{y_i}^{y_{i+1}} \xi_k^n(v, y) dy \right), \quad (5.59)$$

onde $v = -a/2$ para $s = e$ e $v = a/2$ para $s = d$.

Pela Equação (5.59) temos que:

$$\begin{aligned}
\bar{\psi}_{gxd}^{i,n} &= \sum_{k=1}^2 r_{gk} C_{1k} \operatorname{sn}(\beta_k a/2) + \sum_{k=1}^2 r_{gk} C_{2k} \operatorname{cs}(\beta_k a/2) \\
&+ \sum_{k=1}^2 r_{gk} C_{3k} \operatorname{sinal}(\lambda_k) \{ \operatorname{cs}(\beta_k y_{i+1}) - \operatorname{cs}(\beta_k y_i) \} / \beta_k a_{cel} \\
&+ \sum_{k=1}^2 r_{gk} C_{4k} \operatorname{sinal}(\lambda_k) \{ \operatorname{sn}(\beta_k y_{i+1}) - \operatorname{sn}(\beta_k y_i) \} / \beta_k a_{cel} \\
&+ \sum_{k=1}^2 \sqrt{2} r_{gk} C_{5k} \operatorname{sn}(\sqrt{2}a/2\beta_k) \operatorname{sinal}(\lambda_k) \{ \operatorname{cs}(\beta_k y_{i+1}) - \operatorname{cs}(\beta_k y_i) \} / \beta_k a_{cel} \\
&+ \sum_{k=1}^2 \sqrt{2} r_{gk} C_{6k} \operatorname{cs}(\sqrt{2}a/2\beta_k) \{ \operatorname{sn}(\beta_k y_{i+1}) - \operatorname{sn}(\beta_k y_i) \} / \beta_k a_{cel} \\
&+ \sum_{k=1}^2 \sqrt{2} r_{gk} C_{7k} \operatorname{sn}(\sqrt{2}a/2\beta_k) \{ \operatorname{sn}(\beta_k y_{i+1}) - \operatorname{sn}(\beta_k y_i) \} / \beta_k a_{cel} \\
&+ \sum_{k=1}^2 \sqrt{2} r_{gk} C_{8k} \operatorname{cs}(\sqrt{2}a/2\beta_k) \operatorname{sinal}(\lambda_k) \{ \operatorname{cs}(\beta_k y_{i+1}) - \operatorname{cs}(\beta_k y_i) \} / \beta_k a_{cel}, \quad (5.60)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{\psi}_{gxe}^{i,n} &= - \sum_{k=1}^2 r_{gk} C_{1k} \operatorname{sn}(\beta_k a/2) + \sum_{k=1}^2 r_{gk} C_{2k} \operatorname{cs}(\beta_k a/2) + \\
&\sum_{k=1}^2 r_{gk} C_{3k} \operatorname{sinal}(\lambda_k) \{ \operatorname{cs}(\beta_k y_{i+1}) - \operatorname{cs}(\beta_k y_i) \} / \beta_k a_{cel} \\
&+ \sum_{k=1}^2 r_{gk} C_{4k} \operatorname{sinal}(\lambda_k) \{ \operatorname{sn}(\beta_k y_{i+1}) - \operatorname{sn}(\beta_k y_i) \} / \beta_k a_{cel} \\
&- \sum_{k=1}^2 \sqrt{2} r_{gk} C_{5k} \operatorname{sn}(\sqrt{2}a/2\beta_k) \operatorname{sinal}(\lambda_k) \{ \operatorname{cs}(\beta_k y_{i+1}) - \operatorname{cs}(\beta_k y_i) \} / \beta_k a_{cel} \\
&+ \sum_{k=1}^2 \sqrt{2} r_{gk} C_{6k} \operatorname{cs}(\sqrt{2}a/2\beta_k) \{ \operatorname{sn}(\beta_k y_{i+1}) - \operatorname{sn}(\beta_k y_i) \} / \beta_k a_{cel} \\
&- \sum_{k=1}^2 \sqrt{2} r_{gk} C_{7k} \operatorname{sn}(\sqrt{2}a/2\beta_k) \{ \operatorname{sn}(\beta_k y_{i+1}) - \operatorname{sn}(\beta_k y_i) \} / \beta_k a_{cel} \\
&+ \sum_{k=1}^2 \sqrt{2} r_{gk} C_{8k} \operatorname{cs}(\sqrt{2}a/2\beta_k) \operatorname{sinal}(\lambda_k) \{ \operatorname{cs}(\beta_k y_{i+1}) - \operatorname{cs}(\beta_k y_i) \} / \beta_k a_{cel}. \quad (5.61)
\end{aligned}$$

Para o cálculo do $\bar{\psi}_{gys}^j$ temos:

$$\bar{\psi}_{gys}^{j,n} = \frac{1}{a_{cel}} \int_{x_i}^{x_{i+1}} \phi_g^n(x, v) dx = \sum_{k=1}^2 r_{gk} \left(\frac{1}{a_{cel}} \int_{x_i}^{x_{i+1}} \xi_g^n(x, v) dx \right) \quad (5.62)$$

onde $v = -a/2$ para $s = e$ e $v = a/2$ para $s = d$

Pela Equação (5.62) temos que:

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_{gyd}^{j,n} &= \sum_{k=1}^2 r_{gk} C_{1k} \text{ sinal}(\lambda_k) \{cs(\beta_k x_{i+1}) - cs(\beta_k x_i)\} / \beta_k a_{cel} \\ &+ \sum_{k=1}^2 r_{gk} C_{2k} \text{ sinal}(\lambda_k) \{sn(\beta_k x_{i+1}) - sn(\beta_k x_i)\} / \beta_k a_{cel} \\ &+ \sum_{k=1}^2 r_{gk} C_{3k} sn(\beta_k a/2) + \sum_{k=1}^2 r_{gk} C_{4k} cs(\beta_k a/2) \\ &+ \sum_{k=1}^2 \sqrt{2} r_{gk} C_{5k} sn(\sqrt{2}a/2\beta_k) \text{ sinal}(\lambda_k) \{cs(\beta_k x_{i+1}) - cs(\beta_k x_i)\} / \beta_k a_{cel} \\ &+ \sum_{k=1}^2 \sqrt{2} r_{gk} C_{6k} cs(\sqrt{2}a/2\beta_k) \{sn(\beta_k x_{i+1}) - sn(\beta_k x_i)\} / \beta_k a_{cel} \\ &+ \sum_{k=1}^2 \sqrt{2} r_{gk} C_{7k} cs(\sqrt{2}a/2\beta_k) \text{ sinal}(\lambda_k) \{cs(\beta_k x_{i+1}) - cs(\beta_k x_i)\} / \beta_k a_{cel} \\ &+ \sum_{k=1}^2 \sqrt{2} r_{gk} C_{8k} sn(\sqrt{2}a/2\beta_k) \{sn(\beta_k x_{i+1}) - sn(\beta_k x_i)\} / \beta_k a_{cel}, \end{aligned} \quad (5.63)$$

$$\begin{aligned}
\bar{\psi}_{gye}^{j,n} = & \sum_{k=1}^2 r_{gk} C_{1k} \text{sinal}(\lambda_k) \{cs(\beta_k x_{i+1}) - cs(\beta_k x_i)\} / \beta_k a_{cel} \\
& + \sum_{k=1}^2 r_{gk} C_{2k} \text{sinal}(\lambda_k) \{sn(\beta_k x_{i+1}) - sn(\beta_k x_i)\} / \beta_k a_{cel} \\
& - \sum_{k=1}^2 r_{gk} C_{3k} sn(\beta_k a/2) + \sum_{k=1}^2 r_{gk} C_{4k} cs(\beta_k a/2) \\
- \sum_{k=1}^2 & \sqrt{2} r_{gk} C_{5k} sn(\sqrt{2}a/2\beta_k) \text{sinal}(\lambda_k) \{cs(\beta_k x_{i+1}) - cs(\beta_k x_i)\} / \beta_k a_{cel} \\
& + \sum_{k=1}^2 \sqrt{2} r_{gk} C_{6k} cs(\sqrt{2}a/2\beta_k) \{sn(\beta_k x_{i+1}) - sn(\beta_k x_i)\} / \beta_k a_{cel} \\
+ \sum_{k=1}^2 & \sqrt{2} r_{gk} C_{7k} cs(\sqrt{2}a/2\beta_k) \text{sinal}(\lambda_k) \{cs(\beta_k x_{i+1}) - cs(\beta_k x_i)\} / \beta_k a_{cel} \\
- \sum_{k=1}^2 & \sqrt{2} r_{gk} C_{8k} sn(\sqrt{2}a/2\beta_k) \{sn(\beta_k x_{i+1}) - sn(\beta_k x_i)\} / \beta_k a_{cel}. \quad (5.64)
\end{aligned}$$

Dessa forma, obtém-se a distribuição de fluxos nas faces dos nodos a partir da solução analítica da equação de difusão. Assim, concluimos o capítulo relativo ao cálculo das distribuições de fluxos nas faces dos nodos.

No próximo capítulo, apresentaremos o *benchmark* utilizado para testar o método de reconstrução proposto nesta tese.

Capítulo 6

Apresentação do *Benchmark* - EPRI-9

Para analisar a precisão do método de reconstrução e, conseqüentemente, validar o método PHRM, que é a proposta desta tese, se faz necessário usar um problema *benchmark*. O *benchmark* usado foi o EPRI-9 (*Electric Power Research Institute*, vol. 9) [29], que é um reator do tipo PWR, pequeno, com simetria de um oitavo de núcleo, com condição de fluxo nulo no contorno do reator, e nos eixos de simetria a condição é a corrente líquida nula. O problema tratado tem a geometria de um quarto de núcleo, e o núcleo ativo é constituído por oito elementos combustíveis com dois diferentes enriquecimentos, elementos C1 e C2, e estes são rodeados por um *baffle* de 2,8 cm de espessura e refletor de água, conforme a Figura 6.1.

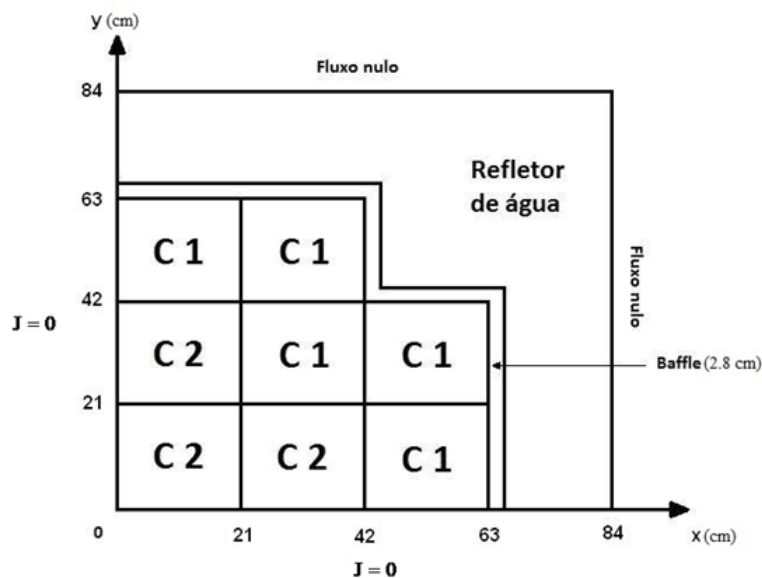


Figura 6.1: Configuração de um quarto do reator EPRI-9

Os dois tipos de elementos combustíveis estão representados na Figura 6.1 por C1 e C2 e possuem enriquecimentos diferentes, como já foi dito acima. Cada elemento combustível desse reator tem 15 x 15 células de combustíveis com dimensões de 1,4 x

1,4 cm^2 cada. A Figura 6.2 representa as células em um EC heterogêneo. As células referenciadas pelo número 1 representam as células de combustível, já as células com o número 2 representam os buracos d'água. A Tabela 6.1 mostra os dados nucleares

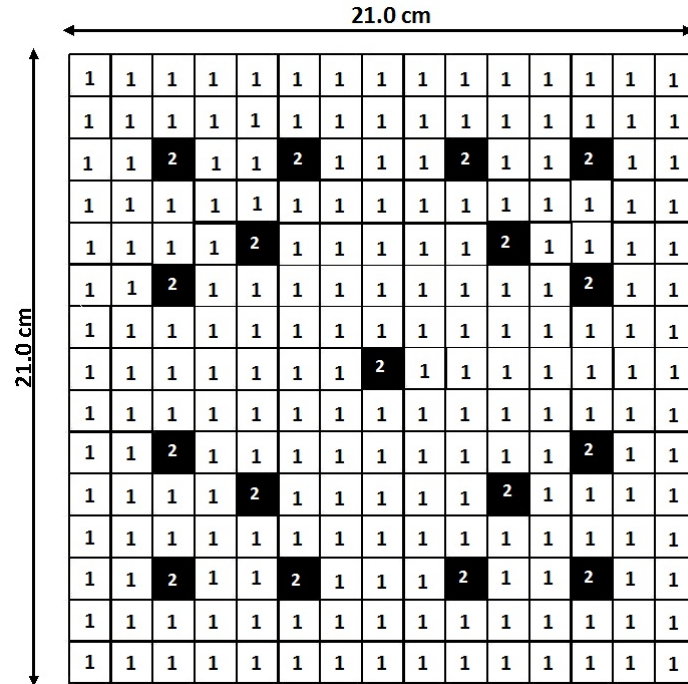


Figura 6.2: Geometria heterogênea do elemento combustível do reator EPRI-9

para as diferentes regiões que compõem o núcleo heterogêneo do reator EPRI-9.

Tabela 6.1: Dados nucleares das regiões que compõem o reator EPRI-9

| Célula de Combustível do C1 | | | | |
|------------------------------------|------------------------|---------------------------|-----------|-----------------------|
| GRUPO G | $\Sigma_{ag}(cm^{-1})$ | $\nu\Sigma_{fg}(cm^{-1})$ | $D_g(cm)$ | $\Sigma_g^*(cm^{-1})$ |
| 1 | 0,013 | 0,0065 | 1,5 | 0,02 |
| 2 | 0,18 | 0,24 | 0,4 | 0,0 |
| Célula de Combustível do C2 | | | | |
| 1 | 0,01 | 0,0050 | 1,5 | 0,02 |
| 2 | 0,15 | 0,18 | 0,4 | 0,0 |
| Baffle | | | | |
| 1 | 0,0032 | 0,0 | 1,02 | 0,0 |
| 2 | 0,146 | 0,0 | 0,335 | 0,0 |
| Água | | | | |
| 1 | 0,0010 | 0,0 | 1,7 | 0,035 |
| 2 | 0,05 | 0,0 | 0,35 | 0,0 |

onde Σ_g^* é $\Sigma_1 \equiv \Sigma_s^{1 \rightarrow 2}$ e $\Sigma_2 \equiv \Sigma_s^{2 \rightarrow 1}$.

Vale ressaltar que, os dados nucleares apresentados na Tabela 6.1 e a configuração do elemento combustível mostrada na Figura 6.2 foram usados para gerar os parâmetros nucleares (seções de choque, coeficientes de difusão e fatores de descontinuidade) usados no cálculo nodal global, e também os dados (fatores de descontinuidade e funções forma), usados na reconstrução.

A distribuição heterogênea que serviu como solução de referência, foi obtida para o *benchmark* EPRI-9 discretizando espacialmente a equação de difusão de nêutrons por diferença finitas e usando os dados nucleares apresentados na Tabela 6.1. A distribuição da densidade de potência heterogênea pino a pino dentro de cada elemento combustível, e que servirá como referência, foi calculada dividindo cada célula em 7 x 7 malhas, onde o tamanho de cada malha é 0,2 x 0,2 cm^2 , totalizando 176.400 malhas.

Parte da solução de referência gerada para este *benchmark*, bem como os resultados obtidos a partir do método de reconstrução da distribuição da densidade de potência heterogênea pino a pino, proposto nesta tese, serão apresentadas no Capítulo 8. E, no Capítulo 7 são apresentados os cálculos de homogeneização para EPRI-9 aqui descrito.

Capítulo 7

Processo de Homogeneização

Nesse capítulo, iremos abordar o método de homogeneização e apresentaremos os parâmetros nucleares homogeneizados utilizados no teste do método de reconstrução proposto nesta tese, uma vez que estamos considerando que os elementos combustíveis que compõem o núcleo do reator são homogêneos.

7.1 Conceitos Iniciais

Os elementos combustíveis que compõem o núcleo de um reator do tipo PWR, por exemplo, são constituídos por varetas combustíveis com diferentes composições de combustível, buracos d'água, barras de controle, veneno queimável, etc., ou seja, os elementos combustíveis que compõem o núcleo de um reator são heterogêneos.

O cálculo de homogeneização fornece as seções de choque e o coeficiente de difusão uniformes dentro do nodo, além dos fatores de descontinuidade e das funções forma de fluxo e de potência.

Uma vez que, estamos lidando com pequenas regiões (células) fortemente absorvedoras, os cálculos de fluxo em um elemento combustível (EC), para fins de homogeneização, devem ser feitos usando a abordagem de transporte de nêutrons. O cálculo da homogeneização do EC heterogêneo, geralmente, consiste em dois passos: primeiro, o cálculo de transporte de nêutrons de malha fina para obter a distribuição detalhada do fluxo heterogêneo dentro do EC e, depois, o cálculo das seções de choque médias homogêneas para cada de tipo de EC a partir desta distribuição detalhada de fluxo de nêutrons.

No entanto, para o caso do reator EPRI-9, os dados nucleares disponíveis são dados de difusão. O coeficiente de difusão é dado e a seção de choque total, que é usada no cálculo do transporte de nêutrons, não está disponível. Assim, para o caso do reator EPRI-9, os cálculos de homogeneização são feitos utilizando a equação de difusão de nêutrons com malha muito fina, para obter os fluxos que

serão usados na homogeneização dos diferentes tipos de EC e também das diferentes regiões constituídas pelo *baffle* + refletor.

7.2 Homogeneização do Elemento Combustível

A fim de obter as seções de choque homogêneas para o elemento combustível, é realizado o chamado cálculo de um único elemento (*single assembly*), para cada tipo de EC, no qual é utilizada corrente líquida nula nas faces do EC como condição de contorno, conforme a Figura 7.1.

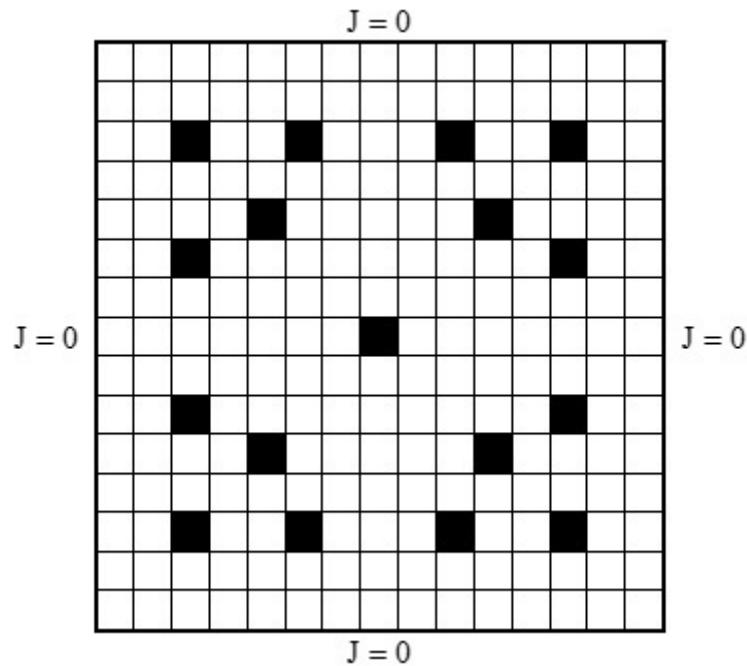


Figura 7.1: Geometria espectral para homogeneização de elemento combustível

A distribuição pino a pino de fluxo de nêutrons do problema de EC heterogêneo pode ser usada para homogeneizar o EC, ou seja, para obter os parâmetros nucleares efetivos que caracterizam o EC homogeneizado.

As seções de choque efetivas, tais como, a seção de choque de transporte média, $\bar{\Sigma}_{trg}$, a seção de choque de absorção média, $\bar{\Sigma}_{ag}$, o produto do número médio de nêutrons emitidos por fissão pela seção de choque macroscópica de fissão média no nodo, $\bar{\nu}\bar{\Sigma}_{fg}^n$, o produto da energia média liberada por fissão pela seção de choque macroscópica de fissão média no nodo, $\bar{\omega}\bar{\Sigma}_{fg}^n$ e a seção de choque média de mudança de grupo por espalhamento no nodo, $\bar{\Sigma}_{g'g}^n \equiv \bar{\Sigma}_s^{n,g \rightarrow g'}$, que caracterizam o elemento combustível homogeneizados, podem ser assim obtidas:

$$\bar{\Sigma}_{xg} \equiv \frac{\frac{1}{A_{EC}} \int_{A_{EC}} \Sigma_{xg}(x, y) \phi_g^{het}(x, y) dA}{\frac{1}{A_{EC}} \int_{A_{EC}} \phi_g^{het}(x, y) dA} \implies \quad (7.1)$$

$$\bar{\Sigma}_{xg} \equiv \frac{\sum_{i,j=1}^N \bar{\Sigma}_{xg}^{tipo(i,j)} \int_{A_{ij}} \phi_g^{het}(x, y) dA}{\sum_{i,j=1}^N \int_{A_{ij}} \phi_g^{het}(x, y) dA} \implies \quad (7.2)$$

$$\bar{\Sigma}_{xg} \equiv \frac{\sum_{i,j=1}^N \bar{\Sigma}_{xg}^{tipo(i,j)} \bar{\phi}_g^{i,j,het}}{\sum_{i,j=1}^N \bar{\phi}_g^{i,j,het}} \quad (7.3)$$

onde x representa a interação nêutron-núcleo e seção de choque $\bar{\Sigma}_{xg}$ representa $\bar{\Sigma}_{trg}$, $\bar{\Sigma}_{ag}$, $\bar{\nu}\bar{\Sigma}_{fg'}$, $\bar{\omega}\bar{\Sigma}_{fg'}$ ou $\bar{\Sigma}_{g'g}$.

As funções forma de fluxo, pino a pino, são obtidas da seguinte forma:

$$\bar{f}_g^{i,j} \equiv \frac{1}{A_{ij}} \int_{A_{ij}} f_g(x, y) dA = \frac{\bar{\phi}_g^{i,j,het}}{\bar{\phi}_g^{het}} \quad (7.4)$$

onde

$$f_g(x, y) \equiv \frac{\phi_g^{het}(x, y)}{\frac{1}{A_{EC}} \int_{A_{EC}} \phi_g^{het}(x, y) dA} \quad (7.5)$$

e

$$\bar{\phi}_g^{het} \equiv \frac{1}{A_{EC}} \int_{A_{EC}} \phi_g^{het}(x, y) dA = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N \bar{\phi}_g^{i,j,het}. \quad (7.6)$$

Já, as funções forma de potência, pino a pino, são obtidas como se segue:

$$\bar{f}_p^{i,j} \equiv \frac{1}{A_{ij}} \int_{A_{ij}} f_p(x, y) dA = \frac{\bar{p}^{i,j,het}}{\bar{p}^{het}} \quad (7.7)$$

onde

$$f_p(x, y) \equiv \frac{p^{het}(x, y)}{\frac{1}{A_{EC}} \int_{A_{EC}} p^{het}(x, y) dA} \quad (7.8)$$

e

$$\bar{p}^{het} \equiv \frac{1}{A_{EC}} \int_{A_{EC}} p^{het}(x, y) dA = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N \bar{p}^{i,j,het}. \quad (7.9)$$

E os fatores de descontinuidade nas faces do EC são obtidos como se segue:

$$f_{gus} = \frac{\bar{\psi}_{gus}^{het}}{\bar{\psi}_{gus}^{hom}}, \quad (7.10)$$

onde $\bar{\psi}^{het}$ são os fluxos médios calculados a partir da distribuição heterogênea de fluxo e são dados por

$$\bar{\psi}_{gxs}^{het} \equiv \frac{1}{a_{cel}} \int_0^{a_{cel}} \phi_g^{het}(x_s, y) dy = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \bar{\phi}_g^{i,k,het}, \quad (7.11)$$

e

$$\bar{\psi}_{gys}^{het} \equiv \frac{1}{a_{cel}} \int_0^{a_{cel}} \phi_g^{het}(x, y_s) dy = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \bar{\phi}_g^{k,j,het}, \quad (7.12)$$

$$\text{para } k = \begin{cases} 1, & \text{se } s = e \\ N, & \text{se } s = d \end{cases}.$$

E os fatores de descontinuidade nos cantos do EC são obtidos como se segue:

$$f_{gs\tau} \equiv \frac{\bar{\varphi}_{gs\tau}^{het}}{\bar{\varphi}_{gs\tau}^{hom}}, \quad (7.13)$$

com $\bar{\varphi}_{gs\tau}^{het}$ e $\bar{\varphi}_{gs\tau}^{hom}$ obtidos usando a Equação 5.1, ou seja,

$$\bar{\varphi}_{gs\tau}^{het} \equiv \frac{\bar{\psi}_{gxs}^{het} \bar{\psi}_{gys}^{het}}{\bar{\phi}_g^{het}}, \quad (7.14)$$

e

$$\bar{\varphi}_{gs\tau}^{hom} \equiv \frac{\bar{\psi}_{gxs}^{hom} \bar{\psi}_{gys}^{hom}}{\bar{\phi}_g^{hom}}. \quad (7.15)$$

Já, os $\bar{\phi}_g^{hom}$ e $\bar{\psi}_g^{hom}$ são obtidos de acordo com a Teoria da Equivalência [30], que exige que o mesmo método nodal usado no cálculo global seja utilizado na obtenção destes fluxos.

Vale ressaltar que, o coeficiente de difusão efetivo (\bar{D}_g), que caracteriza o elemento combustível homogeneizado, é dado por:

$$\bar{D}_g = \frac{1}{3\bar{\Sigma}_{trg}}. \quad (7.16)$$

7.3 Homogeneização da Região do *Baffle* + Refletor

A análise do comportamento neutrônico dos elementos combustíveis que estão próximos à região do *baffle* + refletor apresenta certas dificuldades, uma vez que o *baffle* exibe a característica de ser um forte absorvedor de nêutrons. Além disso, isótopos físséis não estão presentes no refletor. Portanto, o processo de homogeneização para regiões constituídas por *baffle* + refletor é diferente do que é feito para um único elemento.

Para o processo de homogeneização dos parâmetros nucleares da região constituída por *baffle* + refletor usamos duas configurações geométricas diferentes. A primeira, representada por uma geometria espectral da região do *baffle* + refletor na lateral do EC e, a segunda geometria espectral é a do *baffle* + refletor em forma de L [31].

A geometria espectral mostrada na Figura 7.2 é usada para obter os parâmetros nucleares efetivos que caracterizam a região do *baffle* + refletor homogeneizadas, para o caso do *baffle* na lateral do EC. Essa geometria é constituída por um conjunto formado por um elemento combustível do tipo C1 e a região do *baffle* + refletor. As condições de contorno, neste cálculo, são: a corrente líquida nula que está acima e; abaixo do conjunto e; a esquerda do EC, e fluxo nulo à direita do refletor.

Sendo $\phi_g^{het}(x, y)$ a distribuição de fluxo de nêutrons no domínio da Figura 7.2, então as seções de choque efetivas ($\bar{\Sigma}_{trg}$, $\bar{\Sigma}_{ag}$ e $\bar{\Sigma}_{g'g}$), que caracterizam a região do *baffle* + refletor homogeneizada, neste caso, são assim obtidas:

$$\bar{\Sigma}_{xg} \equiv \frac{\int_0^{a_{EC}} \int_{a_{EC}}^{2a_{EC}} \Sigma_{xg}(x, y) \phi_g^{het}(x, y) dx dy}{\int_0^{a_{EC}} \int_{a_{EC}}^{2a_{EC}} \phi_g^{het}(x, y) dx dy}. \quad (7.17)$$

A outra geometria espectral, mostrada na Figura 7.3, e chamada de configuração do mini-núcleo, é usada para obter os parâmetros nucleares efetivos que caracterizam a região do *baffle* + refletor homogeneizada, para o caso do *baffle* em forma de L. Esta configuração é constituída por três elementos combustíveis tipo C1 e a região do *baffle* + refletor em forma de L. As condições de contorno são: a corrente líquida nula nos eixos de simetria e fluxo nulo no contorno, conforme a Figura 7.3.

Se $\phi_g^{het}(x, y)$ é a distribuição de fluxo de nêutrons no domínio da configuração espectral do mini-núcleo, então as seções de choque efetivas ($\bar{\Sigma}_{trg}$, $\bar{\Sigma}_{ag}$ e $\bar{\Sigma}_{sg}$), que caracterizam a região do *baffle* + refletor homogeneizada, neste caso, são assim obtidas:

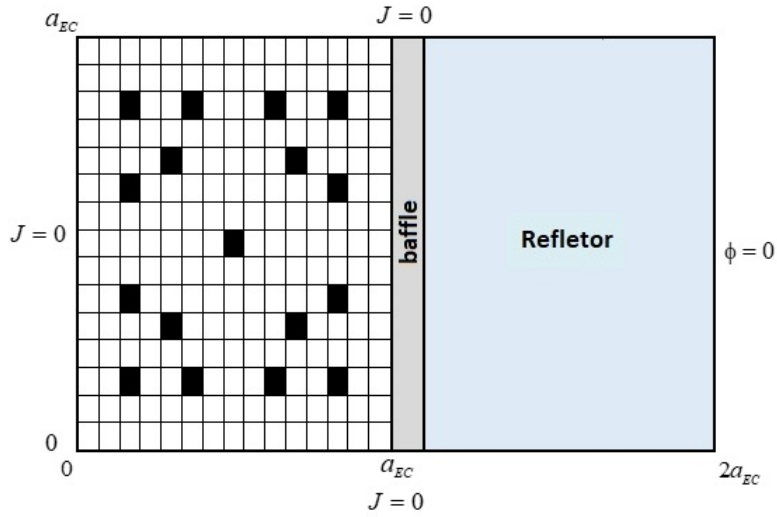


Figura 7.2: Geometria espectral para homogeneização da região de *baffle* + refletor na lateral

$$\bar{\Sigma}_{xg} \equiv \frac{\int_{a_{EC}}^{3a_{EC}} \int_{a_{EC}}^{3a_{EC}} \Sigma_{xg}(x, y) \phi_g^{het}(x, y) dx dy}{\int_{a_{EC}}^{3a_{EC}} \int_{a_{EC}}^{3a_{EC}} \phi_g^{het}(x, y) dx dy}. \quad (7.18)$$

Os fatores de descontinuidade tanto para as faces quanto para os cantos da região do

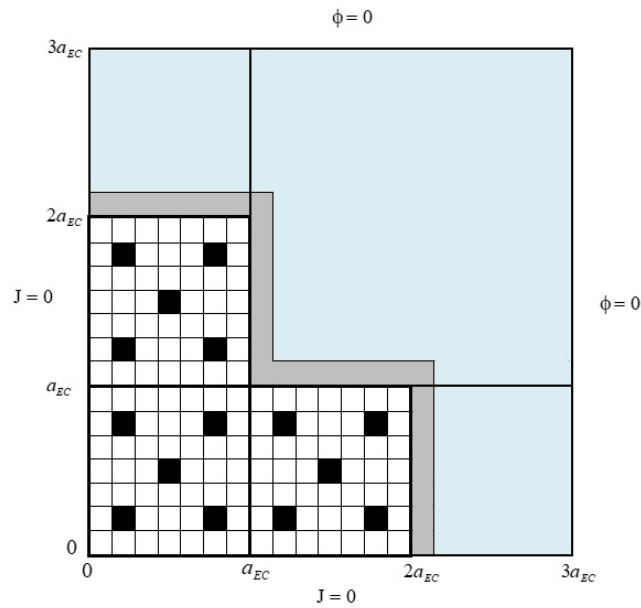


Figura 7.3: Geometria espectral para homogeneização da região de *baffle* + refletor em L

baffle + refletor, das duas geometrias espectrais, são calculados da mesma maneira como mostrado pelas Equações (7.10) e (7.13), respectivamente.

Assim concluímos os cálculos de homogeneização. Na próxima seção, apresentaremos os parâmetros nucleares que serão utilizados nos cálculos de reconstrução e que originaram destes cálculos de homogeneização.

7.4 Resultados da Homogeneização

Esta seção, visa apresentar os parâmetros nucleares efetivos e os fatores de descontinuidade, oriundos do processo de homogeneização, que serão usados no método de reconstrução proposto neste trabalho.

Os cálculos de homogeneização foram realizados para o *benchmark* EPRI-9 usando a equação de difusão de nêutrons bidimensional a dois grupos de energia discretizada por diferenças finitas com malha fina.

7.4.1 Resultados da Homogeneização para os Elementos Combustíveis

A Tabela 7.1 apresenta os parâmetros nucleares efetivos do processo de homogeneização dos elementos combustíveis do tipo 1 (C1) e elementos combustíveis do tipo 2 (C2) usando o procedimento de um único elemento, conforme descrito na Seção 7.2.

Tabela 7.1: Parâmetros nucleares homogêneos dos elementos combustíveis

| Tipo | Grupo | $\bar{\Sigma}_{ag}^n (cm^{-1})$ | $\bar{\nu}\bar{\Sigma}_{fg}^n (cm^{-1})$ | $\bar{D}_g^n (cm)$ | $\bar{\Sigma}_g^{n*} (cm^{-1})$ |
|------|-------|---------------------------------|--|--------------------|---------------------------------|
| C1 | 1 | 1,2099E-02 | 6,0122E-03 | 1,5133E+00 | 2,1126E-02 |
| | 2 | 1,6854E-01 | 2,1884E-01 | 3,9503E-01 | 0,0 |
| C2 | 1 | 9,3249E-03 | 4,6249E-03 | 1,5134E+00 | 2,1125E-02 |
| | 2 | 1,4141E-01 | 1,6453E-01 | 3,9515E-01 | 0,0 |

onde $\bar{\Sigma}_g^{n*}$ é $\bar{\Sigma}_1^n \equiv \bar{\Sigma}_s^{n,1 \rightarrow 2}$ e $\bar{\Sigma}_2^n \equiv \bar{\Sigma}_s^{n,2 \rightarrow 1}$ para um nodo arbitrário n.

A Tabela 7.2 mostram os fatores de descontinuidade nas faces dos elementos combustíveis C1 e C2.

Já, os fatores de descontinuidade nos cantos dos elementos combustíveis foram todos tomados como sendo iguais a 1.

Tabela 7.2: Fatores de descontinuidade nas faces dos elementos combustíveis

| Tipo | Grupo | $f_{gue}^n, u = x, y$ | $f_{gud}^n, u = x, y$ |
|------|-------|-----------------------|-----------------------|
| C1 | 1 | 1,00297 | 1,00297 |
| | 2 | 0,92900 | 0,92900 |
| C2 | 1 | 1,00361 | 1,00361 |
| | 2 | 0,93850 | 0,93850 |

7.4.2 Resultados da Homogeneização para a Configuração do *Baffle* + Refletor Lateral

Nesta seção, apresentamos na Tabela 7.3 os valores dos parâmetros nucleares efetivos referentes à configuração geométrica do *baffle* + refletor lateral, conforme a Figura 7.2. Designamos esta configuração geométrica do *baffle* + refletor lateral por RB 1.

Tabela 7.3: Parâmetros nucleares homogêneos da configuração geométrica da região RB 1

| Tipo | Grupo | $\bar{\Sigma}_{ag}^n (cm^{-1})$ | $\bar{\nu}\bar{\Sigma}_{fg}^n (cm^{-1})$ | $\bar{D}_g^n (cm)$ | $\bar{\Sigma}_g^{n*} (cm^{-1})$ |
|------|-------|---------------------------------|--|--------------------|---------------------------------|
| RB 1 | 1 | 1,8526E-03 | 0,0 | 1,3510E+00 | 2,1436E-02 |
| | 2 | 6,0460E-02 | 0,0 | 3,4830E-01 | 0,0000 |

E os valores dos fatores de descontinuidade usados nas faces, entre os elementos combustíveis e a região do *baffle* + refletor lateral, estão apresentados na Tabela 7.4, enquanto para as demais faces o fator de descontinuidade foi tomado como sendo igual a 1.

Tabela 7.4: Fatores de descontinuidade nas faces da região RB 1

| Tipo | Grupo | Face entre o EC e <i>baffle</i> |
|------|-------|---------------------------------|
| RB 1 | 1 | 1,16110 |
| | 2 | 0,28788 |

Já, os fatores de descontinuidade usados nos cantos, entre os elementos combustíveis e a região do *baffle* + refletor lateral, estão apresentados na Tabela 7.5, enquanto para os demais cantos o fator de descontinuidade foi tomado como sendo igual a 1.

Tabela 7.5: Fatores de descontinuidade nos cantos da região RB 1

| Tipo | Grupo | Cantos entre o EC e <i>baffle</i> |
|------|-------|-----------------------------------|
| RB 1 | 1 | 1,16309 |
| | 2 | 0,27743 |

7.4.3 Resultados da Homogeneização para a Configuração do *Baffle* + Refletor em Forma de L

Os valores dos parâmetros nucleares efetivos para configuração geométrica do *baffle* + refletor em forma de L, representada na Figura 7.3, estão apresentados na Tabela 7.6. Designamos esta configuração geométrica do *baffle* + refletor em forma de L por RB 2.

Tabela 7.6: Parâmetros nucleares homogêneos da configuração geométrica da região RB 2

| Tipo | Grupo | $\bar{\Sigma}_{ag}^n (cm^{-1})$ | $\bar{\nu}\bar{\Sigma}_{fg}^n (cm^{-1})$ | $\bar{D}_g^n (cm)$ | $\bar{\Sigma}_g^{n*} (cm^{-1})$ |
|------|-------|---------------------------------|--|--------------------|---------------------------------|
| RB 2 | 1 | 1,9140E-03 | 0,0E+00 | 1,3313E+00 | 2,0460E-02 |
| | 2 | 6,1110E-02 | 0,0E+00 | 3,4818E-01 | 0,0 |

E os valores dos fatores de descontinuidade usados nas faces, entre os elementos combustíveis e a região do *baffle* + refletor em forma de L, estão apresentados na Tabela 7.7. Já, para as demais faces o fator de descontinuidade foi tomado como sendo igual a 1.

Tabela 7.7: Fatores de descontinuidade nas faces da região RB 2

| Tipo | Grupo | Face entre o EC e <i>baffle</i> |
|------|-------|---------------------------------|
| RB 2 | 1 | 1,19270 |
| | 2 | 0,30737 |

Já, os fatores de descontinuidade nos cantos, que são gerados a partir do processo de homogeneização, usando a geometria espectral da região do *baffle* + refletor em forma de L, estão apresentados nas Tabelas 7.8 e 7.9.

A Tabela 7.8 apresenta os valores dos fatores de descontinuidade nos cantos do nó representados pelo número 5, conforme mostrado na Figura 7.4. A Tabela 7.9 mostra os fatores de descontinuidade nos cantos dos nós representados pelos 6 e 9 na Figura 7.4. Todos os demais cantos têm o valor de fator de descontinuidade tomados como sendo iguais a 1.

Portanto, concluímos a apresentação dos parâmetros nucleares efetivos e dos fatores de descontinuidade nas faces e nos cantos, os quais serão usados no método de reconstrução proposto nesta tese.

No Capítulo 8 apresentaremos os resultados obtidos com o método de reconstrução da distribuição da densidade de potência pino a pino, usando uma expansão em

Tabela 7.8: Fatores de descontinuidade nos cantos do nodo 5

| Número | Grupo | f_{gee} | f_{gde} e f_{ged} |
|--------|-------|-----------|-----------------------|
| 5 | 1 | 1,09453 | 1,08523 |
| | 2 | 0,20038 | 0,59584 |

Tabela 7.9: Fatores de descontinuidade nos cantos dos nodos 6 e 9

| Número | Grupo | f_{gee} |
|--------|-------|-----------|
| 6 e 9 | 1 | 0,88317 |
| | 2 | 0,40071 |

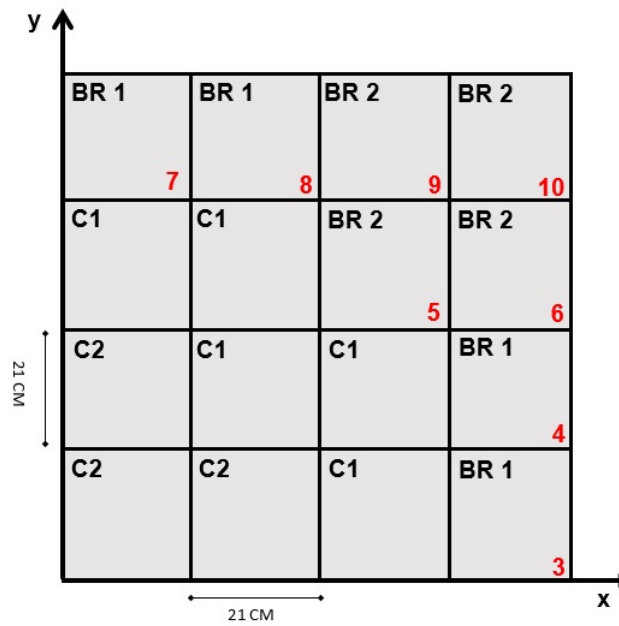


Figura 7.4: Representação das diferentes regiões em relação aos fatores de descontinuidade nas faces

pseudo-harmônicos (PHRM), aplicado ao núcleo do reator EPRI-9.

Capítulo 8

Análise dos Resultados

8.1 Considerações Iniciais

Neste capítulo, apresentamos os resultados obtidos com o método de reconstrução da distribuição da densidade de potência heterogênea pino a pino usando pseudo-harmônicos (PHRM). Esses resultados são comparados à solução de referência, gerada a partir do método de diferenças finitas com a malha fina, conforme descrito no Capítulo 6. Além disso, também apresentamos os resultados do cálculo global obtidos com método de expansão nodal (NEM).

Após os cálculos dos parâmetros nucleares homogeneizados, conforme descrito no Capítulo 7, foram gerados os pseudo-harmônicos para os elementos combustíveis, levando-se em consideração cada tipo de elemento combustível, ou seja, do tipo 1 e do tipo 2. Desta forma, divide-se o elemento combustível, para cada tipo, com a malha do tamanho da célula de combustível, ou seja, $1,4 \times 1,4 \text{ cm}^2$ totalizando 225 células por EC. Assim, temos para cada tipo de elemento combustível, 225 autovalores e 225 pseudo-harmônicos, cada um, constituído por 225 componentes.

Como já foi mencionado no Capítulo 6, o problema possui a geometria de um quarto de núcleo e, portanto, apresentamos a distribuição da densidade de potência heterogênea pino a pino para o núcleo ativo, onde numeramos os elementos combustíveis de 1 a 8, como mostrado na Figura 8.1.

O método de reconstrução PHRM usou os parâmetros nucleares efetivos e os fatores de descontinuidade nas faces e; nos cantos, apresentados no Capítulo 7. Então, para esse método de reconstrução temos duas configurações. Cada configuração, que denominamos por configuração 1 e; 2, é constituída pelos parâmetros nucleares e pelos fatores de descontinuidade. A seguir, descreveremos, em detalhes, cada configuração.

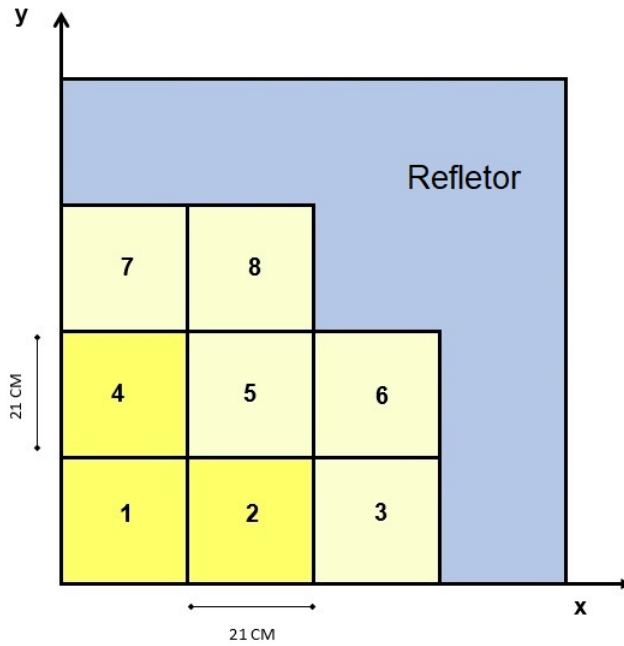


Figura 8.1: Representação dos elementos combustíveis

A configuração 1, mostrada na Figura 8.2, usa os parâmetros nucleares dos elementos combustíveis do tipo 1 e do tipo 2 e os fatores de descontinuidade nas faces, conforme apresentados nas Tabelas 7.1 e 7.2, respectivamente, e os fatores de descontinuidade nos cantos. E também usa os parâmetros nucleares da região do *baffle* + refletor lateral (região RB 1) e ; os fatores de descontinuidades nas faces e nos cantos desta região, conforme apresentados nas Tabelas 7.3, 7.4 e 7.5.

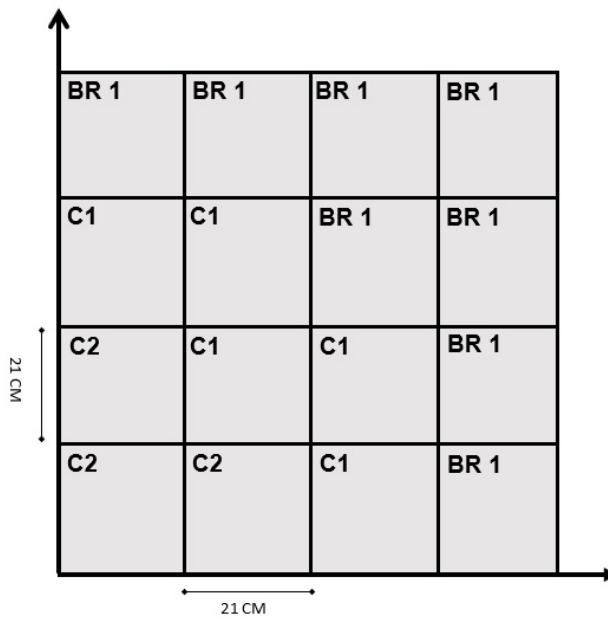


Figura 8.2: Representação da configuração 1

Já, a configuração 2, mostrada na Figura 8.3, usa os mesmos parâmetros nucleares dos elementos combustíveis e os fatores de descontinuidade nas faces e nos cantos, como já descritos na configuração 1. E também usa os parâmetros nucleares que representam a região do *baffle* + refletor em forma de L (região RB 2) e; os fatores de descontinuidade nas faces e nos cantos, conforme apresentados nas Tabelas 7.6, 7.7, 7.8 e 7.9.

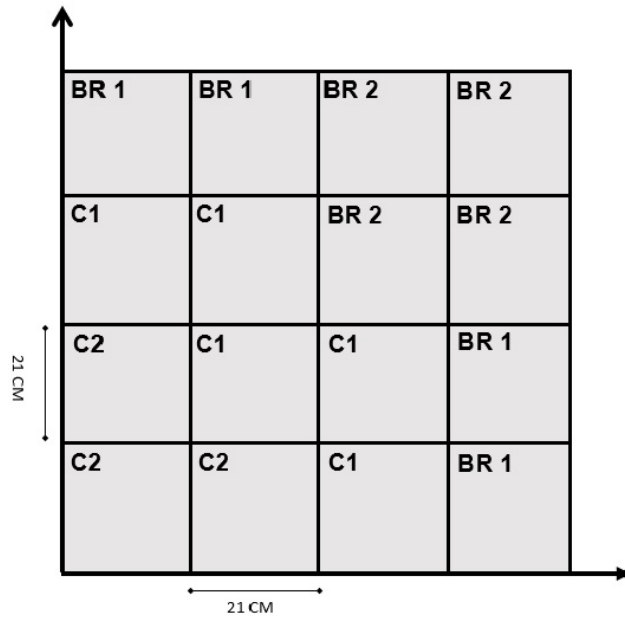


Figura 8.3: Representação da configuração 2

8.2 Resultados do NEM

Utilizamos os parâmetros nucleares, apresentados para as configurações 1 e 2, nos cálculos globais feitos com o NEM para obter, o fator de multiplicação efetivo, k_{eff} , bem como os fluxos médios heterogêneo nas faces do nodo, $\bar{\psi}_{gus}^{n,het}$, os fluxos médios homogêneos nas faces do nodo, $\bar{\psi}_{gus}^n$, as correntes líquidas médias nas faces do nodo, \bar{J}_{gus}^n , e a potência média no nodo, \bar{p}^n . Tais quantidades médias foram usadas no método de reconstrução PHRM.

Um dos quesitos fundamentais para validar um método de reconstrução é usar as quantidades médias oriundas de um método nodal altamente eficiente. Com esse intuito de demonstrar a eficiência do NEM, apresentamos nas Tabelas 8.1 e 8.3 e 8.2 e 8.4.

A Tabela 8.1 apresenta os valores do fator de multiplicação efetivo, k_{eff} , gerado pelo NEM e pelo método de diferenças finitas com malha muito fina, para a configuração 1. E, também, para configuração 1, a tabela 8.2 apresenta os valores do fator de potência de cada EC (nodo), gerada pelo NEM e pelo método de diferenças finitas, e com os respectivos desvios.

Tabela 8.1: Fatores de multiplicação e desvio - configuração 1

| Métodos | Fator de multiplicação efetivo (k_{eff}) | Desvio (%) |
|------------|--|------------|
| NEM | 0,927478 | - 0,0035 |
| MDF | 0,927511 | |

Tabela 8.2: Fator de potência e desvio - configuração 1

| | | |
|-------|-------|------------|
| 0,850 | 0,605 | NEM |
| 0,848 | 0,610 | MDF |
| 0,22 | -0,68 | Desvio (%) |
| 1,220 | 1,205 | 0,605 |
| 1,217 | 1,206 | 0,610 |
| 0,23 | -0,11 | -0,68 |
| 1,444 | 1,220 | 0,850 |
| 1,444 | 1,217 | 0,848 |
| 0,01 | 0,23 | 0,22 |

Observamos, a partir das Tabelas 8.1 e 8.2, que o método nodal NEM, que usou os parâmetros nucleares da configuração 1, é capaz de reproduzir com eficiência o fator de multiplicação e a potência média em cada EC.

Já, a Tabela 8.3 apresenta os valores do fator de multiplicação efetivo, k_{eff} , gerado pelo NEM e pelo método de diferenças finitas com malha muito fina, para a configuração 2. E, também, para configuração 2, a tabela 8.4 apresenta os valores de fator de potência de cada EC (nodo), gerada pelo NEM e pelo método de diferenças finitas, com os respectivos desvios.

Tabela 8.3: Fatores de multiplicação e desvio - configuração 2

| Métodos | Fator de multiplicação efetivo (k_{eff}) | Desvio (%) |
|---------|--|------------|
| NEM | 0,927715 | 0,0221 |
| MDF | 0,927511 | |

Tabela 8.4: Fator de potência e desvio - configuração 2

| | | |
|-------|-------|------------|
| 0,849 | 0,610 | NEM |
| 0,848 | 0,610 | MDF |
| 0,16 | 0,09 | Desvio (%) |
| 1,218 | 1,206 | 0,610 |
| 1,217 | 1,206 | 0,610 |
| 0,03 | -0,00 | 0,09 |
| 1,439 | 1,218 | 0,849 |
| 1,444 | 1,217 | 0,848 |
| -0,30 | 0,03 | 0,16 |

Nota-se das Tabelas 8.3 e 8.4, que o método nodal NEM, que usou os parâmetros nucleares da configuração 2, reproduziu com eficiência o fator de multiplicação efetivo. Por outro lado, o fator de multiplicação efetivo, gerado com o parâmetros nucleares da configuração 1 apresentou um valor melhor. Mas, para a configuração 2, a distribuição de potência média mostrou resultados melhores do que a configuração 1. De qualquer forma, tanto para os valores da configuração 1 quanto os da configuração 2, o método de expansão nodal mostrou-se ser altamente eficiente.

Então, com os valores médios oriundos do método NEM e com os dados apresentados no Capítulo 7, pode-se determinar a distribuição da densidade de potência heterogênea pino a pino através do método PHRM.

A seguir apresentaremos a normalização utilizada tanto para a solução do método de reconstrução PHRM quanto para a solução de referência, para fins de comparação.

8.3 Normalização das Densidades de Potência Reconstruída e de Referência

Após o processo de modulação e normalização, apresentado no Capítulo 4, obtemos a densidade de potência heterogênea reconstruída pino a pino para cada elemento combustível.

Para validar o método de reconstrução proposto, é necessário comparar a distribuição da densidade de potência heterogênea reconstruída, $p_{Rec}^{i,j,n}$, com a distribuição da densidade de potência da solução de referência, $p_{Ref}^{i,j,n}$.

Usa-se a normalização com esse propósito e, dessa forma, devemos calcular as constantes de normalização, K_1^n e K_2^n e aplicá-las à distribuição da densidade de

potência heterogênea reconstruída e à distribuição da densidade de potência de referência, respectivamente. Assim, obtemos as distribuições da densidade de potências normalizadas pino a pino e para cada nodo n (EC), como segue:

$$\hat{p}_{Rec/Norm}^{i,j,n} = K_1^n p_{Rec}^{i,j,n} \quad (8.1)$$

e

$$p_{Ref/Norm}^{i,j,n} = K_2^n p_{Ref}^{i,j,n}, \quad (8.2)$$

onde

$$K_1^n = \frac{1}{\sum_n \sum_{i,j=1}^N \hat{p}_{Rec}^{i,j,n} a_x^i a_y^j} \quad (8.3)$$

e

$$K_2^n = \frac{1}{\sum_n \sum_{i,j=1}^N p_{Ref}^{i,j,n} a_x^i a_y^j}, \quad (8.4)$$

pois ambas são normalizadas a 1.

Aqui $\hat{p}_{Rec/Norm}^{i,j,n}$ é a densidade de potência heterogênea reconstruída normalizada e $p_{Ref/Norm}^{i,j,n}$ é a densidade de potência heterogênea de referência normalizada de cada pino (i, j) do nodo n (EC).

Após, os cálculos de normalização, comparamos a distribuição de densidade de potência heterogênea reconstruída normalizada e a distribuição da densidade de potência de referência normalizada calculando o desvio relativo percentual (DRP) da seguinte forma:

$$DRP = \left(\frac{\hat{p}_{Ref/Norm}^{i,j,n} - p_{Ref/Norm}^{i,j,n}}{p_{Ref/Norm}^{i,j,n}} \right) \times 100\%. \quad (8.5)$$

8.4 Método PHRM Combinado com a Expansão Polinomial

Nesta seção, mostramos os resultados obtidos com o método PHRM combinado com a distribuição de fluxo nas faces de cada elemento combustível, calculada pelo método descrito na Seção 5.2. Os resultados obtidos usando a configuração 1 e 2 serão apresentados nas próximas seções.

8.4.1 PHRM com Expansão Polinomial - Configuração 1

A Tabela 8.5 apresenta os resultados obtidos pelo método PHRM combinado com a expansão polinomial usando os parâmetros nucleares homogêneos e os fatores de

descontinuidade nas faces e nos cantos dos nodos, conforme a configuração 1.

Essa tabela apresenta os resultados das densidades de potência reconstruída, obtidos pelo método PHRM, bem como, os ; de referência, obtidos por diferenças finitas, para a célula com maior desvio na posição de linha i e de coluna j , para cada EC e , também, o valor do maior desvio relativo.

Tabela 8.5: Maior desvio relativo entre as densidade de potências normalizadas para o método PHRM com expansão polinomial - configuração 1

| EC | Reconstruída | Referência | Célula (i,j) | Desvio (%) |
|----------|--------------|-------------|--------------|------------|
| 1 | 2,28708E-03 | 2,27412E-03 | (1,15) | -0,57 |
| 2 | 2,44516E-03 | 2,41319E-03 | (15,3) | -1,32 |
| 3 | 1,17016E-03 | 1,25603E-03 | (15,14) | 6,83 |
| 4 | 2,44516E-03 | 2,41319E-03 | (3,15) | -1,32 |
| 5 | 1,37575E-03 | 1,45280E-03 | (14,15) | 5,30 |
| 6 | 8,54324E-04 | 9,24783E-04 | (15,12) | 7,63 |
| 7 | 1,17016E-03 | 1,25603E-03 | (14,15) | 6,84 |
| 8 | 8,54324E-04 | 9,24783E-04 | (12,15) | 7,63 |

A partir dos resultados apresentados na Tabela 8.5, pode-se ver que o método PHRM combinado a expansão polinomial demonstrou ser um método eficiente para obter as informações detalhadas a respeito dos elementos combustíveis, uma vez que, todos os desvios apresentados são inferiores a 10%.

Os elementos combustíveis: EC1, EC2 e EC4, exibidos na Figura 8.1, mostram os menores desvios percentuais do método, para a configuração 1, o que era de se esperar, uma vez que, essas células estão localizadas nos EC mais distantes da região do *baffle* + refletor. Os desvios máximos para EC2 e EC4 são em torno de 1,3%. Chamamos a atenção para o EC1, o elemento central do núcleo, que apresenta a célula com o menor valor de desvio relativo máximo do método, cerca de 0,6%.

Por outro lado, há um aumento considerável no valor do desvio máximo nas células dos elementos combustíveis próximos à região do *baffle* + refletor. Para essas células, observa-se o quanto esta região influencia os resultados da reconstrução da densidade de potência. O elemento combustível EC5 tem um desvio máximo de cerca de 5,3%, uma vez que possui apenas um canto voltado para a região do *baffle* + refletor.

Os elementos combustíveis EC3, EC6, EC7 e EC8 sofrem maior influência da região do *baffle* + refletor e, por esse motivo, há um aumento considerável do desvio em relação aos demais elementos combustíveis. Os elementos EC3 e EC7 têm uma face em comum com a região do *baffle* + refletor, e apresentam o desvio máximo de 6,8% nas células (15,14) e (14,15), respectivamente. Já, o valor do desvio máximo do método, para a configuração 1, ocorre nos elementos combustíveis EC6 e EC8, esses com duas faces voltadas para o *baffle* + refletor. O desvio máximo é em torno

de 7,6%, localizado nas células (15,12) e (12,15), respectivamente.

A Figura 8.4 mostra, em cada célula do núcleo ativo, os desvios relativos da potência. Podemos observar, pela variação da escala de cores, que as células com os maiores desvios estão localizadas nos cantos dos elementos combustíveis próximos à região do *baffle* + refletor.

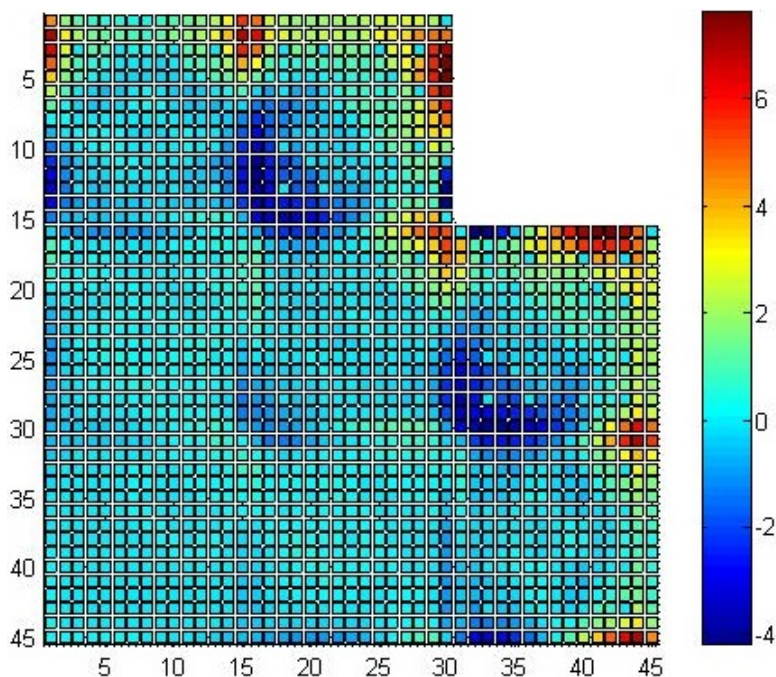


Figura 8.4: Desvios relativos do método PHRM com expansão polinomial - configuração 1, em 2D, para o reator EPRI-9

Pode-se ver também, a partir da Figura 8.4, que as células próximas ao *baffle* + refletor apresentam grandes variações de potência. Assim como, as células localizadas na periferia dos elementos combustíveis EC6 e EC8. E mesmo para as células localizadas nos EC que fazem fronteira com o *baffle* + refletor, mas que estão distantes do mesmo, a distribuição da densidade de potência não mostra grandes distorções. As grandes distorções próximas à região do *baffle* + refletor, podem ser observadas nos fatores de descontinuidade nas faces e nos cantos dos EC, conforme mostrados nas Tabelas 7.2, 7.4 e 7.5, ou seja, os fatores de descontinuidade nas faces e nos cantos, entre o EC e a região do *baffle* + refletor, apresentam valores muito diferentes em relação aos valores dos fatores de descontinuidade nas faces e nos cantos dos EC, que estão dentro do núcleo ativo. Justamente, para representar as peculiaridades desta região.

Pela Figura 8.4, observamos que há uma predominância de desvios percentuais inferiores a 1% para as células afastadas do contorno do EC.

Já a Figura 8.5 mostra, em 3D, os desvios relativos da distribuição da densidade

de potência heterogênea pino a pino com relação à referência no núcleo do reator EPRI-9. É possível observar, mais claramente, a variação entre os desvios positivos e negativos, que estão localizados na periferia do núcleo ativo e entre os elementos combustíveis. Também é possível observar as variações acentuadas dos desvios relativos na região de fronteira, entre o núcleo ativo e a região do *baffle* + refletor, o que demonstra o quanto a distribuição de potência gerada pela reconstrução, nesta região, sofre variações desordenadas. Isto ocorre devido à forte absorção de nêutrons na região próxima ao *baffle* + refletor, o que dificulta a obtenção de uma boa estimativa. Este problema é observado em outros métodos de reconstrução, como por exemplo, o método apresentado em [14].

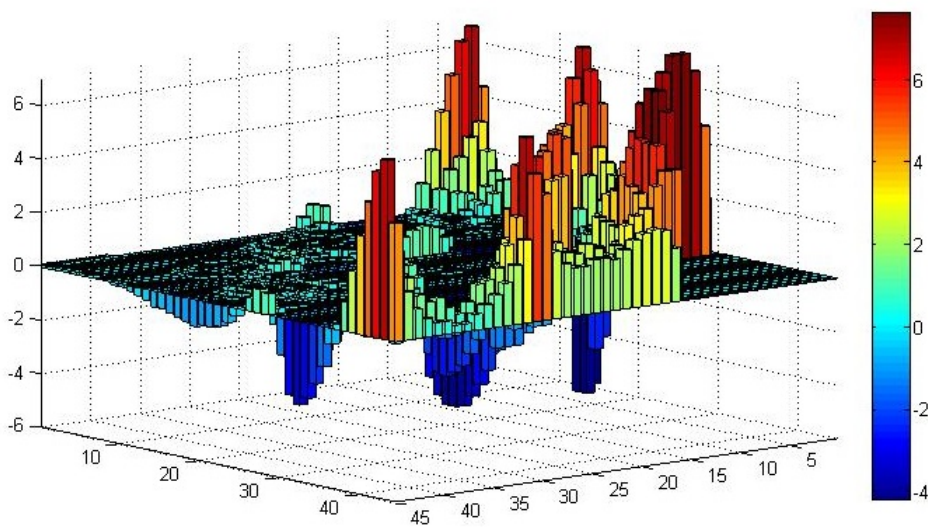


Figura 8.5: Visualização tridimensional dos desvios relativos do método PHRM com expansão polinomial - configuração 1 para o reator EPRI-9

As Figuras 8.6 e a 8.7 mostram as distribuições das densidade de potência heterogênea reconstruída e de referência, respectivamente, para 1/4 de núcleo. Observa-se que a distribuição da densidade de potência heterogênea reconstruída segue o mesmo perfil da distribuição da densidade de potência de referência, constatando a precisão do método de reconstrução PHRM. E mesmo as maiores distorções, localizadas na fronteira entre os EC e a região do *baffle* + refletor, estão dentro do que se considera aceitável, quando comparado aos demais métodos de reconstrução apresentados na literatura.

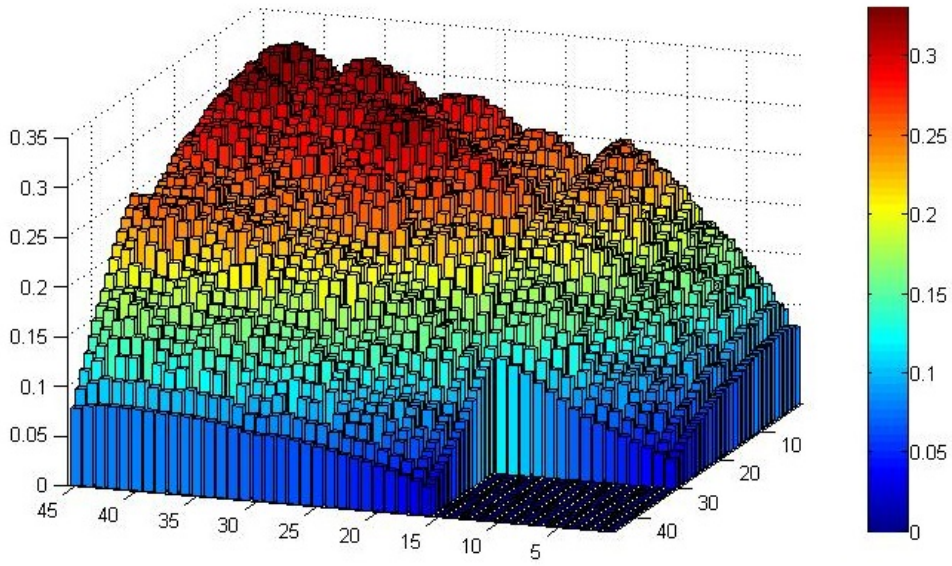


Figura 8.6: Distribuição da potência reconstruída pelo método PHRM com expansão polinomial - configuração 1 para o reator EPRI-9

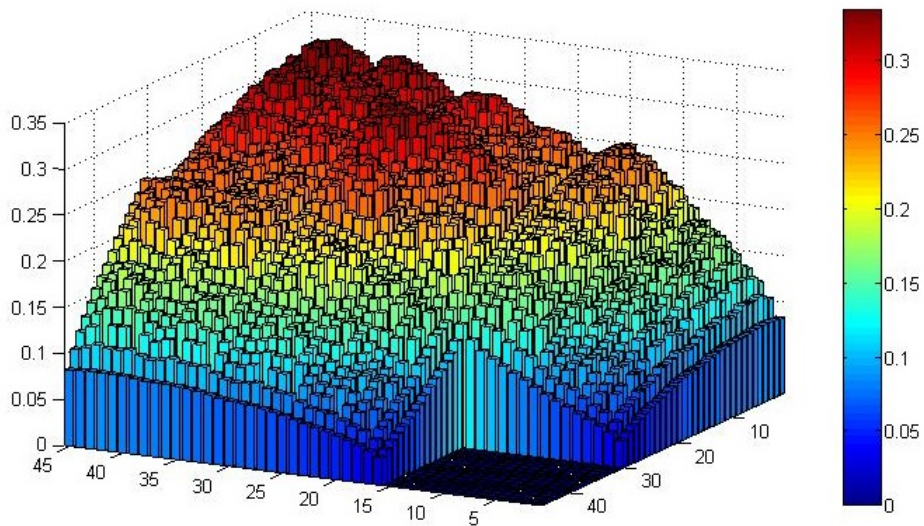


Figura 8.7: Distribuição da potência da solução de referência para o reator EPRI-9

A Figura 8.8 mostra a distribuição da densidade de potência reconstruída heterogênea pino a pino pelo método PHRM com expansão polinomial para o núcleo inteiro. Pela visualização em 3D, observamos que a maior potência do reator está na região central do núcleo e que diminui à medida que se afasta do centro do núcleo. Como era de se esperar.

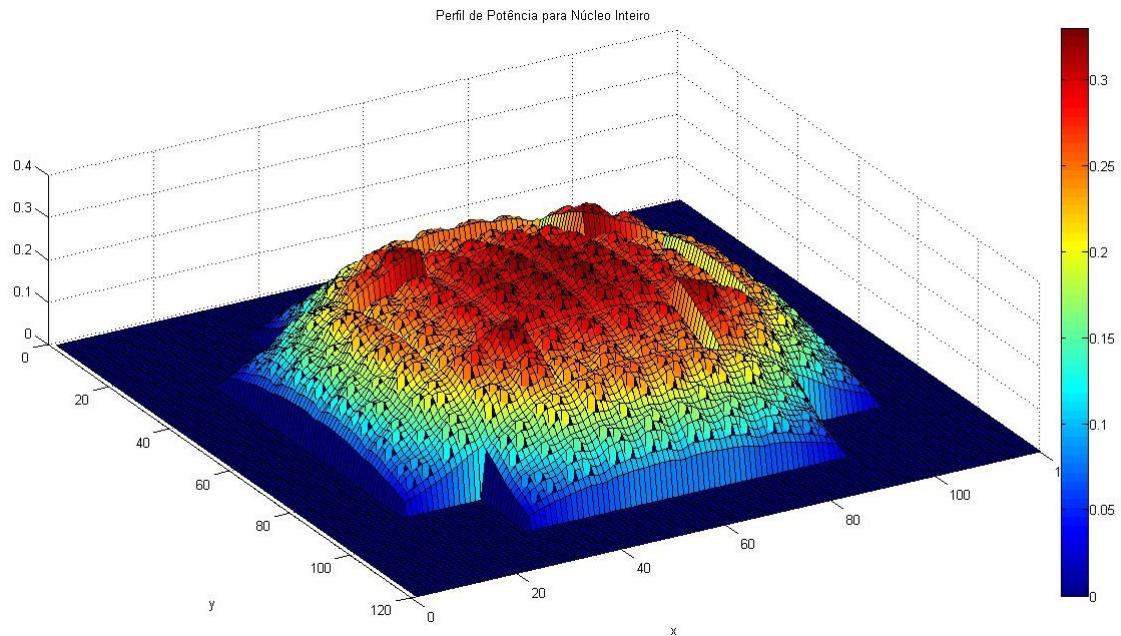


Figura 8.8: Distribuição da densidade de potência reconstruída pelo método PHRM com expansão polinomial - configuração 1 - visualização do núcleo inteiro

8.4.2 PHRM com Expansão Polinomial - Configuração 2

Tabela 8.6 apresenta os resultados obtidos pelo método PHRM combinado com a expansão polinomial usando os dados conforme apresentados configuração 2.

Essa tabela apresenta os resultados das densidades de potência reconstruída, obtidos pelo método PHRM, bem como, os ; de referência, obtidos por diferenças finitas, para a célula com maior desvio na posição de linha i e de coluna j , para cada EC e, também, o maior desvio relativo. A partir dos resultados apresentados na

Tabela 8.6: Maior desvio relativo entre as densidade de potências normalizadas para o método PHRM com expansão polinomial - configuração 2

| EC | Reconstruída | Referência | Célula (i,j) | Desvio (%) |
|----------|--------------|-------------|--------------|------------|
| 1 | 2,28723E-03 | 2,27412E-03 | (1,15) | -0,58 |
| 2 | 2,03420E-03 | 2,41319E-03 | (15,3) | -1,33 |
| 3 | 1,17024E-03 | 1,25603E-03 | (15,14) | 6,83 |
| 4 | 2,44530E-03 | 2,41319E-03 | (3,15) | -1,33 |
| 5 | 1,37585E-03 | 1,45280E-03 | (14,15) | 5,30 |
| 6 | 8,54367E-04 | 9,24783E-04 | (15,12) | 7,63 |
| 7 | 1,17024E-03 | 1,25603E-03 | (14,15) | 6,83 |
| 8 | 8,54367E-04 | 9,24783E-04 | (12,15) | 7,63 |

Tabela 8.6, pode-se ver que o método PHRM com a expansão polinomial usando os valores da configuração 2, demonstrou ser um método eficiente, uma vez que todos os desvios são inferiores a 10%. Além disso, pode-se observar, a partir das Tabelas 8.5 e 8.6, que os resultados do método de reconstrução usando os dados da configuração 2 são muito próximos à aqueles encontrados usando os valores da configuração 1.

Portanto, para a configuração 2, o menor desvio do método encontra-se na célula (1,15) do EC1. E também, como já foi dito para a configuração 1, há um aumento considerável no valor do desvio relativo máximo nas células dos elementos combustíveis próximos à região do *baffle* + refletor. Portanto, assim como foi dito na Seção 8.4.1 o valor do desvio relativo máximo do método também ocorre nos elementos combustíveis EC6 e EC8, e é em torno de 7,6%, localizado nas células (15,12) e (12,15), respectivamente.

A Figura 8.9 mostra, em cada célula do núcleo ativo, os desvios relativos da potência, para a configuração 2. Pode-se ver, comparando as Figuras 8.4 e 8.9 que a distribuição dos desvios relativos é similar. Gostaríamos de chamar à atenção para a região do *baffle* + refletor em forma de L. Os resultados da reconstrução usando a configuração 1, mostrados na Subseção 8.4.1, são parecidos à aqueles usando a configuração 2. Porém, os dados nucleares da configuração 1 para essa região (região RB 1), conforme Figura 8.2, são diferentes dos dados nucleares da configuração 2 (região RB 2), conforme Figura 8.3. Portanto, mesmo usando dados nucleares diferentes, essa diferença não se refletiu no resultado da reconstrução. Este fato

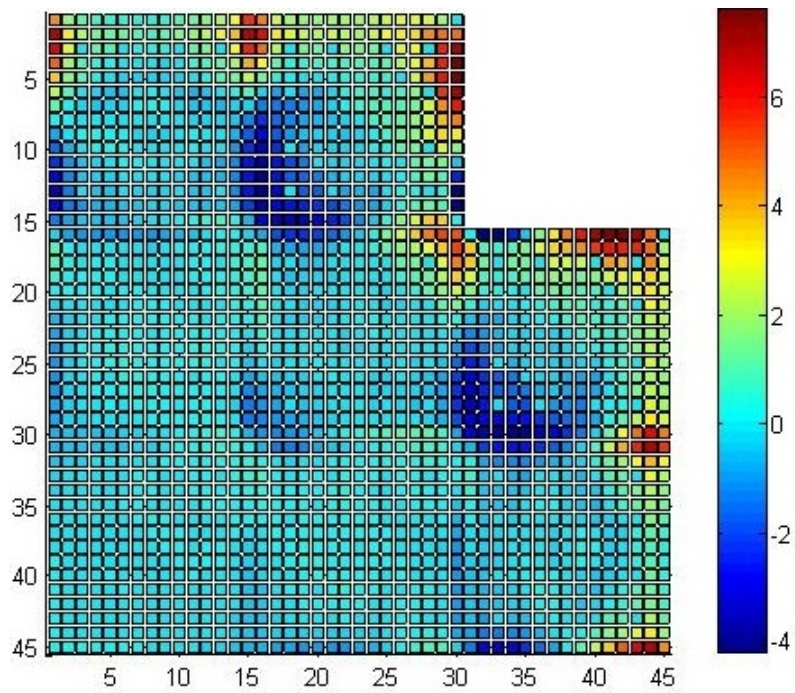


Figura 8.9: Desvios relativos do método PHRM com expansão polinomial - configuração 2, em 2D, para o reator EPRI-9

ocorre pois a distribuição de fluxo nas faces dos elementos combustíveis gerada por uma expansão polinomial não é tão precisa ao ponto de mostrar tais diferenças.

A Figura 8.10 mostra, em 3D, os desvios relativos do método PHRM combinado com a expansão polinomial usando os dados da configuração 2. Aqui também podemos ver o mesmo comportamento conforme apresentado na Figura 8.5 na Seção 8.4.1

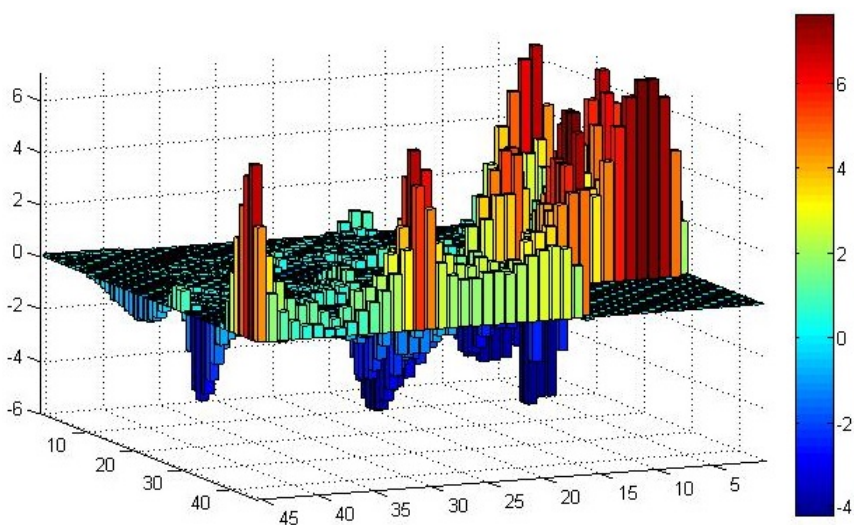


Figura 8.10: Visualização tridimensional dos desvios relativos do método PHRM com expansão polinomial - configuração 2 para o reator EPRI-9

A Figura 8.11 mostra a distribuição da densidade de potência heterogênea reconstruída, para 1/4 de núcleo, usando os dados nucleares da configuração 2. Observamos que essa distribuição segue o mesmo perfil da distribuição da densidade de potência de referência, apresentada na Figura 8.7. E assim, como o que foi dito na Subseção 8.4.1, o método de reconstrução PHRM combinado com expansão polinomial também é eficiente usando os dados da configuração 2.

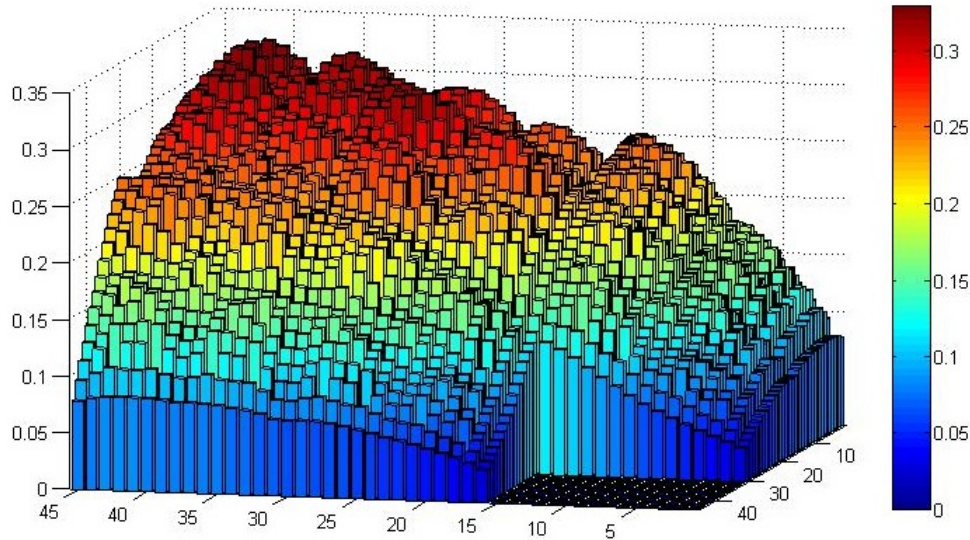


Figura 8.11: Distribuição da potência reconstruída pelo método PHRM com expansão polinomial - configuração 2 para o reator EPRI-9

Concluimos que os resultados gerados pelo método PHRM combinado com a distribuição de fluxo nas faces para cada EC, calculada pelo método descrito na Seção 5.2, para configuração 1 e ; 2 não apresentam diferenças significativas. Apesar dessas configurações apresentarem diferentes valores dos parâmetros nucleares para região do *baffle* + refletor em forma de L, essa diferença não se refletiu no resultado da reconstrução. É provável, que o motivo desse fato resida no método adotado para reconstruir a distribuição de fluxo nas faces dos EC, uma vez que, apesar de gerar bons resultados, de um modo geral, os métodos que usam expansões polinomiais não são tão precisos, principalmente, para descrever a distribuição de fluxo do grupo térmico.

A seguir apresentaremos os resultado do método PHRM combinado com a solução analítica paras as configurações 1 e 2.

8.5 Resultado do Método PHRM Combinado com a Solução Analítica da Equação de Difusão de Nêutrons

Nesta seção, mostramos os resultados obtidos com o método PHRM combinado com a distribuição de fluxo nas faces de cada elemento combustível, calculada pelo método descrito na Seção 5.3. Também foram usados os parâmetros nucleares e os fatores de descontinuidade nas faces e nos cantos, tanto da configuração 1, quanto da configuração 2.

8.5.1 PHRM com a Solução Analítica da Equação da Difusão - Configuração 1

Tabela 8.7 apresenta os resultados obtidos pelo método PHRM combinado com a solução analítica da equação da difusão usando dados oriundos do processo de homogeneização apresentados na configuração 1.

Essa tabela apresenta os resultados das densidades de potência reconstruída, obtidos pelo método PHRM, bem como, os ; de referência, obtidos por diferenças finitas, para a célula com maior desvio na posição de linha i e de coluna j , para cada EC e , também, o valor do maior desvio relativo.

Tabela 8.7: Maior desvio relativo entre as densidade de potências normalizadas para o método PHRM com a solução analítica - configuração 1

| EC | Reconstruída | Referência | Célula (i,j) | Desvios (%) |
|----------|--------------|-------------|--------------|-------------|
| 1 | 2,28317E-03 | 2,27412E-03 | (1,15) | -0,40 |
| 2 | 1,99863E-03 | 1,97969E-03 | (1,15) | -0,96 |
| 3 | 9,55983E-04 | 1,00893E-03 | (15,15) | 5,25 |
| 4 | 1,99863E-03 | 1,97969E-03 | (15,1) | -0,96 |
| 5 | 1,26261E-03 | 1,31063E-03 | (15,15) | 3,66 |
| 6 | 7,63746E-04 | 8,21706E-04 | (15,13) | 7,05 |
| 7 | 9,55983E-04 | 1,00893E-03 | (15,15) | 5,25 |
| 8 | 7,63746E-04 | 8,21706E-04 | (13,15) | 7,05 |

A partir dos resultados apresentados na Tabela 8.7, pode-se ver que o método PHRM combinado com a solução analítica da equação de difusão usando os parâmetros nucleares da configuração 1 demonstrou ser um método eficiente para obter as informações detalhadas a respeito dos elementos combustíveis, uma vez que, todos os desvios estão abaixo de 10%.

Vemos os resultado obtidos nesta subseção, apesar de estarem bem parecidos com os resultados apresentados nas Subseções 8.4.1 e 8.4.2, tiveram uma pequena diminuição nos desvios relativos.

Podemos ver que o elemento combustível EC1 também apresenta o menor valor de desvio máximo do método, em torno de 0,4% na célula (1,15), o que mostra ser um resultado bem significativo, uma vez que, é nesse EC que temos a maior potência do reator.

Como observado na seção anterior, há um aumento considerável no valor do desvio máximo nas células dos elementos combustíveis, próximos à região do *baffle* + refletor. Desta forma, os elementos combustíveis, EC6 e EC8, neste caso, também possuem o maior desvio do método em torno de 7,1%, localizado nas células (15,15).

Portanto, os resultados apresentados demonstram, claramente, a eficiência e precisão do método proposto que usou os parâmetros nucleares, conforme descrito na configuração 1 (região RB1).

Além disso, pela Figura 8.12, observa-se que as células com os maiores desvios, estão localizadas, principalmente, na região do *baffle* + refletor em forma de L. E as demais células apresentam o desvio, extremamente, baixo. De fato, verificamos que a maioria das células apresentam os desvios relativos bem inferiores a 1,0% mesmo para aqueles EC próximos à região do *baffle*+refletor.

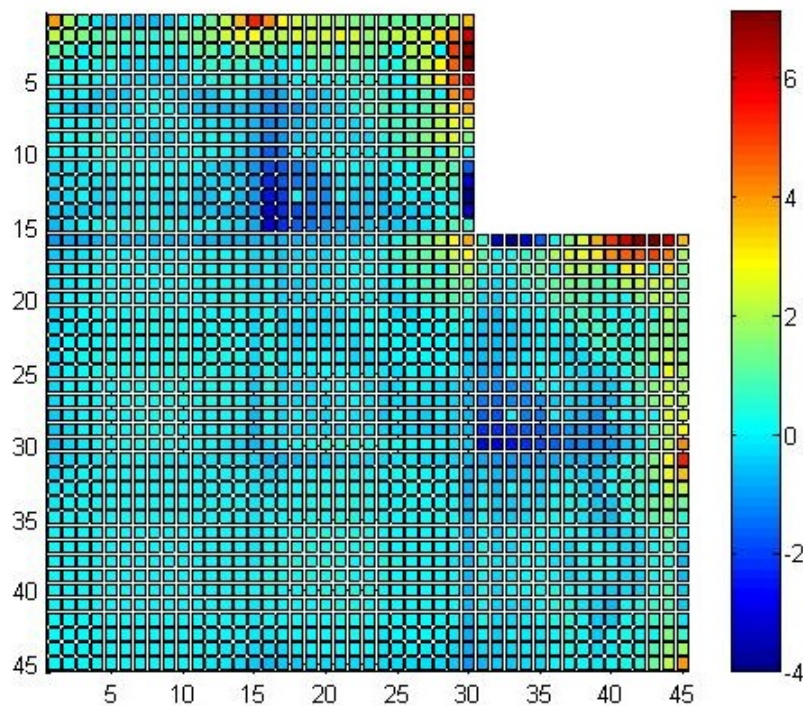


Figura 8.12: Desvios relativos do método PHRM com solução analítica - configuração 1, em 2D, para o reator EPRI-9

E também, comparando a Figura 8.12 com as Figuras 8.4 e 8.9, observamos que o método PHRM combinado com a solução analítica da equação de difusão usando os dados da configuração 1 apresenta uma redução nos valores dos desvios relativos.

A Figura 8.13 mostra a distribuição da densidade de potência heterogênea reconstruída, para 1/4 de núcleo. Observamos que essa distribuição segue o mesmo perfil da distribuição da densidade de potência de referência, apresentada na Figura 8.7, o que constata a precisão do método de reconstrução PHRM.

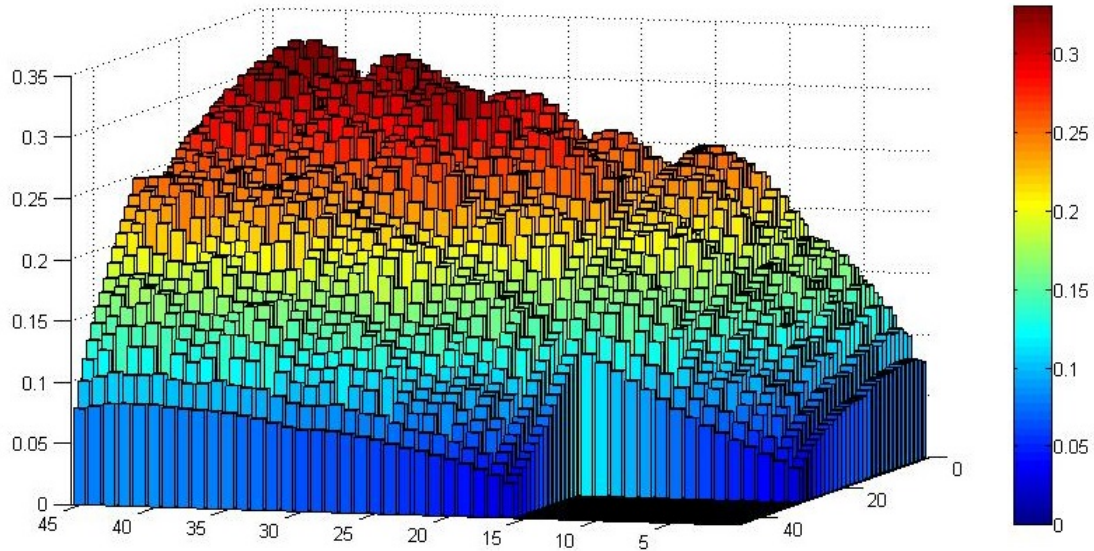


Figura 8.13: Distribuição da potência reconstruída pelo método PHRM com solução analítica - configuração 1 para o reator EPRI-9

8.5.2 PHRM com a Solução Analítica da Equação de Difusão de Nêutrons - Configuração 2

Tabela 8.8 apresenta os resultados obtidos pelo método PHRM combinado com a solução analítica da equação da difusão usando dados oriundos do processo de homogeneização apresentados na configuração 2.

Essa tabela apresenta os resultados das densidades de potência reconstruída, obtidos pelo método PHRM, bem como, os ; de referência, obtidos por diferenças finitas, para a célula com maior desvio na posição de linha i e de coluna j , para cada EC e , também, o valor do maior desvio relativo. A partir dos resultados apresen-

Tabela 8.8: Maior desvio relativo entre as densidade de potências normalizadas para o método PHRM com a solução analítica - configuração 2

| EC | Reconstruída | Referência | Célula (i,j) | Desvio (%) |
|----------|--------------|-------------|--------------|------------|
| 1 | 2,12155E-03 | 2,11352E-03 | (15,15) | -0,41 |
| 2 | 1,99880E-03 | 1,97969E-03 | (1,15) | -0,97 |
| 3 | 9,59742E-04 | 1,00893E-03 | (15,15) | 4,88 |
| 4 | 1,99880E-03 | 1,97969E-03 | (15,1) | -0,97 |
| 5 | 1,23715E-03 | 1,31063E-03 | (15,15) | 5,61 |
| 6 | 6,04643E-04 | 5,75369E-04 | (15,15) | -5,09 |
| 7 | 9,59742E-04 | 1,00893E-03 | (15,15) | 4,88 |
| 8 | 6,04643E-04 | 5,75369E-04 | (15,15) | -5,09 |

tados na Tabela 8.8, pode-se ver que o método PHRM combinado com a solução analítica da equação de difusão, que usou os parâmetros nucleares da configuração 2 demonstrou ser um método altamente eficiente, para obter informações detalhadas a respeito dos elementos combustíveis, uma vez que, o desvio máximo do método é de 5,61% bem inferior a 10% que é desvio máximo aceitável para um método de reconstrução eficiente.

O resultado apresentado para os elementos combustíveis EC1, EC2 e EC4 é igual ao mostrado na Subseção 8.5.1.

Contudo, o método usando os dados nucleares da configuração 2 mostrou ser altamente eficiente para reconstruir distribuição da densidade de potência heterogênea pino a pino para os elementos combustíveis que sofrem maior influência do *baffle* + refletor.

Os elementos combustíveis EC3 e seu respectivo simétrico EC7 possuem uma face em comum com o *baffle* e o valor de desvio máximo para esses elementos é de 4,9% nas células (15,15).

Já os elementos combustíveis, EC6 e e seu respectivo simétrico EC8, têm duas faces voltadas para o *baffle* + refletor, apresentam o valor do desvio máximo em torno de 5,1%, localizado nas células (15,15).

E o elemento EC5 tem o maior desvio do método PHRM combinado com a solução analítica da equação de difusão de nêutrons e o método de Rempe et al. [6] usando os dados da configuração 2. O desvio máximo é de 5,6% na célula (15,15), justamente, no canto da região em formato de L do *baffle*.

Além disso, pela Figura 8.14 é possível observar que as células com os maiores desvios estão localizadas nos cantos dos elementos combustíveis próximos à região do *baffle* + refletor e, principalmente, na região ; em forma de L. E as demais células apresentam o desvio, extremamente, baixo. De fato, verificamos que a maioria das células apresentam os desvios bem inferiores a 1,0% mesmo para aqueles EC próximos ao *baffle* + refletor.

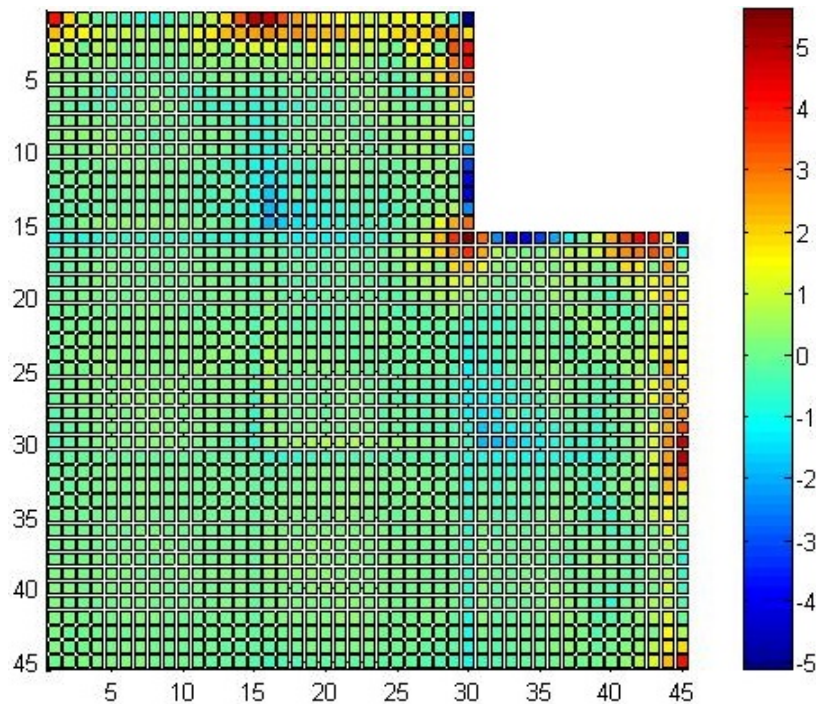


Figura 8.14: Desvios relativos do método PHRM com solução analítica - configuração 2, em 2D, para o reator EPRI-9

Quando comparamos a Figura 8.14 com as Figuras 8.4, 8.9 e 8.12, observamos que o método PHRM combinado com a solução analítica usando os dados nucleares da configuração 2 apresenta a melhor distribuição dos desvios relativos em comparação aos demais resultados apresentados nas subseções anteriores.

A Figura 8.15 mostra a distribuição da densidade de potência heterogênea reconstruída usando os dados da configuração 2, para 1/4 de núcleo. Observamos que essa distribuição também segue o mesmo perfil da distribuição da densidade de potência de referência, apresentada na Figura 8.7.

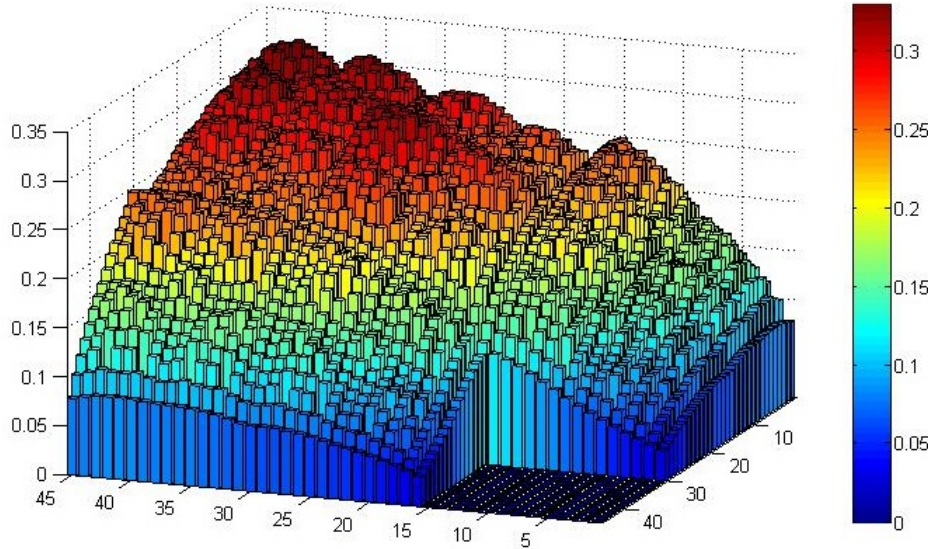


Figura 8.15: Distribuição da potência reconstruída pelo método PHRM com solução analítica - configuração 2 para o reator EPRI-9

Portanto, pelos resultados apresentados, concluímos que o método PHRM combinado com a distribuição de fluxo nas faces de cada EC, calculada pelo método descrito na Seção 5.3 mostrou ser extremamente eficiente e preciso para obter a distribuição da densidade de potência heterogênea pino a pino em reatores nucleares, principalmente, quando usa os parâmetros nucleares relativos à configuração 2, uma vez que o desvio máximo apresentado pelo método, em torno de 5,61% é bem inferior a 10%.

Além disso, observamos que o método PHRM usando a distribuição de fluxo nas faces dos EC, conforme descrito na Seção 5.3, apresentou resultados mais significativos em relação aos que foram apresentados pelo método PHRM usando a distribuição de fluxo nas faces dos EC, geradas pelo método descrito na Seção 5.2, independente dos parâmetros nucleares que foram usados. Esta observação, deve-se ao fato de que os métodos de reconstrução que usam expansões polinomiais são, em geral, menos precisos do que os métodos de reconstrução analíticos.

Para finalizar, cabe informar que todos os testes foram executados em um computador cujo processador é um Intel Core i7 com processamento de 2,8 GHz, 4 GB de RAM e plataforma Windows XP. O método PHRM foi desenvolvido na linguagem de programação do software Intel Compile Fortran 90. Além disso, os critérios de convergência usados no método NEM para o fator de multiplicação efetivo e o

fluxo neutrônico foram, respectivamente, 10^{-15} e 10^{-12} , e o tempo computacional gasto foi inferior a 1 segundo.

Durante a execução dos cálculos de reconstrução, o tempo computacional gasto para gerar os pseudo-harmônicos foi de 1 segundo para cada tipo de elemento combustível e o método de reconstrução levou cerca de 14 segundos para gerar todos os seus resultados, mostrando que o método de reconstrução proposto tem uma excelente velocidade na execução dos cálculos. Em contrapartida, vale ressaltar que o tempo computacional gasto na execução dos cálculos pelo método de diferenças finitas com malha muito fina, para gerar a solução de referência, foi em torno de 20 minutos. Por essa razão, destaca-se a importância dos métodos de reconstrução da distribuição da densidade de potência heterogênea pino a pino combinado com os métodos nodais de malha grossa para a análise do núcleo dos reatores.

Capítulo 9

Conclusões

A presente tese de doutorado teve como objetivo desenvolver um método de reconstrução de potência usando os pseudo-harmônicos (PHRM) que fosse capaz de obter a distribuição da densidade de potência heterogênea pino a pino com eficiência e precisão para reatores do tipo PWR. O conceito central do método reside em obter a distribuição de fluxo homogêneo dentro de cada elemento combustível em termos de uma expansão em pseudo-harmônicos, tomando por base as informações dos parâmetros nucleares uniformes e das quantidades médias oriundas do cálculo nodal de malha grossa.

Os resultados gerados pelo método PHRM foram muito significativos, uma vez que estes quando comparados à solução de referência, gerada pelo método de diferenças finitas, com malha fina, apresentaram baixos desvios relativos percentuais, bem inferiores ao critério de aceitação que é de 10%. Portanto, diante desses resultados numéricos também pode-se concluir que o método PHRM é um ótimo método de reconstrução, uma vez que foi capaz de gerar uma excelente estimativa do valor da potência heterogênea para as células dos elementos combustíveis próximas à região do *baffle* + refletor e, principalmente, para os elementos combustíveis localizados na zona interna do núcleo.

E, em particular, o método PHRM combinado com a solução analítica da equação de difusão de nêutrons no EC homogêneo apresentou os desvios relativos menores do que o PHRM combinado com a expansão polinomial do método descrito por Pessoa et al. [14]. Em especial, os resultados apresentados para os elementos combustíveis vizinhos à região *baffle* + refletor foram bem expressivos. Vale ressaltar que, para calcular os fluxos nos cantos do EC foi utilizado o método de Rempe et al. [6].

Durante o processo de desenvolvimento, foram encontrados altos desvios relativos percentuais na densidade de potência heterogênea, em especial, para as células dos elementos combustíveis próximas à região do *baffle* + refletor. Esses resultados foram progressivamente melhorando, à medida que encontramos a distribuição de fluxo nas faces dos elementos combustíveis mais adequada para o método PHRM.

Além disso, também testamos os fluxos nos cantos obtidos a partir do método de Pessoa et al. [14]. Porém, o uso do método de Rempe et al. [6], para gerar os fluxos nos cantos, melhorou, significativamente, os resultados.

Vale ressaltar que, para o método PHRM combinado com a solução analítica da equação de difusão de nêutrons no EC homogêneo, o uso dos parâmetros nucleares uniformes, oriundos do processo de homogeneização de acordo com a configuração da geometria espectral da região do *baffle* + refletor em forma de L, foi muito mais adequado do que o uso dos parâmetros nucleares uniformes advindos do processo de homogeneização de acordo com a configuração da geometria espectral da região do *baffle* + refletor lateral.

A maior motivação foi obter um método de reconstrução que, além de apresentar uma alta precisão nos resultados, e na velocidade de execução de seus cálculos, tem como característica principal uma modelagem matemática simplificada o que levou a uma fácil implementação computacional. A originalidade do método encontra-se em obter o fluxo de nêutrons reconstruído a partir de uma base de autovetores (pseudo-harmônicos) que descreve o espaço de interesse. O uso do método dos pseudo-harmônicos para a reconstrução da distribuição da densidade de potência heterogênea pino a pino demonstrou ser extremamente eficiente.

Concluimos que o método de reconstrução de potência usando os pseudo-harmônicos PHRM, apresenta as características necessárias e suficientes para ser aplicado à análise de segurança de um reator do tipo PWR, visando obter informações detalhadas do mesmo.

Futuramente, desejamos aperfeiçoar esse método propondo novas distribuições de fluxo nas faces dos elementos combustíveis, bem como novas formas de cálculo para o fluxo nos cantos dos elementos combustíveis.

Referências Bibliográficas

- [1] TODREAS, N. E., KAZIMI, M. S. *Nuclear Systems II: Elements of Thermal Hydraulic Design*. Taylor Francis, 2001.
- [2] FINNEMANN, H., BENNEWITZ, F., WAGNER, M. R. “Interface Current Techiques for Multidimensional Reactor Calculations.” *Atomkerneneegie*, v. 30, n. 2, pp. 123–128, 1977.
- [3] SILVA, F. C., MARTINEZ, A. S. “Aceleração do Método De Expansão Nodal usando Diferenças Finitas De Malha Grossa”, *ENCONTRO DE MODELAGEM COMPUTACIONAL*, 6, Nova Friburgo, v. 99, pp. 99, 2003.
- [4] KOEBKE, K., WAGNER, M. R. “The determination of the pin power distribution in a reactor core on the basis of nodal coarse mesh calculations.” *Atomkerneneegie*, v. 30, n. 2, pp. 136–142, 1977.
- [5] KOEBKE, K., HETZEL, T. L. “On the Reconstruction of Local Homogeneous Neutron Flux and Current Distributions of Light Water Reactors for Nodal Schemes.” *Nuclear Science and Engineering*, v. 91, pp. 123–131, 1985.
- [6] REMPE, K. R., SMITH, K. S., HENRY, A. F. “SIMULATE-3 Pin Power Reconstruction: Methodology and Benchmarking.” *Proc. Int. React. Phys. Conf., Jackson Hole, Wyoming, Sep. 1988*, v. 3, pp. 19–29, 1988.
- [7] BÖER, R., FINNEMANN, H. “Fast Analytical Flux Reconstruction Method For Nodal Space-Time Nuclear Reactor Analysis.” *Annals of Nuclear Energy*, v. 19, pp. 617, 1992.
- [8] JUNG, W. S. AND CHO, N. Z. “The Maximum Entropy Method for Reconstruction of The Pointwise Neutro Flux Discontinuity in Nodal Methods.” *Nuclear Science and Engineering*, v. 108, pp. 384–392, 1991.
- [9] JOO, H. G., ZEE, Q. S., DOWNAR, T. J; EBERT, D. D. “Consistent Analytic Pin Power Reconstruction Method for Static and Transient Reactor Safety Analysis.” *MC 99 Madrid, Spain, Sep. 27-30*, v. 108, pp. 27–30, 1999.

- [10] JOO, H. G., YOON, J. I., BAEK, S. G. “Multigroup Pin Power Reconstruction With Two-Dimensional Source Expansion And Corner Flux Discontinuity.” *Annals of Nuclear Energy*, v. 36, pp. 85, 2009.
- [11] YU, L., LU, D., ZHANG, S., et al. “Group Decoupled Multi-Group Pin Power Reconstruction Utilizing Nodal Solution 1D Flux Profiles.” *Annals of Nuclear Energy*, v. 72, pp. 173–181, 2014.
- [12] PESSOA, P. I. O., SILVA, F. C., MARTINEZ, A. S. “Methods For Reconstruction of the Density Distribution of Nuclear Power.” *Annals of Nuclear Energy*, v. 85, pp. 76–86, 2015.
- [13] PESSOA, P. I. O. *Métodos para Reconstrução da Distribuição de Densidade de Potência*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2014.
- [14] PESSOA, P. I. O., SILVA, F. C., MARTINEZ, A. S. “Finite Difference Applied to the Reconstruction Method of the Nuclear Power Density Distribution.” *Annals of Nuclear Energy*, v. 92, pp. 378–390, 2016.
- [15] GOMIT, J. M., PLANCHARD, J., SARGENI, A. “Pseudo-Harmonics Method”, *BULLETIN DE LA DIRECTION DES ETUDES ET RECHERCHE - EDF*, v. 1, pp. 61–66, 1985.
- [16] SILVA, F., ALVIM, A. C. M., THOMÉ, Z. D., et al. “Methode des Pseudo-Harmoniques: Une Version Modifiée et Quelques Applications en Reactures du Type REP.” *BULLETIN DE LA DIRECTION DES ETUDES ET RECHERCHE - EDF*, v. 2, pp. 53–60, 1988.
- [17] SILVA, F. C., WAINTRAUB, S., THOMÉ, Z. D. “Pseudo-Harmonics Perturbations Method: Application to a PWR”, *Annals of Nuclear Energy*, v. 14, pp. 99–106, 1987.
- [18] ABREU, M. P., ALVIM, A. C. M., THOMÉ, Z. D. “An Alternative Pseudo-Harmonics Method: A Strong Solution-Based Formulation of the Standard And Modified Versions.” *Annals of Nuclear Energy*, v. 16, pp. 213–229, 1989.
- [19] CLARO, L. H. O. *Método dos Pseudo-Harmônicos: Uma Nova Opção Usando Discretização Nodal*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1992.

- [20] ABREU, M. P., ALVIM, A. C. M., SILVA, F.C.; THOMÉ, Z. D., et al. “An Alternative Pseudo-Harmonics Method: A Strong Solution-Based Formulation of the Standard And Modified Versions.” *Annals of Nuclear Energy*, v. 21, pp. 277–280, 1986.
- [21] LIMA, Z. R., SILVA, F. C., ALVIM, A. C. M. “Solution of the Fixed Source Neutron Diffusion Equation By Using The Pseudo-Harmonics Method.” *Annals of Nuclear Energy*, v. 31, pp. 1649–1666, 2004.
- [22] CLARO, L. H., ALVIM, A. C. M., THOMÉ, Z. D. “Calculation of Intense Localized Perturbations with Pseudo-Harmonics Method.” *Annals of Nuclear Energy*, v. 11, pp. 619–622, 1987.
- [23] CLARO, L. H., ALVIM, A. C. M. “Aplicação do Método dos Pseudo-Harmônicos na Reconstrução do Fluxo Neutrônico Utilizando a Teoria de Difusão com Discretização Nodal.” In: *VII ENCONTRO NACIONAL DE FÍSICA DE REATORES. ANAIS DO CONGRESSO.*, ATIBAIA, SP.
- [24] CLARO, L. H., ALVIM, A. C. M., ABREU, M. P. “Uma Metodologia Para Escolha De Pseudo-Harmônicos Na Reconstrução de Fluxo Perturbado.” In: *IX ENCONTRO NACIONAL DE FÍSICA DE REATORES E TERMOHIDRÁULICA. ANAIS DO CONGRESSO.*, CAXAMBU, MG.
- [25] LIMA, Z. R., SILVA, F. C., ALVIM, A. C. M. “Use of Pseudo-Harmonics Method Coupled with Finite Differences Coarse Mesh in the Solution of Fixed Source Problems.” *Annals of Nuclear Energy*, v. 32, pp. 1366–1376, 2005.
- [26] LIMA, Z. R., SILVA, F. C., ALVIM, A. C. M. “A Modal Multidimensional Kinetics Method Using Pseudo-Harmonics.” *Annals of Nuclear Energy*, v. 36, pp. 752–759, 2009.
- [27] LIMA, Z. R. *Aplicação do Método dos Pseudo-Harmônicos à Cinética multidimensional*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2004.
- [28] ALVIM, A. C. M. M. *Métodos Numéricos em Engenharia Nuclear*. Ed. Certa, 2007.
- [29] KHALIL, H. S. *The Application of Nodal Methods to PWR Analysis*. Tese de D.Sc., Department of Nuclear Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts, EUA, 1982.

- [30] KOEBKE, K. "A New Approach to Homogenization and Group Condensation."
In: *Technical Committee Meeting on Homogenization Methods in reactor Physics.*, pp. 303–322, Lugano, Switzerland, nov. 1978.
- [31] SMITH, K. S. "Smith Assembly Homogenization Techniques For Light Water Reactor Analysis." *Progress in Nuclear Energy*, v. 17, pp. 303–335, 1986.