

## MODELO BIODINÂMICO DO CAMINHAR HUMANO TENDO EM VISTA A INTERAÇÃO DINÂMICA PESSOA-ESTRUTURA

Natasha de Paula Amador da Costa

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil.

Orientadores: Michèle Schubert Pfeil Wendell Diniz Varela

Rio de Janeiro Junho de 2019

## MODELO BIODINÂMICO DO CAMINHAR HUMANO TENDO EM VISTA A INTERAÇÃO DINÂMICA PESSOA-ESTRTUTURA

Natasha de Paula Amador da Costa

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS GRADUAÇÃO E PEQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA À OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL

Examinada por:

Prof.<sup>a</sup> Michèle Schubert Pfeil, D.Sc.

Prof. Wendell Diniz Varela, D.Sc.

Prof. Roberto Leal Pimentel, D.Sc.

Prof<sup>a</sup>. Eliane Maria Lopes Carvalho, D.Sc.

Prof. Ney Roitman, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL JUNHO DE 2019 Costa, Natasha de Paula Amador da

Modelo biodinâmico do caminhar humano tendo em vista a interação dinâmica pessoa-estrutura / Natasha de Paula Amador da Costa. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2019.

XI, 88 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Michèle Schubert Pfeil

Wendell Diniz Varela

Tese (doutorado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Civil, 2019.

Referências Bibliográficas: p. 77 - 85

1. Modelo Biodinâmico 2. Dinâmica de estruturas 3. Passarela. I. Pfeil, Michèle Schubert *et al*. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil. III Título. A minha mãe amada Leonice e avó Alice (*in memoriam*) que me criaram com todo amor e dedicação e que apesar de todas as dificuldades sempre fizeram o máximo para me tornar uma boa pessoa e profissional. A Wanessa que é mais que irmã, é a melhor amiga da vida, meus "pequenos príncipes" Luís Paulo e Paulo Lohan e minha linda e amada Maria Alice por todo amor, apoio, incentivo e fé em mim, durante toda a vida e em especial durante os anos em que eu estive nessa jornada do doutorado, e sem os quais eu nada conseguiria. A Joselia minha querida mãe do coração, que me ajudou nos momentos mais difíceis, que me fez ver que eu podia muito mais do que um dia eu poderia imaginar, a pessoa que realmente me fez acreditar em mim. A Shirley minha irmã do coração, Juan e a passarinha Mariana, que sempre foram minha família e meu porto seguro aqui no Rio e onde quer que estejam. E finalmente a Ágata Sol, minha companheira das longas noites trabalhando na tese.

A minha orientadora Michèle tenho a maior gratidão do mundo, por tudo que me ensinou, a enorme e enorme paciência, por não desistir de me ajudar a ser melhor a cada dia, por me mostrar a profissional que eu quero ser um dia. Ao Wendell por dividir comigo o peso dessa tese, pela calma e atenção, por me ensinar mil vezes a mesma coisa e por compartilhar comigo toda a sua experiência.

Aos professores Ney Roitman e Carlos Magluta por tão gentilmente cederem a estrutura, fundamental eu não poderia realizar este trabalho.

As amigas que a COPPE me deu, Marcela sempre me lembrando dos compromissos, compartilhando os problemas da tese e da vida. Andrea, Mariana, Laila e Dianelys amigas para muito além das paredes da UFRJ. Fernanda, Gabriela e Monique, por nossos almoços sem hora para acabar, risadas e aulas de dança.

As 53 pessoas que caminharam milhares de vezes e em três velocidades na passarela, pessoas literalmente essenciais para que eu pudesse concluir esse trabalho. Sem contar meus amigos que me ajudaram em todos os ensaios, montagem, desmontagem de equipamentos e etc. Teotônio, Hugo, Michael, Laila e Dianelys sempre e sempre.

Aos meus amigos da vida Júlia, Diana, Andrielli, Juliana e Thiago por estarem comigo em todos os momentos durante esses anos, momentos bons e menos bons, sem o apoio, paciência e carinho deles tudo seria mais difícil.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Doutor em Ciências (D. Sc.).

## MODELO BIODINÂMICO DO CAMINHAR HUMANO TENDO EM VISTA A INTERAÇÃO DINÂMICA PESSOA-ESTRUTURA

Natasha de Paula Amador da Costa

#### Junho/2019

Orientadores: Michèle Schubert Pfeil Wendell Diniz Varela

Programa: Engenharia Civil

A resposta dinâmica teórica de estruturas induzidas por atividades humanas tais como caminhar é tradicionalmente determinada considerando-se estas ações como cargas periódicas móveis. Entretanto nos casos em que ocorre a interação dinâmica entre a estrutura e as pessoas, é necessário representar o pedestre como um modelo mecânico associado à estrutura, adicionalmente às cargas aplicadas. Tendo em vista a formulação matemática da interação estrutura - pessoa caminhando, este trabalho adota como modelo biodinâmico um sistema de um grau de liberdade (dotado de massa, mola e amortecedor) sob excitação de base e tem por objetivo a calibração de seus parâmetros através de campanha experimental. Como resultado foram desenvolvidas equações de regressão que permitem a determinação dos parâmetros do modelo proposto a partir de dados físicos do pedestre e da frequência do seu caminhar. Foram realizados quatro tipos de ensaios utilizando uma plataforma rígida e uma estrutura flexível instrumentadas para medição da força de 53 pedestres: dois ensaios para registro de dados destinados à calibração de parâmetros e outros dois para validação do modelo desenvolvido. Os registros de força e de aceleração do centro de massa do pedestre em caminhada sobre a plataforma rígida mostraram coerência com a formulação teórica adotada e as respostas experimentais de pedestres caminhando sobre estrutura flexível se apresentaram compatíveis com resultados teórico-numéricos obtidos a partir da aplicação do modelo biodinâmico desenvolvido.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D. Sc.).

## BIODYNAMIC MODEL OF HUMAN WALKING IN VIEW OF THE PEDESTRIAN – STRUCTURE DYNAMIC INTERACTION

Natasha de Paula Amador da Costa

June/2019

Advisors: Michèle Schubert Pfeil Wendell Diniz Varela

Department: Civil Engineering

The theoretical dynamic response of structures induced by human activities such as walking is traditionally determined by considering these actions as periodic moving loads. However, in cases displaying dynamic interaction between structure and pedestrians a biodynamic model is coupled to the structures model, in addition to the applied loads. In view of the mathematical formulation of the pedestrian-structure interaction, a one degree of freedom (consisting of mass, spring and damper) under base excitation is adopted in this work as biodynamic model whose calibration through experimental campaigns is aimed. As a result regression equations were developed allowing the model parameters to be determined on the basis of the pedestrian physical characteristics and its pace frequency. Four types of tests were performed with the aid of a rigid platform and a flexible structure instrumented to measure walking forces of 53 pedestrians: two tests to gather data for the calibration and other two for validation procedures. Simultaneous measurements of force and acceleration of the pedestrian mass center confirmed the model hypothesis and pedestrian responses while walking in a flexible structure showed good correlation to theoretical numerical results obtained by using the proposed biodynamic model.

Capítulo 1	1
INTRODUÇÃO	1
1.1 Motivação e Cenário do Problema	1
1.2 Objetivos	3
1.3 Escopo do Trabalho	4
Capítulo 2	5
ESTRUTURAS SOB AÇÃO DA ATIVIDADE HUMANA DE CAMINHAR	5
2.2 Ação Humana de Caminhar como Carga Móvel	5
2.3 Alteração das Propriedades Dinâmicas de Passarelas sob Atividades humanas .	10
2.4 Modelos Biodinâmicos	12
2.4.1 Conceitos Gerais	12
2.4.2 Modelo biodinâmico massa-mola-amortecedor com um GL de SILVA (20	11)
para pessoa caminhando	13
2.4.3 Modelo biodinâmico de pêndulo invertido	17
2.4.4 Modelos pesquisados por CAPRANI et al. (2011)	18
2.5 Resposta da Estrutura à Ação da Carga Móvel ao Caminhar de um Pedestre	19
2.6 Modelo de interação estrutura-pessoa caminhando (COSTA, 2013)	22
2.6.1 Modelo de estrutura e equação de movimento	22
2.6.2 Modelo de pessoa caminhando sobre uma superfície rígida	22
2.6.3 Modelo de Interação Estrutura-Pessoa Caminhando	24
Capítulo 3	27
MODELO BIODINÂMICO DE UM GL PROPOSTO E METODOLOGIA PARA S	UA
CALIBRAÇÃO	27
3.1 Sistema de Um Grau de liberdade sob excitação de base	27
3.2 Pessoa caminhando sobre superfície rígida	28
3.3 Parâmetros a determinar e estratégia de calibração	29
3.4 Metodologia para calibração do modelo biodinâmico	30
3.5 Implementação computacional	34
Capítulo 4	36
CAMPANHA EXPERIMENTAL	36
4.1 Descrição da estrutura	36
4.2 Instrumentação da estrutura	38

# SUMÁRIO

4.3 Caracterização da população participante da campanha exper	imental 39
4.4 Ensaios realizados	
4.4.1 Ensaio 1: Pedestre caminhando sobre superfície rígida	
4.4.2 Ensaio 2: Pedestre caminhando sobre a estrutura em vibr	ação forçada com
amplitude constante	
4.4.3 Ensaio 3: Pedestre caminhando sobre a estrutura em vibr	ação sob condição
inicial	
4.5 Tratamento dos dados experimentais	
4.5.1 Ensaio 1: Força e aceleração do CM de pessoas caminha	ndo45
4.5.2 Ensaio 2: Aceleração no CM de uma pessoa caminhado,	aceleração no meio do
vão da estrutura de passarela, ângulo de fase entre os sinais de	aceleração da estrutura
e CM do pedestre e comprimento do passo	
4.5.3 Ensaio 3: Aceleração no CM de uma pessoa caminhando	, aceleração e
deslocamento no meio do vão da estrutura de passarela	
Capítulo 5	
RESULTADOS DE CALIBRAÇÃO E APLICAÇÃO DO MODEI	LO BIODINÂMICO . 51
5.1 Sinais de força e aceleração em fase	
5.2 Coeficiente harmônico da carga e defasagem	
5.3 Propriedades modelo biodinâmico	
5.4 Validação do modelo biodinâmico	
5.4.1 Ensaio 3: Pedestre caminhando sobre a estrutura em vibr	ação sob condição
inicial	
5.4.2 Estudo paramétrico	
Capítulo 6	
CONSIDERAÇÕES FINAIS	
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	77
APÊNDICE	
ANEXO	

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Representação do passo e da passada (PERRY, 2005)
Figura 2.2: Força de Contato de um passo e Reação do Piso (OHLSSON, 1982 apud
VARELA, 2004)
Figura 2.3: Resultados em termos de $\alpha 1$ e $\alpha 2$ dos ensaios realizados por KERR (1998) e
as respectivas curvas de ajuste
Figura 2.4: Coeficiente do 1º harmônico da carga normalizado em relação à altura do
pedestre (KERR, 1998)
Figura 2.5: Resposta de estrutura em função do número de pessoas e suas atividades -
passiva e ativa (ZIVANOVIC <i>et al</i> , 2009)11
Figura 2.6: Modelos biodinâmicos
Figura 2.7: Modelo com 1GL (SILVA, 2011)
Figura 2.8: Indivíduo caminhando com um acelerômetro acoplado em seu centro de
gravidade aproximado (SILVA, 2011)
Figura 2.9: Modelo biodinâmico pêndulo invertido: (a) Com pernas rígidas; (b) Pernas
com inclusão de rigidez, (c) Pernas com rigidez e amortecimento e (d) Pernas com rigidez
e amortecimento e pés rolantes (SHAHABPOOR et al., 2016)
Figura 2.10: (a) Força aplicada na estrutura pela pessoa caminhando; (b) Forças
equivalentes nodais
Figura 2.11: Pessoa caminhando sobre superfície rígida: (a) Modelo analítico; (b)
Diagrama de corpo livre
Figura 2.12: Pessoa caminhando e uma estrutura: (a) Modelo analítico; (b) Diagrama de
corpo livre
Figura 3.1: (a) Modelo de um GL com excitação harmônica de base y; (b) Diagrama de
corpo livre da massa <i>mp</i>
Figura 3.2: Fluxograma da metodologia de calibração do modelo biodinâmico. NPED =
número de pedestres
Figura 3.3: Estrutura flexível de passarela usada nos ensaios experimentais
Figura 3.4: Ensaio de caminhada sobre estrutura rígida
Figura 3.5: Trecho Central da Passarela usado como Plataforma Vibratória
Figura 3.6: Sequência do programa
Figura 4.1: Estrutura de passarela: (a) Vista superior perfil de aço; (b) Seção longitudinal;
(c) Seção transversal
Figura 4.2: Variação da Rigidez
Figura 4.3: Instrumentação para medição da força aplicada: (a) Detalhe do painel
instrumentado; (b) Anel instrumentado com extensômetros nas faces interna e externa 38
Figura 4.4: Instrumentação para medição de aceleração e deslocamento da estrutura: (a)
Acelerômetro; (b) Flexímetro
Figura 4.5: Histograma de Idade dos Pedestres: a) Idade da amostra total; b) Idade dos
Homens; c) Idade das Mulheres

Figura 4.6: Histograma de Altura, Altura CM e Comprimento da Pernas dos Pedestres:	a)
Altura; b) Altura CM; c) Comprimento da Perna	40
Figura 4.7: Histograma com a distribuição de massa dos pedestres	40
Figura 4.8: Ensaio de vibração livre estrutura excitada por impacto de calcanhar	41
Figura 4.9: Ensaio pessoas caminhando em uma plataforma rígida instrumentada	42
Figura 4.10: Esquema da plataforma rígida instrumentada	42
Figura 4.11: Instrumentação para medição da aceleração vertical no centro de massa do	)
pedestre: a) Cinto para fixação com acelerômetro; b) Posicionamento do acelerômetro	)
durante os testes	42
Figura 4.12: Ensaio vibração forçada com amplitude constante: a) Excitação imposta a	a
estrutura; b) Pedestre caminhando em superfície flexível	43
Figura 4.13: Ensaio vibração livre: a) Excitação imposta à estrutura; b) Pedestre	
caminhando em superfície sob vibração livre, após saída da fonte de excitação	44
Figura 4.14: História no tempo do sinal experimental da força de excitação de uma pess	soa
caminhando – P:Passada	46
Figura 4.15: Sinal experimental da força de excitação: a) no domínio tempo; b) em	
frequência	47
Figura 4.16: Sinal experimental filtrado: a) Força; b) Aceleração	47
Figura 4.17: Ângulo de fase entre os sinais filtrados de força do caminhar	48
Figura 4.18: Ângulo de fase entre os sinais de aceleração da estrutura e do CM do pede	stre
	49
Figura 5.1: Sinais experimentais simultâneos da força do pedestre e da aceleração da	
cintura do pedestre	51
Figura 5.2: Relação entre as massas experimentais do modelo biodinâmico: (a) Entre o	2° e
1° harmônicos; (b) Entre o 3° e 1° harmônicos;	52
Figura 5.3: Fator dinâmico da carga	53
Figura 5.4: Fator dinâmico da carga para pedestres com alturas abaixo e acima de 1,721	n -
(a) 1° harmônico; (b) 2° harmônicos 3 (c) 3° harmônicos	56
Figura 5.5: Fator dinâmico da carga do 1º harmônico – Experimental e com equação de	•
regressão	57
Figura 5.6: Comparação do coeficiente harmônico da carga para vários autores – (a) $\alpha$ 1	L;
(b) <i>α</i> 2	58
Figura 5.7: Ângulo de fase entre os fatores dinâmicos de carga – (a) $\phi$ 1; (b) $\phi$ 2	59
Figura 5.8: Valores experimentais e gerados pelas equação de regressão do modelo	
biodinâmico: (a) $mp$ ; (b) $kp$ e (c) $\xi m$	62
Figura 5.9: Valores experimentais e gerados pelas equação de regressão lp	63
Figura 5.10: Comparação teórico-experimental pessoa 5, sinal no domínio do tempo: (a	ı)
up; (b) $upr;$ (c) $up + upr e (d) y$	66
Figura 5.11: Sinal no domínio da frequência - pessoa 5	66
Figura 5.12: Comparação teórico-experimental pessoa 22, sinal no domínio do tempo:	(a)
up; (b) $upr;$ (c) $up + upr$ e (d) y	67
Figura 5.13: Sinal no domínio da frequência - pessoa 22	67

Figura 5.14: Comparação teórico-experimental pessoa 39, sinal no domínio do tempo: (a)
<i>up</i> ; (b) $upr$ ; (c) $up + upr$ e (d) y
Figura 5.15: Sinal no domínio da frequência - pessoa 39
Figura 5.16: Resposta em aceleração da estrutura para relação - $fp = 1,5$ Hz e $mp =$
3,0% <i>me</i> : (a) valores absolutos e (b) normalizado em relação à resposta do modelo de
carga móvel71
Figura 5.17: Resposta em aceleração da estrutura para relação - $fp = 1,5$ Hz e $mp =$
5,0% <i>me</i> : (a) valores absolutos e (b) normalizado em relação à resposta do modelo de
carga móvel72
Figura 5.18: Resposta em aceleração da estrutura para relação - $fp = 2,0$ Hz e $mp =$
3,0% <i>me</i> : (a) valores absolutos e (b) normalizado em relação à resposta do modelo de
carga móvel72

# **INTRODUÇÃO**

#### 1.1 Motivação e Cenário do Problema

As estruturas de passarelas e de pisos de edificações estão sujeitas, a ações harmônicas decorrentes de atividades humanas como caminhar, correr e pular. Essas ações podem induzir vibrações devidas ao fenômeno da ressonância, que acontece com a proximidade entre a frequência da atividade humana realizada e uma das frequências fundamentais da estrutura.

Podem-se distinguir eventos de vibrações em passarelas nos modos de vibração de flexão vertical e horizontal. Entre os casos mais recentes estão, a Passarela *Solferino*, na França, em 1999 (CHARLES, 2005) e a *Millennium Bridge*, em Londres, em 2000 (WILLFORD, 2002), ambas fechadas após sua inauguração para ajustes estruturais, em razão de apresentarem deslocamentos horizontais excessivos provocados por atividades humanas.

Como exemplo de estruturas que apresentam vibrações excessivas em flexão vertical devidas às ações humanas, podem ser citadas as passarelas na forma de lâmina em catenária próxima a Sheffield Inglaterra (ZIVANOVIC, 2005), e a passarela em viga de seção celular de aço construída em Podgorica, Montenegro e a Aberfeldy, Escócia, GB (ZIVANOVIC, 2005). Em comum estas passarelas apresentam a frequência natural de vibração em flexão vertical na faixa de frequências fundamentais do caminhar humano.

Por outro lado a passarela Sun-Yu, que liga a extremidade sul de Seoul (Coreia) à ilha de Sun-Y é um exemplo de estrutura concebida com análise rigorosa prévia de sua resposta dinâmica frente a atividade humana. Em razão de ser uma estrutura que apresentava possibilidade de problemas com vibrações durante a travessia de pedestres em seus 1°, 2° e  $3^{\circ}$  modos de vibração, nela foram instalados atenuadores dinâmicos sincronizados (ADS), a fim de evitar tais efeitos.

A metodologia tradicional de análise e verificação estrutural apresenta as ações decorrentes das atividades humanas como cargas estáticas. No caso em que se espera um comportamento dinâmico da estrutura frente a estas atividades humanas representa-se o carregamento por meio de cargas periódicas escritas na forma de séries de Fourier com

amplitudes e frequências fundamentais específicas para cada tipo de atividade (caminhar, correr, pular, etc.). Expressões e valores de amplitudes de força do caminhar humano para cada harmônico da série de Fourier obtidas experimentalmente por diversos autores dos quais citam-se RAINER *et al.* (1988), BATTISTA e ROITMAN (1990), EBRAHIMPOUR *et al.* (1989) e KERR (1998).

Para garantir o desempenho adequado de estruturas sob ação humana, no que diz respeito a efeitos dinâmicos, as normas técnicas brasileiras: NBR 6118 (2003), NBR 7188 (1982) e NBR 8800 (2003) recomendam que suas frequências naturais estejam fora dos limites de frequências críticas pré-determinadas. Contudo em normas internacionais, como EUROCODE 1 (2004), CEB 209 (1991), SETRA (2006), além da faixa de frequência crítica, critérios como aceleração, são usados, a fim de observar questões acerca do conforto aos usuários.

Para estruturas leves, em que a massa das pessoas é um percentual não desprezível da massa modal da estrutura, forma-se um sistema conjunto estrutura-pessoas no qual pode ocorrer uma interação dinâmica entre as partes. As propriedades dinâmicas de frequência natural e taxa de amortecimento modal deste sistema acoplado diferem daquelas da estrutura original.

Tratam da alteração em relação ao amortecimento do sistema devido à presença humana, os trabalhos de RAINER e PERNICA (1988), EBRAHIMPOUR *et al.* (1989) e PIMENTEL e WALDRON (1996). Este fato já considerado em Códigos do Canadá, Reino Unido e Dinamarca, que ditam taxas de 12% de amortecimento viscoso, para estruturas densamente povoadas (PEDERSEN, 2008). Tratando da redução da frequência natural das estruturas submetidas a atividades humanas, existem trabalhos tais como o de ELLIS *et al* (2001) e LITTER (1998) *apud* SACHSE (2003).

A partir destes trabalhos é notório que ao considerar a presença humana como apenas uma massa adicional à da estrutura, negligenciam-se as reais influências da interação homem-estrutura, quanto às frequências naturais, amortecimento e comportamento dinâmico geral do sistema.

Para simular o efeito da presença de pessoas na alteração das propriedades dinâmicas do sistema e das atividades humanas, tais como caminhar, na resposta dinâmica de uma estrutura é necessário representar a pessoa como um sistema dinâmico dotado de massa, amortecimento e rigidez. Estes modelos, denominados biodinâmicos, são incorporados na modelagem da interação pessoa-estrutura, compondo um sistema com propriedades diferentes às da estrutura isolada.

Os trabalhos contidos na literatura sobre modelos biodinâmicos são classificados de acordo com o número de graus de liberdade necessários para representar cada atividade humana. Quanto a modelos de pessoas em pé ou sentadas com um grau de liberdade (GL), existem trabalhos como o de FOSCHI e GRUPTA (1987), FALATI (1999), BROWNJOHN (1999), ISO 7962 (1987) e NIGAM e MALIK (1987). Já entre os trabalhos propondo modelos de dois graus de liberdade, há a ISO 5982, 1981 e finalmente com quatro e 15 graus de liberdade respectivamente, ISO 7962 (1987) e NIGAM e MALIK (1987).

Quanto a atividade de caminhar, SILVA (2011) desenvolveu um modelo de 1 GL composto de equações de regressão para determinação das propriedades dinâmicas do mesmo, através da correlação de resultados experimentais e modelo analítico numérico e CAPRANI *et al.* (2011) realizaram uma extensa revisão na literatura de biomecânica envolvendo várias atividades humanas tais como andar, pular e correr. O modelo de SILVA (2011) baseia-se na equação de movimento de um sistema massa-mola-amortecedor sob a ação de uma força externa aplicada a massa, sendo esta força a reação do piso escrita em série de Fourier com os dados fornecidos por KERR (1998). Esta formulação não é compatível com o modelo de interação, que considera o pedestre como um sistema sob excitação de base.

#### 1.2 Objetivos

Este trabalho tem por objetivo geral desenvolver um modelo mecânico com um grau de liberdade (dotado de massa, amortecimento e rigidez), que represente as características dinâmicas na direção vertical de uma pessoa caminhando, com base na formulação de um sistema de excitação de base. Posteriormente abordar por meio de modelo analíticonumérico a interação dinâmica pessoa-estrutura em estruturas.

Os objetivos específicos deste trabalho podem ser descritos como:

 Realizar campanhas experimentais para calibração do modelo biodinâmico com base na formulação adotada;

- Geração de equações de regressão que representem matematicamente os parâmetros do modelo biodinâmico;
- Validar o modelo biodinâmico elaborado por meio de comparação teóricoexperimental;
- Realizar um estudo paramétrico em uma estrutura de viga biapoiada, no tocante a interação estrutura-pessoa caminhando, aplicando o modelo biodinâmico aqui proposto com o uso das equações de regressão e o de SILVA (2011);

#### 1.3 Escopo do Trabalho

Este documento está organizado da seguinte forma:

O *Capítulo 2* trata do histórico do estudo de vibrações induzidas por atividades humanas de caminhar, seus efeitos como carga móvel e modelo biodinâmico. Constam citações a trabalhos acerca de alterações das propriedades dinâmicas de passarelas sob atividades humanas e uma revisão da literatura sobre diversos modelos biodinâmicos, enfatizando os existentes para pessoas caminhando. Finalmente apresenta-se a formulação matemática para determinação da resposta de estruturas sob ação do caminhar humano e o modelo de interação estrutura-pessoas caminhando.

O *Capítulo 3* refere-se à formulação matemática dos parâmetros do modelo biodinâmico com um grau de liberdade proposto para pessoa caminhando, além da metodologia para calibração do mesmo com dados experimentais.

O *Capítulo 4* apresenta a descrição e o tratamento dos dados registrados na campanha experimental para calibração do modelo biodinâmico.

O *Capítulo 5* apresenta os resultados da calibração do modelo biodinâmico, bem como a descrição das equações de regressão formuladas para representar matematicamente os parâmetros deste. Neste capítulo também constam comparações teórico-experimentais para validação do modelo e uso das equações de regressão abordando o efeito da interação estrutura-pessoa caminhando.

Finalizando, o *Capítulo 6* é destinado às conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

# **Capítulo 2**

# ESTRUTURAS SOB AÇÃO DA ATIVIDADE HUMANA DE CAMINHAR

Apresenta-se neste capítulo uma revisão bibliográfica a respeito do comportamento dinâmico de estruturas sob o efeito da atividade humana de caminhar. Em geral o objetivo das análises é obter a resposta da estrutura em termos de deslocamentos e acelerações ao longo do tempo para verificar o conforto do usuário. Na literatura existem critérios para verificação do conforto, assim, consta no CEB (1991) fatores determinantes da sensibilidade e intensidade da percepção humana às vibrações, tais como ZIVANOVIC (2005) desenvolveu uma escala que permite descrever o nível de percepção e aceitabilidade humana de vibrações permanentes e GOLDMAN (1948) *apud* VARELA (2004), apresentou uma escala em termos de aceleração, a partir de níveis de sensibilidade humana às vibrações em relação ao tempo de exposição.

A ação de caminhar de pessoas pode ser representada de duas formas, como uma carga móvel ou como um sistema mecânico acoplado à estrutura, caracterizado pelo modelo de interação pessoa-estrutura. A interação entre pessoas paradas em pé em uma estrutura altera as características dinâmicas desta em termos de suas frequências naturais, suas taxas de amortecimento e seus modos de vibração. ELLIS *et al.* (2001) observou esses efeitos após uma campanha de medições experimentais no estádio Twickenham na Inglaterra.

#### 2.2 Ação Humana de Caminhar como Carga Móvel

Durante o século XIX foram desenvolvidos métodos de medir a cinemática e a cinética do movimento, os quais foram aplicados na análise do caminhar humano, permitindo a aplicação de princípios de mecânica às análises biológicas e biomecânicas. Em 1883 MAREY e DEMENY (*apud* BAKER, 2007) desenvolveram métodos de instrumentação e quantificação de parâmetros para análise da marcha humana. Braüne e Fischer, exploradores da fotogrametria analítica, foram os primeiros a fazer a reconstrução tridimensional do movimento humano.

INMAN *et al* (1981) descreveram o movimento translacional do corpo humano através da sequência de períodos de contato dos pés com a superfície e de elevação dos pés. PERRY (2005) e RACIC *et al.* (2009) desenvolveram trabalhos tratando entre outros assuntos, acerca da descrição do passo e da passada de uma pessoa ao caminhar. Assim descrevem o comprimento da passada como a distância entre duas posições sucessivas do mesmo pé na direção do destino durante um ciclo de marcha, comumente medida como a distância entre a posição do calcanhar de um pé até a próxima posição do calcanhar do mesmo pé. O comprimento do passo é a distância entre o contato do pé, e o contato do pé colateral (Figura 2.1). Quanto às dimensões de um passo médio, KASPERSKI e SAHNACI (2005) adotam o valor de 0,75 m, muito próximo do tamanho descrito por WHEELER (1982) e RICCIARDELLI *et al.* (2007), de 0,768 m, já TOSO e GOMES (2015) encontraram o valor de 0,71 m.



Figura 2.1: Representação do passo e da passada (PERRY, 2005)

A frequência do passo é o número de passos por unidade de tempo, normalmente medidas em ciclos (passos) por segundo ou Hertz (Hz). VENUTI e BRUNO (2009) apresentaram uma pesquisa dos valores da frequência média do passo, determinada por vários autores, abordando especificamente a direção vertical. O valor de 1,84 Hz foi obtido por BUTZ et al. (2008), RICCIARDELI *et al.* (2009) e PACHI e JI (2005); 1,9 Hz por KERR e BISHOP (2001); 2,0 Hz por MATSUMOTO *et al.* (1978); 1,82 Hz por ANHACI e KARPESKI (2005) e 1,87 Hz por ZIVANOVIC (2005). MATSUMOTO *et al.* (1978) concluíram que as frequências do passo apresentavam uma distribuição normal com uma frequência de excitação média de 2,0 Hz.

A descrição matemática das forças devidas às atividades humanas se baseia em análises de resultados obtidos a partir de ensaios experimentais com o uso de plataformas ou esteiras instrumentadas com células de carga, através das quais são medidas as reações do piso, correspondentes às ações causadas pela movimentação humana. Entre as primeiras medições estão as de HARPER *et al.* (1961), *apud* RACIC *et al.* (2009), que com o uso de uma plataforma instrumentada estudaram o atrito e o deslizamento de pisos. O mesmo tipo de ensaio agora com a finalidade da captação das histórias de força vertical no tempo devido a um pedestre caminhando sobre plataforma rígida, foram realizados por OHLSSON (1982), RAINER, PERNICA e ALLEN (1988), BATTISTA e ROITMAN (1990), ALVES (1990) e KERR (1998). Ensaios com variações no número de indivíduos, seus pesos e comprimento das plataformas instrumentadas foram realizados por ROITMAN *et al* (2002).

TUAN e SAUL (1986), EBRAHIMPUR *et al.* (1989) e VARELA (2004) a partir de ensaios experimentais, destacam a influência de aspectos como idade, condições físicas, característica do movimento e postura, além do instante de contato com os pés na estrutura, no carregamento humano aplicado na superfície. Uma revisão abrangente dos ensaios para medição de forças devidas a atividades humanas pode ser encontrada em RACIC *et al.* (2009)

A Figura 2.2 ilustra em linha grossa cheia a variação da força vertical de reação do piso ao caminhar humano ao longo do tempo obtida em uma medição típica. Em linha cheia fina e em linha tracejada são mostradas as parcelas das forças referentes a cada um dos pés durante o tempo de contato com a superfície que, combinadas, fornecem a força total. Observa-se em cada instante de tempo correspondente ao início de um passo, um pico de força originado do impacto do calcanhar na superfície.

Observa-se na Figura 2.2 o caráter periódico da força vertical que justifica o modelo de força determinístico tradicional, que consiste em uma série de Fourier com três ou quatro termos. Nesta série há uma parcela fixa, representativa do peso G da pessoa, e uma flutuante, devida aos harmônicos, ou seja, as componentes estática e dinâmica da força, respectivamente. Dessa forma tem-se:

$$F(t) = G + \sum_{j=1}^{nh} G\alpha_j sen(j2\pi f_p t - \phi_j)$$
(2.1)

onde:

- nh = número de harmônicos adotados para o cálculo da força;
- *j* = número do j-ésimo harmônico;
- $\alpha_i$  = coeficiente dinâmico do j-ésimo harmônico;

- $f_p$  = frequência fundamental da atividade humana (do passo do caminhar)
- φ<sub>j</sub> = diferença de fase entre o j-ésimo e o primeiro harmônico harmônico da frequência fundamental.



Figura 2.2: Força de Contato de um passo e Reação do Piso (OHLSSON, 1982 *apud* VARELA, 2004)

A Figura 2.2 mostra graficamente em linha traço ponto a força representada pela série de Fourier com três termos harmônicos em comparação com a força medida experimentalmente em linha cheia. Observa-se que o modelo da série de Fourier com três termos representa bem a variação da força exceto pelo impacto do calcanhar.

Devido ao caráter singular de cada indivíduo, quanto ao peso, condições físicas, maneira de caminhar, tipo de calçado, influências culturais, encontra-se na literatura uma faixa de variação para os coeficientes harmônicos ( $\alpha_j$ ) e ângulos de fase ( $\phi_j$ ). A Tabela AN.1 apresenta os valores obtidos por diversos autores. Para  $\alpha_1$  algumas referências apresentam um valor único enquanto outros indicam funções das frequências  $f_p$  do passo. Em relação aos coeficientes  $\alpha_2$  e  $\alpha_3$  a maioria dos autores apresenta um valor constante. Os ensaios realizados por KERR (1998) contaram com 40 indivíduos caminhando com o mesmo passo, sobre uma plataforma instrumentada, com uma frequência de passo controlada por um metrônomo, que variava de 1,0 a 3,0 Hz. A Figura 2.3 mostra os valores de  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  obtidos para cada passada dos indivíduos, para os diferentes ensaios realizados. Observa-se uma significativa dispersão dos resultados para  $\alpha_2$  enquanto  $\alpha_1$  apresenta uma clara tendência de acréscimo com o aumento de  $f_p$ , também com certa dispersão. A Figura 2.3a ilustra ainda a curva ajustada a valores médios de  $\alpha_1$  cuja equação em função da frequência do passo está mostrada na Tabela 2.1. Para os demais harmônicos, o valor médio encontrado foi de aproximadamente 0,07 para  $\alpha_2$  e 0,06 para  $\alpha_3$ .

Tabela 2.1:Coeficientes da Série de Fourier desenvolvidas por KERR (1998)

Fator dinâmico da carga	
$\alpha_1(f_p) = -0.2649f_p^3 + 1.3206f_p^2 - 1.7597f_p + 0.7613$	
$\alpha_2 = 0,07$	
$a_3 = 0,06$	



Figura 2.3: Resultados em termos de  $\alpha_1 e \alpha_2$  dos ensaios realizados por KERR (1998) e as respectivas curvas de ajuste

KERR (1998) também apresentou os resultados para os coeficientes harmônicos separando a amostra entre pessoas com estatura menor e maior que 1,75 m. Ao observar a Figura 2.4 é possível perceber um aumento do valor de  $\alpha_1$  para os indivíduos mais altos.



Figura 2.4: Coeficiente do 1º harmônico da carga normalizado em relação à altura do pedestre (KERR, 1998)

#### 2.3 Alteração das Propriedades Dinâmicas de Passarelas sob Atividades humanas

Passarela é um tipo de estrutura que com frequência sofrem consideráveis efeitos dinâmicos desfavoráveis, provenientes de atividades humanas. Assim sedo, existe uma grande quantidade de trabalhos focados na tentativa de elucidar de forma concreta os reais efeitos das atividades humanas nestas estruturas, como a interação entre as partes. Dentre os quais, alguns estudos de relevância serão aqui citados.

ZIVANOVIC *et al* (2009) aborda em seu trabalho a questão da interação pessoaestrutura, no tocante a observação da alteração das propriedades dinâmicas de uma estrutura na presença de multidão, para tanto realiza testes com inúmeras pessoas. A passarela investigada é biapoiada, em concreto protendido, com 10,80 metros de comprimento e 2,00 m de largura. As frequências naturais e taxas de amortecimento da passarela quando vazia, na presença de um número de pessoas paradas e caminhando com suas frequências naturais de atividade foram obtidos em ensaios em laboratório. Os resultados demonstraram que houve aumento significativo das taxas de amortecimento na presença de pessoas, tanto na condição passiva quanto ativa, como pode ser observado na Figura 2.5.



Figura 2.5: Resposta de estrutura em função do número de pessoas e suas atividades -passiva e ativa (ZIVANOVIC *et al*, 2009)

SETAREH *et al* (2014) realizaram ensaios em uma passarela na Virginia, EUA, com 16 pessoas paradas em pé ao longo desta em duas configurações de distribuição das pessoas pelo tabuleiro da passarela. O conjunto então foi submetido a uma vibração forçada por um excitador mecânico. Os resultados mostraram redução na frequência natural e aumento nas taxas de amortecimento para o primeiro e segundo modos de flexão vertical. Observou-se também que houve a supressão do segundo modo de vibração quando da interação pessoaestrutura. Este trabalho também forneceu um estudo comparativo sobre o quanto um observador parado na passarela é sensível às vibrações no ato de pessoas caminhando sobre a mesma e as normas vigentes.

A partir de uma série de ensaios realizados em laboratório, GEORGAKIS *et al.* (2013) usando uma passarela medindo 16 metros de comprimento em vibração forçada em flexão vertical, foram determinados a massa adicional e o amortecimento introduzido por pedestres caminhando. Foram testadas várias amplitudes de vibração e taxas de fluxo de pedestres, concluindo-se que a massa adicional imposta por um único pedestre era de 102% da massa total de um pedestre. Quanto ao amortecimento introduzido por cada uma das pessoas, verificou-se ser positivo para todas as amplitudes, mas decaindo com o aumento das amplitudes de vibração.

Existe também um empenho em pesquisas usando uma abordagem probabilística para melhor compreensão dos efeitos da interação pessoa-estruturas, podendo-se citar, DONG *et al.* (2011), determinaram parâmetros dinâmicos da estrutura modificados pela presença de pessoas, a partir de uma análise de correlações variando a frequência natural e a taxa de

amortecimento da estrutura vazia para uma grande gama de possíveis sistemas. SAHNACI e KAPERSKI (2014) realizaram um estudo baseado no desenvolvimento de um modelo de carga realista de pessoas caminhando, que considera os desvios intra e inter individuais no processo de locomoção. KAPERSKI (2014) estudou o acréscimo de amortecimento em uma estrutura por uma pessoa caminhando e posteriormente avaliou o mesmo efeito, agora a partir da simulação de uma densidade variável de pedestres.

#### 2.4 Modelos Biodinâmicos

#### 2.4.1 Conceitos Gerais

Pode-se simular o efeito do caminhar de pedestres sobre estruturas considerando a interação pedestre-estrutura por meio de um modelo físico no qual o pedestre é representado por um sistema mecânico equivalente de massa, molas e amortecedores, também chamados de modelos biodinâmicos.

De acordo com SACHSE (2003) a elaboração de modelos biodinâmicos deve levar em conta questões importantes como as que se seguem:

- a) o corpo humano é um sistema muito complexo, dinâmico não-linear e que tem propriedades que diferem entre pessoas diferentes (variabilidade interpessoal) e entre os próprios indivíduos (variabilidade intrapessoal) (ISO 5982, 1981; GRIFFIN, 1990);
- b) as vibrações verticais de corpo inteiro sejam de pé ou sentado são dominadas por um modo muito amortecido. Este modo tem uma frequência natural entre 4,0 e
   6,0 Hz e sua taxa de amortecimento tem valores variando de 20% até 50%;
- c) as propriedades do corpo humano dependem fortemente da magnitude de vibração. No entanto, os níveis de vibração encontrados em estruturas civis são consideravelmente menores do que aqueles empregados para construir modelos biodinâmicos (GRIFFIN, 1990);
- d) o corpo humano, não é um sistema monolítico, e sim uma associação de várias partes distintas em características entre si. Dessa forma, adotá-lo como um modelo biodinâmico com apenas um grau de liberdade, limita a quantificação de seus elementos heterogêneos.

A observação (b) sugere que a pessoa de pé ou sentada em vibração vertical pode ser representada por um modelo de um grau de liberdade. Em decorrência do comentário (d),

existem na literatura diversas proposições de modelos biodinâmicos para vibração vertical com um ou mais graus de liberdade (GL), como mostrado na Figura 2.6.



Entre os modelos biodinâmicos já desenvolvidos destaca-se o de FALATI (1999), que adota a massa modal do modelo como um terço da massa total de um indivíduo, e de BROWNJOHN (1999), que criou um modelo biodinâmico com um grau de liberdade, a partir do modelo da ISO 7962 (1987) com quatro graus de liberdade, acompanhado de ponderações experimentais. NIGAM e MALIK (1987) propôs um modelo com 15 GL, que considera aproximações estatísticas aplicadas a resultados experimentais e ajustes numéricos. Em COSTA *et al* (2014), há um resumo dos modelos citados.

### 2.4.2 Modelo biodinâmico massa-mola-amortecedor com um GL de SILVA (2011) para pessoa caminhando

Modelos biodinâmicos de pessoas caminhando ainda são pouco pesquisados, e dentre os trabalhos de maior relevância, pode-se citar, SILVA (2011), que propôs um modelo biodinâmico com um GL, através da correlação de resultados experimentais e modelo analítico numérico.

O modelo numérico proposto se dá a partir da observação de que um pedestre pode ser modelado em duas situações: caminhando sobre uma superfície rígida ou sobre uma superfície que vibra. Os respectivos modelos são apresentados na Figura 2.7.



onde:

- *u<sup>t</sup>* é o deslocamento do grau de liberdade em relação a um referencial fixo;
- *u<sup>g</sup>* é o deslocamento cíclico da base;
- *P<sub>GR</sub>* é a força harmônica submetida ao pedestre quando este caminha sobre uma superfície rígida;
- *P'<sub>GR</sub>* é a força harmônica submetida ao pedestre quando este caminha sobre uma superfície que vibra.

A seguir a descrição matemática do modelo nos domínios do tempo e da frequência:

$$m\ddot{u}^t + c\dot{u}^t + ku^t = P_{GR} \tag{2.2}$$

$$m\ddot{u}^{t} + c(\dot{u}^{t} - \dot{u}^{g}) + k(u^{t} - u^{g}) = P_{GR}$$
(2.3)

$$A(\omega) = \frac{\omega^2 P_{GR}(\omega)}{|k - \omega^2 m + j\omega c|}$$
(2.4)

SILVA (2011) realizou ensaios experimentais de pessoas caminhando sobre piso rígido. As pessoas foram instrumentadas com acelerômetros na cintura, próximo ao seu centro de gravidade (Figura 2.8). Os ensaios foram realizados com várias pessoas e inúmeras vezes, a fim de medir a variabilidade do caminhar do mesmo indivíduo e de indivíduo para indivíduo. Dessa forma os testes foram feitos com 33 pessoas, sendo 19 homens e 14 mulheres, com idade entre 20 e 40 anos, e que caminharam com sapatos de solado macio, de acordo com os seguintes critérios:

• O ritmo de passo natural de cada indivíduo foi respeitado;

- A caminhada foi realizada em um piso rígido por uma distância de 15 metros em linha reta;
- A atividade começava e terminava com os indivíduos em repouso;
- O tempo do percurso durava aproximadamente 16 segundos;
- Cada indivíduo repetia o percurso 10 vezes.



Figura 2.8: Indivíduo caminhando com um acelerômetro acoplado em seu centro de gravidade aproximado (SILVA, 2011)

De posse dos três primeiros picos de aceleração medidos experimentalmente no centro de gravidade aproximado dos indivíduos  $(an_1, an_2 e an_3)$  como dados de entrada e dos três primeiros picos de reação de força do piso como dados de saída, foram resolvidos sistemas de equações, para determinar os parâmetros de um modelo biodinâmico para cada indivíduo nas 10 repetições do percurso de caminhada. Assim obteve-se o resultado de  $m_p$ ,  $c_p e k_p$  do modelo de um GL de cada indivíduo para cada trajetória.

Partindo da consideração dos três harmônicos de força para a determinação do sistema de equações a partir dos dados experimentais, SILVA (2011) usou, como coeficientes da série de Fourier, valores médios provenientes das equações desenvolvidas por KERR (1998).

Do tratamento do número de amostras e representatividade das médias obtidas de m, c e k e efetuando uma série de combinações de modo que a margem de erro fosse em torno de 10 % para a massa (m) e amortecimento (c) e 15 % para rigidez (k) e considerando uma correlação direta entre as propriedades modais dos indivíduos obtidas experimental e teoricamente, SILVA (2011), chegou a um sistema de equações de regressão, para

determinação das propriedades dinâmicas de uma pessoa caminhando, conforme Equações (2.5). Considerando M (kg) como massa da pessoa, f como frequência fundamental do passo, m como massa, k como rigidez e c como amortecimento do modelo biodinâmico com um GL.

$$m = 97,082 + 0,275M - 37,518f \text{ (kg)}$$

$$c = 29,041m^{0,883} \text{ (Ns/m)}$$

$$k = 30351,744 - 50,261c + 0,035c^2 \text{ (N/m)}$$
(2.5)

Na Tabela 2.2 são apresentados valores citados no trabalho de SILVA (2011) como exemplo de validação das equações de regressão representativas do modelo biodinâmico, bem como os dados usados como parâmetros de entrada para solução das equações. Pode-se observar também nesta tabela os valores dos parâmetros biodinâmicos calculados a partir da Equação (2.1), bem como os calculados a partir das equações de regressão (2.5), além do percentual de diferença ( $\Delta$ ) entre as duas formas de cálculo.

				(			
Dados de Entrada							
M (kg)	fp (Hz)	$an_1$ (m/s <sup>2</sup> )	(n	$n_2$ $a$ $n/s^2$ (m	<i>an</i> <sub>3</sub> (m/s <sup>2</sup> )		
70,8	1,7875	2,7629	0,4	1,0	1,0105		
Equação 2.4							
ľ	n	c 1		k			
43,85		43,85 756,96 9445,15		5			
Equação (2.5)							
m	Δ	с	Δ	k	Δ		
49,48	13%	910,34	20%	13603,15	44%		

Tabela 2.2: Valores experimentais e respostas (SILVA, 2011)

Uma vez que este modelo será citado posteriormente neste trabalho, se faz necessário fazer algumas observações pertinentes acerca de sua formulação, no que diz respeito à força harmônica submetida ao pedestre:

- Esta força, tanto na condição do pedestre caminhando em superfície rígida (*P<sub>GR</sub>*) quanto em superfície que vibra (*P'<sub>GR</sub>*), na formulação para o modelo com um GL da Figura 2.7, foi aplicada na massa do modelo e não na estrutura;
- Ainda sobre a força harmônica, seus valores foram obtidos a partir de respostas calculadas usando a Equação (2.1), tendo por coeficientes de

Fourier, as equações desenvolvidas por KERR (1998) como já citado. Assim, foram usados na formulação do modelo, valores calculados de forma teórica, e não valores medidos experimentalmente, que seria o procedimento mais adequado.

#### 2.4.3 Modelo biodinâmico de pêndulo invertido

Autores como ZIVANOVIC (2015), ZHOU *et al.*(2016), MIYAMORI *et al.*(2001) e DANG *et al.*(2014) e SHAHABPOOR *et al.*(2016) definem modelos biodinâmicos bípedes ou de pêndulo invertido, como modelos que representam o caminhar humano levando em consideração o ciclo de passos sucessivos a partir da inclusão das pernas do pedestre no modelo, assim fornecendo um maior detalhamento em relação a simulação da marcha humana.

Os modelos biodinâmicos de pêndulo invertido representam com grande fidelidade a dinâmica do sistema locomotor humano, simulando tanto parâmetros espaciais da marcha, como comprimento da passada, frequência do passo, movimento vertical e horizontal do centro de massa, tempo dos eventos da caminhada, como batida no calcanhar e dedo do pé, e a energia propulsora necessária para manter um padrão de marcha específico (GARD *et al.*, 2001, GEYER, 2005 e KIM e PARK , 2011 *apud* SHAHABPOOR *et al.*,2016).

Diferentes tipos de modelos biodinâmicos de pêndulo invertido são propostos na literatura, sendo a configuração mais simples encontrada caracterizada por representar a massa do pedestre em uma única região ou ponto, localizada em seu centro de massa (CM), desconsiderando os inúmeros graus de liberdade da parte superior do corpo humano, como pode ser visto na Figura 2.9a. As propriedades das pernas são consideradas idênticas, possuem massa desprezível, são totalmente rígidas, ou seja, não são abordados os movimentos das articulações de joelho e tornozelos e os pés são considerados como um único ponto (SHAHABPOOR *et al.*,2016).

Existem inúmeras variações dos modelos biodinâmicos de pêndulo invertido, as Figura 2.9b e c demostra um em que é possível simular a dinâmica das pernas de maneira mais realista, com a inclusão de molas e amortecedores nas mesmas. E o tipo de modelo mais completo é aquela que possui além de molas e amortecedores nas pernas, representam os pés não mais como pontos e sim com sistemas análogos a rodas, que permitem estudar a variação dos pontos de contato e tensões durante a caminhada, demonstrado na Figura 2.9d (KIM e PARK, 2011 e SAUNDERS *et al.*,1953 *apud* SHAHABPOOR *et al.*,2016)



Figura 2.9: Modelo biodinâmico pêndulo invertido: (a) Com pernas rígidas; (b) Pernas com inclusão de rigidez, (c) Pernas com rigidez e amortecimento e (d) Pernas com rigidez e amortecimento e pés rolantes (SHAHABPOOR *et al.*, 2016)

#### 2.4.4 Modelos pesquisados por CAPRANI et al. (2011)

CAPRANI *et al.*(2011) realizaram uma extensa revisão na literatura de biomecânica envolvendo várias atividades humanas tais como andar, pular e correr.

Para atividade humana de caminhar o autor identificou na literatura modelos compostos de pêndulo invertido e amortecedor em sua base para representar o movimento do centro de massa do pedestre. Entretanto este modelo foi questionado por diversos autores, bem como o modelo simples de massa-mola-amortecedor (MMA) amplamente adotado para a atividade de correr. O uso do modelo MMA para o caminhar forneceu de acordo com LEE e FARLEY (1998) *apud* CAPRANI *et al.* (2011) valores de rigidez entre 12,0 e 35,0 kN/m quando a massa do modelo é a própria massa da pessoa.

Para a atividade de balanço vertical (*hopping*) do centro de massa do indivíduo (sem retirar os pés do chão) ZHANG *et al.* (2000) *apud* CAPRANI *et al.* (2011) encontraram um

valor para taxa de amortecimento igual a 30%. BERTOS *et al.* (2005) *apud* CAPRANI *et al.* (2011), entretanto, encontraram para atividade caminhar valores para taxa de amortecimento entre 40% e 70% e valores entre 2,0 kN/m e 13kN/m para a rigidez. Em seu trabalho CAPRANI *et al.* (2011) adota faixas de valores para os parâmetros de taxa de amortecimento  $(\xi_p)$ , rigidez  $(k_p)$ , massa  $(m_p)$ e comprimento do passo  $(l_p)$ , como se segue:

- $\xi_p$  entre 10% e 30%;
- $k_p$  entre 10,0 e 35,0 kN/m;
- $m_p$  entre 30,0 e 130,0 kg, e
- $l_p 0,66$  metros.

#### 2.5 Resposta da Estrutura à Ação da Carga Móvel ao Caminhar de um Pedestre

Existem inúmeros procedimentos para o cálculo aproximado da resposta máxima das estruturas submetidas a atividades humanas, expressa através da determinação de sua aceleração máxima. O mais simples deles é o método de aplicação de carga no meio do vão, que fornece um resultado superestimado, uma vez que não considera a carga se movendo ao longo do vão e nem o efeito do número limitado de passos necessários ao pedestre para atravessar o vão. Há também o método proposto por RAINER *et al* (1988), que considera a mobilidade da carga em toda a passarela e não sua aplicação no meio do vão. Além daqueles modelos, pode-se resolver matematicamente no domínio do tempo a equação de movimento da estrutura, sob ação do caminhar de uma pessoa.

Uma estrutura de passarela pode ser representada por um modelo numérico composto de elementos de pórtico plano. Sendo um modelo bidimensional, não são considerados os modos de vibrações de torção e nem de flexão horizontal, apenas os modos de vibração vertical são levados em consta no modelo.

O sistema de equações de movimento de uma estrutura discretizada em elementos finitos é dado por:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F} \tag{2.6}$$

onde:

- **M** é a matriz de massa da estrutura;
- C é a matriz de amortecimento da estrutura;

- **K** é a matriz de rigidez da estrutura;
- Ü, Ü e U- são, respectivamente, vetores de aceleração, velocidade e deslocamento dos graus de liberdade dos pontos nodais da estrutura, e
- *F* é o vetor de forças nodais variável no tempo.

Por meio da análise de vibração livre, determinam-se as formas modais (auto-vetores  $\phi$ ) e frequências naturais de vibração, a partir dos quais, é possível considerar as amplitudes das componentes modais como coordenadas generalizadas.

O deslocamento  $(U_{ek})$  associado ao grau de liberdade de deslocamento vertical de um ponto nodal k qualquer dessa estrutura é dado pela superposição modal das amplitudes de seus n principais modos de vibração, ou modos relevantes à resposta solicitada, obtido a partir da seguinte expressão:

$$U_{ek} = \phi_{1k} y_1(t) + \phi_{2k} y_2(t) + \dots + \phi_{nk} y_n(t) = \sum_{j=1}^n \phi_{jk} y_j(t)$$
(2.7)

onde:

- $y_i(t)$  é a amplitude do modo *j*;
- $\phi_{jk}$  é o elemento do auto-vetor associado ao modo *j* e ao grau de liberdade *k*;

Utilizando o princípio da superposição modal (CLOUGH e PENZIEN, 1986) o sistema de Equações (2.7), transforma-se em *n* equações desacopladas na seguinte forma:

$$m_j \ddot{y}_j + c_j \dot{y}_j + k_j y_j = F_j \tag{2.8}$$

onde:

- $m_j$  é a massa modal da estrutura associada ao *j-ésimo* modo de vibração da estrutura;
- c<sub>j</sub> é a constante de amortecimento modal associado ao j-ésimo modo de vibração da estrutura;
- $k_j$  é a rigidez generalizada associado ao j-ésimo modo de vibração da estrutura;
- *F<sub>j</sub>* é a força generalizada associada ao modo j, calculada pelo produto vetorial φ<sub>j</sub>F, sendo φ<sub>j</sub> o autovetor do modo *j*.

Dividindo-se todos os membros da Equação (2.8) por  $m_j$  e considerando as seguintes relações:

$$c_j = 2\omega_j m_j \xi_j \quad \text{e} \quad k_j = m_j \omega_j^2 \tag{2.9}$$

onde:

- $\omega_i$  é a frequência angular de vibração da estrutura no *j-ésimo* modo;
- $\xi_j$  é a taxa de amortecimento da estrutura para o *j-ésimo* modo.

chega-se à equação de movimento que assume a seguinte forma:

$$m_j \left( \ddot{y}_j + 2\omega_j \xi_j \dot{y}_j + \omega_j^2 y_j \right) = F_j \tag{2.10}$$

A equação de movimento para um grau de liberdade generalizado é escrita na forma da Equação (2.8) a ser integrada no domínio do tempo através do método de *Runge-Kutta* e  $F_j(t)$  é a força modal a ser atualizada em cada instante de tempo em função da posição da pessoa e da magnitude da força vertical dada pela Equação (2.1).

Para o cálculo da força modal determina-se a cada instante *t* a posição do ponto *k* de contato pessoa-estrutura no elemento e (ver Figura 2.10) em função da velocidade v e da frequência do caminhar  $f_{pp}$ :

$$x = vt = lf_{pp}t \tag{2.11}$$

onde l é o comprimento do passo.

A força aplicada no ponto k é transportada em um vetor de forças nodais equivalentes **F**<sub>e</sub> nas extremidades do elemento *e* utilizando-se a matriz **H** de funções de interpolação:

$$\mathbf{F}_{\mathbf{e}} = \mathbf{H}^{\mathbf{T}} \mathbf{F}(\mathbf{t}) \tag{2.12}$$

onde é o H é vetor de interpolação:

$$\mathbf{H} = [L(2\xi^3 - 3\xi^2 + 1) \quad L(\xi^3 - 2\xi^2 + \xi) \quad (-2\xi^3 + 3\xi^2) \quad L(\xi^3 - \xi^2)]$$
(2.13)

para  $\xi = \frac{x}{L}$  em que x é a posição da pessoa caminhando no interior de um elemento de comprimento *L*.

A força modal é obtida com

$$P_j = \mathbf{\Phi}_{ej}^T \mathbf{F}_e = \mathbf{\Phi}_{ej}^T \mathbf{H}^T F(t)$$
(2.14)

onde  $\Phi_e$  contém os componentes associados aos nós de extremidade do elemento *e* do autovetor do problema de vibrações livres.



Figura 2.10: (a) Força aplicada na estrutura pela pessoa caminhando; (b) Forças equivalentes nodais

#### 2.6 Modelo de interação estrutura-pessoa caminhando (COSTA, 2013)

#### 2.6.1 Modelo de estrutura e equação de movimento

Considera-se a estrutura discretizada e as equações de movimento na forma da Equação (2.15).

$$m_j \left( \dot{y}_j + 2\omega_j \xi_j \dot{y}_j + \omega_j^2 y_j \right) = P_j \tag{2.15}$$

#### 2.6.2 Modelo de pessoa caminhando sobre uma superfície rígida

A Figura 2.11 ilustra o modelo de pessoa caminhando sobre uma superfície rígida proposto por COSTA (2013). Na Figura 2.11a são mostrados o deslocamento vertical do centro de massa da pessoa e  $u_{pr}$  o deslocamento imposto pelo movimento dos calcanhares ao centro de massa da pessoa  $u_r$ . No modelo proposto as características dinâmicas da pessoa são representadas por um sistema equivalente a uma massa ligada à estrutura por uma mola e um amortecedor, também chamado de sistema massa-mola-amortecedor de um grau de liberdade (Figura 2.11b). O deslocamento vertical dos calcanhares é representado por um deslocamento na base do sistema massa-mola-amortecedor (MMA) equivalente. Ou seja, o modelo dinâmico proposto é um sistema MMA com excitação de base, cuja solução numérica é amplamente conhecida na literatura técnica (RAO, 2009).

A força existente entre uma pessoa caminhando com velocidade constante (v), representada pelo modelo MMA descrito anteriormente, e uma superfície rígida, assume a forma da Equação (2.16).

$$F(t) = F_e + F_a \tag{2.16}$$

onde  $F_e e F_a$  são respectivamente, as forças elástica e de amortecimento exercidas pelos componentes de rigidez e amortecimento do eixo vertical da pessoa, especificadas na Equação (2.17), em contato com a superfície da estrutura.

$$F_e = k_p [u_{pr} - u_r] \qquad F_a = c_p [\dot{u}_{pr} - \dot{u}_r]$$
(2.17)

onde  $u_{pr}$  e  $\dot{u}_{pr}$  são o deslocamento e velocidade verticais do centro de massa (CM) da pessoa caminhando sobre a superfície rígida e  $u_r$  e  $\dot{u}_r$  são o deslocamento e velocidade verticais impostas à base do sistema da pessoa pelo movimento dos calcanhares durante o caminhar.



Figura 2.11: Pessoa caminhando sobre superfície rígida: (a) Modelo analítico; (b) Diagrama corpo livre

A força de interação dada pelas Equações (2.16) e (2.17) pode ser igualada à parcela dinâmica da força de reação da superfície descrita pela série de Fourier da Equação (2.1), ou seja:

$$F(t) = k_p [u_{pr} - u_r] + c_p [\dot{u}_{pr} - \dot{u}_r] = \sum_{j=1}^{nh} G \alpha_j sen[j2\pi f_{pp}t - \phi_j]$$
(2.18)

Assim, a equação de movimento vertical do CM da pessoa de acordo com a Figura 2.11, e a Equação (2.18), pode ser escrita como:

$$m_p \ddot{u}_{pr} = -F(t) \tag{2.19}$$

#### 2.6.3 Modelo de Interação Estrutura-Pessoa Caminhando

Raciocínio análogo ao desenvolvido para pessoa caminhando sobre superfície rígida pode ser feito para pessoa caminhando sobre superfície flexível. A diferença principal entre os modelos é que como passam a existir dois sistemas dinâmicos acoplados (pessoa e estrutura), isso desenvolve forças de interação dinâmica entre eles. Mecanicamente os modelos são muito parecidos, o que muda é que o deslocamento vertical do centro de massa da pessoa deve levar em consideração uma parcela devido à interação dinâmica entre a pessoa e a estrutura e a excitação de base deve levar em consideração o deslocamento da estrutura. O modelo de pessoa caminhando sobre superfície flexível é ilustrado na Figura 2.12.

Assim considerando o caminhar de uma pessoa com velocidade constante (v) ao longo de uma estrutura flexível, a força de interação estrutura-pessoa, é expressa pela Equação (2.20):

$$F_{int}(t) = k_p [(u_p + u_{pr}) - (u_r + U_{ek})] + c_p [(\dot{u}_p + \dot{u}_{pr}) - (\dot{u}_r + \dot{U}_{ek})]$$
(2.20)  
onde:

- *u<sub>p</sub>* é o deslocamento vertical de uma pessoa caminhando devido apenas a interação com a estrutura;
- $(u_p + u_{pr})$  é o deslocamento vertical total do centro de massa de uma pessoa caminhando sobre uma estrutura flexível;
- *U<sub>ek</sub>* é o deslocamento vertical da estrutura flexível em cada ponto de contato (ponto *k*);

Dessa forma a equação de movimento vertical de um pedestre caminhando sobre uma estrutura flexível é:

$$m_p(\ddot{u}_p + \ddot{u}_{pr}) = -F_{int}(t) \tag{2.21}$$

Levando em consideração as Equações (2.16), (2.19) e (2.20) tem-se:

$$m_p \ddot{u}_p + k_p (u_p - U_{ek}) - c_p (\dot{u}_p - \dot{U}_{ek}) = 0$$
(2.22)



Figura 2.12: Pessoa caminhando e uma estrutura: (a) Modelo analítico; (b) Diagrama de corpo livre

Para uma estrutura discretizada em elementos de pórtico plano o deslocamento e velocidade verticais em um ponto de contato (ponto k) podem ser escritos como:

$$U_{ek} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{U}_e \qquad \mathbf{e} \qquad U_{ek} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{U}_e \tag{2.23}$$

onde:

• H é o vetor de interpolação:

$$\mathbf{H} = \left[ L \left( 2\xi_{\text{int}}^3 - 3\xi_{\text{int}}^2 + 1 \right) \quad L \left( \xi_{\text{int}}^3 - 2\xi_{\text{int}}^2 + \xi_{\text{int}} \right) \quad \left( -2\xi_{\text{int}}^3 + 3\xi_{\text{int}}^2 \right) \quad L \left( \xi_{\text{int}}^3 - \xi_{\text{int}}^2 \right) \right]$$
(2.24)

para  $\xi_{int} = \frac{x}{L}$  em que x é a posição da pessoa caminhando no interior de um elemento de comprimento *L*.

•  $\mathbf{U}_{e}$  e  $\dot{\mathbf{U}}_{e}$  são, respectivamente, os vetores de deslocamento e velocidade nodais verticais do elemento *e*, dentro do qual o ponto de contato está localizado;

A força de interação  $F_{int}$  (*t*) é aplicada ao modelo de estrutura por meio de um vetor de força nodal equivalente  $\mathbf{F}_{\mathbf{e}}$  do elemento *e*:

$$\mathbf{F}_e = \mathbf{H}^T . F_{\text{int}} \tag{2.25}$$

Para solucionar a equação de movimento da estrutura pelo método da superposição modal a força modal é calculada como

$$P_j = \mathbf{\Phi}_{ej}^T \mathbf{F}_e \tag{2.26}$$
e o deslocamento vertical do ponto de contato é expresso por:

$$U_{ek} = \sum_{j} \mathbf{H} \cdot \mathbf{\Phi}_{ej} Y_j = \sum_{j} \phi_{kj} Y_j$$
(2.27)

onde:

- $\Phi_{ej}$  é autovetor das amplitudes nodais do elemento *e*, associado ao modo *j*;
- $Y_i$  é a amplitude do i-ésimo modo;
- $\phi_{kj}$  é a amplitude da forma modal *j* do ponto de contato *k*;

Substituindo  $P_j$  na equação de movimento da estrutura, Equação (2.15) e levando em consideração as Equações (2.16) e (2.20), tem-se:

$$m_{j}\ddot{y}_{j} + (2\omega_{j}\xi_{j}m_{j} + \phi_{k}^{2}c_{p})\dot{y}_{j} + (\omega_{j}^{2}m_{j} + \phi_{k}^{2}k_{p})y_{j} - \phi_{k}c_{p}\dot{u}_{p} - \phi_{k}k_{p}u_{p} = \phi_{k}F(t)$$
(2.28)

Considerando as respostas para o primeiro modo de vibração vertical da estrutura, as equações de movimento da pessoa e estrutura – Equações (2.21) e (2.25), acopladas de forma matricial, são apresentadas no formato da Equação (2.29).

$$\mathbf{M}^* \ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}^* \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}^* \mathbf{X} = \mathbf{F}$$
(2.29)

onde

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} y \\ u_p \end{bmatrix} \qquad \mathbf{M}^* = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m_p \end{bmatrix} \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \phi_k F(t) \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{C}^* = \begin{bmatrix} 2\xi\omega m + \phi_c^2 c_p & -\phi_k c_p \\ -\phi_k c_p & c_p \end{bmatrix} \qquad \mathbf{K}^* = \begin{bmatrix} \omega^2 m + \phi_c^2 k_p & -\phi_k k_p \\ -\phi_k k_p & k_p \end{bmatrix}$$
(2.30)

### MODELO BIODINÂMICO DE UM GL PROPOSTO E METODOLOGIA PARA SUA CALIBRAÇÃO

No Capítulo 2 um modelo biodinâmico de um GL sob excitação de base foi utilizado para compor a formulação matemática de interação dinâmica estrutura-pessoa caminhando. O presente capítulo apresenta a metodologia adotada para a calibração dos parâmetros desse modelo com base em resultados de medições experimentais.

### 3.1 Sistema de Um Grau de liberdade sob excitação de base

O modelo de um GL possui massa  $[m_p]$ , mola de rigidez  $[k_p]$  e amortecedor  $[c_p]$  e encontra-se excitado por movimento harmônico de base em deslocamento y (t), conforme ilustra a Figura 3.1(a).



(a) (b) Figura 3.1: (a) Modelo de um GL com excitação harmônica de base y; (b) Diagrama de corpo livre da massa  $m_p$ 

O diagrama de corpo livre da massa mostrado na Figura 3.1 (b) apresenta as forças dinâmicas na mola e no amortecedor. Assim, a equação de movimento vertical, pode ser escrita na seguinte forma (RAO, 2008):

$$m_p \ddot{u}_p = -k_p [u_p - y] - c_p [\dot{u}_p - \dot{y}]$$
(3.1)

Admite-se que o movimento y(t) é harmônico, com frequência  $\omega$ :

$$y = Y e^{i\omega t} \tag{3.2}$$

sendo  $\theta$  o ângulo de fase da resposta  $u_p(t)$  em relação ao movimento de y(t).

A solução particular de  $u_p$  é tomada como:

$$u_p = U_p e^{i(\omega t - \theta)} \tag{3.3}$$

Reescrevendo a Equação (3.1) substituindo-se as expressões de  $y \in u_p$  e suas derivadas em relação ao tempo, tem-se:

$$-\omega^2 m_p U_p e^{i(\omega t - \theta)} + i\omega c_p U_p e^{i(\omega t - \theta)} + k_p U_p e^{i(\omega t - \theta)} = i\omega c_p Y e^{i\omega} + k_p Y e^{i\omega}$$
(3.4)

Cancelando os termos iguais dos dois lados da igualdade e agrupando as parcelas com termos comuns em evidência, obtém-se:

$$\left(-\omega^2 m_p + i\omega c_p + k_p\right) U_p e^{-i\theta} = \left(i\omega c_{pp} + k_p\right) Y$$
(3.5)

A partir da Equação (3.5), e usando as propriedades de números complexos (Thomson,1978), chega-se ao valor absoluto da razão de amplitudes:

$$\left|\frac{U_{p}}{Y}\right| = \sqrt{\frac{k_{p}^{2} + (\omega c_{p})^{2}}{\left(k_{p} - m_{p}\omega^{2}\right)^{2} + (\omega c_{p})^{2}}}$$
(3.6)

E a expressão do ângulo de fase  $\theta$ :

$$tg\theta = \frac{m_p c_p \omega^2}{k_p [k_p - \omega^2 m_p] + [c_p \omega]^2}$$
(3.7)

### 3.2 Pessoa caminhando sobre superfície rígida

Na seção 2.6.2 deste documento, o caminhar de uma pessoa sobre uma superfície rígida é descrito matematicamente por um modelo de um GL, percorrendo uma distância horizontal com velocidade constante e sendo excitado por um movimento vertical de base imposto pelo próprio caminhar do pedestre. Dessa forma  $u_{pr}$  ( $u_p$  da Figura 3.1) é o

deslocamento vertical do centro de massa da pessoa caminhando e  $u_r$  (y da Figura 3.1) é o deslocamento vertical imposto pelo movimento dos calcanhares durante o caminhar, com frequência fundamental  $\omega_p$ .

A resultante F(t) das forças atuantes na massa do modelo  $[F_a(t) + F_e(t)]$ , como mostrado na Figura 3.1, é igual à força aplicada ao piso pela pessoa caminhando, a qual pode ser escrita como uma série de Fourier de três termos:

$$m_p \ddot{u}_{pr}(t) = G \sum_{j=1}^3 \alpha_j sen(j\omega_p t + \phi_j)$$
(2.19)

em que  $\omega_p$  é a frequência circular do caminhar. Pela igualdade da Equação (2.19) vê-se que a força F(t) está em fase com a aceleração do CM do pedestre  $\ddot{u}_{pr}(t)$  e a massa  $m_p$  do modelo é o coeficiente de proporcionalidade. Tem-se então para a frequência do caminhar e seus harmônicos *j*:

$$m_p = \frac{F_j}{\dot{U}_{prj}} \tag{3.8}$$

sendo:  $F_j = \alpha_j$ . *M*. *g* a amplitude da força na frequência  $(j\omega_p)$ ; (3.9)

 $\ddot{U}_{prj}$  é a amplitude da aceleração do CM do pedestre;

 $\alpha_i$  é o j-ésimo coeficiente dinâmico da série de Fourier

Mé a massa do pedestre

g é a aceleração da gravidade

### 3.3 Parâmetros a determinar e estratégia de calibração

Deseja-se determinar os parâmetros  $m_p$ ,  $c_p$  e  $k_p$  do modelo biodinâmico de um pedestre, além dos coeficientes  $\alpha_j$  e os ângulos de fase  $\phi_j$  para caracterizar a força do pedestre sobre o piso.

A aplicação do modelo de um GL sob excitação de base na simulação do comportamento de um pedestre caminhando em superfície rígida fornece as Equações (3.6) e (3.7) para cada uma das três frequências de excitação da força do caminhar:  $\omega_p$ ,  $2\omega_p$  e  $3\omega_p$ , além da Equação (3.8). Considerando-se a realização de ensaios de um pedestre de

massa *M* caminhando sobre uma superfície rígida, com medição simultânea da força F(t)e da aceleração de seu CM  $\ddot{u}_{pr}(t)$  é possível obter as amplitudes  $F_j$  e  $\ddot{U}_{prj}$ , j = 1,3. Com estes dados determinam-se  $m_p$  e  $\alpha_j$  através das Equações (3.8) e (3.9), além dos ângulos de fase  $\phi_j$ .

Uma possibilidade para a determinação de  $c_p$  e  $k_p$  seria a aplicação das Equações (3.6) e (3.7) à excitação na frequência  $\omega_p$  do caminhar. Para isto seria necessário proceder à medição de  $u_r(t)$  e da defasagem  $\theta$  em relação à  $u_{pr}(t)$ . O movimento de base  $u_r(t)$  está relacionado ao mecanismo de impulsão do caminhar com elevação e abaixamento dos calcanhares. Entretanto, o uso dos sinais de monitoração do movimento dos calcanhares demandaria uma modelagem 3D do movimento dos passos para que pudesse ser determinada a amplitude da excitação de base, o que está fora do escopo deste trabalho.

A excitação do pedestre caminhando em uma frequência diferente daquela de seu próprio caminhar, é outra possibilidade para obtenção dos parâmetros  $c_p e k_p$ . Considera-se o pedestre caminhando sobre uma plataforma rígida que oscila harmonicamente na frequência  $\omega$ . Com instrumentação de acelerômetros resistivos na plataforma e no pedestre pôde-se determinar as amplitudes de aceleração  $\ddot{U}_p$  e  $\ddot{Y}$  e a defasagem  $\theta$  da resposta  $u_p$  (t) do pedestre em relação à excitação de base y (t). A partir das Equações (3.6) e (3.7) os parâmetros restantes,  $c_p e k_p$ , podem ser calculados.

#### 3.4 Metodologia para calibração do modelo biodinâmico

A calibração do modelo biodinâmico aqui proposto se deu a partir de dados experimentais provenientes de dois tipos de ensaios: (1) pessoas caminhando sobre plataforma rígida e (2) pessoas caminhando sobre plataforma vibratória. A Figura 3.2 apresenta um fluxograma da metodologia adotada para a calibração do modelo dinâmico de um pedestre. Para ambos os tipos de ensaios utilizou-se uma estrutura de passarela em seção mista aço-concreto instalada no Laboratório de Estruturas e Materiais – COPPE/UFRJ, a qual foi usada para diversos trabalhos de pesquisa na área de ações devidas a atividades humanas (FAÍSCA, 2013, RUIZ, 2016 *et al*).

Esta estrutura, mostrada na Figura 3.3, possui 12,20 metros de comprimento e é dotada de um sistema complementar de piso composto por placas de madeira entre as quais

há células de carga que possibilita a obtenção de sinais de força do caminhar ao longo do tempo.



Figura 3.2: Fluxograma da metodologia de calibração do modelo biodinâmico. NPED = número de pedestres.



Figura 3.3: Estrutura flexível de passarela usada nos ensaios experimentais

Para a primeira série de ensaios (Ensaio 1 no fluxograma da Figura 3.2) foram retirados os apoios da estrutura descrita, a qual foi disposta diretamente sobre o piso do laboratório, tornando-se uma plataforma considerada perfeitamente rígida (ver Figura 3.4). Nestes ensaios, 53 pessoas caminharam individualmente sobre a plataforma e durante a passagem de cada pedestre foram registrados simultaneamente a força do caminhar F(t) e a aceleração do CM do pedestre ao longo do tempo  $\ddot{u}_{pr}(t)$ .



Figura 3.4: Ensaio de caminhada sobre estrutura rígida

Com base nos dados coletados experimentalmente e tratados em termos dos sinais ao longo do tempo, foi possível calcular o parâmetro biodinâmico  $m_p$  e os coeficientes de força o caminhar  $\alpha_j$  (j = 1,3), de cada pedestre (Equação (3.8)). Foi determinado também o ângulo de fase entre o j-ésimo e o primeiro harmônico da frequência fundamental  $\phi_j$  (j = 1,3).

Para a segunda série de ensaios (Ensaio 2 no fluxograma da Figura 3.2) a mesma estrutura foi reposicionada sobre os apoios e foi utilizada como plataforma vibratória, impondo-se excitação de base ao pedestre (Ver seção 3.1). Para isto a estrutura foi excitada no seu primeiro modo de flexão vertical com amplitude aproximadamente constante enquanto o pedestre se deslocava sobre a mesma, como mostra a Figura 3.5. Para a calibração do modelo foram utilizados os registros da aceleração do CM do pedestre  $\ddot{u}_p(t)$  durante sua passagem pelo trecho central do comprimento L/2,5, na qual a aceleração  $\ddot{y}(t)$  foi tomada igual a 0,95 vezes a aceleração do ponto do meio do vão.



Figura 3.5: Trecho Central da Passarela usado como Plataforma Vibratória

Com o tratamento dos sinais no domínio do tempo foram obtidas as amplitudes de aceleração vertical da plataforma  $\ddot{y}(t)$  e de aceleração vertical do CM do pedestre  $\ddot{u}_p(t)$ , na frequência  $\omega$  de excitação, além do ângulo de fase entre as mesmas ( $\theta$ ). Adicionalmente foi determinado neste ensaio, o comprimento do passo do pedestre ( $l_p$ ), que embora não seja uma incógnita do modelo de um GL, é um fator importante enquanto parâmetro biodinâmico.

Possuindo os valores das variáveis  $m_p$ ,  $\ddot{U}_{pr}$ ,  $\ddot{Y}$ ,  $\theta \in \omega$  oriundos dos dois tipos de ensaios, foi possível solucionar o conjunto de Equações (3.6) e (3.7), restando como incógnitas do problema somente  $c_p \in k_p$ . A determinação destes parâmetros foi realizada com auxílio do programa MathCad 2015 a partir de um problema de minimização, sendo necessário atribuir valores iniciais e intervalos de restrição. A Tabela 3.1 apresenta os valores iniciais e limites adotados com base em dados da literatura.

Tabela 3.1:Valores limites e inicial dos parâmetros do modelo biodinâmico proposto adotados para o problema de otimização (SILVA e PIMENTEL, 2011 e CAPRANI *et al.*, 2011)

	m <sub>p</sub>	c <sub>p</sub>	k <sub>p</sub>	ξ <sub>p</sub>
	[%G]	[N.s/m]	[N/m]	[%]
Limite Inferior	30	150	1.000	10
Limite Superior	130	2.000	30.000	30
Valor Inicial	80	1.000	10.000	-

Uma vez determinados os parâmetros de força e do modelo biodinâmico para cada pedestre procedeu-se à busca de correlação entre estes e também com características do pedestre como a sua massa, com o objetivo de desenvolver um conjunto de equações ajustadas com os resultados experimentais, que permita se obter os valores dos parâmetros do modelo a partir de dados do pedestre em atividade de caminhar.

Finalmente foi realizado a última série de ensaios (ver Ensaio 3 no fluxograma da Figura 3.2) com o propósito de validar o modelo biodinâmico desenvolvido: Ensaio 3, com a estrutura em vibração sob condição inicial. Os resultados dos registros de aceleração do pedestre (Ensaio 3) foram utilizados para comparação com modelagem analítico-numérica das condições dos ensaios. Todos os ensaios aqui citados são descritos em detalhes no capítulo subsequente.

### 3.5 Implementação computacional

Com o intuito de realizar a validação do modelo biodinâmico proposto, a partir de uma comparação numérico-experimental em termos de resposta do pedestre e da estrutura, foi implementado um programa em linguagem FORTRAN que executa a integração no domínio do tempo pelo Método de Runge-Kutta.

Este programa soluciona problemas dinâmicos da estrutura, gerando repostas em deslocamento, velocidade e aceleração para os diversos modos de flexão vertical, tanto para modelos onde se simula um pedestre caminhando em uma estrutura como uma carga móvel, quanto com a formulação de interação estrutura-pessoa caminhando, descrita no item 2.6.

Esta fermenta computacional foi implementada para o caminhar de uma única pessoa, ou um grupo de pedestres.

Para o caso em que se considera a interação estrutura-pessoa caminhando, esta ferramenta computacional também gera respostas relacionada a pessoa ao caminhar, ou seja, o deslocamento, velocidade e aceleração devida apenas a interação coma estrutura  $(u_p)$  e considerando o movimento total, pessoa e estrutura como um sistema acoplado  $(u_p + u_{pr})$ . A Figura 3.6 apresentam o fluxograma e a sequência da implementação computacional.



Figura 3.6: Sequência do programa

### **CAMPANHA EXPERIMENTAL**

Apresenta-se uma descrição detalhada da campanha experimental envolvendo equipamentos utilizados, caracterização dos pedestres participantes, tipos de ensaio e o tratamento dos registros experimentais.

### 4.1 Descrição da estrutura

A estrutura utilizada para a realização dos testes experimentais é um modelo de passarela, localizada no Laboratório de Estruturas da COPPE-UFRJ (Figura 3.2). construída em estrutura mista aço-concreto, conforme ilustra a Figura 4.1. A laje em concreto armado tem dimensões 12,20 m x 2,20 m x 0,10 m e as duas longarinas e quatro transversinas são compostas por perfis I de aço: I 8" x 4" x 30.5 kg/m. Segundo Faísca (2003), a estrutura foi projetada para suportar uma carga de 7,4 kN/m<sup>2</sup>, o que corresponde a aproximadamente o seu peso próprio somado à carga acidental de 4,9 kN/m<sup>2</sup>.

Segundo FAÍSCA (2003), a estrutura admite diversas configurações para a posição dos apoios ao longo de seu vão livre de 11,50 m, permitindo assim o estudo da mesma em condições de rigidez variável. Usando dois apoios distantes de 0,35m das suas extremidades, a estrutura, possui frequência natural para o 1º modo de flexão vertical igual a 3,20 Hz, tendo assim sua condição de menor rigidez. Com o uso de quatro apoios com um vão máximo de 5,20 m em relação ás extremidades da estrutura, alcança frequência natural para o 1º modo de vibração igual a 18,40 Hz (Figura 4.2).

Ainda segundo FAÍSCA (2013) as características geométricas da seção homogeneizada da estrutura mista são apresentadas na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Características geometricas e físicas da estrutura mista	(FAISCA, 2013)
Módulo de Elasticidade do Aço	2,05E+11 N/m <sup>2</sup>
Massa por unidade de volume da seção mista	1,7413E+04 kg/m <sup>3</sup>
Área da seção transversal mista	3,51 E-02 m <sup>2</sup>
Momento de inércia da seção transversal mista	2,131 E-04 m <sup>4</sup>

Tabela 4.1: Características geométricas e físicas da estrutura mista (FAÍSCA, 2013)



Figura 4.2: Variação da Rigidez

### 4.2 Instrumentação da estrutura

Foi implementado um sistema de instrumentação ao modelo de passarela, que permitiu a aquisição de sinais de força do caminhar de pessoas e resposta estrutural sob excitação dinâmica, em termos de amplitudes de aceleração e deslocamento.

Para a medição da força devida ao caminhar de pedestres, a estrutura é dotada de painéis instrumentados, fixados sobre a laje de concreto, sobre os quais o pedestre se desloca. Estes painéis são constituídos de MDF (medium density fiberboard), material que foi empregado por ser leve e apresentar rigidez elevada (FAÍSCA, 2003). Cada painel é composto por duas chapas, com dimensões de 0,90 m x 0,90 m interligadas através de nove células de carga na forma de anéis metálicos com diâmetro externo de 89 mm e espessura da parede de 5,3 mm. Estes anéis foram instrumentados com extensômetros elétricos de resistência (EER) conforme mostrado na Figura 4.3. As deformações medidas nas paredes do anel metálico foram apropriadamente transformadas em tensões e subsequentemente em forças.



Figura 4.3: Instrumentação para medição da força aplicada: (a) Detalhe do painel instrumentado; (b) Anel instrumentado com extensômetros nas faces interna e externa

Para aquisição de aceleração vertical da estrutura, foi fixado um acelerômetro resistivo (Kyowa, modelo ASW1A, capacidade de 1g) em cada perfil metálico longitudinal da passarela, exatamente no meio do vão. Quanto as informações referentes a deslocamento, foi usado um flexímetro (Kyowa, modelo DTA, capacidade de 100mm), também localizado no meio do vão da passarela. O detalhe da fixação dos acelerômetros resistivos e do flexímetro pode ser visto na Figura 4.4.



Figura 4.4: Instrumentação para medição de aceleração e deslocamento da estrutura: (a) Acelerômetro; (b) Flexímetro

### 4.3 Caracterização da população participante da campanha experimental

A campanha experimental contou com a participação de 53 pessoas, sendo 28 pessoas do sexo feminino (52,8%) e 25 do sexo masculino (47,2%), proporção muito próximo àquela população brasileira que é de 51,0% de mulheres e 49,0% de homens (IBGE, 2010). E com o objetivo de identificar as características da amostra de pedestres, bem como as possíveis influências dessas no desenvolvimento do modelo biodinâmico, foram coletadas informações tais como: gênero, massa, idade, altura, altura do CM e tipo de calçado usado durante os ensaios. A Tabela 4.2 contém os dados estatísticos das características físicas das pessoas que participaram dos ensaios e suas frequências de caminhar natural em distintas velocidades, e as Figuras 4.5, 4.6 e 4.7, apresentam histogramas das características da amostra de pedestres usadas neste trabalho.

				8/		
	Idade	Massa	Altura	f_Lento	<u>f_</u> Normal	f_Rápido
	(anos)	(kg)	(m)	(Hz)	(Hz)	(Hz)
Mínimo	21	39,8	1,48	1,27	1,48	1,81
Máximo	58	108,3	1,88	2,05	2,10	2,59
Média	28	68,3	1,71	1,61	1,86	2,10
Desvio Padrão	6,63	14,1	0,08	0,20	0,14	0,15

Tabela 4.2: Dados estatísticos dos pedestres e suas frequências de caminhar (f)



Figura 4.5: Histograma de Idade dos Pedestres: a) Idade da amostra total; b) Idade dos Homens; c) Idade das Mulheres



Figura 4.6: Histograma de Altura, Altura CM e Comprimento da Pernas dos Pedestres: a) Altura; b) Altura CM; c) Comprimento da Perna



Figura 4.7: Histograma com a distribuição de massa dos pedestres

### 4.4 Ensaios realizados

### 4.4.1 Ensaio 1: Pedestre caminhando sobre superfície rígida

Este ensaio teve por finalidade obter dados experimentais de força e aceleração vertical no CM de uma pessoa caminhando sobre uma superfície rígida, assegurando que estes valores registrados seriam unicamente representativos do pedestre, sem nenhuma interação com a estrutura. Para isso foram retirados os apoios da estrutura modelo de passarela, sendo seu tabuleiro (estrutura mista + painéis em MDF) colocado completamente apoiado na placa de reação do Laboratório de Estruturas da COPPE-UFRJ (LABEST). A grande rigidez da estrutura de suporte foi confirmada após ensaios de vibração livre (Figura 4.8) por meio dos impactos dos calcanhares de uma pessoa no centro da plataforma. A estrutura apresentou frequências naturais dos primeiros modos de vibração superiores a 30,0Hz



Figura 4.8: Ensaio de vibração livre estrutura excitada por impacto de calcanhar

Durante o Ensaio 1, foi solicitado às pessoas que caminhassem em velocidade constante, de forma natural sobre a plataforma rígida instrumentada, ou seja, sem o auxílio de nenhum instrumento que submetesse o pedestre a uma passada com uma frequência prédeterminada. Esta caminhada contabilizou nove voltas completas na estrutura, sendo três voltas em passadas com ritmo lento, três voltas em ritmo normal e três com caminhar mais acelerado, porém não o suficiente para caracterizar a atividade como correr (Figura 4.9). Os ritmos lento, normal e rápido eram critério do próprio pedestre.

O ensaio de caminhada foi realizado em apenas um dos lados da plataforma, no sentido longitudinal, contendo 13 conjuntos de painéis instrumentados, com apenas cinco destas medindo a força de excitação, identificadas por hachuras na Figura 4.10. As três voltas para cada ritmo eram contabilizadas à medida que o pedestre completava o percurso de ir da placa Nº 1 até a placa Nº 21 e retornar à placa Nº 1, sempre caminhado com a pisada pela área central das placas. O espaço deixado antes e depois das placas cujos sinais de força x tempo estavam sendo gravados serviu para que a aceleração e desaceleração do pedestre não alterasse o resultado final dos dados medidos em caminhada com velocidade aproximadamente constante.



Figura 4.9: Ensaio pessoas caminhando em uma plataforma rígida instrumentada

Nº 2	Nº 4	Nº 6	Nº 8	Nº 10	№ 12	Nº 14	Nº 16	Nº 18	Nº 20	Nº 22	Nº 24	Nº 26
Nº 1	<b>_</b> №_3.	.№ 5_	Nº 7	Nº 9 -	₩º.14 ₩	₩°-13	№ 1 <del>5</del>	<b>№</b> 47	- Nº-19-	Nº.2₽	Nº 23	Nº 25

Figura 4.10: Esquema da plataforma rígida instrumentada

A aceleração vertical das pessoas em cada um dos ciclos de caminhada foi obtida com auxílio de um acelerômetro resistivo (Kyowa, modelo ASW1A, capacidade de 1g) fixado na cintura de cada indivíduo com o auxílio de um cinto de elástico com base em acrílico especialmente confeccionado para esse fim. A instrumentação do pedestre é mostrada na Figura 4.11.



Figura 4.11: Instrumentação para medição da aceleração vertical no centro de massa do pedestre: a) Cinto para fixação com acelerômetro; b) Posicionamento do acelerômetro durante os testes.

# 4.4.2 Ensaio 2: Pedestre caminhando sobre a estrutura em vibração forçada com amplitude constante

Para a realização deste ensaio a estrutura da passarela, foi montada com um vão livre de 11,50 m. Nesta configuração de apoios, a mesma apresentou a frequência natural de 3,20 Hz para o 1º modo de vibração vertical. Neste ensaio foram registrados a aceleração do CM do pedestre, bem como o deslocamento e a aceleração no meio do vão da estrutura. Todos os ensaios foram registrados em vídeo.

Verificou-se também que a presença de duas pessoas sobre a passarela impõe massa desprezível ao sistema em relação a massa de 7,50 toneladas da estrutura.

A vibração foi imposta, por uma pessoa posicionada no meio do vão livre, realizando movimentos de balanço vertical flexionando os joelhos em uma frequência de 3,20 Hz, com o auxílio de um metrônomo. Como a frequência da excitação imposta foi igual a frequência natural em flexão vertical do primeiro modo da estrutura, obteve-se respostas em aceleração vertical com amplitudes da ordem de 0,4 m/s<sup>2</sup>. Esta vibração forçada foi mantida por todo o período de tempo da caminhada do pedestre.

Das 53 pessoas que participaram do ensaio em superfície rígida, 25 realizaram testes na estrutura sob vibração forçada. Foi solicitado aos pedestres que caminhassem na estrutura com a mesma frequência que caminharam no ensaio realizado anteriormente, em superfície rígida. Para tanto, foi necessário o auxílio de um metrônomo. Assim que era alcançada a amplitude desejada de resposta dinâmica da estrutura, e a sua constância, o pedestre iniciava sua caminhada, dando duas voltas completas para cada ritmo de velocidade, lento, normal e rápida. As Figura 4.12 ilustram dois momentos deste ensaio: o primeiro em que uma pessoa excita a estrutura (Figura 4.12a) e o segundo com a passagem do pedestre (Figura 4.12b).



Figura 4.12: Ensaio vibração forçada com amplitude constante: a) Excitação imposta a estrutura; b) Pedestre caminhando em superfície flexível

# 4.4.3 Ensaio 3: Pedestre caminhando sobre a estrutura em vibração sob condição inicial

Para este novo ciclo de testes foram mantidos tanto a configuração de apoios da estrutura, instrumentação e registros quanto os ritmos de caminhada das 25 pessoas voluntárias, do ensaio.

Este ensaio foi idealizado para validar o modelo biodinâmico desenvolvido por meio de comparação teórico-experimental. À estrutura é imposta uma condição inicial de movimento com amplitude de aceleração significativa (da ordem de 0,3 m/s<sup>2</sup>), previamente à passagem do pedestre, de modo a excitá-lo na frequência da estrutura, simulando uma excitação de base. Para impor esta condição inicial à estrutura dois voluntários, posicionados no meio do vão, procedem de forma equivalente ao descrito no item anterior (ver Figura 4.13a).

Uma vez verificada a amplitude da resposta dinâmica da estrutura em termos de deslocamento e aceleração, era solicitado que o pedestre iniciasse seu percurso de caminhada, e simultaneamente a esta ação, as pessoas que impunham vibração a estrutura se retiravam da mesma, como mostra a Figura 4.13b. Com este processo ocorre o amortecimento da estrutura à medida que se dissipa a energia imposta pelo movimento inicial. Como a passarela é insensível ao caminhar de um pedestre o movimento da estrutura poderia ser caracterizado como sendo de vibração livre.



Figura 4.13: Ensaio vibração livre: a) Excitação imposta à estrutura; b) Pedestre caminhando em superfície sob vibração livre, após saída da fonte de excitação

### 4.5 Tratamento dos dados experimentais

O tratamento dos dados experimentais foi realizado em várias etapas, uma vez que foi necessário isolar e identificar as amplitudes dos sinais das histórias no tempo da força de excitação e da aceleração de cada pedestre em termos de seus três primeiros harmônicos.

Além disso, foi preciso determinar os ângulos de fase entre sinais de aceleração entre os harmônicos superiores e o primeiro harmônico e fazer a análise de vídeos dos ensaios para estimativa de frequências e comprimentos de passo dos pedestres.

#### 4.5.1 Ensaio 1: Força e aceleração do CM de pessoas caminhando

Como descrito no item 4.4.1, cada painel instrumentado da passarela gera um sinal ao longo do tempo da força do caminhar do pedestre. Assim foi necessário somar os sinais de todas os painéis em cada instante de tempo, para obter um único sinal representativo de toda a história no tempo da força de excitação. Um exemplo dos sinais individuais dos painéis e do sinal de força resultante está mostrado na Figura 4.14, para os três ciclos de caminhada de um pedestre em um dos três ritmos.

Do sinal de força resultante são eliminados os trechos com valor nulo, ou seja, de início e fim de percurso de caminhada. Em seguida calcula-se a média das amplitudes, e esse valor é somado ao sinal já cortado obtendo-se, a parcela flutuante da força de excitação da caminhada do pedestre. A etapa seguinte consiste em aplicar a transformada rápida de Fourier (FFT) da história no tempo e determinar as frequências dominantes da força, como mostrado no exemplo da Figura 4.15b.

As amplitudes de Força  $F_j$  associadas a cada harmônico foram obtidas a partir dos sinais no domínio do tempo cuidadosamente filtrados em torno das três frequências de interesse. O processo de filtragem se deu a partir da frequência dominante de cada harmônico, sendo que para o primeiro harmônico foi utilizado um filtro que só permite passar os sinais de força com a frequência abaixo daquela do primeiro harmônico mais 1 Hz (filtro passa baixa). Para o terceiro harmônico foi aplicado um filtro no sinal de força que só permite passar as frequências acima daquela do terceiro harmônico menos 1 Hz (filtro passa alta). Finalmente, para o segundo harmônico foram utilizados dois filtros, um passa baixa e um passa alta em torno da frequência do segundo harmônico mais ou menos 1 Hz. Assim, cada sinal composto por amplitudes de força (ver Figura 4.16a)em várias frequências foi transformado em três sinais de distintos no tempo, cada sinal correspondente a uma das frequências dos três primeiros harmônicos do caminhar de cada pessoa em cada ensaio. O mesmo procedimento foi repetido para os sinais de aceleração do cento de massa do pedestre  $\ddot{u}_{pr}(t)$  (ver Figura 4.16b). Foram assim processados os sinais de força e aceleração registrados para cada um dos três ritmos de caminhada de cada um dos 53 pedestres.

Foi então desenvolvida uma ferramenta computacional em linguagem FORTRAN para calcular a média dos picos da amplitude da força no tempo de cada sinal filtrado por harmônico. O mesmo procedimento foi realizado no sinal no tempo da aceleração no CM do pedestre, coletado experimentalmente, para obtenção dos três picos de amplitude de aceleração nos três primeiros harmônicos de excitação.



Figura 4.14: História no tempo do sinal experimental da força de excitação de uma pessoa caminhando – P:Passada



Figura 4.15: Sinal experimental da força de excitação: a) no domínio tempo; b) em frequência



Figura 4.16: Sinal experimental filtrado: a) Força; b) Aceleração

Os valores médios dos picos de amplitude da força em cada harmônico para cada pessoa e para cada frequência de caminhar são utilizados para obtenção dos coeficientes dinâmicos  $\alpha_j$  (j = 1,3), dividindo-se o valor encontrado pelo peso da pessoa correspondente (Equação 3.9). A defasagem entre dois sinais harmônicos é dada pela diferença de tempo entre os picos máximos dos sinais dentro de um mesmo ciclo do primeiro harmônico.

Considerando que o período do ciclo do primeiro harmônico tem período T, o que corresponde a um ângulo de 360°, e que a diferença de tempo entre os picos máximos seja  $\Delta t$ , pode-se encontrar o ângulo de fase usando a Equação (4.1). A Figura 4.17 ilustra o procedimento de obtenção dos ângulos de fase.



Figura 4.17: Ângulo de fase entre os sinais filtrados de força do caminhar

# 4.5.2 Ensaio 2: Aceleração no CM de uma pessoa caminhado, aceleração no meio do vão da estrutura de passarela, ângulo de fase entre os sinais de aceleração da estrutura e CM do pedestre e comprimento do passo

Objetiva-se determinar os valores médio das amplitudes de acelerações do CM do pedestre  $\ddot{U}_p$  e da seção central da estrutura ( $\ddot{Y}/0.95$ ) na direção vertical, para cada um dos 25 participantes do ensaio em seus três ritmos de caminhada. Para tanto o primeiro procedimento foi filtrar o sinal da história no tempo da aceleração do CM do pedestre em torno da frequência de excitação  $\omega$  da estrutura, e de posse dos dois sinais de aceleração na mesma frequência, foram calculados os ângulos de fase  $\theta$  entre estes.

O cálculo do ângulo de fase se deu, partindo do princípio que em sinais senoidais um período do ciclo do movimento, representa um ângulo de 360°, e considerando dois sinais

(4.1)

com a mesma frequência, o ângulo de fase entre eles é a diferença de tempo que o sinal defasado, tem em relação ao sinal de referência para completar um ciclo completo, expresso em graus.



Figura 4.18: Ângulo de fase entre os sinais de aceleração da estrutura e do CM do pedestre

O comprimento do passo dos pedestres  $(l_p)$  foi medido com o uso de vídeos feitos durante o ensaio 2. Estes vídeos foram lidos em um programa que permitiu a visualização do caminhar das pessoas em 30 quadros por segundo, permitindo assim a determinação do tamanho do passo de cada pedestre.

## 4.5.3 Ensaio 3: Aceleração no CM de uma pessoa caminhando, aceleração e deslocamento no meio do vão da estrutura de passarela

Os sinais registrados neste ensaio foram a aceleração no CM dos pedestres e a aceleração e o deslocamento no meio do vão da passarela. Para comparação numérico-

experimental a ser detalhada no capítulo a seguir, foi necessário identificar a resposta da pessoa na frequência de vibração da estrutura. Assim o sinal de aceleração em seu CM foi filtrado três vezes: em torno da frequência do passo em que caminhou, em torno da frequência natural do 1º modo de flexão vertical da estrutura e em uma faixa de filtro que abrangesse as frequências do passo e estrutura simultaneamente. Esse procedimento foi similar ao abordado para o Ensaio 1, a filtragem se deu sempre com um intervalo de 1,0 Hz tanto para o limite inferior quanto superior do intervalo de filtragem. As frequências do passo do pedestre foram determinadas a partir da transformada rápida de Fourier (FFT) do sinal em aceleração no CM das 25 pessoas que participaram do ensaio.

### RESULTADOS DE CALIBRAÇÃO E APLICAÇÃO DO MODELO BIODINÂMICO

Neste capítulo são apresentados os resultados da calibração entre a formulação desenvolvida e os dados gerados experimentalmente, além das equações de regressão que representam os parâmetros do modelo biodinâmico proposto. Os últimos itens desta seção trazem comparações teórico-experimentais e aplicação em termos de interação pessoa-estrutura do modelo biodinâmico.

### 5.1 Sinais de força e aceleração em fase

Conforme ressaltado no capítulo 3 em sistema massa-mola-amortecedor sujeito a movimento harmônico de suporte, o movimento da base encontra-se em fase com o movimento harmônico da massa.

A Figura 5.1, apresenta um exemplo de sinais de força do caminhar ( $F_j$ ) e aceleração do CM de um pedestre ( $\ddot{u}_{prj}$ ) participante do ensaio 1, filtrados em torno das frequência dominante correspondente ao 1º harmônico do movimento. Verifica-se que os sinais se encontram em fase e apresentam uma considerável regularidade em termos de amplitude, o que demonstra a coerência do modelo proposto neste trabalho, enquanto concepção do mesmo como movimento harmônico de base.



Figura 5.1: Sinais experimentais simultâneos da força do pedestre e da aceleração da cintura do pedestre

Para o cálculo da massa  $m_p$  do modelo biodinâmico com Equação (3.8) divide-se a amplitude média da força  $F_j$  pela amplitude média da aceleração  $\ddot{u}_{prj}$ . Em virtude da maior constância dos sinais do 1º harmônico do movimento, tomou-se neste trabalho a massa do modelo biodinâmico igual a massa calculada com uso das amplitudes associadas ao 1º harmônico.

A Figura 5.2a apresenta a variação da razão  $m_{p2}/m_{p1}$  entre os valores de massa obtidos com amplitudes médias associadas ao 2° e ao 1° harmônicos em função da frequência do passo. Observa-se uma grande variação em torno do valor unitário (que seria o valor esperado segundo o modelo teórico), com média igual a 0,8. Tendo em vista a grande variabilidade (intra- pessoal e inter- pessoal) dos parâmetros associados às ações humanas, extensivamente comentados na literatura, considera-se que este resultado corrobora a adoção do modelo proposto. A razão  $m_{p3}/m_{p1}$  é mostrada na Figura 5.2b e apresenta-se também com grande dispersão.



Figura 5.2: Relação entre as massas experimentais do modelo biodinâmico: (a) Entre o 2° e 1° harmônicos; (b) Entre o 3° e 1° harmônicos;

### 5.2 Coeficiente harmônico da carga e defasagem

A Figura 5.3 apresenta os coeficientes relativos a parcela dinâmica da força para os três primeiros harmônicos do caminhar humano ( $\alpha_j$ ). Estes coeficientes foram calculados a partir da Equação (3.9), com dados experimentais oriundos dos Ensaio 1, levando em consideração as várias frequências do passo observadas, relativas aos diferentes ritmos de caminhada.



Figura 5.3: Fator dinâmico da carga

Levando em consideração a frequência do passo para os três ritmos em que as 53 pessoas caminharam no Ensaio1, é evidente na Figura 5.3 a tendência de acréscimo dos valores de  $\alpha_1$  à medida que os pedestres aumentaram a frequência do passo. Além disso, a dispersão em seus valores é baixa. Para o valor do coeficiente do 2º harmônico observa-se também a tendência de acréscimo com a frequência do passo, contudo com uma maior dispersão entre seus resultados. Já o coeficiente do 3º harmônico não apresenta correlação com a frequência do passo e o valor médio encontrado é igual a 0,06.

A tendência do coeficiente harmônico  $\alpha_1$  ser função do passo do pedestre é reforçado pelo ponto de vista estatístico, quando do uso do método dos mínimos quadrados para geração de uma equação de regressão. O fator de determinação R<sup>2</sup> para avaliação da Equação (5.1) neste caso apresentou 75% de correlação entre  $f_p$  e  $\alpha_1$  para a equação de regressão polinomial de grau dois mostrada na Figura 5.3. Para  $\alpha_2$  optou-se por representa-los matematicamente, com uma função bilinear com um valor constante para frequências de passo até 2,0 Hz e para valores acima desse, uma curva linear representando o aumento dos valores com a frequência de passo (Equações 5.2 e 5.3).

$$\alpha_1 = 0.1556f_p^2 - 0.1816f_p + 0.0356 \tag{R^2=0.75} (5.1)$$

$$\alpha_2 = 0.065 f_p \ (f_p \le 2.0 \, Hz) \tag{5.2}$$

$$\alpha_2 = 0,1958f_p - 0,3266 \tag{R^2=0,30} (5.3)$$

Com o intuito de verificar outras possíveis correlações entre os valores dos coeficientes harmônicos e parâmetros do problema além da frequência do passo dos pedestres, foram realizados estudos para investigar alguma tendência de comportamento entre  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  e  $\alpha_3$  e as características dos participantes da campanha experimental, citadas no item 4.3.

Em função da altura dos 53 participantes do Ensaio 1 foi realizada a separação dos valores dos três coeficientes harmônicos para pessoas abaixo e acima da média da população estudada, que é de 1,72 metros. O resultado está apresentado na Figura 5.4, onde percebe-se que os coeficientes dinâmicos do 1º harmônico apresentam valores cerca de 10% a 20% superiores para os pedestres com altura acima da média em relação aos de menor altura. Para o 2º e 3º harmônicos não se observam tendências significativas.

Analisando mais profundamente  $\alpha_1$ , foram propostas equações de regressão que representassem a relação entre esse, a frequência do passo e a altura dos pedestres, e foram encontrados valores de R<sup>2</sup> iguais a 0,74 para pessoas com altura menor que a média e 0,79 para aqueles com estatura maior que 1,72 metros (Equações 5.4 e 5.5). É possível observar que o valor de R<sup>2</sup> da Equação (5.4), considerando  $\alpha_1$  função da frequência do passo e da altura (0,79) é maior que o valor encontrado a partir da Equação (5.1), quando da correlação somente com a frequência do passo (0,75), o que pode explicar as diferenças entre os fatores dinâmicos do 1º harmônico da força de pedestres obtidos neste estudo e os obtidos nos demais, uma vez que a altura média da população brasileira é menor que na Inglaterra e nos EUA, por exemplo.

H<1,71 m 
$$\alpha_1 = 0,1892f_p^2 - 0,2904f_p + 0,1359$$
 (R<sup>2</sup>=0,74) (5.4)

H≥1,71 m 
$$\alpha_1 = 0,0989f_p^2 + 0,0273f_p - 0,1683$$
 (R<sup>2</sup>=0,79) (5.5)

KERR (1998) apresentou um gráfico semelhante ao da Figura 5.4a, entretanto dividindo sua amostra em dois grupos: pessoas com altura menor ou igual a 1,75 metros e pessoas com estatura maior que 1,75 metros. Apesar de este gráfico mostrar valores de  $\alpha_1$  para as pessoas mais altas, o autor apresentou sua equação de regressão para  $\alpha_1$  apenas em

função da frequência do passo (Tabela 2.1), não incluindo a altura do pedestre como parâmetro influente.





Figura 5.4: Fator dinâmico da carga para pedestres com alturas abaixo e acima de 1,72m - (a) 1° harmônico; (b) 2° harmônicos 3 (c) 3° harmônicos

Para considerar a altura do pedestre na Equação de  $\alpha_1$  efetuou-se uma nova regressão linear que resultou na Equação (5.6), para a qual o fator de determinação R<sup>2</sup> encontrado foi de 79%. Na Figura 5.5 apresenta-se um gráfico comparando os valores experimentais e os calculados a partir da equação de regressão supracitada, função da frequência do passo e da altura das pessoas. Para facilitar o entendimento da Figura 5.5, as respostas calculadas a partir da Equação (5.6) foram divididas por faixa de altura, usando valores mínimo, médio e máximo.

$$\alpha_1 = -1,20526 + 0,37794H + 0,4357f_p \tag{R^2=0,79} (5.6)$$

A Figura 5.6a apresenta uma comparação entre as equações de  $\alpha_1$  obtidas por diversos autores e a desse trabalho, todas em função apenas da frequência do passo. Para esta comparação utilizou-se a Equação (5.1). Observa-se que as curvas de EBRAHIMPUR *et al.* (1996) e desse trabalho apresentam ótima correlação sendo, entretanto, inferiores à curva de RAINER *et al.* (1988) e bem inferiores à curva de KERR (1998).

O mesmo tipo de comparação é mostrado na Figura 5.6b para o coeficiente  $\alpha_2$ . Duas curvas desse coeficiente dinâmico também demonstram uma tendência de aumento com a frequência do caminhar. A curva do presente estudo se apresenta entre a curva de RAINER *et al.* (1988) e o valor médio fornecido KERR (1998).

Para o coeficiente dinâmico do 3º harmônico não ficou claro no presente estudo sua tendência de variação com a frequência do caminhar. Fato este que também se observa nos demais estudos.



Figura 5.5: Fator dinâmico da carga do 1º harmônico – Experimental e com equação de regressão





Figura 5.6: Comparação do coeficiente harmônico da carga para vários autores – (a)  $\alpha_1$ ; (b)  $\alpha_2$ 

A Figura 5.7 apresenta os valores do ângulo de fase entre os 1° e 2° ( $\phi_2$ ) e 2° e 3 ° ( $\phi_3$ ) harmônicos do coeficiente dinâmico da força do caminhar das 53 pessoas que participaram do Ensaio 1. É possível verificar que não há uma relação entre o ângulo de fase e a frequência do caminhar. Assim foram considerados para  $\phi_2$  e  $\phi_3$  os valores médios para qualquer frequência de caminhar, apesar do grande desvio padrão. Para o ângulo de fase do 2° harmônico da função força em relação ao 1° harmônico ( $\phi_2$ ) obteve-se uma média de 85,6° com 38,3° de desvio padrão e para o 3° harmônico ( $\phi_3$ ) a média foi de 89,4° e desvio padrão de 23,7°. Os valores médios do presente estudo estão muito próximos com os valores de referência de ângulo de fase adotados por BACHMANN *et al.* (1995), que são de 90° tanto para o 2° quanto para o 3° harmônicos da função força do pedestre.



Figura 5.7: Ângulo de fase entre os fatores dinâmicos de carga – (a)  $\phi_1$ ; (b)  $\phi_2$ 

### 5.3 Propriedades modelo biodinâmico

A formulação das equações de regressão representativas do modelo biodinâmico, foi baseada em ajustes dos parâmetros encontrados a partir das 25 pessoas que participaram dos Ensaios 1 e 2, em seus diferentes ritmos de caminhada. No Apêndice desta tese, há uma tabela com os parâmetros biodinâmicos  $m_p$ ,  $c_p e k_p$  calibrados como descrito nos Capítulos 3 e 4, além de dados dos pedestres como: massa, altura, altura do CM, frequência e comprimento do passo. Foram calculados também para o modelo biodinâmico, sua taxa de amortecimento ( $\xi_m$ ), frequência natural ( $f_m$ ) e frequência amortecida ( $f_{ma}$ ) para os casos em que a  $\xi_m$ , foi maior ou igual a 20%.

Os parâmetros do modelo biodinâmico (tabela Apêndice) foram combinadas segundo a possibilidade de haver correlação entre eles. A escolha das equações definitivas para cada parâmetro do modelo biodinâmico, decorreu dos melhores de valores do fator R<sup>2</sup>. Esses valores são resultado do desenvolvimento de equações de regressão pelo método dos mínimos quadrados, entre as combinações de parâmetros do modelo, preferencialmente lineares. A Tabela 5.1, apresenta as diversas combinações entre os parâmetros biodinâmicos, bem como seus valores R<sup>2</sup>.

Constam da Tabela 5.2 as equações de regressão finais para os diversos parâmetros do modelo biodinâmico, acompanhadas de seus respectivos valores R<sup>2</sup> e valor-p, um fator estatístico adicional para avaliação da adequação da equação escolhida com os dados experimentais.

Quanto ao exposto na Tabela 5.1, é possível verificar que M e  $m_p$  são bem correlacionados. Apesar da combinação isolada de  $f_p$  e  $m_p$  fornecer correlação relativamente pequena, entendeu-se que a massa mobilizada da pessoa ao caminhar é relação direta entre sua massa e frequência do passo. Assim a Equação (5.6) da Tabela 5.2 foi formulada com  $m_p$  sendo função de M e  $f_p$ . A Figura 5.8a, mostra os valores experimentais e os gerados a partir da Equação 5.6. Os valores de  $m_p$  calculadas a partir da equação de regressão foram divididos por faixas de M, usando os valores mínimo, médio e máximo. É possível verificar que a Equação (5.6) consegue representar de forma bastante satisfatória os valores de  $m_p$ calibrados experimentalmente.

Parâmetros do modelo biodinâmico	R²	Parâmetros do modelo biodinâmico	R²
$M \ge m_p$	0,82	$m_p \ge \xi_m$	0,02
$f_p \ge m_p$	0,16	$f_{ma} \ge k_p$	0,52
$f_{ma} \ge m_p$	0,06	$m_p \ge k_p$	0,64
$f_m \ge m_p$	0,03	$f_p \ge \xi_m$	0,15
$m_p \ge c_p$	0,19	$f_{ma} \ge \xi_m$	0,46
$f_p \ge c_p$	0,06	$l_p \ge H$	0,31
$f_{ma} \ge c_p$	0,03	$M \ge m_p \ge f_p$	0,86
$f_m \ge c_p$	0,05	$l_p \ge H \ge f_p$	0,51
$c_p \ge k_p$	0,12	-	-

Tabela 5.1: Combinações entre os parâmetros do modelo biodinâmico

Tabela 5.2: Equações de regressão do modelo biodinâmico

Equação de Regressão		Unidade	R <sup>2</sup>	Valor-p
$m_p = 12,940 + 0,874M - 9,142f_p$	(5.7)	kg	0,86	0,0001
$k_p = 360,30m_p - 1282,5$	(5.8)	(N/m)	0,89	0,1
$\xi_p = -20,818 f_{ma} + 87,513$	(5.9)	%	0,42	0,6
$L_p = -0.3853 + 0.553H + 0.107f_p$	(5.10)	m	0,51	0,001

Na Figura 5.8b, são mostrados os valores experimentais acompanhados da reta gerada pelas equações da Tabela 5.2 para o parâmetro de rigidez em função da massa modal

do modelo biodinâmico. Observa-se que a equação de regressão (5.8) para a rigidez do modelo biodinâmico representa de forma consistente a tendência da nuvem de pontos para os valores calibrados.

Em relação ao amortecimento do modelo biodinâmico, não foi encontrada uma correlação forte diretamente com  $c_p$  entre as combinações de parâmetros da Tabela 5.1. Contudo, observou-se que, como consta na tabela do Apêndice, para a grande maioria das pessoas, a taxa de amortecimento do modelo foi igual ou superior a 20%, e na Tabela 5.1 a correlação entre  $f_{ma}$  e  $\xi_m$  foi razoável. Assim a Equação (5.9) foi desenvolvida a partir de um processo iterativo, em que inicialmente se determina a frequência natural do modelo  $f_m$ , seguida de sua taxa de amortecimento  $\xi_{m1}$ , e em se verificando um valor maior ou igual a 20%, assume-se a frequência amortecida do modelo  $f_{ma}$  como frequência base para o cálculo de  $\xi_{m2}$ . A partir da determinação de  $\xi_{m2}$ , calcula-se c<sub>p</sub>. A Figura 5.8c apresenta os valores experimentais de  $\xi_m$  acompanhados da reta gerada pela Equação (5.9).




Figura 5.8:Valores experimentais e gerados pelas equação de regressão do modelo biodinâmico: (a)  $m_p$ ; (b)  $k_p$  e (c)  $\xi_m$ 

Seguindo o mesmo padrão de demonstração do parâmetro do modelo  $m_p$ , o comprimento do passo  $l_p$  é apresentado Figura 5.9 na em termos de faixas de altura, mínima, média e máxima, onde é possível perceber que a Equação (5.10) se ajusta de forma bastante razoável aos valores calibrados.



Figura 5.9: Valores experimentais e gerados pelas equação de regressão  $l_p$ 

#### 5.4 Validação do modelo biodinâmico

# 5.4.1 Ensaio 3: Pedestre caminhando sobre a estrutura em vibração sob condição inicial

Como uma validação para o modelo biodinâmico, foram realizadas comparações teórico-experimentais, com os dados registrados e tratados do Ensaio 3. A partir do descrito no item 3.6 quando há o fenômeno da interação pessoa-estrutura flexível, existem duas parcelas em aceleração distintas, provenientes do CM do pedestre: aquela associada somente a interação entre o pedestre e a superfície flexível ( $\ddot{u}_p$ ) e a que representa o movimento de seu CM ( $\ddot{u}_{pr}$ ) a partir do movimento da estrutura. Assim surge uma terceira parcela em aceleração, que acumula a de interação e a do movimento da estrutura, ou seja, a aceleração total do CM da pessoa ( $\ddot{u}_p + \ddot{u}_{pr}$ ).

Relacionando essas parcelas teóricas de aceleração, com o Ensaio 3,  $\ddot{u}_p$  é exclusivamente na frequência do passo do pedestre (interação),  $\ddot{u}_{pr}$  por corresponder ao movimento da plataforma vibratória que impõe movimento ao pedestre, é na frequência da estrutura com resposta dinâmica e  $\ddot{u}_p + \ddot{u}_{pr}$ , apresentaria as duas frequência citadas, a do

passo e a da estrutura. Dessa forma, foram realizados procedimentos de filtragem em torno das frequências citadas, do sinal no domínio do tempo da aceleração no CM dos pedestres que participaram do Ensaio 3 (item 4.5.3).

Usando a ferramenta computacional descrita no item 3.5, foram feitas simulações numéricas de pessoas caminhando sobre uma superfície flexível e calculadas as acelerações  $\ddot{u}_p$ ,  $\ddot{u}_{pr}$ ,  $\ddot{u}_p + \ddot{u}_{pr}$  e  $\ddot{y}$ . Para a simulação dos pedestres, os dados de entrada usados no programa foram as propriedades dinâmicas de  $m_p$ ,  $c_p$ ,  $k_p$ , e valores de  $l_p$  e  $\alpha_1$ , resultado da calibração dos dados registrados dos Ensaios 1 e 2 e apresentadas do Apêndice. Além desses, a frequência do passo e valores de deslocamento inicial da estrutura, também foram dados de entrada. A Tabela 5.3 mostra os valores dos modelos biodinâmicos calibrados individualmente neste trabalho para os pedestres que participaram do Ensaio 3.

		1 40 114 0		10 010 011					
	Pessoa								
	1	2	5	13	22	28	36	39	
M (kg)	65,6	52,0	55,0	72,7	82,3	57,9	81,2	68,7	
H (m)	1,6	1,6	1,6	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	
$l_p$ (m)	0,7	0,7	0,8	0,8	0,9	0,8	0,7	0,7	
$m_p$ (kg)	52,0	37,3	36,6	52,1	62,0	50,7	75,3	56,6	
$c_p$ (Ns/m)	603,6	386,3	461,6	224,1	674,1	908,3	79,7	680,8	
$k_p$ (N/m)	12928,0	12550,9	10578,0	19870,6	26766,4	24274,1	20521,7	19810,8	
$f_p$ (Hz)	2,10	2,05	2,05	1,81	2,05	1,76	1,86	1,95	
$f_m$ (Hz)	2,51	2,92	2,71	3,11	3,31	3,48	2,63	2,98	
$f_{ma}$ (Hz)	2,33	2,80	2,51	3,11	3,19	3,18	2,56	2,82	
α <sub>1</sub>	0,26	0,33	0,25	0,16	0,27	0,14	0,17	0,20	
α2	0,07	0,08	0,05	0,13	0,10	0,09	0,05	0,06	
$\phi_1$ (°)	63,1	148,4	60,2	73,9	121,5	76,2	77,9	69,3	

Tabela 5.3: Modelo biodinâmico Ensaio 3

As figuras a seguir trazem os sinais no tempo comparando as respostas experimentais e gerados numericamente e a Tabela 5.4 apresenta os valores máximos de aceleração para  $\ddot{u}_p$ ,  $\ddot{u}_{pr}$ ,  $\ddot{u}_p + \ddot{u}_{pr}$  e  $\ddot{y}$ . Nota-se nas Figura 5.10, 5.12 e 5.14, que o modelo individual biodinâmico das pessoas 5, 22 e 39 desta tese para  $\ddot{u}_p$ ,  $\ddot{u}_{pr}$  e  $\ddot{u}_p + \ddot{u}_{pr}$  se apresentam de forma bastante similar e compatíveis com as respostas adquiridas experimentalmente, bem como a comparação teórico-experimental representativa das amplitudes de aceleração da estrutura.

As Figura 5.11, 5.13 e 5.15 demonstram a presença das frequências do passo do pedestre e da estrutura nos sinais no domínio da frequência, medidos no CM das pessoas participantes do Ensaio 3. Diante do exposto, pode ser concluído que o modelo desta tese, é compatível com a proposta de interação pessoa-estrutura citada no item 2.6.

		$u_p (m/s^2)$	$u_{pr}(m/s^2)$	$u_p + u_{pr}(m/s^2)$	$y(m/s^2)$
Decces 1	Numérico	2,80	3,28	5,85	4,87
Pessoa I	Experimental	3,58	9,50	11,03	4,92
Decces 2	Numérico	2,68	4,52	7,16	3,23
r CSS0a 2	Experimental	1,85	4,90	5,40	3,53
Decces 5	Numérico	2,12	3,27	4,74	3,18
Pessoa 5	Experimental	1,99	4,86	6,26	3,12
Decces 12	Numérico	6,15	3,23	9,20	3,56
Pessoa 15	Experimental	2,44	5,13	8,26	3,60
Decces 22	Numérico	3,16	3,58	6,21	3,15
Pessoa 22	Experimental	2,95	5,33	7,46	3,19
Decces 29	Numérico	2,97	1,60	4,48	4,15
Pessoa 28	Experimental	1,82	4,04	5,32	3,95
Decces 26	Numérico	2,42	1,44	3,81	3,69
Pessoa 36	Experimental	2,51	5,75	6,64	3,73
Desson 20	Numérico	3,05	2,0	4,80	4,02
Pessoa 39	Experimental	3,13	4,22	6,18	4,05

Tabela 5.4: Valores máximos de aceleração – comparação teórico-experimental  $ii (m/s^2)$   $ii (m/s^2)$   $ii + ii (m/s^2)$   $ii(m/s^2)$ 



Figura 5.10: Comparação teórico-experimental pessoa 5, sinal no domínio do tempo: (a)  $\ddot{u}_p$ ; (b)  $\ddot{u}_{pr}$ ; (c)  $\ddot{u}_p + \ddot{u}_{pr}$  e (d)  $\ddot{y}$ 





Figura 5.12: Comparação teórico-experimental pessoa 22, sinal no domínio do tempo: (a)  $\ddot{u}_p$ ; (b)  $\ddot{u}_{pr}$ ; (c)  $\ddot{u}_p + \ddot{u}_{pr}$  e (d)  $\ddot{y}$ 



Figura 5.13: Sinal no domínio da frequência - pessoa 22



Figura 5.14: Comparação teórico-experimental pessoa 39, sinal no domínio do tempo: (a)  $\ddot{u}_p$ ; (b)  $\ddot{u}_{pr}$ ; (c)  $\ddot{u}_p + \ddot{u}_{pr}$  e (d)  $\ddot{y}$ 



Figura 5.15: Sinal no domínio da frequência - pessoa 39

#### 5.4.2 Estudo paramétrico

A fim de observar o comportamento do modelo biodinâmico proposto neste trabalho, no tocante ao conceito de interação estrutura-pessoa caminhando (Item 2.6), foi realizado um estudo paramétrico simulando os efeitos de uma pessoa caminhando, com velocidade constante em uma estrutura de viga biapoiada, com 35,0 metros de comprimento e taxa de amortecimento de 0,05%. Acerca das propriedades dinâmicas da estrutura, esta foi discretizada em elementos de pórtico plano, tendo um modelo mecânico massa-mola-amortecedor de um GL representando uma pessoa caminhando ao longo desta.

Os parâmetros do estudo são a massa, a rigidez e o amortecimento da estrutura de modo que a massa da pessoa caminhando varie 3% e 5% da massa modal da estrutura e que a frequência natural  $f_e$  da estrutura varie entre 0,7 e 5,0 Hz.

Levando em consideração que as propriedades dinâmicas de rigidez  $(k_1 = m_1. \omega_1^2)$ e amortecimento  $(c_1 = 2. \xi_1. m_1. \omega_1)$  são relacionadas diretamente à massa e à frequência natural da estrutura, estas variam proporcionalmente àquelas.

Representando o pedestre caminhando sobre a estrutura, foram usados os modelos biodinâmicos de SILVA (2011) e o apresentado neste trabalho a partir das equações de regressão descritas no item 5.3.

Para cada análise, variando as propriedades modais da estrutura e usando um dos modelos biodinâmicos citados, foi gerado um valor de aceleração máxima para o 1º modo de flexão vertical. Com a finalidade de realizar uma melhor observação da eficiência dos modelos biodinâmicos na questão da interação estrutura-pessoa caminhando, foram gerados resultados também quanto ao modelo de carga móvel (Item 2.5).

A Tabela 5.5 apresenta os valores para os parâmetros biodinâmicos do modelo aqui proposto e de SILVA (2011), gerados a partir de suas equações de regressão e considerando a frequência do passo igual a 1,5 e 2,0 Hz (itens 5.3 e 2.4.2 respectivamente). Para efeito de comparação os coeficientes harmônicos da carga, bem como seus ângulos de fase foram adotados iguais, assim a força gerada para ambos os modelos é a mesma, a análise, portanto é a partir somente dos parâmetros dinâmicos de cada modelo.

	Este tr	abalho	SILVA (2011)			
M (kg)	80	),0	80,0			
H (m)	1,	71	1,	71		
$l_p$ (m)	0,72	0,77	0,72	0,77		
$m_p$ (kg)	69,14	64,57	62,80	44,04		
$c_p$ (Ns/m)	370,30	463,26	1123,56	821,32		
$k_p$ (N/m)	23630,40	21983,41	18065,07	12682,04		
$f_p$ (Hz)	1,5	2,0	1,5	2,0		
$f_m$ (Hz)	2,94	2,94	2,70	2,70		
$f_{ma}$ (Hz)	2,84	2,84	2,29	2,26		
$\xi_P(\%)$	24,41	28,55	52,74	54,95		
α1	0,11	0,29	0,11	0,29		
α2	0,065	0,065	0,065	0,065		
α <sub>3</sub>	0,06	0,06	0,06	0,06		
$\phi_1$ (°)	85,6	85,6	85,6	85,6		
φ <sub>2</sub> (°)	89,4	89,4	89,4	89,4		

Tabela 5.5: Parâmetros modelos biodinâmicos

Tendo em vista as relações de frequências do passo e da estrutura, bem como as acelerações para os grupos descritos, foi gerado um gráfico com as respostas sobrepostas da estrutura usando o conceito de interação para cada modelo biodinâmico, bem como para o modelo de carga móvel. Onde:

- $f_p$  Frequência do passo;
- $f_e$  Frequência do 1º modo de flexão vertical da estrutura;
- *a<sub>s</sub>* Aceleração máxima do 1º modo de flexão vertical da estrutura, usando como modelo biodinâmico o de SILVA (2011);
- a<sub>n</sub> Aceleração máxima do 1º modo de flexão vertical da estrutura, usando como modelo biodinâmico proposto neste trabalho (item 5.3);
- *a<sub>c</sub>* Aceleração máxima do 1º modo de flexão vertical da estrutura, o modelo de carga móvel (item 2.5);

As Figuras 5.16 e 5.17 apresentam gráficos comparando as respostas para o modelo de carga e os modelos biodinâmicos deste trabalho e de SILVA (2011), considerando a frequência do passo igual a 1,5 Hz, para relações de massa entre a estrutura e o pedestre de 3,0 e 5,0%. A primeira observação é que as maiores respostas para todos os casos abordados, são na relação de frequências ( $f_e = f_p$ ) igual à 1,0 quando a frequência da força de excitação está em ressonância com a frequência do primeiro modo vertical da estrutura.

Em ambos os casos, é possível verificar que em relação ao 1° e 2° harmônico da frequência do passo os dois modelos biodinâmicos possuem respostas praticamente iguais, e significativamente menores que o modelo de carga móvel. Contudo quando se observa o 2° harmônico da frequência do passo, o modelo biodinâmico aqui proposto atenua em 49% a resposta da estrutura, em relação ao modelo de SILVA (2011), para as duas relações de massa simuladas. Tal fenômeno se justifica pelo modelo biodinâmico desta tese, para o pedestre descrito na Tabela 5.5, possuir frequência do modelo amortecida ( $f_{ma} = 2,84 Hz$ ) muito próximo da frequência do 2° harmônico do passo ( $f_{e2} = 3,0 Hz$ ), mesmo possuindo menos amortecimento.

Quando se observa as Figuras 5.16 e 5.17 no que diz respeito às relações de massa do pedestre em relação a da estrutura, obteve-se respostas menores para a relação de  $m_p =$ 5,0% $m_e$ , ou seja, maior interação, uma vez que a pessoa adicionou amortecimento à estrutura. Assim fica claro que quanto maior porcentual entre a massa do pedestre em relação a da estrutura, maior é a interação, o que somente ocorrerá no caso de estruturas extremamente leves, como por exemplo a passarela de Aberfeldy.



Figura 5.16: Resposta em aceleração da estrutura para relação -  $f_p = 1,5 Hz$  e  $m_p = 3,0\% m_e$ : (a) valores absolutos e (b) normalizado em relação à resposta do modelo de carga móvel



Figura 5.17: Resposta em aceleração da estrutura para relação -  $f_p = 1,5$  Hz e  $m_p = 5,0\% m_e$ : (a) valores absolutos e (b) normalizado em relação à resposta do modelo de carga móvel

No caso da simulação mostrada na Figura 5.18, os modelos biodinâmicos apresentam diferença nas respostas considerando o 1° e 2° harmônico da frequência do passo, entre si e em relação ao modelo de carga móvel. E apesar do modelo de SILVA (2011) possuir a frequência do modelo amortecida ( $f_{ma} = 2,26 Hz$ ) bem próxima da frequência do 1° harmônico do passo ( $f_e = 2,0 Hz$ ) e ainda ter maior amortecimento, apresentou resposta maior que a considerando o modelo de SILVA (2011) possuir valor menor ( $m_p = 44,04 kg$ ) que a deste trabalho ( $m_p = 64,57 kg$ ), ou seja, quanto menor a massa para uma mesma força aplicada, maiores as amplitudes de aceleração.



Figura 5.18: Resposta em aceleração da estrutura para relação -  $f_p = 2,0$  Hz e  $m_p = 3,0\% m_e$ : (a) valores absolutos e (b) normalizado em relação à resposta do modelo de carga móvel

### **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

A metodologia tradicional de análise e verificação estrutural apresenta as ações decorrentes das atividades humanas como cargas estáticas. No caso em que se espera um comportamento dinâmico da estrutura frente a estas atividades humanas representa-se o carregamento por meio de cargas periódicas escritas na forma de séries de Fourier com amplitudes e frequências fundamentais específicas para cada tipo de atividade (caminhar, correr, pular, etc.). Para estruturas leves, em que a massa das pessoas é um percentual não desprezível da massa modal da estrutura, forma-se um sistema conjunto estrutura-pessoas no qual pode ocorrer uma interação dinâmica entre as partes. As propriedades dinâmicas de frequência natural e taxa de amortecimento modal deste sistema acoplado diferem daquelas da estrutura original. Assim, é notório que ao considerar a ação de atividades humanas apenas como cargas e massa aplicadas à estrutura, negligenciam-se as reais influências da interação homem-estrutura, quanto às frequências naturais, amortecimento e comportamento dinâmico geral do sistema. Diante desta problemática, este trabalho apresentou o desenvolvimento de um modelo biodinâmico com um grau de liberdade (dotado de massa, amortecimento e rigidez), para representar as características dinâmicas na direção vertical de uma pessoa caminhando.

Levando em consideração o conjunto de ensaios realizados e modelos desenvolvidos, pode-se elaborar as seguintes considerações finais:

- A partir dos registros experimentais provenientes do ensaio de pessoas caminhando sobre plataforma rígida (Ensaio 1), observou-se que os sinais da força de reação do piso ao caminhar e da aceleração do centro de massa do pedestre estão em fase. Este resultado demonstra a coerência do modelo biodinâmico proposto neste trabalho no qual o pedestre é representado por um sistema massa-mola-amortecedor sujeito a movimento harmônico de base - com a formulação matemática da interação estrutura-pessoa caminhando;
- Ainda se referindo ao Ensaio 1, a massa  $m_p$  do modelo biodinâmico foi calculada dividindo-se a amplitude média da força do caminhar do pedestre pela amplitude

média da aceleração do seu centro de massa, obtidos para o primeiro harmônico. Obteve-se um valor médio de massa modal  $m_{p1}$  igual a 53,78 kg da massa da pessoa (desvio padrão de 12,46 kg). Com relação à razão  $m_{p2}/m_{p1}$  entre os valores de massa obtidos com amplitudes médias associadas ao 2° e ao 1° harmônicos em função da frequência do passo, observou-se uma grande variação nos resultados (desvio padrão 0,26) com média igual a 0,8, quando o valor esperado era 1,0. Tendo em vista a grande variabilidade (intrapessoal e interpessoal) dos parâmetros associados às ações humanas, extensivamente comentados na literatura, considerase que os resultados obtidos estão dentro do esperado para estes parâmetros;

- Levando em consideração a frequência do passo para os três ritmos em que as 53 pessoas caminharam no Ensaio 1, ficou nítida a tendência de acréscimo dos valores do coeficiente de força  $\alpha_1$  à medida que os pedestres aumentaram a frequência do passo. Para o valor do coeficiente do 2º harmônico observa-se também tendência de acréscimo com a frequência do passo, com maior dispersão de valores se comparado ao 1º harmônico; o valor médio para o 2º harmônico é igual a 0,065 (desvio padrão de 0,03). Já o coeficiente do 3º harmônico não apresenta correlação com a frequência do passo e o valor médio encontrado é igual a 0,05 (desvio padrão de 0,018). Notouse também uma correlação entre  $\alpha_1$  e a altura dos pedestres em conjunto com a frequência do passo. Com isso, foi desenvolvida uma equação de  $\alpha_1$  em função da frequência do passo e da altura do pedestre por regressão linear. Com esta função, obteve-se o parâmetro estatístico R<sup>2</sup> de 0,79 (numa escala em que 1,00 é a correlação total) entre a equação de regressão e os dados experimentais. Em relação às equações similares da literatura técnica, esta equação de  $\alpha_1$  é inovadora pela inclusão da altura do pedestre na formulação. Para os ângulos de fase entre os três harmônicos da força do caminhar de uma pessoa, não foi constatada uma relação direta com a frequência do passo, assim foram adotados seus valores médios de 85.6° para o  $\phi_1$  (desvio padrão de 33°) e 89,4 para o  $\phi_2$  (desvio padrão de 23°) muito próximos dos valores adotados na literatura, iguais a 90º para ambos os ângulos de fase;
- A calibração dos parâmetros do modelo biodinâmico foi realizada a partir dos registros obtidos nos ensaios de pessoas caminhando sobre plataforma rígida (Ensaio 1) e flexível (Ensaio 2). Em relação às equações de regressão para as propriedades do modelo biodinâmico: (i) para a massa do pedestre m<sub>p</sub> e a rigidez do pedestre k<sub>p</sub> foram obtidos valores do parâmetro estatístico R<sup>2</sup> acima de 0,89 entre os valores

experimentais e as equações formuladas; (ii) para a taxa de amortecimento do pedestre o valor do fator  $R^2$  foi um pouco menor (0,42); (iii) foi formulada também uma equação de regressão para o comprimento do passo em função da altura dos pedestres e a frequência do passo, embasado no fato de que uma pessoa aumenta ou diminui a dimensão de seu passo em função de sua altura e velocidade de caminhada, e esta equação apresentou correlação aceitável com os valores experimentais ( $R^2$  igual a 0,55);

- Como validação preliminar foi realizado o ensaio de caminhada de alguns pedestres sobre estrutura flexível sob condição de vibração inicial (Ensaio 3) com registros de aceleração do centro de massa dos pedestres. Esses resultados foram comparados às correspondentes respostas teóricas fazendo uso do modelo biodinâmico calibrado em uma análise de interação estrutura-pessoa caminhando. Os resultados apresentaram boa correlação, validando assim o modelo.
- Foi observado que em todos os casos avaliados a resposta máxima em aceleração do modelo de carga móvel é superior que as respostas considerando o conceito de interação estrutura-pessoa caminhando. A resposta para o modelo de Silva (2011) é praticamente igual que a do modelo proposto neste trabalho em praticamente todos os casos avaliados, considerando o 1º harmônico da frequência do passo. Contudo quando se observa o 2º harmônico da frequência do passo, as respostas do modelo biodinâmico proposto nesta tese, apresentam respostas menores, ou seja, com maior interação pessoa-estrutura;
- À medida que a massa da pessoa alcança maiores valores em relação à massa da estrutura, o modelo de interação apresenta menores valores de amplitudes de aceleração, em relação ao modelo de carga móvel. Está afirmação é verdadeira tanto para o modelo biodinâmico de Silva (2011), quanto para o proposto neste documento.

Como sugestões para trabalhos futuros citamos:

 Para complementar a validação do modelo sugere-se realizar ensaios na estrutura flexível montada com frequência natural diferente daquela usada na calibração do modelo.

- Realizar estudo paramétrico de interação entre passarela e uma pessoa caminhando, variando-se a razão entre as massas modais da estrutura e do pedestre e a frequência do passo.
- Elaborar estudos sobre efeito de grupo e multidão com diferentes densidades em passarelas com frequência natural na faixa das frequências do caminhar.
- Realizar monitoração de passarela na qual se espera que a interação pessoas estrutura seja relevante.

### **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

ABNT NBR 7188. Carga Móvel em Ponte Rodoviária e Passarela de Pedestres. Rio de Janeiro, 1982.

ABNT NBR 6118. **Projeto de Estruturas de Concreto Armado – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2003.

ABNT NBR 7187. Projeto de Pontes de Concreto Armado e de Concreto Protendido– Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

ABNT NBR 8800. **Projeto e Execução de Estruturas de Aço e de estruturas mistas aço-concreto de edifícios.** Rio de Janeiro, 2003.

ALLEN D.E., RAINER J.H., Floor vibration Ottawa, Canada: Division of Building Research, NRCC. Canadian Building Digest (CBD), 1975.

ALLEN D.E., RAINER J.H., PERNICA G., Vibration Criteria for Assembly Occupancies. Canadian Journal of Civil Engineering, Vol. 12, N° 3. Pp. 617-623, 1985.

ALVES N.K.C., Cargas Humanas Devido a Pedestres em Movimento, **Tese de M.Sc.**, **COPPE/UFRJ**, Rio de Janeiro, Novembro, 1990.

BACHMANN H., AMMANN W., Vibration in Structures Induced by man and Machines, Structural Engineering Document N<sup>o</sup> 3e, International Association for Bridge and Structure Engineering, IABSE, Zurich, Switzerland, 1987.

BAKER R., The History of gait Analysis the Advent of Modern Computers, **Gait e Posture** 26(2007): 331-342, 2006.

BATTISTA R.C., ROITMAN N., Análise de Vibrações e da Segurança do Estádio do Maracanã, **Relatório Técnico COPPETEC ET-150474, contrato da Fundação COPPETEC com a SUDERJ**, Rio de Janeiro, Novembro, 1990.

BERTOS G., CHILDRESS D., GARD S., The Vertical Mechanical Impedance of the Locomotor System During Human Walking with Applications in Rehabilitation. **Proceeding of the 2005 IEEE Ninth International Conference on Rehabilitation Robotics**, Chicago, 2005.

BISHOP, N. W. M., WILLFORD, M., PUMPHREY, R. Multi-person excitation of modern slender staircases, In: Engineering for crowd safety, pp. 399-408, London, UK, March 1993.

BOILEAU P.-É., RAKHEJA S., YANG X., STIHARU I. Comparison of biodynamic response characteristics of various human body models as applied to seated vehicle drivers, in **UK Informal Group Meeting on Human Response to Vibration**, Nuneaton, UK, 18-20 September 1996.

BRAUNE W, FISCHER O. The human gait. **Translated by Maquet P, Furlong R. Berlin**: Springer-Verlag; 1987.

BROWNJOHN J.M.W. Energy dissipation in one-way slabs with human participation, **Proceedings of the Asia-Pacific Vibration Conference 99**, Nanyang Technological University, Singapore, 11-13 December 1999. Vol. 1: 155-60.

BUTZ, C., FELDMANN, M., HEINEMEYER, C., et al. Advanced load models for synchronous pedestrian excitation and optimized design guidelines for steel footbridges (SYNPEX). In: Technical Report RFS-CR 03019, Research Fund for Coal and Steel, 2008.

CAPRANI, C.C., KEOGH J., ARCHBOLD P., FANNING P. Characteristic Vertical **Response of a Footbridge Due to Crowd Loading**. EURODYN 2011, Leuven, Belgium, 4-6 July 2011.

CEB – COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON, Bulletin d'Information 209,
Vibration Problems in Structures: practical guidelines. Lausanne, Switzerland, Aug.
1991

CHARLES P.; BUI V. Transversal Dynamic actions of pedestrian. Synchronization. **Proceedings of Footbridges 2005 – 2<sup>nd</sup> International Conference**, Veneza, Itália.

CLOUGH R.W., PENZIEN J., Dynamics of Structures, 7<sup>th</sup> ed., New York, McGraw-Hill, 1986.

COSTA N. P. A., Interação dinâmica pessoa-estrutura de passarelas em material compósito. **Dissertação de Mestrado. UFAM**, Brasil. Maio 2013.

DALLARD P., FITZPATRICK T., FLINT A., LOW A., RIDSILL-SMITH R. AND WILLFORD, M. Technical update: Pedestrian induced vibration of footbridges, **The Structural Engineer (IStructE)** 78 (23/24): 13-5, 2000.

DANG H. V., **Experimental and numerical modelling of walking locomotion on vertically vibrating low-frequency structures** [Ph.D. thesis], University of Warwick, England, UK, 2014.

DONG W., KAPERSKI M., SHIAQIAO G., Change of the dynamic characteristics of a pedestrian bridge during a mass event. **EURODYN**, July 2011.

EBRAHIMPOUR A., SACK R.L., Modeling Dynamic Occupant Loads, ASCE, Journal of Structural Engineering, Vol. 115, N° 6, pp.1476-1495, 1989.

EBRAHIMPOUR A., SACK R.L., Design Live Loads for Coherent Crowd Harmonic Movements, Journal of Structural Engineering (ASCE), 1992.

EBRAHIMPOUR A., HAMAN A., SACK R.L. et al, Measuring and Modeling Dynamic Loads Imposed by Moving Crowds. **Journal of Structural Engineering**, Vol. 122, N° 12, pp.1468-1473, 1996.

ELLIS B.R., JI, T. and LITTLER, J.D., The response of grandstands to dynamic forces induced by crowds, **Australasian Structural Engineering Conference**, Sydney, Australia, 21-23 January 2001.

FAISCA R. G., Caracterização de cargas dinâmicas geradas por atividades humanas.
2003 230 p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – COPPE, UFRJ, Rio de Janeiro,
2003.

FALATI S. The Contribution of non-structural Components to the overall Dynamic Behavior of Concrete Floor Slabs. Thesis (PhD). University of Oxford, Oxford, UK, 1999.

FOSCHI R.O. e GUPTA, A. Reliability of Floors Under Impact Vibration, **Canadian Journal of Civil Engineering** 14(5): 683-9, 1987.

GEORGAKIS C. T., JORGENSEN N. G., Change in mass and damping on vertically vibrating footbridges due to pedestrians. **Proceedings of the SEM IMAC XXXI Conference, 2013**.

GOLDMAN D.E., USN MRI Rept. 1, NM 004 001, March 1948.

GRIFFIN M.J., Handbook of Human Vibration. London, UK: Academic Press, 1990.

HARPER, F.C.**The forces applied to the floor by the foot in walking**. *In:* W.J. Warlow, B.L. Clarke (Eds.), Department of Scientific and Industrial Research (DSIR), HMSOr, 1961.

HARVEY W. J., A Reinforced Plastic Footbridge, Aberfeldy, UK, Structural Engineering International, Vol. 3, Part 4, pp. 229-232, 1993.

INGOLFSSON E.T., GEORGAKIS C.T., JONSSON J., Pedestrian induced lateral vibration of footbridges: A Literature Review, **The Structural Engineer (IStructE)** 78 (21/52): 2012.

INMAN V.T.; Todd F., RALSTON H.J., Human Walking, Williams and Wilkins, Baltimore, USA, 1981.

ISO 7962. Mechanical Vibration and Shock-mechanical transmissibility curves of the human body in the z direction. **International Standard**, 1987.

ISO 5982. Vibration and Shock - Mechanical Driving Point Impedance of the Human Body. International Organization for Standardization (ISO), 1981.

KASPERSKI, M. and NIEMANN, H.J., Man Induced Vibrations of a Stand Structure, in Moan, T., et al. (eds) EURODYN'93, Trondheim, Norway, 21-23 June 1993. Rotterdam, The Netherlands: A.A. Balkema Publishers. 977-983, 1993.

KAPERSKI M., Influence of pedestrians on the effective damping of a footbridge. **Footbridge**, 2014.

KERR S., Human Induced Loading on Flexible Staircases, **Ph.D thesis**, **University of London**, England, 1998.

KERR S.; BISHOP N., Human Induced Loading on Flexible Staircases, Engineering Structures, v.23, pp 37-45, 2001.

L'ASSOCIATION FRANÇAISE DE GÉNIE CIVIL. **Passerells Piétones** – **Évaluattion Du comportement vibratoire sous l'action des piétons**. Edité par Sétra, mars 2006.

L'ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION, 2004 . Eurocode 1: Actions sur lês structures – Partie 2: Actions sur lês ponts, dues au traffic. Saint-Denis, 2004.

LEE D. J., Project Linksleader': The First Major Cable-Stayed GRP Bridge, **FIP** Symposium - Modern Prestressing Techniques and Their Applications, Kyoto, Japan: FIP, Vol. 2, pp. 671-678, 1993.

LEE C., FARLEY C. Determinants of the Center of Mass Trajectory in Human Walking and Running. **The Journal of Experimental Biology**, 201, 2935-2944, 1998

LITTLER J.D., Full-scale Testing of Large Cantilever Grandstands to Determine Their Dynamic Response, in Thompson, P.D., Tolloczko, J.J.A. and Clarke, J.N. (eds) Stadia, arenas and grandstands. London: E and FN Spon. 123-34, 1998.

MAREY,E.-J.,G.DEMENY, Etudes Experimentales de La Locomotion Humaine, **Compt.rend.Acad**, d.sc.,106:544, 1887.

MATSUMOTO, Y., NISHIOKA, T., SHIOJIRI, H., *et al.* Dynamic design of footbridges. In: *IABSE Proceedings*, n. 17/78, pp. 1-15, 1978.

MIYAMORI Y., OBATA T., HAYASHIKAWA T., e SATO K. Study on identification of human walking model based on dynamic response characteristics of pedestrian bridges in Proceedings of the 8th East Asia-Pacifc Conference on Structural Engineering & Construction (EASEC-8), Singapore, 2001.

MORELAND, R., The Weight of a Crowd, **Letter to the Editor, Engineering**, Vol. 79, p. 551, April, 1905.

MUYBRIDGE E.J., Method of and Apparantus for Photographing Changing or Moving Objects, **United States Patent N°. 279,878**, June 1883.

NIGAN S.P., MALIK M., A Study on a Vibration Model of a Human Body. Journal of Biomechanical Engineering, Transactions of ASME. Vol. 109, pp. 148-153, May, 1987.

NAKAMURA S. I. Transversal horizontal vibration on a pedestrian cable-stayed bridge. **Journal of Structural Engineering International, IABSE**. v.12, n. 4. p.295-300. 2002.

OHLSSON S.V., Floor Vibrations and Human Discomfort, **Ph. D thesis, Department** of Structural Engineering, Chalmers University of Technology, Goteborg, Sweden, 1982.

PACHI, A., JI, T. Frequency and velocity of people walking. The Structural Engineer, v.83, pp. 36-40, 2005.

PEDERSEN L., Experimental Investigation of Dynamic Human-Structure Interaction. IMAC-XXIV: Conference & Exposition on Structural Dynamics, 2006.

PEDERSEN L., An Aspect of Dynamic Human-Structure Interaction. IMAC-XXVI: Conference & Exposition on Structural Dynamics, 2008.

PERRY J. Análise de Marcha, v.1: Marcha Normal. São Paulo: Manole, 2005.

PFEIL M.S., VASCONCELOS, J.R.S.B., Simulação da Resposta Dinâmica de Passarela ao Tráfego de Pedestres. **XXXII Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural**. JOR0476. Campinas SP, Brasil, Maio, 2006.

PFEIL M. S., AMADOR N., PIMENTEL R., VASCONCELOS R., Analytic –nemerical model for walking person – footbridge structure interaction. **EURODYN**, July 2014.

PIMENTEL R. L., WALDRON, P., Guidelines for the vibration serviceability limit state of pedestrian bridges. **International Seminar on Structural Assessment**, pp. 339-346, London, UK, July, 1996.

PIMENTEL; R. L., Vibrational Performance of Pedestrian Bridges due to Humaninduced Loads. **PhD thesis, University of Sheffield**, 1997.

QASSEM W., OTHMAN, M. O., ABDUL-MAJEED, S. The Effects of Vertical and Horizontal Vibrations on the Human Body. **Medical Engineering and Physics**, 1994.

RACIC V., PAVIC A., BROWNJOHN J. M. W., Experimental Identification and Analytical Modeling of Human Walking Force: Literature Review. **Journal of Sound and Vibration** 326 (2009): 1-49

RAINER, J.H., PERNICA. G., ALLEN D. E., Dynamic Loading and Response of Footbridges. **Canadian Journal of Civil Engineering**, Vol.15 N°1. Pp.6-7.1988.

REIHER, H., MEISTER, F.J., Die Empfindlichkeit dês Menschen gegen Erschutterungen (The Effect of Vibration on People), **Forsch**, Ing-Wes., 1931,

RICCIARDELLI, F., BRIATICO, C., INGOLFSSON, E., *et al.* **Experimental validation and calibration of pedestrian loading models for footbridge**. In: Proceedings of the International Conference on Esperimental Vibration Analysis for Civil engineering Structures EVACES, 2007.

ROITMAN, N., FAÍSCA, R.G., MAGLUTA, C., Comparação Numérica-Experimental da Resposta de uma Estrutura Submetida ao Carregamento de Multidão. **XX Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural**. TRB0248. Brasília DF, Brasil, Maio, 2002.

SACHSE, R., PAVIC, A., REYNOLDS, P., Human-Structure Dynamic Interaction in Civil Engineering Dynamics: A Literature Review. **The Shock and Vibration Digest**, vol. 35, N° 35 1.pp.3-18, 2003.

SANTOS, C. M., Avaliação do Comportamento Dinâmico de uma Passarela Submetida a Carregamentos Induzidos por Pedestres. **Dissertação de Mestrado COPPE/UFRJ**, Brasil 2011.

SAUL, W.E., TUAN, C.Y., Review of Live Loads Due to Human Movements, **Journal** of Structural Engineering, ASCE, Vol. 112, N° 5, pp. 995 – 1004, May, 1986.

SETAREH M., WOOLARD M., SCHLICHTING A., A study of vibrations of a Slender footbridge due to human movements, **Footbridge**, 2014.

SETRA. **Service d`Études techiniques des routes et autoroutes**. Footbridges. Assessment of vibrational behavior of footbridges under pedestrian loading. 2006.

SILVA, F. T., PIMENTEL R. L., Biodynamic Walking Model for Vibration Serviceability of Footbridges in Vertical Direction, **EURODYN 2011**, Leuven, Belgium, 4-6 July 2011.

SILVA, F. T., Vibrações de Passarelas de Pedestres na Direção Vertical Considerando Modelos Biodinâmicos de Pessoas Caminhando. **Tese de Doutorado UFPB**, Brasil 2011.

SHAHABPOOR, E., PAVIC, A., RACIC, V. Identification of mass–spring–damper model of walking humans, *Structures*, v.5, pp. 233–246, 2016.

SKINNER J.M., A Critical Analysis of the Aberfeldy Footbridge, Scotland, **Proceeding** of Bridge Engineering 2 Conference, University of Bath, Bath, UK, April 2009.

STRATFORD, T., The Condition of the Aberfeldy Footbridge After 20 Years of Service, **Structural Faults and Repair 2012**, Edinburgh, July 2012.

TEIXEIRA, A. M. A., Passarelas Estaiadas de Materiais Novos e Convencionais sob Ação de Cargas Dinâmicas Humanas, **Tese de M.Sc. COPPE/UFRJ**, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2000.

TEIXEIRA, A. M. A., Ponte Desmontável em Material Compósito de Fibra de Vidro, **Tese de D.Sc. COPPE/UFRJ**, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2007.

TILDEN, C.J., Kinetic effects of crowds, **Proceedings, ASCE, Journal of Structures Engineering**, v. 34, N° 3, pp.325-340 Mar, 1913.

TILLY, G. P. ; CULLINGTON D. W.; EYRE R.; Dynamic Behaviour of footbridges, Surveys S26/86, International Association of Bridge and Structural Engineering, IABSE, 1984

TREDGOLD, T. Elementary Principles of Carpentry, 2<sup>nd</sup> ed., Publisher unknown, 1828.

TUAN, C.Y., SAUL, W. W., Loads due to Spectators Movements, **ASCE**, Journal of Structural Engineering, v. 111, N° 2, pp. 418-434, 1985.

VARELA, W.D., Modelo Teórico Experimental para Análise de Vibrações Induzidas por Pessoas Caminhando sobre Lajes de Edifícios. **Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ**, Brasil 2004.

VEGA, D., MAGLUTA, C., ROITMAN, N. Análise do comportamento de passarela sob a ação de cargas humanas, Dissertação de mestrado, 2016.

WASSERMAN, D. E. Human Aspects of Occupational Vibration. Elsevier Science Publishers B. V., USA, 1987.

WEI, L.; GRIFFIN, M. J. Mathematical models for the apparent mass of the seated human body exposed to vertical vibration. **Journal of Sound and Vibration** 212(5): 855-74, 1998.

WILLFORD, M.; ROCHE, M. London Millennium Bridge: Pedestrian-induced transversal horizontal vibration. Journal of Bridge Engineering, ASCE, p.412-417,nov./dec, 2001.

YOUNG, P., Improved Floor Vibration Prediction Methodology, Engineering for Structural Vibration – Current developments in Research and Practice. **Vibration Seminar**, Arup Group Ltd, October, 2001. ZHANG, L., XU, D., MAKHSOUS, M. LI, F. Stiffness and Viscous Damping of the Human Leg. Proceedings of the 24 th Annual Meeting of the American Society of Biomechanics, Chicago, July 2000.

ZIVANOVIC, S.; PAVIC, A.; REYNOLDS, P. Vibration Serviceability of Footbridges under human-induced excitation: a literature review. **Journal of Sound and Vibration** 279:1-74, 2005.

ZIVANOVIC, S.; PAVIC, A.; REYNOLDS, P. Human-structure dynamic Interaction in Footbridges. **Proceedings of the Institution of Civil Engineering, Bridges Engineering** 158, December 2005.

ZIVANOVIC, S.; PAVIC, A.; REYNOLDS, P. Finite Element Modeling and updating a lively footbridge: The Complete Process. **Journal of Sound and Vibration** 301:126-145, 2006.

ZIVANOVIC, S.; DIAZ, I. M.; PAVIC, A. Influence of walking and standing crowds on structural dynamics properties. **Proceedings of the IMAC-XXVII**, February 2009.

ZHOU JI Х., D., HAN Η., Т., e XU Comparison of two models for human-structure interaction Applied Mathematical Modelling, vol. 40, no. 5-6, pp. 3738–3748, 2016. D. Zhou, H. Han, T. Ji, and X. Xu, "Comparison of two models for human-structure interaction," Applied Mathematical Modelling, vol. 40, no. 5-6, pp. 3738–3748, 2016.

## APÊNDICE

$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	abela AF	P1: Resum	o do Pro	ocedime	nto para c	btenção d	os Parâı	netros d	o Mode	lo Bioc	linâmi
Normal         (kg)         (kg)         (kg)         (N,s/m)         (N/m)         (Hz)	Pessoas	Ritmo	М	$m_p$	$c_p$	$k_p$	$f_p$	f <sub>ma</sub>	$f_m$	ξ	$l_p$
	1055045	Ritillo	(kg)	(kg)	(N.s/m)	(N/m)	(Hz)	(Hz)	(Hz)	(%)	(m)
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	1	Lento	65,6	60,2	816,2	20425,6	1,8	2,7	2,9	36,8	0,7
Rápido         65,6         48,7         521,8         12858,9         2,3         2,4         2,6         33,0         0,8           Lento         52,0         41,0         399,8         14575,8         1,6         2,9         3,0         25,9         0,6           Amormal         52,0         3,7,3         386,3         12550,9         2,0         2,8         2,9         28,2         0,7           Rápido         52,0         3,6,7         211,2         15613,1         2,4         3,3         3,3         14,0         0,7           Stap         55,5         38,2         780,8         16031,5         2,0         2,8         3,3         49,9         0,7           Stap         55,5         33,3         384,4         7278,0         2,4         2,2         2,4         39,0         0,8           Rápido         55,1         44,7         449,2         14970,5         2,0         2,7         2,8         2,6         0,7           Rápido         59,1         46,2         417,1         14639,9         2,2         2,7         2,8         2,4         0,8           A         Lento         59,1         46,2         529,9		Normal	65,6	52,0	603,6	12928,0	2,0	2,3	2,5	36,8	0,7
Lento         52,0         41,0         399,8         14575,8         1,6         2,9         3,0         25,9         0,0           2         Normal         52,0         37,3         386,3         12550,9         2,0         2,8         2,9         28,2         0,7           Rápido         52,0         36,7         211,2         15613,1         2,4         3,3         3,3         14,0         0,7           S         Normal         55,5         38,2         780,8         16031,5         2,0         2,8         3,3         49,9         0,7           Kápido         55,5         33,3         384,4         7278,0         2,4         2,2         2,4         39,0         0,8           Rápido         59,1         47,8         449,2         14970,5         2,0         2,7         2,8         2,65         0,7           Rápido         59,1         46,2         417,1         14639,9         2,2         2,7         2,8         2,54         0,8           A         Normal         84,4         83,4         488,0         2948,0         1,9         3,0         3,0         15,6         0,8           Rápido         84,4		Rápido	65,6	48,7	521,8	12858,9	2,3	2,4	2,6	33,0	0,8
Normal         52,0         37,3         386,3         12550,9         2,0         2,8         2,9         28,2         0,7           Rápido         52,0         36,7         211,2         15613,1         2,4         3,3         3,3         14,0         0,7           Lento         55,5         38,2         780,8         16031,5         2,0         2,8         3,3         49,9         0,7           Kapido         55,5         33,3         384,4         7278,0         2,4         2,2         2,4         39,0         0,8           Rápido         55,1         53,2         558,6         18118,3         1,8         2,8         2,9         28,4         0,7           Rápido         59,1         46,2         417,1         14639,9         2,2         2,7         2,8         25,4         0,8           Rápido         59,1         46,2         417,1         14639,9         2,2         2,7         2,8         2,54         0,8           Rápido         59,1         46,2         529,9         31894,1         1,9         3,3         3,3         17,0         0,8           Rápido         84,4         61,1         470,5         17802,		Lento	52,0	41,0	399,8	14575,8	1,6	2,9	3,0	25,9	0,6
Rápido         52,0         36,7         211,2         15613,1         2,4         3,3         3,3         14,0         0,7           Lento         55,5         38,2         780,8         16031,5         2,0         2,8         3,3         49,9         0,7           Sommal         55,5         36,6         461,6         10578,0         2,1         2,5         2,7         37,1         0,8           Rápido         55,5         33,3         384,4         7278,0         2,4         2,2         2,4         39,0         0,8           Rápido         59,1         47,8         449,2         14970,5         2,0         2,7         2,8         26,5         0,7           Rápido         59,1         46,2         417,1         14639,9         2,2         2,7         2,8         2,5,4         0,8           Rápido         59,1         46,2         529,9         31894,1         1,9         3,3         3,3         17,0         0,8           Rápido         84,4         63,1         470,5         17802,6         2,2         2,6         5,7         0,7           12         Lento         55,0         44,9         750,1         1227,5 </td <td>2</td> <td>Normal</td> <td>52,0</td> <td>37,3</td> <td>386,3</td> <td>12550,9</td> <td>2,0</td> <td>2,8</td> <td>2,9</td> <td>28,2</td> <td>0,7</td>	2	Normal	52,0	37,3	386,3	12550,9	2,0	2,8	2,9	28,2	0,7
Lento         55,5         38,2         780,8         16031,5         2,0         2,8         3,3         49,9         0,7           5         Normal         55,5         36,6         461,6         10578,0         2,1         2,5         2,7         37,1         0,6           Rápido         55,5         33,3         384,4         7278,0         2,4         2,2         2,4         39,0         0,7           6         Normal         59,1         47,8         449,2         14970,5         2,0         2,7         2,8         26,5         0,7           Rápido         59,1         46,2         417,1         14639,9         2,2         2,7         2,8         25,4         0,8           7         Rápido         84,4         76,2         529,9         31894,1         1,9         3,3         3,3         17,0         0,8           7         Normal         84,4         83,4         488,0         29488,0         1,9         3,0         3,0         15,6         0,5           7         Normal         55,0         44,9         750,1         12277,5         1,6         2,3         2,6         50,5         0,7           12		Rápido	52,0	36,7	211,2	15613,1	2,4	3,3	3,3	14,0	0,7
Normal         55,5         36,6         461,6         10578,0         2,1         2,5         2,7         37,1         0,8           Rápido         55,5         33,3         384,4         7278,0         2,4         2,2         2,4         39,0         0,8           Maido         59,1         53,2         558,6         18118,3         1,8         2,8         2,9         28,4         0,7           Rápido         59,1         46,2         417,1         14639,9         2,2         2,7         2,8         25,4         0,8           Rápido         59,1         46,2         529,9         31894,1         1,9         3,3         3,3         17,0         0,8           Normal         84,4         76,2         529,9         31894,1         1,9         3,3         3,3         17,0         0,8           Rápido         84,4         61,1         470,5         17802,6         2,2         2,6         2,7         22,6         0,5           12         Normal         55,0         44,9         750,1         1227,5         1,6         2,3         2,6         50,5         0,7           13         Mormal         55,0         46,5		Lento	55,5	38,2	780,8	16031,5	2,0	2,8	3,3	49,9	0,7
Rápido         55,5         33,3         384,4         7278,0         2,4         2,2         2,4         39,0         0,8           6         Lento         59,1         53,2         558,6         18118,3         1,8         2,8         2,9         28,4         0,7           Rápido         59,1         46,2         417,1         14639,9         2,2         2,7         2,8         25,4         0,8           Rápido         59,1         46,2         417,1         14639,9         2,2         2,7         2,8         25,4         0,8           7         Lento         84,4         76,2         529,9         31894,1         1,9         3,3         3,3         17,0         0,8           7         Mormal         84,4         83,4         488,0         29488,0         1,9         3,0         3,0         15,6         0,8           Rápido         84,4         61,1         470,5         17802,6         2,2         2,6         2,7         22,6         0,8           12         Lento         55,0         44,7         716,9         1709,6         1,6         3,1         3,1         1,0         0,8           13         Morm	5	Normal	55,5	36,6	461,6	10578,0	2,1	2,5	2,7	37,1	0,8
Lento         59,1         53,2         558,6         18118,3         1,8         2,8         2,9         28,4         0,7           Rápido         59,1         46,2         417,1         14639,9         2,2         2,7         2,8         26,5         0,7           Rápido         59,1         46,2         417,1         14639,9         2,2         2,7         2,8         25,4         0,8           Normal         84,4         76,2         529,9         31894,1         1,9         3,3         3,3         17,0         0,8           Normal         84,4         83,4         488,0         29488,0         1,9         3,0         3,0         15,6         0,8           Rápido         84,4         61,1         470,5         17802,6         2,2         2,6         2,7         2,2,6         0,8           Lento         55,0         44,9         750,1         12277,5         1,6         2,3         2,6         50,5         0,7           12         Normal         55,0         41,7         716,9         17093,6         2,1         2,9         3,2         42,5         0,8           13         Lento         72,7         51,7		Rápido	55,5	33,3	384,4	7278,0	2,4	2,2	2,4	39,0	0,8
6         Normal         59,1         47,8         449,2         14970,5         2,0         2,7         2,8         26,5         0,7           Rápido         59,1         46,2         417,1         14639,9         2,2         2,7         2,8         25,4         0,8           Appido         84,4         76,2         529,9         31894,1         1,9         3,3         3,3         17,0         0,8           Rápido         84,4         83,4         488,0         29488,0         1,9         3,0         3,0         15,6         0,8           Rápido         84,4         61,1         470,5         17802,6         2,2         2,6         2,7         22,6         0,8           Mormal         55,0         44,9         750,1         12277,5         1,6         2,3         2,6         50,5         0,7           12         Normal         55,0         41,7         716,9         17093,6         2,1         2,9         3,2         42,5         0,8           13         Mormal         72,7         51,7         401,9         15620,3         1,3         2,7         2,8         2,24         0,8           14         Normal		Lento	59,1	53,2	558,6	18118,3	1,8	2,8	2,9	28,4	0,7
Rápido         59,1         46,2         417,1         14639,9         2,2         2,7         2,8         25,4         0,8           A         Lento         84,4         76,2         529,9         31894,1         1,9         3,3         3,3         17,0         0,8           Normal         84,4         83,4         488,0         29488,0         1,9         3,0         3,0         15,6         0,8           Rápido         84,4         61,1         470,5         17802,6         2,2         2,6         2,7         22,6         0,8           A         Lento         55,0         44,9         750,1         12277,5         1,6         2,3         2,6         50,5         0,7           12         Normal         55,0         41,7         716,9         17093,6         2,1         2,9         3,2         42,5         0,8           13         Normal         72,7         51,7         401,9         15620,3         1,3         2,1         1,2,2         0,8           14         Mormal         72,7         52,1         22,4,1         19870,6         1,6         3,1         3,1         1,1,0         0,8           Rápido	6	Normal	59,1	47,8	449,2	14970,5	2,0	2,7	2,8	26,5	0,7
Lento         84,4         76,2         529,9         31894,1         1,9         3,3         3,3         17,0         0,8           Normal         84,4         83,4         488,0         29488,0         1,9         3,0         3,0         15,6         0,8           Rápido         84,4         61,1         470,5         17802,6         2,2         2,6         2,7         22,6         0,8           12         Normal         55,0         44,9         750,1         12277,5         1,6         2,3         2,6         50,5         0,7           12         Normal         55,0         46,5         867,1         10194,3         1,9         1,8         2,4         63,0         0,8           Rápido         55,0         41,7         716,9         17093,6         2,1         2,9         3,2         42,5         0,8           13         Normal         72,7         51,7         401,9         15620,3         1,3         3,1         1,10         0,8           Rápido         72,7         52,1         224,1         19870,6         1,6         3,1         3,1         1,1,2         0,5           14         Mormal         74,7		Rápido	59,1	46,2	417,1	14639,9	2,2	2,7	2,8	25,4	0,8
Normal         84,4         83,4         488,0         29488,0         1,9         3,0         3,0         15,6         0,5           Rápido         84,4         61,1         470,5         17802,6         2,2         2,6         2,7         22,6         0,8           12         Normal         55,0         44,9         750,1         12277,5         1,6         2,3         2,6         50,5         0,7           12         Normal         55,0         46,5         867,1         10194,3         1,9         1,8         2,4         63,0         0,8           Rápido         55,0         41,7         716,9         17093,6         2,1         2,9         3,2         42,5         0,8           13         Lento         72,7         51,7         401,9         15620,3         1,3         2,7         2,8         22,4         0,8           13         Normal         72,7         52,1         224,1         19870,6         1,6         3,1         3,1         11,0         0,8           Rápido         72,7         45,8         218,1         17605,2         2,3         3,1         3,1         12,2         0,5           Rápido		Lento	84,4	76,2	529,9	31894,1	1,9	3,3	3,3	17,0	0,8
Rápido         84,4         61,1         470,5         17802,6         2,2         2,6         2,7         22,6         0,8           Lento         55,0         44,9         750,1         12277,5         1,6         2,3         2,6         50,5         0,7           12         Normal         55,0         46,5         867,1         10194,3         1,9         1,8         2,4         63,0         0,8           Rápido         55,0         41,7         716,9         17093,6         2,1         2,9         3,2         42,5         0,8           Rápido         72,7         51,7         401,9         15620,3         1,3         2,7         2,8         22,4         0,8           13         Normal         72,7         52,1         224,1         19870,6         1,6         3,1         3,1         11,0         0,8           Rápido         72,7         45,8         218,1         17605,2         2,3         3,1         3,1         12,2         0,5           Rápido         74,7         57,6         373,3         20881,5         1,6         3,0         3,0         17,0         0,6           21         Normal         74,7	7	Normal	84,4	83,4	488,0	29488,0	1,9	3,0	3,0	15,6	0,8
Lento         55,0         44,9         750,1         12277,5         1,6         2,3         2,6         50,5         0,7           12         Normal         55,0         46,5         867,1         10194,3         1,9         1,8         2,4         63,0         0,8           Rápido         55,0         41,7         716,9         17093,6         2,1         2,9         3,2         42,5         0,8           13         Lento         72,7         51,7         401,9         15620,3         1,3         2,7         2,8         22,4         0,8           13         Normal         72,7         52,1         224,1         19870,6         1,6         3,1         3,1         11,0         0,8           Rápido         72,7         45,8         218,1         17605,2         2,3         3,1         3,1         12,2         0,5           21         Lento         74,7         57,6         373,3         20881,5         1,6         3,0         3,0         17,0         0,6           21         Normal         74,7         54,5         484,4         17907,0         2,1         2,8         2,9         24,5         0,7 <t< td=""><td></td><td>Rápido</td><td>84,4</td><td>61,1</td><td>470,5</td><td>17802,6</td><td>2,2</td><td>2,6</td><td>2,7</td><td>22,6</td><td>0,8</td></t<>		Rápido	84,4	61,1	470,5	17802,6	2,2	2,6	2,7	22,6	0,8
12         Normal         55,0         46,5         867,1         10194,3         1,9         1,8         2,4         63,0         0,8           Rápido         55,0         41,7         716,9         17093,6         2,1         2,9         3,2         42,5         0,8           13         Lento         72,7         51,7         401,9         15620,3         1,3         2,7         2,8         22,4         0,8           13         Normal         72,7         52,1         224,1         19870,6         1,6         3,1         3,1         11,0         0,8           14         Normal         72,7         45,8         218,1         17605,2         2,3         3,1         3,1         12,2         0,5           15         Lento         74,7         57,6         373,3         20881,5         1,6         3,0         3,0         17,0         0,6           21         Normal         74,7         57,6         373,3         20881,5         1,8         3,3         3,3         12,8         0,7           21         Normal         74,7         54,5         484,4         17907,0         2,1         2,8         2,9         24,5         <	12	Lento	55,0	44,9	750,1	12277,5	1,6	2,3	2,6	50,5	0,7
Rápido         55,0         41,7         716,9         17093,6         2,1         2,9         3,2         42,5         0,8           13         Lento         72,7         51,7         401,9         15620,3         1,3         2,7         2,8         22,4         0,8           13         Normal         72,7         52,1         224,1         19870,6         1,6         3,1         3,1         11,0         0,8           Rápido         72,7         45,8         218,1         17605,2         2,3         3,1         3,1         12,2         0,5           21         Lento         74,7         57,6         373,3         20881,5         1,6         3,0         3,0         17,0         0,6           21         Normal         74,7         60,2         320,6         26071,5         1,8         3,3         3,3         12,8         0,7           Rápido         74,7         54,5         484,4         17907,0         2,1         2,8         2,9         24,5         0,7           22         Normal         82,3         61,4         474,1         27391,1         1,9         3,3         3,3         17,8         0,8           <		Normal	55,0	46,5	867,1	10194,3	1,9	1,8	2,4	63,0	0,8
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		Rápido	55,0	41,7	716,9	17093,6	2,1	2,9	3,2	42,5	0,8
Normal         72,7         52,1         224,1         19870,6         1,6         3,1         3,1         11,0         0,8           Rápido         72,7         45,8         218,1         17605,2         2,3         3,1         3,1         12,2         0,9           Lento         74,7         57,6         373,3         20881,5         1,6         3,0         3,0         17,0         0,6           Normal         74,7         60,2         320,6         26071,5         1,8         3,3         3,3         12,8         0,7           Rápido         74,7         54,5         484,4         17907,0         2,1         2,8         2,9         24,5         0,7           Rápido         74,7         54,5         484,4         17907,0         2,1         2,8         2,9         24,5         0,7           Lento         82,3         81,3         522,7         29188,6         1,6         3,0         3,0         17,0         0,7           22         Normal         82,3         62,0         674,0         26766,4         2,2         3,2         3,3         26,2         0,9           23         Lento         77,9         74,7	13	Lento	72,7	51,7	401,9	15620,3	1,3	2,7	2,8	22,4	0,8
Rápido         72,7         45,8         218,1         17605,2         2,3         3,1         3,1         12,2         0,9           Lento         74,7         57,6         373,3         20881,5         1,6         3,0         3,0         17,0         0,6           21         Normal         74,7         60,2         320,6         26071,5         1,8         3,3         3,3         12,8         0,7           Rápido         74,7         54,5         484,4         17907,0         2,1         2,8         2,9         24,5         0,7           Rápido         74,7         54,5         484,4         17907,0         2,1         2,8         2,9         24,5         0,7           22         Lento         82,3         81,3         522,7         29188,6         1,6         3,0         3,0         17,0         0,7           22         Normal         82,3         64,4         474,1         27391,1         1,9         3,3         3,3         17,8         0,8           Rápido         82,3         62,0         674,0         26766,4         2,2         3,2         3,3         3,3,0         0,8           23         Normal		Normal	72,7	52,1	224,1	19870,6	1,6	3,1	3,1	11,0	0,8
Lento         74,7         57,6         373,3         20881,5         1,6         3,0         3,0         17,0         0,6           21         Normal         74,7         60,2         320,6         26071,5         1,8         3,3         3,3         12,8         0,7           Rápido         74,7         54,5         484,4         17907,0         2,1         2,8         2,9         24,5         0,7           Lento         82,3         81,3         522,7         29188,6         1,6         3,0         3,0         17,0         0,7           22         Normal         82,3         64,4         474,1         27391,1         1,9         3,3         3,3         17,8         0,8           Rápido         82,3         62,0         674,0         26766,4         2,2         3,2         3,3         26,2         0,9           Lento         77,9         74,7         1018,2         31826,5         1,4         3,1         3,3         33,0         0,8           23         Normal         77,9         66,9         957,9         24193,5         1,7         2,8         3,0         37,7         0,8           Rápido         77,9		Rápido	72,7	45,8	218,1	17605,2	2,3	3,1	3,1	12,2	0,9
21         Normal         74,7         60,2         320,6         26071,5         1,8         3,3         3,3         12,8         0,7           Rápido         74,7         54,5         484,4         17907,0         2,1         2,8         2,9         24,5         0,7           22         Lento         82,3         81,3         522,7         29188,6         1,6         3,0         3,0         17,0         0,7           22         Normal         82,3         64,4         474,1         27391,1         1,9         3,3         3,3         17,8         0,8           Rápido         82,3         62,0         674,0         26766,4         2,2         3,2         3,3         26,2         0,9           23         Lento         77,9         74,7         1018,2         31826,5         1,4         3,1         3,3         33,0         0,8           23         Normal         77,9         66,9         957,9         24193,5         1,7         2,8         3,0         37,7         0,8           24         Normal         77,9         57,5         699,2         19019,2         2,0         2,7         2,9         33,4         0,8 <td rowspan="3">21</td> <td>Lento</td> <td>74,7</td> <td>57,6</td> <td>373,3</td> <td>20881,5</td> <td>1,6</td> <td>3,0</td> <td>3,0</td> <td>17,0</td> <td>0,6</td>	21	Lento	74,7	57,6	373,3	20881,5	1,6	3,0	3,0	17,0	0,6
Rápido         74,7         54,5         484,4         17907,0         2,1         2,8         2,9         24,5         0,7           Lento         82,3         81,3         522,7         29188,6         1,6         3,0         3,0         17,0         0,7           22         Normal         82,3         64,4         474,1         27391,1         1,9         3,3         3,3         17,8         0,8           Rápido         82,3         62,0         674,0         26766,4         2,2         3,2         3,3         26,2         0,9           23         Lento         77,9         74,7         1018,2         31826,5         1,4         3,1         3,3         33,0         0,8           23         Normal         77,9         66,9         957,9         24193,5         1,7         2,8         3,0         37,7         0,8           Rápido         77,9         57,5         699,2         19019,2         2,0         2,7         2,9         33,4         0,8           Lento         57,9         47,8         600,6         18536,5         1,4         3,0         3,1         31,9         0,7 <td>Normal</td> <td>74,7</td> <td>60,2</td> <td>320,6</td> <td>26071,5</td> <td>1,8</td> <td>3,3</td> <td>3,3</td> <td>12,8</td> <td>0,7</td>		Normal	74,7	60,2	320,6	26071,5	1,8	3,3	3,3	12,8	0,7
Lento         82,3         81,3         522,7         29188,6         1,6         3,0         3,0         17,0         0,7           22         Normal         82,3         64,4         474,1         27391,1         1,9         3,3         3,3         17,8         0,6           Rápido         82,3         62,0         674,0         26766,4         2,2         3,2         3,3         26,2         0,9           Lento         77,9         74,7         1018,2         31826,5         1,4         3,1         3,3         33,0         0,8           23         Normal         77,9         66,9         957,9         24193,5         1,7         2,8         3,0         37,7         0,8           Rápido         77,9         57,5         699,2         19019,2         2,0         2,7         2,9         33,4         0,8           Lento         57,9         47,8         600,6         18536,5         1,4         3,0         3,1         31,9         0,7		Rápido	74,7	54,5	484,4	17907,0	2,1	2,8	2,9	24,5	0,7
22         Normal         82,3         64,4         474,1         27391,1         1,9         3,3         3,3         17,8         0,8           Rápido         82,3         62,0         674,0         26766,4         2,2         3,2         3,3         26,2         0,9           Lento         77,9         74,7         1018,2         31826,5         1,4         3,1         3,3         33,0         0,8           Normal         77,9         66,9         957,9         24193,5         1,7         2,8         3,0         37,7         0,8           Rápido         77,9         57,5         699,2         19019,2         2,0         2,7         2,9         33,4         0,8           Lento         57,9         47,8         600,6         18536,5         1,4         3,0         3,1         31,9         0,7		Lento	82,3	81,3	522,7	29188,6	1,6	3,0	3,0	17,0	0,7
Rápido         82,3         62,0         674,0         26766,4         2,2         3,2         3,3         26,2         0,9           Lento         77,9         74,7         1018,2         31826,5         1,4         3,1         3,3         33,0         0,8           Normal         77,9         66,9         957,9         24193,5         1,7         2,8         3,0         37,7         0,8           Rápido         77,9         57,5         699,2         19019,2         2,0         2,7         2,9         33,4         0,8           Lento         57,9         47,8         600,6         18536,5         1,4         3,0         3,1         31,9         0,7	22	Normal	82,3	64,4	474,1	27391,1	1,9	3,3	3.3	17,8	0,8
Lento         77,9         74,7         1018,2         31826,5         1,4         3,1         3,3         33,0         0,8           23         Normal         77,9         66,9         957,9         24193,5         1,7         2,8         3,0         37,7         0,8           Rápido         77,9         57,5         699,2         19019,2         2,0         2,7         2,9         33,4         0,8           Lento         57,9         47,8         600,6         18536,5         1,4         3,0         3,1         31,9         0,7		Rápido	82,3	62,0	674,0	26766,4	2,2	3,2	3,3	26,2	0,9
23         Normal         77,9         66,9         957,9         24193,5         1,7         2,8         3,0         37,7         0,8           Rápido         77,9         57,5         699,2         19019,2         2,0         2,7         2,9         33,4         0,8           Lento         57,9         47,8         600,6         18536,5         1,4         3,0         3,1         31,9         0,7		Lento	77,9	74,7	1018,2	31826,5	1,4	3,1	3,3	33,0	0,8
Rápido         77,9         57,5         699,2         19019,2         2,0         2,7         2,9         33,4         0,8           Lento         57,9         47,8         600,6         18536,5         1,4         3,0         3,1         31,9         0,7	23	Normal	77,9	66,9	957,9	24193,5	1,7	2,8	3,0	37,7	0,8
Lento 57,9 47,8 600,6 18536,5 1,4 3,0 3,1 31,9 0,7		Rápido	77,9	57,5	699,2	19019,2	2,0	2,7	2,9	33,4	0,8
	28	Lento	57,9	47,8	600,6	18536,5	1,4	3,0	3,1	31,9	0,7
28 Normal 57,9 50,7 908,3 24274,1 1,6 3,2 3,5 40,9 0,8		Normal	57,9	50,7	908,3	24274,1	1,6	3,2	3,5	40,9	0,8
Rápido 57,9 41,3 594,7 13775,0 2,0 2,7 2,9 39,4 0,7		Rápido	57,9	41,3	594,7	13775,0	2,0	2,7	2,9	39,4	0,7
Lento 72,2 63,4 860,4 19585,0 1.4 2.8 2.8 38.6 0.8		Lento	72,2	63,4	860.4	19585.0	1,4	2,8	2,8	38,6	0.8
35 Normal 72,2 59,7 585,8 14525,9 1,7 2,4 2,5 31,4 0.8	35	Normal	72.2	59.7	585.8	14525.9	1.7	2,4	2.5	31,4	0.8
Lento 81,2 73,4 762,4 21600,7 1,6 2,6 2,7 30,3 0,7		Lento	81.2	73.4	762.4	21600.7	1.6	2.6	2.7	30,3	0.7
36 Normal 81,2 75,3 579,7 20521,7 1.8 2.6 2.6 23.3 0.7	36	Normal	81.2	75.3	579.7	20521.7	1.8	2.6	2.6	23.3	0.7

	Rápido	81,2	62,9	631,3	18304,2	2,1	2,6	2,7	29,4	0,8
39	Lento	68,7	58,6	540,1	22855,7	1,7	3,1	3,1	23,3	0,7
	Normal	68,7	56,6	680,8	19810,8	1,8	2,8	3,0	32,1	0,7
	Rápido	68,7	55,2	497,6	15248,2	2,1	2,5	2,6	27,1	0,7
	Lento	81,2	72,1	443,8	23501,1	1,4	2,9	2,9	17,1	0,7
40	Normal	81,2	67,5	620,8	21864,3	1,7	2,8	2,9	25,5	0,8
	Rápido	81,2	56,2	551,1	17421,6	2,3	2,7	2,8	27,9	0,8
	Lento	55,6	42,0	513,0	13192,0	1,8	2,6	2,8	34,5	0,6
45	Normal	55,6	42,0	534,4	8696,0	2,0	2,1	2,3	44,2	0,6
	Rápido	55,6	39,7	451,0	12910,1	2,1	2,7	2,9	31,5	0,6
	Lento	76,0	60,8	538,1	23180,1	2,0	3,0	3,1	22,7	0,8
46	Normal	76,0	55,0	486,3	20949,3	2,4	3,0	3,1	22,7	0,9
	Rápido	76,0	54,7	620,3	21067,0	2,5	3,0	3,1	28,9	1,0
	Lento	68,0	53,1	505,8	21939,0	2,3	3,1	3,2	23,4	0,8
47	Normal	68,0	47,9	428,9	14670,7	2,2	2,7	2,8	25,6	0,7
	Rápido	68,0	48,5	807,2	20310,9	2,2	3,0	3,3	40,7	0,8
	Lento	95,0	76,3	874,3	14829,1	1,9	2,0	2,2	41,1	0,7
48	Normal	95,0	84,0	926,3	25436,3	2,1	2,6	2,8	31,7	0,7
	Rápido	95,0	74,9	987,0	25520,6	2,1	2,7	2,9	35,7	0,8
	Lento	57,0	46,0	582,8	18261,4	2,0	3,0	3,2	31,8	0,8
49	Normal	57,0	48,1	479,1	13532,8	2,3	2,5	2,7	29,7	0,9
	Rápido	57,0	43,5	385,9	15096,8	2,4	2,9	3,0	23,8	0,9
50	Lento	68,0	54,1	537,9	18415,5	2,0	2,8	2,9	26,9	0,8
	Normal	68,0	54,3	626,4	24110,1	2,0	3,2	3,4	27,4	0,7
	Rápido	68,0	49,4	420,0	15458,6	2,4	2,7	2,8	24,0	0,8
	Lento	50,0	41,6	416,7	14395,0	2,0	2,9	3,0	26,9	0,7
51	Normal	50,0	40,8	400,0	14628,0	2,0	2,9	3,0	25,9	0,7
	Rápido	50,0	38,7	348,1	12651,2	2,3	2,8	2,9	24,9	0,7
52	Lento	50,0	38,3	532,6	9368,6	2,2	2,2	2,5	44,5	0,7
	Normal	50,0	36,7	510,9	8987,1	2,3	2,2	2,5	44,5	0,7
	Rápido	50,0	35,9	510,9	8959,6	2,3	2,3	2,5	43,6	0,8
53	Lento	74,0	60,9	672,8	25572,6	2,1	3,1	3,3	26,9	0,7
	Normal	74,0	57,9	697,9	19280,0	2,0	2,7	2,9	33,0	0,7
	Rápido	74,0	56,8	856,6	17750,5	2,4	2,5	2,8	42,7	0,8
	Lento	56,5	49,0	493,0	14958,5	2,3	2,7	2,8	28,8	0,7
54	Normal	56,5	48,8	564,7	14545,2	2,3	2,6	2,7	33,5	0,8
	Rápido	56,5	45,3	408,3	12815,3	2,2	2,6	2,7	26,8	0,8

#### ANEXO

Tabela AN.1: Coeficientes da série de Fourier									
Deferêncie	Coefi	Número	Frequência						
Referencia	$\alpha_{_1}$	$\alpha_{_2}$	$\alpha_{_3}$	$lpha_{_4}$	(n)	(Hz)			
AISC (1997)	0,83 exp (-0,35 <i>i j</i> res	0,83 exp (-0,35 <i>i</i> $f_{pp}$ ; com <i>i</i> =1, 2, 3,4 para $\alpha_1$ , $\alpha_2$ , $\alpha_3$ , $\alpha_4$ , respectivamente ou ainda:							
	0,50	0,20	0,10	0,05					
BS 5400 (1995) e ONT (1983)	0,257				qualquer	qualquer			
BACHMANN <i>et al</i> (1995) e CEB (1983)	0,40	0,10	0,10	-	qualquer	1,60 - 2,40			
COPPE (1990, 1991 e 1997)	0,34	0,10	0,10	-	qualquer	1,60 - 2,00			
	0,25 - 0,20 log ( <i>n</i> )	-	-	-	<u>&lt;</u> 10	andar natural			
	0,05	-	-	-	> 10	1,50 ou andar espontâneo			
	0,18 - 0,05 log ( <i>n</i> )	-	-	-	<u>&lt;</u> 10	1,50 (*)			
EBRAHIMPOUR	0,25 - 0,08 log ( <i>n</i> )	-	-	-	<u>&lt;</u> 10	1,75 (*)			
<i>et ut</i> (1990)	0,17	-	-	-	> 10	2,00 (*)			
	0,34 - 0,09 log ( <i>n</i> )	-	-	-	<u>&lt;</u> 10	2,00 (*)			
	0,25	-	-	-	> 10	2,00 (*)			
	0,51 - 0,09 log ( <i>n</i> )	-	-	-	<u>&lt;</u> 10	2,50 (*)			
	0,42	-	-	-	> 10	2,50 (*)			
KERR (1998)	$\alpha_{1} = -0,2649 f_{pp}$	1	1,70 - 2,10						
	$(0.4) \times (1.6)$								
WYATT (1982)	(0,7) X (1,	qualquer	qualquer						
	fa é a frequ								
	<i>j0</i> e a neqt								
YOUNG (2001)	$0,41 (f_{pp} - 0,95) > 0,56$	qualquer	1,00 - 2,80						

(\*) valores de  $\alpha_1$  para outras frequências entre 1,5 e 2,5 Hz podem ser obtidos por interpolação linear

para carga dinâmica propostas por vários autores