



SIMULAÇÃO DA DINÂMICA DOS MOVIMENTOS EXECUTADOS POR UM MANIFOLD

Vicente Cordeiro da Cunha

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Oceânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Oceânica.

Orientador: Paulo de Tarso Themistocles Esperança

Rio de Janeiro
Setembro de 2019

SIMULAÇÃO DA DINÂMICA DOS MOVIMENTOS EXECUTADOS POR UM
MANIFOLD

Vicente Cordeiro da Cunha

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE)
DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA OCEÂNICA.

Examinada por:

Prof. Paulo de Tarso Themistocles Esperança, D.Sc.

Prof. Claudio Alexis Rodríguez Castillo, D.Sc.

Dr. Daniel Fonseca de Carvalho e Silva, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

SETEMBRO DE 2019

Cunha, Vicente Cordeiro da

Simulação da Dinâmica dos Movimentos Executados por um *Manifold*/ Vicente Cordeiro da Cunha. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2019.

XVII, 107 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Paulo de Tarso Themistocles Esperança

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Oceânica, 2019.

Referências Bibliográficas: p. 98-100.

1. Dinâmica dos Movimentos de um Corpo Submerso. 2. Coeficientes Hidrodinâmicos de Massa Adicional e Arrasto. I. Esperança, Paulo de Tarso Themistocles. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Oceânica. III. Título.

AGRADECIMENTOS

A Petrobras e a UFRJ que permitiram e viabilizaram a realização deste trabalho.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

SIMULAÇÃO DA DINÂMICA DOS MOVIMENTOS EXECUTADOS POR UM MANIFOLD

Vicente Cordeiro da Cunha

Setembro/2019

Orientador: Paulo de Tarso Themistocles Esperança

Programa: Engenharia Oceânica

A instalação de equipamentos submarinos de grande porte, como manifolds, já vêm sendo executadas, com êxito, pela PETROBRAS, desde a última década.

No entanto, no Método de Instalação Pendular (PIM), por exemplo, ocorrem instabilidades nos movimentos do manifold durante seu descenso até o fundo do mar. Portanto, o objetivo principal da dissertação é o estudo da dinâmica dos movimentos executados pelo manifold.

Para tal, foi proposto um modelo matemático para descrever os movimentos do corpo, um conjunto de ensaios experimentais para obtenção dos coeficientes hidrodinâmicos de arrasto e massa adicional e um programa para solução numérica das Equações de Movimento.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

SIMULATION OF THE DYNAMIC MOTIONS PERFORMED BY A MANIFOLD

Vicente Cordeiro da Cunha

September/2019

Advisor: Paulo de Tarso Themistocles Esperança

Department: Ocean Engineering

The installation of large-sized subsea equipments, such as manifolds, has already been done successfully by PETROBRAS, since last decade.

However, in the pendulous installation method (PIM), for instance, instabilities of manifold motion occur during its descent to sea bottom. Thus, this work has at its main objective the study of the dynamic motions performed by a manifold.

To do that, it was proposed a mathematical model to describe the body motions, a set of experimental tests to obtain the added mass and drag coefficients and a program to solve numerically the Equations of Motion.

ÍNDICE

1 INTRODUÇÃO	1
1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO	2
1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
1.3 DESCRIÇÃO DOS CAPÍTULOS	7
2 MODELO MATEMÁTICO	8
2.1 TEORIA HIDRODINÂMICA	8
2.2 SISTEMAS DE COORDENADAS	9
2.3 EQUAÇÃO GERAL DE MOVIMENTO DO MANIFOLD	10
2.3.2 FORÇAS E MOMENTOS EXTERNOS	12
2.3.2.1 FORÇA DE MASSA ADICIONAL:	13
2.3.2.3 FORÇAS DE RESISTÊNCIA VISCOSA:	14
2.3.2.4 FORÇAS DE RESTAURAÇÃO HIDROSTÁTICA.....	15
2.4 MODELO MATEMÁTICO DO MANIFOLD	16
3 AVALIAÇÃO DOS COEFICIENTES HIDRODINÂMICOS.....	17
3.1 TESTES DE REBOQUE COM VELOCIDADE CONSTANTE.....	18
3.2 TESTES DE REBOQUE COM ACELERAÇÃO CONSTANTE	20
3.3 PREPARAÇÃO DOS TESTES DE REBOQUE	22
3.3.1 CARACTERÍSTICAS PRINCIPAIS DO MANIFOLD TESTADO:	22
3.3.2 MONTAGEM DO MODELO:	24
3.3.3 CANAIS DE AQUISIÇÃO DOS DADOS	24
3.4 RESULTADOS DE REBOQUE COM VELOCIDADE CONSTANTE	25
3.4.1 VELOCIDADES MEDIDAS.....	25
3.4.2 FORÇAS MEDIDAS	27
3.4.3 CÁLCULO DOS COEFICIENTES HIDRODINÂMICOS DE ARRASTO.	31

3.4.4	COEFICIENTE ADIMENSIONAL DE ARRASTO	33
3.5	RESULTADOS DE REBOQUE COM ACELERAÇÃO CONSTANTE	35
3.5.1	DESLOCAMENTOS MEDIDOS	35
3.5.2	VELOCIDADES MEDIDAS.....	36
3.5.3	ACELERAÇÕES MEDIDAS	37
3.5.4	FORÇAS MEDIDAS	38
3.5.5	CÁLCULO DO COEFICIENTE HIDRODINÂMICO DE MASSA ADICIONAL.....	39
3.5.6	ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	53
3.5.7	RAZÃO MASSA ADICIONAL/ PESO DO MANIFOLD	59
3.6	TESTE COMPUTACIONAL - WAMIT	60
4	SIMULAÇÕES	62
4.1	PROGRAMA LABOSIM	63
4.2	CASOS SIMULADOS, COM ÂNGULO INICIAL DE <i>PITCH</i> NULO	67
4.2.1	AFUNDAMENTO DO MANIFOLD SEM A CONSIDERAÇÃO DOS COEFICIENTES HIDRODINÂMICOS	67
4.2.2	AFUNDAMENTO DO <i>MANIFOLD</i> COM A CONSIDERAÇÃO DO COEFICIENTE DE MASSA ADICIONAL (Z_w)	70
4.2.3	AFUNDAMENTO DO MANIFOLD COM A CONSIDERAÇÃO DO COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO LINEAR (Z_w).....	72
4.2.4	AFUNDAMENTO DO MANIFOLD COM A CONSIDERAÇÃO DO COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO LINEAR (Z_w) E MASSA ADICIONAL (Z_w)	74
4.2.5	AFUNDAMENTO DO MANIFOLD COM A CONSIDERAÇÃO DO COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO QUADRÁTICO (Z_{ww}).....	77
4.2.6	AFUNDAMENTO DO MANIFOLD COM A CONSIDERAÇÃO DO COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO LINEAR (Z_w), QUADRÁTICO (Z_{ww}) E MASSA ADICIONAL SIMULTANEAMENTE (Z_w).....	80

4.3 CASOS SIMULADOS, COM ÂNGULO INICIAL DE <i>PITCH</i> NÃO NULO (5 GRAUS)	82
4.3.1 AFUNDAMENTO DO MANIFOLD SEM CONSIDERAÇÃO DE COEFICIENTES HIDRODINÂMICOS	82
4.3.2 AFUNDAMENTO DO MANIFOLD COM CONSIDERAÇÃO DO COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO LINEAR (Z_w).....	86
4.3.3 AFUNDAMENTO DO MANIFOLD COM CONSIDERAÇÃO DOS COEFICIENTES DE AMORTECIMENTO LINEAR (Z_w) E QUADRÁTICO (Z_{ww})	89
4.3.4 AFUNDAMENTO DO MANIFOLD COM A CONSIDERAÇÃO DO COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO LINEAR (Z_w), QUADRÁTICO (Z_{ww}) E MASSA ADICIONAL SIMULTANEAMENTE ($Z_{\dot{w}}$).....	92
4.4 RESUMO	94
5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	95
5.1 CONCLUSÕES.....	95
5.2 RECOMENDAÇÕES.....	96
6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:	98
APÊNDICE	101

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Manifold típico.....	1
Figura 2: Manifold interligado à poços de produção de petróleo.....	1
Figura 3: Lançamento Pendular do Manifold.....	2
Figura 4: As quatro fases do Método de Instalação Pendular típico de Manifolds (extraída de CERQUEIRA, M.B et al, 2006).	3
Figura 5: Fases do Método Pendular sem Guindaste Offshore, também conhecido como Método Pendular com Rampa de Lançamento (extraída de CERQUEIRA, M.B. e CERQUEIRA, G.C., 2016).	4
Figura 6: Mapeamento das trajetórias de um disco e uma placa em “queda-livre” , em função do número de Reynolds (Re) e I^* (Inércia Adimensional de massa = $I^* = \frac{32I}{\pi\rho L^4(1m)}$) onde: ρ é a densidade do fluido; L é um comprimento característico do corpo; I é a inércia de rotação do corpo em relação ao eixo principal sobre o qual se avalia a trajetória, extraído de (SILVA, D.F.C., 2017).....	7
Figura 7: Sistemas de Referência Inercial e Solidário ao Corpo.....	9
Figura 8: Esquema de testes de reboque do manifold, com velocidade constante.....	19
Figura 9: Esquema de testes de reboque do manifold, com aceleração constante.	21
Figura 10: Croqui do manifold testado.....	23
Figura 11: Vista lateral do manifold montado para testes.....	24
Figura 12: Velocidades medidas nos ensaios de reboque de velocidade constante.	26
Figura 13: Forças medidas nos ensaios de reboque com velocidade constante.	28
Figura 14: Pico de forças medidas versus patamar de força constante.	28
Figura 15: Variação de forças medidas durante ensaios.....	29
Figura 16: Número de Reynolds versus Número de Strouhal.....	30
Figura 17: Forças versus velocidades medidas durante reboque com velocidade constante (onde: w média = \bar{w} e F média = \bar{F}).	32
Figura 18: Forças versus baixas velocidades durante reboque com vel. constante.....	32

Figura 19: Forças versus velocidades medidas durante reboque com vel. constante.....	33
Figura 20: Coeficiente de arrasto versus Número de Reynolds comparado com resultado do trabalho de (MINEIRO, F.P.S., 2006), indicando similaridade de valores.....	34
Figura 21: Distância rebocada nos ensaios de aceleração constante.	35
Figura 22: Velocidades medidas nos ensaios de aceleração constante.	36
Figura 23: Acelerações e desacelerações constantes medidas nos ensaios.	37
Figura 24: Forças medidas nos ensaios de aceleração constante.....	38
Figura 25: Patamares de aceleração e desaceleração constantes.	39
Figura 26: Força medida versus força de arrasto estimada.	40
Figura 27: Força de origem inercial estimada durante reboque acelerado à 50 mm/s^2 . .	41
Figura 28: Força medida e Força de arrasto estimada versus o tempo decorrido no ensaio de reboque com aceleração planejada de 100 mm/s^2	43
Figura 29: Força medida e Força de arrasto estimada versus o tempo decorrido no ensaio de reboque com aceleração planejada de 150 mm/s^2	44
Figura 30: Força medida e Força de arrasto estimada versus o tempo decorrido no ensaio de reboque com aceleração planejada de 200 mm/s^2	45
Figura 31: Força medida e Força de arrasto estimada versus o tempo decorrido no ensaio de reboque com aceleração planejada de 250 mm/s^2	47
Figura 32: Força medida e Força de arrasto estimada versus o tempo decorrido no ensaio de reboque com aceleração planejada de 300 mm/s^2	48
Figura 33: Força medida e Força de arrasto estimada versus o tempo decorrido no ensaio de reboque com aceleração planejada de 350 mm/s^2	49
Figura 34: Força medida e Força de arrasto estimada versus o tempo decorrido no ensaio de reboque com aceleração planejada de 400 mm/s^2	50
Figura 35: Gráfico de Força medida e Força de arrasto estimada versus o tempo decorrido no ensaio de reboque com aceleração planejada de 450 mm/s^2	51
Figura 36: Gráfico de Força medida e Força de arrasto estimada versus o tempo decorrido no ensaio de reboque com aceleração planejada de 500 mm/s^2	52

Figura 37: Massa adicional calculada durante intervalo de aceleração (50 mm/s ²) constante.	55
Figura 38: Massa adicional calculada durante intervalo de aceleração (100 mm/s ²) constante.	55
Figura 39: Massa adicional calculada durante intervalo de aceleração (150 mm/s ²) constante.	56
Figura 40: Massa adicional calculada durante intervalo de aceleração (200 mm/s ²) constante.	57
Figura 41: Massa adicional calculada durante intervalo de aceleração (300 mm/s ²) constante.	57
Figura 42: Massa adicional calculada durante intervalo de aceleração constante (400 mm/s ²) constante.	58
Figura 43: Massa adicional calculada durante intervalo de aceleração (500 mm/s ²) constante.	58
Figura 44: Razão massa adicional/ peso de manifolds da indústria offshore (extraído de COSTA, L.T. e LIMA, U.A., 2017).	59
Figura 45: Interface do programa LabOsim.	66
Figura 46: Sistema de referência solidário ao corpo, com origem no CG do corpo.	67
Figura 47: Afundamento do manifold, sem consideração de coeficientes hidrodinâmicos e ângulo inicial de lançamento nulo. Trajetória de queda parabólica.	68
Figura 48: Velocidade de afundamento do manifold, sem consideração de coeficientes hidrodinâmicos e ângulo inicial de lançamento nulo.	68
Figura 49: Esquema de Forças.....	69
Figura 50: Afundamento do manifold, com a consideração do coeficiente hidrodinâmico Z_w e ângulo inicial de lançamento nulo. Trajetória de queda parabólica.....	70
Figura 51: Velocidade de afundamento do manifold, com coeficiente hidrodinâmico Z_w e ângulo inicial de lançamento nulo.	70
Figura 52: Afundamento do manifold, com coeficiente hidrodinâmico Z_w e ângulo inicial de lançamento nulo.	72

Figura 53: Queda exponencial, durante o transiente (primeiro segundo de afundamento).	73
Figura 54: Velocidade de afundamento do manifold, com coeficiente hidrodinâmico Z_w e ângulo inicial de lançamento nulo. Velocidade terminal 3,13 m/s.....	73
Figura 55: Esquema de Forças.....	74
Figura 56: Afundamento do manifold, com coeficientes hidrodinâmicos $Z_{\dot{w}}$, Z_w e ângulo inicial de lançamento nulo. Com queda exponencial nos primeiros 5 segundos.75	75
Figura 57: Velocidade de afundamento do manifold, com coeficientes hidrodinâmicos	75
Figura 58: Esquema de Forças.....	76
Figura 59: Afundamento do manifold, com coeficiente hidrodinâmico Z_{ww} e ângulo inicial de lançamento nulo.....	77
Figura 60: Queda, durante o transiente (primeiro quarto de segundo de afundamento). 78	78
Figura 61: Velocidade de afundamento do manifold, com coeficiente hidrodinâmico Z_{ww} e ângulo inicial de lançamento nulo. Velocidade terminal 0,67 m/s.....	78
Figura 62: Afundamento do manifold, com coeficientes hidrodinâmicos $Z_{\dot{w}}$, Z_w , Z_{ww} e ângulo inicial de lançamento nulo.	80
Figura 63: Queda exponencial, durante o transiente (primeiro quarto de segundo de afundamento).....	81
Figura 64: Velocidade de afundamento, com coeficientes hidrodinâmicos $Z_{\dot{w}}$, Z_w , Z_{ww} e ângulo inicial de lançamento nulo. Velocidade terminal 0,60 m/s.....	81
Figura 65: Afundamento do manifold, sem consideração de coeficientes hidrodinâmicos e ângulo inicial de lançamento 5 graus.....	83
Figura 66: Velocidade de afundamento, sem consideração de coeficientes hidrodinâmicos e ângulo inicial de lançamento 5 graus.	83
Figura 67: Ângulo de Pitch, durante afundamento do manifold, sem consideração de coeficientes hidrodinâmicos e ângulo inicial de lançamento 5 graus.....	84
Figura 68: Velocidade angular de <i>Pitch</i> , durante afundamento do manifold, sem consideração de coeficientes hidrodinâmicos e ângulo inicial de lançamento 5 graus. .	84

Figura 69: Afundamento do manifold, com coeficientes hidrodinâmicos Z_w e ângulo inicial de lançamento 5 graus.	87
Figura 70: Queda exponencial, durante o transiente (primeiro segundo de afundamento).	87
Figura 71: Velocidade de afundamento, com coeficientes hidrodinâmicos Z_w e ângulo inicial de lançamento 5 graus. Com oscilação da velocidade terminal.....	88
Figura 72: Ângulo de <i>Pitch</i> , durante afundamento do manifold, com coeficientes hidrodinâmicos Z_w e ângulo inicial de lançamento 5 graus.	88
Figura 73: Velocidade angular de <i>Pitch</i> durante afundamento do manifold, com coeficientes hidrodinâmicos Z_w e ângulo inicial de lançamento 5 graus.	89
Figura 74: Afundamento do manifold, com coeficientes hidrodinâmicos Z_w , Z_{ww} e ângulo inicial de lançamento 5 graus.....	90
Figura 75: Queda exponencial durante o transiente (primeiro quarto de segundo de afundamento).	90
Figura 76: Velocidade de afundamento, com coeficientes hidrodinâmicos Z_w , Z_{ww} e ângulo inicial de lançamento 5 graus. Com oscilação na velocidade terminal.	91
Figura 77: Ângulo de <i>Pitch</i> , durante afundamento do manifold, com coeficientes hidrodinâmicos Z_w , Z_{ww} e ângulo inicial de lançamento 5 graus.	91
Figura 78: Velocidade angular de <i>Pitch</i> durante afundamento do manifold, com coeficientes hidrodinâmicos Z_w , Z_{ww} e ângulo inicial de lançamento 5 graus.	92
Figura 79: Afundamento do manifold, com coeficientes hidrodinâmicos $Z_{\dot{w}}$, Z_{ww} e Z_w e ângulo inicial de lançamento 5 graus. Resultados se perdem.....	93
Figura 80: Ângulo de <i>Pitch</i> do manifold, com coeficientes hidrodinâmicos $Z_{\dot{w}}$, Z_{ww} e Z_w e ângulo inicial de lançamento 5 graus. Resultados não razoáveis.	93

LISTA DE SÍMBOLOS

a	–	Aceleração do manifold;
A_T	–	Área transversal do manifold;
B	–	Empuxo;
$C a_{ij}$	–	Coeficiente de massa adicional no WAMIT;
$C_A(v)$	–	Matriz Coriolis e Centrípeta hidrodinâmica;
$C_{CORPO}(v)$	–	Matriz Coriolis e Centrípeta do corpo;
C_D	–	Coeficiente de arrasto;
$D(v)$	–	Matriz de resistência viscosa;
\vec{F}_{ext}	–	Vetor de forças externas;
$\vec{F}_{hidrost}$	–	Vetor de forças hidrostáticas;
\bar{F}	–	Valor médio de forças medidas no atuador durante o reboque com velocidade constante;
F_w	–	Força no atuador do sistema de reboque;
g	–	Aceleração da gravidade (m/s ²);
$g(\eta)$	–	Matriz de forças hidrostáticas;
\vec{H}	–	Matriz de momento angular;
I_q	–	Inércia virtual no movimento de <i>Pitch</i> ($I_{yy} + M_{\dot{q}}$)
I_{xx}	–	Inércia de massa do corpo em relação ao eixo x;
I_{yy}	–	Inércia de massa do corpo em relação ao eixo y;
I_{zz}	–	Inércia de massa do corpo em relação ao eixo z;
L	–	Comprimento característico do manifold;
L	–	Comprimento característico no WAMIT (ULEN);
m	–	Massa do manifold (kg);
$m_{MANIFOLD}$	–	Massa do manifold (kg);
m_{HASTE}	–	Massa da haste + suporte do tanque de reboque (kg);
m_{ij}	–	Massa adicional no WAMIT;
M_A	–	Matriz de massa adicional;
M_{CORPO}	–	Matriz do corpo rígido;
\vec{M}_{ext}	–	Vetor de momentos externos;
$\vec{M}_{hidrost}$	–	Vetor de momentos hidrostáticos;
M_q	–	Parcela linear do coeficiente de arrasto do manifold em torno do eixo y devido movimento uniforme angular do corpo na mesma direção;

$M_{ q q}$	– Parcela quadrática do coeficiente de arrasto em torno do eixo y devido movimento uniforme angular do corpo na mesma direção;
$M_{\dot{q}}$	– Coeficiente de massa adicional em torno do eixo y devido aceleração angular do corpo na mesma direção;
N	– Parâmetro de filtragem de sinais;
q	– Velocidade rotacional de <i>Pitch</i> ;
\dot{q}	– Aceleração de <i>Pitch</i> ;
Re	– Número de Reynolds;
St	– Número de Strouhal;
t_f	– Instante final de integração;
t_i	– Instante inicial de integração;
V	– Velocidade do manifold;
\vec{v}	– Vetor de velocidade do corpo;
x_B	– Cota x do centro geométrico do volume submerso do corpo;
x_G	– Cota x do centro de gravidade do corpo;
$X_{\dot{q}}$	– Coeficiente de massa adicional da direção do eixo x devido aceleração angular do corpo em torno do eixo y;
y_B	– Centro geométrico do volume submerso do corpo (cota y);
y_G	– Centro de gravidade do corpo (cota y);
z_B	– Centro geométrico do volume submerso do corpo (cota z);
z_G	– Centro geométrico do volume submerso do corpo (cota z);
Z_w	– Parcela linear do coeficiente de arrasto do manifold em torno do eixo y devido movimento uniforme na mesma direção;
$Z_{ w w}$	– Parcela quadrática do coeficiente de arrasto do manifold na direção do eixo z devido a aceleração na mesma direção;
Z_w	– Coeficiente de massa adicional do manifold na direção do eixo z devido movimento uniforme na mesma direção;
Z_w^{haste}	– Parcela linear do coeficiente de arrasto da haste de testes do manifold direção do eixo z devido movimento uniforme na mesma direção;
$Z_{ w w}^{haste}$	– Parcela quadrática do coeficiente de arrasto da haste de testes do manifold na direção do eixo z devido movimento uniforme na mesma direção;

Z_w^{Haste}	–	Coefficiente de massa adicional da haste de testes do manifold na direção do eixo z devido aceleração na mesma direção;
w	–	Velocidade de <i>Heave</i> ;
W	–	Peso do corpo;
\dot{w}	–	Aceleração de <i>Heave</i> ;
$f(w_i)$	–	Função que trata os sinais brutos de deslocamento, velocidade e aceleração do manifold capturados nos ensaios;
\bar{w}	–	Velocidade média do manifold nos reboques com movimento uniforme;
$\bar{\dot{w}}$	–	Aceleração média do manifold nos reboques com movimento uniformemente variado;
w_k	–	Sinal bruto de deslocamentos, velocidades e acelerações;
θ	–	Ângulo de <i>Pitch</i> ;
$\dot{\theta}$	–	Derivada de θ
μ	–	Viscosidade dinâmica do fluido;
ρ	–	Massa específica do fluido;
ω	–	Frequência de oscilação do manifold;
∇	–	Volume submerso do manifold;

1 INTRODUÇÃO

O equipamento submarino *manifold*, utilizado na indústria de exploração e produção de petróleo *offshore* e instalado no leito marinho, é composto por um conjunto de válvulas, tubulações e instrumentos, figura 1. Sua função é a interligação do escoamento de vários poços de petróleo a uma unidade estacionária de produção (UEP), figura 2.



Figura 1: Manifold típico.

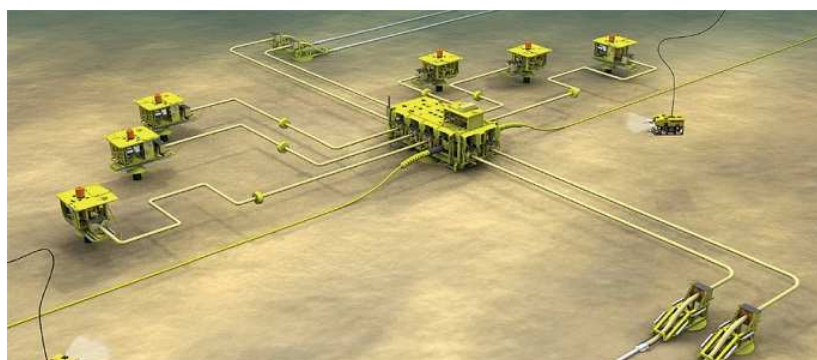


Figura 2: Manifold interligado à poços de produção de petróleo.

A operação de instalação do manifold no leito marinho se dá através da descida do equipamento a partir de embarcações de apoio. A instalação convencional utiliza-se de embarcações de grande capacidade de içamento que executam uma descida controlada do manifold por intermédio de seus guinchos e cabos.

As técnicas “alternativas” e de menor custo, por envolver embarcações de menor capacidade e de maior disponibilidade no mercado, como o método de instalação pendular

(PIM), propõem o lançamento não controlado do manifold. Entretanto, nas técnicas alternativas, é possível que ocorram instabilidades nos movimentos durante a instalação.

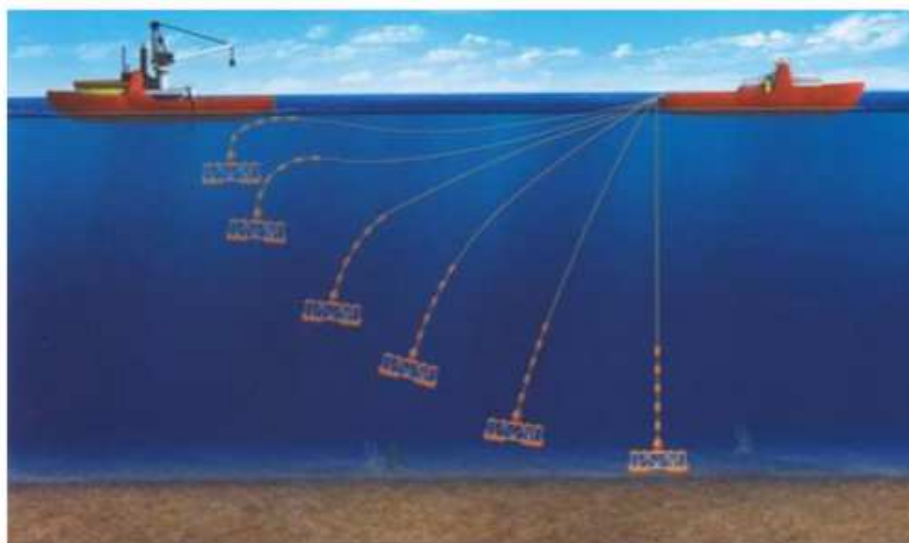


Figura 3: Lançamento Pendular do Manifold.

A dissertação tem como principal objetivo o estudo da dinâmica dos movimentos executados por um manifold, durante o descenso do equipamento até o leito marinho, sem controle externo.

Para tal, será proposto a construção de um modelo matemático que descreva os movimentos do manifold assim como a apresentação de um procedimento de identificação experimental e computacional dos coeficientes hidrodinâmicos do manifold.

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

A instalação de equipamentos submarinos de grande porte através de métodos alternativos, como o pendular, é uma inovação tecnológica desenvolvida e aplicada pela Petrobras, no Brasil, conforme (CERQUEIRA, M.B et al, 2006), para a instalação em lâminas d'água profundas. É uma solução mais barata do que a forma tradicional, que faz uso de embarcações especializadas, que têm baixa disponibilidade no mercado mundial, e altos custos de mobilização.

O histórico positivo do método de instalação pendular pode ser confirmado em cinco projetos da Petrobras.

Tabela 1: Projetos de Instalação Pendular de Manifolds Executados pela PETROBRAS.

Projeto	Dimensões do Manifold	Peso	Profundidade	Data
Dummy Manifold - Teste de instalação na escala 1:1, realizado no campo de Roncador	Comprimento → 16,7 metros Largura → 8,5 metros Altura → 5,0 metros	277 ton	1900 metros	Dez/2005
MSGSL 2 - Manifold Submarino de Gas Lift (MSGSL), da plataforma P-52	Comprimento → 16,7 metros Largura → 8,5 metros Altura → 5,0 metros	277 ton	1800 metros	Dez/2006
MSGSL 3 - Manifold Submarino de Gas Lift (MSGSL), da plataforma P-52	Comprimento → 13,0 metros Largura → 8,5 metros Altura → 5,0 metros	196 ton	1800 metros	Jan/2007
MSGSL 4 - Manifold Submarino de Gas Lift (MSGSL), da plataforma P-52	Comprimento → 17,0 metros Largura → 8,5 metros Altura → 5,2 metros	270 ton	1800 metros	Mar/2012
MSGSL 5 - Manifold Submarino de Gas Lift (MSGSL), da plataforma P-52	Comprimento → 17,0 metros Largura → 8,5 metros Altura → 5,2 metros	270 ton	1800 metros	Mar/2012

Fonte: PETROBRAS/ CENPES.

O método de instalação pendular típico pode ser dividido em quatro fases, sendo elas: (1) transporte do manifold até local de instalação, (2) transbordo/ içamento do equipamento por guindaste, (3) penduramento do manifold, (4) soltura do equipamento que dá início ao movimento pendular (com apoio de uma segunda embarcação).

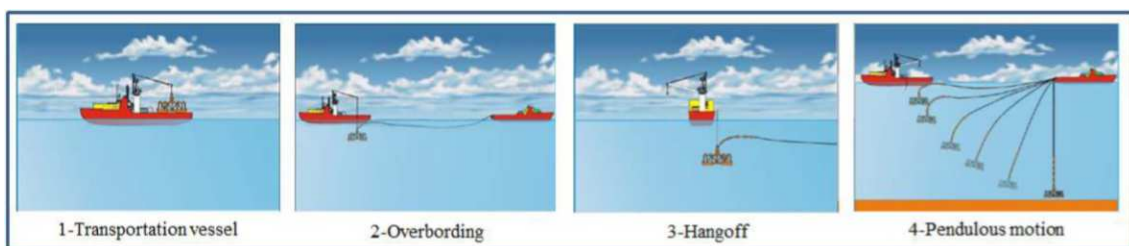


Figura 4: As quatro fases do Método de Instalação Pendular típico de Manifolds (extraída de CERQUEIRA, M.B et al, 2006).

O Método de Instalação Pendular (PIM), acima, necessita na sua fase de transbordo (overboarding), de guindaste de grande capacidade de uma das embarcações da operação.

A fim de dispensar o uso de guindastes de grande capacidade, algumas variações do PIM, vem sendo estudadas. Dentre elas a Petrobras relata que o Método Pendular com Rampa de Lançamento (CERQUEIRA, M.B. e CERQUEIRA, G.C.,2016) já pode ser considerado disponível para aplicação em projetos de desenvolvimento de produção, com base nos testes de desenvolvimento e experiência em operações similares.

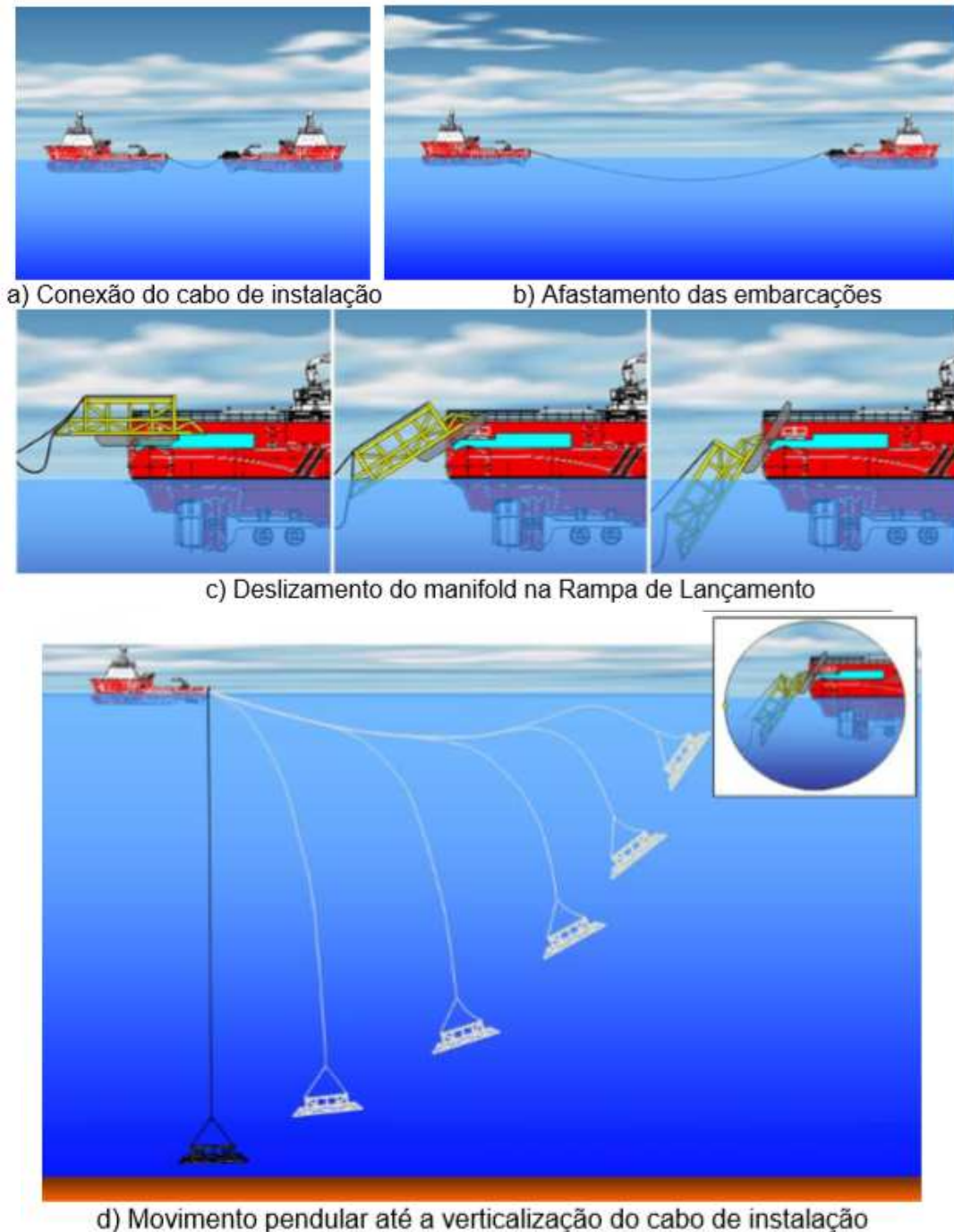


Figura 5: Fases do Método Pendular sem Guindaste Offshore, também conhecido como Método Pendular com Rampa de Lançamento (extraída de CERQUEIRA, M.B. e CERQUEIRA, G.C., 2016).

A fim de consolidar essas propostas, a Petrobras vem realizando uma série de ensaios experimentais, com manifold em escala reduzida, bem como análises numéricas via CFD (Fluidodinâmica Computacional), conforme (SILVA, D.F.C., 2017).

Os testes experimentais e análises computacionais realizadas para essa dissertação vão ao encontro das pesquisas recentes conduzidas pela Petrobras, que possuem o objetivo de validar a metodologia de lançamento pendular sem guindaste assim como investigar possíveis eventos de “capotamento” do manifold, durante a operação de instalação.

1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Alguns trabalhos podem ser encontrados na literatura aberta, que descrevem alguns métodos e exemplos de instalação de equipamentos submarinos e que mostram a evolução dos métodos.

(ROVERI, F.E., DE OLIVEIRA, M.C; MORETTI, M.J., 1996) descrevem a instalação de um manifold submarino de 420 toneladas em lâmina d’água de 620 metros, na Bacia de Campos (Campo de Albacora). O descenso, até o leito marinho, nessa instalação, foi executado por guindastes da Cábrea BGL-1 Petrobras. Nesse trabalho foram também executados testes experimentais com modelo do manifold a fim de obter os coeficientes hidrodinâmicos, que foram dados de entrada para os modelos de simulação computacional. No trabalho os autores destacaram que houve diferenças entre os resultados dos modelos computacionais e os de campo. Uma das razões apresentadas foi a incerteza nos dados obtidos para massa adicional do equipamento.

(LIMA, J.M.T.G. et al., 2008) faz um resumo do conceito da instalação pendular do manifold (PIM), que ocorreu, na Bacia de Campos (Campo de Roncador), em 2006 e 2007, para instalação de dois manifolds (respectivos pesos: 280 toneladas e 200 toneladas; lâmina d’água: 1845 metros e 1900 metros). Apresenta também um resumo do processo de qualificação do conceito. Para qualificação do método pendular de instalação realizaram-se análises numéricas, testes experimentais, com modelo reduzido, e testes de campo com tamanho real do manifold. Durante análises numéricas, estudou-se a variação dos parâmetros hidrodinâmicos (como massa adicional, arrasto e velocidade de corrente) obtidos em testes experimentais, e seus efeitos nos resultados de movimentação do manifold, como: rotação, velocidades, acelerações e força no cabo de instalação. A ideia

foi demonstrar quão robusto é o método de lançamento, a despeito da incerteza quantitativa em relação à parâmetros hidrodinâmicos de grande influência no comportamento da resposta hidrodinâmica. No teste em escala real, ressaltou-se a importância de utilização de dispositivos que evitam o giro do manifold durante sua queda livre.

(WANG, A. et al., 2013) expõem o procedimento e as análises realizadas para instalação pendular de um Manifold de 195 toneladas em lâmina d'água de 1500 metros. Nesse caso, para estimativa dos coeficientes hidrodinâmicos utilizou-se o CFD (Computational Fluid Dynamics). Para análise dinâmica não-linear dos movimentos acoplados da embarcação, manifold assim como cálculo de tensão no cabo utilizou-se programa específico de simulação/solução numérica.

As publicações de (MORK, H., LUNDE, J.A., 2007) e (CAO, Y. et al., 2016) apresentam diversos outros métodos de instalação de manifold com característica principal de conceito similar entre si: fazem uso de sistemas lastreáveis de controle do descenso do manifold.

Em (WANG, A. et al., 2012) encontra-se um compêndio dos métodos disponíveis para instalação de equipamentos submarinos. Dentre todos é de particular interesse da presente dissertação os métodos não convencionais de instalação, como o pendular.

No campo da dinâmica do manifold, existem estudos recentes (SIMONSEN, A.S., 2015), que tratam das instabilidades ocorridas durante a “queda-livre” de corpos como placas planas, por exemplo, que podem contribuir para as predições de movimentos do manifold. A sua relação com os eventos de capotamento dos manifolds, já está sendo investigada por (SILVA, D.F.C., 2017). O estudo específico do capotamento não integrou o objetivo direto dessa dissertação, mas podem vir a ser explorados futuramente. Nesses trabalhos, os eventos de capotamento são relacionados às propriedades físicas dos corpos, como a inércia de massa. A confirmar essa relação, os lançamentos pendulares de manifolds poderão ser normatizados e facilitados.

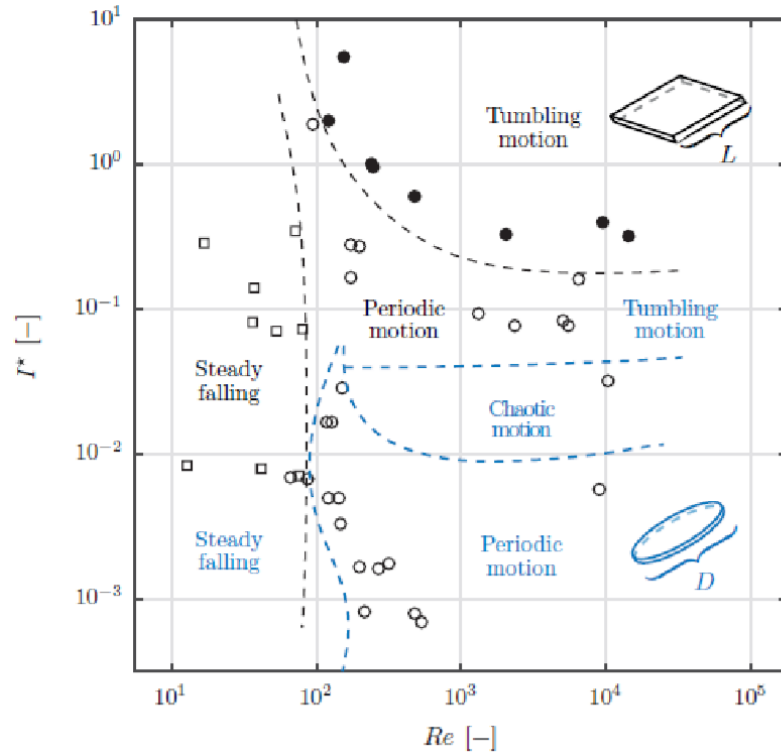


Figura 6: Mapeamento das trajetórias de um disco e uma placa em “queda-livre”, em função do número de Reynolds (Re) e I^* (Inércia Adimensional de massa = $I^* = \frac{32I}{\pi\rho L^4(1m)}$) onde: ρ é a densidade do fluido; L é um comprimento característico do corpo; I é a inércia de rotação do corpo em relação ao eixo principal sobre o qual se avalia a trajetória, extraído de (SILVA, D.F.C., 2017).

1.3 DESCRIÇÃO DOS CAPÍTULOS

No capítulo 1, foram apresentados a contextualização dos métodos de lançamento de manifold, breve histórico de instalação pelo Método Pendular, uma breve revisão bibliográfica e essa descrição dos capítulos da dissertação. Assim como, foi apresentada a metodologia utilizada para a simulação da dinâmica do manifold que é composta pelos ensaios experimentais e pelo próprio simulador computacional utilizado.

No capítulo 2, é apresentado o modelo matemático dos movimentos do manifold, suportado pela Teoria Hidrodinâmica de Manobras.

No capítulo 3, são mostrados os resultados dos testes experimentais com o manifold, realizados no tanque de provas do LabOceano, que visaram a obtenção dos coeficientes hidrodinâmicos, assim o como cálculo para obtenção dos coeficientes e a análise dos resultados. São mostrados também os resultados obtidos com o programa de

teoria hidrodinâmica potencial (WAMIT) para obtenção de coeficientes de massa adicional do manifold.

No capítulo 4, são apresentados e analisados os resultados da simulação da dinâmica do manifold, feita com o Programa LabOsim.

No capítulo 5, são apresentadas conclusões e recomendações da dissertação.

No capítulo 6, são mostradas as referências bibliográficas, utilizadas na dissertação.

A metodologia adotada para os estudos da simulação da dinâmica do manifold envolve três etapas principais.

Na primeira propõe-se a montagem do modelo matemático, que descreve a dinâmica do manifold. Nessa etapa optou-se pela Teoria Hidrodinâmica de Manobras. Suas Equações Gerais foram adaptadas para o caso particular da dinâmica do manifold.

A segunda etapa visou a obtenção dos coeficientes hidrodinâmicos propostos no Modelo Matemático. Para obtenção deles, a estratégia foi elaborar e executar um conjunto de testes experimentais e computacionais, cujos resultados permitiram, através de um procedimento de identificação de parâmetros estimar-se os coeficientes.

A última etapa objetivou a resolução numérica do modelo matemático, através do Programa LabOsim e analiticamente (quando possível) a fim de simular a dinâmica do corpo.

2 MODELO MATEMÁTICO

2.1 TEORIA HIDRODINÂMICA

As equações dos movimentos do manifold, com 6 graus de liberdade, podem ser obtidas, através de modelos clássicos, como Newton-Euler, apresentados, por exemplo, em (CLAYTON, B.R. e BISHOP, R.E.D., 1982) e (FOSSEN, T.I., 2011), assumindo o manifold como um corpo rígido. A dificuldade encontra-se em como calcular as forças e momentos externos atuantes, basicamente forças e momentos de origem hidrodinâmica.

Nesse sentido existem as Teorias Hidrodinâmicas de Manobra e Seakeeping que tratam matematicamente as forças e momentos hidrodinâmicos atuantes em embarcações e estruturas navais. A Teoria de Seakeeping, representa as forças hidrodinâmicas em função da frequência de excitação das ondas, e a Teoria de Manobras tem origem no

estudo de manobras de embarcações deslocando-se com velocidade constante em águas calmas, desconsiderando à ação de ondas. Portanto, na Teoria de Manobras, os coeficientes hidrodinâmicos independem da frequência de excitação de ondas, de modo que a massa adicional e o amortecimento são representados por parâmetros constantes. A Teoria de Manobras ou Manobrabilidade foi, portanto, escolhida para tratar da dinâmica dos movimentos executados pelo manifold, que se dá numa zona livre da ação de ondas. O equacionamento matemático para essas forças e momentos de origem hidrodinâmica pode ser encontrado na literatura aberta, como em (FOSSSEN, T.I., 2011).

2.2 SISTEMAS DE COORDENADAS

O equipamento manifold é um corpo rígido, que possui seis graus de liberdade. São três referentes às translações lineares e os outros três referentes à rotação em cada um dos eixos fixos ao corpo. Os movimentos são definidos como mostra a figura abaixo.

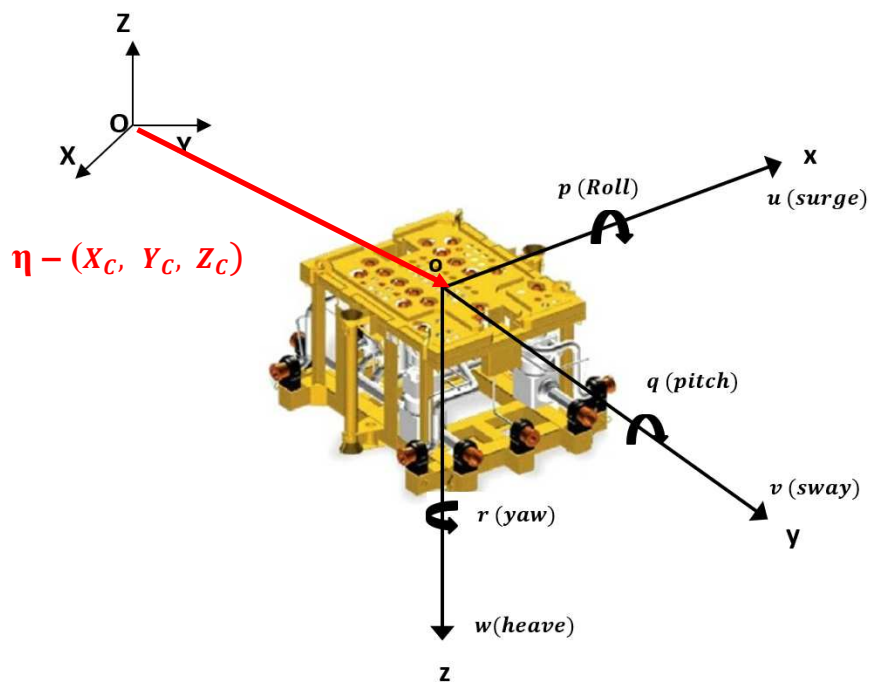


Figura 7: Sistemas de Referência Inercial e Solidário ao Corpo.

Para o estudo dos movimentos do corpo, utilizaram-se dois sistemas de referências:

Sistema de referência solidário ao corpo: $oxyz$ fixo ao manifold, como mostrado (Figura 6), com origem no centro de gravidade do equipamento. As Equações de movimento são resolvidas neste sistema de coordenadas.

Sistema de referência inercial: $OXYZ$ fixo à terra. A trajetória do movimento do manifold, ao longo do tempo, é escrita em relação a este sistema de coordenadas.

Definem-se os vetores de posição, velocidade e aceleração do manifold como:

$$\eta - \text{vetor de posição (em relação ao sistema inercial)} = (X_C, Y_C, Z_C, \phi, \theta, \psi)$$

O vetor de posição do corpo é representado pela distância da origem das coordenadas do sistema solidário ao corpo em relação à origem do sistema de referência inercial, fixo à terra. E pela orientação do corpo, através dos ângulos de Euler (ϕ, θ, ψ) .

$$\vec{v} - \text{vetor de velocidades (em relação ao sistema solidário)} = (u, v, w, p, q, r)$$

$$\dot{\vec{v}} - \text{vetor de acelerações (em relação ao sistema solidário)} = (\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}, \dot{p}, \dot{q}, \dot{r})$$

$$\dot{\eta} - \text{vetor de velocidades (em relação ao sistema inercial)} = (\dot{X}_C, \dot{Y}_C, \dot{Z}_C, \dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})$$

$$\ddot{\eta} - \text{vetor de acelerações (em relação ao sistema inercial)} = (\ddot{X}_C, \ddot{Y}_C, \ddot{Z}_C, \ddot{\phi}, \ddot{\theta}, \ddot{\psi})$$

Os movimentos gerais assumidos pelo corpo são:

Surge – movimento de translação oscilatória no eixo x ;

Sway – movimento de translação oscilatória no eixo y ;

Heave – movimento de translação oscilatória no eixo z ;

Roll – movimento de rotação em torno do eixo x ;

Pitch – movimento de rotação ao redor do eixo y ;

Yaw – movimento de rotação ao redor do eixo z .

2.3 EQUAÇÃO GERAL DE MOVIMENTO DO MANIFOLD

De acordo com a 2ª Lei de Newton, a resultante das forças e momentos externos, são iguais a taxa de variação no tempo da quantidade de movimento. Portanto, a Equação Geral para o movimento do manifold, é escrita, como:

$$\vec{F}_{ext} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) \quad (2.1)$$

$$\vec{M}_{ext} = \frac{d}{dt} (\vec{H}) \quad (2.2)$$

Onde:

\vec{v} é o vetor velocidade de translação do corpo rígido no sistema de referência solidário.

\vec{H} é o vetor momento angular do corpo rígido no sistema de referência solidário.

A representação das Equações de movimento, apresentadas daqui em diante, conforme proposto em (FOSSSEN, T.I., 2011), será na forma vetorial, ao invés da forma de componentes.

Segundo (FOSSSEN, T.I., 2011), a principal vantagem, na representação vetorial, está na redução do número de coeficientes necessários para projetos de controle, vide sua formulação compacta. Soma-se a isso a boa aderência da notação vetorial para implementação em programas de simulação computacional, como MATLAB/SIMULINK.

Chega-se à representação de (FOSSSEN, T.I., 2011), abaixo, a partir da Equação Geral (2.1 e 2.2), fazendo a expansão dos termos de força e momento externos e a derivação no tempo dos vetores expressos no sistema solidário, em relação ao sistema inercial, e dividindo-os em termos proporcionais à aceleração, velocidade e deslocamento do corpo.

$$-M_A \dot{v} - C_A(v)v - D(v)v - g(\eta) = M_{CORPO} \dot{v} + C_{CORPO}(v)v \quad (2.3)$$

Onde:

M_{CORPO} – Matriz de inércia do corpo rígido

$C_{CORPO}(v)$ – Matriz de coeficientes de força do corpo rígido de Coriolis e Centrípeta.

M_A – Matriz de massa adicional.

$C_A(v)$ – Matriz de coeficientes de força hidrodinâmica de Coriolis e Centrípeta.

$D(v)$ – Matriz de coeficientes de amortecimento viscoso.

$g(\eta)$ – Forças de restauração hidrostáticas.

v – vetor de velocidades transposta = $[u, v, w, p, q, r]^T$

\dot{v} – vetor de acelerações transposta = $[\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}, \dot{p}, \dot{q}, \dot{r}]^T$

As matrizes completas M_{CORPO} e $C_{CORPO}(v)$, parcela mecânica da Equação Geral 2.3, obtidas pela derivação no tempo dos vetores de velocidade e momento angular do corpo, encontram-se no APÊNDICE.

No caso particular do manifold, considerando que a origem do sistema solidário de coordenadas do corpo coincide com seu centro de gravidade, a matriz de inércia (M_{CORPO}), e de Coriolis e Centrípeta $C_{CORPO}(v)$ simplificam-se da seguinte forma:

Matriz de Inércia do Manifold:

$$M_{CORPO} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Matriz de Coriolis e Centrípeta do Manifold:

$$C_{CORPO}(v) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & mw & -mv \\ 0 & 0 & 0 & -mw & 0 & mu \\ 0 & 0 & 0 & mv & -mu & 0 \\ 0 & mw & -mv & 0 & I_{zz}r & -I_{yy}q \\ -mw & 0 & mu & -I_{zz}r & 0 & I_{xx}p \\ mv & -mu & 0 & I_{yy}q & -I_{xx}p & 0 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Onde, os parâmetros das matrizes são:

$m \rightarrow$ massa do corpo;

$I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} \rightarrow$ inércias de massa em relação ao sistema solidário;

2.3.2 FORÇAS E MOMENTOS EXTERNOS

No primeiro membro da equação geral (3.3) estão colocadas as forças externas ao sistema. Referem-se a todas as forças e momentos externos atuantes, que no caso do manifold, são as Forças e Momentos Hidrodinâmicos (de Massa Adicional, de Coriolis e Centrípeta, de Resistência Viscoso e Hidrostática) e a Força e Momento de Peso. No presente trabalho, não estão sendo consideradas as forças externas tipo tração de cabos ou outras. Tampouco foram consideradas forças hidrodinâmicas de ondas ou correntezas atuando no corpo.

2.3.2.1 FORÇA DE MASSA ADICIONAL:

É a força de reação hidrodinâmica experimentada pelo corpo submerso acelerado, na direção da aceleração. É proporcional à aceleração do corpo e função da geometria dele:

$$\text{Força de massa adicional} = -M_A \dot{v} \quad (2.6)$$

Matriz de Massa Adicional (M_A):

No caso geral, a matriz contempla os 36 coeficientes de massa adicional do manifold com 6 graus de liberdade:

$$M_A = \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & X_{\dot{v}} & X_{\dot{w}} & X_{\dot{p}} & X_{\dot{q}} & X_{\dot{r}} \\ Y_{\dot{u}} & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{w}} & Y_{\dot{p}} & Y_{\dot{q}} & Y_{\dot{r}} \\ Z_{\dot{u}} & Z_{\dot{v}} & Z_{\dot{w}} & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} & Z_{\dot{r}} \\ K_{\dot{u}} & K_{\dot{v}} & K_{\dot{w}} & K_{\dot{p}} & K_{\dot{q}} & K_{\dot{r}} \\ M_{\dot{u}} & M_{\dot{v}} & M_{\dot{w}} & M_{\dot{p}} & M_{\dot{q}} & M_{\dot{r}} \\ N_{\dot{u}} & N_{\dot{v}} & N_{\dot{w}} & N_{\dot{p}} & N_{\dot{q}} & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Onde $(X, Y, Z, K, M e N)$ referem-se às componentes da forças e momentos hidrodinâmicos e $(\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}, \dot{p}, \dot{q} e \dot{r})$ às componentes da aceleração do corpo.

Se a forma geométrica do corpo imerso possui planos de simetria, a matriz é simplificada. No caso do manifold, em que se considerou dupla simetria ZX e YZ, resultando, portanto, na seguinte simplificação:

$$M_A = \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & X_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & Y_{\dot{v}} & 0 & Y_{\dot{p}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{\dot{w}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{\dot{v}} & 0 & K_{\dot{p}} & 0 & 0 \\ M_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & M_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{\dot{u}} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

2.3.2.2 FORÇA DE CORIOLIS E CENTRÍPETA:

O desenvolvimento da matriz completa de Coriolis e Centrípeta encontra-se no APÊNDICE.

Considerando os planos de simetria transversal e longitudinal (planos XZ e YZ) do manifold, como foi considerado para a matriz de massa adicional a matriz de Coriolis e Centrípeta é simplificada para:

$$C_A(v) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{p}}p \\ 0 & 0 & 0 & Z_{\dot{w}}w & 0 & -X_{\dot{u}}u - X_{\dot{q}}q \\ 0 & 0 & 0 & -Y_{\dot{v}}v - Y_{\dot{p}}p & -X_{\dot{u}}u - X_{\dot{q}}q & 0 \\ 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{p}}p & 0 & N_{\dot{r}}r & X_{\dot{q}}u + M_{\dot{q}}q \\ Z_{\dot{w}}w & 0 & -X_{\dot{u}}u - X_{\dot{q}}q & -N_{\dot{r}}r & 0 & -Y_{\dot{p}}v - K_{\dot{p}}p \\ -Y_{\dot{v}}v - Y_{\dot{p}}p & -X_{\dot{u}}u - X_{\dot{q}}q & 0 & -X_{\dot{q}}u - M_{\dot{q}}q & Y_{\dot{p}}v + K_{\dot{p}}p & 0 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Onde $(X, Y, Z, K, M e N)$ referem-se à direção das componentes da força e momento hidrodinâmico e $(\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}, \dot{p}, \dot{q} e \dot{r})$ das componentes da aceleração do corpo e $(u, v, w, p, q e r)$ das componentes da velocidade do corpo.

2.3.2.3 FORÇAS DE RESISTÊNCIA VISCOSA:

Também tratada no texto como forças de amortecimento viscoso. No modelo matemático essas forças foram decompostas em duas parcelas: uma linear para escoamentos com baixas velocidades e outra quadrática para velocidades maiores do escoamento. Tal decomposição foi efetuada, para o cálculo dos coeficientes de arrasto (em 4.4.3), onde foi necessário determinar velocidades menores relacionadas ao amortecimento linear e maiores relacionadas ao amortecimento quadrático. Embora os efeitos da viscosidade sejam bem amplos, estando associados não somente ao movimento relativo do corpo (velocidade), como também à características como a rugosidade da superfície do corpo e a presença de quinas e pontas na forma do mesmo (WHITE, F.M., 2006, *Viscous Fluid Flow*), por ora, os efeitos da viscosidade serão todos contemplados somente nessas duas parcelas, visto que não foi objetivo do presente trabalho a pesquisa dos complexos efeitos da viscosidade em corpos de forma particular como o manifold. As parcelas de força de resistência viscosa, portanto, são proporcionais ao movimento relativo do corpo.

$$\text{Força de resistência viscosa} = -D(v)v \quad (2.10)$$

Matriz de amortecimento

A matriz de coeficientes de amortecimento viscoso $D(v)$ está relacionada às forças de resistência viscosa, quando multiplicada pelo vetor de velocidades do corpo.

Como dito, existem duas parcelas (linear e quadrática) para a força e ambas contempladas na Matriz de Amortecimento.

Para o caso do manifold, como simplificação, considerou-se apenas os termos referentes à força de amortecimento na mesma direção da velocidade:

$$D(v) = \begin{bmatrix} X_u + X_{|u}|u| & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_v + Y_{|v}|v| & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_w + Z_{|w}|w| & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_p + K_{|p}|p| & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_q + M_{|q}|q| & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_r + N_{|r}|r| \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Onde, em relação aos termos da matriz, $(X, Y, Z, K, M e N)$ referem-se à direção das componentes da força e momento hidrodinâmico e $(u, v, w, p, q e r)$ das componentes da velocidade do corpo.

2.3.2.4 FORÇAS DE RESTAURAÇÃO HIDROSTÁTICA:

Referem-se à força e momento produzidos pelo Peso e o Empuxo do corpo. Na Equação Geral, elas são representadas no sistema de referência solidário do corpo. Para transformar as componentes de força e momento do sistema inercial para o sistema de referência solidário, utiliza-se, portanto, a matriz de Rotação $(T(\psi, \theta, \phi))$, função dos ângulos de Euler, e que definem a orientação do corpo no espaço. De forma que:

$$\vec{F}_{hidrost} (sist. solidário ao corpo) = T^{-1}(\psi, \theta, \phi) \vec{F}_{hidrost} (sist. inercial) \quad (2.12)$$

$$\vec{M}_{hidrost} (sist. solidário ao corpo) = T^{-1}(\psi, \theta, \phi) \vec{M}_{hidrost} (sist. inercial) \quad (2.13)$$

Sabendo que:

$$\vec{F}_{hidrost} (sist. inercial) = [0 \quad 0 \quad -(W - B)] \quad (2.14)$$

$$\vec{M}_{hidrost} (sist. inercial) = [0 \quad 0 \quad -(W \times R_G - B \times R_B)] \quad (2.15)$$

Onde R_G e R_B são os braços de restauração em relação ao centro de gravidade e flutuação, respectivamente do peso e do empuxo do corpo, as componentes de força e momentos de restauração hidrostática, no sistema solidário, são:

$$\begin{bmatrix} \vec{F}_{hidrost} (sist. solidário) \\ \vec{M}_{hidrost} (sist. solidário) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (W - B)sen\theta \\ -(W - B)cos\theta sen\phi \\ -(W - B)cos\theta cos\phi \\ -(y_G W - y_B B)cos\theta cos\phi + (z_G W - z_B B)cos\theta sen\phi \\ (z_G W - z_B B)sen\theta + (x_G W - x_B B)cos\theta cos\phi \\ -(x_G W - x_B B)cos\theta sen\phi - (y_G W - y_B B)sen\phi \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

A matriz de força de restauração, portanto, é composta pelo peso $W = mg$ e empuxo $B = \rho g \nabla$ do manifold e dependente da orientação do corpo. Onde g (m/s^2) é a aceleração da gravidade, ρ é a massa específica (kg/m^3) da água e ∇ (m^3) o volume submerso do corpo.

No caso do manifold, em que se considerou, que a origem do sistema solidário de coordenadas do corpo coincide com seu centro de gravidade (x_G, y_G, z_G portanto nulos) e como será visto no item à seguir (2.4), o ângulo (ϕ) relativo ao movimento de rotação em torno do eixo x também nulo, a matriz simplifica-se para:

$$\begin{bmatrix} \vec{F}_{hidrost} (sist. solidário) \\ \vec{M}_{hidrost} (sist. solidário) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (W - B)sen\theta \\ 0 \\ -(W - B)cos\theta \\ 0 \\ (-z_B B)sen\theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

2.4 MODELO MATEMÁTICO DO MANIFOLD

O modelo matemático, aplicado à dinâmica dos movimentos do manifold, é simplificado em relação aos seis graus de liberdade do corpo. Possui 2 graus de liberdade (*Heave* e *Pitch*).

Esses dois graus de liberdade, movimento de queda vertical do corpo (*Heave*) associado ao de rotação em torno do eixo Y, solidário ao corpo (*Pitch*), são bem frequentes, quando se observa alguns resultados experimentais, de simulação de lançamento de manifolds (SILVA, D.F.C., 2017).

Os outros movimentos (*Surge, Sway, Yaw*), também presentes, são menos acentuados, nas simulações de lançamento, por exemplo. Em relação ao movimento de *Roll*, assim como o movimento de *Pitch*, ele também é importante, quando observamos à testes experimentais (SILVA, D.F.C., 2017). Mas, por ora (*Surge, Sway, Yaw e Roll*), foram desconsiderados do modelo proposto, pois esse modelo, mais enxuto, foi mais adequado, no momento, pois continha os parâmetros hidrodinâmicos possíveis de serem estimados com os recursos do laboratório.

Modelos mais complexos, com maior número de graus de liberdade e acoplamentos, podem, em futuros trabalhos, se aproveitar de resultados de modelos como esse proposto.

Portanto, apresenta-se abaixo o modelo com as 2 Equações de movimento (*Heave*, *Pitch*).

$$(m+Z_{\dot{w}}) \dot{w} = - X_{\dot{q}} q^2 - (Z_w w + Z_{|w|w} |w|) w + (W - B) \cos \theta; \quad (2.18)$$

$$(I_y + M_{\dot{q}}) \dot{q} = - X_{\dot{q}} w q - (M_q q + M_{|q|q} |q|) q + z_b (B) \sin \theta; \quad (2.19)$$

No modelo, há dois coeficientes de massa adicional ($Z_{\dot{w}}$ e $M_{\dot{q}}$) e quatro coeficientes de amortecimento (Z_w , $Z_{|w|w}$, M_q e $M_{|q|q}$), a serem determinados. Além dos parâmetros do corpo (m , I_y , W , B e z_b).

O coeficiente de massa adicional $X_{\dot{q}}$, presente no modelo, é um termo da matriz de Coriolis e Centrípeta (c_{35} e c_{53}), associado aos graus de liberdade do manifold (*Heave* e *Pitch*) e não tem relação com movimentos de Surge. E como verificou-se na rodada do WAMIT seu valor numérico foi muito pequeno em relação aos outros coeficientes do modelo.

3 AVALIAÇÃO DOS COEFICIENTES HIDRODINÂMICOS

Foram executados dois conjuntos de testes experimentais: os testes de reboque do manifold, com velocidade constante e os com aceleração constante, para obtenção dos coeficientes $Z_{\dot{w}}$, Z_w e $Z_{|w|w}$.

Os trabalhos (AVILA, J.B.J., 2008) e (MINEIRO, F.P.S., 2006) serviram de referência para a especificação desses testes. Esses autores apresentam diferentes testes experimentais para identificação de coeficientes hidrodinâmicos de corpos submersos, dentre eles testes de reboque com manifold e outros corpos e métodos de identificação usados nessa dissertação.

Também foram realizadas algumas simulações, no programa de teoria potencial WAMIT, para estimativa do coeficiente de massa adicional $M_{\dot{q}}$ e $X_{\dot{q}}$.

Não foram realizados testes para obtenção dos coeficientes hidrodinâmicos de resistência viscosa M_q e $M_{|q|q}$, relacionados na seção 3.4, devido basicamente à impedimentos técnicos para execução de testes experimentais. O tanque de provas não

tinha disponibilidade na época de um dispositivo que permitisse o teste do movimento rotatório em torno do eixo y .

O restante desse capítulo é organizado da seguinte forma:

Em 3.1 e 3.2 é mostrada a especificação dos testes experimentais.

Em 3.3 são apresentadas as características principais do modelo do manifold testado e do tanque de provas.

Em 3.4 são mostrados os resultados dos testes de reboque com velocidade constante, análise dos resultados e obtenção dos coeficientes (Z_w e $Z_{|w|w}$).

Em 3.5 são mostrados os resultados dos testes de reboque com aceleração constante, análise de resultados e obtenção do coeficiente de massa adicional $Z_{\dot{w}}$.

Em 3.6 são mostrados os resultados das simulações no WAMIT, para obtenção do coeficiente $M_{\dot{q}}$.

3.1 TESTES DE REBOQUE COM VELOCIDADE CONSTANTE

Nesse primeiro conjunto de ensaios, foi realizado o reboque submerso do modelo do manifold com velocidade constante na direção do eixo z do corpo (movimento uniforme de *Heave*). Os resultados obtidos de força e velocidade impostos ao modelo foram usados para a estimativa dos coeficientes de resistência viscosa (Z_w e $Z_{|w|w}$).

Para execução dos testes, os recursos e dispositivos principais usados foram:

- Modelo do manifold em escala (1:30);
- Tanque de provas para reboque;
- Sistema de reboque: “haste + carro móvel” do tanque de provas.
- Sistema de captação dos movimentos.
- Sistema para medição da força imposta ao modelo, incluindo célula de carga.

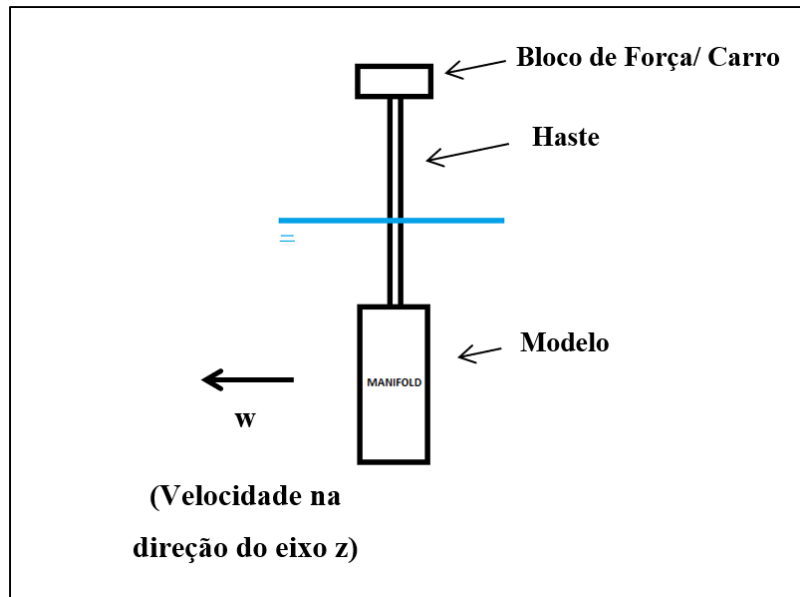


Figura 8: Esquema de testes de reboque do manifold, com velocidade constante.

O modelo matemático dos testes de reboque com apenas 1 grau de liberdade baseou-se na simplificação da proposta do modelo matemático genérico do manifold, com dois graus de liberdade (equação 3.13 e 3.22). Isso se deu, pois nesses ensaios, não há aceleração do corpo e movimento de *Pitch*.

Deve-se dizer também que o reboque do modelo se deu à uma profundidade suficiente para se garantir que o escoamento, em torno do corpo, fosse dado numa zona livre da ação de ondas, e, assumindo-se, portanto, que não houve medição de forças hidrodinâmicas provenientes da ação das ondas. Assim como, devido ao perfil esbelto da haste que liga o carro de transporte ao manifold, foram desconsiderados seus efeitos hidrodinâmicos nos resultados, principalmente o arrasto.

Portanto, a força aplicada foi modelada pela soma das forças de amortecimento viscoso linear e o quadrático representado pela equação (3.1), desconsiderando os termos da haste:

$$F_w = (Z_w w + Z_{|w|w} |w|w) + (Z_w^{haste} w + Z_{|w|w}^{haste} |w|w) \quad (3.1)$$

F_w – é a Força no Atuador do Sistema de Reboque

w – é a velocidade medida na direção do eixo z do corpo.

$Z_{|w|w}$ – é a parcela quadrática do coeficiente de amortecimento viscoso, do manifold, ao longo do eixo z, devido ao movimento na direção do eixo z do corpo.

Z_w – é a parcela linear do coeficiente de amortecimento viscoso, do manifold, ao longo do eixo z, devido ao movimento na direção do mesmo eixo (*Heave*).

$Z_{|w|w}^{haste}$ – é a parcela quadrática do coeficiente de amortecimento viscoso, da haste do manifold, ao longo do eixo z, devido ao movimento na direção do eixo z do corpo.

Z_w^{haste} – é a parcela linear do coeficiente de amortecimento viscoso, da haste do manifold, ao longo do eixo z, devido ao movimento na direção do mesmo eixo (*Heave*).

A força no atuador (F_w), na direção do movimento uniforme do eixo z do manifold, foi medida pela célula de carga AMT1 (relacionada na seção 3.3.3), durante todo o intervalo de tempo do reboque.

O deslocamento do modelo, durante o intervalo de tempo do reboque, foi medido utilizando o sistema de captura ótica MSC QUALYSIS (relacionado na seção 3.3.3). Como mostrado na Figura 7, o reboque do modelo se deu na direção longitudinal (x) do tanque, mas com a rotação dele (90 graus no plano XY), de forma que a direção x do tanque reproduzisse o movimento de queda do corpo (direção z). Com os dados de deslocamento foi calculada a velocidade instantânea (w), do corpo, através da primeira derivada da posição em função do tempo (de reboque).

$$w = \frac{dz}{dt} \quad (3.2)$$

Foram planejados, para esse teste, 10 ensaios de reboque, com 10 velocidades diferentes. No intervalo de 90 à 900 mm/s, variando com incremento constante de 90 mm/s.

3.2 TESTES DE REBOQUE COM ACELERAÇÃO CONSTANTE

Nesse segundo conjunto de ensaios, o reboque submerso do modelo do *manifold* foi acelerado (e desacelerado) constantemente na direção do eixo z do corpo (movimento uniformemente variado de *heave*). Os resultados obtidos de força, velocidade e aceleração instantânea, impostos ao modelo foram usados para a estimativa dos coeficientes de massa adicional $Z_{\dot{w}}$ do modelo.

Para execução dos testes, foram usados exatamente os mesmos recursos e dispositivos dos testes anteriores, de reboque com velocidade constante.

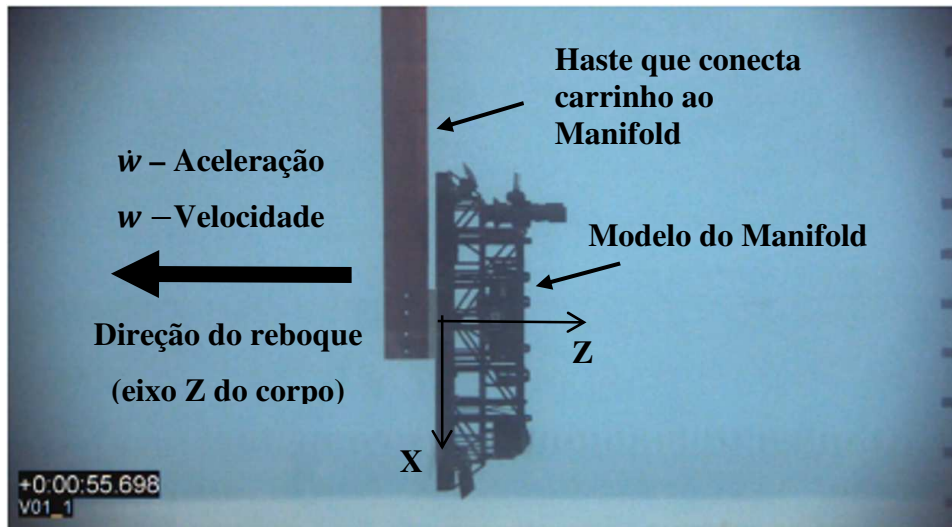


Figura 9: Esquema de testes de reboque do manifold, com aceleração constante.

O modelo matemático dos testes de reboque com aceleração do manifold, na direção do eixo z, solidário ao corpo, contemplou, além de um termo referente à força de amortecimento um referente à força de massa adicional.

Assim como nos testes anteriores, aqui também foram desconsiderados os efeitos hidrodinâmicos da haste, que liga o manifold ao carrinho. Caso fossem considerados o modelo matemático de testes seria o seguinte:

$$F_w = (m_{MANIFOLD} + m_{HASTE}) \dot{w} + (Z_{\dot{w}}) \dot{w} + (Z_w w + Z_{|w|w} |w|w) + (Z_{\dot{w}}^{Haste}) \dot{w} + (Z_w^{Haste} + Z_{|w|w}^{Haste} |w|w) \quad (3.3)$$

F_w – é a força no atuador do sistema de reboque

$m_{MANIFOLD}$ – é a massa do manifold

m_{HASTE} – é a massa do conjunto haste + placa conectada ao manifold

w – é a velocidade medida na direção do eixo z do corpo.

\dot{w} – é a aceleração medida na direção do eixo z do corpo.

$Z_{\dot{w}}$ – é o coeficiente de massa adicional do manifold ao longo do eixo z, devido à aceleração do corpo na mesma direção (*Heave*).

Z_w^{Haste} – é o coeficiente de massa adicional da haste do manifold ao longo do eixo z, devido à aceleração do corpo na mesma direção (*Heave*).

Nesse modelo, para obtenção do coeficiente de massa adicional do manifold ($Z_{\dot{w}}$), seria necessário obter primeiramente o coeficiente de massa adicional e arrasto do conjunto haste + placa do manifold ($Z_{\dot{w}}^{Haste}$, Z_w^{Haste} , $Z_{|w|w}^{Haste}$). Mas, considerando que a haste e a placa eram suficientemente finas e assumindo que não criariam alteração significativa no escoamento fluido os coeficientes foram desprezados.

Já a massa do conjunto haste + placa (m_{HASTE}), foi mantida no modelo matemático, porque ela não era desprezível ($m_{MANIFOLD} < m_{HASTE}$).

Assim, a equação (3.3) para o teste de reboque com aceleração constante foi:

$$F_w = (m_{MANIFOLD} + m_{HASTE} + Z_{\dot{w}}) \dot{w} + (Z_w w + Z_{|w|w} |w|w) \quad (3.4)$$

Onde:

($m_{MANIFOLD} + m_{HASTE} + Z_{\dot{w}}$) é chamada de massa virtual de Heave

Para obtenção de $Z_{\dot{w}}$, foram utilizados, os resultados dos coeficientes obtidos nos testes de reboque com velocidade constante (Z_w e $Z_{|w|w}$). Portanto, os testes de reboque com velocidade constante e aceleração constante foram complementares na obtenção dos coeficientes hidrodinâmicos.

Assim como nos reboques com velocidade constante, as forças no atuador (F_w), foram medidas pela célula de carga.

O deslocamento do modelo, durante o intervalo de tempo do reboque, foi medido utilizando o sistema de captura ótica MSC QUALYSIS (relacionado em 3.3.3). Com esses dados foi calculada a velocidade (w) e aceleração instantâneas (\dot{w}), do corpo, através da primeira e segunda derivada da posição em função do tempo (de reboque).

$$w = \frac{dz}{dt} \quad \dot{w} = \frac{dw}{dt} \quad (3.5)$$

Foram planejados, para esse teste, 10 ensaios de reboque, com 10 acelerações diferentes. No intervalo de 50 à 500 mm/s², variando com incremento constante de 50 mm/s².

3.3 PREPARAÇÃO DOS TESTES DE REBOQUE

3.3.1 CARACTERÍSTICAS PRINCIPAIS DO MANIFOLD TESTADO:

As características principais do modelo do manifold testado (escala 1:30), encontram-se na tabela abaixo. A origem do sistema de coordenadas de referência local

do corpo foi definida como sendo a interseção da seção de meia-nau com a linha de centro e a chapa base do manifold.

Tabela 2: Propriedades do Modelo do Manifold Testado.

Propriedades do <i>manifold</i>	Valor	Unidade
Comprimento	449	mm
Largura	227	mm
Altura	127	mm
Massa do manifold	4,19	kg
Massa da Haste + Placa	8,65	kg
X_{CG}^*	-20,7	mm-SM
Y_{CG}^*	2,7	mm-LC
Z_{CG}^*	55,3	mm-LB
I_{XX}^*	0,023	$\text{kg} \times \text{m}^2$
I_{YY}^*	0,0563	$\text{kg} \times \text{m}^2$
I_{ZZ}^*	0,0651	$\text{kg} \times \text{m}^2$
∇	910827	mm^3
X_B^*	-21,1	mm-SM
Y_B^*	7,4	mm-LC
Z_B^*	59,6	mm-LB

Fonte: LabOceano.

*Valores definidos em relação ao sistema de referência local (interseção da linha de base, linha de centro e seção de meia nau).

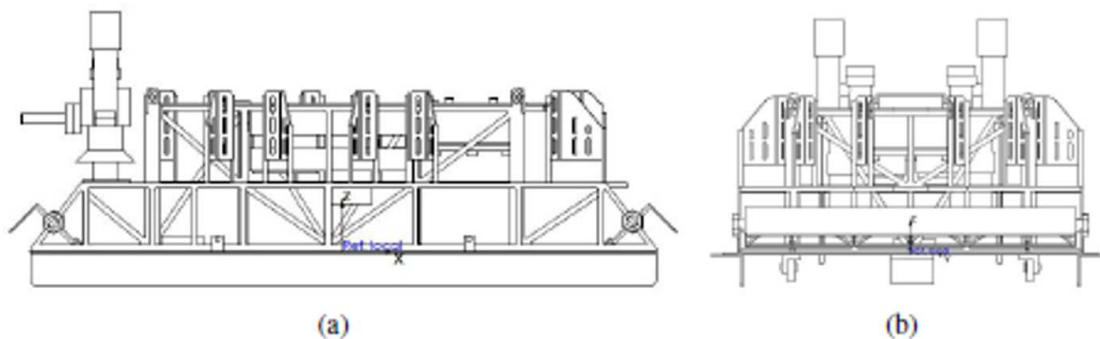


Figura 10: Croqui do manifold testado.

3.3.2 MONTAGEM DO MODELO:

Para executar as trajetórias pré-determinadas, o modelo foi fixado em uma chapa metálica na ponta de uma haste metálica fina, que teve impacto desprezível no escoamento ao redor do modelo, como mostra a Figura 10. Acima da linha d'água, a haste foi presa na estrutura do carrinho responsável pelo deslocamento do corpo.

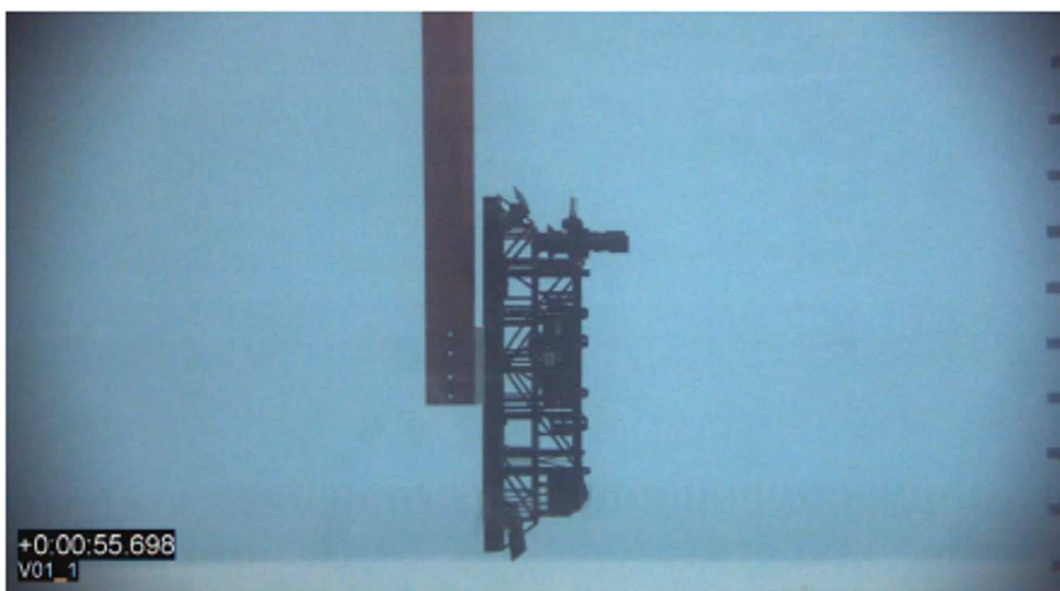


Figura 11: Vista lateral do manifold montado para testes.

3.3.3 CANAIS DE AQUISIÇÃO DOS DADOS

A Tabela 3 apresenta a listagem dos canais de aquisição de dados dos ensaios. Uma câmera de vídeo foi utilizada para captar os movimentos do modelo. As posições do modelo foram medidas utilizando o sistema de captura ótica (MCS QUALISYS), que consiste em rastrear um conjunto de alvos instalados no modelo por meio de câmeras infravermelho instaladas no tanque.

Tabela 3: Canais de Aquisição de Dados dos Testes.

Parâmetros medidos	Grau de liberdade	Unidade	Sensor	Taxa de aquisição
Força	Eixo x	N	Célula de carga	60 Hz
Força	Eixo y	N	Célula de carga	60 Hz
Força	Eixo z	N	Célula de carga	60 Hz
Momento	Em torno do eixo x	N.m	Célula de carga	60 Hz
Momento	Em torno do eixo y	N.m	Célula de carga	60 Hz
Momento	Em torno do eixo z	N.m	Célula de carga	60 Hz
Tensão	-	V	Tensiômetro	60 Hz

Aceleração	Eixo x	mm/s ²	Acelerômetro	60 Hz
Aceleração	Eixo y	mm/s ²	Acelerômetro	60 Hz
Aceleração	Eixo z	mm/s ²	Acelerômetro	60 Hz
Posição	Eixo x	mm	MSC Qualisys	60 Hz
Posição	Eixo y	mm	MSC Qualisys	60 Hz
Posição	Eixo z	mm	MSC Qualisys	60 Hz
Posição angular	Em torno do eixo x	deg/s	MSC Qualisys	60 Hz
Posição angular	Em torno do eixo y	deg/s	MSC Qualisys	60 Hz
Posição angular	Em torno do eixo z	deg/s	MSC Qualisys	60 Hz

Fonte: LabOceano.

Para todos os ensaios de reboque, foram utilizados somente os dados adquiridos pelos canais de força e de posição no eixo x. O eixo x refere-se à direção do comprimento do tanque de provas e direção de afundamento do corpo.

3.4 RESULTADOS DE REBOQUE COM VELOCIDADE CONSTANTE

3.4.1 VELOCIDADES MEDIDAS

As velocidades obtidas, durante os testes, diferiram minimamente das planejadas, como mostrado na Figura 11, o que não comprometeu a estimativa dos coeficientes hidrodinâmicos de arrasto, visto que para esse cálculo considerou-se as velocidades e forças obtidas nos testes e não as planejadas. As velocidades planejadas serviram como balizadores para condução dos ensaios.

Notou-se também, como esperado, que devido ao limite de comprimento do tanque de provas, à medida que se aumentava as velocidades testadas (de 90 mm/s à 900 mm/s), o tempo transcorrido dos patamares de velocidade constante reduziam.

As velocidades obtidas, para cada um dos dez ensaios, que são apresentadas abaixo já são resultado da filtragem/tratamento de sinais feita em cima do sinal bruto. Para essa filtragem utilizou-se a função Smooth, do programa de tratamento de dados National Instruments DIAdem. Essa função substituiu o valor das velocidades do sinal

bruto pelo valor das médias aritméticas das velocidades obtidas nos instantes de tempo vizinhos a esta, através da equação:

$$f(w_i) = \frac{1}{2N+1} \sum_{k=i-N}^{k=i+N} w_k \quad (3.6)$$

Onde w refere-se à velocidade de *Heave*. Os índices i e k enumeram as i , k -ésimas velocidades do sinal bruto. E N calibrou o grau da filtragem dos sinais, onde consideramos a vizinhança para fazer a média. Quanto menor N , menor a filtragem.

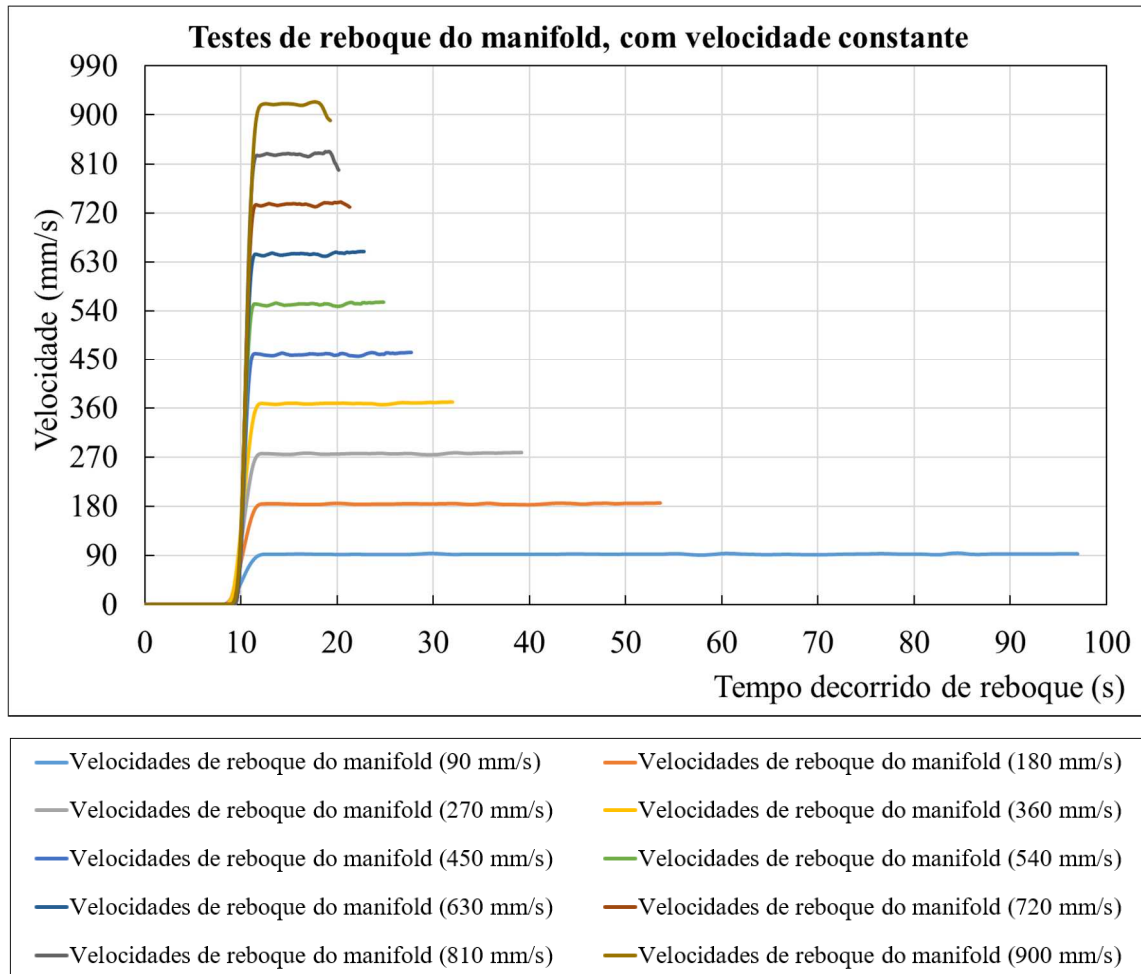


Figura 12: Velocidades medidas nos ensaios de reboque de velocidade constante.

Para cada ensaio, foi calculado o valor médio das velocidades obtidas, com:

$$\bar{w} = \frac{\int_{t_i}^{t_f} w(t) dt}{(t_f - t_i)} \quad (3.7)$$

Em que t_i e t_f referem-se respectivamente ao instante inicial e final do reboque. A integral foi resolvida numericamente pelo método de Simpson, onde o intervalo de integração foi de 0,016 segundos.

Tabela 3: Valor médio das velocidades obtidas em cada ensaio.

Ensaio	Velocidade Planejada (m/s)	Valor médio das velocidades medidas (m/s)	Diferença entre Velocidade Planejada e Valor Médio	Patamar de velocidade constante (s)
1	0,090	0,092	2,492%	86
2	0,180	0,184	2,061%	43
3	0,270	0,276	2,046%	28
4	0,360	0,368	1,935%	21
5	0,450	0,460	2,216%	17
6	0,540	0,552	2,221%	14
7	0,630	0,645	2,307%	11
8	0,720	0,736	2,199%	9
9	0,810	0,828	2,179%	8
10	0,900	0,921	2,196%	7

Para cada ensaio, o valor médio das velocidades oscilou minimamente, em torno do valor planejado. Não se aprofundou nas razões da diferença entre as velocidades planejadas e obtidas nos ensaios, que se manteve constante em cerca de 2 % para todos os ensaios, e que se acredita que é devida à um pequeno desvio na força aplicada pelo atuador do teste de reboque.

3.4.2 FORÇAS MEDIDAS

As forças medidas, pela célula de carga, na direção do movimento de velocidade constante do *manifold*, oscilaram em torno de patamares de força constante, para todas as velocidades ensaiadas.

Para finalidade dos cálculos dos coeficientes considerou-se o valor médio das forças, no intervalo de tempo de velocidade constante, medidas durante os ensaios.

Os picos máximos e mínimos dos sinais de força referiram-se respectivamente aos instantes de aceleração inicial do corpo, para atingimento da velocidade planejada de cada ensaio, e de desaceleração final do *manifold*, até sua parada. Nos picos (Figura 13), a força total medida é uma soma das parcelas devidas à aceleração (forças de origem inercial = força de massa do corpo + força de massa adicional) e à velocidade (força de arrasto). No patamar de velocidade constante, que foi o interesse dos ensaios, só houve em tese, a medição da força de arrasto.

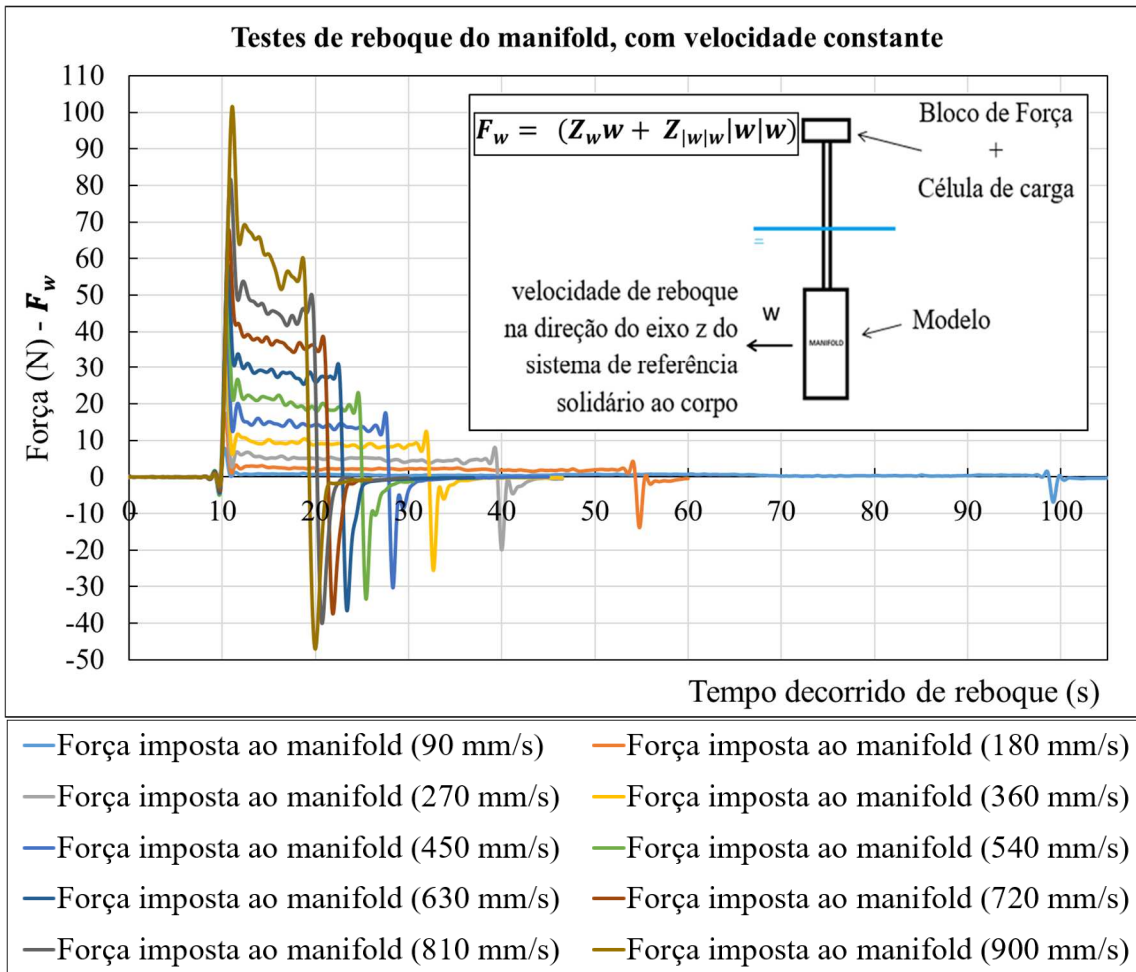


Figura 13: Forças medidas nos ensaios de reboque com velocidade constante.

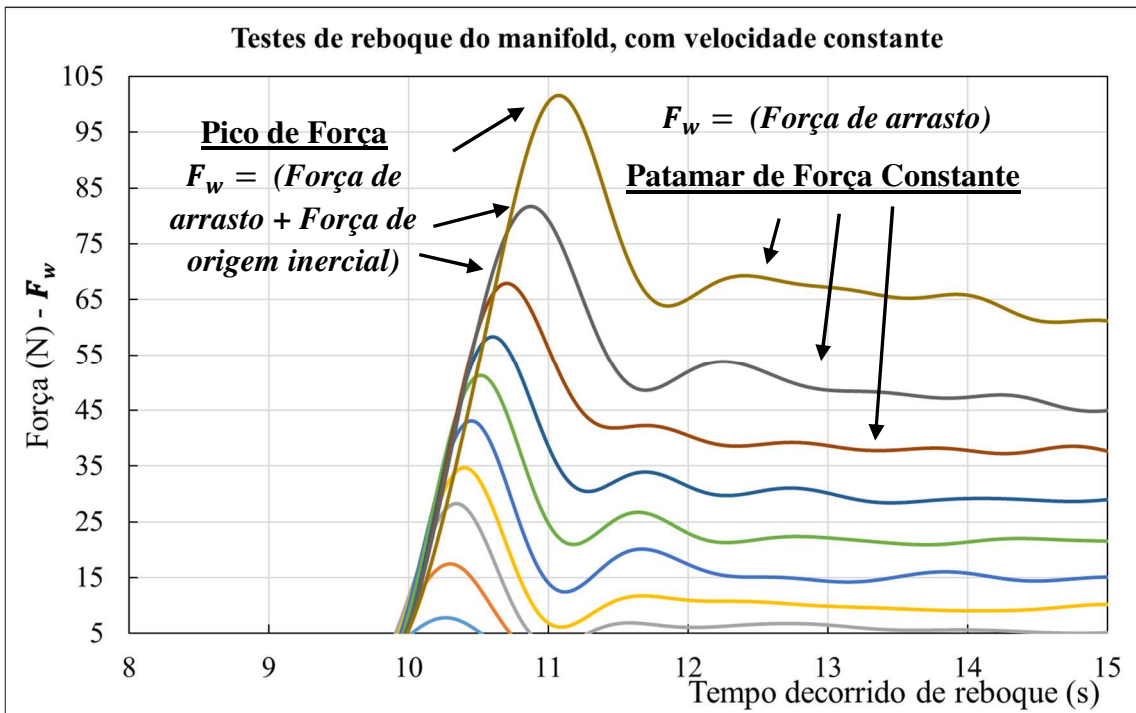


Figura 14: Pico de forças medidas versus patamar de força constante.

Foi observado também, que nos ensaios com maiores velocidades (exemplo: ensaios de 720, 810 e 900 mm/s) a variação das forças medidas em torno de um patamar constante foi mais acentuada.

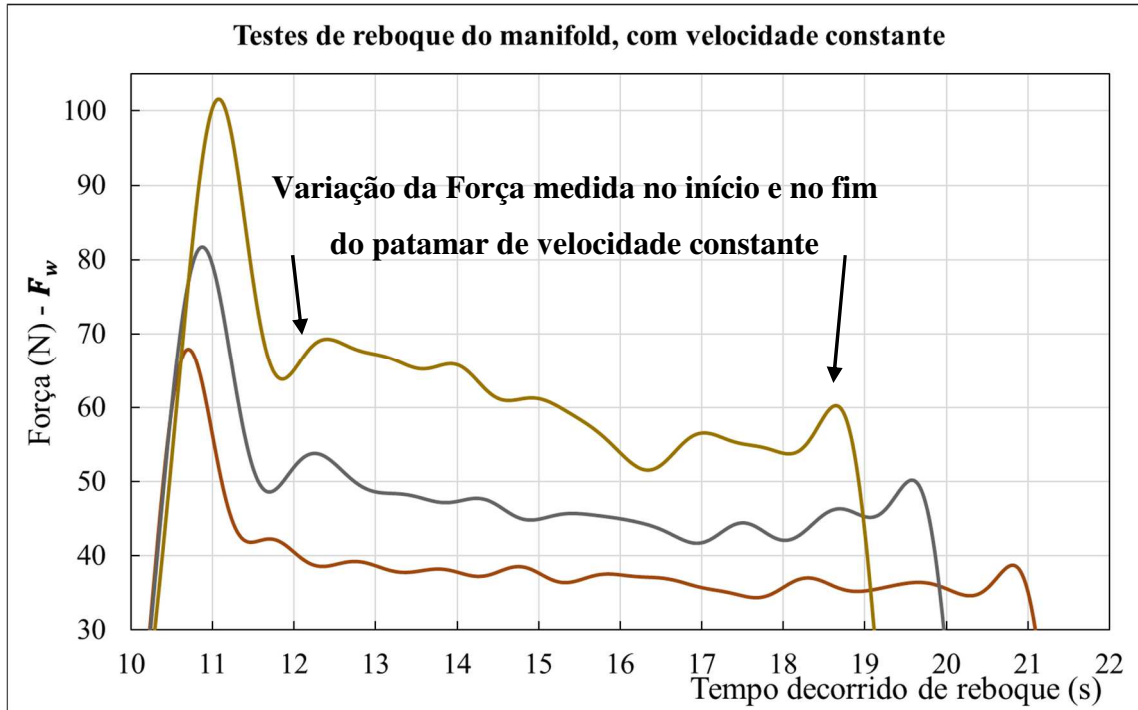


Figura 15: Variação de forças medidas durante ensaios.

Como motivo para essa variação, descartou-se a oscilação das forças mecânicas inerentes ao próprio sistema de reboque do tanque, composto por trilhos e cremalheiras. Elas foram consideradas constantes, para o intervalo de velocidade constante.

Essas variações, portanto, podem estar associadas, à fenômenos do escoamento viscoso, como o desprendimento de vórtices, que é observado no escoamento viscoso (com velocidade constante) em torno de corpos cilíndricos, por exemplo. É um fenômeno que possivelmente também ocorre no manifold, pois o fenômeno depende, além da geometria particular do corpo, do número adimensional de Reynolds.

$$Re = \frac{\rho VL}{\mu} \quad (3.8)$$

Onde V é a velocidade do escoamento ou do corpo, μ é a viscosidade dinâmica da água ($1,003 \times 10^{-3}$ N s/m²), ρ é a massa específica da água (1000 kg/m³) e L é o comprimento característico do corpo.

Como mostrado na figura abaixo, o número adimensional de frequência do desprendimento em cilindros, ou número de Strouhal $St = \frac{fD}{v}$ é aproximadamente igual à 0,2, para números de Reynolds de 10^3 a 10^5 .

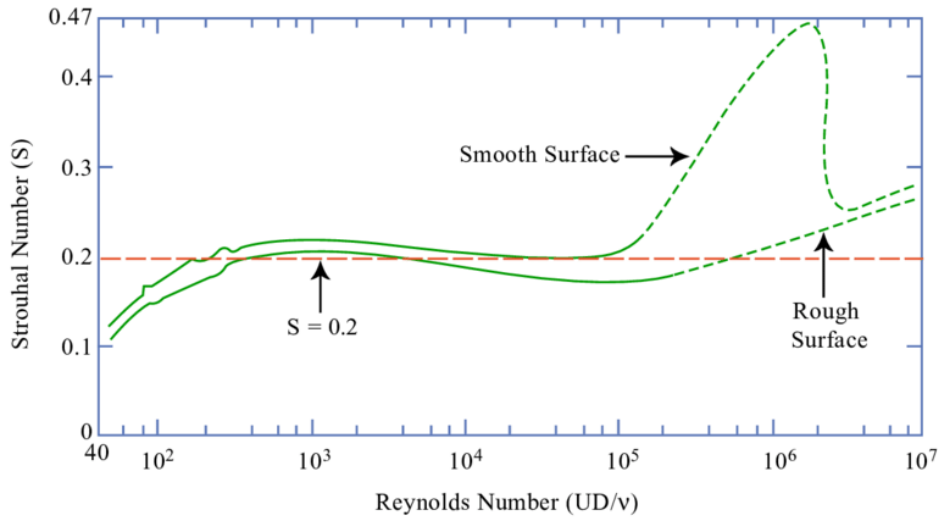


Figura 16: Número de Reynolds versus Número de Strouhal.

Utilizando esses adimensionais para fazer a estimativa de desprendimento no *manifold*, foram obtidos números de Reynolds oscilando entre aproximadamente 9×10^3 e 9×10^4 , e número de Strouhal igual a 0,20. Com frequência de desprendimento, portanto, oscilando entre aproximadamente 0,2 e 2 vórtices por segundo.

Mas não foi possível relacionar diretamente esse resultado de desprendimento de vórtices com a variação das forças indicada na Figura 14. Basta verificar que a frequência de oscilação dos sinais das forças medidas não coincide com a faixa de frequências de desprendimento estimada.

Essa situação, indica, portanto, que os efeitos do escoamento viscoso, são bem complexos e de difícil previsão, com os dados experimentais obtidos (outros métodos como da Fluidodinâmica Computacional podem fornecer boas estimativas de efeitos viscosos). Provavelmente o desprendimento de vórtices no manifold é bem mais instável e desordenado que num corpo cilíndrico. A forma geométrica do manifold é muito particular, de forma que a caracterização dos regimes de escoamento através dos adimensionais de Reynolds e Strouhal, que levam em conta parâmetros de dimensão do corpo, podem ser em diferentes valores.

Assim mesmo, para cada ensaio, foi calculado o valor médio das forças no atuador, com a seguinte fórmula:

$$\bar{F} = \int_{t_i}^{t_f} F_w(t) dt / (t_f - t_i) \quad (3.9)$$

Em que t_i e t_f referem-se respectivamente ao instante inicial e final do patamar de velocidade constante. A integral foi resolvida numericamente pelo método de Simpson, onde o intervalo de integração foi de $0,01\bar{6}$ segundos.

Os valores médios de força (\bar{F}) versus velocidade constante média (\bar{w}) para cada ensaio são mostrados abaixo.

Tabela 4: Valor médio de forças obtida para cada ensaio.

Ensaio	Valor médio das velocidades medida (m/s)	Valor Médio de Força (N), valor absoluto
1	0,092	0,52
2	0,184	2,16
3	0,276	4,94
4	0,368	9,08
5	0,460	14,35
6	0,552	20,36
7	0,645	28,43
8	0,736	37,16
9	0,828	46,36
10	0,921	60,22

3.4.3 CÁLCULO DOS COEFICIENTES HIDRODINÂMICOS DE ARRASTO

De posse dos valores obtidos efetuou-se a identificação dos coeficientes hidrodinâmicos de arrasto, seguindo a equação (3.1), que foi usada da seguinte forma:

$$\bar{F} = - [Z_w(\bar{w}) + Z_{|w|w}(\bar{w})^2] \quad (3.10)$$

Para tal foi utilizado o método dos mínimos quadrados, para uma função parabólica e para uma função afim.

Verificou-se num primeiro ajuste da curva que a parcela linear do coeficiente de arrasto apresentava sinal oposto à parcela quadrática. O que se esperava é que os coeficientes possuíssem o mesmo sinal, visto que ambos exercem força de arrasto numa mesma direção.

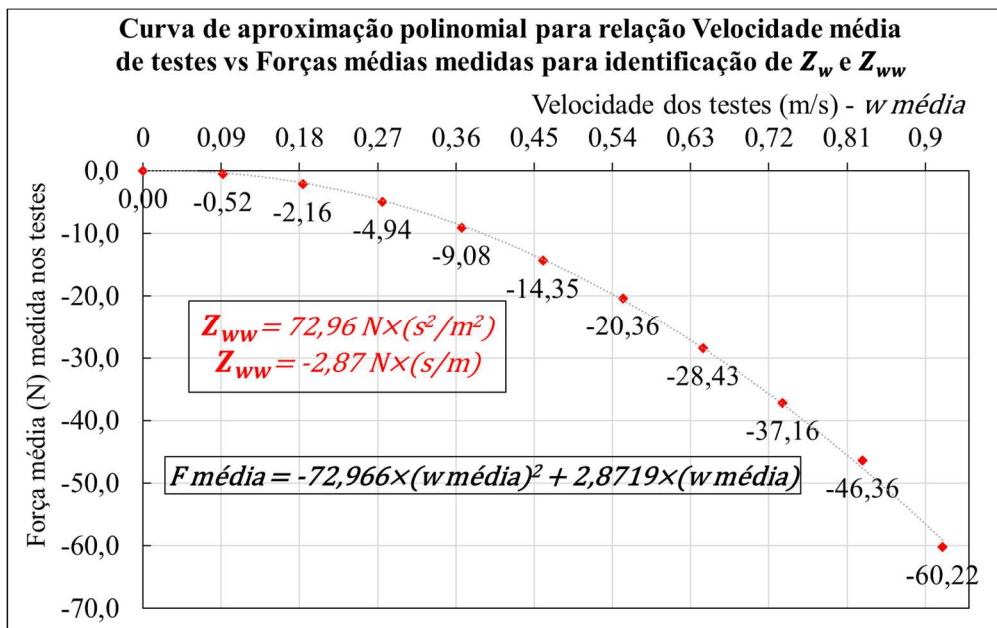


Figura 17: Forças versus velocidades medidas durante reboque com velocidade constante (onde: w média = \bar{w} e F média = \bar{F}).

Assim, de forma que os valores de ambos os coeficientes possuam sentido físico, foi assumido num novo ajuste, que a parcela linear do coeficiente de arrasto (Z_w) estivesse presente somente em baixas velocidades de teste do manifold. Faz sentido pois, à baixíssimas velocidades, a contribuição do “arrasto quadrático” é muito menor que o “arrasto linear” (para baixíssimas velocidades $\bar{w}^2 \ll \bar{w}$).

Com essa imposição foram obtidos os seguintes resultados:

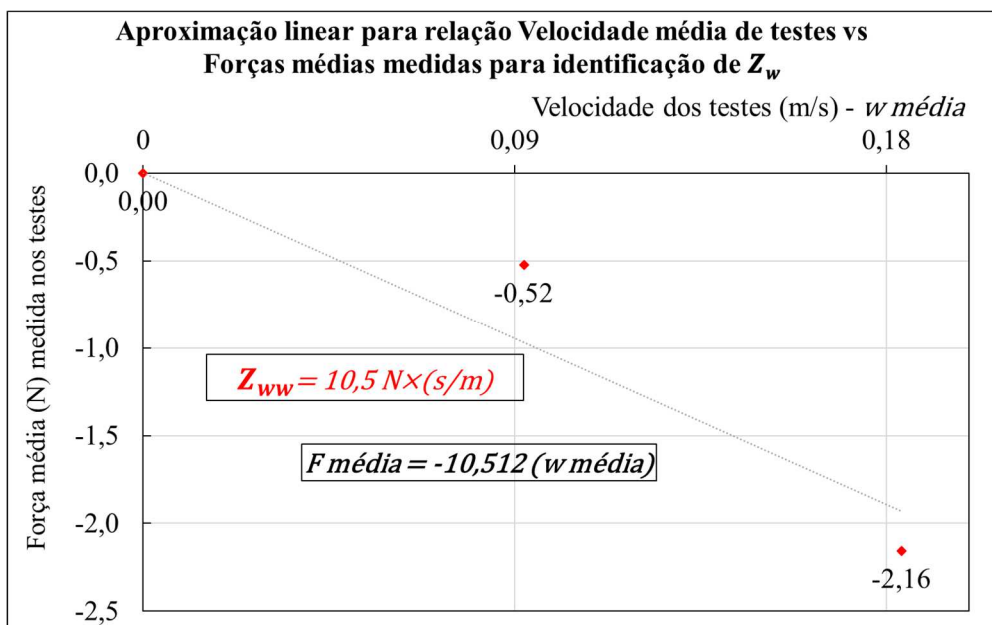


Figura 18: Forças versus baixas velocidades durante reboque com vel. constante.

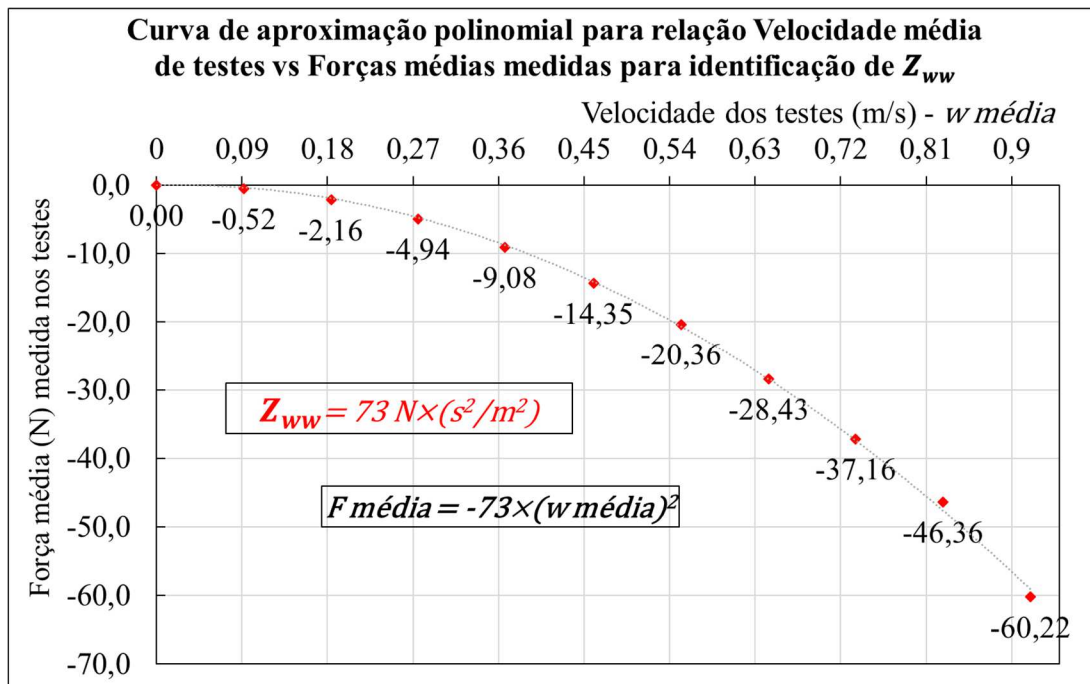


Figura 19: Forças versus velocidades medidas durante reboque com vel. constante.

3.4.4 COEFICIENTE ADIMENSIONAL DE ARRASTO

Foi calculado também, para cada ensaio, o coeficiente adimensional de arrasto do manifold, com o objetivo de comparar esse resultado com o resultado de outros estudos experimentais publicados.

Para o cálculo do coeficiente na direção do eixo Z do corpo, utilizou-se a seguinte equação:

$$C_d = \frac{\bar{F}}{\frac{1}{2} \rho A_T V^2} \quad (3.11)$$

Onde \bar{F} é o valor médio das forças medidas no atuador, calculada nos testes, V é a velocidade média constante dos ensaios e A_T é a área transversal do manifold perpendicular à direção do reboque (no caso comprimento x largura = 0,449 metros x 0,227 metros = 0,102 m²).

O número adimensional de Reynolds também foi calculado para comparação com o coeficiente de arrasto.

Tabela 5: Valor médio das velocidades dos ensaios, C_d e número de Reynolds

Valor Médio das Velocidades dos ensaios (m/s)	Coefficiente de Arrasto (C_d)	Reynolds
0,092	1,20	$9,2 \times 10^3$
0,184	1,24	$1,84 \times 10^4$
0,276	1,27	$2,75 \times 10^4$
0,368	1,31	$3,67 \times 10^4$
0,460	1,33	$4,59 \times 10^4$
0,552	1,31	$5,51 \times 10^4$
0,645	1,34	$6,43 \times 10^4$
0,736	1,35	$7,34 \times 10^4$
0,828	1,33	$8,25 \times 10^4$
0,921	1,39	$9,18 \times 10^4$

Consultando outros trabalhos, que também identificaram coeficientes hidrodinâmicos de manifold, como (MINEIRO, F.P.S., 2006), verificou-se que os valores de C_d obtidos neles são bastante similares aos obtidos aqui, a despeito da particularidade da geometria de cada manifold testado. Analisando C_d versus Reynolds não é possível observar, queda abrupta nos valores de C_d para os valores de Re testados, que poderia caracterizar o fenômeno do escoamento viscoso “crise de arrasto”, esperado por questões da transição da camada limite.

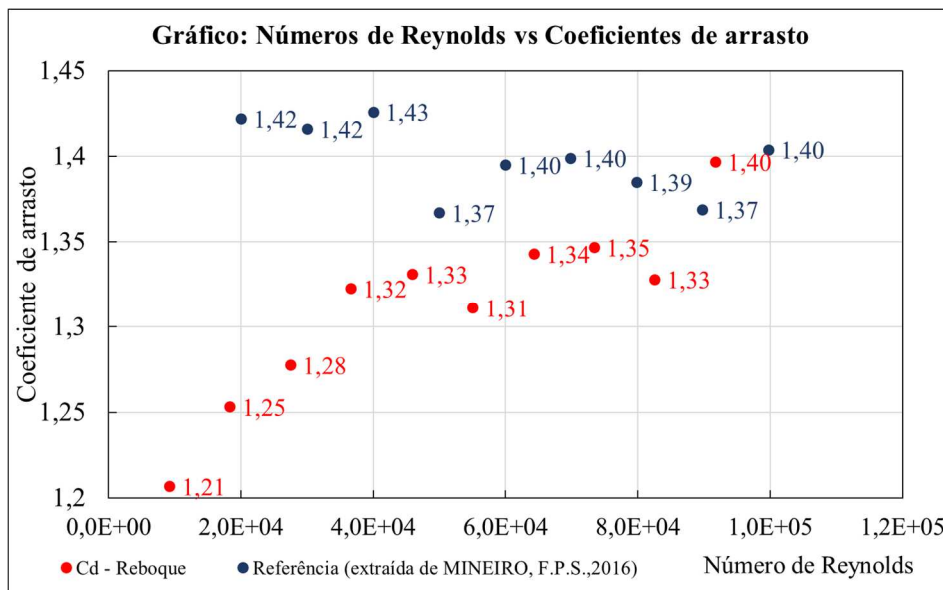


Figura 20: Coeficiente de arrasto versus Número de Reynolds comparado com resultado do trabalho de (MINEIRO, F.P.S., 2006), indicando similaridade de valores.

3.5 RESULTADOS DE REBOQUE COM ACELERAÇÃO CONSTANTE

3.5.1 DESLOCAMENTOS MEDIDOS

Nos testes com aceleração constante, diferentemente dos testes anteriores, a distância rebocada no tanque de provas, diferiu de ensaio para ensaio, quais sejam:

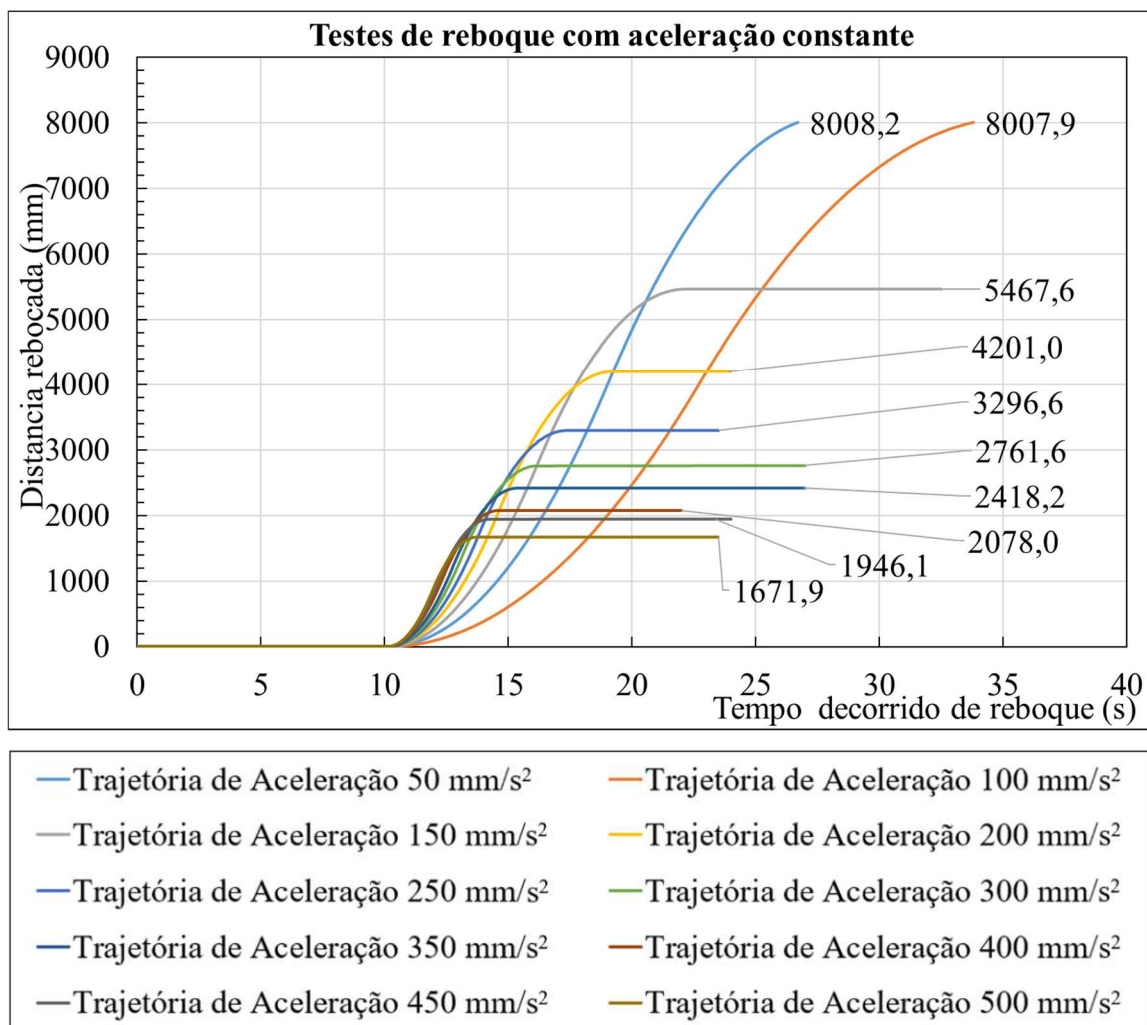


Figura 21: Distância rebocada nos ensaios de aceleração constante.

O deslocamento oscilou entre 8 metros (ensaio de reboque à 50 mm/s²) e 1,6 metros (ensaio de 500 mm/s²). Essa diferença deve-se ao limite de velocidade máxima do carrinho do tanque (900 mm/s). Caso não houvesse limite de velocidade, o manifold poderia ser testado por um tempo e distância maiores.

3.5.2 VELOCIDADES MEDIDAS

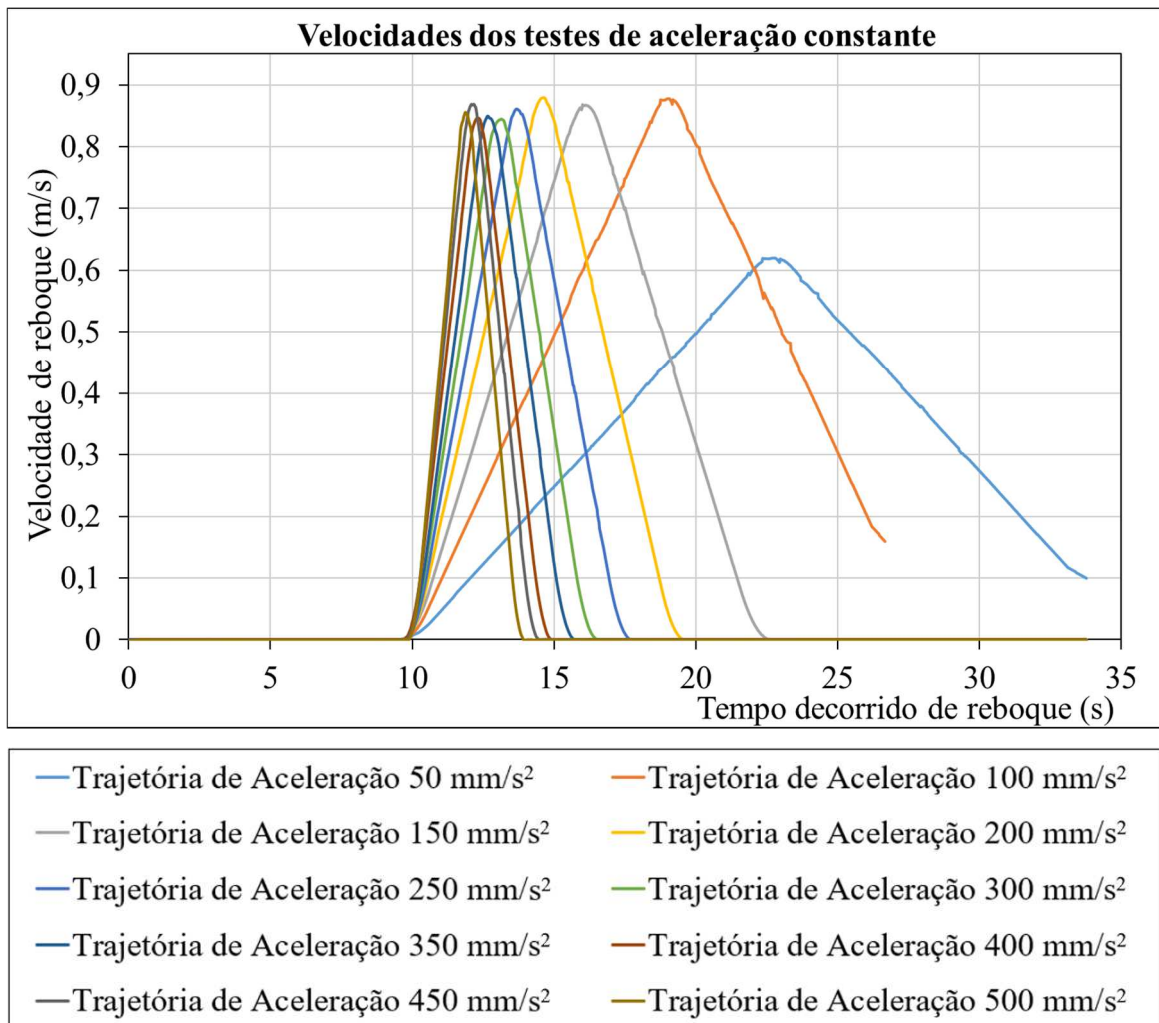


Figura 22: Velocidades medidas nos ensaios de aceleração constante.

Graficamente visualizamos, acima, as fases de aceleração e desaceleração, de cada ensaio, bem definidas. São as rampas de aceleração e desaceleração.

Com exceção do primeiro ensaio (de 50 mm/s^2), todos os ensaios exploraram a velocidade máxima do sistema de reboque do tanque de provas (cerca de 900 mm/s). Como esperado, os intervalos de tempo de reboque foram reduzindo-se, para os ensaios de acelerações maiores.

Verificou-se nos 2 primeiros ensaios (50 mm/s^2 e 100 mm/s^2), que a rampa de desaceleração teve o gráfico incompleto. Pois nesses casos, os movimentos de desaceleração excederam o limite de captura ótica do tanque (cerca de 8,0 metros).

3.5.3 ACELERAÇÕES MEDIDAS

As acelerações e desacelerações medidas, oscilaram em torno dos valores planejados, como é mostrado no gráfico abaixo. As diferenças entre os valores planejados e os realizados não comprometeram a estimativa dos coeficientes hidrodinâmicos de massa adicional, visto que para o cálculo dos coeficientes consideraram-se os valores de acelerações e forças efetivamente medidos no reboque. As acelerações planejadas serviram como balizadores para condução dos ensaios.

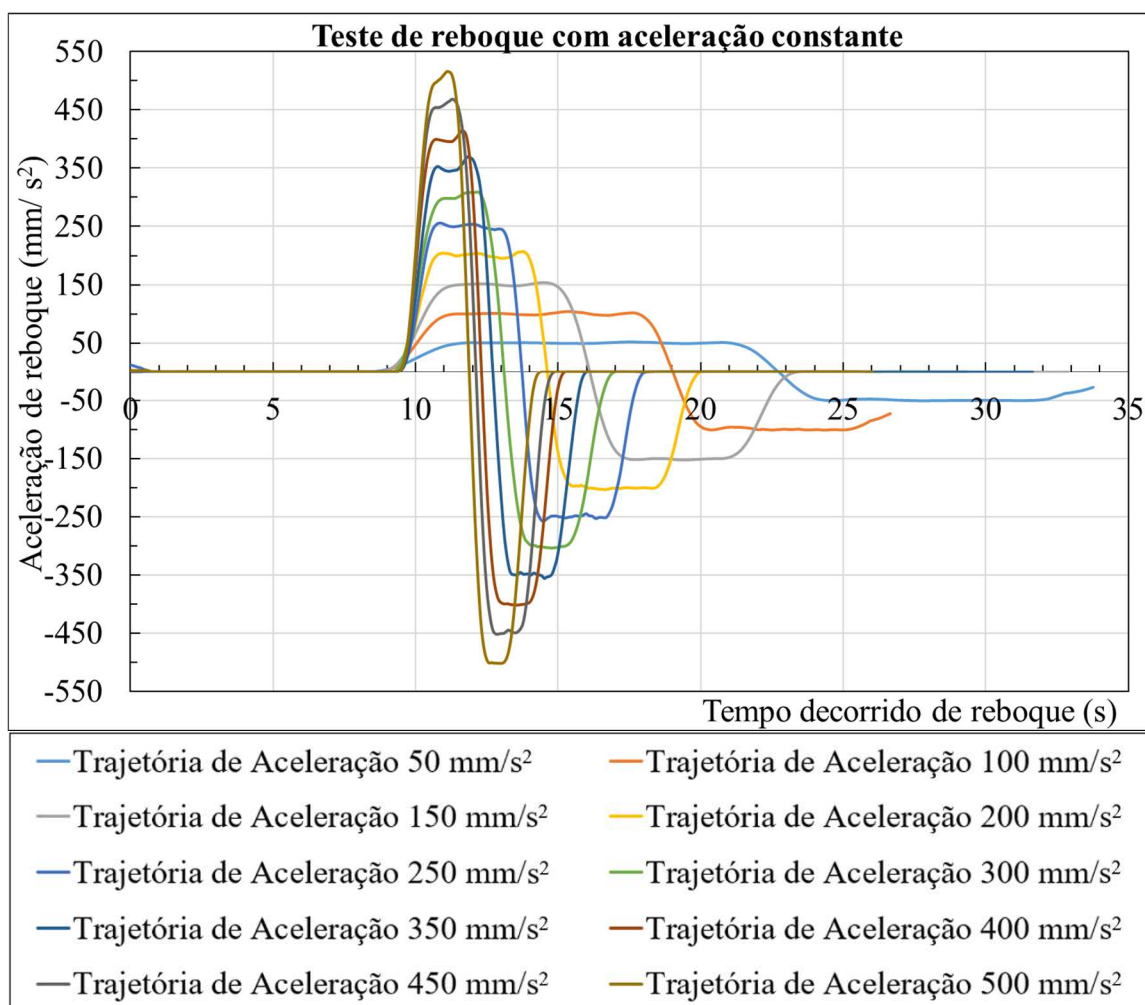


Figura 23: Acelerações e desacelerações constantes medidas nos ensaios.

Assim, como para os sinais brutos de velocidade, os sinais brutos de aceleração foram tratados com a função *Smooth*, do programa de tratamento de dados *National Instruments DIAdem* (equação 3.6).

3.5.4 FORÇAS MEDIDAS

Diferentemente do teste de reboque com velocidade constante, onde as forças medidas no atuador, não variaram muito, nesses testes, devido à aceleração, as forças medidas variaram.

A força medida no atuador, em valor absoluto, pela célula de carga, na direção do movimento da aceleração constante do manifold, é o somatório, das forças hidrodinâmicas de arrasto (proporcional à velocidade) e de inércia (proporcional à aceleração), seguindo a equação (3.4).

Onde verifica-se que na rampa de aceleração (\dot{w}) positiva, e velocidade positiva (w) as forças medidas (F_w) são positivas, até atingirem medição máxima para cada um dos ensaios. Quando, na sequência, inicia-se a desaceleração as forças medidas (F_w) diminuem progressivamente até atingirem medição mínima, que se refere à parada do manifold e fim dos ensaios.

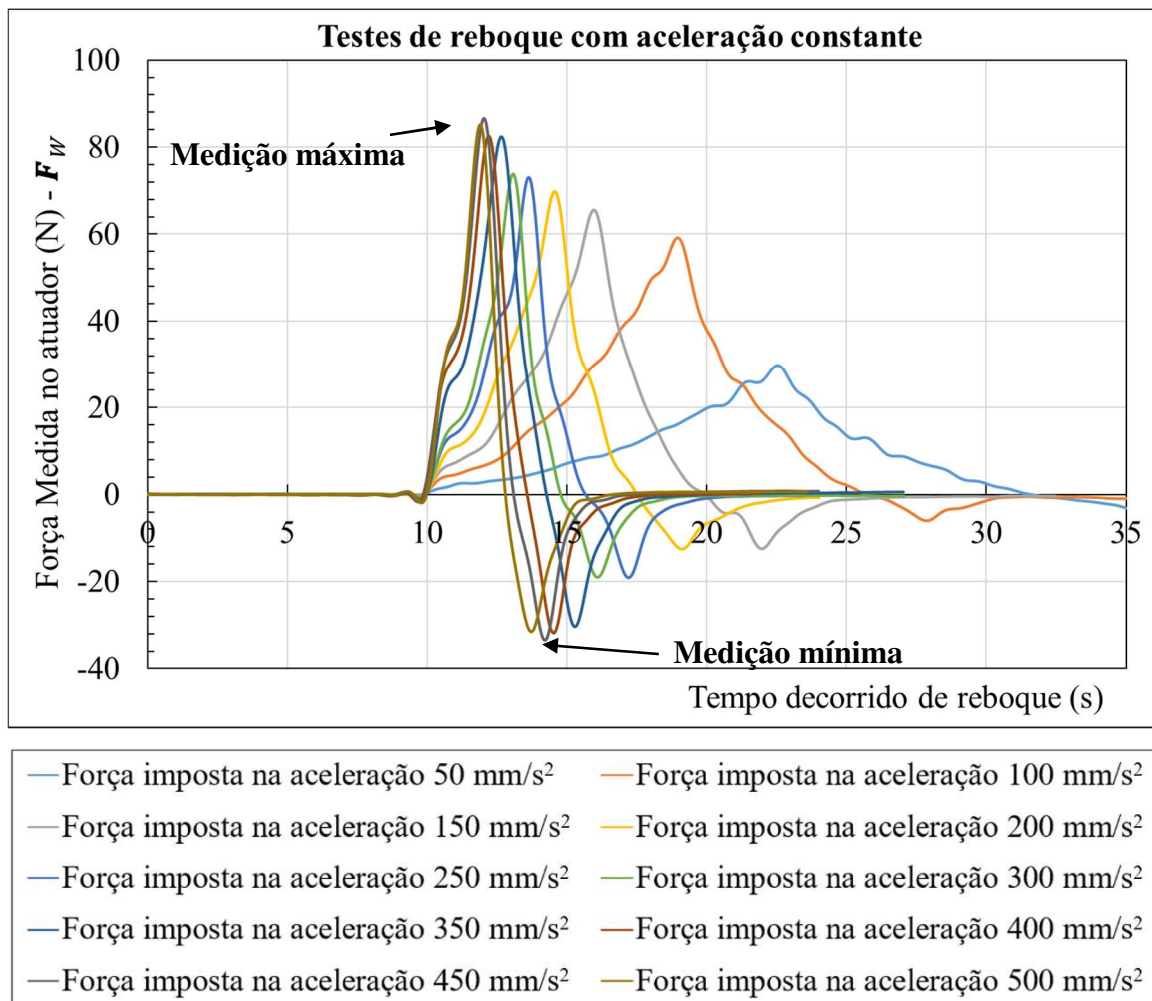


Figura 24: Forças medidas nos ensaios de aceleração constante.

3.5.5 CÁLCULO DO COEFICIENTE HIDRODINÂMICO DE MASSA ADICIONAL

Para cálculo do coeficiente de massa adicional (Z_w) foi utilizado o modelo matemático dos testes de reboque com aceleração constante (Equação 3.4):

$$F_w = [m_{MANIFOLD} + m_{HASTE} + Z_w] \dot{w} + [Z_w w + Z_{|w|w} w^2] \quad (3.12)$$

Onde F_w , w e \dot{w} são a força, velocidade e aceleração medidas, durante os reboques de cada ensaio. À menos de m , Z_w e $Z_{|w|w}$ todos os parâmetros e variáveis restantes são dependentes do tempo de reboque. Inclusive Z_w , que apresentou variação no intervalo de tempo de reboque de aceleração e desaceleração constante. Do ponto de vista de um fluido ideal (sem viscosidade), o coeficiente de massa adicional de um corpo longe da superfície livre só depende de sua geometria. No entanto no escoamento real, o efeito da viscosidade se faz presente. E ao que parece, pelos resultados apresentados, o efeito de viscosidade não se limitou à parcela $[Z_w w + Z_{|w|w} w^2]$. A influência da viscosidade, nos resultados, será discutida a seguir, com o levantamento de questões associadas ao problema.

O cálculo da massa adicional (Z_w) foi efetuado da seguinte forma:

1. Identificou-se o intervalo de tempo de aceleração e desaceleração constante, para cada um dos dez ensaios.

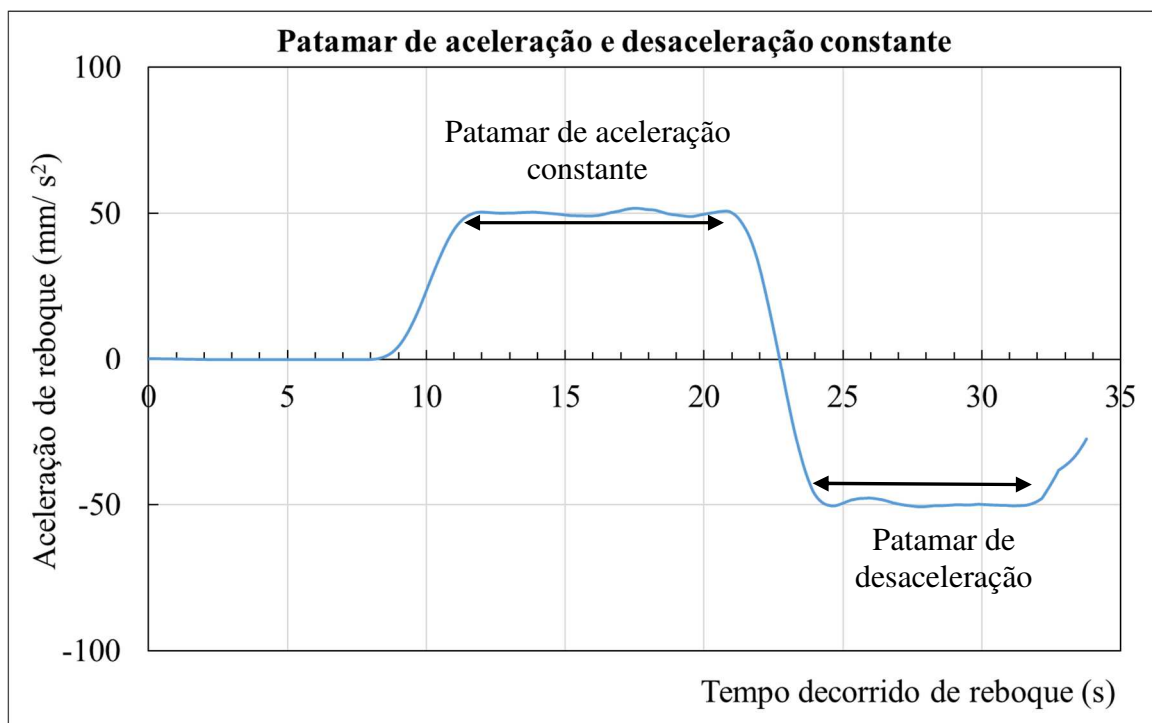


Figura 25: Patamares de aceleração e desaceleração constantes.

- Para os patamares identificados, de cada um dos dez ensaios, identificaram-se velocidades (w), aceleração (\dot{w}) e força medida no atuador (F_w) instantâneos.
- Para cada ensaio, estimou-se a força de arrasto instantânea (F_A), assumindo-se que:

$$F_A = -[Z_w w + Z_{|w|w} w^2] \quad (3.13)$$

Onde Z_w e $Z_{|w|w}$ são constantes conhecidos do teste de reboque com velocidade constante.

- Com a força de arrasto estimada e força no atuador (F_w), foi calculada a força de origem inercial instantânea (F_I), que se definiu como sendo a soma da força de massa adicional e a força devido à massa do corpo (manifold [$m_{MANIFOLD}$] + conjunto “haste-placa” [m_{HASTE}]):

$$F_I = [m_{MANIFOLD} + m_{HASTE} + Z_{\dot{w}}] \dot{w} = F_w + F_A \quad (3.14)$$

Onde $m_{MANIFOLD}$ e m_{HASTE} são massas conhecidas.

- Por fim, foi obtida a massa adicional $Z_{\dot{w}}$ instantânea, para cada ensaio:

$$Z_{\dot{w}} = [F_I - (m_{MANIFOLD} + m_{HASTE}) \dot{w}] / \dot{w} \quad (3.15)$$

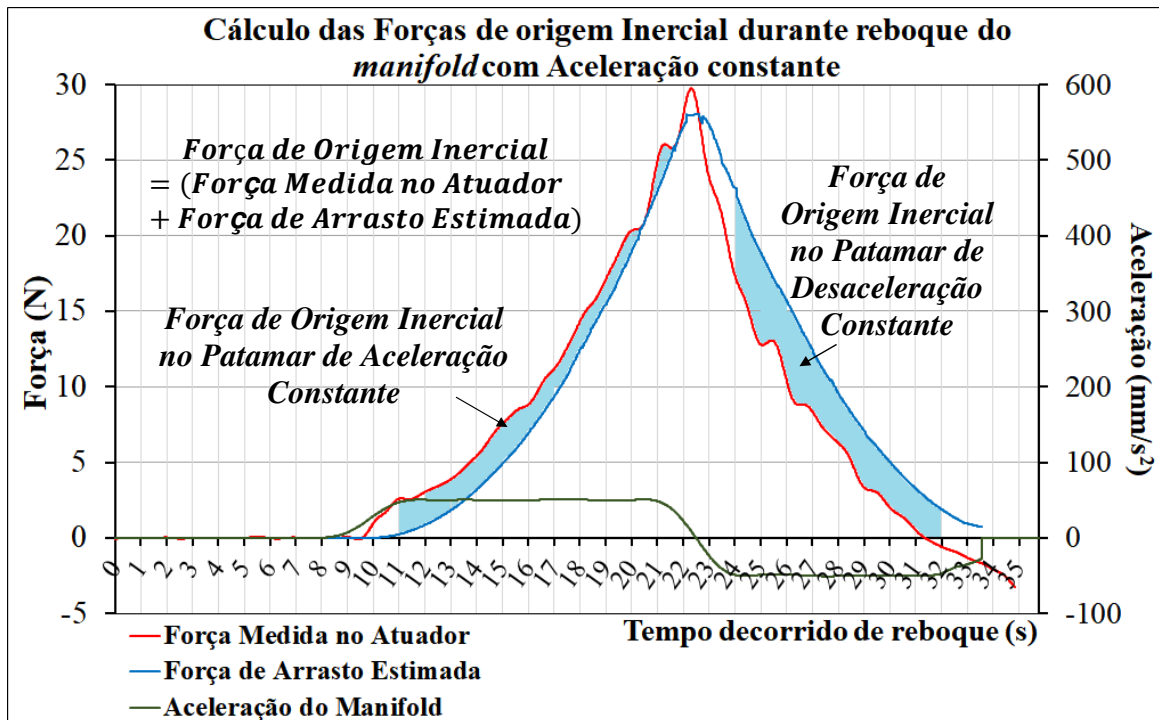


Figura 26: Força medida versus força de arrasto estimada.

Seguindo esse roteiro de obtenção da massa adicional, são apresentados abaixo os resultados obtidos de força de origem inercial, e de massa adicional no intervalo de tempo do patamar de aceleração e desaceleração constante, para cada um dos dez ensaios.

Além disso, como o objetivo foi utilizar os resultados obtidos de massa adicional ($Z_{\dot{w}}$) no programa de simulação de movimentos, que baseia-se na premissa de que os coeficientes hidrodinâmicos são constantes, foram calculados valores médios de $Z_{\dot{w}}$ dentro dos intervalos de aceleração e desaceleração constantes.

Os valores médios (de força de inércia, aceleração e massa adicional) foram calculados, pelas seguintes equações:

$$\bar{F}_I = \int_{t_i}^{t_f} F_I(t) dt / (t_f - t_i) \quad (3.16)$$

$$\bar{\dot{w}} = \int_{t_i}^{t_f} \dot{w}(t) dt / (t_f - t_i) \quad (3.17)$$

$$\bar{Z}_{\dot{w}} = [\bar{F}_I - m\bar{\dot{w}}] / \bar{\dot{w}} \quad (3.18)$$

Em que t_i e t_f referem-se respectivamente ao instante inicial e final do patamar de aceleração e desaceleração constante. As integrais foram resolvidas numericamente pelo método Trapezoidal, onde o intervalo de integração foi de 0,016 segundos.

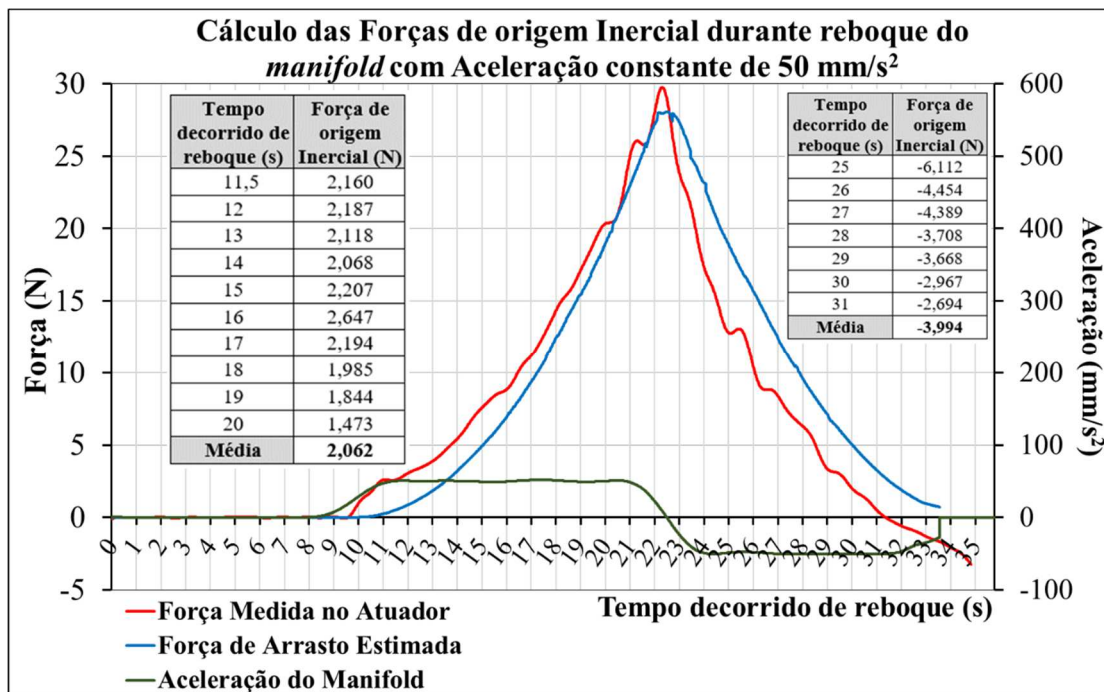


Figura 27: Força de origem inercial estimada durante reboque acelerado à 50 mm/s².

Tabela 6: Valores instantâneos da aceleração medida, força de inércia e massa adicional calculadas no ensaio de reboque com aceleração planejada de 50 mm/s².

Tempo (s)	Aceleração \dot{w} (mm/s ²)	Força de origem Inercial (N)	$Z_{\dot{w}}$ (kg)
11,5	49,256	2,160	35,706
12	50,519	2,187	31,564
13	50,180	2,118	29,087
14	50,448	2,068	28,375
15	49,560	2,207	30,917
16	49,256	2,647	40,576
17	51,010	2,194	31,705
18	51,381	1,985	26,068
19	49,537	1,844	23,049
20	49,806	1,473	16,904
Média	49,831	2,062	28,605
Desvio Padrão	1,455	0,276	5,962
Desvio/Média	3%	13%	21%

Tempo (s)	Aceleração \dot{w} (mm/s ²)	Força de origem Inercial (N)	$Z_{\dot{w}}$ (kg)
25	-49,548	-6,112	110,518
26	-47,803	-4,454	80,343
27	-49,829	-4,389	75,244
28	-50,705	-3,708	60,280
29	-50,129	-3,668	60,328
30	-49,967	-2,967	46,547
31	-50,412	-2,694	40,593
Média	-49,726	-3,994	67,766
Desvio Padrão	0,919	1,052	22,245
Desvio/Média	2%	26%	33%

No ensaio com aceleração constante de 50 mm/s², verificou-se que o valor calculado de massa adicional $Z_{\dot{w}}$, durante o tempo de aceleração constante, oscilou dentro da faixa de 16 kg à 40 kg, e que o valor médio foi igual a 28 kg.

Essa oscilação, no caso, como se vê nos próximos resultados, foi característica comum à todos os reboques. Uma hipótese defendida em 3.5.6 é que esses resultados oscilatórios possam estar associados a fenômenos do escoamento viscoso acelerado, em torno do manifold, como o desprendimento de vórtices.

No mesmo ensaio de 50 mm/s², o modelo foi, na sequência da aceleração positiva, desacelerado. Nesse patamar, de desaceleração, o valor médio da massa adicional (67 kg) foi bem superior à massa adicional na aceleração (28 kg). Essa grande diferença também pode estar associada à algum fenômeno do escoamento viscoso acelerado, que por ora, ainda é desconhecido.

É válido observar, em relação à consideração inicial de efeito hidrodinâmico desprezível da haste do manifold, que por mais esbelta que ela seja, com certeza uma parcela, por ora ainda desconhecida, de força de origem hidrodinâmica a mesma exerceu durante os testes. Assim, os resultados apresentados de massa adicional do manifold

podem carecer de futuros ajustes. Para tal, uma alternativa seria executar testes de reboque exclusivos com a haste afim de apurar a força hidrodinâmica na mesma.

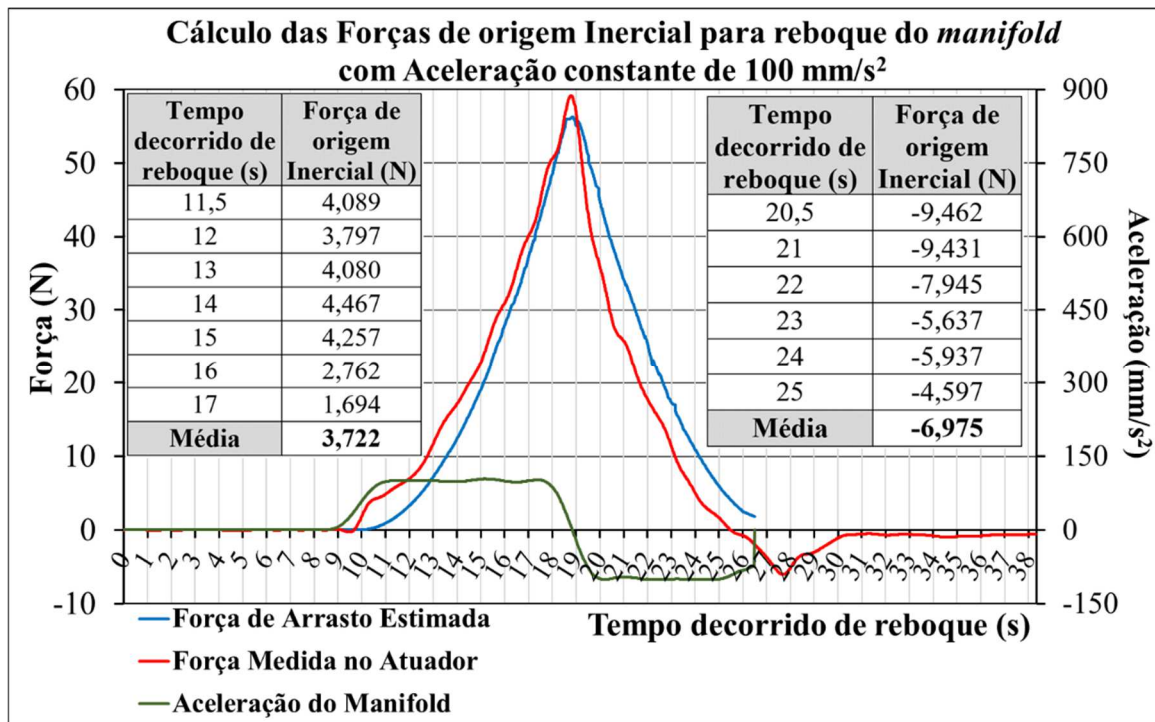


Figura 28: Força medida e Força de arrasto estimada versus o tempo decorrido no ensaio de reboque com aceleração planejada de 100 mm/s².

Tabela 7: Valores instantâneos da aceleração medida, força de inércia e massa adicional calculadas no ensaio de reboque com aceleração planejada de 100 mm/s².

Tempo (s)	Força de origem Inercial (N)	Aceleração (\dot{w}) (mm/s ²)	$Z_{\dot{w}}$ (kg)
11,5	4,089	100,007	28,046
12	3,797	100,071	25,103
13	4,080	100,623	27,708
14	4,467	98,355	37,949
15	4,257	102,516	24,068
16	2,762	100,937	24,812
17	1,694	98,889	21,219
Média	3,722	100,208	27,174
Desvio Padrão	0,813	1,603	6,424
Desvio/Média	22%	2%	24%

Tempo (s)	Aceleração (\dot{w}) (mm/s ²)	Força de origem Inercial (N)	$Z_{\dot{w}}$ (kg)
20,5	-100,299	-9,462	81,497
21	-96,168	-9,431	85,227
22	-100,304	-7,945	66,369
23	-99,784	-5,637	43,655
24	-100,474	-5,937	46,251
25	-100,805	-4,597	32,765
Média	-99,594	-6,975	57,372
Desvio Padrão	1,630	1,592	16,804
Desvio/Média	2%	23%	29%

No ensaio com aceleração constante de 100 mm/s^2 , verificou-se que os valores calculados de massa adicional, durante o reboque, oscilaram dentro da faixa de 21 kg à 37 kg, e que o valor médio foi igual a 27 kg. Valor equivalente ao medido no ensaio com 50 mm/s^2 .

Também foi testado o modelo desacelerando. O valor médio da massa adicional (57 kg) foi bem superior à massa adicional na aceleração (27 kg), assim como no ensaio anterior. A explicação para esse resultado pode estar associado ao efeito do escoamento viscoso acelerado, mas ainda deve ser melhor estudado. Mas nota-se que a medida que aumentou-se a aceleração dos ensaios a diferença entre valores de massa adicional calculada na fase de aceleração e desaceleração reduziam-se.

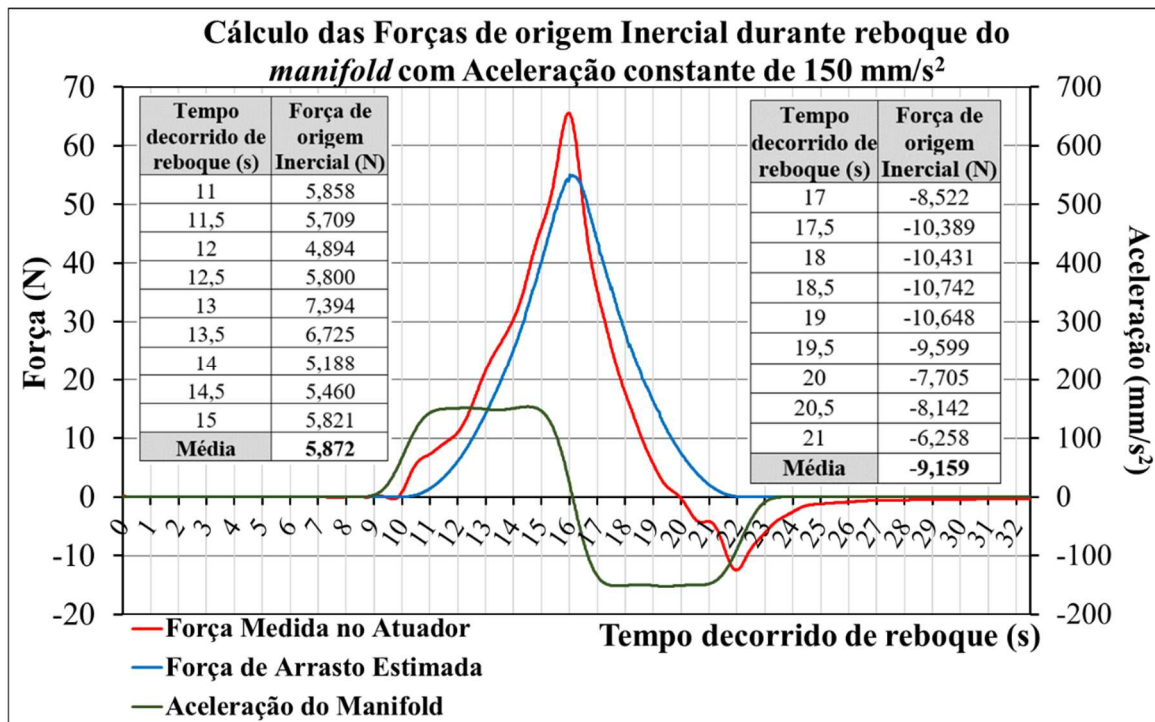


Figura 29: Força medida e Força de arrasto estimada versus o tempo decorrido no ensaio de reboque com aceleração planejada de 150 mm/s^2 .

Tabela 8: Valores instantâneos da aceleração medida, força de inércia e massa adicional calculadas no ensaio de reboque com aceleração planejada de 150 mm/s^2 .

Tempo (s)	Força de origem Inercial (N)	Aceleração (\dot{w}) (mm/s^2)	$Z_{\dot{w}}$ (kg)	Tempo (s)	Aceleração (\dot{w}) (mm/s^2)	Força de origem Inercial (N)	$Z_{\dot{w}}$ (kg)
11	5,858	143,413	28,010	17	-135,487	-8,522	50,056
11,5	5,709	149,850	25,259	17,5	-150,980	-10,389	55,973

12	4,894	151,112	19,548
12,5	5,800	151,352	25,481
13	7,394	149,426	36,639
13,5	6,725	148,130	32,557
14	5,188	150,757	21,574
14,5	5,460	153,763	22,671
15	5,821	146,015	27,023
Média	5,872	149,313	26,529
Desvio Padrão	0,720	2,919	5,076
Desvio/Média	12%	2%	19%

18	-151,135	-10,431	56,175
18,5	-149,983	-10,742	58,781
19	-151,079	-10,648	57,639
19,5	-152,344	-9,599	50,167
20	-151,091	-7,705	38,157
20,5	-150,250	-8,142	41,348
21	-147,929	-6,258	29,462
Média	-148,920	-9,159	48,640
Desvio Padrão	4,883	1,491	9,601
Desvio/Média	3%	16%	20%

No ensaio com aceleração constante de 150 mm/s^2 , verificou-se que os valores calculados de massa adicional, durante o reboque, oscilaram dentro da faixa de 19 kg à 36 kg, e que o valor médio foi igual a 26,5 kg. Valor equivalente ao medido nos ensaios com 50 mm/s^2 e 100 mm/s^2 .

Com o modelo desacelerando, o valor médio da massa adicional (48,64 kg) foi bem superior à massa adicional na aceleração (26,5 kg), assim como nos ensaio anteriores. Possivelmente devido ao efeito do escoamento fluido viscoso acelerado.

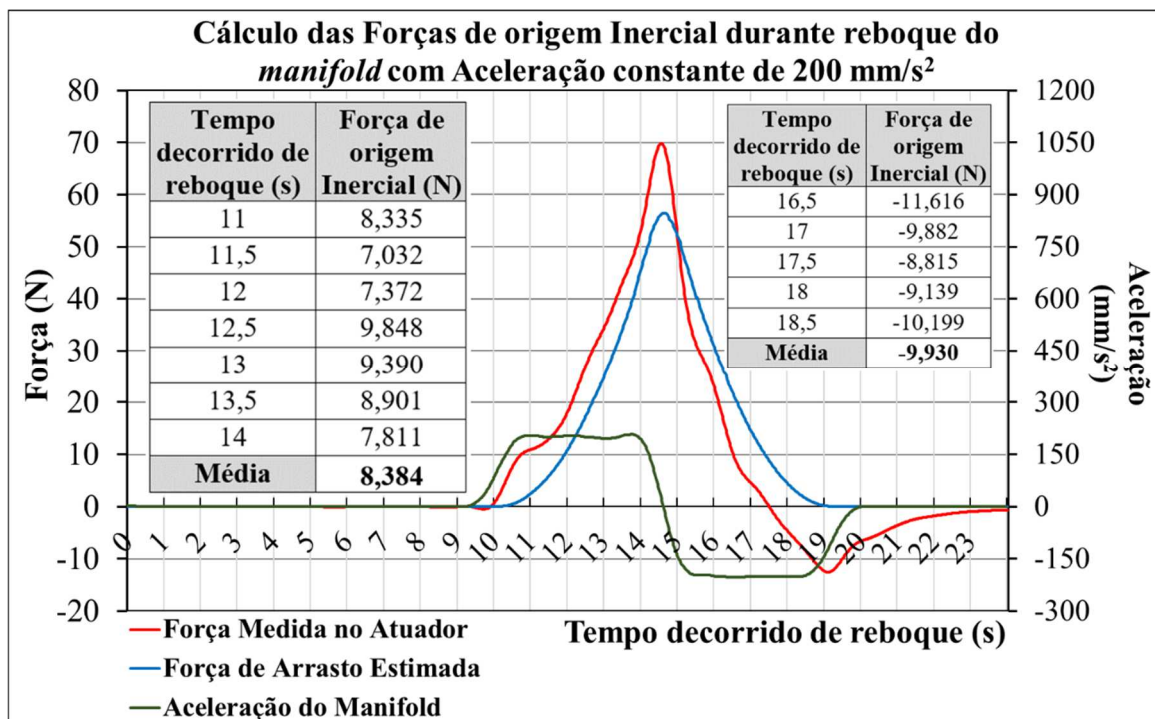


Figura 30: Força medida e Força de arrasto estimada versus o tempo decorrido no ensaio de reboque com aceleração planejada de 200 mm/s^2 .

Tabela 9: Valores instantâneos da aceleração medida, força de inércia e massa adicional calculadas no ensaio de reboque com aceleração planejada de 200 mm/s².

Tempo (s)	Força de origem Inercial (N)	Aceleração (\dot{w}) (mm/s ²)	$Z_{\dot{w}}$ (kg)
11	8,335	204,103	27,998
11,5	7,032	199,634	22,386
12	7,372	202,953	23,482
12,5	9,848	199,913	36,422
13	9,390	195,363	35,225
13,5	8,901	203,158	30,973
14	7,811	194,179	27,386
Média	8,384	199,900	29,125
Desvio Padrão	0,971	3,605	5,006
Desvio/Média	12%	2%	17%

Tempo (s)	Aceleração (\dot{w}) (mm/s ²)	Força de origem Inercial (N)	$Z_{\dot{w}}$ (kg)
16,5	-202,697	-11,616	37,258
17	-201,065	-9,882	36,780
17,5	-200,085	-8,815	36,307
18	-200,134	-9,139	31,217
18,5	-197,714	-10,199	32,824
Média	200,339	9,930	35,174
Desvio Padrão	1,617	0,978	2,749
Desvio/Média	1%	10%	8%

No ensaio com aceleração constante de 200 mm/s², verificou-se que os valores calculados de massa adicional, durante o tempo, oscilaram dentro da faixa de 22 kg à 36 kg, e que o valor médio foi igual a 29 kg. Valor levemente superior ao medido nos ensaios anteriores.

Com o modelo desacelerando, o valor médio da massa adicional (35,17 kg) foi superior à massa adicional na aceleração (29 kg), assim como nos ensaios anteriores. Como dito, a razão da diferença dos resultados do corpo acelerado e desacelerado é uma incognita, mas ela já parece ser menor que nos ensaios anteriores.

No ensaio com aceleração constante de 250 mm/s², verificou-se que os valores calculados de massa adicional, durante o reboque, são bem similares ao ensaio com 200 mm/s². Oscilaram dentro da faixa de 21 kg à 38 kg, e que o valor médio foi igual a 28 kg.

Com o modelo desacelerado, o valor médio da massa adicional foi similar ao ensaio anterior. À medida que se aumentaram as acelerações de reboque, a diferença entre resultados de massa adicional do corpo acelerado e desacelerado reduziam-se.

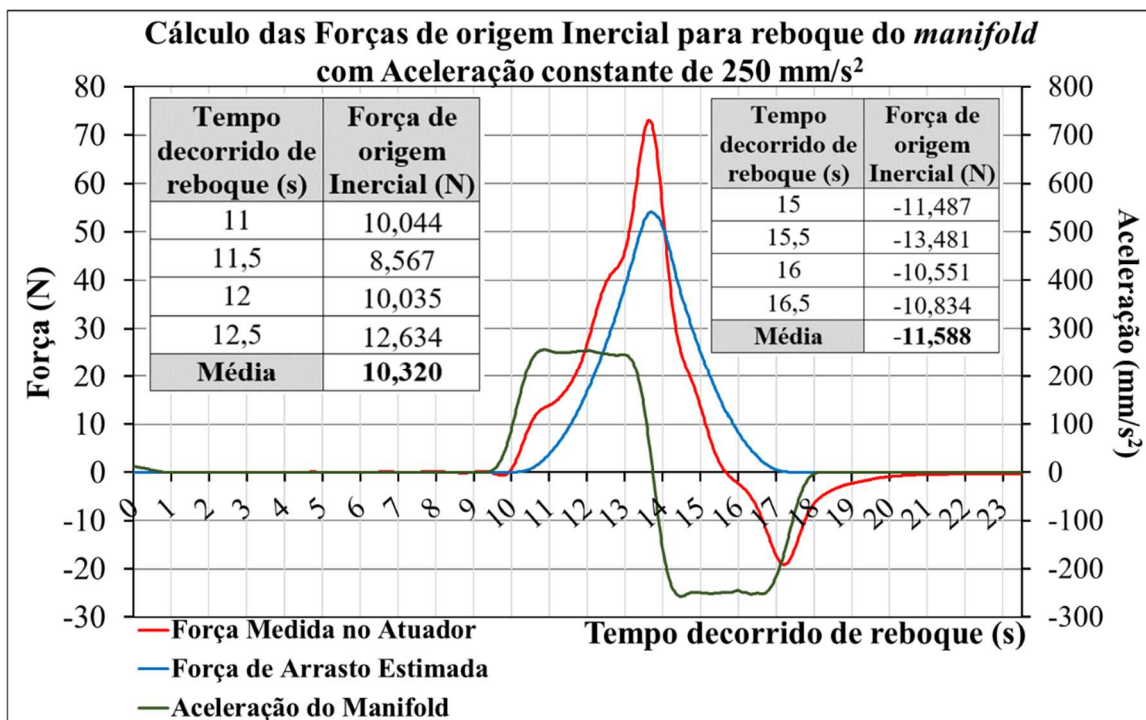


Figura 31: Força medida e Força de arrasto estimada versus o tempo decorrido no ensaio de reboque com aceleração planejada de 250 mm/s².

Tabela 10: Valores instantâneos da aceleração medida, força de inércia e massa adicional calculadas no ensaio de reboque com aceleração planejada de 250 mm/s².

Tempo (s)	Força de origem Inercial (N)	Aceleração (\dot{w}) (mm/s ²)	$Z_{\dot{w}}$ (kg)
11	10,044	253,923	26,714
11,5	8,567	250,457	21,365
12	10,035	253,985	26,671
12,5	12,634	246,982	38,313
Média	10,320	251,337	28,266
Desvio Padrão	1,465	2,891	6,195
Desvio/Média	14%	1%	22%

Tempo (s)	Aceleração (\dot{w}) (mm/s ²)	Força de origem Inercial (N)	$Z_{\dot{w}}$ (kg)
15	-249,530	-11,487	33,196
15,5	-249,921	-13,481	41,100
16	-244,717	-10,551	30,277
16,5	-250,761	-10,834	30,365
Média	-248,732	-11,588	33,734
Desvio Padrão	2,360	1,144	4,411
Desvio/Média	1%	10%	13%

No ensaio com aceleração constante de 300 mm/s², verificou-se que os valores calculados de massa adicional, durante o tempo de reboque, são pouco inferiores aos ensaios anterior. E que o valor médio foi igual a 22 kg.

Com o modelo desacelerado, o valor médio da massa adicional foi inferior ao ensaio anterior. Mas superior ao valor calculado durante desaceleração do manifold (26 kg), a diferença reduzia-se.

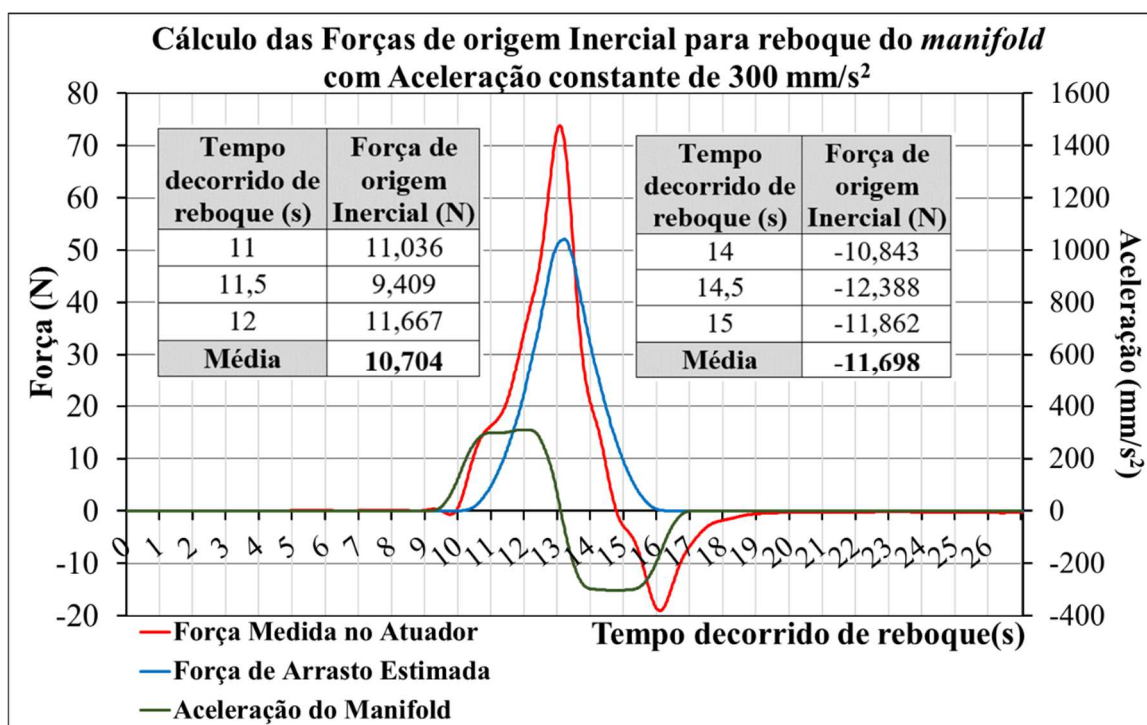


Figura 32: Força medida e Força de arrasto estimada versus o tempo decorrido no ensaio de reboque com aceleração planejada de 300 mm/s².

Tabela 11: Valores instantâneos da aceleração medida, força de inércia e massa adicional calculadas no ensaio de reboque com aceleração planejada de 300 mm/s².

Tempo (s)	Força de origem Inercial (N)	Aceleração (\dot{w}) (mm/s ²)	$Z_{\dot{w}}$ (kg)	Tempo (s)	Aceleração (\dot{w}) (mm/s ²)	Força de origem Inercial (N)	$Z_{\dot{w}}$ (kg)
11	11,036	298,091	24,183	14	-297,584	-10,843	23,597
11,5	9,409	300,575	18,465	14,5	-302,164	-12,388	28,159
12	11,667	308,300	25,004	15	-302,352	-11,862	26,393
Média	10,704	302,322	22,551	Média	-300,700	-11,698	26,049
Desvio Padrão	0,951	4,347	2,909	Desvio Padrão	2,204	0,642	1,878
Desvio/Média	9%	1%	13%	Desvio/Média	1%	5%	7%

Nos ensaios com aceleração constante de 350, 400, 450 e 500 mm/s², verificou-se que os valores calculados de massa adicional, durante o reboque, foram bem superiores aos dos ensaios anteriores (50 mm/s² à 300 mm/s²). Os valores médios foram respectivamente iguais à 43, 39, 39 e 37 kg. Não há ao certo uma explicação para a

diferença, mas nos reboque com maiores acelerações, os intervalos de tempo de aceleração constante, são bem inferiores (menores que 1 segundo), como se percebe nos gráficos, o que diminuiu a amostra de dados e diminuiu a acurácia dos cálculos. Em relação às desacelerações (350, 400, 450 e 500 mm/s²) percebeu-se o grande desvio padrão nos resultados de massa adicional (superior à 50 % da média) o que comprometeu a confiabilidade nesse números.

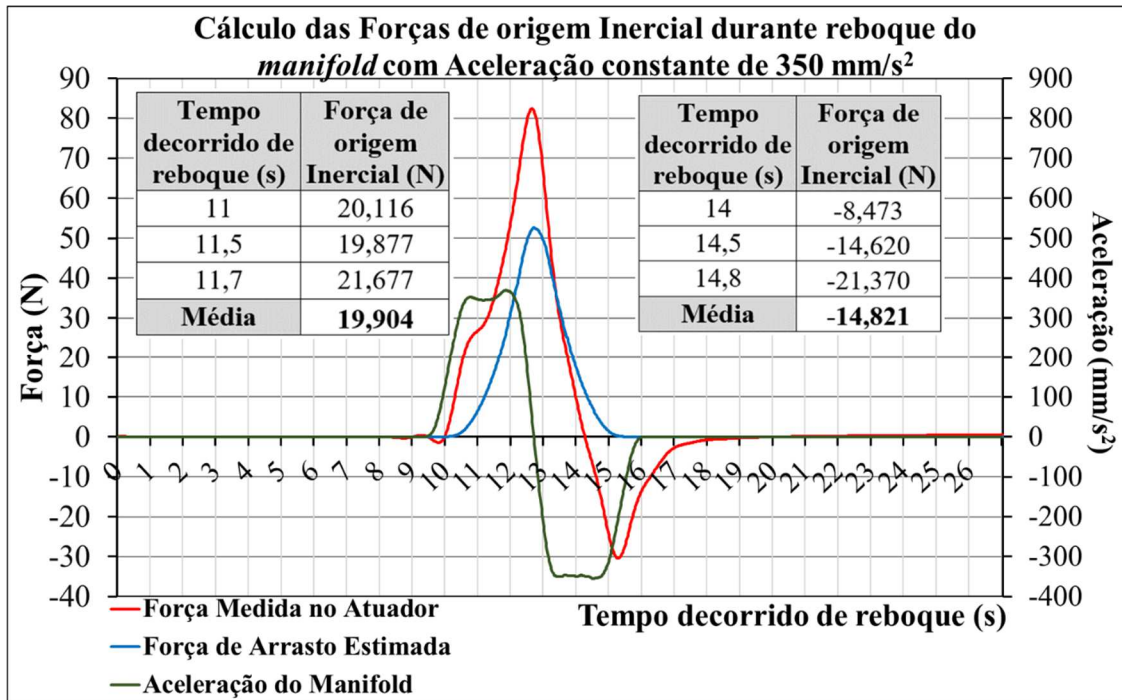


Figura 33: Força medida e Força de arrasto estimada versus o tempo decorrido no ensaio de reboque com aceleração planejada de 350 mm/s².

Tabela 12: Valores instantâneos da aceleração medida, força de inércia e massa adicional calculadas no ensaio de reboque com aceleração planejada de 350 mm/s².

Tempo (s)	Força de origem Inercial (N)	Aceleração (\dot{w}) (mm/s ²)	$Z_{\dot{w}}$ (kg)
11	20,116	344,235	44,293
11,5	19,877	347,720	42,121
11,7	21,677	367,887	44,522
Média	19,904	352,315	43,645
Desvio Padrão	0,648	6,567	1,082
Desvio/Média	3%	2%	2%

Tempo (s)	Aceleração (\dot{w}) (mm/s ²)	Força de origem Inercial (N)	$Z_{\dot{w}}$ (kg)
14	-349,596	-8,473	11,397
14,5	-355,001	-14,620	28,342
14,8	-346,967	-21,370	48,750
Média	-350,522	-14,821	29,496
Desvio Padrão	3,345	5,267	15,271
Desvio/Média	1%	36%	52%

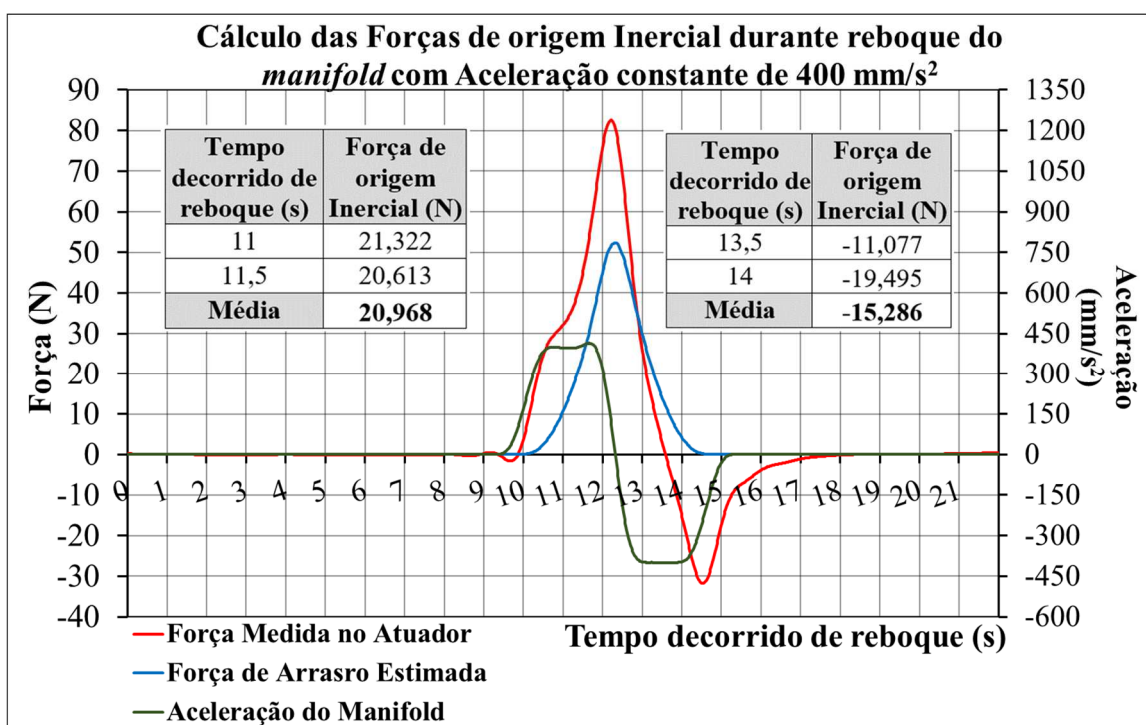


Figura 34: Força medida e Força de arrasto estimada versus o tempo decorrido no ensaio de reboque com aceleração planejada de 400 mm/s².

Tabela 13: Valores instantâneos da aceleração medida, força de inércia e massa adicional calculadas no ensaio de reboque com aceleração planejada de 400 mm/s².

Tempo (s)	Força de origem Inercial (N)	Aceleração (\dot{w}) (mm/s ²)	$Z_{\dot{w}}$ (kg)
11	21,322	396,889	40,884
11,5	20,613	406,841	37,826
Média	20,968	401,865	39,355
Desvio Padrão	0,355	4,976	1,529
Desvio/Média	2%	1%	4%

Tempo (s)	Aceleração (\dot{w}) (mm/s ²)	Força de origem Inercial (N)	$Z_{\dot{w}}$ (kg)
13,5	-401,364	-11,077	14,758
14	-396,737	-19,495	36,298
Média	-399,050	-15,286	25,528
Desvio Padrão	2,314	4,209	10,770
Desvio/Média	1%	28%	42%

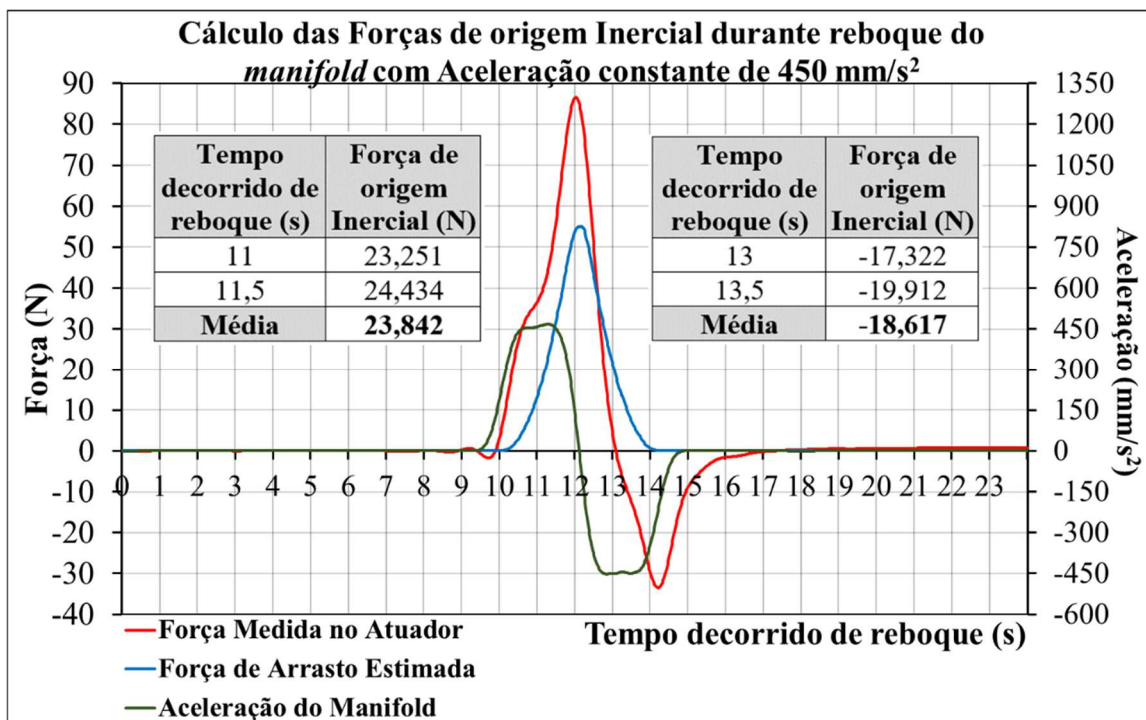


Figura 35: Gráfico de Força medida e Força de arrasto estimada versus o tempo decorrido no ensaio de reboque com aceleração planejada de 450 mm/s².

Tabela 14: Valores instantâneos da aceleração medida, força de inércia e massa adicional calculadas no ensaio de reboque com aceleração planejada de 450 mm/s².

Tempo (s)	Força de origem Inercial (N)	Aceleração (\dot{w}) (mm/s ²)	$Z_{\dot{w}}$ (kg)	Tempo (s)	Aceleração (\dot{w}) (mm/s ²)	Força de origem Inercial (N)	$Z_{\dot{w}}$ (kg)
11	23,251	458,519	37,869	13	-450,365	-17,322	25,623
11,5	24,434	453,489	41,039	13,5	-449,295	-19,912	31,479
Média	23,842	456,004	39,454	Média	-449,830	-18,617	28,551
Desvio Padrão	0,591	2,515	1,585	Desvio Padrão	0,535	1,295	2,928
Desvio/Média	2%	1%	4%	Desvio/Média	0%	4%	6%

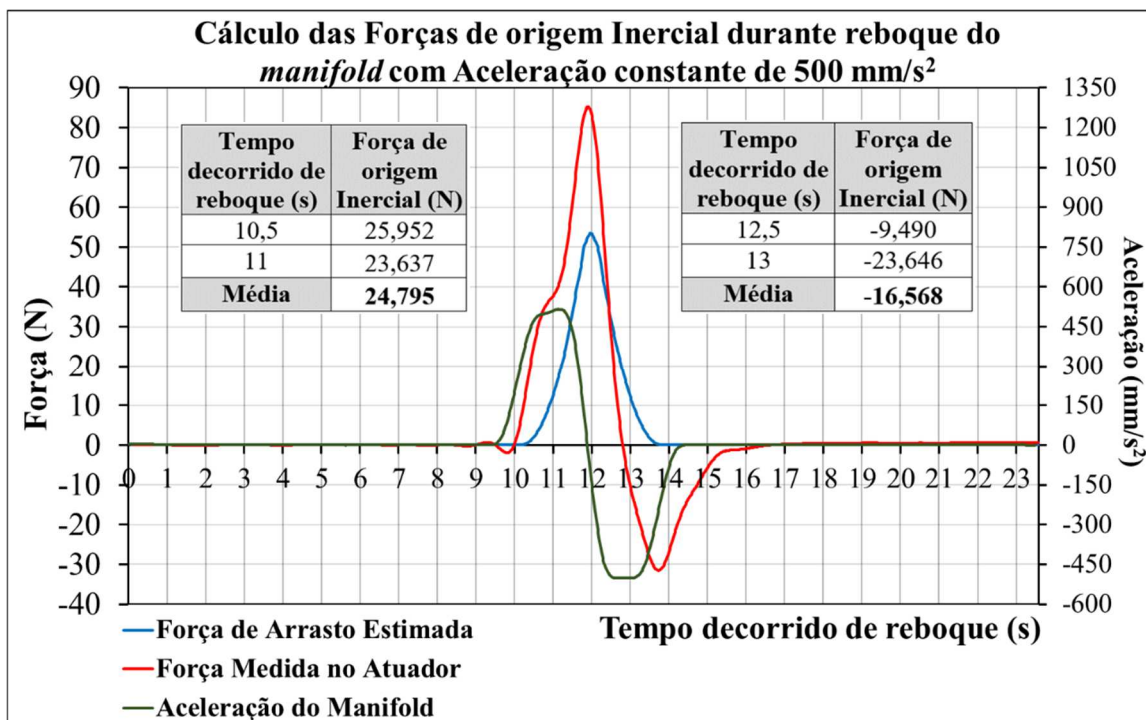


Figura 36: Gráfico de Força medida e Força de arrasto estimada versus o tempo decorrido no ensaio de reboque com aceleração planejada de 500 mm/s².

Tabela 15: Valores instantâneos da aceleração medida, força de inércia e massa adicional calculadas no ensaio de reboque com aceleração planejada de 500 mm/s².

Tempo (s)	Força de origem Inercial (N)	Aceleração (\dot{w}) (mm/s ²)	$Z_{\dot{w}}$ (kg)
10,5	25,952	474,219	41,886
11	23,637	510,670	33,446
Média	24,795	492,444	37,666
Desvio Padrão	1,158	18,225	4,220
Desvio/Média	5%	4%	11%

Tempo (s)	Aceleração (\dot{w}) (mm/s ²)	Força de origem Inercial (N)	$Z_{\dot{w}}$ (kg)
12,5	-495,492	-9,490	6,312
13	-501,631	-23,646	34,299
Média	-498,562	-16,568	20,305
Desvio Padrão	3,070	7,078	13,994
Desvio/Média	1%	43%	69%

Tabela 16: Valores médios de massa adicional.

Ensaio	Aceleração (\dot{w}) (m/s ²)	$Z_{\dot{w}}$ (aceleração) (kg)	$Z_{\dot{w}}$ (desaceleração) (kg)
1	± 0,050	28,605	67,766
2	± 0,100	27,174	57,372
3	± 0,150	26,529	48,640
4	± 0,200	29,125	35,174

5	$\pm 0,250$	28,266	33,734
6	$\pm 0,300$	22,551	26,049
7	$\pm 0,350$	43,645	29,496
8	$\pm 0,400$	39,355	25,528
9	$\pm 0,450$	39,454	28,551
10	$\pm 0,500$	37,666	20,305

3.5.6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Sob o ponto de vista de uma teoria baseada num fluido ideal, os valores de massa adicional (Z_w) calculados, na seção 3.5.5, deveriam ser constantes nos intervalos de aceleração e desaceleração constantes, visto que o coeficiente de massa adicional depende apenas da geometria do corpo do manifold e da frequência de ondas irradiadas pelo corpo, durante o reboque. A geometria, no caso, é invariável e o reboque do corpo ocorreu à uma profundidade longe da zona de formação das ondas.

Mas na realidade o escoamento do fluido é viscoso e acelerado e os resultados da massa adicional são afetados.

Diferentemente de como feito nos ensaios com velocidade constante do manifold, a aceleração do fluido restringe, a priori, a possibilidade de cálculo do número de Reynolds ($\rho VL/\mu$) e do número de Strouhal (fD/V), para caracterização do fenômeno de desprendimento de vórtices, visto que os números dependem da velocidade constante do escoamento.

Entretanto, foi feita aqui uma adaptação, nas fórmulas dos adimensionais, para estimativa do regime de escoamento do fluido ao redor do corpo acelerado, substituindo-se a velocidade de referência pela velocidade instantânea do corpo acelerado ($Re = \rho V_{\text{instantânea}}L/\mu$ e Strouhal = $fD/V_{\text{instantânea}}$). Assim os números de Reynolds e Strouhal, no fluido viscoso acelerado, devido à velocidade instantânea, variou, em cada ensaio, de um valor mínimo (velocidade inicial de reboque) até um valor máximo (velocidade final de reboque).

Assumindo-se similaridade com escoamento ao redor de um cilindro, para cada ensaio, portanto, o valor de Reynolds variou aproximadamente de 5×10^3 à 5×10^4 que refere-se à número de Strouhal igual à 0,20. E a frequência de desprendimento de vórtices, conseqüentemente, variando de 0,2 até 2 vórtices por segundo. Ou seja, em cada reboque acelerado, a estimativa é que houve desprendimento de vórtices crescente de 0,2 até 2,0 vórtices/ segundo.

No entanto não foi possível relacionar diretamente essa estimativa de desprendimento com os valores oscilantes obtidos de coeficiente de massa adicional (Z_w). Basta verificar, nos gráficos abaixo, que a frequência de oscilação dos coeficientes de massa adicional foi bastante particular e independente da faixa de frequência de desprendimento estimada (0,2 a 2,0). Mas mesmo, que desconhecidos por ora, fenômenos do escoamento viscoso provavelmente resultam na variação de Z_w . Pode-se, por exemplo, supor que o desprendimento de vórtices no escoamento viscoso acelerado em torno de corpos como o manifold seja mais imprevisível do que propõe o número de Strouhal constante (0,20) no dado intervalo de Reynolds.

Em relação às oscilações de (Z_w), nos ensaios de 50 e 100 mm/s² (Figura 36 e 37), os valores obtidos sugerem que o desprendimento de vórtices não foi ordenado e estável, possuindo fases distintas de oscilação. Numa primeira fase, com velocidade mais baixa do corpo, a oscilação de massa adicional esteve num patamar de valores mais altos, na fase seguinte de velocidades de reboque mais altas a oscilação esteve num patamar mais baixo de valores de massa adicional.

Os períodos oscilatórios são curtos (aprox. 1 segundo) para todo intervalo de reboque. A diferença está justamente na amplitude dos valores medidos e que devem estar apontando, para a presença de força de origem viscosa (especialmente devido ao fluido acelerado).

Fazendo analogia com o desprendimento de vórtices num fluido viscoso sem aceleração pode-se supor que aqui também haja na direção do escoamento uma componente da força de arrasto (variando no tempo) com caráter oscilatório. Tal força seria uma possível explicação para o resultado da massa adicional decrescente, no ensaio de aceleração de 50 mm/s², do tempo de reboque 11 segundos para 20 segundos.

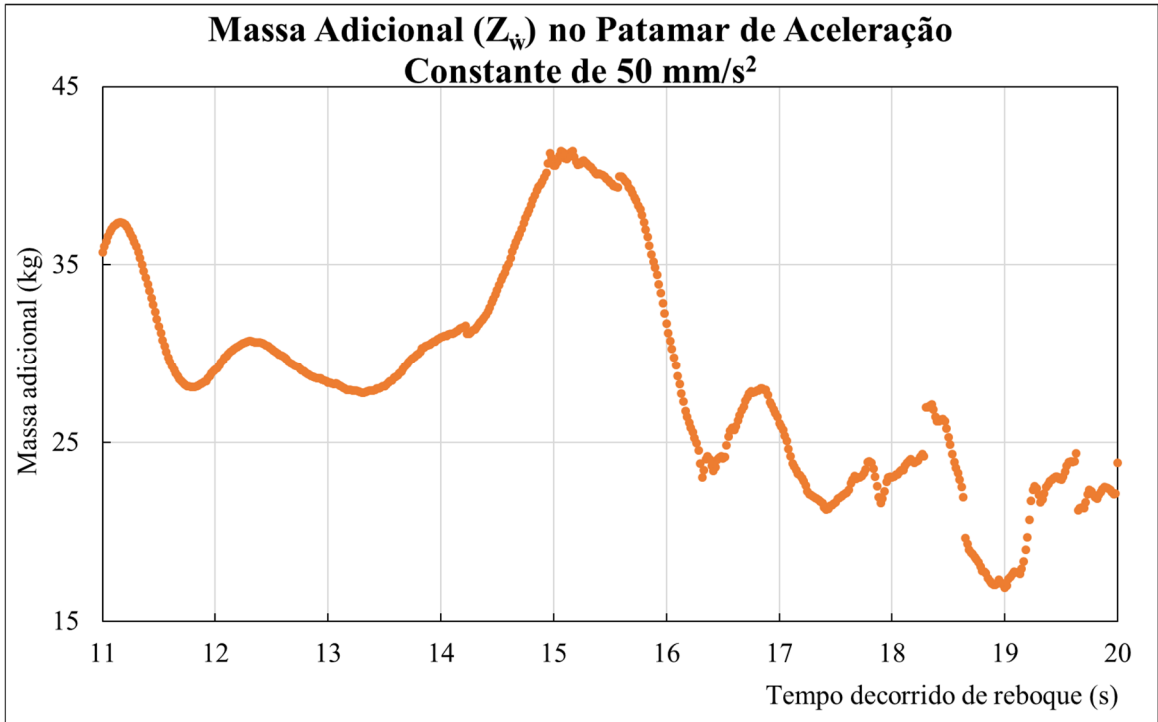


Figura 37: Massa adicional calculada durante intervalo de aceleração (50 mm/s^2) constante.

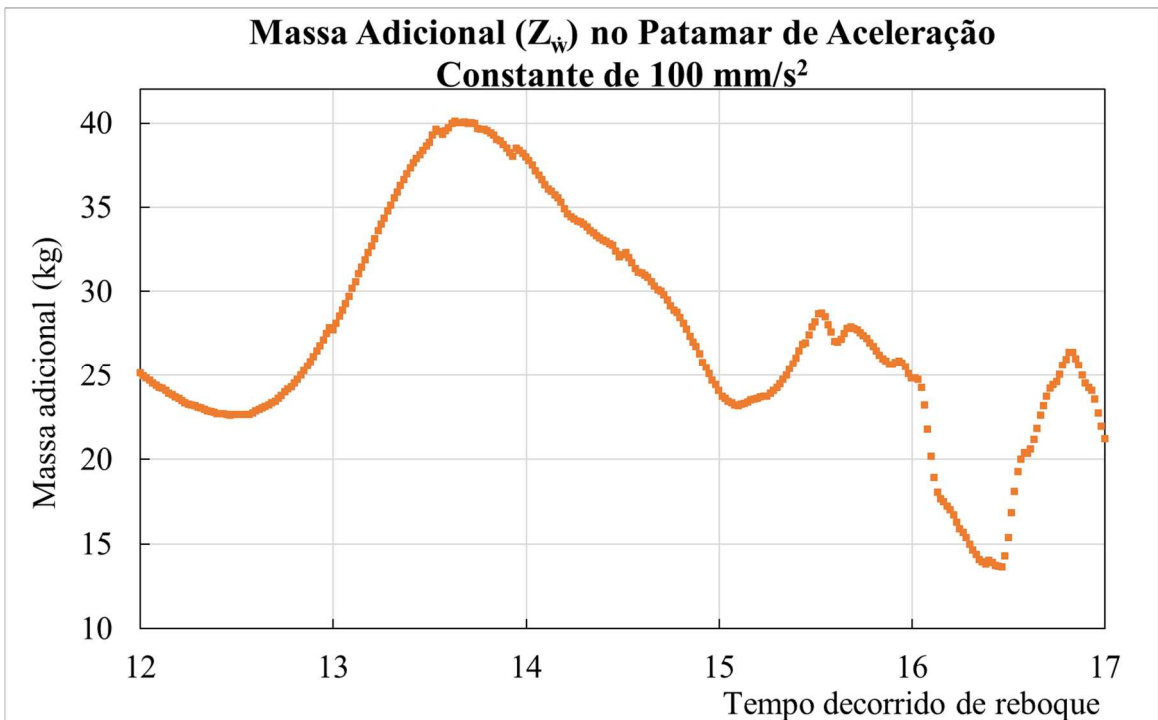


Figura 38: Massa adicional calculada durante intervalo de aceleração (100 mm/s^2) constante.

Nos ensaios com acelerações de 150 mm/s^2 , 200 mm/s^2 , 250 mm/s^2 e 300 mm/s^2 o desprendimento parece ter sido claramente mais estável e ordenado, que nos ensaios de 50 mm/s^2 e 100 mm/s^2 , com períodos oscilatórios bem mais definidos. Nesses ensaios os intervalos de tempo de aceleração constante são bem menores (no máximo 3 segundos de reboque). Parece ter sido tempo suficiente para apenas um ciclo de desprendimento de vórtice, com amplitude bem definida, como se verifica nos gráficos abaixo. Talvez esse curto período também tenha sido insuficiente para produzir a variação da força de arrasto oscilatório, como proposto nos dois ensaios anteriores.

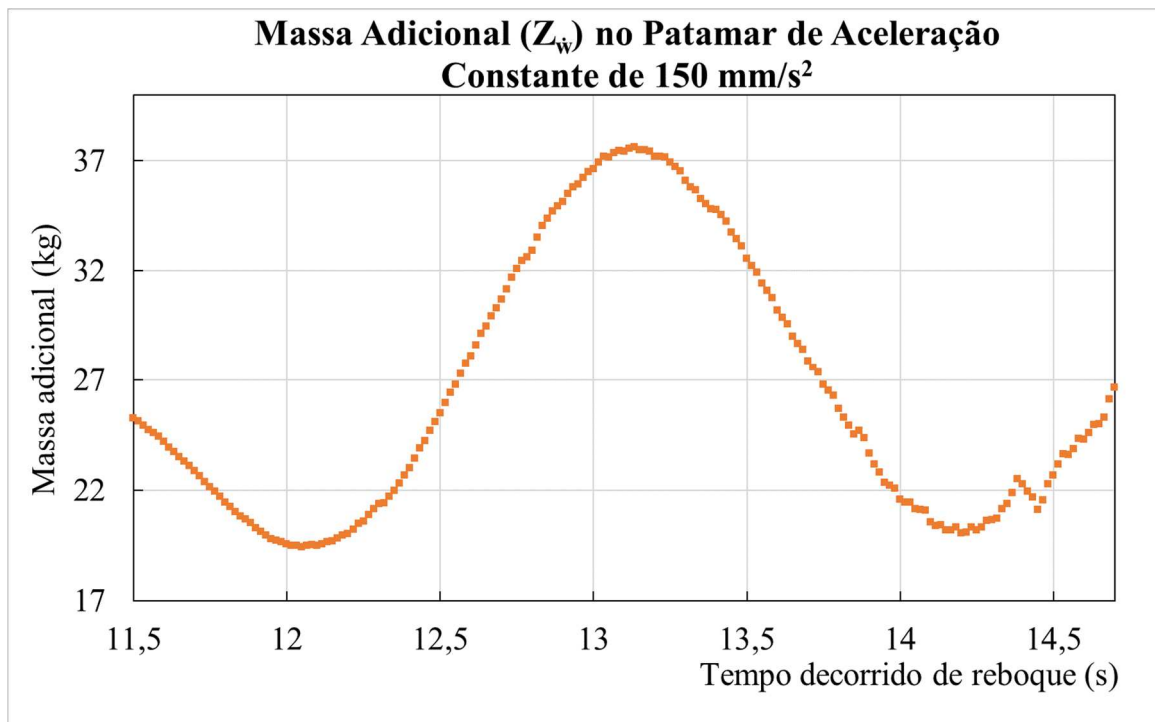


Figura 39: Massa adicional calculada durante intervalo de aceleração (150 mm/s^2) constante.

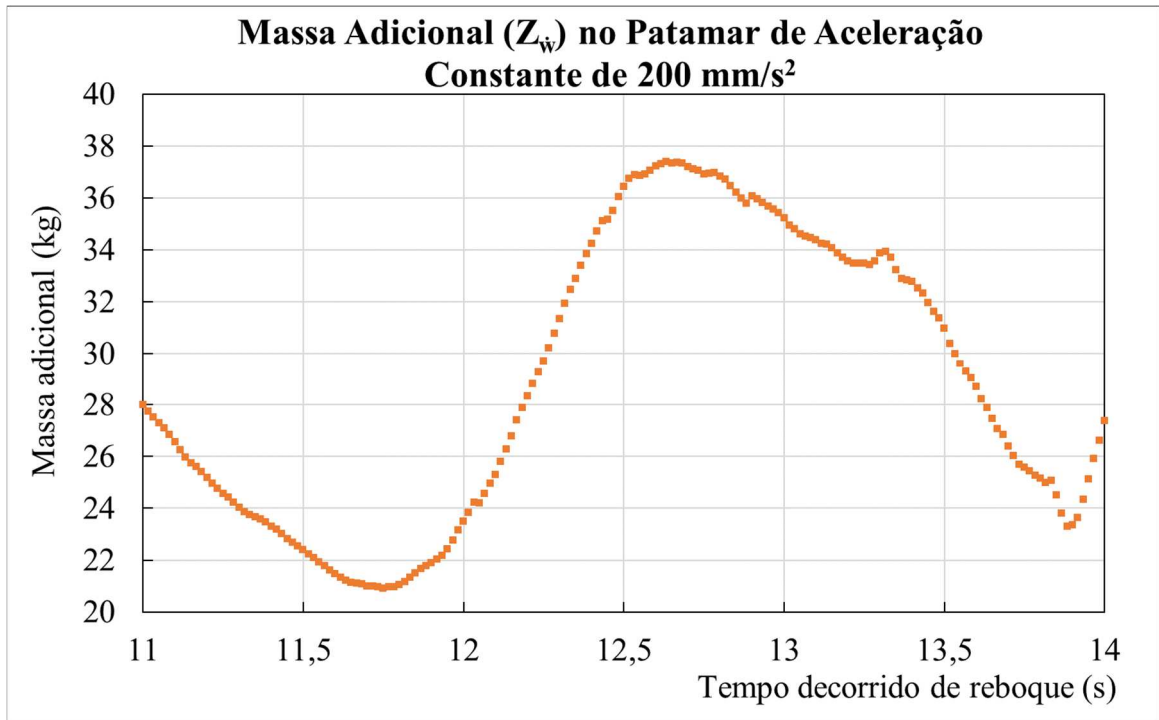


Figura 40: Massa adicional calculada durante intervalo de aceleração (200 mm/s²) constante.

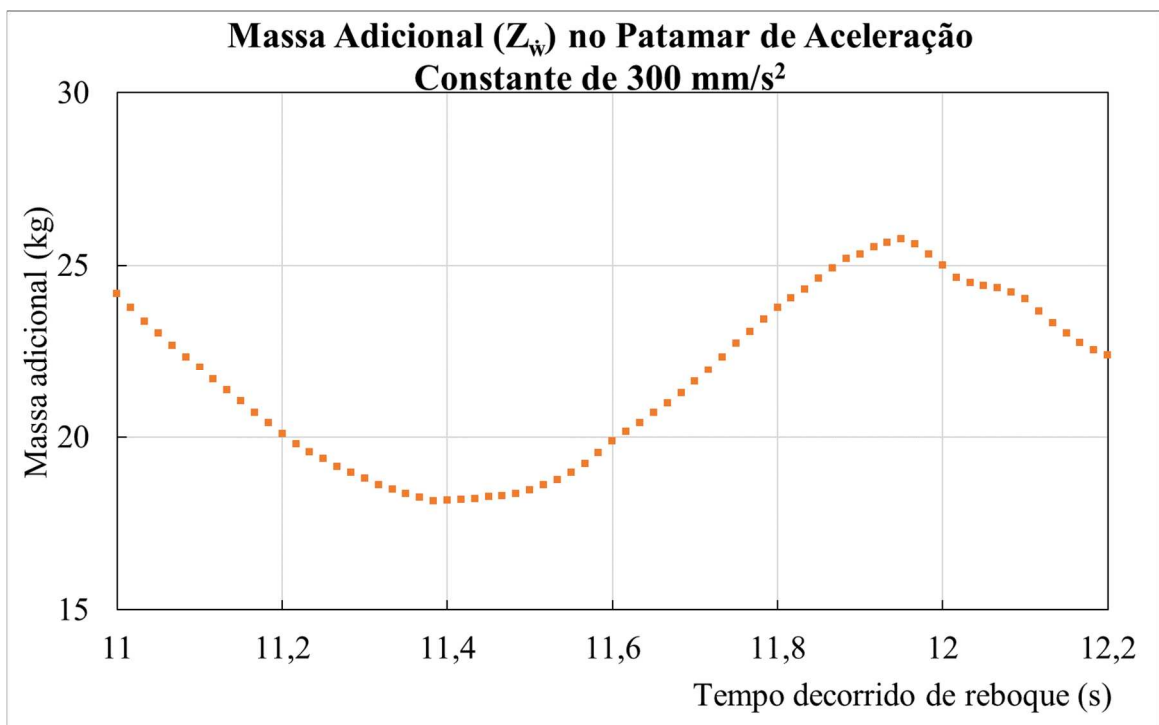


Figura 41: Massa adicional calculada durante intervalo de aceleração (300 mm/s²) constante.

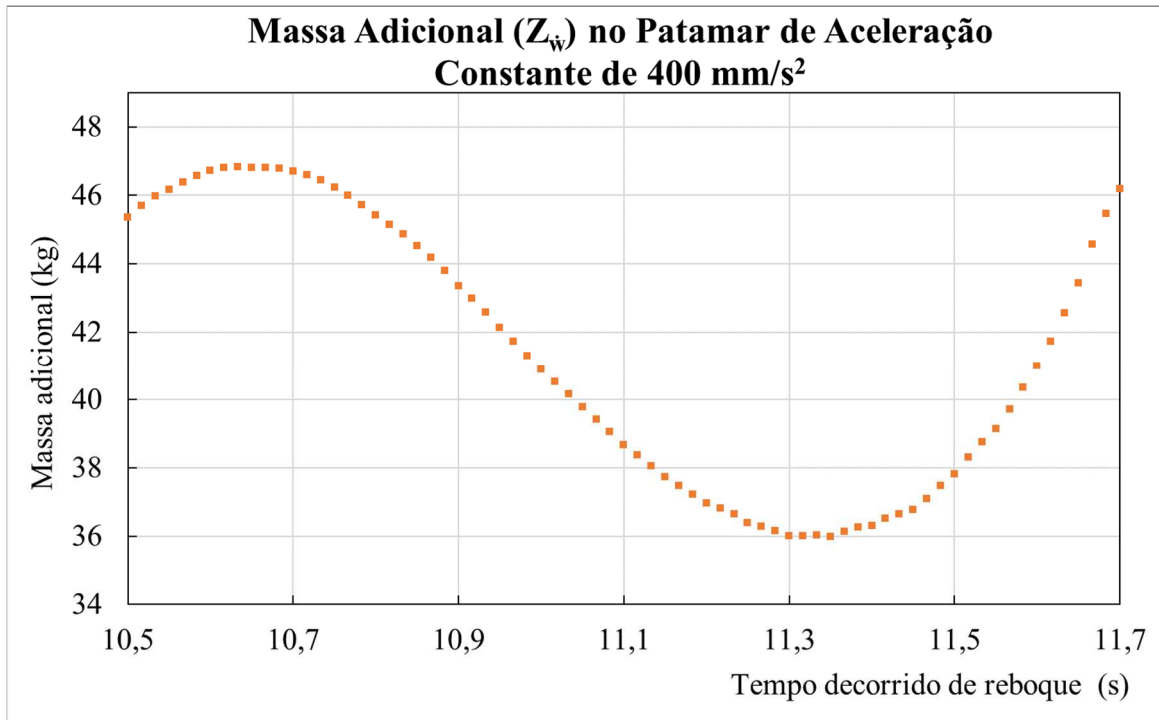


Figura 42: Massa adicional calculada durante intervalo de aceleração constante (400 mm/s²) constante.

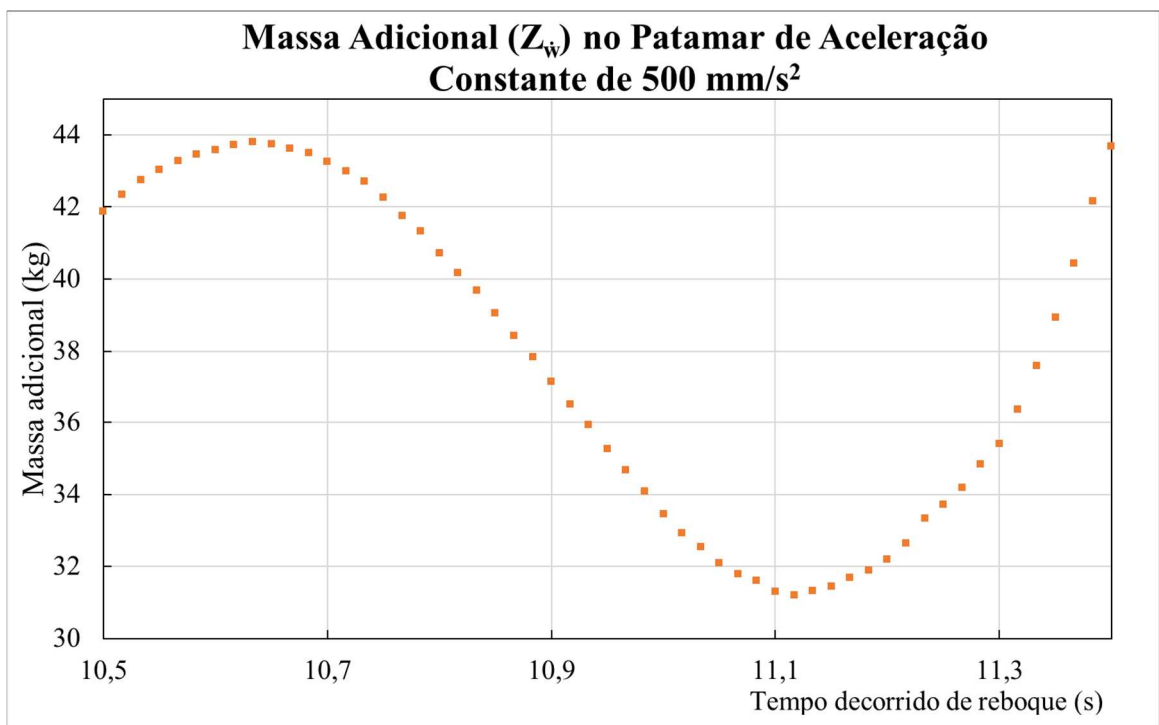


Figura 43: Massa adicional calculada durante intervalo de aceleração (500 mm/s²) constante.

3.5.7 RAZÃO MASSA ADICIONAL/ PESO DO MANIFOLD

Nessa seção objetivou-se definir e validar o valor exato do coeficiente de massa adicional (Z_w) para ser adotado nas simulações.

O manifold testado possui 4,19 kg de massa. O valor médio de massa adicional obtido, no patamar de aceleração constante, oscilou entre 26,529 kg e 43,645 kg, de acordo com os resultados da seção 3.5.5. O que significa que a razão massa adicional/ peso do manifold, está situada no intervalo 6,33 – 10,41, valores que se encontram no range de valores apresentados para outros manifolds da indústria offshore, por exemplo.

Em (COSTA, L.T. e LIMA, U.A.,2017) são apresentados valores de referência da razão massa adicional / massa do corpo, para manifolds da indústria offshore, que serviram para comparação com os resultados obtidos na seção 3.5.5.

No trabalho (MINEIRO, F.P.S., 2006), o autor também apresenta valores obtidos de coeficientes hidrodinâmicos de massa adicional para resultados de testes de reboque de modelos de manifolds, no caso, para acelerações nas três direções X, Y e Z. E quando se trata dos resultados de massa adicional obtidos na direção Z, devido aceleração na mesma direção, os valores também convergiram, com os resultados obtidos em 3.5.5 e com os valores da indústria.

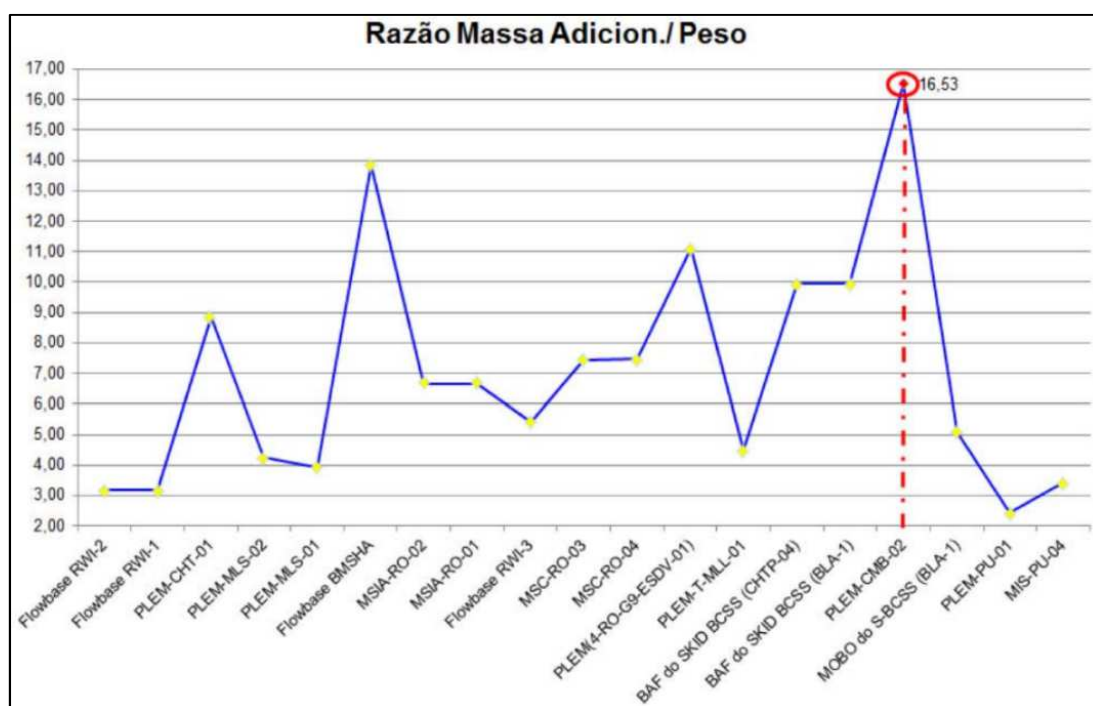


Figura 44: Razão massa adicional/ peso de manifolds da indústria offshore (extraído de COSTA, L.T. e LIMA, U.A., 2017).

Portanto, o valor da massa adicional (Z_w) adotado para as simulações da dinâmica dos movimentos de descenso do manifold, foi igual à 27 kg, que equivale à razão 6,44 massa adicional/ peso do manifold e que foi uma média representativa dos resultados (seção 3.5.5) obtidos nos ensaios 1 à 6.

3.6 TESTE COMPUTACIONAL - WAMIT

Foi utilizado o programa WAMIT V7.2, que faz o uso da teoria potencial hidrodinâmica, para estimativa da matriz de massa adicional (equação 3.7) do manifold totalmente submerso.

Essa estimativa objetivou obter valores para os coeficientes hidrodinâmicos Z_w e ($X_{\dot{q}}$ e $M_{\dot{q}}$), que não puderam ser obtidos através dos testes experimentais.

Seguindo o manual (*WAMIT USER MANUAL – Version 7.2*) utilizou-se o método Low Order Panel para cálculo da massa adicional, onde a geometria submersa do corpo foi representada por painéis planos. Este método é apropriado para corpos com lados e superfície planos, como barras retangulares, navios e plataformas com formas simples.

Para geração da malha de painéis, foi utilizado o programa RHINOCEROS. Para efeito de simplificação e adequação ao método de painéis planos, foi gerada uma forma aproximada do manifold, que levou em conta as dimensões de altura, largura e comprimento (box). A forma paralelepípedica gerada e processada no WAMIT (WAMIT versão 7.2) possui 3520 painéis. Definição suficiente para confiabilidade dos resultados de massa adicional.

A fim de verificar a influência da superfície da água, foram processados dois casos: o “paralelepípedo” totalmente submerso, com profundidade de 1,0 metro e com profundidade de 5,0 metros. Ambos desconsiderando a influência da frequência de ondas incidentes.

O programa WAMIT faz a adimensionalização da massa adicional com as seguinte fórmulas:

$$Ca_{ij} = \frac{m_{ij}}{\rho L^3} \text{ (Para } i = j \text{ ou } 1 \text{ ou } 2 \text{ ou } 3, \text{ ou seja, } Surge, Sway \text{ e Heave) } \quad (3.19)$$

$$Ca_{ij} = \frac{m_{ij}}{\rho L^5} \text{ (Para } i = j \text{ ou } 4 \text{ ou } 5 \text{ ou } 6, \text{ ou seja, } Roll, Pitch \text{ e Yaw) } \quad (3.20)$$

Onde m_{ij} é a massa adicional e L, o comprimento característico (ULEN = 1). E

Ca_{ij} o valor adimensionalizado, pelo WAMIT, da massa adicional.

Os resultados obtidos foram os seguintes:

Tabela 17: Valores de massa adicional obtidos no WAMIT.

Coefficientes hidrodinâmicos	Valor Adimensional (Profundidade = 1,0 metro)	Valor Dimensional (kg)	Valor Adimensional (Profundidade = 5,0 metros)	Valor Dimensional (kg)
$Z_{\dot{w}}$	$1,84 \times 10^{-2}$	18,384	$1,84 \times 10^{-2}$	18,374
$Y_{\dot{v}}$	$7,52 \times 10^{-3}$	7,524	$7,52 \times 10^{-3}$	7,520
$X_{\dot{u}}$	$3,29 \times 10^{-3}$	3,289	$3,28 \times 10^{-3}$	3,283
$X_{\dot{q}}$	0	0	0	0
$K_{\dot{p}}$	$8,59 \times 10^{-5}$	0,086	$8,59 \times 10^{-5}$	0,086
$M_{\dot{q}}$	$1,89 \times 10^{-4}$	0,189	$1,89 \times 10^{-4}$	0,189
$N_{\dot{r}}$	$3,29 \times 10^{-5}$	0,032	$3,29 \times 10^{-5}$	0,033

Os resultados permitem afirmar que, em relação à massa adicional $Z_{\dot{w}}$, o valor obtido, cerca de 18,35 kg, para ambas profundidades, foi menor que a média dos valores obtidos durante os testes experimentais, cerca de 27 kg (seção 3.5.6). A diferença, evidentemente, pode estar associada à forma geométrica que foi utilizada no WAMIT (um paralelepípedo com as mesmas dimensões principais do manifold). Mas também não pode ser descartado o efeito hidrodinâmico não considerado da haste de testes.

Em relação à $X_{\dot{q}}$, o valor obtido foi igual a zero. Enquanto $M_{\dot{q}}$ foi aproximadamente igual à 1 % do valor de $Z_{\dot{w}}$, igual à 0,18 kg.

Dado a nulidade de $X_{\dot{q}}$, frente à $Z_{\dot{w}}$, não considerou-se o coeficiente nas simulações executadas. Em relação à $M_{\dot{q}}$ também foi desconsiderado, dado que após avaliação de algumas simulações com esse coeficiente verificou-se que os resultados eram muito instáveis, mesmo com valor pequeno.

4 SIMULAÇÕES

Foram realizadas simulações computacionais, através do Programa LabOSim, desenvolvido pelo Laboratório Oceânico da COPPE, no ambiente MATLAB/Simulink (nas versões: MATLAB 9.0 e Simulink 8.7).

O programa de simulações teve a função de resolver numericamente o sistema de Equações de movimento (2.18 e 2.19), definido no modelo matemático proposto para a dinâmica de descenso do manifold.

E pelas razões a seguir, alguns coeficientes hidrodinâmicos ($X_{\dot{q}}$, $M_{\dot{q}}$, M_q e $M_{|q|q}$) não foram considerados nas simulações:

- Não foram estimados experimentalmente os coeficientes hidrodinâmicos: $X_{\dot{q}}$, $M_{\dot{q}}$, M_q e $M_{|q|q}$.
- Os valores de massa adicional $X_{\dot{q}}$ e $M_{\dot{q}}$, que foram estimados no programa WAMIT, para uma forma geométrica com dimensões principais de um manifold obtidos foram ínfimos frente à $Z_{\dot{w}}$ ($Z_{\dot{w}} \gg X_{\dot{q}}$ e $M_{\dot{q}}$).
- Ao executar simulações no LabOsim, com os ínfimos valores de coeficientes $X_{\dot{q}}$ e $M_{\dot{q}}$ os resultados não pareceram ser confiáveis. Por vezes os resultados até se perdiam. Tratou-se possivelmente de instabilidade numérica, que, por ora, ainda representa um ponto a ser mais investigado.

Portanto na prática o sistema de Equações (2.18 e 3.19) foi simplificado para:

$$m_w \dot{w} = - (Z_w w + Z_{|w|w} w^2) + (W - B) \cos \theta \quad (4.1)$$

$$I_y \dot{q} = +z_b (B) \sin \theta \quad (4.2)$$

Para a integração numérica das equações diferenciais foi necessário definir as condições iniciais da posição e velocidade do manifold. No modelo matemático, sistema de duas equações diferenciais, a posição inicial refere-se à profundidade inicial do corpo e a orientação inicial do corpo em torno do eixo y (*Pitch*). A velocidade inicial refere-se à velocidade inicial de queda do corpo e a velocidade de rotação do corpo em torno do eixo y.

O sistema de Equações pode ser representado numericamente, como:

$$\frac{d^2z}{dt^2} = f_1\left(t, z, \frac{dz}{dt}, \theta, \frac{d\theta}{dt}\right) \quad (4.3)$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = f_2\left(t, z, \frac{dz}{dt}, \theta, \frac{d\theta}{dt}\right) \quad (4.4)$$

O método de integração utilizado, no programa LabOsim, para solucionar o sistema de Equações Diferenciais de Segunda Ordem foi o método de Runge-Kutta de 4ª Ordem.

As simulações foram realizadas, considerando as características físicas do modelo do manifold (escala 1:30), que foi testado experimentalmente. Além disso foram definidos os dados iniciais do lançamento.

Tabela 18: Dados de entrada do LabOsim.

Dados de entrada
Massa do modelo do manifold de teste.
Inércias de massa - em torno dos eixos do sistema de referência solidário ao corpo – calculadas durante teste
Empuxo
Centro do volume submerso - definido no sistema de referência solidário ao corpo
Coefficientes Hidrodinâmicos do corpo – coeficientes de massa adicional e/ou de amortecimento, considerados nos casos de simulação.
Ângulos iniciais do lançamento.
Velocidade inicial do lançamento.

Os dados de saída foram: as posições, velocidades e acelerações do manifold, no domínio do tempo da simulação, que serão apresentados graficamente nesse capítulo.

Os gráficos apresentados nesse capítulo foram:

- Afundamento do manifold no domínio do tempo;
- Ângulo de *Pitch* do manifold no domínio do tempo;
- Velocidade de afundamento e velocidade angular do *manifold* no domínio do tempo;

4.1 PROGRAMA LABOSIM

O programa foi desenvolvido na linguagem de programação do MATLAB e com a ferramenta de simulação de sistemas dinâmicos SIMULINK.

A interface primária do LABOSIM (Figura 44) é descrita por blocos elementares de funções, onde as entradas e saídas são conectadas no bloco por linhas de conexão.

Os principais blocos do programa LABOSIM/ SIMULINK, cujas funções executam a solução numérica acima, são os seguintes:

CalculateForces: Calcula as forças e acelerações do corpo.

Dados de entrada: Posição atualizada do corpo, definida como x_n .

Velocidade atualizada do corpo, no sistema de referência solidário, definida como v_b .

Dados de Saída: Aceleração atualizada do corpo (resultado do cálculo de cada iteração) definida como vp_b . Aceleração calculada no sistema de referência solidário ao corpo.

Initial Condition: Blocos de condição inicial do corpo responsável pela entrada das condições iniciais do corpo, que alimentam o Integrator e Integrator1.

Integrator: Executa o cálculo da velocidade do corpo (v_b) em relação ao sistema de referência fixo ao corpo.

Dados de entrada: Aceleração do corpo atualizada (vp_b), resultado do cálculo de CalculateForces, além das condições iniciais.

Saída: Velocidade atualizada do corpo (v_b), resultado da integração numérica das acelerações do corpo.

BodyToInertialFrame: Transforma velocidades no sistema de coordenadas solidário ao corpo (v_b) para o sistema inercial (v_n).

Dados de entrada: Velocidade atualizada (v_b), resultado da integração numérica das acelerações do corpo (vp_b) e posterior transformação para sistema de referência inercial.

Integrator1: Faz o cálculo da posição/ orientação do corpo (x_n),

Dados de entrada: Velocidade atualizada (v_n), resultado da integração numérica das acelerações do corpo (vp_b) e posterior transformação para sistema de referência inercial, além das condições iniciais.

Dados de saída: Posição atualizada do corpo (x_n), resultado da integração numérica das velocidades do corpo no sistema de referência inercial.

AngSing: Ajuste de das coordenadas de orientação angular do corpo

Dado de entrada: Posição atualizada do corpo (x_n).

Dado de saída: Posição (x_n) com ajuste das coordenadas de orientação.

Rad2Deg: Transformação das coordenadas de orientação do corpo de radianos para graus.

Dado de entrada: Posição do corpo (x_n).

Dado de saída: Posição (x_n) com ajuste das coordenadas de orientação em graus.

O intervalo de tempo para cada iteração da integração numérica foi de 0,01 segundos. As simulações foram feitas para o cálculo das posições/ orientações do corpo (x_n), velocidades (v_b) e acelerações (vp_b) para o tempo total de 20 segundos.

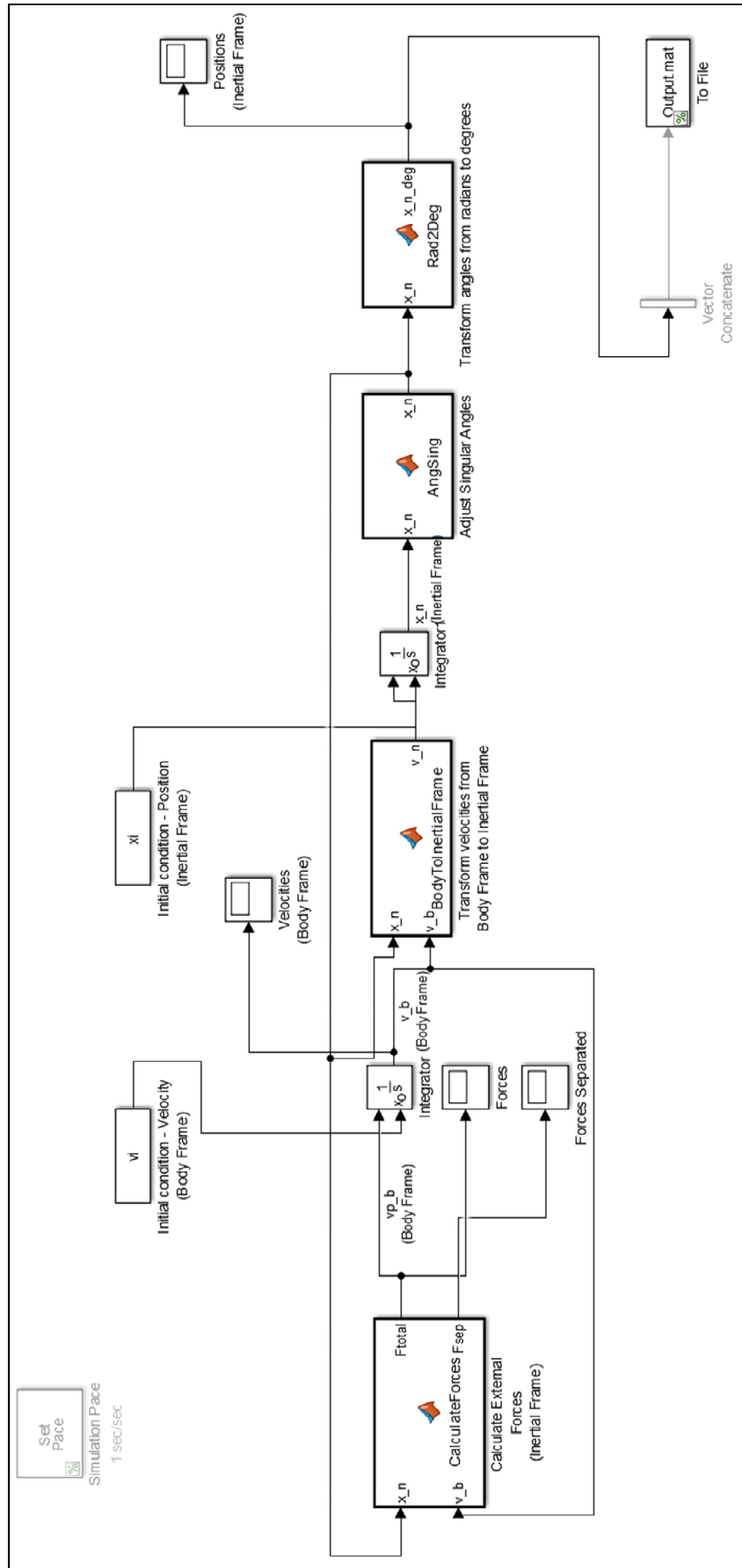


Figura 45: Interface do programa LabOsim.

4.2 CASOS SIMULADOS, COM ÂNGULO INICIAL DE *PITCH* NULO

São os casos onde o ângulo inicial de *Pitch*, no lançamento do manifold, é igual à zero.

Para todas as simulações, seja com ângulo inicial de *Pitch* nulo ou não, o sistema de referência solidário ao corpo foi definido com a origem no centro de gravidade dele, como mostra figura abaixo.

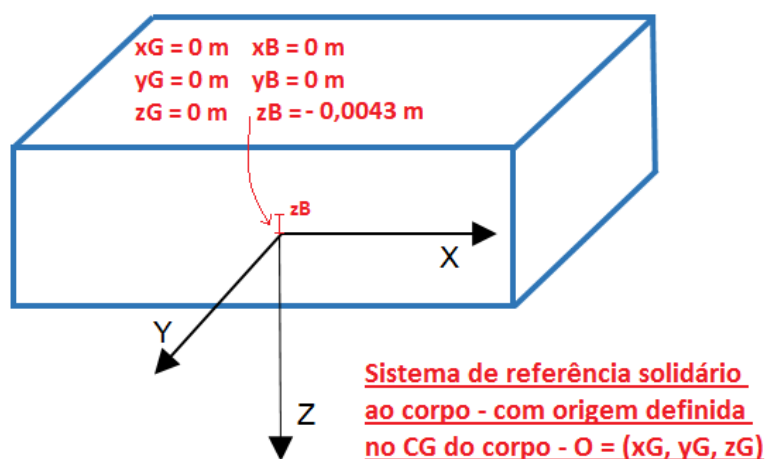


Figura 46: Sistema de referência solidário ao corpo, com origem no CG do corpo.

4.2.1 AFUNDAMENTO DO MANIFOLD SEM A CONSIDERAÇÃO DOS COEFICIENTES HIDRODINÂMICOS

No primeiro caso, foi considerado apenas a presença das forças hidrostáticas. Ou seja, a simulação não considerou a presença de forças hidrodinâmicas atuando no corpo. Essa primeira simulação, assim como as que foram possíveis, buscou-se verificar os resultados da simulação com resultados analíticos.

Os resultados, apresentados nas figuras, são gráficos de afundamento versus tempo e velocidade de afundamento versus tempo.

Verificou-se que o resultado da trajetória de afundamento do corpo é de uma “queda livre”. Sendo que no tempo de simulação (20 segundos) o corpo atingiu a profundidade aproximada de 1570 metros.

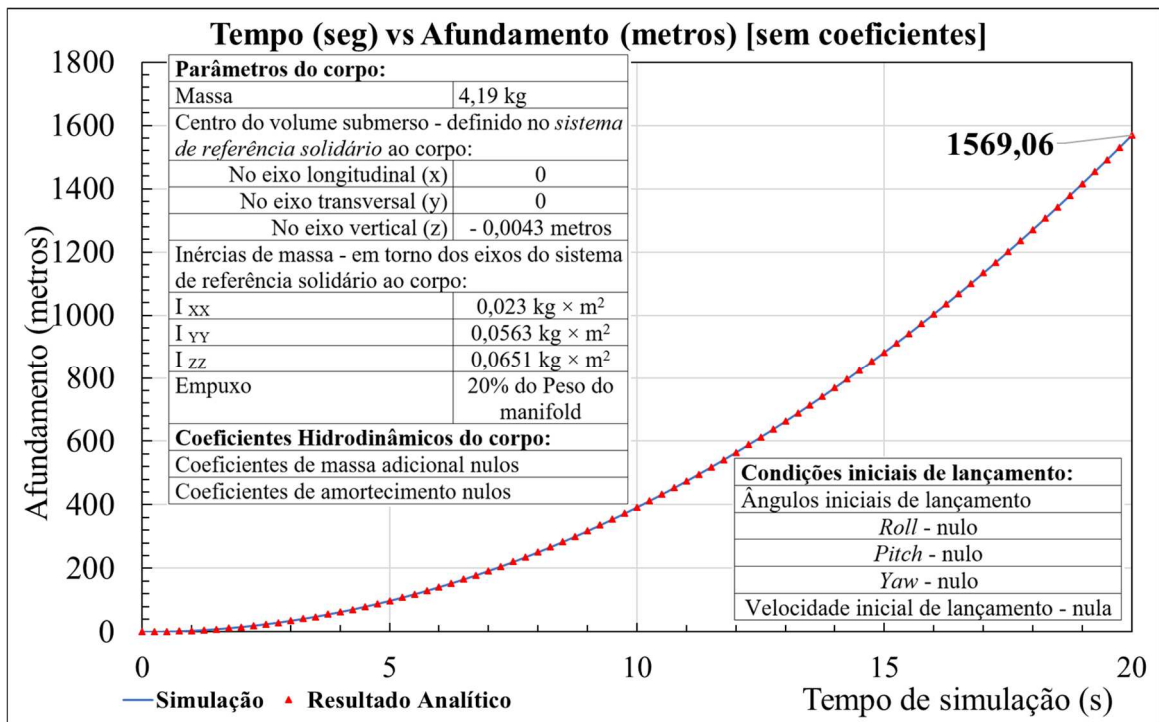


Figura 47: Afundamento do manifold, sem consideração de coeficientes hidrodinâmicos e ângulo inicial de lançamento nulo. Trajetória de queda parabólica.

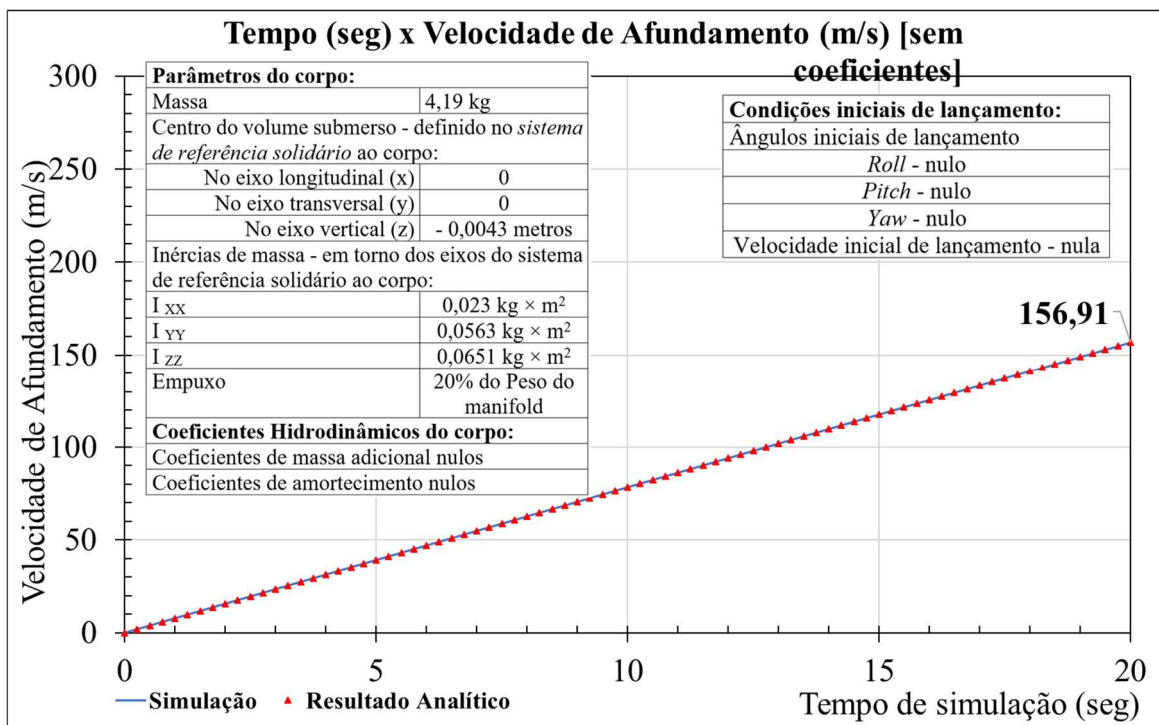


Figura 48: Velocidade de afundamento do manifold, sem consideração de coeficientes hidrodinâmicos e ângulo inicial de lançamento nulo.

A velocidade de afundamento do corpo, linearmente crescente com o tempo, atingiu, em 20 segundos, aproximadamente 156 m/s.

Os resultados foram validados através da solução analítica da equação (4.5), onde:

$$\begin{aligned} \text{Força resultante} &= \text{Peso} - \text{Empuxo} \\ ma &= (mg) - (\rho \nabla g) \end{aligned} \quad (4.5)$$

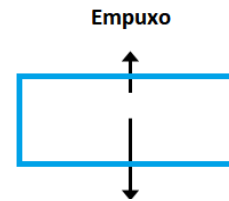


Figura 49: Esquema de Forças

Onde:

m é a massa do corpo.

a é aceleração do corpo na direção do afundamento.

g é a aceleração da gravidade.

ρ é a massa específica da água.

∇ é o volume submerso do manifold

Assim o valor da aceleração do corpo, pôde ser expressa como uma fração constante da aceleração da gravidade, dependente do empuxo e a da massa do corpo, dada por:

$$a = g(m - (\rho \nabla))/m \quad (4.6)$$

A equações de trajetória e velocidade de queda-livre do corpo, conhecidas da mecânica clássica, são as seguintes:

$$z(t) = \frac{1}{2}at^2 \quad (4.7)$$

$$v(t) = at \quad (4.8)$$

E verificou-se que os gráficos (Figura 46 e 47) apresentaram, como esperado, resultados alinhados com o resultado da solução analítica das equações (4.7) e (4.8), que com a aceleração calculada em (4.6), são iguais à:

$$z(t) = (3,92)t^2 \quad (4.9)$$

$$v(t) = (7,84)t \quad (4.10)$$

4.2.2 AFUNDAMENTO DO MANIFOLD COM A CONSIDERAÇÃO DO COEFICIENTE DE MASSA ADICIONAL (Z_w)

Nesse caso considerou-se, além das forças hidrostáticas, a força hidrodinâmica de massa adicional na direção do afundamento. O valor de massa adicional considerado foi o calculado nos testes de reboque (27 kg).

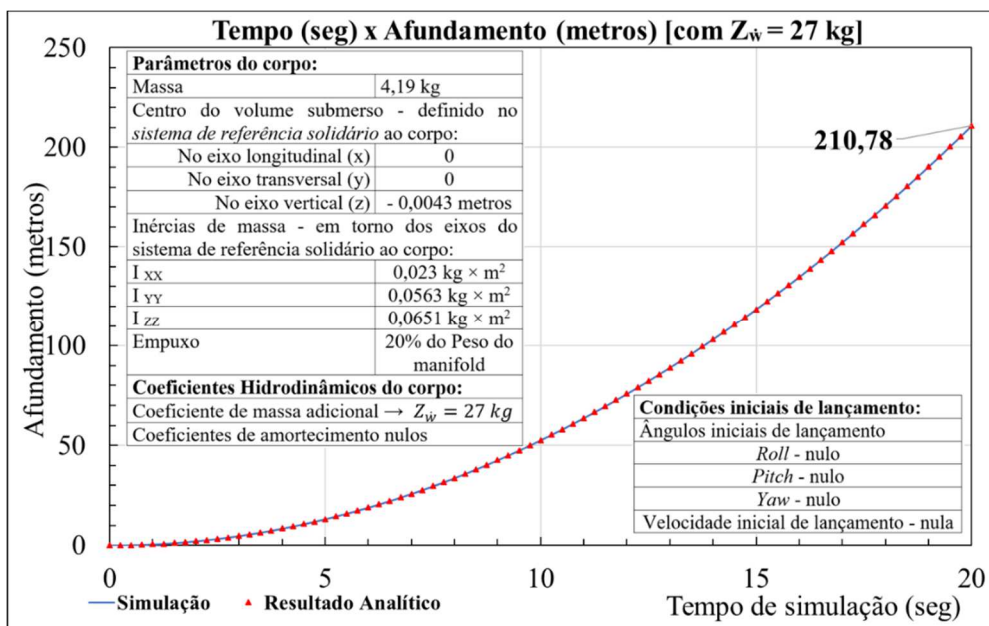


Figura 50: Afundamento do manifold, com a consideração do coeficiente hidrodinâmico Z_w e ângulo inicial de lançamento nulo. Trajetória de queda parabólica.

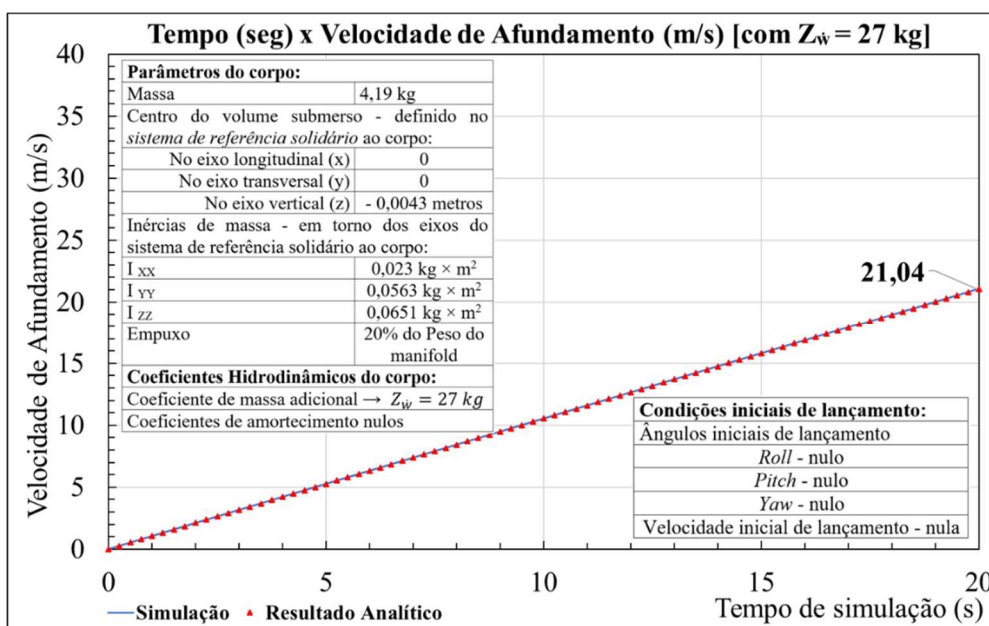


Figura 51: Velocidade de afundamento do manifold, com coeficiente hidrodinâmico Z_w e ângulo inicial de lançamento nulo.

A diferença, em relação aos resultados do caso anterior (afundamento do manifold sem consideração de coeficientes), se deu nos valores de profundidades e velocidades atingidas no mesmo intervalo de tempo. Bem inferiores, devido à presença da massa adicional. Mas a trajetória do afundamento do corpo também foi de “queda livre”.

Em 20 segundos, o corpo atingiu a profundidade aproximada de 210 metros.

A velocidade de afundamento do corpo, linearmente crescente com o tempo, atingiu aproximadamente 21 m/s.

Os resultados foram verificados através da solução analítica da Equação 4.11, que incorporou ao problema a força hidrodinâmica de massa adicional, contrária ao movimento de queda.

Força resultante = Peso – Empuxo –

Força de massa adicional

$$ma = (mg) - (\rho \nabla g) - (Z_{\dot{w}} a) \quad (4.11)$$

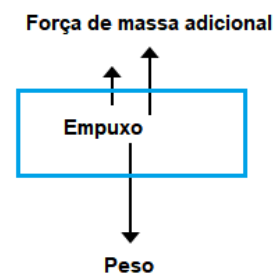


Figura 51: Esquema de Forças

Onde:

$Z_{\dot{w}}$ é a massa adicional do corpo na direção do eixo z

Assim, o valor da aceleração do corpo, quando comparada ao caso anterior, foi inferior devido à massa adicional no denominador:

$$a = g(m - \rho \nabla) / (m + Z_{\dot{w}}) \quad (4.12)$$

E verificou-se que os gráficos (Figura 49 e 50) apresentaram, como esperado, resultados alinhados com o resultado da solução analítica das equações de queda-livre (4.7) e (4.8), que com a aceleração calculada em (4.12), são iguais à:

$$z(t) = (0,525)t^2 \quad (4.13)$$

$$v(t) = (1,05)t \quad (4.14)$$

4.2.3 AFUNDAMENTO DO MANIFOLD COM A CONSIDERAÇÃO DO COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO LINEAR (Z_w)

Nesse caso, além das forças hidrostáticas, considerou-se a força hidrodinâmica de amortecimento parcela linear, na direção do afundamento. Ou seja, não teve a presença da força de massa adicional atuando no corpo. Analisou-se apenas o amortecimento linear.

O coeficiente de amortecimento linear considerado, foi o calculado durante os ensaios de reboque [10,5 N/(m/s)].

O resultado para a trajetória de afundamento do corpo, diferentemente dos casos anteriores, que só consideraram as forças, digamos de origem inercial, não foi de “queda livre”.

A simulação indicou que a trajetória vertical de afundamento teve duas fases distintas (resultado confirmado pela solução analítica a seguir). Na primeira fase do movimento houve um aumento da velocidade de afundamento e numa segunda fase a velocidade atingiu um patamar constante, a velocidade terminal, que foi cerca de 3 m/s.

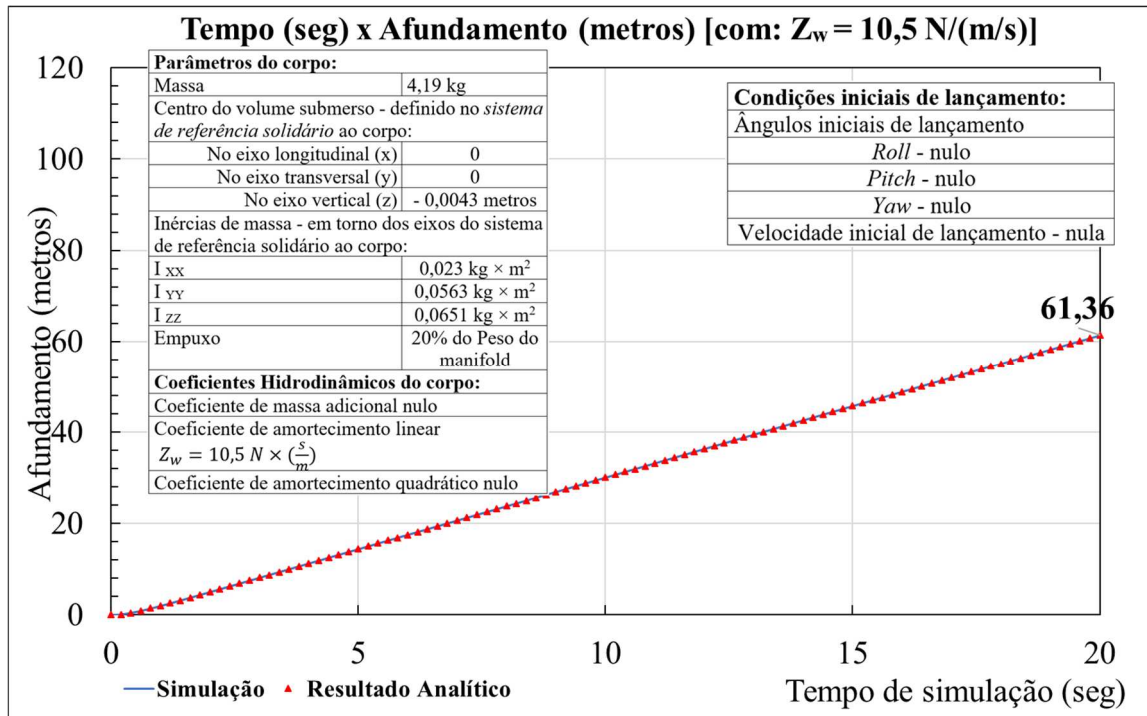


Figura 52: Afundamento do manifold, com coeficiente hidrodinâmico Z_w e ângulo inicial de lançamento nulo.

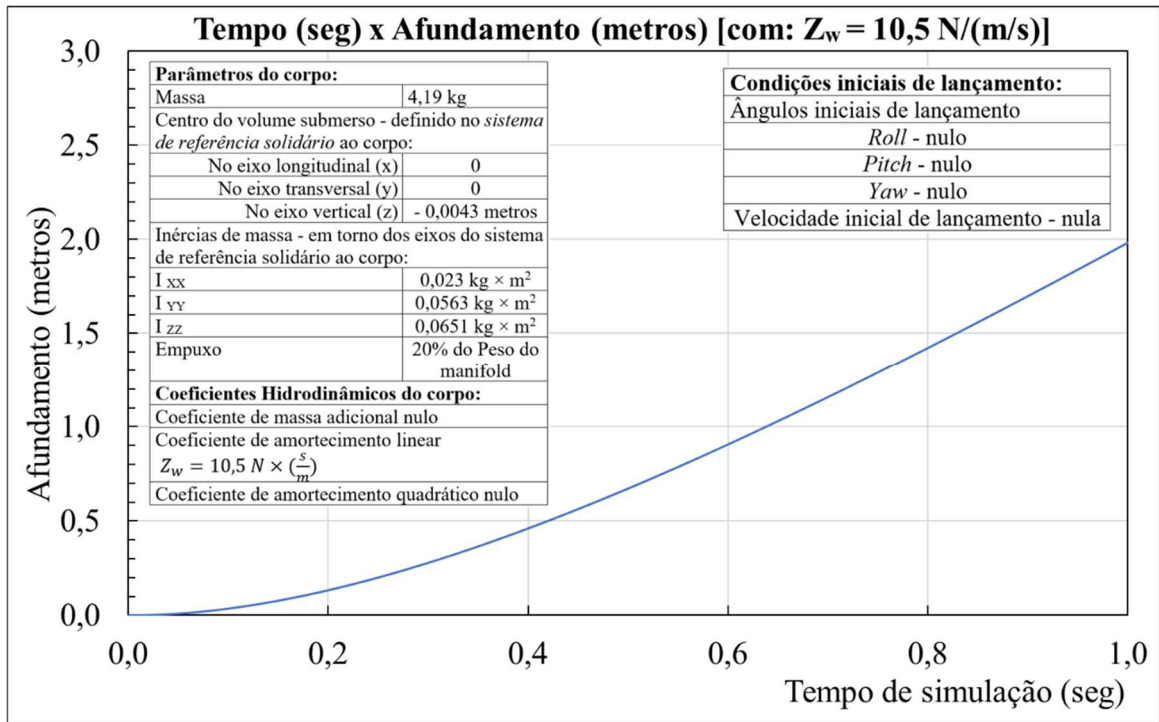


Figura 53: Queda exponencial, durante o transiente (primeiro segundo de afundamento).

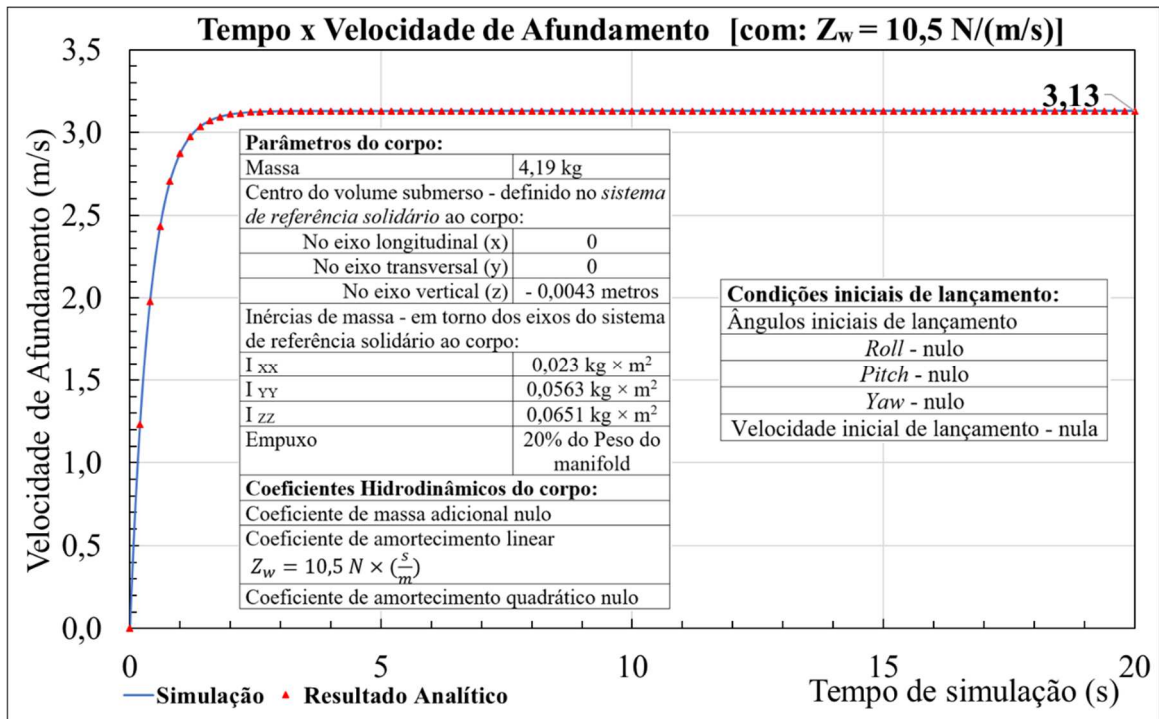


Figura 54: Velocidade de afundamento do manifold, com coeficiente hidrodinâmico Z_w e ângulo inicial de lançamento nulo. Velocidade terminal 3,13 m/s.

A equação do movimento vertical (4.15), com amortecimento linear, que foi solucionada analiticamente, é uma EDO linear e expressa como:

$$(m) \frac{d^2z}{dt^2} + (Z_w) \frac{dz}{dt} = (mg) - (\rho \nabla g) \quad (4.15)$$

Condições iniciais: $z(0) = 0$ e $z'(0) = 0$

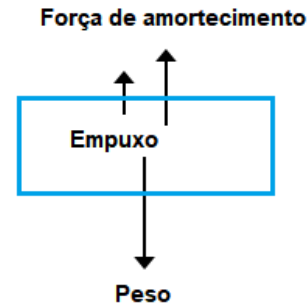


Figura 55: Esquema de Forças

Onde:

Z_w é o amortecimento linear na direção do afundamento

$\frac{d^2z}{dt^2}$ é a aceleração vertical

$\frac{dz}{dt}$ é a velocidade vertical

A solução analítica mostrou, que passado o transiente (devido ao amortecimento), o corpo continua a afundar, mas agora com velocidade constante (velocidade terminal). Não existe mais a queda parabólica exatamente por causa do amortecimento. A Equação 4.15 é uma equação diferencial ordinária linear e não-homogênea, cuja solução geral é:

$$z(t) = \frac{-(m-\rho \nabla)(m)g}{Z_w Z_w} + \frac{(m-\rho \nabla)(m)g}{Z_w Z_w} e^{\left(-\frac{Z_w}{m}t\right)} + \frac{(m-\rho \nabla)g}{Z_w} t \quad (4.16)$$

Substituindo o valor dos parâmetros na solução geral obteve-se:

$$z(t) = -1,2493 + 1,2493 * e^{(-2,5t)} + 3,13t \quad (4.17)$$

E derivando $z(t)$ para obter as velocidades tem-se:

$$z'(t) = 3,13 * e^{(-2,5t)} + 3,13 \quad (4.18)$$

4.2.4 AFUNDAMENTO DO MANIFOLD COM A CONSIDERAÇÃO DO COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO LINEAR (Z_w) E MASSA ADICIONAL (Z_w)

Nesse caso foram consideradas, além das forças hidrostáticas, as forças hidrodinâmicas de amortecimento linear e massa adicional na direção do afundamento.

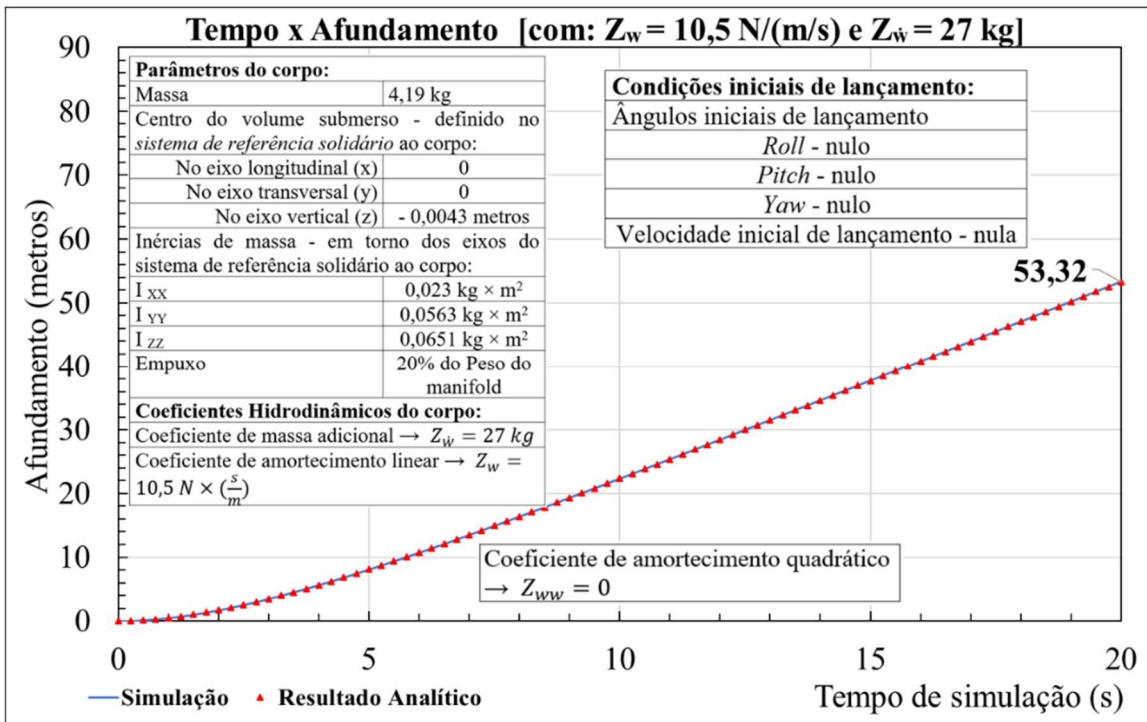


Figura 56: Afundamento do manifold, com coeficientes hidrodinâmicos $Z_{\dot{w}}$, Z_w e ângulo inicial de lançamento nulo. Com queda exponencial nos primeiros 5 segundos.

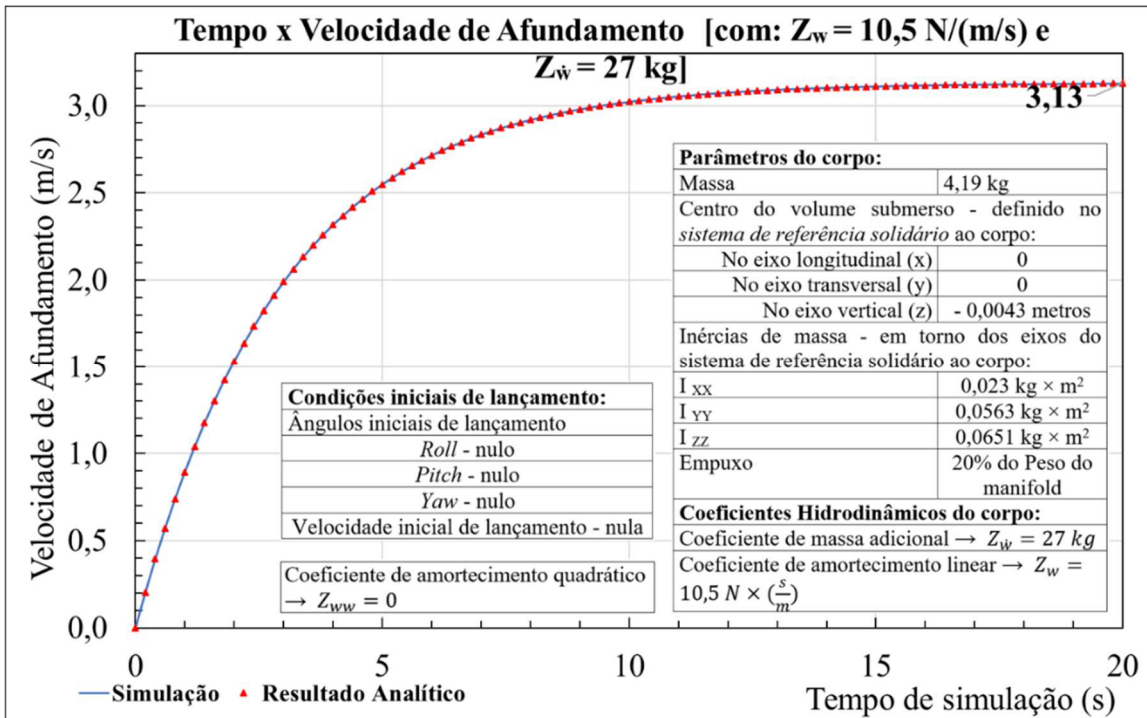


Figura 57: Velocidade de afundamento do manifold, com coeficientes hidrodinâmicos $Z_{\dot{w}}$, Z_w e ângulo inicial de lançamento nulo. Velocidade terminal 3.13 m/s.

A solução analítica, como no caso anterior (4.2.3), é a solução da EDO linear e não homogênea (Equação 4.19), com inclusão da força de massa adicional:

$$(m + Z_w) \frac{d^2z}{dt^2} + (Z_w) \frac{dz}{dt} = (m \times g) - (\rho \times \nabla \times g) \quad (4.19)$$

Condições iniciais: $z(0) = 0$ e $z'(0) = 0$

Onde:

Z_w é a massa adicional na direção vertical

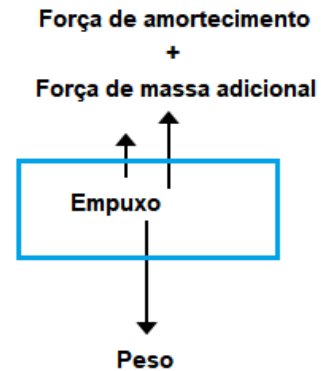


Figura 58: Esquema de Forças

Verificou-se que o resultado da trajetória de afundamento do corpo, com o amortecimento linear e massa adicional, como no caso anterior, foi de queda exponencial, durante o transiente (devido ao amortecimento), e uma queda linear durante a velocidade terminal. Em relação aos resultados, o tempo transitório até atingimento da velocidade terminal é maior nesse caso. Isso deve-se à inclusão da massa adicional no termo da aceleração da equação de movimento, que modificou a solução da equação homogênea da EDO, dois primeiros termos da solução geral:

$$z(t) = \frac{-(m-\rho\nabla)(m+Z_w)g}{Z_w Z_w} + \frac{(m-\rho\nabla)(m+Z_w)g}{Z_w Z_w} e^{\left(-\frac{Z_w}{(m+Z_w)}t\right)} + \frac{(m-\rho\nabla)g}{Z_w} t \quad (4.20)$$

A solução da equação particular, terceiro termo, é a mesma, para os dois casos, portanto a velocidade terminal foi a mesma, 3,13 m/s.

Substituindo o valor dos parâmetros na solução geral tem-se:

$$z(t) = -9,2997 + 9,2997 * e^{(-0,336t)} + 3,13t \quad (4.21)$$

E derivando $z(t)$ é obtida a solução para as velocidades:

$$z'(t) = 3,13 * e^{(-0,336t)} + 3,13 \quad (4.22)$$

4.2.5 AFUNDAMENTO DO MANIFOLD COM A CONSIDERAÇÃO DO COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO QUADRÁTICO (Z_{ww})

Nessa simulação foram consideradas, além das forças hidrostáticas, apenas a força hidrodinâmica de amortecimento quadrático na direção do afundamento. O objetivo foi analisar o efeito isolado do amortecimento quadrático.

O valor do coeficiente de amortecimento quadrático adotado, foi o calculado durante os ensaios de reboque [$73 \text{ N}/(\text{m}^2/\text{s}^2)$]. Os resultados da simulação são apresentados a seguir.

A simulação indicou que a trajetória vertical do afundamento, como em 4.2.3 e 4.2.4, teve duas fases distintas. No momento inicial (logo na primeira fração de segundo – figura 59) do movimento há um aumento quase instantâneo da velocidade de afundamento para na sequência a velocidade atingir o patamar constante de velocidade (terminal).

Os resultados também mostraram que a velocidade terminal com amortecimento quadrático ($0,67 \text{ m/s}$) foi bem inferior à velocidade terminal com amortecimento linear ($3,13 \text{ m/s}$), portanto, indicando que a força de amortecimento quadrático foi determinante para a baixa velocidade terminal obtida. E, conseqüentemente, para a baixa profundidade (cerca de 13 metros) obtida no intervalo de tempo da simulação.

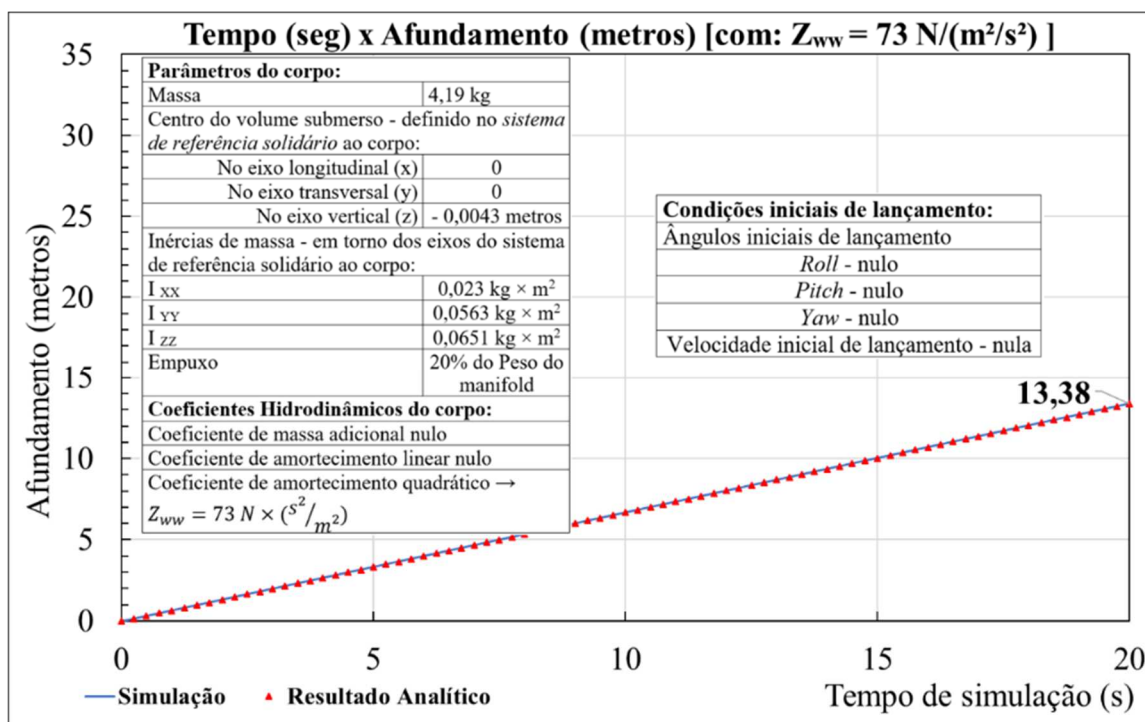


Figura 59: Afundamento do manifold, com coeficiente hidrodinâmico Z_{ww} e ângulo inicial de lançamento nulo.

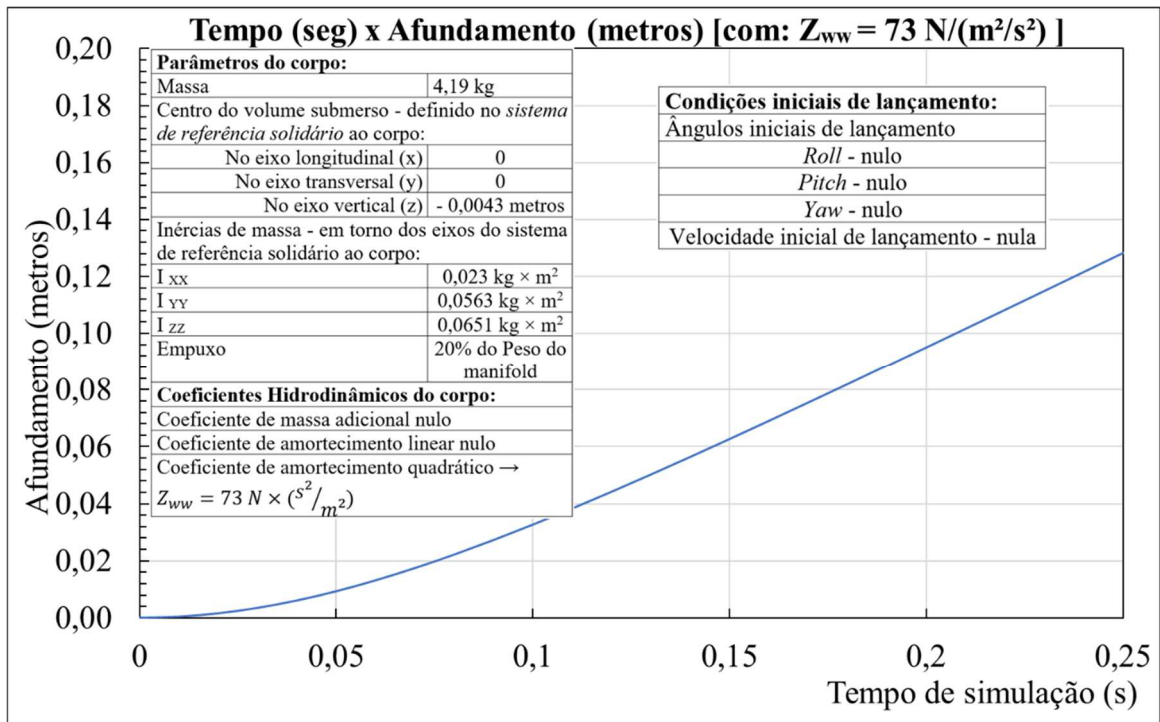


Figura 60: Queda, durante o transiente (primeiro quarto de segundo de afundamento).

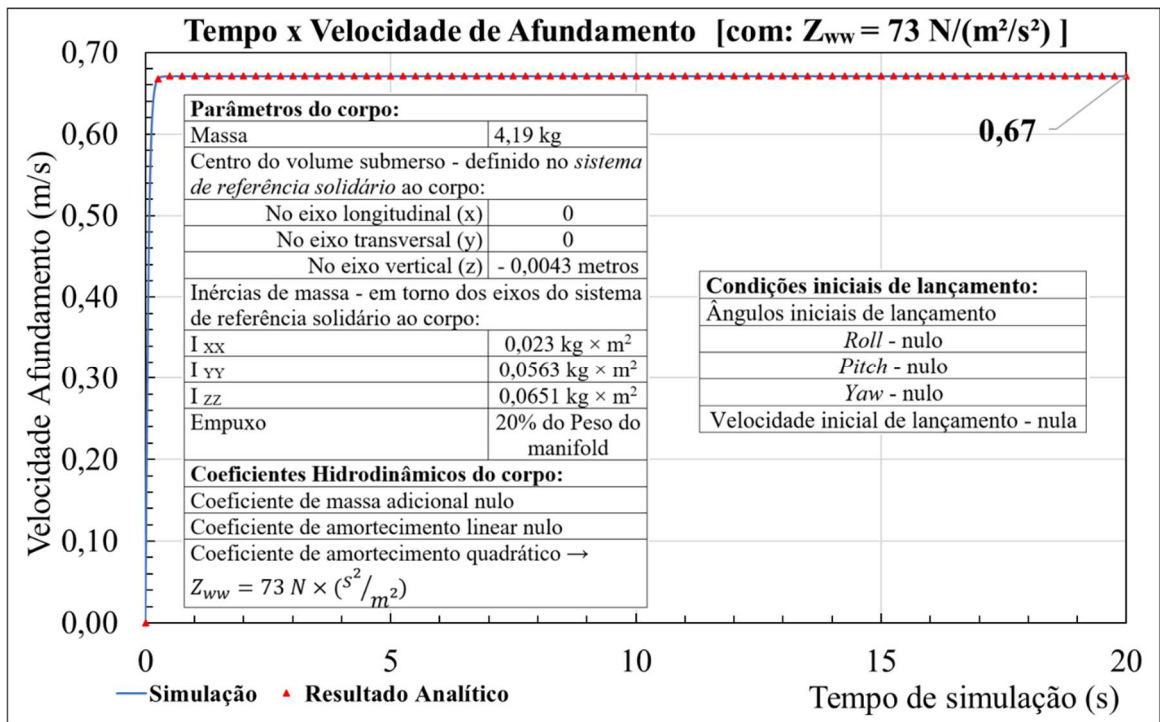


Figura 61: Velocidade de afundamento do manifold, com coeficiente hidrodinâmico Z_{ww} e ângulo inicial de lançamento nulo. Velocidade terminal 0,67 m/s.

A solução analítica, foi obtida efetuando a substituição, $\frac{dz}{dt} = v$ e $\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{dv}{dt}$, na equação do movimento de *heave* (equação 4.23):

$$m \frac{d^2z}{dt^2} + (Z_{ww}) \left(\frac{dz}{dt} \right) \left| \frac{dz}{dt} \right| = (mg) - (\rho \nabla g) \quad (4.23)$$

$$m \frac{dv}{dt} + (Z_{ww})(v)|v| = (mg) - (\rho \nabla g) \quad (4.24)$$

E considerando que, na velocidade terminal, a aceleração do corpo $\frac{dv}{dt} = 0$, obteve-se a equação da velocidade terminal (4.25):

$$v_T = \sqrt[2]{\frac{(m-\rho \nabla)g}{Z_{ww}}} \quad (4.25)$$

Substituindo v_T na equação (4.24) temos que:

$$\frac{m}{(m-\rho \nabla)g} \frac{dv}{dt} = 1 - \left(\frac{v}{v_T} \right)^2 \quad (4.26)$$

Resolvendo a equação diferencial (4.26), por substituição de variáveis, obtêm-se as funções de posição e velocidade do corpo, dependentes do tempo. Esse cálculo pode ser encontrado, por exemplo, em (HASANLOO, D, PANG, H e YU, GUOLIANG, 2012), que estuda a velocidade de queda de âncoras tipo torpedo.

$$v(t) = v_T \tanh(Bt) \quad (4.27)$$

$$z(t) = \frac{v_T}{B} \ln[\cosh(Bt)] \quad (4.28)$$

Onde:

$$B = \frac{(m-\rho \nabla)g}{mv_T} \quad (4.29)$$

Substituindo o valor dos parâmetros na solução geral (4.27 e 4.28) obtêm-se os seguintes resultados:

$$v(t) = 0,671 * \tanh(11,691 * t) \quad (4.30)$$

$$z(t) = \frac{0,671}{11,691} \ln[\cosh(11,691 * t)] \quad (4.31)$$

4.2.6 AFUNDAMENTO DO MANIFOLD COM A CONSIDERAÇÃO DO COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO LINEAR (Z_w), QUADRÁTICO (Z_{ww}) E MASSA ADICIONAL SIMULTANEAMENTE ($Z_{\dot{w}}$)

Nesse caso, foram inseridos todos os coeficientes hidrodinâmicos no simulador.

Foi possível verificar, assim como no caso 4.2.5, que os valores de afundamento (11,8 metros) e velocidade terminal (0,60 m/s), no intervalo de 20 segundos, foram bem inferiores aos obtidos em todos os outros casos. Essa simulação reforça que a força de amortecimento quadrático determinou esse resultado.

Nesse caso, não foi obtida uma solução analítica, para a equação de movimento da queda do corpo, visto que, devido aos termos de amortecimento quadrático e linear, multiplicados pela velocidade, estarem presentes juntos na mesma equação, não foi possível obter uma função para a velocidade terminal e uma equação diferencial que pudesse ser solucionada analiticamente, como foi feito no caso 4.2.5, por exemplo, onde havia somente o amortecimento quadrático.

$$(m + Z_{\dot{w}}) \frac{d^2z}{dt^2} + (Z_w) \frac{dz}{dt} + (Z_{ww}) \left(\frac{dz}{dt} \right) \left| \frac{dz}{dt} \right| = (m \times g) - (\rho \times \nabla \times g) \quad (4.32)$$

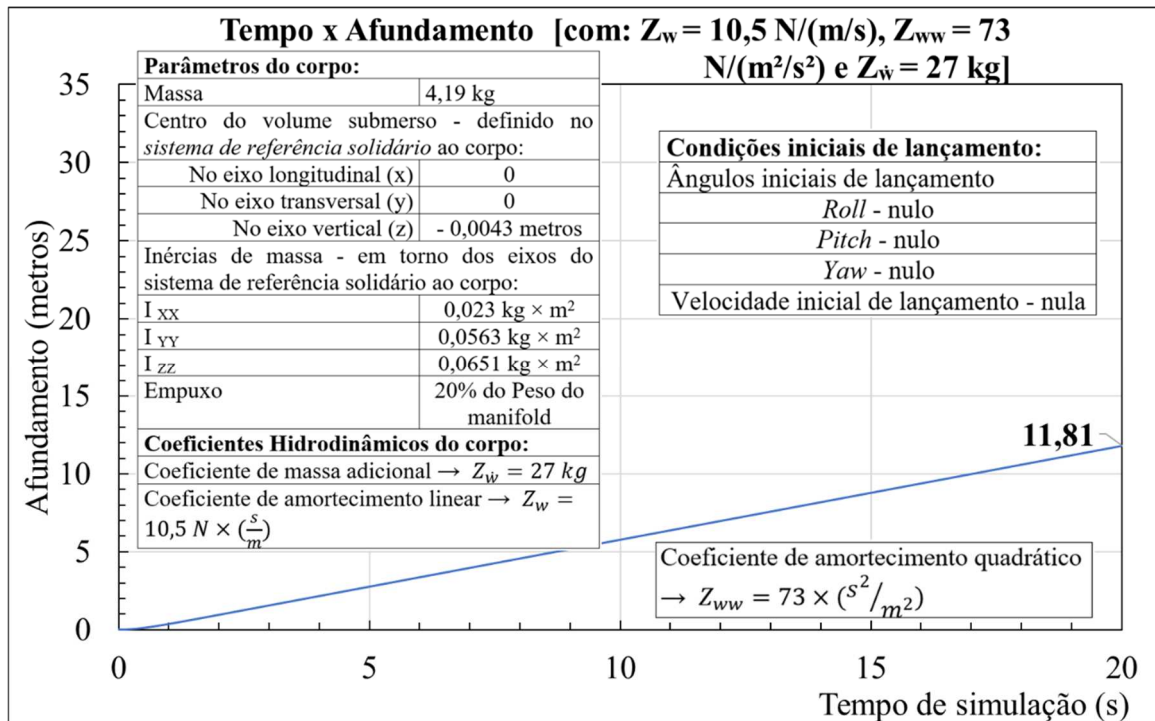


Figura 62: Afundamento do manifold, com coeficientes hidrodinâmicos $Z_{\dot{w}}$, Z_w , Z_{ww} e ângulo inicial de lançamento nulo.

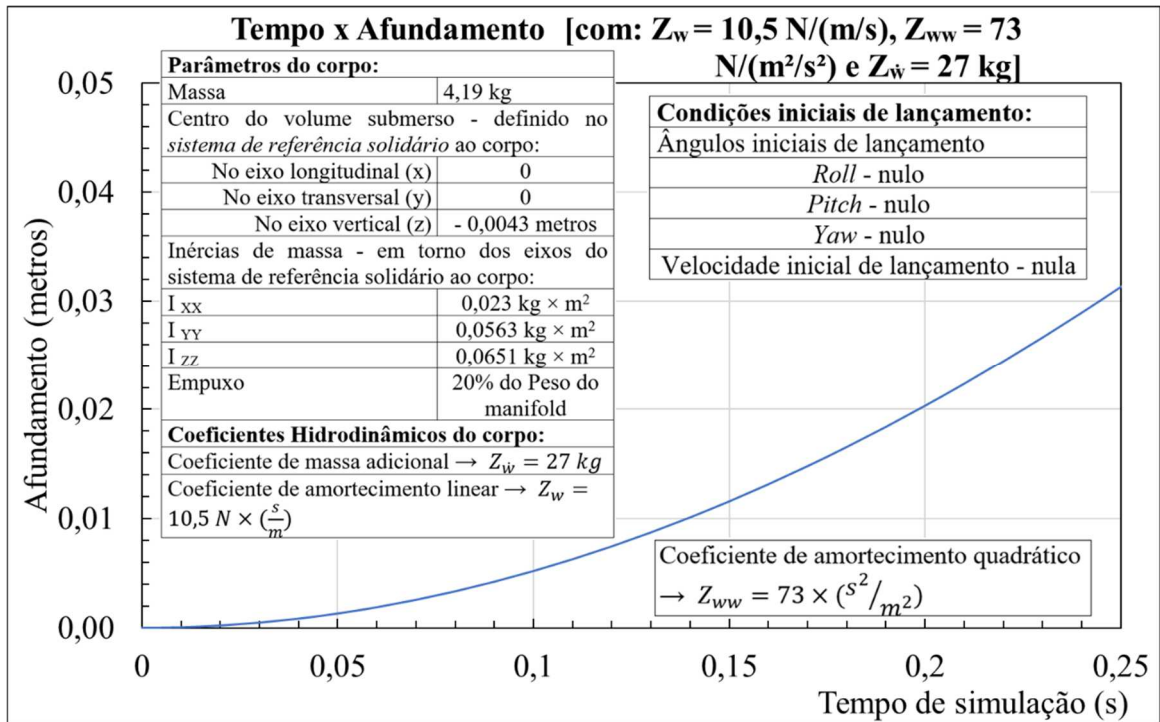


Figura 63: Queda exponencial, durante o transiente (primeiro quarto de segundo de afundamento).

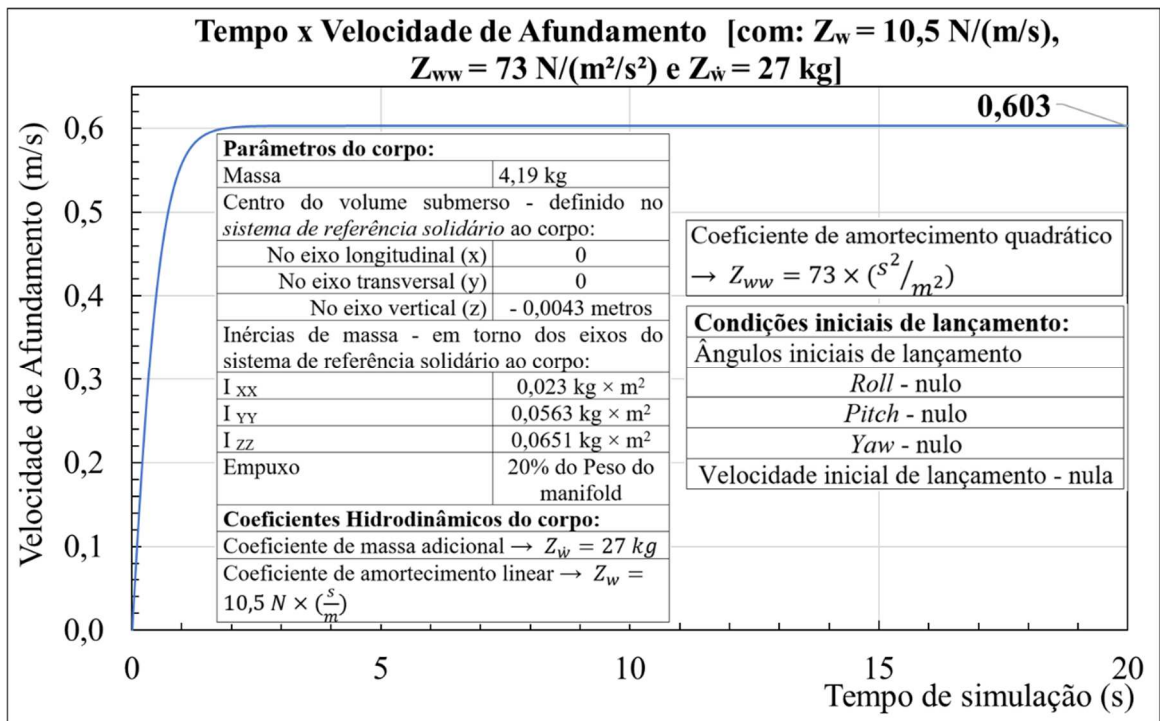


Figura 64: Velocidade de afundamento, com coeficientes hidrodinâmicos $Z_{\dot{w}}$, Z_w , Z_{ww} e ângulo inicial de lançamento nulo. Velocidade terminal 0,60 m/s.

4.3 CASOS SIMULADOS, COM ÂNGULO INICIAL DE *PITCH* NÃO NULO (5 GRAUS)

São os casos onde o ângulo inicial de *Pitch*, no lançamento do *manifold*, foi igual a 5 graus.

4.3.1 AFUNDAMENTO DO MANIFOLD SEM CONSIDERAÇÃO DE COEFICIENTES HIDRODINÂMICOS

No primeiro caso, que se impôs inclinação inicial de *Pitch* (de 5 graus), considerou-se apenas a presença das forças hidrostáticas. A simulação não considerou a presença das forças hidrodinâmicas atuando no corpo.

Os gráficos, desse caso, assim como todos os de inclinação inicial de *Pitch* (4.3.1, 4.3.2, 4.3.3 e 4.3.4), foram: de afundamento versus tempo, velocidade de afundamento versus tempo, inclinação de *Pitch* versus tempo, velocidade de *Pitch* versus tempo.

Nota-se aqui que existe o acoplamento entre as Equações de *Heave* e *Pitch*, através do ângulo de *Pitch* (θ), portanto os resultados numéricos obtidos foram diferentes do caso 4.2.1 (sem coeficientes hidrodinâmicos e sem ângulo inicial de *Pitch*). No caso do afundamento vertical, onde houve diferença, ela foi bastante pequena, pois a inclinação de *Pitch*, como se verá seguir, foi também pequena, oscilante entre mais e menos 5 graus.

O período de oscilação foi aproximadamente igual à 8 segundos. A velocidade de *Pitch*, oscilou entre mais e menos 0,07 rad/s.

Diferentemente do caso 4.2.1, não foi obtida uma solução analítica do movimento de afundamento vertical do corpo, com inclinação inicial de *Pitch* devido à presença do termo de acoplamento ($\cos \theta$), que varia com a queda do corpo. Portanto mesmo sendo pequena a oscilação do ângulo de *Pitch*, não se pode dizer que a trajetória de afundamento nesse caso seja exatamente parabólica (queda livre).

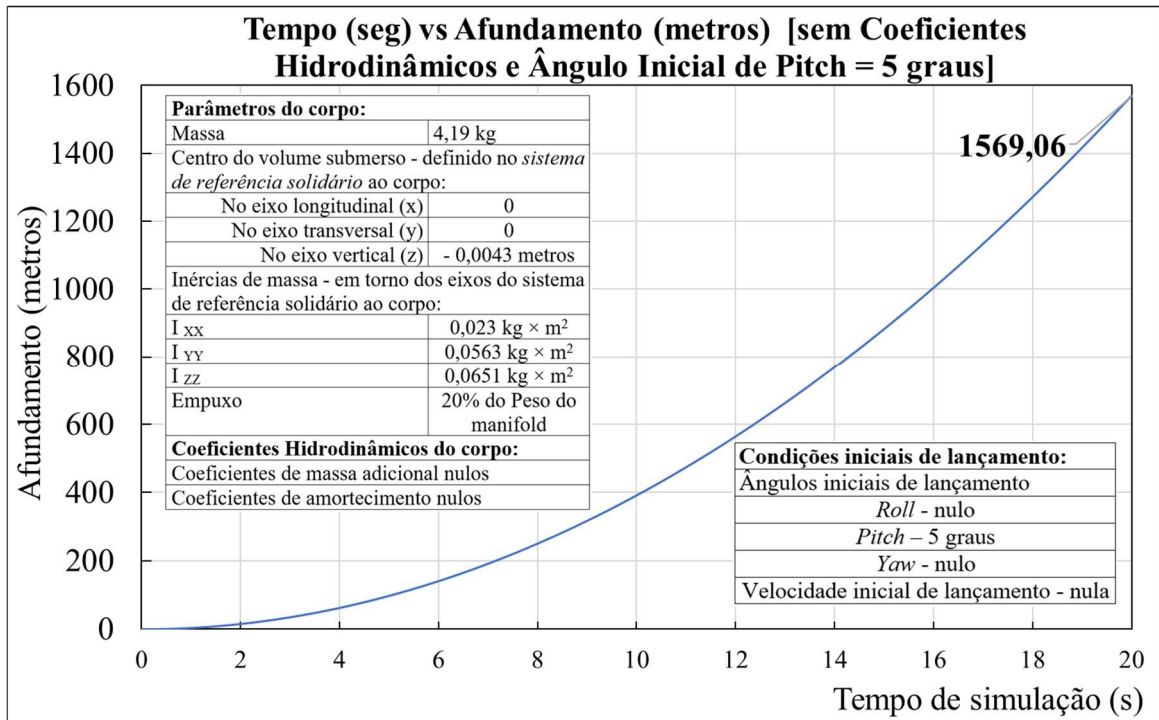


Figura 65: Afundamento do manifold, sem consideração de coeficientes hidrodinâmicos e ângulo inicial de lançamento 5 graus.

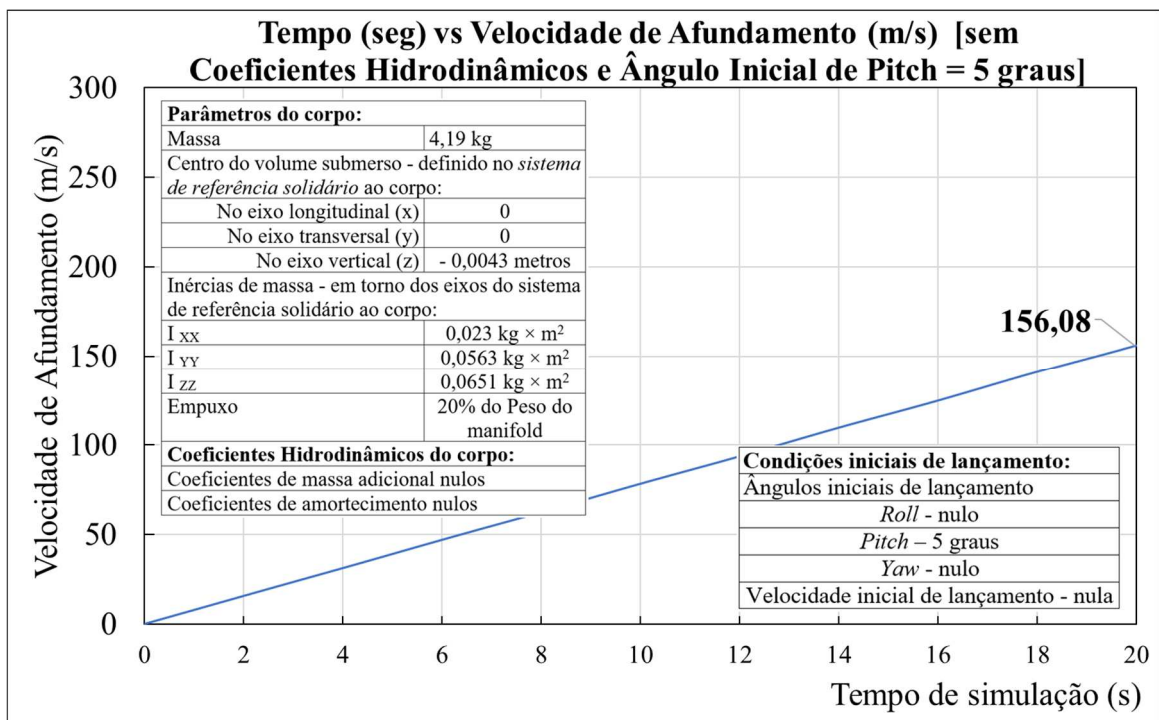


Figura 66: Velocidade de afundamento, sem consideração de coeficientes hidrodinâmicos e ângulo inicial de lançamento 5 graus.

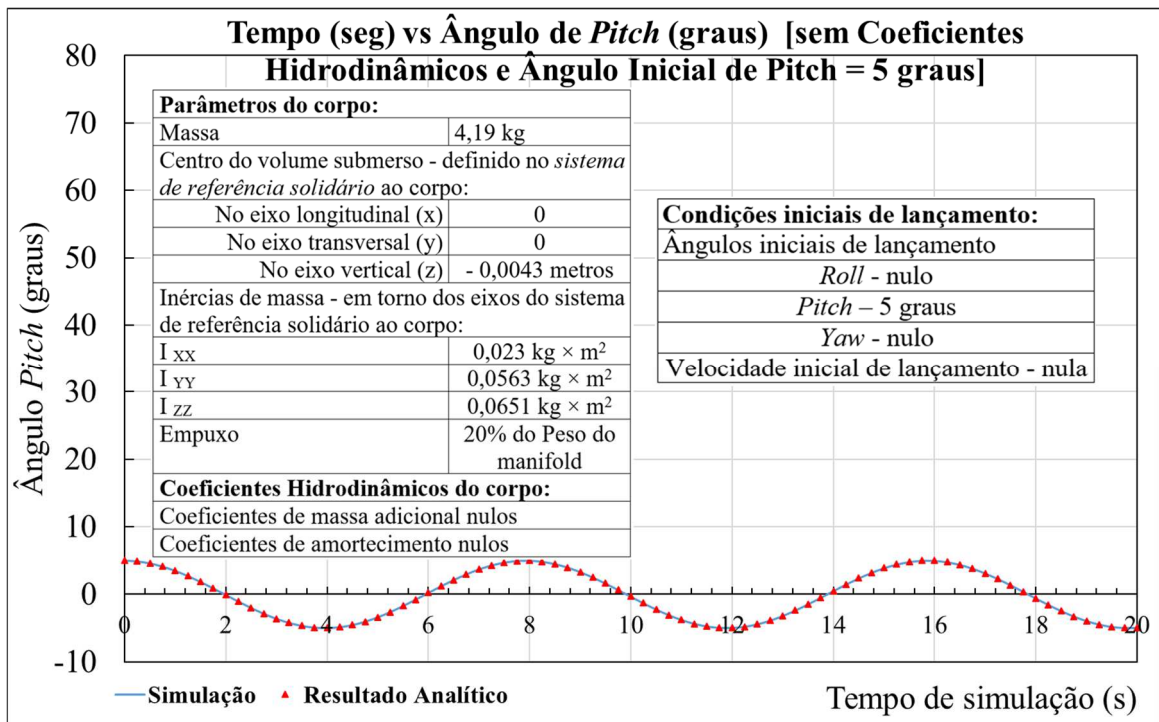


Figura 67: Ângulo de *Pitch*, durante afundamento do manifold, sem consideração de coeficientes hidrodinâmicos e ângulo inicial de lançamento 5 graus.

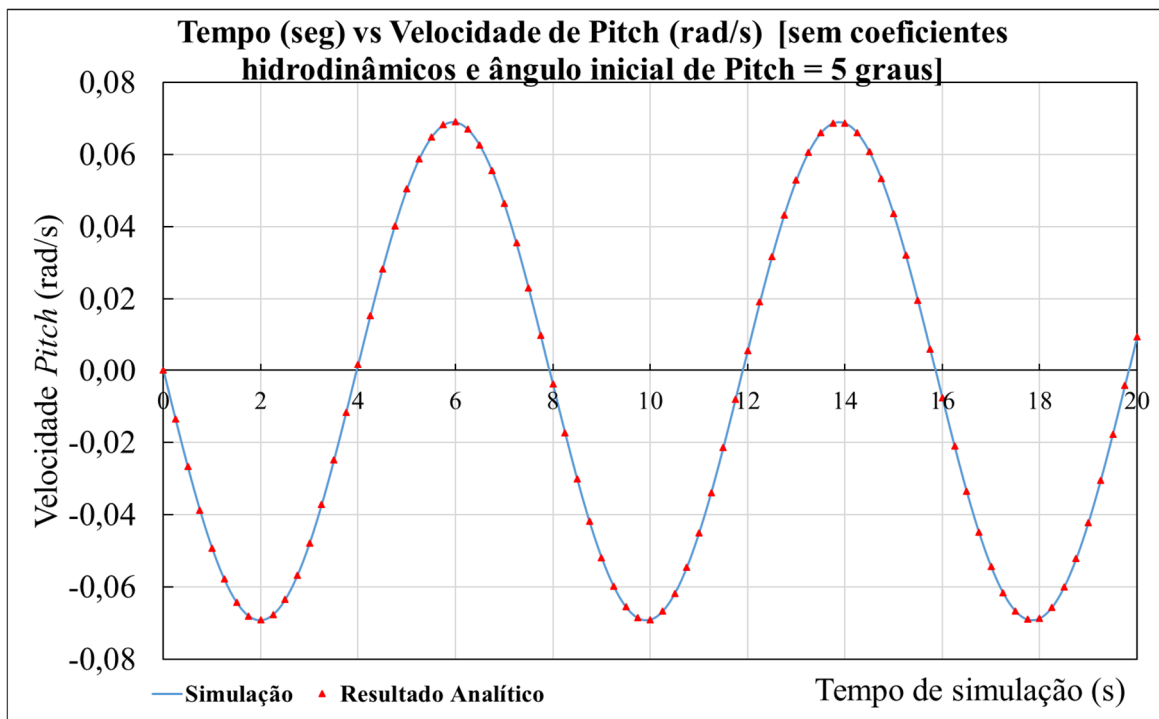


Figura 68: Velocidade angular de *Pitch*, durante afundamento do manifold, sem consideração de coeficientes hidrodinâmicos e ângulo inicial de lançamento 5 graus.

Para o movimento de *Pitch*, a solução analítica, sem a consideração das forças hidrodinâmicas foi a seguinte:

Equação do movimento de pitch somente com termo hidrostático:

$$I_{yy}\dot{q} - z_b(B)\text{sen}\theta = 0 \quad (4.33)$$

Onde:

Inércia de massa (I_{yy})

B é o empuxo

z_b é a centro vertical do volume submerso do corpo

θ é o ângulo de pitch.

q é a velocidade de pitch.

Como o movimento do manifold está contido num plano (o plano z-y) e, portanto, só há velocidade angular de Pitch assumiu-se que \dot{q} era igual a segunda derivada de θ . E $\text{sen}(\theta)$ é aproximadamente igual à θ (em radianos), para pequenos ângulos. Assim a equação fica sendo:

$$I_q\ddot{\theta} - z_b(B)\theta = 0 \quad (4.34)$$

A equação é similar ao sistema massa-mola, cuja solução é uma função periódica:

$$\theta(t) = \theta_0 \cos \omega t \quad (4.35)$$

$$\dot{\theta}(t) = q(t) = -\omega \theta_0 \text{sen} \omega t \quad (4.36)$$

Em que frequência natural é dada por:

$$\omega = \sqrt{\frac{-Bz_b}{I_{yy}}} \quad (4.37)$$

E o ângulo inicial de *pitch* é dado por θ_0 .

Lembrando que z_b , para o corpo com estabilidade positiva, tem coordenada negativa (-0,0043 metros) no sistema de coordenadas solidário do corpo (onde eixo z aponta verticalmente para baixo – Figura 45).

Substituindo o valor dos parâmetros nas soluções gerais (4.35 e 4.36) obteve-se:

$$\theta(t) = (5) * \cos(0,792 * t) \quad (4.38)$$

$$\dot{\theta}(t) = q(t) = -(0,792) * (5)\text{sen}(0,792 * t) \quad (4.39)$$

4.3.2 AFUNDAMENTO DO MANIFOLD COM CONSIDERAÇÃO DO COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO LINEAR (Z_w)

Nesse caso, além da inclinação inicial de *Pitch* (5 graus), foram consideradas as forças hidrostáticas e a parcela linear da força de amortecimento viscoso.

O resultado da trajetória de afundamento vertical do corpo, como no caso 4.3.1, não foi exatamente igual ao caso 4.2.3 (afundamento do manifold considerando coeficiente de amortecimento viscoso parcela linear, mas sem inclinação de *Pitch*), devido ao acoplamento das Equações, através do ângulo de *Pitch* (θ). Entretanto a diferença dos resultados numéricos, entre os casos, também foi pequena, devido a pequena oscilação do movimento angular de *Pitch* (θ).

Como no caso 4.2.3, devido ao termo de amortecimento, pode-se dizer que há duas fases distintas no afundamento: uma queda exponencial do corpo, durante o transiente (devido ao amortecimento), e uma queda linear durante a velocidade terminal. Velocidade terminal de afundamento, que oscilou minimamente, em torno de um determinado patamar constante. Isso devido ao acoplamento das Equações, através do movimento de *Pitch*.

O movimento de *Pitch*, com o amortecimento linear (Z_w), foi igual ao obtido no caso anterior (4.3.1 - afundamento do manifold sem consideração de coeficientes hidrodinâmicos, com ângulo inicial de 5 graus de *Pitch*), como esperado, já que a equação do movimento de *Pitch* do corpo não é função do amortecimento linear (Z_w).

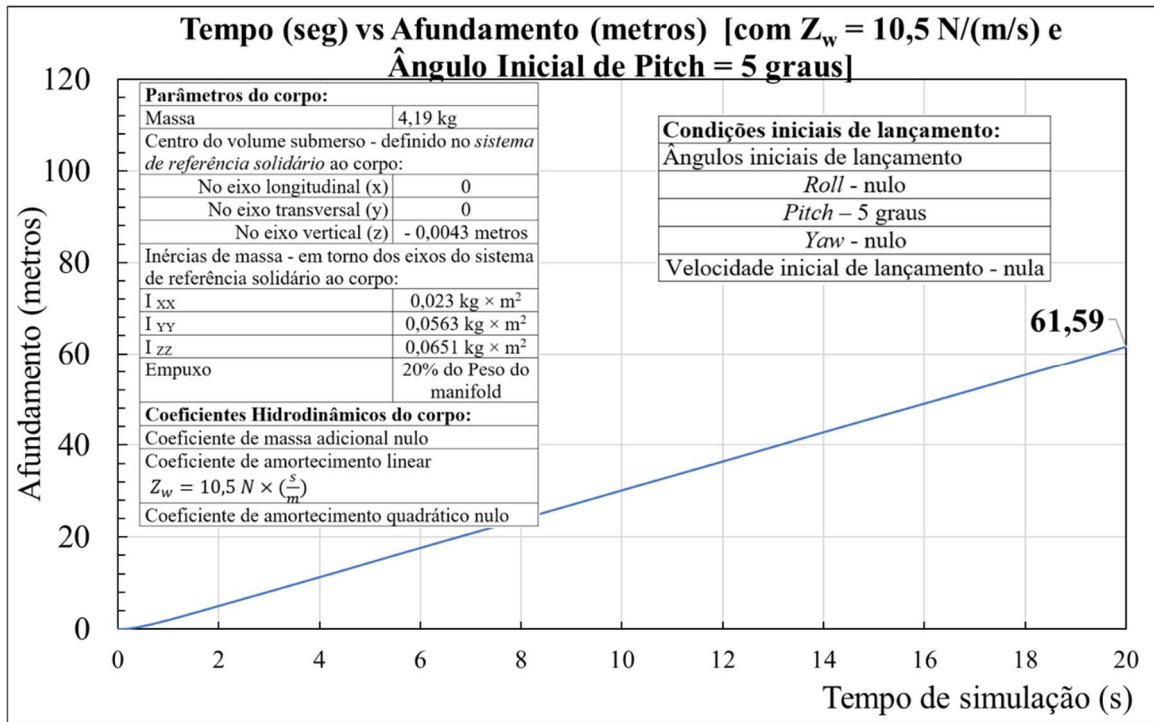


Figura 69: Afundamento do manifold, com coeficientes hidrodinâmicos Z_w e ângulo inicial de lançamento 5 graus.

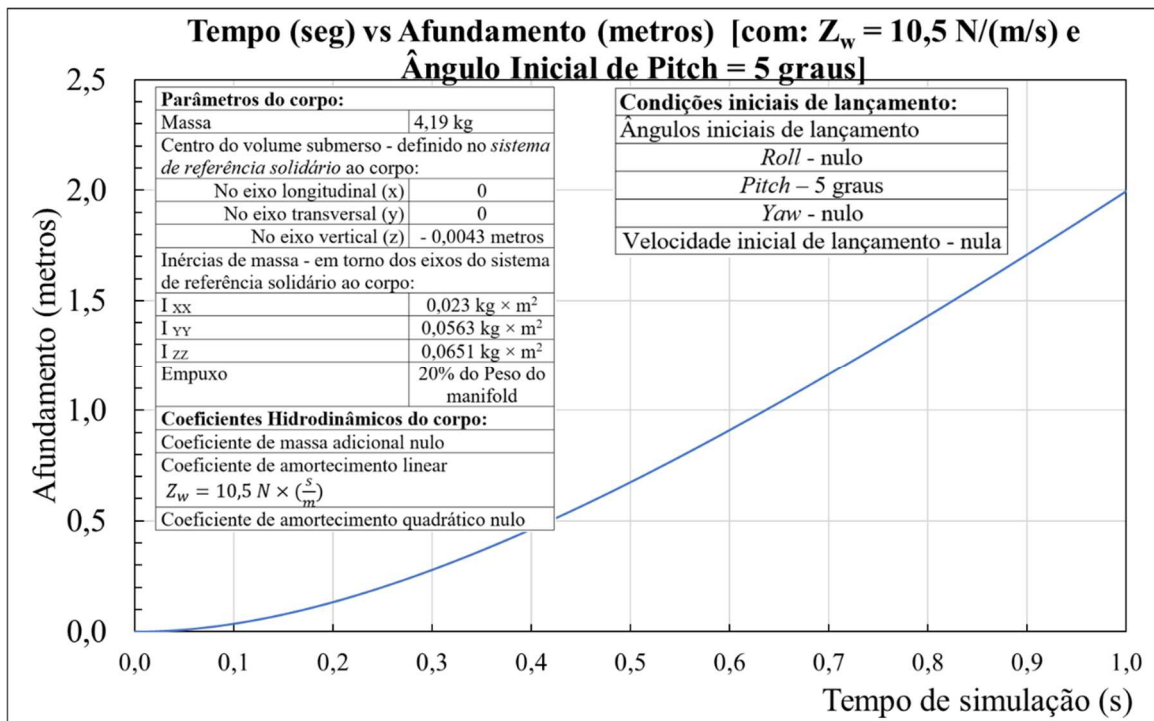


Figura 70: Queda exponencial, durante o transiente (primeiro segundo de afundamento).

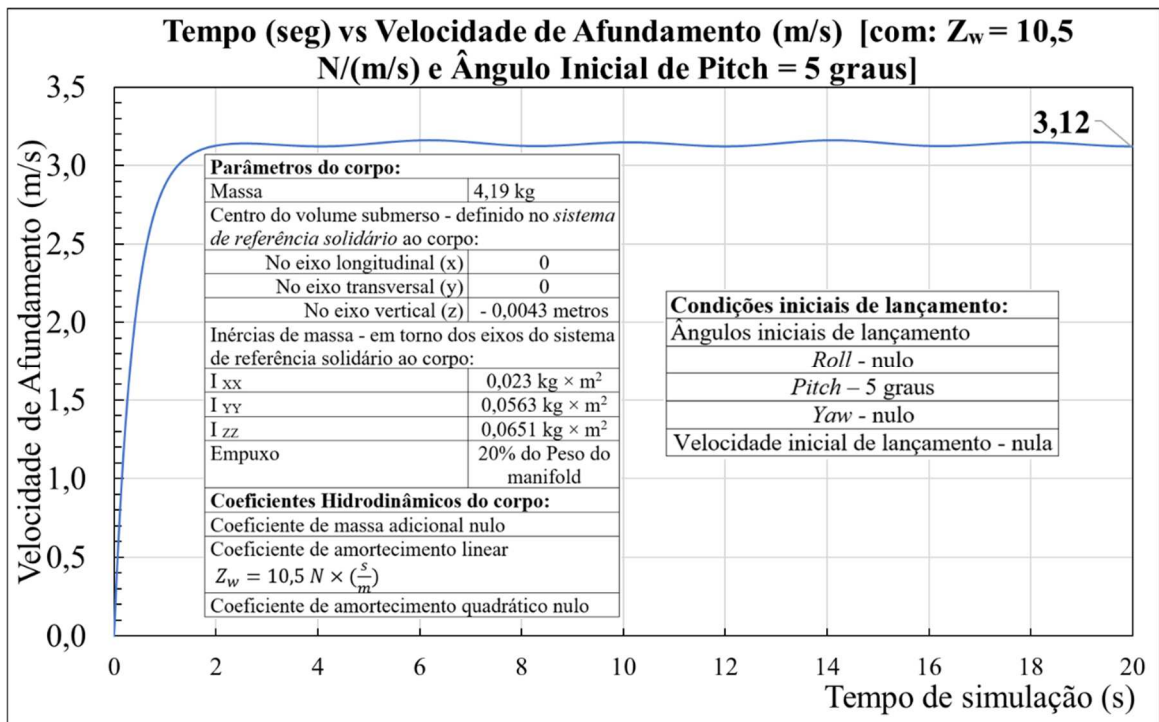


Figura 71: Velocidade de afundamento, com coeficientes hidrodinâmicos Z_w e ângulo inicial de lançamento 5 graus. Com oscilação da velocidade terminal.

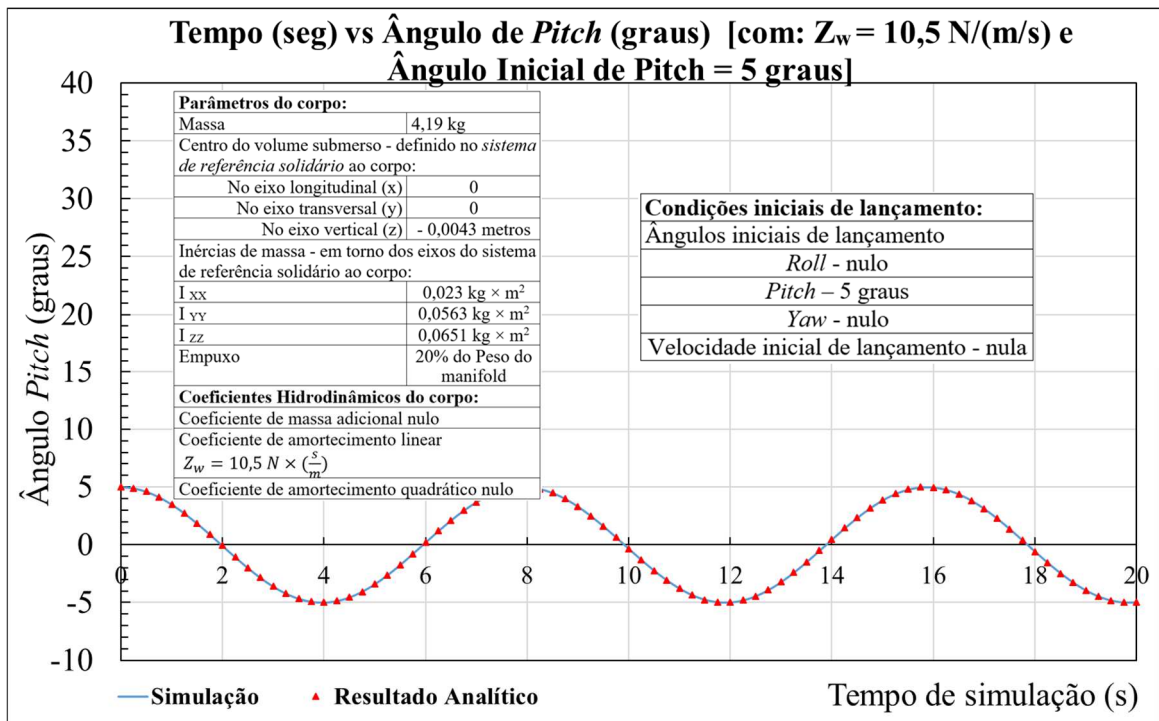


Figura 72: $\hat{\text{Ângulo}}$ de Pitch, durante afundamento do manifold, com coeficientes hidrodinâmicos Z_w e ângulo inicial de lançamento 5 graus.

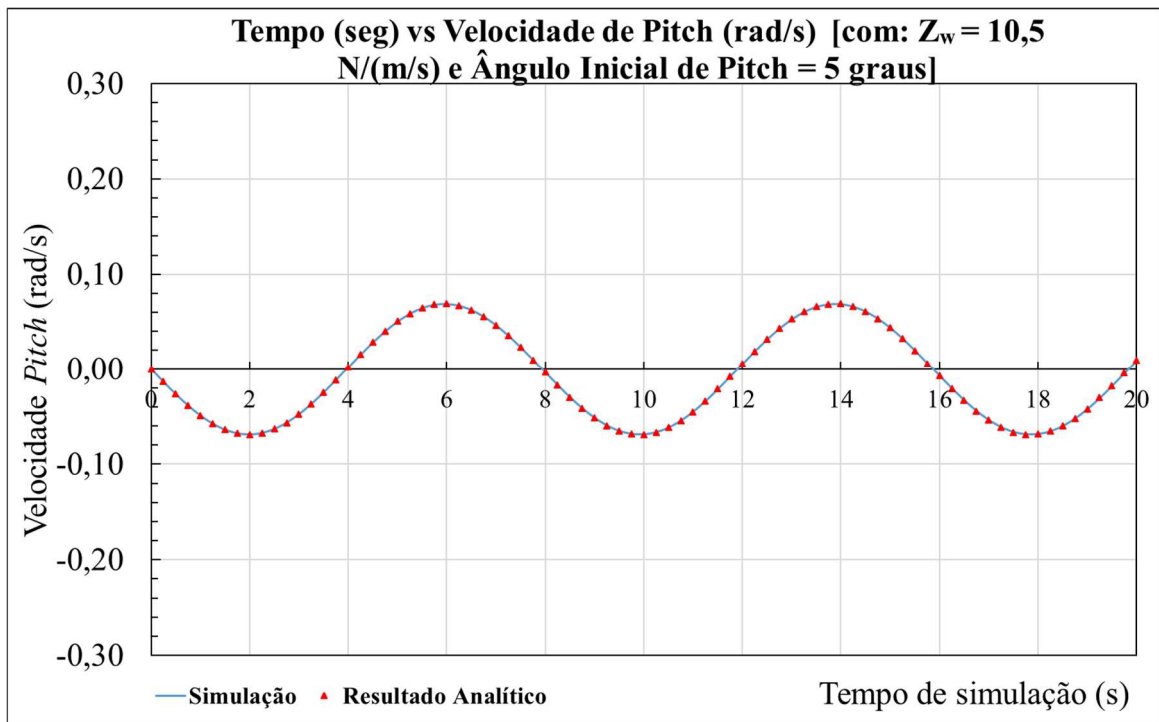


Figura 73: Velocidade angular de *Pitch* durante afundamento do manifold, com coeficientes hidrodinâmicos Z_w e ângulo inicial de lançamento 5 graus.

4.3.3 AFUNDAMENTO DO MANIFOLD COM CONSIDERAÇÃO DOS COEFICIENTES DE AMORTECIMENTO LINEAR (Z_w) E QUADRÁTICO (Z_{ww})

Nessa simulação, com inclinação inicial do manifold, foram considerados além das forças hidrostáticas, as parcelas linear e não linear do amortecimento viscoso Z_w e Z_{ww} .

Como nos casos anteriores, 4.3.1 e 4.3.2, devido ao acoplamento das Equações, dado pelo movimento de *Pitch*, os resultados numéricos de afundamento do corpo foram minimamente diferentes da solução dos casos de afundamento sem inclinação inicial de *Pitch* (4.2.1, 4.2.2 e 4.2.3).

Aqui, a simulação também indicou que a trajetória vertical de afundamento teve duas fases distintas, como em todos os casos que houve inclusão dos coeficientes de amortecimento linear ou quadrático. A fase inicial do movimento com um aumento quase instantâneo da velocidade de afundamento para na sequência a ser atingida a velocidade terminal. Velocidade terminal de afundamento, que oscilou minimante, em torno de um

patamar de velocidade constante, devido ao acoplamento das Equações (movimento angular de *Pitch*).

Os resultados da simulação, portanto, indicaram que a força de amortecimento quadrática foi determinante para a baixa velocidade terminal e profundidade obtida.

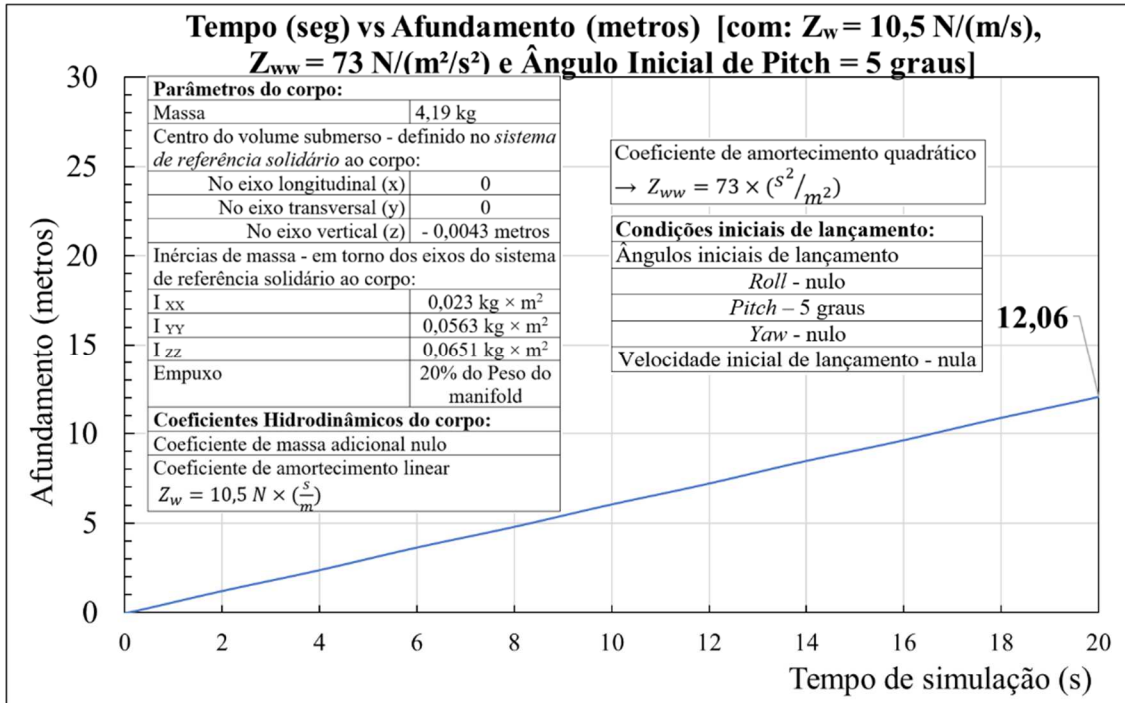


Figura 74: Afundamento do manifold, com coeficientes hidrodinâmicos Z_w , Z_{ww} e ângulo inicial de lançamento 5 graus.

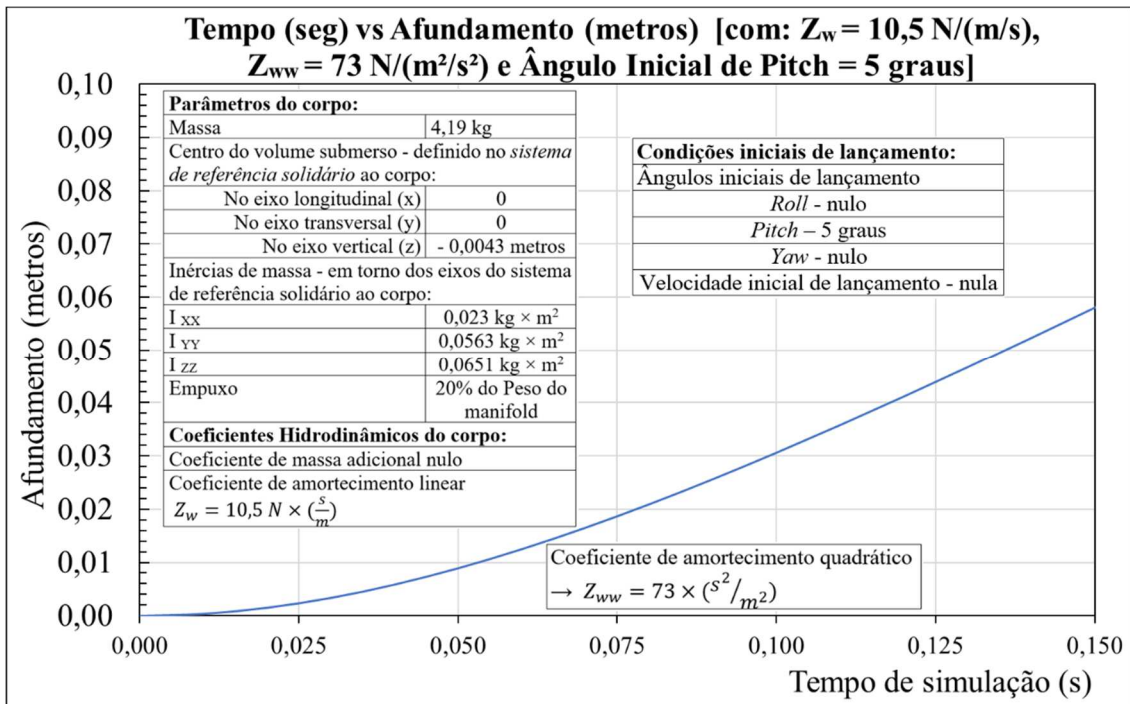


Figura 75: Queda exponencial durante o transiente (primeiro quarto de segundo de afundamento).

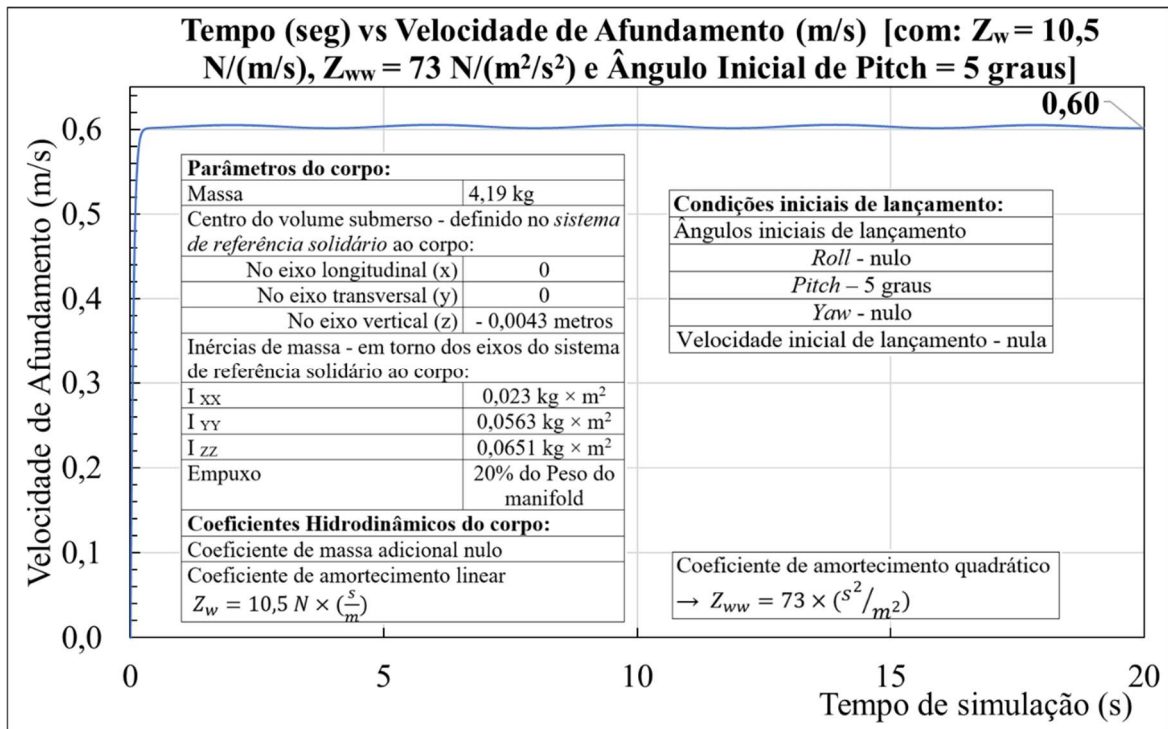


Figura 76: Velocidade de afundamento, com coeficientes hidrodinâmicos Z_w , Z_{ww} e ângulo inicial de lançamento 5 graus. Com oscilação na velocidade terminal.

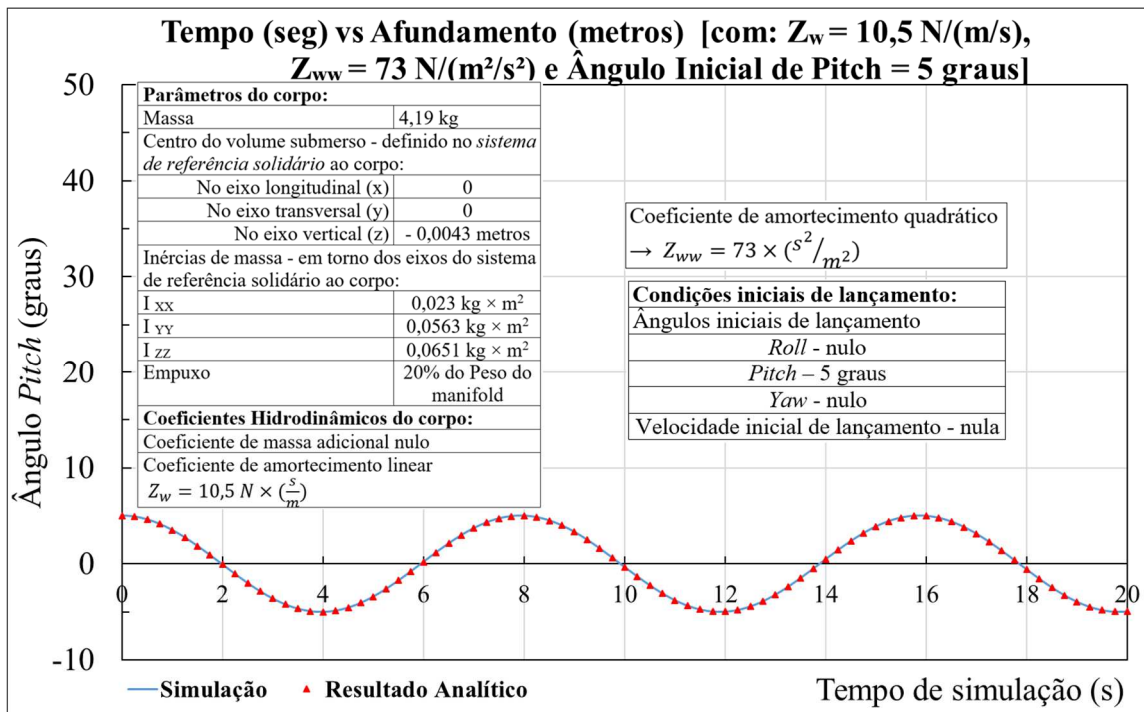


Figura 77: Ângulo de Pitch, durante afundamento do manifold, com coeficientes hidrodinâmicos Z_w , Z_{ww} e ângulo inicial de lançamento 5 graus.

O resultado do movimento harmônico oscilatório de *Pitch*, foi idêntico ao mostrado nos casos anteriores (4.3.1 e 4.3.2), e confirmado pela solução analítica do problema.

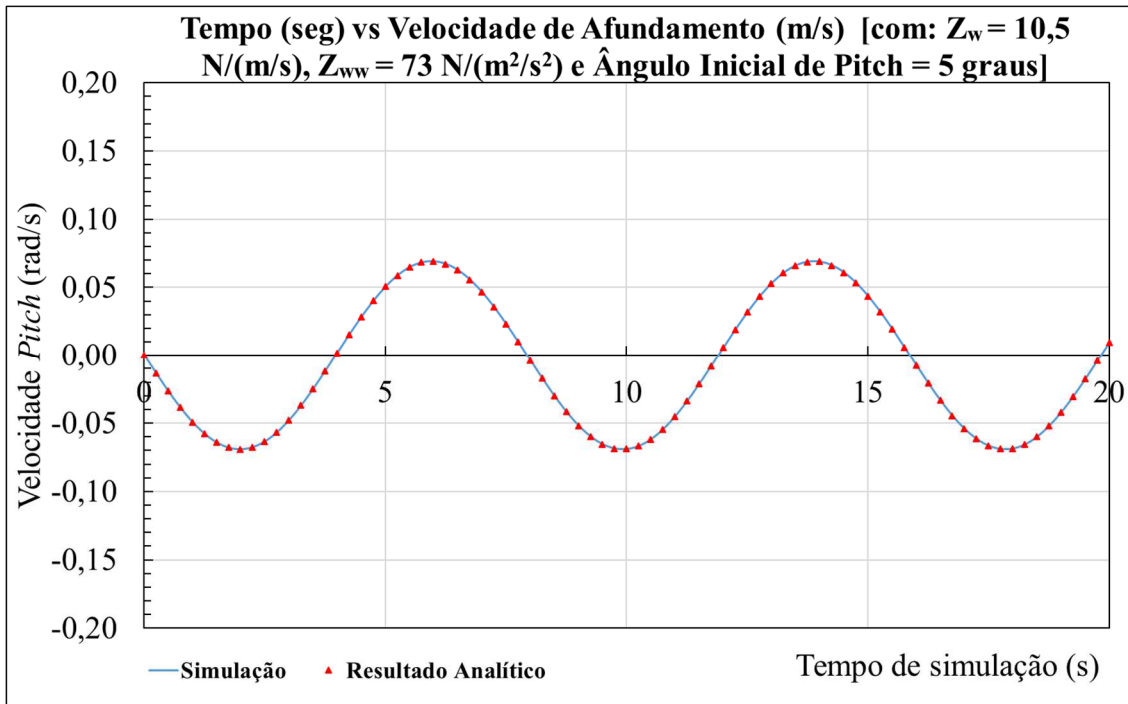


Figura 78: Velocidade angular de *Pitch* durante afundamento do manifold, com coeficientes hidrodinâmicos Z_w , Z_{ww} e ângulo inicial de lançamento 5 graus.

4.3.4 AFUNDAMENTO DO MANIFOLD COM A CONSIDERAÇÃO DO COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO LINEAR (Z_w), QUADRÁTICO (Z_{ww}) E MASSA ADICIONAL SIMULTANEAMENTE ($Z_{\dot{w}}$)

Nesse conjunto de simulações, foram considerados além das forças hidrostáticas, todos os coeficientes hidrodinâmicos calculados nos testes: Z_w , Z_{ww} e $Z_{\dot{w}}$.

Nesse caso, os resultados das simulações se “perderam”. Os resultados divergiram de todos os casos anteriores, mostrando total não razoabilidade dos números. No intervalo da simulação, os resultados numéricos do afundamento mostram, que o corpo deixa de afundar aos 7 segundos.

Em relação ao movimento angular de *Pitch*, os resultados também foram absolutamente inconsistentes. O corpo “tombou” logo no primeiro segundo, ao atingir 180 graus de inclinação e, na sequência, oscilou harmonicamente amortecido numa frequência altíssima entre 180 e – 180 graus até estabilizar em não razoáveis 90 graus.

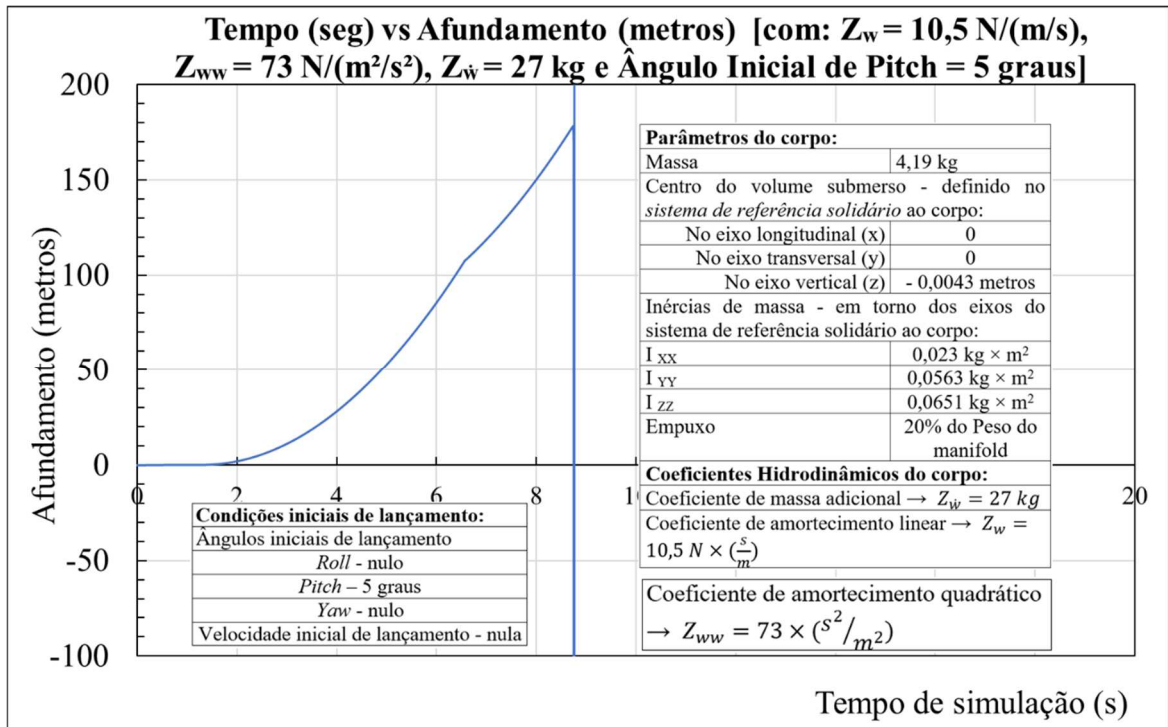


Figura 79: Afundamento do manifold, com coeficientes hidrodinâmicos Z_w , Z_{ww} e $Z_{\dot{w}}$ e ângulo inicial de lançamento 5 graus. Resultados se perdem.

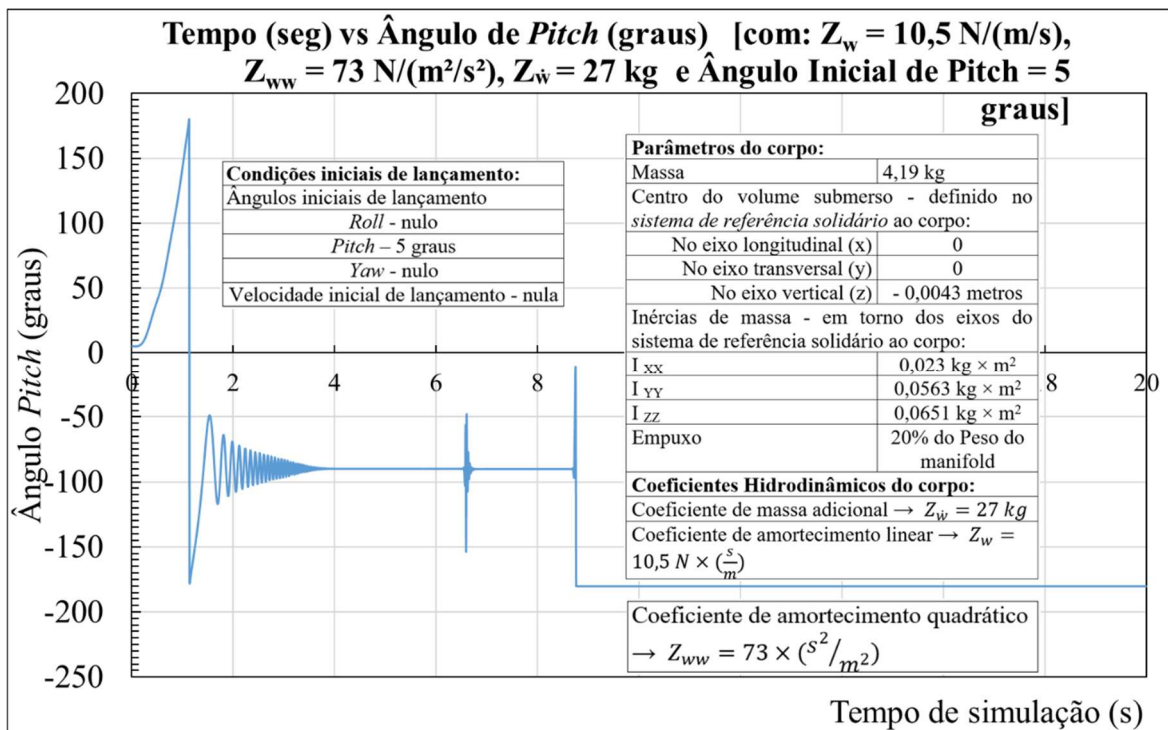


Figura 80: Ângulo de Pitch do manifold, com coeficientes hidrodinâmicos Z_w , Z_{ww} e $Z_{\dot{w}}$ e ângulo inicial de lançamento 5 graus. Resultados não razoáveis.

A fim de buscar a consistência dos resultados, fez-se uma espécie de varredura, nas simulações do caso 4.2.4. Não foi possível afirmar definitivamente a causa da não razoabilidade dos resultados, visto que todos os casos anteriores (4.1.1 ao 4.2.3), o programa executou satisfatoriamente as simulações. A maior possibilidade, para a “inconsistência”, é que o sistema de equações diferenciais resolvido no LabOsim seja muito sensível tanto em relação às condições iniciais (ângulo de lançamento do corpo) quanto aos coeficientes hidrodinâmicos. À princípio foi descartado erros no método numérico, que poderiam também causar soluções numéricas muito diferentes

4.4 RESUMO

Tabela 19: Resultado de afundamento e velocidades máximas da simulação para cada caso.

Casos	Inclinação Inicial (Graus)	Peso/ Empuxo	$Z_{\dot{w}}$	Z_w	Z_{ww}	Afundamento Máximo (Metros)	Velocidade Máxima (m/s)
4.2.1	0	x				1569	156
4.2.2	0	x	x			210,78	21,04
4.2.3	0	x		x		61,36	3,13
4.2.4	0	x	x	x		53,32	3,13
4.2.5	0	x			x	13,38	0,67
4.2.6	0	x	x	x	x	11,81	0,60
4.3.1	5	x				1569	156
4.3.2	5	x		x		61,59	3,12
4.3.3	5	x		x	x	12	0,60
4.3.4	5	x	x	x	x	inconsistentes	inconsistentes

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

5.1 CONCLUSÕES

Os resultados dos testes experimentais foram bastante positivos, visto que os coeficientes hidrodinâmicos puderam ser obtidos, com os modelos matemáticos experimentais propostos (nas Equações 4.1 e 4.4). Os valores dos coeficientes de arrasto (Z_w e Z_{ww}) assim como o valor médio obtido para o coeficiente de massa adicional ($Z_{\dot{w}}$) estão alinhados com valores de referências de alguns estudos já publicados.

Os resultados obtidos experimentalmente apontaram para a presença de fenômenos hidrodinâmicos específicos, do escoamento viscoso, como o desprendimento de vórtices no entorno do manifold.

Alguns coeficientes hidrodinâmicos, do modelo matemático (Equação 3.4), em particular os coeficientes de arrasto, M_q e M_{qq} , não foram estimados e não foram considerados no modelo matemático. O principal impedimento foi elaborar um teste experimental, com os recursos do laboratório, que reproduzisse a rotação do corpo em torno dos eixos dele.

Em relação ao modelo paralelepípedo do manifold, testado no WAMIT V7.2, os resultados indicaram, inicialmente, que a essa aproximação geométrica pode ser melhorada, visto que o valor de Z_w , calculado no programa, divergiu dos valores médios obtidos nos testes experimentais. A aproximação potencial do WAMIT V7.2 pode ser também uma das fontes da diferença observada.

Como não foram executados testes experimentais específicos para obtenção dos outros coeficientes de massa adicional do modelo matemático, utilizou-se o WAMIT V7.2, para estimativa de $X_{\dot{q}}$ e $M_{\dot{q}}$. E esses resultados foram de valores de massa adicional $X_{\dot{q}}$ e $M_{\dot{q}}$ muito pequenos, o que fez com que tais coeficientes fossem considerados nulos nos casos de simulação dos movimentos dinâmicos.

Quanto às simulações da dinâmica do manifold, elas foram executadas estrategicamente, uma a uma, com êxito, numa ordem crescente de complexidade. Primeiramente, foram simulados casos com menos coeficientes hidrodinâmicos e por último, casos com maior quantidade de coeficientes. Na maioria das simulações, os resultados das simulações foram iguais aos resultados analíticos, como indicaram os

gráficos. Mas para os casos de divergência ainda são indicados ajustes no programa de simulações.

É válido destacar, que todos os casos onde se considerou o coeficiente de arrasto quadrático (Z_{ww}) (casos 4.2.5, 4.2.6 e 4.3.3, Tabela 19) foram os casos que o corpo atingiu a menor velocidade terminal (como cerca de 0,67 m/s, no caso 4.2.5) e menor profundidade (e cerca de 13 metros, também no caso 4.2.5), em 20 segundos de simulação, indicando claramente que a força de arrasto quadrática desempenha papel importante no comportamento dos movimentos executados pelo corpo submerso. Tais resultados numéricos do LabOsim foram iguais aos resultados analíticos, como indicado no caso 4.2.5. Nesse sentido é importante também destacar que a estimativa apurada de M_q e M_{qq} deve acrescentar amortecimento às simulações dos movimentos de *Pitch*, que no caso da dissertação, foram movimentos oscilatórios harmônicos simples.

Não foram observados eventos de capotamento durante as simulações, provavelmente devido à desconsideração da atuação de forças externas (como correntes marítimas e tração de cabos, por exemplo) nos modelos matemáticos de simulação. Assim como foi imposta uma simplificação em relação à distribuição de massa e da forma do corpo, de forma que não foi considerado braço desestabilizador na direção do eixo y ($y_G=y_B$).

5.2 RECOMENDAÇÕES

Para trabalhos futuros, recomenda-se revisar o modelo matemático atual (Equações 3.13 e 3.14), incorporando outras forças que foram desconsideradas, dado à complexidade de se as estimar experimentalmente. Portanto, é sugerido acrescentar forças e momentos externos como: tração de cabos, forças do meio ambiente (como correntes marítimas) e outras. Sugere-se, também, aumentar os graus de liberdade, visando incorporar movimentos do corpo ao modelo matemático. Reavaliando conseqüentemente, os coeficientes hidrodinâmicos a serem estimados.

Em relação aos testes experimentais, eles possuem potencial de refinamento de dados a respeito de massa adicional e arrasto. Assim sendo, recomenda-se a definição de ensaios mais sistemáticos de determinação desses coeficientes experimentalmente para manifolds. Incluindo a obtenção dos coeficientes hidrodinâmicos (M_q e M_{qq}), que não

puderam ser estimados nesse trabalho, assim como as outras propriedades que advirem da melhoria do modelo.

No bojo da revisão do modelo matemático, deve-se verificar o programa de simulações LabOsim, de modo que os cálculos numéricos sejam ainda mais confiáveis.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

AVILA, J.B.J., 2008, *Modelagem e Identificação de Parâmetros Hidrodinâmicos de um Veículo Robótico Submarino*. Tese de D.Sc., Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.

CAO, Y. et al., 2016, “Design of a Novel Installation Device for a Subsea Production System”, *Applied Ocean Research*, v.59, n.6 (Set), pp. 24-37.

CERQUEIRA, M.B et al., 2006, *Método Pendular de Instalação de Equipamentos Submarinos /Subsea Equipment Pendulous Installation Method*. Boletim Técnico da Produção de Petróleo, Rio de Janeiro - Volume 1, nº 2, p. 327-339.

CERQUEIRA, M.B. e CERQUEIRA, G.C., 2016, *Método Pendular sem Guindaste e Offshore: Disponibilização de Tecnologia*. Comunicação Técnica. PETROBRAS/E&P-CORP/EEPIP/ Engenharia Submarina.

CHAPRA, S.C. e CANALE, R.P., 2015, *Numerical Methods for Engineers*, 7 ed. New York, McGraw – Hill.

CLAYTON, B.R. e BISHOP, R.E.D., 1982, *Mechanics of Marine Vehicles*. 1 ed. London, Gulf Publishing Company.

COSTA, L.T. e LIMA, U.A., “Installation of Manifolds - A Success Story”. *Offshore Technology Conference*, OTC-27967-MS, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 24-26 Outubro 2017.

FOSSSEN, T.I., 2011, *Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control*. 1 ed. Norway, John Wiley & Sons.

FREITAS, C.S., 2018, *Ensaio para Determinação de Coeficientes Hidrodinâmicos de Manifold em Dois Tipos de Movimentações: Acelerações Constantes e Velocidades Constantes*. Relatório de Ensaio, LabOceano, COPPE/ UFRJ.

HASANLOO, D, PANG, H e YU, GUOLIANG, “On Estimatin of the Falling Velocity and Drag Coefficient of Torpedo Anchor During Acceleration”. *Ocean Engineering*, v.42, March 2012, pp. 135-146.

LIMA, J.M.T.G. et al. “Developments of Subsea Facilities in the Roncador Field (P-52)”. *Offshore Technology Conference*, OTC-19274-MS, Houston, Texas, EUA, 5-8 May 2008.

MINEIRO, F.P.S., 2006, *Propriedades Hidrodinâmicas de Corpos de Geometria Complexa como Manifolds para Operação em Águas Profundas*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

MORK, H., LUNDE, J.A. “A Cost-Effective and Safe Method for Transportation and Installation of Subsea Structures – The Pencil Buoy Method”. *Offshore Europe*, SPE 108608, Aberdeen, Scotland, U.K., 4-7 September 2007.

NEVES, M.A.S., 2012, *Dinâmica do Navio* – Programa de Engenharia Oceânica – COPPE/ UFRJ – Universidade Federal do Rio de Janeiro.

RHINOCEROS 2018, *RHINO USER GUIDE – Version 6.0*. Robert McNeel & Associates.

ROVERI, F.E., DE OLIVEIRA, M.C; MORETTI, M.J., “Installation of a Production Manifold in 2000 ft Water Depth Offshore Brazil”. *Offshore Technology Conference*, OTC-8237-MS, Houston, Texas, USA, 6-9 May 1996.

SILVA, D.F.C., 2017, *Análise de Lançamento de Manifolds Submarinos - Ferramentas Numéricas e Experimentais*. Relatório Técnico, CENPES/PDDP/Tecnologia de Estruturas Oceânicas.

SIMONSEN, A.S., 2015, *Modelling of Plates in Free Fall: Development of a Predictive Trajectory Model by an Experimental and Numerical Approach*. D.Sc Thesis, Aalborg University, Aalborg, Denmark.

SPHAIER, S.H., 2005, *Hidrodinâmica II* – Programa de Engenharia Oceânica – COPPE / UFRJ – Universidade Federal do Rio de Janeiro.

WAMIT., 2016, *WAMIT USER MANUAL – Version 7.2*. Massachusetts, WAMIT Incorporated and Massachusetts Institute of Technology.

WANG, A. et al., “Latest Progress in Deepwater Installation Technologies”. *The Twenty-second International Offshore and Polar Engineering Conference*, ISOPI-I-12-205, Rhodes, Greece, 17-22 June 2012.

WANG, A. et al., “Pendulous Installation Method and its Installation Analysis for a Deepwater Manifold in South China Sea”. *The Twenty-third International Offshore and Polar Engineering Conference*, ISOPI-I-13-060, Anchorage, Alaska, 30 June-5 July 2013.

WHITE, F.M., 2006, *Viscous Fluid Flow*. 3 ed. New York, McGraw – Hill.

APÊNDICE

Forças e momentos do corpo rígido

O desenvolvimento que se segue foi extraído de “Mechanics of Marine Vehicles – B.R Clayton and. R.E.D Bishop, 1982” Seção 10.3.2, páginas 504 - 506.

As Equações de movimento translacional do corpo rígido são obtidas através da aplicação da segunda Lei de Newton.

$$\vec{F} = m \ddot{x} = m \frac{d}{dt}(\vec{U})$$

Onde:

$\vec{U} = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k}$ é o vetor velocidade de translação do manifold referenciado no sistema de coordenadas solidário ao corpo.

\hat{i} , \hat{j} e \hat{k} são os vetores unitários ao longo dos eixos x, y e z no sistema solidário.

Segue que:

$$m \frac{d}{dt}(u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k}) = m(\dot{u}\hat{i} + \dot{v}\hat{j} + \dot{w}\hat{k}) + m(\hat{i}u + \hat{j}v + \hat{k}w)$$

Da dinâmica elementar, sabemos que para um corpo rígido,

$$\dot{\hat{i}} = \vec{\Omega} \times \hat{i} \quad \dot{\hat{j}} = \vec{\Omega} \times \hat{j} \quad \dot{\hat{k}} = \vec{\Omega} \times \hat{k}$$

onde $\vec{\Omega} = p\hat{i} + q\hat{j} + r\hat{k}$ é o vetor de velocidade angular do corpo.

então, usando a notação conveniente,

$$\dot{u}\hat{i} + \dot{v}\hat{j} + \dot{w}\hat{k} = \frac{\delta \vec{U}}{\delta t}$$

Escrevemos que:

$$\vec{F} = m \frac{\delta \vec{U}}{\delta t} + m\{u(\vec{\Omega} \times \hat{i}) + v(\vec{\Omega} \times \hat{j}) + w(\vec{\Omega} \times \hat{k})\}$$

ou

$$\vec{F} = m \frac{\delta \vec{U}}{\delta t} + m \vec{\Omega} \times \vec{U} \quad (1)$$

A segunda equação de movimento refere-se ao momento de forças externas, em torno do centro de massa. Antes de examinar o caso, contudo, considera-se vetor momento da quantidade movimento, \vec{H} . Para um corpo formado por um número i de partículas,

$$\vec{H} = \sum_i \vec{r}_i \times \delta m_i \dot{\vec{r}}_i$$

Onde δm_i é a massa de uma partícula típica de um corpo. Como a figura (1) abaixo mostra segue que:

$$\vec{H} = \sum_i \vec{r}_i \times \delta m_i (\vec{U} + \dot{\vec{r}}_i) = \left(\sum_i \delta m_i \vec{r}_i \right) \times \vec{U} + \sum_i \vec{r}_i \times \delta m_i \dot{\vec{r}}_i$$

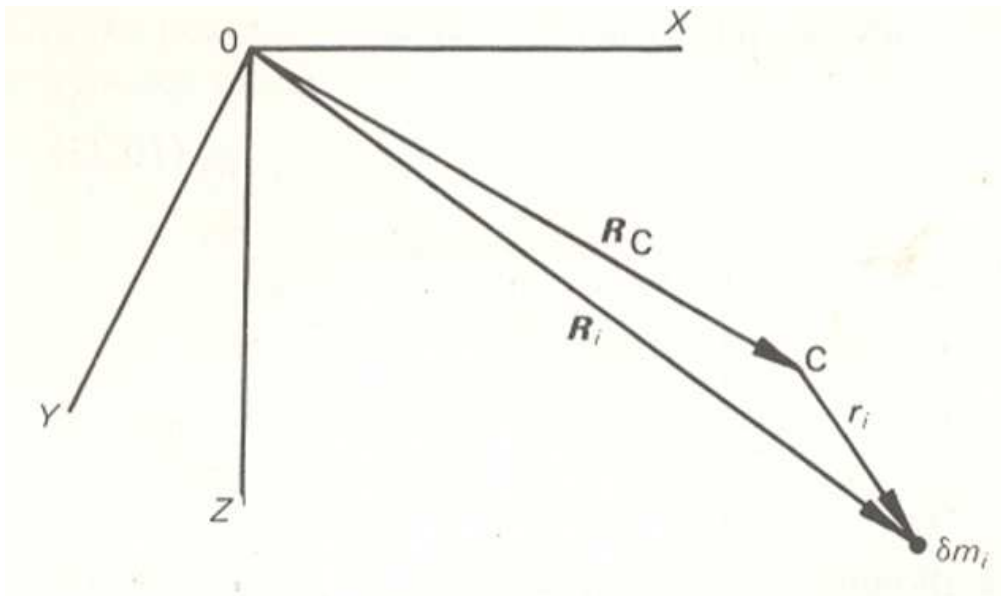


Figura 82: Sistema de coordenadas de uma partícula

O termo entre parênteses é desconsiderado, dado que C é o centro de massa. A quantidade \vec{r}_i é um vetor posição de comprimento fixo num corpo rígido de forma que

$$\dot{\vec{r}}_i = \vec{\Omega} \times \vec{r}_i$$

E assim

$$\vec{H} = \delta m_i \{ \vec{r}_i \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}_i) \}$$

Considerando que

$$\vec{r}_i = x_i \hat{i} + y_i \hat{j} + z_i \hat{k}$$

Temos que desenvolvendo o produto triplo:

$$\begin{aligned} \vec{H} = & [p \sum_i (y_i^2 + z_i^2) \delta m_i - q \sum_i x_i y_i \delta m_i - r \sum_i x_i z_i \delta m_i] \hat{i} + \\ & [-p \sum_i x_i y_i \delta m_i + q \sum_i (x_i^2 + z_i^2) \delta m_i - r \sum_i y_i z_i \delta m_i] \hat{j} + \\ & [-p \sum_i x_i z_i \delta m_i - q \sum_i y_i z_i \delta m_i + r \sum_i (x_i^2 + y_i^2) \delta m_i] \hat{k} \end{aligned}$$

Os somatórios acima correspondem aos momentos e produtos de inércia das massas do corpo, tomados em relação à origem do sistema de coordenadas fixo ao corpo. Portanto, o momento angular \vec{H} pode ser escrito como:

$$\vec{H} = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$

Onde, $I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}, I_{xz}, I_{yz}$ e $I_{yx} \rightarrow$ são inércias de massa em relação à origem do sistema solidário.

A equação de movimento de momento para um corpo é, portanto,

$$\vec{M} = \frac{d}{dt} (H_x \hat{i} + H_y \hat{j} + H_z \hat{k})$$

ou

$$\vec{M} = \frac{\delta \vec{H}}{\delta t} + (\vec{\Omega} \times \vec{H}) \quad (2)$$

As Equações (1) e (2) são usualmente escritas na forma de componentes de acordo com a notação da SNAME (1950). Onde:

$\vec{F} = X \hat{i} + Y \hat{j} + Z \hat{k}$ é o vetor de forças externas expresso no sistema de referência solidário.

$\vec{M} = X\hat{i} + Y\hat{j} + Z\hat{k}$ é o vetor de momentos externos expresso no sistema de referência solidário.

Aplicando essa notação nas Equações (1) e (2), obtemos:

$$X = m[\dot{u} - vr + wq]$$

$$Y = m[\dot{v} - wp + ur]$$

$$Z = m[\dot{w} - uq + vp]$$

$$K = I_x\dot{p} + (I_z - I_y)qr - (\dot{r} + pq)I_{xz} + (r^2 - q^2)I_{yz} + (pr - \dot{q})I_{xy}$$

$$M = I_y\dot{q} + (I_x - I_z)rp - (\dot{p} + qr)I_{xy} + (p^2 - r^2)I_{zx} + (qp - \dot{r})I_{yz}$$

$$N = I_z\dot{r} + (I_y - I_x)pq - (\dot{q} + rp)I_{yz} + (q^2 - p^2)I_{xy} + (rq - \dot{p})I_{zx}$$

Como se viu, essas Equações foram resolvidas assumindo que o a origem do sistema de referência fixo ao corpo coincide com o centro de gravidade.

No caso de o centro de gravidade não coincidir com a origem do corpo, as Equações de movimento para forças e momentos são as seguintes:

$$\vec{F} = m \frac{\delta \vec{U}}{\delta t} + m\vec{\Omega} \times \vec{U} + m\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{R}_G) + \frac{\delta \vec{\Omega}}{\delta t} \times \vec{R}_G \quad (3)$$

$$\vec{M} = \frac{\delta \vec{H}}{\delta t} + (\vec{\Omega} \times \vec{H}) + m\vec{R}_G \times \left(\frac{\delta \vec{U}}{\delta t} + \vec{\Omega} \times \vec{U} \right) \quad (4)$$

Onde, $\vec{R}_G = x_G\hat{i} + y_G\hat{j} + z_G\hat{k}$ é o vetor da posição do centro de gravidade do corpo, em relação à origem do sistema solidário.

As Equações (3) e (4), acima, em forma de componentes são escritas como:

$$X = m[\dot{u} - vr + wq - x_G(q^2 + r^2) + y_G(pq - \dot{r}) + z_G(pr + \dot{q})]$$

$$Y = m[\dot{v} - wp + ur - y_G(r^2 + p^2) + z_G(qr - \dot{p}) + x_G(qp + \dot{r})]$$

$$Z = m[\dot{w} - uq + vp - z_G(p^2 + q^2) + x_G(rp - \dot{q}) + y_G(rq + \dot{p})]$$

$$K = I_x\dot{p} + (I_z - I_y)qr - (\dot{r} + pq)I_{xz} + (r^2 - q^2)I_{yz} + (pr - \dot{q})I_{xy} + m[y_G(\dot{w} - uq + vp) - z_G(\dot{v} - wp + ur)]$$

$$M = I_y \dot{q} + (I_x - I_z)rp - (\dot{p} + qr)I_{xy} + (p^2 - r^2)I_{zx} + (qp - \dot{r})I_{yz} + m[z_G(\dot{u} - vr + wq) - x_G(\dot{w} - uq + vp)]$$

$$N = I_z \dot{r} + (I_y - I_x)pq - (\dot{q} + rp)I_{yz} + (q^2 - p^2)I_{xy} + (rq - \dot{p})I_{zx} + m[x_G(\dot{v} - wp + ur) - y_G(\dot{u} - vr + wp)]$$

Representação Matricial das Equações

O desenvolvimento que se segue foi extraído de “FOSSEN, T.I. “Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control”. Norwegian University of Science and Technology Trondheim, Norway, 2011”.

As Equações (3) e (4) expressas matricialmente, como no corpo da dissertação, é a seguinte:

$$T = M_{CORPO} \dot{v} + C_{CORPO}(v)v$$

M_{CORPO} – Matriz de inércia do corpo rígido

$C_{CORPO}(v)$ – Matriz de Coeficientes de Força do corpo rígido de Coriolis e Centrípeta.

T - Matriz de Forças e Momentos Externos = $[X, Y, Z, K, M, N]^T$

v – Vetor de Velocidades Transposta = $[u, v, w, p, q, r]^T$

\dot{v} – Vetor de Acelerações Transposta = $[\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}, \dot{p}, \dot{q}, \dot{r}]^T$

Onde:

$$M_{CORPO} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_G & -my_G \\ 0 & m & 0 & -mz_G & 0 & mx_G \\ 0 & 0 & m & my_G & -mx_G & 0 \\ 0 & -mz_G & my_G & I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ mz_G & 0 & -mx_G & -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -my_G & mx_G & 0 & -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & C_{CORPO}(v) & -m(x_G q - w) & -m(x_G r + v) \\ 0 & 0 & 0 & m(y_G q + z_G r) & m(z_G r + x_G p) & -m(y_G r - u) \\ 0 & 0 & 0 & -m(y_G p + w) & -m(z_G q + u) & m(x_G p + y_G q) \\ -m(y_G q + z_G r) & m(y_G p + w) & m(z_G p - v) & 0 & -I_{yz}q - I_{xz}p + I_{zz}r & I_{yz}r - I_{xy}p - I_{yy}q \\ m(z_G q - w) & -m(z_G r + x_G p) & m(z_G q + u) & I_{yz}q + I_{xz}p - I_{zz}r & 0 & -I_{xz}r - I_{xy}q + I_{xx}p \\ m(x_G r + v) & m(y_G r - u) & -m(x_G p + y_G q) & I_{yz}r - I_{xy}p + I_{yy}q & I_{xz}r - I_{xy}q - I_{xx}p & 0 \end{bmatrix}$$

Termos da Matriz de Coriolis e Centrípeta:

O desenvolvimento que se segue foi extraído de “FOSSEN, T.I. “Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control”. Norwegian University of Science and Technology Trondheim, Norway, 2011”, Seção 6.3.3, página 120.

Para um corpo rígido movendo-se num fluido ideal a matriz de Coriolis e Centrípeta $C_A(v)$ pode ser sempre parametrizada como uma matriz antissimétrica.

$$C_A(v) = -C_A^T(v), \quad \forall v \in \mathbb{R}^6 \quad (1)$$

Uma parametrização que satisfaz (1) é:

$$C_A(v) = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & -S(A_{11}v_1 + A_{12}v_2) \\ -S(A_{11}v_1 + A_{12}v_2) & -S(A_{21}v_1 + A_{22}v_2) \end{bmatrix} \quad (2)$$

Onde

v_1 – Vetor de Velocidades Translação Transposta = $[u, v, w]^T$

v_2 – Vetor de Velocidades Angulares Transposta = $[p, q, r]^T$

S representa matriz antissimétrica

E, $A_{ij} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ é obtida por

$$M_A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$$

A prova da Fórmula (2) acima, pode ser encontrada em Fossen e baseia-se na conservação de energia cinética do fluido, e uso das Equações de Kirchhoff (Kirchhoff, 1869).

A Fórmula (2) pode ser escrita em forma de componentes de acordo com

$$C_A(v) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -a_3 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & -a_1 \\ 0 & 0 & 0 & -a_2 & a_1 & 0 \\ 0 & -a_3 & a_2 & 0 & -b_3 & b_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 & b_3 & 0 & -b_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 & -b_2 & b_1 & 0 \end{bmatrix}$$

Onde:

$$a_1 = X_{\dot{u}}u + X_{\dot{v}}v + X_{\dot{w}}w + X_{\dot{p}}p + X_{\dot{q}}q + X_{\dot{r}}r$$

$$a_2 = X_{\dot{v}}u + Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{w}}w + Y_{\dot{p}}p + Y_{\dot{q}}q + Y_{\dot{r}}r$$

$$a_3 = X_{\dot{w}}u + Y_{\dot{w}}v + Z_{\dot{w}}w + Z_{\dot{p}}p + Z_{\dot{q}}q + Z_{\dot{r}}r$$

$$b_1 = X_{\dot{p}}u + Y_{\dot{p}}v + Z_{\dot{p}}w + K_{\dot{p}}p + K_{\dot{q}}q + K_{\dot{r}}r$$

$$b_2 = X_{\dot{q}}u + Y_{\dot{q}}v + Z_{\dot{q}}w + K_{\dot{q}}p + M_{\dot{q}}q + M_{\dot{r}}r$$

$$b_3 = X_{\dot{r}}u + Y_{\dot{r}}v + Z_{\dot{r}}w + K_{\dot{r}}p + M_{\dot{r}}q + N_{\dot{r}}r$$

Matriz de Rotação:

$$(T(\psi, \theta, \phi)) = \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\theta & -\sin\psi\cos\phi + \cos\psi\sin\phi\sin\theta & \sin\psi\sin\phi + \cos\psi\cos\phi\sin\theta \\ \sin\psi\cos\theta & \cos\psi\cos\phi + \sin\phi\sin\theta\sin\psi & -\cos\psi\sin\phi + \sin\theta\sin\psi\cos\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta\sin\phi & \cos\theta\cos\phi \end{bmatrix}$$