UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
LICENCIATURA EM PEDAGOGIA

FERNANDA PESSOA FERNANDES

PROFESSORA, É CONTINHA DE QUÊ?

Rio de Janeiro
2017

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
LICENCIATURA EM PEDAGOGIA

PROFESSORA, É CONTINHA DE QUÊ?

FERNANDA PESSOA FERNANDES

Monografia apresentada à Faculdade de Educação da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciada em Pedagogia.

Orientadora: Profª. Drª. Ana Teresa de Carvalho Correa de Oliveira

Rio de Janeiro
Maio / 2017

FERNANDA PESSOA FERNANDES

PROFESSORA, É CONTINHA DE QUÊ?

Monografia apresentada à Faculdade de Educação da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciada em Pedagogia.

Aprovada em: Rio de Janeiro, ____ de __________________________ de 2017.

____

Orientadora: Ana Teresa de Carvalho Correa de Oliveira

____

Rejane Maria de Almeida Amorim

____

Ulisses Dias da Silva

Rio de Janeiro
2017

Aos meus primeiros professores,
Roberto e Cosma.

AGRADECIMENTOS

Aos meus alunos, que são a minha grande fonte de inspiração e motivação;

À minha orientadora Ana Teresa por ter acreditado em meu trabalho, por sua orientação, paciência e pelos incentivos constantes sem os quais este trabalho não teria sido produzido, obrigada por contribuir para o meu desenvolvimento pessoal e profissional;

Aos professores Rejane Amorim e Ulisses Dias por aceitarem o convite de participar deste momento;

Aos meus colegas do GEPEMAT-UFRJ, por compartilharem comigo suas experiências;

À professora Flávia Renata por se tornar nesse período um referencial de profissionalismo, seriedade e competência;

As minhas estimadas colegas de trabalho Alcione Silva, Elma Flora, Elizabeth Salles, Isabele Mateus e Rosane Rodrigues, que me auxiliaram nos meus primeiros anos de magistério e por me mostrarem o valor da mediação e do afeto em sala de aula;

Ao professor Sebastião Gomes, pelos constantes questionamentos acerca desta pesquisa, que me fizeram refletir profundamente sobre o papel de professora-pesquisadora;

Ao meu querido amigo e namorado Felipe Moura, por me apoiar nas horas mais difíceis e viver comigo as angústias e felicidades dessa conquista;

A todas as pessoas que estiveram ao meu lado nestes últimos anos e colaboraram direta ou indiretamente para a elaboração deste trabalho;

A UFRJ e a todos os seus funcionários pelo trabalho realizado diariamente.

“Educar não é ensinar respostas,
educar é ensinar a pensar!”

Rubem Alves

RESUMO

Esta monografia apresenta uma investigação da própria prática em aulas de Matemática com a utilização da resolução de problemas como recurso. A pesquisa foi realizada em uma turma de 5º ano de uma escola pública da cidade de Duque de Caxias (RJ). Teve por objetivo analisar os saberes mobilizados e apropriados pelos alunos ao desenvolver estratégias pessoais para resolver problemas e identificar o papel da mediação da professora-pesquisadora. A análise baseou-se em episódios narrados que enfatizam a mediação e a mediação da professora-pesquisadora diante das resoluções dos alunos durante as aulas de matemática na turma. Como conclusão percebemos a importância das trocas entre os alunos e entre esses e a professora. E a análise das respostas e dos erros como forma de desestabilizar conceitos para desencadear processos reflexivos e assimilativos.

Palavras-chave: Resolução de Problemas; Investigação da Própria Prática e Mediação Docente.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Este texto constitui uma monografia final do curso de Licenciatura Plena em Pedagogia. Tem como título “Professora é continha de quê? ” e propõe relatar minhas experiências em sala de aula enquanto professora de uma turma de 5º ano com dificuldades na resolução de problemas de Matemática. Trago minhas reflexões sobre as teorias, as respostas dos alunos aos problemas e a minha própria prática enquanto professora-pesquisadora. O referido texto se estrutura em 5 capítulos.

Apresento no capítulo 1 “Para início de conversa”, as justificativas para a realização do trabalho, as motivações que levaram a escolha do tema e as questões de investigação, que nortearam este trabalho.

O capítulo 2 tem como objetivo apresentar o aporte teórico, ou seja, considerações sobre o ensino da Matemática (seção 2.1) e os estudos de diferentes pesquisadores sobre a resolução de problemas (seção 2.2). Na seção 2.3, levo as discussões aos documentos oficiais que referenciam a educação básica nacional. Na seção intitulada “Diversas maneiras de resolver problemas”, apresento diferentes recursos que podem ser utilizados pelos alunos para resolver problemas. Destaco ainda nesse capítulo, a importância da mediação e mediação docente.

Os procedimentos metodológicos utilizados para o desenvolvimento deste trabalho serão apresentados no capítulo 3.

No capítulo 4 destaco alguns problemas, resoluções de alunos e diálogos do cotidiano para tecer uma discussão sobre a mediação docente e o aprendizado de conteúdos matemáticos.

Por fim trago, as considerações finais que englobam os resultados da pesquisa e as minhas reflexões de professora-pesquisadora.

1.1. Para início de conversa

Minha carreira na Educação se iniciou bem cedo, logo após a conclusão do Ensino Médio na modalidade Normal. Durante os anos de minha formação no curso de Pedagogia da Universidade Federal do Rio de Janeiro, tive a oportunidade de atuar em sala de aula, vivenciando algumas das propostas pedagógicas e seus referenciais teóricos estudados na universidade.

Neste período tive o privilégio de viver a experiência de ser professora na Educação Infantil na Prefeitura Municipal de Belford Roxo e no Ensino Fundamental, em uma escola particular. O contato com a Matemática nesses ambientes sempre me chamou a atenção para essa disciplina, por vários aspectos: por ficar em segundo plano, após o ensino da língua materna; pelas metodologias de ensino dos professores; e dificuldades que muitos alunos apresentavam relacionadas a estes conhecimentos.

Nesse período, muitas vezes encontrei professores que oralizavam suas crenças, ficando passivos diante das dificuldades que os alunos apresentam. Sempre percebi, também, que por ser uma ciência exata, parece que se entende que cada problema pode ter apenas uma maneira de ser resolvido, o que denota uma visão limitada do ensino da Matemática.

Avalio que tal pensamento influencia os alunos, que ao reproduzirem as crenças de seus professores, são levados a entender que seu sucesso nas aulas de Matemática depende somente de sua memória. Muitos ao se depararem com problemas procuram palavras no texto que indiquem a operação a ser feita; perguntam "Professora, é continha de quê?"; utilizam os números explícitos no texto e montam operações sem sentido para o problema em questão; confundem-se e abandonam a tarefa diante de suas dificuldades.

Todos esses contextos me traziam inúmeras reflexões, mas não conhecia ainda uma bibliografia ou autores que pudessem contribuir com minhas inquietações. Então, em 2015 passei a integrar o Grupo de Estudos e Pesquisas de Professores que Ensinam Matemática (GEPEMAT- FE/ UFRJ), composto por professores e futuros professores que ensinam/ ensinarão Matemática nos diferentes níveis de ensino, coordenado pela prof.ª Dr.ª Ana Teresa de Carvalho Correa de Oliveira. Os encontros semanais me possibilitaram dialogar com profissionais com diferentes experiências e pontos de vista acerca do ensino e aprendizagem da Matemática. As reflexões, os estudos, as trocas de experiências vivenciadas neste ambiente vêm contribuindo para uma mudança na minha prática docente em consequência do desenvolvimento de um olhar reflexivo sobre minha atuação e o ensino e aprendizagem de Matemática.

No ano seguinte ao ingresso no GEPEMAT e ano de conclusão do curso de Pedagogia, tive a oportunidade de assumir o cargo de professora na Prefeitura Municipal de Duque de Caxias e vivenciar uma nova realidade em uma turma de 5º ano. Além das dificuldades naturais que uma escola pública localizada na Baixada Fluminense em um bairro carente, enfrenta, a rede municipal passava naquele momento por instabilidades políticas e econômicas que acarretaram movimentos de greves e paralisações, o que provocou um atraso de 57 dias no início do ano letivo.

Diante do calendário apertado, em conversa com os professores de Matemática do 6º ano, foi decidido pela equipe pedagógica da unidade escolar que o ensino das quatro operações seria prioridade, como conteúdos essenciais para a transição de série dos alunos.

Durante o desenvolvimento do trabalho com as quatro operações utilizei os problemas como recurso para que os alunos pudessem elaborar estratégias de cálculos e identifiquei algumas questões quando tentavam resolver as situações propostas: pouca habilidade em identificar a operação a ser realizada, desconhecimento de alguns “passos” para o uso do algoritmo, dificuldade em interpretar os problemas. Percebi que os caminhos que escolhiam para solucionar os problemas e realizar operações, independente de levar às respostas certas ou não, são inesperadas e surpreendentes, e quando refletimos sobre elas aprendemos muito, como professores.

Isso me fez pensar que precisava me aproximar dos meus alunos para exercer uma mediação que pudesse ajudá-los a superar algumas dificuldades. Busquei ser cuidadosa, estimulando-os a continuar fazendo seus registros, e mais próxima a eles. Sempre questionava o que estavam “escrevendo” para que pudesse também sugerir, apontar novos caminhos. Pouco a pouco, estabelecemos uma relação de confiança e cumplicidade. A valorização das estratégias que cada um passava adotar os deixavam orgulhosos e isso criou pontes entre os alunos e eu. Essa postura possibilitou atingir também os alunos com idade mais avançada que se mantinham calados nas aulas.

A partir do meu empenho em enfrentar essas questões, surgiu meu interesse em me aprofundar em leituras que pudessem contribuir para a minha prática com esses alunos, objetivando um trabalho que possibilitasse uma aprendizagem fundamentada na compreensão. Esse compromisso que assumi como professora foi a grande motivação para que eu escolhesse o tema de minha monografia. Minha maior preocupação era que durante o aprendizado as crianças estabelecessem relações prazerosas com a Matemática, apropriando-se dos conceitos e ideias de maneira tranquila. Já do lugar de pesquisadora, desenvolvi o trabalho com a turma articulando o ensino das quatro operações com o recurso da resolução de problemas.

Diante do exposto, me propus a analisar os saberes mobilizados e apropriados pelos alunos ao desenvolverem maneiras próprias de resolver problemas, a partir de minha mediação nas aulas de Matemática. E mostrar como a mediação docente pode contribuir para que os alunos assumam uma posição de desenvolvedores de estratégias para resolução de problemas.

1.2 Questões norteadoras

Nosso estudo foi orientado por algumas questões que conduziram o nosso olhar, objetivando o que pretendíamos.

- Quais estratégias e procedimentos os alunos utilizam para resolver problemas?
- Em que se baseiam essas estratégias e o que elas nos ensinam?
- De que forma essas estratégias podem ser facilitadoras para o ensino e aprendizado dos conteúdos matemáticos?
- De que forma a mediação docente pode contribuir para as crianças avançarem nos conteúdos matemáticos?

2. CONSIDERAÇÕES SOBRE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

"Mas na profissão, além de amar tem de saber.
E o saber leva tempo para crescer."
(Rubem Alves)

Neste capítulo faremos uma breve explanação sobre o ensino de matemática através do uso de problemas e as contribuições que este recurso poderá trazer as aulas de Matemática. Para isso analisaremos as obras de alguns autores como Constance Kamii, George Polya, Jean Piaget, Juan Ignacio Pozo, Katia Stocco Smolle, entre outros, que contribuíram com estudos sobre a aprendizagem e metodologia de resolução de problemas. Também faremos uma breve explanação de como esse assunto é tratado nos documentos que referenciam a educação básica nacional, os PCNS[1] e a BNCC[2].

*2.*1. O ensino de Matemática

Sendo o foco deste trabalho a investigação de estratégias utilizadas pelos alunos para a resolução de problemas, devemos então saber primeiramente o que significa problema, para nós.

Precisamos também, refletir sobre quais devem ser os objetivos do trabalho a ser realizado com os alunos, assim como a evolução deste tema ao longo dos anos e suas diferentes caracterizações. É necessário trazer o que alguns documentos curriculares dizem a respeito do ensino e aprendizagem de Matemática a partir dos problemas e as reflexões de alguns estudos. Cabe, ainda, refletir sobre como, em geral, os problemas estão presentes nas aulas de Matemática.

Tomamos como definição de problema a adotada por Pozo que a conceitua

---

[1] PCNs- Parâmetros Curriculares Nacionais.

[2] BNCC- Base Nacional Comum Curricular.

como “uma situação que um indivíduo ou um grupo quer ou precisa resolver e para qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução” (LESTER 1983 apud ECHEVERRÍA e POZO, 1998, p.15).

A literatura de pesquisa sobre a didática da Matemática aponta com frequência que o seu ensino deve ser visto como algo significativo e favorável a construção do conhecimento e autonomia do aluno. Trabalhar a partir dessa meta significa assumir posturas na sala de aula bem diferentes do que muitas vezes constatamos.

> Tal perspectiva de ensino exige uma atitude docente bastante diferenciada na relação com as crianças e suas aprendizagens, já que muda-se o foco do ensino de técnicas operatórias para, desprovidas delas, levar as crianças a compreender os conceitos associados às operações em situações que as desafiam a construir estratégias de resolução (COELHO, 2012, p.39).

O ensino de Matemática frequentemente se dá partindo de definições de conceitos, exemplos e comprovações, seguidos da aplicação de exercícios de fixação. Neste modelo tradicional, a aprendizagem ocorre por meio da repetição. Kamii (2012) nos chama a atenção para isso, e diz que o ensino da Matemática atual reforça a heteronomia da criança através de regras que devem ser seguidas cegamente para obter respostas corretas.

Fundamentando suas ideias em Jean Piaget (1896) , a autora esclarece que "uma pessoa intelectualmente heteronômica é aquela que acredita indiscriminadamente no que lhe é dito, inclusive em condições ilógicas, propagandas e slogans" (KAMII & JOSEPH, 2005, p.56). Já a autonomia significa a capacidade de tomar decisões por conta própria, sobre o certo e o errado; sobre o verdadeiro e o falso. Autonomia também é a capacidade de governar-se a si próprio, sendo capaz de considerar fatores relevantes.

Geralmente, nas aulas de Matemática, os alunos "aprendem" Matemática através da memorização de regras, passos e fórmulas a serem seguidos para passar em alguma avaliação. A nota obtida servirá de recompensa ou castigo pelo desempenho de cada aluno. Após o período de avaliação, grande parte do que foi memorizado é esquecido por não ter mais necessidade.

Segundo Saviani (1991), esse modelo tradicional tem influenciado a prática formal de educação, e está presente até hoje em algumas escolas. Acredita-se que, se o aluno é capaz de reproduzir os conteúdos ensinados, ainda que de forma automática e invariável, houve aprendizagem. Nessa perspectiva, o que se pretende é a transmissão, de forma fragmentada e descontextualizada, dos conhecimentos, previamente compendiados, sistematizados e incorporados ao acervo cultural da humanidade.

De acordo com Charnay (1996), um dos objetivos essenciais do ensino da Matemática é a significação do que é ensinado. Nesse sentido, o aluno deve ser capaz não só de repetir ou refazer, mas também de ressignificar em situações novas, de adaptar, de transferir seus conhecimentos para resolver novos problemas. Ao longo dos anos, esta prática que se baseia na transmissão começa a ser questionada, e a reprodução mecânica e correta dos conhecimentos não indicaria que o aluno realmente aprendeu o conteúdo. Tais críticas recebem grande influência das ideias de Piaget.

Para o biólogo suíço, o desenvolvimento resulta de combinações entre aquilo que o organismo traz e as circunstâncias oferecidas pelo meio, sendo o eixo central de sua teoria sobre o desenvolvimento mental a interação entre o organismo e o meio ambiente em que está inserido. Segundo Piaget (1975), o aluno, de mero reprodutor, deve ser considerado protagonista na construção do seu conhecimento, ocupando um lugar central no seu processo de aprendizagem.

Nesse debate, que começa a se ampliar e envolver questões relacionadas ao processo de ensino e aprendizagem escolar, passam a ser valorizados os conhecimentos prévios dos alunos. O trabalho do professor também ganha foco, e uma nova configuração, que o coloca no lugar de organizador da aprendizagem e não de detentor único de saberes. Para isso, é necessário conhecer o aluno, o meio em que está inserido, suas expectativas e competências cognitivas, de forma a construir um repertório de estratégias e recursos que levem em conta as diferenças e os diferentes níveis de desenvolvimento cognitivo dos alunos.

No processo de aprendizagem, os saberes não são acumulados, mas passam pelo estado de desequilíbrio, onde os conhecimentos antigos são questionados, confrontados, reorganizados e os novos saberes são integrados aos antigos, correspondendo ao que Piaget (1975) denominou como equilibração.

Jean Piaget defende que a capacidade de conhecer é construída pelo indivíduo à medida que a interação com o meio o desequilibra, ou seja, o desafia, exigindo novas adaptações que possibilitam reequilibrar-se, numa caminhada evolutiva. A inteligência humana se renova a cada descoberta. Sua ocorrência se dá por meio de duas etapas complementares. A primeira delas, chamada de assimilação, é uma ação externa: consiste em utilizar os chamados esquemas de ação (formas como interagimos com o mundo, como classificar, ordenar, relacionar etc.) para compreender as características de determinado conceito. A segunda, a acomodação, é um processo interno: diz respeito à construção de novas estruturas cognitivas (com base nas pré-existentes, mas ampliando-as). Isso permite assimilar a novidade, chegando a um novo estado de equilíbrio.

Não é sempre que a equilibração é possível. Há casos que, ao ser desafiada a compreender uma determinada informação, a criança mostra-se perdida ou desinteressada. Elas podem também entender parcialmente o novo, modificando seus aspectos para que caiba em seus esquemas de assimilação.

É importante salientar também o papel do meio (família, escola, sociedade) como elemento indispensável no processo de aprendizagem. Por meio da interação social, as crianças aprendem com os colegas, contudo para Kamii e Joseph:

> As ideias das outras pessoas são importantes porque propiciam o surgimento de ocasiões para que as crianças pensem criticamente sobre suas próprias ideias em relação as ideias dos outros (KAMII & JOSEPH,2005, p.41).

Quando as crianças se convencem de que a ideia da outra pessoa faz mais sentido que a delas, elas mudam de ideia e corrigem a si próprias, pondo em confronto o que sabe e o que não sabe, a partir de sua relação com os pares.

Apoiando-nos nas ideias que acabamos de expor, ao nosso ver, a aprendizagem através da resolução de problemas permite ao aluno construir sentido para o que aprende e possibilita que passem por processos de ressignificações. Ao se deparar com uma situação nova, trazida pelo problema, a criança acessa mentalmente os conhecimentos já apreendidos e os ressignifica, para tentar solucionar a questão. Nesse processo, o conhecimento que está sendo adquirido é confrontado com o antigo, favorecendo uma ressignificação do que foi usado para solucionar o problema em questão, o conhecimento é apreendido e incorporado, acontecendo a equilibração. Contudo, cabe ressaltar que é preciso que as crianças se sintam motivadas a realizar um esforço cognitivo para superar o problema, caso contrário, a equilibração pode não acontecer.

2.2. O que sugerem os documentos curriculares?

A resolução de problemas ganha destaque em 1980, quando o National Council of Teachers of Mathematics — NCTM —, dos Estados Unidos, apresentou recomendações para o ensino de Matemática no documento “Agenda para Ação”. Nele destacava-se a resolução de problemas como foco do ensino da Matemática nos anos 80. Também a compreensão da relevância de aspectos sociais, antropológicos, linguísticos, na aprendizagem da Matemática, imprimiu novos rumos às discussões curriculares.

O tema ganha notoriedade e passa a ser conceituado de diferentes maneiras, acompanhando as concepções que o influenciaram. Veremos, a seguir, algumas abordagens dadas aos problemas e seu papel na aprendizagem Matemática dos alunos.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL,1998) a resolução de problemas foi reconhecida pela sua importância, e entendida como um dos recursos para fazer Matemática na sala de aula, juntamente com a história da Matemática, as tecnologias da informação e os jogos, destacando como princípios:

> ● o ponto de partida da atividade Matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;
>
> ● o problema, certamente, não é um exercício (...). Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;
>
> ● aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na história da Matemática;
>
> ● o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas. Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações;
>
> ● a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender

conceitos, procedimentos e atitudes Matemáticas (BRASIL, 1998, p.32 e 33).

Apesar da abordagem dos PCNs e da força desse documento na época de sua publicação, ainda encontramos nos materiais didáticos e ação dos professores, conceitos, ideias e métodos sob a perspectiva de resolução de problemas, desconexa com o documento. Muitas vezes, a resolução de problemas é incorporada como um item isolado, desenvolvido paralelamente como verificação da aprendizagem, a partir de listagens de problemas cuja resolução depende, basicamente, da escolha de técnicas ou formas de resolução conhecidas pelos alunos. Contudo, acreditamos que os problemas devem ser utilizados como recurso didático durante todo o processo de ensino e aprendizagem.

Já a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento ainda em construção que tem como objetivo definir quais são os elementos fundamentais que precisam ser ensinados nas Áreas de Conhecimento da Matemática, das Linguagens e das Ciências da Natureza e Humanas, em cada ano e segmento da Educação Básica, esta defende em sua primeira versão o uso de problemas nas aulas das diferentes áreas do conhecimento. Em relação à Matemática o documento traz como um dos objetivos gerais para os anos iniciais da educação básica: “Resolver problemas, criando estratégias próprias para resolução, desenvolvendo a imaginação e a criatividade”(BRASIL, 2015, p.118). Podemos observar, ainda, que na primeira versão do documento o uso dos problemas aparece apenas nos objetivos de aprendizagem destinados às quatro operações que começam com a frase: “resolver e elaborar problemas envolvendo...”[3] deixando implícito, que esses conhecimentos devem ser trabalhados por meio da resolução de problemas com o intuito de desenvolver capacidades como questionar, imaginar, visualizar, decidir, representar e criar.

Na segunda versão do documento, a ênfase nos problemas é dada de forma mais diversificada, nos diferentes campos da Matemática: Números e Operações, Geometria, Grandezas e Medidas, Álgebra e Funções, Estatística, evidenciando em seu texto a importância do trabalho com problemas na Matemática e também em outras disiciplinas.

[3] O trecho “resolver e elaborar problemas envolvendo” aparece nas páginas 125, 128, 133, 143, 144 e 147 da BNCC.

2.3. Contribuições teóricas

Nos estudos de Polya (2006), a resolução de problemas é organizada em quatro etapas a serem seguidas para resolvê-los: compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e retrospecto. Nessa abordagem, a resolução de problemas é vista como “uma habilitação prática” (Polya, 2006, p.4). O foco concentra-se nos procedimentos que possuem aplicação geral, ou seja, a sua utilização não está restrita a nenhum assunto em particular e ajudam a conseguir a resposta. Segundo o autor, “ao tentarmos resolver problemas, temos de observar e imitar o que fazem outras pessoas quando resolvem os seus e por fim, aprendemos a resolver problemas, resolvendo-os” (POLYA, 2006, p.4).

A seguir, apresentamos um resumo dessas fases:

- Primeira: É preciso compreender o problema.

Neste primeiro passo o trabalho do professor ganha destaque, uma vez que este deve ter o cuidado de selecionar um problema de acordo com o perfil da turma, algo que os desafie e desperte a curiosidade “o problema deve ser bem escolhido, nem muito difícil nem muito fácil, natural e interessante, e um certo tempo deve ser dedicado à sua apresentação natural e interessante” (POLYA, 2006, p.5).

O professor não deve permitir respostas a perguntas que não foram entendidas, logo o enunciado deve estar bem claro para o aluno. Alguns questionamentos feitos pelo professor podem contribuir para essa compreensão do enunciado, por parte dos alunos.

- Segunda: Estabelecimento de um Plano de solução.

No segundo passo o aluno precisa estabelecer um plano para resolução do problema, este determinará os passos que o aluno dará diante da situação. Para estabelecer um plano, os alunos se baseiam nas experiências passadas e em conhecimentos já construídos. Quando o aluno não conhece muito sobre o assunto, é natural que este tenha dificuldade em estabelecer esse plano, logo poderá o professor ajudá-lo discretamente a construir esse plano através de indagações e sugestões. Para isso, cabe sugeri-los que encontrem a conexão entre os dados e a incógnita. Que usem problemas auxiliares se não puderem encontrar uma conexão imediata.

- Terceira: Execução do Plano

Como terceira fase o autor sugere a Execução do Plano elaborado. Ao executar o seu plano de resolução, o aluno deverá executar cada passo planejado, tendo o cuidado de verificar e certificar-se das suas escolhas. Mais uma vez o professor assume um papel de questionador, devendo indagar o aluno sobre a possibilidade de verificar claramente se o passo está correto e se é possível demonstrar isso.

- Quarto: Retrospecto

Trata-se de uma etapa que, frequentemente, fica esquecida. Trata-se do aluno construir estratégias para que a solução obtida seja examinada, a fim de “consolidar o seu conhecimento e aperfeiçoar a sua capacidade de resolver problemas” (POLYA, 2006, p.12). Portanto, o professor deve ser um agente participante, no sentido de fazer coerentemente as devidas interferências ao examinar a solução que cada aluno encontrou, se está correta ou não. Se correta, deve-se questionar se existem outras maneiras de se chegar à mesma solução; e se errada, verificar onde está o erro e ajudá-lo nesse processo construtivo na busca da solução correta.

Para Echeverría e Pozo, “a solução de problemas deve focar-se na apresentação de situações abertas e sugestivas que exijam dos alunos uma atitude ativa ou um esforço para buscar suas próprias respostas, a partir de seu próprio conhecimento” (POZO e ECHEVERRÍA,1998, p.9). O ensino baseado na solução de problemas pressupõe promover nos alunos o domínio de procedimentos, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar resposta a situações variadas e diferentes.

Os autores destacas ainda que:

> Ensinar a resolver problemas não consiste somente em dotar os alunos de habilidade e estratégias eficazes, mas também em criar neles o hábito e a atitude de enfrentar a aprendizagem como um problema para o qual deve ser encontrada uma resposta. Não é uma questão de somente ensinar a resolver problemas, mas também de ensinar a propor problemas para si mesmo, a transformar a realidade em um problema que mereça ser questionado e estudado. (...) a aprendizagem da solução de problemas somente se transformará em autônoma e espontânea se transportada para o âmbito do cotidiano, se for gerada no aluno a atitude de procurar respostas para suas próprias perguntas/problemas, se ele se habituar a questionar ao invés de receber respostas já elaboradas por outros... (POZO e ECHEVERRÍA,1998, p.14-15).

Pozo (1998) dá maior destaque para a aprendizagem por meio de solução de problemas, apontando isso como responsabilidade de todos os componentes curriculares, ou seja, sua obra sai um pouco do universo Matemático focado por Polya e vai para o campo da educação, nos dando uma visão mais ampla sobre a resolução de problemas. A solução de problemas é vista como uma forma de aprender a aprender.

Apesar de distintas, as concepções descritas não são excludentes. Suas concepções ainda influenciam o currículo, a prática dos professores ao ensinar Matemática e a elaboração de materiais didáticos.

2.4. Resolver problemas para quê?

Por vezes, os problemas são entendidos como o objetivo do ensino de Matemática. Aprender Matemática para resolver problemas. Ou seja, nessa perspectiva, o aluno deve ter todos os conhecimentos que o possibilite solucionar o problema. Essa perspectiva é facilmente encontrada em alguns livros didáticos, onde podemos perceber que os problemas aparecem sempre após a apresentação de determinados conteúdos, para os alunos aplicá-los.

Para Smole (2001), a resolução de problemas baseia-se na proposição e no enfrentamento do que ela trata por situação-problema. Isto é, ampliando o conceito de problema, devemos considerar que trata de situações que não possuem solução evidente e que exigem que o sujeito combine seus conhecimentos e decida pela maneira de usá-los em busca da solução. Fazendo uma crítica a determinados tipos de problemas, a autora afirma que tal perspectiva rompe com a visão limitada de problemas, que podem ser chamados de convencionais, e que tradicionalmente são propostos aos alunos. Diniz caracteriza os problemas convencionais como:

> (...) textos na forma de frases, diagramas ou parágrafos curtos; os problemas vêm sempre após a apresentação de determinado conteúdo; todos os dados que o resolvedor necessita aparecem explicitamente no texto e, em geral na ordem em que devem ser utilizados nos cálculos, (...) a tarefa básica na sua resolução é identificar que operações são apropriadas para mostrar a solução e transformar as informações do problema em linguagem matemática; a solução numericamente correta é um ponto fundamental, sempre existe e é única (DINIZ, 2001,p.99).

Na perspectiva da autora, no fragmento de texto acima, encontra-se destacado o caráter limitador de determinados problemas e, consequentemente, de algumas práticas docentes. Podemos depreender que resolver problemas na escola, nem sempre, contribui para uma melhor compreensão conceitual. Nesse sentido, é necessário que os problemas não sejam repetidos, que exijam estratégias e inferências.

Muitos dos materiais ofertados aos alunos, sejam os livros didáticos ou atividades elaboradas pelos professores, trazem inúmeros exemplos de problemas convencionais onde o modelo descrito acima é priorizado. Quando os problemas convencionais são o único material utilizado para o trabalho com resolução de problemas na escola, podemos levar o aluno a uma postura de fragilidade e insegurança diante de situações que exijam algum desafio maior. Ao se deparar com um problema, com o qual não identifica o modelo a ser seguido, muitos alunos confundem-se, desistem ou esperam a resposta de um colega ou do professor. "O fracasso gera o medo, a insegurança e, com o passar do tempo, a crença de que o aluno é incapaz de aprender Matemática" (DINIZ,2001, p.100). “Para a grande maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com os números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam nas aulas” (BRASIL, 1997, p. 42).

O hábito dos alunos de tirarem dados numéricos de um problema para fazer contas desvinculadas da situação, levam algumas crianças a usarem em suas operações até mesmo dados numéricos que são totalmente irrelevantes para o problema e cuja utilização compromete sua solução. Essa conduta evidencia que o contexto, a situação em questão e a significação do problema não são levados em conta por eles, ao tentarem solucionar.

A resolução de problemas muitas vezes é trabalhada com o objetivo centrado no resultado exato das operações, através do uso de algoritmos específicos para cada situação. Porém, na resolução de problemas é importante incentivar a capacidade de fazer estimativas do resultado, usando diferentes recursos, antes da resolução. A estimativa contribui para o processo de validação do resultado encontrado, ao final. No que se refere às quatro operações é importante trabalhar não somente com os valores exatos, mas, com uma variedade de situações em que sejam necessários valores aproximados, encontrados a partir de diferentes estratégias.

A pesquisadora argentina Délia Lerner defende situações-problema que os levem a investigar, discutir, refletir, levantar questões e formular hipóteses, assumindo uma postura ativa em seu desenvolvimento (LERNER,1996).

Um trabalho com resolução de problemas envolvendo as operações centrados no treino do cálculo de algoritmos usuais pode contribuir para o que estamos acostumados a presenciar em sala: as típicas perguntas dos alunos "é de mais, ou é de menos? ", "é de multiplicar ou é de dividir? ". Uma das razões para essa dificuldade seria a resolução de problemas centrada na palavra-chave sugerindo transformações negativas e positivas de ganho ou perda na estrutura do problema (ganhou, aumentou, adicionou, perdeu, gastou, dividiu, várias vezes etc.). É comum os professores enfatizarem a interpretação centrada nas palavras-chave evitando as perguntas "é de mais ou é de menos? " dos alunos e permitindo que sejam resolvidos. O que deveria ser um recurso para ajudar acaba se tornando uma dificuldade a mais.

A escola deveria valorizar os métodos de representação e resolução dos alunos e, ao mesmo tempo, propiciar que estes reconheçam que é preciso adotar um simbolismo comum que permita a comunicação e a troca. Valorizar os processos, ainda não formais, que os alunos criam para solucionar problemas contribui para o desenvolvimento da autonomia.

Kamii (2012) destaca que Piaget em seus estudos defende que o raciocínio infantil se desenvolve em um contexto social. Cada sala de aula tem um ambiente social e esse ambiente poderá estimular a livre troca de pontos de vista no campo sócio-moral. Se as crianças são silenciadas no campo sócio-moral, elas não se sentirão livres para expressar suas ideias no campo intelectual.

O poder do professor em sala de aula é outro fator que pode influenciar no desenvolvimento da autonomia ou da heteronomia. Um professor autoritário reforça a heteronomia, enquanto que uma postura construtivista e participativa reforça a autonomia por meio da participação. Muitas escolhas são delegadas ao professor, que ao fazê-las, faz influenciado por suas concepções a respeito dos objetivos da disciplina Matemática, do que ele acha que os alunos são capazes de aprender, do que a escola e os pais esperam dele. E essa conduta não favorece a autonomia dos alunos. A tomada de atitudes e decisões por parte da criança as tornam estimuladas e orgulhosas em relação as ideias e conhecimentos os quais pensaram e ajudaram a construir, confiando em sua própria capacidade de pensar.

É possível criarmos um ambiente que estimula o desenvolvimento da autonomia, ao colocarmos os alunos resolvendo problemas, possibilitando que eles criem e utilizem maneiras próprias de resolvê-los, para além de procedimentos usuais, como os algoritmos formais.

Com esse fim, entendemos a necessidade de mediação do professor para auxiliar na construção do conhecimento, através da valorização de estratégias pessoais dos alunos ao resolver os problemas. A maneira como as crianças resolvem problemas diferem-se das nossas, elas se apoiam em diferentes estratégias que, muitas vezes, são castradas na escola.

> Incentivar os alunos a buscarem diferentes formas de resolver problemas permite uma reflexão mais elaborada sobre os processos de resolução, sejam eles através de algoritmos convencionais, desenhos, esquemas ou até mesmo através da oralidade. Aceitar e analisar as diversas estratégias de resolução como válidas e importantes etapas do desenvolvimento do pensamento permitem a aprendizagem pela reflexão e auxiliam o aluno a ter autonomia e confiança em sua capacidade de pensar matematicamente (CAVALCANTI, 2001, p.121).

2.5. Diversas maneiras de resolver problemas

"Criatividade é a inteligência divertindo-se."
(Albert Einstein)

Percebemos que crianças de uma mesma turma e com o mesmo professor, desenvolvem diferentes habilidades para resolução de problemas. Para Smole (2013), é um direito de cada um decidir a maneira por meio da qual deseja resolver um problema e optar pela representação com a qual tem maior familiaridade, ou com a qual se sente mais seguro, ou, que lhe pareça mais prática.

No processo de aprendizagem, é necessário que a criança consiga relacionar adequadamente várias informações, habilidades e conhecimentos, não só para o aprendizado de Matemática, mas para qualquer outro conhecimento.

As estratégias que as crianças adotam para resolver problemas podem ser entendidas como representações de seus conhecimentos, ou seja, uma representação de como o seu conhecimento é construído. “Essas representações nos permitem perceber que significados eles atribuem aos conceitos que aprendem e como realizam as atividades Matemáticas nas quais são envolvidos” (SMOLE, 2013, p.51). Neste processo, temos a oportunidade de percebermos o nível de desenvolvimento dos alunos. Os erros não revelam a falta de saber, mas sim, indícios de como o aluno poderá construir um novo conhecimento.

Para Smole (2013), as situações de representação espontânea são importantes, ou seja, aquelas que a criança é estimulada a registrar o processo ou as estratégias que utilizou para buscar a resolução, independente de modelos e sugestões transmitidos pelo professor.

As representações espontâneas constituem uma ferramenta de grande valia para o professor, uma vez que através delas é possível entender como o aluno pensa, as hipóteses que têm sobre as noções, os conceitos matemáticos envolvidos em um problema, os recursos de expressão utilizados e também para avaliar como as intervenções feitas em sala de aula interferem ou não, nas produções dos alunos. Essas representações espontâneas podem aparecer de diversas formas: desenhos, procedimentos pessoais de cálculos etc. Para que essas representações apareçam e gerem as aprendizagens esperadas é necessário que o professor esteja atento ao seguinte: para que o aluno resolva os problemas não é necessário saber a operação específica para resolvê-los, pelo contrário, é necessário que o problema não tenha solução evidente e que exija do aluno buscar novas estratégias para solucioná-lo. É importante que a situação apresentada ao aluno permita sua compreensão, de modo que seja possível organizar as informações para a busca de uma estratégia. O ambiente da sala de aula também influencia no aprendizado, este deve ser acolhedor, e passar confiança para que a criança não tenha medo de arriscar ou errar. A sala de aula tem papel fundamental, deve ser um espaço de partilha e construção de referência para um grupo (SMOLE, 2013).

Vejamos algumas possibilidades de resolver problemas adotadas pelas crianças.

2.5.1 *Entendeu ou quer que desenhe?*

Um recurso muito utilizado pelas crianças é a representação pictórica. Apesar de os desenhos serem boas opções para aquelas que ainda não dominam a escrita ou a oralidade, eles também aparecem nas resoluções de crianças maiores. É comum se apoiarem em representações pictóricas para interpretar os problemas e até mesmo solucioná-las. Para além desta importância, Cavalcanti destaca que:

> O desenho também fornece ao professor pistas sobre a criança, como ela pensou e agiu para solucionar determinado problema, e à criança fornece um meio de manifestar como age sobre o problema, como expressa suas ideias e comunica-se (CAVALCANTI,2001, p.128).

Os desenhos são utilizados como recurso visual para a compreensão de alguns conceitos e operações, mas podemos ampliar seu uso como forma de comunicação, interpretação da situação-problema e como registro de estratégias, oficializando o que já ocorre. Para Cândido, "o desenho surge como uma possibilidade de a criança iniciar a construção de uma significação para as novas ideias e conceitos com os quais terá contato ao longo da escolaridade" (CÂNDIDO, 2001, p.19).

Baseando em diversos estudos, a autora defende que os desenhos podem ser utilizados de três maneiras diferentes na resolução de problemas. Inicialmente, a criança utiliza o desenho para representar aspectos da situação apresentada no texto, mas não expressa relações que identifiquem as transformações numéricas ou a resolução dos problemas. Na segunda etapa, a criança utiliza os desenhos para demonstrar o significado das transformações e das operações possíveis. Na última etapa a criança mistura desenhos e sinais matemáticos, estabelecendo relações entre as duas linguagens ou se utiliza de uma e faz a outra para comprovar se a resposta está correta. Nesta última fase, a criança começa a se apropriar da escrita Matemática, atribuindo-lhe um significado.

Para que haja evolução dessa linguagem a criança deve praticar o trabalho pictórico. Cabe ao professor oferecer essa oportunidade ao aluno, incentivar e acompanhar os registros. Deve estar atento aos conhecimentos e as elaborações que seus alunos mostram ter ou serem capazes de produzir, para conduzi-los aos procedimentos formais e mais econômicos.

2.5.2 *Cada um do seu jeito.*

Muitas crianças ao resolver problemas adotam sinais da aritmética, associados a esquemas, desenhos e até a escrita. Abandonando a maneira tradicional de uso dos algoritmos, revelam em suas soluções o que sabem sobre, por exemplo, o sistema de numeração decimal, as quatro operações e o cálculo mental. Por outro lado, essas estratégias revelam:

> (...) a explicitação dos procedimentos e as justificativas de porque o escolheu como o utilizou favorecem no resolvedor a ampliação da compreensão sobre o sistema decimal, as ideias das operações e a elaboração de estratégias mais econômicas de representação. (LERNER E KAMII Apud SMOLE 2013, p.59)

O estímulo ao uso de estratégias próprias para resolução de problemas, descaracteriza crenças relacionadas a esse processo transmitidas por alguns professores em sua prática e reproduzidas pelas crianças desde muito cedo como: há sempre uma maneira certa e única de resolver problemas; se a operação que resolve o problema não pode ser encontrada rapidamente, então devemos abandoná-lo e esperar que alguém o resolva ou mostre como fazê-lo. Ao perceberem que há diferentes maneiras de se resolver um mesmo problema e que há oportunidades de criar maneiras únicas de solucioná-las, as crianças percebem que são capazes de "fazer Matemática".

2.5.3 *Sala de aula também é lugar para conversar.*

As crianças devem estar cientes que suas estratégias são um instrumento de comunicação do seu pensamento, sendo necessário justificar as escolhas que fez. Neste sentido, destacamos o papel da comunicação, e como as trocas entre colegas na sala de aula podem colaborar para o desenvolvimento e aperfeiçoamento de estratégias de resolução de problemas.

A criança, para aprender, estabelece relações, através de conexões e associações entre diversos significados de cada nova ideia, ela depende, então, da multiplicidade de relações que estabelece. Segundo Cândido, “a comunicação nas aulas de Matemática é uma excelente ferramenta, pois ajuda os alunos a construírem um vínculo entre suas noções informais e intuitivas, e entre a linguagem abstrata e simbólica” (CÂNDIDO, 2001, p.15). Quando são encorajados a se comunicar com seus professores e colegas, seja através da oralidade, das representações pictóricas ou da escrita, eles têm a oportunidade de explorar, organizar e conectar seus pensamentos a novos conhecimentos e a diferentes pontos de vista sobre um mesmo assunto. A compreensão é acentuada pela comunicação, do mesmo modo que a comunicação é realçada pela compreensão.

Assim como o contato com as informações, o aprender Matemática também passa pela oralidade, ou seja, se fora da escola o aluno mantém contato com ela, na escola essa aproximação também é intermediada pela oralidade, pois a explicação, as ideias, os conceitos matemáticos são trabalhados oralmente, uma vez que a oralidade guarda em si a dinâmica de explicar, ou entender o que se quer dizer. Segundo Cândido, “a oralidade é o recurso de comunicação mais acessível, simples, ágil e direto. Ela permite reavaliar instantaneamente. Pode ser reiniciada, assim que se percebe alguma falha” (CÂNDIDO, 2001, p.17).

Neste falar e ouvir, a criança tem a possibilidade de confrontar as suas ideias com a de seus pares. Para isso, deve ser estimulada a se expor, a todo momento, pelo professor. Para que seja compreendida pelo outro, ela necessita organizar o seu pensamento, o passo a passo de suas estratégias. Muitas vezes o que a criança expõe oralmente não está claro no registro escrito. A oralidade é uma oportunidade de perceber as minúcias do seu raciocínio, organizar as ideias que não foram registradas formalmente e traçar novas estratégias para resolução dos problemas.

A organização das ideias por parte do aluno em sua fala, é algo que deve ser construído e explorado pelo professor. Não só ela evidencia o que o aluno sabe, o que ele pensa e como, mas também, apresenta elementos que podem ser utilizados pelo professor para mediar a aprendizagem dele, de determinado conteúdo matemático.

2.6. O papel do professor

"Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção."
(Paulo Freire)

Para entender a importância da resolução de situações-problema de Matemática na escola não podemos deixar de lado uma reflexão acerca do papel do professor diante de seus alunos.

Primeiramente, a ele cabe a escolha a ser feita, de situações-problema interessantes e desafiadoras, que possam favorecer a construção de significados para o que está sendo estudado, o entendimento da Matemática como fundamental na interpretação de fenômenos em outros campos do saber e sua presença nas diferentes práticas sociais e culturais. Levar em conta esses aspectos já exige do professor que reflita acerca do que pode ser entendido como um bom problema.

É importante notar, também, que situações-problema não planejadas pelo professor decorrem e emergem de situações vivenciadas pelos alunos dentro e fora da sala de aula, e que elas devem ser aproveitadas pelo professor. São situações que, na sua origem, já estão relacionadas a algo vivido, o que pode ser responsável por uma grande motivação dos alunos para resolvê-la.

A Matemática surgiu da necessidade dos seres humanos de solucionar problemas no seu cotidiano ao longo dos anos. Na transposição de conhecimentos entre gerações, esses conhecimentos foram descontextualizados do seu local de origem para facilitar a sua comunicação. Na escola, o professor refaz esse movimento, ele contextualiza os conteúdos, o que pode ser feito por meio dos problemas. Ele procura situações que deem sentido aos conhecimentos que devem ser ensinados (BROUSSEAU, 1996). O aluno que se apropria desse conhecimento nem sempre tem a consciência que este saber poderá ser utilizado em outras ocasiões. Cabe então, ao professor, auxiliar o aluno a redescontextualizar o conhecimento para que o veja como um conhecimento reutilizável.

Segundo Brousseau o papel do professor é:

> Fazer viver o conhecimento, fazê-lo ser produzido por parte dos alunos como respostas razoável a uma situação familiar e, ainda, transformar essa "resposta razoável", em um "fato cognitivo extraordinário", identificado, reconhecido a partir do exterior (BROUSSEAU, 1996, p.54).

Diante desta perspectiva, a aprendizagem seria considerada uma modificação do conhecimento que o aluno deve produzir por si mesmo e que o professor deve provocar. Para tal ação, o professor busca uma situação de aprendizagem. Para Brousseau, uma situação de aprendizagem é aquela em que os conhecimentos dos alunos não são suficientes, sendo o aluno obrigado a realizar acomodações, modificações em seus conhecimentos para solucionar a questão proposta.

Logo, podemos considerar um problema com uma situação de aprendizagem. A situação de aprendizagem, assim como a resolução de problemas, deve estar sendo vista pelo aluno como algo pessoal e não como um desejo do professor, mas isso não acontece facilmente, não basta dizer ao aluno o problema para que este o veja como algo seu. É importante que o professor esteja atento às preferências dos seus alunos, de modo que utilize tais informações em seu trabalho, tornando as situações didáticas mais atrativas e pessoais, oportunizando a criança construir seu conhecimento e representá-lo de diferentes maneiras. Brousseau (1996) denomina esse movimento como devolução da aprendizagem, ou seja, uma situação didática em que o aluno se interesse em resolver o problema, construa o conhecimento e que o professor ceda ao aluno uma parte da responsabilidade pela aprendizagem.

O aluno só terá adquirido esse saber, quando for capaz de aplicá-lo, por si próprio, às situações enfrentadas fora do contexto de ensino e na ausência de qualquer indicação intencional.

Durante a mediação, o professor deve ter cuidado em não ocupar o lugar da criança, impedindo que o aluno construa seu conhecimento. A atuação do professor na mediação pela construção do conhecimento passa por uma linha tênue, esta situação didática deve incitar os alunos a desenvolver suas respostas, porém, tendo o cuidado de não as indicar. O autor destaca:

> Será necessário que o conhecimento intervenha como antecipação e não progressivamente como resposta. Ao contrário, se o professor não tem intenção projeto, problema ou situação elaborada, a criança não fará nem aprenderá nada; e nem por isso se verá livre do peso do desejo do professor (BROUSSEAU,1996, p.60).

O autor não nos deixa esquecer da importância do planejamento, no cotidiano do professor, porém, relembra que a didática não se resume em oferecer modelos para o ensino, mas questionar, experimentar, corrigir e melhorar os que foram produzidos e formular perguntas sobre os acontecimentos.

Apesar de não ser foco desse trabalho a Teoria das Situações Didáticas, cabe citar que Brousseau a desenvolveu como um modelo teórico, que esclarece a integração das dimensões epistemológicas, cognitivas e sociais no campo da Educação Matemática, permitindo compreender as interações sociais que ocorrem na sala de aula entre alunos e professores.

A Teoria das Situações Didáticas desenvolvida por ele se baseia no princípio de que cada conhecimento ou saber pode ser determinado por uma situação, entendida como uma ação entre duas ou mais pessoas. Para que ela seja solucionada, é preciso que os alunos mobilizem o conhecimento correspondente. Um jogo, por exemplo, pode levar o estudante a usar o que já sabe para criar uma estratégia adequada. Entendemos, analogamente, que por meio da resolução de problemas, essa mobilização pode acontecer, também.

Contas armadas (algoritmo) aparecem na escola desde cedo, nos primeiros anos do ensino fundamental. Esta técnica permite o aluno chegar ao resultado aplicando uma série de passos em ordem determinada, sempre da mesma forma, independente da mudança dos dados. “A exigência precoce pelo algoritmo na resolução de problemas pode criar dificuldades para os alunos, quer na compreensão do que o problema pede, quer na elaboração adequada de uma estratégia para a sua resolução” (CAVALCANTI, 2001, p.123).

A criança que começa seu aprendizado pelo algoritmo, sem antes utilizar outras estratégias, pode aplicá-la de maneira aleatória, sem entender o que está por trás do resultado e apresentar dificuldades para apontar caminhos para a resolução de problemas. Dúvidas como tirar 9 de 0, pedir emprestado, vai um, 0 no quociente, podem causar dificuldades na compreensão de novos conteúdos ao longo dos anos.

O algoritmo quando imposto, sem antes a construção de outras estratégias que deem significado a essa escolha, desenvolve no aluno um conhecimento superficial e uma postura fragilizada, reforçando a heteronomia. Conforme cita Kamii, “seguir regras cegamente para obter respostas corretas reforça a heteronomia natural das crianças e impede o desenvolvimento da autonomia” (KAMII, 2005, p.57).

O comportamento de apagar as respostas quando julgavam estar erradas e a necessidade em saber se estava correto e errado, evidenciam um modelo de educação onde o erro é visto como a ausência de conhecimento. Brousseau, destaca a importância do professor trabalha o erro em uma perspectiva construtiva, constituído em obstáculos. Para o autor, “o erro não é somente o efeito da ignorância da incerteza, do acaso (...), mas o efeito de um conhecimento anterior, que tinha seu interesse, seu sucesso, mas que agora se revela falso, ou simplesmente inadaptado” (BROUSSEAU apud, CURY, 1983, p.35). Nessa perspectiva, o aluno usa uma estratégia de resolução para uma determinada ação e tende a usá-la em novas situações, ainda que inadequadamente. Quando as ressignificações dos conceitos não acontecem, este se torna um erro obstáculo.

A simples correção de tarefas, sendo classificadas entre certas ou erradas não permite ao professor perceber o motivo do erro. Muitos erros cometidos pelas crianças podem ser identificados na fala do aluno quando este explica o seu pensamento. Nem sempre só as respostas explicam a intencionalidade do resolvedor, logo destacamos a importância do diálogo entre professor e aluno, e entre os alunos. Assim como a importância do professor construir na sala de aula um espaço de trocas. As ideias de Brousseau não devem ficar restritas apenas ao olhar do professor sobre o aluno, mas também dos alunos sobre suas próprias produções. Devemos criar na sala de aula espaços que possibilitem o aluno ressignificar seus erros, reconstruí-los, dando a oportunidade de serem transformados em acertos.

Segundo Brousseau “[...] as concepções atuais de ensino exigirão do professor que provoque o aluno – por meio da seleção sensata dos ‘problemas’ que propõe – as adaptações desejadas.” (p.34, 2008). A ideia de Brousseau é propor um papel de pesquisador para o aluno, que testa conjecturas, formula hipóteses, propõe provas e demonstrações, constrói teorias etc. Enfim, socializa resultados, com uma mediação do professor que tem o papel de criar situações favoráveis para que o aluno aja sobre a informação, transformando-a em conhecimento.

2.6.1 *Mediação*

A mediação é um dos principais conceitos de Vygotsky (1984), segundo a teoria toda relação do indivíduo com o mundo é feita por meio de instrumentos técnicos e da linguagem, que traz consigo conceitos consolidados da cultura à qual pertence o sujeito. Logo todo aprendizado é necessariamente mediado.

O papel de mediador do professor está para além dessa afirmação, a ação de mediar pressupõe muito mais que o professor seja um mero transmissor de um conhecimento, mas aquele que faz o outro aprender alguma coisa. Segundo Roldão:

> O professor profissional (...) é aquele que ensina não apenas porque sabe, mas porque sabe ensinar. E saber ensinar é ser especialista dessa complexa capacidade de mediar e transformar o saber conteudinal curricular (isto é, que se pretende ver adquirido, nas suas múltiplas variantes) – seja qual for a sua natureza ou nível – pela incorporação dos processos de aceder a, e usar o conhecimento, pelo ajuste ao conhecimento do sujeito e do seu contexto, para adequar-lhe os procedimentos, de modo que a alquimia da apropriação ocorra no aprendente (ROLDÃO, 2007, p.101).

O professor ao assumir o seu papel de mediador do processo ensino-aprendizagem, favorecendo a postura reflexiva e investigativa do aluno, colabora para a construção da autonomia de pensamento e de ação, ampliando a possibilidade de participação social e desenvolvimento mental, capacitando os alunos.

Nesta perspectiva, o professor deixa de ser um transmissor de conhecimentos para se posicionar como um mediador de diversas linguagens e oportunidades educativas, apoiando o acesso ao conhecimento. A atuação do professor como mediador contribui, sobretudo, para o desenvolvimento da autonomia do aluno perante o conhecimento, o que significa contribuir para a formação de cidadãos críticos e capazes de fazer uma leitura consciente das situações que os cercam.

> É o professor quem cria as oportunidades para aprendizagem - seja na escolha de atividades significativas e desafiadoras para seus alunos, seja na gestão de sala de aula: nas perguntas interessantes que faz e que mobilizam os alunos ao pensamento, à indagação; na postura investigativa que assume diante da imprevisibilidade (NACARATO, 2011, p.35).

Durante a mediação deve utilizar o que estiver ao seu alcance para explicar da melhor maneira possível. Isso diz respeito a adaptar as linguagens tendo em vista a compreensão de conceitos de forma que eles possam ser aplicados em outras situações e contextos, que vão para além de uma situação avaliativa nas escolas. Os conceitos compreendidos devem se interligar aos outros já assimilados pelos alunos. O papel de mediar é justamente contribuir para essas conexões e, assim, ampliar o processo de aprendizado. Em consonância com a intencionalidade do professor, deve-se ter o desejo do aluno de aprender.

Segundo o educador pernambucano, Paulo Freire, o papel do professor é estabelecer relações dialógicas de ensino e aprendizagem; em que o professor, ao passo que ensina, também aprende. Juntos, professor e estudantes aprendem juntos, em um encontro democrático e afetivo, em que todos podem se expressar.

A mediação também constitui um importante instrumento para o professor identificar o processo de ensino-aprendizagem. As perguntas que o professor faz aos alunos poderá levar ao desenvolvimento de comunicações e interações específicas que promovam desenvolvimento.

As interações que os alunos estabelecem ao se comunicar são essenciais para estimular a descoberta, e essas poderão ser intensificadas nas aulas com o apoio do professor através do incentivo a argumentação Matemática. A argumentação por sua vez, como destaca Nacarato "pode estender-se para a capacidade de dialogar, de pensar e de fazer opções" (p.73, 2011). Essas capacidades se refletem nas relações com o outro, tornando efetivo o desejo de comunicar. As habilidades relacionadas a argumentação podem ser desenvolvidas pelo professor ao solicitar que os alunos exponham suas ideias e ao colocar situações que exijam tomadas de posição, contribuirá também para o desenvolvimento da autonomia dos alunos.

Nacarato, destaca ainda que:

> Propiciar um ambiente de comunicação e de interação na sala de aula é acreditar que os alunos aprendam uns com os outros quando se comunicam. Para o professor, este ambiente fornece informações importantes de como seus alunos pensam e de como estão elaborando conceitos, o que lhe possibilita tomadas de decisões quanto ao planejamento de suas aulas (p.74, 2011).

A autora destaca ainda a importância de os professores transitarem da "Zona de conforto" para a "Zona de risco", ou seja, sair da previsibilidade para os imprevistos da ação educativa. Essa ação docente gera oportunidades para os alunos exporem suas ideias. Entretanto, exige que o professor detenha conhecimentos profissionais além do pedagógico, mas também os conteúdos matemáticos. Quanto maiores forem as oportunidades que os alunos tiverem de comunicar suas ideias, maior contato o professor terá ao processo de aprendizagem deles.

A mediação se constitui na prática, nas relações entre o professor e seus pares, na investigação de sua própria prática e nos conhecimentos formais e informais que o professor adquire a mediação. Roldão completa:

> Saber produzir essa mediação não é um dom, embora alguns o tenham; não é uma técnica, embora requeira uma excelente operacionalização técnico-estratégica; não é uma vocação, embora alguns a possam sentir. É ser um profissional de ensino, legitimado por um conhecimento específico exigente e complexo, de que procuramos clarificar algumas dimensões (2007, p.102).

3. A METODOLOGIA DO ESTUDO

“Não havíamos marcado hora, não havíamos marcado lugar. E, na infinita possibilidade de lugares, na infinita possibilidade de tempos, nossos tempos e nossos lugares coincidiram. E deu-se o encontro.”
(Rubem Alves)

Nesta seção apresentaremos e fundamentaremos a metodologia que foi utilizada nesta pesquisa. Serão abordados aspectos importantes como: características, justificativas e estratégias de pesquisa.

3.1 Natureza da pesquisa

Tendo como objetivo analisar os saberes mobilizados e apropriados pelos alunos ao desenvolver maneiras próprias de resolver problemas, a partir das contribuições, da mediação e mediação da docente nas aulas de Matemática, foi realizada uma pesquisa qualitativa que apresenta uma investigação da própria prática e a análise das experiências dos alunos e das contribuições dadas a aprendizagem matemática.

A professora e pesquisadora atua em uma turma de 5º ano formada por 36 alunos com idade entre 10 e 15 anos, em uma escola municipal da cidade de Duque de Caxias situada no Bairro Saracuruna, que atende crianças das classes E e D[4]. Esses foram os alunos que participaram da investigação.

A metodologia de estudo adotada constitui uma “pesquisa sobre a prática”. A professora-pesquisadora tomou sua própria prática como objeto de investigação, levando discussões acerca de sua vivência, para os encontros semanais do GEPEMAT-UFRJ (Grupo de Estudos e Pesquisas de Professores que Ensinam Matemática) da qual faz parte. Esse formato de pesquisa permite ao professor ressignificar suas práticas, propor novas estratégias de ação e tornar o próprio processo de mediação objeto de pesquisa. Ponte ressalta a importância desse trabalho:

[4] Classe E- famílias com renda domiciliar de R$ 0 até R$ 1254,00, Classe D famílias com renda familiar entre R$ 1255,00 até 2004,00. (Fonte: Secretaria de Assuntos Estratégicos da Presidência da República, 2014).

> A investigação dos profissionais sobre a sua prática pode ser importante por várias as razões. Antes de mais, ela contribui para o esclarecimento e resolução dos problemas. Além disso, proporciona o desenvolvimento profissional dos respectivos atores e ajuda a melhorar as organizações em que eles se inserem e, em certos casos, pode ainda contribuir para o desenvolvimento da cultura profissional nesse campo de prática e até para o conhecimento da sociedade em geral. (PONTE, 2008, p.154)

Ao investigar sua prática o professor toma consciência da sua forma intuitiva e tácita de atuar. Introduz o pensar no fazer. Torna sua ação lúcida, não rotineira, atenta e sensível. O papel do professor ganha expressão e a escola passa a ser um espaço privilegiado de formação profissional.

O presente trabalho também busca descrever e analisar situações de ensino e aprendizagem propostas pela professora- pesquisadora que surgiram a partir das produções dos alunos dadas aos problemas nas aulas de Matemática.

A análise do que os alunos pensam, dizem e registram não se resume em dizer o que é certo e o que é errado, como nas convencionais correções que os professores fazem ao final de um processo cujo objetivo é de apenas classificar, constituindo um instrumento de avaliação diagnóstica ou somativa. Ainda que a análise da produção passe inicialmente pela correção, este não é o seu principal objetivo. Quanto a isso, a pesquisadora Cury ressalta que analisar respostas é analisar opiniões, percepções, crenças, sentimentos e ideias dos sujeitos que as expressam de diferentes formas. E completa:

> Na análise de respostas dos alunos, o importante não é o acerto ou o erro em si (...), mas as formas de se apropriar de um determinado conhecimento, que emergem na produção escrita e que podem evidenciar dificuldades de aprendizagem (CURY, 2015,p.65).

Na medida que o professor analisa a produção do seu aluno, ele procura entender as formas como foi produzida ou reproduzida a resposta aos problemas, certa ou errada, passa a conhecer melhor sobre o que sabem, o que contribui de forma relevante para o planejamento do seu trabalho e superação de dificuldades da turma. A autora defende, ainda, a ideia de utilizar a análises das produções escritas não só como metodologia de pesquisa, mas também como metodologia de ensino, de forma a contribuir para uma melhor formação Matemática dos estudantes.

A seguir, apresentaremos o contexto em que a pesquisa se deu.

3.2 O Diagnóstico

No início do ano letivo de 2016, ao assumir uma classe de 5º ano, grande parte da turma declarava ter afinidades e facilidades em compreender os conteúdos matemáticos, pautando-se nos seus rendimentos do ano anterior. Porém, ao utilizar os problemas nas aulas de Matemática, notei que a falta de familiaridade dos alunos com saberes que são ensinados nos primeiros anos do ensino fundamental os impediam de avançar para a compreensão de saberes destinados a atual etapa de ensino. Isso foi revelador de que ao longo da trajetória escolar, os alunos tiveram poucas oportunidades de reflexão sobre os conteúdos matemáticos apresentados.

A turma era composta por 27 alunos (9 meninas e 18 meninos) com faixa etária entre 11 e 15 anos, sendo cinco alunos com 15 anos, três com 14 anos, dois com 13 anos, sete com 12 anos, sete com 11 anos e três com 10 anos. Suas dificuldades não giravam apenas em torno da matemática, mas também no campo da leitura e escrita. Apenas cinco dominavam o código escrito, tendo superado dificuldades ortográficas, lendo em ritmo frasal e elaborando textos com autonomia. E o restante apesar de alfabetizados, apresentavam grandes dificuldades, para esta etapa do ensino: Erros ortográficas relacionadas a escrita de sílabas não convencionas, que não apresentassem a configuração consoante e vogal, e dificuldades na elaboração e organização de textos e na leitura.

Inicialmente, as crianças apresentavam grande dificuldade em solucionar os problemas. Grande parte estudava na escola desde o 1º ano do ensino fundamental, e suas dificuldades envolviam questões de compreensão na leitura e escrita dos problemas propostos, insistência no uso de algoritmos como única maneira de resolver problemas mesmo quando não os dominavam e, como consequência, a falta de autonomia.

A realidade vivenciada se assemelha a encontrada por Santos (2013) que realizou a pesquisa intitulada "Estratégias de cálculo utilizadas por alunos dos primeiros anos de escolaridade para resolver problemas e suas relações com as práticas de ensino", na qual selecionou três escolas com propostas pedagógicas diferentes (uma privada na zona sul do Rio de Janeiro, uma pública federal na cidade do Rio de Janeiro e uma pública municipal na cidade de Duque de Caxias). Nelas, realizou entrevistas semiestruturadas com a coordenação pedagógica ou orientação pedagógica e com a professora da turma, análise documental do planejamento curricular, observação de duas aulas envolvendo resolução de problemas, aplicação de cálculos de adição e subtração em situações contextualizadas para os alunos resolverem e entrevista com as crianças para que explicassem as estratégias utilizadas.

Ao analisar as respostas dadas pelas crianças da Escola Municipal de Duque de Caxias, a autora relatou que:

> O que mais chamou a atenção nas produções dos alunos foi que muitos apresentaram dificuldade em interpretar os problemas e fizeram cálculos que não correspondem à situação proposta. A crença de que deveriam utilizar todos os números do enunciado para fazer cálculo foi demonstrada por vários alunos da turma" (SANTOS, 2013, p.109-110).

As dificuldades encontradas por Santos se assemelham às observadas em minha turma de 5º ano. A complexidade relacionada à leitura e interpretação gerava nos alunos grande dificuldade em lidar com o texto dos problemas. Ignoravam qualquer informação que dava sentido ao texto. Recolhiam apenas os dados numéricos explícitos para montar contas, ainda que não soubessem como realizar o algoritmo. Quando não havia mais de um número, alguns alunos abandonavam os problemas, inventavam aleatoriamente um segundo dado numérico, ou fragmentavam o número em duas partes. Por exemplo, 1240 transformava-se em 12 + 40. A escolha da operação a ser utilizada era feita de maneira aleatória e consideravam como resposta do problema o resultado das contas. Em geral, não conseguiam formular uma frase para complementar a informação numérica

Diante das dificuldades diagnosticadas, concordo com Santos (2013), que essas práticas podem ser decorrentes de um trabalho voltado exclusivamente para o ensino de algoritmos convencionais. A maneira como muitos alunos resolvem problemas não se resume, apenas, à aplicação errada de uma técnica de cálculo, mas podem ser consequência de uma concepção de ensinar Matemática. Estes alunos podem ter passado anteriormente por experiências marcadas por uma grande valorização do uso de algoritmos, de formas descontextualizadas para resolver problemas e pouco contato com textos e problemas, caracterizando, assim, um ensino que prioriza a repetição de informações.

Os PCNs (1997), documento que norteia o currículo das escolas brasileiras alerta em seu texto sobre esse modelo pedagógico:

> Tradicionalmente, a prática mais frequente no ensino de Matemática era aquela em que o professor apresentava o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupunha que o aluno aprendia pela reprodução. Considerava-se que uma reprodução correta era evidência de que ocorrerá a aprendizagem. Essa prática de ensino mostrou-se ineficaz, pois a reprodução correta poderia ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir, mas não apreendeu o conteúdo (BRASIL, 1997, p.39).

Os PCNs deixam claro que a reprodução de procedimentos, a repetição de informações acumuladas e a exploração de materiais didáticos, realizada de forma pouco significativa e artificial não contribuem para uma aprendizagem eficiente. O documento propõe ainda uma nova postura para o professor como mediador e organizador, incentivador de situações de aprendizagem e coloca o aluno em lugar de destaque como protagonista da construção do seu conhecimento.

Notamos ainda, que os alunos não haviam legitimado seu lugar como protagonistas, não estavam habituados a compartilhar suas estratégias de resolução. Durante a troca entre seus pares, limitavam a dizer a resposta ou copiar, mas não explicar o procedimento adotado. Consideravam estratégias como desenhos e contagem nos dedos como algo primitivo e vergonhoso. Utilizavam essas estratégias escondidas, em folhas à parte ou na própria mesa, que eram descartadas após o registro da resposta. Ao expor suas estratégias de resolução apresentavam grande dificuldade em organizar suas ideias e se expor oralmente, trocar e compartilhar estratégias.

Através das observações, percebi que os alunos não haviam se apropriado ainda de conhecimentos importantes para os anos iniciais como a distinção entre números e algarismos, ideia de valor posicional, escrita e leitura de números de 6 algarismos, leitura e escrita de textos, cálculos mentais, proporcionalidade, formulação de estratégias de resolução, e tinham pouca autonomia. Geralmente esses saberes são construídos ainda nos anos iniciais do ensino fundamental. Se ignorasse esses dados e continuasse a ofertar conteúdos sem significado e compreensão aos alunos, estaria mantendo um ciclo vicioso e deficiente de ensino sem aprendizagem. Logo, julguei interessante reconstruir com os alunos esses conceitos.

Percebi, ainda, que muitos alunos consideravam que existia apenas uma maneira de resolver problemas, e caso alguém apresentasse outra forma de resolver, apagavam sua resposta e copiavam a do colega. Quando questionados sobre sua opção de resolução de problema, apagavam a conta sem argumentar. As crianças ao apresentarem este comportamento evidenciam a falta de um ambiente social que estimule as trocas entre seus pares, e o desenvolvimento da autonomia.

Diante das dificuldades de base, apresentadas pelos alunos, iniciei um trabalho para valorização de estratégias pessoais e de construção de diversas maneiras de solucionar problemas até chegar ao algoritmo com o objetivo de dar significado ao objeto.

4. REFLEXÕES SOBRE A PRÁTICA E ANÁLISE DAS PRODUÇÕES DOS ALUNOS

“Perder tempo em aprender coisas que não interessam,
priva-nos de descobrir coisas interessantes.”
(Carlos Drummond Andrade)

Neste capítulo trazemos a análise e reflexões dos dados buscando atingir os objetivos desta pesquisa. Seguindo a metodologia de análise da própria prática e análise de respostas dos alunos.

Inicialmente expomos a maneira como a resolução de problemas foi abordada nas aulas de Matemática da turma analisada. Em seguida analisamos detalhadamente as estratégias encontradas pelos alunos para resolver os problemas propostos, assim como a mediação docente na construção desse processo.

Utilizamos estas informações para compreender as estratégias utilizadas por cada criança juntamente com o referencial teórico apresentado nos capítulos anteriores.

4.1. Primeiras aulas

A falta de familiaridade dos alunos com o texto dos problemas, não está ligada apenas a falta de habilidade em leitura e escrita. Tais habilidades devem ser trabalhadas em todas as aulas como forma de buscar informação e exprimir seu conhecimento, inclusive nas aulas de Matemáticas.

> (...) os alunos devem aprender a ler Matemática e ler Matemática para aprender (...) pois para interpretar um texto matemático, o leitor precisa familiarizar-se com a linguagem e os símbolos próprios desse componente curricular, encontrando sentido no que se lê, compreendendo o significado das formas escritas que são inerentes ao texto matemático, percebendo como ele se articula e expressa conhecimentos (SMOLE e DINIZ, p. 71, 2001).

Desta forma, destacamos nas aulas de Matemática o texto dos problemas, uma vez que as crianças apresentavam grande dificuldade em ler e compreender esse tipo de texto.

Assim como os outros gêneros textuais, normalmente apresentados aos alunos nas séries iniciais, problemas também devem ser apresentados desde o início da escolarização para que as dificuldades sejam superadas. Textos de problemas também possuem um estilo próprio, com conceitos e termos específicos desta área.

Para que os alunos estabelecessem compreensão dos textos de problemas, realizamos algumas estratégias em sala de aula: leitura coletiva e cuidadosa a partir do problema escrito no quadro, interpretação por meio de perguntas feitas oralmente pela professora, encenação do texto quando necessário, o que tornava as aulas mais dinâmicas e prazerosas. Destacávamos também as palavras-chaves para compreensão do objetivo do problema e os dados relevantes. Os problemas eram resolvidos após a discussão do texto, que a esta altura já havia sido interpretado e compreendido pelas crianças.

A análise dos problemas não se resumiu apenas à leitura e interpretação do texto problema, mas também na produção e elaboração de problemas por parte dos alunos e na produção de textos matemáticos como forma de consolidação das ideias Matemáticas trabalhadas.

A escrita Matemática, assim como qualquer outra produção escrita, possui suas dificuldades, na qual o papel do professor é determinante para a evolução. A mediação do professor e a valorização da escrita do aluno contribuem para a evolução do pensamento.

Ao longo do período letivo, os alunos foram incentivados a usar recursos próprios para a resolução de problemas, antes do ensino dos algoritmos convencionais, utilizando-se de vários tipos de representações, como desenhos, textos, diagramas, entre outros. No entanto, tais meios não excluíram a aprendizagem dos algoritmos, uma vez que acreditamos que a aprendizagem destes podem enriquecer o seu repertório de conhecimentos. Ao refletir sobre os procedimentos envolvidos nos algoritmos, as crianças perceberam que em alguns momentos eles se destacavam pela economia e/ou eficiência na resolução das atividades propostas em sala de aula. A compreensão das relações envolvidas nas quatro operações é fruto de um trabalho muito mais complexo e demorado que deve ser iniciada na escola ainda na educação infantil.

Nestas atividades não era vedado aos alunos olharem as respostas do colega. Deixávamos as crianças livres, o que possibilitou a muitos que inicialmente não conseguiam elaborar respostas, a se apropriar da ideia de seu amigo e ressignificá-la, criando a sua. A professora regente se colocava à disposição, circulando na sala, ajudando na organização das ideias e na evolução das respostas. Após concluídas suas estratégias de resolução, voluntários iam até o quadro mostrar suas ideias, que eram discutidas pela turma. Os alunos levantavam os prós e contras, estabeleciam relações entre as diferentes estratégias, comparavam-nas, identificando o que era igual e o que era diferente.

4.2 Análise dos problemas

Nas séries iniciais, uma das maneiras de estimular as crianças a resolverem problemas utilizando suas estratégias pessoais é utilizar em sala de aula situações que atraiam os alunos, ligadas ao seu cotidiano e aos seus interesses. Brousseau (2008) ressalta que dentre os muitos papéis que o professor assume no processo de ensino e aprendizagem, está o de selecionar problemas que provoquem os alunos, levando-os a refletir, falar, evoluir e atuar.

O problema deve ser escolhido para fazer com que o aluno adquira um conhecimento novo, só existe de fato aprendizagem quando o estudante percebe que existe um problema para resolver. Dentro desta ótica a motivação própria assume local de destaque, o problema passa a ser percebido como um problema intelectual (CHARNAY,1996). Mas para que isso se consolide a mediação do professor é indispensável, é ele que contribuirá para a organização dos registros para que estes retratem a forma como a criança pensou e informando, pouco a pouco, e sempre que for oportuno, as características do sistema de numeração decimal.

A seguir analisaremos as respostas das crianças dadas aos problemas elaborados de acordo com o cotidiano dos alunos e a mediação docente durante a realização das atividades.

- **Problema 1: Condomínio**

Observemos o problema a seguir que foi elaborado com base na entrega de condomínios do programa Minha Casa, Minha Vida nas proximidades da escola. As crianças estavam agitadas com os novos moradores e a chegada de novos alunos.

Problema 1- Em um condomínio há 6 prédios iguais. Cada prédio tem 8 andares, e cada andar tem 4 apartamentos. Há quantos apartamentos nesse condomínio?

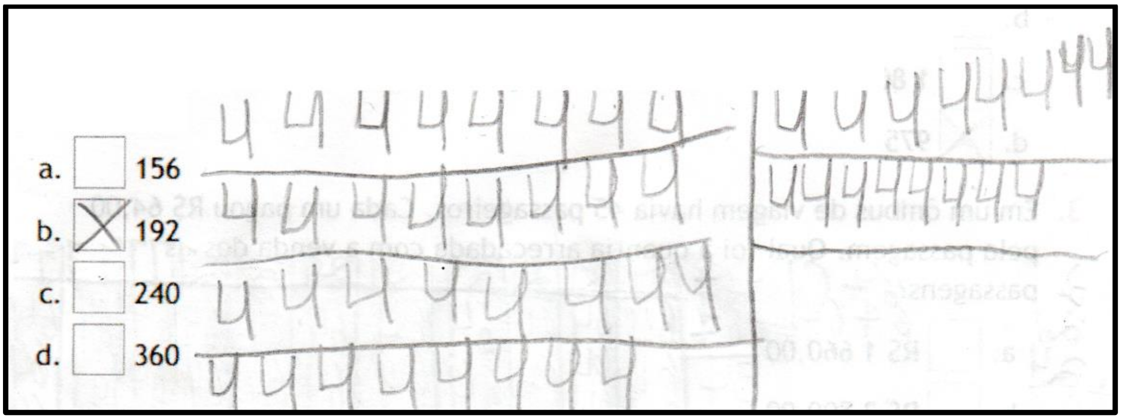

Figura 1: Resolução 1A

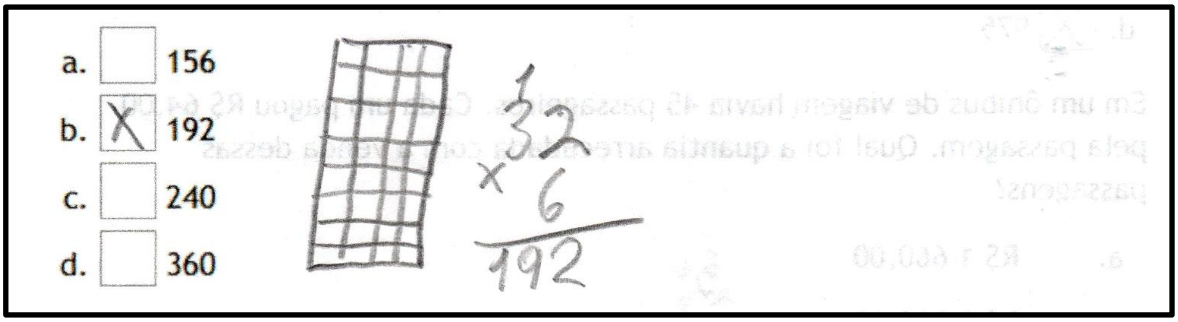

Figura 2: Resolução 1B

Ao se depararem com o problema muitos alunos tiveram dificuldade em compreender o problema e não conseguiram elaborar estratégias para resolução. Sem compreensão, grande parte das crianças realizaram a adição 6 + 4 + 8 = 18, e desconsideravam as opções de respostas. Optei então, por desenhar no quadro para que compreendessem melhor a lógica de organização dos prédios e seus andares em um condomínio. Desenhei um retângulo (prédio) com quatro quadradinhos alinhados (apartamentos). Realizei perguntas como: quantos prédios há no condomínio? Quantos andares? Quantos apartamentos em cada andar? E depois pedi que seguissem com suas resoluções.

Ao realizar a explicação por meio de desenhos no quadro, levei os alunos a compreenderem o enunciado da questão, vencendo a primeira fase que Polya (2006) coloca para resolução dos problemas. Segundo o autor “é uma tolice responder a uma pergunta que não tenha sido compreendida" (POLYA, 2006, p.5). Quando isso ocorre e o aluno simplesmente recolhe os números e monta contas, estamos reforçando a ideia que um problema se resume a uma resposta.

Os exemplos acima mostram dois pensamentos diferentes para a produção do resultado. Na resolução 1A, o aluno ao tentar resolver o problema, desconstrói a disposição real de prédios e andares e os representa de maneira distinta. Cada prédio está representado por uma linha e cada andar, de cada prédio, é representado pelo número 4. Ele conta em intervalos de 4 até chegar a resposta final.

Na resolução 1B o aluno necessita do desenho para apoiá-lo. Realiza o desenho do prédio e conta os andares um a um, chegando ao número 32, que em seguida é multiplicado por 6, tendo em vista que são 6 prédios.

É importante reconhecer que, em uma mesma classe, temos alunos com níveis de compreensão e domínio de conteúdos matemáticos que são diferentes. As duas estratégias diferem-se, uma da outra, e revelam que cada criança possui um processo próprio para resolver o problema proposto.

> Tão importante quanto o tipo de problema a ser trabalhado e compreensão do texto é a atenção que devemos dar aos diferentes modos pelos quais as crianças podem resolver problemas. Acreditamos que este é um caminho que contribui muito para que tal ato seja um processo de investigação, no qual o aluno se posicione com autonomia, confiança e possa combinar seus conhecimentos para resolver a situação apresentada (CAVALCANTI, 2001, p.121).

Na resolução 1A o aluno se apoia na ideia de organização dos prédios e apartamentos dispostos em um condomínio, tal como exemplificado e questionado durante a explicação do problema. Já na resolução 1B o estudante, além de se basear na representação do prédio com seus apartamentos, utiliza a conta de multiplicação adotada em outros problemas, para representar uma adição de parcelas iguais.

Os outros alunos da turma ao se depararem com as duas maneiras de resolver, fizeram suas considerações. Aqueles que ainda não dominavam o algoritmo da multiplicação julgaram que o primeiro é mais fácil, já os que dominam julgam o segundo mais prático e rápido. Esse embate de opiniões leva os alunos a confrontarem suas ideias com a de seus pares, reconstruindo e ressignificando o seu conhecimento a todo momento, além de contribuir para a exposição oral do seu pensamento. Torna possível não só a aproximação entre os alunos, mas também uma maior compreensão.

❖ Problema 2: Bolinhas de Gude

Na sala de aula é importante propor problemas que levem os alunos a pensar sobre as operações, seus significados e suas formas de representação. “A noção Matemática que se deseja que o aluno aprenda deve estar envolvida no problema sem que seja plenamente conhecida de antemão por ele” (SMOLE, 2013, p.60).

Ainda que não dominassem o algoritmo da divisão, os alunos já utilizavam os conceitos de repartir igualmente, e não aleatoriamente, nas brincadeiras e em outras situações cotidianas, como dividir os times para os jogos de futebol, repartir figurinhas para brincar de Bafo[5], organizar os materiais das aulas de artes, organizar-se em grupos etc. Ao realizar essas atividades as crianças demonstram que são capazes de construir seu próprio algoritmo, ou seja, sua própria maneira de dividir.

Baseando-se nos estudos de Smole (2013), foi proposto a turma o Problema 2, quando estávamos iniciando os estudos sobre a divisão. O jogo de bolinhas de gude foi escolhido para protagonizar o problema, por ser uma das brincadeiras favoritas do grupo.

Problema 2- Uma turma na escola tem 133 bolinhas de gude. Os alunos vão jogar uma partida em que cada time deve ter 16 bolinhas. Quantos times poderão ser formados?

---

[5] Bafo é um jogo de “bater figurinhas” com as mãos, também conhecido como: bafo-bafo, bafinha, tabufa e principalmente de bater card. O “vento” provocado pela(s) mão(s) durante a(s) batida(s) sobre o montinho de figurinhas é o que faz as figurinhas virarem, assim o jogo ganhou o nome de bafo ou jogo do bafo.

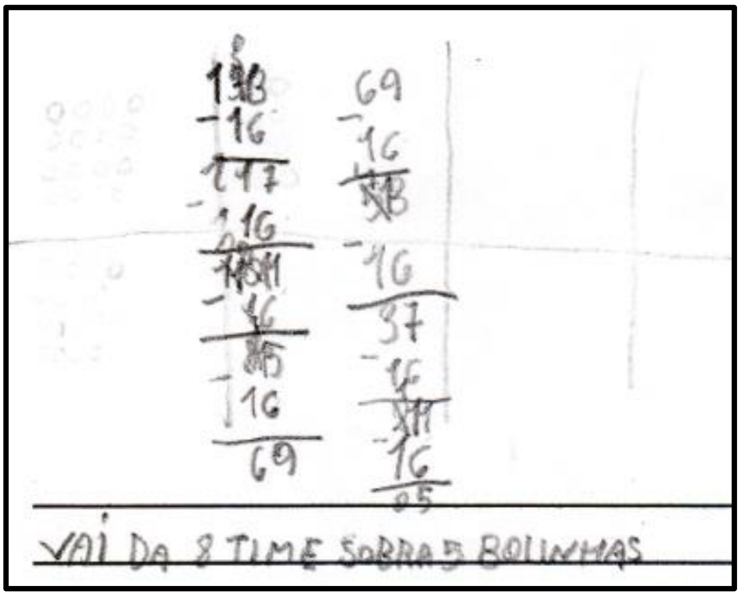

Figura 3: Resolução 2A

A resolução 2A elaborada pelo aluno Igor[6] me surpreendeu, em um rápido olhar cheguei a pensar se esta maneira de resolver se tratava realmente de uma estratégia própria com significado ou era apenas tentativas aleatórias de resolver o problema. Na resolução o aluno realiza subtrações sucessivas até chegar ao menor número do qual não seja mais possível subtrair 16. É interessante observar que nesta técnica, a resposta do problema não é o resultado da conta, mas a quantidade de retiradas feitas.

A estratégia de resolução adotada por Igor chama atenção de um aluno que já conhece o algoritmo da divisão. Prontamente o aluno diz: “É conta de dividir, você fez uma conta de menos. Está errado”. Acredito que a fala dessa criança revela uma rigidez de pensamento, mostrando que só há um caminho de solução.

Com uma postura autônoma, Igor explica a técnica ao grupo lembrando que quando brinca retira as bolas de gude do pote, ilustrando assim este movimento nas contas de subtração. Sua fala reforça que, ao resolverem problemas, as crianças levam em conta suas vivências e aprendem estabelecendo relações, assim como defendem Bittar, Freitas e Pais:

> No trabalho com o ensino e aprendizagem de números e operações, o grande desafio seria encontrar um equilíbrio adequado entre fazer contas e justificar ou compreender minimamente os procedimentos utilizados. Para que isso ocorra, é necessário partir dos conhecimentos prévios das crianças, pois elas conhecem os rudimentos das operações antes mesmo

[6] Foram utilizados nomes fictícios para preservar a identidade dos alunos.

de entrar na escola (BITTAR, FREITAS E PAIS,2013, p.20).

A cena descrita confirma que para que a aprendizagem ocorra ela deve ser significativa e relevante, deve ser vista como a compreensão de significados e possibilitar relações com experiências anteriores. Pela fala de Igor, noto que consegue atingir o objetivo estabelecido para a atividade, de elaborar estratégias de divisão partindo de suas vivências.

Outra estratégia que chamou minha atenção e também de alguns alunos da turma foi a desenvolvida por Wesley (resolução 2B). Assim como Igor (resolução 2A), utiliza outro algoritmo para solucionar o problema. O aluno apresenta uma maneira de resolver pautado em seus conhecimentos escolares anteriores. A resposta ao problema não aparece, mas explica o que foi feito: “Eu fiquei dobrando o 16”.

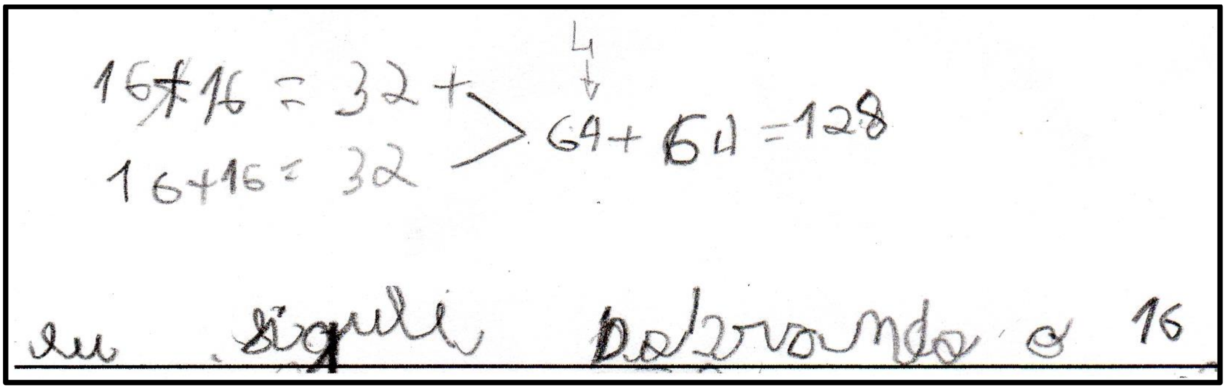

Figura 4: Resolução 2B

O fato de não apresentar uma resposta final me leva a questionar o aluno sobre sua resolução. Ele então explica que parte do grupo de 16 bolinhas e o dobra, obtendo o 32 e por fim o 64 até chegar no número 128. Sua fala é bastante convicta, então continuo a questionar:

> Professora: “O que seria o número 128? ”
> Wesley: “É o número mais próximo de 133, se colocar mais 16 vai passar.”
> Professora: “Mas você ainda não respondeu o problema. ‘Quantos times poderão ser formados?’”

Quando questionado sobre a quantidade de times que poderiam ser formados, este olha para sua resposta, faz careta e responde que já sabe que adicionou 4 vezes o número 16, formando 64 bolinhas e desenha uma seta com o número 4 acima do 64, indicando a quantidade de grupos, logo conclui: “64 + 64 = 128 bolinhas e 8 grupos”. Porém desconsidera a quantidade que sobrou.

Ainda que a representação da resposta do problema seja pessoal, ela deve comunicar ao outro sua forma de pensar, na Resolução 2B isto não ficou claro, podendo ser considerada a resolução como errada. Porém me aproveito da fala da criança para detectar suas escolhas e os processos que utilizou. Me baseio em Smole (2013), para concluir que o ocorrido só foi possível, graças ao ambiente acolhedor da sala de aula, que permitiu a validação para os diversos processos de resolução, e o interesse do professor em escutar ativamente o aluno, tentando entender o que fez e como pensou.

A resolução a seguir chama a atenção por reunir duas maneiras de dividir: os desenhos, usados normalmente no início do processo de aprendizagem da divisão e o algoritmo, ponto ápice do aprendizado da Matemática em muitos sistemas de ensino. Enquanto professores podemos pensar que a criança que já utiliza o algoritmo não necessita mais de desenhos, porém, segundo Smole (2013) “na representação da solução para um problema não há uma evolução direta do desenho para escrita”. As formas de representação convivem lado a lado, e a crianças as utilizam de acordo com a sua necessidade.

Ao ver a resposta de Guilherme (resolução 2C) procurei saber qual das duas representações foi utilizada inicialmente, para compreender o raciocínio utilizado. Ele então indica as bolinhas e conclui dizendo que para este problema deveria ser feita uma conta de divisão.

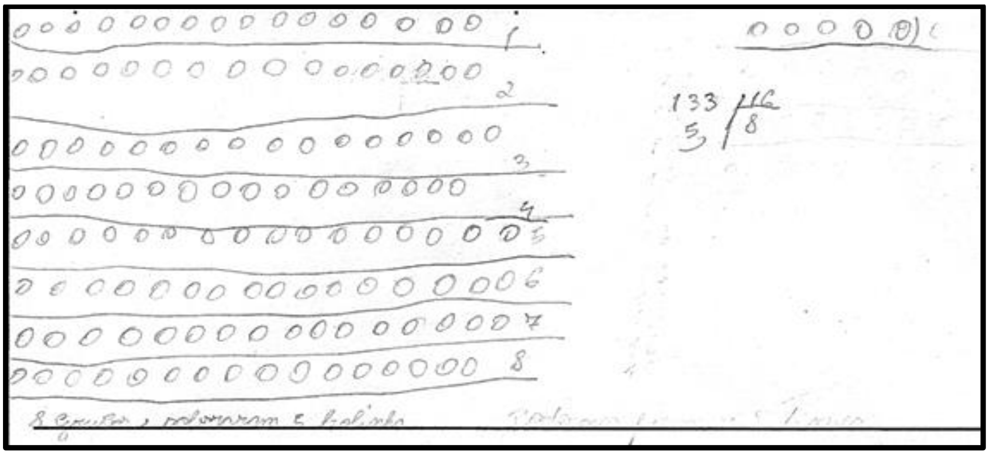

Figura 5: Resolução 2C

Guilherme desenha de 16 em 16 bolinhas, reorganizando-as em linha e depois as numera. Por fim, monta a conta de divisão para representar o desenho, mostrando conhecer os termos da divisão. Trata-se de um nível de pensamento em que ela busca relacionar o desenho que fez com o algoritmo. Esse tipo de ação é muito comum nos anos iniciais quando se exige o uso de algoritmos para resolução de problemas, muitas vezes o aluno resolve mentalmente um problema ou em uma folha a parte e registra uma operação que dê o resultado esperado de maneira aleatória. A resolução 2C nos evidencia outro benefício de criar na sala de aula um ambiente acolhedor, onde as diferentes respostas dos alunos são valorizadas. Em uma sala de aula onde as resoluções de problemas baseiam-se em cálculos, nem sempre a criança sentiria segurança para mostrar seu pensamento com desenhos, provavelmente apresentaria apenas a conta armada de divisão aparentando que o aluno já domina o algoritmo. A presença das bolinhas revela o “passo a passo” do pensamento da criança, dando suporte para mediação do professor e contribuindo para o avanço do aluno.

Podemos observar que nos exemplos apresentados, as crianças aprenderam a noção de divisão e, mesmo não conhecendo o algoritmo convencional, buscaram uma forma própria de resolução. Muitas crianças ao resolverem, utilizaram desenhos para separar os grupos, porém um dos alunos da turma deixou sua questão em branco. Alexandre parecia aflito em querer solucioná-la, ao me ver pergunta bem alto: “Professora, é continha de quê?”. Surpresa com a pergunta, respondo que é “continha de chocolate”, o aluno sorri, sabe que a resposta não virá assim. Busquei, então, saber o que acontecia e percebi que apresentava dificuldades em identificar as ferramentas necessárias e conceitos para resolver o problema e conseguir iniciar o desenvolvimento de um raciocínio para o que estava sendo proposto. Neste momento, a mediação docente poderia ser um caminho para provocar avanços na aprendizagem..

Peço então que releia o texto e para facilitar a interpretação dos problemas faço alguns questionamentos “Me explique o problema? O que a turma quer fazer? De quantas bolinhas cada time precisa para participar? Se você tivesse um saco de bolinhas de gudes, como poderia distribuir as bolinhas?”.

Sem respostas para essa última pergunta, ofereço materiais manipuláveis para que desenvolva melhor o que entendeu e depois registre da forma que preferir a maneira como pensou.

Durante a mediação lembro das palavras de Brousseau de que o professor deve ter cuidado em não ocupar o lugar da criança, impedindo que o aluno construa seu conhecimento. A mediação do professor na mediação pela construção do conhecimento passa por uma linha tênue, esta situação didática deve incitar os alunos a desenvolver suas respostas, porém, tendo o cuidado de não as indicar.

Após a mediação, Alexandre que inicialmente não respondera à questão, apresenta a seguinte resolução:

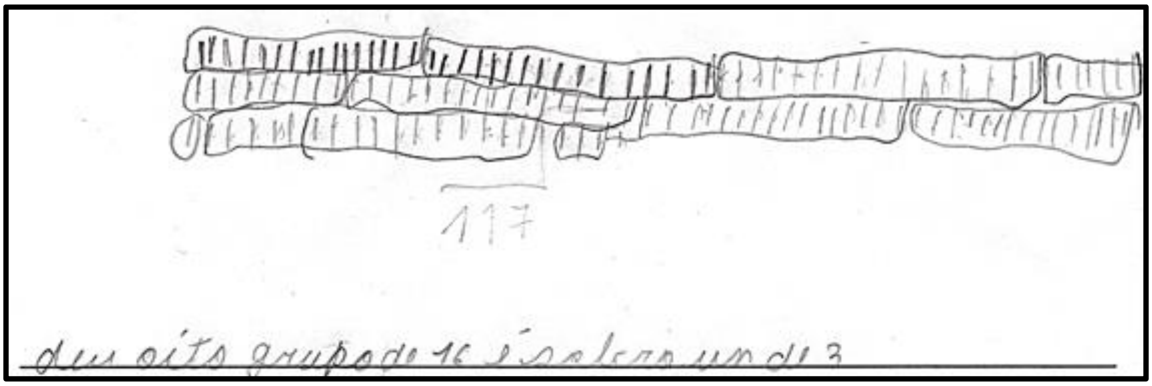

Figura 6: Resolução 2D

O aluno representou as bolinhas de gude com risquinhos. Ele utilizou o desenho para interpretar a situação apresentada, mas confundiu-se na contagem e não obteve a sobra correta de bolinhas, e apresenta a resposta: *"Deu oito grupos de 16 e sobrou um de 3".* Ao incentivar o aluno a desenvolver sua solução, podemos observar e acompanhar como pensa e registra, permitindo a mediação direcionada às dificuldades. A resposta de Alexandre ao problema não está errada, porém a quantidade de bolinhas que sobraram revela que se perdeu na contagem, para que perceba, apresento as quatro resoluções (2A, 2B, 2C e 2D) à turma. A autora Kamii sugere que o professor deve abster-se de reforçar respostas corretas e de corrigir as incorretas, em vez disso a autora aconselha que o professor "promova a permuta de pontos de vista entre as crianças" (KAMII, 2005, p.80).

Ao terem as diferentes soluções e respostas lado a lado, as crianças perceberam que a quantidade de bolinhas de gude que restaram estava diferente na resolução 2D e ausente na 2B, o que levou a turma a refletir sobre o que poderia ter acontecido para o aluno achar que sobraram 3 e não 5. Aproveitamos a oportunidade para enfocar em procedimentos mais econômicos e práticos, quando os números envolvidos forem maiores.

A princípio, o texto original do problema não fazia relação a quantidade de bolinhas que sobravam, crio então uma segunda proposta para a turma: “Caso a criança que fez a resolução precisasse saber quantas bolinhas sobraram, como ela poderia chegar a este resultado?”.

Como resposta obtenho mais uma vez diferentes formas de chegar ao resultado, como por meio da conta 133 - 128 = 5, pela contagem nos dedos, partindo do número 128 até chegar ao número 133. As respostas dadas abriram uma nova discussão na turma entre dois alunos:

> Aluno 1- “Para resolver isso você precisou fazer conta? ”
> Aluno 2- “Ué, se eu não fizer a conta como a professora vai saber que eu não copiei de alguém? ”
> Professora- “E aí turma, quem está certo? ”
> (Diálogo entre professora e aluno.)

Diante do questionamento a opinião da turma é incerta. Aproveito para reiterar, nesse momento, que o cálculo mental é uma estratégia de resolução que também poderia ser utilizada, e caso necessitassem registrar, poderiam se explicar em forma de um texto.

Nesse processo de analisar e contemplar diferentes estratégias e suas representações, de favorecer o debate sobre as justificativas apresentadas, de gerar aprendizagens por meio das representações analisadas, os alunos ampliam seu repertório de processos para resolver problemas, percebem as vantagens e desvantagens das representações e soluções discutidas, desenvolvem uma crescente autonomia na busca por solucionar as variadas situações-problemas com as quais se deparam. Juntos, esses aspectos evitam que as crenças mencionadas anteriormente se desenvolvam e, caso elas já existam, servem para desestabilizá-las.

- **Problema 3: A festa**

Uma das características mais fortes da turma era sua ligação com as artes (música, dança, teatro, cinema, desenho etc.), logo não foi de se estranhar quando as aulas de Matemática começaram a ser invadidas por músicas, dramatizações e é claro, os desenhos. Os desenhos se tornaram um recurso de interpretação para os problemas e como registro de solução, confirmando o que Candido defende: “O desenho serve de linguagem tanto para a arte quanto para a ciência.” (Candido, 2001, p.18).

No problema 3, este recurso se mostrou extremamente necessário para alguns alunos que o utilizaram em suas resoluções e forneceram pistas sobre o processo de pensamento.

Problema 3- Silvia convidou 12 pessoas para uma festa. Ela estimou que cada pessoa bebe 3 copos de suco. Sabendo que 1 garrafa de suco serve 4 copos, quantas garrafas ela deve comprar?

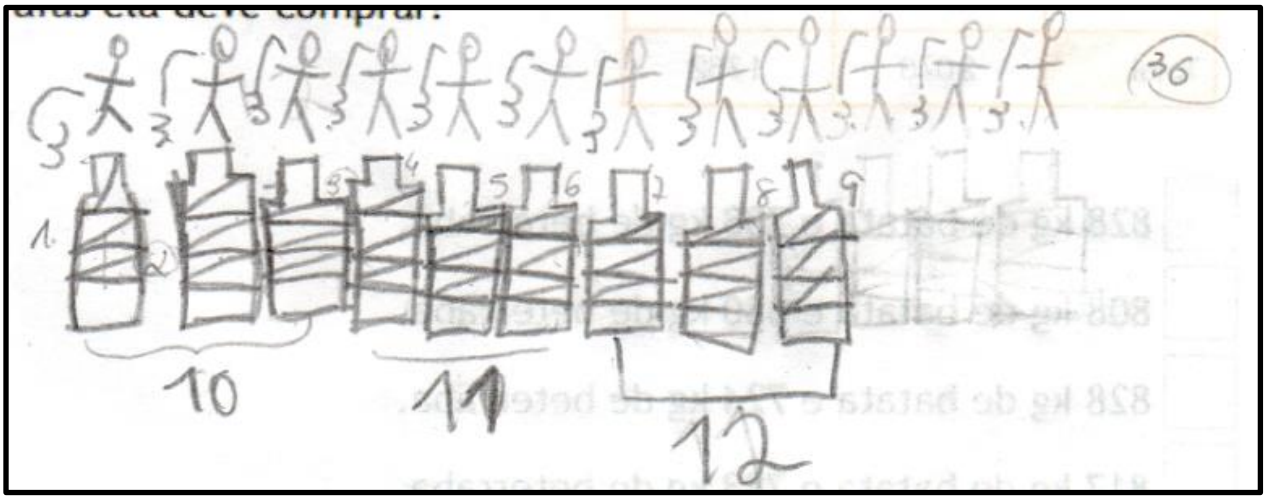

Figura 7: Resolução 3A

Na resolução 3A desenvolvida por Júlia, ela recorre aos desenhos para representar os 12 convidados para a festa e depois as garrafas divididas em 4 partes representando cada copo. Considerou 3 partes de cada garrafa para cada convidado, numerando de 1 até o 12. A quarta parte que sobrou foi reorganizada para o restante dos convidados. A cada 3 partes, corresponde mais um convidado.

A não utilização do algoritmo formal possibilita ao professor ter contato com as formas de pensar e organizar a solução que são surpreendentes e inteligentes, o que vem reforçar a ideia de que o uso correto de algoritmos não é, somente, o que possibilita atestar habilidades ou dificuldades com Matemática.

Da mesma forma, os algoritmos formais quando ensinados de forma significativa, não impedem a criança de desenvolver formas criativas de resolver problemas. De acordo com Nilson José Machado:

> Na construção de seus modos pessoais de raciocínio, a criança também precisa continuamente obedecer às regras, imitar pessoas, seguir procedimentos padronizados, ou seja, lidar com algoritmos – e isso não pode ser considerado um obstáculo ao desenvolvimento de sua criatividade (KAMII, RABIOGLIO E MACHADO 2007 p.50 e 51).

É o que mostra a resolução a seguir realizada pelo aluno Gabriel:

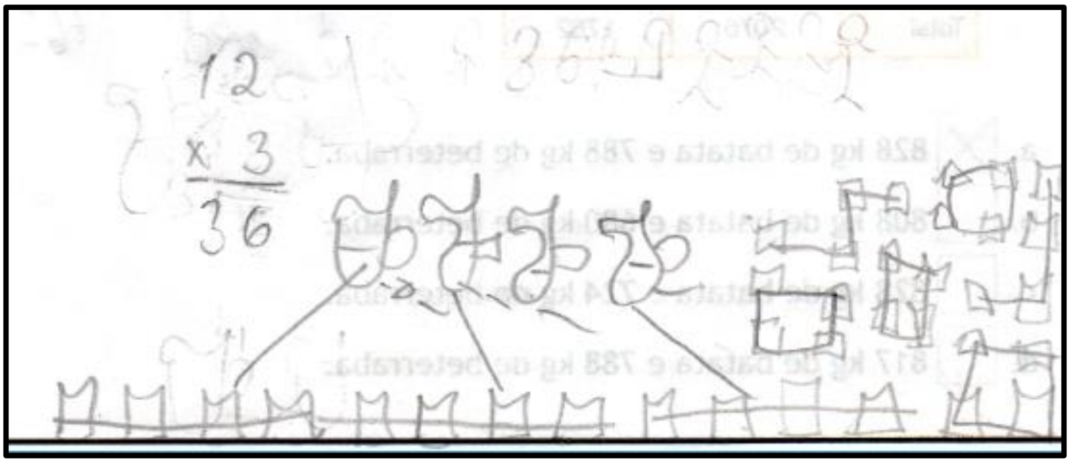

Figura 8: Resolução 3B

Na resolução 3B, podemos observar que foi realizada uma multiplicação para saber quantos copos de suco seriam necessários: 12 x 3= 36. Gabriel desenha os 36 copos de suco e os agrupa de 4 em 4. Cada agrupamento de 4 corresponde a uma garrafa, o que pode ser observado claramente nos 3 primeiros agrupamentos.

Antes de chegar a resolução apresentada acima o aluno já tinha tentado outros caminhos que eram abandonados. Após suas tentativas, solicita ajuda e demonstra sua indignação por não conseguir resolver um problema que para ele parece tão simples. A multiplicação 12x3= 36 já havia sido formulada. Porém noto o sombreado da divisão 36:4 sem resolução, talvez por não saber como operá-lo.

Indago-o sobre a operação que fora apagada, ele então explica que sabe que Silvia convidou 12 pessoas e se cada uma beber 3 copos de suco, serão consumidos 36 copos de sucos. Diz então que serão divididos 36 copos de suco, mas não justifica o divisor 4. Percebo que Gabriel ainda não compreendeu, exatamente, o que o algoritmo representa e decido que talvez aquele não fosse o melhor momento para explicar-lhe o passo a passo do algoritmo, mas de desenvolver as habilidades referentes a divisão. Assim como defende Brousseau “O importante não é saber se o aluno encontra ou não a solução do problema, mas em que condições isso acontece” (BROUSSEAU, 2008, p.77).

Preso a ideia de que divisão é repartir, Gabriel não consegue perceber que o agrupamento dos copos em garrafas poderia solucionar o problema. Inicio então uma conversa.

> Professora: Então são 36 copos… cada garrafa serve quantos copos?
> Gabriel: 4 copos.
> Professora: E 4 copos, formam quantas garrafas de suco?
> Gabriel: Uma garrafa.
> Professora: Ah… interessante.
> (Diálogo entre professora e aluno)

Faço uma pausa e continuo a olhar para Gabriel, que sorri e volta a trabalhar na resolução do problema. Em seguida ele apresenta a resolução 3B. Através da resolução notamos que este conseguiu reconstruir a ideia de divisão, construindo e desconstruindo os valores.

O momento vivenciado nos remete aos pensamentos de Brousseau, sobre contrato didático:

> Os conhecimentos do aluno de fato se manifestam apenas pelas decisões que ele toma pessoalmente e situações apropriadas, então o professor não pode lhe dizer o que quer que faça, nem determinar suas decisões, porque, nesse caso, abriria mão da possibilidade de o aluno as produzir, e também de “ensiná-las a ele”. Aprender não consiste em cumprir ordens, nem em copiar soluções para problemas (2008, p.76).

Noto também que o fato de utilizar o algoritmo da multiplicação para solucionar parte do problema não limitou o aluno a criar uma maneira criativa de solucionar o problema. A medida que o aluno experimenta e verifica que esses procedimentos permitem maior economia de esforço e tempo na busca do resultado, este poderá ser utilizado como mais um recurso para resolução do problema. Na escola, a aquisição da linguagem matemática, esta acontece de forma “complexa e demorada, que se faz por aproximações sucessivas mediadas pelas trocas que ocorrem entre os alunos e entre o professor e o aluno” (CAVALCANTI, 2001, p.131). A evolução do registro matemático não se dá de forma linear, logo é comum que crianças que já conhecem os algoritmos sintam necessidade de utilizar um outro recurso como o desenho, seja para auxiliar a interpretação, na representação do problema ou em sua resolução.

❖ Problema 4: Campeonato de Futebol

Estava sendo realizado no CIEP um torneio de Futebol e Queimado e a turma foi campeã na categoria em que competiu. Aproveitando a empolgação, realizamos alguns problemas com os dados do campeonato pois, assim como Kamii e Joseph acreditamos que a Matemática “é aquilo que as crianças constroem a partir de suas experiências de vida real” (2005, p.95).

Problema 4- Em nosso CIEP está sendo realizado o torneio de futebol e queimado. Cada time de futebol deve ter 6 jogadores e 3 reservas. O professor Fábio percebeu que 351 crianças se inscreveram para o futebol. Quantos times de Futebol foram formados para o campeonato?

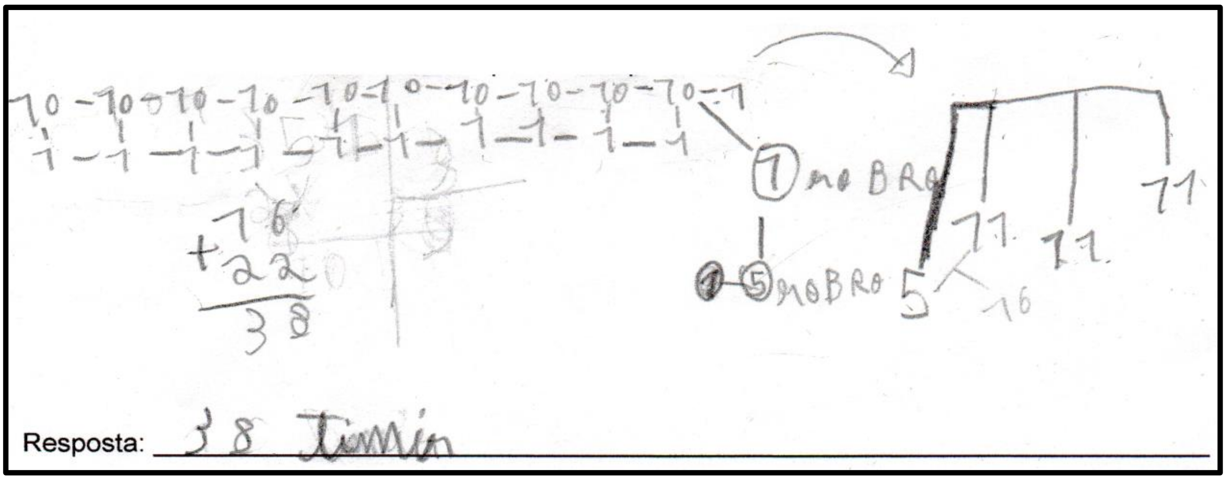

Figura 9: Resolução 4A

Geovane desenvolveu a resolução 4A, observamos que o 100 está fragmentado em dez partes. É retirado 1 de cada dez. Anota ao lado o número 11 três vezes, ou seja, 11 times de cada grupo de 100 alunos. 10 crianças formam um time, ao reagrupar os alunos restantes dos grupos, resulta em mais 1 time, e sobra uma criança.

Considera-se outros 50 alunos (dos 351) e inclui-se mais 5 grupos de 9 alunos para a seguir fazer as seguintes adições mentalmente: 11 + 5 = 16 e 11 + 11 = 22. A próxima etapa inclui utilizar o algoritmo de soma para fazer a operação 22 + 16 = 38.

Reserva-se ao lado dos agrupamentos de time os alunos que sobraram: 1 aluno do grupo de 100, 5 alunos do grupo de 50 e mais um aluno totalizando 7 alunos sobrando.

A resposta final não está correta, pois não considerou os alunos que sobraram dos outros dois grupos de 100. Logo sobrariam 9 alunos que poderiam ser agrupados em um novo time formando 39 grupos. Ainda assim, revela uma estratégia de resolução bastante elaborada e criativa. Em geral, as crianças desenvolvem diferentes técnicas operatórias, em virtude das necessidades cotidianas, contudo é necessário a mediação do professor para que sistematizem e organizem conceitos e ideias.

Geovane ao desenvolver a resolução 5A mostrou o quão seguro estava na sua escolha por resolver os problemas usando reagrupamentos. A medida que reduzia, tanto quanto possível, minhas intervenções nos trabalhos das crianças e estimulava suas produções, a autonomia emergia naturalmente, cada vez mais forte. Reduziam-se os números de alunos que abandonavam suas tarefas. Confirmando os estudos de Kamii quando afirma que:

> As atitudes aperfeiçoam-se imensamente quando nossa meta é a autonomia. As crianças tornam-se estimuladas e orgulhosas em relação às ideias sobre as quais pensaram, confiando em sua própria capacidade de pensar (2005. p.59).

A sala de aula em sua diversidade ainda colecionava crianças com algumas dificuldades, que necessitavam do encorajamento e mediação do professor para inventar ou aperfeiçoar seus procedimentos. Na resolução a seguir realizada pela aluna Eduarda, foi adotado um procedimento semelhante ao que analisamos na resolução 2A mostrando que a troca de pontos de vista contribui para o aprendizado.

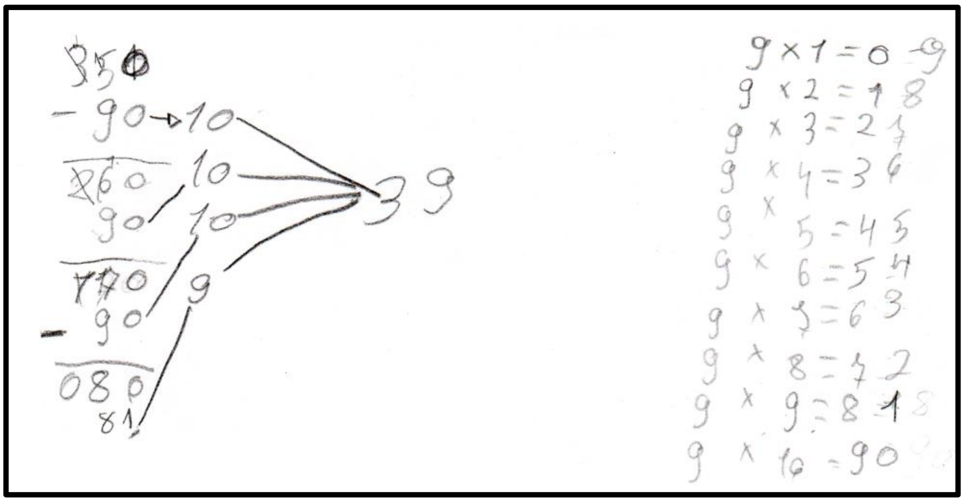

Figura 10: Resolução 4B

Indignada pelo fato de que faria uma longa conta, a aluna me procura:

> Aluna: Professora, eu terei que ir diminuindo, diminuindo, até o número acabar?
> Professora: Se essa foi a estratégia que você escolheu, sim.
> Aluna: Mas vai ficar muito grande…Vai demorar um tempão.
> Professora: Hum...realmente, vai precisar de muitas folhas (fala em tom de brincadeira).
> Aluna: Ficaria mais fácil se o número 9 fosse outro número maior.
> Professora: Se estivéssemos em uma festa, nós duas, e do outro lado da sala houvesse uma mesa com uma bandeja de salgadinhos e você precisasse buscar 9 salgadinhos para cada uma de nós, você faria uma viagem para pegar 9 e depois outra viagem para pegar mais 9?
> Aluna: Claro que não!!! Traria tudo de uma vez.
> Professora: Então, você precisa separar um time de cada vez?
> Aluna: Ahhhhh… não, posso separar vários times de uma vez.
> Professora: Será que a tabuada do 9 pode lhe ajudar?
> (Diálogo entre professora e aluna).

Ao deparar-se com o problema que não sabe como resolver a aluna demonstra a necessidade de uma informação que poderá ser oferecida pelo professor. “Todos os procedimentos em que o professor não dá a resposta são aceitáveis para fazer com que o aluno adquira esse saber” (BROUSSEAU, 2008, p.34).

Sabendo que deveria dividir em grupos de 9, Eduarda se apoia na tabuada do 9. Considerou o maior valor (90) e realizou subtrações sucessivas partindo do número 350, retirando de 10 em 10 times (90). É interessante destacar que a quantidade correta de crianças era de 351. Ao ser questionada sobre o engano cometido, está adicionou ao final 1 ao número 80 e retirou mais 9.

Nas aulas de Matemática, como professores, devemos ter o cuidado de não transformar o ensino desta disciplina em adivinhar qual é a operação adequada e a utilização do algoritmo correspondente.

> A representação da divisão não pode reduzir-se ao conhecimento de uma estratégia de solução acompanhada de um suposto “sentido” ou significado da operação que permita aplicá-la, porém, implica a capacidade de controlar várias estratégias, passando de uma a outra, segundo as circunstâncias (SAIZ, 1996, p.176).

Faz necessário que o professor, conceba diferentes situações que permitam apoiar os conhecimentos dos alunos, e fazê-los evoluir progressivamente, dos procedimentos iniciais até os mais complexos. Antes de conhecer os algoritmos tradicionais, as crianças precisam comprovar seus próprios procedimentos e cabe ao professor permitir e criar este espaço.

- **Problema 5: Queimado**

Ao longo das aulas os objetivos com as resoluções de problemas começaram a mudar. Nas aulas iniciais nossa preocupação foi de valorizar e incentivar os alunos a desenvolverem maneiras próprias para resolverem os problemas. Com o decorrer das aulas essas diversas maneiras já permeavam as resoluções da turma. Surgiram neste momento algumas questões: o que fazer com as diversas resoluções apresentadas pelas crianças? Como fazer com que avançassem a partir de suas técnicas e erros se apropriando dos algoritmos?

Baseando-se nas ideias de Cândido, durante as aulas foram selecionadas algumas estratégias adotadas para serem discutidas com o restante da turma. A autora ressalta que “uma maneira de contribuir para que o aluno evolua é realizar o confronto entre as diversas representações que surgem na classe e discutir sua eficácia” (2001, p.137).

Neste período o algoritmo da multiplicação já havia sido apresentado, contudo muitos alunos preferiam adotar desenhos ou estratégias pessoais, estas viraram status dentro da sala de aula entre alguns alunos que sempre procuravam maneiras cada vez mais elaboradas para solucionar os problemas. Uma das minhas preocupações era que as crianças passassem adotar além de desenhos e esquemas, os algoritmos em suas soluções de maneira eficiente, significativa e cada vez mais frequente. Como meio de alcançar esse objetivo optei em enfatizar nas aulas a análise das diferentes estratégias, mas dessa vez com um olhar mais atento aos algoritmos.

A análise de estratégias constitui uma excelente ferramenta a ser utilizada pelo professor para que o aluno conquiste a resolução convencional. Vale ressaltar que a análise por si só não garante a aprendizagem dos conteúdos matemáticos. “É necessário que o trabalho com resolução tenha um fio condutor e que haja uma sequência a ser seguida, a qual possibilita um maior entendimento de determinado conteúdo matemático” (CAVALCANTI, 2001, p.142).

Um dos problemas utilizados para gerar essa discussão foi o problema 5, dos quais foram escolhidas as soluções destacadas para análise em turma.

Problema 5- Nos jogos de queimado participaram 18 equipes, cada uma com doze jogadores. Quantas crianças participaram do Jogo de Queimado no total?

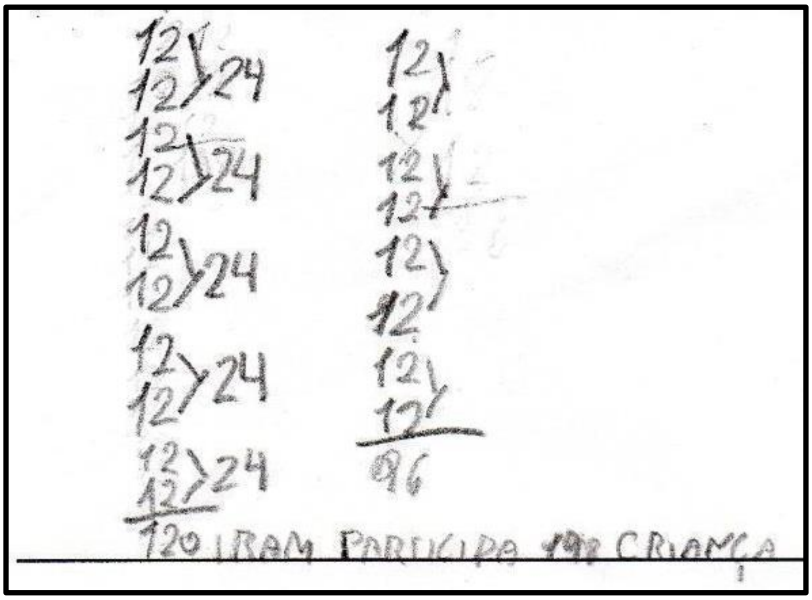

Figura 11: Resolução 5A

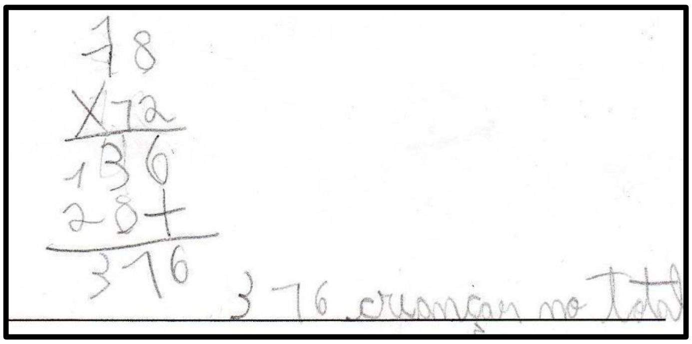

Figura 12: Resolução 5B

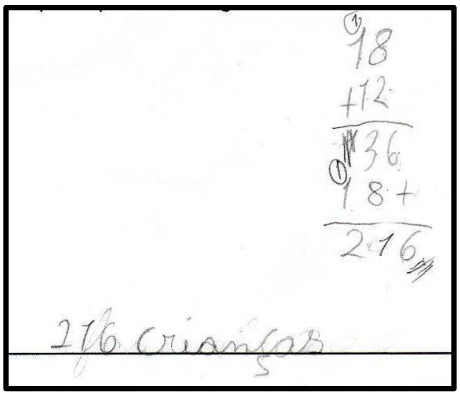

Figura 13: Resolução 5C

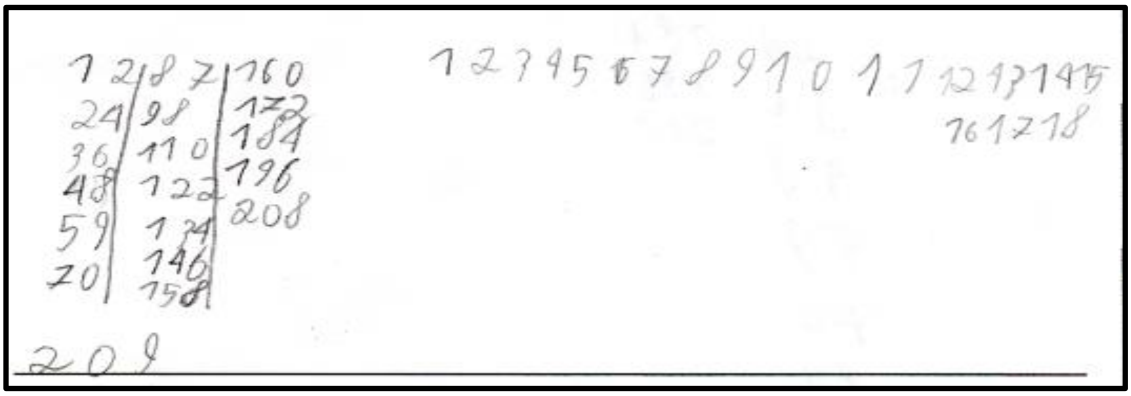

Figura 14: Resolução 5D

As quatro resoluções foram reproduzidas no quadro. Ao analisar as questões os alunos expuseram oralmente a professora o que observavam e se necessário o autor da resposta concluiria a explicação. Na resolução 5A, a turma concluiu que o resolvedor anotou dezoito vezes o número 12, distribuindo em duas colunas, em seguida iniciou uma série de cálculos aparentemente mentais: agrupou-os de dois em dois, formando grupos de 24 e depois adicionou mentalmente cada coluna obtendo os resultados 120 e 96. Como resposta final obteve o número 198, demonstrando uma pequena falha ao adicionar os valores 120 e 96. O erro de contagem aparece também na resolução 5D, o aluno escreve os números de 1 a 18, para orientá-lo na quantidade de vezes que somará 12, porém acaba não o utilizando. O registro mostra que a partir de 48 o aluno apresentou dificuldades em somar ao 12, errando os valores subsequentes.

Quando as crianças são incentivadas a expressar livremente seu modo de pensar, é comum identificarmos erros em algumas soluções. Diante do erro, o professor deve criar ações que contribuam para os alunos avançarem sobre o erro, porém para Cavalcanti o mais importante é:

> Garantir que haja um clima de respeito e confiança em sala de aula para que as crianças se sintam à vontade para lidar com o erro. Discutir com o grupo porque a solução está errada é uma das formas de trabalho que contribui muito para que a criança reveja suas estratégias, localize seu erro e reorganize os dados em busca de uma solução correta (2001, p.139).

A identificação do erro das questões 5A e 5D gerou uma boa oportunidade para questionar a utilização da contagem em questões com quantidades grandes. Ficou evidente para os alunos que esta técnica se aplica melhor em números pequenos, e que a medida que os números vão aumentando é necessário elaborar e construir novas técnicas, sendo o algoritmo a mais prática.

As resoluções 5B e 5C, nos remeteram a uma análise mais pontual do algoritmo da multiplicação. A esta altura, o algoritmo já havia sido apresentado a turma, logo foi possível que identificassem o erro cometido na resolução 5B.

Diante da análise dessas quatro resoluções permitiu-se que os alunos refletissem sobre as diferentes estratégias de resolução. Ao compará-las as crianças perceberam que muitas vezes o uso de algoritmos é mais econômico e mais rápido do que outros procedimentos. O objetivo da atividade não foi o de proibir o uso de estratégias, mas aproximar cada vez mais os alunos de métodos de resolução mais formais e que possam ser utilizados sempre que desejarem, sem ser necessário a explicação oral de quem a resolve.

O problema 5 contava com uma questão complementar que também passou pela análise das crianças. As respostas destas questões foram solucionadas pelos mesmos alunos que resolveram a questão anterior.

Problema 5.1 - Se os times do Jogo de Queimado tivessem 6 jogadores, quantas equipes seriam formadas com essa quantidade de crianças?

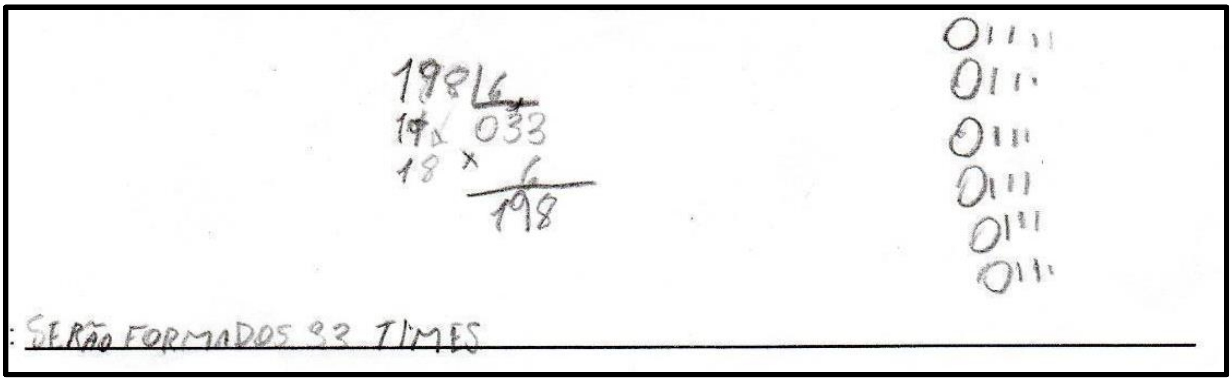

Figura 15: Resolução 5.1A

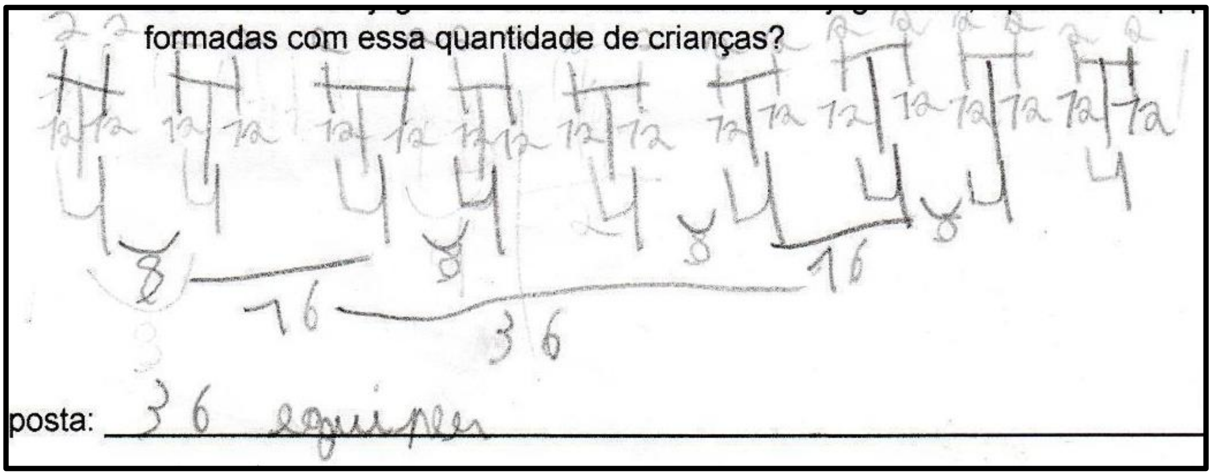

Figura 16: Resolução 5.1B

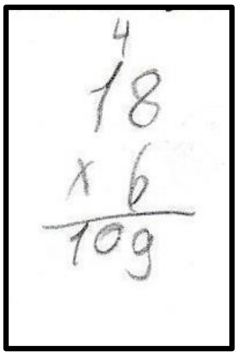
Figura 17: Resolução 5.1C

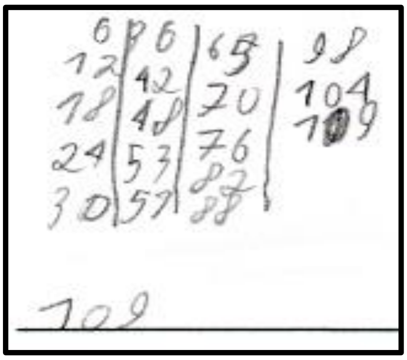
Figura 18: Resolução 5.1D

Na resolução 5.1A o aluno utiliza o algoritmo da divisão, contudo este não consegue chegar a resposta correta, uma vez que o dividendo é resultado da operação anterior (5A). Esse é um erro muito comum em questões conjugadas, quando a resolução de uma questão depende da resposta de outra. É interessante ressaltar que a solução 5A também foi solucionada por este aluno e nela não optou por solucioná-la com algoritmo da multiplicação, ainda que o dominasse, mas com esquemas. Percebo e questiono o aluno sobre as técnicas escolhidas, este que diz que levou muito tempo para solucionar a primeira questão e então decidiu resolver a segunda com o algoritmo.

A fala do aluno demonstra que este já percebeu que os algoritmos são uma opção econômica para a resolução dos problemas.

> Com os algoritmos (regras) as contas são feitas mais rapidamente, o que é importante e necessário, no entanto a construção do resultado, por meio da compreensão do processo, obriga o aluno a pensar mais. Dependendo da situação o algoritmo poderá ser tanto uma ferramenta, para resolver um problema, quanto um objeto de estudo (BITTAR, FREITAS E PAIS, 2013,

> p.42).

Na resolução 5.1B o aluno começa anotando o número 12. Ele considera que a cada 12 crianças formará 2 times, e anota acima do 12, repetindo o procedimento dezoito vezes. Em seguida adiciona cada dois times e anota 4, depois adiciona dois 4 e forma 8, até chegar no valor final de 36 equipes. A estratégia adotada pelo aluno nessa resolução mostra que este utiliza os seus conhecimentos anteriores, o que favorece a construção do algoritmo ao longo do processo. “Deixar os alunos livres para escolherem o melhor caminho a seguir, propondo situações em que eles sejam compelidos a procurar novos caminhos, contribuirá para a aquisição de sentido do princípio fundamental da divisão” (BITTAR, FREITAS E PAIS, 2013, p.45).

Nas resoluções 5.1C e 5.2D os alunos cometeram um equívoco, consideraram a quantidade total de crianças caso os 12 times fossem formados por 6 crianças desconsiderando os dados do problema anterior. Por isso em suas resoluções, partiram da quantidade de times (12) e o multiplicaram ou adicionaram por 6 (número de jogadores). Estas resoluções me deram a oportunidade de abordar diretamente os erros cometidos, assim como cita Cury:

> O erro se constitui como um conhecimento, é um saber que o aluno possui de alguma forma, e é necessário elaborar intervenções didáticas que desestabilizem as certezas, levando os estudantes a um questionamento sobre as suas respostas (CURY 2007, p.82).

Partindo das ideias de Cury, reúno os dois alunos para uma mediação. Primeiramente pedi que lessem ambos os problemas, 5 e 5.1. Em seguida, realizei algumas perguntas sobre os dados do problema 5, e pedi que relessem a questão do problema 5.1 solicitando a explicação destes. Ambos respondem que fizeram como no problema anterior. Pergunto, então, se a mesma estratégia é válida para ambos os problemas. Paulo, responsável pela resolução 5.1D, consegue diferenciar as questões e explica que o primeiro problema “quer saber” a quantidade de crianças e o segundo o número de times.

Apontando para a resolução 5.1.C pergunto a Carlos o que seriam os números 18 e 6. Este prontamente responde que 18 é o número de equipes e 6 é o número de jogadores.

> Professora: Então são 18 equipes com 6 jogadores? E o resultado dá…
> Carlos: 109!
> Professora: 109 Equipes?
> Carlos: Não, 109 jogadores.
> Professora: Mas nós queremos saber o número de jogadores ou de Equipes?
> (Diálogo entre professora e alunos.)

Os alunos parecem decepcionados, entendem que erraram a questão, e fazem movimento para apagar suas respostas. Interrompo e pergunto:

> Professora: Como podemos resolver esse problema? São 216 crianças, mas agora são times de 6. Antes eram times de 12. Serão mais times ou menos times?
> Paulo: Mais times.
> Professora: Como você sabe?
> Paulo: Porque um time virou 2.
> Professora: Que interessante! Como você pode descobrir quantas equipes de 6 dá para fazer com 216 crianças.
> Carlos: É só fazer 18+18=36.
> Professora: E você Paulo, partindo da sua estratégia, teria como resolver esse problema? Me mostre o que você fez.
> Paulo: Eu contei de 6 em 6 até 109, repeti o número 6 dezoito vezes. Então tenho que contar até chegar no 216 e ver quantas vezes ele se repete.
> (Diálogo entre professora e alunos.)

Chamo atenção para a contagem anotada, ele então percebe que se perdeu. Paulo decide conferir e desta vez anota no caderno de seis em seis, até chegar em 108. Percebendo que seria uma tarefa demorada e cansativa, Paulo pergunta se poderia fazer como Carlos, 16 mais 16. E completa:

> Paulo: Eu contei até 108, repeti 18 vezes o número 6. 108+108=216 então é a mesma coisa que 18 +18.
> (Fala do aluno.)

A cena descrita nos faz lembrar que muitos professores concentram-se em fazer com que os alunos acertem, esquecendo que o importante é fazer com aprendam. Um erro pode ser problematizado para que os alunos o analisem e tentem criar soluções que promovam o aprendizado, para isso o trabalho de mediação do professor é indispensável. Este deve encorajá-los a “expor suas ideias, a organizar o pensamento, a tecer hipóteses e a descobrir que algumas questões matemáticas podem ser resolvidas de maneiras diferentes” (CURY, 2015, p.81).

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

"Não nasci para ser um professor assim (como sou).
Vim me tornando desta forma no corpo das tramas, na reflexão sobre a ação, na observação atenta a outras práticas, na leitura persistente e crítica.
Ninguém nasce feito.
Vamos nos fazendo aos poucos, na prática social de que tomamos parte."
(Paulo Freire)

Ainda que nossa sociedade seja dotada de algoritmos eficazes e rápidos para todo os números, calculadoras e softwares que calculam em menos tempo que as pessoas, nas séries iniciais as estratégias pessoais se fazem necessárias para compreensão e significação dos saberes Matemáticos.

Na escola aprende-se a usar o algoritmo, eles são facilmente organizados no currículo escolar desde as séries iniciais e muitas vezes já na educação infantil. E apesar de haver orientações curriculares indicando que o trabalho com problemas e operações não se limite a repetir procedimentos e regras para os cálculos, esta é a realidade por qual passam muitos alunos atualmente.

A aprendizagem Matemática, em especial os algoritmos, abrangem muitos significados, mais do que saber o algoritmo é necessário que os alunos os compreendam. O ensino dos algoritmos, muitas vezes, acaba eliminando a busca da compreensão e transforma a Matemática em algo automatizado onde se busca identificar qual das operações ensinadas condiz com o problema formulado. Nesta concepção de ensino, “os algoritmos se convertem em respostas adquiridas para perguntas futuras a respeito das quais não se sabe muito” (SAIZ, 1996, p.168).

As crenças descritas se mostraram vivas nos meus alunos de 5º ano, na maneira como se comportavam diante de um problema: escolhiam aleatoriamente operações para responder, apresentavam dificuldade em compreender o texto dos problemas, em significar os conhecimentos, em relacionar com situações já vividas e o medo de expor o quê e como pensavam.

Diante da realidade encontrada, adotei como recurso nas aulas de Matemática a resolução de problemas para desenvolvimento de estratégias pessoais de cálculos. Inicialmente a ideia me pareceu um retrocesso, considerando que os alunos já estavam finalizando o primeiro segmento do Ensino Fundamental e que, geralmente, essas estratégias são utilizadas nos anos iniciais. Contudo, no decorrer das primeiras aulas, percebi que os conhecimentos matemáticos que já possuíam precisavam ser ressignificados para garantir um melhor aprendizado dos novos conceitos.

Acreditando nos estudos da área de alfabetização matemática e que minha mediação poderia levá-los a avançar naturalmente, iniciei um movimento de reflexão, análise e pesquisa, me constituindo professora-pesquisadora. Mais tarde esse trabalho veio a se tornar objeto de pesquisa de minha monografia. Durante esse tempo muitas inquietações, propostas e ideias passaram por mim e deram sentido a este estudo que pretende, acima de tudo, trazer reflexões e contribuições para o trabalho com a resolução de problemas e para o ensino das operações matemáticas.

Nesse período tive como objetivo, para além de provocar e ensinar os alunos, responder as seguintes questões:

- Quais estratégias e procedimentos os alunos utilizam para resolver problemas?
- Em que se baseiam essas estratégias e o que elas nos ensinam?
- De que forma essas estratégias podem ser facilitadoras para o ensino e aprendizado dos conteúdos matemáticos?
- De que forma a mediação docente pode contribuir para as crianças avançarem nos conteúdos matemáticos?

Visando responder estas questões foi adotada a pesquisa sobre a própria prática e coletadas resoluções de problemas desenvolvidas pelos alunos e diálogos registrados pela professora em seu diário pessoal.

Ao resolver os problemas, inicialmente os alunos recorriam ao uso dos algoritmos, mesmo quando esses não tinham significado. Utilizavam-nos de forma aleatória, consideravam que resolver um problema consistia em encontrar o algoritmo certo para resolvê-lo desconsiderando as especificidades de cada operação e os objetivos das questões. As intervenções passaram a ser elementos fundamentais para que desenvolvessem outras estratégias, principalmente desenhos e esquemas. Notei que dificilmente optavam pelo registro escrito, uma vez que o trabalho com texto nas aulas de matemática ficava restrito aos textos informativos coletivos que produzimos. Percebo que esta atitude reforçou nos alunos a ideia de que textos não são usados nas aulas de Matemática. Quando na verdade constituem mais um recurso para resolução dos problemas.

Concluo, que ao resolver os problemas os alunos mostraram que suas estratégias de resolução baseiam-se em diferentes aspectos: em suas vivências de dentro e fora da escola, nas estratégias de seus amigos e nas que seus professores costumam/ costumavam usar e incentivar em sala de aula. Nesta perspectiva é visível a importância de se trabalhar partindo dos conhecimentos prévios das crianças, pois já bem cedo elas possuem repertório de estratégias que podem evoluir para procedimentos mais elaborados. Geralmente, essas estratégias são representadas inicialmente por meio de desenhos, as ilustrações servem não só para representar as respostas, mas como instrumento facilitador para compreensão dos enunciados.

Nesta pesquisa os erros mostraram grande importância, o erro não deve ser tratado como fracasso, mas como fonte de informação:

> Os erros podem informar tanto a respeito das dificuldades que um aluno apresenta para adotar procedimentos de tipo técnico ou estratégico, como do tipo de teorias ou crenças com as quais ele tem que lidar em um determinado momento (ECHEVERRÍA E POZO 1998, p.65).

Diante de uma resposta errada ou uma estratégia sem sentido, não basta apenas corrigir e mostrar a resposta certa, deve-se levar a criança a reflexão sobre o que foi produzido. Alguns alunos mostraram que, as vezes, lhes falta suporte para externar seus pensamentos e a mediação do professor pode contribuir para esse avanço. Através dos diálogos reproduzidos, percebemos que a fala do aluno é de suma importância, pois ao falar revela as dificuldades e estratégias.

A medida que as crianças criam suas estratégias e se sentem seguras em utilizá-las, passaram a reduzir os dados adotando cálculos mentais, números e esquemas, caminhando para estratégias cada vez mais econômicas até adotarem os algoritmos. Ao utilizarem a construção e desconstrução dos números, fragmentando-os, reagrupando-os e reorganizando-os, exercitaram os conhecimentos a respeito do sistema de numeração decimal. Essas estratégias deram significado às suas respostas e constituem maneiras criativas e inteligentes de se trabalhar, fazendo com que compreendam o sentido das operações e seus princípios, facilitando a apreensão desses.

Destaco nesta pesquisa a importância da mediação docente. Minha mediação enquanto professora, foi determinante para que as crianças avançassem em suas estratégias de resolução de problemas e alcançassem a compreensão do algoritmo.

A relação professor-aluno se tornou ponto chave deste processo. Percebi que a medida que me aproximava das crianças elas se sentiam mais seguras para avançar. Por isso priorizei desenvolver um ambiente acolhedor e de respeito mútuo, não só nas aulas de Matemática, mas em todo o ambiente escolar. O fato de se sentirem seguras derrubou antigas crenças, deixando as crianças a vontade para compartilhar suas ideias, tirar dúvidas e errar diante da turma. Considero este o ponto ápice da nossa pesquisa, quando percebi que um afago, uma palavra doce ou um sorriso, podem ser determinantes para o aprendizado de uma criança.

Refletindo sobre o trabalho desenvolvido, posso afirmar que alunos e professora-pesquisadora construíram uma compreensão melhor dos conteúdos e recursos utilizados. O trabalho me proporcionou uma reflexão e um amadurecimento pedagógico sobre as possibilidades de uso da resolução de problemas nas aulas de Matemática, ficando evidente que estratégias pessoais de cálculo contribuem para o avanço do pensamento matemático e facilitam a compreensão e aquisição dos saberes matemáticos, pois a motivação dos alunos é fator essencial para a construção do conhecimento.

Não acredito que as atividades descritas no presente trabalho sejam um modelo a ser seguido, assim como cita Kamii (2005, p.80) “nosso modo de ensinar não pode ser reduzido a receitas ou guia que especifica o que fazer dia após dia”. Também tenho dúvidas se as desenvolvi bem ou mal, buscando dar-lhes um juízo de valor. Foi o que pude planejar e realizar naqueles momentos específicos, talvez hoje eu as fizesse de maneira diferente, talvez hoje eu as fizesse da mesma forma. Por isso Paulo Freire (1996, p. 39) fala que “é pensando criticamente a prática de ontem e de hoje que se pode melhorar a próxima prática".

Como toda professora-pesquisadora minhas inquietações a respeito do trabalho docente nas aulas de Matemática continuam a crescer, espero em uma próxima pesquisa, desta vez mais ampla, investigar as crenças sobre o ensino e aprendizado da matemática que carregam os professores do Ensino Fundamental, responsáveis por desenvolver os primeiros conceitos matemáticos formais nas crianças.

Encerro essa monografia com a expectativa que este trabalho contribua para mais reflexões e estudos sobre o ensino das operações para os anos iniciais do Ensino Fundamental e que inspire professores a desenvolver um olhar reflexivo sobre sua prática e a acreditar na capacidade de seus alunos.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BITTAR, Milena; FREITAS, José Luiz Magalhães; PAIS, Luiz Carlos. **Técnicas e tecnologias no trabalho com as operações aritméticas nos anos iniciais do ensino fundamental.** In SMOLE, K.S. e MUNIZ, C.A (Org). Matemática em sala de aula: reflexões e propostas para os anos iniciais do ensino fundamental. – Porto alegre: Penso, 2013- p. 15- 48

BRASIL, Ministério da Educação / Secretaria de Educação Fundamental (SEF). **Parâmetros Curriculares Nacionais (Matemática).** Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf, Acesso em 25 de fevereiro de 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular** – Documento preliminar. MEC. Brasília, DF, 2015. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/BNCC-APRESENTACAO.pdf, Acesso em 25 de fevereiro de 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Proposta Preliminar**, Segunda Versão Revista, abril 2016. Disponível em http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc-2versao.revista.pdf, Acesso em 25 de fevereiro de 2017.

BROUSSEAU, Guy. **Introdução aos estudos das situações didáticas: Conteúdo e método de ensino.** São Paulo: Ática, 2008.

BROUSSEAU, Guy. **Os diferentes papéis do professor.** In SAIZ, Irma; PARRA, Cecília. Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: ArtMed, 1996, p. 54-78

CHARNAY, Roland. **Aprendendo (com) a resolução de problemas**. In SAIZ, Irma; PARRA, Cecília. Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre:

ArtMed, 1996, p. 42-53

CANDIDO, Patrícia Teresinha. **Comunicação em Matemática**. In SMOLE, K. S. (org.). Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática. Porto Alegre: ArtMed, 2001, p. 15-28

CAVALCANTI, Cláudia Tenório. **Diferentes formas de resolver problemas.** In SMOLE, K. S. (org.). Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática. Porto Alegre: ArtMed, 2001, p. 121-150

COELHO, Flávia Renata Lopes. **O que revelam as crianças diante da resolução dos itens de retirar, completar e comparar excluídos no pré-teste da Provinha Brasil de Matemática.** Orientador: Mônica Cerbella Freire Mandarino. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013.

CURY, Helena. Noronha. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos.** Belo Horizonte: Autêntica. (2007).

DINIZ, Maria Ignes. **Resolução de problemas e comunicação.** In SMOLE, K. S. (org.). Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática. Porto Alegre: ArtMed, 2001, p. 87-98

ECHEVERRÍA, Maria del Puy Pérez; POZO, Juan Ignacio. **Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender.** In: POZO, J. I. (Org.). A solução de problemas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998, p13-42.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa.** Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1996.

KAMII, Constance; JOSEPH, Linda Leslie. **Crianças Pequenas Continuam Reinventando a Aritmética: implicações da teoria de Piaget (séries iniciais).** Trad. Vinicius Figueira. 2ª edição. Porto Alegre: Artmed, 2005.

KAMII, Constance. **A criança e o número: implicações educacionais da teoria de**

Piaget por atuação para escolares de 4 a 6 anos*.* Trad. Regina A. de Assis. 39ª ed. Campinas,SP: Papirus, 2012.

KAMII, Constance; RABIOGLIO, Marta; MACHADO, Nilson José. **Os algoritmos devem ser ensinados?** Revista Pátio. Ano XI. N° 41 feb/abr. p. 48-51, 2007.

LERNER, Délia; SADOVSKY, Patrícia. **O sistema de numeração: um problema didático.** In: PARRA, C; SAIZ, I. Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 1996.

NACARATO, Adair Mendes. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender.** Belo horizonte: Autêntica Editora, 2011.

PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (org.). **Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas.** Porto Alegre: Artmed, 1996.

POLYA, George. ***A arte de resolver problemas*****.** Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

PONTE, João Pedro da. **Investigar a nossa própria prática: uma estratégia de formação e de construção do conhecimento profissional**. PNA, 2008, p.153-180.

ROLDÃO, Maria do Céu. **Função docente: natureza e construção do conhecimento profissional.** Revista Brasileira de Educação. V.12. nº34. Jan./abr. 2007.

SANTOS, Andreia Almeida dos. **Estratégias de cálculo utilizadas por alunos dos primeiros anos de escolaridade para resolver problemas e suas relações com as práticas de ensino.** Orientador: Mônica Cerbella Freire Mandarino. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013.

SAIZ, Irma. **Dividir com dificuldades ou a dificuldade de dividir.** In SAIZ, Irma; PARRA, Cecília. Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: ArtMed, 1996, p. 156-185.

SAVIANI, Dermenval. ***Escola e democracia.*** 24. ed. São Paulo: Cortez, 2007.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. (org.). ***Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática.*** Porto Alegre: Artmed, 2001.

SMOLE, Kátia Stocco. In: SMOLE, K.S.; MUNIZ, C.A**. A Matemática na sala de aula: reflexões e propostas para os anos iniciais do ensino fundamental.** Porto Alegre: Penso, 2013.