



MODELAGEM DE UM ROBÔ PARALELO COM CABOS FLEXÍVEIS PARA APLICAÇÃO EM OPERAÇÕES DE TRANSBORDO DE CARGA OFFSHORE

Renan Amorim Gonçalves

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Max Suell Dutra

Rio de Janeiro
Novembro 2018

MODELAGEM DE UM ROBÔ PARALELO COM CABOS FLEXÍVEIS PARA
APLICAÇÃO EM OPERAÇÕES DE TRANSBORDO DE CARGA OFFSHORE

Renan Amorim Gonçalves

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE)
DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA MECÂNICA.

Examinada por:

Prof. Max Suell Dutra, Dr.Ing.

Prof. Fernando Augusto de Noronha Castro Pinto, Dr.Ing.

Prof. Pedro Manuel Calas Pacheco, D.Sc.

Prof. Luciano Santos Constantin Raptopoulos, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

NOVEMBRO DE 2018

Gonçalves, Renan Amorim

Modelagem de um Robô com Cabos Flexíveis para
Aplicação em Operações de Transbordo de Carga Offshore/
Renan Amorim Gonçalves. – Rio de Janeiro:
UFRJ/COPPE, 2018.

XIII, 53 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Max Suell Dutra

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de
Engenharia Mecânica, 2018.

Referências Bibliográficas: p. 51-53.

1. Transbordo de carga offshore. 2. Robô. 3.
Mecanismos. I. Dutra, Max Suell. II. Universidade Federal
do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia
Mecânica. III. Título.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

MODELAGEM DE UM ROBÔ PARALELO COM CABOS FLEXÍVEIS PARA
APLICAÇÃO EM OPERAÇÕES DE TRANSBORDO DE CARGA OFFSHORE

Renan Amorim Gonçalves

Novembro/2018

Orientador: Max Suell Dutra

Programa: Engenharia Mecânica

Apresenta-se, nesta dissertação, o projeto conceitual do protótipo de um mecanismo que simula a transferência de cargas offshore. Este mecanismo é composto por manipuladores paralelos, sendo um deles a Plataforma Stewart e o outro um robô paralelo cujos os atuadores são cabos de aço. O objetivo é simular o transbordo de carga no mar. Um estudo cinemático e cinético foi realizado para ambos os mecanismos, que são acoplados por uma estrutura metálica. A cinemática dos cabos é introduzida considerando o efeito da elasticidade. As simulações são feitas em um protótipo de 9-DOF (graus de liberdade) para validar os modelos teóricos. Os resultados demonstram o comportamento dinâmico deste sistema, sendo a discretização em 10 pontos a que apresentou melhor relação eficiência computacional em relação a precisão numérica para os valores de deformação dos cabos do CAbLev.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

MODELING A PARALLEL ROBOT WITH FLEXIBLE CABLES FOR
APPLICATION IN OFFSHORE LOAD TRANSHIPMENT OPERATIONS

Renan Amorim Gonçalves

November/2018

Advisor: Max Suell Dutra

Program: Engenharia Mecânica

In this dissertation, the Conceptual Project of the prototype of a mechanism that simulates the transfer of offshore cargoes is presented. This mechanism is composed of parallel manipulators, one being the Stewart Platform and the other a parallel robot whose actuators are steel cables. The objective is to simulate the transshipment of cargo at sea. The kinematic and the kinetic study was performed for both mechanisms, which are coupled by a metal structure. The kinematics of the cables are introduced considering the effect of the elasticity. The simulations are done in a prototype of 9-DOF (degrees of freedom) to validate the theoretical models. The results show the dynamic behavior of this system. The results demonstrate the dynamic behavior of this system, being the discretization in 10 points the one that presented better relation computational efficiency about the numerical precision for the deformation values of CAbLev cables.

SUMÁRIO

ÍNDICE DE FIGURAS	VIII
LISTA DE SÍMBOLOS	X
1 INTRODUÇÃO	1
2 VISÃO GERAL	2
2.1 Estudo de soluções offshore	2
2.1.1 Solução de Porto Flutuante	3
2.1.2 Transferência Offshore de Contêineres	3
2.1.3 Tipos de Transferências Offshore	4
2.1.3.1 Transferência direta	5
2.1.3.2 Transferência indireta	5
2.1.4 Evolução dos Cargueiros	6
2.2 REFERÊNCIAS DE PROJETOS	7
2.2.1 Guindaste giratório em balsa	7
2.2.2 Conversão de Panamax em área de armazenamento	9
2.3 ESTUDO DE NOVAS SOLUÇÕES	10
2.3.1 Manipuladores e suas classificações	10
2.3.2 Plataforma de Stewart	11
2.3.3 Escolha do Manipulador	12
3 PLATAFORMA DE STEWART	14
3.1 Cinemática da Plataforma de Stewart	14
3.2 Cinética da Plataforma de Stewart	17
4 CABLEV	19
4.1 Dinâmica dos cabos não deformados	19
4.2 Cinemática dos cabos deformados	22
4.2.1 Deformação infinitesimal	22
4.2.2 Equação de movimento	22
4.2.3 Esquema em diferenças finitas da equação de movimento dos cabos	
25	
4.2.4 Crank-Nicholson	26

4.2.5	Método ADI (<i>Alternating Direction Implicit</i>).....	27
5	RESULTADOS	30
6	CONCLUSÃO	47
7	REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA	48

Índice de figuras

Figura 1: Projeto porto flutuante MELLO [3]	3
Figura 2: Risco de perda de cargas transportadas, MELLO [3].	4
Figura 3: Transferência direta e indireta de cargas, BAIRD [17].	5
Figura 4: Evolução dos cargueiros, BAIRD [17].	6
Figura 5: Balsas com guindastes, BAIRD [17].	7
Figura 6: Balsas com guindastes sobre trilho, BAIRD [17].	8
Figura 7: Área de trabalho das balsas, BAIRD [17].	8
Figura 8: Panamax como plataforma de transferência, BAIRD [17].	9
Figura 9: Área de trabalho guindastes no Panamax, BAIRD [17].	9
Figura 10: O ABB IRB 340 SICILIANO [9]	10
Figura 11: O ABB IRB 4400, SICILIANO [9]	11
Figura 12: Exemplo de uma Plataforma de Stewart SALCEDO [1].	12
Figura 13: Cablev montado na Plataforma de Stewart SALCEDO [1].	13
Figura 14: Desenho dos vetores deslocamento da Plataforma de Stewart.	14
Figura 15: Desenho da plataforma superior.	14
Figura 16: Modelo renderizado da Plataforma de Stewart e do Cablev.	17
Figura 17: Diagrama de corpo livre da estrutura do meio do Cablev.	18
Figura 18: Modelo renderizado do Cablev.	19
Figura 19: Modelagem do sistema no Matlab.	20
Figura 20: Representação da deformação do cabo do Cablev.	22
Figura 21: Vetores de tensão LAI [20].	23
Figura 22 : Condição de contorno dos cabos.	30
Figura 23: Dados da embarcação CIAGA [3]	31
Figura 24: Deslocamento da plataforma superior da plataforma de Stewart.	32
Figura 25: Deslocamento em radianos da plataforma de Stewart em relação ao eixo x.	32
Figura 26: Deslocamento em radianos da plataforma de Stewart em relação ao eixo y.	33
Figura 27: Içamento do container (em metros).	34
Figura 28: Rotação da estrutura (em metros).	34
Figura 29: Rotação da estrutura(em metros).	35
Figura 30: Descarga do container (em metros).	35

Figura 31: Comprimento dos cabos na operação de içamento.	36
Figura 32: Comprimento dos cabos na operação de rotação da estrutura.	37
Figura 33: Comprimento dos cabos na operação de transporte do container.	37
Figura 34: Comprimento dos cabos na operação de descarga do container.	38
Figura 35: Fluxograma do processo.	39
Figura 36: Cabos discretizados em 5 pontos.	39
Figura 37: Cabos discretizados com 10 pontos.	40
Figura 38: Força (N) x tempo (s) atuador 1.	41
Figura 39: Força (N) x tempo (s) atuador 2.	41
Figura 40: Força (N) x tempo (s) atuador 3.	42
Figura 41: Força (N) x tempo (s) atuador 4.	42
Figura 42: Força (N) x tempo (s) atuador 5.	43
Figura 43: Força (N) x tempo (s) atuador 6.	43
Figura 44: Força (N) x tempo (s) cabo do meio.	45
Figura 45: Força (N) x tempo (s) cabo 2.	45
Figura 46: Força (N) x tempo (s) cabo 3.	46

Lista de símbolos

φ	rotação do sistema em relação ao eixo z
p_x	posição em relação ao eixo x do centro de massa da plataforma superior da plataforma de Stewart
p_y	posição em relação ao eixo y do centro de massa da plataforma superior da plataforma de Stewart
p_z	posição em relação ao eixo z do centro de massa da plataforma superior da plataforma de Stewart
α	rotação da plataforma superior da plataforma de Stewart em relação ao eixo z
β	rotação da plataforma superior da plataforma de Stewart em relação ao eixo x
γ	rotação da plataforma superior da plataforma de Stewart em relação ao eixo y
a	distância entre o referencial fixo no centro de massa da plataforma superior da plataforma de Stewart e o atuador fixo nesta mesma plataforma
b	distância entre o referencial fixo no centro de massa da plataforma inferior da plataforma de Stewart e o atuador fixo nesta mesma plataforma
c	parâmetro para construção física da plataforma superior da plataforma de Stewart
d	parâmetro para construção física da plataforma superior da plataforma de Stewart
d_1	vetor que representa a distância entre o atuador 1 e o centro de massa da plataforma de Stewart
d_2	vetor que representa a distância entre o atuador 2 e o centro de massa da plataforma de Stewart
d_3	vetor que representa a distância entre o atuador 3 e o centro de massa da plataforma de Stewart
d_4	vetor que representa a distância entre o atuador 4 e o centro de massa da plataforma de Stewart
d_5	vetor que representa a distância entre o atuador 5 e o centro de massa da plataforma de Stewart

d_6	vetor que representa a distância entre o atuador 6 e o centro de massa da plataforma de Stewart
p_1	vetor que representa o atuador 1
p_2	vetor que representa o atuador 2
p_3	vetor que representa o atuador 3
p_4	vetor que representa o atuador 4
p_5	vetor que representa o atuador 5
p_6	vetor que representa o atuador 6
\hat{p}_1	vetor p_1 normalizado
\hat{p}_2	vetor p_2 normalizado
\hat{p}_3	vetor p_3 normalizado
\hat{p}_4	vetor p_4 normalizado
\hat{p}_5	vetor p_5 normalizado
\hat{p}_6	vetor p_6 normalizado,
f_1	força que o atuador 1 exerce sobre a plataforma superior da plataforma de Stewart
f_2	força que o atuador 2 exerce sobre a plataforma superior da plataforma de Stewart
f_3	força que o atuador 3 exerce sobre a plataforma superior da plataforma de Stewart
f_4	força que o atuador 4 exerce sobre a plataforma superior da plataforma de Stewart
f_5	força que o atuador 5 exerce sobre a plataforma superior da plataforma de Stewart
f_6	força que o atuador 6 exerce sobre a plataforma superior da plataforma de Stewart
f_{e1}	força peso da estrutura horizontal do meio do Cablev
f_{e2}	força peso da estrutura horizontal da direita do Cablev
f_{e3}	força peso da estrutura horizontal da esquerda do Cablev
f_{v1}	força peso da estrutura vertical do meio do Cablev
f_{v2}	força peso da estrutura vertical da direita do Cablev
f_{v3}	força peso da estrutura vertical da esquerda do Cablev
f_{c1}	força que o cabo do meio exerce sobre o Cablev
f_{c2}	força que o cabo da direita exerce sobre o Cablev

f_{c3}	força que o cabo da esquerda exerce sobre o Cablev
d_{evc1}	distância entre o ponto de contato da estrutura do meio do Cablev e o centro de massa da plataforma superior da plataforma de Stewart
d_{evc2}	distância entre o ponto de contato da estrutura da direita do Cablev e o centro de massa da plataforma superior da plataforma de Stewart
d_{evc3}	distância entre o ponto de contato da estrutura da esquerda do Cablev e o centro de massa da plataforma superior da plataforma de Stewart
d_{ce1}	distância entre o centro de massa da estrutura do meio horizontal do Cablev e o ponto de contato do Cablev com a plataforma superior da plataforma de Stewart
d_{ce2}	distância entre o centro de massa da estrutura da direita horizontal do Cablev e o ponto de contato do Cablev com a plataforma superior da plataforma de Stewart
d_{ce3}	distância entre o centro de massa da estrutura da esquerda horizontal do Cablev e o ponto de contato do Cablev com a plataforma superior da plataforma de Stewart
d_{cv1}	distância entre o centro de massa da estrutura do meio vertical do Cablev e o ponto de contato do Cablev com a plataforma superior da plataforma de Stewart
d_{cv2}	distância entre o centro de massa da estrutura da direita vertical do Cablev e o ponto de contato do Cablev com a plataforma superior da plataforma de Stewart
d_{cv3}	distância entre o centro de massa da estrutura da esquerda vertical do Cablev e o ponto de contato do Cablev com a plataforma superior da plataforma de Stewart
m	massa da plataforma superior da plataforma de Stewart
m_{e1}	massa da estrutura do meio horizontal do Cablev
m_{e2}	massa da estrutura da direita horizontal do Cablev
m_{e3}	massa da estrutura da esquerda horizontal do Cablev
m_{v1}	massa da estrutura do meio vertical do Cablev
m_{v2}	massa da estrutura da direita vertical do Cablev
m_{v3}	massa da estrutura da esquerda vertical do Cablev
M	massa do container
a_p	aceleração da plataforma superior da plataforma de Stewart

I	tensor de inercia da plataforma superior da plataforma de Stewart
Ω	aceleração angular da plataforma superior da plataforma de Stewart
ω	velocidade angular da plataforma superior da plataforma de Stewart
h_1	comprimento da estrutura vertical do meio do Cablev
h_2	comprimento da estrutura vertical da direita do Cablev
h_3	comprimento da estrutura vertical da esquerda do Cablev
g_1	distância entre a estrutura vertical do meio do Cablev e o cabo do meio
g_2	distância entre a estrutura vertical da direita do Cablev e o cabo da direita
g_3	distância entre a estrutura vertical da esquerda do Cablev e o cabo da esquerda
p_{cx}	posição em relação ao eixo x do centro de massa do container
p_{cy}	posição em relação ao eixo y do centro de massa do container
p_{cz}	posição em relação ao eixo z do centro de massa do container
λ	rotação do container em relação ao eixo z
ξ	rotação do container em relação ao eixo y
θ	rotação do container em relação ao eixo x
r	parâmetro utilizado para calcular a distância entre os cabos presos no container
n_1	vetor que representa o cabo do meio não deformado
n_2	vetor que representa o cabo da direita não deformado
n_3	vetor que representa o cabo da esquerda não deformado
\tilde{n}_1	vetor n_1 normalizado
\tilde{n}_2	vetor n_2 normalizado
\tilde{n}_3	vetor n_3 normalizado
v_1	velocidade de içamento do container
v_d	velocidade de descarga do container

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como propósito apresentar o problema de transferência *offshore* (fora do porto), também referenciado como transbordo *offshore*, de cargas e em especial de contêineres. São apresentados problemas relacionados à infraestrutura portuária, o que dificulta alguns países de receberem embarcações de maior porte.

São também apresentadas soluções de transferência de cargas utilizadas para materiais líquidos ou a granel. Introduce-se o problema de transporte de objetos de grande volume, como o caso de contêineres. Tal transporte agrega complexidade e restrições ao problema de transbordo de cargas *offshore*.

Como a definição do problema e explanação sobre referência de projetos, são apresentados métodos para simulação de transferência de cargas. Tais métodos devem simular as condições marítimas a que os navios estão sujeitos e também a atuação do manipulador sobre o contêiner transportado.

Por fim, são apresentadas a plataforma de Stewart e guindaste do tipo CabLev, como modelos utilizados para simulação, onde são discutidas as formas de utilização e em especial a construção do manipulador. Ao fim, discute-se os resultados obtidos ao longo do desenvolvimento do trabalho.

Logo o objetivo deste trabalho consiste em estudar a dinâmica de um mecanismo capaz de realizar o transbordo de cargas offshore e simular teoricamente a operação do Cablev em uma operação real.

2 VISÃO GERAL

A transferência, ou transbordo, de carga, tradicionalmente é realizada no porto em terra. Sendo, da embarcação para o porto ou do porto para a embarcação. São operações realizadas por guindastes, controlados de forma manual por operadores, com pouco ou nenhum auxílio de sistemas automatizados, BAIRD [17].

Com a evolução da engenharia, foi possível o desenvolvimento de embarcações maiores, e com maior capacidade de transporte de carga. Essa maior capacidade de carga diminui o custo do transporte, mas o tamanho das embarcações passou a ser um parâmetro importante no momento da transferência da carga. Isto porque embarcações maiores necessitam de portos com maior profundidade e guindastes que alcancem toda área útil de utilização de carga.

A construção de embarcações maiores termina por se tornar uma restrição para muitos países, pois suas infraestruturas portuárias não estão preparadas para receber a nova geração de grandes navios, SALCEDO [1]. A dificuldade é ocasionada em grande parte pelas características físicas dos portos (demasiado pequenos ou pouco profundos), o que os converte em portos não aptos para a descarga destes tipos de navios de grande porte.

Tomando como exemplo, em 2010, o maior navio transportador de container, o MSC Daniela, de 366 metros de comprimento e capacidade nominal de 13.800 contêineres de 20 (vinte) pés, não aportava no Brasil devido às restrições de tamanho e calado. Cenário que parece cada vez mais comum, não só no Brasil, mas em todo o mundo, exigindo obras caras de expansão portuária ou custos altos com logística e transporte terrestre, MELLO [3].

Diante de tal cenário, soluções alternativas, fora do porto (*offshore*) têm sido avaliadas, tornando esse um tópico de pesquisa na área de transbordo de cargas marítimas.

2.1 Estudo de soluções offshore

Diante dos problemas envolvendo o tamanho das embarcações, e a infraestrutura dos portos para receber navios de maior capacidade, as soluções *offshore* surgem como uma solução, onde o transbordo da carga é realizado fora do porto, e desta forma em águas mais profundas.

Soluções fora do porto atacam o problema de infraestrutura portuária, contudo surgem novos desafios a serem vencidos, inerentes a própria localização como em alto-mar, com maior exposição a intempéries marítimas e, por conseguinte, necessidade de maior controle no momento de transferência das cargas.

2.1.1 Solução de Porto Flutuante

A solução de portos flutuantes já é utilizada para transbordo de cargas líquidas ou a granel. É uma solução empregada entre embarcações, com o auxílio de uma balsa ou até mesmo um navio, onde está contido um atuador capaz de transferir a carga de uma embarcação para a outra, ver Figura 1.

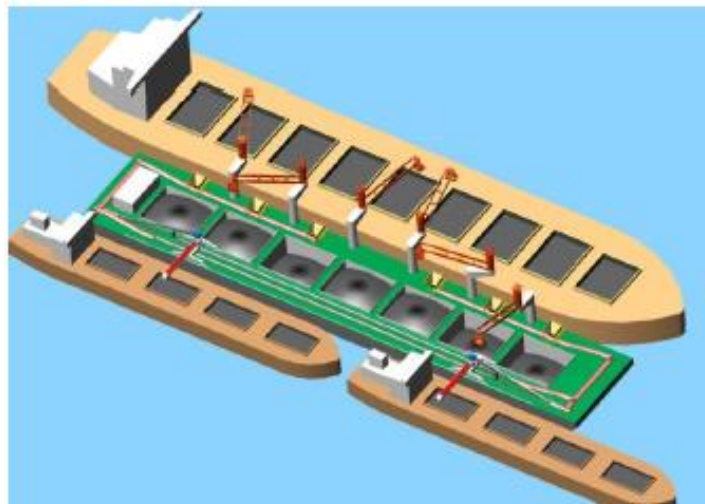


Figura 1: Projeto porto flutuante MELLO [3] .

Ao se tratar de material líquido, ou a granel, problemas são minimizados, pois exigem uma menor precisão, quando comparados ao transporte de um corpo rígido de grande volume e peso, como são os contêineres, MELLO [3].

2.1.2 Transferência Offshore de Contêineres

Também é possível realizar a transferência contêineres fora do porto, no entanto, os desafios se tornam maiores e com maior nível de complexidade, já que se tratam de corpos rígidos de grande volume.

A manipulação dos contêineres entre embarcações trata-se de um procedimento delicado devido à precisão exigida. Tal operação necessita de auxílio de controle computacional, para a correta manipulação e minimização dos riscos envolvidos na operação.

Contudo, mesmo com todo auxílio computacional existente, a transferência de contêineres continua dependente das condições marítimas, que inviabiliza a operação dependendo das condições das ondas geradas.



Figura 2: Risco de perda de cargas transportadas, MELLO [3].

Na Figura 2 é ilustrada uma situação de risco, onde, devido a fatores externos os contêineres tombaram, situação que pode ocorrer em nos casos críticos de condições marítimas.

2.1.3 Tipos de Transferências Offshore

Diferentes tipos de transferências de cargas podem ser adotados. Como, transferência direta e transferência indireta, BAIRD [17], conforme ilustrado na Figura 3.

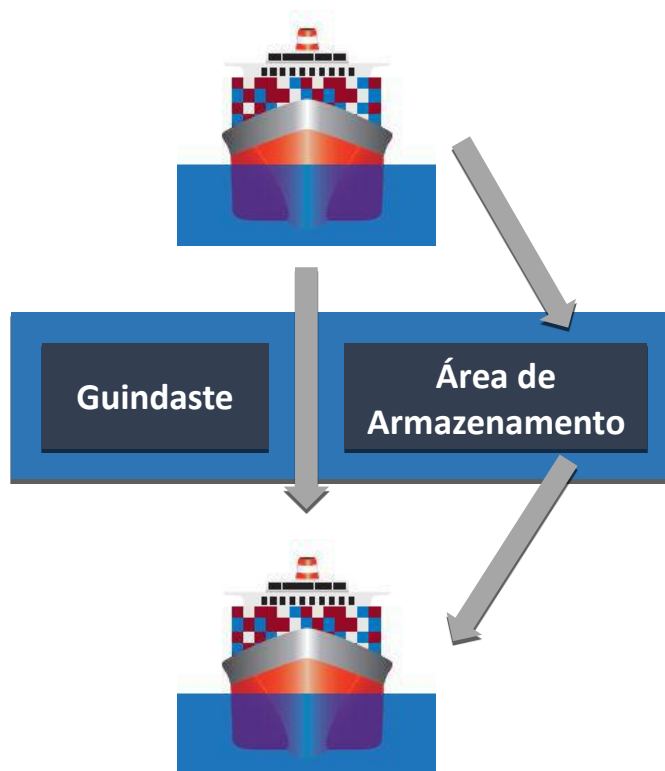


Figura 3: Transferência direta e indireta de cargas, BAIRD [17].

2.1.3.1 Transferência direta

A transferência de carga é realizada diretamente de uma embarcação para a outra sem a necessidade de nenhum espaço auxiliar de armazenamento. Neste tipo de transferência, é necessário que exista uma compatibilidade de espaço entre as duas embarcações envolvidas.

2.1.3.2 Transferência indireta

A transferência de carga é realizada com o auxílio de uma área auxiliar de armazenamento. Isso possibilita que nem toda a carga seja transferida para o mesmo navio, podendo ser distribuída de acordo com o destino da embarcação. Neste cenário, deve existir uma área de armazenamento necessária para aguardar o transporte.

2.1.4 Evolução dos Cargueiros

Como ilustração na Figura 4, esta seção apresenta a evolução dos cargueiros ao longo dos anos. Apresentando os primeiros cargueiros datados de 1956 até os cargueiros modernos datados de 2013.

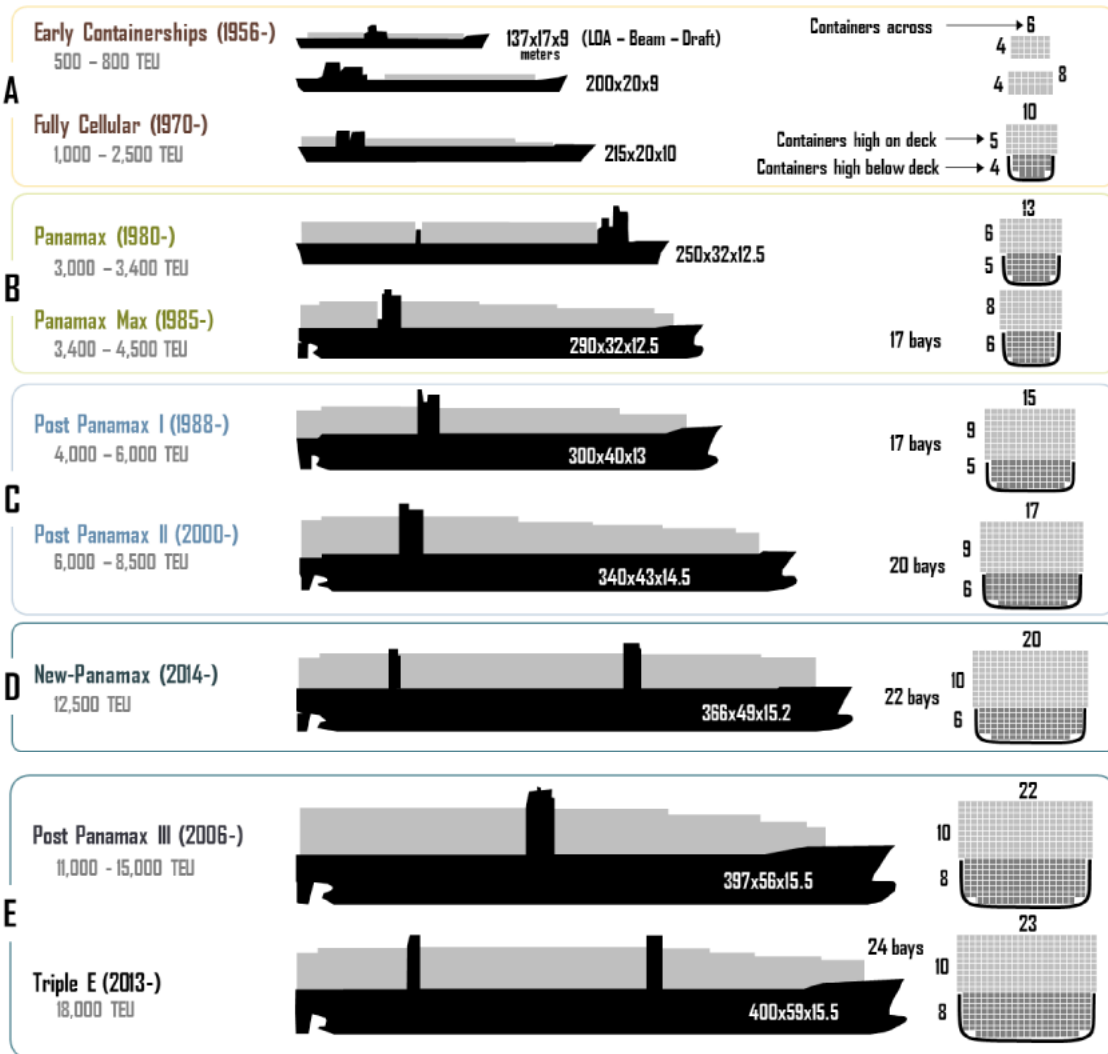


Figura 4: Evolução dos cargueiros, BAIRD [17].

Na Figura 4 é apresentada a evolução dos cargueiros ao longo dos anos. Nota-se que os primeiros cargueiros, datados de 1956, possuíam uma capacidade de 500 a 800 TEU (Twenty-foot Equivalent *Unit* é uma unidade de medida utilizada para designar a capacidade dos cargueiros. Indica o número de contêineres de 20 pés suportado pela embarcação) até os modernos supercargueiros de 2013 que suportam 18.000 TEU.

2.2 REFERÊNCIAS DE PROJETOS

Nesta seção serão elencadas as soluções de projetos estudadas. Todas são soluções *offshore* para a transferência de contêineres contendo, cada uma, suas peculiaridades.

2.2.1 Guindaste giratório em balsa

A primeira referência de projeto é apresentada na Figura 5, onde são utilizadas duas balsas, com guindastes giratórios que se locomovem sobre trilhos.

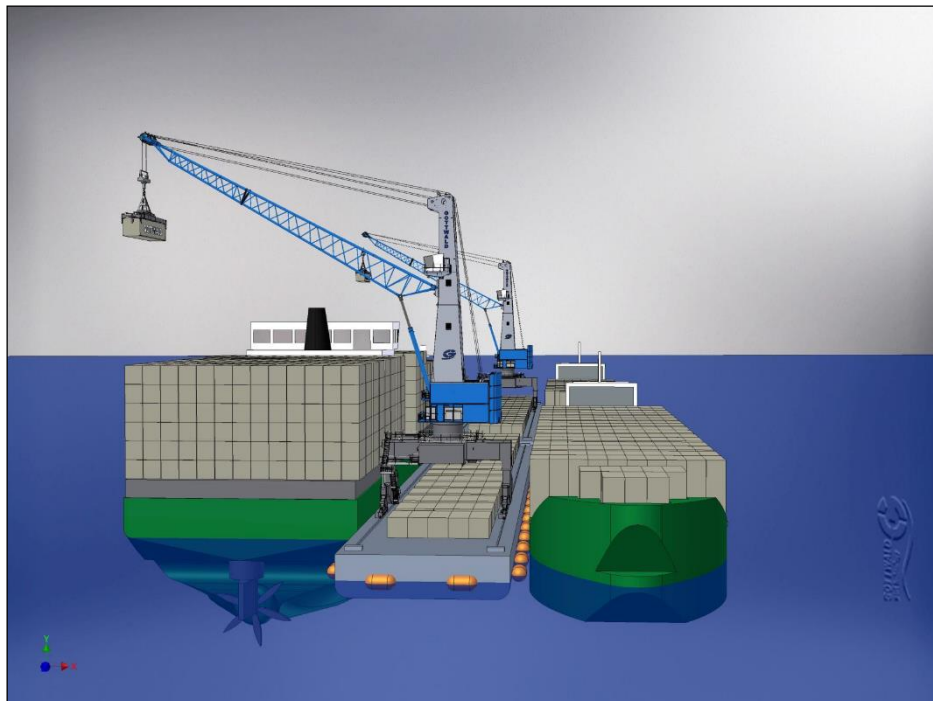


Figura 5: Balsas com guindastes, BAIRD [17].

Nesta configuração, como os guindastes foram posicionados sobre trilhos, Figura 5, podem atender toda a extensão das embarcações. Nesse projeto, utilizou-se de um guindaste com 43 m (modelo, G HPK 8200 B) de extensão, com o objetivo de atender completamente a área de trabalho de dois navios do tipo Panamax ao lado das balsas de transporte.

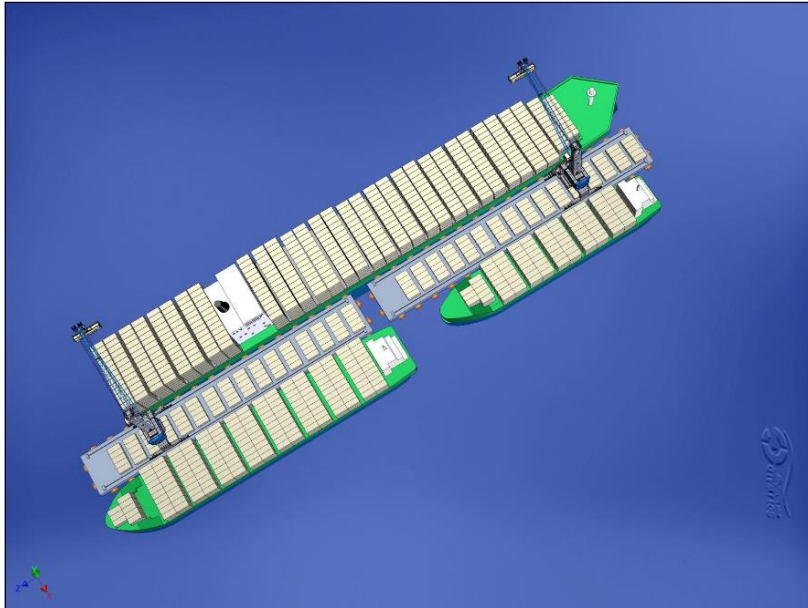


Figura 6: Balsas com guindastes sobre trilho, BAIRD [17].

Na Figura 7 é apresentada a área de trabalho dos guindastes, onde uma embarcação é o Panamax de 13 linhas, parte superior da figura, e duas embarcações menores, com 10 e 8 linhas, BAIRD [17].

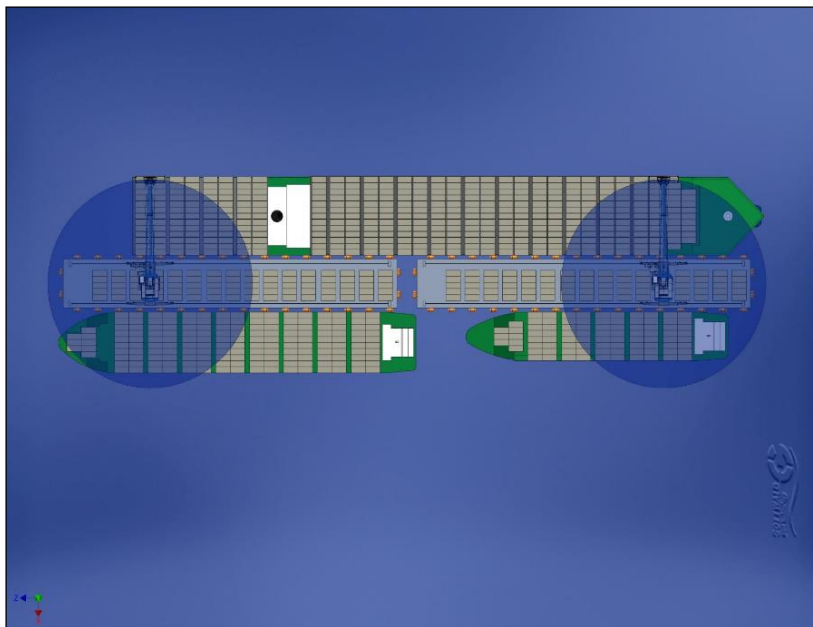


Figura 7: Área de trabalho das balsas, BAIRD [17].

2.2.2 Conversão de Panamax em área de armazenamento

Como alternativa à utilização de balsas, pode-se utilizar um navio Panamax como área de transferência e para o transporte da carga para as demais embarcações. Na Figura 8 é apresentada tal configuração.

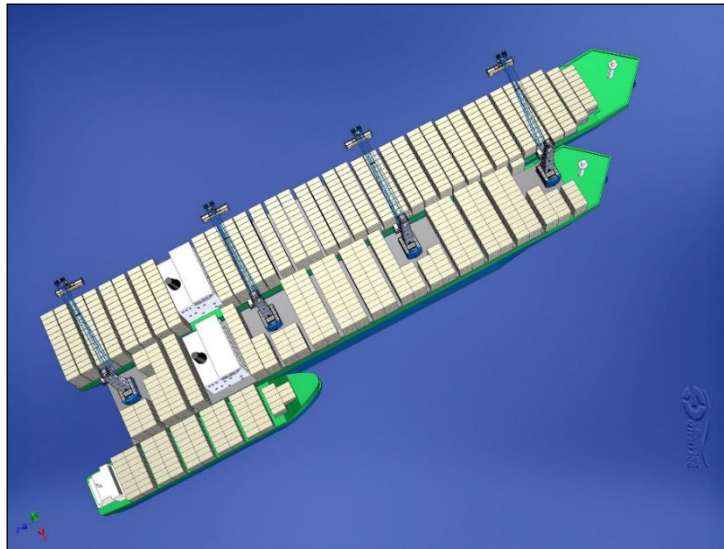


Figura 8: Panamax como plataforma de transferência, BAIRD [17].

Conforme configuração ilustrada, pode-se verificar que, como os guindastes não possuem trilhos de movimentação, é necessário a utilização em maior número. Para a solução estudada, foram utilizados quatro guindastes.

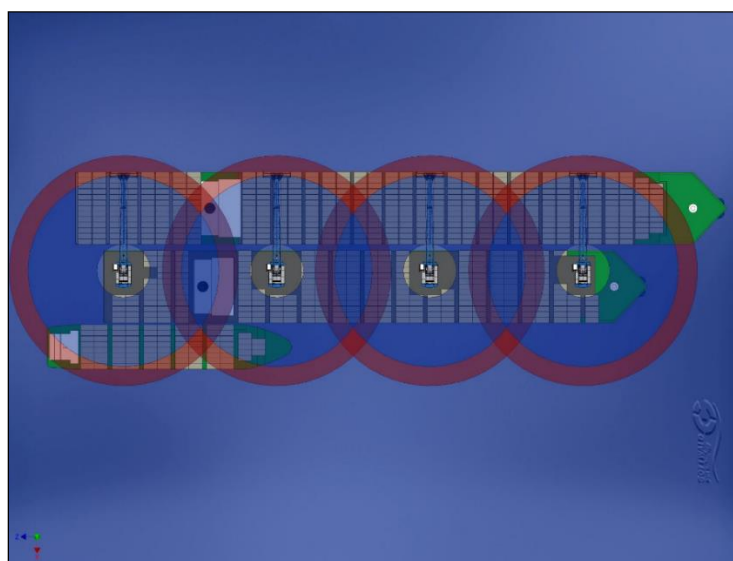


Figura 9: Área de trabalho guindastes no Panamax, BAIRD [17].

Contudo, os guindastes utilizados originalmente, possuindo uma extensão de 43 metros não são suficientes para atender, a dois Panamax. Para que isso seja possível, seria necessário utilizar guindastes com uma maior extensão, fato que poderia gerar colisões com os demais. Desta forma, conforme o estudo em BAIRD [17], a utilização de balsas e dois guindastes giratórios com movimentação em trilhos foi selecionada como mais adequada ao projeto proposto por eles.

2.3 ESTUDO DE NOVAS SOLUÇÕES

Nos capítulos anteriores, foram apresentados os problemas e algumas soluções já estudadas e adotadas, com base em tecnologias existentes.

Com o objetivo de pesquisar novas tecnologias e novas formas de transferência de cargas, torna-se necessário a criação de um ambiente onde seja possível simular situações reais, a fim de reproduzir os problemas e validar modelos teóricos.

Para a simulação das condições do problema, necessita-se simular o tipo de contêiner que se deseja trabalhar, tipo de embarcação e condições marítimas toleradas, entre outras.

2.3.1 Manipuladores e suas classificações

Os manipuladores podem ser divididos em 2 grupos: manipuladores paralelos e manipuladores seriais.



Figura 10: O ABB IRB 340 SICILIANO [9]

Os manipuladores paralelos são formados tipicamente por duas plataformas, sendo uma fixa (denominada base) e outra móvel (denominada plataforma móvel), sob configuração cinemática fechada. Entre as mais conhecidas estão a Plataforma de Stewart e o Delta Robot. São usadas para Simulações de vôo, tecnologia de máquinas e ferramentas, manipulação de veículos no espaço (NASA), entre outros. A seguir um exemplo de manipulador paralelo.

Os manipuladores seriais podem ser formados por n estruturas rígidas (ou flexível, dependendo da aplicação é necessário calcular sua flexibilidade) ligadas linearmente e dependentes (a posição inicial de uma depende da final da anterior). Assemelha-se com o braço humano, onde temos um membro ligado ao próximo por articulações. A seguir um exemplo de manipulador serial.



Figura 11: O ABB IRB 4400, SICILIANO [9]

2.3.2 Plataforma de Stewart

Um navio no mar tem movimentação em 6 graus de liberdade (6 DOF), três translacionais e três rotacionais: translacionais (avanço ou *surge*, deriva ou *sway*, afundamento ou *heave*) e rotacionais (jogo ou *roll*, caturro ou *pitch*, guinada ou *yaw*). Com isso, manipulador do tipo Plataforma de Stewart, adéqua-se perfeitamente para a

utilização como simulador dos movimentos de navios, provendo os graus de liberdade necessários.

A Plataforma de Stewart é um mecanismo constituído por uma plataforma móvel unida a uma base fixa por meio de elos paralelos de comprimento variável (Figura 12). Definindo adequadamente os cursos dos atuadores associados a cada elo, é possível posicionar e orientar a plataforma móvel em 6 graus de liberdade, de acordo com as coordenadas desejadas.



Figura 12: Exemplo de uma Plataforma de Stewart SALCEDO [1].

A Plataforma de Stewart se enquadra em uma classe de manipuladores chamados de paralelos. Os manipuladores paralelos, quando comparados a manipuladores do tipo serial, apresentam as vantagens de características superiores de rigidez, precisão de posicionamento e capacidade de carga em relação ao peso. Por esses motivos, manipuladores robóticos paralelos de seus graus de liberdade, como a Plataforma de Stewart, são usualmente utilizados como simuladores de voo ou de movimentos de alta precisão em geral, GARCÍA [18].

2.3.3 Escolha do Manipulador

Definido o ambiente simulador do navio, o próximo item de pesquisa se torna a escolha do manipulador a ser empregado.

Tendo definido o simulador dos movimentos dos navios e o manipulador a ser utilizado, na Figura 13 é ilustrado como se daria a simulação de transferência de container entre duas embarcações.

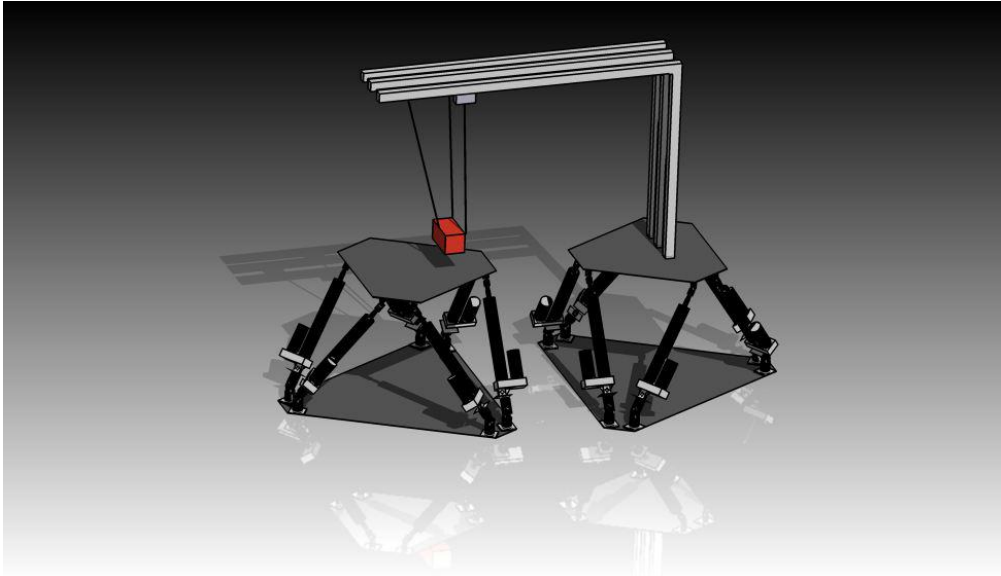


Figura 13: Cablev montado na Plataforma de Stewart SALCEDO [1].

3 Plataforma de Stewart

3.1 Cinemática da Plataforma de Stewart

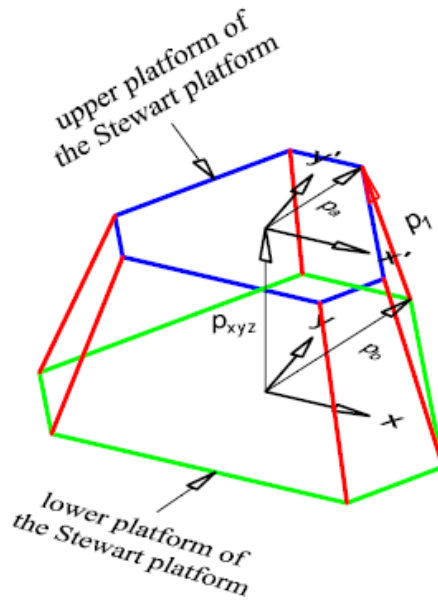


Figura 14: Desenho dos vetores deslocamento da Plataforma de Stewart.

Sendo a plataforma inferior (linhas em verde) fixa e a plataforma superior (linhas em azul) móvel e considerando um referencial localizado no centro da plataforma inferior, e considerando os seguintes parâmetros:

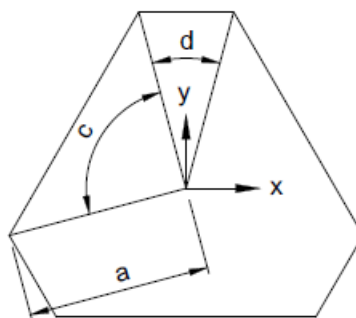


Figura 15: Desenho da plataforma superior.

Vale ressaltar que o desenho da Figura 15 serve como referência para a plataforma inferior; ambas possuem o mesmo formato, porém com tamanhos diferentes.

Tem-se que a movimentação da plataforma superior é causada pela posição final dos atuadores e quando se trata de controle de um robô é importante observar que o desejado é obter uma configuração que satisfaça determinada posição ou trajetória. Logo, será utilizada a cinemática inversa. A mesma calcula a posição de cada um dos atuadores com o objetivo de obter uma configuração que satisfaz a posição e orientação desejada.

A posição final da placa móvel pode ser representada pela posição desta em relação ao referencial inercial (o referencial fixo na plataforma inferior) e sua rotação em relação aos três eixos coordenados. Sendo assim, seguem as matrizes de transformação das coordenadas utilizadas para levar este referencial até a placa móvel, conforme referencial presente na Fig.14.

$$T_1 = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p_x \\ 0 & 1 & 0 & p_y \\ 0 & 0 & 1 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$T_3 = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$T_4 = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$T_5 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ 0 & \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

A posição e orientação final da plataforma superior é obtida pelo produto das matrizes acima, representada pela matriz em (6).

$$T = T_1 T_2 T_3 T_4 T_5 \quad (6)$$

A posição do primeiro atuador é obtida através da mudança deste referencial para um referencial fixo no atuador preso a plataforma superior. O primeiro atuador

considerado será o primeiro atuador no sentido horário do eixo x da Fig.14. Sendo assim, seguem as matrizes de transformação de coordenadas para se descobrir a posição do primeiro atuador.

$$T_6 = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{c}{2} + d\right) & -\sin\left(\frac{c}{2} + d\right) & 0 & 0 \\ \sin\left(\frac{c}{2} + d\right) & \cos\left(\frac{c}{2} + d\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$T_7 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

O vetor posição final do primeiro atuador é dada pelas três primeiras linhas da quarta coluna do produto das matrizes T, T₆ e T₇.

$$p_1 = p_b + \begin{bmatrix} Px * \cos(\varphi) - b * \cos\left(\frac{c}{2} + d + \varphi\right) - Py * \sin(\varphi) + \\ Py * \cos(\varphi) - b * \sin\left(\frac{c}{2} + d + \varphi\right) + Px * \sin(\varphi) + \\ Pz - \\ + a * \cos(\alpha + \varphi) * \cos(\beta) * \cos\left(\frac{c}{2} + d\right) - a * \sin(\alpha + \varphi) * \cos(\gamma) * \\ + a * \sin(\alpha + \varphi) * \cos(\beta) * \cos\left(\frac{c}{2} + d\right) + a * \cos(\alpha + \varphi) * \cos(\gamma) * \\ - a * (\sin(\beta) * \cos\left(\frac{c}{2} + d\right) - \\ * \sin\left(\frac{c}{2} + d\right) + a * \cos(\alpha + \varphi) * \sin(\beta) * \sin(\gamma) * \sin\left(\frac{c}{2} + d\right) \\ * \sin\left(\frac{c}{2} + d\right) + a * \sin(\alpha + \varphi) * \sin(\beta) * \sin(\gamma) * \sin\left(\frac{c}{2} + d\right) \\ - \cos(\beta) * \sin(\gamma) * \sin\left(\frac{c}{2} + d\right)) \end{bmatrix} \quad (9)$$

O mesmo procedimento é utilizado para se encontrar o vetor posição de todos os outros atuadores e com isto temos a configuração necessária por parte dos atuadores para se ter uma determinada configuração da plataforma de Stewart ou uma trajetória.

3.2 Cinética da Plataforma de Stewart

Sabendo-se o vetor posição do atuador, é possível descobrir sua orientação espacial, para que possa ser calculado as componentes x, y e z da força exercida na plataforma de Stewart.

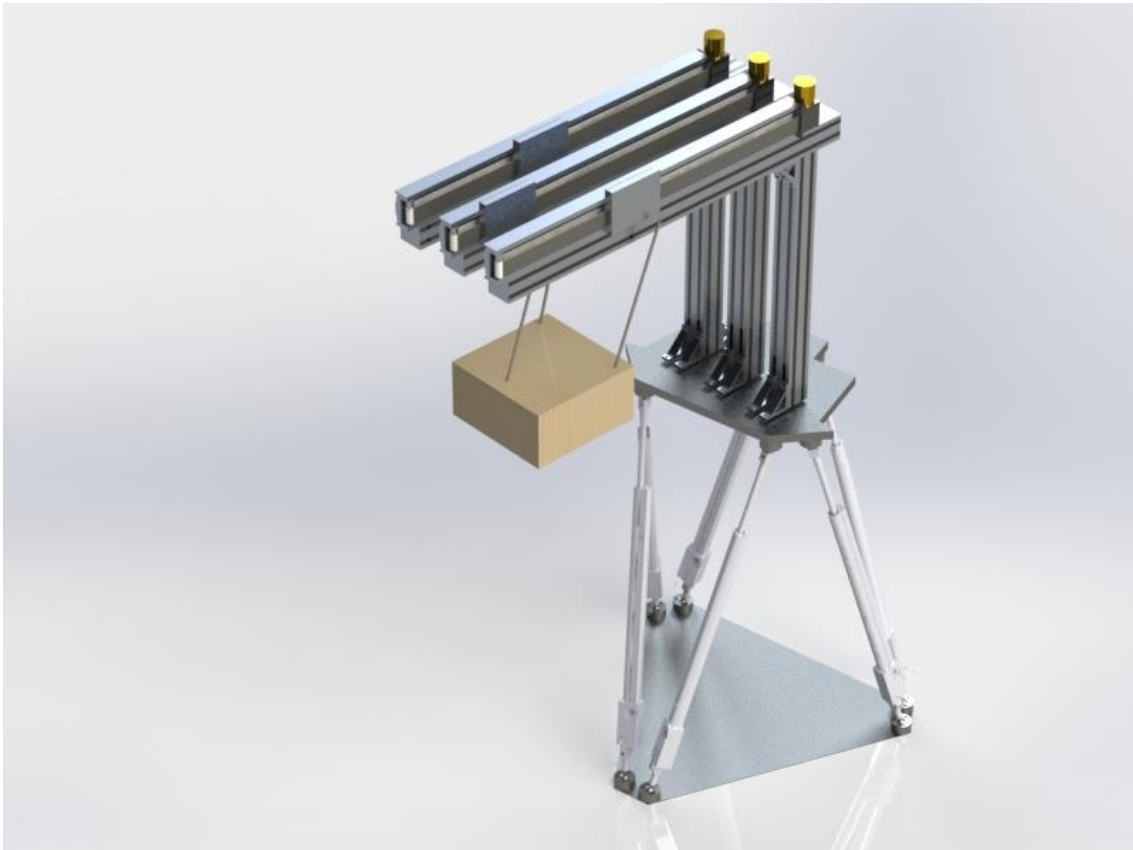


Figura 16: Modelo renderizado da Plataforma de Stewart e do Cablev.

Sendo assim, para se concluir o problema da cinética da Plataforma de Stewart, é necessário calcular as forças f_1 , f_2 , f_3 , f_4 , f_5 e f_6 que os atuadores exercem na plataforma. O diagrama de corpo livre a seguir ilustra as forças que o Cablev exerce na plataforma de Stewart.

4 Cablev

4.1 Dinâmica dos cabos não deformados

A cinemática do Cablev se assemelha a da plataforma de Stewart, porém o Cablev é um manipulador paralelo com três graus de liberdade e os cabos do Cablev possuem algumas particularidades, que devem ser levadas em consideração, como o fato de serem extensíveis ao sofrerem alguma tensão e a dinâmica de vibração transversal existente.

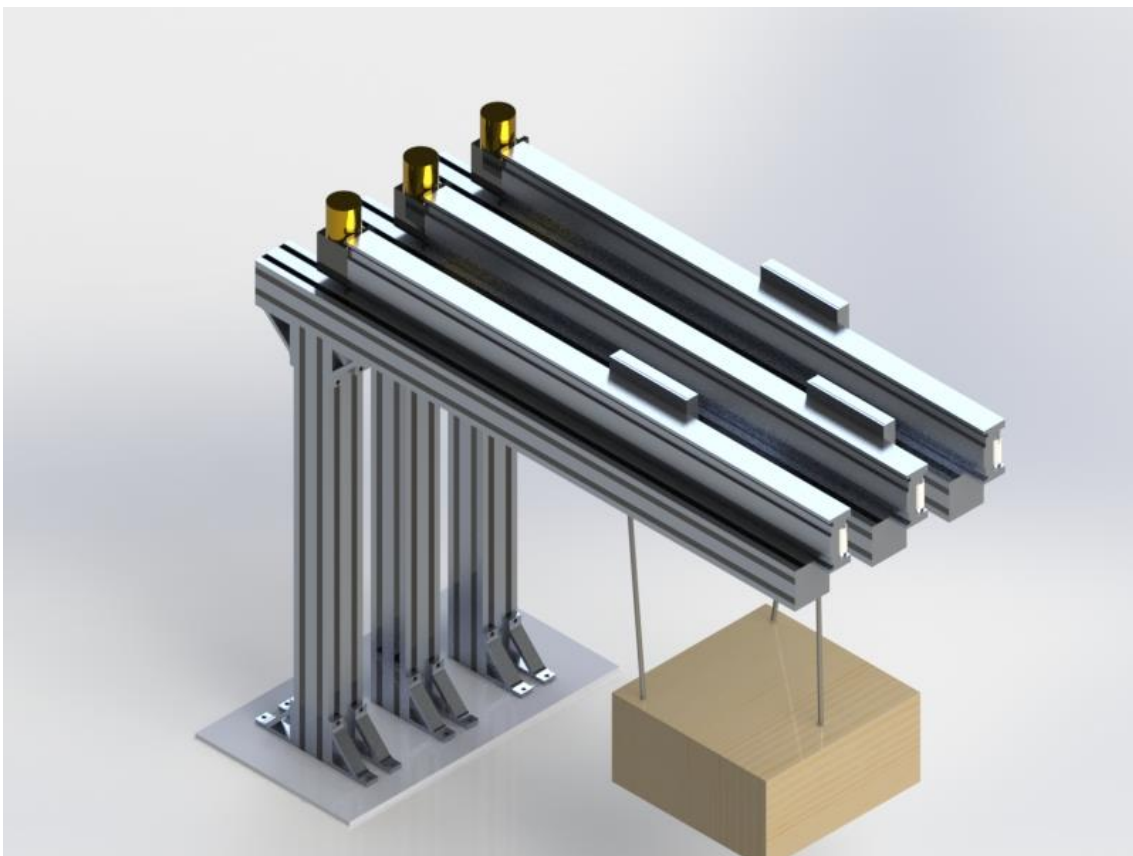


Figura 18: Modelo renderizado do Cablev.

Através de um mapeamento linear do referencial inercial aos lugares onde os cabos são presos no container, passando pelo centro de massa do container (cuja posição é conhecida devido a trajetória conhecida e imposta ao sistema), descobre-se o comprimento e a orientação dos cabos não deformados no espaço, visto que a posição inicial é determinada também por um mapeamento linear do referencial inercial, passar

pela plataforma superior da plataforma de Stewart, chegando ao ponto onde os cabos são presos na estrutura do Cablev.

A orientação dos cabos por sua vez fornece a orientação do vetor força que os cabos não deformados exercem sobre a plataforma do Cablev.

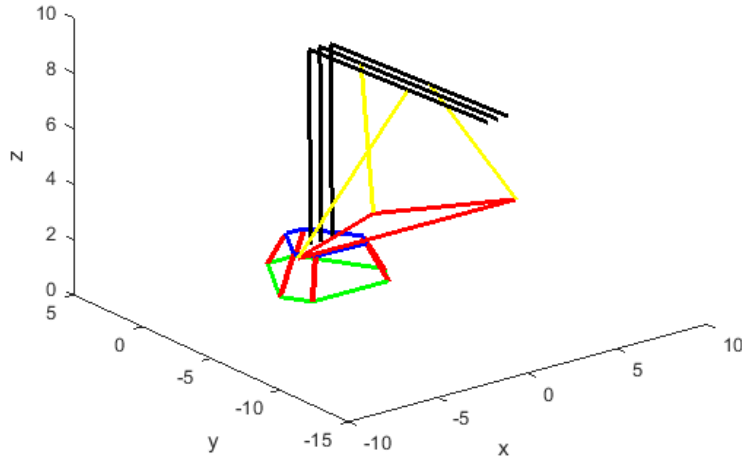


Figura 19: Modelagem do sistema no Matlab.

A seguir, tem-se a solução para determinar as posições iniciais e finais dos cabos.

Como a estrutura está centralizada na plataforma, a estrutura do meio do Cablev está centralizada na plataforma superior da plataforma de Stewart. Sendo assim, a matriz de transformação de coordenadas que dá a posição inicial do cabo do meio pode ser calculada por (11).

$$p_{c1} = T * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -g_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Logo, esta é a posição inicial do cabo do meio do Cablev. Repete-se este procedimento para obter a posição inicial dos demais cabos.

A posição final dos cabos é obtida através da posição e orientação da plataforma do Cablev.

A posição final dos cabos é obtida através da posição e orientação da plataforma do Cablev, através das matrizes de transformações lineares que levam o referencial

contido no referencial inercial ao cabo preso na plataforma do Cablev. Essas matrizes são:

$$t_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p_{cx} \\ 0 & 1 & 0 & p_{cy} \\ 0 & 0 & 1 & p_{cz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$t_2 = \begin{bmatrix} \cos \lambda & -\sin \lambda & 0 & 0 \\ \sin \lambda & \cos \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$t_3 = \begin{bmatrix} \cos \xi & 0 & \sin \xi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \xi & 0 & \cos \xi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$t_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$t = T_1 t_1 t_2 t_3 t_4 \quad (16)$$

A posição final do cabo pode ser determinada pelo produto das matrizes abaixo:

$$p_{c11} = t * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 4 * r/3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$n = p_{c1} - p_{c11} \quad (18)$$

Os três primeiros termos da quarta coluna da matriz acima contém a posição final do cabo. Sabendo sua posição inicial, conforme calculada anteriormente, tem-se o comprimento do primeiro cabo, assim como sua orientação espacial, esta última será necessária para se calcular as tensões nos cabos.

Para se determinar o comprimento dos demais cabos e suas orientações espaciais, basta repetir o mesmo procedimento acima.

Conforme dito anteriormente, sabendo a posição inicial e a posição final do cabo, é possível descobrir sua orientação espacial, para que possa ser calculado as componentes x,y e z da força exercida na plataforma do Cablev pela tensão nos cabos.

Sendo assim, para se descobrir a força exercida pelo container nos cabos não deformados, utiliza-se a equação de Newton-Euler, conforme a seguir:

$$[\tilde{n}_1 + \tilde{n}_2 + \tilde{n}_3] * \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} - M\mathbf{g} = M \quad (19)$$

4.2 Cinemática dos cabos deformados

4.2.1 Deformação infinitesimal

Na Figura 20 segue uma representação do cabo do Cablev não deformado e deformado pelas forças que atuam sobre o mesmo:

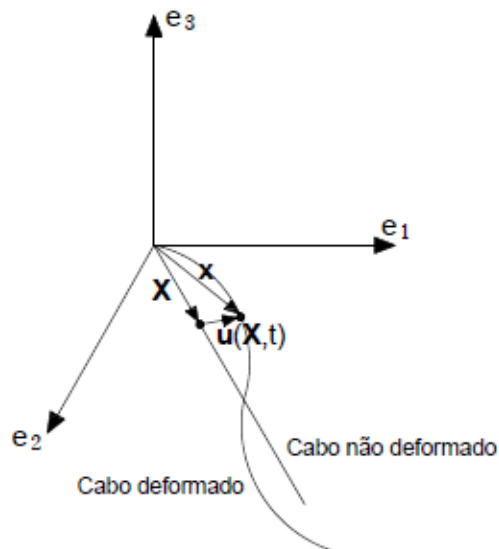


Figura 20: Representação da deformação do cabo do Cablev.

O modelo aplicado para resolver a dinâmica do cabo tem por objetivo calcular o comprimento do cabo deformado. Esta deformação leva a uma movimentação tridimensional dos pontos materiais dos cabos.

4.2.2 Equação de movimento

Segundo LAI [20], a equação diferencial de movimento para qualquer contínuo em movimento segue o postulado básico de que cada partícula do contínuo deve satisfazer a lei de movimento de Newton.

Ainda de acordo com LAI [20], na Fig. 21 são mostrados, os vetores de tensão que atuam nas seis faces de um elemento retangular infinitesimal isolado do contínuo na vizinhança da posição designada por x_i .

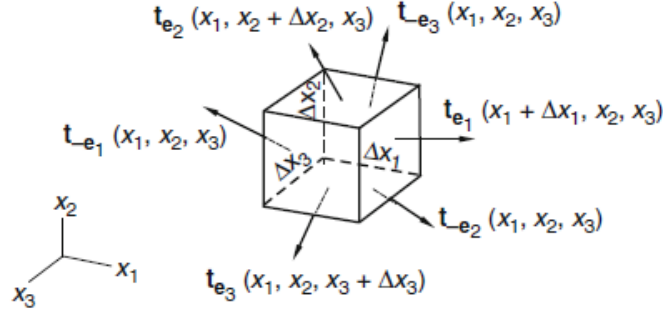


Figura 21: Vetores de tensão LAI [20].

Sendo: $\mathbf{b} = b_i e_i$ as forças que atuam no corpo por unidade de massa, ρ a densidade de massa em x_i e \mathbf{a} a aceleração da partícula na posição x_i ; então a lei de movimento de Newton toma a seguinte forma:

$$[t_{e1}(x_1 + \Delta x_1, x_2, x_3) + t_{-e1}(x_1, x_2, x_3)](\Delta x_2 \Delta x_3) + [t_{e2}(x_1, x_2 + \Delta x_2, x_3) + t_{-e2}(x_1, x_2, x_3)](\Delta x_1 \Delta x_3) + [t_{e3}(x_1, x_2, x_3 + \Delta x_3) + t_{-e3}(x_1, x_2, x_3)](\Delta x_1 \Delta x_2) + \rho \mathbf{b} \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3 = \rho \mathbf{a} \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3 \quad (20)$$

Sendo $t_{-e1} = -t_{e1}$ e o mesmo valendo para as outras componentes e dividindo-se a equação acima por $\Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3$, tem-se que:

$$\left[\frac{t_{e1}(x_1 + \Delta x_1, x_2, x_3) - t_{e1}(x_1, x_2, x_3)}{\Delta x_1} \right] + \left[\frac{t_{e2}(x_1, x_2 + \Delta x_2, x_3) - t_{e2}(x_1, x_2, x_3)}{\Delta x_2} \right] + \left[\frac{t_{e3}(x_1, x_2, x_3 + \Delta x_3) - t_{e3}(x_1, x_2, x_3)}{\Delta x_3} \right] + \rho \mathbf{b} = \rho \mathbf{a} \quad (21)$$

Para $\Delta x_i \rightarrow 0$, obtém-se:

$$\frac{\partial t_{e1}}{\partial x_1} + \frac{\partial t_{e2}}{\partial x_2} + \frac{\partial t_{e3}}{\partial x_3} + \rho \mathbf{b} = \rho \mathbf{a} \quad (22)$$

$$\frac{\partial t_{e_j}}{\partial x_j} + \rho b_j e_j = \rho a_j e_j \quad (23)$$

Sendo $t_{e_i} = \mathbf{T}e_j = T_{ij}e_i$ (\mathbf{T} → tensor tensão de Cauchy e note que todo e_i são direções fixas em coordenadas cartesianas):

$$\frac{\partial T_{e_{ij}}}{\partial x_j} e_i + \rho b_j e_i = \rho a_j e_i \quad (24)$$

Na forma invariante, a equação torna-se:

$$\text{div } \mathbf{T} + \rho \mathbf{b} = \rho \mathbf{a} \quad (25)$$

Na forma de componentes cartesianos:

$$\frac{\partial T_{e_{ij}}}{\partial x_j} + \rho b_i = \rho a_i \quad (26)$$

De acordo com LAI [20], muitos metais estruturais como o aço e o alumínio podem ser considerados isotrópicos sem um erro apreciável. Sendo os cabos do Cablev de aço, tem-se que a equação constitutiva para um sólido linear elástico e isotrópico, que sofre pequenas deformações, pode ser descrita como:

$$\mathbf{T} = 2\mu\mathbf{E} + \lambda(\text{tr } \mathbf{E})\mathbf{I} \quad (27)$$

Onde:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T] \quad (28)$$

Substituindo (27) e (28) em (25), tem-se:

$$\text{div}[2\mu\mathbf{E} + \lambda(\text{tr } \mathbf{E})\mathbf{I}] + \rho \mathbf{b} = \rho \mathbf{a} \quad (29)$$

$$\text{div}[\mu(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) + \lambda(\text{div } \mathbf{u})\mathbf{I}] + \rho \mathbf{b} = \rho \mathbf{a} \quad (30)$$

$$\mu \Delta \mathbf{u} + \mu \nabla \text{div } \mathbf{u} + \lambda \nabla \text{div } \mathbf{u} + \rho \mathbf{b} = \rho \mathbf{a} \quad (31)$$

$$\mu \Delta \mathbf{u} + (\mu + \lambda) \nabla \operatorname{div} \mathbf{u} + \rho \mathbf{b} = \rho \mathbf{a} \quad (32)$$

Sabendo-se que \mathbf{a} é a derivada de segunda ordem de \mathbf{u} em relação ao tempo, obtém-se:

$$\mu \Delta \mathbf{u} + (\mu + \lambda) \nabla \operatorname{div} \mathbf{u} + \rho \mathbf{b} = \rho \mathbf{u}_{tt} \quad (33)$$

Reescrevendo a equação acima:

$$\mu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right) + (\mu + \lambda) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \rho b_x = \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \quad (34)$$

$$\mu \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} \right) + (\mu + \lambda) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \rho b_y = \rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} \quad (35)$$

$$\mu \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) + (\mu + \lambda) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \rho b_z = \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} \quad (36)$$

4.2.3 Esquema em diferenças finitas da equação de movimento dos cabos

Desenvolvendo-se a equação (35) na forma matricial, tem-se:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 2\mu + \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 2\mu + \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 2\mu + \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}_{xx} + \begin{bmatrix} 2\mu + \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 2\mu + \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 2\mu + \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}_{yy} + \\ & + \begin{bmatrix} 2\mu + \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 2\mu + \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 2\mu + \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}_{zz} + \begin{bmatrix} \mu + \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \mu + \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}_{xy} + \\ & + \begin{bmatrix} \mu + \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu + \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}_{xz} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu + \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \mu + \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}_{yz} + \rho \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} = \rho \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}_{tt} \quad (37) \end{aligned}$$

Sendo assim, a equação (35) fica reduzida a:

$$\mathbf{A}_1 \mathbf{u}_{xx} + \mathbf{A}_1 \mathbf{u}_{yy} + \mathbf{A}_1 \mathbf{u}_{zz} + \mathbf{A}_2 \mathbf{u}_{xy} + \mathbf{A}_3 \mathbf{u}_{xz} + \mathbf{A}_4 \mathbf{u}_{yz} + \mathbf{b} = \mathbf{u}_{tt} \quad (38)$$

Onde:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} \frac{2\mu+\lambda}{\rho} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2\mu+\lambda}{\rho} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2\mu+\lambda}{\rho} \end{bmatrix} \quad (39)$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} \frac{\mu+\lambda}{\rho} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\mu+\lambda}{\rho} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} \frac{\mu+\lambda}{\rho} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\mu+\lambda}{\rho} \end{bmatrix} \quad (41)$$

$$\mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\mu+\lambda}{\rho} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\mu+\lambda}{\rho} \end{bmatrix} \quad (42)$$

4.2.4 Crank-Nicholson

Na análise numérica, o método de Crank–Nicolson é um método das diferenças finitas usado para resolver numericamente equações diferenciais.

De acordo com o método de Crank–Nicolson os termos da equação em questão, podem ser expressos da seguinte forma:

$$\mathbf{u}_{xx} = \delta_x^2(u_{i,j,k}^{n+1} + u_{i,j,k}^n) \quad (43)$$

$$\mathbf{u}_{yy} = \delta_y^2(u_{i,j,k}^{n+1} + u_{i,j,k}^n) \quad (44)$$

$$\mathbf{u}_{zz} = \delta_z^2(u_{i,j,k}^{n+1} + u_{i,j,k}^n) \quad (45)$$

$$\mathbf{u}_{tt} = \delta_t^2(u_{i,j,k}^{n+1} + u_{i,j,k}^n) \quad (46)$$

$$\mathbf{b} = \frac{1}{2\rho} (b_{i,j,k}^{n+1} + b_{i,j,k}^n) \quad (47)$$

As derivadas de compostas, ou seja, os termos derivativos misturados serão descritos conforme STRIKWERDA [24]:

$$\mathbf{u}_{xy} = \delta_x \delta_y \left(u_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (48)$$

$$\mathbf{u}_{xz} = \delta_x \delta_z \left(u_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (49)$$

$$\mathbf{u}_{yz} = \delta_y \delta_z \left(u_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (50)$$

Onde:

$$u_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} u_{i,j,k}^n - \frac{1}{2} u_{i,j,k}^{n-1} \quad (51)$$

Reescrevendo (63) a partir das equações acima, tem-se:

$$\begin{aligned} & A_1 \delta_x^2 (u_{i,j,k}^{n+1} + u_{i,j,k}^n) + A_1 \delta_y^2 (u_{i,j,k}^{n+1} + u_{i,j,k}^n) + A_1 \delta_z^2 (u_{i,j,k}^{n+1} + u_{i,j,k}^n) + \\ & + A_2 \delta_x \delta_y \left(u_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) + A_3 \delta_x \delta_z \left(u_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) + A_4 \delta_y \delta_z \left(u_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) + \frac{1}{2} (b_{i,j,k}^{n+1} + b_{i,j,k}^n) = \\ & \delta_t^2 (u_{i,j,k}^{n+1} + u_{i,j,k}^n) \end{aligned} \quad (52)$$

4.2.5 Método ADI (*Alternating Direction Implicit*)

O método tradicional para resolver a equação é o Método de Crank–Nicolson. Porém neste caso, a solução seria bastante trabalhosa. Esse método resulta em um conjunto de equações muito complicadas em múltiplas dimensões, difíceis de resolver. Sendo assim, a técnica utilizada para resolver a equação acima será o método ADI sugerido por DOUGLAS [23]. A vantagem do método ADI é que as equações, que devem ser

resolvidas em cada passo, têm uma estrutura mais simples. Sendo assim, reorganizando-se a equação acima, tem-se:

$$\begin{aligned}
& [I - A_2(\Delta t)^2 \delta_x^2 - A_2(\Delta t)^2 \delta_y^2 - A_2(\Delta t)^2 \delta_z^2] u_{i,j,k}^{n+1} = [I + A_2(\Delta t)^2 \delta_x^2 + A_2(\Delta t)^2 \delta_y^2 + \\
& A_2(\Delta t)^2 \delta_z^2] u_{i,j,k}^n + u_{i,j,k}^n - u_{i,j,k}^{n-1} + A_2(\Delta t)^2 \delta_x \delta_y \left(u_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) + A_3(\Delta t)^2 \delta_x \delta_z \left(u_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) + \\
& A_4(\Delta t)^2 \delta_y \delta_z \left(u_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) + \frac{(\Delta t)^2}{2} (b_{i,j,k}^{n+1} + b_{i,j,k}^n)
\end{aligned} \tag{53}$$

Para obter um esquema ADI tridimensional utilizável, o lado esquerdo da equação acima será dividido em fatores. Se adicionarmos o termo abaixo:

$$\begin{aligned}
& [A_2^2(\Delta t)^4 \delta_x^2 \delta_y^2 + A_2^2(\Delta t)^4 \delta_x^2 \delta_z^2 + A_2^2(\Delta t)^4 \delta_y^2 \delta_z^2] (u_{i,j,k}^{n+1} - u_{i,j,k}^n) - \\
& A_2^3(\Delta t)^6 \delta_x^2 \delta_y^2 \delta_z^2 (u_{i,j,k}^{n+1} + u_{i,j,k}^n)
\end{aligned} \tag{54}$$

E distribuindo a metade apropriada do termo acima para o lado direito, tem-se:

$$\begin{aligned}
& [I - A_2(\Delta t)^2 \delta_x^2][I - A_2(\Delta t)^2 \delta_y^2][I - A_2(\Delta t)^2 \delta_z^2] u_{i,j,k}^{n+1} = [I - A_2(\Delta t)^2 \delta_x^2][I - \\
& A_2(\Delta t)^2 \delta_y^2][I - A_2(\Delta t)^2 \delta_z^2] u_{i,j,k}^n - u_{i,j,k}^{n-1} + A_2(\Delta t)^2 \delta_x \delta_y \left(u_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) + \\
& A_3(\Delta t)^2 \delta_x \delta_z \left(u_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) + A_4(\Delta t)^2 \delta_y \delta_z \left(u_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) + \frac{(\Delta t)^2}{2} (b_{i,j,k}^{n+1} + b_{i,j,k}^n)
\end{aligned} \tag{55}$$

De acordo com THOMAS [25], pode-se reescrever a equação acima na formação delta:

$$\begin{aligned}
& [I - A_2(\Delta t)^2 \delta_x^2][I - A_2(\Delta t)^2 \delta_y^2][I - A_2(\Delta t)^2 \delta_z^2] (u_{i,j,k}^{n+1} - u_{i,j,k}^n) = [I + \\
& 2A_2(\Delta t)^2 \delta_x^2 + 2A_2(\Delta t)^2 \delta_y^2 + 2A_2(\Delta t)^2 \delta_z^2] u_{i,j,k}^n + 2A_2^3(\Delta t)^6 \delta_x^2 \delta_y^2 \delta_z^2 (u_{i,j,k}^n) - \\
& u_{i,j,k}^{n-1} + A_2(\Delta t)^2 \delta_x \delta_y \left(u_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) + A_3(\Delta t)^2 \delta_x \delta_z \left(u_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) + A_4(\Delta t)^2 \delta_y \delta_z \left(u_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) + \\
& \frac{(\Delta t)^2}{2} (b_{i,j,k}^{n+1} + b_{i,j,k}^n)
\end{aligned} \tag{56}$$

Reescrevendo a equação acima na forma do esquema de Douglas-Gun, segundo THOMAS [25], e desprezando-se o termo de ordem superior $+2A_2^3(\Delta t)^6 \delta_x^2 \delta_y^2 \delta_z^2 (u_{i,j,k}^n)$ tem-se:

$$u_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}u_{i,j,k}^n - \frac{1}{2}u_{i,j,k}^{n-1} \quad (57)$$

$$\begin{aligned} [I - A_2(\Delta t)^2 \delta_x^2](u_{i,j,k}^{\tilde{n}+1/3} - u_{i,j,k}^n) &= [I + 2A_2(\Delta t)^2 \delta_x^2 + 2A_2(\Delta t)^2 \delta_y^2 + \\ 2A_2(\Delta t)^2 \delta_z^2]u_{i,j,k}^n - u_{i,j,k}^{n-1} &+ A_2(\Delta t)^2 \delta_x \delta_y \left(u_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}}\right) + A_3(\Delta t)^2 \delta_x \delta_z \left(u_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}}\right) + \\ A_4(\Delta t)^2 \delta_y \delta_z \left(u_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}}\right) &+ \frac{(\Delta t)^2}{2}(b_{i,j,k}^{n+1} + b_{i,j,k}^n) \end{aligned} \quad (58)$$

$$[I - A_2(\Delta t)^2 \delta_y^2](u_{i,j,k}^{\tilde{n}+2/3} - u_{i,j,k}^{\tilde{n}+1/3}) = (u_{i,j,k}^{\tilde{n}+1/3} - u_{i,j,k}^n) \quad (59)$$

$$[I - A_2(\Delta t)^2 \delta_z^2](u_{i,j,k}^{\tilde{n}+1} - u_{i,j,k}^{\tilde{n}+2/3}) = (u_{i,j,k}^{\tilde{n}+2/3} - u_{i,j,k}^{\tilde{n}+1/3}) \quad (60)$$

$$(u_{i,j,k}^{\tilde{n}+1} - u_{i,j,k}^{\tilde{n}+2/3}) = u_{i,j,k}^{n+1} - u_{i,j,k}^n \quad (61)$$

Resolvendo esse sistema de equações encontra-se \mathbf{u} que é o campo vetorial dos deslocamentos dos pontos materiais do cabo.

5 Resultados

Nesta seção, o resultado da simulação do sistema é apresentado. É importante destacar que os cabos foram discretizados em um determinado número de pontos. Os parâmetros utilizados na simulação são dados a seguir na Tabela 1.

Descrição das variáveis	variáveis	valores
Densidade linear dos cabos utilizados	ρ_l	3.17 kg/m
Módulo de cisalhamento	μ	75.8 GPa
Constante de Lamè's	λ	82.7 GPa
Massa do container	M	30000 kg
Massa da plataforma superior da plataforma de Stewart	m	14000 kg
Velocidade de içamento da carga	v_l	0,005 m/s
Velocidade de descarga da carga	v_d	0,005 m/s

Tabela 1: Valores utilizados para as variáveis

As demais condições iniciais serão descritas na Figura 22. É importante observar que, as condições de contorno dos cabos do Cablev, são determinadas pela cinemática do Cablev com os parâmetros descritos.

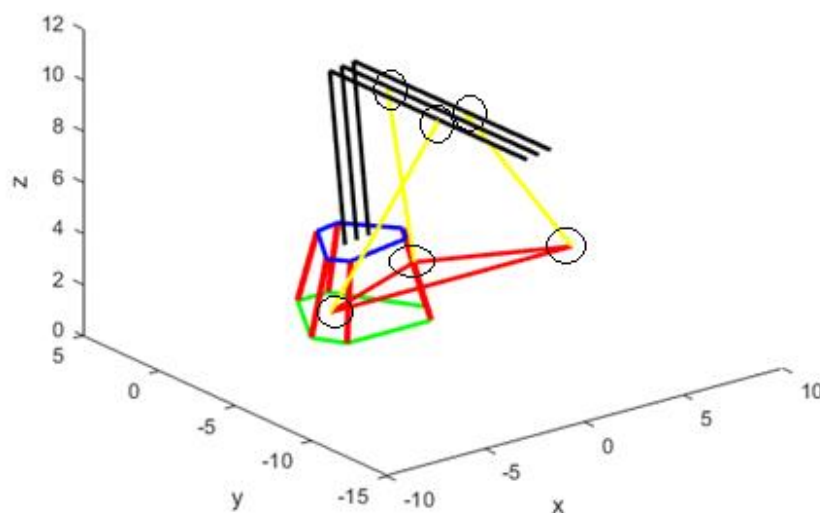


Figura 22 : Condição de contorno dos cabos.

Na Figura 23 são apresentadas as trajetórias utilizadas para simular as ondas do mar, a trajetória da plataforma de Stewart, foram baseadas no trabalho de [3].

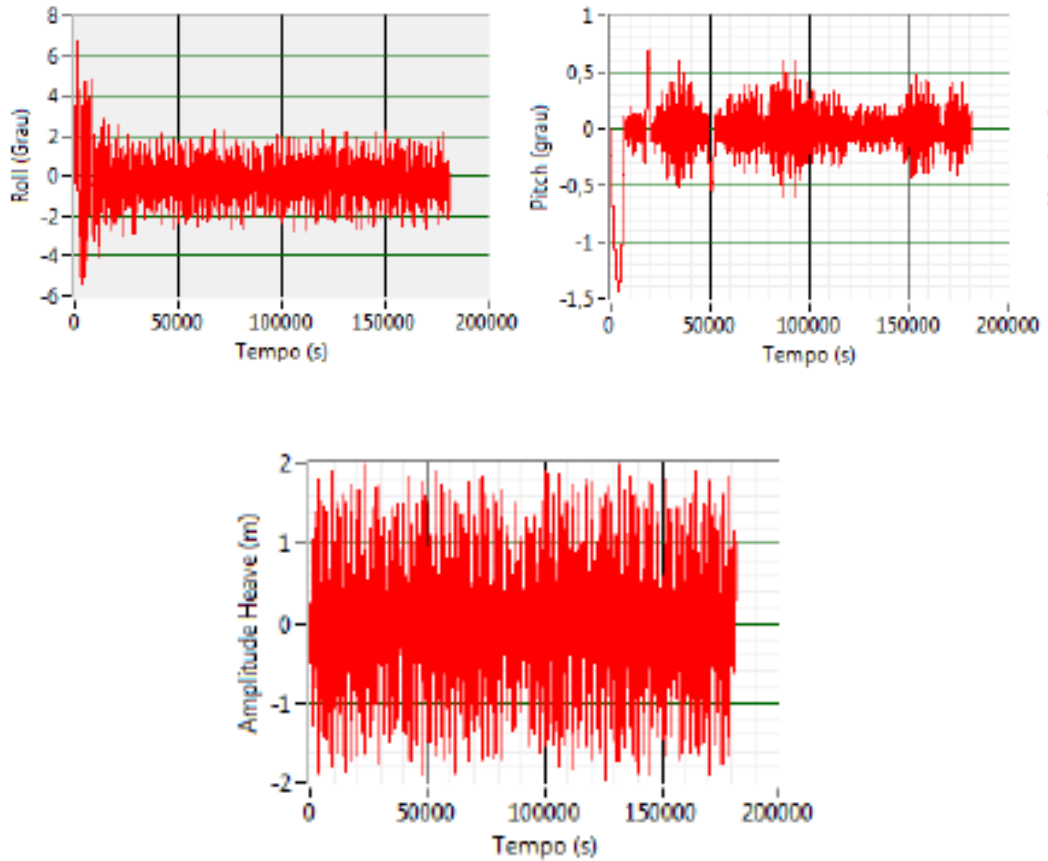


Figura 23: Dados da embarcação CIAGA [3]

Vale ressaltar que *Roll* e *Pitch*, neste caso, são as rotações em y e x e *Amplitude Heave* o deslocamento na direção z .

As amplitudes dos movimentos foram consideradas e um movimento harmônico com estas amplitudes foram as trajetórias utilizadas para simular as ondas do mar. As amplitudes das rotações em x e y e a amplitude do deslocamento em z , que foram os 3 movimentos considerados na plataforma de Stewart, foram modelados como as funções representadas na Figura 24 à Figura 26.

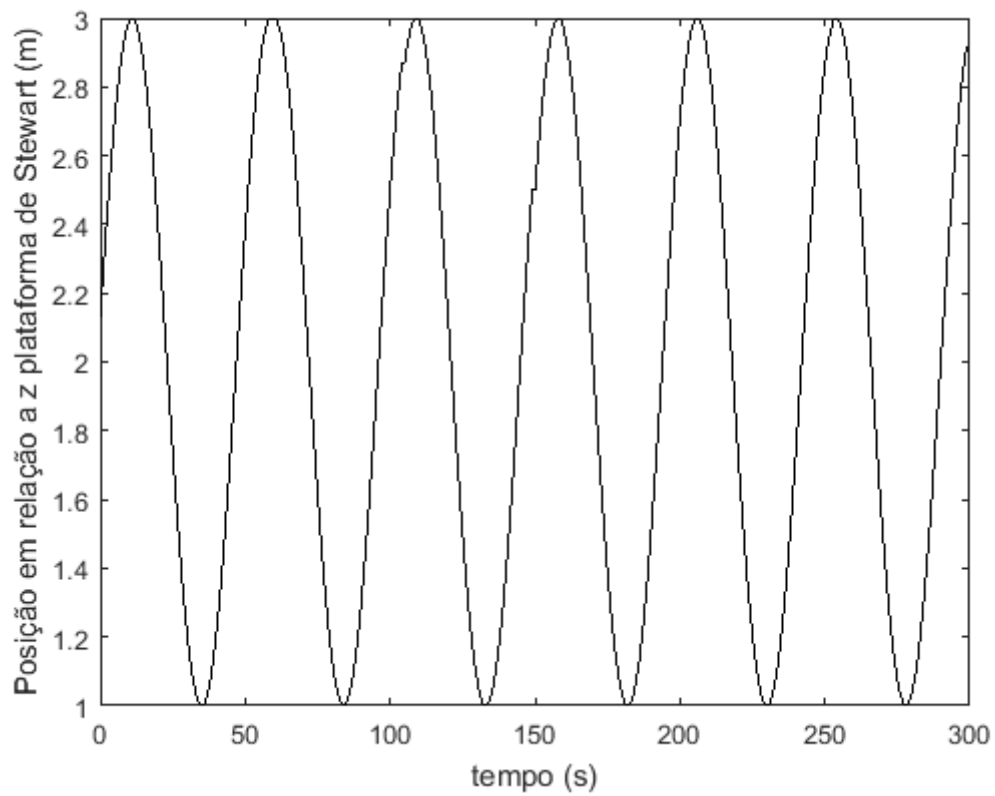


Figura 24: Deslocamento da plataforma superior da plataforma de Stewart.

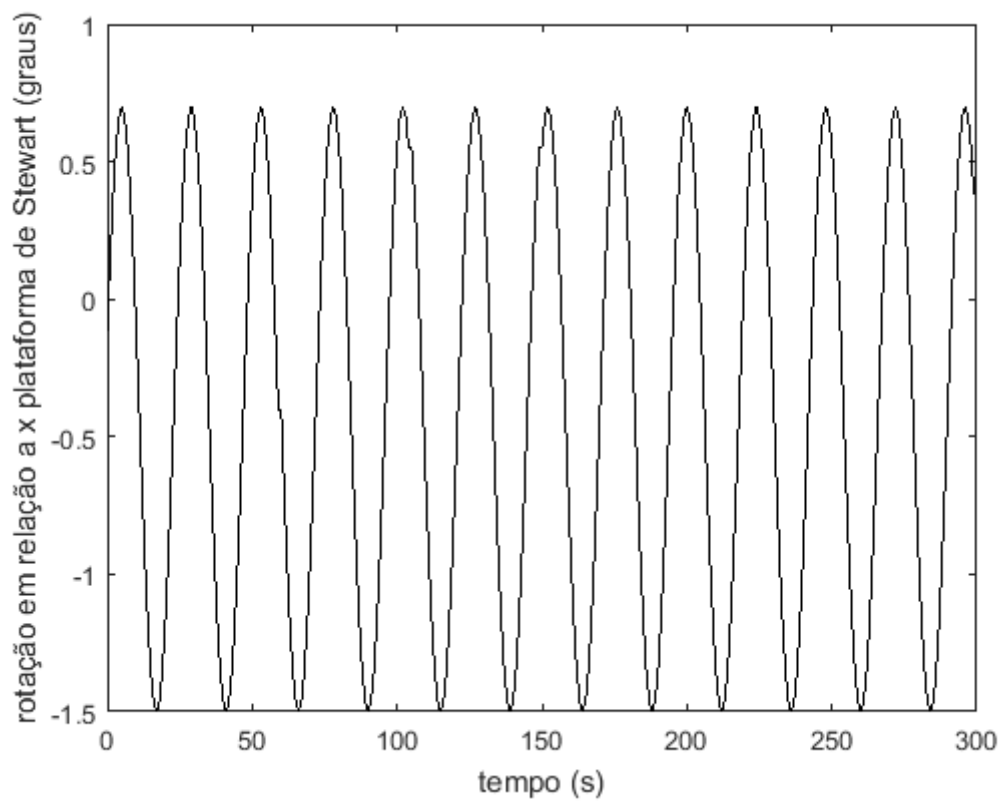


Figura 25: Deslocamento em radianos da plataforma de Stewart em relação ao eixo x.

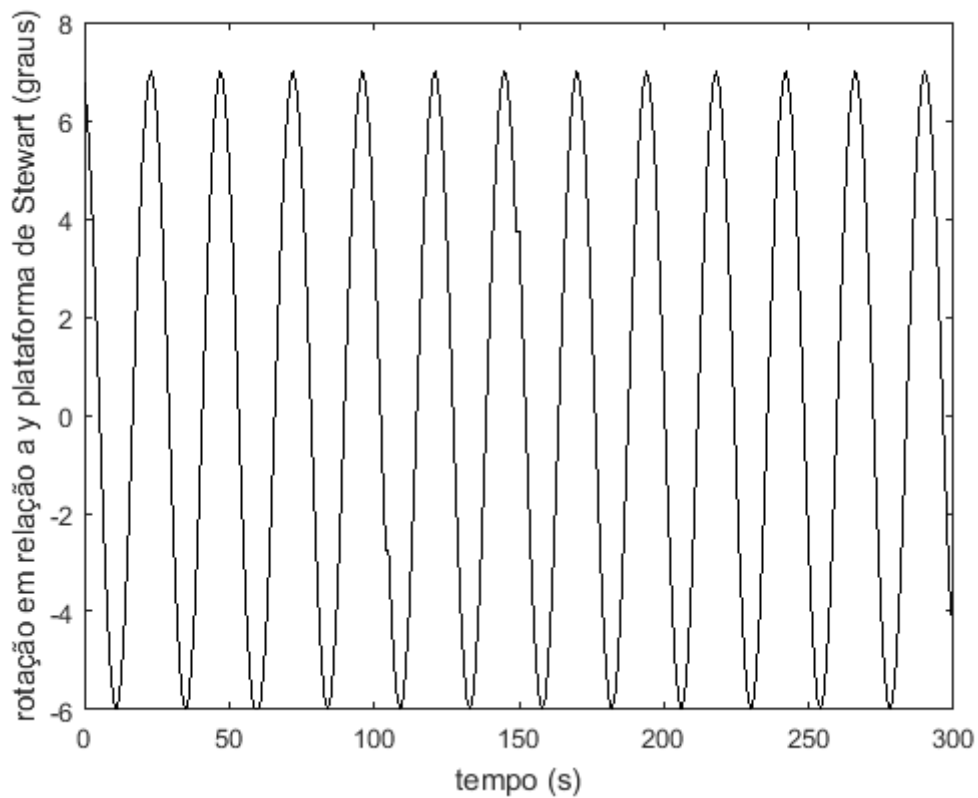


Figura 26: Deslocamento em radianos da plataforma de Stewart em relação ao eixo y.

Como a trajetória e orientação do container e a trajetória e orientação da Plataforma superior da plataforma de Stewart são conhecidas, pode-se determinar as condições de contorno dos cabos nos pontos indicados na Figura 22. Os resultados são divididos em quatro operações. Içamento do container, rotação de toda a estrutura, transporte do container e descarga container. A seguir, seguem as imagens plotadas pelo Matlab das 4 operações (Figura 27 até Figura 30).

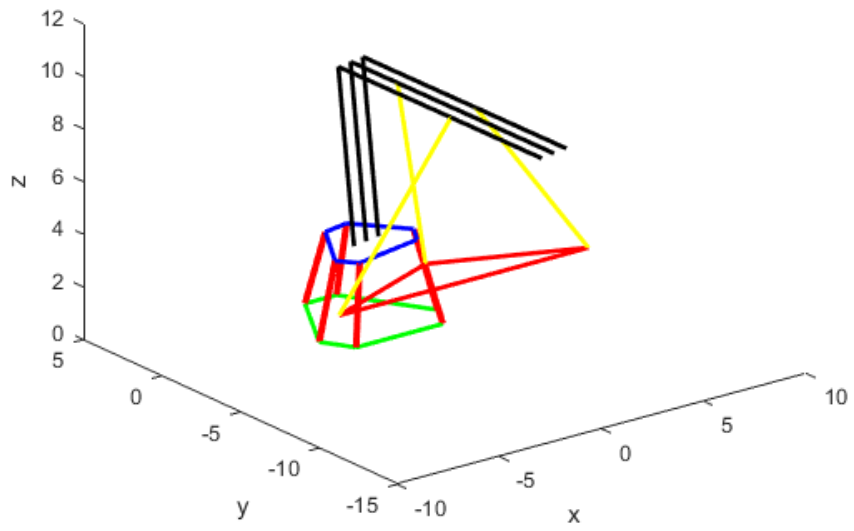


Figura 27: Içamento do container (em metros).

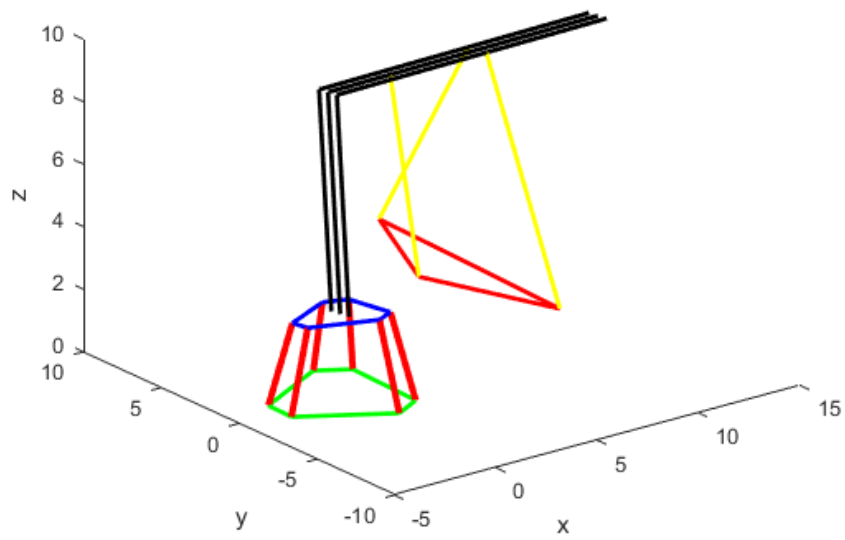


Figura 28: Rotação da estrutura (em metros).

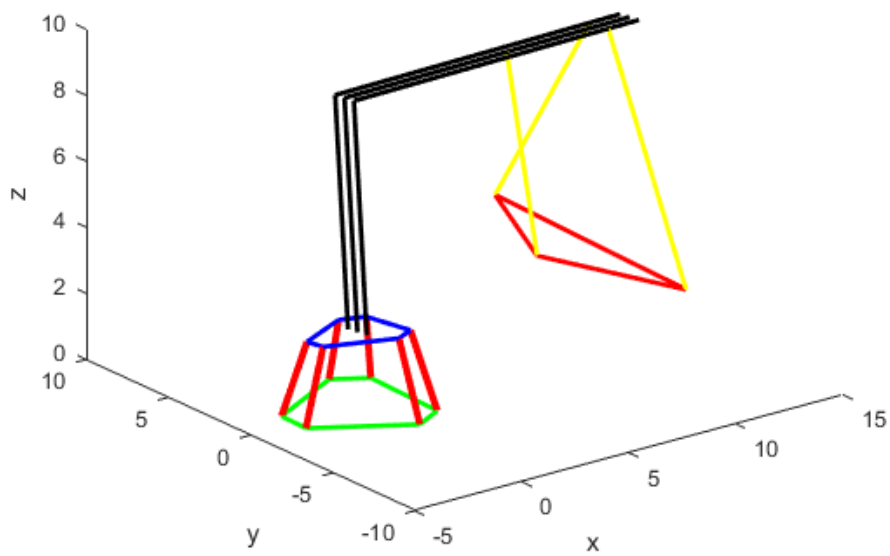


Figura 29: Rotação da estrutura(em metros).

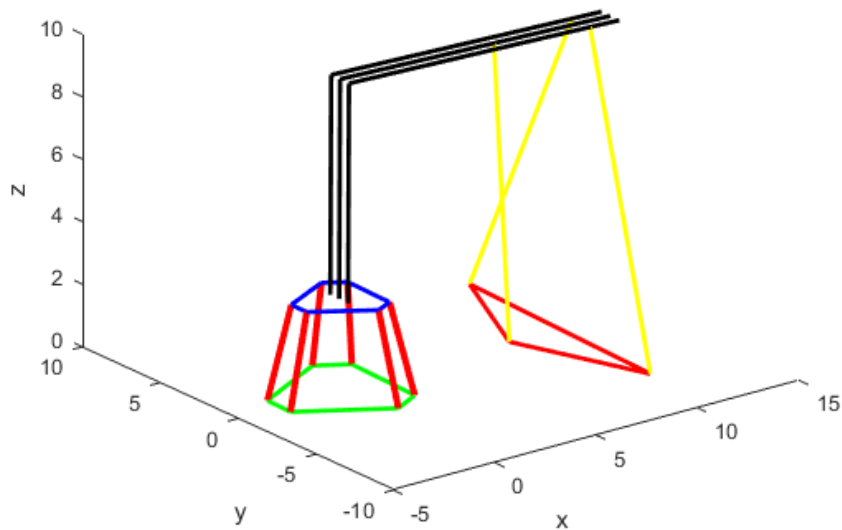


Figura 30: Descarga do container (em metros).

Derivando-se as trajetórias descritas acima, obtém-se as velocidades e acelerações da movimentação da plataforma de Stewart.

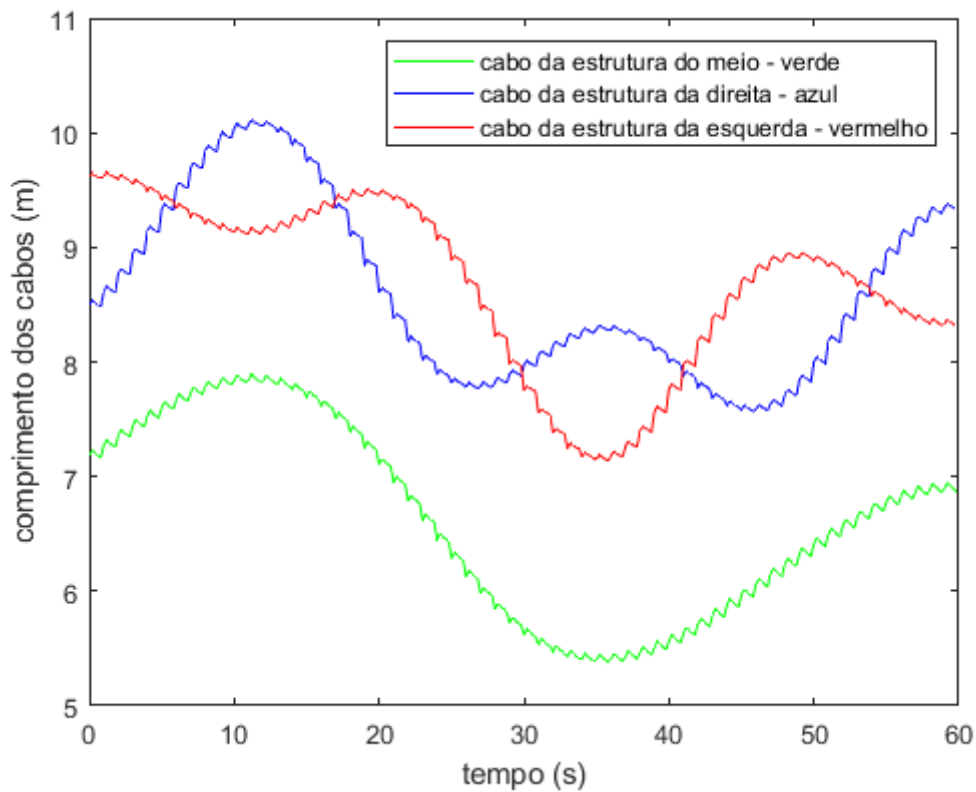


Figura 31: Comprimento dos cabos na operação de içamento.

Pode-se observar, a seguir, que o comprimento dos cabos muda de acordo com a movimentação da embarcação (representada pela movimentação da plataforma de Stewart) e a deformação dos cabos, causada, principalmente, pela força peso do container. A seguir, os gráficos que mostram o comprimento dos cabos em cada operação, incluindo a deformação causada pela força peso do container. Vale a pena ressaltar que o peso dos cabos foi desconsiderado tendo em vista que o impacto deles na deformação dos cabos é muito pequeno se comparado ao peso do container. A princípio o cabo foi discretizado em 5 pontos e 4 passos de tempo.

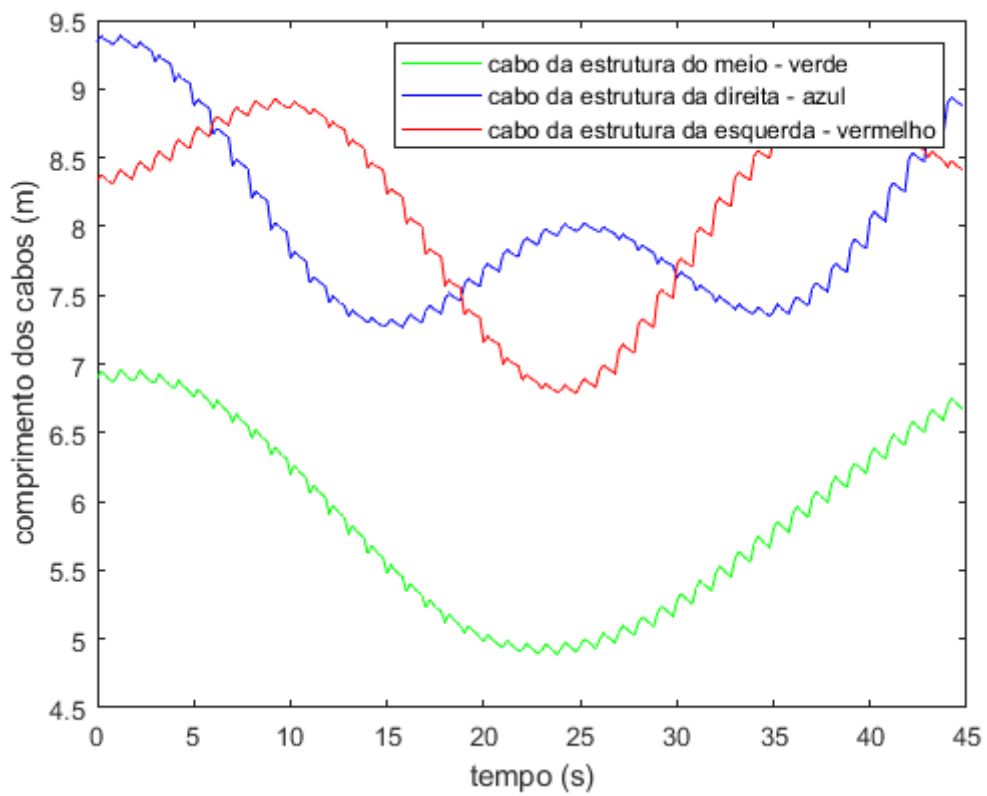


Figura 32: Comprimento dos cabos na operação de rotação da estrutura.

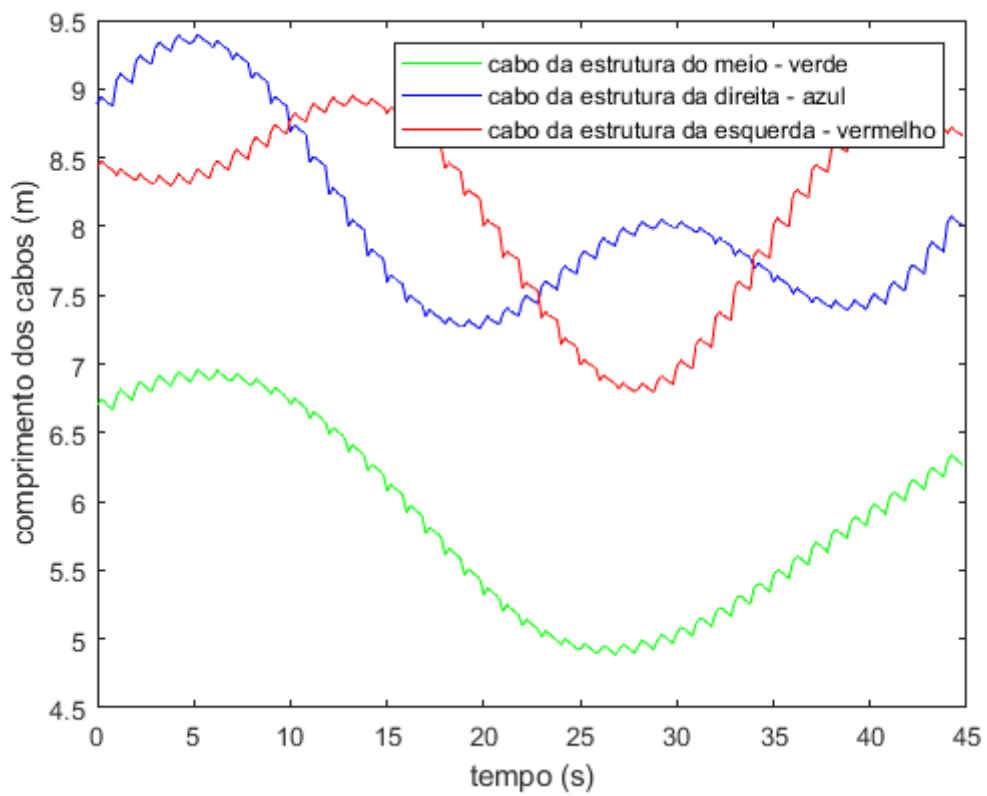


Figura 33: Comprimento dos cabos na operação de transporte do container.

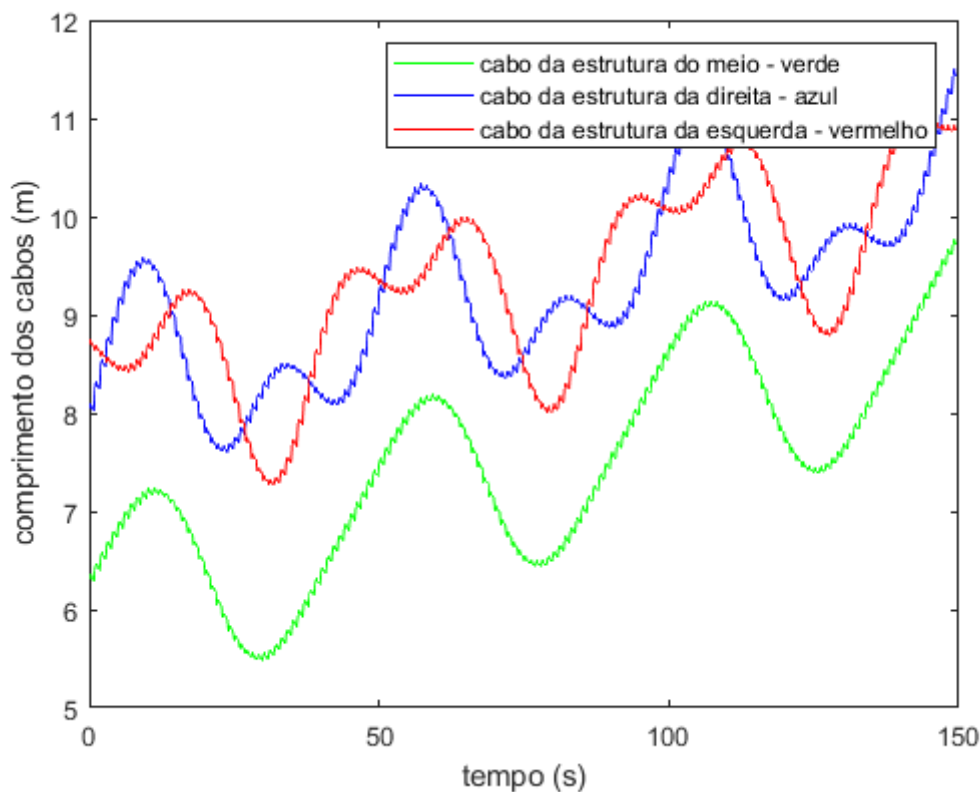


Figura 34: Comprimento dos cabos na operação de descarga do container.

Os gráficos acima nos mostram dois movimentos simultâneos. O primeiro é o de deformação dos cabos. E o segundo é o atuador dos cabos atuando de forma a içar ou descarregar o container, compensando a movimentação da plataforma de Stewart, com o objetivo de estabilizar o container.

Logo, para se estabilizar o container, é necessário um sistema de controle que compense essa deformação e estabilize o container de fato. Podemos ver ainda que a deformação dos cabos varia em torno de 0,05 a 0,15 m.

Vale ressaltar que na medida em que os cabos vão oscilando em relação a posição não deformada, motores elétricos irão atuar modificando o comprimento dos cabos para que o container seja estabilizado na condição não deformada dos cabos, compensando a movimentação da embarcação simulada pela plataforma de Stewart. Em outras palavras, os atuadores elétricos irão comandar a trajetória do container assim como a estabilização do container, e o controle irá atuar para compensar a deformação dos cabos enviando a informação aos atuadores elétricos que irão descontar a deformação nos comprimentos necessários para se estabilizar o container na condição não deformada dos cabos. Segue o fluxograma que sintetiza o processo (Figura 36).

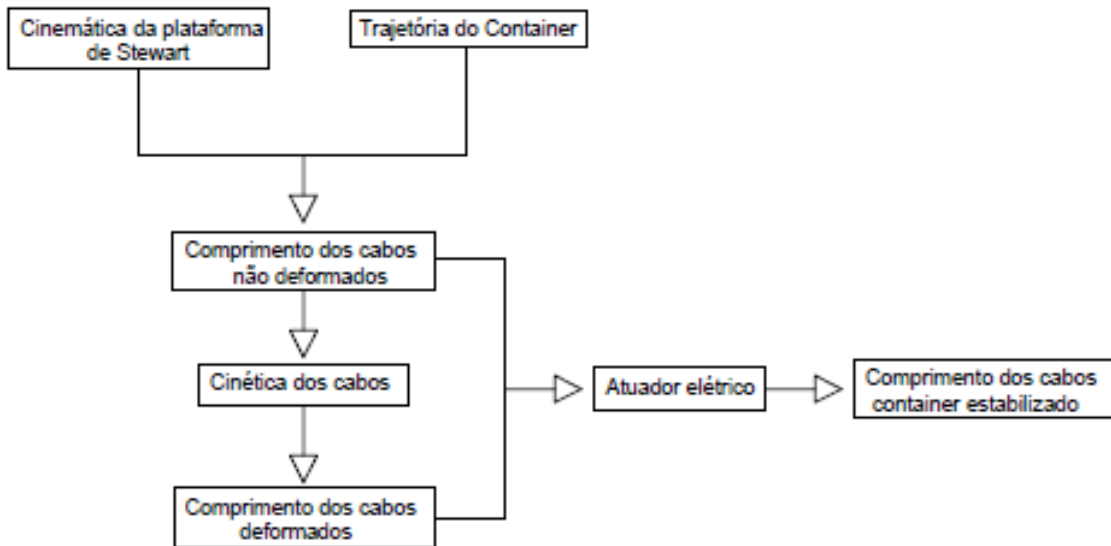


Figura 35: Fluxograma do processo.

Com o objetivo de avaliar a convergência o sistema foi simulado com o cabo discretizado com 10 pontos. A comparação entre a Figura 36 e a Figura 37 permite observar que a deformação dos cabos mostra uma leve diferença devido a erros no método numérico causado pela quantidade de pontos em que o cabo foi discretizado.

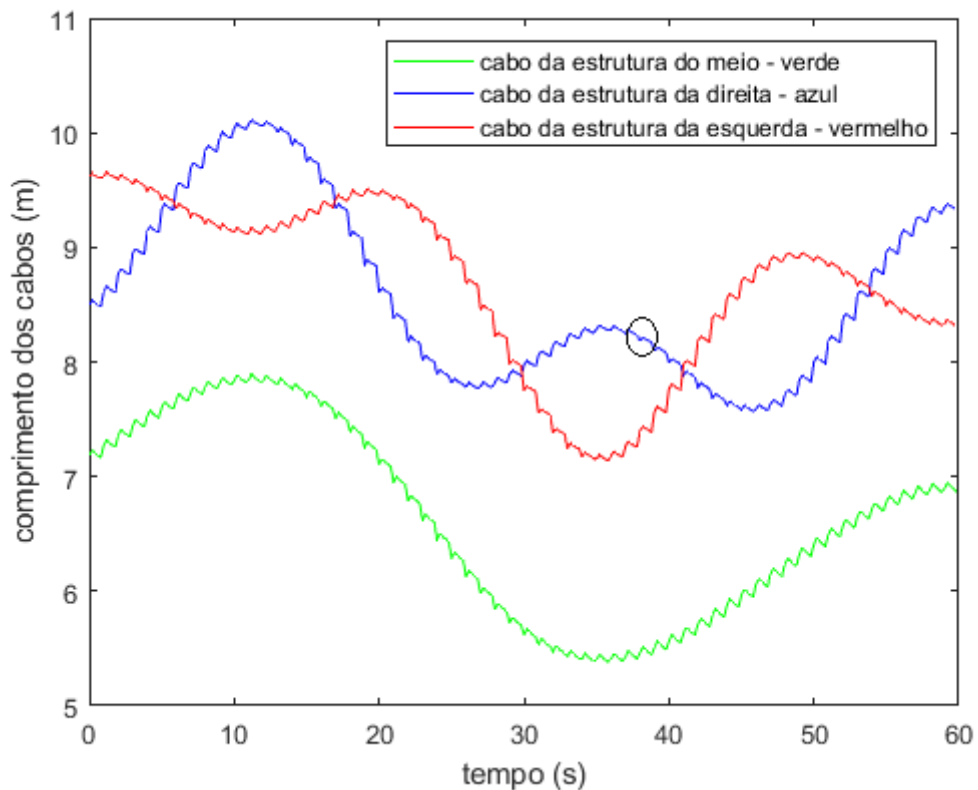


Figura 36: Cabos discretizados em 5 pontos.

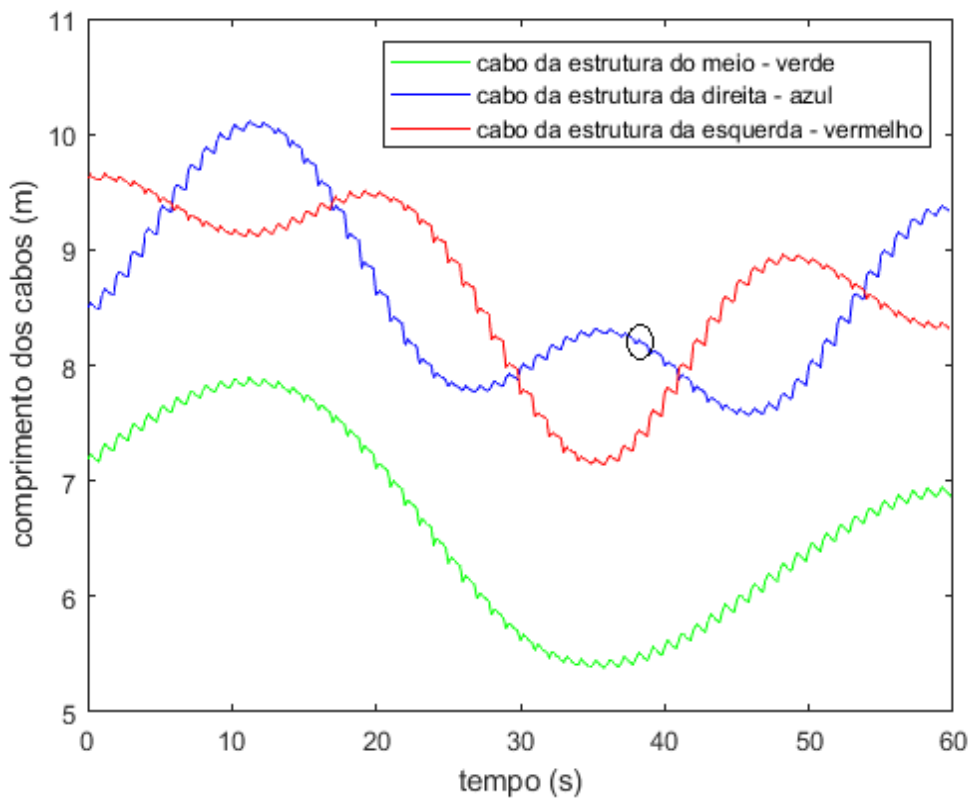


Figura 37: Cabos discretizados com 10 pontos.

As diferenças mostradas são sutis devido a escala do gráfico em questão. Simulações foram feitas com os cabos discretizados em mais de 10 pontos, porém as diferenças não foram mais notadas com a escala atual do gráfico, o que demonstra a convergência do modelo.

Agora, observar-se-á a cinética da plataforma de Stewart, através dela será possível dimensionar os atuadores. Nos gráficos apresentados da Figura 38 até a Figura 43 observam os valores simulados para as forças dinâmicas em cada um dos 6 atuadores da plataforma de Stewart.

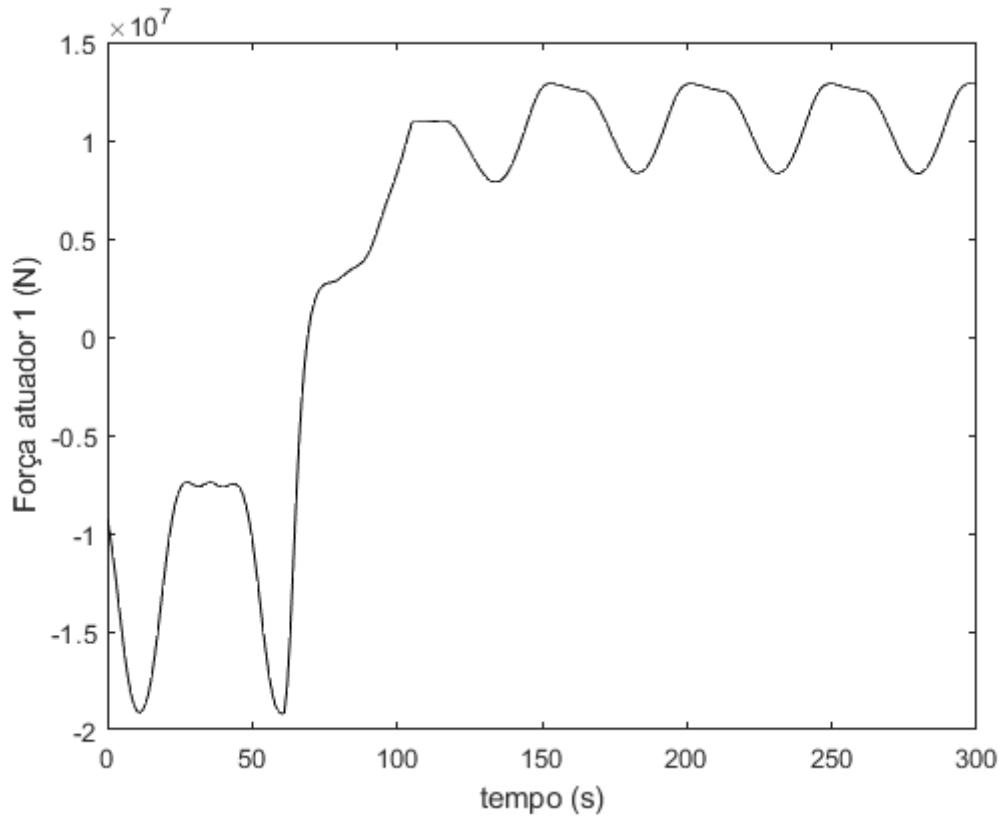


Figura 38: Força (N) x tempo (s) atuador 1.

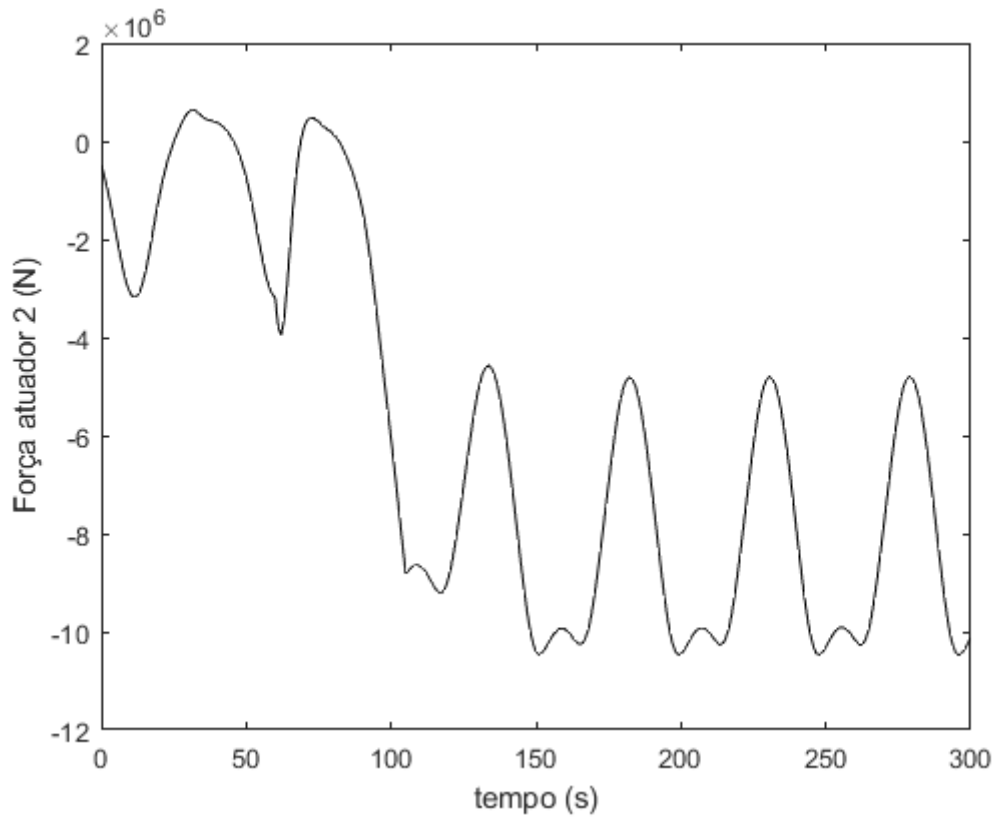


Figura 39: Força (N) x tempo (s) atuador 2.

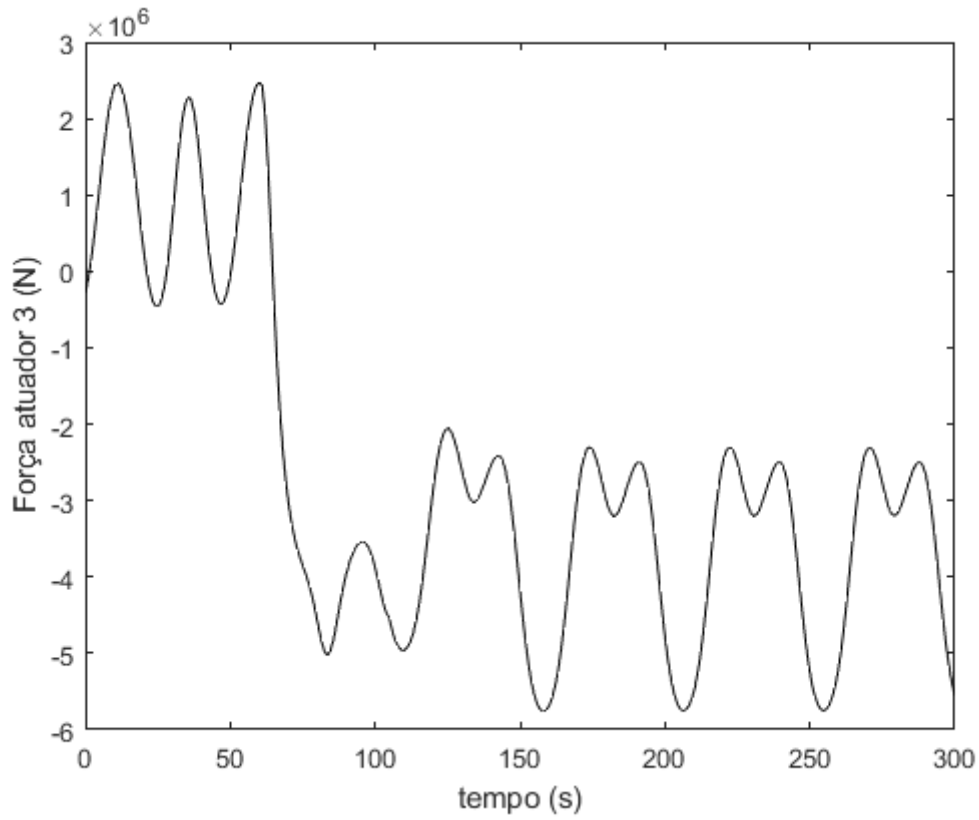


Figura 40: Força (N) x tempo (s) atuador 3.

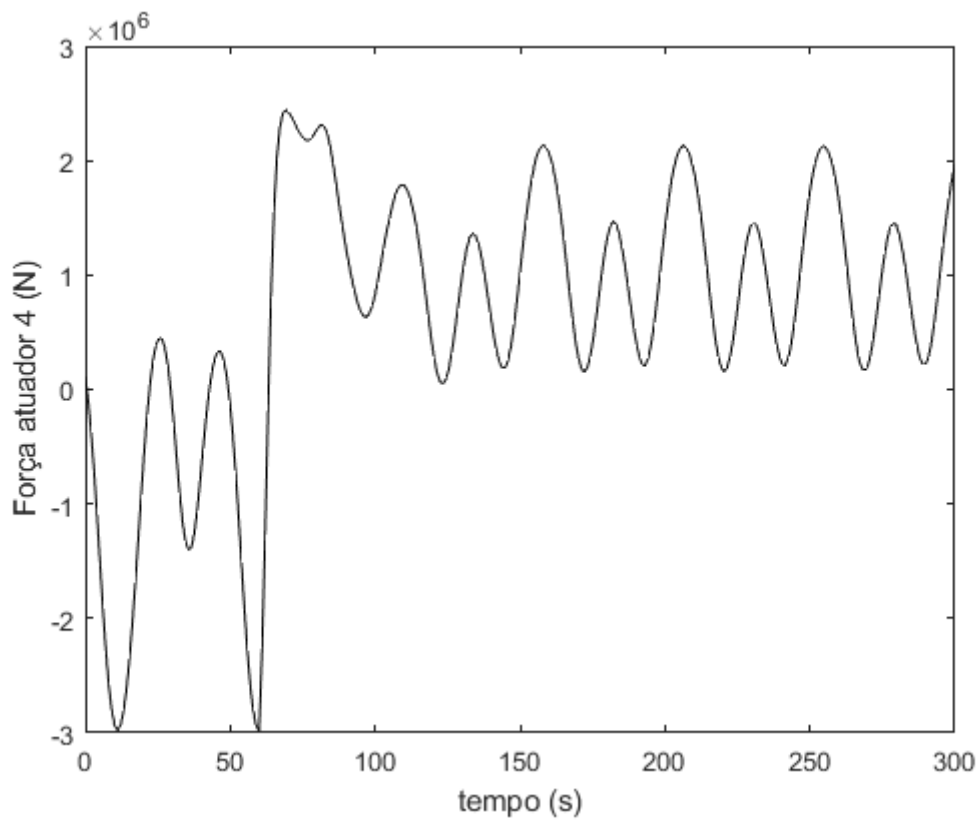


Figura 41: Força (N) x tempo (s) atuador 4.

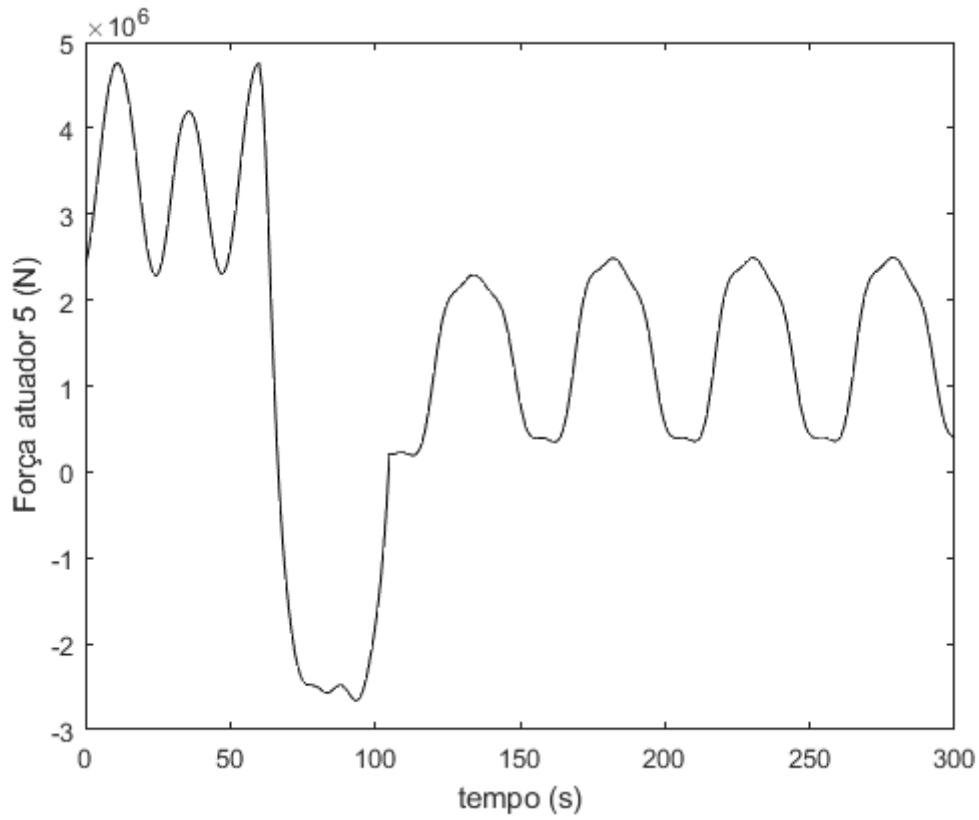


Figura 42: Força (N) x tempo (s) atuador 5.

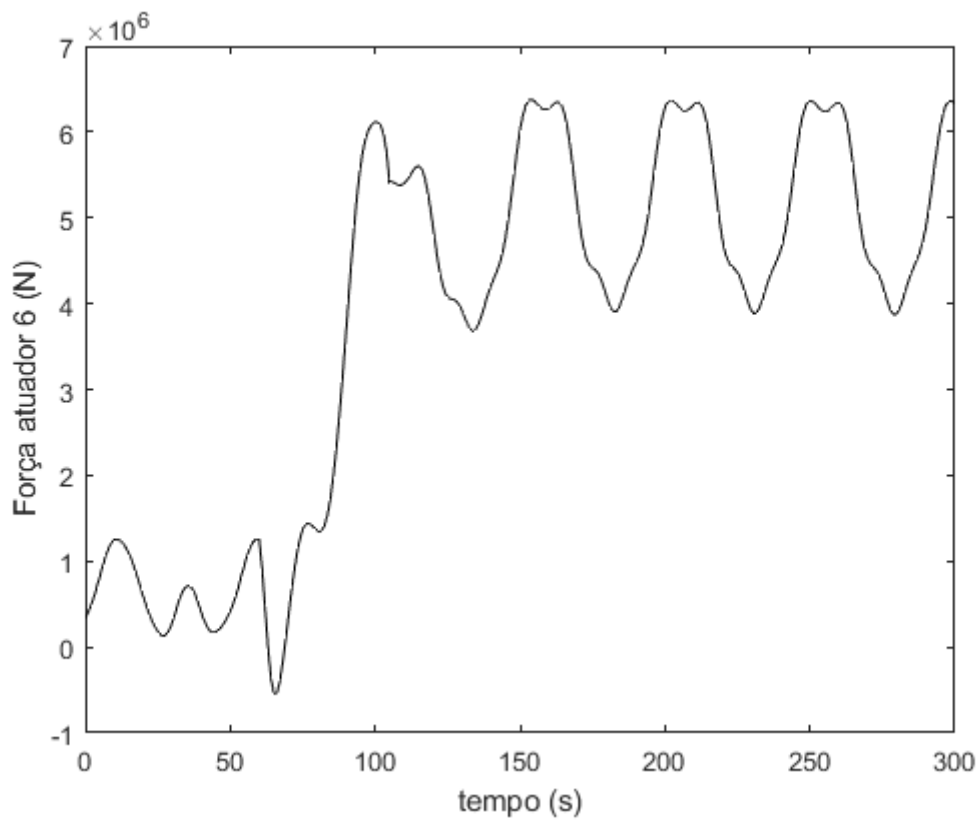


Figura 43: Força (N) x tempo (s) atuador 6.

As forças que os atuadores imprimem na plataforma de Stewart (placa superior) para que o container realize a trajetória desejada variam conforme os gráficos mostrados na Figura 38 até a Figura 43. Os valores estão dentro do esperado, tendo em vista que o peso total da estrutura do Cablev, peso total do container e peso da plataforma superior da plataforma de Stewart chegam a quase 2 MN.

Vale ressaltar que devido à altura da estrutura do Cablev (7 m) e comprimento de sua lança (12 m), os momentos transmitidos pela estrutura do Cablev são elevados, o que gera um esforço muito grande por parte dos atuadores.

Nota-se também que na operação de rotação e transporte, as forças nos atuadores aumentam. Isto ocorre devido ao aumento na tensão dos cabos quando o container é içado (de 60s até 105s, aproximadamente) e ao aumento dos momentos (de 105s até 150s, aproximadamente) causados pelo aumento da distância entre o container e a plataforma de Stewart.

Ainda é importante ressaltar que, a simulação foi realizada utilizando-se as condições de um projeto real do Cablev, e estes dados dos atuadores, servem apenas para nortear a fixação do Cablev na embarcação e o impacto que o mesmo irá gerar na estabilidade da embarcação. Para a demonstração em um protótipo, as condições impostas nesta simulação teórica serão menores com o objetivo de baratear os custos do protótipo.

Finalmente, os gráficos que mostram a variação das forças que atuam nos cabos são apresentados da Figura 44 até a Figura 46.

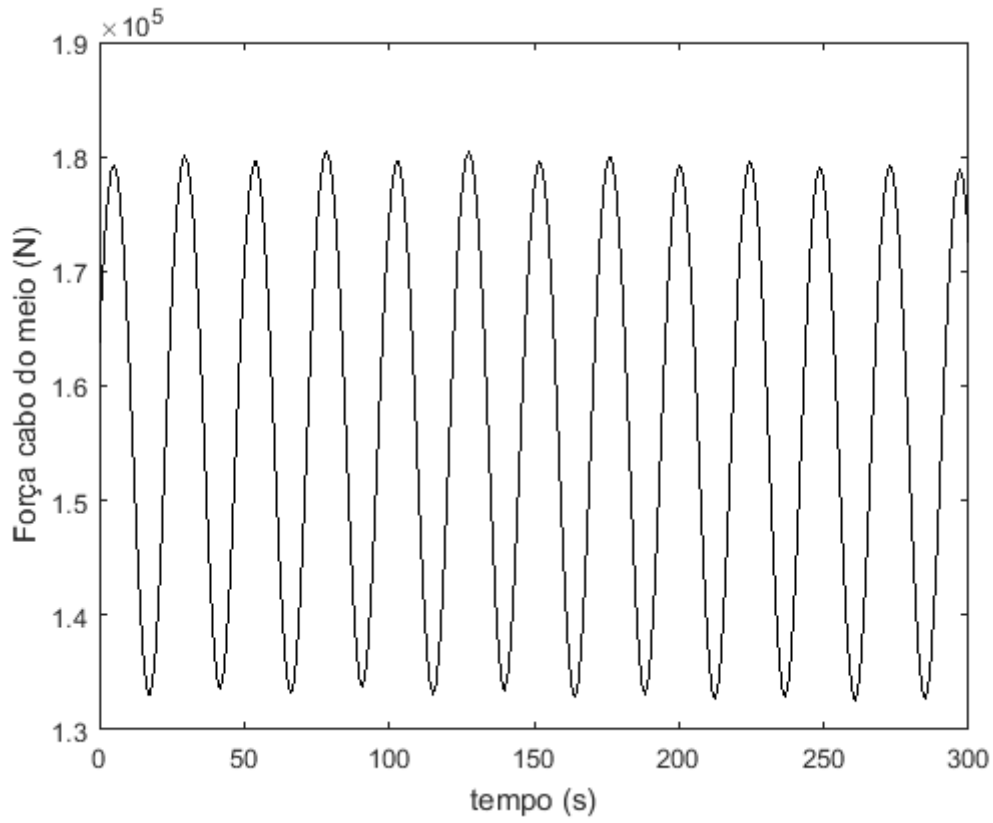


Figura 44: Força (N) x tempo (s) cabo do meio.

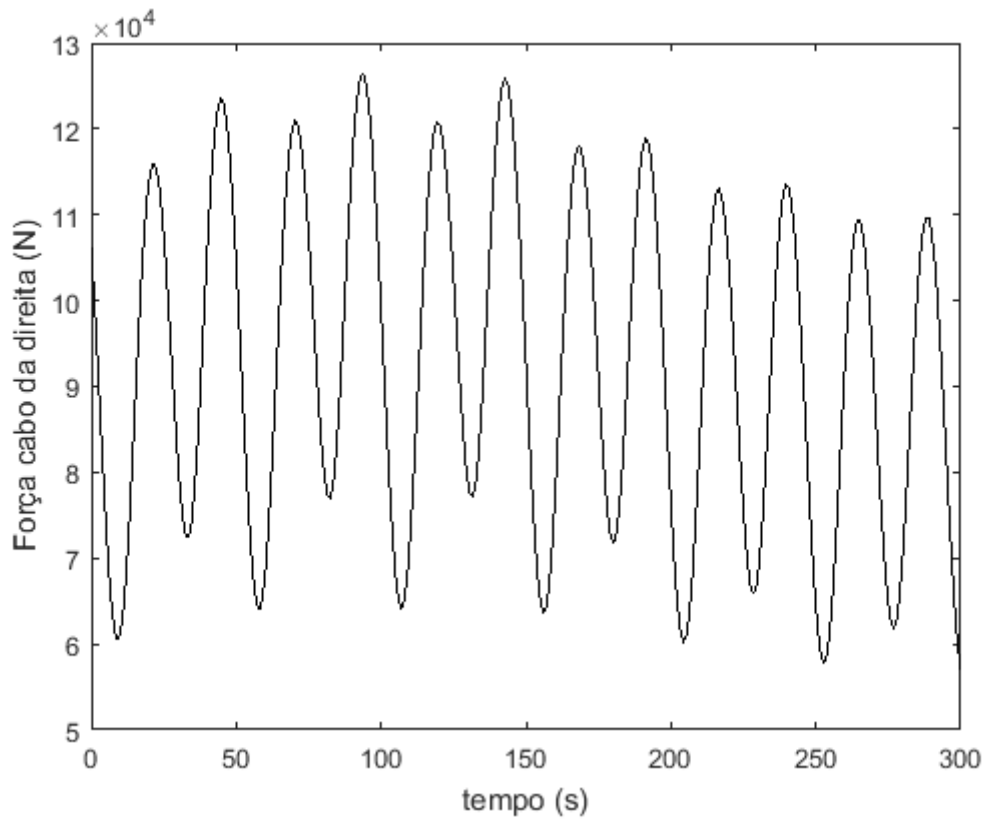


Figura 45: Força (N) x tempo (s) cabo 2.

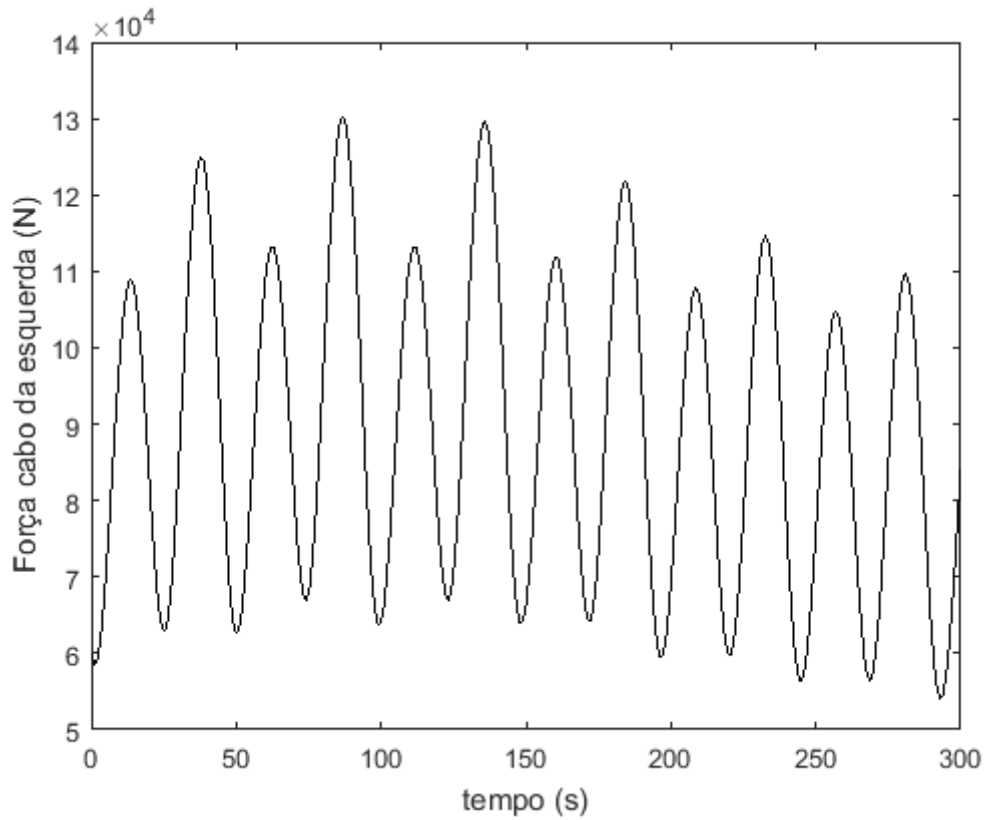


Figura 46: Força (N) x tempo (s) cabo 3.

Observa-se que a força nos cabos varia de aproximadamente 50 kN a 180 kN. Como o peso do container é de aproximadamente 294,3 kN, tem-se que os resultados das forças as quais os cabos são submetidos apresentam valores consistentes.

6 Conclusão

O trabalho apresentado deu continuidade às linhas de pesquisas que vem sendo desenvolvidas no Laboratório de Robótica do PEM-COPPE-UFRJ, voltadas para transferência de carga offshore. Esta operação consiste no transporte de containers entre embarcações ou entre uma embarcação e um porto flutuante. O maior desafio neste tipo de operação é transportar o container de forma suave, o mais estável possível. Devido a este fato, novas estratégias devem ser desenvolvidas.

Neste trabalho, a dinâmica do sistema e sua avaliação de desempenho foram investigadas. A cinemática da plataforma de Stewart foi resolvida usando mapeamento linear, e para resolver a cinética foi utilizada a equação de Newton-Euler. Para o modelo de deformação dos cabos, utilizou-se a equação de Newton-Euler para descobrir as tensões iniciais nos cabos não deformados e, em seguida, utilizou-se a equação de movimento para corpos elásticos da mecânica do contínuo para calcular o comprimento dos cabos deformados.

Para o transbordo de um contêiner de 30 toneladas e a configuração de manipuladores adotada (Stewart + CabLev) foram encontrados esforços de amplitude coerente, sendo as forças nos cabos variando em ordem de grandeza entre 10^4 N e 10^5 . Já as forças nos atuadores da Plataforma de Stewart foram da ordem de 10^6 N.

Os resultados obtidos serão implementados futuramente no protótipo do laboratório de Robótica do PEM-COPPE-UFRJ.

A deformação dos cabos gera um problema na estabilidade do container, vale ressaltar que o modelo de deformação dos cabos é um modelo linear. Tal problema pode ser minimizado utilizando um modelo de controle capaz de compensar esta deformação e estabilizar melhor o container durante a operação do transbordo de cargas offshore. Este problema deverá ser resolvido em obras posteriores, pois não será abrangido neste trabalho. Trabalhos futuros e a continuidade desta pesquisa consiste em desenvolver um modelo não linear para a deformação dos cabos e da estrutura metálica, visto que neste trabalho a mesma foi considerada um corpo rígido, e um modelo de controle robusto para controlar a deformação destes corpos flexíveis.

7 Referência bibliográfica

- [1] SALCEDO, IVANOVICH LACHE, 2012, *Operações de Transferência de Carga Offshore, Mecanismos de Controle e Simulação*, Dissertation of D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

- [2] GONZALEZ A., H., 2009, Projeto Mecatrônico de uma Plataforma Stewart para Simulação dos Movimentos Nos Navios, Dissertation of M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

- [3] MELLO, CAMILLA BARCELLAR, 2011, Controle de Trajetória de uma Plataforma de Stewart para Simulação de Transferência de Carga Fora de Porto, Dissertation of M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

- [4] GOSSELIN, C., 1990, “Stiffness mapping for parallel manipulators”, IEEE Transactions on Robotics And Automation, Vol. 6 N° 3, Pages 377-382.

- [5] YUAN, HAN, COURTEILLE, ERIC, GOUTTEFARDE, MARC, HERVÉ, PIERRE-ELIE, 2017, “Vibration analysis of cable-driven parallel robots based on the dynamic stiffness matrix method”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 394, Pages 527-544.

- [6] YUAN, HAN, COURTEILLE, ERIC, GOUTTEFARDE, DEBLAISE, DOMINIQUE, 2015, “Static and dynamic stiffness analyses of cable-driven parallel robots with non-negligible cable mass and elasticity”, Mechanism and Machine Theory, Vol. 85, Pages 64-81.

- [7] GAGLIARDINI, L., CARO, S., GOUTTEFARDE, M., GIRIN, A., 2016, “Discrete reconfiguration planning for Cable-Driven Parallel Robots”, Mechanism and Machine Theory, Vol. 100, Pages 313-337.

- [8] ZHOU, W., CHEN, W., LIU, H., LI, X., “A new forward kinematic algorithm for a general Stewart platform”, Mechanism and Machine Theory, Vol. 87, Pages 177-190.

- [9] SICILIANO, B., SCIavicco, L., VILLANI, L., ORIOLO, G., 2009, Robotics: Modeling, Planning and Control, 1st ed. England, Springer.
- [10] EDEN, J., LAU, D., TAN, Y., OETOMO, D., “Available acceleration set for the study of motion capabilities for cable-driven robots”, Mechanism and Machine Theory, Vol. 105, Pages 320-336.
- [11] HE, W., QIN, H., LIN, J., “Modelling and vibration control for a flexible string system in three-dimensional space”, ISSN 1751-8644.
- [12] BOYCE, WILLIAM E., DIPRIMA, RICHARD C., Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno, 8a ed., LTC Editora.
- [13] PINCHOVER, Y., RUBINSTEIN, J., An Introduction to Partial Differential Equations, 1st ed., Cambridge University Press.
- [14] BEER, F. P., JOHNSTON, E. R., JR., CORNWELL, P. J., 2012, Mecânica Vetorial para Engenheiros, Estática, 9a ed., AMGH Editora Ltda.
- [15] BEER, F. P., JOHNSTON, E. R., JR., CORNWELL, PHILLIPE J., 2012, Mecânica Vetorial para Engenheiros, Dinâmica, 9a ed., AMGH Editora Ltda.
- [16] ZI, B., DUAN, B.Y., DU, J.L., BAO, H., “Dynamic modeling and active control of a cable-suspended parallel robot”, Mechatronics, Vol. 18, Pages 1-12.
- [17] BAIRD, A., & ROTHER, D., 2011, Floating Container Storage & Transhipment Terminal (FCSTT), Tromso.
- [18] GARCÍA, R. M., 2015, Controle de um Manipulador Plataforma de Stewart com Atuadores Hidráulicos como Simulador de Movimentos de Navios, Porto Alegre: UFRS.
- [19] HEARN, E. J., 1997, Mechanics of Materials 2, 3rd ed., Butterworth Heinemann.

- [20] LAI, M., KREML, E., RUBEN, D., 2010, Introduction to Continuum Mechanics, 4th ed., Elsevier.
- [21] GERTIN, M. E., 1981, An Introduction to Continuum Mechanics, Academic Press.
- [22] BONET, J., WOOD, R. D., 1997, Nonlinear Continuum Mechanics for Finite Element Analysis, 2nd ed., Cambridge University Press.
- [23] DOUGLAS, J., 1962, “Alternating Direction Methods for Three Space Variables”, Numerisch Mathematics, 4, 41-63.
- [24] STRIKWERDA, J. C., 1989, Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations, 2nd ed., Chapman & Hall.
- [25] THOMAS, J.W., 1995, Numerical Partial Differential Equations: Finite Difference Methods, Springer Science+Business Media, LLC.
- [26] WANG, B., XIA, K., WEI, G., 2015, “Second-order method for solve elasticity equations with complex interface”, Journal of Computational Physics, Vol. 295, Pages 405-438.
- [27] QIN, J., 2010, “The new alternating direction implicit difference methods for solving three-dimensional parabolic equations”, Applied Mathematical Modelling, Vol. 34, Pages 890-897.
- [28] MEIROVITCH, L., 2001, Fundamentals of Vibrations, 1st ed., McGraw-Hill.
- [29] RAO, S. S., 2009, Vibrações Mecânica, 4a ed, Pearson.
- [30] STEWART, JAMES, Cálculo, Vol.1 e Vol. 2, 5a ed., Thompson.