

## DIMENSIONAMENTO À FALHA DISTORCIONAL VIA MÉTODO DA RESISTÊNCIA DIRETA DE VIGAS DE AÇO EM PERFIL FORMADO A FRIO SOB FLEXÃO NÃO-UNIFORME

Isis Cler Depolli

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Alexandre Landesmann

Rio de Janeiro Março de 2018

## DIMENSIONAMENTO À FALHA DISTORCIONAL VIA MÉTODO DA RESISTÊNCIA DIRETA DE VIGAS DE AÇO EM PERFIL FORMADO A FRIO SOB FLEXÃO NÃO-UNIFORME

Isis Cler Depolli

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Examinada por:

Prof. Alexandre Landesmann, D.Sc.

Prof. Eduardo de Miranda Batista, D.Sc.

Elizane H

Prof. Eliane Maria Lopes Carvalho, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL MARÇO DE 2018 Depolli, Isis Cler

Dimensionamento à falha distorcional via método da resistência direta de vigas de aço em perfil formado a frio sob flexão não-uniforme / Isis Cler Depolli. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2018.

IX, 81 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Alexandre Landesmann

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Civil, 2018.

Referências Bibliográficas: p. 62-65.

 Flambagem Distorcional. 2. Vigas de Perfis Formados a Frio. 3. Análise Numérica. I. Landesmann, Alexandre. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil. III. Título.

Aos meus pais e ao meu irmão (Igor)

## Agradecimentos

A Deus por tudo. Aos meus pais, por me ensinarem o valor e a importância do estudo e da instrução. Ao meu irmão pelo apoio, parceria e amizade de sempre. Este trabalho é tanto de vocês quanto é meu.

Ao André, meu namorado, por toda paciência, compreensão, carinho e companheirismo, por me ajudar muitas vezes a encontrar soluções quando elas pareciam não existir. À toda minha família e amigos, que sempre me proporcionaram momentos de alegria e descanso.

Ao meu orientador, Prof. Alexandre Landesmann, pela paciência, dedicação, pelo artigo realizado e por todos os conhecimentos transmitidos. Agradeço ainda, todas as críticas construtivas, as discussões e as reflexões.

À Sandra pela hospitalidade impar que teve conosco ao longo desses dois anos. Aos amigos que fiz ao longo do mestrado, que tornaram essa jornada mais leve e divertida, sempre serão a melhor parte do RJ.

Aos professores do PEC/UFRJ e da UFES por todos os ensinamentos.

À CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pela concessão da bolsa durante todo o período de realização deste mestrado.

À COPPE, agradeço o apoio, a estrutura e os incentivos prestados.

Por fim, agradeço a todo o povo brasileiro.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

## DIMENSIONAMENTO À FALHA DISTORCIONAL VIA MÉTODO DA RESISTÊNCIA DIRETA DE VIGAS DE AÇO EM PERFIL FORMADO A FRIO SOB FLEXÃO NÃO-UNIFORME

Isis Cler Depolli

Março/2018

Orientador: Alexandre Landesmann

Programa: Engenharia Civil

Uma extensa investigação numérica foi reportada com evidências sólidas de que a atual curva distorcional codificada do Método da Resistência Direta (MRD) superestima a resistência última das barras simplesmente apoiadas de Perfis Formados a Frio (PFF), quando submetidas à flexão uniforme. Este estudo fez uso dos valores de momento último distorcional obtidos para propor uma nova curva de resistência distorcional baseada no MRD, visivelmente diferente da codificada quando o índice de esbeltez é moderado e alto. Esta pesquisa, que pode ser entendida como uma continuação de estudos anteriores, investiga o comportamento de pós-flambagem distorcional e a curva normativa do MRD para vigas simplesmente apoiadas que exibem modos de flambagem distorcionais quando submetidas a flexão não-uniforme, devido a momentos desiguais nas seções de extremidades — cinco diagramas de momento são considerados (incluindo o de flexão uniforme para comparação). Assim como nos estudos anteriores, considerou-se duas condições de apoio — empenamento e rotações locais nas seções de extremidade totalmente livres ou impedidos. Com um entendimento sobre a influência do diagrama de momento no comportamento de flambagem e de pós-flambagem distorcional, fez-se um estudo paramétrico extenso (via Método dos Elementos Finitos - MEF) com diversas geometrias e tensões de escoamento. Os momentos de falha obtidos e os coletados da literatura foram empregados para avaliar a eficiência das curvas distorcionais do MRD disponíveis e para propor ajustes/modificações nas mesmas, visando torna-las capazes de fornecer previsões precisas que levem em consideração os diagramas de momento.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

### DISTORTIONAL FAILURE AND DSM DESIGN OF COLD-FORMED STEEL LIPPED CHANNEL BEAMS UNDER NON-UNIFORM BENDING

Isis Cler Depolli

March/2018

Advisor: Alexandre Landesmann

Department: Civil Engineering

An in-depth numerical investigation by provided solid evidence that the current Direct Strength Method (DSM) beam distortional strength curve overestimates the ultimate strength of cold-formed steel simply supported beams, thus leading to unsafe designs — the beams analyzed were uniformly bent. Moreover, used the distortional failure moment data obtained to propose new DSM beam distortional design curves, differing visibly from the current one for moderate-to-high slenderness. This dissertation, which may be viewed as a continuation of the aforementioned investigation, concerns the distortional post-buckling behavior and DSM design of simply supported cold-formed steel beams buckling and failing in distortional modes under non-uniform bending due to unequal end moments – five bending moment diagrams (including uniform bending, for comparison purposes) are considered. As in previous studies, two beam simply supported end conditions are considered, differing in the end cross-section warping and local displacements/rotations, which may be either completely free or fully prevented. After acquiring in-depth insight on how the bending moment diagram influences the beam distortional buckling and post-buckling behaviors, an extensive numerical (shell finite element) parametric study is carried out with various cross-section dimension ratios and yield stresses. These failure moments, together with additional values collected from the literature, are then employed to assess the merits of the available DSM beam distortional strength curves in predicting them, and also to propose slight adjustments/modifications aimed at achieving DSM design curves able to provide accurate failure moment predictions that take into account the variation of the bending moment diagram.

# SUMÁRIO

1	Intro	dução	1
	1.1 N	Aotivação	4
	1.2 0	Objetivo	5
	1.3 N	Metodologia	5
	1.4 E	Estrutura da dissertação	5
2	Revis	ão Bibliográfica	7
	2.1 0	Conceito de instabilidade e métodos numéricos para análise de flambagem.	7
	2.1.1	Teoria da Viga Generalizada (GBT)	8
	2.1.2	Método da Faixas Finitas (MFF)	8
	2.1.3	Método dos Elementos Finitos (MEF)	9
	2.2 N	Métodos analíticos para previsão de resistência	10
	2.2.1	Método da Largura Efetiva (MLE)	10
	2.2.2	Método da Seção Efetiva (MSE)	10
	2.2.3	Método da Resistência Direta (MRD)	. 11
	2.3 E	Estado da arte sobre vigas com falha distorcional	. 12
	2.3.1	YU e SCHAFER (2005) [3]	. 12
	2.3.2	LANDESMANN e CAMOTIM (2015) [4]	. 15
	2.3.3	BARICHELLO et al. (2017) [5, 38]	. 17
	2.3.4	MARTINS et al. (2017) [1, 2]	. 19
3	Análi	se de flambagem	. 23
	3.1 S	Seleção e determinação das geometrias	. 23
4	Pós-fl	ambagem distorcional	. 31
	4.1 N	Modelo numérico de elementos finitos	31
	4.1.1	Estudo de validação	. 33
	4.1.2	Teste de convergência da malha	. 36
	4.2 0	Comportamento de pós-flambagem elástica	. 39
	4.3 (	Comportamento elasto-plástico de pós-flambagem e resistência última	41
5	Dime	nsionamento via MRD	. 47
	5.1 A	Ajustes na curva proposta por MARTINS et al. [1]	. 54
6	Conc	lusões	, 59
	6.1 S	Sugestões de trabalhos futuros	60
7	Refer	ências Bibliográficas	62
			viii

# SÍMBOLOS E SIGLAS

### Letras romanas maiúsculas

Α	Área bruta da seção transversal
Ε	Módulo de elasticidade do aço
$I_{x;} I_y$	Momentos de inércia da seção bruta em relação aos eixos principais $x$ e $y$ , respectivamente
L <sub>dist</sub>	Comprimento da barra associado à flambagem distorcional
$M_1; M_2$	Momento variável e constante ao longo da viga
$M_{crD}$	Momento fletor crítico de flambagem distorcional elástica
$M_{nD}$	Momento fletor resistente de cálculo
$M_p$	Momento plástico da barra
$M_y$	Momento de escoamento da barra
S	Módulo de resistência elástico da seção bruta
Ζ	Módulo de resistência plástico
Cyd	Fator de deformação devido à compressão

### Letras romanas minúscula

$b_f$	Comprimento da mesa da viga
$b_l$	Comprimento dos enrijecedores da viga
$b_w$	Comprimento da alma da viga
$f_y$	Tensão de escoamento do aço
$n_D$	Número de semi-ondas formadas no comprimento crítico de flambagem distorcional
t	Espessura

### Letras gregas

$\delta$	Deslocamento transversal máximo
$\lambda_D$	Índice de esbeltez distorcional reduzido
v	Coeficiente de Poisson do aço
Ψ	Relação entre os momentos no segmento da viga

### Siglas

GBT	Teoria da Viga Generalizada / Generalized Beam Theory
MAE	Método da Área Efetiva
MEF	Método dos Elementos Finitos
MFF	Método das Faixas Finitas
MLE	Método da Largura Efetiva
MRD	Método da Resistencia Direta
MSE	Método da Seção Efetiva
PFF	Perfil Formado a Frio
SFEA	Análise de Elementos Finitos de Casca / Shell Finite Element Analyses

# 1 Introdução

A contínua evolução da indústria da construção civil nas últimas décadas impulsionou o desenvolvimento de diversas inovações tecnológicas, que buscam materiais de baixos custos, com alto controle de qualidade e versáteis. Tais qualidades remetem aos Perfis Formados a Frio (PFF), os quais, de acordo com [1 - 6], estão difundidos em diferentes áreas da indústria da construção e são eficientemente utilizados em galpões de pequeno e médio porte, coberturas, mezaninos, casas populares e edifícios de pequeno porte. Tem sido crescente seu uso em *light steel framing* que são painéis estruturados por perfis formados a frio. Sua maleabilidade, devido ao emprego de chapas finas de aço permite uma grande variedade de seções transversais, desde a mais simples cantoneira até os PFF duplos (seção unicelular), na Figura 1.1 apresentam-se algumas seções usualmente empregadas na prática da engenharia estrutural.



Figura 1.1: Seções transversais de PFF usuais, seção (a) U, (b) Ue, (c) Z, (d) Ze e (e) Cartola.

De acordo com PFEIL e PFEIL [7] a dobragem das chapas, para confecção dos PFF, pode ser feita por meio das perfiladeiras (adequadas para a fabricação em série) que consiste no deslocamento longitudinal de uma chapa de aço sobre os roletes de uma linha de perfilação (ver Figura 1.2(a)) ou via prensas dobradeiras, essas possuem gabaritos que limitam os raios internos de dobragem a certos valores mínimos, especificados a fim de impedir a fissuração do aço na dobra (ver Figura 1.2(b)). O uso de chapas finas (em geral com menos de *3mm* de espessura) na fabricação desses perfis conduz ao problema de instabilidade estrutural denominada flambagem.



Figura 1.2: Máquinas utilizadas na confecção das dobras em chapas de aço para PFF, (a) perfiladeira<sup>1</sup> e (b) prensa dobradeira<sup>2</sup>.

A flambagem, que consiste de uma instabilidade, é representada por formas de deformações que caracterizam os modos de flambagem, estes podem ser "puros" (local –L, global – G e distorcional – D), são aplicados tão somente em barras ideais e inexistem na natureza, ou "combinados/integrados" (L–G, L–D, D–G e/ou L–D–G) — a geometria e o carregamento irão governar as características do fenômeno.

O modo de flambagem local caracteriza-se pela flexão dos elementos constituintes da seção transversal sem que ocorra deslocamento das arestas comuns desses elementos, ou seja, os nós principais que formam a barra permanecem, após a manifestação do modo de flambagem, na posição inicial. No modo distorcional ocorre a flexão de um ou mais elementos juntamente com deslocamento das arestas comuns desses elementos, ocorre nos nós principais que compõem a seção translação/rotação juntamente com os elementos. Segundo SILVESTRE e CAMOTIM [8], o modo de flambagem distorcional foi reportado primeiramente por VAN DER MAAS [9] como um modo de flambagem "local" distinto caracterizado pela ocorrência simultânea de deformações de flexão dos elementos e movimentações laterais das mesas e enrijecedores. No modo global ocorre a translação de toda a seção ao longo do eixo longitudinal da viga (ver Figura 1.3). Sabe-se que barras que possuem "comprimentos intermediários" tendem a apresentar o modo de flambagem distorcional como crítico [1].

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Acessado em 14 de janeiro de 2018 (http://pt.rollsformingmachines.com/floor-deck-roll-forming-machine/39943648.html).

 $<sup>^2</sup>$  Acessado em 14 de janeiro de 2018 (http://rollformer4u.com/1-5-track-roll-forming-machine/222691/).



Figura 1.3: Modos de flambagem do progama GBTul: 1-4 globais, 5-6 distorcionais e 7-10 locais.

Normas específicas para projetos que fazem uso desse tipo de perfil metálico foram desenvolvidas, pode-se citar a norma americana (AISI [10]), cuja edição mais recente é de 2016 e a norma brasileira ABNT NBR 14762 [11] — Dimensionamento de Estruturas de Aço Constituídas de Perfis Formados a Frio, por exemplo. Ambas fazem uso do MRD para o dimensionamento de PFF.

A curva codificada do MRD (*e.g.*, SCHAFER [12], CAMOTIM *et al.* [13]), presente nas versões atuais das Especificações Norte Americanas (AISI [10]), Australiana/Nova Zelândia (AS/NZS [14]) e Brasileira (ABNT NBR 14762:2010 [11]), contém recomendações especificas (curvas de resistência) para o dimensionamento à flambagem distorcional de colunas e vigas de PFF. A aplicação desta requer apenas o conhecimento prévio ou da tensão de escoamento do aço juntamente com a tensão/momento crítico de flambagem ou do índice de esbeltez. Um número considerável de trabalhos foi realizado com o intuito de analisar o modo de falha distorcional dos PFF, dos quais podemos citar YU e SCHAFER [3, 15, 16], BEBIANO *et al.* [17], DINIS e CAMOTIM [18], WANG e YOUNG [19], LANDESMANN e CAMOTIM [4] e MARTINS *et al.* [1], com exceção de [3] — que considerou flexão uniforme — todos consideraram compressão axial em suas análises. Pode-se dizer que estes estudos contribuíram de forma considerável para o aprimoramento do MRD.

A curva normativa do MRD, referente à análise distorcional de barras sob flexão simples, foi calibrada quase que exclusivamente via ensaios, que fizeram uso de vigas carregadas com momentos uniformes, apoio totalmente restringido (empenamento e rotações), baixos/moderados valores de esbeltez ( $\lambda_D < 1,5$ ). Observando estas características percebe-se que tais investigações se destinavam a cobrir "situações práticas". YU e SCHAFER [3], por exemplo, foram os primeiros a realizar uma investigação numérica/experimental a respeito da influência do gradiente de momento na flambagem distorcional e na resistência última via MEF (mais detalhes serão apresentados na Seção 2.1.3), tinham como objetivo entender o comportamento na flambagem distorcional de vigas sujeitas a gradientes de momento e a utilização da curva codificada do MRD para estas situações (flexão não-uniforme) [10]. Além desses, podemos citar, MARTINS et al. [1], que recentemente, realizaram uma investigação numérica detalhada, 4000 vigas no total submetidas a flexão uniforme, a fim de avaliar o fenômeno de flambagem distorcional e a resistência última (obtida via curva do MRD retirada da AISI [10]). Estes concluíram que a atual curva do MRD presente na AISI [10] não prevê adequadamente os momentos críticos distorcionais para as vigas não consideradas nas análises de YU e SCHAFER [3] (i.e., que possuem maiores índices de esbeltez e contam com o empenamento e as rotações locais totalmente livres), baseados nesta afirmação MARTINS et al. [1] propuseram então uma nova formulação, também baseada no MRD, com o objetivo de aperfeiçoar as previsões, principalmente, para os casos de vigas com maiores valores de esbeltez e apoio simples (rotações e empenamento totalmente livres).

### 1.1 Motivação

Por meio do MRD tem-se curvas de resistência que possibilitam estimar a resistência de diversas barras à flambagem. Trata-se de um método simples e eficiente, que fornece estimativas para a resistência última precisas e seguras, baseadas no comportamento da seção transversal na flambagem e nas tensões de escoamento do aço utilizado.

Apesar do estudo numérico/experimental realizado por YU e SCHAFER [3] — que contemplava barras sujeitas a gradientes de momento, estas eram limitadas a baixos valores de índice de esbeltez, para estes as expressões normativas se mostram seguras e precisas — e da contribuição de outros estudos (dos quais pode-se citar LANDESMANN e CAMOTIM [4] e MARTINS *et al.* [1]), todos realizados com o intuito de aprimorar a curva codificada do MRD para a maioria dos casos práticos, pode-se argumentar que a mesma tem alcance limitado, uma vez que envolve exclusivamente vigas submetidas a flexão uniforme e não-uniforme com baixos valores de esbeltez. Visto isto, nota-se a necessidade de se analisar vigas sujeitas a flexão não uniforme sob o modo de flambagem distorcional, que até então não estão contempladas pela curva normativa do MRD.

### 1.2 Objetivo

Este trabalho tem como objetivo verificar se as curvas de dimensionamento à flambagem distorcional do MRD (codificada e proposta em [1]) satisfazem as condições de segurança na previsão da resistência de vigas submetidas a gradientes de momento (*i.e.*, aplicação de momentos desiguais nas extremidades do eixo principal da barra), para isto será utilizado o MEF para as análises numéricas computacionais. Além disso, objetiva-se ainda, avaliar o comportamento de flambagem e de pós-flambagem, a participação modal com a caracterização dos principais modos para estas barras e se preciso realizar ajustes/modificações que torne estas curvas seguras para os casos abordados.

### 1.3 Metodologia

A metodologia adotada para obtenção dos resultados constitui-se das seguintes etapas: (i) seleção das vigas, análise linear de estabilidade com previsão da participação modal por meio do programa *GBTul* [20], (ii) análise de pós-flambagem elástica não linear (consideração das imperfeições geométricas) utilizando modelos de elementos finitos de casca tipo *SHELL181*, presente no programa *ANSYS* [21], também usados (iii) nas análises da pós-flambagem elasto-plástica, com critério de falha de *von Mises* e na (iv) obtenção do momento último ( $M_u$ ) — necessário para verificação e comparação com (iv<sub>1</sub>) o momento normativo ( $M_{nD}$ ) obtido via curva distorcional do MRD, presente na AISI [10], para verificação da sua adequabilidade (precisão e segurança) e a (iv<sub>2</sub>) curva baseada no MRD proposta por MARTINS *et al.* [1] — que considera em sua formulação a condição de apoio "livre" e, por fim, tem-se a (vi) apresentação de alguns ajustes/modificações sugeridas para a curva do MRD proposta em [1] de modo a considerar o gradiente de momento.

### 1.4 Estrutura da dissertação

O trabalho inicia-se com uma revisão bibliográfica (Seção 2) dos conceitos e dos trabalhos numéricos e experimentais que tratam do tema flambagem e pós-flambagem, resistência última e dimensionamento via curvas do MRD. Na Seção 0, tem-se a análise de flambagem — abordagem do procedimento adotado para a seleção das vigas com modo "puramente" distorcional (*i.e.*, as vigas selecionadas devem exibir momento crítico distorcional mínimo significantemente menor que os momentos críticos globais e locais, participação modal distorcional preferencialmente maior que 80% e uma semi-onda) — e a

apresentação dos momentos críticos obtidos. A Seção 4, trata da análise de pós-flambagem, com uma breve descrição sobre o modelo numérico de elementos finitos utilizado na previsão das imperfeições geométricas iniciais no código *ANSYS* [21] (que também serviu como base para as análises subsequentes), seguida da validação do modelo (realizada por reprodução e comparação com modelos de YU e SCHAFER [3]) e da malha.

Ainda na Seção 4 tem-se os resultados numérico obtidos, a discussão sobre o comportamento de pós-flambagem distorcional e de resistência última — atenção particular é dada para os efeitos que (i) as condições de apoio (*SCA* e *SCB*) e (ii) os gradientes de momento ( $\psi$ ) têm nos resultados de pós-flambagem. Os resultados das análises numéricas elásticas, elasto-plástica e os valores de resistência última são apresentados nas Seções 4.2 e 4.3.

Na Seção 4 os resultados numéricos obtidos nesta dissertação juntamente com os reportados por YU e SCHAFER [3] e por MARTINS *et al.* [1] são usados para avaliar a adequabilidade, para os casos com gradiente de momento, da (i) curva normativa do MRD presente na AISI [10] e (ii) da curva proposta por MARTINS *et al.* [1]. Por fim, sugere-se ajustes na curva proposta em [1], que visam melhorar as estimativas para os casos de barras submetidas a flexão não-uniforme.

## 2 Revisão Bibliográfica

Este capítulo apresenta os conceitos de estabilidade e de equilíbrio para flambagem e pós-flambagem, nele também se encontram os principais trabalhos publicados no que se refere à flambagem distorcional, ao comportamento de pós-flambagem e à resistência última. Os métodos utilizados para o dimensionamento e para as análises numéricas também são abordados.

# 2.1 Conceito de instabilidade e métodos numéricos para análise de flambagem

A relação tensão-deslocamento constitui a chamada trajetória de equilíbrio da estrutura, apresentada na Figura 2.1 (a), (b) e (c). Tome-se uma viga ideal, sem imperfeições e submetida a uma tensão ( $\sigma$ ). Incrementa-se essa tensão gradativamente até atingir a chamada tensão crítica ( $\sigma_{cr}$ ), a viga pode então se manter na posição reta, de equilíbrio instável, ou, havendo uma perturbação mínima, procurar uma nova posição de equilíbrio estável (pós-flambagem elástica), como pode-se ver na Figura 2.1(a). De acordo com Manual de Construção em Aço [6], publicado pelo Centro Brasileiro da Construção em Aço (CBCA), estas são as duas soluções teóricas para as trajetórias de equilíbrio para o caso de barras ideais.



Figura 2.1: Trajetória de equilíbrio para barra (a) ideal, (b) com imperfeição e material elástico e (c) com imperfeição e material elasto-plástico (adaptado de [22]).

Segundo REIS e CAMOTIM [22], a trajetória de equilíbrio estável pode ser linear ou não linear e inicia-se na origem. Será não linear quando houver imperfeições geométricas iniciais no elemento estrutural, nestes casos o estado limite último poderá ser alcançado para valores de tensão menores que os respectivos valores críticos. Na Figura 2.1(b) tem-se um exemplo de uma trajetória de equilíbrio estável não linear (pós-flambagem elástica) de uma barra com imperfeição. Ao adicionar as propriedades físicas do aço obtém-se a trajetória de equilíbrio estável de pós-flambagem elasto-plástica e a tensão última/de colapso ( $\sigma_{ult}$ ) conforme a Figura 2.1(c).

### 2.1.1 Teoria da Viga Generalizada (GBT)

As estimativas dos modos de flambagem e da tensão crítica fez-se durante a análise de flambagem por meio do programa *GBTul*, baseado na Teoria da Viga Generalizada (GBT) e desenvolvido por BEBIANO *et al.* [20]. De acordo com PALA [23], SCHARDT [24] deu início ao desenvolvimento da GBT, sendo seguido por DAVIES [25] e colaboradores. Todos estes foram os responsáveis pelo aprimoramento do entendimento do modo de flambagem distorcional.

Segundo SILVESTRE e CAMOTIM [8] a GBT mostra-se como uma ferramenta eficiente e elegante para as análises de flambagem, seu diferencial reside na possibilidade de decomposição modal, característica está indispensável para o desenvolvimento do estudo de flambagem realizado nesta dissertação. Está além do escopo dessa pesquisa explicar o embasamento da GBT, que pode ser consultado em [8, 25]. Tem-se ainda, da análise de flambagem realizada via *GBTul* [20], a "curva de assinatura" — tensão *versus* comprimento. O primeiro ponto de mínimo da curva de assinatura corresponde a tensão crítica da flambagem local, a flambagem distorcional ocorrerá para "comprimentos intermediários", ou seja, corresponderá na curva de assinatura ao segundo mínimo. Os maiores comprimentos estão associados ao colapso devido à flambagem global [26].

#### 2.1.2 Método da Faixas Finitas (MFF)

A análise de flambagem elástica pode ser feita por meio do Método das Faixas Finitas (MFF). De acordo com YU e SCHAFER [3] o MFF foi originalmente introduzido por CHEUNG [27]. A filosofia do método é uma generalização do método de *Ritz*, que reduz a solução de uma equação diferencial parcial à solução de um sistema de soluções de equações diferenciais ordinárias, fazendo uso de funções continuas que satisfazem as condições de contorno em uma determinada direção. Pode também ser encarado como um subproduto do MEF, com a diferença básica residente na discretização do continuo que se faz por meio de faixas longitudinais (trechos laminares) ao invés de elementos finitos bidimensionais [28].

O uso do MFF nas análises de PFF deve-se em grande parte aos esforços de HANCOCK [26, 29, 30]. O método tem se mostrado muito eficiente para o caso de análises cujas vigas apresentam geometrias regulares e condições de apoio simples.

### 2.1.3 Método dos Elementos Finitos (MEF)

No MEF a geometria, submetida aos carregamentos e as restrições, é subdividida em pequenas partes, denominadas elementos, os quais passam a representar o domínio do problema. Essa divisão da geometria em pequenos elementos permite resolver um problema complexo, subdividindo-o em problemas mais simples, os elementos são conectados por nós e a este conjunto dá-se o nome de malha, como pode ser visto na Figura 2.2. Essas divisões podem apresentar-se de diferentes formas; triangular, quadrilateral, entre outras, em função do tipo e da dimensão do problema.



Figura 2.2: Ilustração da discretização do problema via elementos finitos<sup>3</sup>.

Nesta pesquisa a análise de estabilidade da flambagem e da pós-flambagem constituem os procedimentos envolvidos na utilização do programa *ANSYS* [21], sendo este indispensável para a modelagem das condições de apoio, do carregamento, do comportamento do material, da discretização do perfil e da implementação de imperfeiçoes geométricas. Em todas as análises via MEF foram utilizados o elemento de casca tipo *SHELL181*, que possui quatro nós e seis graus de liberdade por nó.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Acessado em 15 de fevereiro de 2018 (http://petmecanica.ufes.br/elementos-finitos).

### 2.2 Métodos analíticos para previsão de resistência

Para a estimativa do momento crítico de flambagem distorcional deve-se fazer uso de métodos numéricos, uma vez que os métodos analíticos existentes são de aplicações complexas e menos precisos. No entanto uma vez estimada a tensão crítica e o modo de flambagem pode-se recorrer às ferramentas analíticas que possibilitam o dimensionamento no que diz respeito à flambagem distorcional. Citam-se a seguir alguns métodos normativos para dimensionamento à flambagem.

#### 2.2.1 Método da Largura Efetiva (MLE)

De acordo com YU e SCHAFER [3], trata-se de um método empírico, desenvolvido por VON KARMAN [31] e aperfeiçoado por WINTER [32] que considera o efeito provocado pela tensão de compressão na barra por meio da redução das dimensões dos elementos que a constitui e que estejam carregados total ou parcialmente. O Método da Largura Efetiva (MLE), já consagrado pelo uso e no qual ainda se baseia a norma de dimensionamento de perfis de paredes finas submetidos à compressão (ABNT NBR 14762:2010 [11]), possui segundo SCHAFER [12] a desvantagem de requerer cálculos iterativos para as análises de flambagem elástica, além de ser dispendioso para os casos em que ocorrem flambagem distorcional em vigas com maiores índices de esbeltez e/ou submetidas à flexão.

### 2.2.2 Método da Seção Efetiva (MSE)

Segundo BATISTA [33, 34], o Método da Seção Efetiva (MSE) é uma extensão do Método da Área Efetiva (MAE), originalmente proposto para colunas de PFF. O MAE segue os mesmos princípios do MRD e sua extensão para a utilização em vigas permitiu a formulação do MSE. Ainda de acordo com [33] o MSE permite o cálculo direto, em que os esforços resistentes da barra devido à flambagem local são calculados considerando a iteração de todos os elementos que compõe a seção (diferente do MLE que considera cada elemento separadamente), as curvas fornecidas para previsão da resistência dos elementos — inclusive as referentes à iteração de flambagem local-global — foram calibradas por meio de ensaios experimentais e então propostas e, finalmente, incluídas na norma brasileira ABNT NBR 14762:2010 [11] por BATISTA [33, 34].

#### 2.2.3 Método da Resistência Direta (MRD)

O MRD surgiu a partir das abordagens realizadas por HANCOCK [26], SCHAFER [35], SCHAFER e PEKÖZ [36] e YU e SCHAFER [3], além desses outros contribuíram para o aprimoramento do método, como por exemplo MARTINS *et al.* [1]. De acordo com MARTINS *et al.* em 2004 o MRD começou a fazer parte da AISI.

Inicialmente formulado para colunas submetidas à compressão por SCHAFER [35] e SCHAFER e PEKÖZ [36], — que realizaram ensaios em 574 vigas do tipo,  $U_e$ ,  $Z_e$  e *Cartola* submetidas à compressão — tem se mostrado simples e preciso em que por meio de cálculos diretos dimensiona-se barras submetidas à compressão centrada e à flexão simples, pode-se ainda ser usado em como uma alternativa ao MLE [31] e ao MSE [11]. Baseado em curvas de dimensionamento do "tipo-*Winter*" o cálculo das tensões críticas via MRD, além de utilizar as dimensões da seção bruta, permite uma iteração entre os elementos que a constituem, mantendo suas condições de equilíbrio e de compatibilidade.

Os resultados obtidos na investigação numérica e experimental de YU e SCHAFER [3] foram utilizados para calibração da curva codificada distorcional do MRD. A obtenção dos valores críticos (valores mínimos) para os momentos de flambagem distorcional, necessários para dimensionamento via curva normativa do MRD, fez-se por meio de análise elástica.  $M_{nD}$ , de acordo com AISI [10], é dado pela expressão:

$$M_{nD} = \begin{cases} M_{y} + (1 - C_{yd}^{-2}) \left( M_{p} - M_{y} \right) & \lambda_{D} \le 0,673 \\ \left( 1 - 0,22\lambda_{D}^{-1} \right) \lambda_{D}^{-1} M_{y} & \lambda_{D} > 0,673 \end{cases}$$
(2.1)

Onde  $M_{nD}$  trata-se do momento nominal da viga,  $M_y \in M_p$  são os momentos de escoamento e plástico, respectivamente,  $\lambda_D = (M_y/M_{crD})^{0.5}$  é a esbeltez distorcional e  $C_{yd} = (0.673/\lambda_D)^{0.5} \le 3$ .

A curva apresentada está presente na norma americana, AISI [10], e australiana, AS/NZS [14]. Utilizada para vigas submetidas a flexão simples, simétricas em relação ao eixo de flexão e com escoamento iniciando nas fibras mais comprimidas.

Faz uso, também, do MRD a ABNT NBR 14762:2010 [11]. Neste caso, o valor característico do momento resistente  $M_{Rk}$ , no caso de barras submetidas à flexão simples, deve ser tomado como o menor valor calculado para flambagem global, local e distorcional,  $M_{Re}$ ,  $M_{Rl}$  e  $M_{nD}$ , respectivamente, de acordo com a norma brasileira a curva distorcional do MRD (sem reserva plástica) é dada por:

$$M_{nD} = \begin{cases} M_{y} & \lambda_{D} \le 0,673 \\ (1 - 0,22 \lambda_{D}^{-1}) \lambda_{D}^{-1} M_{y} & \lambda_{D} > 0,673 \end{cases}$$
(2.2)

Onde  $M_{nD}$  refere-se à resistência nominal das vigas,  $M_y$  é o seu momento de escoamento e  $\lambda_D = (M_y/M_{cr})^{0.5}$  é o índice de esbeltez distorcional da barra.

### 2.3 Estado da arte sobre vigas com falha distorcional

Há uma série de estudos na literatura destinados a avaliar a adequabilidade da curva codificada do MRD. Como dito anteriormente, alguns autores reportaram evidências sólidas de que as previsões obtidas por meio desta é insegura para as barras com maiores índices de esbeltez, uma vez que esta sobrestima os valores. Dentre os diversos trabalhos que tratam do tema de flambagem distorcional citam-se como sendo os mais relevantes para o desenvolvimento desta pesquisa MARTINS *et al.* [1], YU e SCHAFER [3], LANDESMANN e CAMOTIM [4] e BARICHELLO *et al.* [5]. A seguir tem-se uma revisão bibliográfica destas pesquisas.

### 2.3.1 YU e SCHAFER (2005) [3]

YU e SCHAFER [3] realizaram uma investigação numérica e experimental em PFF para vigas do tipo  $U_e$  e Z submetidas à flexão uniforme e não-uniforme, para avaliar o colapso distorcional. Os resultados experimentais serviram de base para modelagem numérica via MFF (análise de flambagem) e MEF (análise de pós-flambagem), por meio do programa *ABAQUS* [37]. Com a modelagem era possível contemplar um número maior de vigas e avaliar o efeito que o gradiente de tensão e de momento têm sobre a flambagem distorcional e sobre a resistência última dos perfis.

Foram selecionadas 12 geometrias diferentes para a análise via MEF, das quais 4 eram perfis tipo *Ue*. Para evitar a influência de modos diferentes dos distorcionais os autores buscaram manter o momento crítico distorcional o mais baixo quanto possível dos momentos críticos local e global. Os modelos numéricos eram compostos por vigas submetidas a

diferentes gradientes de momento ( $\psi$ ), onde  $\psi = M_1/M_2$ , sendo  $M_1 \ e \ M_2$  os momentos de extremidades. Admitiram cinco valores para  $\psi$  (1;0,5;0;-0,5; -1) na análise de flambagem e três (1;0,5;0) para as análises de pós-flambagem. A Figura 2.3 representa graficamente a influência do gradiente de momento no momento crítico de flambagem.



Figura 2.3: Influência do gradiente de numero em relação ao valor de  $\psi$  [3].

De acordo com os autores o momento crítico de flambagem distorcional aumenta à medida que se aumenta o gradiente de momento, para os casos de  $\psi$ =-1 as análises forneceram os maiores valores de momentos de flambagem. As barras modeladas apresentaram um aumento de 30% a 50% no valor do momento crítico quando  $\psi$  passou de 1 para -1 [3].

YU e SCHAFER estudaram ainda a influência do gradiente de momento na variação do comprimento da barra, para  $\psi=0$ , partindo-se do comprimento crítico de flambagem distorcional ( $L_{crd}$ ) computou-se os respectivos momentos para 5 relações diferentes de comprimentos ( $L/L_{crd}=1$ ; 3; 5; 7; 10). Sabe-se que a medida que se aumenta o comprimento diminui-se a influência dos modos distorcionais na flambagem da peça. O objetivo dos autores era provar que quando  $L\rightarrow\infty$ , o momento crítico distorcional para  $\psi\neq1$  convergiria para o momento crítico distorcional do carregamento uniforme,  $\psi=1$ , independentemente do valor de  $\psi$ . No entanto, concluíram que a convergência se dá de forma muito lenta, quando  $L=10L_{crd}$  tem-se ainda um momento crítico para  $\psi=0$ , em média, 10% maior que  $\psi=1$ .

Dois valores diferentes para  $\psi$  (0,5 e 0) foram considerados para investigar a influência do gradiente de momento na resistência última das vigas pelos autores. Na Figura 2.4 (a) e (b) tem-se uma comparação entre os valores obtidos numericamente via MEF e via curva normativa do MRD para vigas consideradas com flexão uniforme ( $\psi$ =1) e não-

uniforme ( $\psi \neq 1$ ). De acordo com os autores a curva normativa do MRD se mostra satisfatória para a previsão do momento crítico para  $\psi = 1$  e para  $\psi \neq 1$ , como pode ser visto na Figura 2.4 (a) que mostra os valores obtidos via MEF e via curva do MRD para  $\psi = 1$  e (b) que possui os resultados para e  $\psi = 0,5$ ; 0. Nota-se que os valores numéricos divergiram consideravelmente para  $\psi \neq 1$ . Para os valores de índice de esbeltez considerados o momento de flambagem distorcional aumenta com a diminuição do valor de  $\psi$ , além disso, a curva codificada do MRD mostrou-se bastante conservadora para  $\psi \neq 1$ . Tem-se uma limitação da faixa de esbeltez considerada ( $\lambda_D \leq 1, 5$ ) e um quantitativo pouco expressivo para as vigas com  $\psi \neq 1$  estudadas por estes autores.



Figura 2.4: Comparação entre os valores numéricos e os resultados via curva codificada do MRD para flexão (a) uniforme e (b) não-uniforme [3].

Em média a capacidade resistente das vigas foi 15% maior para os casos com gradiente de momento ( $\psi \neq 1$ ) se comparada ao valor obtido pela curva normativa. Os autores concluíram que a consideração do gradiente de momento aumentava, além do momento crítico de flambagem distorcional, a resistência última para as barras compostas por seções  $Ue \ Z \ com$  índices de esbeltez —  $\lambda_D = (M_y/M_{crD})^{0.5}$  — menor que 1,5. Baseado nos resultados numéricos apresentados foi concluído em [3] que a curva codificada do MRD era bastante conservadora para as vigas com momento não-uniforme.

### 2.3.2 LANDESMANN e CAMOTIM (2015) [4]

LANDESMANN e CAMOTIM [4] fizeram uso das imperfeiçoes geométricas iniciais, encontradas na análise elástica de flambagem, para estimar a resistência última em situação de incêndio de vigas submetidas à flexão uniforme. Considerou-se três hipóteses diferentes para a condição de apoio, chamadas de "F", "PF" e "P". A nomenclatura F representa as vigas com empenamento e rotações livres, PF à condição de empenamento restringido e rotações livres e P à situação de empenamento e rotações impedidos. Todas as barras possuíam (i) apoio simples, (ii) torção impedida nas seções de extremidades e (iv) flexão em torno do eixo de menor inércia impedida.

Analisou-se para as quatro situações de carregamento — (i) seção tipo  $U_e$  submetida à flexão em torno do eixo de maior inércia, (ii) Z submetida à flexão oblíqua (devido a direção dos seus eixos principais) e (iii) *Cartola* com flexão em torno do eixo de maior inércia e em torno do eixo de menor inércia com compressão das mesas — a flambagem, a pós-flambagem elástica e elasto-plástica e a resistência última.

A análise de flambagem elástica fez uso dos programas *GBTul* [20] e *ANSYS* [21], limitou-se a formação de apenas uma semi-onda no comprimento crítico a fim de se alcançar o colapso por falha distorcional. As trajetórias de equilíbrio na pós-flambagem e a tensão última foram estimadas via *ANSYS* [21] utilizando o elemento de casca tipo *SHELL181*.

De acordo com os autores, a maior rigidez das vigas  $P \in PF$  confirma-se pela observação da Figura 2.5, enquanto as vigas  $P \in PF$  exibem uma forma convexa, associada a uma maior rigidez, a forma da trajetória das vigas F tende para o côncavo, indicando uma perda progressiva de rigidez a medida que se aumenta a esbeltez (mais visível para as vigas C120-160-200-210). Nota-se ainda que a geometria influência de maneira mais sutil na pós-flambagem elástica se comparada à influência da condição de apoio.



Figura 2.5: Trajetórias de equilíbrio da análise elástica,  $M/M_{crD.20}$  vs.  $|\delta|/t$ , para as condições (a) F, (b) PF e (c) P,  $b_w=120$ , 150, 160, 200 e 210 [4].

Com base na Figura 2.6 concluiu-se que quando  $Mu/M_{crD.20} \ge 1,0$  ocorre um colapso praticamente instantâneo das *F*, não havendo nessa condição grandes reservas de resistência na pós-flambagem elástica e elasto-plástica, nas vigas *FP* e *P*, que possuem uma maior reserva de resistência e uma maior ductilidade, o colapso se dá após deformações.



Figura 2.6: Trajetórias de equilíbrio elásticas e elasto-plásticas de pós-flambagem,  $M/M_{crD.20}$  vs.  $|\delta|/t$ , para as vigas (a) F, (b) PF e (c) P, com  $b_w=120$  e  $\overline{\lambda}_{D.20}$  entre 0,25 e 2,0 [4].

Analisando a Figura 2.7, que contém os resultados obtidos por YU e SCHAFER [3], — numéricos e experimentais (*N/E*) — e LANDESMANN e CAMOTIM [4], nota-se que a curva codificada do MRD superestimada exageradamente a resistência das vigas nos casos em que  $\overline{\lambda}_{D.20} > 1,25$  para as vigas *F*, para as vigas *PF* a resistência também é superestimada, embora de maneira menos exagerada e para a condição *P* o método se mostra mais seguro e preciso na previsão da resistência (o que era esperado, uma vez que foi está é a condição adotada na formulação da curva normativa). Além disso, como já reportado por SCHAFER [35], os resultados referentes a condição de apoio tipo *F* tendem a seguir a elástica ( $1/\lambda^2$ ).



### 2.3.3 BARICHELLO et al. (2017) [5, 38]

BARICHELLO *et al.* [5, 38] realizaram uma investigação numérica a respeito do comportamento na pós-flambagem elástica e elasto-plástica e da resistência última de vigas com seções tipo  $Z e U_e$  (com e sem enrijecedores intermediários). Foram consideradas duas condições de apoio, a primeira, com o (i) empenamento e rotações livres, era chamada de "*F*" e a segunda, que continha (ii) o empenamento e as rotações restringidos, recebeu a denominação "*P*". Ambas possuíam (i) apoio simples, (ii) flexão livre em torno do eixo de maior inércia, (ii) torção impedida e (iii) flexão em torno do eixo de menor inércia restringida. As barras foram submetidas à flexão uniforme. Os resultados numéricos obtidos foram comparados com os encontrados via curva normativa do MRD (AISI [10]).

Com base na Figura 2.8, BARICHELLO *et al.* e [5, 38] — assim como [3, 4, 39] — reforçaram a necessidade da calibração da curva codificada do MRD para vigas submetidas à flexão que possuem maiores índices de esbeltez e condição de apoio do tipo *F*.



Figura 2.8: Resultados numéricos e estimativas via curva codificada do MRD, para (a) F e (b) P [38].

Garantiu-se que todas as vigas analisadas (i) apresentassem modo de flambagem "puramente" distorcional e (ii) abrangessem diversos valores para a tensões de escoamento. As trajetórias de equilíbrio da pós-flambagem e a resistência última foram obtidas via análise não linear elástica e elasto-plástica por meio do MEF utilizando o programa *ANSYS* [21] com o elemento de casca tipo *SHELL181*.

### 2.3.4 MARTINS et al. (2017) [1, 2]

Posteriormente, MARTINS *et al.* [1, 2, 39], confirmaram os resultados obtidos por LANDESMANN e CAMOTIM [4], para isso realizaram uma análise numérica com 4000 vigas de PFF submetidas à flexão uniforme. Considerando duas condições de apoio, a primeira denominada "SCA" continha (i) o eixo de maior e de menor inércia simplesmente apoiado, (ii) a torção impedida, (iii) o empenamento e as rotações livres. A segunda "SCB" obedecia às mesmas suposições da primeira, porém, foi adicionada uma placa rígida nas seções de extremidades que impedia o empenamento, as rotações e os deslocamentos locais. Estudou-se vigas com seções do tipo  $U_e$ , Z e Cartola.

Para MARTINS *et al.* [1], as análises numéricas recentemente obtidas por LANDESMANN e CAMOTIM [4], MARTINS *et al.* [39] e BARICHELLO *et al.* [5, 38] fornecem evidências sólidas de que a curva MRD, presente na ABNT NBR 14762:2010 [11] e AISI [10] e utilizada para previsão da resistência à flambagem distorcional de vigas sujeitas à flexão, superestima a resistência do elemento estrutural quando tem-se vigas simplesmente apoiadas e maiores índices de esbeltez.

Utilizando o programa *ABAQUS* [40] os autores investigaram, na flambagem e na pós-flambagem, o modo de falha distorcional; a resistência última; o efeito do número de semi-ondas, das condições de apoio e da geometria. A resistência última foi estimada via curva normativa do MRD presente na AISI [10] para diferentes tensões de escoamento. Para a análise de pós-flambagem foram admitidas duas suposições de aplicação da imperfeição geométrica inicial (obtida na análise de flambagem e escalonada de modo a corresponder a *10%* da espessura da viga), como pode-se ver na Figura 2.9, nota-se que quando a imperfeição é lançada de forma a fechar a seção (comprimindo a mesa superior) tem-se a situação mais prejudicial no que se refere à capacidade resistente na pós-flambagem — mesma observação pode ser vista em [4] — o que é logico uma vez que nestes casos têm-se uma diminuição da rigidez da viga. Portanto, esta foi a condição considerada.



Figura 2.9: Ilustração da aplicação da imperfeição geométrica inicial, para dentro e para fora, na análise de pós-flambagem elástica [1].

A influência da condição de apoio no comportamento de pós-flambagem pode ser visualizada na Figura 2.10. Assim como apresentado por LANDESMANN e CAMOTIM [4], a condição de contorno *SCA* é a mais desfavorável no que diz respeito à reserva de resistência — tanto no regime elástico quanto elasto-plástico — além disso, a condição *SCB* apresenta maior ductilidade, de acordo com MARTINS *et al.* [1], resultado também já confirmado por outros.



Figura 2.10: Análise elástica e elasto-plástica de pós-flambagem para vigas SCA e SCB [1].

A Figura 2.11 corresponde às trajetórias de equilíbrio da análise elástica e elastoplástica, segundo MARTINS *et al.* [1] a relação entre  $b_{f'}b_l$  tem um papel importante no comportamento das vigas na pós-flambagem e na resistência última, a diminuição dessa relação causa uma diminuição acentuada da relação  $M_{u'}M_{cr.D}$ . Com base na figura é possível se fazer uma comparação entre as tangentes dos vários índices de esbeltez das trajetórias e reforçar tal afirmação, à medida que há uma redução de  $b_f/b_l$  o valor de  $M_{ul}/M_{cr.D}$  no ponto de colapso diminui. Ainda de acordo com estes autores a relação  $M_{ul}/M_{cr.D}$  para as vigas Ue+*SCA* foi reduzida em 29% quando  $b_f/b_l$  passou de 12 para 8. Quanto à influência da relação  $b_{wl}/b_f$ , no comportamento de pós-flambagem e na resistência última para *SCA* e *SCB*, percebeu-se ser está mais sutil para a reserva de resistência, pode-se dizer que existe uma pequena tendência de se aumentar  $M_{ul}/M_{cr.D}$  e  $M_{ul}/M_y$  com o aumento de  $b_{wl}/b_f$ .



Figura 2.11: Influência da relação b<sub>f</sub>/b<sub>l</sub> no comportamento de pós-flambagem para vigas SCA [1].

O último parâmetro analisado na pós-flambagem foi a influência do número de semiondas,  $n_D$ . MARTINS *et al.* [1] apresentaram os resultados das análises de pós-flambagem de uma seção com diferentes índices de esbeltez para dois valores de  $n_D$ , os resultados encontram-se na Figura 2.12, de acordo com os autores a relação  $M/M_{cr.D}$  e  $M_u/M_y$  diminuiu de 0,195; 2,395 (SCA; SCB) para 0,166; 2,030 quando o número de semi-ondas passou de 1 para 2, considerando  $\lambda_D=3,5$ , a diminuição acentuou-se mais à medida que a esbeltez da barra aumentava.



Figura 2.12: Análise de diferentes valores de n<sub>D</sub> para vigas SCB [1].

Como esperado, MARTINS *et al.* [1, 39] confirmaram os resultados obtidos por LANDESMANN e CAMOTIM [4]. Na Figura 2.13 tem-se os resultados obtidos via curva MRD, derivada de YU e SCHAFER [1] e presente na AISI [10], e os numéricos. Nota-se uma dispersão entre os numéricos e os normativos, de acordo com MARTINS *et al.* [1], a curva codificada do MRD superestima substancialmente os momentos últimos para  $\lambda_D > 1,25$ .

Sendo assim, os autores propuseram uma nova curva de resistência baseada no MRD para barras do tipo *Ue*, *Z* e *Cartola*, que leva em consideração a condição de apoio (*SCA* e *SCB*). Os resultados obtidos com a nova curva (proposta) ficaram mais próximos, se comparados aos da normativa, dos valores numéricos. Como pode-se ver na Figura 2.13.



Figura 2.13: Mu/My vs. λ<sub>D</sub> para vigas (a) SCA (b) SCB e apresentação da curva codificada e proposta [1].

Os autores mantiveram o platô inicial da curva normativa do MRD e buscaram seguir a curva "tipo-*Winter*". Segundo MARTINS *et al.* [1] os parâmetros presentes na curva codificada (b=c=0,5) são insuficientes para abranger a variedade de geometrias e condições de apoio usuais, com isso buscaram incrementar mais um parâmetro na expressão, o que a fez produzir resultados mais satisfatórios. Abaixo tem-se a curva proposta por MARTINS *et al.* [1] e na Tabela 2.1 os valores dos parâmetros *a*, *b* e *c*:

$$M_{nD}^{*} = \begin{cases} M_{y} + (1 - C_{yd}^{-2}) \left( M_{p} - M_{y} \right) & \lambda_{D} \le 0,673 \\ \left( 1 - a \lambda_{D}^{-b} \right) \lambda_{D}^{-c} M_{y} & \lambda_{D} > 0,673 \end{cases}$$
(2.3)

G ~		SCA		SCB					
Seções	а	b	С	а	b	С			
Ue	0,2468	1,7595	1,7274	0,2363	1,5502	1,4488			
Ζ	0,2937	1,3041	1,7113	0,2320	1,2962	1,2385			
Cartola (M na maior inércia)	0,2477	1,7567	1,7339	0,1980	1,8254	1,3238			
Cartola (M na menor inércia)	0,2741	1,6831	1,9268	0,2963	1,6222	2,0915			

Tabela 2.1: Valores para as constantes da curva proposta em [1].

## 3 Análise de flambagem

Este capítulo apresenta os critérios adotados para a seleção das vigas e os resultados das análises de flambagem. As propriedades geométricas das seções e as participações modais são apresentadas em forma de tabelas, ainda é ilustrado a curva  $M_{cr}$  versus L de algumas geometrias selecionadas.

### 3.1 Seleção e determinação das geometrias

A primeira etapa do trabalho consiste na seleção cuidadosa das seções do tipo *Ue* e de seus comprimentos. As vigas de PFF estão sujeitas a (i) cinco hipóteses de carregamento:  $\psi = +1,0;+0,5;0;-0,5;-1,0$  — sendo  $\psi = M_1/M_2$ , onde  $M_2 \approx$  "constante" e  $M_1 = \psi \cdot M_2$ , como pode-se ver na Figura 3.1 — e (ii) *duas* condições de apoio, semelhantes às adotadas por MARTINS *et al.* [39], intituladas de "*SCA*" e "*SCB*" (*suport condition A & B*; *i.e.*, apoios tipo "*A*" e "*B*"). A condição *SCA* refere-se à situação constituída de apoio simples, flexão livre em torno do eixo de maior e de menor inércia, torção impedida e empenamento livre (caracterizado pelo deslocamento longitudinal). A condição de apoio tipo *SCB*, por sua vez, impede totalmente as rotações e o empenamento.





Assim como em trabalhos anteriores (*e.g.* [1] ou [4]) o processo de seleção das geometrias das vigas envolveu a sequência de análise de flambagem pelo método da "tentativa-e-erro", via aplicação do código da *GBTul* [20] (segundo a GBT, que devido às suas características exclusivas de análise modal, permite obter os momentos de flambagem associados aos modos "puros" locais, distorcionais e globais [17]) com o intuito de satisfazer os seguintes requisitos:

- (i) Geometrias com modo de flambagem e colapso "puramente" distorcional, com momento crítico de flambagem, (i1) claramente distorcional e (i2) consideravelmente maior que o momento bifurcacional local e global.
- (ii) Seções de perfis tipo Ue comumente utilizadas na prática e associadas ao modo de falha "puramente" distorcional para as cinco condições de carregamento e as duas de apoio consideradas.
- (iii) Comprimentos críticos, sempre que possível, (iii<sub>1</sub>) associados à formação de uma semi-onda e (iii<sub>2</sub>) com menor valor possível de momento crítico distorcional.

O resultado da seleção das vigas encontra-se na Tabela 3.1, onde apresentam-se as dimensões das seções transversais ( $b_w$ ,  $b_f$ ,  $b_l$ , t) das 15 vigas selecionadas. Nesta tabela, temse ainda a área (A), o módulo de resistência à flexão (S) e o módulo de resistência plástico (Z) para cada seção.

As Tabela 3.2-3.6, uma para cada  $\psi$  considerado ( $\psi$ =+1;+0,5;0;-0,5;-1), exibem para as 15 geometrias consideradas e as 2 condições de apoio (i) o comprimento associado ao modo de flambagem distorcional ( $L_D$ ), (ii) o correspondente momento crítico de flambagem distorcional ( $M_{crD}$ ), (iii) as relações entre  $M_{crD}$  e o momento mínimo correspondente a participação modal local ( $M_{crL}$ ) e global ( $M_{crG}$ ), (iv) o número de semi-ondas ( $n_D$ ), a participação modal (iv) local 7-10 ( $P_{local}$ ), (vi) distorcional 5-6 ( $P_{dist}$ ) e (vii) de outros modos de flambagem ( $P_{outros}$ ) — todos os momentos de flambagem foram calculados para E=210 *GPa* (modulo de elasticidade do aço) e v=0,3 (coeficiente de Poisson do aço). Nota-se que a maioria das vigas exibem (i) uma semi-onda e (ii) as relações  $M_{crL}/M_{crD}$  e  $M_{crG}/M_{crD}$  variam de 1,18 a 4,19 e 5,48 a 154,3 (para as vigas SCA) e 1,13-3,04 e 9,72-137,2 (para as vigas SCB).

Viaas	$b_w$	$b_{f}$	$b_l$	t	Área	S	Ζ	_
vigas	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	( <i>cm</i> <sup>2</sup> )	( <i>cm³</i> )	( <i>cm</i> <sup>3</sup> )	_
C01	75	65	5	2	4,3	12,3	13,3	
C02	90	75	6,25	1,8	4,5	15,5	16,7	
C03	120	75	10	3	8,7	37,2	41,1	
C04	120	80	10	2,5	7,5	32,5	35,8	$\longleftarrow b_f \longrightarrow$
C05	130	80	10	3	9,3	43,0	47,5	1
C06	135	75	10	2,7	8,2	38,7	43,0	7
C07	135	85	10	2,8	9,1	43,9	48,4	Dw
C08	140	100	10	2,5	9,0	46,2	50,5	$\rightarrow t$
C09	150	80	10	2,5	8,3	42,7	47,6	Υ
C10	150	100	10	2,5	9,3	50,2	55,1	
C11	150	120	10	3,5	14,4	80,7	87,6	
C12	160	100	10	2,2	8,4	47,7	52,6	
C13	165	85	10	2,4	8,5	48,1	53,7	
C14	225	90	12	2,9	12,4	90,2	102,8	
C15	275	110	13	3	15,6	138,3	157,7	

Tabela 3.1: Dimensões da seção transversal, da área, do modulo de resistência à flexão e do modulo de resistência plástico para todas as vigas selecionadas.

Tabela 3.2: Comprimentos críticos, *M*<sub>crD</sub> e suas relações, nº de semi-ondas e participação modal (*ψ=1*).

		-						-				-			-	
				SCA								SCB				
Viga	$L_D$	M <sub>crD</sub>	$\frac{M_{cr.L}}{M}$	$\frac{M_{cr.G}}{M}$	$n_D$	<b>P</b> <sub>dist</sub>	Plocal	Outros	$L_D$	M <sub>crD</sub>	$\frac{M_{cr.L}}{M}$	$\frac{M_{cr.G}}{M}$	n <sub>D</sub>	<b>P</b> <sub>dist</sub>	Plocal	Outros
	(011)	(KIVCIII)	cr.D	IVI cr.D		(%)	(%)	(%)	( <i>cm</i> )	(KINCIII)	cr.D	tvi cr.D		(%)	(%)	(%)
C01	20	301,77	4,19	128,57	1	89,67	9,76	0,56	35	422,09	3,04	68,01	1	86,38	12,35	1,33
C02	30	283,20	3,18	103,80	1	92,54	7,03	0,44	45	404,30	2,22	129,18	1	86,38	12,75	0,87
C03	40	1899,36	3,10	23,74	1	96,28	3,02	0,67	50	2574,47	2,29	44,72	1	91,18	7,78	1,06
C04	35	1100,49	2,81	52,05	1	94,55	5,05	0,38	60	1593,06	1,98	48,92	1	90,81	8,16	1,02
C05	35	1803,09	3,31	42,17	1	95,66	3,91	0,41	55	2583,19	2,36	47,64	1	91,89	7,16	0,93
C06	35	1566,80	3,09	39,11	1	95,88	3,68	0,41	55	2262,71	2,18	43,84	1	91,89	7,18	0,91
C07	35	1493,07	3,16	57,76	1	94,95	4,71	0,32	60	2143,05	2,23	54,76	1	91,67	7,50	0,84
C08	45	996,85	2,82	73,02	1	95,27	4,43	0,27	70	1435,91	1,98	83,76	1	90,79	8,56	0,62
C09	40	1358,92	2,94	42,72	1	96,32	3,29	0,35	40	2375,53	1,73	97,64	1	84,68	14,53	0,76
C10	45	1062,21	2,87	74,76	1	95,41	4,34	0,23	75	1528,27	2,03	74,81	2	91,03	8,31	0,65
C11	55	2073,76	3,42	56,68	1	96,50	3,16	0,31	70	2693,56	2,70	60,96	1	92,36	7,02	0,61
C12	45	843,14	2,63	89,92	1	94,88	4,88	0,22	80	1220,86	1,84	78,59	2	90,84	8,54	0,59
C13	40	1260,95	2,89	57,84	1	96,02	3,68	0,29	65	1826,58	2,03	60,47	1	92,04	7,32	0,61
C14	45	2844,95	2,81	43,99	1	95,73	3,86	0,38	75	4086,80	2,00	44,09	1	92,37	6,92	0,66
C15	55	3204,07	2,73	58,39	1	96,15	3,53	0,30	95	4592,14	1,95	54,62	1	92,72	6,68	0,57

				SCA				SCB								
Viga	$L_D$ (cm)	M <sub>crD</sub> (kNcm)	$\frac{M_{cr.L}}{M_{cr.D}}$	$\frac{M_{cr.G}}{M_{cr.D}}$	n <sub>D</sub>	P <sub>dist</sub> (%)	P <sub>local</sub> (%)	Outros (%)	$L_D$ (cm)	M <sub>crD</sub> (kNcm)	$\frac{M_{cr.L}}{M_{cr.D}}$	$\frac{M_{cr.G}}{M_{cr.D}}$	n <sub>D</sub>	P <sub>dist</sub> (%)	P <sub>local</sub> (%)	Outros (%)
C01	20	387,40	3,63	132,33	1	88,59	10,67	0,72	25	616,25	2,58	120,72	1	81,68	17,12	1,22
C02	30	360,60	2,75	107,71	1	91,04	8,41	0,56	45	516,89	1,89	133,41	1	84,49	14,51	1,02
C03	40	2341,30	2,75	25,44	1	94,01	5,26	0,70	55	3204,03	2,01	39,23	1	88,31	10,47	1,21
C04	40	1410,37	2,41	41,11	1	93,90	5,55	0,51	55	2074,55	1,77	59,01	1	89,04	9,99	0,95
C05	35	2304,74	2,86	43,59	1	93,83	5,67	0,49	55	3297,56	2,15	49,28	1	90,02	8,98	0,97
C06	35	2006,01	2,66	40,37	1	93,54	5,97	0,47	55	2969,06	1,95	53,37	1	89,42	9,69	0,86
C07	40	1911,53	2,69	45,67	1	94,14	5,41	0,43	55	2794,15	2,00	65,98	1	89,86	9,33	0,79
C08	45	1271,81	2,45	75,62	1	93,90	5,74	0,33	65	1857,01	1,66	99,16	1	88,75	10,57	0,65
C09	40	1733,36	2,53	44,25	1	93,76	5,80	0,42	60	2507,49	1,87	54,31	1	89,61	9,58	0,78
C10	45	1356,79	2,48	77,33	1	93,84	5,82	0,31	65	1999,30	1,83	100,49	1	89,47	9,91	0,59
C11	65	2458,66	3,16	45,28	1	92,40	7,08	0,53	70	3424,04	2,52	63,45	1	90,79	8,54	0,69
C12	50	1078,53	2,26	75,25	1	93,94	5,76	0,29	130	1245,00	2,15	38,59	2	92,06	7,53	0,40
C13	40	1617,68	2,48	59,57	1	93,21	6,39	0,36	60	2380,89	1,81	71,88	1	89,23	10,10	0,65
C14	45	3643,76	2,36	45,38	1	92,31	7,16	0,50	70	5257,71	1,78	51,94	1	88,13	11,09	0,78
C15	55	4101,62	2,30	60,27	1	92,90	6,66	0,41	90	5840,27	1,76	63,18	1	88,77	10,54	0,66

Tabela 3.3: Comprimentos críticos,  $M_{crD}$  e suas relações, nº de semi-ondas e participação modal ( $\psi=0,5$ ).

Tabela 3.4: Comprimentos críticos,  $M_{crD}$  e suas relações, nº de semi-ondas e participação modal ( $\psi=\theta$ ).

				SCA								SCB				
Viga	$L_D$ (cm)	M <sub>crD</sub> (kNcm)	$\frac{M_{cr.L}}{M_{cr.D}}$	$\frac{M_{cr.G}}{M_{cr.D}}$	n <sub>D</sub>	P <sub>dist</sub> (%)	P <sub>local</sub> (%)	Outros (%)	$L_D$ (cm)	M <sub>crD</sub> (kNcm)	$\frac{M_{cr.L}}{M_{cr.D}}$	$\frac{M_{cr.G}}{M_{cr.D}}$	n <sub>D</sub>	P <sub>dist</sub> (%)	P <sub>local</sub> (%)	Outros (%)
C01	25	454,91	3,23	101,41	1	85,43	13,52	1,03	25	806,82	2,23	130,80	1	76,06	22,23	1,70
C02	40	417,84	2,47	73,54	1	87,04	12,08	0,88	55	591,53	1,75	109,12	1	80,47	18,25	1,29
C03	45	2664,67	2,53	24,84	1	90,54	8,58	0,87	55	3977,82	1,70	44,16	1	84,97	13,69	1,32
C04	55	1617,65	2,20	26,69	1	90,32	8,81	0,82	100	2006,82	2,02	25,86	2	90,31	8,75	0,92
C05	40	2753,23	2,50	39,28	1	90,27	9,06	0,65	50	4315,03	1,82	63,66	1	85,23	13,71	1,03
C06	50	2324,97	2,39	24,03	1	90,33	8,88	0,79	85	2958,65	2,15	25,95	2	89,66	9,43	0,89
C07	40	2304,11	2,35	53,22	1	89,79	9,63	0,56	55	3546,33	1,73	72,65	1	85,36	13,68	0,94
C08	65	1460,88	2,22	44,40	1	90,77	8,64	0,60	65	2312,25	1,40	111,30	1	83,32	15,73	0,94
C09	45	2070,51	2,20	41,14	1	89,55	9,84	0,59	60	3129,97	1,63	60,81	1	83,90	15,11	0,95
C10	60	1585,51	2,22	52,35	2	90,77	8,73	0,50	160	1750,16	2,29	26,58	2	91,81	7,62	0,57
C11	70	2712,94	2,97	56,70	1	91,86	7,52	0,63	70	4299,40	2,21	71,68	1	88,66	10,52	0,82
C12	65	1260,04	2,03	53,58	1	90,43	9,09	0,43	170	1397,94	2,09	28,13	2	91,71	7,78	0,48
C13	40	1990,15	2,06	68,02	1	87,18	12,20	0,63	65	2897,68	1,60	70,34	1	83,41	15,68	0,89
C14	65	4228,27	1,91	26,36	1	88,10	11,11	0,76	210	4388,01	2,38	9,72	2	92,29	6,99	0,71
C15	85	4697,14	1,93	30,99	1	88,96	10,34	0,66	170	5548,85	1,98	26,08	2	90,16	9,25	0,56

				SCA			SCB									
Viga	$L_D$ (cm)	M <sub>crD</sub> (kNcm)	$\frac{M_{cr.L}}{M_{cr.D}}$	$\frac{M_{cr.G}}{M_{cr.D}}$	n <sub>D</sub>	P <sub>dist</sub> (%)	P <sub>local</sub> (%)	Outros (%)	$L_D$ (cm)	M <sub>crD</sub> (kNcm)	$\frac{M_{cr.L}}{M_{cr.D}}$	$\frac{M_{cr.G}}{M_{cr.D}}$	n <sub>D</sub>	P <sub>dist</sub> (%)	P <sub>local</sub> (%)	Outros (%)
C01	25	515,55	2,96	126,40	1	81,00	17,74	1,26	35	824,66	2,22	96,92	1	76,68	21,48	1,83
C02	50	436,23	2,46	63,79	1	91,04	8,41	0,56	55	707,92	1,52	125,94	1	84,49	14,51	1,02
C03	60	2743,34	2,57	19,25	1	89,19	9,67	1,14	55	4755,20	1,48	51,02	1	79,66	18,78	1,55
C04	60	1741,20	2,13	29,46	1	88,67	10,40	0,92	110	2297,62	1,88	25,81	2	88,05	10,54	1,40
C05	30	3444,98	1,68	78,71	1	79,65	19,20	1,11	140	3296,78	2,58	14,80	1	90,62	8,06	1,30
C06	55	2504,16	2,29	26,06	1	88,07	11,07	0,82	95	3373,83	2,00	25,18	2	86,74	11,92	1,34
C07	40	2629,07	2,08	65,88	1	84,79	14,45	0,74	60	4120,39	1,57	72,59	2	80,08	18,68	1,19
C08	70	1574,66	2,15	50,20	1	89,31	10,03	0,66	65	2712,85	1,25	131,03	1	76,41	22,07	1,53
C09	45	2323,51	1,77	51,78	1	84,23	14,97	0,78	150	2523,56	2,25	16,75	2	89,86	9,06	1,05
C10	65	1716,21	2,13	58,24	1	88,80	10,62	0,57	220	1828,55	2,57	18,66	2	91,03	8,08	0,87
C11	55	3173,17	2,71	97,11	1	92,40	7,08	0,53	70	5245,46	1,95	87,16	1	90,79	8,54	0,69
C12	70	1362,92	1,95	60,36	1	88,24	11,19	0,54	250	1429,17	2,54	17,64	2	90,27	8,82	0,87
C13	60	2053,01	2,00	41,46	2	86,88	12,44	0,68	160	2359,84	2,19	19,77	2	89,71	9,38	0,91
C14	65	4561,51	1,37	34,52	1	80,27	18,62	1,08	210	5000,82	2,18	11,77	2	89,68	9,37	0,92
C15	90	5025,99	1,51	36,50	1	84,16	14,94	0,86	230	5828,42	2,00	18,77	2	89,32	9,96	0,72

Tabela 3.5: Comprimentos críticos, *M*<sub>crD</sub> e suas relações, nº de semi-ondas e participação modal (*ψ=0,5*).

Tabela 3.6: Comprimentos críticos, *M*<sub>crD</sub> e suas relações, nº de semi-ondas e participação modal (*ψ=1*).

				SCA					SCB								
Viga	$L_D$ (cm)	M <sub>crD</sub> (kNcm)	$\frac{M_{cr.L}}{M_{cr.D}}$	$\frac{M_{cr.G}}{M_{cr.D}}$	n <sub>D</sub>	P <sub>dist</sub> (%)	P <sub>local</sub> (%)	Outros (%)	$L_D$ (cm)	M <sub>crD</sub> (kNcm)	$\frac{M_{cr.L}}{M_{cr.D}}$	$\frac{M_{cr.G}}{M_{cr.D}}$	n <sub>D</sub>	P <sub>dist</sub> (%)	P <sub>local</sub> (%)	Outros (%)	
C01	45	472,62	3,27	36,37	1	83,57	14,75	1,89	50	798,31	2,34	58,03	1	77,54	20,45	2,00	
C02	50	467,04	2,37	62,34	1	92,54	7,03	0,44	55	815,93	1,36	110,48	1	86,38	12,75	0,87	
C03	60	2954,83	2,44	18,70	1	96,28	3,02	0,67	55	5381,64	1,33	45,58	1	91,18	7,78	1,06	
C04	70	1802,35	2,11	21,93	1	88,18	11,14	0,65	130	2459,09	1,90	17,49	2	87,00	11,98	1,02	
C05	100	2652,44	2,74	9,81	1	89,67	8,95	1,35	75	4985,39	1,73	34,25	1	81,48	16,97	1,51	
C06	65	2585,69	2,22	18,95	1	87,27	11,95	0,73	110	3641,18	1,95	17,62	2	84,38	13,71	1,86	
C07	110	2187,30	2,61	11,13	2	89,84	8,91	1,21	120	3436,36	2,02	22,09	2	86,57	12,57	0,86	
C08	70	1682,75	2,07	49,16	1	95,27	4,43	0,27	60	3073,41	1,13	137,22	1	90,79	8,56	0,62	
C09	110	2007,49	2,62	5,48	1	89,27	9,83	0,88	140	2948,08	2,03	16,63	2	86,27	12,83	0,88	
C10	75	1775,16	2,12	44,30	1	87,67	11,80	0,52	250	1927,37	2,89	13,89	2	89,33	9,37	1,26	
C11	40	3945,90	1,96	154,27	1	96,50	3,16	0,31	75	5915,65	1,81	79,55	1	92,36	7,02	0,61	
C12	85	1393,76	1,96	41,93	1	87,45	12,05	0,50	180	1822,53	1,88	26,88	2	87,63	11,72	0,66	
C13	170	1741,51	2,55	6,50	2	91,34	7,99	0,64	160	2677,59	2,06	17,61	2	87,10	12,10	0,78	
C14	75	4597,27	1,18	26,94	1	81,81	16,90	1,28	180	5883,07	1,75	13,75	2	83,76	15,23	0,99	
C15	160	4730,07	1,94	12,90	2	87,87	11,14	0,94	220	6618,43	1,71	18,26	2	84,77	14,41	0,81	
Os resultados apresentados nas Tabela 3.2-3.6 mostram que em todas as vigas analisadas há uma predominância dos modos 5-6 (distorcionais), uma vez que a porcentagem de contribuição desses é em média 9 vezes maior que a participação dos demais modos. Os modos de flambagem e suas respectivas participações modais são apresentados na Figura 3.2 para a viga *C15* com apoio *SCB* e  $\psi$ =-0,5. A avaliação das Tabela 3.2-3.6 permite as seguintes conclusões:

- (i) A predominância da participação modal referente aos modos distorcionais 5 e 6 (p5 + p6) é identificada para todas as vigas, os menores valores encontrados correspondem a 79,65% e 76,06% para SCA e SCB, respectivamente e os maiores a 96,50% e 92,72% (vigas C11 e C15), para SCA e SCB;
- (ii) As participações referentes aos modos locais (7-10) variam de 3,02% a 19,20%
  e 6,68% a 22,23% para SCA e SCB, respectivamente;
- (iii) A média da participação modal distorcional (5-6) vale 90,72% para as vigas SCA e 87,65% para SCB. Enquanto que a porcentagem da participação dos modos locais (7-10) é de 11,38% para as vigas SCB e 8,63% para as SCA;
- (iv) Como a porcentagem de participação para os demais modos (10-em diante) é menor do que 1%, para ambas as condições de apoio, considerou-se irrelevante sua influência no comportamento das vigas.



Figura 3.2: Participação modal, viga C15 com apoio SCB e  $\psi$ =-0,5.

Para fins de ilustração, as curvas da Figura 3.3 que mostra a variação do  $M_{cr}$  (momento de flambagem elástica) por *L* (escala logarítmica), para cada  $\psi$  e para *SCA* e *SCB*, além de exibir o modo de flambagem distorcional para os comprimentos críticos permite os comentários:

(i) Assim como reportado por YU e SCHAFER [3] e MARTINS *et al.* [39] as vigas com ψ =+1 (ou seja, sem gradiente de momento ao longo do comprimento) exibem curvatura simples, assim como as vigas sujeitas aos gradientes de momento ψ =+0,5; 0; -0,5, que apresentam uma semi-onda na região próxima à aplicação do máximo momento fletor. Já as vigas sujeitas a  $\psi$ =-1 apresentam curvatura dupla, uma para cada mesa comprimida.

(ii) Em ambas as condições de apoio, *SCA* e *SCB*, as curvas de assinatura seguem a mesma sequência, da mais baixa para a mais alta,  $\psi = +1 \rightarrow +0, 5 \rightarrow 0 \rightarrow -0, 5 \rightarrow -1$ , além disso as curvas preservam uma distância uniforme entre si ao longo do comprimento.



Figura 3.3: Curva de assinatura (Mcr vs. L) para diferentes valores de  $\psi$ , para C01, (a) SCA e (b) SCB.

A variação do momento de crítico distorcional em função de  $\psi$  mostrada esta quantificada e ilustrada na Tabela 3.7 e na Figura 3.4. Onde  $\overline{m}$  corresponde a relação entre o valor do momento de flambagem distorcional ( $M_{crD}$ ) para  $\psi \neq 1$  (Tabela 3.2-3.6) e ( $M_{crD}$ ) para  $\psi = +1$  (Tabela 3.2).

			SCA			SCB				
Vigas	$L_D$ (cm)	0,5	0	-0,5	-1	$L_D$ (cm)	0,5	0	-0,5	-1
C01	20	1,28	1,51	1,71	1,57	35	1,46	1,91	1,95	1,89
C02	30	1,27	1,48	1,54	1,65	45	1,28	1,46	1,75	2,02
C03	40	1,23	1,40	1,44	1,56	50	1,24	1,55	1,85	2,09
C04	35	1,28	1,47	1,58	1,64	60	1,30	1,26	1,44	1,54
C05	35	1,28	1,53	1,91	1,47	55	1,28	1,67	1,28	1,93
C06	35	1,28	1,48	1,60	1,65	55	1,31	1,31	1,49	1,61
C07	35	1,28	1,54	1,76	1,46	60	1,30	1,65	1,92	1,60
C08	45	1,28	1,47	1,58	1,69	70	1,29	1,61	1,89	2,14
C09	40	1,28	1,52	1,71	1,48	40	1,06	1,32	1,06	1,24
C10	45	1,28	1,49	1,62	1,67	75	1,31	1,15	1,20	1,26
C11	55	1,19	1,31	1,53	1,90	70	1,27	1,60	1,95	2,20
C12	45	1,28	1,49	1,62	1,65	80	1,02	1,15	1,17	1,49
C13	40	1,28	1,58	1,63	1,38	65	1,30	1,59	1,29	1,47
C14	45	1,28	1,49	1,60	1,62	75	1,29	1,07	1,22	1,44
C15	55	1,28	1,47	1,57	1,48	95	1,27	1,21	1,27	1,44

Tabela 3.7: Valores de  $\overline{m}$  para  $\psi =+0,5;0; -0,5; -1$ .

Pode-se concluir, naturalmente, que o momento crítico para as vigas com flexão nãouniforme é maior se comparado a situação de momento uniforme, os momentos referentes a situação de  $\psi$ =-1, por exemplo, são em média 58% e 69% maiores que os referentes a  $\psi$ =+1 para os casos de *SCA* e *SCB*, respectivamente. Além disso, a dispersão vertical é maior para *SCB*.



Figura 3.4: Variação do momento crítico distorcional vs.  $\psi$  para (a) SCA e (b) SCB, de todas as vigas.

# 4 Pós-flambagem distorcional

Depois de promover uma breve descrição a respeito do modelo de elementos finitos utilizado nas análises via *ANSYS* [21] e apresentar sua validação, mostra-se e discute-se neste capítulo os resultados numéricos obtidos no que diz respeito a influência das condições de apoio (*SCA* e *SCB*) e das relações de momento ( $\psi$ ) no comportamento de pós-flambagem e resistência última. Os resultados referentes a análise elástica e elasto-plástica apresentam-se separadamente.

### 4.1 Modelo numérico de elementos finitos

As trajetórias de equilíbrio e os valores de resistência última das análises de pósflambagem distorcional foram estimados por meio do programa ANSYS [21], com consideração das imperfeiçoes geométricas iniciais no elemento de casca adotado (SFEA). Para discretização das vigas usou-se o elemento de casca do tipo SHEL181 (nomenclatura do ANSYS [21]) que possui 4-nós por elemento, seis graus de liberdade por nó, integração completa e sujeito à deformação cisalhante), similar ao utilizado em estudos anteriores (e.g., MARTINS et al. [1]). Fez-se uso da técnica incremental-interativa que combina o método de Newton-Raphson com a estratégia de controle de comprimento de arco para desenvolvimento da solução numérica. Como dito anteriormente, duas condições de apoio foram consideradas — diferenciando-se em relação à consideração do empenamento e dos deslocamentos/rotações locais, podendo ser totalmente livres (vigas SCA, Figura 4.1(a)) ou impedidos (vigas SCB, modeladas com placas rígidas fixadas nas seções de extremidades, como pode-se ver na Figura 4.1(b)). Os diagramas de momento fletor foram obtidos por meio da aplicação (i) de forças concentradas nos nós ao longo de toda a seção transversal, para os momentos uniformes e não-uniformes das vigas SCA ou (ii) de dois momentos concentrados atuando nas placas rígidas das seções de extremidades (vigas SCB). A aplicação das forças/momentos pôde ser feita mediante pequenos incrementos de carga ---recurso automático do ANSYS [21] "load stepping procedure". Além disso, para todas as análises considerou-se um comportamento perfeitamente elasto-plástico para o aço, baseado no critério de falha de von Mises e nas demais regras associadas a teoria de escoamento plástico.



Figura 4.1: Condições de apoio e de carregamento adotados, sendo (a) SCA e (b) SCB [1].

Todas as vigas contêm imperfeições geométricas iniciais, conforme o modo crítico distorcional com pequena amplitude (10% da espessura t). Estas atuam de forma a comprimir a mesa superior da seção, situação mais prejudicial na previsão da resistência na pós-flambagem (DINIS e CAMOTIM [18], MARTINS *et al.* [1]) — obviamente, essa distinção não faz sentido para os casos em que as vigas possuem  $\psi$ =-1, visto que as movimentações das mesas nestes casos são sempre opostas (uma para fora e outra para dentro) independente da direção da aplicação da imperfeição. Cada um dos modos de flambagem foram estimados por meio de uma análise de flambagem preliminar via *ANSYS* [21], realizada com mesma malha de elementos finitos utilizada na análise não linear subsequente (pós-flambagem) — este processo tornou simples a "transformação" do modelo usado na flambagem elástica no modelo a ser empregado na análise não linear.

#### 4.1.1 Estudo de validação

Para validação do modelo de elementos finitos empregado nas análises do comportamento de pós-flambagem e de resistência última das vigas de PFF do presente trabalho buscou-se reproduzir as simulações numéricas feitas por YU e SCHAFER [3], realizadas para as vigas originalmente ensaiadas pelos mesmos. Além disso, cabe ressaltar que o modelo de elementos finitos empregado neste estudo e descrito na Seção 4.1, foi anteriormente utilizado pelos autores LANDESMANN e CAMOTIM [41] para reproduzir os resultados de momentos últimos de flexão reportados por YU e SCHAFER [3] para vigas sob flexão uniforme (exclusivamente).

As dimensões da seção transversal considerada para validação nesta pesquisa apresentam-se na Tabela 4.1 e consiste das mesmas dimensões/ângulos de uma das diversas barras analisadas por YU e SCHAFER [3] em sua extensiva análise numérica — que incluiu muitas outras vigas, que não foram ensaiadas experimentalmente, assim como todas as vigas estudadas nesta dissertação.

Tabela 4.1: Dimensões da seção selecionada de YU e SCHAFER [1] para validação do modelo.

							b	$f \longrightarrow$
<b>S</b> = = <del>~</del> ~	$b_w$	$b_f$	$b_l$	t	r	$ heta_l$	$\uparrow \uparrow \restriction r$	b₁
Seçao	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(deg)	$b_w$	
8C097	204,216	52,832	14,097	2,4892	7,11	85,7	×<	$\leq \theta_i$
							- <u>+ </u>	

Para simular numericamente os ensaios, da maneira mais realista quanto possível, YU e SCHAFER [3] modelaram toda a montagem experimental, incluindo as vigas de PFF, o *steel deck* e os tubos laminados a quente conforme Figura 4.2(a) — retirada de [3], está promove uma visão geral da montagem dos ensaios das vigas sujeitas a momento fletor uniforme). A Figura 4.2(b)-(c) exibe os dois modelos numéricos utilizados por YU e SCHAFER na investigação a respeito da influência do gradiente de momento na resistência última das vigas, os modelos referem-se a  $\psi = +0,5$  e  $\psi = 0$ , respectivamente. O primeiro, ver Figura 4.2 (b), representa um ensaio de flexão com quatro pontos de ligação entre dois perfis *Ue* idênticos: (i) cujo comprimento total (*L*) é de 487,68 cm (*i.e.*, 3 barras de 64 pol.), (ii) conectados pela alma, para evitar torção, por meio de quatro tubos formados por chapas laminadas — sobre os dois pontos centrais da ligação das almas encontram-se os dois tubos maciços de aço laminado responsáveis pela transferência do carregamento para a viga (Figura 4.2 (a)), os tubos são separados por uma distância de 162,56 cm (64 pol.), (iii) o vão livre central equivale a 1/3 da viga (comprimento de 162,56 cm) — de acordo com a montagem experimental, os dois perfis trabalham "praticamente" de forma independente na parte central da viga, de fato, a palavra "praticamente" faz alusão ao fato de que pequenas cantoneiras ( $0,64 \times 0,64 \times 0,15 \text{ cm}$ ) foram acopladas (aparafusadas) aos perfis. Assim que a lamina de *steel deck* foi modelada nos lados extremos da viga e o carregamento P aplicado sobre o terço central, conforme a Figura 4.2 (b), a parte não restrita (central) tornou-se sujeita a uma razão de momento  $\psi=0,5$ .



Figura 4.2: (a) Montagem experimental realizado por YU e SCHAFER e o correspondente modelo numérico para as relações de momento fletor (b) *ψ*=0,5 e (c) *ψ*=0 [3].

O segundo modelo assimila-se ao primeiro, porém com três pontos de ligação, como mostrado na Figura 4.2(c). Entre as principais diferença destacam-se (i) o menor comprimento total (*L*), que neste caso vale 325,12 cm (com apenas 2 barras de 64 pol.), (ii) as vigas são conectadas por meio de três pontos, ao invés de quatro, mas que também são separados por uma distância de 162,56 cm (64 pol.), (iii) os painéis de steel deck foram modelados na mesa superior de forma a cobrir metade do comprimento da viga, e por fim (iv) o carregamento concentrado *P* foi aplicado no meio da viga, gerando dessa forma um gradiente de momento  $\psi=0$  em ambas as exterminadas da viga, como ilustra a Figura 4.2 (c). Em ambos os modelos, os autores [3] fizeram uso do programa *ABAQUS* [37], a viga 8C097 foi discretizadas por meio de malhas de 25,4 mm×25,4 mm via elemento de placa S4R (nomenclatura do *ABAQUS* [37] — elementos de placa fina com 4-nós isoparamétricos,

com seis graus de liberdade por nó e integração ao cisalhamento reduzida). Para simulação do aço foram considerados as seguintes propriedades: E=203.4 GPa (29500 ksi), v=0,3 e  $\sigma_y=227,53-303,37-386,80-428,85-506,08$  MPa (33-44-56,1-62,2-73,4 ksi). Finalmente, as vigas foram analisadas com o modo crítico distorcional e imperfeições geométricas iniciais de amplitude igual a 0,94t, as tensões residuais e de canto não foram consideradas.

Nesta pesquisa as análises para validação do modelo fizeram uso do código *ANSYS* [21] e do modelo descrito na Seção 4.1 — mais simples, uma vez que as condições de apoio estão bem definidas, ao contrário das adotadas por YU e SCHAFER [3], que visavam simular, da forma mais realista quanto possível, uma configuração experimental complexa.

De fato, o modelo deste trabalho, usado para validação, consiste de uma viga composta por um único perfil (e não por um par deles), com (i) comprimento L=162,56 cm (mesmo valor adotado para o vão sem restrição considerado por YU e SCHAFER [1]), (ii) dimensões da seção transversal dadas na Tabela 4.1, (iii) material com comportamento plástico perfeitamente elástico, (iv) cinco valores para a tensão de escoamento (também considerados por YU e SCHAFER [1], conforme a Tabela 4.2, (v) momento fletor de extremidade desigual (a fim de se obter os valores de  $\psi$  (0,5 e 0)) e (vi) imperfeiçoes geométricas iniciais com amplitude igual a 94% da espessura (similar a YU e SCHAFER [3]).

æ		<i>ψ</i> =0,5		$\psi = 0$			
$O_y$	$M_{u.YS}$	$M_{u.obt}$	$M_{u.YS} - M_{u.obt}$	$M_{u.YS}$	$M_{u.obt}$	$\underline{M_{u.YS} - M_{u.obt}}$	
(1411 a)	(kN·cm)	(kN·cm)	$M_{u.YS}$	(kN·cm)	(kN·cm)	$M_{u.YS}$	
227,53	1163,74	1137,90	2,2%	1229,27	1149,20	6,5%	
303,37	1484,62	1460,30	1,6%	1585,18	1487,30	6,2%	
386,80	1795,33	1783,40	0,7%	1916,22	1822,60	4,9%	
428,85	1933,17	1926,80	0,3%	2063,10	1973,00	4,4%	
506,08	2186,26	2191,30	-0,2%	2345,57	2259,00	3,7%	

Tabela 4.2: Momentos últimos retirados de [3] ( $M_{u.YS}$ ) e os obtidos neste trabalho ( $M_{u.obt}$ ) para  $\psi=0,5; 0$ .

A condição *SCB* caracteriza-se por possuir, a fim de se replicar tanto quanto possível a configuração dos ensaios realizados por YU e SCHAFER [3], a rotação em torno do eixo de menor inércia impedida bem como o empenamento. Além disso, os cantos arredondados da seção foram considerados (os raios encontram-se na Tabela 4.1), a inclusão do canto arredondado é restrita ao estudo de validação — em todos os resultados numéricos remanescentes apresentados e discutidos nesta dissertação este efeito é ignorado e os cantos são considerados retos. Comparou-se o momento último obtido ( $M_{u.obt}$ ) com o reportado por YU e SCHAFER [3] ( $M_{u.YS}$ ) para a seção 8*C097*, ver Tabela 4.2, contendo os valores da tensão de escoamento ( $\sigma_y=227,53; 303,37; 386,80; 428,85; 506,08 MPa$ ) e para dois valores de  $\psi$  (+0,5 e 0). Na Figura 4.3 (a<sub>1</sub>)-(b<sub>2</sub>) tem-se o modo de flambagem crítico distorcional para (1) a tensão de contorno de *Von Mises* (na tensão de pico) e (2) para as vigas com  $\sigma_y=386,80 MPa$  e  $\psi=+0,5$  e 0. A diferença percentual entre os valores  $M_{u.obt}$  e  $M_{u.YS}$  apresenta-se na Tabela 4.2, como 6,5% é o valor máximo considera-se validado o modelo numérico empregado nesta pesquisa.



Figura 4.3: Modo (a) crítico de flambagem distorcional e (b) de falha para *oy* =386,8 MPa; (1) *y*=0,5 e (2) *y*=0.

### 4.1.2 Teste de convergência da malha

Realizou-se um estudo de convergência para estimar o tamanho/dimensão do Elemento (DME) mais adequado ao modelo. Considerou-se quatro valores, como pode-se ver na Figura 4.4, o estudo fez uso de duas vigas (*C08* e *C09* do presente trabalho), para cada uma considerou-se três valores de  $\lambda_D$  (0,6; 1,1; 1,6 para *C08* e 0,35; 0,8; 1,35 para *C09*).



Figura 4.4: DME considerados na análise de converência da malha, (a) 10; (b) 7,5; (c) 5 e (d) 2,5mm.

Os resultados estão resumidos na Tabela 4.3, nota-se que para DME de 10 e 7,5mm os resultados estão ligeiramente abaixo (<1%) do resultado esperado, que corresponde a DME de 2,5mm — com exceção de  $\lambda_D$  igual a 0,8 para DME de 10mm e de  $\lambda_D$  igual a 1,6 para DME de 10 e 7,5mm, nestes casos os resultados estão ligeiramente acima.

DME		C08			<i>C09</i>	
(mm)	0,6	1,1	1,6	0,35	0,8	1,35
10	0,973	0,996	1,012	0,986	1,001	0,996
7,5	0,974	0,988	1,009	0,988	0,996	0,998
5	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
2,5	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

Tabela 4.3: Valores da relação de  $M_u/M_{u.2,5}$  para cada DME das vigas C08 e C09.

Na Figura 4.5, tem-se a relação  $M_u$  (para cada DME) por  $M_{u(2.5)}$  vs. DME (10; 7,5; 5; 2,5), os valores de  $M_u$  e  $M_{u(2.5)}$  foram estimados via MEF por meio do programa ANSYS [21] Com base no estudo de convergência, na consideração da eficiência computacional e na facilidade de geração da malha, o tamanho dos elementos *SHELL181* (utilizado no modelo do presente trabalho) foi finalmente selecionado. Portanto, o tamanho dos elementos longitudinais e transversais estão configurados para 5 milímetros, ou seja, a malha utilizada nesta pesquisa é de 5x5mm.



Figura 4.5: Relação entre os valores da relação  $M_u/M_{u(2.5)}$  vs. DME (mm).

Os valores de  $\lambda_D$  para cada uma das vigas consideradas no presente trabalho foi arbitrado partindo-se de 0,3 (para C07) com um "passo" de 0,05 até se alcançar 1,0 (C04), totalizando assim 15 valores diferentes para as 15 seções transversais selecionadas, dessa maneira a cada viga foi atribuído o primeiro dos oito valores considerados para  $\lambda_D$  (*i.e.*, 0,3 (C07), 0,35 (C09), 0,4 (C03), ..., 1,0 (C04)) correspondente a  $\psi$ =1). A partir do primeiro valor, dado a cada viga, fez-se um passo de 0,5 até que se somasse os oito valores para  $\psi$ =1 de cada viga (*e.g.*, a viga C07 tem como valores da tensão de escoamento 0,3; 0,8; 1,3; 1,8; 2,3; 2,8; 3,3; 3,8 para  $\psi$ =1). Para  $\psi$ =0,5 somou-se 0,1 a cada valor de  $\lambda_D$  referente a  $\psi$ =1 (*e.g.*, a C07 para  $\psi$ =0,5 possui  $\lambda_D$ =0,4; 0,9; 1,4; 1,9; 2,4; 2,9; 3,4; 3,9), repetiu-se o procedimento para  $\psi$ =0 (somando-se 0,1 aos valores correspondentes a  $\psi$ =+0,5), depois para  $\psi$ =-0,5 e -1. Como pode-se ver na Tabela 4.4.

ψ			<i>C07</i>					<i>C09</i>		
	1	0,5	0	-0,5	-1	1	0,5	0	-0,5	-1
	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,35	0,45	0,55	0,65	0,75
	0,8	0,9	1	1,1	1,2	0,85	0,95	1,05	1,15	1,25
	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,35	1,45	1,55	1,65	1,75
1	1,8	1,9	2	2,1	2,2	1,85	1,95	2,05	2,15	2,25
λD	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,35	2,45	2,55	2,65	2,75
	2,8	2,9	3	3,1	3,2	2,85	2,95	3,05	3,15	3,25
	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,35	3,45	3,55	3,65	3,75
	3,8	3,9	4	4,1	4,2	3,85	3,95	4,05	4,15	4,25

Tabela 4.4: Valores de  $\lambda_D$  para as vigas *C07* e *C09* do presente trabalho.

### 4.2 Comportamento de pós-flambagem elástica

Fez-se uso do modelo numérico de elementos finitos, validado na Seção 4.1.1, para estimar as trajetórias de equilíbrio da pós-flambagem elástica — ressaltando que como mostrado na Seção 4.1, todas as vigas contêm imperfeiçoes geométricas iniciais aplicadas de forma a fechar a seção (*i.e.*, comprimindo a mesa superior), situação mais desfavorável para a resistência na análise de pós-flambagem) com amplitude igual a 0, 1t — e discutir a influência (i) da condição de apoio (*SCA* e *SCB*) e (ii) do gradiente de momento fletor ( $\psi$ ) na resistência de pós-flambagem. A Figura 4.6 exibe as trajetórias de equilíbrio da viga *C02* (geometria e comprimentos apresentados na Tabela 3.1 e Tabela 3.2-3.6, respectivamente) da pós-flambagem elástica. As curvas plotadas na Figura 4.6 (a<sub>1</sub>)-(a<sub>2</sub>) correspondem as trajetórias de equilíbrio elásticas de pós-flambagem, dadas por momento da viga (*M*) *vs.*  $|\delta|/t$ , na Figura 4.6 (b<sub>1</sub>)-(b<sub>2</sub>) tem-se os valores dos momentos normalizados em relação ao  $M_{crD}$ (*M*/*M<sub>crD</sub>), |\delta|/t* refere-se ao valor do deslocamento normalizado, sendo  $|\delta|$  o deslocamento vertical absoluto de maior amplitude, que ocorre ao longo da mesa mais comprimida, e *t* é espessura da seção. A observação da Figura 4.6 permite destacar que:

- (i) Em primeiro lugar, a maior rigidez e resistência das vigas *SCB* é amplamente confirmada pela comparação dos itens (a<sub>1</sub>) com (a<sub>2</sub>) e (b<sub>1</sub>) com (b<sub>2</sub>). Além disso, independentemente do valor de  $\psi$  considerado, a diferença é clara entre trajetórias de equilíbrio para as vigas *SCA* e *SCB*: (i<sub>1</sub>) enquanto a forma de exibição das trajetórias das vigas *SCA* se assemelha ao tipo convexo (mais visível quando  $\psi$ =+1) associado à rápida perda de rigidez — (i<sub>2</sub>) as trajetórias das vigas *SCB* demoram mais para exibir uma concavidade em seu contorno, devido ao aumento da rigidez da barra proporcionado pela restrição do empenamento nas seções de extremidades.
- (ii) Para ambas as condições de apoio, SCA e SCB, as trajetórias de resistência real de pós-flambagem (Figura 4.6 (a<sub>1</sub>)-(a<sub>2</sub>)) aumentam conforme a seguinte sequência de gradientes de momento, na ordem da mais baixa para a mais alta, ψ =+1;+0,5;0;-0,5;-1. Quando ψ=+1 (momento uniforme) as vigas exibem o menor valor de resistência na pós-flambagem elástica, comportamento similar reportado por YU e SCHAFER [3] em suas análises numéricas realizadas para seções Ue e Z i.e., a resistência na flambagem distorcional aumentava a medida que o gradiente no diagrama de momento aumentava.
- (iii) Quando o momento é normalizado (Figura 4.6(b<sub>1</sub>)-(b<sub>2</sub>)): (iii<sub>1</sub>) as vigas *SCB* são as únicas a manter esta sequência de resistência na pós-flambagem (*i.e.*,  $\psi$ =+1;+0,5;0;-

0,5;-1), com separação entre as trajetórias, inclusive, visivelmente clara. (iii<sub>2</sub>) Nas vigas *SCA* acontece o oposto — a curva mais baixa refere-se à  $\psi$ =-1 e a mais alta à  $\psi$ =+1. Além disso, as trajetórias de equilíbrio das vigas *SCA* são praticamente idênticas ao longo de todo o intervalo de deslocamento normalizado considerado — com exceção das curvas de  $\psi$ =+1 e +0,5 que a partir de  $M \approx M_{crD}$  passam a apresentar valores de resistência na pós-flambagem maiores que os outros três ( $\psi$ ) considerados.

(iv) Embora este estudo tenha um alcance limitado (apenas 15 seções analisadas), este nos permite antecipar que assim como a condição de apoio, a variação de momento afeta consideravelmente as características de rigidez e de resistência na pósflambagem elástica das vigas, dessa maneira não considerar a não uniformidade do momento ao longo da viga pode levar a implicações que não deveriam ser negligenciadas durantes as análises de resistência última (elasto-plástica).



Figura 4.6: Trajetórias de equilíbrio na pós-flambagem elástica (a)  $Mvs. |\delta|/t$  e (b)  $M/M_{crD} vs. |\delta|/t$ , da viga C02 para (1) SCA e (2) SCB.

### 4.3 Comportamento elasto-plástico de pós-flambagem e resistência última

Este subitem dedica-se a investigar a pós-flambagem elasto-plástica, o momento último e a adequação da curva codificada do MRD (AISI [10]) para as vigas *SCA* e *SCB* analisadas, submetidas a diferentes gradientes de momento. De forma a dar continuidade aos trabalhos de YU e SCHAFER e MARTINS *et al.* optou-se pelo uso da expressão presente na AISI [10] para as análises do presente trabalho.

Os resultados numéricos apresentados e discutidos correspondem as 1200 vigas, com (i) 15 geometrias diferentes, consular Tabela 3.1 e Tabela 3.2-3.6; (ii) 2 condições de apoio (SCA e SCB); (iii) 5  $\psi$ 's, relações entre os momentos atuantes no segmento da barra, ( $\psi$ =+1;+0,5;0;-0,5;-1) e (iv) 8 valores diferentes para a tensão de escoamento adotados para cada viga, estes permitem cobrir uma extensa gama de índices de esbeltez ( $\lambda_D$  varia de 0,3 a 4,9). Os momentos críticos obtidos na análise numérica deste trabalho podem ser vistos nas Tabela A1-A15 incluídas no Anexo A — cada tabela corresponde a uma seção e contém: as (i) cinco hipóteses de carregamento,  $\psi$ 's , combinadas com as duas condições de apoio SCA+SCB; os (ii) 8 valores de esbeltez ( $\lambda_D$ ); os (iii) valores do momento plástico, último e de escoamento ( $M_p$ ,  $M_u$  e  $M_y$ ,) e a (iv) relação  $M_u/M_y$ .

A Figura 4.7 exibe as trajetórias de equilíbrio ( $M/M_{crD}$  vs.  $|\delta|/t$ ) para a pós-flambagem elástica e elasto-plástica ( $\lambda_D$  variando de 0,5 a 4), obtidas para os 5 valores de  $\psi$  e as duas condições de apoio (SCA+SCB) para C01 — as trajetórias de equilíbrio elásticas são exibidas apenas com o propósito de comparação. Na figura tem-se ainda a ilustração das deformada juntamente com gradiente de tensão de *Von Mises* ( $\sigma_{VM}$ ), para  $\lambda_D=1,5$ , obtida no pico da trajetória, *i. e.*, correspondendo ao ponto de momento último,  $M_u$  (identificado por pequenos círculos brancos). Nota-se que se buscou, em todas as trajetórias, o colapso devido à falha distorcional. A observação desses resultados permite destacar que:

(i) Como esperado — a partir das análises de pós-flambagem elástica — o comportamento na pós-flambagem elasto-plástico e a tensão última são diferentes para as vigas SCA e SCB, tanto qualitativa quanto quantitativamente. As vigas SCB exibem maiores reservas de resistência na pós-flambagem distorcional se comparadas às SCA (mais visível para λ<sub>D</sub>≥1, *i.e.*, maiores valores de tensão de escoamento (f<sub>y</sub>), isto decorre basicamente da restrição do empenamento nas seções de extremidades e da fixação das rotações — descobertas similares foram reportadas por MARTINS *et al.* [1] no que diz respeito a vigas com carregamento uniforme (ψ=+1).

- (ii) A fim de ilustrar a variação do momento crítico a Tabela 4.5 mostra os valores de M<sub>u</sub>/M<sub>crD</sub> para a geometria C01 (SCA e SCB), com λ<sub>D</sub>=1;2;3;4 e ψ=+1;+0,5;0;-0,5;-1. A partir desta confirma-se parte das conclusões descritas nos itens anteriores, para um determinado valor de λ<sub>D</sub>, as relações de M<sub>u</sub>/M<sub>crD</sub>, (ii<sub>1</sub>) decrescem nos casos SCA na direção ψ=+1→ψ=-1 e (ii<sub>2</sub>) aumentam para as vigas SCB, na mesma direção. Contudo, vale ressaltar que os valores de M<sub>u</sub>/M<sub>crD</sub> são praticamente constantes (as diferenças não ultrapassam 5%) para as vigas SCA com ψ=+0,5;0 e para SCB com ψ=+0,5;0;-0,5;-1 quando λ<sub>D</sub>=+1 as diferenças entre os valores de M<sub>u</sub>/M<sub>crD</sub> são pequenas (menores que 4%) independentemente do valor de ψ considerado.
- (iii) Conforme esperado todas as vigas exibem uma configuração típica relacionada ao colapso distorcional e compatível com a imperfeição inicial aplicada na análise elástica de pós-flambagem. Os modos de falha para cada par de vigas *SCA+SCB* (*i.e.*, que compartilham o mesmo valor de  $\psi$ ) são qualitativamente similares e estão associados ao escoamento inicial do "canto" formado pelo encontro da mesa com a alma região que tende a ser menos resistente em decorrência da dobra realizada e das regiões da extremidade das vigas sem enrijecedores.
- (iv) A fim de se manter o modo de colapso "puramente" distorcional todas as vigas que apresentassem uma relação  $M_u/M_{crL}$  maior que 1,0 (*i.e.*, um total de 176) foram descartadas das próximas investigações paramétricas realizadas, uma vez que poderiam ser ocorrências de interação modal local-distorcional (MARTINS *et al.* [1]), estas estão identificados nas Tabela A1-A15 por um asterisco próximo ao valor de $M_u$ .

Anoio	$\lambda_D$			$M_u/M_{crD}$		
Арою		$\psi = +1,0$	$\psi = +0,5$	$\psi = 0$	ψ=-0,5	ψ=-1,0
	1,0	0,82	0,85	0,84	0,82	0,83
SCA	2,0	1,14	1,07	1,02	0,98	0,96
SCA	3,0	1,35	1,18	1,09	1,04	1,03
	4,0	1,45	1,29	1,21	1,16	1,16
	1,0	0,79	0,81	0,86	0,85	0,84
SCD	2,0	1,51	1,81	1,88	1,87	1,89
SCB	3,0	2,37	2,78	2,79	2,80	2,81
	4,0	2,97	3,20	3,25	3,25	3,30

Tabela 4.5: Relações de  $M_u/M_{crD}$  para diferentes valores de  $\lambda_D$  e  $\psi$  para a *C01* com apoio *SCA* e *SCB*.



Figura 4.7: Trajetórias de equilíbrio elásticas e elasto-plásticas  $(M/M_{crD} vs. |\delta|/t)$  e gradientes de tensão de *Von Mises* para  $\lambda_D=1,5$  com apoio (a) *SCA* e (b) *SCB* para a *C01*.

Na Figura 4.8 apresentam-se as relações  $M_u/M_{crD}$  versus  $\lambda_D$  para as 1024 vigas restantes (*i.e.*, que apresentam modo de flambagem "puramente" distorcional). A influência do gradiente de momento ( $\psi$ ) é mostrada por meio da representação dos valores de  $M_u/M_{crD}$ : os (i) círculos, os quadrados e os triângulos brancos referem-se a  $\psi$ =+1;+0,5 e 0; (ii) os círculos e os quadrados cinzas a  $\psi$ =-0,5 e -1, respectivamente. A observação desses resultados, assim como os momentos últimos dados nas tabelas do Anexo A, permite as seguintes afirmações:

- (i) Naturalmente, as relações de momento M<sub>u</sub>/M<sub>crD</sub> para todas as vigas aumentam com o aumento da esbeltez distorcional λ<sub>D</sub>, independentemente do valor do gradiente de momento (ψ) e da condição de apoio (SCA e SCB) — ver os valores fornecidos na Tabela 4.5 para a geometria C01.
- (ii) As vigas que colapsaram antes de atingir o momento crítico (*i.e.*,  $M_u/M_{crD} \le 1$ ) possuem pequena reserva de resistência elasto-plástica e baixa ductilidade. Além disso, para este nível de carregamento, não há diferenças qualitativas entre os valores associados a condição de apoio (*SCA* ou *SCB*) e o valor de  $\psi$  — as curvas de  $M_u/M_{crD}$ *vs.*  $\lambda_D$  são praticamente coincidente e lineares para as vigas *SCA* e *SCB*.
- (iii) A afirmação acima não é válida para as vigas com  $M_u/M_{crD} \ge 1$ , nestes casos há diferenças claras entre as curvas para cada condição de apoio (sendo os valores de resistência e de rigidez das vigas *SCB* consideravelmente maiores quanto maior for o índice de esbeltez,  $\lambda_D$ ) independentemente do valor de  $\psi$ .
- (iv) Embora haja uma considerável dispersão entre os valores de  $M_u/M_{crD}$  para as vigas com mesma condição de apoio, a influência de  $\psi$  é visível: vigas com  $\psi=+1$  estão acima para a condição *SCA* e abaixo para *SCB*, se comparadas a suas homologas,  $\psi$  $\neq 1$ . Essa dispersão é atribuída, provavelmente, (iv<sub>1</sub>) a variedade dos índices de esbeltez ( $\lambda_D$ ), (iv<sub>2</sub>) ao número de semi-ondas ou, ainda, (iv<sub>3</sub>) a reserva de resistência de pós-flambagem das barras. Lembrando que as vigas do presente trabalho apresentam diferentes comprimentos e relações de  $b_w/b_f$  (altura da alma pela da mesa), muito provavelmente, tal relação tem impacto considerável na resistência de pósflambagem distorcional (elástica e/ou elasto-plástica) conforme relatado por MARTINS *et al.* [1] — para vigas com momento uniforme ( $\psi=+1$ ).



Figura 4.8: Valores de  $M_u/M_{crD}$  vs.  $\lambda_D$  para todas as vigas do presente trabalho (a) SCA e (b) SCB.

A Figura 4.9 exibe a relação  $M_u/M_y$  versus  $\lambda_D$  para (i) as 1024 vigas consideradas nesta pesquisa ( $\psi$ =+1;+0,5;0;-0,5;-1), (ii) para as 26 vigas Ue+SCB numericamente analisadas por YU e SCHAFER [3], que possuem  $\psi$ =+1;+0,5;0, e (iii) para as 920 vigas Ue reportadas por MARTINS *et al.* [1] com  $\psi$ =+1 (SCA e SCB). A partir da observação destas pode-se pensar que:

(i) Como esperado, a "nuvem" de pontos  $M_u/M_y$  vs.  $\lambda_D$  apresenta tendência para um formato similar à curva "tipo-*Winter*", com alguma "dispersão vertical" — mais expressiva nas vigas *SCB*, devido aos diferentes valores da reserva de resistência elasto-plástica. Assim como a relação  $M_u/M_{crD}$ , a razão  $M_u/M_y$  também é influenciada por  $\psi$  — *i.e.*, os valores de  $M_u/M_y$  para as vigas com  $\psi$ =+1 (caso *SCA*) e  $\psi$ =-1 (caso *SCB*) são ligeiramente maiores se comparado os demais (mais visível nas vigas *SCA*).

- (ii) As curvas *SCA* apresentam-se bem alinhadas em relação a curva elástica ( $\lambda_D^{-2}$ , linhas tracejadas nas Figura 4.9) Os resultados para as vigas *SCB* estão consideravelmente acima da trajetória elástica, devido a reserva de resistência na pós-flambagem, conforme indicado anteriormente.
- (iii) Os resultados numéricos apontados por YU e SCHAFER [3], que envolvem (iii<sub>1</sub>) vigas do tipo *Ue*, (iii<sub>2</sub>) com valores para os índices de esbeltez variando de 0,59 a 1,51, sendo (iii<sub>3</sub>) 16 vigas carregadas com  $\psi = +1,5$  com  $\psi = +0,5$  e 5 com  $\psi = 0$ , condizem com as apresentadas nesta pesquisa (*i.e.*, também tendem a seguir a curva do "tipo-*Winter*") e mesmo estando acima, em relação as vigas deste trabalho, exibem moderada dispersão vertical.
- (iv) Os valores reportados por MARTINS *et al.* [1], que correspondem a 410 vigas Ue+SCA e 510 Ue+SCB, cobrem uma faixa de esbeltez que vai de 0,1 e 3,99, e estão em meio aos resultados obtidos para as vigas do presente trabalho.



Figura 4.9: Valores de  $M_u/M_y$  vs.  $\lambda_D$  obtidos para as vigas (a) SCA e (b) SCB do presente trabalho e as reportadas de [1, 8].

## 5 Dimensionamento via MRD

Este capítulo dedica-se à aplicação do MRD para previsão do momento resistente distorcional das vigas consideradas. A curva do MRD (i) desenvolvida por SCHAFER e PEKÖZ [36] baseada na ideia original de HANCOCK *et al.* [30], vem sendo continuamente aperfeiçoada, principalmente devido aos esforços de SCHAFER [3].

A curva normativa do MRD para dimensionamento à flambagem distorcional, conforme apresentado na Figura 5.1(a), foi formulada para barras submetidas a flexão uniforme com empenamento e rotações totalmente impedidos. Recentemente MARTINS *et al.* propuseram uma nova curva  $(M_{nD}^*)$ , ver a equação presente na Figura 5.1(b), também baseada no MRD, que leva em consideração a condição de apoio por meio das constantes *a; b; c,* que valem 0,2468; 1,7592; 1,7274 para SCA e 0,2363; 1,5502; 1,4488 para SCB.



Figura 5.1: Curva normativa  $(M_{nD})$  e proposta  $(M_{nD}^*)$  para uma seção ficticia, (a) SCA e (b) SCB.

A Figura 5.2 compara a curva codificada do MRD para o dimensionamento à flambagem distorcional — linha sólida preta — com a curva proposta por MARTINS *et al.*, (para todos os valores de  $\psi$ ). Também são representados os resultados numéricos ( $M_u/M_y$ ) para (i) as 1024 vigas SCA e SCB com  $\psi = +1; +0,5;0; -0,5; -1$  obtidas nesta dissertação, representadas pelos pontos brancos cujos valores encontram-se nas Tabela A1-A15 do Anexo A; (ii) os reportados por YU e SCHAFER [3], um total de 26 seções do tipo Ue, todas com apoio do tipo SCB e  $\psi = +1; +0,5;0$  identificadas pelos losangos na figura, e (iii) os 920 pontos, dos quais 410 são vigas SCA e 510 SCB, extraídos de MARTINS *et al.* [1] para  $\psi = +1$ , identificados por meio dos símbolos "×". Cada curva corresponde a uma combinação de  $\psi$  e de apoio.

A Figura 5.3 contém os valores de  $M_u/M_{nD}$  vs.  $\lambda_D$  (valores dados nas Tabela A1-A15), estes proporcionam uma visão a respeito da segurança e da precisão da curva do MRD da AISI [10], também apresenta os indicadores estatísticos (médias, desvio padrão, máximos e mínimos e o número de previsões inseguras (*V.I*), ou seja, a quantidade de vigas com  $M_u/M_{nD} < 1$ ). A observação destes resultados e os dados fornecidos nas tabelas do Anexo A permitem os seguintes comentários:

- (i) Praticamente todos os pontos, M<sub>u</sub>/M<sub>y</sub> vs. λ<sub>D</sub>, estão alinhados na forma curva "tipo-Winter" com uma pequena "distorção vertical" (fenômeno mais visível para as vigas SCB — ver Seção 4.3).
- (ii) Naturalmente, a curva normativa do MRD para flambagem distorcional apresenta boa precisão e é segura para as vigas reportadas por YU e SCHAFER [3], o que é logico, uma vez que estas serviram de base para o seu desenvolvimento e calibração (lembrando que os autores consideraram valores de esbeltez menores/iguais a 1,51) — no entanto, tende a sobrestimar mais conforme o valor de  $\psi$ , vigas com maiores valores de gradiente de momento, têm suas previsões mais "inseguras" que as vigas com carregamento constante. Esta afirmação pode ser verificada por meio da observação da Figura 5.3 (b), cuja média, desvio padrão, máximo e mínimo para as vigas extraídas de YU e SCHAFER [3] correspondem a: 1,03; 0,04; 1,08; 0,95; 1,15; 0,05; 1,20; 1,09; 1,18; 0,02; 1,20; 1,16 para  $\psi$ =+1;+0,5;0, respectivamente.
- (iii) A respeito dos momentos últimos obtidos nesta pesquisa (vigas *SCA+SCB*), pode-se dizer que a curva codificada do MRD (iii<sub>1</sub>) se adequa de maneira segura e precisa (iii<sub>1</sub>) para baixos valores de índices de esbeltez ( $\lambda_D \leq 1,5$ ), independentemente do valor de  $\psi$  e (iii<sub>2</sub>) é claramente insegura para os índices que vão de moderado a alto ( $\lambda_D > 1,5$ )

— a superestimação tende a aumentar com o aumento de  $\lambda_D$ , e torna-se particularmente mais severa para as vigas *SCA* com maiores índices de esbeltez e  $\psi \neq 1$ . Um total de 529 e 442 vigas deste trabalho, *SCA* e *SCB*, respectivamente, apontaram  $M_u/M_{nD} < 1$  com a utilização da curva normativa do MRD. As médias para  $\psi = +1; +0,5;0; -0,5; -1$  são (iii<sub>3</sub>) 0,99; 1,01; 1,00; 0,99; 0,97 para os casos *SCA* e 0,96; 1,03; 1,05; 1,03; 1,00 para *SCB* (com  $\lambda_D \le 1,5$ ), e (iii<sub>4</sub>) 0,50; 0,45; 0,42; 0,42; 0,41 para *SCA* e 0,65; 0,77; 0,70; 0,69; 0,68 para *SCB* (com  $\lambda_D > 1,5$ ).

(iv) Com relação aos valores obtidos para as vigas reportadas por MARTINS *et al.*, fazendo uso da curva do MRD da AISI, têm-se que as medias valem 1,00 e 0,98 para *SCA* e *SCB*, respectivamente quando  $\lambda_D \leq 1,5$  e 0,56 e 0,69 para quando *SCA* e *SCB* com  $\lambda_D > 1,5$ , assim como ocorreu com as vigas do presente trabalho, a curva normativa do MRD se mostra claramente insegura para os pontos retirados de MARTINS *et al.* com  $\lambda_D > 1,5$ .



Figura 5.2: Comparação entre a curva codificada do MRD  $(M_{nD})$  e a proposta  $(M_{nD}^*)$  para as vigas, (a) *SCA* e (b) *SCB* com  $\psi$ =+1; +0,5; 0; -0,5; -1, do presente trabalho e as extraídas de [1, 3].



Figura 5.3:  $M_u/M_{nD}$  vs.  $\lambda_D$  para as vigas (a) SCA e (b) SCB, com  $\psi = +1; +0,5;0; -0,5; -1$ , do presente trabalho e as extraídas de [1, 3].

Tendo como base as informações apresentadas, fica claro que a curva de resistência distorcional codificada do MRD é incapaz de prever adequadamente os momentos últimos para vigas com esbeltez moderada a alta submetidas a flexão uniforme e não-uniforme. Ressalta-se que observações similares foram reportadas por MARTINS *et al.* [1], estes reportaram diferenças significativas entre os resultados obtidos para as vigas *SCA* e *SCB* numericamente e os resultados via curva normativa do MRD (distorcional) para  $\psi=1$ .

Para avaliar a qualidade das previsões de momento último fornecido pela curva proposta (MARTINS *et al.*) para os casos *SCA* e *SCB*, a Figura 5.4 traça os valores de  $M_u/M_{nD}^*$  vs.  $\lambda_D$  para (i) as vigas do presente trabalho, (ii) as reportadas por YU e SCHAFER [3] e (iii) as retiradas de MARTINS *et al.* [1], além disso nesta, também tem-se os indicadores estatísticos (médias, desvios-padrão, valores de máximos e de mínimos, bem como as quantidades de pontos "inseguros" obtidos, ou seja, vigas com  $M_u/M_{nD}^* < I$ ). Os valores de  $M_u/M_{nD}^*$  são dados nas Tabela A1-A15 presentes no Anexo A para as vigas deste trabalho. A observação e a análise desses resultados levam as seguintes conclusões:

(i) A Figura 5.4 mostra claramente uma melhoria na previsão dos momentos últimos, obtida pela utilização da curva proposta, para todos os índices de esbeltez e os valores de *ψ* considerados. Os indicadores M<sub>u</sub>/M<sup>\*</sup><sub>nD</sub> apresentam-se mais conservadores do que os obtidos anteriormente (M<sub>nd</sub>) — os valores da média, desvio padrão, máximo, mínimo para as barras consideradas nesta dissertação (ver Seção 3.1) variam (i1) de 1,02; 0,06; 1,19; 0,88 (*ψ*=1) para 0,88; 0,11; 1,25; 0,71 (*ψ*=-1) nos casos de vigas SCA, e (i2) de 0,99; 0,07; 1,20; 0,77 (*ψ*=1) para 1,03; 0,14; 1,36; 0,71 (*ψ*=-1) para as vigas SCB com a utilização da curva proposta em [1]. No entanto, embora esta apresente-se mais adequada para estimar os momentos últimos, deve-se notar que o número de previsões "inseguras" (M<sub>u</sub>/M<sup>\*</sup><sub>nD</sub> <1) continua razoavelmente alto para as vigas do presente trabalho, 420 (das quais 42 tem *ψ*=1 e 378 *ψ*≠1) e 152 (sendo 63 com *ψ*=1 e 89 para *ψ*≠1) para SCA e SCB, respectivamente.



Figura 5.4:  $M_u/M_{nD}^*$  vs.  $\lambda_D$  para vigas (a) SCA e (b) SCB, com  $\psi$ =+1;+0,5;0;-0,5;-1, do presente trabalho e as extraídas de [1, 3].

(ii) A asserção acima pode ser confirmada observando os valores de mínimos de  $M_u/M_{nD}^*$ apresentados na Figura 5.4 — a superestimação é particularmente alta para as vigas  $SCA \operatorname{com} \psi \neq 1 \operatorname{e} \lambda_D \geq 2 \operatorname{e} (\operatorname{iii}_2)$  para as vigas  $SCB \operatorname{com} \psi \leq 0 \operatorname{e} \lambda_D \geq 3,5$ . Nota-se que os valores de mínimos de  $M_u/M_{nD}^*$  para as vigas  $SCA \operatorname{e} SCB$  caem, respectivamente, de 0,88 para 0,71 (SCA)  $\operatorname{e} 0,77$  para 0,71 (SCB) quando  $\psi$  varia de +1 para -1. Em ambos os casos (SCA  $\operatorname{e} SCB$ ) quando  $\psi=-1$  tem-se os valores mais baixos.

### 5.1 Ajustes na curva proposta por MARTINS et al. [1]

Com o intuito de mudar a situação apresentada e usar os resultados obtidos nesta pesquisa fez-se ajustes na curva do MRD proposta por MARTINS *et al.*  $(M_{nD}^*)$  para a situação *SCA* e *SCB*, esses ajustes visam melhora-la a fim de se obter valores mais precisos para os momentos últimos das vigas simplesmente apoiadas sob flexão uniforme e nãouniforme (principalmente). A ideia principal é mudar os parâmetros "*a*" e "*c*" de  $M_{nD}^*$ , mantendo o valor do parâmetro "*b*". Os novos valores dos parâmetros são constantes para as vigas *SCB* e dependentes explicitamente do valor de  $\psi$  para as vigas *SCA*. Chegou-se a esses novos valores via processo de "tentativa e erro" de ajustes de curva, baseando-se nos valores de momentos últimos obtidos e reunidos. A curva com os novos coeficientes é representada por  $M_{nD}^{**}$ , os parâmetros "*a*" e "*c*" de  $M_{nD}^*$  foram substituídos por "*a*1" e "*c*1". Para condição de apoio *SCA* "*a*1" e "*c*1" são dados pelas equações abaixo:

$$M_{nD}^{**} = \begin{cases} M_{y} + (1 - C_{yd}^{-2}) (M_{p} - M_{y}) & \lambda_{D} \le 0,673 \\ (1 - a_{1}\lambda_{D}^{-b}) \lambda_{D}^{-c_{1}}M_{y} & \lambda_{D} > 0,673 \end{cases}$$
(5.1)

$$a_1 = 0,50 \left( 1 - \left(0,673\right)^{c_1} \right)$$
(5.2)

$$c_1 = -0.052 \psi^2 - 0.082 \psi + 1.884 \tag{5.3}$$

Nos casos *SCB*, os parâmetros continuam sendo constantes e valem  $a_1=0,24$  e  $c_1=1,48$ . Na Figura 5.5 tem-se o traçado das três curvas consideradas (i) a codificada ( $M_{nD}$ , linha preta — AISI [10]), (ii) a proposta por MARTINS *et al.* [1],  $M_{nD}^*$ , linha vermelha, e (iii) a modifica/ajustada, derivada do presente trabalho ( $M_{nD}^{**}$ , linha azul), a observação desta figura deixa claro que:

- (i) Naturalmente, nota-se que a curva modificada (i₁) permaneceu praticamente inalterada para as vigas SCA com carregamento uniforme (ψ=1) e (i₂) exibe pequenas mudanças para os casos de momento não-uniforme (ψ≠1), para SCA e SCB, uma vez que as constantes "a₁" e "c₁" alteraram levemente os valores previstos via M<sup>\*</sup><sub>nD</sub>.
- (ii) Embora a curva tenha sido modificada para as vigas *SCA* ( $\psi \neq 1$ ) e *SCB*, ambas para quando  $\lambda_D > 0,673$ , essas modificações só se tornam realmente visíveis para os índices de esbeltez maiores/próximos a 1,5. Portanto, as previsões dos momentos últimos relativos ao intervalo de esbeltez que vai de baixo a moderado ( $\lambda_D \leq 1,5$ ) permanecem praticamente inalteradas.
- (iii) Uma vez que o ajuste consistiu em incorporar o parâmetro ψ na curva (casos SCA), é lógico pensar que as estimativas de momento último sejam refletidas diretamente na variação/redução da curva de dimensionamento com a redução do valor de ψ. De fato, isto ocorre, pode-se ver claramente na Figura 5.5(a) que as curvas modificadas são ordenadas de acordo com os valores de ψ, ou seja, seguindo a sequência ψ=+1→+0,5→0→-0,5→-1, fato similar ao que ocorreu com as trajetórias de equilíbrio elásticas, ver Seção 4.2.



Figura 5.5: Comparação entre a curva codificada, a proposta e a ajustada (a) SCA e (b) SCB.

Para avaliar a qualidade das estimativas dos momentos últimos fornecidos pela curva modificada, a Figura 5.6 traça  $M_u/M_{nD}^{**}$  vs.  $\lambda_D$  e inclui os indicadores estatísticos (médias, desvio padrão, valores máximos e mínimos). Além de melhorar consideravelmente os indicadores estatísticos, as modificações nos parâmetros proporcionaram uma redução média no número de vigas inseguras de 47% para SCA e 24% para SCB, em relação a curva proposta em [1] — os valores presentes na figura apresentam-se nas tabelas do Anexo A. Cuja observação e análise indicam que:

- (i) Apesar da simplicidade inerente das modificações, as estimativas de momento obtidos por meio da curva modificada, para as vigas *SCA* e *SCB*, sob flexão não-uniforme melhoraram em relação as fornecidas pelas contrapartes disponíveis  $(M_{nD}^*)$ .
- (ii) Note que para as vigas *SCA* tem-se uma boa previsão do momento último, as diferenças entre os indicadores estatísticos de  $M_u/M_{nD}^{**}$  são relativamente pequenas,

a média ficou entre 1,01 e 1,05, o desvio padrão entre 0,05 e 0,90. Com relação a variação ao longo de  $\lambda_D$ , os valores das médias ficaram 1,06; 1,10; 1,11; 1,10; 1,11 quando  $\lambda_D \leq 1,5$  e 1,03; 0,99; 0,98; 1,03; 1,04 para  $\lambda_D > 1,5$ . Além disso, o número de previsões "inseguras" caiu de 420  $(M_{nD}^*)$  para 222  $(M_{nD}^{**})$ , ou seja, uma queda de 47%.

(iii) Com relação as vigas SCB, os indicadores estatísticos M<sub>u</sub>/M<sup>\*\*</sup><sub>nD</sub> apresentam-se novamente satisfatórios para todos os valores ψ considerados, a média ficou entre 1,01 e 1,10, o desvio padrão entre 0,07 e 0,13, os valores médios para M<sub>u</sub>/M<sup>\*\*</sup><sub>nD</sub> com λ<sub>D</sub>≤1,5 são 1,01; 1,08; 1,10; 1,09; 1,07 e 1,01; 1,11; 1,06; 1,07; 1,04 para λ<sub>D</sub>>1,5. Observe também que o número de previsões "inseguras" caiu de 152 (M<sup>\*</sup><sub>nD</sub>) para 116 (equação com ajustes) totalizando uma queda de 24%. A Figura 5.6 (b) mostra que os casos M<sub>u</sub>M<sup>\*\*</sup><sub>nD</sub><1 correspondem a altos índices de esbeltez, 39% do total correspondem a λ<sub>D</sub>≥3,5 e 56% a 1,25< λ<sub>D</sub><3,5).</li>



Figura 5.6:  $M_u/M_{nD}^{**}$  vs.  $\lambda_D$  para as vigas (a) SCA e (b) SCB com  $\psi = +1; +0,5;0; -0,5; -1$ .

### **6** Conclusões

Este trabalho relatou uma investigação numérica a respeito do comportamento de flambagem e pós-flambagem (elástica e elasto-plástica) e de resistência última, via MRD, para seções tipo *Ue* com duas condições de apoio simples, empenamento e rotações locais (i) totalmente livres (*SCA*) ou (ii) totalmente impedidos (*SCB*). As barras foram submetidas a flexão (i) uniforme e (ii) não-uniforme. Buscou-se avaliar a precisão e a segurança das recomendações da curva codificada do MRD presente na AISI [10] e da curva proposta por MARTINS *et al.* [1]. Para isto foram analisadas *1200* vigas, formadas por uma combinação de (i) *15* geometrias, (ii) *8* valores de tensões de escoamento, (iii) *2* condições de apoio e (iv) *5* gradientes de momento.

O primeiro passo constituiu-se da seleção das geometrias e da análise de flambagem via GBT (com utilização do *GBTul* [20]), que forneceu os momentos e comprimentos críticos, estes deveriam corresponder ao modo "puramente" distorcional, ou seja, os comprimentos deveriam, sempre que possível, corresponderem a formação de uma semionda e possuir o respectivo momento crítico distorcional o mais abaixo possível do momento crítico local, além disso tentou-se manter a soma da participação modal dos modos 5 e 6 (nomenclatura *GBTul* [20]) próximo/maior que 80%.

Fez-se então a análise de flambagem via código *ANSYS* [21] a fim de se comparar o valor do momento crítico obtido por meio da GBT com o MEF, além disso é por meio desta análise (MEF) que obteve-se o deslocamento vertical máximo atingido na mesa mais comprimida da viga durante a ocorrência do fenômeno. Como já visto em trabalhos anteriores a imperfeição geométrica inicial aplicada de forma a fechar a seção (comprimindo a mesa superior do modelo numérico) produz a configuração deformada mais desfavorável no que diz respeito de análise de pós-flambagem elasto-plástica, para os casos de vigas submetidas a flexão.

Com os resultados das análises de pós-flambagem fez-se o dimensionamento por meio da curva codificada do MRD e da proposta por MARTINS *et al.* [1], e pôde-se destacar as seguintes observações:

(i) Em primeiro lugar, a condição de apoio exerce considerável influência no comportamento de pós-flambagem e na resistência última das vigas analisadas. As vigas SCB apresentaram em todos os resultados uma maior rigidez e resistência, devido à restrição do empenamento e das rotações nas seções de extremidades.

- (ii) Assim como a condição de apoio, a variação do gradiente de momento afeta consideravelmente as características de rigidez e de resistência na pós-flambagem elástica e elasto-plástica das vigas. Sendo a situação de  $\psi$ =-1 aquela que apresentou os maiores valores.
- (iii) Para ambas as condições de apoio as curvas de resistência de pós-flambagem têm seus valores aumentados conforme a sequência de gradientes de momento, ψ =+1;+0,5;0;-0,5;-1, comportamento similar já foi reportado por YU e SCHAFER [3]. Os resultados numéricos apresentados também condizem com os apontados em [3] (*i.e.*, também tendem a seguir a curva do "tipo-*Winter*").
- (iv) Naturalmente a curva normativa do MRD apresentou boa precisão e se mostrou segura para as vigas reportadas por YU e SCHAFER [3], ou seja, para casos cuja esbeltez tem valor baixo e moderado, mas é claramente insegura para as situações em que a esbeltez é moderada e alta ( $\lambda_D \ge 1,5$ ). Além disso, a curva tende a superestimar mais ou menos conforme o valor de  $\psi$ , sendo essa superestimação particularmente mais severa para os casos de apoio *SCA* com  $\psi \ne 1$ .
- (v) A curva do MRD proposta por MARTINS *et al.* [1] apresentou-se mais adequada para estimar os momentos últimos, se comparada com a codificada, porém, continuou a superestimar os resultados para os casos em que  $\psi \neq 1$ . Sugeriu-se então, ajustes nos parâmetros "*a*" e "*c*" da curva proposta em [1], para os casos *SCA* os novos parâmetros ("*a*<sub>1</sub>" e "*c*<sub>1</sub>") são função do gradiente de momento  $\psi$ , enquanto que para as barras *SCB* "*a*<sub>1</sub>" e "*c*<sub>1</sub>" são constantes, apesar dessa modificação a curva proposta permaneceu praticamente inalterada para as vigas com carregamento uniforme ( $\psi$ =1) para os casos *SCA* e (i<sub>2</sub>) para  $\lambda_D \leq 0,673$  (*SCA* e *SCB*). Apesar da sua simplicidade, as estimativas de momento obtidos por meio da curva modificada/ajustada melhoraram os resultados em relação as fornecidas pelas contrapartes disponíveis [1, 10].

### 6.1 Sugestões de trabalhos futuros

Os resultados obtidos nesta pesquisa ilustram que a curva do MRD não atende ao dimensionamento das seções tipo *Ue* analisadas, assim como a proposta por MARTINS *et al.* [1] também não satisfaz ao dimensionamento de barras com flexão não-uniforme. A fim de mudar a situação apresentada e usar os resultados obtidos nesta dissertação fez-se ajustes na curva do MRD proposta por MARTINS *et al.* [1], para as condições *SCA* e *SCB*, esses ajustes melhoraram consideravelmente os valores do momento último das vigas

simplesmente apoiadas sob flexão uniforme e não-uniforme (principalmente). Dessa forma, sugere-se entender está investigação para:

- (i) Análise experimental das vigas analisadas numericamente;
- (ii) Análises numéricas envolvendo outras seções, com verificação da influência das relações  $b_w/b_f$  e  $b_f/b_l$ , no que diz respeito ao dimensionamento via MRD através das curvas: (ii<sub>1</sub>) codificada distorcional, (ii<sub>2</sub>) proposta por MARTINS *et al.* [1], (ii<sub>3</sub>) e a proposta nesta pesquisa;
- (iii) Análises das seções estudadas para outras condições de apoio, tais como engastadolivre e engastado-apoiado, objetivando comparar e identificar a influência do apoio no dimensionamento para estas hipóteses de carregamento;
- (iv) Análise com distribuição não-uniforme de temperatura, situações de incêndio e análises para barras com carregamento transversal.

# 7 Referências Bibliográficas

- [1] MARTINS, A. D., LANDESMANN, A., CAMOTIM, D., DINIS, P. B., "Distortional failure of cold-formed steel beams under uniform bending: Behavior, strength and DSM design". *Thin-Walled Structures*, v. 118 (September), p. 196-213, 2017a.
- [2] MARTINS, A. D., CAMOTIM, D., DINIS, P. B. "Local-distortional interaction in coldformed steel beams: Behavior, strength and DSM design". *Thin-Walled Structures*, v. 119 (October), p. 879-901, 2017b.
- [3] YU, C., SCHAFER, B.W. "Distortional Buckling of Cold-formed Steel Members in Bending". In: *The American Iron and Steel Institute (AISI)*, Baltimore, Maryland, 2005.
- [4] LANDESMANN, A., CAMOTIM, D. "Distortional failure and DSM design of coldformed steel lipped channel beams under elevated temperatures". *Thin-Walled Structures*, v. 98 (January), p. 75-93, 2015.
- [5] BARICHELLO, C., LANDESMANN, A., CAMOTIM, D. "Distortional Failure and DSM Design of Cold-Formed Steel S-Shaped Beams Under Uniform Bending". *Latin American Journal of Solids and Structures*, v. 14, n. 12, p. 2123-2140, Aug. 2017.
- [6] CBCA CENTRO BRASILEIRO DA CONSTRUÇÃO EM AÇO. Estruturas compostas por perfis formados a frio – dimensionamento pelo método das larguras efetivas e aplicação conforme ABNT NBR 14762:2010 e ABNT NBR 6355:2012. Série Manual de Construção em Aço. Rio de Janeiro, 2014. 192p.
- [7] PFEIL, W., PFEIL, M., 2009, *Estruturas de aço: dimensionamento prático*. 8ª ed. Rio de Janeiro, Livros LTC Técnicos e Científicos Editora Ltda.
- [8] SILVESTRE, N., CAMOTIM, D. "Distortional buckling formulae for cold-formed steel C and Z-section members Part I — derivation". *Thin-Walled Structures*, v. 42 (November), p. 1567-1597, 2004.
- [9] VAN DER MAAS, C.J. "Charts for the calculation of the critical compressive stress for local instability of columns with hat sections". *Journal of the Aeronautical Sciences*, v. 21 (6), p. 399-403, 1954.
- [10] AISI AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE. AISI-S100-16: North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members. Washington Dc, 2016.

- [11] ABNT ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 14762: Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio. Rio de Janeiro, 2010.
- [12] SCHAFER, B.W. "Review: The Direct Strength Method of cold-formed steel member design". *Journal of Constructional Steel Research*, v.68 (7-8), p. 766-778, 2008.
- [13] CAMOTIM, D., DINIS, P. B., MARTINS, A. D. "Direct Strength Method (DSM) a general approach for the design of cold-formed steel structures". *Recent Trends in Cold-Formed Steel Construction*, C. Yu (ed.), Woodhead Publishing (Series in Civil and Structural Engineering), Amsterdam, p. 69-105, 2016.
- [14] AS/NZS STANDARDS AUSTRALIA/STANDARDS NESW ZELAND. AS/NZS 4600:2005: Cold-Formed Steel Structures. Sydney-Wellington, 2005.
- [15] YU C., SCHAFER B.W. "Distortional buckling tests on cold-formed steel beams". *Journal of Structural Engineering (ASCE)*, v. 132 (4), p. 515-528, 2006.
- [16] YU C., SCHAFER B.W. "Simulation of cold-formed steel beams in local and distortional buckling with applications to the Direct Strength Method". *Journal of Constructional Steel Research*, v. 63 (5), p. 581-590, 2007.
- [17] BEBIANO, R., DINIS, P.B., SILVESTRE, CAMOTIM, D., "On the Application of the Direct Strength Method to Cold-Formed Steel Beams Subjected to Non-Uniform Bending". 5th International Conference on Advances in Steel Structures, Singapore, p. 322-327, 5-7 December, 2007.
- [18] DINIS, P.B., CAMOTIM, D. "Local/distortional mode interaction in cold-formed steel lipped channel beams". *Thin-Walled Structures*, v. 48 (10-11), p. 771-785, 2010.
- [19] WANG, L., YOUNG, B. "Design of cold-formed steel channel with stiffened webs subjected to bending". *Thin-Walled Structures*, v. 85 (December), p. 81-92, 2014.
- [20] BEBIANO, R., PINA, P., SILVESTRE, N., CAMOTIM, D., 2010b. GBTUL 1.0β Buckling and Vibration Analysis of Thin-Walled Members - User Manual, DECivil/IST, Technical University of Lisbon. (http://www.civil.ist.utl.pt/gbt).
- [21] ANSYS. Version 12: SAS Swanson Analysis Systems Inc., 2009.
- [22] REIS, A., CAMOTIM, D., 2000, Estabilidade Estrutural. Portugal, McGRAW-HILL.
- [23] MURAT, P. "Genetic programming-based formulation for distortional buckling stress of cold-formed steel members", *Journal of Constructional Steel Research*, v. 64 (12), p. 1495-1504, 2008.
- [24] SCHARDT, R. "Generalized beam theory—an adequate method for coupled stability problems". *Thin-walled structures*, v. 19 (2-4), p.161-180, 1994.
- [25] DAVIES, J., LEACH, P., HEINZ, D. "Second-order generalized beam theory". *Journal of Constructional Steel Research*, v. 31 (2-3), p. 221-241, 1994.
- [26] HANCOCK, G.J., KWON, Y.B., BERNARD, E.S. "Strength design curves for thin-walled sections undergoing distortional buckling". *Journal of Constructional Steel Research*, v. 31 (2-3), p. 169-186, 1994.
- [27] CHEUNG, Y.K., Finite Strip Method in Structural Analysis, New York, USA, Pergamon Press, 1997.
- [28] CORRÊA, M. R., 1983, Aplicação do método das faixas finitas na análise de estruturas prismáticas. Dissertação de M.Sc., Universidade São Paulo, São Paulo, SP, Brasil, p.13.
- [29] HANCOCK, G.J. "Local, Distortional and Lateral Buckling of I-Beams". Research Report, School of Civil Engineering, University of Sydney. Australia, R312. 1977
- [30] HANCOCK, G.J. "Local, Distortional and Lateral Buckling of I-Beams". *Journal of the Structural Division*, ASCE, v. 104 (11), 1978.
- [31] VON KARMAN, T., SECHLER, E. E., DONNELL, L. H. "The Strength of Thin Plates in Compression". *Transactions*, ASME, v. 54, 1932.
- [32] WINTER, G. "Strength of Thin Steel Compression Flanges". *Transactions of ASCE*, Paper No. 2305, 1947.
- [33] BATISTA, E. "Effective section method: A general direct method for the design of steel cold-formed members under local–global buckling interaction". *Thin Walled Structures*, v. 48 (4-5), p. 345-356, 2010.
- [34] BATISTA, E.M. "E'tude de la stabilite' des profils a parois minces et section ouverte de types U et C". Collection des publications de la Faculte' des Sciences Applique'es, v. 119, University of Liege, 1989.
- [35] SCHAFER, B., 1997, Cold-formed steel behavior and design: analytical and numerical modelling of elements and members with longitudinal stiffeners. Ph.D. Thesis, Cornell University, USA.
- [36] SCHAFER, B.W., PEKÖZ, T. "Direct strength prediction of cold-formed steel members using numerical elastic buckling solutions". *Proceedings of 14th International Specialty Conference on Cold-formed Steel Structures*, St. Louis, p. 69-76, 15-16 October 1998.
- [37] ABAQUS. Version 6.2: ABAQUS, Inc. Pawtucket, 2001. Disponível em </br/>
  </www.abaqus.com>.

- [38] BARICHELLO, C., 2016, Behavior and DSM Design of cold-formed steel "S" type beams experiencing distortional failure. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- [39] MARTINS, A. D., LANDESMANN, A., CAMOTIM, D., DINIS, P. B. "Distortional Failure of Cold-Formed Steel Beams under Uniform Bending: Behavior, Strength and DSM Design". *Proceedings of the Annual Stability Conference Structural Stability Research Council*, Florida, 12-15 de abr. 2016.
- [40] ABAQUS Standard. Version 6.9-3: Simulia Inc. 2009.
- [41] LANDESMANN, A., CAMOTIM, D. "Distortional failure and DSM design of coldformed steel lipped channel beams under elevated temperatures". *Thin-Walled Structures*, v. 98A (January), p. 75-93, 2016.

## **ANEXO** A

## Dados referentes às vigas selecionadas

As Tabela A1 até A15 fornecem os momentos últimos numéricos e as estimativas da curva codificada do MRD. Cada tabela diz respeito a uma geometria (*C01* até *C15*, ver Tabela 3.1), para as duas condições de apoio *SCA* e *SCB* e as 5  $\psi$ 's relações de momento consideradas ao longo da viga ( $\psi$ =+1;+0,5;0;-0,5;-1), as tabelas fornecem ainda informações sobre (i) a esbeltez distorcional  $\lambda_D$ , (ii) os momentos de escoamento e de plasticidade  $M_y$  e  $M_p$ , (iii) o momento último numérico  $M_u$  e (iv) as relações:  $M_u/M_{nD}$ ,  $M_u/M_{nD}^{**}$ .

				SCA								SCB				
Ψ	$\lambda_D$	M <sub>u</sub> (kNcm)	My (kNcm)	M <sub>p</sub> (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$	$\lambda_D$	M <sub>u</sub> (kNcm)	My (kNcm)	M <sub>p</sub> (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$
+1	0,50	75,2	74,9	80,9	1,00	0,98	0,98	0,98	0,50	110,8	105,6	114,1	1,05	1,03	1,03	1,03
	1,00	247,8	302,1	326,3	0,82	1,05	1,09	1,09	1,00	344,2	422,5	456,2	0,81	1,04	1,07	1,07
	1,50	309,0	679,2	733,4	0,45	0,80	1,04	1,05	1,50	446,0	949,4	1025,2	0,47	0,83	0,97	0,98
	2,00	333,8	1207,3	1303,7	0,28	0,62	0,99	1,00	2,00	610,5	1688,7	1823,6	0,36	0,81	1,07	1,10
	2,50	367,6	1886,5	2037,1	0,19	0,53	1,00	1,02	2,50	787,0	2638,1	2848,8	0,30	0,82	1,19	1,23
	3,00	404,8	2715,5	2932,3	0,15	0,48	1,03	1,06	3,00	759,7	3798,7	4102,1	0,20	0,65	1,03	1,06
	3,50	419,1	3696,8	3992,0	0,11	0,42	1,01	1,04	3,50	723,9	5170,6	5583,5	0,14	0,52	0,89	0,93
	4,00	424,1	4828,0	5213,5	0,09	0,37	0,98	1,02	4,00	675,4	6753,7	7293,0	0,10	0,42	0,77	0,80
+0,5	0,60	145,9	140,0	151,2	1,04	1,03	1,03	1,03	0,60	244,8	222,3	240,1	1,10	1,09	1,09	1,09
	1,10	363,1	469,2	506,6	0,77	1,06	1,15	1,18	1,10	499,2	745,5	805,0	0,67	0,92	0,97	0,97
	1,60	402,7	991,1	1070,3	0,41	0,75	1,03	1,08	1,60	770,8	1578,2	1704,2	0,49	0,91	1,09	1,11
	2,10	426,3	1708,4	1844,8	0,25	0,59	0,96	1,04	2,10	1117,2	2718,0	2935,0	0,41	0,96	1,30	1,33
	2,60	443,3	2618,5	2827,6	0,17	0,48	0,92	1,02	2,60	1249,8	4166,0	4498,6	0,30	0,85	1,27	1,31
	3,10	460,0	3722,6	4019,9	0,12	0,41	0,90	1,01	3,10	1714,5*	5922,3	6395,2	0,29	0,97	1,55	1,61
	3,60	480,7	5020,8	5421,7	0,10	0,37	0,90	1,02	3,60	1961,7*	7986,8	8624,6	0,25	0,94	1,62	1,69
	4,10	476,4	6511,8	7031,8	0,07	0,32	0,85	0,99	4,10	2155,5*	10359,7	11186,9	0,21	0,90	1,65	1,73
0	0,70	231,3	222,3	240,1	1,04	1,06	1,04	1,04	0,70	435,1	395,5	427,1	1,10	1,12	1,11	1,11
	1,20	437,0	654,6	706,9	0,67	0,98	1,11	1,16	1,20	810,0	1161,9	1254,6	0,70	1,02	1,10	1,11
	1,70	464,1	1314,1	1419,1	0,35	0,69	0,98	1,07	1,70	1258,1	2332,3	2518,5	0,54	1,05	1,30	1,32
	2,20	472,6	2202,1	2378,0	0,21	0,52	0,89	1,01	2,20	1562,2	3905,6	4217,5	0,40	0,98	1,35	1,38
	2,70	472,6	3316,1	3580,9	0,14	0,42	0,83	0,97	2,70	2042,7*	5881,7	6351,4	0,35	1,02	1,54	1,59
	3,20	472,6	4658,5	5030,5	0,10	0,35	0,78	0,94	3,20	2363,3*	8261,9	8921,7	0,29	0,98	1,61	1,67
	3,70	472,6	6228,1	6725,4	0,08	0,30	0,75	0,91	3,70	2586,8*	11045,0	11927,0	0,23	0,92	1,61	1,68
	4,20	472,6	8024,9	8665,7	0,06	0,26	0,72	0,89	4,20	2667,7*	14232,1	15368,6	0,19	0,83	1,54	1,61
-0,5	0,80	346,9	330,4	356,8	1,05	1,16	1,13	1,13	0,80	565,4	528,1	570,3	1,07	1,18	1,16	1,16
	1,30	486,0	870,8	940,3	0,56	0,87	1,04	1,10	1,30	905,6	1394,0	1505,3	0,65	1,02	1,13	1,14
	1,80	503,6	1670,3	1803,7	0,30	0,62	0,91	1,02	1,80	1368,4	2672,5	2885,9	0,51	1,05	1,33	1,35
	2,30	519,9	2727,8	2945,6	0,19	0,48	0,85	0,99	2,30	1657,7	4362,5	4710,8	0,38	0,97	1,36	1,40
	2,80	530,7	4041,9	4364,7	0,13	0,40	0,81	0,98	2,80	2160*	6465,1	6981,4	0,33	1,02	1,56	1,61
	3,30	553,3	5614,0	6062,3	0,10	0,35	0,80	0,99	3,30	2468,1*	8980,4	9697,5	0,27	0,97	1,61	1,67
	3,80	581,4	7444,0	8038,4	0,08	0,32	0,80	1,02	3,80	2633,4*	11908,4	12859,3	0,22	0,89	1,58	1,64
	4,30	646,2	9531,9	10293,0	0,07	0,31	0,86	1,12	4,30	2659*	15247,8	16465,4	0,17	0,79	1,48	1,55
-1	0,90	354,2	383,2	413,8	0,92	1,10	1,10	1,11	0,90	605,0	646,0	697,6	0,94	1,12	1,11	1,12
	1,40	447,8	926,0	1000,0	0,48	0,80	1,00	1,08	1,40	965,1	1564,7	1689,6	0,62	1,02	1,17	1,18
	1,90	454,5	1705,9	1842,2	0,27	0,57	0,88	0,99	1,90	1412,2	2881,3	3111,4	0,49	1,05	1,36	1,39
	2,40	454,5	2722,9	2940,3	0,17	0,44	0,80	0,94	2,40	1609,4	4598,3	4965,5	0,35	0,92	1,32	1,36
	2,90	454,5	3974,4	4291,7	0,11	0,36	0,75	0,91	2,90	2163*	6713,2	7249,3	0,32	1,01	1,58	1,63
	3,40	454,5	5462,9	5899,2	0,08	0,30	0,71	0,89	3,40	2297,7*	9228,5	9965,4	0,25	0,91	1,52	1,58
	3,90	612,2	7188,5	7762,5	0,09	0,35	0,91	1,17	3,90	2298,2*	12141,7	13111,3	0,19	0,78	1,40	1,46
	4,40	678,0	9149,9	9880,6	0,07	0,34	0,98	1,28	4,40	2298,3*	15455,4	16689,5	0,15	0,69	1,30	1,37

Tabela A1: Resultados numéricos e estimativas via curvas do MRD para C01.

				SCA								SCB				
Ψ	$\lambda_D$	M <sub>u</sub> (kNcm)	My (kNcm)	$M_p^{(kNcm)}$	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$	$\lambda_D$	M <sub>u</sub> (kNcm)	My (kNcm)	$M_p^{(kNcm)}$	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$
+1	0,55	89,3	85,0	92,1	1,05	1,03	1,03	1,03	0,55	124,8	122,1	132,2	1,02	1,01	1,01	1,01
	1,05	251,2	312,3	338,1	0,80	1,07	1,13	1,14	1,05	330,3	445,2	482,0	0,74	0,98	1,02	1,02
	1,55	293,3	680,2	736,4	0,43	0,78	1,04	1,05	1,55	415,4	970,9	1051,1	0,43	0,77	0,92	0,93
	2,05	322,8	1190,4	1288,8	0,27	0,62	1,01	1,02	2,05	596,5	1699,1	1839,4	0,35	0,81	1,08	1,10
	2,55	353,4	1841,3	1993,4	0,19	0,54	1,02	1,04	2,55	769,1	2629,7	2847,0	0,29	0,82	1,20	1,24
	3,05	390,4	2634,4	2852,0	0,15	0,49	1,05	1,08	3,05	933,9*	3761,4	4072,2	0,25	0,82	1,30	1,35
	3,55	409,8	3569,7	3864,6	0,11	0,43	1,05	1,08	3,55	1077,7*	5095,6	5516,6	0,21	0,80	1,37	1,43
	4,05	424,4	4645,7	5029,5	0,09	0,39	1,05	1,08	4,05	1172*	6632,3	7180,3	0,18	0,76	1,38	1,44
+0,5	0,65	160,7	153,1	165,7	1,05	1,05	1,05	1,05	0,65	236,3	218,0	236,0	1,08	1,08	1,08	1,08
	1,15	341,1	476,2	515,5	0,72	1,02	1,13	1,16	1,15	468,0	683,3	739,8	0,68	0,97	1,04	1,04
	1,65	372,3	981,7	1062,8	0,38	0,72	1,00	1,06	1,65	669,9	1406,9	1523,1	0,48	0,91	1,10	1,12
	2,15	387,0	1666,6	1804,3	0,23	0,56	0,93	1,01	2,15	920,5	2388,6	2585,9	0,39	0,92	1,26	1,29
	2,65	387,0	2532,3	2741,6	0,15	0,44	0,86	0,95	2,65	1161,9*	3630,0	3929,9	0,32	0,93	1,39	1,43
	3,15	387,0	3577,4	3873,0	0,11	0,37	0,81	0,91	3,15	1382,8*	5128,1	5551,7	0,27	0,91	1,48	1,54
	3,65	387,0	4803,4	5200,2	0,08	0,31	0,77	0,88	3,65	1557,9*	6885,9	7454,7	0,23	0,88	1,52	1,59
	4,15	387,0	6210,3	6723,3	0,06	0,27	0,74	0,86	4,15	1652,7*	8901,9	9637,3	0,19	0,81	1,50	1,57
0	0,75	246,7	235,0	254,4	1,05	1,11	1,08	1,08	0,75	352,3	332,4	359,8	1,06	1,12	1,11	1,11
	1,25	392,1	652,4	706,3	0,60	0,91	1,06	1,11	1,25	569,1	924,5	1000,9	0,62	0,93	1,02	1,03
	1,75	419,0	1280,1	1385,8	0,33	0,66	0,95	1,04	1,75	873,3	1811,9	1961,6	0,48	0,96	1,20	1,23
	2,25	425,9	2114,9	2289,6	0,20	0,50	0,87	0,99	2,25	1169,7*	2994,6	3242,0	0,39	0,97	1,36	1,39
	2,75	425,9	3160,0	3421,1	0,13	0,40	0,81	0,94	2,75	1446,8*	4474,1	4843,7	0,32	0,97	1,47	1,52
	3,25	425,9	4413,8	4778,5	0,10	0,34	0,76	0,91	3,25	1693,1*	6247,4	6763,5	0,27	0,94	1,55	1,61
	3,75	425,9	5876,3	6361,8	0,07	0,29	0,73	0,89	3,75	1896,9*	8319,0	9006,3	0,23	0,91	1,60	1,66
	4,25	425,9	7547,6	8171,1	0,06	0,25	0,70	0,87	4,25	1963,3*	10684,4	11567,1	0,18	0,82	1,53	1,60
-0.5	0,85	314,7	315,4	341,4	1,00	1,14	1,12	1,13	0,85	504,6	511,7	554,0	0,99	1,13	1,12	1,12
	1,35	411,8	794,6	860,3	0,52	0,84	1,02	1,09	1,35	758,0	1290,9	1397,6	0,59	0,95	1,07	1,08
	1,85	429,6	1493,4	1616,8	0,29	0,60	0,91	1,02	1,85	1121,3*	2422,6	2622,7	0,46	0,97	1,24	1,27
	2,35	439,9	2408,7	2607,7	0,18	0,47	0,85	0,99	2,35	1451,3*	3909,8	4232,8	0,37	0,96	1,37	1,40
	2,85	451,9	3543,4	3836,2	0,13	0,39	0,81	0,98	2,85	1746,5*	5749,6	6224,6	0,30	0,94	1,45	1,50
	3,35	451,9	4896,2	5300,7	0,09	0,33	0,77	0,96	3,35	2010*	7944,9	8601,2	0,25	0,91	1,51	1,57
	3,85	521,8	6465,4	6999,5	0,08	0,33	0,85	1,08	3,85	2224,5*	10492,7	11359,5	0,21	0,87	1,54	1,61
	4,35	559,0	8254,1	8936,0	0,07	0,31	0,87	1,14	4,35	2287,1*	13396,1	14502,8	0,17	0,78	1,47	1,54
-1	0,95	378,7	422,1	456,9	0,90	1,11	1,13	1,15	0,95	647,5	735,9	796,7	0,88	1,09	1,10	1,10
	1,45	435,7	981,7	1062,8	0,44	0,76	0,97	1,05	1,45	993,1	1716,1	1857,8	0,58	0,99	1,14	1,16
	1,95	450,0	1776,4	1923,1	0,25	0,56	0,87	0,99	1,95	1398,2*	3102,8	3359,2	0,45	0,99	1,29	1,32
	2,45	462,8	2802,9	3034,5	0,17	0,44	0,82	0,97	2,45	1740,3*	4897,7	5302,3	0,36	0,96	1,38	1,42
	2,95	474,6	4064,4	4400,2	0,12	0,37	0,79	0,96	2,95	2041,2*	7100,8	7687,4	0,29	0,92	1,44	1,49
	3,45	488,2	5559,4	6018,7	0,09	0,32	0,77	0,96	3,45	2061,6*	9712,0	10514,3	0,21	0,78	1,32	1,38
	3,95	519,0	7286,3	7888,2	0,07	0,30	0,78	1,01	3,95	2061,3*	12731,3	13783,1	0,16	0,68	1,22	1,27
	4,45	530,7	9248,2	10012,2	0,06	0,27	0,77	1,01	4,45	2061,3*	16157,3	17492,0	0,13	0,60	1,14	1,19

Tabela A2: Resultados numéricos e estimativas via curvas do MRD para C02.

				SCA								SCB				
Ψ	$\lambda_D$	$M_u^{(kNcm)}$	My (kNcm)	M <sub>p</sub> (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$	$\lambda_D$	M <sub>u</sub> (kNcm)	My (kNcm)	M <sub>p</sub> (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$
+1	0,40	310,2	305,4	337,0	1,02	0,97	0,97	0,97	0,40	440,2	413,4	456,2	1,07	1,02	1,02	1,02
	0,90	1399,2	1538,0	1697,4	0,91	1,08	1,08	1,08	0,90	1812,0	2085,4	2301,6	0,87	1,04	1,03	1,04
	1,40	1941,7	3723,9	4110,0	0,52	0,87	1,08	1,09	1,40	2509,5	5045,9	5569,1	0,50	0,83	0,94	0,95
	1,90	2156,7	6855,7	7566,5	0,31	0,68	1,04	1,05	1,90	3033,5	9294,8	10258,6	0,33	0,70	0,91	0,93
	2,40	2290,1	10940,8	12075,2	0,21	0,55	1,00	1,02	2,40	3737,9	14828,6	16366,0	0,25	0,67	0,95	0,98
	2,90	2346,5	15975,5	17631,9	0,15	0,46	0,96	0,98	2,90	4318,9	21650,7	23895,5	0,20	0,63	0,98	1,01
	3,40	2355,8	21956,1	24232,6	0,11	0,39	0,91	0,94	3,40	4716,9	29761,4	32847,1	0,16	0,58	0,97	1,01
	3,90	2374,6	28890,0	31885,4	0,08	0,34	0,88	0,91	3,90	4910,5	39156,8	43216,7	0,13	0,52	0,93	0,97
+0,5	0,50	605,4	584,7	645,3	1,04	0,70	1,01	1,01	0,50	896,5	800,6	883,7	1,12	1,09	1,09	1,09
	1,00	1989,9	2342,3	2585,2	0,85	0,54	1,13	1,14	1,00	2667,0	3202,6	3534,6	0,83	1,07	1,09	1,10
	1,50	2394,9	5269,3	5815,7	0,45	0,43	1,04	1,09	1,50	3441,1	7209,5	7957,0	0,48	0,84	0,98	1,00
	2,00	2575,2	9365,6	10336,7	0,27	0,36	0,98	1,06	2,00	4383,4	12817,6	14146,6	0,34	0,77	1,02	1,04
	2,50	2575,4	14634,9	16152,3	0,18	0,31	0,90	0,99	2,50	5195,3	20023,4	22099,5	0,26	0,71	1,04	1,07
	3,00	2575,4	21073,5	23258,5	0,12	0,27	0,85	0,95	3,00	5705,1	28837,8	31827,8	0,20	0,64	1,02	1,05
	3,50	2575,4	28681,4	31655,2	0,09	1,07	0,80	0,91	3,50	5929,4	39249,9	43319,4	0,15	0,56	0,96	1,00
	4,00	2575,4	37462,4	41346,6	0,07	0,94	0,77	0,89	4,00	5990,6	51263,2	56578,3	0,12	0,49	0,90	0,94
0	0,60	1003,6	960,8	1060,4	1,04	0,66	1,03	1,03	0,60	1616,0	1433,7	1582,4	1,13	1,11	1,11	1,11
	1,10	2391,6	3224,9	3559,3	0,74	0,51	1,11	1,14	1,10	3579,4	4815,0	5314,2	0,74	1,02	1,07	1,08
	1,60	2557,6	6822,2	7529,5	0,37	0,54	0,95	1,02	1,60	4955,6	10184,9	11240,9	0,49	0,90	1,09	1,10
	2,10	2701,2	11752,6	12971,2	0,23	0,54	0,89	1,00	2,10	6429,4	17543,3	19362,2	0,37	0,86	1,16	1,19
	2,60	2736,3	18012,5	19880,1	0,15	0,43	0,83	0,96	2,60	7411,5*	26890,3	29678,3	0,28	0,78	1,16	1,20
	3,10	2780,8	25609,2	28264,5	0,11	0,36	0,79	0,94	3,10	7724,9*	38225,8	42189,2	0,20	0,67	1,09	1,13
	3,60	2780,8	34535,4	38116,1	0,08	0,31	0,76	0,92	3,60	7761,9*	51553,6	56898,8	0,15	0,58	1,00	1,04
	4,10	2780,8	44794,7	49439,2	0,06	0,27	0,73	0,90	4,10	7761,9*	66866,3	73799,2	0,12	0,50	0,92	0,96
-0,5	0,70	1404,2	1344,3	1483,7	1,04	1,07	1,05	1,05	0,70	2576,1	2331,2	2572,9	1,11	1,13	1,12	1,12
	1,20	2525,4	3951,1	4360,7	0,64	0,94	1,07	1,12	1,20	4569,6	6848,2	7558,3	0,67	0,98	1,06	1,07
	1,70	2687,0	7928,2	8750,2	0,34	0,66	0,94	1,04	1,70	6488,9	13741,2	15165,9	0,47	0,92	1,14	1,16
	2,20	2786,4	13279,4	14656,3	0,21	0,51	0,87	1,01	2,20	8044,4*	23013,7	25399,8	0,35	0,85	1,18	1,21
	2,70	2804,0	19997,3	22070,7	0,14	0,41	0,81	0,98	2,70	8944*	34665,7	38260,0	0,26	0,76	1,15	1,18
	3,20	3218,2	28093,1	31005,8	0,11	0,39	0,88	1,09	3,20	9068,6*	48693,7	53742,4	0,19	0,64	1,05	1,08
	3,70	3369,9	37555,5	41449,4	0,09	0,35	0,88	1,12	3,70	9071,5*	65097,4	71846,9	0,14	0,55	0,96	1,00
	4,20	3560,0	48392,0	53409,5	0,07	0,33	0,90	1,16	4,20	9070,1*	83880,8	92577,8	0,11	0,48	0,89	0,93
-1	0,80	1937,9	1891,7	2087,9	1,02	1,13	1,10	1,10	0,80	3557,7	3444,6	3801,8	1,03	1,14	1,12	1,12
	1,30	2917,4	4993,7	5511,5	0,58	0,91	1,09	1,16	1,30	5628,7	9093,8	10036,6	0,62	0,97	1,07	1,09
	1,80	2952,7	9574,1	10566,8	0,31	0,63	0,93	1,05	1,80	7600,5*	17435,3	19243,0	0,44	0,89	1,13	1,15
	2,30	2972,9	15629,2	17249,7	0,19	0,48	0,85	0,99	2,30	8369,5*	28469,2	31421,0	0,29	0,75	1,05	1,08
	2,80	3000,6	23166,4	25568,3	0,13	0,39	0,80	0,97	2,80	8513,8*	42191,7	46566,3	0,20	0,61	0,94	0,97
	3,30	3043,5	32178,2	35514,5	0,09	0,33	0,77	0,96	3,30	8513,8*	58606,7	64683,2	0,15	0,51	0,85	0,88
	3,80	3780,4	42668,4	47092,4	0,09	0,36	0,91	1,16	3,80	8513,8*	77710,3	85767,5	0,11	0,44	0,78	0,81
	4,30	4221,3	54633,3	60297,8	0,08	0,35	0,98	1,28	4,30	8513,8*	99506,2	109823	0,09	0,39	0,73	0,76

Tabela A3: Resultados numéricos e estimativas via curvas do MRD para C03.

				SCA								SCB				
Ψ	$\lambda_D$	M <sub>u</sub> (kNcm)	My (kNcm)	M <sub>p</sub> (kNcm)	$\frac{M_u}{M_v}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$	$\lambda_D$	M <sub>u</sub> (kNcm)	My (kNcm)	M <sub>p</sub> (kNcm)	$\frac{M_u}{M_v}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$
+1	1,00	923,0	1099,6	1208,4	0,84	1,08	1,11	1,12	1,00	1253,1	1594,0	1751,8	0,79	1,01	1,03	1,03
	1,50	1129,4	2475,6	2720,6	0,46	0,80	1,05	1,06	1,50	1585,9	3584,9	3939,7	0,44	0,78	0,91	0,92
	2,00	1241,6	4401,5	4837,0	0,28	0,63	1,01	1,02	2,00	1893,2	6372,9	7003,4	0,30	0,67	0,88	0,90
	2,50	1335,2	6877,1	7557,6	0,19	0,53	0,99	1,02	2,50	2335,4	9957,8	10943,1	0,23	0,64	0,94	0,97
	3,00	1399,4	9905,8	10885,9	0,14	0,46	0,98	1,00	3,00	2721,6	14336,5	15755,0	0,19	0,61	0,97	1,01
	3,50	1439,4	13481,0	14814,8	0,11	0,40	0,96	0,98	3,50	3005,8	19515,5	21446,4	0,15	0,58	0,98	1,02
	4,00	1454,1	17609,2	19351,5	0,08	0,35	0,93	0,96	4,00	3155,5	25488,2	28010,1	0,12	0,52	0,95	0,99
	4,50	1451,0	22283,9	24488,8	0,07	0,31	0,89	0,92	4,50	3235,7	32258,0	35449,7	0,10	0,47	0,91	0,95
+0,5	1,20	1432,3	2329,2	2559,7	0,61	0,90	1,03	1,05	1,10	1828,4	2511,4	2759,9	0,73	1,00	1,05	1,06
	1,70	1586,5	4674,7	5137,3	0,34	0,66	0,94	1,00	1,60	2323,1	5312,4	5838,0	0,44	0,81	0,98	0,99
	2,20	1637,2	7830,3	8605,0	0,21	0,51	0,87	0,94	2,10	3084,9	9147,8	10052,9	0,34	0,79	1,07	1,09
	2,70	1661,2	11792,6	12959,4	0,14	0,41	0,82	0,91	2,60	3749,5*	14024,2	15411,8	0,27	0,76	1,13	1,16
	3,20	1690,8	16564,9	18203,9	0,10	0,35	0,79	0,88	3,10	4213*	19935,2	21907,6	0,21	0,71	1,13	1,18
	3,70	1908,3	22144,0	24335,0	0,09	0,34	0,85	0,97	3,60	4431,2*	26887,1	29547,4	0,16	0,63	1,09	1,13
	4,20	1936,5	28536,4	31359,9	0,07	0,30	0,83	0,95	4,10	4496,8*	34873,5	38324,0	0,13	0,56	1,02	1,07
	4,70	1937,6	35732,3	39267,8	0,05	0,27	0,80	0,93	4,60	4498,7*	43897,7	48241,1	0,10	0,50	0,96	1,00
0	1,20	1432,3	2329,2	2559,7	0,61	0,90	1,03	1,05	1,20	1905,5	2888,8	3174,6	0,66	0,97	1,05	1,05
	1,70	1586,5	4674,7	5137,3	0,34	0,66	0,94	1,00	1,70	2486,1	5800,3	6374,2	0,43	0,84	1,03	1,05
	2,20	1637,2	7830,3	8605,0	0,21	0,51	0,87	0,94	2,20	3190,0	9713,8	10675,0	0,33	0,80	1,11	1,14
	2,70	1661,2	11792,6	12959,4	0,14	0,41	0,82	0,91	2,70	3520,8	14629,3	16076,8	0,24	0,71	1,07	1,10
	3,20	1690,8	16564,9	18203,9	0,10	0,35	0,79	0,88	3,20	3594,4	20550,0	22583,3	0,17	0,60	0,98	1,02
	3,70	1908,3	22144,0	24335,0	0,09	0,34	0,85	0,97	3,70	3631,3	27472,6	30190,9	0,13	0,52	0,91	0,95
	4,20	1936,5	28536,4	31359,9	0,07	0,30	0,83	0,95	4,20	3634,2	35400,5	38903,2	0,10	0,45	0,84	0,88
	4,70	1937,6	35732,3	39267,8	0,05	0,27	0,80	0,93	4,70	3627,1	44330,3	48716,5	0,08	0,40	0,79	0,83
-0,5	1,30	1633,5	2944,1	3235,4	0,55	0,87	1,03	1,10	1,30	2180,7	3884,2	4268,6	0,56	0,88	0,97	0,99
	1,80	1698,8	5640,9	6199,1	0,30	0,62	0,91	1,02	1,80	3060,2	7443,2	8179,6	0,41	0,84	1,06	1,09
	2,30	1725,7	9209,6	10120,8	0,19	0,48	0,84	0,98	2,30	3931,0	12153,7	13356,2	0,32	0,82	1,16	1,19
	2,80	1762,8	13650,1	15000,7	0,13	0,39	0,80	0,96	2,80	4568,6*	18012,6	19794,8	0,25	0,77	1,18	1,22
	3,30	1795,3	18962,5	20838,7	0,09	0,33	0,77	0,95	3,30	4631,6*	25019,8	27495,3	0,19	0,65	1,08	1,13
	3,80	1910,4	25143,4	27631,2	0,08	0,31	0,78	0,99	3,80	4634,8*	33178,6	36461,4	0,14	0,56	1,00	1,04
	4,30	2056,0	32196,2	35381,8	0,06	0,29	0,81	1,05	4,30	4633,4*	42482,6	46685,9	0,11	0,49	0,93	0,97
	4,80	2299,8	40117,5	44086,9	0,06	0,29	0,87	1,16	4,80	4633,4*	52938,1	58176,0	0,09	0,44	0,87	0,91
-1	1,40	1692,7	3532,9	3882,5	0,48	0,80	0,99	1,07	1,40	2521,8	4821,1	5298,2	0,52	0,87	0,99	1,00
	1,90	1745,3	6506,3	7150,0	0,27	0,58	0,88	1,00	1,90	3547,5	8877,8	9756,2	0,40	0,86	1,11	1,13
	2,40	1775,9	10380,7	11407,8	0,17	0,45	0,82	0,97	2,40	4447,0	14164,1	15565,6	0,31	0,83	1,19	1,22
	2,90	1814,2	15156,3	16655,9	0,12	0,38	0,78	0,95	2,90	4535,3	20680,1	22726,3	0,22	0,69	1,07	1,11
	3,40	1946,4	20836,3	22897,9	0,09	0,34	0,80	1,00	3,40	4537,5	28425,8	31238,4	0,16	0,58	0,97	1,01
	3,90	2256,5	27414,1	30126,5	0,08	0,34	0,88	1,14	3,90	4537,5	37401,2	41101,8	0,12	0,50	0,90	0,94
	4,40	2447,1	34893,0	38345,5	0,07	0,32	0,92	1,21	4,40	4537,0	47609,5	52320,1	0,10	0,44	0,84	0,88
	4,90	2621,2	43273,1	47554,7	0,06	0,31	0,96	1,28	4,90	4534,1	59044,2	64886,3	0,08	0,39	0,78	0,82

Tabela A4: Resultados numéricos e estimativas via curvas do MRD para C04.

				SCA								SCB				
Ψ	λρ	$M_u$	$M_y$	$M_p$	$\frac{M_u}{M}$	$\frac{M_u}{M}$	$\frac{M_u}{M^*}$	$\frac{M_u}{M^{**}}$	λρ	$M_u$	$M_y$	$M_p$	$\frac{M_u}{M}$	$\frac{M_u}{M}$	$\frac{M_u}{M^*}$	$\frac{M_u}{M^{**}}$
. 1	0.65	(kNcm) 752.6	(kNcm) 760.9	(kNcm) 840.3	0.99	0.99	M <sub>nD</sub>	M <sub>nD</sub>	0.65	(kNcm) 1092.5	(kNcm) 1091.9	(kNcm) 1205.9	1.00	1.00	1.00	1.00
$\pm 1$	1.15	1651.5	2385.7	2634.9	0.69	0.98	1.09	1.10	1.15	2260.8	3417.4	3774.3	0.66	0.94	1.00	1.01
	1.65	1921.2	4909.0	5421.6	0.39	0.75	1.04	1.05	1.65	2768.9	7032.6	7766.9	0.39	0.75	0.91	0.93
	2,15	2115,9	8335,0	9205,4	0,25	0,61	1,02	1,04	2,15	3449,3	11941,6	13188,6	0,29	0,69	0,94	0,97
	2,65	2248,1	12663,8	13986,1	0,18	0,51	1,00	1,02	2,65	4149,9	18140,2	20034,5	0,23	0,66	0,99	1,02
	3,15	2329,6	17890,9	19759,1	0,13	0,44	0,98	1,00	3,15	4693,7	25632,7	28309,3	0,18	0,62	1,01	1,04
	3,65	2352,5	24020,7	26529,0	0,10	0,38	0,94	0,97	3,65	5052,0	34414,8	38008,5	0,15	0,57	0,99	1,03
	4,15	2352,5	31053,3	34295,9	0,08	0,33	0,90	0,93	4,15	5209,3	44490,8	49136,6	0,12	0,51	0,94	0,99
+0.5	0,75	1315,3	1298,2	1433,7	1,01	1,08	1,04	1,04	0,75	1956,5	1857,0	2050,9	1,05	1,12	1,10	1,10
1 0,0	1,25	2225,6	3602,3	3978,4	0,62	0,94	1,09	1,12	1,25	3197,5	5154,1	5692,3	0,62	0,94	1,03	1,04
	1,75	2419,7	7058,4	7795,4	0,34	0,69	0,99	1,05	1,75	4158,9	10097,5	11151,9	0,41	0,82	1,03	1,05
	2,25	2546,7	11666,5	12884,7	0,22	0,54	0,94	1,02	2,25	5262,2	16695,9	18439,3	0,32	0,79	1,09	1,12
	2,75	2626,0	17430,9	19251,1	0,15	0,45	0,90	1,00	2,75	6109,7	24936,4	27540,2	0,25	0,73	1,12	1,15
	3,25	2626,0	24343,1	26885,1	0,11	0,38	0,85	0,96	3,25	6610,9	34831,8	38469,0	0,19	0,66	1,09	1,13
	3,75	2626,0	32411,7	35796,2	0,08	0,32	0,81	0,93	3,75	6804,8	46373,6	51216,0	0,15	0,58	1,03	1,07
	4,25	2626,0	41627,9	45974,8	0,06	0,28	0,78	0,91	4,25	6795,3	59561,8	65781,4	0,11	0,51	0,95	1,00
0	0,85	1975,9	1990,3	2198,1	0,99	1,14	1,12	1,12	0,85	3113,9	3116,5	3441,9	1,00	1,15	1,13	1,14
	1,35	2572,4	5016,5	5540,3	0,51	0,83	1,01	1,07	1,35	4607,6	7862,2	8683,2	0,59	0,95	1,06	1,08
	1,85	2712,6	9422,6	10406,5	0,29	0,60	0,91	1,00	1,85	6411,7	14770,1	16312,4	0,43	0,91	1,16	1,19
	2,35	2813,8	15204,3	16791,9	0,19	0,48	0,86	0,98	2,35	7849,9	23831,6	26320,1	0,33	0,85	1,21	1,25
	2,85	2855,4	22361,5	24696,5	0,13	0,39	0,81	0,95	2,85	8797,5*	35046,7	38706,4	0,25	0,78	1,20	1,24
	3,35	3030,5	30898,6	34125,0	0,10	0,35	0,82	0,98	3,35	9023,2*	48424,1	53480,6	0,19	0,67	1,11	1,16
	3,85	3119,4	40811,2	45072,8	0,08	0,31	0,80	0,99	3,85	9032,2*	63959,3	70638,1	0,14	0,58	1,03	1,07
	4,35	3169,5	52099,4	57539,7	0,06	0,28	0,79	0,98	4,35	9030,1*	81652,5	90178,8	0,11	0,51	0,95	1,00
-0,5	0,95	2693,7	3107,9	3432,4	0,87	1,07	1,09	1,11	0,95	2644,9	2974,7	3285,3	0,89	1,10	1,11	1,11
	1,45	3095,3	7243,2	7999,5	0,43	0,73	0,93	1,01	1,45	3509,8	6929,4	7653,0	0,51	0,87	1,00	1,01
	1,95	3159,3	13097,9	14465,6	0,24	0,53	0,83	0,94	1,95	4715,1	12534,8	13843,7	0,38	0,83	1,08	1,10
	2,45	3229,3	20676,4	22835,5	0,16	0,42	0,77	0,91	2,45	5701,5	19790,9	21857,5	0,29	0,78	1,12	1,15
	2,95	3315,6	29978,7	33109,1	0,11	0,35	0,74	0,91	2,95	5692,2	28689,1	31684,8	0,20	0,63	1,00	1,03
	3,45	3597,3	41004,6	45286,4	0,09	0,32	0,77	0,96	3,45	5710,7	39237,9	43335,2	0,15	0,54	0,91	0,94
	3,95	3736,8	53750,1	59362,7	0,07	0,27	0,76	0,98	3,95	5704,4	51437,4	56808,6	0,11	0,46	0,83	0,87
	4,45	3910,4	68219,3	75342,8	0,06	0,27	0,77	1,01	4,45	5694,2	65283,3	72100,3	0,09	0,41	0,78	0,81
-1	1,05	2327,8	2923,1	3228,3	0,80	1,06	1,12	1,15	1,05	4252,3	5497,9	6072,1	0,77	1,03	1,06	1,07
	1,55	2533,4	6370,6	7035,8	0,40	0,72	0,96	1,05	1,55	6218,3	11976,0	13226,5	0,52	0,94	1,11	1,13
	2,05	2672,3	11146,3	12310,3	0,24	0,55	0,89	1,02	2,05	7839,5	20951,5	23139,3	0,37	0,86	1,15	1,18
	2,55	2715,3	17246,1	19047,0	0,16	0,44	0,83	0,99	2,55	8219,9	32416,0	35800,9	0,25	0,71	1,04	1,07
	3,05	2745,0	24674,1	27250,7	0,11	0,37	0,79	0,97	3,05	8255,8	46377,9	51220,8	0,18	0,59	0,93	0,97
	3,55	3273,4	33426,2	36916,6	0,10	0,37	0,90	1,13	3,55	8264,3	62828,8	69389,5	0,13	0,50	0,85	0,89
	4,05	3386,9	43506,4	48049,4	0,08	0,33	0,89	1,15	4,05	8233,4	81772,9	90311,7	0,10	0,43	0,79	0,82
	4,55	3451,4	54910,7	60644,6	0,06	0,30	0,88	1,16	4,55	8255,8	103210	113988	0,08	0,38	0,73	0,77

Tabela A5: Resultados numéricos e estimativas via curvas do MRD para C05.

				SCA								SCB				
Ψ	ln	$M_u$	$M_y$	$M_p$	$\frac{M_u}{M_u}$	$M_{u}$	$\frac{M_u}{M_u}$	$\frac{M_u}{M_u}$	lo	$M_u$	$M_y$	$M_p$	$\frac{M_u}{M_u}$	$\underline{M_u}$	$\frac{M_u}{M_u}$	$\frac{M_u}{M_u}$
	0.05	(kNcm)	(kNcm)	(kNcm)	<i>M</i> <sub>y</sub>	$M_{nD}$	$M_{nD}$	$M_{nD}$	0.70	(kNcm)	(kNcm)	(kNcm)	<i>M</i> <sub>y</sub>	M <sub>nD</sub>	$M_{nD}$	M <sub>nD</sub>
+1	1.45	1/102.6	3295.0	3664.8	0.45	0.77	0.99	1,09	1.20	2041.4	3260.2	3626.1	0,99	0.92	0.99	1,00
	1,45	1691/11	5959.7	6628 5	0.28	0,77	0,97	0.99	1,20	2041,4	6539.8	7273 7	0,05	0,72	0,99	0.92
	2.45	1840.8	9405 5	10461.1	0,28	0,02	0,97	0,99	2 20	2444,4	10952 5	121817	0,37	0,75	0,90	0,92
	2,45	1040,0	13636.5	15166.0	0,20	0,55	0,97	0,99	2,20	3560.0	16404 5	18345.6	0,27	0,67	0,92	0,95
	2,75	2014.3	18648.6	20741.5	0,14	0,40	0,90	0,97	2,70	3088.7	23169.6	25769.0	0,22	0,04	0,90	1.00
	3.95	2014,5	24445.9	20741,5	0.08	0.35	0,94	0,97	3,20	4231.7	30077.0	31151 5	0.14	0,57	0,97	0.98
	4 4 5	2024,2	31028.2	34510.4	0.07	0.31	0.88	0,91	4 20	4348 5	39915 5	44395 1	0.11	0.48	0,94	0.94
	1 15	1803.0	3074.6	3/19.6	0.59	0.83	0.93	0.95	0.80	1958.6	1898.9	2112.0	1.03	1 14	1.12	1 12
+0,5	1,15	2222.8	6330.0	7041.5	0,35	0,65	0,95	0,95	1.30	2031.8	5016.0	5570.0	0.58	0.01	1,12	1,12
	2.15	2232,0	10747 5	11053 7	0,35	0,07	0,95	0,99	1,50	2931,0	0618.2	10607.7	0,50	0,91	1,01	1,05
	2,15	2340,8	16328.2	11955,7	0,22	0,52	0.83	0,95	2 30	4812.6	15705 5	17468 1	0,40	0,82	1,05	1,05
	2,05	2393,7	23069.1	25658.1	0,15	0,42	0,85	0,91	2,30	4012,0 5567.0	23277.9	25890.4	0,31	0,78	1,10	1,15
	3,65	2430,1	30974 1	34450.2	0,00	0,30	0,72	0.03	3 30	5947*	32331.5	35960.0	0.18	0,75	1.08	1,15
	4 15	2696.3	40043.1	14537 1	0,07	0,33	0,82	0,93	3,50	6051 5*	12874 1	47685 7	0.14	0,05	1,00	1,12
	4.65	2000,5	50272 4	55914 4	0.05	0,30	0.78	0,95	4 30	6051,5	5/897.8	61058.9	0,14	0,57	0.94	0.98
	1.15	1803.0	3074.6	3/10.6	0,05	0.83	0.03	0.91	4,50	2305.0	2307.8	2666.0	0.06	1 15	1 14	1 15
0	1,15	2222.8	6330.9	7041.5	0,35	0,85	0,95	0,95	1.40	2305,0	5797.2	2000,9 6447.9	0,90	0.90	1,14	1,15
	2.15	2232,0	10747 5	11953 7	0.22	0.52	0.87	0,95	1,40	4166.4	10681.8	11880.6	0,34	0.84	1.08	1 11
	2,15	2395 7	16328.2	18160.7	0.15	0.42	0.83	0,95	2 40	4883 3	17043 7	18956.4	0.29	0,04	1,00	1 12
	3.15	2430.1	23069.1	25658.1	0.11	0.36	0.79	0.89	2,90	5122.6	24882.9	27675.4	0.21	0.65	1.01	1.04
	3.65	2643.5	30974.1	34450.2	0.09	0.33	0.82	0.93	3.40	5181.2	34203.3	38041.9	0.15	0.55	0.92	0.96
	4.15	2696.3	40043.1	44537.1	0.07	0.30	0.80	0.93	3.90	5209.6	45001.1	50051.5	0.12	0.48	0.86	0.89
	4.65	2708.6	50272.4	55914.4	0.05	0.26	0.78	0.91	4.40	5208.7	57280.2	63708.6	0.09	0.42	0.80	0.83
0.5	1.00	2162.6	2506.1	2787.3	0.86	1.11	1.15	1.17	1.00	2811.3	3372.4	3750.9	0.83	1.07	1.09	1.10
-0,5	1,50	2414,8	5634,8	6267,2	0,43	0,75	0,98	1,07	1,50	3784,1	7591,7	8443,7	0,50	0,88	1,03	1,04
	2,00	2505,9	10016,6	11140,7	0,25	0,56	0,89	1,02	2,00	5078,6	13497,2	15012,0	0,38	0,85	1,12	1,14
	2,50	2522,7	15651,4	17407,9	0,16	0,44	0,83	0,98	2,50	6003,7	21085,1	23451,4	0,28	0,78	1,14	1,17
	3,00	2856,0	22539,2	25068,8	0,13	0,41	0,88	1,07	3,00	6197,1	30363,0	33770,6	0,20	0,66	1,05	1,08
	3,50	3105,4	30676,3	34119,0	0,10	0,38	0,91	1,14	3,50	6223,4	41331,0	45969,5	0,15	0,56	0,96	1,00
	4,00	3185,3	40066,3	44562,9	0,08	0,34	0,89	1,15	4,00	6225,7	53981,3	60039,5	0,12	0,49	0,88	0,92
	4,50	3183,8	50709,4	56400,4	0,06	0,30	0,86	1,13	4,50	6225,7	68321,6	75989,2	0,09	0,43	0,82	0,86
-1	1,10	2339,0	3128,7	3479,9	0,75	1,03	1,11	1,16	1,10	3158,7	4405,0	4899,3	0,72	0,99	1,03	1,04
	1,60	2488,5	6621,0	7364,1	0,38	0,70	0,95	1,04	1,60	4469,5	9320,4	10366,5	0,48	0,89	1,07	1,09
	2,10	2584,6	11401,1	12680,6	0,23	0,53	0,88	1,01	2,10	5737,0	16057,5	17859,6	0,36	0,84	1,13	1,16
	2,60	2605,6	17480,7	19442,5	0,15	0,42	0,81	0,97	2,60	5868,1	24616,0	27378,6	0,24	0,68	1,01	1,04
	3,10	2521,5	24848,1	27636,7	0,10	0,34	0,74	0,91	3,10	5891,4	34992,3	38919,4	0,17	0,56	0,90	0,94
	3,60	2864,2	33511,1	37272,0	0,09	0,33	0,80	1,02	3,60	5891,4	47190,1	52486,1	0,12	0,48	0,83	0,86
	4,10	2959,1	43465,8	48343,9	0,07	0,29	0,80	1,03	4,10	5891,4	61209,4	68078,9	0,10	0,42	0,76	0,80
	4,60	3097,7	54712,2	60852,4	0,06	0,27	0,80	1,06	4,60	5891,1	77046,5	85693,2	0,08	0,37	0,71	0,75

Tabela A6: Resultados numéricos e estimativas via curvas do MRD para C06.

				SCA								SCB				
Ψ	$\lambda_D$	$M_u^{(kNcm)}$	My (kNcm)	$M_p^{(kNcm)}$	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$	$\lambda_D$	M <sub>u</sub> (kNcm)	My (kNcm)	$M_p^{(kNcm)}$	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$
+1	0,30	137,8	136,1	150,0	1,01	0,96	0,96	0,96	0,30	209,2	193,1	212,9	1,08	1,03	1,03	1,03
	0,80	903,2	956,7	1054,8	0,94	1,04	1,01	1,01	0,80	1295,0	1373,7	1514,5	0,94	1,04	1,02	1,03
	1,30	1446,4	2523,5	2782,3	0,57	0,90	1,07	1,08	1,30	2013,4	3620,7	3992,0	0,56	0,87	0,96	0,98
	1,80	1610,7	4836,4	5332,3	0,33	0,68	1,01	1,02	1,80	2419,7	6943,0	7654,9	0,35	0,71	0,90	0,92
	2,30	1762,9	7899,7	8709,8	0,22	0,57	1,00	1,02	2,30	3059,0	11336,1	12498,5	0,27	0,69	0,96	0,99
	2,80	1881,3	11704,7	12904,9	0,16	0,49	0,99	1,02	2,80	3677,7	16800,0	18522,7	0,22	0,67	1,02	1,06
	3,30	1957,9	16260,2	17927,6	0,12	0,43	0,98	1,00	3,30	4113,8	23339,2	25732,5	0,18	0,62	1,03	1,07
	3,80	1957,9	21561,8	23772,8	0,09	0,37	0,93	0,96	3,80	4318,7	30944,9	34118,0	0,14	0,56	1,00	1,04
+0,5	0,40	322,1	307,2	338,7	1,05	1,01	1,01	1,01	0,40	506,9	447,7	493,6	1,13	1,09	1,09	1,09
	0,90	1455,3	1549,2	1708,1	0,94	1,12	1,11	1,12	0,90	2137,7	2264,6	2496,8	0,94	1,12	1,12	1,13
	1,40	1893,8	3748,0	4132,3	0,51	0,84	1,05	1,09	1,40	2884,7	5477,1	6038,8	0,53	0,87	1,00	1,01
	1,90	2059,3	6899,1	7606,5	0,30	0,64	0,98	1,05	1,90	3951,5	10085,3	11119,4	0,39	0,84	1,09	1,11
	2,40	2155,6	11011,3	12140,4	0,20	0,52	0,94	1,03	2,40	4974,1	16093,5	17743,7	0,31	0,82	1,17	1,20
	2,90	2191,8	16075,9	17724,3	0,14	0,43	0,89	0,99	2,90	5816,6*	23497,2	25906,7	0,25	0,78	1,21	1,25
	3,40	2234,2	22097,2	24363,1	0,10	0,37	0,86	0,98	3,40	6285,4*	32301,0	35613,2	0,19	0,71	1,19	1,23
	3,90	2234,2	29075,3	32056,7	0,08	0,32	0,83	0,95	3,90	6385,2*	42500,4	46858,5	0,15	0,62	1,11	1,16
0	0,50	603,4	574,9	633,9	1,05	1,02	1,02	1,02	0,50	1007,8	886,5	977,4	1,14	1,11	1,11	1,11
	1,00	1923,4	2304,1	2540,3	0,83	1,07	1,11	1,13	1,00	2978,7	3546,1	3909,7	0,84	1,08	1,10	1,11
	1,50	2219,5	5183,1	5714,6	0,43	0,75	0,98	1,05	1,50	4231,1	7978,7	8796,8	0,53	0,93	1,09	1,11
	2,00	2284,3	9216,3	10161,4	0,25	0,56	0,89	0,99	2,00	5694,3	14184,4	15638,8	0,40	0,90	1,19	1,22
	2,50	2349,3	14399,4	15875,9	0,16	0,45	0,84	0,96	2,50	6896,9*	22163,1	24435,7	0,31	0,85	1,24	1,28
	3,00	2398,3	20736,7	22863,1	0,12	0,37	0,80	0,95	3,00	7751,9*	31914,8	35187,4	0,24	0,79	1,25	1,29
	3,50	2511,7	28223,9	31118,0	0,09	0,33	0,80	0,97	3,50	7985,6*	43444,0	47898,8	0,18	0,69	1,17	1,22
	4,00	2633,1	36865,3	40645,5	0,07	0,30	0,80	0,99	4,00	7990,9*	56741,8	62560,2	0,14	0,60	1,08	1,13
-0,5	0,60	951,5	948,0	1045,2	1,00	0,99	0,99	0,99	0,60	1655,0	1483,4	1635,5	1,12	1,10	1,10	1,10
	1,10	2345,5	3181,8	3508,1	0,74	1,01	1,10	1,14	1,10	3626,9	4985,6	5496,8	0,73	1,00	1,05	1,06
	1,60	2487,3	6732,3	7422,6	0,37	0,69	0,93	1,02	1,60	5305,0	10546,1	11627,5	0,50	0,93	1,12	1,14
	2,10	2566,4	11595,0	12784,0	0,22	0,52	0,85	0,98	2,10	6850,1*	18169,3	20032,4	0,38	0,88	1,19	1,22
	2,60	2580,8	17774,3	19596,9	0,15	0,41	0,79	0,95	2,60	8072,7*	27855,2	30711,5	0,29	0,82	1,22	1,26
	3,10	2659,0	25265,9	27856,7	0,11	0,35	0,77	0,95	3,10	8667,7*	39595,1	43655,2	0,22	0,73	1,18	1,22
	3,60	2659,0	34074,1	37568,1	0,08	0,30	0,73	0,92	3,60	8719,6*	53402,0	58877,9	0,16	0,63	1,08	1,12
	4,10	2659,0	44194,5	48726,2	0,06	0,26	0,70	0,91	4,10	8724,1*	69262,9	76365,2	0,13	0,55	1,00	1,04
-1	0,70	1112,3	1070,8	1180,7	1,04	1,06	1,04	1,04	0,70	1835,7	1685,3	1858,1	1,09	1,11	1,10	1,10
	1,20	1855,8	3151,1	3474,2	0,59	0,87	0,98	1,03	1,20	3167,4	4950,5	5458,1	0,64	0,94	1,01	1,02
	1,70	2187,5	6319,8	6967,8	0,35	0,68	0,96	1,06	1,70	4624,3	9931,7	10950,1	0,47	0,91	1,12	1,14
	2,20	2221,6	10585,6	11671,1	0,21	0,51	0,87	1,01	2,20	6001,3	16633,3	18338,9	0,36	0,88	1,22	1,25
	2,70	2294,9	15944,2	17579,2	0,14	0,42	0,84	1,01	2,70	6511,2	25050,8	27619,6	0,26	0,76	1,15	1,19
	3,20	2377,4	22400,1	24697,0	0,11	0,36	0,82	1,01	3,20	6542,8	35188,8	38797,1	0,19	0,64	1,04	1,08
	3,70	2405,2	29944,3	33014,8	0,08	0,32	0,79	1,00	3,70	6547,3	47042,8	51866,6	0,14	0,55	0,96	1,00
	4,20	2448,5	38585,7	42542,3	0,06	0,28	0,77	1,01	4,20	6547,3	60617,1	66832,8	0,11	0,48	0,89	0,93

Tabela A7: Resultados numéricos e estimativas via curvas do MRD para C07.

				SCA								SCB				
Ψ	$\lambda_D$	$M_u$	$M_y$	$M_p$	$\frac{M_u}{M}$	$\frac{M_u}{M}$	$\frac{M_u}{M^*}$	$\frac{M_u}{M^{**}}$	$\lambda_D$	$M_u$	$M_y$	$M_p$	$\frac{M_u}{M}$	$\frac{M_u}{M}$	$\frac{M_u}{M^*}$	$\frac{M_u}{M^{**}}$
+1	0,60	360,4	360,3	393,9	1,00	0,99	0,99	0,99	0,60	537,6	517,4	565,6	1,04	1,03	1,03	1,03
11	1,10	925,2	1205,7	1318,1	0,77	1,06	1,14	1,15	1,10	1229,9	1736,9	1898,8	0,71	0,97	1,02	1,03
	1.60	1088.0	2549.9	2787.6	0.43	0.79	1.08	1.09	1.60	1467.4	3677.1	4019.8	0.40	0.74	0.89	0.91
	2.10	1260.6	4397.7	4807.6	0.29	0.67	1.11	1.13	2.10	1971.1	6333.2	6923.6	0.31	0.73	0.99	1.01
	2.60	1290.8	6739.7	7368.0	0.19	0.54	1.05	1.07	2.60	2418.8	9705.4	10610.1	0.25	0.71	1.05	1.08
	3.10	1337.9	9580.7	10473.7	0.14	0.47	1.02	1.05	3.10	2924.4*	13798.2	15084.4	0.21	0.71	1.14	1.18
	3.60	1386.2	12920.5	14124.9	0.11	0.41	1.01	1.04	3.60	3346.4*	18611.6	20346.5	0.18	0.69	1.19	1.24
	4.10	1481.8	16759.3	18321.4	0.09	0.38	1.03	1.07	4.10	3427.4*	24136.5	26386.3	0.14	0.62	1.13	1.18
105	0.70	654.8	623.6	681.8	1.05	1.07	1.05	1.05	0.70	976.2	910.0	994.9	1.07	1.10	1.09	1.09
+0,5	1.20	1225.3	1829.3	1999.8	0.67	0.98	1.12	1.15	1.20	1716.1	2674.6	2924.0	0.64	0.94	1.02	1.03
	1,20	1320.9	3677 1	4019.8	0.36	0.70	1.00	1.05	1,20	2366.6	5367.8	5868 1	0.44	0.86	1.06	1.08
	2 20	1383.2	6157.7	6731.7	0.22	0.55	0.93	1.01	2 20	3180.5*	8989.4	9827.3	0.35	0.86	1 19	1 22
	2,20	1383.2	9271.2	10135.4	0.15	0.44	0.87	0.96	2,20	3934.4*	13539.5	14801.6	0.29	0.85	1.29	1.33
	3.20	1383.2	13022.1	14236.0	0.11	0.36	0.82	0.92	3.20	4568.2*	19013.5	20785.8	0.24	0.83	1.35	1.40
	3.70	1383.2	17410.6	19033.5	0.08	0.31	0.78	0.89	3,70	5023.8*	25420.7	27790.2	0.20	0.78	1.36	1.41
	4 20	1383.2	22436.5	24527.9	0.06	0.27	0.75	0.87	4 20	5210*	327563	35809.6	0.16	0.70	1 31	1 37
	0.80	979.8	933.1	1020.1	1.05	1.16	1.12	1.13	0.80	1536.9	1478.2	1616.0	1.04	1.15	1.13	1,37
0	1.30	1382.1	2466.8	2696.7	0.56	0.88	1.04	1.10	1.30	2314.3	3908.0	4272.3	0.59	0.93	1.03	1.04
	1,80	1456.1	4734.9	5176.3	0.31	0.63	0.93	1.02	1.80	3333.3*	7492.7	8191.1	0.44	0.91	1.15	1.18
	2.30	1487.5	7728.3	8448.7	0.19	0.49	0.86	0.98	2.30	4348.7*	12232.2	13372.4	0.36	0.90	1.27	1.31
	2.80	1505.7	11451.5	12519.0	0.13	0.40	0.81	0.95	2.80	5224.3*	18126.6	19816.2	0.29	0.88	1.35	1.39
	3,30	1505,7	15909,3	17392,2	0,09	0,33	0,77	0,92	3,30	5943,9*	25180,5	27527,6	0,24	0,83	1,38	1,44
	3,80	1505,7	21096,9	23063,4	0,07	0,29	0,73	0,90	3,80	6402,2*	33389,2	36501,4	0,19	0,77	1,37	1,43
	4,30	1505,7	27009,7	29527,4	0,06	0,25	0,71	0,88	4,30	6456,7*	42752,7	46737,8	0,15	0,68	1,28	1,34
-0.5	0,90	1204,5	1275,0	1393,8	0,94	1,13	1,12	1,13	0,90	2099,7	2198,8	2403,8	0,95	1,14	1,14	1,14
0,5	1,40	1478,3	3085,8	3373,4	0,48	0,80	0,99	1,07	1,40	3057,4	5317,0	5812,6	0,58	0,96	1,09	1,10
	1,90	1530,2	5686,5	6216,6	0,27	0,58	0,89	1,00	1,90	4265,7*	9793,2	10706,0	0,44	0,94	1,21	1,24
	2,40	1560,1	9067,9	9913,2	0,17	0,45	0,82	0,97	2,40	5319,1*	15627,5	17084,2	0,34	0,90	1,29	1,33
	2,90	1589,1	13243,9	14478,4	0,12	0,38	0,78	0,95	2,90	6227,3*	22815,3	24942,0	0,27	0,86	1,34	1,38
	3,40	1629,1	18205,1	19902,1	0,09	0,33	0,76	0,95	3,40	6972,6*	31361,2	34284,5	0,22	0,81	1,36	1,41
	3,90	1869,7	23951,7	26184,3	0,08	0,32	0,84	1,07	3,90	7249,5*	41260,7	45106,6	0,18	0,73	1,30	1,36
	4,40	2104,2	30483,6	33325,0	0,07	0,32	0,91	1,19	4,40	7262,6*	52522,8	57418,5	0,14	0,64	1,21	1,27
-1	1,00	1580,0	1681,5	1838,2	0,94	1,20	1,25	1,28	1,00	2700,5	3071,9	3358,3	0,88	1,13	1,15	1,16
	1,50	1732,7	3787,9	4141,0	0,46	0,80	1,05	1,14	1,50	3832,5*	6915,3	7559,9	0,55	0,97	1,14	1,16
	2,00	1605,6	6730,5	7357,9	0,24	0,54	0,85	0,97	2,00	5061,6*	12292,3	13438,1	0,41	0,93	1,22	1,25
	2,50	1635,4	10518,4	11498,9	0,16	0,43	0,80	0,94	2,50	6166,5*	19207,5	20997,9	0,32	0,88	1,28	1,32
	3,00	1669,8	15147,1	16559,0	0,11	0,36	0,76	0,93	3,00	7107,9*	27661,1	30239,4	0,26	0,83	1,32	1,37
	3,50	1719,1	20611,9	22533,1	0,08	0,31	0,75	0,94	3,50	7674*	37648,3	41157,5	0,20	0,76	1,30	1,35
	4,00	1819,9	26922,0	29431,4	0,07	0,29	0,76	0,98	4,00	7906*	49173,7	53757,3	0,16	0,68	1,23	1,29
	4,50	1933,7	34077,5	37253,9	0,06	0,27	0,78	1,02	4,50	7898,4*	62237,4	68038,7	0,13	0,60	1,15	1,20

Tabela A8: Resultados numéricos e estimativas via curvas do MRD para C08.

				SCA								SCB				
Ψ	$\lambda_D$	$M_u$	$M_y$	$M_p$	$\frac{M_u}{M}$	$\frac{M_u}{M}$	$\frac{M_u}{M^*}$	$\frac{M_u}{M^{**}}$	$\lambda_D$	$M_u$	$M_y$	$M_p$	$\frac{M_u}{M}$	$\frac{M_u}{M}$	$\frac{M_u}{M^*}$	$\frac{M_u}{M^{**}}$
+1	0.35	(kNcm) 168.1	(kNcm) 166.3	(KNcm) 185.5	1.01	0.96	0.96	0.96	0.35	(KNCM) 316.5	(kNcm) 290.0	(kNcm) 323.4	1.09	1.03	1.03	1.03
$\pm 1$	0.85	917.6	981.0	1093.9	0.94	1.07	1.05	1.05	0.85	1494.2	1714.5	1912.0	0.87	1.00	0.99	0.99
	1.35	1370.3	2478.0	2763.4	0.55	0.89	1.09	1.10	1.35	2072.6	4329.0	4827.6	0.48	0.77	0.87	0.88
	1.85	1529.7	4648.9	5184.3	0.33	0.69	1.04	1.05	1.85	2874.4	8129.1	9065.4	0.35	0.74	0.95	0.97
	2.35	1663.1	7506.4	8371.0	0.22	0.57	1.03	1.05	2.35	3702.7	13119.1	14630.2	0.28	0.73	1.04	1.07
	2.85	1757.8	11037.8	12309.2	0.16	0.49	1.01	1.04	2.85	4463.2*	19294.9	21517.3	0.23	0.71	1.11	1.14
	3.35	1805.3	15251.6	17008.4	0.12	0.42	0.98	1.01	3.35	5067.5*	26660.5	29731.3	0.19	0.68	1.14	1.18
	3.85	1813.5	20143.6	22463.8	0.09	0.37	0.95	0.98	3.85	5425.7*	35211.8	39267.6	0.15	0.63	1.12	1.17
105	0.45	363.9	349.7	390.0	1.04	1.00	1.00	1.00	0.45	578.8	507.5	566.0	1.14	1.10	1.10	1.10
+0,5	0.95	1454.2	1565.3	1745.5	0.93	1.15	1.17	1.18	0.95	2040.1	2264.7	2525.6	0.90	1.11	1.12	1.13
	1.45	1766.1	3642.3	4061.8	0.48	0.83	1.06	1.10	1.45	2638.6	5271.5	5878.7	0.50	0.86	0.99	1.00
	1.95	1905.3	6589.4	7348.4	0.29	0.64	0.99	1.06	1.95	3490.9	9536.5	10635.0	0.37	0.80	1.05	1.08
	2.45	1994.4	10406.6	11605.3	0.19	0.52	0.95	1.04	2.45	4331.4	15051.2	16784.8	0.29	0.77	1.12	1.15
	2.95	2030.6	15085.3	16822.9	0.13	0.43	0.91	1.01	2.95	4942.3*	21819.7	24333.0	0.23	0.72	1.14	1.18
	3.45	2072.6	20629.8	23006.0	0.10	0.37	0.88	0.99	3.45	5234.9*	29846.5	33284.2	0.18	0.65	1.09	1.14
	3.95	2072.6	27044.4	30159.4	0.08	0.32	0.84	0.97	3.95	5339.9*	39122.8	43629.1	0.14	0.57	1.03	1.07
	0.55	660.2	627.0	699.2	1.05	1.03	1.03	1.03	0.55	1089.6	946.8	1055.9	1.15	1.13	1.13	1.13
U	1,05	1828,2	2281,8	2544,6	0,80	1,06	1,13	1,16	1,05	2732,1	3450,4	3847,8	0,79	1,05	1.09	1,09
	1,55	2019,5	4973,0	5545,8	0,41	0,73	0,98	1,05	1,55	3751,9	7519,2	8385,3	0,50	0,90	1,07	1,09
	2,05	2121,2	8700,6	9702,8	0,24	0,56	0,91	1,02	2,05	4950,7	13153,3	14668,3	0,38	0,86	1,15	1,18
	2,55	2157,1	13464,6	15015,5	0,16	0,45	0,85	0,98	2,55	5910,6*	20352,6	22696,8	0,29	0,81	1,19	1,23
	3,05	2194,5	19260,7	21479,2	0,11	0,37	0,81	0,96	3,05	6462,4*	29117,2	32470,9	0,22	0,73	1,17	1,21
	3,55	2294,3	26093,3	29098,7	0,09	0,33	0,81	0,98	3,55	6564,8*	39447,0	43990,6	0,17	0,63	1,08	1,12
	4,05	2449,4	33962,2	37874,0	0,07	0,31	0,83	1,02	4,05	6567,6*	51337,8	57251,0	0,13	0,55	1,00	1,04
-0.5	0,65	1001,0	981,0	1093,9	1,02	1,02	1,02	1,02	0,65	1168,9	1066,3	1189,1	1,10	1,09	1,09	1,09
	1,15	2124,9	3070,8	3424,5	0,69	0,98	1,09	1,14	1,15	2322,6	3339,5	3724,1	0,70	0,99	1,05	1,06
	1,65	2196,1	6325,0	7053,5	0,35	0,66	0,92	1,01	1,65	2998,5	6870,9	7662,3	0,44	0,83	1,01	1,03
	2,15	2263,7	10739,3	11976,2	0,21	0,50	0,85	0,97	2,15	3930,2	11664,8	13008,3	0,34	0,81	1,10	1,13
	2,65	2304,2	16317,9	18197,4	0,14	0,41	0,80	0,95	2,65	4540,1	17721,1	19762,2	0,26	0,74	1,11	1,14
	3,15	2366,3	23056,6	25712,3	0,10	0,35	0,77	0,95	3,15	4541,1	25039,8	27923,9	0,18	0,61	1,00	1,03
	3,65	2555,9	30955,4	34520,9	0,08	0,32	0,79	1,00	3,65	4545,2	33621,0	37493,5	0,14	0,53	0,91	0,95
	4,15	2765,7	40018,5	44627,9	0,07	0,30	0,82	1,07	4,15	4545,2	43460,4	48466,2	0,10	0,46	0,84	0,88
-1	0,75	1159,0	1130,2	1260,4	1,03	1,09	1,06	1,05	0,75	1767,5	1659,1	1850,2	1,07	1,13	1,11	1,11
	1,25	1893,6	3134,8	3495,8	0,60	0,92	1,07	1,13	1,25	2800,1	4606,2	5136,8	0,61	0,92	1,01	1,02
	1,75	1970,4	6145,9	6853,8	0,32	0,64	0,93	1,04	1,75	3940,4	9029,0	10069,0	0,44	0,87	1,09	1,11
	2,25	2017,5	10163,5	11334,1	0,20	0,50	0,86	1,00	2,25	5021,8	14923,2	16642,1	0,34	0,84	1,17	1,20
	2,75	2071,7	15183,4	16932,3	0,14	0,41	0,82	0,99	2,75	5122,6	22293,2	24860,9	0,23	0,69	1,05	1,08
	3,25	2118,1	21205,6	23648,1	0,10	0,35	0,79	0,98	3,25	5130,5	31138,8	34725,4	0,16	0,57	0,94	0,98
	3,75	2242,4	28230,0	31481,6	0,08	0,32	0,80	1,02	3,75	5130,5	41455,8	46230,8	0,12	0,49	0,87	0,90
	4,25	2282,7	36261,0	40437,6	0,06	0,28	0,78	1,02	4,25	5131,4	53248,5	59381,8	0,10	0,43	0,80	0,84

Tabela A9: Resultados numéricos e estimativas via curvas do MRD para C09.

				SCA								SCB				
Ψ	$\lambda_D$	M <sub>u</sub> (kNcm)	My (kNcm)	$M_p^{(kNcm)}$	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$	$\lambda_D$	$M_u^{(kNcm)}$	My (kNcm)	$M_p^{(kNcm)}$	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$
+1	0,90	796,6	862,6	947,1	0,92	1,10	1,10	1,10	0,90	1031,5	1238,7	1360,0	0,83	0,99	0,99	0,99
	1,40	1083,1	2081,3	2285,1	0,52	0,86	1,08	1,09	1,40	1443,5	2994,0	3287,2	0,48	0,80	0,91	0,92
	1,90	1201,3	3836,5	4212,3	0,31	0,67	1,03	1,05	1,90	1879,2	5516,6	6056,9	0,34	0,73	0,95	0,97
	2,40	1317,4	6118,4	6717,6	0,22	0,57	1,03	1,05	2,40	2431,0	8801,4	9663,5	0,28	0,73	1,05	1,08
	2,90	1403,3	8931,8	9806,6	0,16	0,49	1,03	1,05	2,90	2911,5	12853,6	14112,5	0,23	0,71	1,11	1,15
	3,40	1472,3	12276,9	13479,3	0,12	0,44	1,02	1,05	3,40	3311,9*	17668,1	19398,5	0,19	0,68	1,14	1,19
	3,90	1513,1	16158,6	17741,1	0,09	0,39	1,01	1,04	3,90	3623,2*	23244,8	25521,5	0,16	0,64	1,15	1,20
	4,40	1541,0	20566,8	22581,1	0,07	0,35	0,99	1,02	4,40	3692,3*	29588,9	32486,9	0,12	0,58	1,09	1,15
+0,5	1,10	1394,1	1920,8	2108,9	0,73	1,00	1,08	1,10	1,00	1670,8	2001,0	2197,0	0,83	1,07	1,09	1,10
	1,60	1526,3	4057,2	4454,6	0,38	0,70	0,95	1,00	1,50	2217,2	4498,5	4939,1	0,49	0,87	1,01	1,03
	2,10	1614,7	6991,0	7675,7	0,23	0,43	0,89	0,96	2,00	3108,3	7999,0	8782,5	0,39	0,87	1,15	1,18
	2,60	1641,0	10717,2	11766,9	0,15	0,43	0,84	0,92	2,50	3944*	12497,6	13721,6	0,32	0,87	1,26	1,30
	3,10	1665,6	15235,8	16728,0	0,11	0,36	0,80	0,90	3,00	4675,8*	17994,1	19756,4	0,26	0,84	1,33	1,38
	3,60	1710,8	20546,7	22559,1	0,08	0,32	0,78	0,89	3,50	5273,1*	24493,6	26892,5	0,22	0,80	1,37	1,42
	4,10	1768,5	26650,1	29260,2	0,07	0,29	0,78	0,89	4,00	5592,2*	31991,1	35124,4	0,17	0,74	1,34	1,40
	4,60	1819,2	33550,8	36836,8	0,05	0,26	0,77	0,90	4,50	5698*	40486,7	44452,0	0,14	0,67	1,27	1,33
0	1,10	1394,1	1920,8	2108,9	0,73	1,00	1,08	1,10	1,10	1586,6	2116,4	2323,6	0,75	1,03	1,08	1,09
	1,60	1526,3	4057,2	4454,6	0,38	0,70	0,95	1,00	1,60	2034,4	4478,5	4917,1	0,45	0,84	1,01	1,03
	2,10	1614,7	6991,0	7675,7	0,23	0,54	0,89	0,96	2,10	2679,5	7718,2	8474,1	0,35	0,81	1,10	1,13
	2,60	1641,0	10717,2	11766,9	0,15	0,43	0,84	0,92	2,60	3086,4	11830,5	12989,2	0,26	0,74	1,10	1,13
	3,10	1665,6	15235,8	16728,0	0,11	0,36	0,80	0,90	3,10	3243,4	16820,5	18468,0	0,19	0,64	1,04	1,07
	3,60	1710,8	20546,7	22559,1	0,08	0,32	0,78	0,89	3,60	3334,9	22683,2	24904,8	0,15	0,56	0,97	1,01
	4,10	1768,5	26650,1	29260,2	0,07	0,29	0,78	0,89	4,10	3334,9	29418,4	32299,7	0,11	0,49	0,90	0,94
	4,60	1819,2	33550,8	36836,8	0,05	0,26	0,77	0,90	4,60	3374,1	37031,3	40658,2	0,09	0,44	0,85	0,89
-0.5	1,20	1588,9	2472,4	2714,6	0,64	0,94	1,07	1,13	1,20	1687,4	2632,9	2890,8	0,64	0,94	1,02	1,02
,	1,70	1674,4	4959,9	5445,7	0,34	0,66	0,93	1,04	1,70	2221,0	5285,9	5803,6	0,42	0,82	1,01	1,03
	2,20	1705,5	8305,0	9118,4	0,21	0,50	0,85	0,99	2,20	3004,1	8851,6	9718,5	0,34	0,83	1,14	1,17
	2,70	1733,7	12512,6	13738,1	0,14	0,41	0,81	0,97	2,70	3662,4	13330,1	14635,6	0,27	0,81	1,22	1,26
	3,20	1772,3	17572,8	19293,9	0,10	0,35	0,78	0,96	3,20	3932,5	18726,3	20560,3	0,21	0,72	1,18	1,22
	3,70	1902,1	23495,6	25796,8	0,08	0,32	0,80	1,01	3,70	3972,9	25035,2	27487,2	0,16	0,62	1,09	1,14
	4,20	2121,4	30276,0	33241,2	0,07	0,31	0,85	1,11	4,20	3979,8	32256,9	35416,2	0,12	0,55	1,01	1,06
	4,70	2310,5	37908,9	41621,7	0,06	0,30	0,90	1,19	4,70	3972,9	40391,4	44347,3	0,10	0,48	0,95	0,99
-1	1,30	1660,6	2999,0	3292,7	0,55	0,87	1,03	1,10	0,90	1031,5	1238,7	1360,0	0,83	0,99	0,99	0,99
	1,80	1732,8	5752,3	6315,7	0,30	0,62	0,91	1,02	1,40	1443,5	2994,0	3287,2	0,48	0,80	0,91	0,92
	2,30	1756,9	9388,2	10307,7	0,19	0,48	0,84	0,98	1,90	1879,2	5516,6	6056,9	0,34	0,73	0,95	0,97
	2,80	1792,4	13916,8	15279,8	0,13	0,39	0,79	0,96	2,40	2431,0	8801,4	9663,5	0,28	0,73	1,05	1,08
	3,30	1865,7	19333,1	21226,6	0,10	0,34	0,78	0,98	2,90	2911,5	12853,6	14112,5	0,23	0,71	1,11	1,15
	3,80	2084,4	25632,0	28142,4	0,08	0,33	0,84	1,07	3,40	3311,9*	17668,1	19398,5	0,19	0,68	1,14	1,19
	4,30	2271,1	32823,6	36038,4	0,07	0,31	0,88	1,15	3,90	3623,2*	23244,8	25521,5	0,16	0,64	1,15	1,20
	4,80	2447,6	40897,9	44903,5	0,06	0,30	0,91	1,22	4,40	3692,3*	29588,9	32486,9	0,12	0,58	1,09	1,15

Tabela A10: Resultados numéricos e estimativas via curvas do MRD para C10.

				SCA								SCB				
Ψ	$\lambda_D$	M <sub>u</sub> (kNcm)	My (kNcm)	M <sub>p</sub> (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$	$\lambda_D$	M <sub>u</sub> (kNcm)	My (kNcm)	M <sub>p</sub> (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$
+1	0,45	424,6	419,7	455,5	1,01	0,98	0,98	0,98	0,45	614,7	548,9	595,6	1,12	1,09	1,09	1,09
	0,95	1783,5	1872,6	2032,0	0,95	1,18	1,19	1,20	0,95	2022,1	2429,6	2636,4	0,83	1,03	1,04	1,04
	1,45	2283,4	4358,7	4729,7	0,52	0,90	1,14	1,15	1,45	2780,6	5666,4	6148,6	0,49	0,84	0,97	0,98
	1,95	2563,6	7886,1	8557,3	0,33	0,71	1,12	1,13	1,95	3752,4	10243,1	11114,9	0,37	0,81	1,05	1,08
	2,45	2746,7	12446,6	13506,0	0,22	0,59	1,09	1,12	2,45	4730,2	16167,7	17543,8	0,29	0,79	1,14	1,17
	2,95	2912,0	18048,4	19584,6	0,16	0,51	1,09	1,11	2,95	4688,1	23440,4	25435,4	0,20	0,64	1,00	1,04
	3,45	2971,5	24683,4	26784,3	0,12	0,44	1,05	1,08	3,45	4488,5	32061,0	34789,8	0,14	0,52	0,87	0,91
	3,95	3003,8	32359,7	35113,8	0,09	0,39	1,02	1,05	3,95	7389,8*	42029,6	45606,8	0,18	0,74	1,32	1,38
+0,5	0,55	779,7	742,6	805,8	1,05	1,03	1,03	1,03	0,55	1142,3	1033,2	1121,1	1,11	1,09	1,09	1,09
	1,05	2161,6	2712,1	2942,9	0,80	1,06	1,12	1,14	1,05	3024,7	3777,6	4099,1	0,80	1,06	1,10	1,11
	1,55	2417,7	5908,5	6411,4	0,41	0,74	0,98	1,03	1,55	4218,4	8225,1	8925,2	0,51	0,93	1,10	1,12
	2,05	2545,2	10331,8	11211,2	0,25	0,57	0,92	0,99	2,05	5942,4	14391,9	15616,9	0,41	0,95	1,27	1,30
	2,55	2672,8	15990,1	17351,1	0,17	0,47	0,88	0,97	2,55	7123,8	22261,9	24156,6	0,32	0,89	1,31	1,35
	3,05	2705,5	22875,4	24822,3	0,12	0,39	0,84	0,94	3,05	8926,1*	31851,1	34562,0	0,28	0,92	1,47	1,52
	3,55	2705,5	30987,5	33624,8	0,09	0,33	0,80	0,91	3,55	9974,2*	43151,6	46824,3	0,23	0,87	1,50	1,56
	4,05	2705,5	40326,5	43758,7	0,07	0,29	0,77	0,88	4,05	10470*	56163,3	60943,4	0,19	0,80	1,45	1,52
0	0,65	1213,4	1146,2	1243,7	1,06	1,06	1,06	1,06	0,65	2034,1	1816,1	1970,7	1,12	1,12	1,12	1,12
	1,15	2725,4	3583,9	3888,9	0,76	1,08	1,20	1,24	1,15	4029,8	5682,5	6166,2	0,71	1,01	1,07	1,08
	1,65	2827,2	7385,7	8014,3	0,38	0,73	1,01	1,10	1,65	5430,6	11704,0	12700,2	0,46	0,88	1,08	1,09
	2,15	2886,8	12543,5	13611,1	0,23	0,55	0,92	1,04	2,15	6707,5	19872,7	21564,0	0,34	0,81	1,10	1,13
	2,65	2933,2	19049,3	20670,7	0,15	0,44	0,87	1,01	2,65	7549,1	30196,4	32766,5	0,25	0,72	1,08	1,12
	3,15	2978,3	26919,3	29210,4	0,11	0,37	0,83	0,99	3,15	8531,8	42659,2	46290,0	0,20	0,68	1,10	1,14
	3,65	3046,9	36145,3	39221,7	0,08	0,33	0,81	0,99	3,65	8591,6	57277,2	62152,1	0,15	0,58	1,01	1,05
	4,15	3769,6	46727,4	50704,4	0,08	0,35	0,96	1,20	4,15	7405,0	74050,3	80352,8	0,10	0,44	0,81	0,84
-0,5	0,75	1766,8	1783,9	1935,7	0,99	1,05	1,02	1,02	0,75	3128,9	2954,3	3205,7	1,06	1,12	1,11	1,11
	1,25	2871,1	4956,1	5377,9	0,58	0,88	1,02	1,08	1,25	5547,6	8192,8	8890,1	0,68	1,03	1,12	1,13
	1,75	2984,8	9718,4	10545,5	0,31	0,61	0,89	0,99	1,75	7962,6	16062,8	17429,9	0,50	0,99	1,24	1,26
	2,25	3025,3	16062,8	17429,9	0,19	0,47	0,81	0,94	2,25	10651*	26556,1	28816,3	0,40	1,00	1,39	1,43
	2,75	3108,5	23997,3	26039,8	0,13	0,39	0,78	0,93	2,75	12713*	39672,7	43049,3	0,32	0,96	1,46	1,51
	3,25	3208,7	33513,9	36366,3	0,10	0,33	0,76	0,94	3,25	14448*	55404,5	60120,1	0,26	0,91	1,50	1,55
	3,75	3613,6	44620,7	48418,4	0,08	0,32	0,81	1,03	3,75	15459*	73767,8	80046,2	0,21	0,83	1,47	1,53
	4,25	3726,6	57317,5	62195,9	0,07	0,29	0,81	1,05	4,25	15562*	94746,3	102810	0,16	0,74	1,37	1,43
-1	0,85	2849,3	2849,3	3091,8	1,00	1,15	1,12	1,13	0,85	4154,4	4278,0	4642,1	0,97	1,11	1,10	1,11
	1,35	3521,2	7191,9	7804,0	0,49	0,79	0,96	1,03	1,35	6697,7	10783,9	11701,7	0,62	1,00	1,13	1,14
	1,85	3692,5	13504,0	14653,4	0,27	0,57	0,86	0,97	1,85	9853,1	20244,0	21966,9	0,49	1,02	1,31	1,33
	2,35	3726,3	21793,7	23648,6	0,17	0,44	0,79	0,93	2,35	12281*	32666,4	35446,7	0,38	0,97	1,38	1,42
	2,85	3824,6	32052,9	34781,0	0,12	0,37	0,76	0,92	2,85	13841*	48051,2	52140,8	0,29	0,89	1,38	1,42
	3,35	4180,3	44281,6	48050,5	0,09	0,34	0,79	0,98	3,35	14125*	66390,2	72040,7	0,21	0,76	1,27	1,32
	3,85	4828,2	58487,9	63465,9	0,08	0,34	0,87	1,11	3,85	14149*	87683,5	95146,3	0,16	0,66	1,17	1,22
	4,35	5389,3	74663,7	81018,4	0,07	0,33	0,93	1,22	4,35	14149*	111939	121466	0,13	0,58	1,09	1,14

Tabela A11: Resultados numéricos e estimativas via curvas do MRD para C11.

				SCA								SCB				
Ψ	$\lambda_D$	M <sub>u</sub> (kNcm)	My (kNcm)	$M_p^{(kNcm)}$	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$	$\lambda_D$	M <sub>u</sub> (kNcm)	My (kNcm)	$M_p^{(kNcm)}$	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$
+1	0,95	684,4	763,0	841,3	0,90	1,11	1,13	1,13	0,95	867,2	1101,6	1214,6	0,79	0,97	0,98	0,99
	1,45	861,0	1774,0	1956,0	0,49	0,83	1,06	1,07	1,45	1176,8	2565,6	2828,8	0,46	0,78	0,91	0,92
	1,95	944,9	3204,6	3533,4	0,29	0,65	1,01	1,03	1,95	1526,9	4640,0	5116,0	0,33	0,72	0,94	0,97
	2,45	1029,9	5059,6	5578,7	0,20	0,55	1,01	1,03	2,45	1962,4	7329,5	8081,5	0,27	0,72	1,04	1,07
	2,95	1102,2	7339,1	8092,1	0,15	0,48	1,01	1,04	2,95	2347,8	10624,7	11714,8	0,22	0,70	1,11	1,15
	3,45	1156,4	10033,4	11062,8	0,12	0,42	1,01	1,04	3,45	2688,7	14530,3	16021,1	0,19	0,68	1,15	1,20
	3,95	1194,2	13156,9	14506,8	0,09	0,38	1,00	1,03	3,95	2535,6	19046,3	21000,5	0,13	0,56	1,00	1,05
	4,45	1232,2	16695,3	18408,3	0,07	0,35	0,99	1,02	4,45	2563,7	24177,4	26658,1	0,11	0,50	0,94	0,99
+0,5	1,15	1187,6	1664,3	1835,0	0,71	1,01	1,12	1,15	1,05	1077,8	1373,4	1514,3	0,78	1,04	1,08	1,09
	1,65	1260,8	3428,7	3780,5	0,37	0,70	0,97	1,03	1,55	1387,7	2990,0	3296,8	0,46	0,84	0,99	1,01
	2,15	1302,5	5822,6	6420,0	0,22	0,54	0,90	0,97	2,05	1858,9	5231,3	5768,0	0,36	0,82	1,09	1,12
	2,65	1306,2	8850,7	9758,8	0,15	0,43	0,83	0,92	2,55	2192,7	8097,3	8928,1	0,27	0,76	1,11	1,15
	3,15	1327,7	12503,6	13786,5	0,11	0,36	0,80	0,89	3,05	2411,7	11583,2	12771,7	0,21	0,68	1,09	1,13
	3,65	1362,9	16785,9	18508,2	0,08	0,32	0,78	0,89	3,55	2567,1	15689,1	17298,8	0,16	0,62	1,06	1,10
	4,15	1573,7	21702,5	23929,2	0,07	0,32	0,86	1,00	4,05	2648,6	20419,7	22514,8	0,13	0,56	1,01	1,06
	4,65	1700,0	27243,7	30039,0	0,06	0,30	0,90	1,05	4,55	2621,6	25774,9	28419,5	0,10	0,49	0,93	0,98
0	1,15	1187,6	1664,3	1835,0	0,71	1,01	1,12	1,15	1,15	1296,0	1850,3	2040,1	0,70	1,00	1,06	1,07
	1,65	1260,8	3428,7	3780,5	0,37	0,70	0,97	1,03	1,65	1663,8	3805,4	4195,9	0,44	0,83	1,01	1,03
	2,15	1302,5	5822,6	6420,0	0,22	0,54	0,90	0,97	2,15	2140,2	6461,6	7124,6	0,33	0,79	1,08	1,11
	2,65	1306,2	8850,7	9758,8	0,15	0,43	0,83	0,92	2,65	2548,9	9818,8	10826,2	0,26	0,75	1,12	1,16
	3,15	1327,7	12503,6	13786,5	0,11	0,36	0,80	0,89	3,15	2703,5	13872,2	15295,5	0,19	0,66	1,07	1,11
	3,65	1362,9	16785,9	18508,2	0,08	0,32	0,78	0,89	3,65	2703,5	18621,9	20532,5	0,15	0,56	0,98	1,02
	4,15	1573,7	21702,5	23929,2	0,07	0,30	0,86	1,00	4,15	2703,5	24077,3	26547,6	0,11	0,49	0,91	0,95
	4,65	1700,0	27243,7	30039,0	0,06	0,30	0,90	1,05	4,65	2720,8	30228,9	33330,5	0,09	0,44	0,85	0,90
-0,5	1,25	1285,2	2131,6	2350,3	0,60	0,91	1,06	1,12	1,25	1340,4	2231,8	2460,7	0,60	0,91	1,00	1,01
	1,75	1333,3	4172,6	4600,8	0,32	0,64	0,93	1,03	1,75	1700,3	4377,7	4826,8	0,39	0,78	0,97	0,99
	2,25	1368,8	6900,3	7608,3	0,20	0,49	0,86	0,99	2,25	2207,4	7234,2	7976,4	0,31	0,76	1,06	1,09
	2,75	1384,5	10305,2	11362,5	0,13	0,40	0,80	0,97	2,75	2655,7	10805,9	11914,6	0,25	0,73	1,12	1,16
	3,25	1407,2	14396,8	15873,9	0,10	0,34	0,77	0,96	3,25	2969,0	15097,8	16646,8	0,20	0,69	1,13	1,17
	3,75	1506,3	19165,5	21131,9	0,08	0,31	0,79	1,00	3,75	3046,7	20095,4	22157,2	0,15	0,60	1,06	1,11
	4,25	1612,2	24616,1	27141,8	0,07	0,29	0,81	1,06	4,25	3051,0	25813,1	28461,6	0,12	0,53	0,99	1,03
	4,75	1777,5	30748,7	33903,6	0,06	0,29	0,87	1,15	4,75	3051,0	32246,1	35554,6	0,09	0,47	0,92	0,97
-1	1,35	1323,0	2541,7	2802,5	0,52	0,84	1,02	1,09	1,35	1745,3	3323,8	3664,8	0,53	0,85	0,95	0,96
	1,85	1372,4	4768,7	5258,0	0,29	0,60	0,91	1,02	1,85	2592,2	6237,5	6877,5	0,42	0,87	1,11	1,14
	2,35	1383,0	7696,7	8486,4	0,18	0,47	0,83	0,98	2,35	3358,4	10066,8	11099,6	0,33	0,87	1,23	1,26
	2,85	1413,1	11320,9	12482,5	0,12	0,39	0,79	0,96	2,85	4064,8*	14802,1	16320,8	0,27	0,85	1,31	1,36
	3,35	1446,7	15641,4	17246,2	0,09	0,33	0,77	0,96	3,35	4207,1*	20453,0	22551,6	0,21	0,74	1,23	1,28
	3,85	1518,9	20658,1	22777,7	0,07	0,30	0,77	0,99	3,85	4182,2*	27014,8	29786,6	0,15	0,63	1,12	1,17
	4,35	1648,7	26371,0	29076,7	0,06	0,29	0,81	1,06	4,35	4180,3*	34487,4	38025,9	0,12	0,56	1,05	1,09
	4,85	1755,0	32785,0	36148,8	0,05	0,27	0,83	1,11	4,85	4180*	42870,8	47269,4	0,10	0,50	0,98	1,03

Tabela A12: Resultados numéricos e estimativas via curvas do MRD para C12.

	SCA								SCB								
Ψ	$\lambda_D$	M <sub>u</sub> (kNcm)	My (kNcm)	$M_p^{(kNcm)}$	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$	$\lambda_D$	M <sub>u</sub> (kNcm)	My (kNcm)	$M_p^{(kNcm)}$	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$	
+1	0,75	699,9	711,2	795,0	0,98	1,05	1,01	1,01	0,75	999,6	1028,3	1149,5	0,97	1,03	1,02	1,02	
	1,25	1251,5	1970,1	2202,3	0,64	0,96	1,12	1,13	1,25	1705,2	2854,3	3190,7	0,60	0,91	0,99	1,00	
	1,75	1395,9	3863,4	4318,7	0,36	0,72	1,05	1,06	1,75	2032,4	5593,2	6252,4	0,36	0,73	0,91	0,93	
	2,25	1523,5	6381,3	7133,4	0,24	0,60	1,03	1,05	2,25	2617,9	9245,2	10334,8	0,28	0,71	0,98	1,01	
	2,75	1635,4	9538,3	10662,4	0,17	0,51	1,03	1,05	2,75	3140,4	13814,9	15443,1	0,23	0,68	1,04	1,07	
	3,25	1711,5	13320,0	14889,8	0,13	0,45	1,02	1,04	3,25	3618,8	19292,8	21566,6	0,19	0,65	1,08	1,12	
	3,75	1752,3	17731,1	19820,8	0,10	0,39	0,99	1,02	3,75	3953,1*	25688,5	28716,0	0,15	0,61	1,08	1,12	
	4,25	1782,2	22776,5	25460,9	0,08	0,35	0,97	1,00	4,25	4126,2*	32992,3	36880,7	0,13	0,56	1,04	1,09	
+0,5	0,85	1176,1	1167,7	1305,3	1,01	1,15	1,13	1,14	0,85	1730,7	1720,3	1923,0	1,01	1,15	1,14	1,14	
	1,35	1637,7	2950,4	3298,1	0,56	0,90	1,09	1,13	1,35	2415,9	4339,1	4850,5	0,56	0,90	1,01	1,02	
	1,85	1781,4	5535,6	6188,0	0,32	0,68	1,02	1,08	1,85	3262,3	8149,6	9110,1	0,40	0,84	1,07	1,10	
	2,35	1865,0	8932,8	9985,6	0,21	0,54	0,97	1,06	2,35	4162,8	13147,0	14696,4	0,32	0,82	1,16	1,20	
	2,85	1913,9	13137,4	14685,7	0,15	0,45	0,93	1,03	2,85	4945,6*	19340,8	21620,3	0,26	0,79	1,22	1,26	
	3,35	1968,4	18154,0	20293,5	0,11	0,39	0,90	1,02	3,35	5429,6*	26721,6	29870,9	0,20	0,73	1,22	1,26	
	3,85	2355,8	23977,8	26803,8	0,10	0,40	1,03	1,18	3,85	5536,3*	35289,2	39448,3	0,16	0,64	1,14	1,19	
	4,35	2438,8	30609,0	34216,5	0,08	0,37	1,03	1,19	4,35	5546*	45053,3	50363,2	0,12	0,56	1,06	1,11	
0	0,95	1701,9	1797,1	2008,9	0,95	1,17	1,19	1,21	0,95	2371,7	2614,0	2922,1	0,91	1,12	1,13	1,14	
	1,45	1950,8	4185,3	4678,6	0,47	0,80	1,02	1,09	1,45	3254,1	6093,0	6811,1	0,53	0,91	1,06	1,07	
	1,95	2020,8	7568,2	8460,1	0,27	0,59	0,92	1,02	1,95	4397,8	11018,3	12316,8	0,40	0,88	1,15	1,17	
	2,45	2077,1	11945,7	13353,5	0,17	0,47	0,86	0,99	2,45	5421,6*	17394,7	19444,8	0,31	0,84	1,21	1,25	
	2,95	2126,1	17317,9	19358,9	0,12	0,39	0,83	0,98	2,95	6184,2*	25217,6	28189,6	0,25	0,78	1,23	1,27	
	3,45	2274,5	23689,5	26481,5	0,10	0,35	0,84	1,02	3,45	6436,6*	34491,6	38556,6	0,19	0,69	1,16	1,21	
	3,95	2532,9	31051,1	34710,6	0,08	0,34	0,89	1,11	3,95	6459,2*	45211,9	50540,4	0,14	0,60	1,08	1,12	
	4,45	2883,5	39412,1	44057,0	0,07	0,34	0,98	1,23	4,45	6459,5*	57383,4	64146,5	0,11	0,53	1,00	1,05	
-0,5	1,05	1781,6	2263,2	2530,0	0,79	1,05	1,11	1,14	1,05	2055,5	2599,6	2906,0	0,79	1,05	1,09	1,09	
	1,55	1985,9	4930,1	5511,2	0,40	0,73	0,97	1,06	1,55	2631,9	5670,1	6338,4	0,46	0,84	1,00	1,01	
	2,05	2033,2	8630,1	9647,2	0,24	0,54	0,88	1,00	2,05	3577,3	9917,9	11086,8	0,36	0,83	1,11	1,13	
	2,55	2081,8	13348,8	14922,0	0,16	0,44	0,82	0,98	2,55	4436,3	15342,9	17151,2	0,29	0,81	1,19	1,22	
	3,05	2123,2	19095,8	21346,3	0,11	0,37	0,79	0,97	3,05	4671,8	21950,0	24537,0	0,21	0,70	1,12	1,16	
	3,55	2123,2	25871,1	28920,2	0,08	0,31	0,75	0,95	3,55	4596,0	29739,2	33244,2	0,15	0,58	1,00	1,04	
	4,05	2436,9	33674,7	37643,5	0,07	0,31	0,83	1,07	4,05	4597,4	38705,7	43267,4	0,12	0,51	0,93	0,97	
	4,55	2702,6	42501,8	47510,9	0,06	0,30	0,89	1,17	4,55	4619,4	48854,2	54612,0	0,09	0,45	0,87	0,91	
-1	1,15	1627,0	2301,7	2572,9	0,71	1,00	1,11	1,16	1,15	2362,6	3541,4	3958,8	0,67	0,95	1,01	1,02	
	1,65	1741,0	4742,7	5301,7	0,37	0,70	0,97	1,07	1,65	3276,0	7289,5	8148,6	0,45	0,86	1,04	1,06	
	2,15	1822,1	8048,7	8997,3	0,23	0,54	0,91	1,05	2,15	4414,0	12378,1	13837,0	0,36	0,85	1,17	1,19	
	2,65	1832,1	12229,2	13670,5	0,15	0,43	0,84	1,01	2,65	4943,6	18802,7	21018,7	0,26	0,76	1,14	1,17	
	3,15	1865,7	17279,4	19315,9	0,11	0,37	0,81	1,00	3,15	4934,5	26567,8	29699,0	0,19	0,63	1,02	1,06	
	3,65	1893,0	23199,4	25933,6	0,08	0,32	0,78	0,99	3,65	4934,0	35673,6	39878,0	0,14	0,54	0,93	0,97	
	4,15	1906,1	29993,9	33528,9	0,06	0,28	0,76	0,98	4,15	4934,0	46115,3	51550,3	0,11	0,47	0,86	0,90	
	4,65	1917,9	37658,2	42096,4	0,05	0,25	0,74	0,98	4,65	4933,5	57897,6	64721,2	0,09	0,42	0,81	0,85	

Tabela A13: Resultados numéricos e estimativas via curvas do MRD para C13.

		SCA							SCB								
Ψ	$\lambda_D$	M <sub>u</sub> (kNcm)	My (kNcm)	M <sub>p</sub> (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$	$\lambda_D$	M <sub>u</sub> (kNcm)	My (kNcm)	$M_p^{(kNcm)}$	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$	
+1	0,85	1925,9	2057,1	2344,8	0,94	1,07	1,05	1,05	0,85	2737,1	2950,2	3362,9	0,93	1,06	1,05	1,05	
	1,35	2892,2	5187,7	5913,3	0,56	0,90	1,10	1,11	1,35	4088,4	7452,3	8494,6	0,55	0,89	1,00	1,01	
	1,85	3224,5	9734,9	11096,5	0,33	0,70	1,05	1,06	1,85	4821,6	13984,3	15940,3	0,34	0,72	0,92	0,94	
	2,35	3538,0	15707,6	17904,5	0,23	0,58	1,04	1,06	2,35	5844,5	22573,4	25730,7	0,26	0,67	0,95	0,98	
	2,85	3763,3	23105,7	26337,5	0,16	0,50	1,03	1,06	2,85	6783,7	33192,5	37835,0	0,20	0,63	0,98	1,01	
	3,35	3887,1	31929,4	36395,3	0,12	0,44	1,01	1,04	3,35	7086,1	45859,6	52273,8	0,15	0,55	0,92	0,96	
	3,85	3914,9	42169,5	48067,7	0,09	0,38	0,98	1,01	3,85	7793,9	60574,7	69047,1	0,13	0,53	0,93	0,98	
	4,35	3914,9	53835,2	61364,9	0,07	0,33	0,94	0,97	4,35	8012,2	77328,8	88144,6	0,10	0,47	0,89	0,94	
+0,5	0,95	3120,2	3284,1	3743,4	0,95	1,17	1,19	1,20	0,95	4381,1	4745,7	5409,4	0,92	1,14	1,15	1,16	
	1,45	3853,3	7659,8	8731,2	0,50	0,86	1,10	1,14	1,45	5747,2	11052,1	12598,0	0,52	0,89	1,03	1,04	
	1,95	4163,0	13858,0	15796,3	0,30	0,66	1,03	1,11	1,95	7334,0	19993,1	22789,5	0,37	0,81	1,05	1,08	
	2,45	4403,8	21869,7	24928,5	0,20	0,54	1,00	1,09	2,45	8995,9	31559,5	35973,6	0,29	0,77	1,11	1,14	
	2,95	4464,7	31712,9	36148,4	0,14	0,45	0,95	1,06	2,95	10156*	45751,3	52150,4	0,22	0,71	1,11	1,15	
	3,45	4894,3	43369,5	49435,4	0,11	0,42	0,99	1,12	3,45	10673*	62577,6	71330,2	0,17	0,63	1,06	1,11	
	3,95	5127,5	56848,6	64799,8	0,09	0,38	0,99	1,14	3,95	10793*	82029,4	93502,6	0,13	0,55	0,99	1,03	
	4,45	5185,1	72159,2	82251,9	0,07	0,34	0,96	1,12	4,45	10798*	104116	118678	0,10	0,49	0,92	0,97	
0	1,05	3912,5	4664,5	5316,9	0,84	1,11	1,18	1,21	1,05	3926,4	4835,9	5512,3	0,81	1,08	1,12	1,12	
	1,55	4306,1	10158,9	11579,8	0,42	0,77	1,02	1,10	1,55	5066,4	10537,9	12011,8	0,48	0,87	1,03	1,05	
	2,05	4525,5	17773,6	20259,6	0,25	0,58	0,95	1,06	2,05	5996,2	18441,3	21020,6	0,33	0,75	1,00	1,02	
	2,55	4659,1	27490,5	31335,5	0,17	0,47	0,90	1,04	2,55	7419,6	28537,1	32528,5	0,26	0,73	1,07	1,10	
	3,05	4706,1	39336,6	44838,5	0,12	0,39	0,85	1,01	3,05	8979,6	40816,2	46525,1	0,22	0,72	1,16	1,20	
	3,55	4885,8	53284,8	60737,6	0,09	0,35	0,84	1,02	3,55	7741,5	55296,8	63031,0	0,14	0,53	0,91	0,94	
	4,05	5003,3	69353,3	79053,5	0,07	0,31	0,83	1,02	4,05	7197,9	71978,7	82046,2	0,10	0,43	0,78	0,81	
	4,55	5011,3	87532,9	99775,9	0,06	0,27	0,80	1,01	4,55	9084,4	90844,0	103550	0,10	0,48	0,92	0,96	
-0.5	1,15	4382,3	6035,8	6880,0	0,73	1,03	1,15	1,20	1,15	4740,9	6613,2	7538,2	0,72	1,02	1,08	1,09	
0,0	1,65	4712,5	12414,5	14150,9	0,38	0,72	1,00	1,11	1,65	5923,5	13614,4	15518,6	0,44	0,83	1,01	1,03	
	2,15	4970,2	21084,8	24033,8	0,24	0,56	0,95	1,09	2,15	7405,2	23114,7	26347,7	0,32	0,77	1,05	1,07	
	2,65	4975,7	32037,7	36518,7	0,16	0,45	0,88	1,05	2,65	7856,3	35114,2	40025,5	0,22	0,65	0,97	1,00	
	3,15	5375,3	45264,1	51595,1	0,12	0,40	0,89	1,10	3,15	8931,9	49621,8	56562,3	0,18	0,61	0,99	1,03	
	3,65	5856,5	60773,2	69273,4	0,10	0,37	0,93	1,17	3,65	9326,7	66619,6	75937,4	0,14	0,54	0,94	0,98	
	4,15	5987,4	78564,9	89553,5	0,08	0,33	0,91	1,18	4,15	10335,1	86125,4	98171,6	0,12	0,53	0,97	1,01	
	4,65	6028,5	98630,1	112425	0,06	0,30	0,88	1,17	4,65	10813,0	108131	123254	0,10	0,49	0,95	0,99	
-1	1,25	4506,2	7181,6	8186,1	0,63	0,95	1,11	1,17	1,25	5825,1	9193,6	10479,4	0,63	0,96	1,05	1,06	
-	1,75	4776,1	14083,6	16053,4	0,34	0,68	0,98	1,10	1,75	7823,9	18017,2	20537,3	0,43	0,87	1,08	1,11	
	2,25	4917,7	23277,1	26532,9	0,21	0,43	0,91	1,06	2,25	8959,9	29782,1	33947,7	0,30	0,75	1,04	1,07	
	2,75	5016,5	34771,4	39634,7	0,14	0,43	0,86	1,04	2,75	8990,5	44488,2	50710,7	0,20	0,60	0,92	0,95	
	3,25	5656,0	48557,2	55348,8	0,12	0,41	0,92	1,14	3,25	10563*	62135,5	70826,3	0,17	0,59	0,97	1,01	
	3,75	5788,0	64652,7	73695,5	0,09	0,36	0,90	1,15	3,75	11583*	82733,1	94304,8	0,14	0,56	0,98	1,02	
	4,25	6182,4	83039,9	94654,4	0,07	0,33	0,92	1,21	4,25	11689*	106263	121126	0,11	0,49	0,92	0,96	
	4,75	6182,4	103728	118236	0,06	0,30	0,89	1,19	4,75	11946*	132734	151299	0,09	0,45	0,88	0,92	

Tabela A14: Resultados numéricos e estimativas via curvas do MRD para C14.

	SCA							SCB								
Ψ	λp	$M_u$	$M_y$	$M_p$	$\frac{M_u}{M_u}$	<u>M</u> <sub>u</sub>	$\frac{M_u}{M_u}$	$\frac{M_u}{M_u}$	ln	$M_u$	$M_y$	$M_p$	$\frac{M_u}{M_u}$	$M_{u}$	$\frac{M_u}{M_u}$	$\frac{M_u}{M_u}$
<u> </u>	0.80	(kNcm)	(kNcm)	(kNcm)	<i>M</i> <sub>y</sub>	M <sub>nD</sub>	M <sub>nD</sub>	M <sub>nD</sub>	0.80	(kNcm)	(kNcm)	(kNcm)	<i>M</i> <sub>y</sub>	M <sub>nD</sub>	$M_{nD}$	$M_{nD}$
+1	1.30	3231.0	5421.7	6181.3	0,50	0.93	1,05	1,05	1 30	2010,2 1182 1	7759.1	8846 2	0,50	0.90	1,04	1,04
	1,50	3601.7	10387.0	11842.3	0,00	0,75	1.05	1,12	1,50	5352.6	1/882.1	16967 1	0,36	0,74	0.93	0.95
	2 30	3994.8	16942.9	19316.6	0,35	0,71	1,05	1,00	2 30	6665.9	24287.1	27689.8	0,50	0,74	0,95	1.01
	2,30	4328.7	25116.9	28635.9	0.17	0.52	1,05	1.09	2,50	7856.2	36001.8	41045.9	0.27	0,70	1.02	1.05
	2,00	4527.0	3/895 /	20033,7 39784 A	0.13	0,52	1,00	1.08	3 30	8414.6	50012.6	57019.5	0,22	0,00	0.99	1,05
	3,80	4620.9	46264 A	52746.2	0,15	0,40	1,03	1,00	3,50	8782.0	66305 A	75595.0	0.13	0,55	0,97	0.99
	4 30	4639.2	59237.8	67537.2	0.08	0.35	0.99	1,00	4 30	9125*	84907.9	96803.9	0.11	0.49	0,91	0,95
	4,50	2267.8	2210.4	2794 5	0,00	1 17	1.17	1,05	4,50	4612.4	4720.2	5202.0	0,11	1.16	1.16	1.16
+0,5	1.40	3207,8 4224.5	2025 Q	01616	0,98	0.00	1,17	1,17	1.40	4012,4	4730,2	12056 5	0,98	0.00	1,10	1,10
	1,40	4254,5	0055,0 14912.0	9101,0	0,35	0,00	1,09	1,14	1,40	0223,4 8212.0	21078.2	15050,5	0,34	0,90	1,05	1,04
	1,90	4029,3	14612,9	10888,5	0,31	0,07	1,05	1,10	1,90	0212,0 10290*	21076,5	24051,5	0,39	0,84	1,08	1,11
	2,40	4891,2	23623,2	26932,9	0,21	0,55	0,99	1,09	2,40	10380*	33636,8	38349,4	0,31	0,82	1,17	1,20
	2,90	5029,8	34494,3	59527,1	0,15	0,46	0,95	1,06	2,90	12120**	49113,5	33993	0,25	0,77	1,21	1,25
	3,40	5152,9	4/412,3	54055,0	0,11	0,40	0,93	1,05	3,40	1315/*	6/509	/696/	0,19	0,71	1,19	1,24
	3,90	6136,0	62391,2	/1132,5	0,10	0,41	1,06	1,21	3,90	13538*	88836	101282	0,15	0,63	1,13	1,18
	4,40	6386,6	79403,2	90528,0	0,08	0,37	1,06	1,23	4,40	13619*	113068	128909	0,12	0,56	1,06	1,11
0	1,00	4238,8	4702,5	5361,3	0,90	1,16	1,20	1,22	1,00	4901,3	5546,2	6323,2	0,88	1,13	1,16	1,16
	1,50	4756,8	10566,8	12047,3	0,45	0,79	1,03	1,11	1,50	6335,7	12489,3	14239,1	0,51	0,89	1,04	1,06
	2,00	5118,0	18782,4	21413,9	0,27	0,61	0,97	1,09	2,00	8384,3	22198,6	25308,7	0,38	0,85	1,12	1,15
	2,50	5196,4	29363,0	33476,9	0,18	0,49	0,91	1,05	2,50	9634,5	34674,1	39532,1	0,28	0,76	1,11	1,14
	3,00	5289,0	42281,1	48204,8	0,13	0,41	0,87	1,03	3,00	9634,5	49943,4	56940,7	0,19	0,62	0,99	1,03
	3,50	5529,5	57536,6	65597,7	0,10	0,36	0,86	1,04	3,50	9970,2	67978,9	77503,0	0,15	0,55	0,93	0,97
	4,00	5696,2	75157,1	85687,0	0,08	0,32	0,85	1,05	4,00	9972,4	88780,6	101219	0,11	0,48	0,86	0,90
	4,50	5770,4	95115,1	108441	0,06	0,29	0,83	1,05	4,50	9972,4	112362	128105	0,09	0,42	0,80	0,84
-0,5	1,10	4765,9	6085,6	6938,2	0,78	1,08	1,17	1,21	1,10	5355,9	7053,8	8042,0	0,76	1,04	1,10	1,10
	1,60	5040,6	12862,7	14664,9	0,39	0,73	0,99	1,09	1,60	6867,0	14923,5	17014,4	0,46	0,85	1,03	1,04
	2,10	5282,3	22170,9	25277,2	0,24	0,56	0,92	1,06	2,10	9048,0	25697,8	29298,2	0,35	0,83	1,11	1,14
	2,60	5385,3	33982,5	38743,6	0,16	0,45	0,87	1,03	2,60	10298,8	39404,3	44925,0	0,26	0,74	1,10	1,14
	3,10	5479,8	48297,5	55064,2	0,11	0,38	0,83	1,02	3,10	11132,3	56015,2	63863,1	0,20	0,66	1,07	1,11
	3,60	6382,5	65143,6	74270,5	0,10	0,38	0,92	1,16	3,60	11008,7	75530,6	86112,7	0,15	0,56	0,96	1,00
	4,10	6592,1	84493,0	96330,8	0,08	0,34	0,91	1,18	4,10	11004,1	97978,1	111705	0,11	0,49	0,89	0,93
	4,60	6663,5	106346	121245	0,06	0,30	0,89	1,17	4,60	11004,1	123330	140609	0,09	0,43	0,83	0,87
-1	1,20	4540,7	6804,8	7758,2	0,67	0,98	1,11	1,17	1,20	6350,0	9529,5	10864,6	0,67	0,98	1,06	1,07
	1,70	4837,4	13664,9	15579,5	0,35	0,69	0,98	1,09	1,70	8676,1	19128,1	21808,1	0,45	0,89	1,09	1,11
	2,20	5003,0	22890,1	26097,2	0,22	0,53	0,91	1,05	2,20	11170,6	32032,4	36520,3	0,35	0,85	1,17	1,21
	2,70	5149,1	34480,4	39311,3	0,15	0,44	0,87	1,04	2,70	11446*	48242,2	55001,1	0,24	0,70	1,05	1,09
	3,20	5223,4	48435,8	55221,9	0,11	0,37	0,83	1,03	3,20	11408*	67771,4	77266,5	0,17	0,58	0,94	0,98
	3,70	5223,4	64756,3	73828,9	0,08	0,32	0,79	1,01	3,70	11408*	90606,3	103301	0,13	0,50	0,86	0,90
	4,20	5757,9	83441,9	95132,4	0,07	0,31	0,84	1,09	4,20	11439*	116747	133103	0,10	0,43	0,80	0,84
	4,70	5762,2	104492	119132	0,06	0,27	0,81	1,08	4,70	11440*	146207	166691	0,08	0,39	0,75	0,79

Tabela A15: Resultados numéricos e estimativas via curvas do MRD para C15.