



UMA ABORDAGEM BAYESIANA PARA CONSTRUÇÃO DE MODELOS FENOMENOLÓGICOS PARA VIBRAÇÃO INDUZIDA POR VÓRTICES

Jacques Honigbaum

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientadores: Fernando Alves Rochinha
Gabriel Mário Guerra Bernadá

Rio de Janeiro
Março de 2019

UMA ABORDAGEM BAYESIANA PARA CONSTRUÇÃO DE MODELOS
FENOMENOLÓGICOS PARA VIBRAÇÃO INDUZIDA POR VÓRTICES

Jacques Honigbaum

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO
ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE
ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA
MECÂNICA.

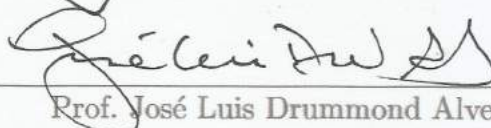
Examinada por:



Prof. Fernando Alves Rochinha, D.Sc.



Prof. Gabriel Mário Guerra Bernadá, D.Sc.



Prof. José Luis Drummond Alves, D.Sc.



Prof. Alvaro Luiz Gayoso de Azeredo Coutinho, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
MARÇO DE 2019

Honigbaum, Jacques

Uma Abordagem Bayesiana para Construção de Modelos Fenomenológicos para Vibração Induzida por Vórtices/Jacques Honigbaum. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2019.

XI, 69 p.: il.; 29,7cm.

Orientadores: Fernando Alves Rochinha

Gabriel Mário Guerra Bernadá

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Mecânica, 2019.

Referências Bibliográficas: p. 61 – 64.

1. Interação Fluido-Estrutura. 2. Vibração Induzida por Vórtices. 3. Inferência Bayesiana. I. Rochinha, Fernando Alves *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Mecânica. III. Título.

Agradecimentos

Ao orientador Prof. Fernando Alves Rochinha;

Ao orientador Prof. Gabriel Mário Guerra Bernadá;

Ao membro da banca Prof. José Luis Drummond Alves;

Ao membro da banca Prof. Alvaro Luiz Gayoso de Azeredo Coutinho;

Aos professores do Programa de Engenharia Mecânica da COPPE;

Aos colegas do Programa de Engenharia Mecânica da COPPE;

Aos funcionários do Programa de Engenharia Mecânica da COPPE;

À minha família e amigos;

Enfim, a todos que fizeram parte desta jornada, o meu muito obrigado.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

UMA ABORDAGEM BAYESIANA PARA CONSTRUÇÃO DE MODELOS FENOMENOLÓGICOS PARA VIBRAÇÃO INDUZIDA POR VÓRTICES

Jacques Honigbaum

Março/2019

Orientadores: Fernando Alves Rochinha
Gabriel Mário Guerra Bernadá

Programa: Engenharia Mecânica

Quando há escoamento de fluido sendo parcialmente obstruído por uma estrutura, o padrão de escoamento do fluido é influenciado por algumas características inerentes à estrutura. Então a própria estrutura também responde àqueles efeitos experimentados pelo fluido. Essa relação interativa entre o fluido e a estrutura insere-se no campo de estudo da Interação Fluido-Estrutura. Um dos fenômenos estudados nesta área é a formação de vórtices no fluido que resulta na vibração da estrutura. Devido à complexidade de descrição da Vibração Induzida por Vórtices e do custo computacional envolvido, pode-se optar por utilizar modelos fenomenológicos, de baixo custo computacional. Na situação de uma estrutura cilíndrica exposta a um escoamento de fluido e submetida ao fenômeno de VIV, pode-se utilizar um Modelo Oscilador de Esteira. A fenomenologia deste problema consiste em escolher-se uma das físicas para ser descrita, enquanto a outra é emulada. A parte relativa ao fluido é acoplada à parte estrutural na forma de efeito equivalente à sua influência no problema, a partir de uma formulação substituível. Neste trabalho, busca-se realizar a calibração de parâmetros de um modelo de esteira em relação a um modelo CFD. Os modelos passam por compatibilização quantitativa com dados experimentais para posterior processo de calibração. A calibração segue o procedimento estatístico de Inferência Bayesiana.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

A BAYESIAN APPROACH ON PHENOMENOLOGICAL MODELS BUILDING
FOR VORTEX INDUCED VIBRATIONS

Jacques Honigbaum

March/2019

Advisors: Fernando Alves Rochinha

Gabriel Mário Guerra Bernadá

Department: Mechanical Engineering

When there is fluid flow being partially obstructed by a structure, the flow pattern of the fluid is influenced by some inherent characteristics of the structure. So the structure itself also responds to those effects experienced by the fluid. This interactive relationship between fluid and structure is part of the field of study of fluid-structure interaction. One of the phenomena studied in this area is the formation of vortices in the fluid that results in the vibration of the structure. Due to the complexity of Vortex-induced Vibration description and the computational cost involved, one can choose to use phenomenological models, with low computational cost. In the situation of a cylindrical structure exposed to a fluid flow and subjected to the VIV phenomenon, a Wake Oscillator Model can be used. The phenomenology of this problem consists in choosing one of the physics to be described, while the other is emulated. The fluid part is coupled to the structural part in the form of an effect equivalent to its influence on the problem, from a replaceable formulation. In this work, it is sought to perform the calibration of parameters of a wake model in relation to a CFD model. The models go through quantitative compatibilization with experimental data for later calibration process. The calibration follows the statistical procedure of Bayesian Inference.

Sumário

Lista de Figuras	viii
Lista de Tabelas	xi
1 Introdução	1
1.1 Motivação	1
1.2 Objetivos e Metodologia	2
2 Vibrações Induzidas por Vórtices	5
2.1 Interação Fluido-Estrutura	6
2.1.1 Escoamento em Torno de um Cilindro	9
2.1.2 Modelos Fenomenológicos para VIV	17
3 Calibração	25
3.1 Simulação da Interação Fluido-Estrutura	26
3.2 Respostas com Modelo de Esteira	34
3.3 Calibração do Modelo Preditivo para VIV	39
3.3.1 Resultados da Calibração	41
4 Considerações Finais	59
Referências Bibliográficas	61
A Modelos de Esteira Alternativos	65
B Inferência Bayesiana	67

Lista de Figuras

1.1	Fluxograma - Objetivo.	2
1.2	Fluxograma - Metodologia.	3
2.1	Interação entre o fluido e estrutura (adaptado de Blevins (1990) [7]).	6
2.2	Linhas de Corrente ao Redor de Cilindro Circular sob Escoamento Permanente com $Re = 40$ (retirado de Lugt (1983) [22]).	10
2.3	Sistema de coordenadas para escoamento sobre cilindro (retirado de Braza et al. (1986) [8]).	11
2.4	Condições de contorno para escoamento sobre cilindro (retirado de Braza et al. (1986) [8]).	12
2.5	Coefficiente de Arrasto C_D em um cilindro circular sob $Re=200$, por Braza et al. (1986) [8] (retirado de Sumer e Fredsøe (1997) [37]).	13
2.6	Coefficiente de Sustentação C_L em um cilindro circular sob $Re=200$, por Braza et al. (1986) [8] (retirado de Sumer e Fredsøe (1997) [37]).	14
2.7	Regimes de Esteira (adaptado de Sumer e Fredsøe (1997)[37]).	15
2.8	Relação entre Reynolds e Strouhal (adaptado de Sumer e Fredsøe (1997) [37]).	16
2.9	Faixas de Sincronização (adaptado de Sumer e Fredsøe (1997) [37]). .	17
2.10	Amplitude de Sincronização (adaptado de Blevins (1990) [7]).	17
2.11	Visão Esquemática (retirado de Kurushina e Pavlovskaja (2018) [20]).	19
2.12	Forças de Morison (retirado de Postnikov et al. (2017) [29]).	20
2.13	Diagrama de Amplitudes - na Direção do Escoamento.	23
2.14	Diagrama de Amplitudes - Transversal.	24
3.1	Geometria do Modelo de Simulação.	28
3.2	Malha do modelo.	29
3.3	Série Temporal de Deslocamento na Direção do Escoamento - Caso 1 ($Ur=2.4$).	30
3.4	Série Temporal de Deslocamento Transversal - Caso 1 ($Ur=2.4$).	31
3.5	Série Temporal de Deslocamento - Caso 2 ($Ur=4.5$).	31
3.6	Série Temporal de Deslocamento - Caso 3 ($Ur=5.7$).	32

3.7	Série Temporal de Deslocamento - Caso 4 ($U_r=6.1$).	32
3.8	Série Temporal de Deslocamento - Caso 5 ($U_r=8.5$).	33
3.9	Trajatória do Cilindro para os 5 Casos Simulados ($0 \leq t \leq 120$).	33
3.10	Resposta do Modelo de Esteira para Deslocamento na Direção do Escoamento - Caso 1 ($U_r=2.4$).	34
3.11	Resposta do Modelo de Esteira para Deslocamento Transversal - Caso 1 ($U_r=2.4$).	35
3.12	Resposta do Modelo de Esteira para Deslocamento - Caso 2 ($U_r=4.5$).	35
3.13	Resposta do Modelo de Esteira para Deslocamento - Caso 3 ($U_r=5.7$).	36
3.14	Resposta do Modelo de Esteira para Deslocamento - Caso 4 ($U_r=6.1$).	36
3.15	Resposta do Modelo de Esteira para Deslocamento - Caso 5 ($U_r=8.5$).	37
3.16	Trajatória do Cilindro para os 5 Casos no Modelo de Esteira ($0 \leq t \leq 30$).	37
3.17	Diagrama de Amplitudes de Deslocamento na Direção do Escoamento.	38
3.18	Diagrama de Amplitudes de Deslocamento Transversal.	39
3.19	Estimação do Coeficiente de Arrasto Inicial.	41
3.20	Estimação do Coeficiente de Sustentação Inicial	42
3.21	Erro Relativo na Estimação do Coeficiente de Arrasto Inicial.	42
3.22	Erro Relativo na Estimação do Coeficiente de Sustentação Inicial.	43
3.23	Variância na Estimação do Coeficiente de Arrasto Inicial.	43
3.24	Variância na Estimação do Coeficiente de Sustentação Inicial.	44
3.25	Densidade do Coeficiente de Arrasto Inicial.	44
3.26	Densidade do Coeficiente de Sustentação Inicial.	45
3.27	Comparação para $U_r=5.7$: Deslocamento na Direção do Escoamento ($U_r=5.7$).	45
3.28	Comparação para $U_r=5.7$: Deslocamento Transversal ($U_r=5.7$).	46
3.29	Comparação para $U_r=6.1$: Deslocamento na Direção do Escoamento ($U_r=5.7$).	46
3.30	Comparação para $U_r=6.1$: Deslocamento Transversal ($U_r=5.7$).	47
3.31	Comparação para $U_r=5.7$: Deslocamento na Direção do Escoamento ($U_r=6.1$).	47
3.32	Comparação para $U_r=5.7$: Deslocamento Transversal ($U_r=6.1$).	48
3.33	Comparação para $U_r=6.1$: Deslocamento na Direção do Escoamento ($U_r=6.1$).	48
3.34	Comparação para $U_r=6.1$: Deslocamento Transversal ($U_r=6.1$).	49
3.35	Intervalo de Confiança para $U_r=5.7$: Deslocamento na Direção do Escoamento ($U_r=5.7$).	50
3.36	Intervalo de Confiança para $U_r=5.7$: Deslocamento Transversal ($U_r=5.7$).	51

3.37	Intervalo de Confiança para $U_r=6.1$: Deslocamento na Direção do Escoamento ($U_r=5.7$).	51
3.38	Intervalo de Confiança para $U_r=6.1$: Deslocamento Transversal ($U_r=5.7$).	52
3.39	Intervalo de Confiança para $U_r=5.7$: Deslocamento na Direção do Escoamento ($U_r=6.1$).	52
3.40	Intervalo de Confiança para $U_r=5.7$: Deslocamento Transversal ($U_r=6.1$).	53
3.41	Intervalo de Confiança para $U_r=6.1$: Deslocamento na Direção do Escoamento ($U_r=6.1$).	53
3.42	Intervalo de Confiança para $U_r=6.1$: Deslocamento Transversal ($U_r=6.1$).	54
3.43	Trajетórias de Referência ($20 \leq t \leq 30$).	55
3.44	Trajетória - Calibração com $U_r=5.7$ ($20 \leq t \leq 30$).	55
3.45	Trajетória - Calibração com $U_r=6.1$ ($20 \leq t \leq 30$).	56
3.46	Diagrama de Amplitudes Após Calibração - na Direção do Escoamento.	56
3.47	Diagrama de Amplitudes Após Calibração - Transversal.	57

Lista de Tabelas

2.1	Trabalhos anteriores que solucionam as equações de Navier-Stokes no plano para escoamento permanente em torno de cilindro (adaptado de Sumer e Fredsøe (1997) [37].	10
3.1	Parâmetros Experimentais de Stappenbelt (2017) [36].	26
3.2	Casos Simulados.	30
3.3	Coefficientes de esteira	40
3.4	Coefficientes de força do fluido (para calibrar)	40

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

Na situação em que há escoamento de fluido sendo parcialmente obstruído por uma estrutura, o padrão de escoamento do fluido é influenciado por algumas características inerentes à estrutura. Nesta situação, a própria estrutura também responde àqueles efeitos experimentados pelo fluido. Essa relação interativa entre o fluido e a estrutura insere-se dentro do campo de estudo da Interação Fluido-Estrutura.

Um dos fenômenos estudados nesta área de conhecimento é a formação de vórtices no fluido acompanhada da vibração da estrutura. A Vibração Induzida por Vórtices (VIV) (Blevins (1990) [7]), pode afetar negativamente o desempenho e a vida útil da estrutura. São possíveis, por exemplo, as seguintes implicações: irregularidades no funcionamento, desgaste e colapso estrutural. Tais resultados prejudicam ou comprometem a operação esperada pela estrutura.

É possível identificar um exemplo atual de aplicação prática deste problema ao examinar o setor industrial de exploração de petróleo em alto mar. Os dutos responsáveis pela captação do petróleo nas profundezas e consecutiva ascensão da substância à plataforma flutuante na superfície, conhecidos como "risers", sofrem ação direta das correntes marinhas e, portanto, ficam submetidos ao fenômeno de VIV. Esses equipamentos são componentes vitais para a produção, demandam vultoso aporte financeiro e a insegurança na sua operação pode provocar desastres ambientais e graves consequências econômicas, o que justifica adequados níveis de desempenho e estimativa de sua vida útil. Assim, é de grande importância a abordagem deste assunto.

Este trabalho está inserido no âmbito da pesquisa desenvolvida no Laboratório de Mecânica dos Sólidos do Programa de Engenharia Mecânica da COPPE/UFRJ, onde são estudados modelos computacionais para representarem um problema como esse,

permitindo obter resultados que não demandem tempo de computação excessivo como, por exemplo, em sistemas de controle, onde o tempo é crítico, e o que é alcançado com o uso de modelos fenomenológicos para descrição da resposta do fluido.

1.2 Objetivos e Metodologia

Há ensaios com medições experimentais disponíveis na literatura que permitem a análise do fenômeno VIV. Nesse sentido, o grau de confiança nos modelos fenomenológicos está relacionado à sua capacidade de apresentar resultados similares aos resultados de experimentos tidos como referência. O fluxograma da Figura 1.1 ilustra esta concepção.

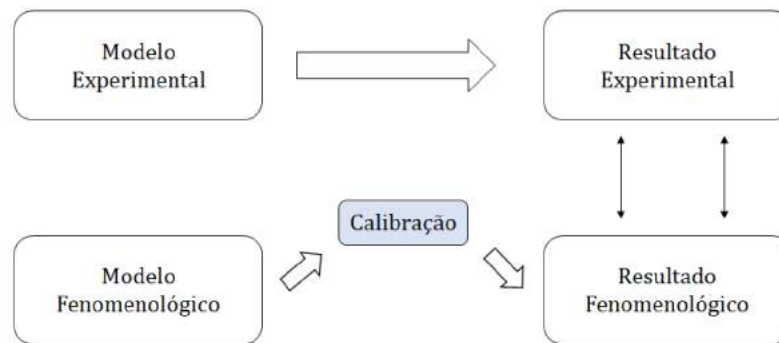


Figura 1.1: Fluxograma - Objetivo.

Este trabalho tem como objetivo contribuir no aprimoramento de um modelo fenomenológico de descrição do fenômeno VIV, através de um processo de calibração (Oden e Prudhomme (2011) [26]). Nesse sentido, a ferramenta escolhida para ser empregada neste trabalho é a abordagem estatística de inferência Bayesiana (Garmner e Lopes (2006) [13]).

A fim de empregar a abordagem Bayesiana, faz-se necessário complementar a quantidade de informação em relação àquela já disponível de resultados experimentais de referência. Uma possibilidade é empreender esforços na realização de novos ensaios experimentais. Outra opção, e que é a escolhida neste trabalho, é a simulação do experimento, sendo elaborado um modelo computacional.

Segundo Babuska e Oden (2004) [2], a simulação é uma reprodução construída a partir da interpretação de saída de um dispositivo computacional. Já um modelo computacional consiste na versão discretizada de um modelo matemático de um evento físico que foi construído para ser implementado em (ou para ser processado por) dispositivo computacional. Se o modelo computacional descreve bem o modelo matemático e o modelo matemático se relaciona bem com a teoria que descreve

o evento físico, então o modelo computacional também se relaciona bem com essa teoria.

Neste trabalho, o modelo computacional deve buscar representar o mais próximo possível os atributos do experimento. Essa capacidade é observável através das respostas que ele gera, que devem ter concordância com as experimentais.

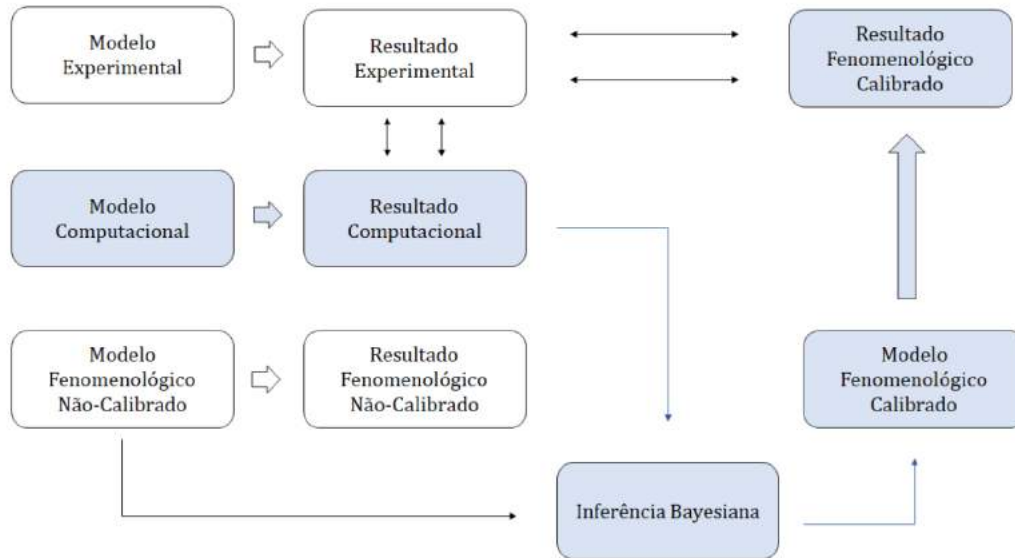


Figura 1.2: Fluxograma - Metodologia.

Um processo de verificação, conforme Babuska e Oden (2004) [2], consiste em determinar-se se o modelo computacional pode ser utilizado para representar o modelo matemático do evento físico com precisão suficiente. De posse de um modelo computacional verificado, os seus resultados com a informação pretendida podem ser utilizados como dados de entrada para o procedimento estatístico de inferência Bayesiana.

Então, o modelo fenomenológico original está apto a ser calibrado. Por analogia, o ideal é que os resultados entre os três modelos devam ser compatíveis entre si.

Realiza-se então um processo de validação para o modelo fenomenológico, em que, de acordo com Babuska e Oden (2004) [2], se determina se o modelo representa o evento físico real com precisão suficiente. Assim, de posse do modelo fenomenológico validado, é possível fazer previsões de cenários desejados, o que, conforme Babuska e Oden (2004) [2], consiste no processo de predição.

A metodologia de calibração modelo-à-modelo utilizada neste trabalho está ilustrada no fluxograma da Figura 1.2.

Para melhor compreensão acerca da estruturação deste trabalho, convém fazer uma breve descrição dos capítulos seguintes. No Capítulo 2, apresenta-se uma fundamentação teórica e revisão bibliográfica sobre Vibração Induzida por Vórtices, contemplando Multifísica, Interação Fluido-Estrutura, Dinâmica de Fluidos, Dinâmica

de Estruturas, Escoamento em Torno de um Cilindro e Modelos de Esteira. No Capítulo 3, encontra-se o processo de calibração modelo-à-modelo executado, segundo a metodologia já apresentada e esquematizada na Figura 1.2. No Capítulo 4, estão reunidas considerações finais a respeito do trabalho.

Capítulo 2

Vibrações Induzidas por Vórtices

Segundo Groen, Zasada e Coveney (2013) [15], quando um modelo envolve vários processos físicos e cada um desses processos captura um tipo diferente de física, é comumente referido como modelagem multifísica ou simulação multifísica. As modelagens multifísica e multiescala são, portanto, dois conceitos diferentes. Mas elas têm uma característica comum, em que ambas consistem em um número de submodelos que foram combinados (ou acoplados). Um grande desafio na multifísica bem como na multiescala, reside no acoplamento desses submodelos, de modo que o modelo geral é ao mesmo tempo preciso o suficiente para ser cientificamente relevante e reproduzível, e eficiente o suficiente para ser executado convenientemente por modernos recursos de computação.

Para Rosner et al. (2010) [30], os sistemas do mundo real são tipicamente caracterizados por múltiplos processos físicos interativos ("multifísicos"), interações que ocorrem em uma ampla gama de escalas temporais e espaciais. E a grande fronteira da Física e Engenharia computacional está no desafio representado pelas simulações de alta fidelidade de sistemas do mundo real, isto é, em transformar verdadeiramente a ciência computacional em uma ciência totalmente preditiva.

A noção de multifísica é antiga. Dentro do desenvolvimento da própria Física, o nível de integração entre duas áreas como a Eletricidade e o Magnetismo foi capaz de unificá-las na disciplina fundamental do Eletromagnetismo, o qual é estudado formalmente sob aspecto interdisciplinar desde a consolidação acadêmica deste tópico. Contudo, este é um exemplo excepcional, visto que outras áreas da física continuaram a ser estudadas separadamente. Isto se deve à complexidade de combinação das descrições teóricas, e, em eventualmente havendo alguma formulação, laboriosas soluções.

2.1 Interação Fluido-Estrutura

Interações entre sistemas mecânicos ocorrem sob variadas formas e intensidades. Conforme Sigrist (2015) [32], a dinâmica estrutural e a dinâmica dos fluidos têm sido historicamente consideradas em maneira separada. Isso se mantém somente quando o escoamento e o movimento da estrutura estão fracamente acoplados, quando suas evoluções ocorrem dentro de diferentes tempos característicos. Quando o acoplamento é forte, os efeitos da interação entre o fluido e a estrutura devem ser considerados. Por exemplo, nas simulações numéricas, vibrações de uma estrutura elástica em contato com um fluido quiescente são comumente descritas com técnicas baseadas em elementos finitos. Assim, a interação fluido-estrutura (também conhecida pela sigla FSI, em inglês "Fluid-Structure Interaction") está preocupada com a dinâmica acoplada de estruturas em contato com um fluido.

Observa-se na Figura 2.1 o mecanismo básico do acoplamento entre fluido e estrutura, que pode ser descrito da seguinte forma: o movimento da estrutura modifica as condições do escoamento na interface com o fluido, que por sua vez induz uma flutuação na pressão ou forças viscosas; o carregamento aplicado na interface fluido-estrutura altera posteriormente o movimento da estrutura.



Figura 2.1: Interação entre o fluido e estrutura (adaptado de Blevins (1990) [7]).

A modelagem FSI geralmente pressupõe que tanto a estrutura como o fluido de um sistema acoplado estão inseridos na área de estudo da Mecânica do Contínuo. Como consequência, seu movimento é governado por um conjunto de equações diferenciais parciais associadas a algumas condições iniciais e de contorno apropriadas.

Como a forma de um fluido muda continuamente ao longo do tempo, a descrição do fluxo pode convenientemente ser alcançada dentro da abordagem Euleriana. Enquanto a formulação Lagrangeana acompanha a evolução de um conjunto definido de

pontos materiais, a formulação Euleriana focaliza a taxa de mudança da quantidade de interesse.

As soluções analíticas para as equações de movimento podem ser obtidas para geometrias simples dos domínios sólido e fluido, dificilmente encontradas na prática, sendo tais casos particulares de interesse didático. Já na maioria das aplicações de relevância de Engenharia, métodos numéricos são usados para produzir soluções aproximadas para as equações de movimento.

Conforme Anderson et al. (2009) [1], três princípios físicos fundamentam a Dinâmica dos Fluidos:

- A massa é conservada;
- A quantidade de movimento (momento linear) é conservada;
- A energia total é conservada.

A partir destes princípios, são formuladas equações de conservação que governam a descrição matemática do movimento de um fluido. A solução das equações governantes fornece a descrição do fluido através do campo vetorial de velocidade $\mathbf{U} = [U_x(x, y, z, t) \quad U_y(x, y, z, t) \quad U_z(x, y, z, t)]^T$, do campo escalar de pressão $P = P(x, y, z, t)$ e do campo escalar de temperatura $T = T(x, y, z, t)$.

Conservação de Massa

Equação de Continuidade:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) = 0 \quad (2.1)$$

O desenvolvimento da equação 2.1 pode ser encontrado em Batchelor (2000) [4].

Conservação de Momento Linear

Define-se a força de corpo (forças externas ao fluido) e o tensor de tensão viscosa:

- $\mathbf{F} = (F_x \quad F_y \quad F_z)^T$
- $\tau = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{bmatrix}$

Equações de Conservação do Momento Linear:

$$\frac{\partial (\rho U_x)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U_x \mathbf{U}) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho F_x \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial(\rho U_y)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U_y \mathbf{U}) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho F_y \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial(\rho U_z)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U_z \mathbf{U}) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \rho F_z \quad (2.4)$$

Um fluido newtoniano respeita a relação em 2.5.

$$\tau \propto (\nabla \cdot \mathbf{U}) \quad (2.5)$$

Define-se a viscosidade dinâmica μ :

- $\tau = \mu (\nabla \cdot \mathbf{U})$

Conforme o modelo de Stokes:

$$\tau = \begin{bmatrix} -\frac{2}{3}\mu (\nabla \cdot \mathbf{U}) + 2\mu \frac{\partial U_x}{\partial x} & \mu \left(\frac{\partial U_y}{\partial x} + \frac{\partial U_x}{\partial y} \right) & \mu \left(\frac{\partial U_x}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial x} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial U_y}{\partial x} + \frac{\partial U_x}{\partial y} \right) & -\frac{2}{3}\mu (\nabla \cdot \mathbf{U}) + 2\mu \frac{\partial U_y}{\partial y} & \mu \left(\frac{\partial U_z}{\partial y} + \frac{\partial U_y}{\partial z} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial U_x}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial x} \right) & \mu \left(\frac{\partial U_z}{\partial y} + \frac{\partial U_y}{\partial z} \right) & -\frac{2}{3}\mu (\nabla \cdot \mathbf{U}) + 2\mu \frac{\partial U_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Inserindo 2.6 em 2.2, 2.3 e 2.4, chega-se às equações de Navier-Stokes (N-S) 2.7, 2.8 e 2.9.

Equações de Navier-Stokes:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho U_x)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_x^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho U_x U_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho U_x U_z)}{\partial z} = \\ & = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \left[-\frac{2}{3}\mu (\nabla \cdot \mathbf{U}) + 2\mu \frac{\partial U_x}{\partial x} \right]}{\partial x} + \\ & + \frac{\partial \left[\mu \left(\frac{\partial U_y}{\partial x} + \frac{\partial U_x}{\partial y} \right) \right]}{\partial y} + \frac{\partial \left[\mu \left(\frac{\partial U_x}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial x} \right) \right]}{\partial z} + \rho F_x \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho U_y)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_x U_y)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho U_y^2)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho U_y U_z)}{\partial z} = \\ & = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial \left[\mu \left(\frac{\partial U_y}{\partial x} + \frac{\partial U_x}{\partial y} \right) \right]}{\partial x} + \\ & + \frac{\partial \left[-\frac{2}{3}\mu (\nabla \cdot \mathbf{U}) + 2\mu \frac{\partial U_y}{\partial y} \right]}{\partial y} + \frac{\partial \left[\mu \left(\frac{\partial U_z}{\partial y} + \frac{\partial U_y}{\partial z} \right) \right]}{\partial z} + \rho F_y \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho U_z)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_x U_z)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho U_y U_z)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho U_z^2)}{\partial z} = \\ & = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial \left[\mu \left(\frac{\partial U_x}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial x} \right) \right]}{\partial x} + \\ & + \frac{\partial \left[\mu \left(\frac{\partial U_z}{\partial y} + \frac{\partial U_y}{\partial z} \right) \right]}{\partial y} + \frac{\partial \left[-\frac{2}{3}\mu (\nabla \cdot \mathbf{U}) + 2\mu \frac{\partial U_z}{\partial z} \right]}{\partial z} + \rho F_z \end{aligned} \quad (2.9)$$

O desenvolvimento das equações 2.7, 2.8 e 2.9 pode ser encontrado em Batchelor (2000) [4].

Conservação de Energia

Define-se a energia interna por unidade de massa (e), a energia cinética por unidade de massa ($\frac{U^2}{2}$) e também a energia total por unidade de massa ($e + \frac{U^2}{2}$).

Com isso, desenvolve-se a equação 2.10, que pode ser acompanhada em Anderson et. al. (2009) [1].

Equação de Calor:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \left[\rho \left(e + \frac{U^2}{2} \right) \right]}{\partial t} + \nabla \cdot \left[\rho \left(e + \frac{U^2}{2} \mathbf{U} \right) \right] = \\
& = \rho \dot{q} + \frac{k \frac{\partial T}{\partial x}}{\partial x} + \frac{k \frac{\partial T}{\partial y}}{\partial y} + \frac{k \frac{\partial T}{\partial z}}{\partial z} - \frac{\partial (U_x P)}{\partial x} - \frac{\partial (U_y P)}{\partial y} - \frac{\partial (U_z P)}{\partial z} - \frac{\partial (U_x P)}{\partial x} + \\
& + \frac{\partial (U_x \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial (U_x \tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial (U_x \tau_{zx})}{\partial z} + \frac{\partial (U_y \tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial (U_y \tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial (U_y \tau_{zy})}{\partial z} + \\
& + \frac{\partial (U_z \tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial (U_z \tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial (U_z \tau_{zz})}{\partial z} + \rho (\mathbf{F} \cdot \mathbf{U})
\end{aligned} \tag{2.10}$$

Observa-se que o sistema contém cinco equações (2.1, 2.7, 2.8, 2.9 e 2.10) em termos de seis variáveis: ρ , P , e , U_x , U_y , U_z . Além disso, as equações são diferenciais parciais (EDPs) não-lineares e formam um sistema acoplado com solução analítica de grande complexidade. Até o momento, não há uma solução geral de forma fechada para essas equações. Por esta razão, recorre-se à chamada Dinâmica de Fluidos Computacional, em que busca-se solucionar numericamente estas equações.

Já para a parte referente à estrutura, conforme Clough e Penzien (2003) [10], adota-se o modelo massa-mola-amortecimento, caracterizado por uma massa m , amortecimento c e rigidez k . Seja a posição $x = x(t)$, a velocidade $v = \dot{x}$, a aceleração $a = \ddot{x}$, a força $F = F(t)$, a posição inicial $x(0) = x_0$ e a velocidade inicial $v(0) = v_0$. A EDO linear de 2ª ordem fica conforme 2.11.

$$ma + cv + kx = F \tag{2.11}$$

2.1.1 Escoamento em Torno de um Cilindro

O escoamento sobre objeto é um problema clássico da interação fluido-estrutura. Segundo Sumer e Fredsøe (1997) [37], em 1851 Stokes estudou o escoamento sobre um corpo esférico e determinou o fluxo e a força de arrasto. Ele assumiu que o movimento era extremamente lento, tal que $Re \ll 1$. Hoje, este problema é conhecido

como Escoamento de Stokes.

No problema do escoamento sobre um objeto cilíndrico (Figura 2.2), é conveniente fazer a análise no plano (duas dimensões). Na Tabela 2.1 é possível encontrar um histórico de trabalhos anteriores que solucionam as equações de Navier-Stokes no plano para escoamento permanente em torno de cilindro.

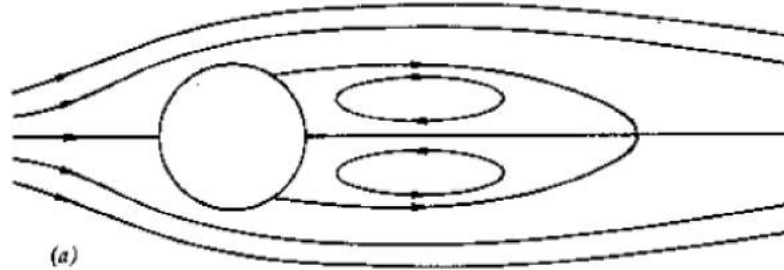


Figura 2.2: Linhas de Corrente ao Redor de Cilindro Circular sob Escoamento Permanente com $Re = 40$ (retirado de Lugt (1983) [22]).

Tabela 2.1: Trabalhos anteriores que solucionam as equações de Navier-Stokes no plano para escoamento permanente em torno de cilindro (adaptado de Sumer e Fredsøe (1997) [37]).

Autor	Re
Oseen (1910) and Lamb (1911)	$Re \ll 1$
Thom (1933)	10 e 20
Kawaguti (1953)	40
Apelt (1961)	40 e 44
Keller and Takami (1966)	2, 4, 10 e 15
Son and Hanratty (1969)	40, 200 e 500
Dennis and Chang (1970)	$5 \leq Re \leq 100$
Jordan and Fromm (1972)	100, 400 e 1000
Braza, Chassaing and Minh (1986)	100, 200 e 1000
Lecoite and Piquet (1989)	$140 \leq Re \leq 2000$
Braza, Chassaing and Minh (1990)	$2000 \leq Re \leq 10000$
Franke, Rodi and Schonung (1990)	$40 \leq Re \leq 5000$
Wang and Dalton (1991a)	$300 \leq Re \leq 1000$
Braza, Nogues and Persillon (1992)	20000 e 30000

Para a formulação matemática, convém utilizar coordenadas logarítmico-polares conforme a Figura 2.3. Para isso, é necessário realizar a seguinte mudança de variáveis: $\tilde{x} = \theta$, $\tilde{u} = V_\theta$, $\tilde{y} = \ln(r)$, $\tilde{v} = V_r$.

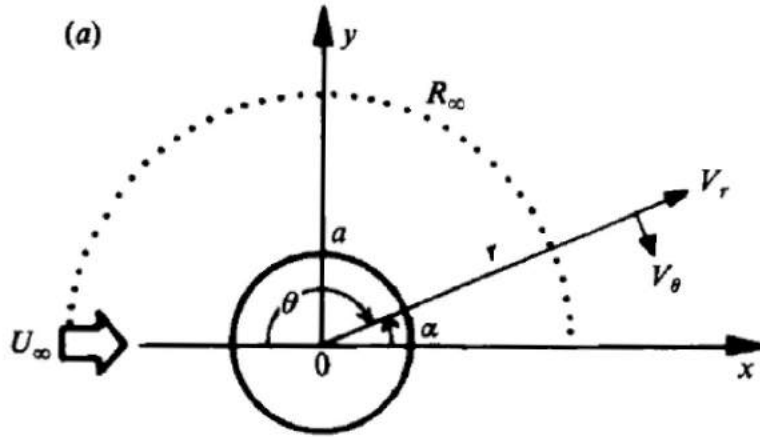


Figura 2.3: Sistema de coordenadas para escoamento sobre cilindro (retirado de Braza et al. (1986) [8]).

Adimensionalização de variáveis:

- $x = \tilde{x}$
- $y = \frac{\tilde{y}}{a}$
- $t = \frac{\tau U}{a}$
- $P = \frac{\tilde{P}}{\rho U^2}$
- $u = \frac{\tilde{u}}{U_\infty}$
- $v = \frac{\tilde{v}}{U_\infty}$
- $R_e = \frac{2aU_\infty}{\nu}$

onde a é o raio do cilindro, ν é a viscosidade cinemática e U_∞ é a velocidade de escoamento à montante.

Formulação:

$$\text{div}(\mathbf{V}) = 0 \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{V}u) - \frac{2}{R_e} \text{div}[\text{grad}(u)] = -\frac{1}{\exp(y)} \frac{\partial P}{\partial x} + S_u \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{V}v) - \frac{2}{R_e} \text{div}[\text{grad}(v)] = -\frac{1}{\exp(y)} \frac{\partial P}{\partial y} + S_v \quad (2.14)$$

onde:

$$S_u = -\frac{uv}{\exp(y)} - \frac{2}{R_e} \frac{1}{\exp(2y)} \left(u - 2 \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (2.15)$$

$$S_v = \frac{u^2}{\exp(y)} - \frac{2}{R_e} \frac{1}{\exp(2y)} \left(v + 2 \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (2.16)$$

O escoamento não está confinado. No entanto, é necessário um limite circular externo fictício, a uma grande distância R_∞ a partir do cilindro (conforme a Figura 2.4), para resolver numericamente as equações 2.12, 2.13, 2.14, 2.15 e 2.16. As condições de contorno correspondentes são escolhidas de modo a minimizar o efeito de bloqueio devido a essa fronteira.

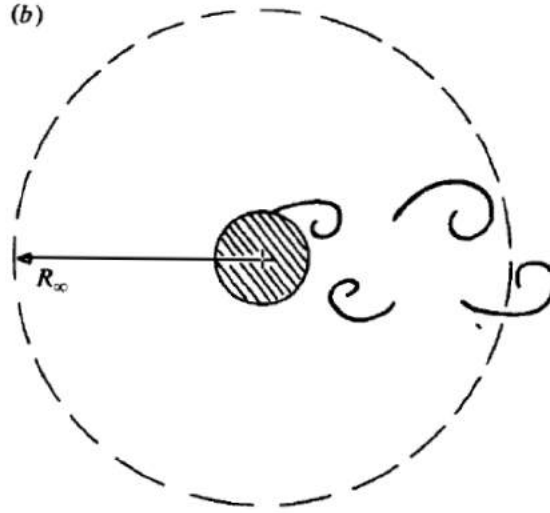


Figura 2.4: Condições de contorno para escoamento sobre cilindro (retirado de Braza et al. (1986) [8]).

As condições de contorno são de impermeabilidade e não-deslizamento no cilindro ($r = a$): $u = 0$, $v = 0$.

Para $v \rightarrow \infty$:

$$\frac{\partial u}{\partial t} \rightarrow 0 \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} \rightarrow P_\infty \quad (2.18)$$

$$u = -\sin(x) U_\infty \quad (2.19)$$

$$v = \cos(x) U_\infty \quad (2.20)$$

Reescreve-se as equações 2.13 e 2.14. A seguir, a equação obtida para a componente u (a equação para a componente v é análoga):

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \exp(y) \frac{R_e}{2} \left[\cos(x) \frac{\partial u}{\partial y} - \sin(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \sin(x) - \exp(y) \frac{R_e}{2} \cos(x) \sin(x) \quad (2.21)$$

Este escoamento no infinito é caracterizado pela chamada descrição linear de Oseen (ver Tabela 2.1) e a equação 2.21 possui solução analítica, dada pela soma da solução para a equação homogênea e uma solução particular (2.22).

$$u(x, y) = U_H(x, y) + U_P(x, y) \quad (2.22)$$

Sendo $G(x)$ uma função que aparece durante o processo de solução, mostra-se que:

$$U_H(x, y) = G(x) \exp \left\{ \left[\frac{1}{4} \exp(y) R_e \right] [\cos(x) - 1] - \frac{y}{2} \right\} \quad (2.23)$$

Verifica-se que:

$$U_P(x, y) = -\sin(x) \quad (2.24)$$

O desenvolvimento completo pode ser encontrado em Braza et al. (1986) [8].

A partir disso, o estudo numérico consiste em computar as forças de arrasto (F_D) e sustentação (F_L) no cilindro e os respectivos coeficientes (C_D e C_L) (Figuras 2.5 e 2.6).

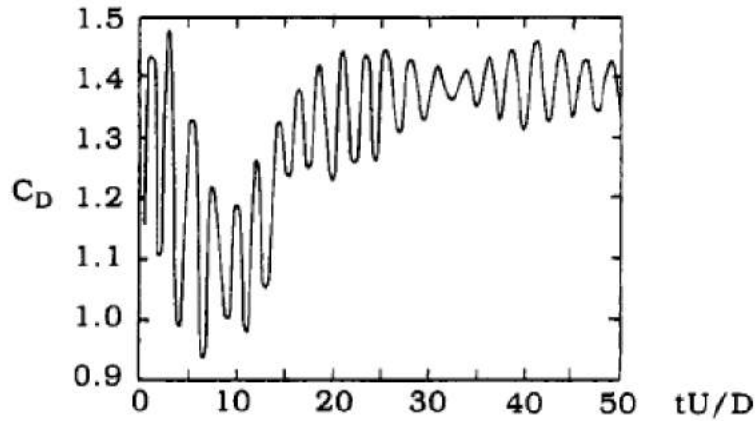


Figura 2.5: Coeficiente de Arrasto C_D em um cilindro circular sob $Re=200$, por Braza et al. (1986) [8] (retirado de Sumer e Fredsøe (1997) [37]).

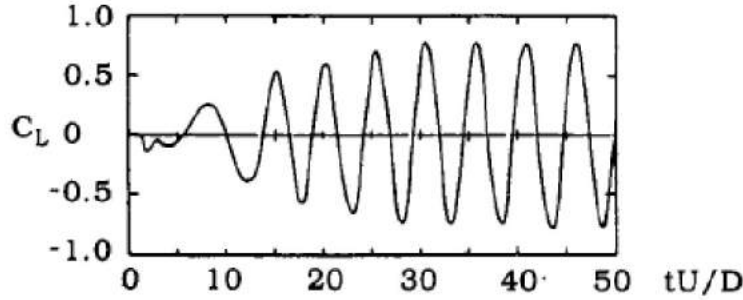


Figura 2.6: Coeficiente de Sustentação C_L em um cilindro circular sob $Re=200$, por Braza et al. (1986) [8] (retirado de Sumer e Fredsøe (1997) [37]).

A significância prática do fenômeno de VIV possui estudos fundamentais nos artigos de Sarpkaya (1979) [31], Griffin e Ramberg (1982) [14], Bearman (1984) [5] e Parkinson (1989) [28]. Os livros de Blevins (1990) [7], de Naudascher e Rockwell (1994) [25], e de Sumer e Fredsøe (1997) [37] abordam o assunto. Estudos sobre o fenômeno de VIV são encontrados nos artigos de Williamson e Roshko (1988) [39], Jauvtis e Williamson (2003) [17] e Williamson e Govardhan (2004) [38].

Segundo Lugt (1983) [22]: um vórtice é um movimento rotativo de uma enorme quantidade de partículas de um material em torno de um centro comum. Na literatura, são encontradas diversas outras palavras para representar este mesmo conceito: redemoinho, circulação, turbilhão, ciclone. A escolha da palavra difere em significado físico ou de engenharia.

Os vórtices são invisíveis no fluido. Na realização de experimentos, costuma-se utilizar algum marcador visível, como tinta ou pó. Para a ocorrência de vórtice, é necessária a existência de vorticidade. Segundo Lugt (1983) [22]: a velocidade angular da matéria em um ponto no espaço contínuo é chamada vorticidade.

Não há vórtice sem vorticidade, mas pode haver vorticidade sem vórtice. A formação dos vórtices independe do tipo de meio e podem surgir na água, no ar, como acumulação de corpos sólidos. Também manifesta-se em diferentes ordens de grandeza na natureza.

Uma estrutura cilíndrica em meio a um escoamento de fluido provoca a separação do escoamento em duas camadas que delimitam uma região de esteira. A velocidade de uma partícula fora da esteira é maior que dentro da esteira, o que a leva a ganhar velocidade angular na transição. A vorticidade se forma com sentido para dentro da esteira, por isso, as rotações nas camadas superior e inferior são simétricas. Um padrão regular de vórtices se forma na esteira. Os vórtices interagem com o cilindro e são a causa dos efeitos do fenômeno de VIV.

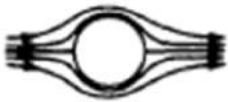





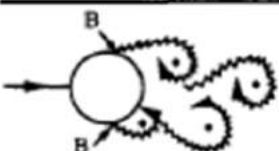


	Sem separação. Escoamento de Stokes	$Re < 5$
	Um par fixo de vórtices simétricos	$5 < Re < 40$
	Esteira Laminar de Vórtices	$40 < Re < 200$
	Transição para turbulência na esteira	$200 < Re < 300$
	Esteira completamente turbulenta. A: Separação da camada limite laminar	$300 < Re < 3 \times 10^5$ Subcrítico
	A: Separação da camada limite laminar B: Separação da camada limite turbulenta: mas camada limite laminar	$3 \times 10^5 < Re < 3.5 \times 10^5$ Crítico (Transição Inferior)
	B: Separação da camada limite turbulenta: a camada limite parcialmente laminar e parcialmente turbulenta	$3.5 \times 10^5 < Re < 1.5 \times 10^6$ Supercrítico
	C: Camada limite completamente turbulenta em um lado	$1.5 \times 10^6 < Re < 4 \times 10^6$ Transição Superior
	C: Camada limite completamente turbulenta nos dois lados	$4 \times 10^6 < Re$ Transcrítico

Figura 2.7: Regimes de Esteira (adaptado de Sumer e Fredsøe (1997)[37]).

Sendo U a velocidade de escoamento do fluido, D o diâmetro da estrutura cilíndrica, ν a viscosidade cinemática do fluido, μ a viscosidade dinâmica do fluido e ρ a densidade do fluido, define-se então o Número de Reynolds (2.25).

$$Re = \frac{UD}{\nu} \quad (2.25)$$

onde:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (2.26)$$

A Figura 2.7 mostra que o desprendimento de vórtices depende do Número de Reynolds.

Sendo f_v a frequência de desprendimento de vórtices, outro conceito importante é o Número de Strouhal (2.27), também conhecido como frequência normalizada de desprendimento de vórtices ou constante adimensional de proporcionalidade.

$$f_v = \frac{S_t U}{D}; \Rightarrow S_t = \frac{f_v D}{U} \quad (2.27)$$

Observa-se na Figura 2.8 que o Número de Strouhal é função do Número de Reynolds.

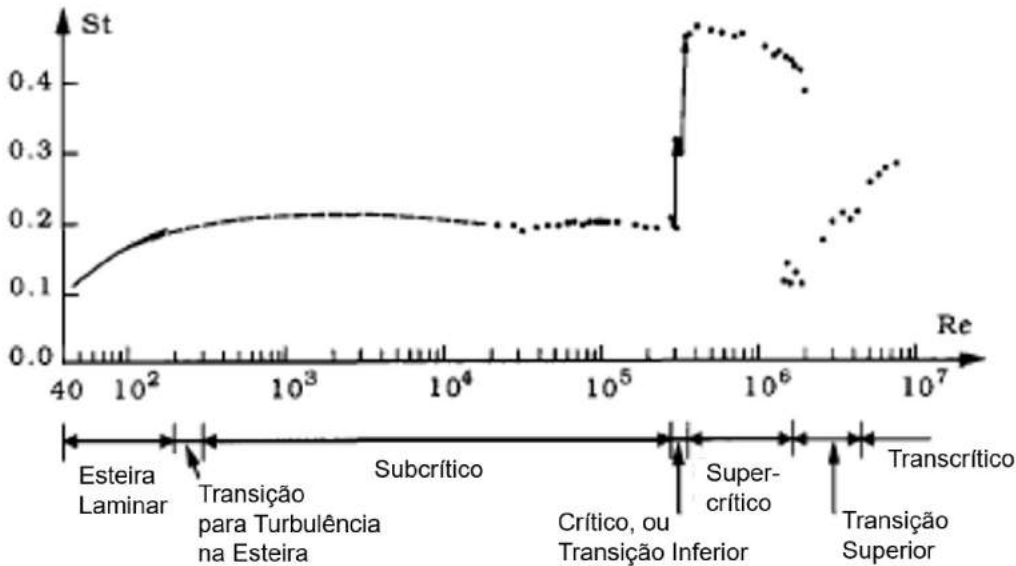


Figura 2.8: Relação entre Reynolds e Strouhal (adaptado de Sumer e Fredsøe (1997) [37]).

Assim como o desprendimento de vórtices gera forças atuantes na estrutura cilíndrica, o cilindro impõe força no fluido. Há uma determinada faixa de valores para os quais a frequência de desprendimento de vórtices passa a ser regida pela frequência de vibração do cilindro e não mais pelo valor exato do Número de Strouhal. (Figura 2.9). Quando a frequência de vibração do cilindro é muito próxima da frequência de desprendimento de vórtices, o padrão na esteira é influenciado e o desprendimento de vórtices fica controlado pela oscilação do cilindro. Este efeito é chamado Sincronização ou "lock-in".

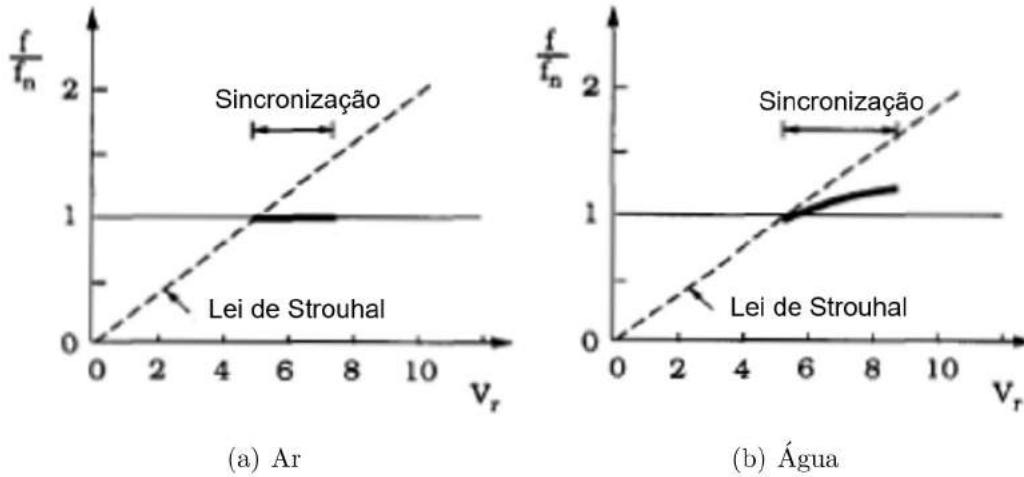


Figura 2.9: Faixas de Sincronização (adaptado de Sumer e Fredsøe (1997) [37]).

Este efeito possui algumas consequências, como estabilidade da esteira, escalonamento dos vórtices e mudança de fase nos vórtices. Quanto maior a amplitude de vibração, mais larga a faixa de valores para ocorrência de sincronização (Figura 2.10). Na sincronização, o cilindro experimenta grandes deslocamentos.

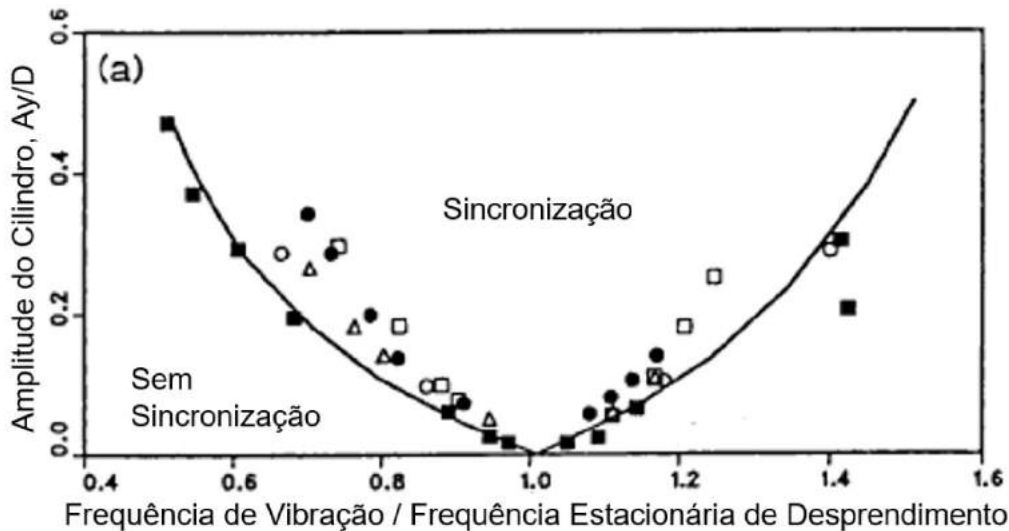


Figura 2.10: Amplitude de Sincronização (adaptado de Blevins (1990) [7]).

2.1.2 Modelos Fenomenológicos para VIV

Devido à complexidade de descrição do fenômeno de VIV, esse tende a ser explorado por meio de modelos computacionais simplificados. Uma metodologia possível é o particionamento da multifísica do problema, que consiste em construir-se um modelo para o fluido e outro para a estrutura, e, a partir desta segmentação, procede-se ao acoplamento dos modelos. O modelo para o fluido é normalmente baseado em

Dinâmica de Fluidos Computacional (CFD), o qual demanda alto custo computacional.

Uma outra possibilidade é a utilização de um modelo fenomenológico para descrição dos aspectos centrais do escoamento na interação. Esse tipo de modelo apresenta uma boa representação do problema e demanda menor custo computacional. A sistemática consiste em escolher-se uma das físicas do problema para ser descrita, sendo a outra emulada a partir de uma formulação substituível, a qual será incorporada à descrição na forma de efeito equivalente à sua influência no problema. É comum que tal formulação seja empírica ou semiempírica. No caso de uma interação fluido-estrutura, por exemplo, pode-se escolher descrever a estrutura e substituir o fluido por uma formulação semiempírica de efeito equivalente.

Na situação de uma estrutura cilíndrica exposta a um escoamento de fluido e submetida ao fenômeno de VIV, um modelo fenomenológico que pode ser empregado é o chamado "modelo oscilador de esteira" ou, simplesmente, "modelo de esteira". O desenvolvimento desse tipo de modelo foi proposto por Bishop e Hassan (1964) [6]. Posteriormente, estudado por Skop e Griffin (1973) [33] e Iwan e Blevins (1974) [16]. Krenk e Nielsen (1999) [19] analisaram o termo de amortecimento do modelo de esteira utilizando a equação de van der Pol.

Um modelo fenomenológico simples e representativo foi analisado por Facchinetti, de Langre e Biolley (2004) [12], onde foi identificado um melhor acoplamento entre a estrutura e a esteira através do termo de aceleração. A abordagem semiempírica foi estudada por Keber e Wiercigroch (2008) [18].

Um modelo mais completo foi apresentado por Ogink e Metrikine (2010) [27], onde o acoplamento depende da frequência da força exercida pelo fluido na estrutura, o que possibilita que o modelo represente vibração livre ou forçada.

O modelo de esteira apresentado por Postnikov, Pavlovskaia e Wiercigroch (2017) [29] mostra-se bastante abrangente. A Figura 2.11 apresenta de forma esquemática um cenário padrão em que fenômenos como a sincronização são estudados, seja por abordagens experimentais, seja por simulações computacionais. O problema é abordado em duas dimensões e o cilindro elástico tem liberdade para deslocar-se em regime oscilatório nas direções paralela e transversal à direção do escoamento do fluido.

Em seguida serão descritos os aspectos formais, grandezas e conceitos centrais do modelo.

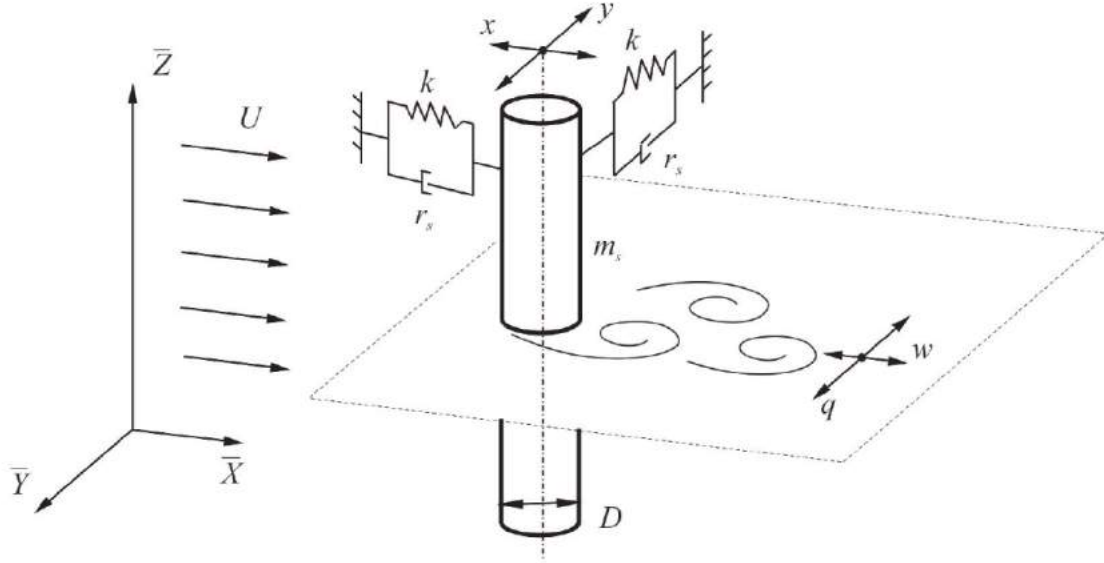


Figura 2.11: Visão Esquemática (retirado de Kurushina e Pavlovskaja (2018) [20]).

Sendo m a massa por unidade de comprimento, r o amortecimento por unidade de comprimento e h a rigidez por unidade de comprimento, as equações de balanço do cilindro ancorado por apoios elásticos são dadas por:

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + hx = F_x \quad (2.28)$$

$$m\ddot{y} + r\dot{y} + hy = F_y \quad (2.29)$$

Força hidrodinâmica por unidade de comprimento exercida sobre o cilindro:

$$\mathbf{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} \quad (2.30)$$

onde a componente x é paralela ao escoamento ou "inline" e a componente y é transversal ao escoamento ou "crossflow".

A massa m em 2.28 e 2.29 é a massa estrutural propriamente dita adicionada de um termo inercial não-viscoso (relacionado a um coeficiente de massa de fluido adicionado C_{massa} que depende do modo da frequência):

$$m = m_s + m_{adic} \quad (2.31)$$

$$m = \rho_s \frac{\pi D^2}{4} + \rho_f C_{massa} \frac{\pi D^2}{4} \quad (2.32)$$

$$\Rightarrow m = \left(\frac{\pi D^2}{4} \right) (\rho_s + \rho_f C_{massa}) \quad (2.33)$$

Escoamento do fluido na entrada do domínio do modelo:

$$\mathbf{U} = U\hat{i} \quad (2.34)$$

Velocidade do cilindro:

$$\mathbf{V} = \dot{x}\hat{i} + \dot{y}\hat{j} \quad (2.35)$$

Velocidade relativa entre o fluido e o cilindro:

$$\mathbf{U}_R = \mathbf{U} - \mathbf{V} \Rightarrow \mathbf{U}_R = (U - \dot{x})\hat{i} - \dot{y}\hat{j} \quad (2.36)$$

$$|\mathbf{U}_R| = \sqrt{(U - \dot{x})^2 + \dot{y}^2} \quad (2.37)$$

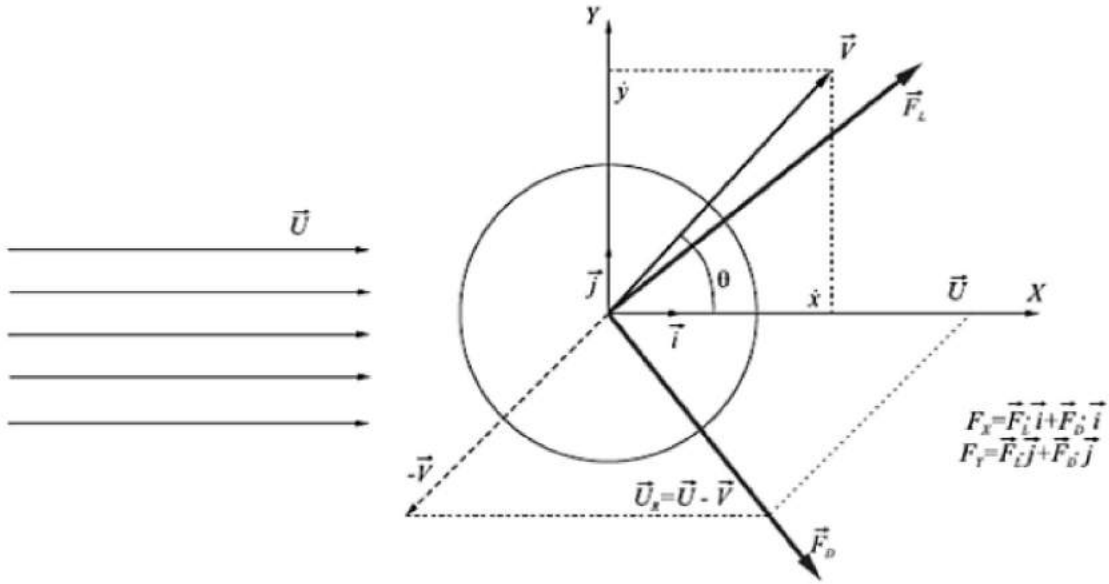


Figura 2.12: Forças de Morison (retirado de Postnikov et al. (2017) [29]).

Força hidrodinâmica gerada pelo desprendimento de vórtices obtidas pela formulação de Morison (Sumer e Fredsøe (1997) [37], Figura 2.12):

$$\mathbf{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j} = \mathbf{F}_D + \mathbf{F}_L \quad (2.38)$$

Força de arrasto ou "drag force" (está na direção da velocidade relativa):

$$\mathbf{F}_D = \frac{1}{2}\rho_f C_D D |\mathbf{U}_R|^2 \frac{\mathbf{U}_R}{|\mathbf{U}_R|} \quad (2.39)$$

$$\mathbf{F}_D = \frac{1}{2}\rho_f C_D D |\mathbf{U}_R| [(U - \dot{x})\hat{i} - \dot{y}\hat{j}] \quad (2.40)$$

$$\mathbf{F}_D = \frac{1}{2}\rho_f C_D D \sqrt{(U - \dot{x})^2 + \dot{y}^2} [(U - \dot{x})\hat{i} - \dot{y}\hat{j}] \quad (2.41)$$

Força de sustentação ou "lift force" (direção encontrada com o tensor de rotação \mathbf{T}):

$$\mathbf{F}_L = \frac{1}{2} \rho_f C_L D |\mathbf{U}_R|^2 \mathbf{T} \frac{\mathbf{U}_R}{|\mathbf{U}_R|} \quad (2.42)$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{T} \left(\frac{\pi}{2}, \hat{k} \right) = \hat{j} \wedge \hat{i} - \hat{i} \wedge \hat{j} + \hat{k} \wedge \hat{k} \quad (2.43)$$

$$\mathbf{F}_L = \frac{1}{2} \rho_f C_L D |\mathbf{U}_R| [\dot{y} \hat{i} + (U - \dot{x}) \hat{j}] \quad (2.44)$$

$$\mathbf{F}_L = \frac{1}{2} \rho_f C_L D \sqrt{(U - \dot{x})^2 + \dot{y}^2} [\dot{y} \hat{i} + (U - \dot{x}) \hat{j}] \quad (2.45)$$

Equações de Movimento do Cilindro:

$$\left(\frac{\pi D^2}{4} \right) (\rho_s + \rho_f C_{massa}) \ddot{x} + r \dot{x} + hx = \left[\frac{1}{2} \rho_f D \sqrt{(U - \dot{x})} \right] [C_D (U - \dot{x}) + C_L \dot{y}] \quad (2.46)$$

$$\left(\frac{\pi D^2}{4} \right) (\rho_s + \rho_f C_{massa}) \ddot{y} + r \dot{y} + hy = \left[\frac{1}{2} \rho_f D \sqrt{(U - \dot{x})} \right] [C_L (U - \dot{x}) - C_D \dot{y}] \quad (2.47)$$

Para o fluido, adota-se o modelo de esteira utilizado em Postnikov et al. (2017) [29].

$$\ddot{w} + f_x^{damp} + 4\Omega_R^2 w = G_x \quad (2.48)$$

$$\ddot{q} + f_y^{damp} + \Omega_R^2 q = G_y \quad (2.49)$$

onde f_x^{damp} e f_y^{damp} são termos não-lineares de amortecimento a serem estabelecidos.

Força no Fluido:

$$\mathbf{G} = G_x \hat{i} + G_y \hat{j} \quad (2.50)$$

Variáveis de esteira:

$$q = 2 \frac{C_L}{C_{L0}} \quad (2.51)$$

$$w = 2 \frac{C_D^{fl}}{C_{D0}^{fl}} \quad (2.52)$$

onde C_{L0} é o coeficiente de sustentação inicial, C_{D0} é o coeficiente de arrasto inicial e C_{D0}^{fl} é o coeficiente de arrasto flutuante inicial.

Frequência de desprendimento de vórtice:

$$\Omega_R = 2\pi \frac{U}{D} S_t \quad (2.53)$$

onde S_t é o Número de Strouhal.

O modelo adotado neste trabalho para os termos não-lineares de amortecimento da esteira acompanha Postnikov et al. (2017) [29] e Soares (2017) [35], que utilizam o oscilador não-linear de van der Pol.

$$f_x^{damp} = 2\epsilon_x \Omega_R (w^2 - 1) \dot{w} \quad (2.54)$$

$$f_y^{damp} = \epsilon_y \Omega_R (q^2 - 1) \dot{q} \quad (2.55)$$

onde ϵ_x e ϵ_y são os coeficientes de van der Pol.

No Apêndice A, é possível encontrar quatro modelos alternativos para os termos não-lineares de amortecimento da esteira utilizados em Kurushina e Pavlovskaja (2018) [20].

Dinâmica da esteira:

$$\ddot{w} + f_x^{damp} + 4\Omega_R^2 w = \frac{A_x}{D} \ddot{x} \quad (2.56)$$

$$\ddot{q} + f_y^{damp} + \Omega_R^2 q = \frac{A_y}{D} \ddot{y} \quad (2.57)$$

Termos de Acoplamento ao sistema estrutural, conforme Fachinetti, de Langre e Biolley (2004) [12]):

$$A_x = \frac{D}{\ddot{x}} G_x \Rightarrow G_x = \frac{A_x}{D} \ddot{x} \quad (2.58)$$

$$A_y = \frac{D}{\ddot{y}} G_y \Rightarrow G_y = \frac{A_y}{D} \ddot{y} \quad (2.59)$$

Sistema Acoplado (dimensional no plano xy , com amortecimento de van der Pol):

$$\left(\frac{\pi D^2}{4}\right) (\rho_s + \rho_f C_{massa}) \ddot{x} + r\dot{x} + hx = \left[\frac{1}{2}\rho_f D \sqrt{(U - \dot{x})}\right] [C_D (U - \dot{x}) + C_L \dot{y}] \quad (2.60)$$

$$\left(\frac{\pi D^2}{4}\right) (\rho_s + \rho_f C_{massa}) \ddot{y} + r\dot{y} + hy = \left[\frac{1}{2}\rho_f D \sqrt{(U - \dot{x})}\right] [C_L (U - \dot{x}) - C_D \dot{y}] \quad (2.61)$$

$$\ddot{w} + 2\epsilon_x \left(2\pi \frac{U}{D} S_t\right) (w^2 - 1) \dot{w} + 4 \left(2\pi \frac{U}{D} S_t\right)^2 w = \frac{A_x}{D} \ddot{x} \quad (2.62)$$

$$\ddot{q} + \epsilon_y \left(2\pi \frac{U}{D} S_t\right) (q^2 - 1) \dot{q} + \left(2\pi \frac{U}{D} S_t\right)^2 q = \frac{A_y}{D} \ddot{y} \quad (2.63)$$

Sistema Acoplado Adimensionalizado:

$$\ddot{X} + 2\zeta\dot{X} + \omega_{nat}^2 X = \frac{a}{2\pi S_t} \Omega_R^2 + \frac{b}{4\pi S_t} \Omega_R^2 w - 2a\Omega_R \dot{X} + \frac{c}{2} \Omega_R q \dot{Y} + a\pi S_t \dot{Y}^2 + 2a\pi S_t \dot{X}^2 - b\Omega_R w \dot{X} \quad (2.64)$$

$$\ddot{Y} + 2\zeta\dot{Y} + \omega_{nat}^2 Y = \frac{c\Omega_R^2}{4\pi S_t} q - a\Omega_R \dot{Y} + 2a\pi S_t \dot{X} \dot{Y} - \frac{b}{2} w \dot{Y} \Omega_R - cq \dot{X} \Omega_R \quad (2.65)$$

$$\ddot{w} + f_x^{damp} + 4\Omega_R^2 w = A_x \quad (2.66)$$

$$\ddot{q} + f_y^{damp} + \Omega_R^2 q = A_y \quad (2.67)$$

onde $X = \frac{x}{D}$, $Y = \frac{y}{D}$, $a = \frac{C_{D0}\rho_f D^2}{4\pi m S_t}$, $b = \frac{C_{D0}^{fl}\rho_f D^2}{4\pi m S_t}$ e $c = \frac{C_{L0}\rho_f D^2}{4\pi m S_t}$.

A capacidade preditiva do modelo de esteira pode ser, parcialmente, avaliada através dos gráficos apresentados nas Figuras 2.13 e 2.14. Nestes, são apresentadas as amplitudes do cilindro, em ambas as direções, no regime estacionário para diferentes escoamentos definidos por Ur .

São apresentados os resultados experimentais de Williamson [17] e as respostas simuladas de Bai [3]. Os pontos provenientes da simulação com o modelo de esteira de Postnikov [29] foram também incluídos nestes gráficos.

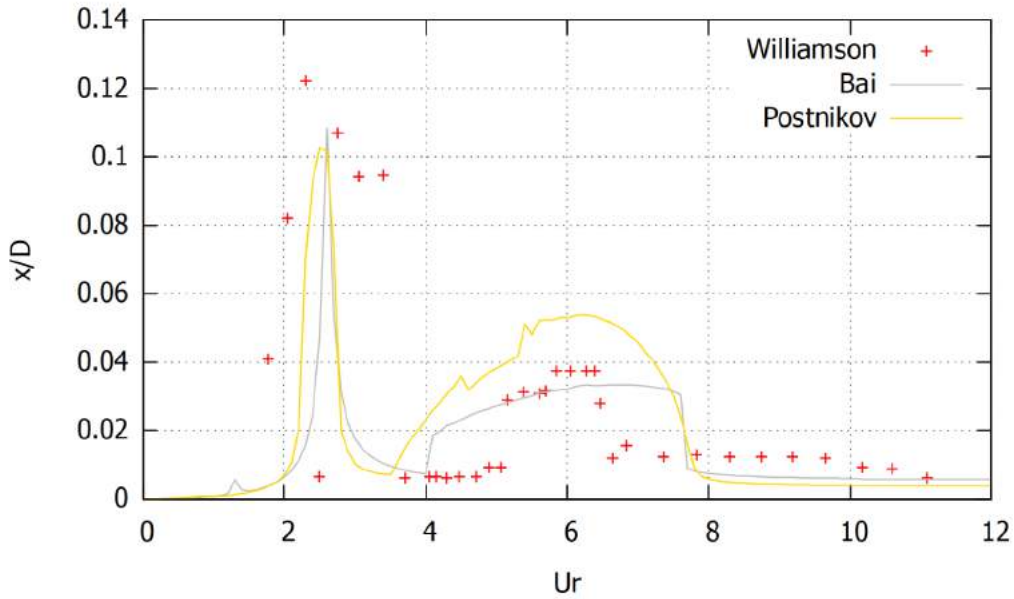


Figura 2.13: Diagrama de Amplitudes - na Direção do Escoamento.

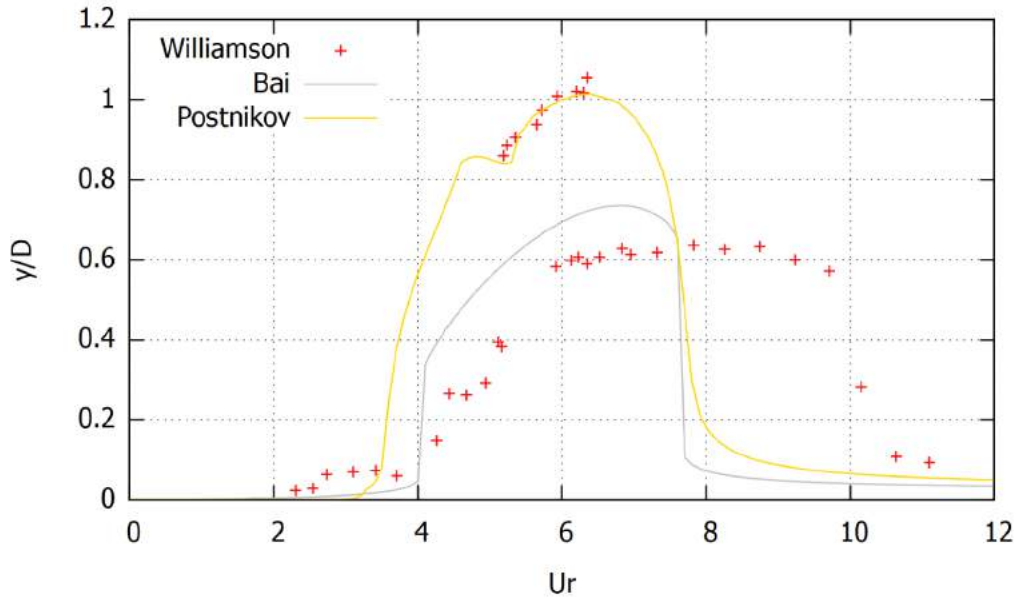


Figura 2.14: Diagrama de Amplitudes - Transversal.

Tendo-se como referência os valores experimentais, destaca-se que os modelos computacionais são capazes de reproduzir qualitativamente aspectos importantes da resposta dinâmica do cilindro, aproximando-se, em algumas regiões, das amplitudes experimentais. Destaca-se, também, que esses modelos são capazes de reproduzir o fenômeno de sincronização. Este quadro apresentado nas Figuras 2.13 e 2.14 serve como ponto de partida para o esforço de modelagem e calibração desenvolvido no próximo capítulo.

Capítulo 3

Calibração

Este capítulo contém os elementos centrais deste trabalho, que dão forma a uma análise crítica do emprego de modelo fenomenológico de esteira para simulação computacional de vibrações induzidas por vórtices. Tais elementos são a calibração através de uma formulação baseada em Inferência Bayesiana e a validação do modelo resultante.

A calibração aqui proposta difere do que foi feito em Postnikov et al. (2017) [29] e em Soares (2017) [35], não só pelo uso de um ferramental probabilístico, mas, também, pela concepção. Esta se fundamenta em uma abordagem que envolve modelos computacionais de diferente acurácia, e não dados experimentais.

Aqui, esta abordagem será denominada genericamente de multifidelidade (inspirada no termo original em inglês "multifidelity") e envolve dados para calibração produzidos a partir de um modelo de interação fluido-estrutura que será detalhado mais adiante. Desta forma, torna-se possível o uso de diferentes tipos de dados, como séries temporais. Tipicamente, dados disponíveis na literatura se resumem a amplitude de oscilação do sólido em regime permanente.

Um outro aspecto relevante a ser destacado na abordagem aqui adotada, que se situa numa dimensão conceitual, é a interpretação dos parâmetros calibrados. Note-se que aqueles associados ao modelo de esteira não apresentam, necessariamente, um significado físico, embora seja possível estabelecer conexões. Mas a questão fundamental a ser destacada é que nesta calibração (modelo-à-modelo), os parâmetros calibrados podem perder seu significado original ao incorporar o que será denominado como erro de modelo (discrepância entre modelos).

Neste contexto, o modelo que utiliza a fenomenologia da esteira não está habilitado a descrever a física envolvida com todos os seus mecanismos e detalhes. Por isso, será referido como de baixa fidelidade. Assim, os parâmetros calibrados tendem a embutir a discrepância entre os modelos de alta e baixa fidelidade.

Este capítulo é estruturado da seguinte maneira. Primeiro, apresenta-se o modelo de interação fluido-estrutura desenvolvido e as respostas obtidas (séries temporais

de deslocamentos para cinco simulações). Em seguida, apresenta-se o modelo de esteira implementado e suas respostas para os mesmos casos simulados. Depois, mostra-se como foi realizada a calibração do modelo de esteira e seus resultados. Ao final, apresenta-se o diagrama de amplitudes completo.

3.1 Simulação da Interação Fluido-Estrutura

A escolha de parâmetros para o modelo computacional de Interação Fluido-Estrutura acompanha Kurushina et al. (2018) [21]. Os dados são retirados dos ensaios experimentais conduzidos por Stappenbelt (2007) [36]. No experimento, estes parâmetros são fixos para todos os ensaios e encontram-se reunidos na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Parâmetros Experimentais de Stappenbelt (2017) [36].

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
densidade do fluido	ρ_f	1000	$\frac{kg}{m^3}$
diâmetro do cilindro	D	0.0554	m
altura do cilindro	L	0.4432	m
massa do cilindro	M_s	2.53	kg
razão de amortecimento	ζ	0.006	adimensional
rigidez do sistema	K	453	$\frac{N}{m}$

O trabalho de Stappenbelt adota a Razão de Massa conforme a definição de Williamson, tendo como valor de base $RMW = 2.36$. Destaca-se que os parâmetros experimentais possuem dimensões no espaço 3D, enquanto o modelo do problema deve ser analisado no plano 2D. Deste modo, é conveniente compatibilizar os dados, conforme as seguintes propriedades:

- $m_s = \frac{M_s}{L}$
- $m_f = \frac{1}{4}\pi\rho_f D^2$
- $RMW = \frac{m_s}{m_f}$
- $m = m_s + C_{add}m_f = (RMW + C_{add})m_f$
- $k = \frac{K}{L}$
- $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$
- $c = 2m\zeta\omega_n$

Além disso, os parâmetros experimentais que variam nos experimentos são a frequência natural de oscilação da estrutura f_n e a velocidade reduzida U_{red} . Nos experimentos, os valores de base para os parâmetros variáveis são $f_n = 1.711 \text{ Hz}$ e $U_{red} = 7$.

Observa-se que ainda falta um valor para o parâmetro C_{add} que pode ser encontrado, uma vez estabelecidos os valores para f_n e U_{red} .

- $\omega_n = 10.7503 \text{ rad/s} \iff C_{add} = 1.3007$

Deste modo, ficam determinados os parâmetros para a estrutura no plano 2D.

- $m = 8.8438 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$

- $c = 1.1409 \frac{\text{N}\cdot\text{s}}{\text{m}}$

- $k = 1022.1119 \frac{\text{N}}{\text{m}}$

O modelo computacional de interação fluido-estrutura busca seguir a referência de dados de Stappenbelt (2007) [36], mas pequenas variações podem ocorrer nestes valores originais face a complexidade envolvida em relação à massa adicionada e, principalmente, ao amortecimento.

O software "COMSOL Multiphysics"[11] é utilizado para realizar a modelagem. Como apresentado na Figura 3.1, considera-se um canal retangular, de largura 0.3m e comprimento 0.5m. Considera-se um obstáculo circular, de diâmetro $D = 0.0554\text{m}$, cujo seu centro está posicionado a 0.15m em relação às paredes e à entrada do canal. Considera-se a origem do plano xy no centro do círculo. O domínio 1 é a parte interna do retângulo subtraída da parte interna do círculo. O domínio 2 é a parte interna do círculo.

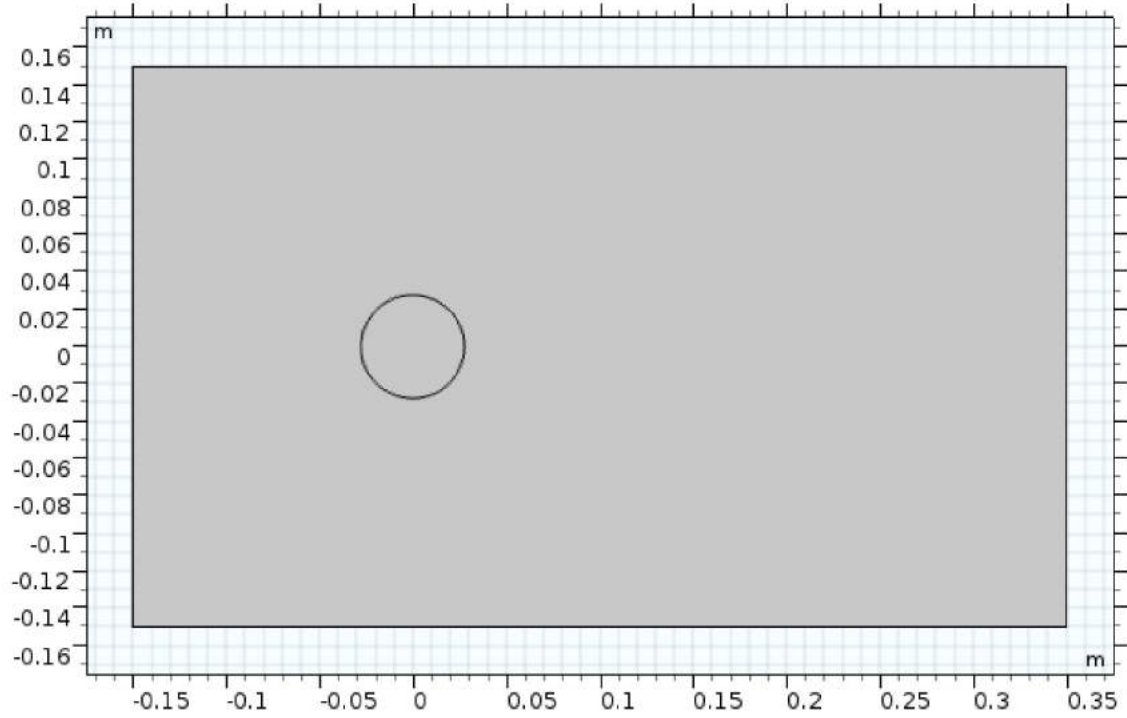


Figura 3.1: Geometria do Modelo de Simulação.

O material para o domínio 1 (fluido) tem densidade $\rho = 1000 \frac{kg}{m^3}$ e viscosidade dinâmica $\mu = 0.001$ Pa·s. O material para o domínio 2 (sólido) tem densidade $\rho = 3668 \frac{kg}{m^3}$. O sólido é considerado indeformável.

Condições de Contorno

Nas paredes do canal:

- $\mathbf{u}_{fluid} = \mathbf{0}$

Na interface fluido-estrutura (bordo da estrutura):

- $\mathbf{u}_{fluid} = \mathbf{u}_w$

- $\mathbf{u}_w = \frac{\partial \mathbf{u}_{solid}}{\partial t}$

- $\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \boldsymbol{\Gamma} \cdot \mathbf{n}$

- $\boldsymbol{\Gamma} = -p\mathbf{I} + \mu \left[\nabla \mathbf{u}_{fluid} + (\nabla \mathbf{u}_{fluid})^T \right]$

Na entrada do canal:

- $\mathbf{u}_{fluid} = -U_0 \mathbf{n}$

Na saída do canal:

- $p_0 = 0$

Condições Iniciais

Campo de Velocidade do Fluido:

- $\mathbf{u}_{fluid} = \mathbf{0}$

Pressão:

- $p = 0$

Campo de Deslocamento Estrutural:

- $\mathbf{u}_{solid} = \mathbf{0}$

Campo de Velocidade Estrutural:

- $\frac{\partial \mathbf{u}_{solid}}{\partial t} = \mathbf{0}$

Adota-se uma malha como apresentada na Figura 3.2, com elementos triangulares com tamanho máximo de $0.0064m$, tamanho mínimo de $0.00012m$, taxa de crescimento máximo de elemento de 1.008 e fator de curvatura 0.16. O refinamento de canto prevê ângulo máximo entre as bordas de 240° e fator de escala 0.1 para o tamanho do elemento. A triangulação segue o método de Delaunay.

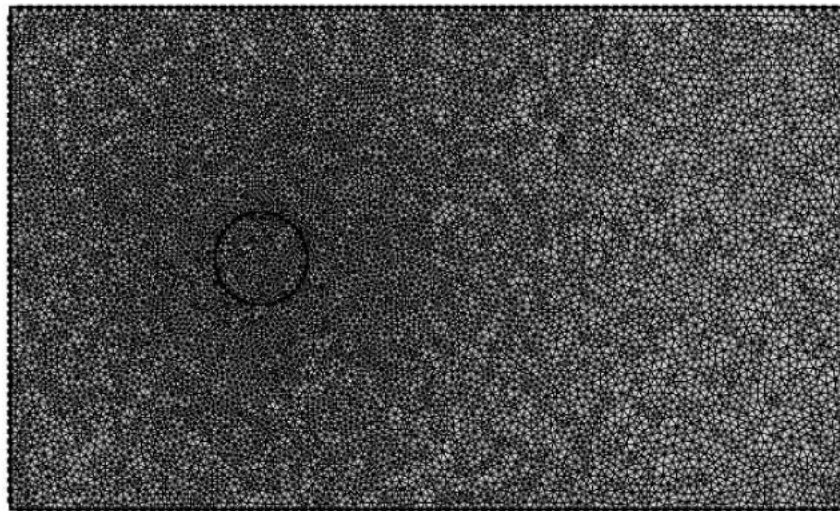


Figura 3.2: Malha do modelo.

Procede-se à solução numérica do problema através do software "COMSOL Multiphysics"[11], para um período de tempo de $120s$, com passo de tempo de $0.02s$. São realizadas simulações para 5 casos, variando-se a velocidade de entrada no canal U , o que, no problema, representa a variação da velocidade reduzida U_r , a qual é a variável representativa deste problema. A Tabela 3.2 elenca os casos simulados.

Tabela 3.2: Casos Simulados.

Caso	U	U_r
Caso 1	$0.13 \frac{m}{s}$	2.4
Caso 2	$0.24 \frac{m}{s}$	4.5
Caso 3	$0.31 \frac{m}{s}$	5.7
Caso 4	$0.33 \frac{m}{s}$	6.1
Caso 5	$0.46 \frac{m}{s}$	8.5

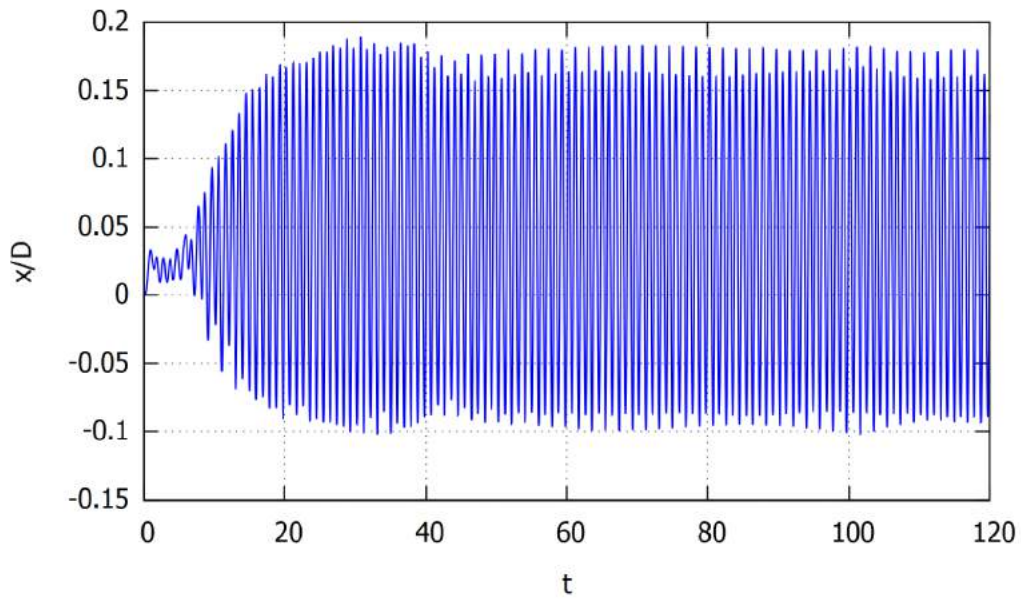


Figura 3.3: Série Temporal de Deslocamento na Direção do Escoamento - Caso 1 ($U_r=2.4$).

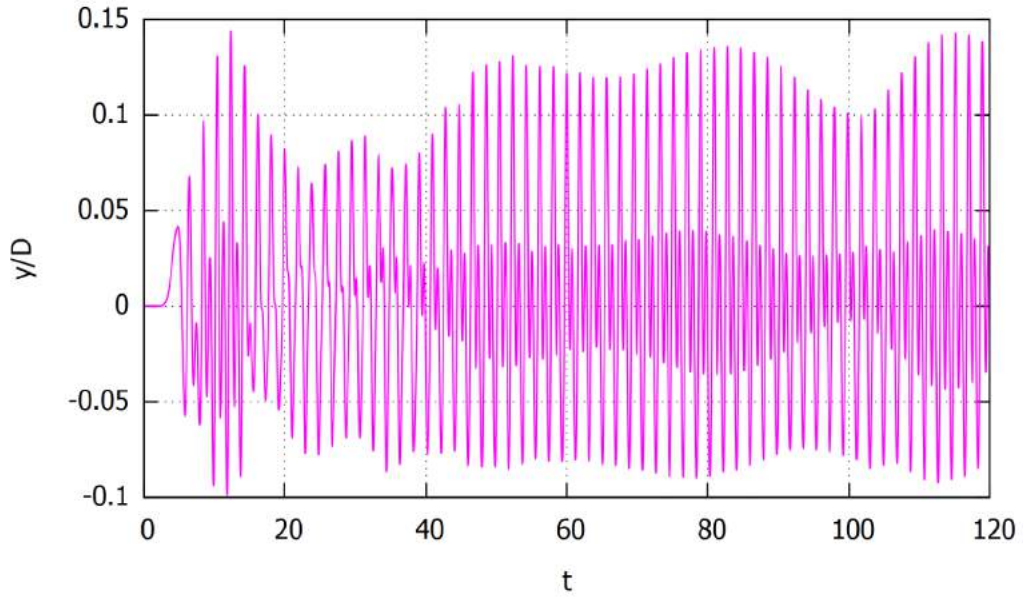


Figura 3.4: Série Temporal de Deslocamento Transversal - Caso 1 ($U_r=2.4$).

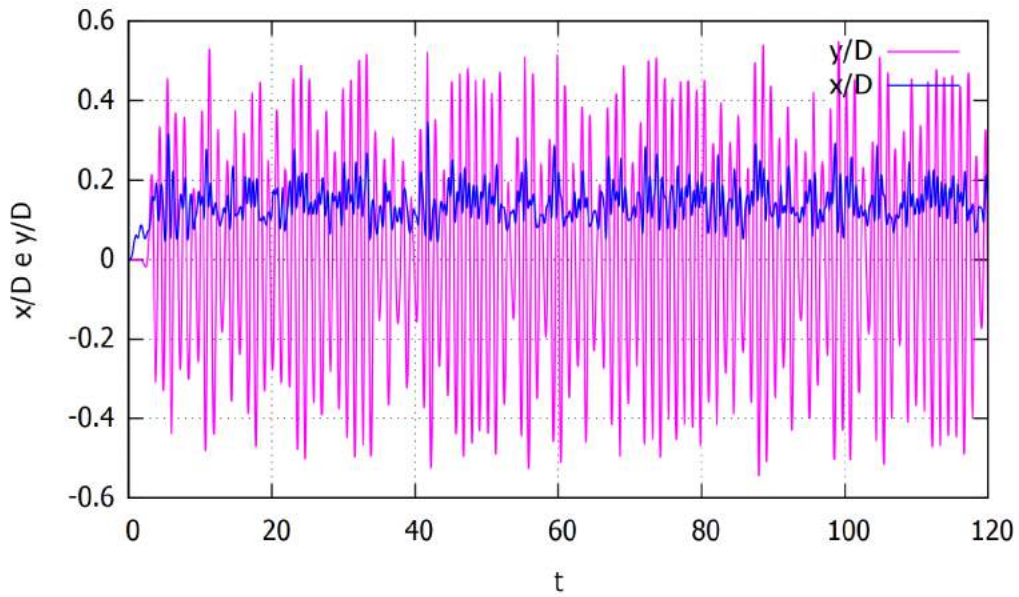


Figura 3.5: Série Temporal de Deslocamento - Caso 2 ($U_r=4.5$).

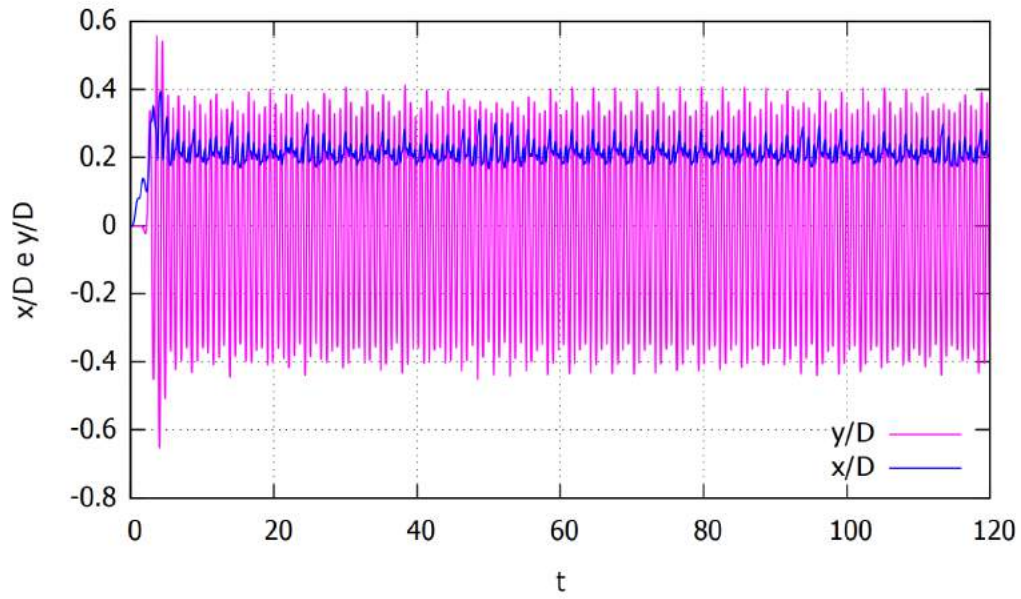


Figura 3.6: Série Temporal de Deslocamento - Caso 3 ($Ur=5.7$).

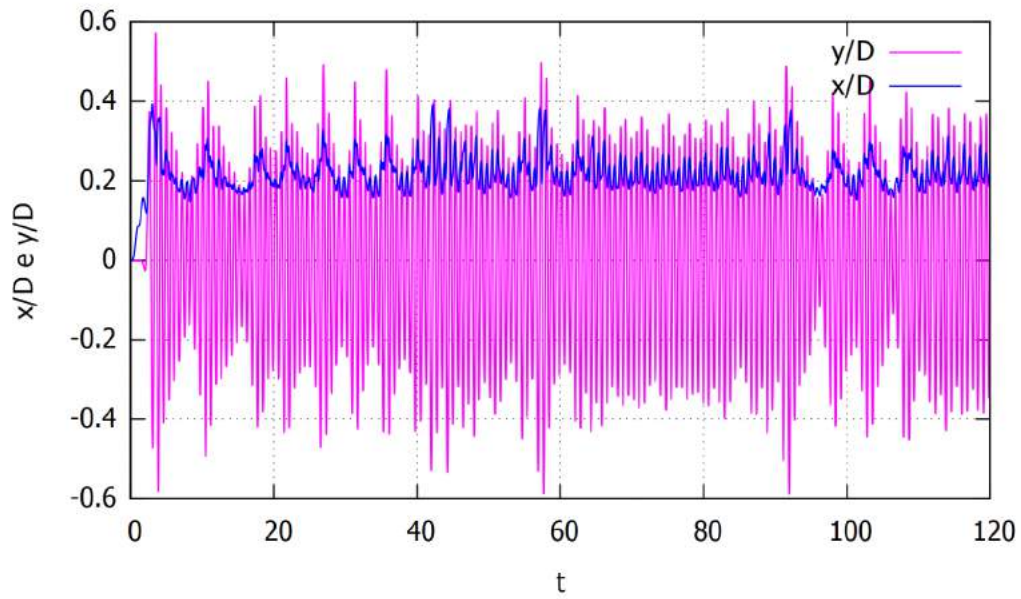


Figura 3.7: Série Temporal de Deslocamento - Caso 4 ($Ur=6.1$).

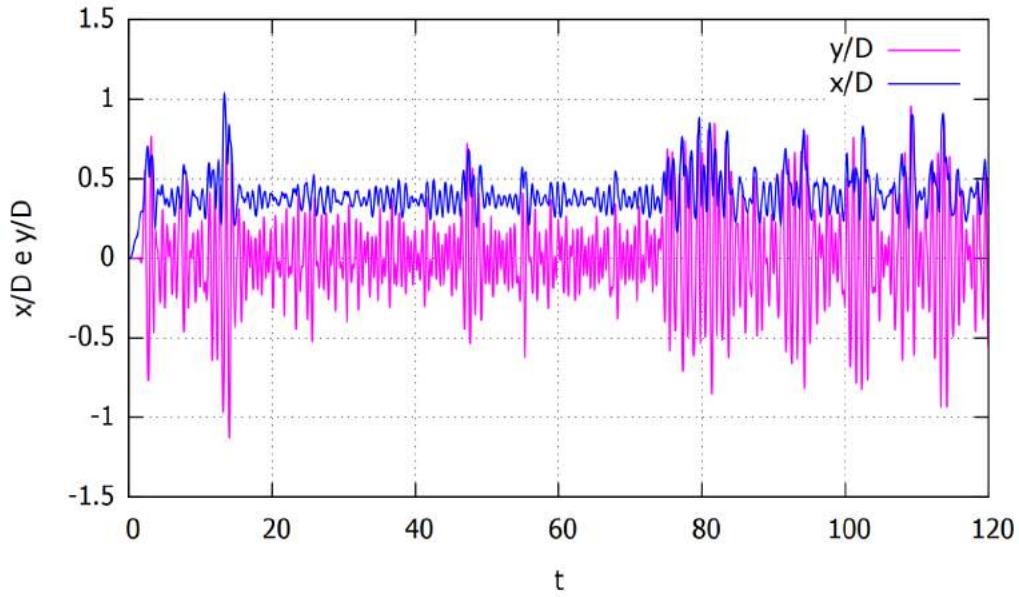


Figura 3.8: Série Temporal de Deslocamento - Caso 5 ($Ur=8.5$).

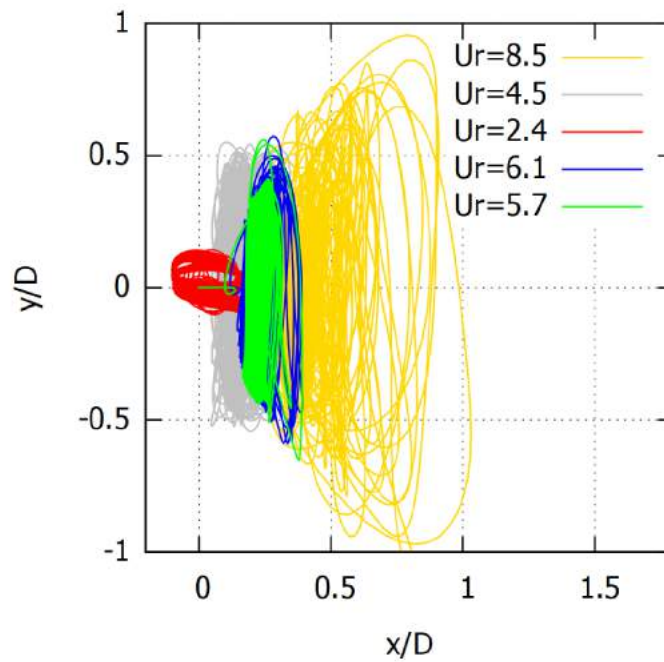


Figura 3.9: Trajetória do Cilindro para os 5 Casos Simulados ($0 \leq t \leq 120$).

Para a calibração serão utilizados apenas os 30s iniciais das soluções, pois avalia-se que neste período, ainda que apresente oscilações conforme observa-se nos gráficos, possa ser considerado que já represente um regime permanente.

3.2 Respostas com Modelo de Esteira

Antes de prosseguir à calibração, convém testar o modelo de esteira já implementado numericamente a título de uma avaliação preliminar em relação a seu funcionamento e, principalmente, para analisar o grau de consonância ou dissonância entre as soluções CFD e a fenomenológica.

O modelo de esteira é implementado conforme em Soares (2017) [35]. O sistema de equações ordinárias de segunda ordem é resolvido utilizando o software MATLAB [23], empregando algoritmo baseado no par de Dormand-Prince, composto pelo método de Runge-Kutta explícito de quinta e quarta ordens.

Para as soluções com o modelo de esteira, adota-se o mesmo passo de tempo de $0.02s$, porém com período de $30s$, tido como suficiente para análise de deslocamentos. Este passo é escolhido de modo a se igualar ao passo do COMSOL e o período, considerado suficiente para análise do regime permanente. Também, essas escolhas captam bem a dinâmica do problema e o tempo de solução é considerado razoável.

Visando assegurar o desenvolvimento completo da dinâmica do sistema dentro do período de integração, é introduzida uma perturbação inicial nas velocidades iniciais das variáveis de esteira. Com isso, as condições iniciais são: $x_0 = 0$, $\dot{x}_0 = 0$, $y_0 = 0$, $\dot{y}_0 = 0$, $w_0 = 0$, $\dot{w}_0 = 0.001$, $q_0 = 0$, $\dot{q}_0 = 0.001$.

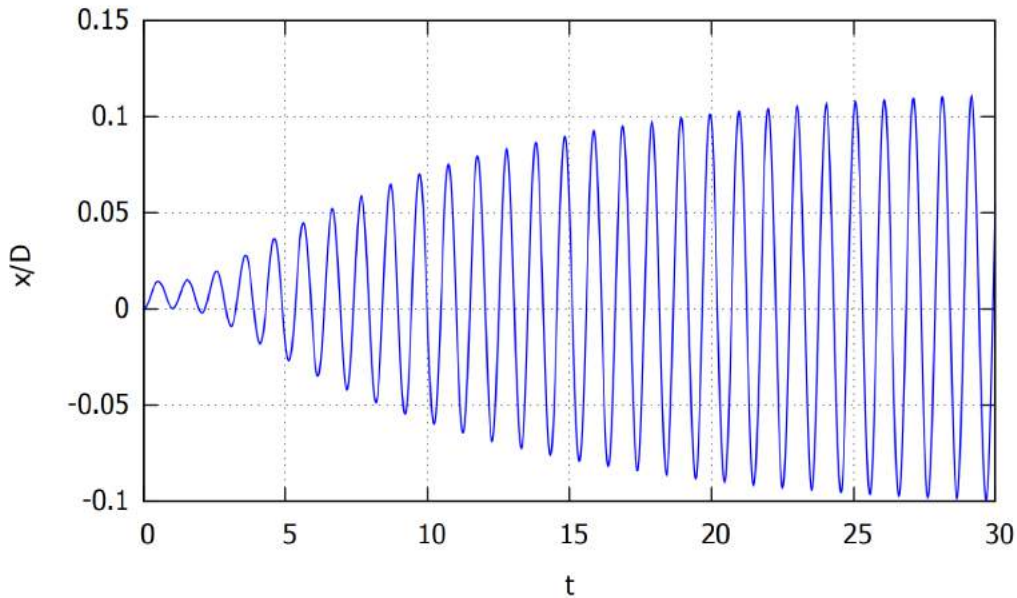


Figura 3.10: Resposta do Modelo de Esteira para Deslocamento na Direção do Escoamento - Caso 1 ($Ur=2.4$).

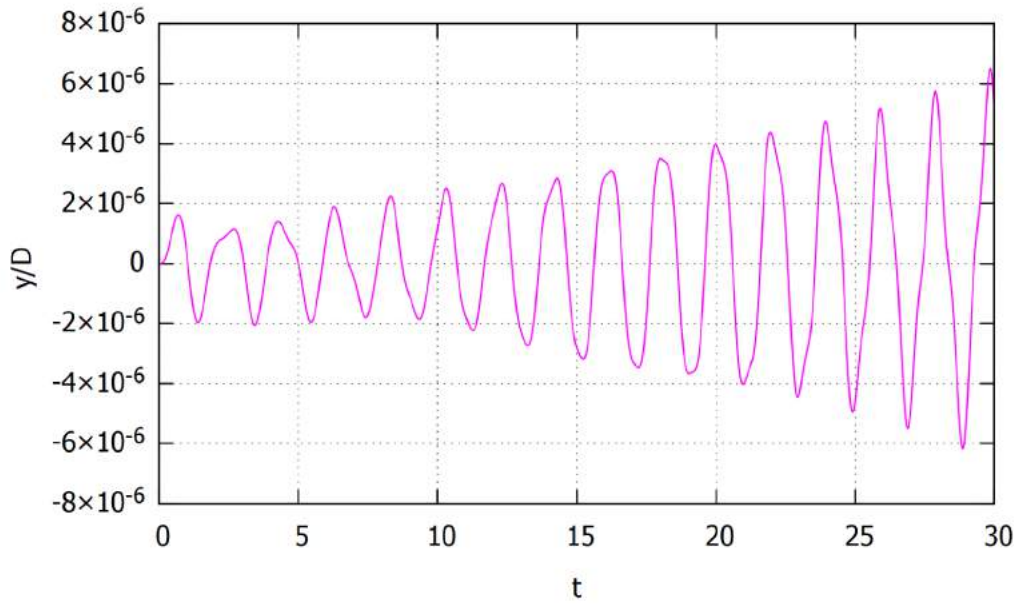


Figura 3.11: Resposta do Modelo de Esteira para Deslocamento Transversal - Caso 1 ($U_r=2.4$).

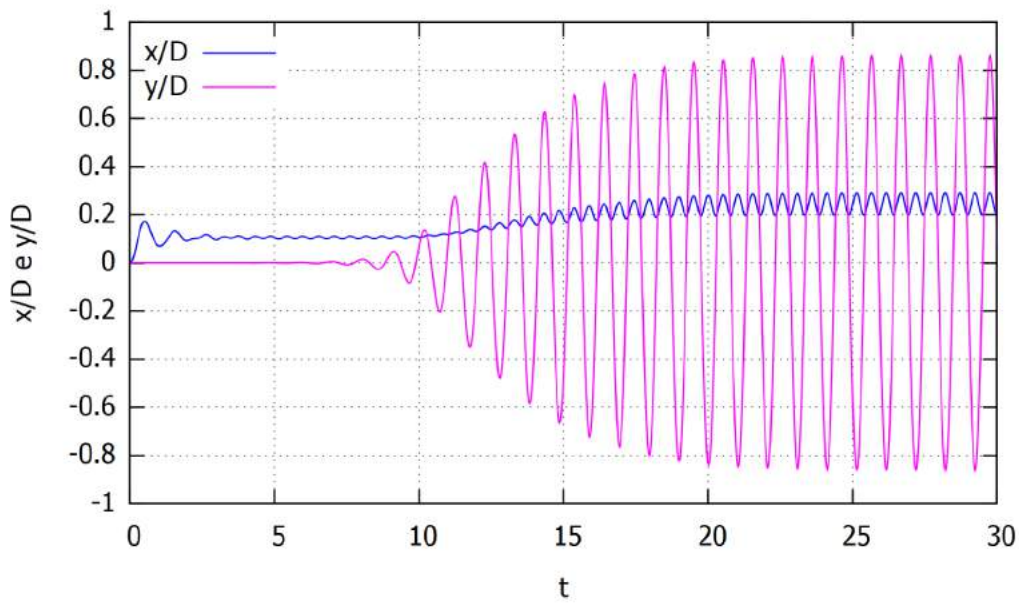


Figura 3.12: Resposta do Modelo de Esteira para Deslocamento - Caso 2 ($U_r=4.5$).

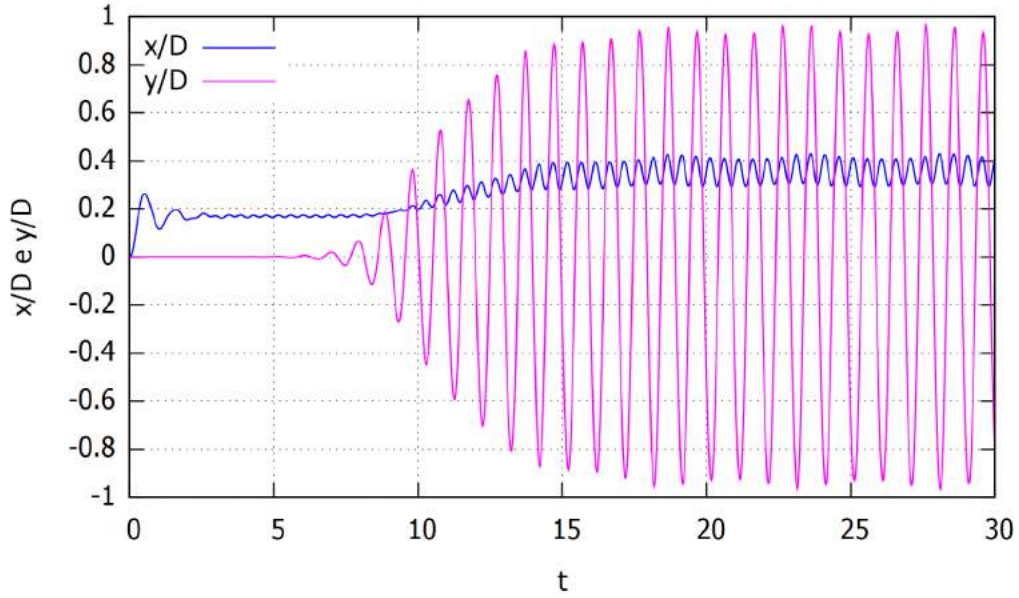


Figura 3.13: Resposta do Modelo de Esteira para Deslocamento - Caso 3 ($U_r=5.7$).

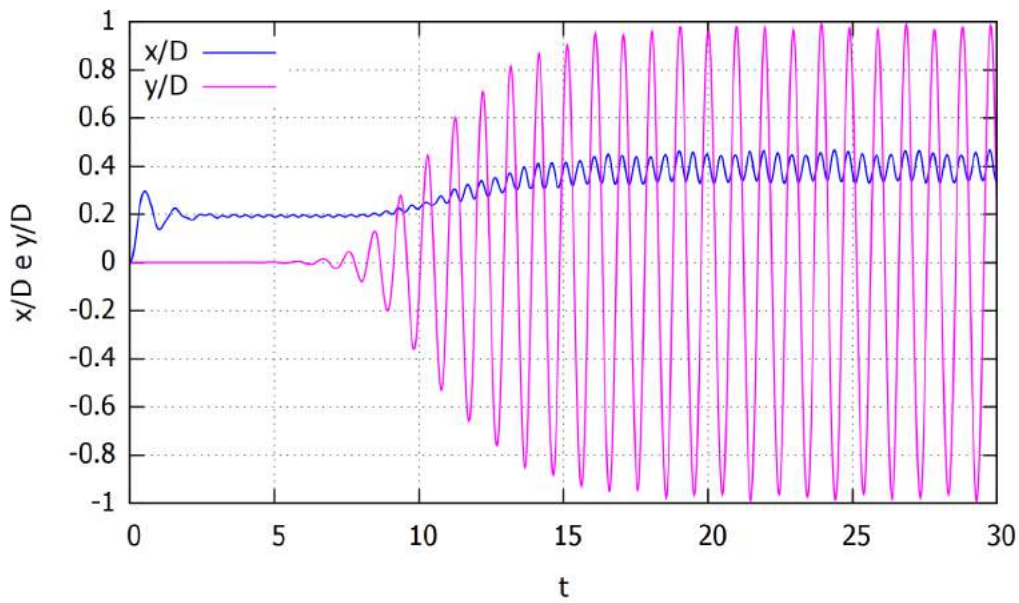


Figura 3.14: Resposta do Modelo de Esteira para Deslocamento - Caso 4 ($U_r=6.1$).

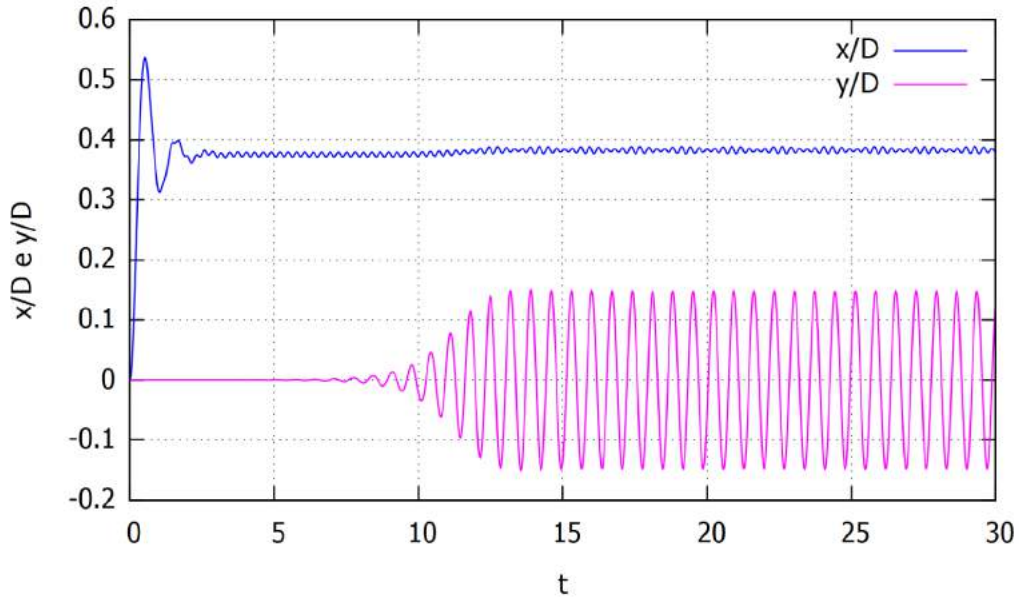


Figura 3.15: Resposta do Modelo de Esteira para Deslocamento - Caso 5 ($Ur=8.5$).

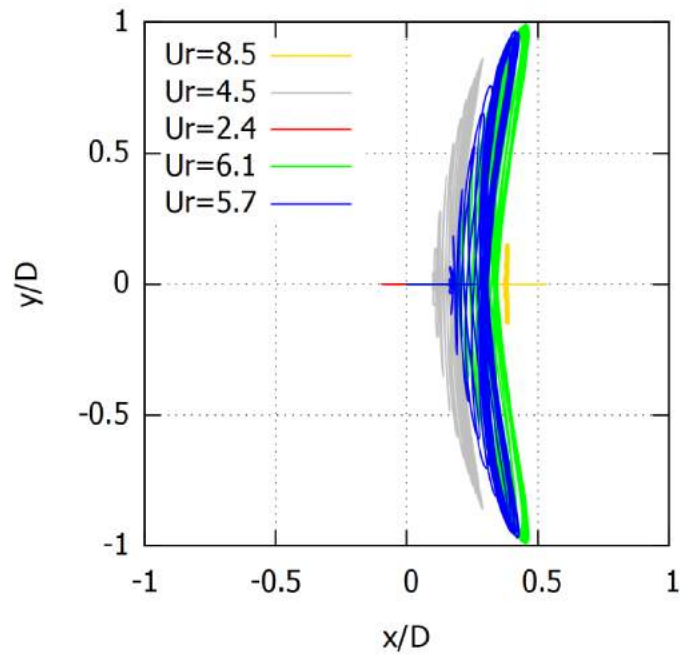


Figura 3.16: Trajetória do Cilindro para os 5 Casos no Modelo de Esteira ($0 \leq t \leq 30$).

Uma primeira comparação quantitativa entre os modelos pode ser realizada através da estimativa de amplitudes. A bibliografia fornece os pontos experimentais de Williamson [17], os pontos simulados de Bai [3] e os pontos simulados com o modelo de esteira de Postnikov et al. [29]. Os pontos de Postnikov coincidem com os pontos obtidos com a implementação numérica do modelo de esteira.

Estabelecer um valor de amplitude a partir da série temporal, a ser considerado a título de avaliação das respostas, é uma tarefa que merece considerável atenção. Observa-se a partir dos gráficos, principalmente os de trajetória, que, ainda que um regime de deslocamento possa ser identificado, ocorre irregularidade na curva valor do deslocamento. Com isso, diferentes critérios para escolha do valor a ser utilizado acarretam diferentes posições no diagrama. Adicionalmente, a sensibilidade deste processo é muito elevada, pois as implicações no diagrama são de elevada variabilidade.

Pelo fato de eventualmente não ter-se atingido o regime permanente para a curva de deslocamento, aqui, as amplitudes para os dados simulados no COMSOL [11] são calculadas segundo um mesmo critério aplicado em todos os pontos, sendo a metade da diferença entre a média dos picos e a média dos vales no período de 20s a 30s.

Para o cálculo das médias neste período, levantam-se os instantes de pico (e os de vale). Depois, rejeita-se a metade dos listados (ou metade menos 1, se for ímpar), pois podem ser picos ou vales locais. Então, toma-se a média da lista restante para os picos e para os vales. Ao final, calcula-se a diferença entre as médias e toma-se a metade desta diferença.

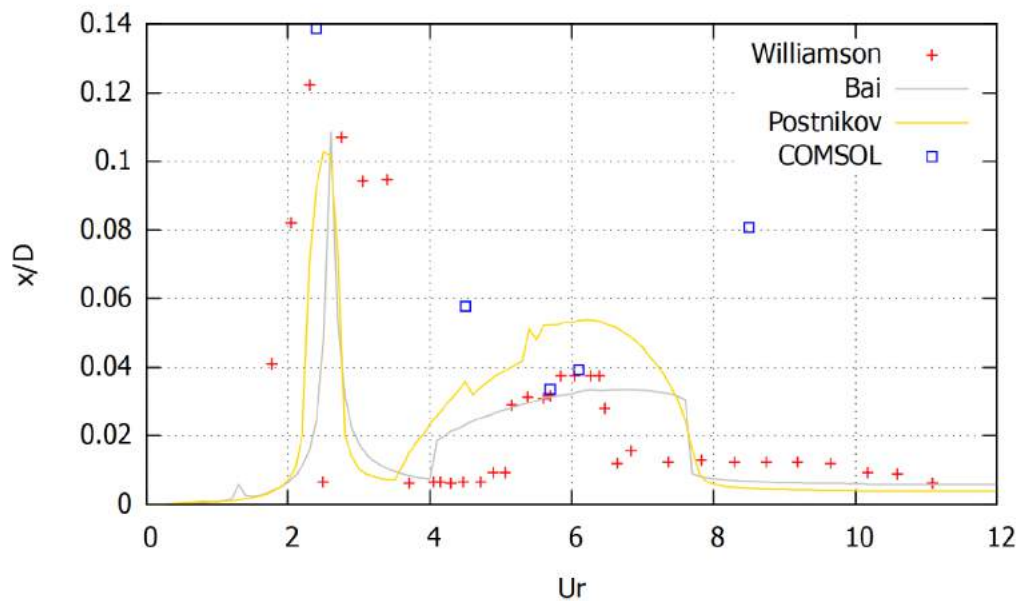


Figura 3.17: Diagrama de Amplitudes de Deslocamento na Direção do Escoamento.

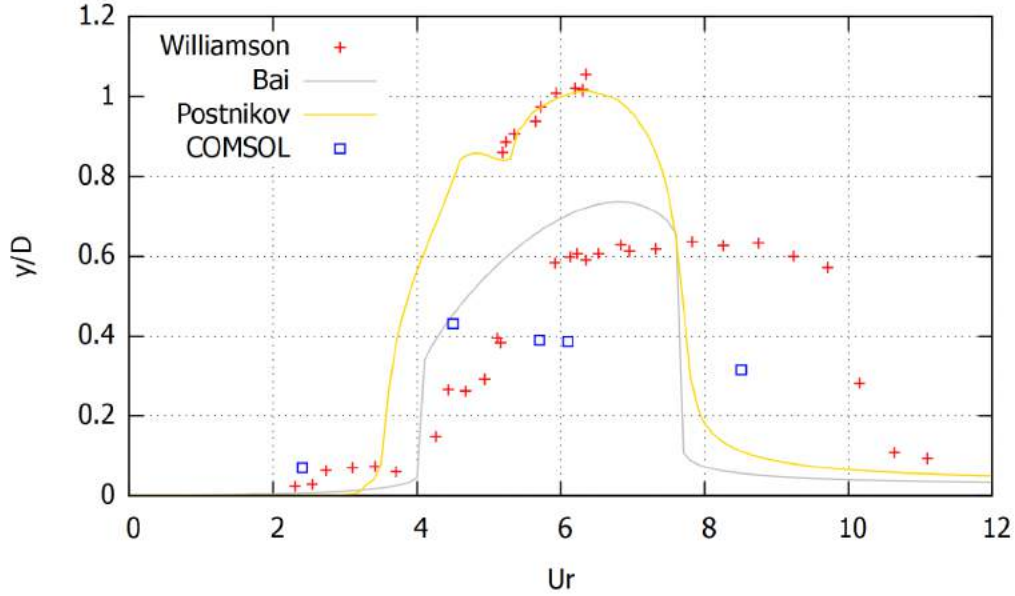


Figura 3.18: Diagrama de Amplitudes de Deslocamento Transversal.

Observa-se nas Figuras 3.17 e 3.18 que os pontos estimados no modelo computacional, estão à primeira vista coerentes com o gráfico, por estarem com valores compatíveis em ordem de grandeza e mostrarem tendências semelhantes.

Considera-se que a região de maior interesse seja a zona de sincronização, em torno de $4.0 \leq U_r \leq 8.0$. Neste caso, os dois pontos simulados ($U_r=5.7$ e $U_r=6.1$) apresentam relativamente boa posição. Por estas razões, estes pontos são escolhidos como base para a calibração bayesiana.

Apesar dos resultados obtidos com o COMSOL [11] apenas conseguirem acompanhar as tendências observadas nos dados experimentais, eles serão utilizados para avaliar a importância das séries temporais na calibração.

3.3 Calibração do Modelo Preditivo para VIV

A acurácia da previsão dos resultados do modelo fenomenológico deve ser comparada com alguma referência tida como representativa, como dados experimentais ou outro modelo de maior fidelidade. Assim, os parâmetros físicos inerentes ao problema são os valores de entrada, enquanto os coeficientes semiempíricos presentes no modelo são ajustados de modo que os valores de saída sejam compatíveis com a referência.

A proposição de Postnikov et al. (2017) [29] é de que todos os coeficientes do modelo oscilador de esteira sem significado físico aparente (coeficientes de esteira) devem, a princípio, ser calibrados (Tabela 3.3). Os coeficientes com significado físico aparente (coeficientes de força do fluido) possuem valores de referência, tabelados

ou obtidos experimentalmente, e devem, a princípio, permanecer fixos. Por esta razão, a calibração de Postnikov et al. (2017) [29] é comandada pelos coeficientes sem significado físico aparente.

Tabela 3.3: Coeficientes de esteira

Coeficiente	Descrição
A_x, A_y	termos de acoplamento fluido-estrutura
ϵ_x, ϵ_y	parâmetros do termo não-linear de amortecimento

Em Postnikov et al. (2017) [29], os valores são: $A_x=8$, $\epsilon_x=0.3$, $A_y=18$ e $\epsilon_y=0.03$, para $0 \leq Ur \leq 12$.

Ainda, conforme Postnikov et al. [29], a escolha apropriada de tais coeficientes com significado físico aparente mostra-se de grande dificuldade, sendo a calibração manual dos valores através de tentativas (sem um procedimento mais fundamentado) uma possibilidade empregada para haver capacidade de prosseguimento na obtenção de resultados, a fim de alcançar-se uma avaliação preliminar sobre o modelo.

Adicionalmente, em Soares (2017) [35], uma análise de sensibilidade é realizada e os parâmetros de maior impacto no modelo são os coeficientes de arrasto e sustentação do fluido. Adicionalmente, outros dois coeficientes (A_y e ϵ_y) também são significativos, porém com menor influência.

Deste modo, foram escolhidos os coeficientes a serem calibrados neste trabalho, que encontram-se na Tabela 3.4.

Tabela 3.4: Coeficientes de força do fluido (para calibrar)

Coeficiente	Descrição
C_{D0}	coeficiente de arrasto inicial
C_{L0}	coeficiente de sustentação inicial

Em Postnikov et al. (2017) [29], os valores são: $C_{D0}=1.6$ e $C_{L0}=0.3$, para $3.0 \leq Ur$. Deste modo, estes são os valores adotados para inicializar o processo de calibração. Os demais coeficientes seguem os valores originais de Postnikov et al. (2017) [29]. Resta ainda determinar o modelo estatístico, baseado no procedimento de Inferência Bayesiana, a ser empregado na calibração destes coeficientes. No Apêndice B, encontra-se uma breve discussão sobre Inferência Bayesiana.

O modelo aqui escolhido é baseado na equação de observação em 3.1, conforme Smith (2015) [34], onde γ_i representa as respostas do modelo, ϵ_i representa o erro da medição, Q representa os parâmetros e f_i representa o modelo que depende dos parâmetros Q . Aqui na calibração modelo-à-modelo $\epsilon_i = 0$, $Q = [C_{D0}; C_{L0}]$.

$$\gamma_i = f_i(Q) + \epsilon_i \quad (3.1)$$

Será utilizada uma Prior com distribuição degenerada não-informativa (Smith (2015) [34]) e uma Likelihood que obedece a equação 3.2.

$$\pi(v|q) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} \exp \left\{ -\frac{\sum_1^n [v_i - f_i(q)]^2}{2\sigma^2} \right\} \quad (3.2)$$

Os dados são representados por v_i , sendo os deslocamentos temporais no período de 20s a 30s, a cada 0.02s, totalizando $n = 501$ pontos. O desvio-padrão σ também é estimado durante o processo de Markov (Smith (2015) [34]). O número de passos na cadeia de Markov é 10000. No Apêndice B, encontra-se o algoritmo utilizado (B).

A estratégia de calibração é utilizar uma velocidade reduzida (Ur) por procedimento. Para fins de comparação, são realizados dois processos independentes de calibração. Um primeiro, utilizando o caso 3 obtido com o modelo do COMSOL (Ur=5.7) e um segundo, utilizando o caso 4 obtido com o modelo do COMSOL (Ur=6.1).

3.3.1 Resultados da Calibração

Nos gráficos 3.19 e 3.20, observa-se o processo de convergência dos parâmetros.

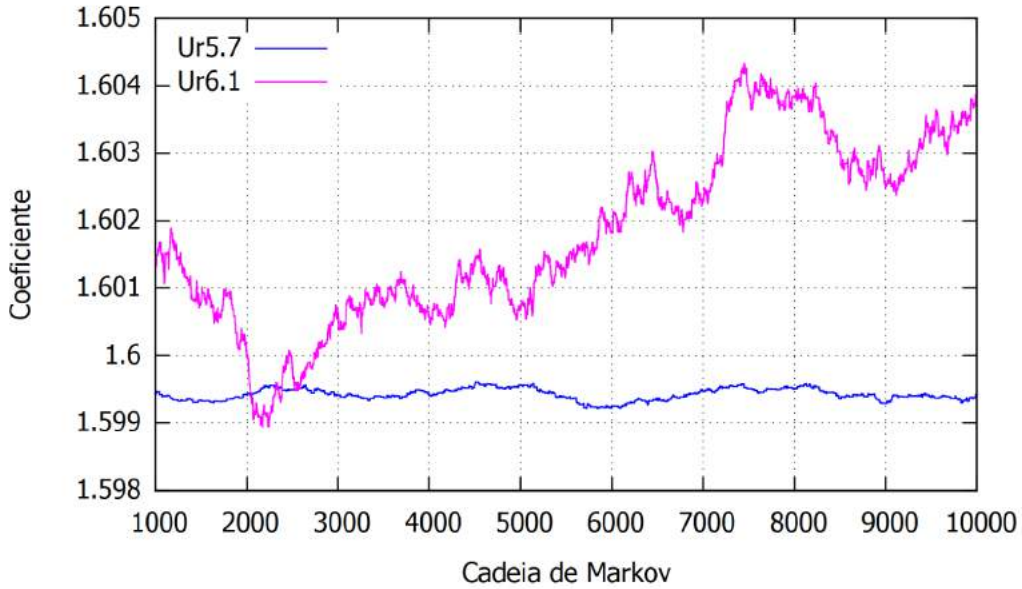


Figura 3.19: Estimação do Coeficiente de Arrasto Inicial.

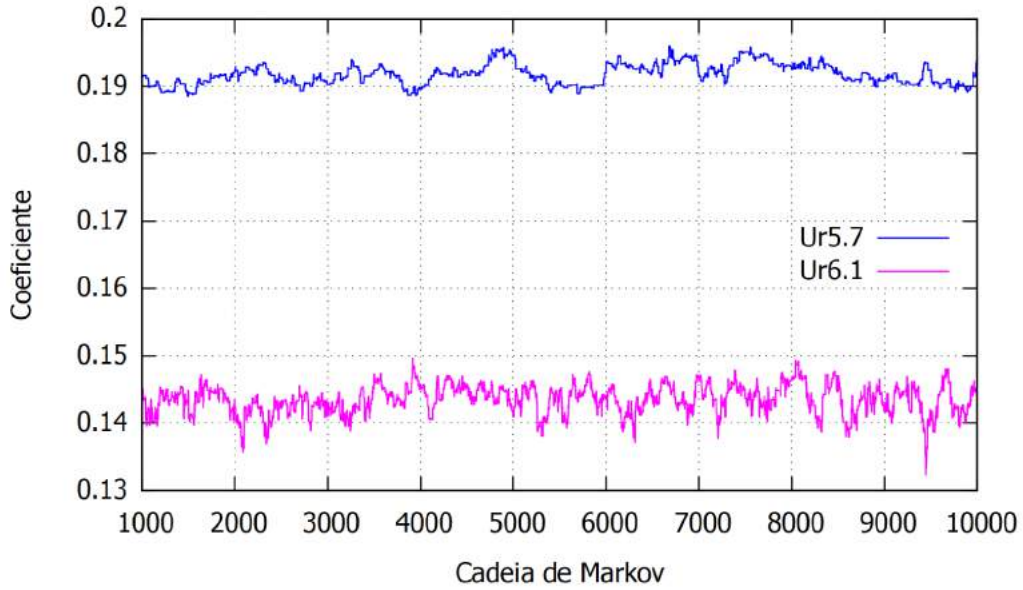


Figura 3.20: Estimação do Coeficiente de Sustentação Inicial

Nota-se que, no número de iterações considerado, as ordens de grandeza das variações para os dois casos são diferentes entre si, aparentando que apenas o coeficiente de arrasto inicial para o caso de calibração com $Ur=5.7$ apresenta convergência.

Nas Figuras 3.21 3.22, apresenta-se o erro relativo. O erro relativo é definido como sendo o valor absoluto da razão entre a média de amostragem na última iteração de Markov subtraída da média de amostragem na própria iteração de Markov e a média de amostragem na própria iteração de Markov.

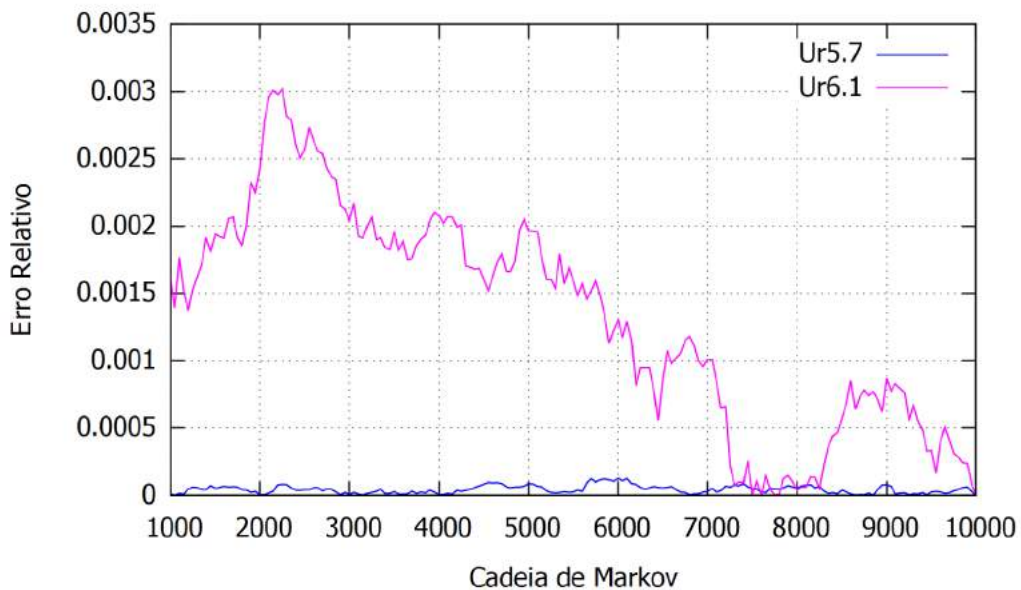


Figura 3.21: Erro Relativo na Estimação do Coeficiente de Arrasto Inicial.

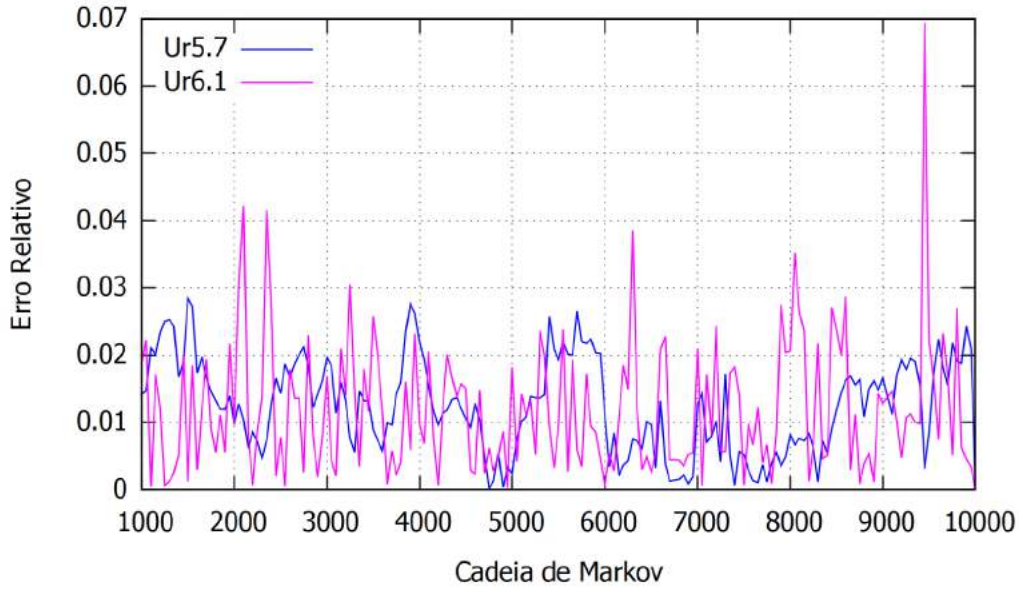


Figura 3.22: Erro Relativo na Estimação do Coeficiente de Sustentação Inicial.

Observa-se que o coeficiente de arrasto com $Ur=6.1$, o qual não mostrou convergência na Figura 3.19, aqui apresenta um erro relativo em queda sucessiva tendendo a valores próximos de zero (Figura 3.21).

Já a variância (Figuras 3.23 e 3.24), é definida como sendo a razão entre a soma de erros ao quadrado e a diferença entre o número de dados e o número de parâmetros.

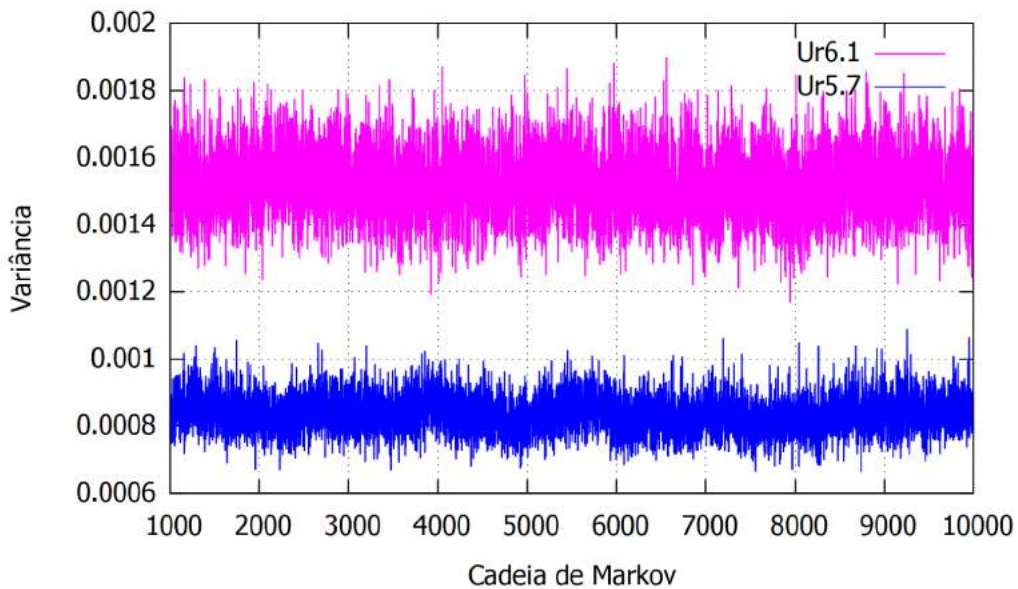


Figura 3.23: Variância na Estimação do Coeficiente de Arrasto Inicial.

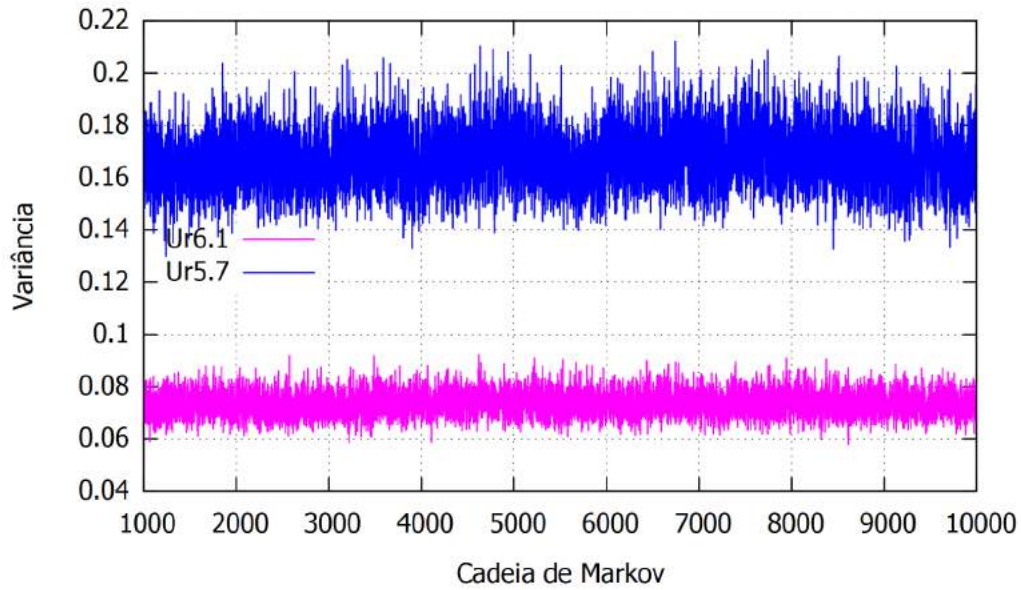


Figura 3.24: Variância na Estimação do Coeficiente de Sustentação Inicial.

A densidade de probabilidade posterior é obtida com auxílio da função Estimativa de Densidade Kernel (EDK), conforme Figuras 3.25 e 3.26.

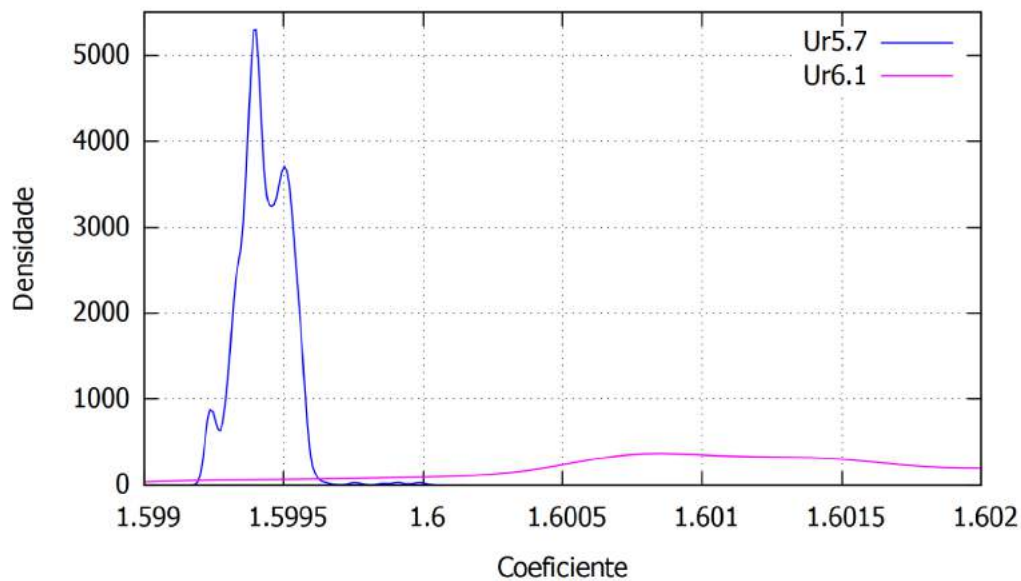


Figura 3.25: Densidade do Coeficiente de Arrasto Inicial.

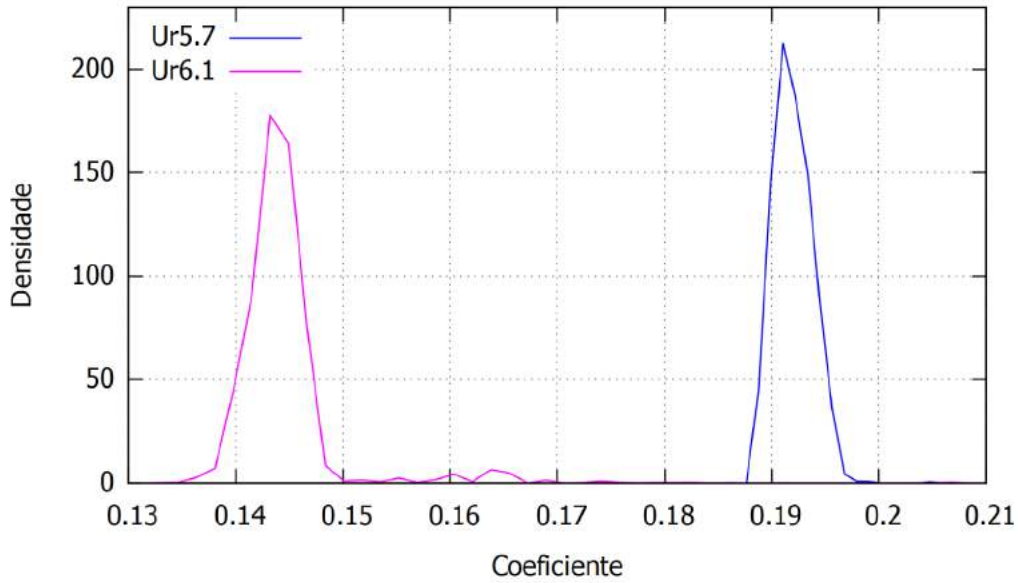


Figura 3.26: Densidade do Coeficiente de Sustentação Inicial.

Após o processo de calibração do modelo, pode-se então utilizá-lo para executar a predição de respostas. Gráficos comparativos são obtidos com a superposição das curvas relativas ao modelo fenomenológico original (antes da calibração), ao modelo computacional gerado via COMSOL e ao modelo fenomenológico calibrado, para o qual os valores são obtidos com os valores esperados de C_{D0} e C_{L0} . Como primeira visão, isso pode ser considerado pelo fato de a dispersão ser pequena, conforme Figuras 3.25 e 3.26.

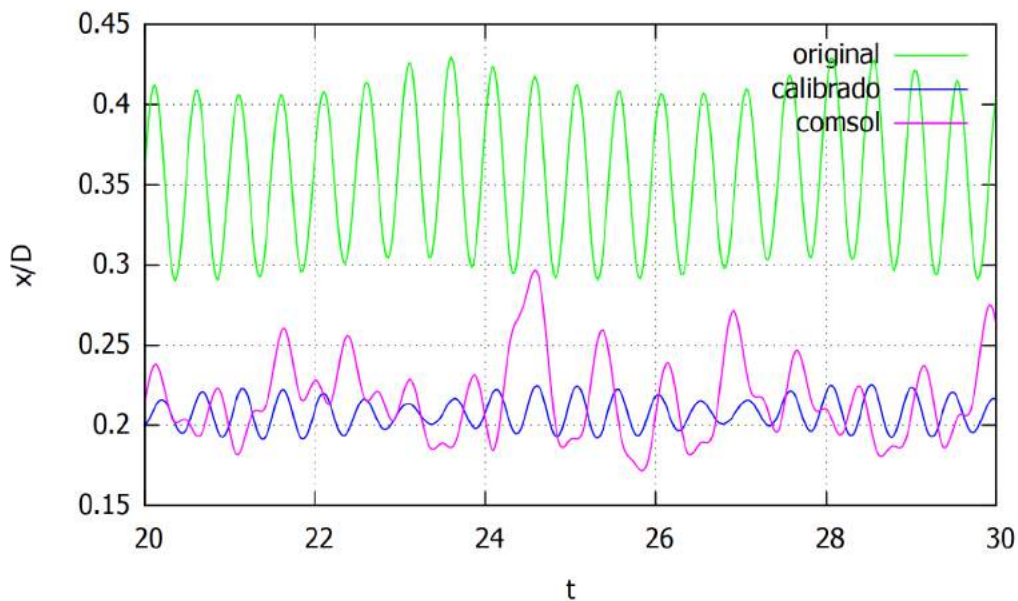


Figura 3.27: Comparação para $Ur=5.7$: Deslocamento na Direção do Escoamento ($Ur=5.7$).

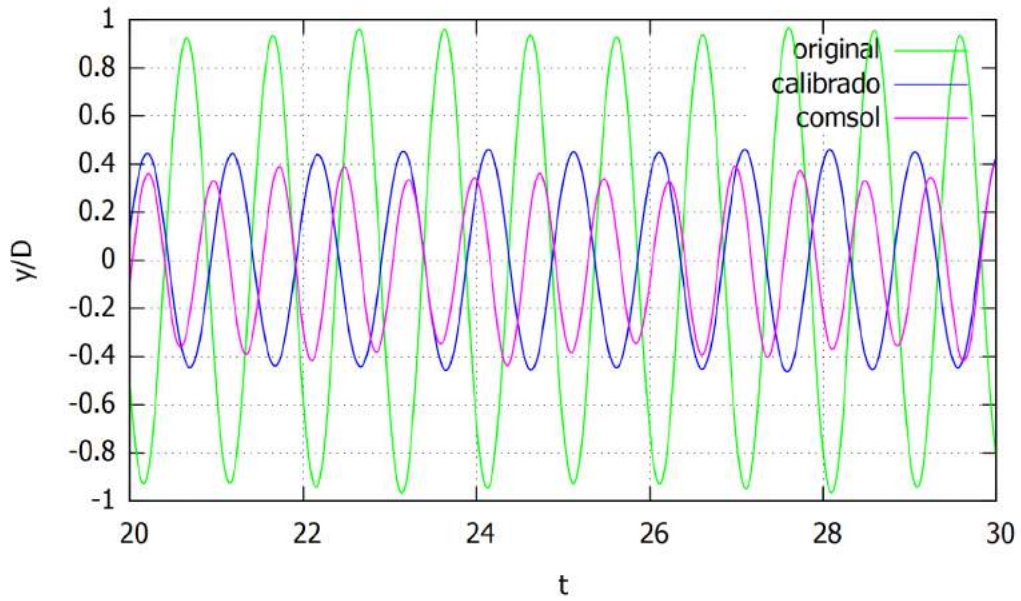


Figura 3.28: Comparação para $Ur=5.7$: Deslocamento Transversal ($Ur=5.7$).

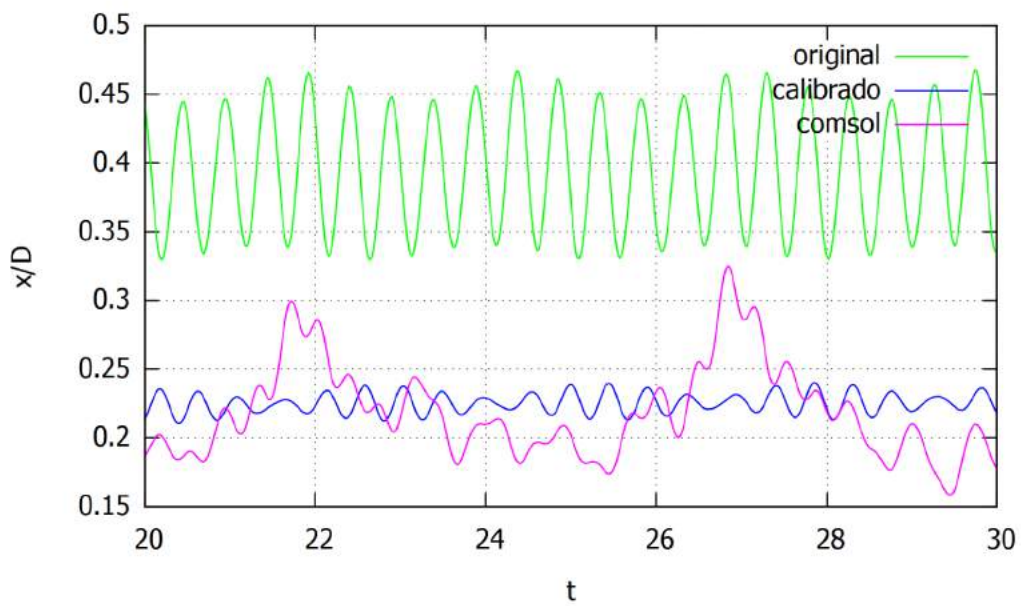


Figura 3.29: Comparação para $Ur=6.1$: Deslocamento na Direção do Escoamento ($Ur=5.7$).

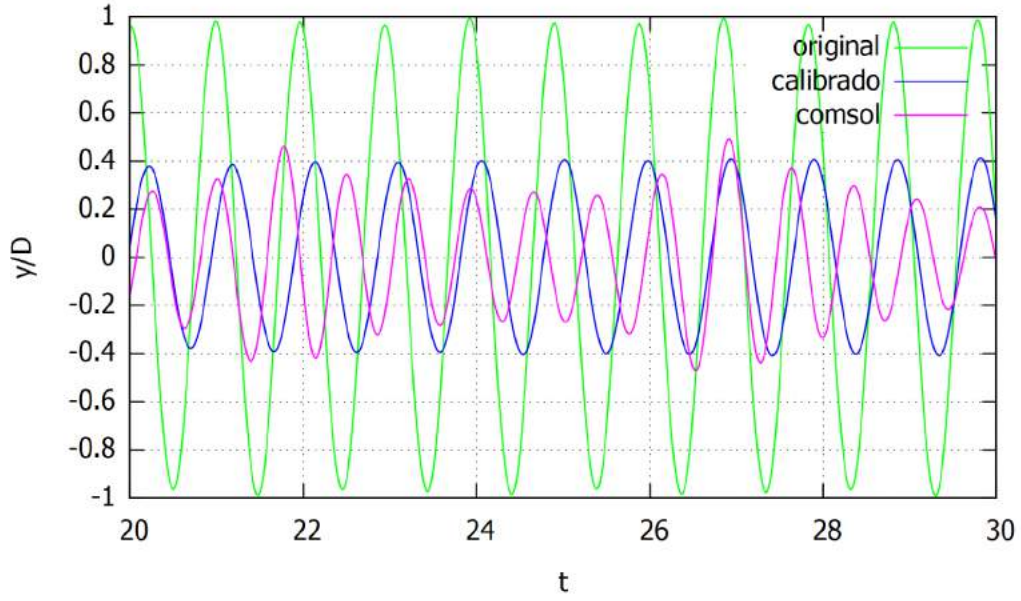


Figura 3.30: Comparação para $Ur=6.1$: Deslocamento Transversal ($Ur=5.7$).

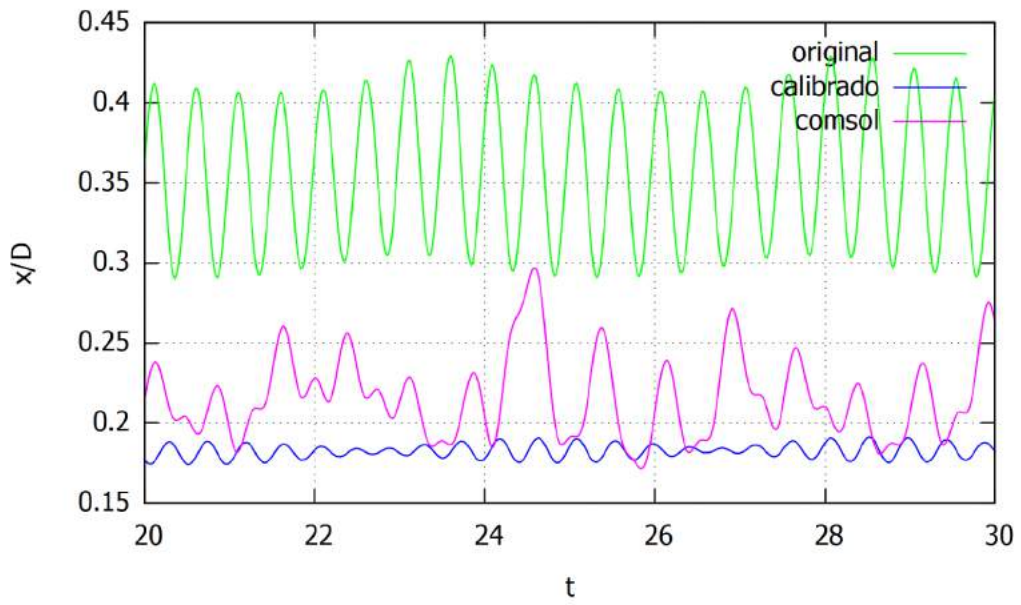


Figura 3.31: Comparação para $Ur=5.7$: Deslocamento na Direção do Escoamento ($Ur=6.1$).

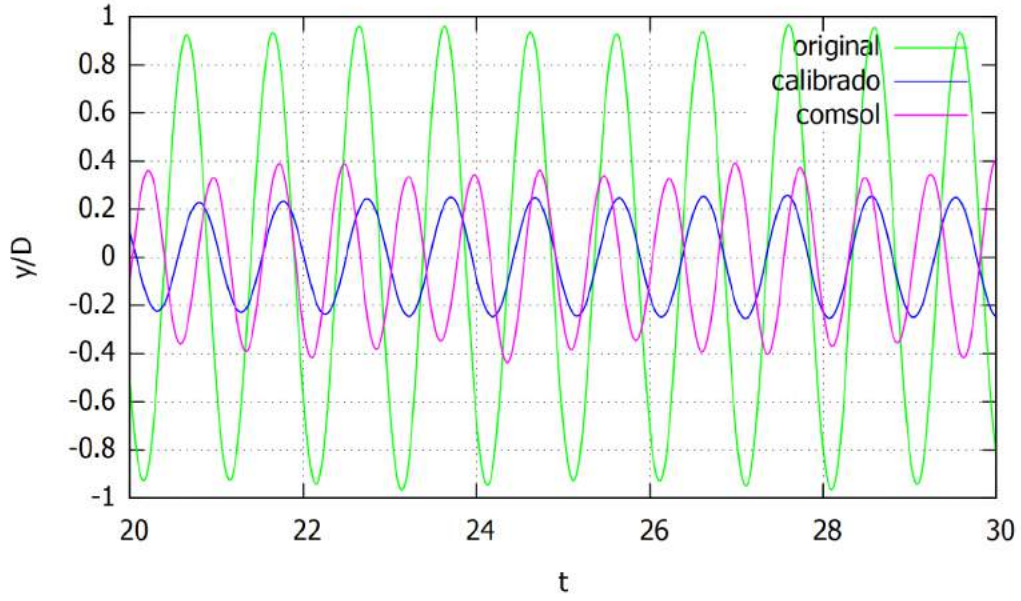


Figura 3.32: Comparação para $Ur=5.7$: Deslocamento Transversal ($Ur=6.1$).

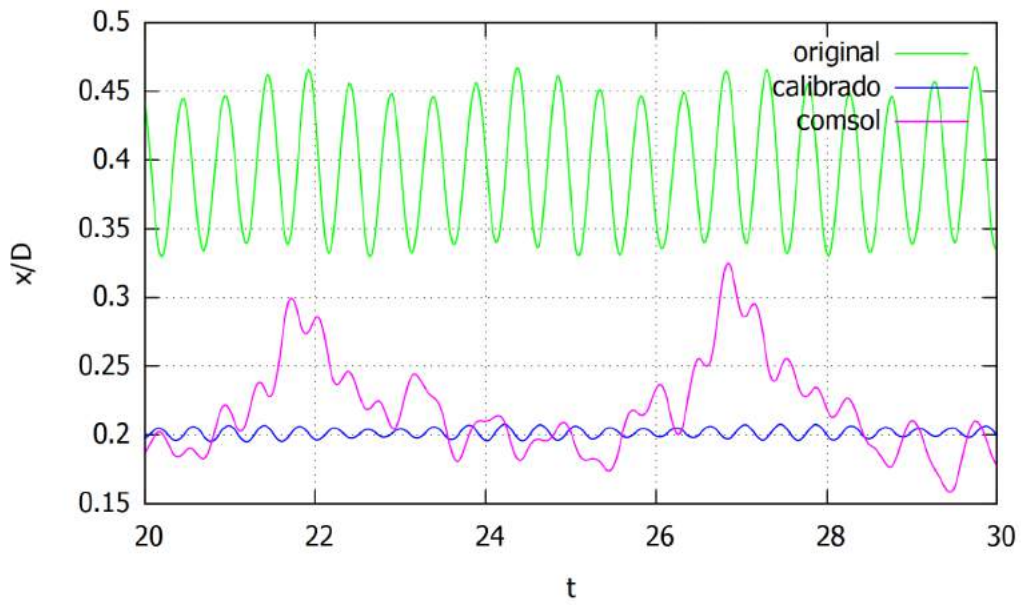


Figura 3.33: Comparação para $Ur=6.1$: Deslocamento na Direção do Escoamento ($Ur=6.1$).

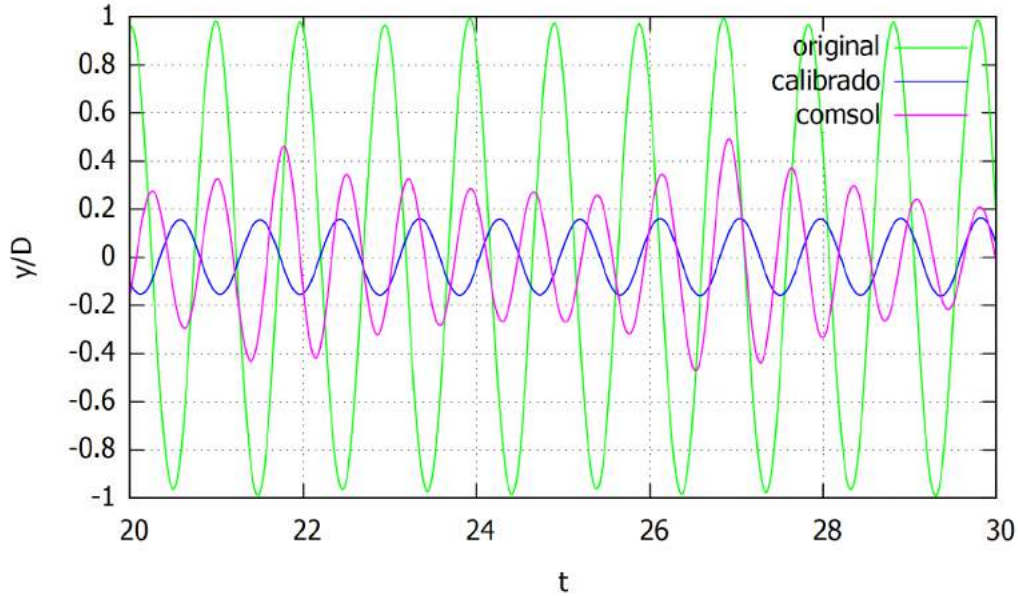


Figura 3.34: Comparação para $Ur=6.1$: Deslocamento Transversal ($Ur=6.1$).

Observa-se que, nos resultados para deslocamentos na direção do escoamento, as amplitudes no modelo antes da calibração são maiores e ficam, após a calibração, compatibilizadas com as magnitudes apresentadas no modelo CFD. Adicionalmente, a curva do modelo CFD nesta direção é muito irregular (o regime permanente de oscilação não está bem captado), por esta razão o modelo calibrado fornece maior regularidade nas oscilações. Contudo, outra característica, mas de menor impacto, é que ocorre diferença de fase entre o modelo calibrado e a curva do COMSOL. (Figuras 3.27, 3.29, 3.31 e 3.33)

Já nos resultados transversais (Figuras 3.28, 3.30, 3.32 e 3.34), observa-se que o modelo calibrado apresenta resultado satisfatório. Encontra-se compatível em amplitudes com o modelo COMSOL, o qual está bem representado no regime permanente de oscilação. Verifica-se, porém, que a diferença de fase, tal como para os deslocamentos na direção do escoamento, não é desprezível.

De modo geral, da comparação entre estas curvas, nota-se que o modelo calibrado apresentou boa estimativa, principalmente para os deslocamentos na direção transversal, sendo que os resultados para a calibração com $Ur=5.7$ são os que mostram-se em maior consonância com o modelo CFD, por apresentarem a menor diferença entre valores de deslocamento e também a menor defasagem.

Dentro da perspectiva probabilística em que a calibração do modelo de esteira foi executada, em que as incertezas nos parâmetros calibrados são representadas por variáveis randômicas, é importante notar que também as variáveis de estado, como deslocamentos e velocidades, produzidas por simulações usando o modelo calibrado também serão estocásticas. Assim, para avaliar a calibração, são empregados

intervalos de confiança das séries temporais.

Os intervalos de confiança, ou "envelopes", consistem nos limites superior e inferior que delimitam uma região na qual os resultados esperados podem estar situados. Os limites para a região de confiança são calculados a partir da curva esperada, a qual é acrescida de dois desvios-padrão para o limite superior e diminuída de dois desvios-parão para o limite inferior. Os intervalos são formados para a calibração do modelo com a série temporal obtida do modelo computacional para um ponto de velocidade reduzida. Nos gráficos a seguir, são também incluídas as curvas provenientes do modelo COMSOL.

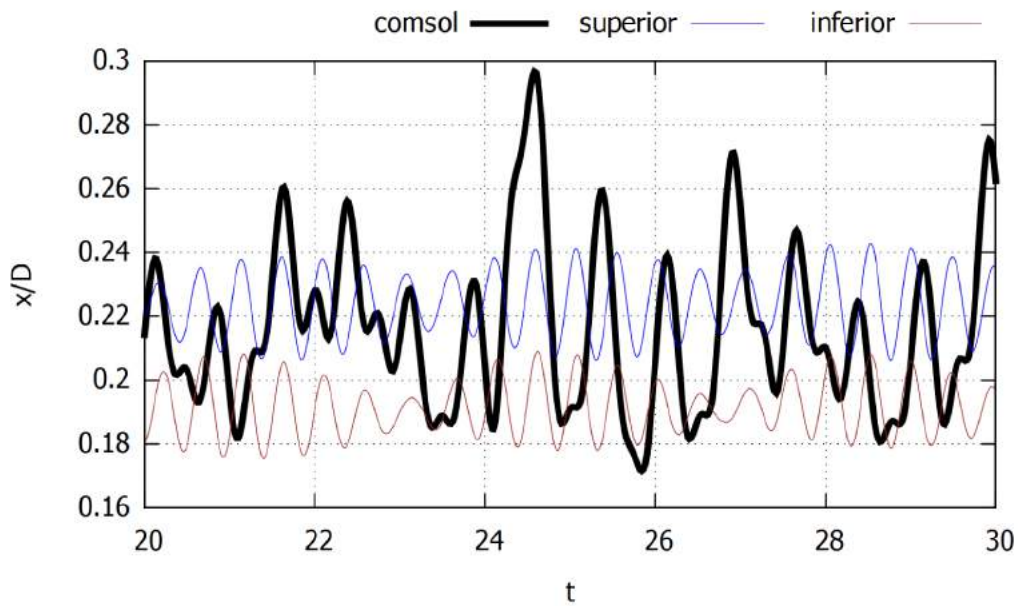


Figura 3.35: Intervalo de Confiança para $Ur=5.7$: Deslocamento na Direção do Escoamento ($Ur=5.7$).

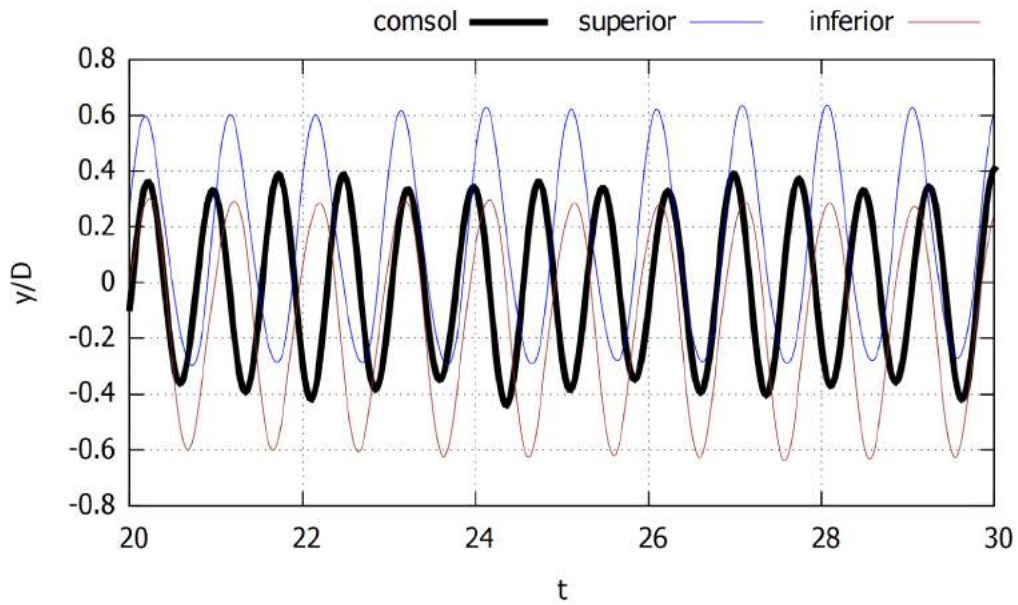


Figura 3.36: Intervalo de Confiança para $Ur=5.7$: Deslocamento Transversal ($Ur=5.7$).

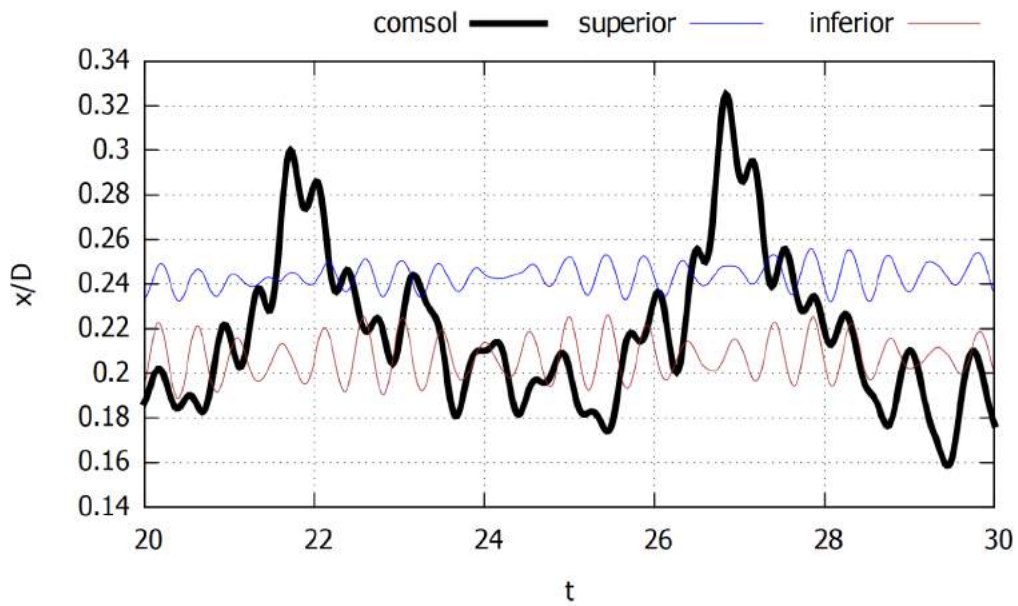


Figura 3.37: Intervalo de Confiança para $Ur=6.1$: Deslocamento na Direção do Escoamento ($Ur=5.7$).

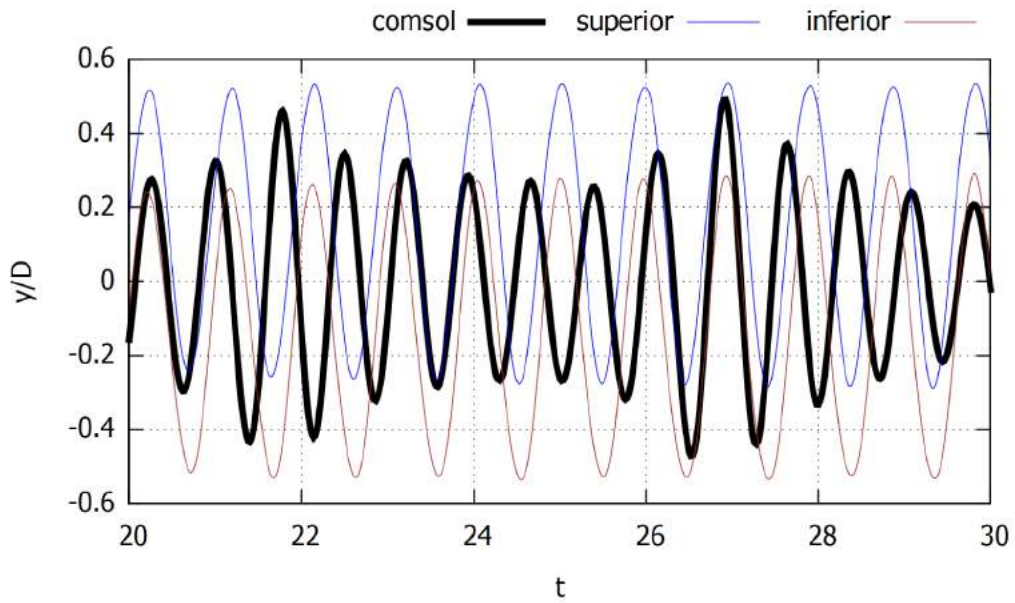


Figura 3.38: Intervalo de Confiança para $Ur=6.1$: Deslocamento Transversal ($Ur=5.7$).

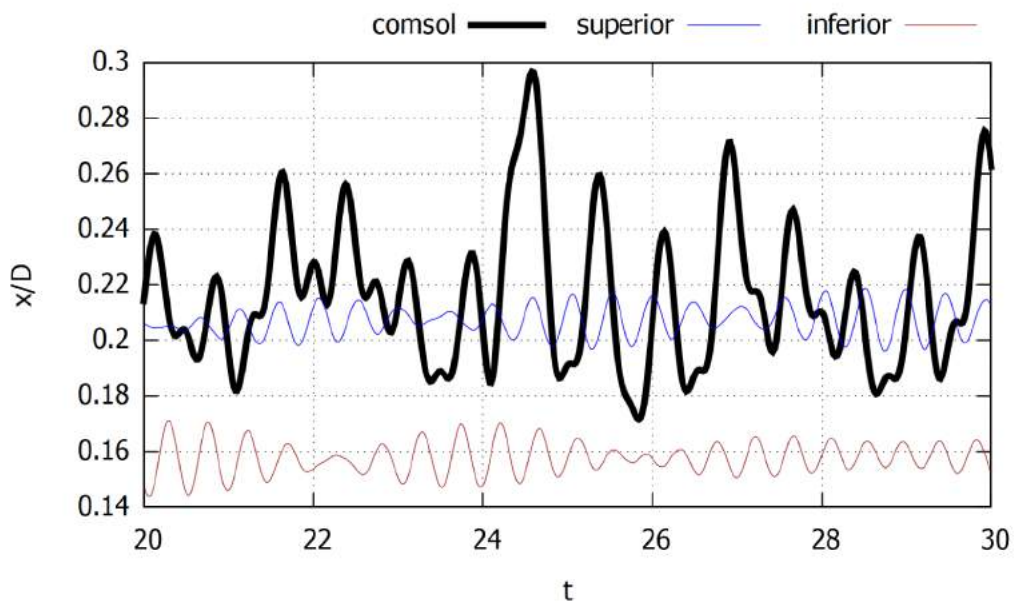


Figura 3.39: Intervalo de Confiança para $Ur=5.7$: Deslocamento na Direção do Escoamento ($Ur=6.1$).

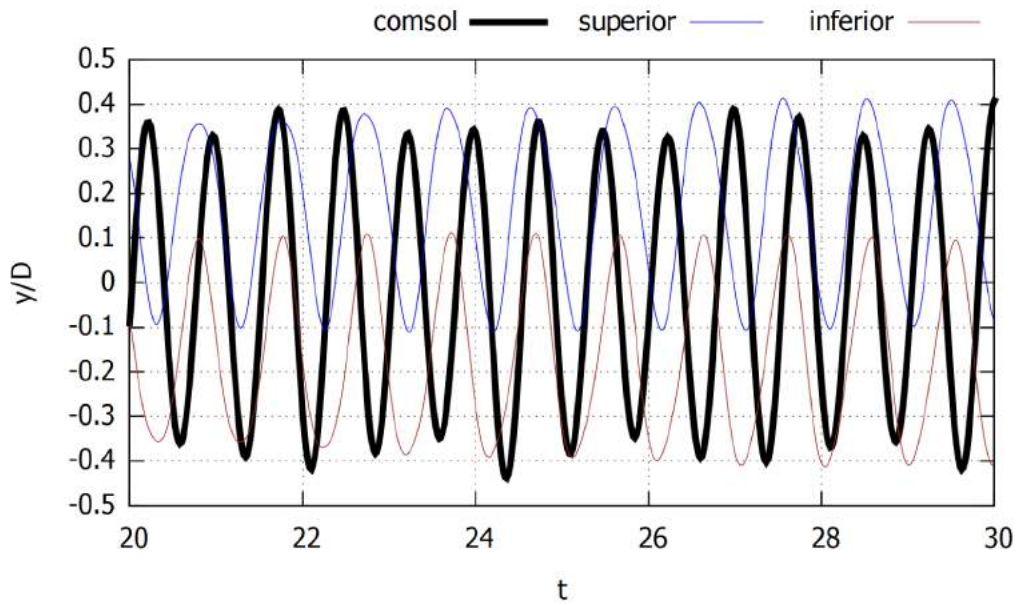


Figura 3.40: Intervalo de Confiança para $Ur=5.7$: Deslocamento Transversal ($Ur=6.1$).

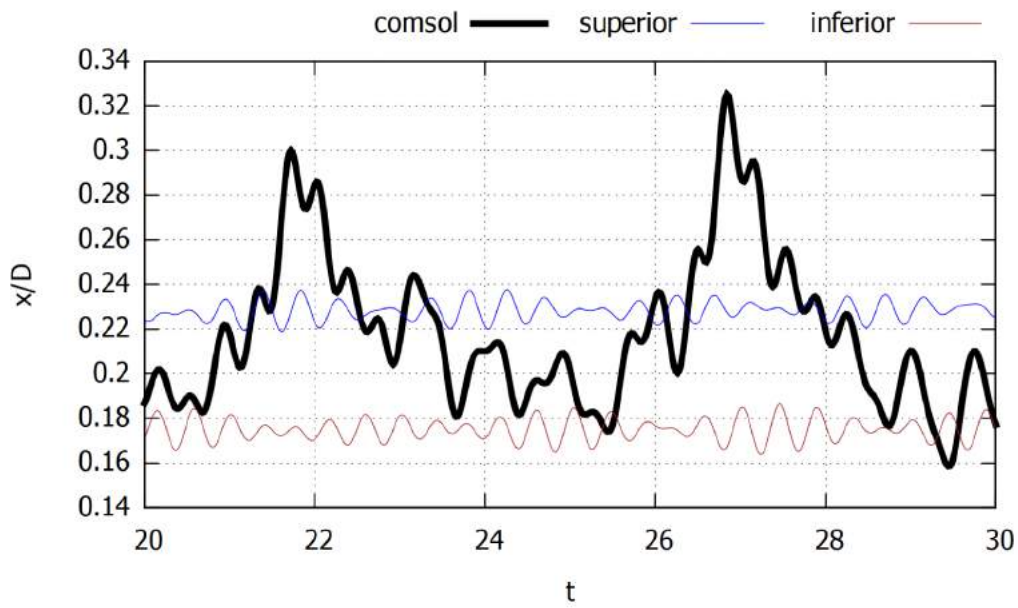


Figura 3.41: Intervalo de Confiança para $Ur=6.1$: Deslocamento na Direção do Escoamento ($Ur=6.1$).

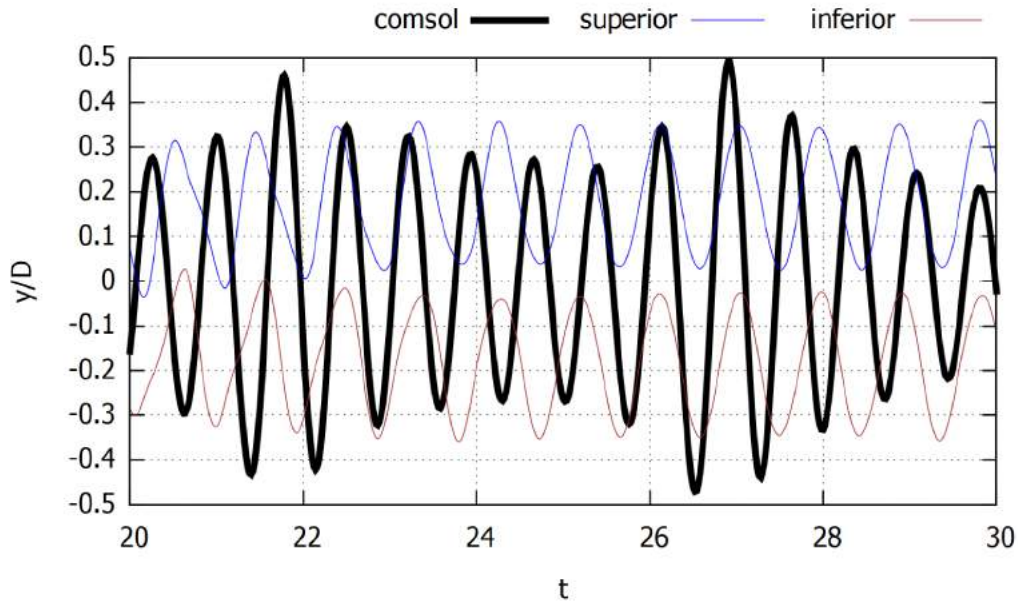


Figura 3.42: Intervalo de Confiança para $Ur=6.1$: Deslocamento Transversal ($Ur=6.1$).

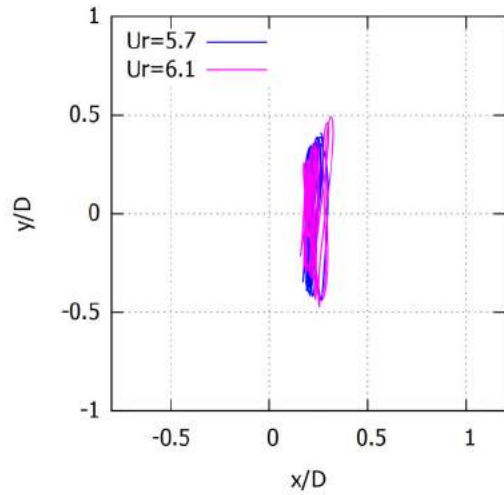
É possível observar que respostas estão dentro do intervalo de confiança associado às predições do modelo calibrado.

Nota-se que os resultados na direção transversal (3.36, 3.38, 3.40 e 3.42) confirmam o melhor comportamento da calibração com $Ur=5.7$, já indentificado nos gráficos comparativos anteriores. Observa-se que os deslocamentos máximos e mínimos (amplitudes) da região de confiança não são ultrapassados pelas amplitudes do modelo COMSOL, enquanto que, para a calibração com $Ur=6.1$, estes valores eventualmente são ultrapassados.

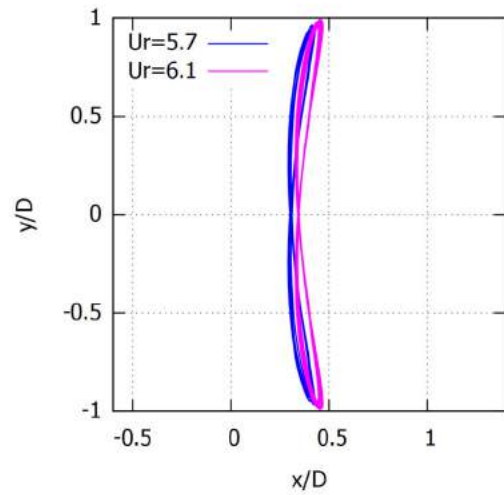
Destaca-se, novamente, que para os deslocamentos na direção do escoamento (3.35, 3.37, 3.39 e 3.41), a resposta obtida com o modelo CFD é muito irregular (o regime permanente de oscilação não está idealmente captado). Por esta razão, em alguns trechos, a curva do COMSOL extrapola os deslocamentos máximos e mínimos de confiança.

É importante ressaltar que a faixa curvilínea de confiança apresenta diferença de fase em relação à curva COMSOL, sendo este aspecto, para ambas as direções de deslocamento, significativo para eventuais trechos em que a curva COMSOL localiza-se externamente à faixa curva de confiança.

As trajetórias do cilindro permitem uma visualização mais clara dos efeitos do fenômeno VIV atuante. Então, é possível comparar os resultados para a trajetória obtida com o modelo fenomenológico original (antes da calibração), com o modelo computacional gerado via COMSOL e com o modelo calibrado.

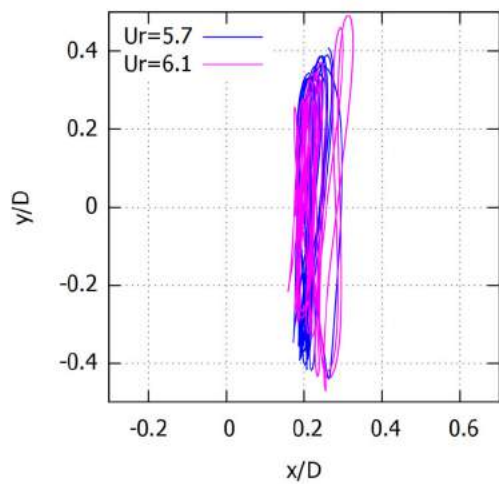


(a) COMSOL.

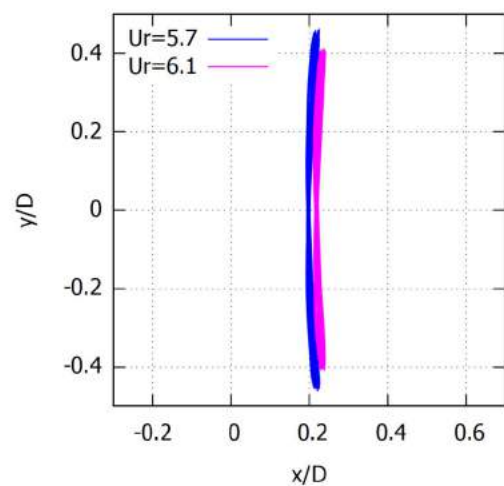


(b) Modelo Fenomenológico antes da Calibração.

Figura 3.43: Trajetórias de Referência ($20 \leq t \leq 30$).



(a) COMSOL.



(b) Modelo de Esteira após a Calibração.

Figura 3.44: Trajetória - Calibração com $Ur=5.7$ ($20 \leq t \leq 30$).

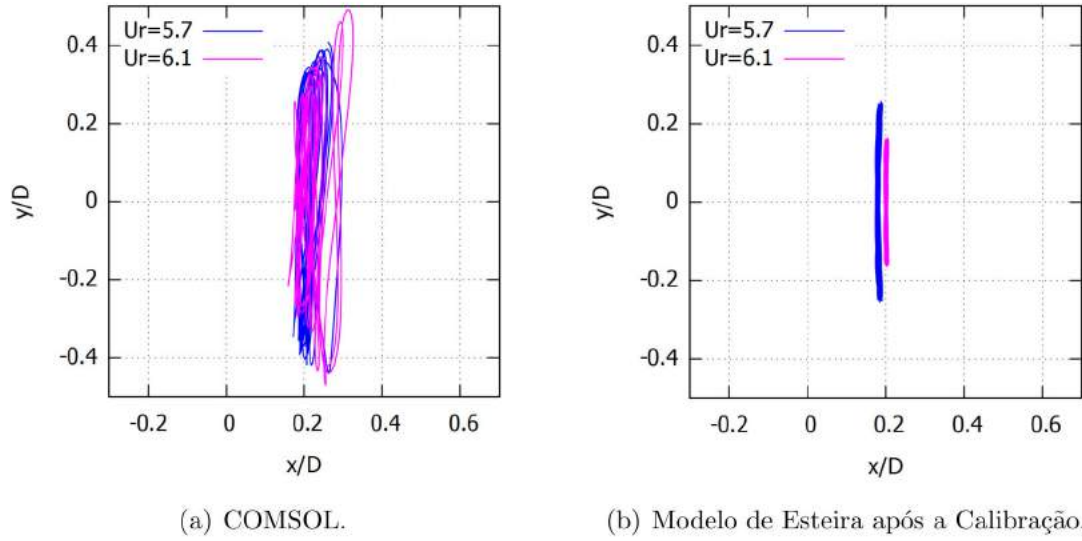


Figura 3.45: Trajetória - Calibração com $Ur=6.1$ ($20 \leq t \leq 30$).

Observa-se a partir dos gráficos de trajetória do cilindro que o resultado para a calibração com $Ur=5.7$ é o de maior grau de semelhança ao resultado obtido com o COMSOL.

Uma nova comparação quantitativa entre os modelos pode ser realizada, conforme Figuras 3.46 e 3.47. A bibliografia fornece os pontos experimentais de Williamson [17], os pontos simulados de Bai [3] e os pontos simulados com o modelo de esteira de Postnikov [29]. Além disso, os pontos simulados com o COMSOL [11] também estão disponíveis.

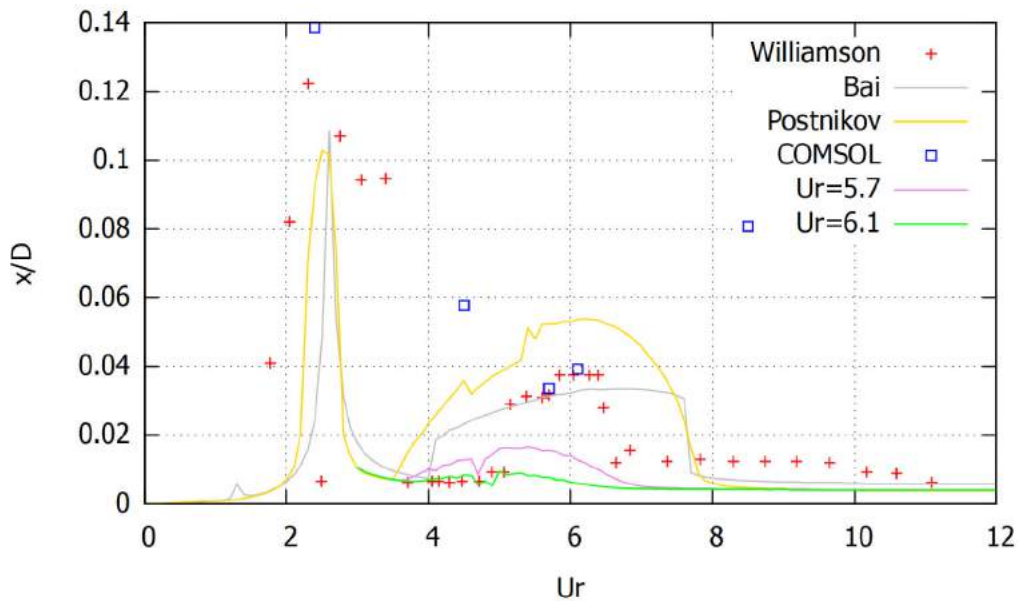


Figura 3.46: Diagrama de Amplitudes Após Calibração - na Direção do Escoamento.

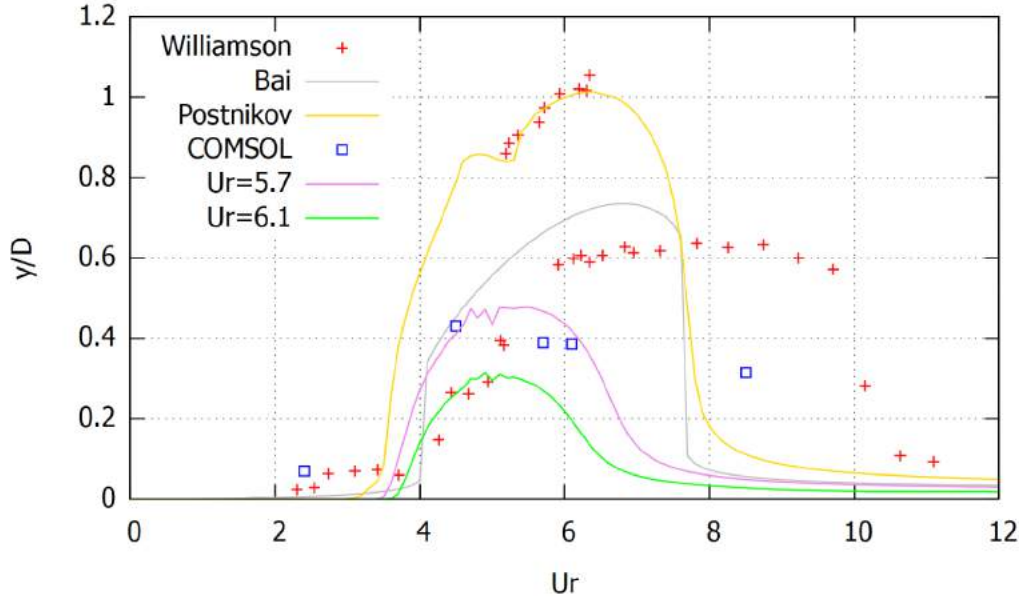


Figura 3.47: Diagrama de Amplitudes Após Calibração - Transversal.

Aqui, as curvas calibradas adotam os coeficientes calibrados aplicados sobre todo o domínio da curva ($3.0 \leq Ur \leq 12.0$), pois esta foi a abordagem considerada em Postnikov et al. (2017) [29].

É possível identificar no diagrama a ocorrência de zonas de velocidade reduzida nas quais o comportamento da curva apresenta padrões diferentes entre si. Neste sentido, outra possibilidade na calibração pode ser considerada assumindo um modelo com domínio segmentado, e, desta maneira, a capacidade de acurácia local do segmento de curva pode aumentar. Contudo, nesta opção, a proposição de um modelo geral fica também menos enxuta, pois fica definido segundo uma fragmentação por regiões.

Um primeiro balanço pode ser realizado com respeito aos gráficos comparativos entre os modelos não-calibrado, CFD e calibrado (Figuras 3.27, 3.28, 3.29, 3.30, 3.31, 3.32, 3.33 e 3.34) e quanto aos gráficos de intervalo de confiança (Figuras 3.35, 3.36, 3.37, 3.38, 3.39, 3.40, 3.41 e 3.42). Dadas as ponderações realizadas anteriormente, estes resultados indicaram estimativas satisfatórias, sendo destacável um melhor resultado proveniente da calibração com $Ur=5.7$.

Ainda, observa-se através dos gráficos de trajetória com modelo calibrado (Figuras 3.44(b) e 3.45(b)) que, na conferência com as trajetórias de referência do COMSOL e do modelo original (Figuras 3.43(a) e 3.43(b)), a opção de calibração com o ponto $Ur=5.7$ é mais compatível com o cogitado. Nesse sentido, entre as duas opções adotadas de calibração ($Ur=5.7$ e $Ur=6.1$), com relação à capacidade de representação do modelo calibrado, avalia-se, então, que a escolha pelo ponto $Ur=5.7$ possui mais qualidade que $Ur=6.1$.

É importante destacar que os parâmetros perdem seu significado original pela incorporação de discrepância entre os modelos. Quanto aos valores, os parâmetros utilizados antes da calibração eram $C_{D0}=1.6$ e $C_{L0}=0.3$. Após a calibração com $Ur=5.7$, os valores foram probabilisticamente estimados em $C_{D0}=1.5994$ e $C_{L0}=0.191$.

Uma possibilidade de averiguar perda de acurácia nos resultados é o teste com a calibração para apenas uma direção. No caso, se o deslocamento na direção do escoamento, por exemplo, o qual apresenta maior irregularidade de oscilação nas respostas, for desconsiderada como fonte de dados ao algoritmo, é possível que a calibração dos parâmetros apresente maior acurácia. Neste sentido, foram realizados alguns testes, porém um dos parâmetros acabou por apresentar grande divergência durante o processo de calibração. Outra possibilidade é calibrar um parâmetro por vez. Porém esta alternativa também foi testada e se mostra pouco satisfatória, pois os dois parâmetros apresentam certo grau de correlação, além de ser empregado o dobro do tempo computacional.

Quanto à fonte de dados utilizados para alimentar o algoritmo de calibração, convém mencionar o modelo CFD desenvolvido. Nesse sentido, dois dos aspectos de maior complexidade foram a determinação dos parâmetros físicos a serem fornecidos como entrada, os quais demandaram uma importante análise dimensional e quantitativa prévia a partir de levantamentos bibliográficos, para verificação da adequação ao modelo a ser construído e realização de testes quanto a acurácia dos valores, e, o outro aspecto, também de grande influência, é a ponderação na relação entre refinamento de malha e refinamento de passo de tempo. Aqui, a geração de malha mostra-se como de maior impacto nas respostas, visto que o passo de tempo apresentava certa diretriz referencial em ordem de grandeza. Outros aspectos minoritários, como estabelecimento de uma função de rampa e configurações no método numérico também apresentaram influência relevante nas respostas.

Quanto às curvas calibradas no diagrama de amplitudes (Figuras 3.46 e 3.47), é válido mencionar, conforme ressaltado anteriormente, que em comparação à curva original proveniente do modelo fenomenológico solucionado a valores originais e conforme o processo original, a sua diferença consiste exclusivamente na calibração de dois coeficientes e manutenção do restante.

Deste modo, é possível dizer que os resultados obtidos indicam a efetiva influência da calibração do modelo.

Capítulo 4

Considerações Finais

Neste trabalho, foi realizada a calibração de parâmetros de um modelo de esteira utilizando a abordagem Bayesiana. O modelo escolhido seguiu Postnikov et al. (2017) [29] e Soares (2017) [35] e os parâmetros calibrados foram os de maior sensibilidade nas respostas do modelo, identificados em Soares (2017) [35]. Na inferência estatística, foi utilizada a técnica de construção de cadeias de Markov via Monte Carlo, empregando um algoritmo do tipo Metropolis com Prior não-informativa, conforme Smith (2014) [34]. Os dados utilizados para alimentar o processo estatístico foram séries temporais de deslocamentos na direção do escoamento e na direção transversal ao escoamento, obtidas com um modelo CFD elaborado com o software "COMSOL Multiphysics"[11].

Foi adotada a estratégia de utilizar um par de séries temporais (uma para cada direção de deslocamentos, para a mesma velocidade reduzida) por procedimento de calibração. Foram realizados dois procedimentos, um para $U_r=5.7$ e um para $U_r=6.1$. O modelo com os parâmetros calibrados para o caso de $U_r=5.7$ foi utilizado para fazer a predição de deslocamentos nas duas direções para $U_r=6.1$, e vice-versa. Também, foi feita a predição das amplitudes nas duas direções de deslocamentos, para o domínio de velocidades reduzidas de 3.0 a 12.0, com discretização de passo 0.1, para os dois casos de calibração realizados.

Várias conclusões já foram apresentadas ao longo do texto, cabendo realçar alguns aspectos.

Neste trabalho, foi utilizado o modelo calibrado sobre todo o domínio de velocidades reduzidas para realizar a predição das amplitudes. Contudo, o diagrama apresenta comportamento segmentado, que varia conforme subdomínios de velocidades reduzidas. Nesse sentido, uma possibilidade é fragmentar o domínio de predição. Assim, os parâmetros do modelo dependem do subdomínio considerado e podem ser calibrados com, por exemplo, um ponto representativo desse subdomínio. Essa alternativa pode aprimorar os resultados de predição, ficando como possibilidade de trabalhos futuros.

Outro aspecto está nos outros parâmetros não-calibrados. Ainda que seu impacto possa ser de ordem secundária, são também significativos. Adicionalmente, uma combinação entre a aplicação de calibração destes outros parâmetros e a segmentação do domínio pode mostrar-se de bom resultado em trabalhos futuros.

Por fim, mais um tópico, que também pode ser contemplado em trabalhos futuros, é a escolha do modelo de esteira, podendo-se realizar diferentes abordagens alternativas e comparações.

Referências Bibliográficas

- [1] ANDERSON, J. D., DEGREGZ, G., DEGROOTE, J., et al., 2009, *Computational Fluid Dynamics : An Introduction*. 3 ed. Philadelphia, PA, EUA, Springer.
- [2] BABUSKA, I., ODEN, J. T., 2004, “Verification and validation in computational engineering and science: basic concepts”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 193, n. 36–38 (set.), pp. 4057–4066.
- [3] BAI, X., QIN, W., 2014, “Using vortex strength wake oscillator in modelling of vortex induced vibrations in two degrees of freedom”, *European Journal of Mechanics B/Fluids*, v. 48 (nov.), pp. 165–173.
- [4] BATCHELOR, G. K., 2000, *An Introduction to Fluid Dynamics*. 3 ed. Cambridge, UK, Cambridge University Press.
- [5] BEARMAN, P. W., 1984, “Vortex shedding from oscillating bluff bodies”, *Annu.Rev.FluidMech.*, v. 16 (jan.), pp. 195–222.
- [6] BISHOP, R. E. D., HASSAN, A. Y., 1964, “The lift and drag forces on a circular cylinder in a flowing field”, *Proc Roy Soc Ser A*, v. 277, n. 1368 (jan.), pp. 51–75.
- [7] BLEVINS, R. D., 1990, *Flow-induced vibration*. 2 ed. New York, NY, EUA, Van Nostrand Reinhold.
- [8] BRAZA, M., CHASSAING, P., MINH, H. H., 1986, “Numerical study and physical analysis of the pressure and velocity fields in the near wake of a circular cylinder”, *J. Fluid Mech.*, v. 165 (abr.), pp. 79–130.
- [9] CHIB, S., GREENBERG, E., 1995, “Understanding the Metropolis-Hastings Algorithm”, *The American Statistician*, v. 49, n. 4 (nov.), pp. 327–335.
- [10] CLOUGH, R. W., PENZIEN, J., 2003, *Dynamics of structures*. 3 ed. Berkeley, CA, EUA, Computers and Structures, Inc.
- [11] COMSOL, 2017, *COMSOL Multiphysics® v. 5.3*. www.comsol.com. COMSOL AB Estocolmo, Suécia.

- [12] FACCHINETTI, M. L., DE LANGRE, E., BIOLLEY, F., 2004, “Coupling of structure and wake oscillators in vortex-induced vibrations”, *J Fluids Struct*, v. 19, n. 2 (fev.), pp. 123–140.
- [13] GAMERMAN, D., LOPES, H. F., 2006, *Markov chain Monte Carlo : stochastic simulation for Bayesian inference*. 2 ed. Boca Raton, FL, EUA, CRC Pressl.
- [14] GRIFFIN, O. M., RAMBERG, S. E., 1982, “Some recent studies of vortex shedding with application to marine tubulars and risers”, *J. Energy Resour. Technol.*, v. 104, n. 1 (mar.), pp. 2–13.
- [15] GROEN, D., ZASADA, S. J., COVENEY, P. V., 2014, “Survey of Multiscale and Multiphysics Applications and Communities”, *Computing in Science and Engineering*, v. 16 (mar.), pp. 33–43.
- [16] IWANA, W. D., BLEVINS, R. D., 1974, “A model for vortex-induced oscillation of structures”, *J Appl Mech*, v. 41, n. 3 (set.), pp. 581–586.
- [17] JAUVTIS, N., WILLIAMSON, C. H. K., 2003, “Vortex-induced vibration of a cylinder with two degrees of freedom”, *J. Fluids Struct.*, v. 17, n. 7 (jun.), pp. 1035–1042.
- [18] KEBER, M., WIERCIGROCH, M., 2008, “Dynamics of a vertical riser with weak structural nonlinearity excited by wakes”, *J Sound Vib*, v. 315, n. 3 (ago.), pp. 685–699.
- [19] KRENK, S., NIELSEN, S. R. K., 1999, “Energy balanced double oscillator model for vortex-induced vibrations”, *J Eng Mech*, v. 125, n. 3 (mar.), pp. 263–271.
- [20] KURUSHINA, V., PAVLOVSKAIA, E., 2018, “Fluid nonlinearities effect on wake oscillator model performance”, *International Conference on Engineering Vibration (ICoEV 2017)*, v. 148, n. 04002 (fev.), pp. 1–6.
- [21] KURUSHINA, V., PAVLOVSKAIA, E., POSTNIKOV, A., et al., 2018, “Calibration and comparison of VIV wake oscillator models for low mass ratio structures”, *International Journal of Mechanical Sciences*, v. 142-143 (abr.), pp. 547–560.
- [22] LUGT, H. J., 1983, *Vortex flow in nature and technology*. 1 ed. New York, NY, EUA, Wiley.
- [23] MATLAB, 2018, *MATLAB® 2018 www.mathworks.com*. The MathWorks, Inc Natick, MA, EUA.

- [24] MIGON, H., GAMERMAN, D., LOUZADA, F., 2015, *Statistical Inference : An Integrated Approach*. 2 ed. Boca Raton, FL, EUA, CRC Press.
- [25] NAUDASCHER, E., ROCKWELL, D., 1994, *Flow-Induced Vibrations : An Engineering Guide*. 1 ed. Rotterdam, Holanda, A. A. Balkema.
- [26] ODEN, J. T., PRUDHOMME, S., 2011, “Control of modeling error in calibration and validation processes for predictive stochastic models”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 87, n. 1–5 (jul.), pp. 262–272.
- [27] OGINK, R. H. M., METRIKINE, A. V., 2010, “A wake oscillator with frequency dependent coupling for the modeling of vortex-induced vibration”, *J Sound Vib*, v. 329, n. 26 (dez.), pp. 5452–5473.
- [28] PARKINSON, G. V., 1989, “Phenomena and modelling of flow-induced vibrations of bluff bodies”, *Prog. Aerosp. Sci.*, v. 26, n. 2 (fev.), pp. 169–224.
- [29] POSTNIKOV, A., PAVLOVSKAIA, E., WIERCIGROCH, M., 2017, “2DOF CFD Calibrated Wake Oscillator Model to Investigate Vortex-Induced Vibrations”, *International Journal of Mechanical Sciences*, v. 127 (maio), pp. 176–190.
- [30] ROSNER, R., 2010, *The opportunities and challenges of exascale computing*. In: Report Office of Science, U.S. Department of Energy, Washington, D.C.
- [31] SARPKAYA, T., 1979, “Vortex-induced oscillations”, *J. Appl. Mech*, v. 46, n. 2 (jun.), pp. 241–258.
- [32] SIGRIST, J. F., 2015, *Fluid-structure interaction : an introduction to finite element coupling*. 1 ed. Chichester, Inglaterra, John Wiley and Sons.
- [33] SKOP, R. A., GRIFFIN, O. M., 1973, “A model for the vortex-excited resonant vibrations of bluff bodies”, *J Sound Vib*, v. 27, n. 2 (mar.), pp. 225–233.
- [34] SMITH, R. C., 2014, *Uncertainty quantification : theory, implementation, and applications*. 1 ed. Philadelphia, PA, EUA, SIAM.
- [35] SOARES, B., 2017, *Análise Crítica de um Modelo Fenomenológico de Vibrações Induzidas por Vórtices via Análise de Sensibilidade Global e Quantificação de Incertezas*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.

- [36] STAPPENBELT, B., 2007, “Vortex-induced Vibration Super-Upper Response Branch Boundaries”, *International Journal of Offshore and Polar Engineering*, v. 18, n. 2 (jun.), pp. 1–7.
- [37] SUMER, B. M., FREDSOE, J., 1997, *Hydrodynamics Around Cylindrical Structures*. 1 ed. River Edge, NJ, EUA, World Scientific.
- [38] WILLIAMSON, C. H. K., GOVARDHAN, R., 2004, “Vortex-induced vibrations”, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, v. 36 (jan.), pp. 413–55.
- [39] WILLIAMSON, C. H. K., ROSHKO, A., 1988, “Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder”, *J. Fluids Struct.*, v. 2, n. 4 (jul.), pp. 355–381.

Apêndice A

Modelos de Esteira Alternativos

Primeiro Modelo Alternativo para os termos de amortecimento (van der Pol modificado)

$$f_x^{damp} = 2\Omega_R (\epsilon_{x1}w^2 - \epsilon_{x2}) \dot{w} \quad (\text{A.1})$$

$$f_y^{damp} = \Omega_R (\epsilon_{y1}q^2 - \epsilon_{y2}) \dot{q} \quad (\text{A.2})$$

onde ϵ_{x1} , ϵ_{x2} , ϵ_{y1} , ϵ_{y2} são os coeficientes semiempíricos.

Segundo Modelo Alternativo para os termos de amortecimento (Rayleigh modificado)

$$f_x^{damp} = -2\epsilon_{x1}\Omega_R\dot{w} + 2\frac{\epsilon_{x2}}{\Omega_R}\dot{w}^3 \quad (\text{A.3})$$

$$f_y^{damp} = -\epsilon_{y1}\Omega_R\dot{q} + \frac{\epsilon_{y2}}{\Omega_R}\dot{q}^3 \quad (\text{A.4})$$

onde ϵ_{x1} , ϵ_{x2} , ϵ_{y1} , ϵ_{y2} são os coeficientes semiempíricos.

Terceiro Modelo Alternativo para os termos de amortecimento (Krenk-Nielsen)

$$f_x^{damp} = -2\epsilon_{x1}\Omega_R\dot{w} + 2\epsilon_{x2}\Omega_R\dot{w}w^2 + 2\frac{\epsilon_{x2}}{\Omega_R}\dot{w}^3 \quad (\text{A.5})$$

$$f_y^{damp} = -\epsilon_{y1}\Omega_R\dot{q} + \epsilon_{y2}\Omega_R\dot{q}q^2 + \frac{\epsilon_{y2}}{\Omega_R}\dot{q}^3 \quad (\text{A.6})$$

onde ϵ_{x1} , ϵ_{x2} , ϵ_{y1} , ϵ_{y2} são os coeficientes semiempíricos.

Quarto Modelo Alternativo para os termos de amortecimento (Landl)

$$f_x^{damp} = 2\Omega_R \dot{w} (\epsilon_{x1} - \epsilon_{x2} w^2 + \epsilon_{x3} w^4) \quad (\text{A.7})$$

$$f_y^{damp} = \Omega_R \dot{q} (\epsilon_{y1} - \epsilon_{y2} q^2 + \epsilon_{y3} q^4) \quad (\text{A.8})$$

onde ϵ_{x1} , ϵ_{x2} , ϵ_{x3} , ϵ_{y1} , ϵ_{y2} e ϵ_{y3} são os coeficientes semiempíricos.

Apêndice B

Inferência Bayesiana

Duas abordagens são comuns na Estatística, sendo a primeira chamada de Estatística Clássica ou Frequentista. Nesta abordagem, em geral, os problemas consistem no cálculo da probabilidade de ocorrência de dados futuros a partir da observação de dados passados e segundo um modelo particular. Os parâmetros deste modelo são definidos, mesmo que possam ser desconhecidos, e os dados possuem erros aleatórios que seguem distribuições de probabilidades.

Já a outra abordagem é baseada no Teorema de Bayes, a chamada Estatística Bayesiana, em que, basicamente, de posse de alguns dados conhecidos, avalia-se a probabilidade de um modelo. Para isso, estabelece-se uma previsão inicial de distribuição de probabilidades, a qual deve ser alimentada com os dados conhecidos de modo que aquela expectativa seja atualizada. Nesta abordagem, os erros aleatórios nos dados não apresentam distribuições de probabilidade, sendo os parâmetros do modelo tratados como distribuições de probabilidade para variáveis aleatórias.

Esta abordagem é mais utilizada quando existem poucos dados disponíveis para referência. Também é aplicada em modelos com forte intuição sobre a previsão inicial e, ainda, em situações em que os dados apresentam grande grau de incerteza que deve ser quantificada, permitindo a comparação de diferentes modelos.

Seja a definição de probabilidade condicional em B.1.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (\text{B.1})$$

Vale a propriedade em B.2.

$$P(A \cap B) = P(B \cap A) \quad (\text{B.2})$$

Então é possível observar a relação em B.3.

$$P(A|B) P(B) = P(B|A) P(A) \quad (\text{B.3})$$

A partir de B.3, chega-se ao Teorema de Bayes em B.4.

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} \quad (\text{B.4})$$

A Inferência Bayesiana consiste na aplicação do Teorema de Bayes para determinar a probabilidade de uma hipótese ("Posterior") à medida que uma nova informação ("Evidence") surge, a partir de uma probabilidade prévia ("Prior") e uma função de verossimilhança ("Likelihood").

$$\text{Posterior} = \frac{\text{Likelihood} \times \text{Prior}}{\text{Evidence}} \quad (\text{B.5})$$

Para aplicação em problemas com parâmetros (q) e dados (v), reescreve-se.

$$\pi(q|v) = \frac{\pi(v|q)\pi_0(q)}{\pi_\gamma(v)} \quad (\text{B.6})$$

$$\pi_\gamma(v) = \int \pi(v|q)\pi_0(q) dq \quad (\text{B.7})$$

A Likelihood $l(q) = \pi(v|q)$ representa as chances de cada valor de q ter levado ao valor observado de v . É a distribuição de observação ou amostragem. Já a Prior $\pi_0(q)$ contempla a distribuição de probabilidade de q antes da observação de v . A Posterior $\pi(q|v)$ então é a distribuição de probabilidade de q após a observação de v , quando passa a fazer parte das informações disponíveis, e pode ser obtida através do Teorema de Bayes.

O Teorema de Bayes pode ser escrito de outra forma, conforme B.8.

$$\pi(q) \propto l(q)\pi_0(q) \quad (\text{B.8})$$

A descrição completa pode ser encontrada em Gamerman e Lopes (2006) [13], Smith (2014) [34] e Migon, Gamerman e Louzada (2015) [24].

Existem algumas técnicas para obtenção de características sobre a distribuição posterior. Uma técnica é o método de Monte Carlo, que é baseado na geração de amostras aleatórias para uma distribuição de interesse. Escolhe-se um modelo de distribuição de probabilidade e geram-se sucessivos dados aleatórios extraídos desta distribuição. Para cada dado, calcula-se a probabilidade de interesse. Ao final, calcula-se a média destas probabilidades. Quanto mais dados gerados, mais esta média se aproximará de um valor limite, que será a probabilidade de interesse. A simulação de Monte Carlo segue um processo estocástico, definido em Gamerman e Freitas Lopes (2006) [13] como uma coletânea de quantidades aleatórias.

Outro processo estocástico correlato é o das cadeias de Markov. Elas consistem na caracterização de sequências de variáveis aleatórias, tendo como princípio a de-

pendência de cada novo valor gerado com o valor imediatamente anterior. Deste modo, toda a cadeia fica também caracterizada.

Esses dois métodos são bastante empregados conjuntamente, sendo conhecido como MCMC ("Markov Chain Monte Carlo").

Existem diversas maneiras de se construir as cadeias de Markov via Monte Carlo, uma delas é o Algoritmo Metropolis (Chib (1995) [9]). Quando a distribuição Prior de um parâmetro, que representa a incerteza sobre o parâmetro antes de examinar os dados, afeta muito pouco a distribuição Posterior, ela é dita "Non-Informative Prior". Uma Non-Informative Prior ocorre quando a Prior é vaga em relação à Likelihood. Nesses casos, pode-se adotar, por exemplo, uma função distribuição de probabilidades Normal (PDF Gaussiana).

A seguir, é descrito o algoritmo (B), conhecido como "Random Walk Metropolis with Non-Informative Prior", conforme Smith (2014) [34].

- Estabelecer o número de cadeias M e parâmetros de cálculo n_s e σ_s ;
- Determinar $q_0 = \operatorname{argmin}_q \sum_{i=1}^n [v_i - f_i(q)]^2$;
- Determinar $SS_{q_0} = \sum_{i=1}^n [v_i - f_i(q_0)]^2$;
- Calcular a variância estimada inicial: $s_0^2 = \frac{SS_{q_0}}{n-p}$;
- Construir a covariância estimada $V = s_0^2 [X^T(q_0) X(q_0)]^{-1}$ e $R = \operatorname{chol}(V)$;
- Para $k = 1, \dots, M$
 - Amostragem $z_k \sim N(0, I_P)$;
 - Construir candidato $q^* = q^{k-1} + Rz_k$;
 - Amostragem $u_\alpha \sim U(0, 1)$;
 - Calcular $SS_{q^*} = \sum_{i=1}^n [v_i - f_i(q^*)]^2$;
 - Calcular $\alpha(q^* | q^{k-1}) = \min \left(1, \exp \left[\frac{-(SS_{q^*} - SS_{q^{k-1}})}{2s_{k-1}^2} \right] \right)$;
 - Se u_α menor que α , fazer $q^k = q^*$ e $SS_{q^k} = SS_{q^*}$; senão, fazer: $q^k = q^{k-1}$ e $SS_{q^k} = SS_{q^{k-1}}$;
 - Atualizar $s_k^2 \sim \operatorname{Invgamma}(a_{val}, b_{val})$, onde $a_{val} = \frac{n_s+n}{2}$ e $b_{val} = \frac{n_s\sigma^2 + SS_{q^k}}{2}$

O parâmetro n é o número de dados e o parâmetro p é o número de parâmetros a serem estimados. As funções U e N representam a distribuição uniforme e a distribuição normal. O parâmetro n_s geralmente é escolhido como tendo um valor pequeno entre 0.01 e 1. Pode-se adotar, por exemplo, o valor de 0.01 assim como em Smith (2014) [34].