

Universidade Federal do Rio de Janeiro

FREQUÊNCIA NATURAL DE VIBRAÇÃO DE DUTOS SUBMARINOS EM VÃOS  
LIVRES

Felipe Teixeira Silva Bezerra

2014

FREQUÊNCIA NATURAL DE VIBRAÇÃO DE DUTOS SUBMARINOS EM VÃOS  
LIVRES

Felipe Teixeira Silva Bezerra

Projeto de Graduação apresentado ao Curso de Engenharia Naval e Oceânica da Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheiro Naval.

Orientador: Murilo Augusto Vaz

Rio de Janeiro  
Fevereiro de 2014

FREQUÊNCIA NATURAL DE VIBRAÇÃO DE DUTOS SUBMARINOS EM VÃOS  
LIVRES

Felipe Teixeira Silva Bezerra

PROJETO DE GRADUAÇÃO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO CURSO DE ENGENHARIA NAVAL E OCEÂNICA DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA À OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO NAVAL.

Examinado por:

---

Prof. Murilo Augusto Vaz, Ph. D

---

Prof. Julio Cesar Ramalho Cyrino, D.Sc.

---

Prof. Severino Fonseca da Silva Neto, D. Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

FEVEREIRO DE 2014

Bezerra, Felipe Teixeira Silva

Frequência Natural de Vibração de Dutos Submarinos em Vãos Livres / Felipe Teixeira Silva Bezerra – 2014.

XI, 35p. : il. ; 30cm.

Projeto de Graduação – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Curso de Engenharia Naval e Oceânica, Rio de Janeiro, 2014.

Orientador: Murilo Augusto Vaz

1. Vãos Livres. 2. Frequência Natural. 3. Dutos Submarinos. I. Vaz, Murilo Augusto. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Escola Politécnica, Curso de Engenharia Naval e Oceânica. III. Título.

## DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus familiares,  
pois a família é a base de tudo.

## AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Kátia e Paulo, e meu irmão Rafael pelo apoio, carinho, paciência e incentivos durante toda a minha vida até hoje.

A minha namorada Ivana Harter pelo apoio sempre me dando forças e incentivos para continuar, pois no final tudo vale a pena. Obrigado pelo carinho e compreensão durante todos estes longos anos de faculdade. Esta vitória também é sua!

Ao professor e orientador Murilo Augusto Vaz, pela orientação, apoio, conselhos, paciência e ensinamentos durante os mais de 2 anos de bolsas de iniciação e projeto final no Núcleo de Estrutura Oceânicas (NEO).

Aos companheiros de graduação, em especial para os da turma de 2009/2 os quais ingressaram junto comigo e mantiveram sempre aceso o sonho de se tornar engenheiro naval. Sem eles os estresses não virariam tempos de descontração e os desafios seriam ainda mais difíceis.

Ao engenheiro Antônio Pereira pela ajuda com o projeto e a toda a equipe de SURF & Pipeline da empresa Det. Norske Veritas, pelo incentivo, paciência, risadas e aprendizado.

A ANP (Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis), pelo apoio financeiro e oportunidade de aprendizado, através do seu Programa de Recursos Humanos – PRH-35.

Resumo do Projeto de Graduação apresentado à Escola Politécnica/UFRJ como parte dos requisitos necessários para à obtenção do grau de Engenheiro Naval.

## FREQUÊNCIA NATURAL DE VIBRAÇÃO DE DUTOS SUBMARINOS EM VÃOS LIVRES

Felipe Teixeira Silva Bezerra

Fevereiro/2014

Orientador: Murilo Augusto Vaz

Curso: Engenharia Naval e Oceânica

O estudo da frequência natural de vibração de um duto é de extrema importância no seu dimensionamento e, conseqüentemente, para a indústria offshore. Dependendo da frequência natural de vibração de um determinado duto este pode entrar em ressonância causando danos e até mesmo a ruptura da tubulação. O presente trabalho visa apresentar brevemente o que são vãos livres e qual a influência destes na frequência natural de vibração. Por fim, é realizada a comparação das frequências naturais obtidas pela formulação aproximada da norma DNV-RP-F105, a planilha de cálculos FatFree e um modelo em elementos finitos.

Palavras-chave: Vãos Livres, Frequência Natutal, Dutos Submarinos.

Abstract of Undergraduate Project presented to POLI/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Engineer.

## NATURAL FREQUENCY VIBRATION ON FREE SPAN PIPELINES

Felipe Teixeira Silva Bezerra

February/2014

Advisor: Murilo Augusto Vaz

Course: Naval Architecture

The study of the natural frequency vibration of a pipeline is of paramount importance in its design and consequently for the offshore industry. Depending on the natural frequency of vibration resonance may cause damage and even rupture. This work briefly presents free spans and how they influence the natural vibration frequency. Finally, a comparison of the natural frequency obtained by DNV-RP-F105 standard approximate formulation, FatFree spreadsheet calculations and finite element model is carried out.

Keywords: Free Span, Pipelines, Natural Frequency.



## Índice

1. Introdução .....	10
1.1. Motivação.....	10
1.2. Objetivos .....	10
1.3. Descrição dos Capítulos .....	11
2. Vibração Lateral de Vigas.....	12
2.1. Equações do Movimento.....	12
2.2. Vibração Livre.....	13
2.3. Efeito da Força Axial .....	14
2.4. Condições de Contorno .....	14
2.4.1. Pinada-Pinada.....	14
2.4.2. Livre-Livre .....	15
2.4.3. Engastada-Engastada.....	16
3. Vão Livres – <i>Free Span</i> .....	17
3.1. Conceitos Iniciais .....	17
3.1.1. Soluções para Mitigação .....	17
3.2. DNV-RP-F105 .....	20
3.2.1. Formulação Aproximada para Vibração e Deflexão Inicial.....	20
3.2.2. Frequência Natural .....	21
3.3. Comprimento Efetivo.....	22
3.4. Caso Adimensional .....	24
4. Estudo de Caso Prático.....	27
4.1. Definição do Projeto.....	27
4.2. Dados do Projeto .....	27
4.3. Resultados .....	28
4.3.1. Formulação DNV-RP-F105 .....	28
4.3.2. Elementos Finitos.....	29
4.3.3. FatFree.....	34
4.4. Comparação dos Resultados.....	36
4.4.1. Duto Bi-Apoiado .....	37
4.4.2. Duto Bi-Engastado .....	41
5. Conclusão.....	45
6. Referências .....	46

## Índice de Figuras

Figura 1 - Visão Lateral da Viga, [4] .....	12
Figura 2 – Destaque do Elemento Infinitesimal $dx$ da Viga, [4].....	12
Figura 3 - Representação Condição Bi-Apoiada.....	15
Figura 4 - Representação Condição Livre-Livre.....	15
Figura 5 - Representação Condição Bi-Engastada.....	16
Figura 6 - Exemplo de <i>Free Span</i> , [5].....	17
Figura 7 - Técnica de Rock Dumping, [6].....	18
Figura 8 - Técnica de Grout Bags, [6].....	18
Figura 9 – Exemplo de Instalação dos Grout Bags, [6].....	19
Figura 10 - Suporte Mecânico para Dutos, [7].....	19
Figura 11 - Exemplo de Suporte Mecânico Instalado ao Duto, [7].....	20
Figura 12 – Modelo de apoios elásticos, [9] .....	23
Figura 13 - Gráfico Comparação $Leff/L$ , [9].....	24
Figura 14 - Propriedades do Material no MEF.....	30
Figura 15 - Propriedades da Seção utilizada .....	30
Figura 16 - Orientação do modelo.....	31
Figura 17 - Condição de Contorno Bi-Apoiada .....	32
Figura 18 - Condição de Contorno Bi-Engastada .....	32
Figura 19 - Peso Próprio e Tração aplicados ao modelo .....	33
Figura 20 - Malha gerada para o modelo .....	33
Figura 21 - Planilha FatFree – Aba Principal.....	35
Figura 22 - Frequência Natural - Bi-Apoiado - Duto 6" .....	38
Figura 23 - Frequência Natural - Bi-Apoiado - Duto 12" .....	39
Figura 24 - Frequência Natural - Bi-Apoiado - Duto 18" .....	40
Figura 25 - Frequência Natural - Bi-Apoiado - Duto 24" .....	40
Figura 26 - Frequência Natural - Bi-Engastado - Duto 6".....	41
Figura 27 - Frequência Natural - Bi-Engastado - Duto 12".....	42
Figura 28 - Frequência Natural - Bi-Engastado - Duto 18".....	42
Figura 29 - Frequência Natural - Bi-Engastado - Duto 24".....	43

## Índice de Tabelas

Tabela 1 - Condições de Contorno Norma DNV-RP-F105 [1].....	22
Tabela 2 - Dados de Entrada para Cálculos .....	28
Tabela 3 - Resultados Formulação aproximada DNV-RP-F105 (Bi-Apoiado) .....	29
Tabela 4 – Resultados Formulação aproximada DNV-RP-F105 (Bi-Engastado).....	29
Tabela 5 - Resultados Elementos Finitos (Abaqus) – Bi-Apoiado.....	34
Tabela 6 - Resultados Elementos Finitos (Abaqus) - Bi-Engastado .....	34
Tabela 7 - Resultados FatFree - Bi-Apoiado.....	35
Tabela 8 - Resultados FatFree - Bi-Engastado.....	36
Tabela 9 - Comparação dos Resultados com Erros Percentuais - Bi-Apoiada.....	44
Tabela 10 - Comparação dos Resultados com Erros Percentuais - Bi-Engastada.....	44

## **1. Introdução**

### **1.1. Motivação**

Com a crescente exploração dos campos de petróleo na costa brasileira e com a descoberta de novas reservas de petróleo a cada dia feitas na região do pré-sal, faz-se necessário aprimorar os estudos na principal área ligada à produção, o transporte do óleo.

O petróleo é inicialmente extraído do fundo do oceano a uma profundidade de aproximadamente 2000 metros, na região do pré-sal, e armazenado em navios do tipo FPSO (*Floating Production Storage Offloading*), que é um navio tanque com uma planta de processos que realiza a primeira separação entre o petróleo, água e gás que encontram-se misturados ao óleo.

Após a retirada do petróleo do fundo do mar e do primeiro processo de separação, o óleo pode ser transportado por navios tanques aliviadores que levarão o óleo do FPSO até a costa ou pode ser bombeado por dutos submarinos interligados às unidades *offshore* até as refinarias para a separação final do produto.

O foco deste estudo é baseado neste último trecho, quando o petróleo é bombeado por dutos submarinos até as refinarias. Neste trecho submarino os dutos encontram-se apoiados no fundo do oceano, onde muitas vezes não se tem uma superfície plana para apoiar tal tubulação. Sendo assim, os dutos ficarão muitas vezes submetidos a longos vãos apenas com apoios nas suas extremidades.

A ocorrência destes vãos longos onde o duto fica “solto” é chamado de *free-span* e para este existem tratamentos especiais em regras de classificadoras. Tem-se ainda, a influência de diversos efeitos da natureza tais como as correntezas que poderão gerar uma vibração induzida por vórtices ao redor dos dutos, este fenômeno é mais conhecido com VIV (*Vortex Induced Vibration*), entretanto este não será objeto de nosso estudo no presente projeto.

### **1.2. Objetivos**

Este trabalho tem como objetivo realizar um estudo sobre a frequência natural de vibração de dutos submarinos submetidos a vão livres, realizando uma comparação dos resultados obtidos com as aproximações propostas pela norma DNV-RP-F105, ref [1].

### 1.3. Descrição dos Capítulos

Este trabalho é composto por cinco capítulos sendo o primeiro a introdução ao assunto abordado, o qual é apresentado, de forma geral, o trabalho que será desenvolvido, descrevendo-se a motivação e os temas abordados.

O segundo capítulo apresenta o resumo das equações de governo que serão utilizadas no decorrer deste projeto. São reapresentadas as formulações já conhecidas de vibração lateral de vigas bem como a diferenciação ocorrida para cada condição de contorno aplicada a viga em questão.

No terceiro capítulo há uma breve apresentação sobre o tema de vãos livres, *Free Span*, para a familiarização com o assunto que será objeto de estudo neste presente projeto. Neste capítulo estão apresentados os conceitos de *Free Span*, bem como soluções de mitigação, além, é claro, das consequências geradas por este efeito na frequência natural de vibração. Neste capítulo é apresentada uma proposta de uma nova abordagem para o problema de *Free Span* utilizando-se da norma DNV-RP-F105, ref [1], através de parâmetros adimensionais. Para o caso específico tratado neste presente projeto, foi possível simplificar o problema de forma a obter uma formulação governada apenas por dois termos adimensionais.

No quarto capítulo são apresentados os resultados obtidos para dutos típicos, com diâmetros comumente utilizados na indústria offshore, onde são feitas as comparações dos valores de frequências naturais obtidas pelo cálculo analítico, proposto pela norma DNV-RP-F105, ref [1], pela modelação em elementos finitos (MEF), desenvolvida com o Software Abaqus, ref [2] e [3], e pela planilha de cálculos FatFree.

No quinto capítulo apresentam-se as conclusões sobre a comparação dos resultados analíticos com os numéricos e indica quais os casos foram abordados e sob quais limitações.

## 2. Vibração Lateral de Vigas

### 2.1. Equações do Movimento

Como proposto pela ref [4], considerando-se uma viga uniforme com seção transversal simétrica e constante de comprimento  $l$  apresentada na Figura 1. A Figura 2 apresenta o equilíbrio de forças e momentos em um elemento infinitesimal.

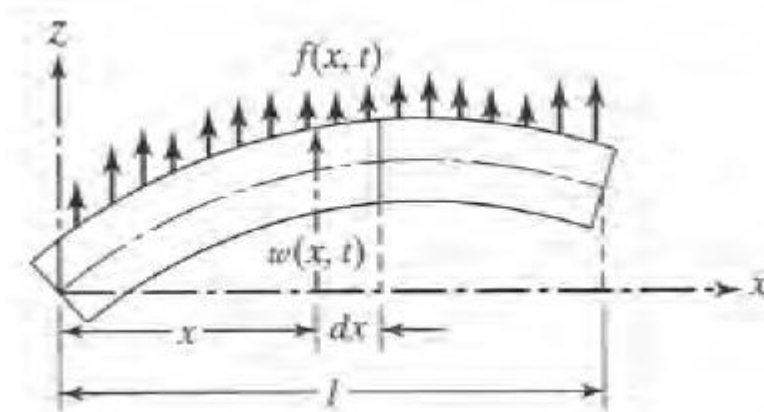


Figura 1 - Visão Lateral da Viga, [4]

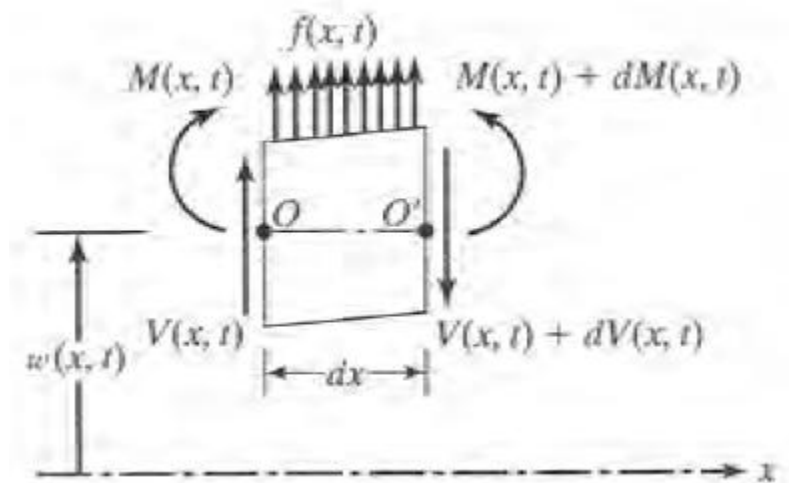


Figura 2 – Destaque do Elemento Infinitesimal  $dx$  da Viga, [4]

Observe que  $M(x,t)$  representa o momento fletor,  $V(x,t)$  é o esforço cortante e  $f(x,t)$  é a força por unidade de comprimento aplicados à viga em questão. Sendo assim, pode-se definir algumas propriedades da viga, como a força de inércia definida pela Equação 1:

$$\rho A(x) dx \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x, t) \quad (1)$$

Tem-se o equilíbrio de forças nas direções x, y e z, de forma que a equação do movimento na direção z é dada pela Equação 2:

$$-(V + dV) + f(x, t)dx + V = \rho A(x) dx \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x, t) \quad (2)$$

A equação do movimento na direção y pode ser representada pela Equação 3:

$$(M + dM) - (V + dV)dx + f(x, t)dx \frac{dx}{2} - M = 0 \quad (3)$$

Aplicando as relações  $dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx$ ,  $dM = \frac{\partial M}{\partial x} dx$ ,  $V = \frac{\partial M}{\partial x}$  e manipulando-se algebricamente a Equação 2 e a Equação 3 chega-se à:

$$-\frac{\partial^2 M}{\partial x^2}(x, t) + f(x, t) = \rho A(x) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x, t) \quad (4)$$

Sabe-se que pela teoria elementar da flexão de vigas ou teoria de Euler-Bernoulli a relação entre o momento fletor e a deflexão pode ser expressa pela Equação 5:

$$M(x, t) = EI(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x, t) \quad (5)$$

Então substituindo-se a Equação 5 na Equação 4 tem-se que a equação de movimento para vibração lateral forçada de uma viga pode ser apresentada pela Equação 6:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4}(x, t) + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x, t) = f(x, t) \quad (6)$$

## 2.2. Vibração Livre

Para vibração livre o termo  $f(x, t)$  é nulo, uma vez que não se tem força externa, e assim a equação do movimento para vibração lateral da viga (Equação 6) pode ser reescrita pela Equação 7:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4}(x, t) + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x, t) = 0 \quad (7)$$

A solução da Equação 7 para vibração livre se dá através do método de separação de variáveis e após algumas manipulações chega-se a Equação 8 para a frequência natural da viga:

$$\omega = \beta^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (8)$$

Onde  $\beta$  é função das condições de contorno aplicadas à viga, as quais serão apresentadas no tópico 2.4.

### 2.3. Efeito da Força Axial

Para o caso com força axial aplicada a viga deve-se adicionar o termo referente a está força na Equação 7, a qual pode ser reescrita pela Equação 9:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4}(x, t) + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x, t) - P \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (9)$$

A solução da Equação 9 para vibração com efeito da força axial se dá novamente pelo método de separação de variáveis e com manipulações algébricas chega-se a Equação 10 para a frequência natural deste caso:

$$\omega = \frac{\pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \sqrt{1 + \frac{P l^2}{\pi^2 EI}} \quad (10)$$

### 2.4. Condições de Contorno

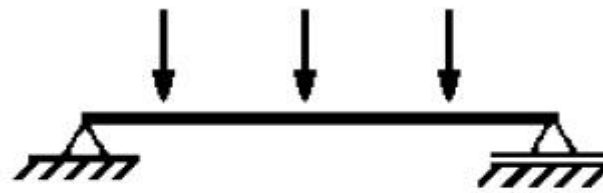
Uma viga pode ter suas extremidades apoiadas, fixas ou livres, sendo assim temos as condições de contorno mais comuns apresentadas a seguir.

#### 2.4.1. Pinada-Pinada

Quando tem-se a condição pinada-pinada ou apoiada-apoiada ou bi-apoiada, sabe-se que esta viga em sua extremidade, por estar apoiada estará impedida de se movimentar nos eixos x, y e z entretanto podendo girar em todos os três graus de



liberdade. O explicitado acima pode ser ilustrado pela Figura 3 e matematicamente pelas equações:



**Viga biapoiada**

**Figura 3 - Representação Condição Bi-Apoiada**

Deflexão = 0  $\Rightarrow$   $w = 0$

Momento Fletor = 0  $\Rightarrow$   $EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$

#### 2.4.2. Livre-Livre

Para o caso da viga com condições de contorno para as extremidades livre-livre, tem-se que a viga pode girar e se movimentar nos 3 graus de liberdade de forma que teremos isso expresso pela Figura 4 e matematicamente por:



**Viga Livre-Livre**

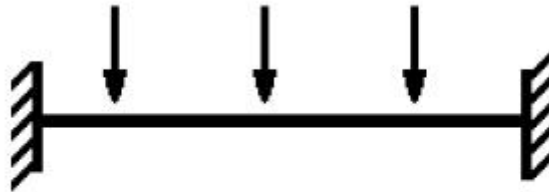
**Figura 4 - Representação Condição Livre-Livre**

Momento Fletor = 0  $\Rightarrow$   $EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$

Força de Cisalhamento = 0  $\Rightarrow$   $\frac{\partial}{\partial x} \left( EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = 0$

### 2.4.3. Engastada-Engastada

No caso de uma viga engastada em suas extremidades na condição Bi-Engastada tem-se que a extremidade está impedida de se movimentar nas direções x, y e z e também de girar nos três graus de liberdade de forma que isso pode ser expresso pela Figura 5 e equações:



Viga biengastada

Figura 5 - Representação Condição Bi-Engastada

$$\text{Deflexão} = 0 \Rightarrow w = 0$$

$$\text{Inclinação} = 0 \Rightarrow \frac{\partial w}{\partial x} = 0$$

### 3. Vãos Livres – *Free Span*

#### 3.1. Conceitos Iniciais

Um vão livre é formado quando parte do duto não está apoiado, ou seja, fica sem suporte para sustentar o seu peso e ficando assim submetido as forças da natureza. Geralmente este fenômeno ocorre no lançamento de um duto submarino em uma região onde o leito submarino possui irregularidades como depressões, formações rochosas, etc.

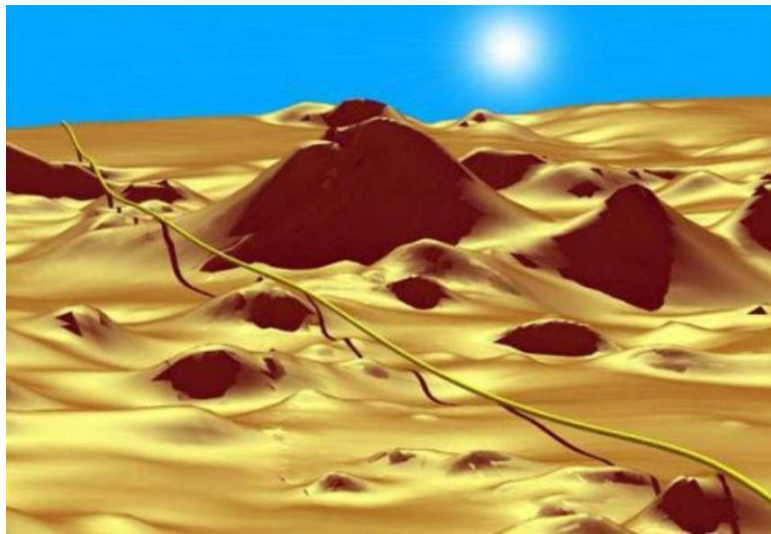


Figura 6 - Exemplo de *Free Span*, [5]

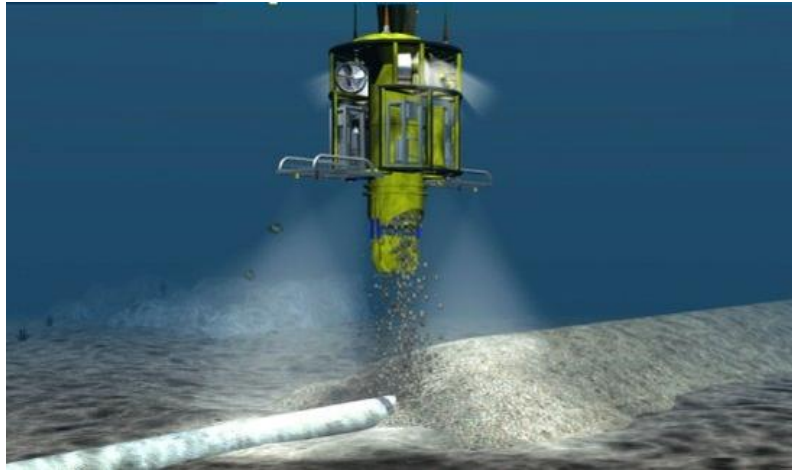
A metodologia aplicada para o tratamento e análise de vãos livres segue a seguinte ordem:

- Identificação
- Seleção
- Classificação

#### 3.1.1. Soluções para Mitigação

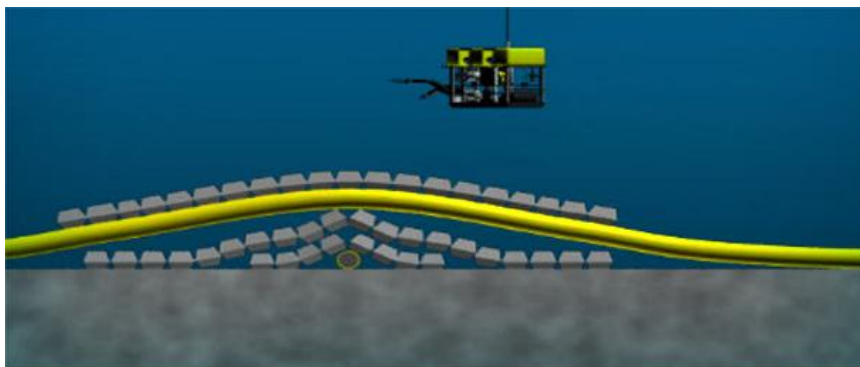
A existência de vãos livres ao longo da rota do duto pode acarretar em uma maior solicitação estrutural, sendo assim, deve-se buscar maneiras de evitar sua ocorrência e encontrar maneiras de diminuir seus efeitos. Felizmente, muito já se evoluiu na direção de solucionar este problema de engenharia e algumas soluções podem ser aplicadas para este tipo de caso.

Uma das técnicas aplicadas é a utilização de pedras sobre os dutos, gerando um aumento no peso e permitindo, assim, estabilizá-lo e protegê-lo de possíveis danos. Esta técnica é chamada de *rock dumping* e pode ser observada na Figura 7.



**Figura 7 - Técnica de Rock Dumping, [6]**

Outra solução também muito utilizada para a mitigação dos vãos livres é o calçamento do dutos, podendo este ser realizado de diversas formas. Uma das formas mais utilizadas é o preenchimento das depressões com blocos cimentados chamados de *grout bags* (expressos abaixo nas Figura 8 e Figura 9).

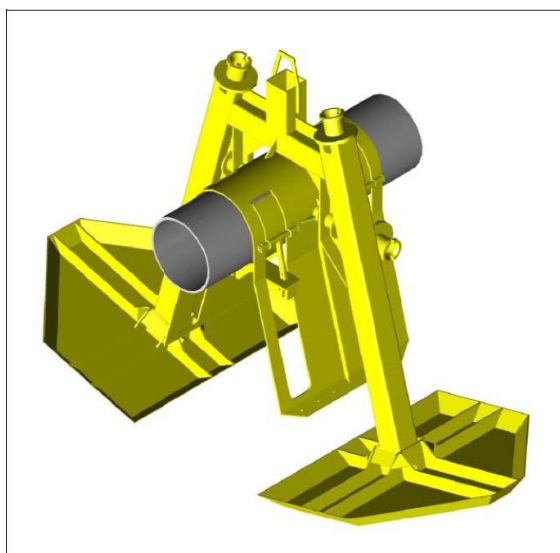


**Figura 8 - Técnica de Grout Bags, [6]**



**Figura 9 – Exemplo de Instalação dos Grout Bags, [6]**

Pode-se utilizar também além dos Grout Bags, expostos anteriormente, de segmentos de rochas ou suportes mecânicos (expresso abaixo nas Figura 10 e Figura 11). Entretanto, em todos os casos de tratamento do *Free Span* supracitados deve-se atentar para a realização deste procedimento em data próxima ao lançamento do duto, uma vez que este calçamento pode ser removido por forças da natureza antes do lançamento do mesmo, impossibilitando sua instalação de forma segura.



**Figura 10 - Suporte Mecânico para Dutos, [7]**



Figura 11 - Exemplo de Suporte Mecânico Instalado ao Duto, [7]

## 3.2. DNV-RP-F105

### 3.2.1. Formulação Aproximada para Vibração e Deflexão Inicial

O valor da deflexão estática é extremamente importante para o cálculo da frequência natural de vibração. Este parâmetro depende da tração ou compressão aplicada ao duto e das condições de contorno. A DNV-RP-F105, ref [1], propõe que, quando não for possível realizar a medição da deflexão, esta pode ser aproximada pela formulação apresentada na Equação 11:

$$\delta = C_6 \frac{qL_{eff}^4}{EI(1 + CSF)} \frac{1}{\left(1 + \frac{S_{eff}}{P_{cr}}\right)} \quad (11)$$

#### **Onde:**

$C_6$  é o coeficiente devido à condição de contorno, apresentado na Tabela 1;

$q$  é a força peso por unidade de comprimento;

$L_{eff}$  é o comprimento efetivo da tubulação;

$E$  é o Módulo de Young do material;

$I$  é o Momento de Inércia do duto;

$CSF$  é o fator de rigidez devido à utilização de concreto;

$S_{eff}$  é a Força axial efetiva;

$P_{cr}$  é a Força crítica de flambagem.

### 3.2.2. Frequência Natural

Devido a complexidade do sistema, a DNV-RP-F105, ref [1], recomenda que a avaliação seja realizada através de elementos finitos usando modelos não lineares. Entretanto, sob certas limitações, pode-se utilizar uma avaliação aproximada conforme a formulação proposta pela própria DNV-RP-F105, ref [1], apresentada na Equação 12:

$$f_1 \approx C_1 \sqrt{1 + CSF} \sqrt{\frac{EI}{m_e L_{eff}^4} \left( 1 + \frac{S_{eff}}{P_{cr}} + C_3 \left( \frac{\delta}{D} \right)^2 \right)} \quad (12)$$

#### **Onde:**

$C_1$  e  $C_3$  são os coeficientes devido a condição de contorno, apresentado na Tabela 1;

$m_e$  é a massa efetiva;

$\delta$  é a deflexão estática calculada;

$D$  é o diâmetro externo do duto.

#### **Restrições de aplicação:**

$$L/D_s < 140 ;$$

$$\delta/D < 2,50 ;$$

$$S_{eff}/P_{cr} > -0,5 ;$$

**Tabela 1 - Condições de Contorno Norma DNV-RP-F105 [1]**

Table 6-1 - Boundary Conditions coefficients			
	Pinned-Pinned <sup>2</sup>	Fixed-Fixed <sup>3</sup>	Single span on seabed
C1	1.57	3.56	3.56
C2	1.0	4.0	4.0
C3	0.8 <sup>1</sup>	0.2 <sup>1</sup>	0.4 <sup>1</sup>
C4	4.93	14.1	Shoulder: 14.1(L/Leff) <sup>2</sup> Mid-span: 8.6
C5	1/8	1/12	Shoulder: <sup>4</sup> $\frac{1}{18(L_{eff}/L)^2 - 6}$ Mid-span: 1/24
C6	5/384	1/384	1/384
<p>1) Note that C3=0 is normally assumed for in-line if the steady current is not accounted for.</p> <p>2) For pinned-pin boundary condition Leff is to be replaced by L in the above expressions also for Pcr.</p> <p>3) For fixed-fixed boundary conditions Leff/L=1 per definition.</p> <p>4) C5 shall be calculated using the static soil stiffness in the Leff/L calculation.</p>			

### 3.3. Comprimento Efetivo

Como proposto por Hobbs, ref [8], o conceito de comprimento efetivo significa a frequência natural de um vão livre com comprimento L apoiado sobre suportes elásticos sujeitos a pressões externas e internas. Este efeito de comprimento efetivo deve-se ao fato da vibração ultrapassar os limites do comprimento do vão para o caso do duto bi-apoiado, ou seja, uma parte maior do que o vão sofre influência desta vibração sendo necessário assim realizar esta correção.

A representação do exposto acima pode ser visto na Figura 12 abaixo, onde é possível observar algumas das propriedades do duto tais como, deflexão  $\delta$ , tração



efetiva  $S_{eff}$ , massa efetiva  $m_e$ , comprimento do vão  $L$ , rigidez flexional  $EI$  e a constante referente à rigidez vertical do solo  $K$ .

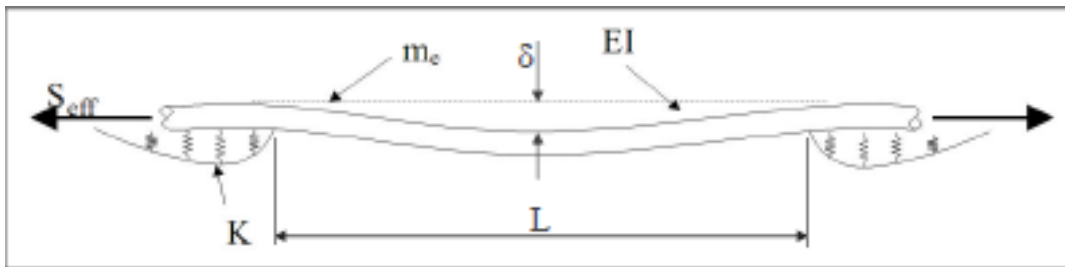


Figura 12 – Modelo de apoios elásticos, [9]

A rigidez vertical do solo é um dos fatores preponderantes para o cálculo do parâmetro de solo  $\gamma$  responsável por governar a razão  $L_{eff}/L$  e pode ser apresentado pela Equação 13.

$$\gamma = \frac{K L^4}{EI} \quad (13)$$

Para valores muito elevados de  $\gamma$ , pode-se concluir que existe uma maior rigidez de solo de modo a se aproximar do caso de extremidades bi-engastadas. Isto pode se explicar devido a uma elevação da rigidez vertical do solo  $K$  diminuindo os efeitos da vibração para pontos mais extremos levando a relação  $L_{eff}/L$  para próximo da unidade, o que é bem razoável uma vez que a extremidade está considerada fixa.

Pode-se concluir, então, que para uma extremidade apoiada o efeito seja diferente com uma rigidez vertical do solo  $K$  ligeiramente menor, pois o duto está apenas apoiado no solo não mais fixo, desta forma o efeito de rigidez vertical do solo se torna menor, causando uma diminuição do valor de  $\gamma$  e levando a razão entre  $L_{eff}/L$  para valores maiores que a unidade.

Segundo Pedrosa, ref [9], a partir de uma comparação entre os resultados de Hobbs com resultados de elementos finitos, estes se apresentaram de forma compatível e pode-se traçar o gráfico exposto na Figura 13.

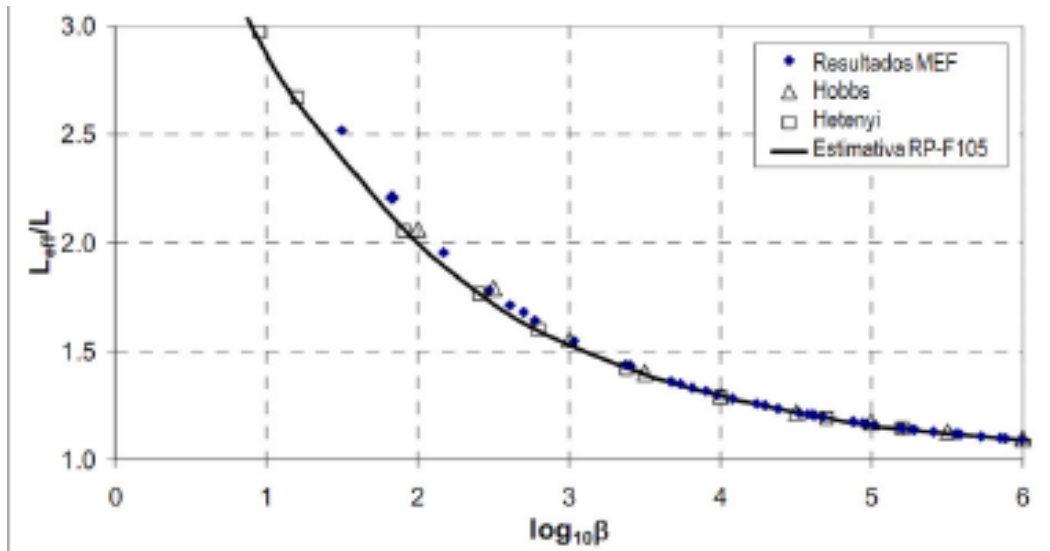


Figura 13 - Gráfico Comparação  $L_{eff}/L$ , [9]

Portanto, pode-se concluir que o conceito de comprimento efetivo deve ser utilizado para a condição de contorno do tipo bi-apoiada (*pinned-pinned*), entretanto para a condição bi-engastada (*fixed-fixed*) utiliza-se o próprio comprimento  $L$ .

### 3.4. Caso Adimensional

Uma forma mais polida de tratar um problema é definir variáveis que governem o problema como um todo. Reduzir problemas complexos e de muitas variáveis a equações simples e com poucas variáveis é de grande valia para solucionar questões de engenharia. No presente caso de estudo, para fins de simplificação e resumo do problema, algumas definições foram realizadas.

A formulação de deflexão inicial proposta pela DNV-RP-F105, ref [1], é expressa pela Equação 11. Entretanto, para o caso específico de estudo não utilizaremos cimento na fixação do duto então o fator  $CSF$  será nulo. Outro artifício é dividir toda a equação por  $D$ , uma vez que a utilização da deflexão está associada à razão entre esta e o diâmetro  $D$  do duto. Desta forma, temos uma redução da Equação 11 para:

$$\frac{\delta}{D} = C_6 \frac{qL_{eff}^4}{EI D} \frac{1}{\left(1 + \frac{S_{eff}}{P_{cr}}\right)} \quad (14)$$

A ideia é reduzir ao mínimo de variáveis possíveis visando obter uma melhor visualização do problema. Pode-se então definir dois termos adimensionais  $\alpha$  e  $\beta$  que

governarão a equação da deflexão estática e conseqüentemente a frequência natural de vibração.

$$\alpha = \frac{S_{eff}}{P_{cr}} \quad (15)$$

$$\beta = \frac{qL_{eff}^4}{EI D} \quad (16)$$

Portanto, temos a formulação da deflexão estática sendo governada apenas pela constante devido à condição de contorno aplicada à tubulação e pelos adimensionais  $\alpha$  e  $\beta$ , como apresentado na Equação 17:

$$\frac{\delta}{D} = C_6 \frac{\beta}{(1 + \alpha)} \quad (17)$$

A formulação aproximada para frequência natural proposta pela DNV-RP-F105, ref [1], é expressa pela Equação 12. Novamente não utilizaremos cimento na fixação do duto, então o fator  $CSF$  será nulo.

Como sabemos pela Equação 8 que a frequência natural é dada por:

$$\omega = \beta^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (18)$$

E assumindo que:

$$f_1' = \frac{f_1}{C_1 \sqrt{\frac{EI}{m_e L_{eff}^4}}} \quad (19)$$

Então temos que a Equação 19 pode ser reescrita como:

$$f_1' \approx \sqrt{\left(1 + \frac{S_{eff}}{P_{cr}} + C_3 \left(\frac{\delta}{D}\right)^2\right)} \quad (20)$$

Realizando o mesmo procedimento, utilizando-se agora dos adimensionais definidos anteriormente pelas Equação 15 e Equação 16 e substituindo estes na Equação 20 temos que a formulação da frequência natural pode ser expressa por:

$$f_1' \approx \sqrt{\left(1 + \alpha + C_3 \left(C_6 \frac{\beta}{(1 + \alpha)}\right)^2\right)} \quad (21)$$

Desta forma, pode-se observar que apenas com a definição dos adimensionais  $\alpha$  e  $\beta$ , além é claro das condições de contorno aplicadas, tem-se definido a deflexão estática sofrida pelo duto e sua frequência natural de vibração.

## **4. Estudo de Caso Prático**

### **4.1. Definição do Projeto**

O estudo de caso prático consiste na definição de um duto com dimensões próximas das reais submetido a vãos livres comumente encontrados no leito dos oceanos. Os dutos submarinos, quando sujeitos a vãos livres e ao peso próprio, irão apresentar uma deflexão inicial, que provocará uma alteração em suas frequências naturais de vibração. Os efeitos causados nos dutos devido a esta alteração da frequência podem acarretar em problemas como a diminuição do tempo de vida em fadiga, caso não sejam tomados os devidos cuidados e efeitos de mitigação já mencionados neste presente projeto.

### **4.2. Dados do Projeto**

Optou-se por utilizar tubulações de diâmetros próximos dos reais visando trazer a teoria vista na graduação para uma aplicação prática no dia-a-dia de um profissional de engenharia submarina.

Os diâmetros adotados para o presente projeto foram 6'', 12'', 18'' e 24'' de forma que assim varrem-se praticamente todos os valores de diâmetros comumente utilizados nas operações com petróleo e gás com dutos submarinos.

Dois casos foram definidos para verificação das frequências naturais de vibração, sendo um deles com a condição de contorno com as extremidades engastadas e a outra com a condição de contorno para as extremidades apoiadas. Sendo assim, foram estudadas as respostas dos dutos submarinos para a deflexão inicial considerando as condições de contorno bi-apoiada e bi-engastada.

Além das observações acima mencionadas, vale destacar que no leito do oceano os dutos estão conectados uns aos outros de forma a não estarem soltos e sendo assim será aplicada uma tensão na extremidade do duto de 500 kN visando simular este efeito.

Os dutos foram considerados como estando cheios de água, o que acontece em alguns lançamentos, visando obter um caso mais crítico de frequências naturais. O peso associado ao duto foi considerado o peso de aço mais o peso do líquido interior, de forma a utilizar-se apenas um peso específico.

Primeiramente realizam-se os cálculos para as frequências naturais de vibração pela formulação aproximada fornecida pela DNV-RP-F105, ref [1]. Posteriormente,

através da modelação dos dutos em elementos finitos (MEF), são calculadas novamente as frequências naturais de vibração para verificar com qual percentual de aproximação a formulação proposta pela norma atende aos casos tratados e definidos neste presente projeto.

Abaixo estão apresentados, na Tabela 2, os dados utilizados para a obtenção dos resultados que serão apresentados.

**Tabela 2 - Dados de Entrada para Cálculos**

D [pol]	R [m]	Espessura [m]	Peso Específico [kg/m <sup>3</sup> ]	EI [N.m <sup>2</sup> ]	m <sub>e</sub> [kg/m]	EA [N]	L/D = 140	Tração [kN]
6,625	0,084	0,01781	12247,06	5,00E+06	103,083	1,74E+09	23,56	500
12,75	0,162	0,02231	14821,80	5,00E+07	313,282	4,38E+09	45,34	500
18	0,229	0,03178	14757,14	2,00E+08	626,751	8,79E+09	64,01	500
24	0,305	0,03968	15254,74	6,00E+08	1083,800	1,47E+10	85,34	500

### 4.3. Resultados

#### 4.3.1. Formulação DNV-RP-F105

A partir da formulação aproximada proposta pela norma, pode-se realizar os cálculos para encontrar a frequência natural de vibração para os casos definidos anteriormente, bi-apoiado e bi-engastado.

##### 4.3.1.1. Duto Bi-Apoiado

A partir dos dados de entrada fornecidos anteriormente e da formulação apresentada nas seções 3.2.1 e 3.2.2, pode-se calcular os termos adimensionais e assim obter os valores aproximados a partir da DNV-RP-F105, ref [1], apresentados na Tabela 3.

**Tabela 3 - Resultados Formulação aproximada DNV-RP-F105 (Bi-Apoiado)**

Teórico							
D [pol]	$\delta$ [m]	$\delta/D$	$P_{cr}$ [N]	$\alpha$	$\beta$	$f_1'$	$f_1$ [Hz]
6,625	0,1225	0,7278	8,89E+04	5,6234	370,22	2,582	1,608
12,75	1,0970	3,3875	2,40E+05	2,0828	802,01	2,000	0,610
18	3,2972	7,2118	4,82E+05	1,0378	1128,66	2,490	0,539
24	7,5793	12,4332	8,13E+05	0,615	1542,10	3,739	0,600

#### 4.3.1.2. Duto Bi-Engastado

Utilizando-se do mesmo procedimento e alterando-se apenas a condição de contorno para o caso bi-engastado, pode-se então obter os valores analíticos da formulação aproximada da norma, os quais estão apresentados na Tabela 4:

**Tabela 4 – Resultados Formulação aproximada DNV-RP-F105 (Bi-Engastado)**

Teórico							
D [pol]	$\delta$ [m]	$\delta/D$	$P_{cr}$ [N]	$\alpha$	$\beta$	$f_1'$	$f_1$ [Hz]
6,625	0,0674	0,4007	3,56E+05	1,4058	370,22	1,561	2,206
12,75	0,4448	1,3734	9,60E+05	0,5207	802,01	1,248	0,864
18	1,0670	2,3337	1,93E+06	0,2594	1128,66	1,170	0,574
24	2,1219	3,4807	3,25E+06	0,1537	1542,10	1,182	0,430

#### 4.3.2. Elementos Finitos

Uma vez obtidas as frequências naturais de vibração a partir da formulação aproximada da norma DNV-RP-F105, ref [1], faz-se necessário agora a realização dos modelos em elementos finitos (MEF) no Software Abaqus, ref [2] e [3], a fim de realizar a comparação entre os resultados obtidos e conseguir mensurar o percentual de acurácia da formulação proposta pela norma para os casos aqui definidos.

O software utilizado para a simulação em elementos finitos foi o Abaqus 6.11, ref [2] e [3]. No software Abaqus foram utilizados os mesmos dados inseridos nos cálculos referentes à parte analítica realizada na seção 4.2. O material utilizado foi o Aço com Módulo de Elasticidade de  $2,07E+11$ , coeficiente de Poisson 0,3 e densidade dependendo de cada caso, apresentadas na Figura 14 para o duto de 6 polegadas.

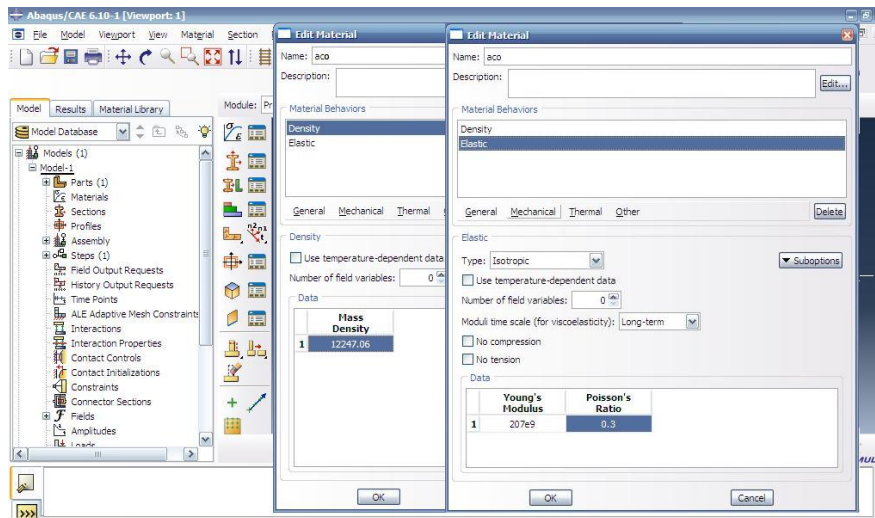


Figura 14 - Propriedades do Material no MEF

A seção utilizada no modelo foi uma seção do tipo Viga com perfil de duto, onde devem ser fornecidos o raio e a espessura. Na Figura 15 pode ser observado o caso para o duto de 6 polegadas.

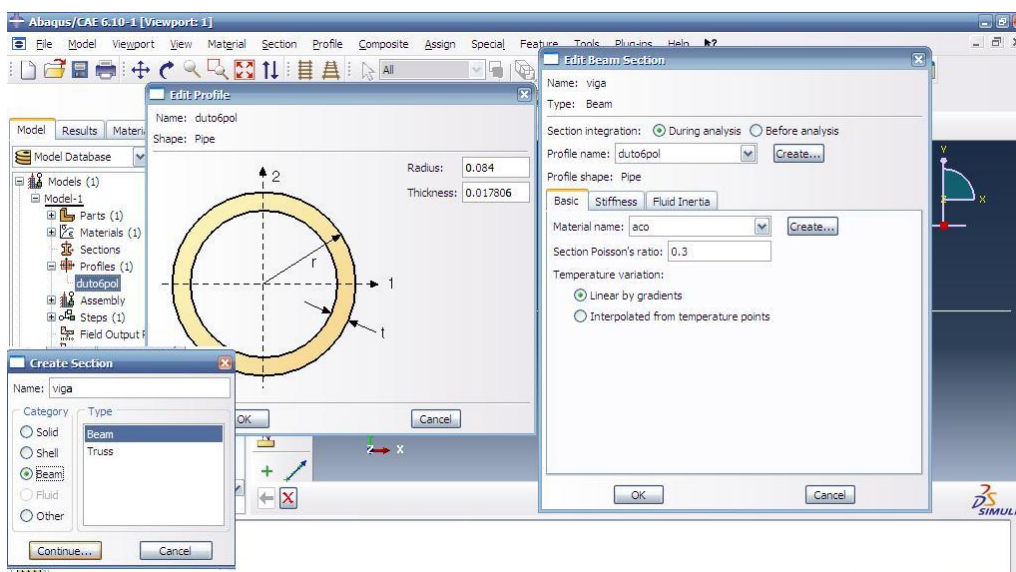
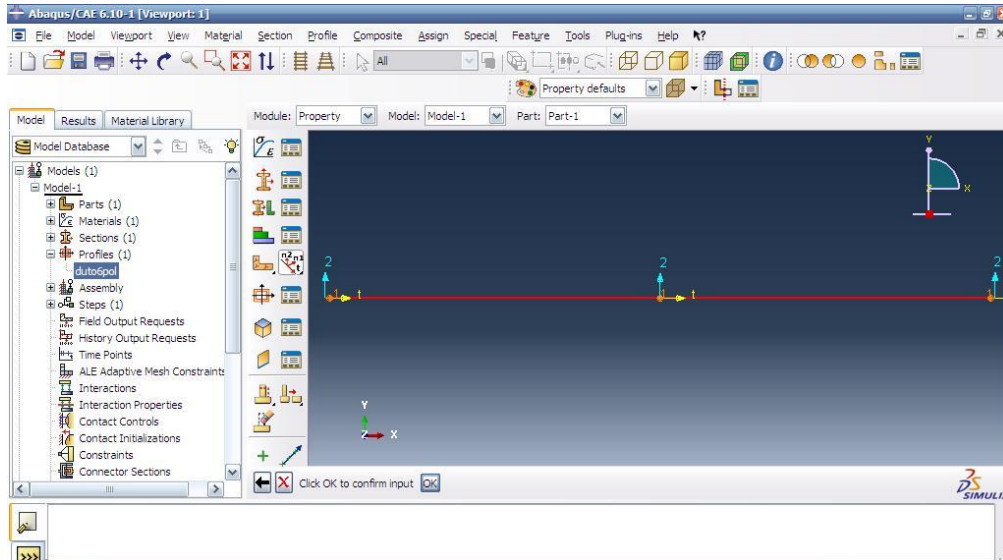


Figura 15 - Propriedades da Seção utilizada

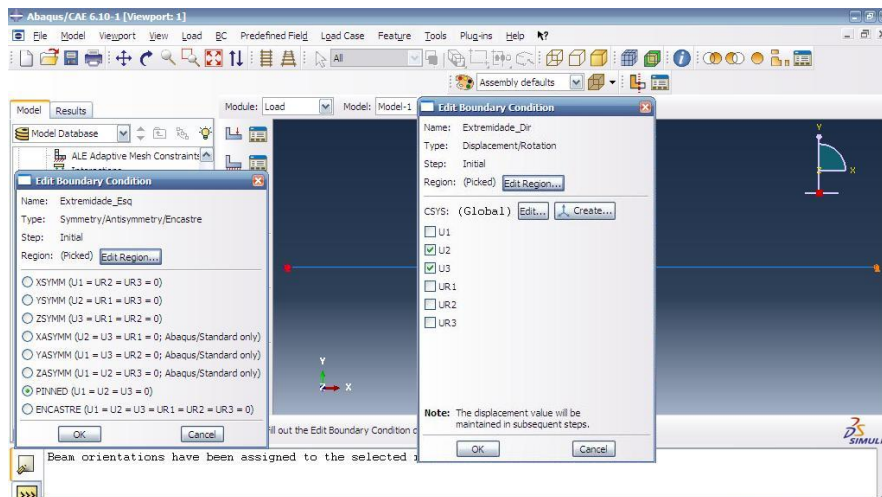


Para a realização dos cálculos deve-se realizar uma convenção de sinais e de orientação, a qual foi adotada como positiva na direção crescente de cada eixo, como pode ser observado na Figura 16.



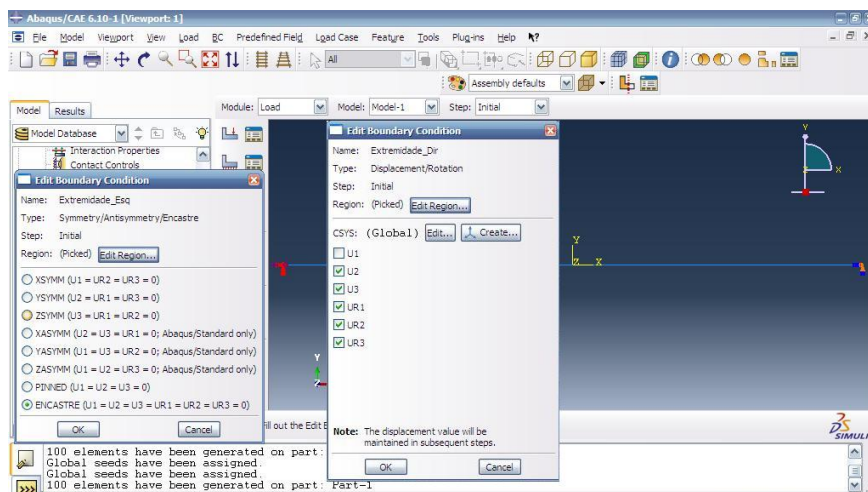
**Figura 16 - Orientação do modelo**

Após definidas as propriedades do modelo, pode-se partir para a modelação dos casos, como a condição de contorno aplicada ao duto. Para o caso bi-apoiado a extremidade esquerda é considerada pinada, onde não pode-se movimentar em nenhum dos três eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  podendo apenas girar nos 3 graus de liberdade. A extremidade à direita apresenta restrição no deslocamento apenas de  $y$  e  $z$  possibilitando o movimento em  $x$  para que possa acontecer a deflexão do duto devido ao seu peso próprio de forma a alterar a frequência natural, objeto de estudo. As condições supracitadas podem ser observadas na Figura 17.



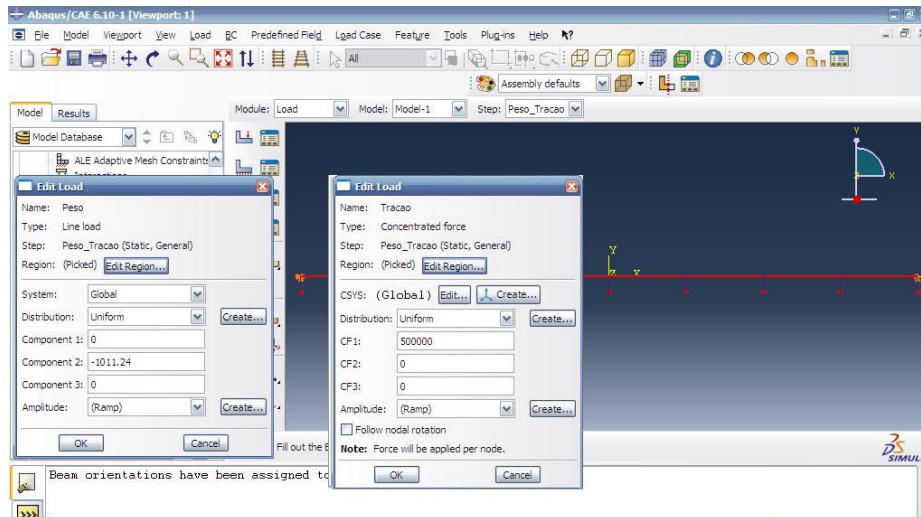
**Figura 17 - Condição de Contorno Bi-Apoiada**

Além da condição de contorno bi-apoiada, iremos neste trabalho realizar a simulação para a condição de contorno bi-engastada. Esta última apresenta a extremidade esquerda completamente fixa, não podendo se movimentar em nenhum dos 3 eixos e não podendo girar em nenhum dos 3 graus de liberdade. A extremidade direita deste caso pode-se movimentar apenas no eixo x, permanecendo as demais restrições aplicadas à extremidade esquerda. O exposto acima pode ser observado na Figura 18.



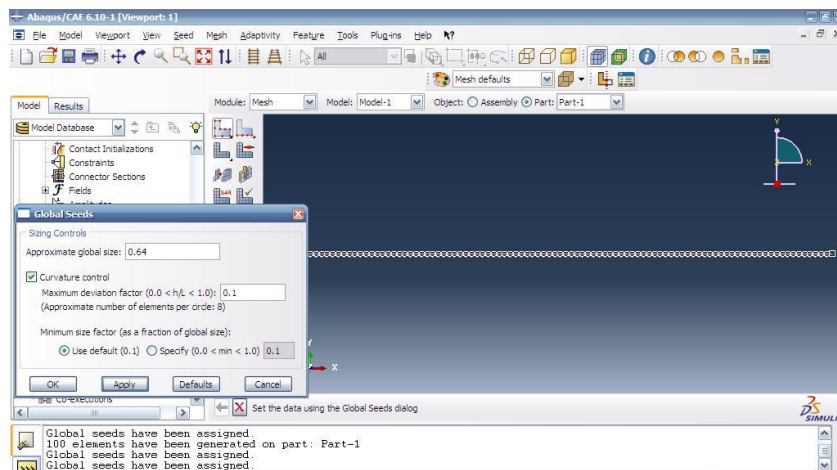
**Figura 18 - Condição de Contorno Bi-Engastada**

Após definidas as condições de contorno, pode-se agora aplicar o peso próprio no duto e a tração efetiva. O peso próprio foi aplicado uniformemente em todo o duto e a tração aplicada pontualmente na extremidade direita, como pode ser observado na Figura 19.



**Figura 19 - Peso Próprio e Tração aplicados ao modelo**

Por fim, mas não menos importante, deve-se definir a malha do modelo, a qual será responsável por um melhor ou pior refinamento do resultado obtido através da simulação. A fim de obter um resultado satisfatório, porém com um custo computacional razoável, foi utilizada uma malha proporcional ao tamanho do vão calculado, sendo a malha gerada de forma a obter sempre 100 elementos no modelo. Ou seja, para um modelo de 64 metros o tamanho do elemento é igual a 0,64 metros caso este o calculado para o duto de 6 polegadas e exposto na Figura 20.



**Figura 20 - Malha gerada para o modelo**

A partir da modelação realizada e apresentada nas figuras anteriores pode-se então obter os resultados do modelo em elementos finitos, os quais estão apresentados nas seções a seguir.

#### 4.3.2.1. Duto Bi-Apoiado

Após a simulação no Abaqus, ref [2] e [3], para o caso bi-apoiado chegou-se aos resultados apresentados na Tabela 5:

**Tabela 5 - Resultados Elementos Finitos (Abaqus) – Bi-Apoiado**

Abaqus				
D [pol]	$\delta$ [m]	$\delta/D$	In-Line	Cross-Flow
6,625	0,1214	0,7214	1,603	1,603
12,75	1,094	3,3781	0,534	0,535
18	3,25	7,1085	0,308	0,311
24	7,342	12,0440	0,203	0,207

#### 4.3.2.2. Duto Bi-Engastado

Após a simulação no Abaqus, ref [2] e [3], para o caso bi-engastado chegou-se aos resultados apresentados na Tabela 6:

**Tabela 6 - Resultados Elementos Finitos (Abaqus) - Bi-Engastado**

Abaqus				
D [pol]	$\delta$ [m]	$\delta/D$	In-Line	Cross-Flow
6,625	0,06898	0,4099	2,150	2,150
12,75	0,4499	1,3892	0,845	0,846
18	1,07	2,3403	0,548	0,548
24	2,126	3,4875	0,388	0,390

#### 4.3.3. FatFree

Um terceiro parâmetro foi utilizado para fins de comparação dos resultados obtidos. Utilizou-se da planilha FatFree desenvolvida pela DNV a fim de obter as informações referentes ao comportamento de um duto. Vale ressaltar que o FatFree é

uma ferramenta extremamente poderosa e sofisticada, entretanto para fins deste presente trabalho apenas será utilizada para o cálculo das frequências naturais In-line e Cross-Flow.

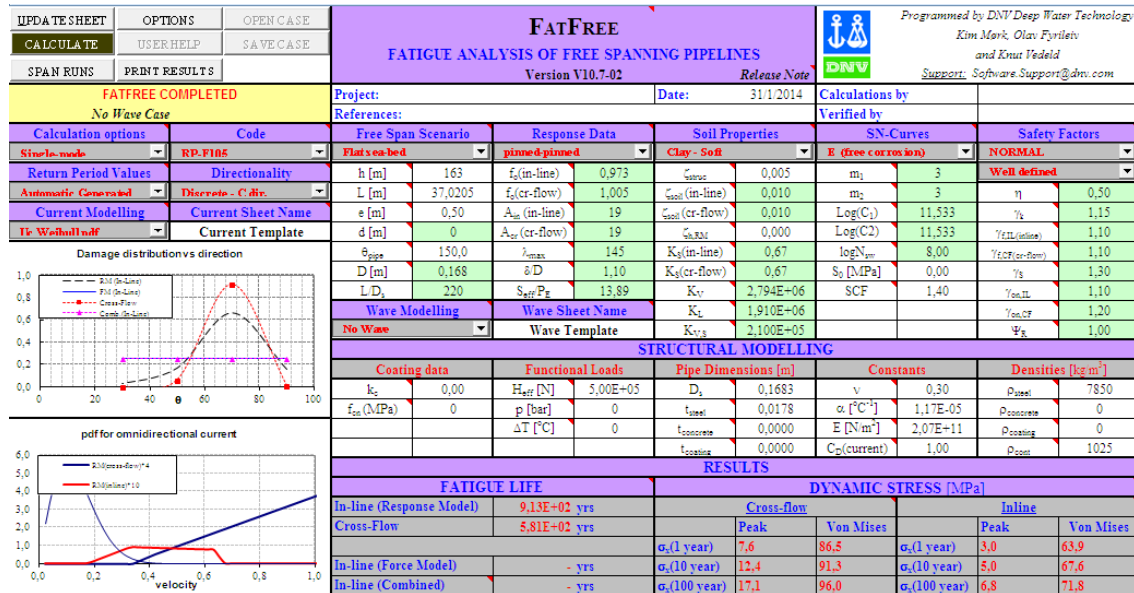


Figura 21 - Planilha FatFree – Aba Principal

Foram consideradas, para efeito de cálculo e comparação, as condições de contorno *pinned-pinned* e *fixed-fixed*, de forma a obter as mesmas condições impostas nos demais casos simulados anteriormente. Foram considerados os mesmos 4 dutos típicos de 6'', 12'', 18'' e 24'', sendo estes com fluido interno considerado como sendo água salgada e com as propriedades de solo sendo tratadas como as padrões já pré-definidas pela planilha de cálculos. Os resultados obtidos podem ser observados nas tabelas 7 e 8.

Tabela 7 - Resultados FatFree - Bi-Apoiado

FatFree		
D [pol]	fo(in-line)	fo(cr-flow)
6,625	1,6034	1,6192
12,75	0,5357	0,6840
18	0,3090	0,7153
24	0,2038	0,8227

**Tabela 8 - Resultados FatFree - Bi-Engastado**

FatFree		
D [pol]	fo(in-line)	fo(cr-flow)
6,625	2,1912	2,1957
12,75	0,8532	0,8753
18	0,5509	0,5995
24	0,3906	0,4654

#### 4.4. Comparação dos Resultados

Em mãos dos resultados obtidos tanto para o modelo analítico quanto para o modelo em elementos finitos, pode-se agora realizar a comparação entre estes resultados através de gráficos para verificar qual o percentual de precisão que a formulação proposta pela DNV-RP-F105, ref [1], possui para os casos em estudo neste presente projeto.

Para uma melhor visualização da comparação dos resultados, estes foram separados em curvas independentes e comparadas duas a duas entre si. Sendo assim, as curvas apresentadas nos gráficos a seguir estão descritas detalhadamente abaixo:

- **DNV**: Modelo de resposta aproximado proposto pela DNV como apresentado na seção 3.2. Considera rigidez elástica, tração/compressão e deflexão estática.
- **Abaqus In-Line**: Resultados na direção in-line da análise modal do modelo de viga feita no Abaqus utilizando mesmas condições dimensionais, de rigidez e contorno.
- **Abaqus Cross-Flow**: Resultados na direção cross-flow da análise modal do modelo de viga feita no Abaqus utilizando mesmas condições dimensionais, de rigidez e contorno.
- **FatFree In-Line**: Resultados na direção in-line obtidos através da utilização da planilha de FatFree da classificadora DNV, onde foram atribuídas as mesmas condições dimensionais, de rigidez e contorno.
- **FatFree Cross-Flow**: Resultados na direção cross-flow obtidos através da utilização da planilha de FatFree da classificadora DNV, onde foram atribuídas

as mesmas condições dimensionais, de rigidez e contorno, considerando apenas um efeito do solo nos cálculos (*Default*).

- **$\delta/D$  DNV:** Fator de deflexão estática  $\delta$  sobre o diâmetro externo D utilizando a formulação analítica proposta pela DNV conforme apresentado na seção 3.2.1.
- **$\delta/D$  Abaqus:** Fator de deflexão estática  $\delta$  sobre o diâmetro externo D utilizando o Abaqus.

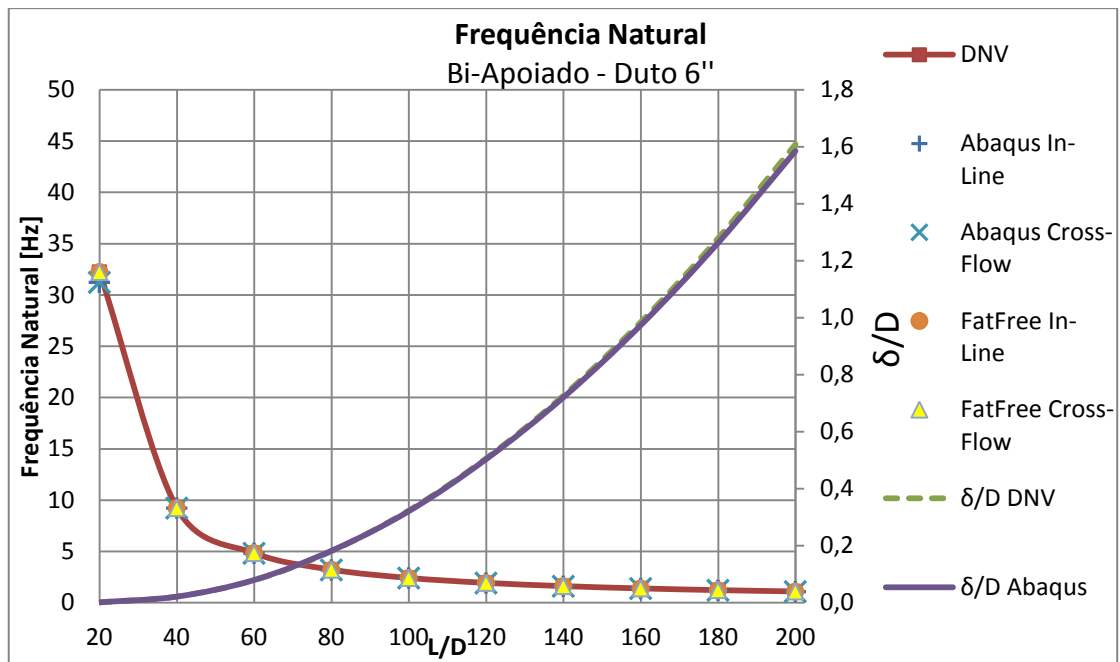
#### **4.4.1. Duto Bi-Apoiado**

Para o caso do duto bi-apoiado na Figura 22 temos apresentado a comparação de resultados para o duto de 6'', onde pode-se observar que os resultados obtidos para a formulação da DNV e o valor obtido pelo Abaqus In-Line e Cross-Flow apresentam total compatibilidade.

O valor encontrado para os cálculos realizados na planilha FatFree foram compatíveis com a DNV e Abaqus apesar da consideração do efeito de solo. Isto se deve ao fato das deflexões ainda serem pequenas, não influenciando de forma significativa na alteração da frequência natural.

Vale ressaltar que como o duto de 6'', muito leve e com pouca rigidez à flexão, a tração aplicada neste caso torna-se muito elevada tornando as deflexões pequenas e não influenciando no cálculo frequência natural.

As curvas de  $\delta/D$  também se mostraram bastante próximas neste caso, sendo assim o resultado analítico condiz com o modelo numérico.

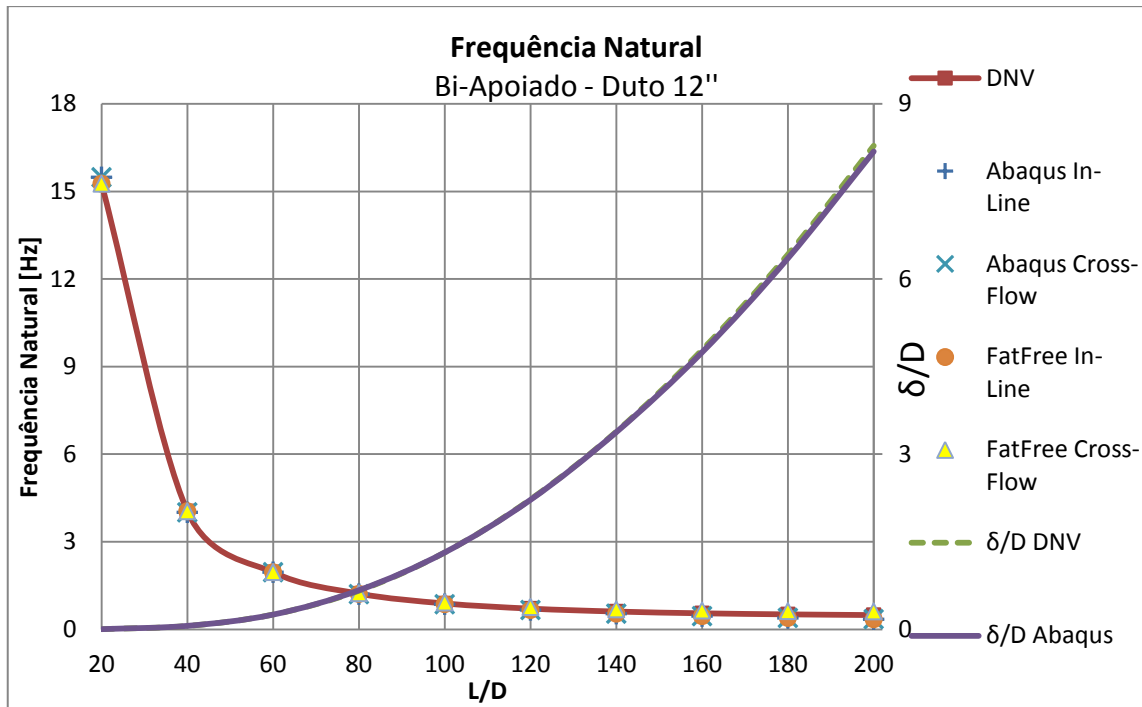


**Figura 22 - Frequência Natural - Bi-Apoiado - Duto 6"**

Na Figura 23 tem-se a comparação dos resultados para o caso do duto de 12". Novamente temos que os valores das frequências naturais para o modelo analítico proposto pela DNV e pelo modelo numérico de elementos finitos são muito próximos até valores de L/D próximos a 140, limite estabelecido por regra, a partir de valores superiores a L/D = 140 encontra-se alguma pequena diferença, mas pouco significativa, que pode ser explicada devido ao fato da norma da DNV considerar o comprimento do vão efetivo ( $L_{eff}$ ) superior ao valor do vão real. Para os valores dos dutos de 12" temos vãos mais longos que os do duto de 6" e por isso a diferença aumenta.

Para as curvas de  $\delta/D$  os valores analíticos e numéricos permanecem muito próximos.





**Figura 23 - Frequência Natural - Bi-Apoiado - Duto 12"**

Na Figura 24, tem-se o resultado obtido para o duto de 18", neste podemos observar que a diferença entre o modelo analítico e o número começa a ocorrer um pouco mais cedo, para L/D na faixa de 100, embora ainda muito pequena.

Devido ao comprimento do vão ser mais elevado para o caso de 18", temos esta diferenciação ocorrendo mais precocemente. Este fato deve-se à consideração de um comprimento de vão menor que o apresentado para os casos reais, entretanto, por se tratar de uma pesquisa de um caso acadêmico simplificado. Assim, pode-se aceitar esta diferenciação como satisfatória.

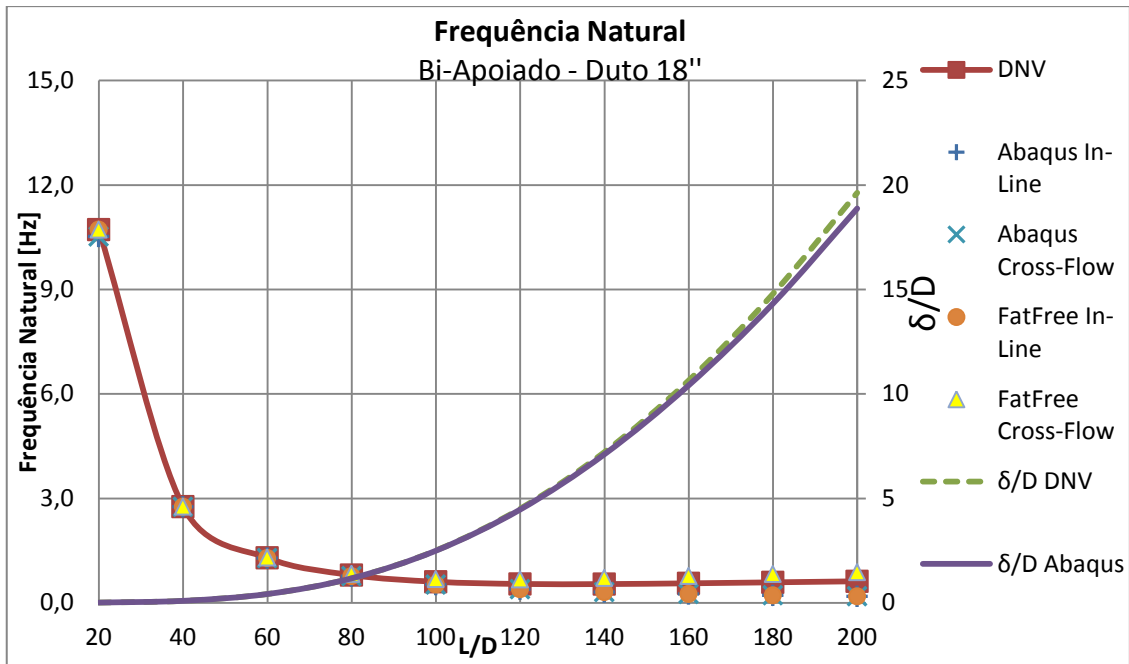


Figura 24 - Frequência Natural - Bi-Apoiado - Duto 18''

Na Figura 25 temos apresentado o último caso, para o duto de 24'' onde pode-se observar que a diferenciação ocorre a partir de L/D na faixa de 80, sendo necessária uma análise mais detalhada para dutos que possuam diâmetros mais elevados.

Esta diferenciação tem o mesmo motivo já citado anteriormente e se acentua para o caso do duto de 24'' pois os comprimentos dos vãos são mais elevados devido ao aumento do diâmetro.

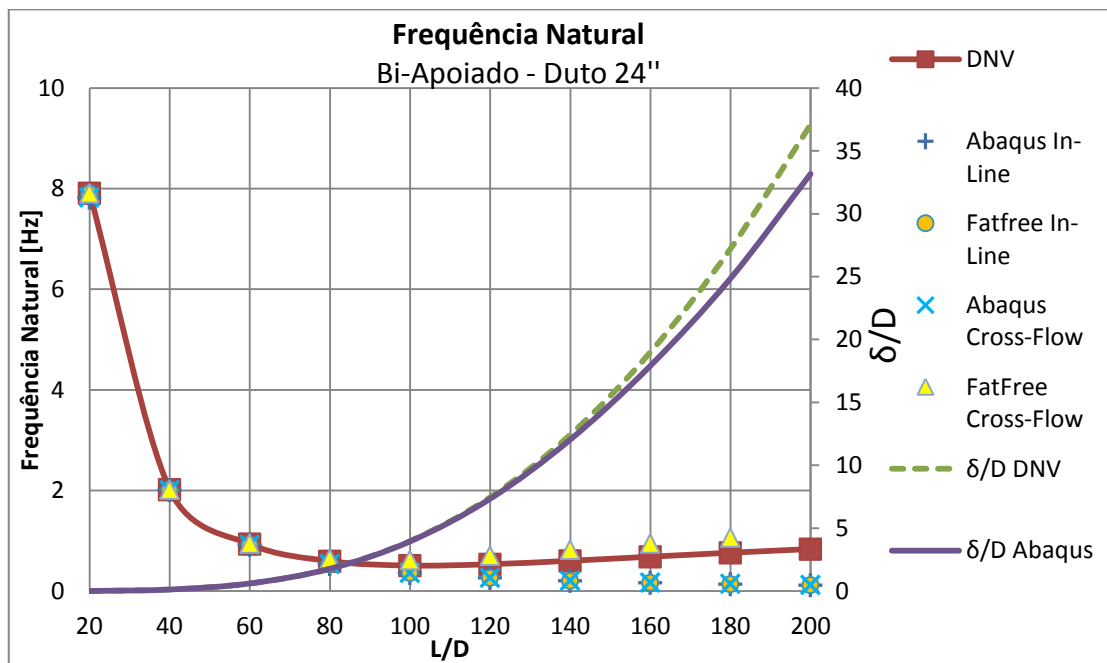


Figura 25 - Frequência Natural - Bi-Apoiado - Duto 24''

#### 4.4.2. Duto Bi-Engastado

Assim como apresentado para o caso bi-apoiado estão apresentados abaixo a comparação dos resultados obtidos para o caso bi-engastado pelo cálculo analítico, proposto pela norma DNV-RP-F105, ref [1], e pela modelação em elemento finitos (MEF), desenvolvida no Software Abaqus, ref [2] e [3].

Na Figura 26 estão apresentados os resultados obtidos para o duto de 6'' e pode-se observar que os valores encontrados pela formulação da DNV, Abaqus e FatFree foram compatíveis, não apresentando diferenciação significativa.

Este efeito pode ser explicado devido ao fato de para o caso bi-engastado o comprimento efetivo do vão ser considerado o mesmo que o comprimento do vão não sendo necessário realizar nenhum tipo de correção. Ou seja, a utilização de um modelo simplificado, com um tempo computacional bem inferior a uma análise completa, atende de forma satisfatória.

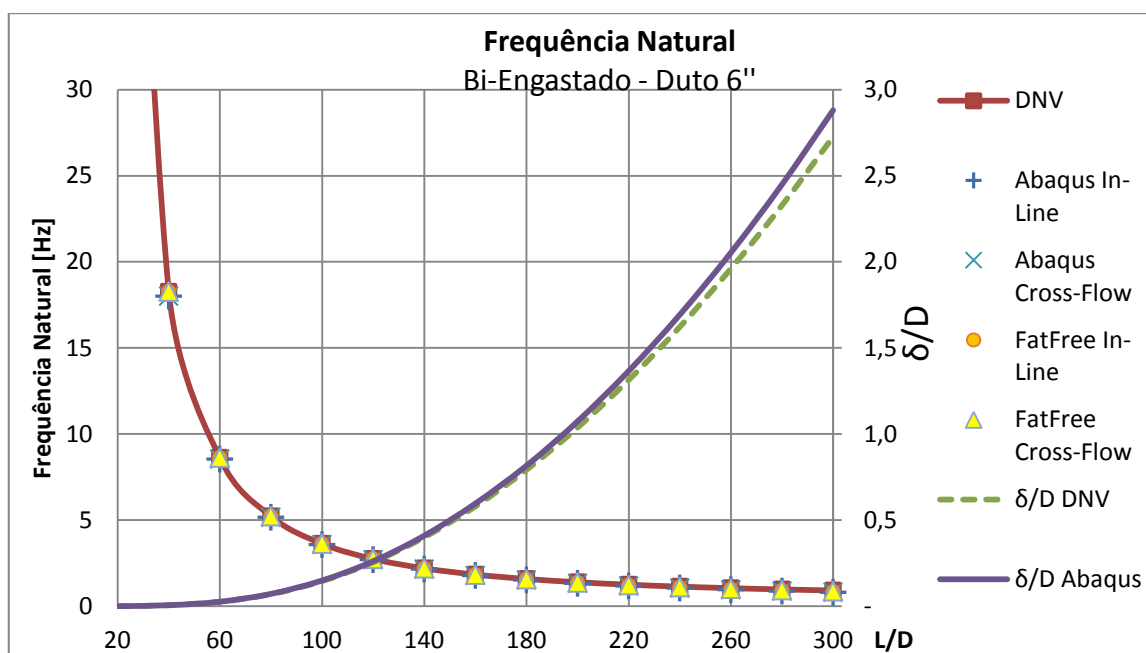


Figura 26 - Frequência Natural - Bi-Engastado - Duto 6''

Está apresentado na Figura 27 estão apresentados os resultados obtidos para o duto de 12'' com extremidades engastadas e novamente temos total compatibilidade entre as frequências naturais tanto da formulação aproximada da DNV, tanto para o modelo em elementos finitos e além disso dos cálculos realizados pelo FatFree.

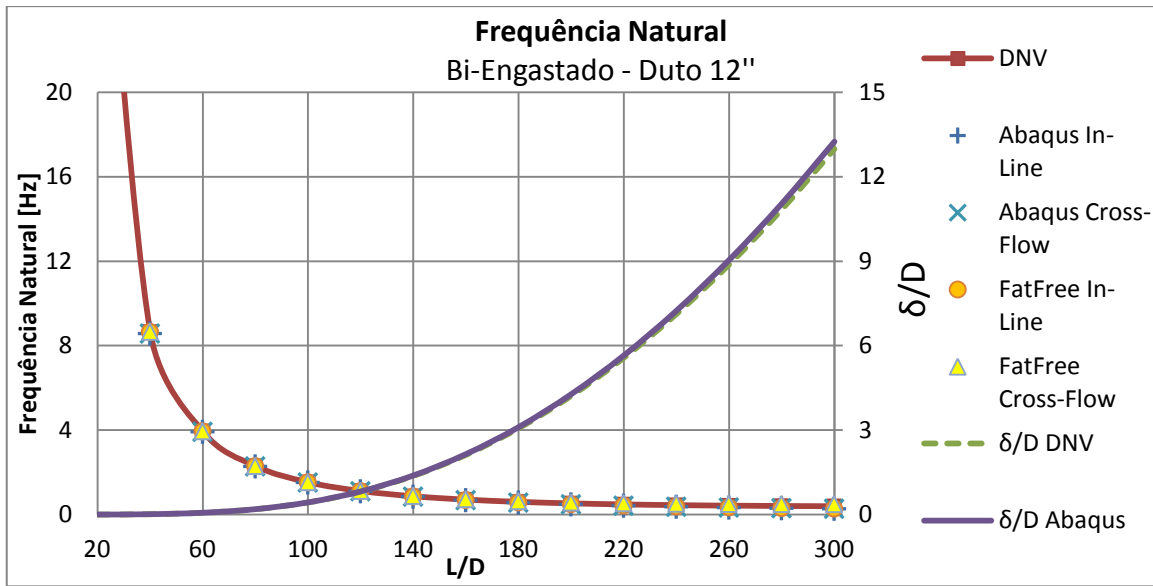


Figura 27 - Frequência Natural - Bi-Engastado - Duto 12"

Para o caso do duto de 18" temos os resultados apresentados na Figura 28 e pode-se observar novamente compatibilidade entre os valores calculados. Uma pequena diferença é apresentada para valores de L/D superiores a 200, entretanto como a norma da DNV tem como restrição  $L/D < 140$  e como a diferença ainda é pequena pode-se considerar os resultados satisfatórios.

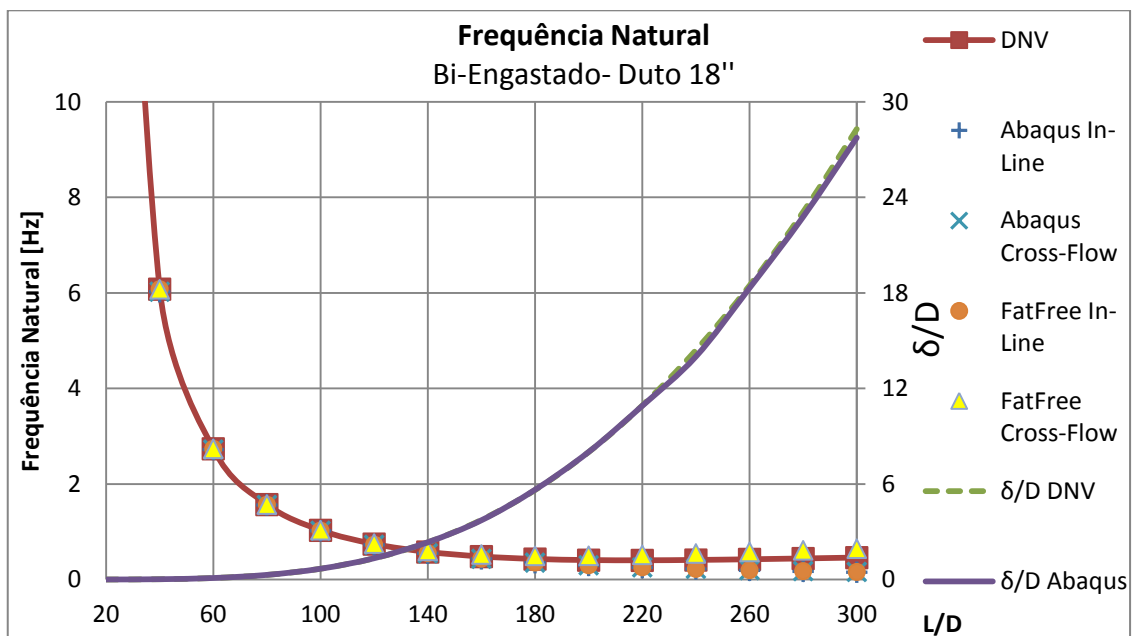
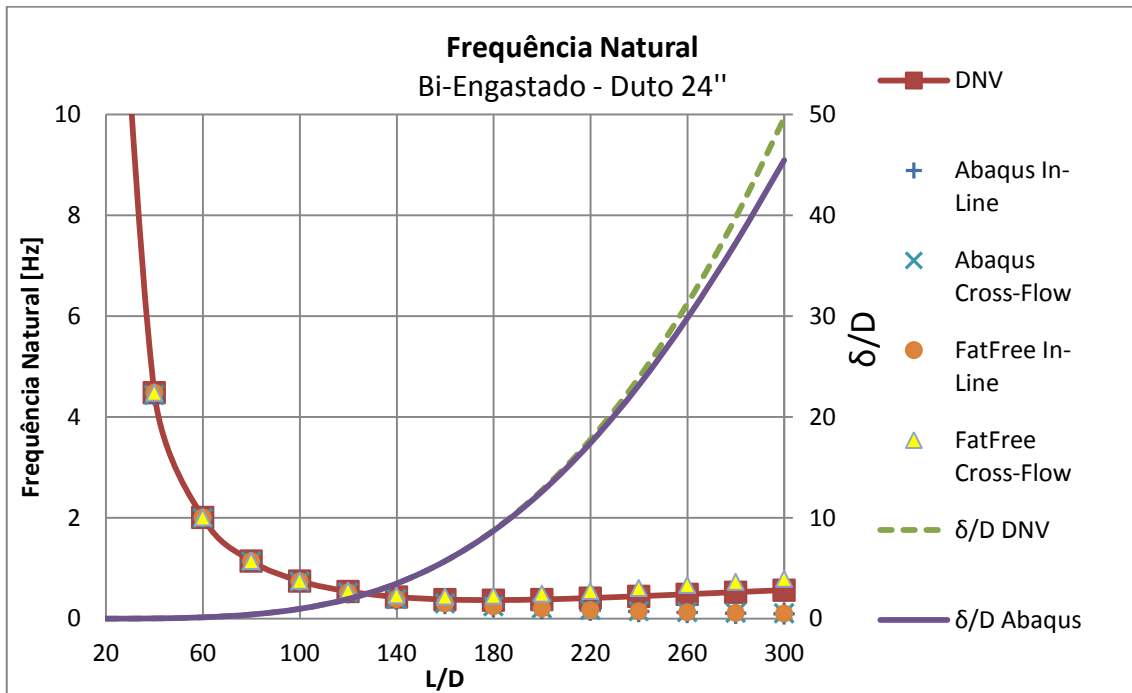


Figura 28 - Frequência Natural - Bi-Engastado - Duto 18"

Por fim temos apresentado na Figura 29 os resultados obtidos para o duto de 24'' com condição bi-engastada e novamente podemos observar que os resultados obtidos foram compatíveis entre si tanto para a formulação aproximada da DNV quanto para o modelo gerado no Abaqus e os cálculos feitos no FatFree. Observa-se uma diferenciação um pouco significativa para L/D a partir de 180 entretanto como novamente este se apresenta acima dos limites definidos pela norma da DNV, pode-se considerar os resultados obtidos como satisfatórios.



**Figura 29 - Frequência Natural - Bi-Engastado - Duto 24''**

Visando uma melhor visualização da comparação dos resultados está apresentado nas Tabela 9 e Tabela 10 abaixo o comparativo final das frequências naturais com os erros percentuais dos valores apresentados nos gráficos anteriores.

**Tabela 9 - Comparação dos Resultados com Erros Percentuais - Bi-Apoiada**

Condição Bi-Apoiada											
Analítico	Abaqus		FatFree		Erro Analítico-Abaqus		Erro Analítico-FatFree		Erro Abaqus-FatFree		
	Cross-Flow	fo(in-line)	fo(cr-flow)	fo(in-line)	fo(cr-flow)	fo(in-line)	fo(cr-flow)	fo(in-line)	fo(cr-flow)	fo(in-line)	fo(cr-flow)
1,608	1,603	1,603	1,603	1,619	-	0,36%	-	-0,66%	-	0,04%	-1,01%
0,610	0,534	0,535	0,536	0,684	-	14,06%	-	-	-	0,29%	21,77%
0,539	0,308	0,311	0,309	0,715	-	73,48%	-	-	-	0,18%	56,57%
0,600	0,203	0,207	0,204	0,823	-	189,35%	-	-	-	0,23%	74,81%

**Tabela 10 - Comparação dos Resultados com Erros Percentuais - Bi-Engastada**

Condição Bi-Engastada											
Analítico	Abaqus		FatFree		Erro Analítico-Abaqus		Erro Analítico-FatFree		Erro Abaqus-FatFree		
	Cross-Flow	fo(in-line)	fo(cr-flow)	fo(in-line)	fo(cr-flow)	fo(in-line)	fo(cr-flow)	fo(in-line)	fo(cr-flow)	fo(in-line)	fo(cr-flow)
2,206	2,150	2,150	2,191	2,196	-	2,60%	-	0,46%	-	1,89%	-2,09%
0,864	0,845	0,846	0,853	0,875	-	2,15%	-	-1,32%	-	0,95%	-3,40%
0,574	0,548	0,548	0,551	0,600	-	4,69%	-	-4,23%	-	0,59%	-8,52%
0,430	0,388	0,390	0,391	0,465	-	10,30%	-	-7,67%	-	0,62%	16,29%

## 5. Conclusão

Com o aumento da exploração do petróleo e da preocupação com o meio ambiente, o estudo da frequência natural em dutos submetidos a vãos longos é fundamental para o dimensionamento dos pipelines. Se uma primeira etapa deste dimensionamento puder ser feita de forma simplificada, visando obter uma primeira aproximação sobre o comportamento de um determinado duto, isto é de grande ajuda para a engenharia submarina.

A frequência natural de vibração de um duto é de extrema importância no dimensionamento de um duto submarino, uma vez que deve-se atentar para produzir um duto cuja frequência natural esteja fora da ressonância por vibração induzida por vórtices, causando seu colapso e danos.

Após uma apresentação dos conceitos envolvidos e da metodologia propriamente dita, este trabalho apresenta um estudo de caso onde foram analisados os vãos livres referentes a 4 tipos de dutos. Foram apresentados os resultados para duas condições de contorno sendo elas a bi-apoiada e bi-engastada.

Sendo assim, como foi apresentados nas Tabela 9 e Tabela 10 a análise de frequência natural realizada no modelo de elementos finitos para estes casos acima mencionados apresentaram-se compatíveis, com as devidas ressalvas com relação a diferenças no caso bi-apoiado ocorrido pela diferença entre a consideração do comprimento efetivo e rigidez vertical do solo no modelo em elementos finitos e nos cálculos realizados no FatFree. Entretanto, estes valores apresentaram-se compatíveis para o caso bi-engastado dentro dos limites propostos, com os resultados propostos pela norma DNV-RP-F105.

## 6. Referências

- [1]. Recommended Practice DNV-RP-F105. **Free Spanning Pipelines**. February 2006.
- [2]. **ABAQUS/Standard User's Manual**, version 6.11 (2013). Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc. v. 1, 2 e 3.
- [3]. **ABAQUS Theory Manual**, version 6.11 (2013). Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc.
- [4]. RAO, Singiresu, **Vibrações Mecânicas**, 4<sup>a</sup> ed São Paulo, Pearson Education do Brasil, 2009.
- [5]. Imagem disponível em: <http://nonerieska.wordpress.com/2013/01/31/free-span-fatigue-analysis/> (último acesso em 04/02/2014).
- [6]. Imagens disponíveis em: <http://www.nordnes.nl/rockinstallation.php> (último acesso em 04/02/2014).
- [7]. Imagens disponíveis em: <http://monografias.poli.ufrj.br/monografias/monopoli10001670.pdf> (último acesso em 04/02/2014)
- [8]. HOBBS, R. E., **Influence of Structural Boundary Conditions on pipeline Free Span Dynamics**, The 5<sup>th</sup> International Conference on Offshore Mechanics & Arctic Engineering, Tokyo, Japan, 1986.
- [9]. PEDROSA Filho, José Francisco Angelo, **Resposta Dinâmica de Vãos Livres de Dutos Submarinos**. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, Setembro, 2011.