

RELATÓRIO COPPEAD Nº 207
SIMULAÇÃO DE UM PROBLEMA DE
REPARAÇÃO DE MÁQUINAS COM
AMOSTRAGEM DESCRITIVA

Eduardo Saliby *
Gilberto Funchal **

Março de 1988

* Professor adjunto da área de Métodos Quantitativos e pesquisador da COPPEAD - Instituto de Pós-Graduação e Pesquisa em Administração/UFRJ

** Mestre em Engenharia de Sistemas / Pesquisa Operacional-DFPC / OG Ex - SMU - Brasília / DF

RESUMO

O problema clássico de reparação de máquinas pode ser estudado usando-se simulação por Monte Carlo. Trata-se de um problema relativamente complexo, em função das diferentes seqüências de operações de reparo a que uma máquina está sujeita. Em estudo recente, Wilson & Pritsker avaliaram as reduções de variância obtidas pela aplicação da técnica das variáveis de controle a esse problema.

O presente trabalho descreve a simulação desse mesmo problema com a amostragem descritiva. Uma dificuldade encontrada foi a determinação do tamanho das amostras de entrada, um pré-requisito para o emprego da amostragem descritiva. Este problema foi resolvido com a realização de corridas piloto.

Superada essa dificuldade, passou-se à avaliação da eficiência estatística da amostragem descritiva, a qual forneceu resultados muito próximos dos respectivos valores teóricos disponíveis. Isto mostra que a amostragem descritiva não conduz a resultados tendenciosos. Já as variâncias das estimativas foram bem menores que no caso da amostragem aleatória simples, confirmando plenamente as previsões teóricas e, ainda, explicando os resultados obtidos por Wilson & Pritsker.

ABSTRACT

The classic machine repair problem may be studied using Monte Carlo simulation. It is a relatively complex problem due to the different sequences that a machine may follow. Recently, studying this problem, Wilson & Pritsker evaluated the variance reduction achieved with control variates.

The present work studies the same simulation problem, but using descriptive sampling. One difficulty faced with was the input sample size determination, a requirement for using descriptive sampling. This problem was overcome by doing pilot runs.

Concerning the statistical efficiency, descriptive sampling estimates were very close to the corresponding values already available; therefore, no bias was introduced. Confirming the proposed theory, the variances of the estimates were well below simple random sampling variances, explaining also Wilson & Pritsker's results.

1. INTRODUÇÃO

A amostragem descritiva (AD) foi proposta por Saliby (1980 e 1982) como uma abordagem mais apropriada em simulação por Monte Carlo. Sua justificativa prende-se ao fato de que ela produz resultados mais precisos do que a abordagem tradicional, a amostragem aleatória simples (AAS).

Em estudo recente, Wilson & Pritsker (1984) avaliaram as reduções de variância obtidas pela aplicação da técnica das variáveis de controle em um problema clássico de reparação de máquinas, utilizando a amostragem aleatória simples.

O presente trabalho descreve a simulação deste mesmo problema utilizando-se a amostragem descritiva e comparando-se os seus resultados com os obtidos com a amostragem aleatória simples. No caso da amostragem aleatória simples, procedeu-se também à aplicação do Modelo Linear de Resposta (MLR) (Saliby, 1988) explicando-se parte da variabilidade das estimativas pelos desvios observados entre as médias das amostras de entrada e seus respectivos valores teóricos. Como do ponto de vista matemático o MLR equivale à técnica das variáveis de controle, pode-se assim também explicar os resultados de Wilson & Pritsker.

Sendo esse problema bem mais complexo que os até então

estudados com a amostragem descritiva, ele possibilita uma importante avaliação dessa nova abordagem. Uma dificuldade encontrada foi a determinação do tamanho das amostras de entrada, um pré-requisito para o emprego da amostragem descritiva. Este trabalho apresenta uma sugestão para a solução deste problema.

Inicialmente, algumas considerações sobre a amostragem em simulação são necessárias (Saliby, 1986).

São duas as fontes de variabilidade das estimativas obtidas com a amostragem aleatória simples :

- a variação de conjunto e
- a variação de seqüência.

A variação de conjunto, como o próprio nome indica, está associada ao conjunto de valores das amostras de entrada, independentemente de sua ordem de ocorrência.

Já a variação de seqüência está associada, justamente, à ordem em que os valores das amostras são utilizados.

A primeira fonte de variabilidade pode ser eliminada com a utilização da amostragem descritiva.

A segunda fonte, associada à seqüência, é na verdade a única a continuar presente numa simulação.

A amostragem descritiva caracteriza-se por uma seleção determinística dos valores de entrada que são permutados

aleatoriamente. Dessa forma, utilizando sempre os mesmos valores amostrais em diferentes corridas, a variação de conjunto pode ser praticamente eliminada.

Com base na teoria do Modelo Linear de Resposta as estimativas de uma simulação tendem a se relacionar com os momentos amostrais das variáveis de entrada, segundo um modelo de regressão linear. O MLR não só explica o efeito de conjunto como também avalia, através do coeficiente de determinação (R^2), sua contribuição às variâncias das estimativas. Assim, uma importante comparação surge entre a parcela da variação explicada pelo MLR e a redução de variância obtida com a amostragem descritiva.

2. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Os problemas aqui estudados, identificados como A e B, correspondem aos sistemas 1 e 3 em Wilson & Pritsker (1984). Cada um deles é resumidamente descrito a seguir.

2.1 - Sistema de Reparação de Máquinas A (fechado).

A Figura 1 mostra o esquema do sistema de reparação de máquinas A (fechado). Inicialmente existem, na estação 1, $S_1 = 5$ máquinas em operação e $S_2 = 2$ máquinas em reserva. Os tempos entre falhas para as máquinas em operação são exponencialmente distribuídos com média $\mu_1 = 10.0$. Com probabilidade $p_{12} = 0.25$, a máquina que falhou necessita um reparo maior na estação 2 e, com probabilidade $p_{13} = 1 - p_{12} = 0.75$, um reparo menor na estação 3. Os tempos de reparo nas estações 2 e 3 são dados por distribuições exponenciais com média $\mu_2 = 1.5$ e $\mu_3 = 1.0$, respectivamente. Cada uma das estações 2 e 3 possuem apenas um mecânico reparador. Após o seu reparo, as máquinas são levadas à estação 4 onde um inspetor faz o teste final de verificação. Os tempos para essa inspeção são também exponenciais com média $\mu_4 = 0.5$. Com probabilidade $p_{43} = 0.10$ as máquinas são rejeitadas no teste e retornam à estação 3 para correções adicionais. Conseqüentemente, com probabilidade $p_{41} = 1 - p_{43} = 0.90$ as máquinas retornam para a estação 1 onde ficam em reserva ou entram imediatamente em serviço, caso o número de máquinas em operação seja menor que 5. As filas para

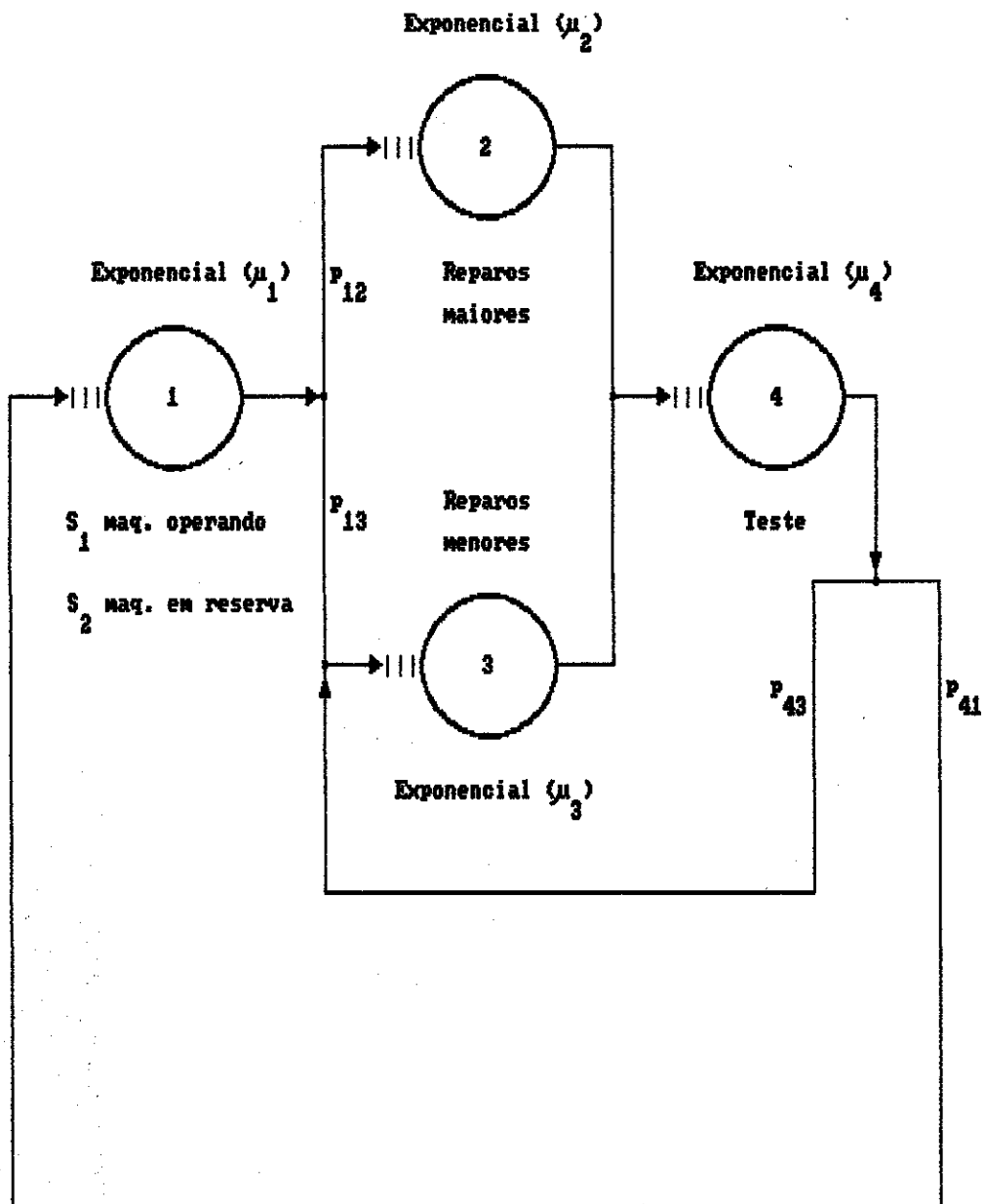


Figura 1 - Sistema de reparação de máquinas A (fechado).

todas as estações seguem a disciplina "First in, first out (FIFO)".

Foram estudadas as seguintes estimativas para esse problema :

- a) número médio de máquinas em operação na estação 1 (\overline{NMO}_1);
- b) utilização média das estações de reparo e de teste (\overline{U}_k , $k = 2, 3$ e 4);
- c) média do tempo total de reparação das máquinas (\overline{TTR}), isto é, o tempo médio decorrido entre a falha e o término do seu reparo.

Embora complexo, o sistema A ainda é tratável analiticamente, permitindo assim uma comparação entre os resultados obtidos via simulação e os valores teóricos. Esses últimos, calculados por Wilson & Pritsker (1984), constam na Tabela 1.

TABELA 1 - Resultados teóricos, calculados por Wilson & Pritsker, para o sistema de reparação de máquinas A.

\overline{NMO}_1	4.781
\overline{U}_2	0.179
\overline{U}_3	0.412
\overline{U}_4	0.266
\overline{TTR}	2.542

2.2 - Sistema de Reparação de Máquinas B (misto)

O sistema de reparação de máquinas B é um sistema misto (fechado/aberto), como mostra o esquema da Figura 2. Ele deriva da superposição no sistema A (fechado) de uma linha externa de máquinas cujo reparo é prioritário. As máquinas externas chegam à estação 5 em tempos definidos pela distribuição exponencial com média $\mu_5 = 8.0$; seguem o fluxo normal para reparação na estação 2, onde, devido à sua prioridade, são colocadas à frente da fila. Depois de reparadas são levadas para teste na estação 4. Com probabilidade $P_{p43} = 0.10$ é necessário um reajuste na estação 3, após o que retornam à estação 4. Com probabilidade $P_{p4} = 1 - P_{p43} = 0.90$ elas são aprovadas na estação 4 e deixam o sistema.

Nesse sistema, além das estimativas do sistema A (\overline{NMO}_1 , \overline{U}_2 , \overline{U}_3 , \overline{U}_4 e \overline{TTR}), foi levantada também a média do tempo total de reparação das máquinas prioritárias (\overline{TTRP}). Dada a complexidade do sistema B não são disponíveis valores teóricos para as estimativas.

2.3 - Resultados de Wilson & Pritsker

Para os sistemas A e B, Wilson & Pritsker (1984) obtiveram os seguintes resultados fornecidos na Tabela 2 :

- a) coeficiente de determinação R^2 para cada estimativa, associado ao uso da técnica das

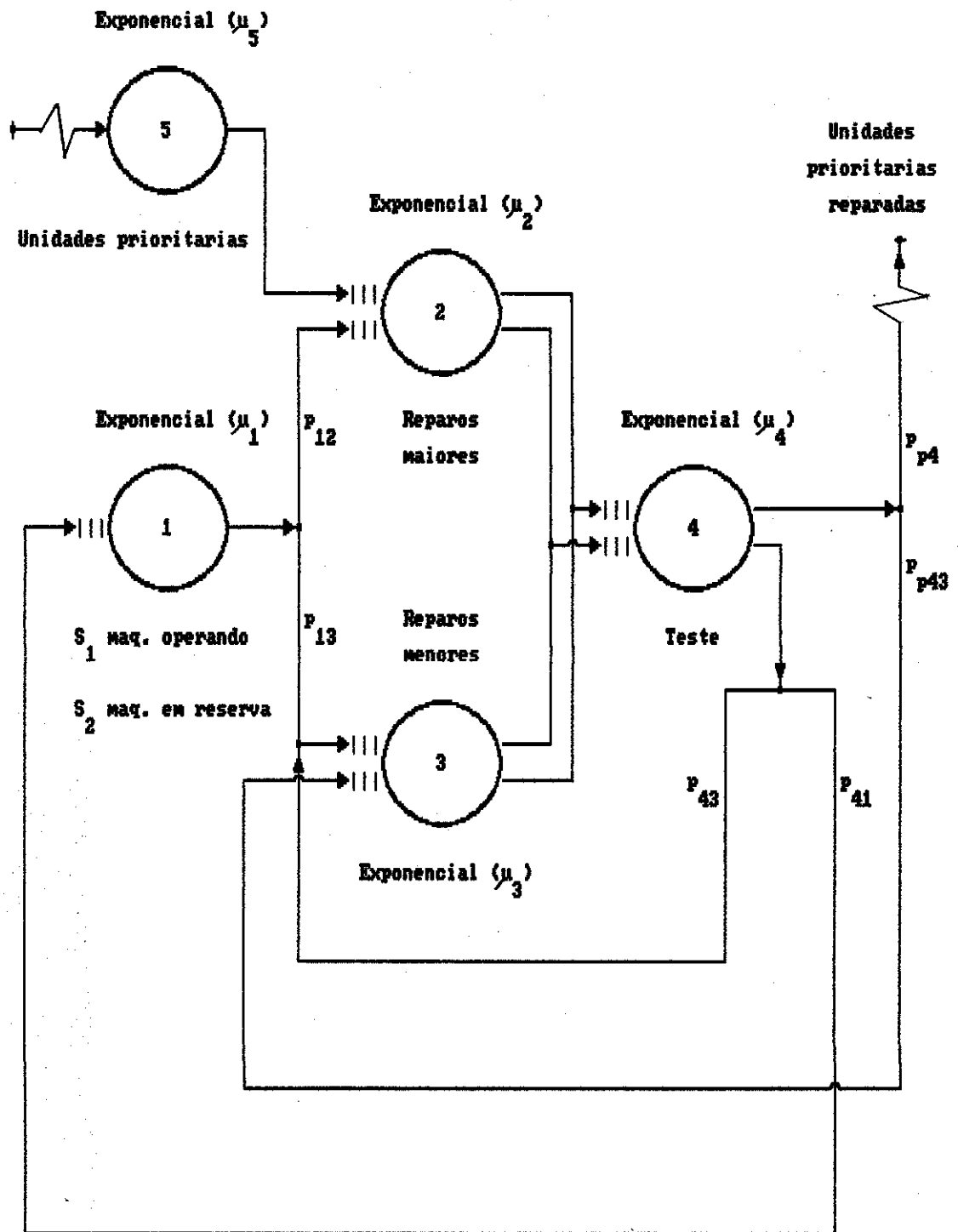


Figura 2 - Sistema de reparação de máquinas B (misto).

variáveis de controle. Os controles $k = 1, \dots, 5$ se referem às médias das amostras de entrada, correspondentes às distribuições exponenciais das estações $k = 1, \dots, 5$;

b) redução de variância Red_Var obtida para cada estimativa pela aplicação do método das variáveis de controle. As variâncias foram estimadas usando replicações independentes.

TABELA 2 - Resultados com a AAS e variáveis de controle, obtidos por Wilson & Pritsker.

Sistema	Estimativa	R ² (%)	Controles	Red_Var (%)
A	\overline{NMO}_1	52	1, 2, 3, 4	37
	\overline{U}_2	61	1, 2	51
	\overline{U}_3	79	1, 3, 4	69
	\overline{U}_4	92	1, 3, 4	84
	\overline{TTR}	62	1, 2, 3, 4	49
B	\overline{NMO}_1	53	1, 2, 3, 4, 5	39
	\overline{U}_2	79	1, 2, 5	72
	\overline{U}_3	77	1, 3, 4	70
	\overline{U}_4	91	1, 2, 3, 4, 5	89
	\overline{TTR}	56	1, 2, 3, 4, 5	41
	\overline{TTRP}	49	1, 2, 4, 5	33

3. METODOLOGIA UTILIZADA COM A AMOSTRAGEM ALEATORIA SIMPLES E RESULTADOS OBTIDOS

Para a simulação dos sistemas A e B, nas mesmas condições estabelecidas por Wilson & Pritsker, foi adotado o seguinte procedimento :

a) um experimento de simulação foi definido por $M = 50$ corridas independentes, cada uma delas com duração de 6000 unidades de tempo (ut);

b) em cada corrida foram levantadas as seguintes estatísticas :

b1) estimativas

* todas as definidas nos Itens 2.1 e 2.2 :
 $\overline{NMO}_1, \overline{U}_2, \overline{U}_3, \overline{U}_4, \overline{TTR}$ e \overline{TTRP} ;

b2) média das amostras de entrada

* tempo médio dos tempos entre falhas das máquinas na estação 1 (\overline{TEF}_1);

* tempo médio de serviço das estações de reparo e teste ($\overline{TS}_k, k = 2, 3$ e 4);

* tempo médio dos tempos entre chegadas das máquinas externas na estação 5 (\overline{TEC}_5);

* proporção de máquinas do sistema fechado reparadas na estação 2 (R_{12});

* proporção de máquinas do sistema fechado aprovadas no teste da estação 4 (R_{41});

* proporção de máquinas externas (prioritárias) aprovadas no teste da estação 4 (R_{p4}).

As estatísticas relativas às médias das amostras de entrada são utilizadas no MLR, juntamente com cada uma das estimativas;

c) sintetizando os resultados de cada corrida, foram calculadas as seguintes estatísticas globais (Tabelas 3 e 4) :

c1) na Tabela 3

* média e variância das estimativas \overline{NMO}_1 , \overline{U}_2 , \overline{U}_3 , \overline{U}_4 , \overline{TTR} , \overline{TTRP} , referentes às $M = 50$ corridas. Por exemplo, para \overline{NMO}_1 obteve-se $\overline{NMO}_1 = 4.780$ e $Var(\overline{NMO}_1) = 0.0003441$, para o sistema A;

* coeficiente de determinação (R^2) para cada estimativa, calculado através da regressão múltipla do MLR. Como variáveis independentes (controles) foram utilizadas as médias de todas as variáveis de entrada, inclusive as proporções R_{12} , R_{41} e R_{p4} . Cada corrida originou uma observação para essa regressão.

O valor de R^2 do MLR define a parcela da variância de cada estimativa que é explicada pela variação das médias das variáveis de entrada. Trata-se, portanto, de um erro associado ao conjunto de valores de entrada, que se elimina com a amostragem descritiva;

* tempo de processamento para as $M = 50$ corridas. O problema foi simulado em um microcomputador de 16 bits, "clock" de 4.77 MHz, sem o processador aritmético e utilizando-se linguagem TURBO-PASCAL;

c2) na Tabela 4

* coeficiente de determinação com controle parcial ($R^2(\text{parcial})$), excluindo-se as proporções R_{12} , R_{41} e R_{p4} . Esta situação corresponde, aproximadamente, aos mesmos controles utilizados por Wilson & Pritsker.

Analisando os resultados das tabelas 3 e 4 verifica-se que :

- a) os valores das estimativas para o sistema A são praticamente iguais aos valores teóricos da tabela 1;
- b) os valores $R^2(\text{parcial})$ são próximos dos valores R^2 de Wilson & Pritsker, apresentados na Tabela 2.

TABELA 3 - Resultados globais obtidos com a AAS
(M = 50 corridas de 6000 ut).

Estimativa	Sistema	
	A	B
$\overline{\overline{NMO_1}}$	4.780	4.733
$\overline{NMO_1}$ $\text{Var}(\overline{NMO_1})$	0.0003441	0.0004827
	R ² (%)	65
		77
$\overline{U_2}$	0.181	0.365
$\overline{U_2}$ $\text{Var}(\overline{U_2})$	0.0001280	0.0001940
	R ² (%)	100
		100
$\overline{U_3}$	0.411	0.422
$\overline{U_3}$ $\text{Var}(\overline{U_3})$	0.0001351	0.0001702
	R ² (%)	99
		99
$\overline{U_4}$	0.265	0.332
$\overline{U_4}$ $\text{Var}(\overline{U_4})$	0.0000495	0.0000617
	R ² (%)	99
		99
$\overline{\overline{TTR}}$	2.537	2.822
\overline{TTR} $\text{Var}(\overline{TTR})$	0.0040118	0.0061775
	R ² (%)	77
		82
$\overline{\overline{TTRP}}$	-	3.085
\overline{TTRP} $\text{Var}(\overline{TTRP})$	-	0.0164817
	R ² (%)	-
		50
Tempo de processamento (minutos)	173	215

TABELA 4 - Resultados obtidos com a AAS (M = 50 corridas de 6000 ut) para o coeficiente de determinação com controle parcial.

Estimativas	R ² (parcial) (%)	
	Sistema	
	A	B
\overline{NMO}_1	62	72
\overline{U}_2	69	81
\overline{U}_3	82	83
\overline{U}_4	93	95
\overline{TTR}	69	70
\overline{TTRP}	-	38

Isso era de se esperar uma vez que os controles foram praticamente os mesmos;

- c) os valores R² (Tabela 3) são todos superiores aos R²(parcial). Explica-se tal fato porque os R² foram calculados tendo também como controles as proporções R₁₂, R₄₁ e R_{p4}.

4. METODOLOGIA UTILIZADA COM A AMOSTRAGEM DESCRITIVA E RESULTADOS OBTIDOS

Os experimentos utilizando a amostragem descritiva foram realizados nas mesmas condições da amostragem aleatória simples, exceção feita ao MLR que aqui não se aplica. Isto se dá porque as médias das amostras de entrada praticamente não variam, o que não acontece com a amostragem aleatória simples.

Para a geração das amostras descritivas, cujos valores são agora deterministicamente selecionados, foi adotado o seguinte procedimento :

- a) os valores das 5 amostras descritivas $k = 1, \dots, 5$, para as variáveis de entrada, referentes às distribuições exponenciais com média μ_k ($k = 1, \dots, 5$), foram definidos pelas seguintes fórmulas :

$$\begin{aligned} \text{a1) } TEF_{1i} &= - 10.0 \times \text{LN}[(i - 0.5)/TAD_1], \\ & \quad i = 1, \dots, TAD_1, \end{aligned} \quad (1)$$

onde

TAD_1 é o tamanho da amostra descritiva 1;

$$\begin{aligned} \text{a2) } TS_{ki} &= - \mu_k \times \text{LN}[(i - 0.5)/TAD_k], \\ & \quad i = 1, \dots, TAD_k, \end{aligned} \quad (2)$$

onde

TAD_k é o tamanho da amostra descritiva k ,

$k = 2, 3$ e 4 ,

$\mu_2 = 1.5$, $\mu_3 = 1.0$ e $\mu_4 = 0.5$;

$$\begin{aligned} \text{a3) } \text{TEC}_{5i} &= - 8.0 \times \text{LN}[(i - 0.5)/\text{TAD}_5], \\ & i = 1, \dots, \text{TAD}_5, \end{aligned} \quad (3)$$

onde

TAD_5 é o tamanho da amostra descritiva 5;

b) os valores uniformes (VU) entre 0 e 1 das amostras descritivas $k = 6, 7$ e 8 , referentes à definição do tipo de reparo e do resultado do teste das máquinas, foram obtidos da seguinte forma :

$$\text{VU}_{ki} = (i - 0.5)/\text{TAD}_k, \quad i = 1, \dots, \text{TAD}_k, \quad (4)$$

onde

TAD_k é o tamanho da amostra descritiva k ,
 $k = 6, 7$ e 8 .

Note-se que no caso da AAS, os valores VU_k foram gerados aleatoriamente, fazendo com que as proporções representadas variem de corrida para corrida. Por exemplo, sendo $p_{12} = 0.25$ ($k = 6$), uma máquina necessitará reparo maior quando $\text{VU}_{6i} < 0.25$, seguindo da estação 1 para a estação 2; caso contrário, ou seja, $\text{VU}_{6i} \geq 0.25$, a máquina necessitará reparo menor, seguindo da estação 1 para a estação 3. Usando a expressão (4), relativa à AD, a proporção de valores $\text{VU}_{6i} < 0.25$ será exatamente igual à probabilidade representada (25%). Por outro lado, usando a AAS, esta proporção será variável.

c) a determinação do tamanho das amostras descritivas

(TAD_k, k = 1,...,8) foi realizada com o seguinte procedimento :

* Estimou-se, de maneira aproximada, o tamanho das amostras de entrada (N_k, k = 1,...,8) obtendo-se os valores da Tabela 5. Tomando esses valores como o tamanho das amostras descritivas (TAD_k, k = 1,...,8), realizou-se um experimento piloto com M = 5 corridas com 6000 ut de duração. Em cada corrida piloto determinou-se o tamanho das amostras de entrada (N_k, k = 1,...,8). A média dos 5 valores dos tamanhos de cada amostra (\bar{N}_k , k = 1,...,8), obtidos nas 5 corridas, definiram os valores definitivos para TAD_k, k = 1,...,8, usados na simulação do problema após a fase piloto. Esses valores constam na Tabela 6. Este procedimento mostrou-se eficaz e maiores detalhes podem ser vistos em Funchal (1987).

Os valores que compõem as 8 amostras foram obtidos pela aplicação do método da transformada inversa para a geração de amostras descritivas (Saliby, 1988).

A Tabela 7 mostra os resultados globais obtidos com a amostragem descritiva. Os valores de Red_Var correspondem à redução de variância obtida em relação à amostragem aleatória simples (Tabela 3).

Finalmente, a Tabela 8 sintetiza os resultados do estudo (Tabelas 1, 2, 3 e 7).

TABELA 5 - Tamanhos estimados das amostras de entrada, utilizados na fase piloto da simulação.

k	N_k	
	Sistema A	Sistema B
1	3000	3000
2	750	1500
3	2550	2625
4	3300	4125
5	-	750
6	3000	3000
7	3300	3300
8	-	825

TABELA 6 - Tamanhos das amostras descritivas utilizados na simulação do problema após a fase piloto.

k	TAD_k	
	Sistema A	Sistema B
1	2870	2838
2	718	1461
3	2470	2525
4	3187	3986
5	-	749
6	2870	2838
7	3187	3153
8	-	832

TABELA 7 - Resultados globais obtidos com a AD (M = 50 corridas de 6000 ut) e TAD_k (k = 1,...,8) definidos na Tabela 6.

Estimativa	Sistema	
	A	B
$\overline{\overline{NMO_1}}$	4.784	4.732
$\overline{NMO_1}$ $\overline{\text{Var}(NMO_1)}$	0.0001007	0.0001661
	Red_Var (%)	71
		66
$\overline{U_2}$	0.179	0.365
$\overline{U_2}$ $\overline{\text{Var}(U_2)}$	0.0000016	0.0000031
	Red_Var (%)	99
		98
$\overline{U_3}$	0.412	0.421
$\overline{U_3}$ $\overline{\text{Var}(U_3)}$	0.0000034	0.0000026
	Red_Var (%)	98
		99
$\overline{U_4}$	0.266	0.332
$\overline{U_4}$ $\overline{\text{Var}(U_4)}$	0.0000011	0.0000014
	Red_Var (%)	98
		98
$\overline{\overline{TTR}}$	2.536	2.823
\overline{TTR} $\overline{\text{Var}(TTR)}$	0.0005969	0.0012283
	Red_Var (%)	85
		80
$\overline{\overline{TTRP}}$	-	3.073
\overline{TTRP} $\overline{\text{Var}(TTRP)}$	-	0.0062608
	Red_Var (%)	-
		62
Tempo de processamento (minutos)	57	69

TABELA 8 - Síntese dos resultados globais do estudo
 Wilson & Pritsker, AAS e AD (Fonte : Tabelas 1, 2, 3 e 7)

Sis- tema	Estimativa					
	\overline{NMO}_1	\overline{U}_2	\overline{U}_3	\overline{U}_4	\overline{TTR}	\overline{TTRP}
Média teórica (W. & Pritsker)	4.781	0.179	0.412	0.266	2.542	-
Média (AAS)	4.780	0.181	0.411	0.265	2.537	-
Média (AD)	4.784	0.179	0.412	0.266	2.536	-
A Red_Var (%) (W. & Pritsker)	37	51	69	84	49	-
R ² (%) (AAS)	65	100	99	99	77	-
Red_Var (%) (AD)	71	99	98	98	85	-
Tempo de processamento (minutos) :					AAS = 173	
					AD = 57	
Média (AAS)	4.733	0.365	0.422	0.332	2.822	3.085
Média (AD)	4.732	0.365	0.421	0.332	2.823	3.073
B Red_Var (%) (W. & Pritsker)	39	72	70	89	41	33
R ² (%) (AAS)	77	100	99	99	82	50
Red_Var (%) (AD)	66	98	99	98	80	62
Tempo de processamento (minutos) :					AAS = 215	
					AD = 69	

Analisando-se os resultados da Tabela 8 verifica-se que :

- a) as estimativas globais obtidas com ambos os métodos amostrais (AAS e AD) são praticamente iguais. No caso do sistema A, são também muito próximas dos respectivos valores teóricos;
- b) as reduções de variância Red_Var obtidas com a AD (Red_Var) são altas (média de 87 %), próximas dos valores de R^2 do MLR e superiores às Red_Var obtidas por Wilson & Pritsker (média de 58 %);
- c) os tempos de processamento, usando a AD, para as $M = 50$ corridas reduziram-se em 67 % em relação a AAS. Isto se explica porque o conjunto de valores descritivos é gerado uma única vez para todas as corridas de um experimento. Apenas sua permutação aleatória - um procedimento bem mais rápido - é gerada novamente a cada corrida. Esse ganho torna-se maior à medida em que cresce o número de corridas do experimento.

5. CONCLUSOES

Os resultados apresentados permitem concluir que :

- a) como observado nos demais testes já realizados, a amostragem descritiva não resultou em estimativas tendenciosas;
- b) as previsões de redução de variância dadas pelo R^2 do MLR foram mais uma vez confirmadas; esta redução corresponde ao efeito de conjunto que é desnecessariamente introduzido com a amostragem aleatória simples;
- c) considerando o efeito combinado da redução de variância (da ordem de 87 %) e da redução de tempo de processamento (da ordem de 67 %) o ganho computacional global com a AD foi de 96 %. Assim sendo, com apenas 1/25 do esforço computacional, a amostragem descritiva produziria estimativas de mesma precisão que a amostragem aleatória simples.

Considerando agora a redução de variância obtida com a amostragem descritiva em relação à redução obtida por Wilson & Pritsker (da ordem de 69 %), o ganho computacional global seria de 90 %. Assim, com 1/10 do tempo total de processamento, obter-se-ia estimativas de mesma precisão que as obtidas com a amostragem aleatória simples e utilizando-se a técnica de variáveis de controle.

Assim sendo, mesmo para um sistema relativamente complexo como o que foi aqui estudado, a amostragem descritiva proporciona substanciais ganhos de eficiência. Sua utilização, em lugar da amostragem aleatória simples, é portanto altamente recomendada.

BIBLIOGRAFIA

FUNCHAL, G. Aplicação da amostragem descritiva na simulação de sistemas não elementares. Rio de Janeiro, Instituto Militar de Engenharia, 1987. Tese de Mestrado.

SALIBY, E. A reappraisal of some simulation fundamentals. Lancaster, Universidade de Lancaster, 1980. Tese de Doutorado.

_____ Repensando a simulação : a amostragem descritiva. São Paulo, Atlas/EDUFRJ, 1988.

_____ Uma revisão dos fundamentos da simulação : o uso incorreto de amostragem aleatória simples. Pesquisa Operacional, 2 (2) : 1 - 16, 1982.

_____ Sources of variation of simulation estimates : an empirical study. Rio de Janeiro, COPPEAD/UFRJ, 1986. (Relatório de Pesquisa, 64).

WILSON J. R. & PRITSKER A. A. B. Experimental evaluation of variance reduction techniques for queueing simulation using generalized concomitant variables. Management Science, 30 (12): 1459 - 72, 1984.