



AJUSTE COM QUANTIFICAÇÃO DE INCERTEZAS DE MODELOS EM  
ELEMENTOS FINITOS ATRAVÉS DE FUNÇÃO OBJETIVO BASEADA NA  
ENERGIA DE DEFORMAÇÃO MODAL

Edilson Morais Lima e Silva

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil.

Orientadores: Carlos Magluta  
Ney Roitman

Rio de Janeiro  
Março de 2019

AJUSTE COM QUANTIFICAÇÃO DE INCERTEZAS DE MODELOS EM  
ELEMENTOS FINITOS ATRAVÉS DE FUNÇÃO OBJETIVO BASEADA NA  
ENERGIA DE DEFORMAÇÃO MODAL

Edilson Morais Lima e Silva

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ  
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS  
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM  
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Examinada por:

---

Prof. Carlos Magluta, D.Sc.

---

Prof. Ney Roitman, D.Sc.

---

Prof. Luis Volnei Sudati Sagrilo, D.Sc.

---

Prof. Daniel Alves Castello, D.Sc.

---

Prof. Alexandre Abrahão Cury, D.Sc.

---

Prof. Paulo Batista Gonçalves, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MARÇO DE 2019

Silva, Edilson Morais Lima e

Ajuste com quantificação de incertezas de modelos em elementos finitos através de função objetivo baseada na energia de deformação modal/Edilson Morais Lima e Silva:  
– Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2019.

XXI, 174 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Carlos Magluta

Ney Roitman

Tese (doutorado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Civil, 2019.

Referências Bibliográficas: p. 151-174.

1. Identificação de Estruturas. 2. Ajuste de Modelos. 3. Quantificação de Incertezas. I. Magluta, Carlos *et al* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil. III. Título.

# **DEDICATÓRIA**

Dedico essa tese de doutorado aos meus amados pais, Edson Morais e Silva e Maria de Belém Lima e Silva, por todo amor e apoio, me ajudando e educando em todos os momentos da minha vida.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus pela vida, pela minha família e por ter me dado a oportunidade de trabalhar em ciência e pesquisa.

Aos meus orientadores, Professor Carlos Magluta, Professor Ney Roitman e Professor Luiz Aragão, pela paciência, compreensão e principalmente pelas orientações que foram fundamentais para a realização desse trabalho.

Ao Professor Remo Magalhães meu pai acadêmico que me iniciou na pesquisa e que foi fundamental em diversos pontos para o desenvolvimento dessa tese, me ajudando sempre que possível, além é claro da generosa compreensão sempre que eu necessitava de tempo para trabalhar no doutorado.

Aos amigos do LABEST/COPPE, Nelson, Mariana, Tatiana e Lino que foram muito importantes no convívio da UFRJ.

*“Finalmente, quando chegar a nossa última hora, será grande e inefável a nossa alegria ao vermos que em todo o nosso trabalho, apenas vislumbramos a infinitude do Criador.” (Gauss)*

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

AJUSTE COM QUANTIFICAÇÃO DE INCERTEZAS DE MODELOS EM  
ELEMENTOS FINITOS ATRAVÉS DE FUNÇÃO OBJETIVO BASEADA NA  
ENERGIA DE DEFORMAÇÃO MODAL

Edilson Morais Lima e Silva

Março/2019

Orientadores: Carlos Magluta

Ney Roitman

Programa: Engenharia Civil

Este trabalho apresenta uma nova metodologia para ajuste de modelos em elementos finitos com quantificação de incertezas. A metodologia é desenvolvida de forma iterativa e não probabilística, considerando as incertezas numéricas e experimentais do processo ajuste. Dessa forma, a identificação estrutural é realizada pelo método SSI sendo calculadas as incertezas da identificação através da reamostragem *bootstrap*. Para a otimização são utilizados os algoritmos genéticos tendo como função objetivo a energia de deformação modal e a frequência natural do sistema. Para a quantificação da incerteza, as flutuações da identificação estrutural, da modelagem e da otimização são consideradas através dos ajustes das “n” amostras geradas pelo bootstrap, realizando o cálculo das estatísticas e posteriormente a definição dos intervalos de confiança do ajuste realizado. São realizadas simulações numéricas para a avaliação da metodologia implementada, sendo seguida por testes experimentais de vibração conduzidos em uma viga metálica e um pórtico espacial. Os resultados mostraram-se satisfatórios com o algoritmo implementado sendo capaz de realizar a identificação estrutural e o ajuste de modelos considerando as incertezas em todas simulações e testes experimentais realizados.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

MODEL UPDATING OF FINITE ELEMENTS THROUGH OBJECTIVE FUNCTION  
BASED ON MODAL STRAIN ENERGY WITH UNCERTAINTY  
QUANTIFICATION

Edilson Morais Lima e Silva

March/2019

Advisors: Carlos Magluta

Ney Roitman

Department: Civil Engineering

This work presents a new methodology for model updating with uncertainty quantification. The methodology is developed in an iterative and non-probabilistic way, considering the numerical and experimental uncertainties of the model updating process. Thus, the structural identification is performed by the SSI method and the uncertainties of the identification through the bootstrap resampling are calculated. For the optimization, the genetic algorithms are used, having as objective function the modal deformation energy and the natural frequency of the system. For the uncertainty quantification, the structural identification, modeling and optimization fluctuations are considered through the adjustments of the "n" samples generated by the bootstrap, performing the calculation of the statistics and then defining the confidence intervals of the adjustment made. Numerical simulations are performed for the evaluation of the implemented methodology, followed by vibration experimental tests conducted in a metal beam and a space frame. The results were satisfactory with the implemented algorithm being able to carry out the structural identification and adjustment of models considering the uncertainties in all the simulations and experimental tests performed.



# SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
I.1 MOTIVAÇÃO .....	1
I.2 CONTRIBUIÇÕES DA TESE .....	3
I.3 ESTADO DA ARTE .....	4
I.4 ESTRUTURA DO TRABALHO .....	17
<b>CAPÍTULO II - CONCEITOS BÁSICOS DE IDENTIFICAÇÃO ESTRUTURAL .....</b>	<b>19</b>
II.1 INTRODUÇÃO .....	19
II.2 REPRESENTAÇÃO DE SISTEMAS DINÂMICOS .....	19
II.3 MODELO DE ELEMENTOS FINITOS .....	20
II.4 MODELO DE ESPAÇO DE ESTADOS .....	20
II.5 MODELO DE ESPAÇO DE ESTADOS DISCRETO.....	22
II.5.1 Modelo de espaço de estados estocástico.....	23
II.6 MÉTODO DE IDENTIFICAÇÃO ESTOCÁSTICA A PARTIR DAS SÉRIES TEMPORAIS (SSI- DATA).....	24
II.7 ESTIMAÇÃO POR FUNÇÃO DE DECAIMENTO .....	33
II.7.1 Funções de Resposta ao Impulso – IRF.....	34
II.7.2 Técnica do Decremento Aleatório (RDT).....	36

<b>CAPÍTULO III - INFERÊNCIA ESTATÍSTICA BOOTSTRAP ASSOCIADO AO SSI-DATA .....</b>	<b>40</b>
III.1 INTRODUÇÃO .....	40
III.2 MÉTODO DE REAMOSTRAGEM BOOTSTRAP .....	41
III.3 MÉTODO BOOTSTRAP NO CONTEXTO DE TÉCNICAS DE IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS	47
III.3.1 Bootstrap a partir dos blocos da Projeção.....	51
III.3.2 Bootstrap a partir dos blocos de Função RD (IRF).....	52
 <b>CAPÍTULO IV - AJUSTE DE MODELOS NUMÉRICOS COM QUANTIFICAÇÃO DE INCERTEZAS.....</b>	<b>54</b>
IV.1 INTRODUÇÃO .....	54
IV.2 ENERGIA DE DEFORMAÇÃO MODAL .....	56
IV.3 METODOLOGIA DO ALGORITMO PARA AJUSTE DE MODELOS EM ELEMENTOS FINITOS COM QUANTIFICAÇÃO DE INCERTEZAS .....	61
IV.3.1 Algoritmos Genéticos.....	64
IV.3.2 Quantificação de Incertezas no Ajuste de Modelos em Elementos Finitos .....	68
 <b>CAPÍTULO V - IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO PARA AJUSTE ESTOCÁSTICO DE MODELOS .....</b>	<b>70</b>
V.1 INTRODUÇÃO .....	70
V.2 ALGORITMO PARA A MODELAGEM EM ELEMENTOS FINITOS VIA MATLAB .....	71
V.3 ELABORAÇÃO DO ALGORITMO PARA A IDENTIFICAÇÃO ESTRUTURAL COM QUANTIFICAÇÃO DE INCERTEZAS .....	77

V.4 ELABORAÇÃO DO ALGORITMO PARA O AJUSTE DE MODELOS EM ELEMENTOS FINITOS COM QUANTIFICAÇÃO DE INCERTEZAS .....	88
---	----

## **CAPÍTULO VI - VALIDAÇÕES DAS METODOLOGIAS IMPLEMENTADAS 93**

VI.1 INTRODUÇÃO .....	93
-----------------------	----

VI.1 DESCRIÇÃO DO MODELO NUMÉRICO DA VIGA PARA AS VALIDAÇÕES .....	94
--	----

VI.2 VALIDAÇÃO DO ALGORITMO DE IDENTIFICAÇÃO ESTRUTURAL COM QUANTIFICAÇÃO DE INCERTEZAS.....	95
--	----

VI.3 VALIDAÇÃO DO PROGRAMA DE AJUSTE DE MODELOS EM ELEMENTOS FINITOS COM QUANTIFICAÇÃO DE INCERTEZAS .....	102
--	-----

VI.3.1 Viga Biapoiada – sem Identificação Estrutural .....	103
--	-----

VI.3.2 Viga Biapoiada – com Identificação Estrutural através SSI-DATA .....	105
---	-----

VI.3.3 Viga Biapoiada – com Identificação Estrutural através SSI-DATA e quantificação de incertezas através da reamostragem Bootstrap .....	107
---	-----

VI.4 IDENTIFICAÇÃO ESTRUTURAL E AJUSTE DE MODELO COM ESTIMAÇÃO DE INCERTEZAS DE UMA VIGA METÁLICA .....	111
---	-----

VI.4.1 Identificação Estrutural da Viga Metálica .....	111
--	-----

VI.4.2 Ajuste de Modelo da Viga Metálica .....	117
--	-----

VI.5 IDENTIFICAÇÃO ESTRUTURAL E AJUSTE DE MODELO COM ESTIMAÇÃO DE INCERTEZAS DE UM PÓRTICO TRIDIMENSIONAL .....	124
---	-----

VI.5.1 Identificação da Estrutura do Pórtico Instrumentado .....	127
--	-----

VI.5.2 Ajuste de Modelo em elementos finitos do Pórtico Instrumentado .....	136
---	-----

## **CAPÍTULO VII - COMENTÁRIOS FINAIS E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....147**

VII.1 INTRODUÇÃO.....	147
VII.2 COMENTÁRIOS FINAIS .....	147
VII.3 SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS.....	149
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>151</b>

# CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO

## I.1 Motivação

Durante as últimas décadas, com o avanço da tecnologia de informação e o desenvolvimento de equipamentos cada vez mais sofisticados, vários estudos estão sendo realizados com o intuito de avaliar a segurança e o desempenho de estruturas civis, mecânicas e aeronáuticas, através de simulações computacionais e de monitoração estrutural.

O uso de modelos computacionais se faz necessário, entre outros, para testar novos sistemas estruturais, estimar a confiabilidade da estrutura, otimizar o dimensionamento, bem como uma forma de realizar a monitoração de sua saúde estrutural avaliando o surgimento de possíveis danos estruturais ao longo de sua vida útil. Entretanto, devido às hipóteses simplificadoras utilizadas na modelagem em conjunto com todas as imprecisões advindas da construção das estruturas implica em um modelo numérico que, em geral, não é condizente com a estrutura real.

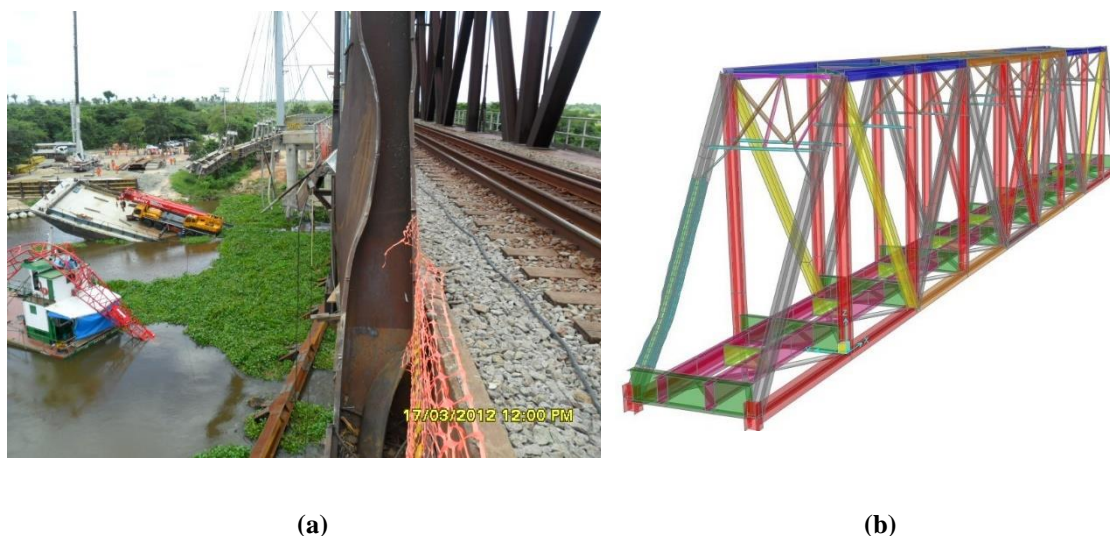
Portanto, de forma a ter algum nível de confiança e segurança nos resultados das simulações computacionais, é necessário realizar uma calibração deste modelo, fazendo com que as diferenças entre o modelo numérico e a estrutura real sejam minimizadas.

Quando se trata de métodos numéricos para a modelagem de problemas físicos, sejam eles estáticos ou dinâmicos, é notório o uso do Método dos Elementos Finitos (MEF) no âmbito das engenharias. O MEF, por ser tratar de um método sistemático e de fácil implementação, tendo por objetivo analisar o comportamento mecânico de qualquer sistema estrutural, seja para um carregamento estático ou dinâmico, o torna uma poderosa ferramenta no contexto de simulações computacionais.

É interessante citar que no cenário mundial existe uma grande preocupação com o estado de saúde de obras de artes especiais como pontes e viadutos devido as suas idades avançadas. Esta preocupação está levando ao desenvolvimento de várias técnicas que visam realizar a monitoração da saúde estrutural (SHM). Entre elas, cita-se a monitoração da saúde estrutural através do ajuste de modelos (ZONG *et al.*, 2015), (RIBEIRO *et al.*,

2012), (POLANCO *et al.*, 2016) , (ZORDAN *et al.*, 2014), (ZHAO & LANG, 2019) e (EIRAS *et al.*, 2018).

Neste contexto, cita-se o incidente ocorrido no dia 16 de março de 2012 com a Ponte sobre o Rio Mearim localizada na estrada de ferro Carajás, Maranhão-Brasil (SOUZA, 2012), apresentada na Figura I-1(a). A ponte teve sérios danos em sua superestrutura sofrendo uma deformação brusca de uma das suas diagonais principais devido ao impacto ocasionado pelo colapso de uma plataforma estaiada que servia como suporte da estrutura de substituição da referida ponte. De forma a avaliar o comportamento mecânico da estrutura após o sinistro, utilizou-se um modelo com danos da referida estrutura conforme é apresentado pela Figura I-1 (b).



**Figura I-1 - (a) Estrutura com a diagonal danificada; (b) Modelo em elementos finitos considerando o dano na estrutura (SOUZA, 2012)**

Com o objetivo de fazer uma intervenção estrutural com segurança para que a ferrovia voltasse a funcionar, foi realizada uma série de instrumentações e simulações computacionais baseadas nos métodos dos elementos finitos. Assim, foi desenvolvido um modelo computacional ajustado a partir dos resultados experimentais em conjunto com uma inspeção minuciosa e detalhada da estrutura avaliada. Por fim, com um modelo ajustado aos resultados experimentais, pôde-se estimar as reais tensões nos elementos estruturais após o incidente e assim desenvolver e validar o projeto de reforço da estrutura, conforme pode-se observar na Figura I-2. Esta figura apresenta a imagem da estrutura com reforço e a seu respectivo modelo computacional ajustado.



**Figura I-2 – (a) Estrutura com intervenção estrutural; (b) modelagem computacional da estrutura com reforço (SOUZA, 2012)**

Felizmente devido a situação emergencial houveram todas as condições e recursos possíveis para a realizar a intervenção. Essas condições, recursos e o fato de a estrutura danificada ser um sistema treliçado facilitou a realização da calibração do modelo. No entanto, essa situação, em geral, é uma exceção. Portanto, deve-se buscar desenvolver uma metodologia de ajuste de modelos que seja robusta e confiável com o menor custo possível, tornando-a assim uma das principais linhas de pesquisas no âmbito da engenharia estrutural.

## **I.2 Contribuições da Tese**

O principal objetivo desta pesquisa é o desenvolvimento de uma metodologia de ajuste de modelos levando em consideração as incertezas dos parâmetros modais obtidos na identificação estrutural a partir de testes experimentais, bem como, as incertezas/erros advindas do modelo matemático em elementos finitos. Dessa forma, as principais contribuições obtidas nessa tese, são:

- O desenvolvimento de uma técnica híbrida de identificação de estruturas utilizando o SSI (“*Stochastic subspace identification*”), RDT (“*random decrement technique*”) e a técnica de reamostragem *bootstrap* de inferência estatística. As implementações realizadas, tiveram como base o algoritmo de identificação estrutural com quantificação de incertezas desenvolvido na tese de ARAGÃO (2008).

- O ajuste de modelo em elementos finitos de forma iterativa empregando os intervalos de confiança dos parâmetros modais obtidos pela reamostragem *bootstrap* na identificação estrutural. Para alcançar uma melhor sensibilidade do comportamento modal da estrutura é utilizada no ajuste uma função objetivo baseada na energia de deformação modal em conjunto com uma técnica de otimização em algoritmos genéticos.

- O desenvolvimento de um programa para identificação estrutural, modelagem em elementos finitos e ajuste com quantificação de incertezas em uma única plataforma, no caso o MATLAB. Essa abordagem garante um melhor fluxo de informações entre as diversas etapas da otimização, uma vez que, não existe necessidade de utilizar dados externos para o processo de ajuste oriundos de outra plataforma.

### **I.3 Estado da Arte**

Modelos em elementos finitos podem possuir imprecisões por diversas razões, tais como, condições de contorno inadequadas, valores incorretos de propriedades do material e da geometria da estrutura, refinamento insuficiente da malha, além da dificuldade inerente em modelar estruturas complexas reais.

Portanto, de forma a minimizar o problema de imprecisão dos modelos numéricos desenvolveu-se então métodos de ajuste baseados nas características da estrutura real obtidas a partir de observações experimentais (MOTTERSHEAD & FRISWELL, 1993). A área que estuda os parâmetros dinâmicos de um sistema estrutural é conhecida como identificação de sistemas e é tema de longa abrangência científica.

Para o ajuste de modelos computacionais várias investigações e cálculos são requeridos a fim de prover as informações necessárias para o ajuste. Essas informações vão desde a escolha das quantidades e tipos de variáveis ajustáveis, dados de entrada e saída, escolha dos testes experimentais a serem realizados, quantidade e posicionamento de sensores, etc. (BREHM, 2011). Uma visão geral do problema de ajuste de modelos em elementos finitos bem como as diversas técnicas utilizadas e suas aplicações podem ser encontradas no trabalho de FRISWELL (1990) e no trabalho de MARWALA (2010).

A identificação estrutural é o passo inicial para o ajuste de modelos baseados em testes de vibração, uma vez que a correlação entre a estrutura real e o modelo computacional é realizada pela minimização entre as características dinâmicas da



estrutura (MOTTERSHEAD & FRISWELL, 1993). Para tanto, a identificação de sistemas não é uma tarefa fácil, principalmente quando está relacionada a testes de vibrações em estruturas reais, nas quais normalmente não temos conhecimento da excitação de entrada.

Para a obtenção dos parâmetros modais da estrutura, existem diversas técnicas de análise modal experimental, incluindo as que possuem premissas de conhecer ambos os dados, de entrada (input) e de saída (output), assim como aquelas que consideram apenas o conhecimento os dados de saída, sendo, portanto, estas últimas denominadas de técnicas “*output-only*”. As diversas técnicas de estimação de parâmetros modais (frequência, forma modal e amortecimento) podem ser encontradas com maiores detalhes nos trabalhos de ARAGÃO (2008) e REYNDERS (2012).

Os métodos de ajuste de modelos em elementos finitos são classificados em duas categorias: os métodos Diretos (não iterativos) e os métodos Iterativos ou mais comumente conhecido como métodos de sensibilidade. Os métodos iterativos podem ser abordados de duas diferentes maneiras: os que se baseiam no cálculo das matrizes de sensibilidade propriamente ditos (“*Sensitivity based methods*”) e nos baseados em algoritmos de otimização (“*Optimization-based methods*”) (BREHM, 2011).

Os métodos diretos solucionam o problema de ajuste de modelo em apenas um passo, geralmente através do ajuste direto das matrizes de rigidez e/ou massa da estrutura. Eles são muito eficientes computacionalmente (SEHGAL & KUMAR, 2015), porém, podem sofrer erros numéricos de mal condicionamento das matrizes, impossibilitando assim a calibração coerente do modelo (ZABEL & BREHM, 2009).

As técnicas iterativas solucionam o ajuste de modelo através do uso de algoritmos de otimização que minimizam uma função objetivo de maneira iterativa. Este tipo de técnica propõe uma análise de sensibilidade do problema em conjunto com um método iterativo (SEHGAL & KUMAR, 2015). Como referência dessa técnica cita-se um excelente tutorial realizado por MOTTERSHEAD *et al.* (2011) que apresenta uma breve revisão sobre o método de ajuste de modelos baseados na sensibilidade mostrando os processos de regularização e parametrização para a sua realização.

Se a análise de sensibilidade requer o cálculo da matriz de sensibilidade para cada iteração fazendo uso de algoritmos baseados em gradientes ela pertence à classe

“*Sensitivity based methods*”. Por outro lado, se a análise de sensibilidade serve para avaliar os parâmetros mais suscetíveis ao ajuste, utilizando principalmente algoritmos heurísticos de otimização como os genéticos, redes neurais, redes Bayesianas, etc..., acabam por pertencer a classe de “*Optimization-based methods*” (RIBEIRO, 2012).

De maneira geral, os métodos iterativos podem encontrar problemas de convergência para encontrar os mínimos globais, dificultando assim a solução do problema de otimização. Portanto, nessas técnicas a escolha da função objetivo a ser minimizada é um passo primordial para o sucesso do ajuste (ZABEL & BREHM, 2009).

A escolha da função objetivo é um processo delicado, uma vez que geralmente o sucesso no ajuste de um determinado tipo de sistema estrutural depende da escolha dessa função. Estas funções podem ser definidas a partir das características dinâmicas da estrutura, como: frequências naturais, formas modais, funções de resposta em frequência (FRF), energia de deformação modal ou até mesmo da curvatura modal. Quando se utilizam duas ou mais características da estrutura a serem minimizadas no processo de otimização dá-se o nome de funções multiobjetivos. Exemplos desse tipo de abordagem podem ser encontrados nos trabalhos de KIM & PARK (2014) e JAISHI & REN (2007).

Diversas pesquisas como as de CORNWELL *et al.* (1999), FAN & QIAO (2012), FANG & PERERA (2011), HU *et al.* (2006), MERUANE & HEYLEN (2011), QIAO *et al.* (2007), CARRILLO & LAIER (2008), TEUGHELIS *et al.* (2003), SEON PARK *et al.* (2019) e HE *et al.* (2019) que utilizam o ajuste de modelo como um passo precedente a avaliação de danos, testam as funções objetivo ou multiobjetivos com o intuito de melhorar a eficiência do ajuste e em seguida realizar a identificação de danos. Uma revisão dos métodos utilizados para a avaliação de danos, considerando o uso de diferentes funções objetivos pode ser encontrada por uma pesquisa recente realizada por FAN & QIAO (2011). O referido trabalho chama a atenção da eficácia de funções objetivos baseadas na energia de deformação modal para a identificação de danos a partir de um modelo computacional calibrado.

Ajuste de modelos em elementos finitos fazem parte das classes de problemas inversos da mecânica clássica (BAKIR *et al.*, 2008). Nesses tipos de problemas, toma-se como premissa conhecer as variáveis de saída realizando um processo inverso de forma a identificar as variáveis de entradas do modelo a ser calibrado. O processo de ajuste onde

se considera que os resultados de testes de vibração representam a realidade fidedignamente, sem levar em consideração a variabilidade das medições, denomina-se de um processo de ajuste de modelos de forma determinística.

Por outro lado, a identificação de sistemas a partir de experimentos de vibração dinâmica está sujeita a presença de várias incertezas, entre as quais, ruídos de medição, erros na disposição e quantidade de sensores, erros na aquisição do sinal, erros devido a presença de dispositivos de excitações externas e erros no processamento do sinal (BREHM, 2011).

A identificação de estruturas pode ser entendida como um processo numérico / experimental que envolve a monitoração da estrutura na busca de informações dinâmicas, em geral invariantes das estruturas, denominadas de parâmetros modais, por caracterizarem globalmente o comportamento dos sistemas estruturais elásticos (SILVA *et al.*, 2014).

Na literatura existem diversas técnicas de estimação de parâmetros modais, entre as quais citam-se as que se baseiam no domínio do tempo, domínio da frequência e no domínio tempo-frequência. Dentro dos conceitos preliminares da análise modal pode-se dizer que ela é dita direta quando são utilizadas técnicas que fazem uso dos dados tanto de entrada como de saída para a estimação dos parâmetros modais. No entanto, conhecer a excitação das estruturas durante a operação usual do dia a dia é praticamente impossível. Deste modo, ao longo dos anos são realizados estudos que visam tratar o sinal de entrada como um processo estocástico, ou mais simplificadaamente como um sinal do tipo ruído branco. Diversas técnicas baseadas neste processo vêm sendo abordadas nos últimos anos e podem ser encontradas em uma vasta gama de trabalhos, entre os quais, BERTHOLD *et al.* (2018), LI *et al.* (2019) e GUAN *et al.* (2019). Para exemplificar, apresenta-se na Tabela I-1 as principais técnicas de identificação de sistemas baseadas em um processo estocástico (*output-only*) na estimação dos parâmetros modais da estrutura. As técnicas apresentadas podem ser encontradas com maior riqueza de detalhes nos trabalhos de ARAGÃO (2008) e MAGALHÃES (2012).

**Tabela I-1 - Técnicas de identificação estrutural utilizando o processo estocástico**

<b>Identificação Estrutural</b>	<b>Domínio</b>	<b>Tipos de Técnicas</b>
Estocástica “Output-Only Modal Analysis”	Frequência	Método da seleção de Picos (PP – “Peak-Picking”) Método da decomposição no domínio da frequência (FDD – “Frequency Domain Decomposition”)
	Tempo	Método de Identificação estocástica a partir das correlações (SSI-COV – “Covariance-Driven Stochastic Subspace Identification”) Método de Identificação estocástica a partir das séries temporais (SSI-DATA – “Data-Driven Stochastic Subspace Identification”)
	Tempo-Frequência	Transformada de Wavelet contínua (CWT) (KIJEWSKI & KAREEM, 2003)

A partir da visualização da Tabela I-1 vale ressaltar a notoriedade dentro da literatura do uso de métodos baseados nos modelos de espaço de estados como o SSI-COV e SSI-DATA uma vez que estes tem demonstrado melhores resultados nas aplicações de engenharia segundo os trabalhos de PEETERS & DE ROECK (2001), MAGALHÃES (2012) e PRIORI *et al.* (2018). Um outro ponto importante é a automatização dos diagramas de estabilização proposto por DE ALMEIDA CARDOSO *et al.* (2018), e que segundo os autores garante eficiência na identificação dos modos através das técnicas estocásticas de espaço de estados (SSI).

Um outro aspecto relevante no campo de identificação estrutural diz respeito à estimação de incertezas dos parâmetros modais obtidos. Diversos trabalhos como os de DÖHLER *et al.* (2013), TONDREAU & DERAEMAERKER (2014) e REYNDERS *et al.* (2016) apresentam o estudo das incertezas utilizando técnicas de identificação dos subespaços estocásticos. Nesses trabalhos, a estimação das incertezas é realizada através de medidas estatísticas como covariância, variância, média e desvio-padrão. Estas medidas são aplicadas em um espaço amostral a partir da realização de várias análises modais de “n” ensaios experimentais ou simulações, mantendo-se sempre um grupo de sensores de referência.

Além disso, outras pesquisas têm como objetivo minimizar a incerteza em uma identificação estrutural através da melhoria do diagrama de estabilização como os trabalhos de ZHANG *et al.* (2012) e QIN *et al.* (2016). Essa ação pode ser realizada através da norma de transferência modal (REYNDERS & ROECK, 2008). Essa melhoria tem como objetivo obter dados mais precisos, e não quantificar as incertezas da estimação dos parâmetros dinâmicos da estrutura (REYNDERS *et al.*, 2008; DÖHLER & MEVEL, 2013).

A fim de melhorar a estimativa de parâmetros da estrutura, alguns trabalhos visam quantificar as incertezas da estimativa modal combinando métodos como o uso das vantagens de técnicas de domínio de frequência em conjunto com técnicas de domínio do tempo (REYNDERS & MAES, 2017). Neste contexto, é possível citar a junção de técnicas determinísticas e estocásticas para melhorar a estimativa modal (MELLINGER *et al.*, 2013)

Com menos ocorrências, outros trabalhos como o de CHIA-MING & CHIN-HSIUNG (2015) apresentam uma modificação no diagrama de estabilização em conjunto com uma modificação da projeção da matriz futura sobre a matriz passada para melhorar a estimativa modal do método SSI-DATA e conseqüentemente diminuindo as incertezas.

Por outro lado, trabalhos como os de BITTANTI & LOVERA (2000), BERGAMASCO *et al.* (2013) apresentam dentro do contexto de identificação dos subespaços estocásticos técnicas de reamostragem para obter o campo de amostras necessário para o uso das ferramentas estatísticas e de estimação de incertezas. Esta aplicação é interessante, pois, nem sempre se dispõem de grandes recursos para realizar uma série de ensaios que permita quantificar e estimar diversas incertezas presentes no processo de identificação estrutural. Logo, esta abordagem torna-se uma poderosa ferramenta para medir a confiabilidade dos resultados alcançados mesmo na presença de um espaço amostral relativamente pequeno. Neste âmbito referencia-se também o trabalho de ARAGÃO (2008) que considera o método de reamostragem *bootstrap* para a quantificação das incertezas na obtenção dos parâmetros modais a partir de testes de vibração.

O modelo inicial em elementos finitos a ser ajustado possui incertezas inerentes ao seu processo de construção, citando-se como exemplo, as incertezas advindas dos

parâmetros de entrada, bem como as incertezas devido as hipóteses e simplificações realizadas na modelagem (SIMOEN *et al.*, 2015). Logo, as variabilidades presentes no modelo computacional devem ser quantificadas e reduzidas em prol do sucesso do problema inverso de ajuste de modelos. A calibração de modelos que considera as incertezas inerentes em seu processo dá-se o nome de ajuste com quantificação de incertezas.

Portanto, o ajuste com estimação de incertezas de modelos em elementos finitos tem como objetivo realizar o ajuste quantificando e reduzindo as incertezas presentes, de forma a obter a calibração de um modelo numérico com medidas estatísticas, apresentando desta maneira um intervalo de confiança dos resultados alcançados. Atualmente diversos trabalhos vêm sendo realizados abordando a estimação de incertezas no processo de calibração de modelos computacionais. Neste âmbito referenciam-se os trabalhos de BREHM (2011), RIBEIRO (2012), BOULKAIBET *et al.* (2015), VAKILZADEH *et al.* (2016), ZONG *et al.* (2015), KHODAPARAST & MOTTERSHEAD (2008), BI *et al.* (2019) e XIN *et al.* (2019)

Conforme pode-se perceber ainda não existe uma metodologia definitiva para o ajuste de modelos em elementos finitos. Assim, ao longo das últimas décadas diversos trabalhos vêm sendo realizados neste campo. Portanto, de forma a apresentar o cenário das principais pesquisas realizadas neste âmbito, realiza-se a seguir uma revisão bibliográfica com os trabalhos mais impactantes e recentes sobre calibração de modelos computacionais, tendo principalmente como foco os estudos que fazem a consideração das incertezas presentes no processo de ajuste.

TEUGHELIS & DE ROECK (2004) descrevem um método de ajuste de modelo de elementos finitos baseado na sensibilidade modal em que as discrepâncias dos dados obtidos em meio a vibração ambiente sejam minimizadas. Este trabalho, propõe o uso de funções de dano que sejam próximas a distribuição de rigidez na estrutura, apresentando um método eficiente com redução do número de incertezas. Além disso, o método de otimização para ajuste de modelo e identificação de danos utiliza a técnica de Gauss-Newton com a proposta do uso da região estratégica de confiança que é a principal contribuição deste trabalho. Os danos são detectados a partir da redução de rigidez a flexão e a torção das vigas longarinas. Para a validação da técnica são apresentadas aplicações reais em uma ponte de concreto armado, obtendo-se bons resultados.

MARES *et al.* (2006) propõem um ajuste estocástico de modelos em elementos finitos utilizando um modelo de incertezas baseado na propagação inversa de erros através da técnica de Monte-Carlo. A estimação das incertezas dos testes experimentais é realizada a partir de múltiplas montagens de testes experimentais. O processo de otimização é então solucionado por um método baseado em gradientes, o que é apresentado em detalhes no artigo. Para testar a metodologia, os autores realizaram exemplos simulados e uma aplicação real, concluindo que é importante uma boa parametrização da matriz de sensibilidade para alcançar bons resultados.

Dentro do contexto do uso de algoritmos heurísticos de otimização utilizados no processo de validação de modelos computacionais baseados em elementos finitos, relata-se inicialmente o trabalho de LEVIN & LIEVEN (1998) que utilizam técnicas de otimização através dos Algoritmos Genéticos (AG) e *Simulated Annealing* (SA), o trabalho de MTHEMBU *et al.* (2011a) que faz uso da “*Particle Swarm Optimization* (PSO)” no processo de ajuste e mais recentemente no artigo de ALKAYEM *et al.* (2018), apresenta uma revisão do uso de algoritmos evolucionários para o ajuste de modelo visando a detecção de danos.

PERERA *et al.* (2009) descrevem a identificação de danos utilizando o algoritmo de otimização PSO e Algoritmos genéticos baseado no procedimento de ajuste de modelos com funções multiobjetivos levando em conta a estimação de incertezas. Neste trabalho, os autores propõem também estratégias para melhorar a eficiência dos algoritmos de otimização PSO e AG conseguindo bons resultados no ajuste de modelos e conseqüentemente na identificação de danos.

HEMEZ & DOEBLING (2001) apresentam uma revisão das técnicas de ajuste de modelo com foco em validação de modelos em elementos finitos baseados em análise de vibrações lineares, não lineares e transientes. Dentro desse contexto, os autores apresentam as limitações das técnicas e métodos para controlar erros e estimar incertezas. No trabalho uma verificação dos custos computacionais para determinadas técnicas de ajuste também é avaliada.

MODAK *et al.* (2002) descrevem uma comparação detalhada de duas metodologias de calibração de modelos. O “*Inverse eigensensitivity method (IESM)*”, ou simplesmente método de sensibilidade, o qual utiliza os parâmetros modais como

frequência, formas modais e amortecimentos para a realização dos ajustes e o “*Response function method*” (RFM), que utiliza a função de resposta em frequência (FRF) para realizar o ajuste sem a necessidade da extração dos parâmetros modais da estrutura. Os autores relatam que em geral as duas metodologias apresentam boa precisão, entretanto para dados experimentais incompletos, o RFM apresenta resultados melhores que o IESM. Porém, na presença de ruídos durante os testes experimentais e principalmente quando se avaliam muitos modos o IESM é superior apresentando resultados mais precisos do que o RFM.

ZONG *et al.* (2015) utilizam o “*Response surface method (RSM)*” para a validação de modelos em elemento finitos de estruturas de pontes. No referido trabalho os autores realizam a calibração do modelo numérico de uma ponte em concreto protendido baseado na monitoração on-line da saúde do sistema estrutural (SHM). A modelagem é realizada no software Ansys com o uso de diversos elementos finitos. Os autores também constroem um polinômio de terceira ordem para o RSM com o intuito de melhorar a eficiência computacional do ajuste. Por fim, como conclusão cita-se o sucesso do ajuste bem como a rápida convergência e eficiência quando comparada aos tradicionais métodos de ajuste baseadas em modelos de sensibilidade. Nos trabalhos de REN & CHEN (2010) e principalmente no capítulo 6 do livro de MARWALA (2010) é apresentado com riqueza de detalhes o método RSM.

No trabalho de GOU *et al.* (2016) é proposto um método da seleção sucessiva (SSM) para ajuste de modelo em elementos finitos. Este método utiliza polinômios lineares para o RSM. Como conclusão é relatado que o ajuste com o SSM ganha uma significativa precisão e velocidade computacional quando comparado com o tradicional RSM.

STEENACKERS & GUILLAUME (2006) apresentam um procedimento de ajuste de modelos com quantificação de incertezas usando medidas de FRF's. É realizada a calibração de um modelo computacional de uma placa de alumínio estudando a influência do refinamento de malha no momento do ajuste.

Como se sabe, um dos problemas relacionados ao ajuste de modelos é o custo computacional para a sua realização. Portanto, diversas técnicas podem ser implementadas de forma a diminuir esse custo. Uma delas é a subdivisão do modelo de



elementos finitos em várias subestruturas com o objetivo de melhorar a eficiência computacional do ajuste. Dentro desse contexto, cita-se o trabalho LI *et al.* (2012) que utiliza as subestruturas para identificação de danos e o trabalho de SHAN *et al.* (2015) que realiza uma combinação entre subestruturas de FEM e o método RSM para efetuar a calibração de um modelo. Essa metodologia é utilizada na validação do modelo computacional de uma ponte estaiada. É interessante citar, a vantagem deste método para realizar a calibração de modelos computacionais pesados e de estruturas complexas de pontes.

Um outro aspecto interessante para reduzir o custo computacional do ajuste é a utilização de modelos substitutos e simplificados ao tradicional FEM, como por exemplo o modelo “*Kriging*” (ZHANG & AU, 2014). Em essência esse modelo é construído a partir da melhor relação dos parâmetros ajustáveis com a resposta dinâmica da estrutura, reduzindo dessa forma o tamanho do modelo e conseqüentemente o custo computacional. Um exemplo dessa abordagem, pode ser encontrado no trabalho de QIN *et al.* (2017), que ajusta com sucesso uma ponte de 80,00 metros de vão, através do modelo “*Kriging*” e algoritmos genéticos.

Dentro do contexto de grandes estruturas cita-se o trabalho de ZHAN *et al.* (2011), o qual apresenta uma abordagem para ajuste de modelos e identificação de danos e propõem uma análise de sensibilidade para a avaliação não destrutiva de pontes ferroviárias. Os autores chamam a atenção para o cálculo da resposta dinâmica da estrutura que deve levar em consideração a interação trem-ponte. Os autores utilizam a variação de rigidez do elemento de ponte e um índice para a identificação do dano. A resposta da estrutura devido a interação trem-ponte é analisada e a matriz de sensibilidade então é obtida. Os autores relatam que, a partir do estudo numérico de uma ponte contínua de três vãos, o método de identificação de danos proposto baseada na resposta dinâmica e ajuste de modelo de elementos finitos por análise de sensibilidade não é só eficaz na identificação de danos locais como é insensível a defeitos da via e a medição de ruídos. Entretanto, os autores realizam apenas estudos numéricos, mas citam a necessidade de uma análise experimental para mostrarem a real eficiência do método proposto.

MOAVENI *et al.* (2009) propõem a quantificação de incertezas e uma análise de sensibilidade para identificação de danos a partir de ajuste de modelos de elementos finitos. São realizadas várias investigações em um prédio tipo “shear building” possuindo

sete andares em concreto armado. Realiza-se, então, o estudo do posicionamento dos sensores, estima-se as incertezas inerentes no processo de identificação dos parâmetros modais, faz-se um estudo da influência da malha de elementos finitos para realizar a calibração e posterior avaliação de dano. Por fim, os autores concluem que estimar fatores de dano em conjunto com estudos das diversas incertezas inerentes ao ajuste e detecção de danos com ajuda de técnicas probabilísticas gera bons resultados.

As técnicas de ajuste de modelos que fazem uso de métodos iterativos ou de otimização necessitam realizar um pareamento prévio das formas modais de forma a identificar se existe correlação entre elas para que seja possível a realização da calibração. Porém, correlacionar os modos de forma satisfatória nem sempre é possível, uma vez que, este processo é totalmente dependente do rigor e da precisão da identificação da forma modal que é atrelado a quantidade de sensores e as expansões ou reduções modais. Entretanto, MODAK (2014) apresenta uma metodologia iterativa que faz uso tanto de modos correlacionados como de modos não correlacionados para realizar o ajuste. Este fato, possibilita eliminar as dificuldades de correlação de modos utilizadas por métodos tradicionais de ajuste. A metodologia é validada através de exemplos numéricos e estudos experimentais. Por fim, o autor ressalta que este método poderia ser utilizado em várias situações em que os métodos tradicionais tenham dificuldades e/ou não sejam eficazes. Um outro trabalho em que utiliza a técnica de ajuste com modos não correlacionados pode ser encontrado em MODAK (2015).

Em contrapartida e de forma a melhorar o pareamento dos modos e reduzir as incertezas desse processo BREHM *et al.* (2010) propõem uma estratégia de pareamento usando o *Modal Assurance Criterion* (MAC) baseado na energia de deformação modal em conjunto com algoritmos genéticos para realizar a otimização.

No campo de ajuste de modelos em elementos finitos alguns autores defendem o uso de técnicas probabilísticas como a análise Bayesiana para a avaliação de incertezas associados a esses modelos. O trabalho de BOULKAIBET *et al.* (2015) aborda a inferência estatística com bases Bayesianas no processo de ajuste, utilizando o método híbrido de Monte Carlo. Utilizando esse tipo de inferência estatística citam-se ainda os trabalhos de MTHEMBU *et al.* (2011b), MARWALA & SIBISI (2005), YAN & KATAFYGIOTIS (2015), WAN & REN (2016) e BEHMANESH *et al.* (2018). Uma excelente revisão dos métodos probabilísticos existentes utilizados na calibração de

modelos numéricos pode ser encontrada no trabalho de SIMOEN *et al.* (2015), uma outra revisão interessante que engloba também abordagens não probabilísticas de ajuste modelo podem ser encontradas na tese de (KHODAPARAST & LIVERPOOL, 2010)

Outra abordagem de inferência estatística são os trabalhos em que a quantificação das incertezas em ajuste de modelos é realizada utilizando a lógica Fuzzy. Neste contexto, alguns autores citam a eficácia dessa abordagem, como pode se ver nos trabalhos de MOJTAHEDI *et al.* (2011), SERHAT ERDOGAN & GUNDES BAKIR (2013), CHANDRASHEKHAR & GANGULI (2009) e KHODAPARAST *et al.* (2017).

ZAPICO-VALLE *et al.* (2010) apresentam uma metodologia probabilística de ajuste estocástico de modelos a partir da minimização da função erro ou objetivo baseada no domínio do tempo utilizando duas abordagens de distribuição de amostras, sendo uma denominada de isotrópica e outra de anisotrópica. Como conclusão do estudo, citam que a abordagem anisotrópica obteve bons resultados inclusive superando métodos como o de algoritmos genéticos para minimização da função objetivo. Porém, deixam claro que ainda existe a necessidade de mais testes e que a abordagem proposta é bastante promissora.

A maioria das técnicas de ajuste de modelos que utiliza FEM não é empregada na validação parâmetros baseados no amortecimento da estrutura. Entretanto, estudos recentes utilizam uma combinação do método RFM com a identificação do amortecimento, conforme pode ser visto no trabalho ARORA *et al.* (2009d). Neste âmbito pode-se citar os trabalhos ARORA *et al.* (2009c), ARORA *et al.* (2009b) e o estudo de ARORA *et al.* (2009a) que compara as técnicas de ajuste que utilizam o parâmetro modal de amortecimento. Entretanto, sabe-se que entre os parâmetros modais a serem identificados o amortecimento é o que possui maior variabilidade levando dificuldade ao processo de calibração de modelos numéricos.

No trabalho de BREHM *et al.* (2013) apresenta-se um estudo do posicionamento ótimo dos sensores de referência a partir de testes de vibração. O objetivo do estudo é ganhar confiabilidade e reduzir incertezas das diversas montagens de ensaios experimentais utilizados no processo de ajuste estocástico do modelo em elementos finitos a partir do posicionamento ótimo dos sensores de referência.

RIBEIRO *et al.* (2012) descrevem a calibração de um modelo numérico a partir de dados experimentais de uma ponte ferroviária, baseado nos parâmetros dinâmicos da estrutura. Para a identificação dos parâmetros modais experimentais utiliza-se a técnica no domínio da frequência EFDD (*Frequency domain decomposition*). Para a calibração do modelo numérico o problema de otimização foi solucionado pelo método de programação matemática através de algoritmos genéticos em conjunto com pareamento de modos baseado na energia de deformação modal. Segundo os autores, são obtidos excelentes resultados entre as respostas experimentais e o modelo numérico ajustado.

A tese de doutorado de RIBEIRO (2012) apresenta a modelagem numérica de uma ponte ferroviária realizando sua validação a partir de testes experimentais. O autor descreve detalhadamente as metodologias iterativas de ajuste de modelo baseadas em parâmetros modais e assentes em algoritmos de otimização, considerando a estimação de incertezas. Para estas metodologias são abordados os principais aspectos da sua implementação, que geralmente envolvem a análise de sensibilidade, a análise modal, a aplicação de uma técnica de emparelhamento de modos e a otimização. No que refere à técnica de otimização é dada particular atenção aos algoritmos genéticos, utilizados nas aplicações práticas da tese, sendo detalhados os principais operadores genéticos e algumas estratégias para a sua aplicação. É ainda implementada computacionalmente uma metodologia do tipo iterativo que envolve a articulação dos programas comerciais ANSYS e OptiSLang com a plataforma MATLAB.

BREHM (2011) em sua tese de doutorado utiliza a metodologia de ajuste de modelos realizando um estudo da quantificação e redução de incertezas, propondo o pareamento dos modos baseados na energia de deformação modal e o posicionamento ótimo dos sensores de referência. Em seu trabalho BREHM (2011) realiza uma análise de sensibilidade para obter os parâmetros do modelo mais suscetíveis ao ajuste utilizando algoritmos genéticos para solucionar o problema de minimização das funções objetivos.

O ajuste estocástico de modelos de elementos finitos que utilizam a quantificação de incertezas com base na variabilidade dos parâmetros modais obtidos na identificação estrutural a partir de técnicas de reamostragem é relativamente novo na literatura. E dentre os poucos trabalhos que utilizam essas técnicas, cita-se um recente trabalho de VAKILZADEH *et al.* (2016) que realiza um ajuste estocástico através dos princípios de reamostragem “Bootstrapping” em conjunto com a equalização do

amortecimento. No entanto, a validação da metodologia é realizada apenas para dados simulados de um modelo massa-mola de seis graus de liberdade

De forma a ter uma melhor percepção das metodologias disponíveis para o ajuste de modelos bem como de suas limitações relatam-se na literatura vários trabalhos que buscam fazer uma revisão das várias técnicas disponíveis, entre esses recomendam-se os celebres trabalhos de MOTTERSHEAD & FRISWELL (1993), TEUGHELS & DE ROECK (2005). Em um contexto mais recente das pesquisas que vem sendo realizadas recomendam-se as revisões e estudos comparativos realizados por ABDULLAH *et al.* (2015), ZABEL & BREHM (2009), e SEHGAL & KUMAR (2015), este último realizando uma revisão bastante abrangente relatando as maiores contribuições relacionadas as técnicas diretas e iterativas de ajuste de modelos.

#### **I.4 Estrutura do Trabalho**

A pesquisa desenvolvida nessa tese, tem por finalidade propor uma metodologia que quantifique as incertezas no ajuste de modelos em elementos finitos baseados em uma função objetivo que utiliza a energia de deformação modal, para tanto, são apresentados sete capítulos descritos a seguir:

O Capítulo I apresenta as motivações para a pesquisa e revisão bibliográfica apresentando o atual estado de arte do campo pesquisas referentes ao ajuste de modelos matemáticos a partir de testes experimentais.

O Capítulo II apresenta a técnica de identificação de sistemas SSI-DATA descrevendo a metodologia para sua implementação.

O Capítulo III apresenta o funcionamento e a formulação matemática da técnica Bootstrap de inferência estatística para quantificar as incertezas da identificação estrutural a partir da técnica SSI-DATA. Neste capítulo também são apresentados os esquemas de amostragem para a estimação de incertezas.

O Capítulo IV apresenta a metodologia de ajuste de modelos, desenvolvendo a formulação matemática para a energia deformação modal e conseqüentemente da determinação da função objetivo. É apresentando o funcionamento dos algoritmos genéticos como estrutura de otimização.

O Capítulo V visa apresentar a implementação da metodologia proposta, inicialmente descrevendo o algoritmo de para modelagem em elementos finitos e após detalhando os materiais e métodos utilizados para aplicação da técnica de identificação de sistemas em conjunto com a inferência estatística via bootstrap e a consolidação no sistema de ajuste de modelos com quantificação de incertezas de forma iterativa e não probabilística baseado em algoritmos genéticos.

O Capítulo VI tem o objetivo validar as diversas etapas do programa implementado e por fim testar a metodologia desenvolvida aplicações reais, como uma viga e um pórtico espacial testados em laboratório.

O Capítulo VII é o último e apresenta os comentários finais acerca dos resultados da pesquisa, bem como informa possíveis sugestões de trabalhos futuros.

# **CAPÍTULO II - CONCEITOS BÁSICOS DE IDENTIFICAÇÃO ESTRUTURAL**

## **II.1 Introdução**

Neste capítulo são apresentados os fundamentos teóricos para a implementação da técnica de estimação modal SSI-DATA em conjunto com a técnica BOOTSTRAP que será abordada com maiores detalhes no próximo capítulo. Apresentam-se também os conceitos da função de resposta ao impulso (IRF) e a técnica de decremento aleatório (RDT) que servirão como base de uma das implementações de quantificação de incertezas em análise modal operacional propostas neste trabalho. As fundamentações necessárias apresentadas nesse capítulo visam reunir as informações e ferramentas necessárias para realizar a identificação de sistemas no contexto de estimação de incertezas, sendo este um passo inicial e primordial para o ajuste de modelos numéricos e para a quantificação de incertezas do processo.

## **II.2 Representação de Sistemas Dinâmicos**

Para realizar a identificação de sistemas deve-se, inicialmente, propor um modelo que represente o comportamento dinâmico da estrutura e que seja próximo a realidade. Assim, uma escolha óbvia é utilizar a formulação associada ao método dos elementos finitos para representar a vibração da estrutura, uma vez que é notória a capacidade do método em representar com certa fidelidade os parâmetros físicos das estruturas, sejam essas complexas ou não. Entretanto, de forma a facilitar e melhorar a eficiência da estimação dos parâmetros modais a partir de dados experimentais é interessante transformar as equações diferenciais de segunda ordem em um modelo de espaço de estados possibilitando assim um uso mais eficiente das equações da dinâmica dentro do contexto de identificação estrutural (PEETERS, 2000).

### II.3 Modelo de Elementos Finitos

O comportamento dinâmico de um sistema mecânico é regido por equações diferenciais desenvolvidas considerando o meio contínuo. Entretanto, essas equações podem ser reescritas de forma discretizada através do Método dos Elementos Finitos. De forma a apresentar um modelo discreto de vários graus de liberdade, ilustra-se na Figura II-1 um sistema massa-mola-amortecedor meramente ilustrativo.

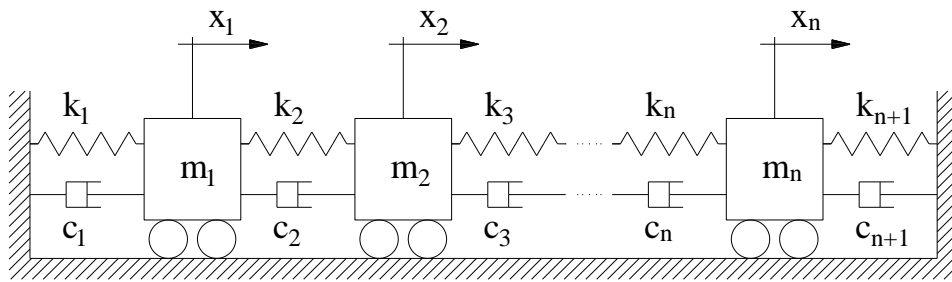


Figura II-1– Sistema discreto com vários graus de liberdade

Portanto, realizando o equilíbrio dinâmico de um sistema estrutural a partir da segunda lei de Newton pode-se descrever as equações do movimento para um sistema de vários graus de liberdade;

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C_2]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{F(t)\} \quad (\text{II.1})$$

em que  $[M]$ ,  $[C_2]$  e  $[K]$  são, respectivamente, as matrizes de massa, amortecimento e rigidez da estrutura discretizada por elementos finitos.  $\{x(t)\}$ ,  $\{\dot{x}(t)\}$  e  $\{\ddot{x}(t)\}$  são, respectivamente, os vetores de deslocamento, velocidade e aceleração resultantes de uma função  $F(t)$  que é uma excitação ao longo do tempo aplicada ao sistema mecânico. Vale ressaltar que a Equação (II.1) é contínua no tempo com o espaço discretizado.

### II.4 Modelo de Espaço de Estados

Na representação em modelo de espaço de estados o sistema de equações diferenciais de equilíbrio dinâmico de segunda ordem é substituído por um sistema de equações diferenciais de primeira ordem. Portanto, se o modelo matemático tiver “ $m$ ”



graus de liberdade este será representado por “ $m$ ” equações diferenciais de segunda ordem e será substituído por “ $2 m$ ” equações diferenciais de primeira ordem.

O desenvolvimento matemático para realizar esta transformação será feito considerando um sistema linear, invariante e contínuo no tempo de apenas um grau de liberdade. Para tanto, o sistema de equações diferenciais de segunda ordem para 1GDL é substituído por novas equações diferenciais de primeira ordem a partir do estabelecimento de duas variáveis de estado  $s_1$  e  $s_2$ :

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t) \quad (\text{II.2})$$

$$s_1 = x(t) \quad (\text{II.3})$$

$$s_2 = \dot{x}(t) \quad (\text{II.4})$$

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 &= \dot{x}(t) \\ m\dot{s}_2 + c\dot{s}_1 + ks_1 &= F(t) \end{aligned} \quad (\text{II.5})$$

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 &= s_2 \\ \dot{s}_2 &= -\frac{c}{m}s_2 - \frac{k}{m}s_1 + \frac{1}{m}F(t) \end{aligned} \quad (\text{II.6})$$

rearranjando a Equação (II.6) em função das variáveis de estado determina-se a seguinte relação:

$$\begin{Bmatrix} \dot{s}_1 \\ \dot{s}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k/m & -c/m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 1/m \end{Bmatrix} F(t) \quad (\text{II.7})$$

$$\{x(t)\} = [1 \quad 0] \begin{Bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{Bmatrix} \quad (\text{II.8})$$

onde o conjunto de variáveis  $\begin{Bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{Bmatrix}$  é denominado de *vetor de estado* e a resposta do sistema é dada pela relação (II.8) também conhecida por *Equação de saída*. Por fim, generalizando as equações de variáveis de estado para que possam ser aplicadas em sistemas com múltiplos graus de liberdade, têm-se:

$$\{\dot{s}\} = [A_c]\{s\} + [B_c]\{y(t)\} \quad (\text{II.9})$$

$$\{x(t)\} = [C]\{s\} + [D]\{y(t)\} \quad (\text{II.10})$$

em que;

$\{y(t)\} \equiv$  vetor de entrada;

$\{s\} \equiv$  vetor de estados;

$[A_c] \equiv$  matriz de estado do sistema contínuo;

$[B_c] \equiv$  matriz de entrada do sistema contínuo;

$[C] \equiv$  matriz de observação ou saída;

$[D] \equiv$  matriz de transmissão direta.

A Equação (II.9) é denominada como *Equação de estado*, sendo possível retirar da matriz de estado  $[A_c]$  toda a informação modal do sistema dinâmico. Por outro lado, a equação de observação dada pela Equação (II.10) permite que o vetor de respostas  $\{x(t)\}$  possa ter a contribuição de diferentes tipos de sensores instalados na estrutura.

## II.5 Modelo de Espaço de Estados Discreto

As respostas medidas experimentalmente de sistemas mecânicos submetidos a vibrações são discretas em relação ao tempo possuindo um intervalo,  $\Delta t$ , entre dois

pontos consecutivos. Portanto, de forma a realizar a identificação estrutural as equações de estado devem ser reescritas em sua forma discretizada. Segundo JUANG (1994) é demonstrado que o modelo de estado discreto pode ser definido pelas seguintes equações:

$$\begin{aligned} \{x_{k+1}\} &= [A]\{s_k\} + [B]\{u_k\} \\ \{y_k\} &= [C]\{s_k\} + [D]\{u_k\} \end{aligned} \quad (\text{II.11})$$

onde, a matriz de estado  $[A]$  pode ser calculada em sua forma discreta a partir da expansão da função exponencial:

$$[A] = e^{A_c \Delta t} = I + A_c \Delta t + \frac{1}{2!} (A_c \Delta t)^2 + \frac{1}{3!} (A_c \Delta t)^3 + \dots \quad (\text{II.12})$$

De forma análoga a matriz de entrada discreta  $B$  pode ser obtida pela seguinte relação:

$$[B] = \int_0^{\Delta t} e^{A_c \Delta t} \delta \tau B_c = (A - I) A_c^{-1} B_c \quad (\text{II.13})$$

É interessante notar que as matrizes de saída e transmissão direta são as mesmas tanto no tempo contínuo quanto no tempo discreto.

### II.5.1 Modelo de espaço de estados estocástico

Nesta seção será apresentado o modelo de espaço de estados em um contexto estocástico, ou seja, a excitação da estrutura é desconhecida e será tratada como um sinal do tipo ruído branco. Entretanto, tem-se incertezas não apenas na entrada, mas também nos próprios dados de saída, uma vez que no âmbito de instrumentação em estruturas reais todos os dados estão sujeitos a uma série de ruídos. Portanto, deverá ser imposto ao modelo de espaço de estados componentes estocásticas que representem o ruído do processo e o ruído das medições realizadas, assim as equações de estado dadas em (II.11) podem ser reescritas da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\{x_{k+1}\} &= [A]\{s_k\} + [B]\{u_k\} + \{w(k)\} \\ \{y_k\} &= [C]\{s_k\} + [D]\{u_k\} + \{v(k)\}\end{aligned}\tag{II.14}$$

onde  $w(k)$  é o ruído inerente ao processo e  $v(k)$  é o ruído da medição. Assume-se que ambas variáveis sejam desconhecidas e representadas por ruído branco gaussiano de média nula.

Como já mencionado anteriormente, na realização de testes de vibração em sistemas de estruturas em operação é usual conhecer apenas os dados de saída, uma vez que medir a excitação de entrada é praticamente impossível quando existem várias fontes de excitações ambientes e ruídos diversos. Portanto, a falta de informação da excitação de entrada ocasiona a impossibilidade de distinção entre o sinal de entrada e as componentes de ruído,  $w(k)$  e  $v(k)$ . Logo, as equações dadas em (II.14) podem ser reescritas de forma a representar um modelo puramente estocástico baseado apenas nas respostas da estrutura (*output-only*):

$$\begin{aligned}\{s_{k+1}\} &= [A]\{s_k\} + \{w(k)\} \\ \{y_k\} &= [C]\{s_k\} + \{v(k)\}\end{aligned}\tag{II.15}$$

onde  $\{y_k\}$  é o vetor de saída;  $\{s_k\}$  é o vetor de estado (estocástico);  $k$  é o instante no tempo;  $[A]$  é a matriz de estado do sistema e  $[C]$  é a matriz de observabilidade.

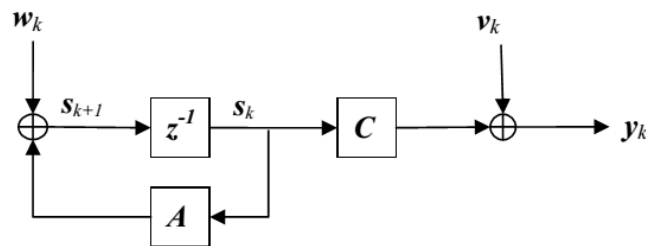
Vale ressaltar, que os sinais de entrada são admitidos como ruído branco. Logo, às componentes de entrada podem se somar às frequências dominantes do sistema, não sendo possível assim separá-las das frequências naturais da estrutura. Este fato ocasiona o surgimento de polos espúrios dentro do algoritmo e conseqüentemente ocasionando dificuldades na identificação (PEETERS, 2000; ARAGÃO, 2008).

## **II.6 Método de Identificação estocástica a partir das séries temporais (SSI-DATA)**

Técnicas de identificação estrutural baseadas em modelos estocásticos são realizadas diretamente a partir das informações de saída dos sistemas analisados. Nesta

seção é apresentado o método de Identificação estocástica a partir das séries temporais **SSI-DATA** “*Data Driven Stochastic Subspace Identification*” (OVERSCHEE, P VAN & MOOR, B DE, 1996) que realiza o processamento do sinal diretamente no domínio do tempo, sem fazer uso de espectros, funções de auto correlação ou parametrizações. Uma visão geral das possibilidades dessa técnica pode ser vista em PEETERS (2000), o qual apresentou objetivamente a técnica SSI para a identificação de estruturas e análise modal (PEETERS *et al.*, 1995).

Admitindo-se que as saídas,  $\{y_k\}$ , de um sistema são monitoradas em diferentes pontos por um determinado período de tempo, enquanto que a excitação que produz tais respostas é desconhecida, é possível utilizar um modelo puramente estocástico e discreto no espaço de estados conforme apresentado na Equação (II.15). A Figura II-2 ilustra a representação gráfica de um modelo puramente estocástico com saídas,  $\{y_k\}$ , e entradas,  $\{x_k\}$ , descritas pela matriz de estado,  $[A]$ , e a matriz de observação ou saída,  $[C]$ .



**Figura II-2 - Representação gráfica de um sistema estocástico com saídas  $y_k$  e estados  $s_k$  (OVERSCHEE, 1995)**

A ideia geral da técnica **SSI-DATA**, a qual é baseada em modelo de espaço de estados, é determinar a partir da série temporal a sequência do vetor de estado do sistema diretamente dos dados de saída. Para isso, utiliza-se apenas as ferramentas da álgebra linear, como decomposição QR e decomposição em valores singulares. Assim, conhecidos os estados, podem-se obter as matrizes do sistema através do método dos mínimos quadrados.

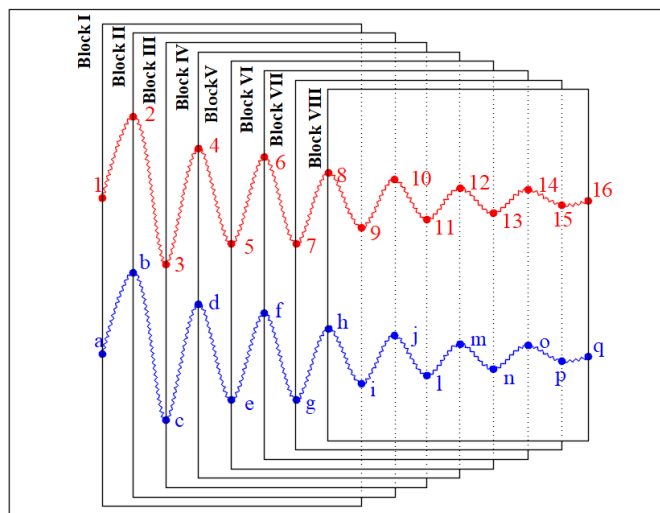
Para tanto, inicialmente deve-se organizar as séries temporais de forma que os dados de saída,  $\{y_k\}$ , sejam agrupados em uma matriz na forma de Hankel<sup>1</sup> conforme Equação (II.16):

$$H_{0/2i-1} = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} y_0 & y_1 & \cdots & y_{j-1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_{i-2} & y_{i-1} & \cdots & y_{i+j-3} \\ y_{i-1} & y_i & \cdots & y_{i+j-1} \\ y_i & y_{i+1} & \cdots & y_{i+j-1} \\ y_{i+1} & y_{i+2} & \cdots & y_{i+j} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_{2i-1} & y_{2i} & \cdots & y_{2i+j-2} \end{bmatrix}_{2i \times j} = \begin{bmatrix} H_{0/i-1} \\ H_{i/2i-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{passado} \\ H_{futuro} \end{bmatrix} \quad (\text{II.16})$$

onde as matrizes  $H_{0/i-1}$  e  $H_{i/2i-1}$  são denominadas respectivamente de matrizes de dados “passados” e “futuros”, e são obtidas pela divisão em partes iguais da matriz  $H_{0/2i-1}$ . A matriz de dados,  $H_{0/2i-1}$ , deve ter o número de linhas maior que a ordem da estrutura a identificar, pois a dimensão máxima do espaço de estados é igual ao número máximo de autovalores que podem ser identificados. Portanto, o número de colunas deve ser igual a  $s-2i+1$  não sendo menor que  $2i-1$ , onde  $s$  é o número de linhas e  $i$  o número de colunas (DE COCK *et al.*, 2002). Para melhor ilustrar a montagem da matriz de Hankel, inicialmente mostra-se a representação esquemática das montagens dos blocos de linhas a partir da Figura II-3. Na figura os números naturais apresentam as excitações medidas em cada instante para o primeiro transdutor e as letras apresentam as excitações medidas em cada instante para o segundo transdutor.

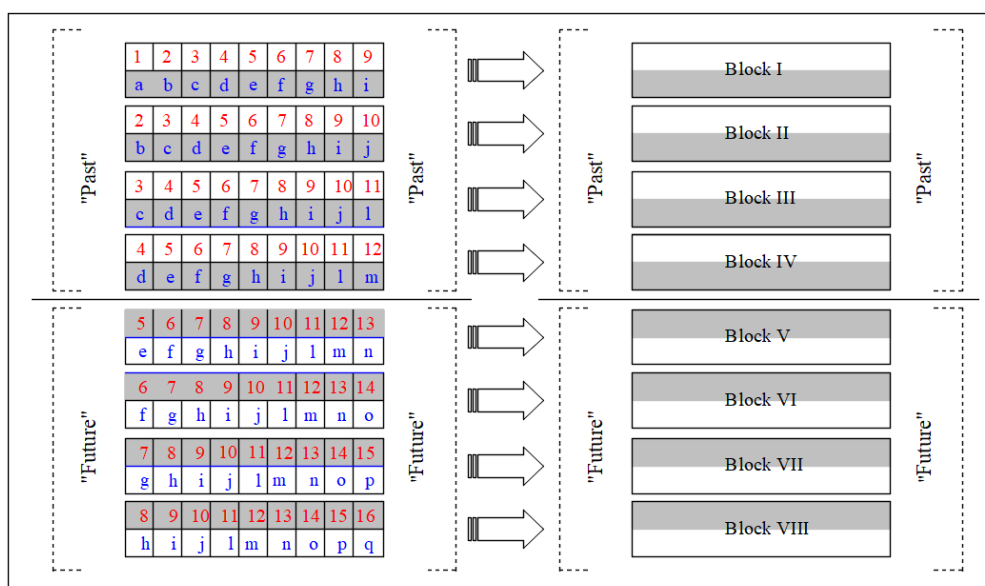
---

<sup>1</sup> A matriz de Hankel é uma matriz que apresenta em cada uma de suas anti-diagonais o mesmo elemento.



**Figura II-3 – Montagem de blocos de linhas para a construção da matriz Hankel.**

De posse dos blocos de linhas pode-se montar a matriz de Hankel identificando as matrizes de dados passados e dados futuros, conforme visualiza-se na representação esquemática dada pela Figura II-4.



**Figura II-4 – Montagem da Matriz de Hankel. Apresentam-se os dados medidos dos dois transdutores separados por blocos de linhas a partir dos números e letras mostrados na Figura II-3.**

Outra definição importante a respeito de métodos em espaço de estados consiste na projeção espaço-linha da matriz de dados futuros sobre o espaço-linha da matriz de dados passados (ARAGÃO, 2008). Esta projeção pode ser interpretada como a operação

matemática que retém a informação dos dados passados que são importantes para prever os dados futuros (MAGALHÃES, 2012). As expressões (II.17) e (II.18) apresentam a definição matemática para a projeção;

$$P_i = H_f \angle H_p \quad (\text{II.17})$$

$$= H_f H_p^T (H_p H_p^T)^\dagger H_p \quad (\text{II.18})$$

onde

$P_i$  é a projeção de  $H_f$  em  $H_p$ ;

$H_f$  é a matriz de dados “futuros”;

$H_p$  é a matriz de dados “passados”;

$(\ )^\dagger$  é o operador da pseudo inversa de Moore-Penrose<sup>2</sup>

A decomposição QR se faz necessária em virtude do cálculo da expressão (II.18) ser computacionalmente pouco eficiente. A fatoração QR é um algoritmo robusto que decompõe uma matriz em um produto de uma matriz triangular inferior ( $R$ ) por uma matriz ortogonal ( $Q$ ) (MAGALHÃES, 2012). Portanto, realizando a decomposição QR da matriz de Hankel  $H_{0/2i-1}$  obtida em (II.16) tem-se a seguinte relação:

$$H_{0/2i-1} = \begin{bmatrix} H_f \\ H_p \end{bmatrix} = RQ^T \quad (\text{II.19})$$

---

<sup>2</sup> A pseudo inversa de Moore-Penrose é uma generalização da matriz inversa sendo definida para qualquer tipo de matriz. Toda matriz pertencente a  $\mathfrak{R}_\tau^{m \times n}$  possui uma pseudo inversa.



O produto apresentado pela expressão (II.19) pode ser reescrito em sua forma matricial:

$$\begin{array}{cccc}
 & pi & p & p(i-1) & j \\
 & \leftrightarrow & \leftrightarrow & \leftrightarrow & \leftrightarrow \\
 H_{0/2i-1} = & \begin{array}{c} pi \\ p \\ p(i-1) \end{array} \begin{array}{c} \updownarrow \\ \updownarrow \\ \updownarrow \end{array} \begin{bmatrix} R_{11} & 0 & 0 \\ R_{21} & R_{22} & 0 \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \\ Q_3^T \end{bmatrix} \\
 & & & & 
 \end{array} \tag{II.20}$$

Assim, considerando a forma da matriz de Hankel apresentada pela Equação (II.20) em conjunto com a expressão matemática dada em (II.18) determina-se a projeção de  $H_f$  sobre  $H_p$ :

$$P_i = \begin{bmatrix} R_{21} \\ R_{31} \end{bmatrix} Q_1^T \tag{II.21}$$

onde  $R_{21}$ ,  $R_{31}$  e  $Q_1^T$  são blocos da decomposição QR da matriz de dados  $H_{0/2i-1}$ .

Por outro lado, o teorema principal da identificação estocástica por subespaços (OVERSCHEE, PETER VAN & MOOR, BART DE, 1996a) demonstra que a matriz de projeção  $P_i$  pode ser fatorada em uma matriz de observabilidade estendida  $O_i$  e na sequência ótima de estados preditos  $\hat{S}_i$  obtido através do filtro de Kalman. O desenvolvimento mais detalhado sobre esta operação pode ser encontrado nos trabalhos de JUANG (1994) e OVERSCHEE, PETER VAN & MOOR, BART DE (1996a).

$$P_i = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{i-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{S}_i & \hat{S}_{i+1} & \cdots & \hat{S}_{i+j-1} \end{bmatrix} = O_i \hat{S}_i \tag{II.22}$$

Desta forma, visualizando a Equação (II.22) se faz necessário estimar as matrizes  $O_i$  e  $\hat{S}_i$ . Para tanto, realiza-se a decomposição em valores singulares da expressão (II.21), obtendo-se as matrizes estimadas de  $O_i$  e  $\hat{S}_i$ , possuindo assim a seguinte relação:

$$P_i = \underbrace{[U_1 \quad U_2] \begin{bmatrix} \sum_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{bmatrix}}_{\begin{bmatrix} R_{21} \\ R_{31} \end{bmatrix}} Q_1^T \quad (\text{II.23})$$

Logo, realizando as operações matriciais apresentadas em (II.23), as matrizes de observabilidade estendida e o vetor de sequência de estados preditos podem ser determinados pelas equações;

$$O_i = U_1 \sum_1^{1/2} \quad (\text{II.24})$$

$$\hat{S}_i = \sum_1^{1/2} V_1^T Q_1^T = O_i^\dagger P_i \quad (\text{II.25})$$

De posse das estimativas dadas na expressão, procede-se a identificação das matrizes de estado e de observabilidade através da formulação do espaço de estados apresentadas pela Equação (II.15). Para tanto, algumas considerações são realizadas, entre as quais, que o vetor de saída passe a ser uma matriz organizada na forma de Hankel  $H_{i/i}$  considerando apenas um bloco de linhas da matriz  $H_{0/2i-1}$  e que o vetor de estados passe a ser o vetor de estados preditos, tendo a seguinte relação:

$$\begin{bmatrix} \hat{S}_{i+1} \\ H_{i/i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ C \end{bmatrix} \hat{S}_i + \begin{bmatrix} \rho_w \\ \rho_v \end{bmatrix} \quad (\text{II.26})$$

onde  $\rho_w$  e  $\rho_v$  são os resíduos.

No entanto, a sequência de estados preditos posterior  $\hat{S}_{i+1}$  deve ainda ser estimada, para isso, OVERSCHEE, PETER VAN & MOOR, BART DE (1996a) demonstram que  $\hat{S}_{i+1}$  pode ser obtida analogamente a Equação (II.25), através da inclusão de um bloco de linhas de dados às matrizes de dados “passados”  $H_p$  e conseqüentemente retirando um bloco de linhas das matrizes de dados “futuros”  $H_f$ , ou seja, se antes  $H_p$  e  $H_f$  tinham o mesmo número de linhas  $i$ , no entanto para estimar  $\hat{S}_{i+1}$ ,  $H_p$  passa a ter  $i+1$  linhas e  $H_f$ ,  $i-1$  o que resulta algebricamente nas expressões;

$$\hat{S}_{i+1} = O_{i-1}^\dagger P_{i-1} \quad (\text{II.27})$$

$$P_{i-1} = H_{\text{futuro}}^+ / H_{\text{passado}}^- = \begin{bmatrix} R_{31} & R_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \end{bmatrix} \quad (\text{II.28})$$

A Figura II-5 apresenta de forma esquemática o procedimento descrito acima para realizar a estimação da sequência de estados  $\hat{S}_{i+1}$ .

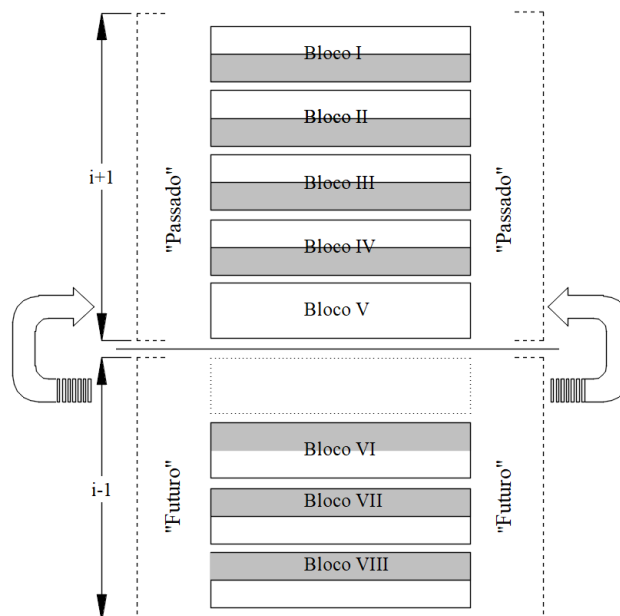


Figura II-5 -Matriz de Hankel rearranjada para obter a sequência de estados posterior  $S_{i+1}$ .

E este rearranjo corresponde algebricamente segundo OVERSCHEE, PETER VAN & MOOR, BART DE (1996a) a:

$$\hat{S}_{i+1} = O_{i-1}^\dagger P_{i-1} \quad (\text{II.29})$$

$$P_{i-1} \equiv \frac{H_f}{H_p} = [R_{31} \quad R_{32}] \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \end{bmatrix} \quad (\text{II.30})$$

$$O_{i-1} = O_i(1:p(i-1),:) \text{ em notação Matlab} \quad (\text{II.31})$$

Por fim, a matriz de estado do sistema  $A$  e a matriz de observação ou saída  $C$ , podem ser obtidas através da utilização do método dos mínimos quadrados, determinando assim, a expressão:

$$\begin{bmatrix} A \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{S}_{i+1} \\ H_{i/i} \end{bmatrix} \hat{S}_i^\dagger \quad (\text{II.32})$$

De posse das matrizes  $A$  e  $C$ , pode-se estimar os parâmetros dinâmicos da estrutura como frequências naturais, amortecimento e forma modal. Logo, realiza-se a decomposição em autovalores e autovetores da matriz de estado discreta  $A$ :

$$A = \Psi \Lambda \Psi^{-1} \quad (\text{II.33})$$

onde  $\Psi$  é uma matriz quadrada que corresponde aos autovetores dispostos em colunas de acordo com a descrição do espaço de estados e  $\Lambda$  é a matriz diagonal contendo os autovalores discretos.

Como os autovalores ocorrem em pares complexos, as frequências naturais e as taxas de amortecimento são respectivamente obtidas pela parte real e imaginária destes autovalores. As formas modais podem ser obtidas através da realização do produto entre matriz de observação  $C$  e matriz de autovetores  $\Psi$ , originando a seguinte Equação:

$$\Phi = C\Psi \quad (\text{II.34})$$

No desenvolvimento da técnica de identificação estrutural SSI-DATA não foi apresentado nenhum tipo de ponderação. Entretanto, para uma formulação mais geral da técnica pode-se incluir duas ponderações distintas  $W_1$  e  $W_2$  que serão multiplicadas pela matriz de projeção antes de proceder a realização da decomposição em valores singulares apresentadas na Equação (II.23).

$$P_i^{\text{ponderado}} = W_1 P_i W_2 \quad (\text{II.35})$$

A Tabela II-1 apresenta as variações de ponderação do algoritmo através de três variantes: UPC – Componente principal não ponderada; PC-Componente principal; CVA – Análise canônica. Nesta tabela  $\text{cov}[\ ]$  é o operador de covariância entre as matrizes.

**Tabela II-1 – Matrizes de ponderação das variações da técnica SSI-DATA**

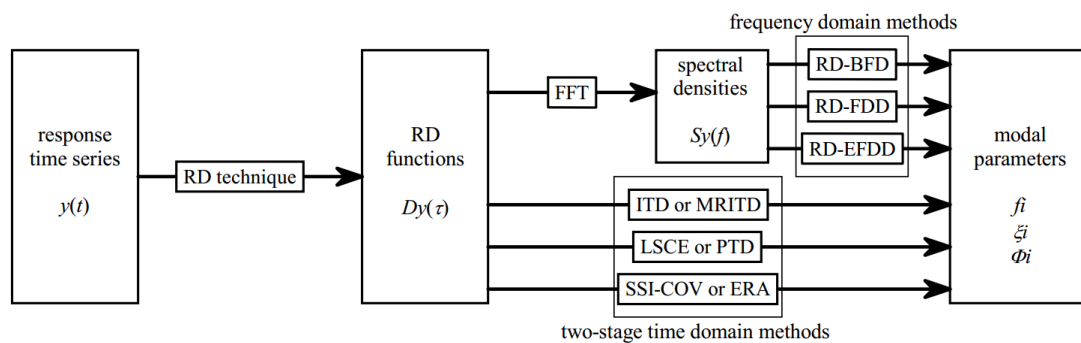
Variante	$W_1$	$W_2$
UPC	$I$	$I$
PC	$I$	$H_p^T \left( \text{cov}[H_p, H_p] \right)^{-1/2} H_p$
CVA	$\left( \text{cov}[H_f, H_f] \right)^{-1/2}$	$I$

## II.7 Estimação por Função de Decaimento

A “*random decrement technique*” (RDT) desenvolvida por Henry Cole na NASA, no final dos anos 60 e início dos anos 70, surge com intuito de superar as dificuldades de identificação de sistemas em operação através de técnicas como espectros de frequências e funções de auto correlação (ASMUSSEN, 1997). Na época, essas dificuldades ocorriam devido ao fato de a estrutura em operação apresentarem grande variância nas estimações obtidas por técnicas baseadas em espectros. Por outro lado, a variabilidade das excitações ambientes modificava a função de auto correlação trazendo dificuldade as estimações (COLE, 1968; ASMUSSEN, 1997).

A técnica RDT tem como base converter respostas aleatórias devido a excitações desconhecidas ou aleatórias em uma função de resposta ao impulso (IRF) do sistema analisado. De posse da IRF pode-se proceder a identificação da estrutura a partir de qualquer técnica de identificação no domínio do tempo e servindo como estimador preliminar para técnicas puramente estocásticas (RODRIGUES & RENE BRINCKER, 2005; ARAGÃO, 2008).

Além da associação a técnicas do domínio do tempo, a técnica RDT também pode ser utilizada em técnicas que se baseiam no domínio da frequência como apresenta o trabalho de RODRIGUES & RENE BRINCKER (2005). Os autores apresentam com detalhes a aplicação da técnica RDT a outras técnicas de identificação estrutural. A Figura II-6 mostra as diversas maneiras que a técnica RDT pode ser aplicada à análise modal operacional.



**Figura II-6 – Aplicação da técnica RDT associadas a técnicas de identificação para análise modal operacional (RODRIGUES & RENE BRINCKER, 2005).**

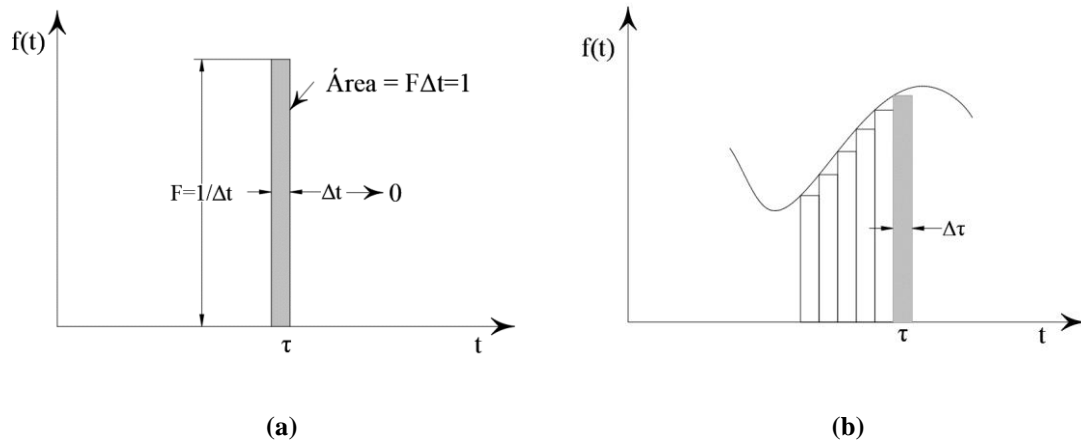
No contexto de associação de técnicas para a melhoria de estimações modais, esta pesquisa propõe a aplicação de funções RD ou IRF em conjunto com a técnica de identificação de sistemas baseada no domínio do tempo e no modelo de espaço de estados SSI-DATA. Esta associação tem como objetivo gerar blocos de estimativas prévias para o melhor funcionamento do método de reamostragem bootstrap com o SSI-DATA na quantificação de incertezas dos parâmetros dinâmicos da estrutura.

### II.7.1 Funções de Resposta ao Impulso – IRF

Uma forma de estimar a resposta de um sistema devido a uma entrada arbitrária é através da resposta devido a uma função impulso unitário aplicada a estrutura (MAIA

& SILVA, 1997). Ressalta-se também que um sistema linear e invariante no tempo pode ser caracterizado completamente por sua função resposta ao impulso (ARAGÃO, 2008).

A função impulso pode ser representada pela área retangular de largura  $\Delta t$  e altura  $1/\Delta t$  com o limite de  $\Delta t$  tendendo a zero conforme apresenta a Figura II-7(a).



**Figura II-7 – (a) Definição da função impulso. (b) Carregamento arbitrário não periódica (MAIA & SILVA, 1997)**

A resposta ao impulso unitário é dada pela Equação (II.36) que basicamente é a resposta da estrutura sob vibração livre considerando o deslocamento inicial nulo e velocidade inicial igual ao inverso da massa ( $1/m$ ).

$$x(t) = h(t - \tau) = e^{-\xi\omega_n(t-\tau)} \frac{1}{m\omega_d} \sin[\omega_d(t - \tau)] \text{ para } t < \tau \quad (\text{II.36})$$

onde,

$h(t - \tau)$  é a função de resposta ao impulso unitário.

$m$  é a massa do sistema.

$t$  é o tempo.

$\omega_n$  é a frequência natural não amortecida.

$\omega_d$  é a frequência natural amortecida.

Logo, a resposta devido a um impulso arbitrário ou desconhecido pode ser obtida pelo somatório ou superposição de uma série de impulsos que representem o carregamento arbitrário, conforme pode ser pela ilustração da Figura II-7(b) e pela Equação (II.37).

$$x(t) \approx \sum_{\tau} f(\tau)h(t-\tau) \quad \text{para } t > \tau \quad (\text{II.37})$$

Considerando que o limite de  $\Delta t$  tenda a zero, o somatório pode ser substituído por uma integração de acordo com a Equação (II.38). Esta equação é denominada de integral de convolução ou integral de Duhamel.

$$x(t) = \int_0^t f(\tau)h(t-\tau)d\tau \quad (\text{II.38})$$

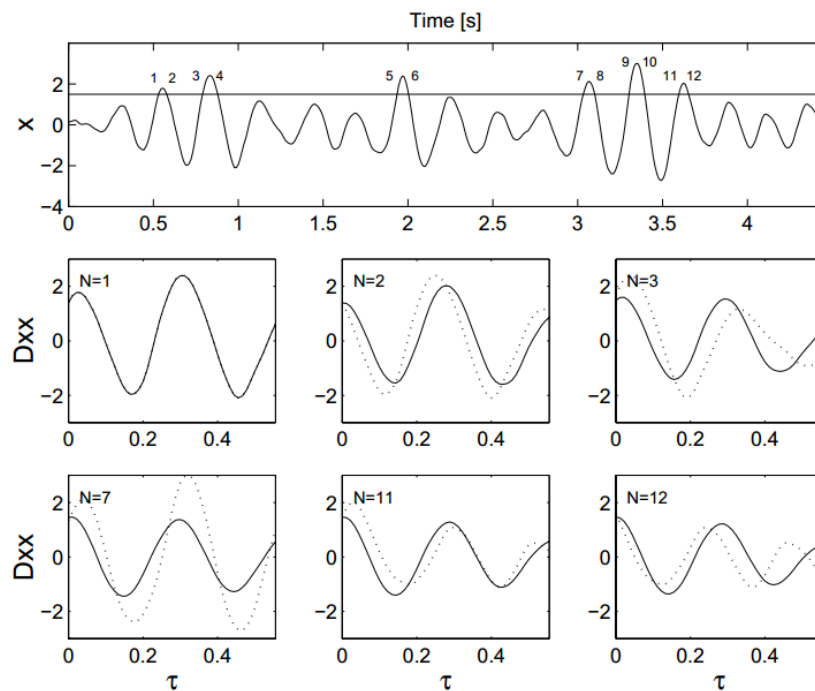
### II.7.2 Técnica do Decremento Aleatório (RDT)

Esta técnica considera que a resposta de um sistema devido uma excitação aleatória e arbitrária no momento  $t_0 + t$ , é composta por três partes: a resposta devida aos deslocamentos iniciais, a resposta devido as velocidades iniciais, e a resposta devido ao carregamento aleatório entre o estado inicial  $t_0$  e o estado final  $t_0 + t$ . Procede-se assim a realização de médias de segmentos do sinal aleatório baseado em divisões dos dados por alguma condição previamente arbitrada (“*triggering point*”). Considerando que a velocidade varia aleatoriamente, verifica-se que com o aumento do número de médias, a única das três parcelas que restará é a resposta decorrente da vibração livre devido ao deslocamento inicial arbitrário aplicado. (ASMUSSEN, 1997; RODRIGUES & RENE BRINCKER, 2005; ARAGÃO, 2008).

Segundo RODRIGUES & RENE BRINCKER (2005) uma outra vantagem da realização das médias dos segmentos do sinal adquirido é que resulta em funções RD ou



IRF com redução de ruído na resposta estrutural. O processo de cálculo das funções RD é bem ilustrado pela Figura II-8 extraída da tese de ASMUSSEN (1997). A partir da sequência de dados condiciona doze pontos de “triggering” baseados nas regiões com maiores amplitudes do sinal amostrado. Em seguida realiza-se a soma sucessiva das médias dos doze segmentos resultando na função de resposta ao impulso. Notar que a linha cheia representa a função RD ou IRF e as pontilhadas representam cada segmento do sinal somado sucessivamente.



**Figura II-8 – Processo do cálculo das funções RD a partir do condicionamento dos pontos de “triggering” (ASMUSSEN, 1997)**

O processo para a obtenção das funções RD apresentado pela Figura II-8 pode ser formulado pela soma das médias dos segmentos do sinal analisado de acordo com a Equação (II.39)

$$\hat{D}_{xx}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x(t_i + \tau) | x(t_i) = a \quad (\text{II.39})$$

onde,

$\hat{D}_{XX}$  é uma estimação da função RD;

$t_i$  é a variável temporal;

$N$  é o número total de pontos de “triggering”

Alguns aspectos teóricos sobre as funções RD são introduzidos no trabalho de IBRAHIM (1977) e R. IBRAHIM (1977) que apresentam os conceitos de Auto correlação e auto correlação cruzada da função RD. A auto RD é expressa pela Equação (II.39) e a função RD cruzada é apresentada pela expressão (II.40). O conceito de função auto RD e RD cruzada é baseada na medição de múltiplos canais (ASMUSSEN, 1997). Assim o primeiro índice representa o grau de liberdade no qual a média está sendo calculada e o segundo índice refere-se a resposta no grau de liberdade em que a condição do triggering é imposta (ARAGÃO, 2008).

$$\hat{D}_{YX}(\tau) \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y(t_i + \tau) | x(t_i) = a \quad (\text{II.40})$$

As funções RD podem ser correlacionadas às funções de auto correlação desde que se admita que os processos estocásticos sejam estacionários e gaussianos de média nula. Esta correlação pode ser representada através da proporção entre as funções RD e de auto correlação e suas respectivas derivadas conforme a Equação (II.41)

$$D_{X_p X_q} = \frac{R_{X_p X_q}}{\sigma_{X_q}^2} \cdot \tilde{a} + \frac{R'_{X_p X_q}(\tau)}{\sigma_{X_q}^2} \cdot \tilde{b} \quad (\text{II.41})$$

em que,

$R_{XX}(\tau)$  é a função de auto correlação ou correlação cruzada quando  $p \neq q$ ;

$\sigma_X^2$  é a variância do processo  $X$ ;

$\tilde{a}$  e  $\tilde{b}$  são as condições de triggering, função das extremidades e das funções de probabilidade do processo  $x_q$ .

A partir desta correlação a técnica RDT passou a ser considerada como uma metodologia numericamente eficiente para se obter funções de resposta ao impulso e/ou funções de auto correlação ou correlação cruzada de um processo estocástico. Este fato permitiu que outras técnicas de identificação pudessem usar essas respostas impulsivas para a estimação consistente dos parâmetros dinâmicos da estrutura (ARAGÃO, 2008). Os benefícios e a eficiência das funções RD na identificação de estruturas ainda são fontes de pesquisas recentes como pode se ver nos trabalhos de ZHANG & SONG (2016) e MORSY *et al.* (2017). Neste trabalho, as implementações da técnica RDT, assim como a técnica SSI tiveram como base os algoritmos desenvolvidos inicialmente na tese de ARAGÃO (2008).

A condição de triggering adotada nesse trabalho é a de “ponto positivo” com sobreposição livre baseado nas implementações de ARAGÃO (2008), sugestões de ASMUSSEN (1997) e resultados apresentados por KIJEWski & KAREEM (2003). Nessa condição os segmentos são somados ponto a ponto dentro de uma faixa de valores, realizando-se então a média da soma acumulada para a obtenção da função RD. A faixa de valores estabelecida é função do desvio-padrão do sinal completo.

## CAPÍTULO III - INFERÊNCIA ESTATÍSTICA

### BOOTSTRAP ASSOCIADO AO SSI-DATA

#### III.1 Introdução

Na identificação de estruturas, em especial no que diz respeito aos métodos que utilizam somente os dados de saída (output-only) pode-se deparar, dependendo do nível de ruído do sinal analisado, com grandes imprecisões na obtenção das respostas dinâmicas da estrutura estudada.

Diante disso, no que se refere ao ajuste de modelos matemáticos, bem como na identificação de danos em estruturas, é fundamental que a identificação estrutural traga resultados confiáveis, através de suas técnicas de estimação. Assim, PEETERS, ROECK *et al.* (1999), REYNDERS, PINTELON *et al.* (2008) e TONDREAU & DERAEMAEKER (2014) sugerem em seus trabalhos, a necessidade de inferir estatisticamente o nível de precisão das respostas dinâmicas obtidas, criando assim um intervalo de confiança dos resultados alcançados.

Portanto, de forma a realizar a quantificação das incertezas nos resultados obtidos pela técnica de identificação de estruturas SSI-DATA mostrada no Capítulo II, utiliza-se uma técnica de reamostragem dos dados denominada de *Bootstrap* (EFRON, 1973). O *Bootstrap* é um método de computação intensiva de reamostragem aleatória, capaz de calcular o intervalo de confiança em casos onde outras técnicas não são aplicáveis, em particular a variáveis aleatórias de probabilidade desconhecida a partir de uma disponibilidade limitada de dados (FRED, 2006; GIAMPELLEGRINI, 2007).

No entanto, nas técnicas de subespaços estocásticos, como o SSI-DATA que trata o sinal diretamente no domínio do tempo, sem a estimativa prévia de qualquer função de auto correlação, não podem ser combinadas diretamente com a técnica bootstrap. Isto decorre devido ao fato de que a técnica de reamostragem bootstrap utiliza para o cálculo das estatísticas estimativas prévias com significado físico dos dados analisados. Portanto,

para a atuação conjunta das duas técnicas com o intuito de quantificar incertezas é necessário criar estratégias para a utilização do bootstrap combinado com o SSI (BITTANTI & LOVERA, 2000; GIAMPELLEGRINI, 2007; ARAGÃO, 2008).

Diante disso, esta tese tem como uma das suas contribuições a proposta de novas abordagens para a combinação entre a técnica de identificação de sistemas SSI e a técnica de reamostragem aleatória bootstrap. Essas novas adaptações têm como objetivo melhorar a avaliação e quantificação das incertezas na determinação dos parâmetros modais.

### III.2 Método de Reamostragem Bootstrap

A ideia do método é que uma amostra  $X = (X_1, \dots, X_n)^T$  possua toda a informação necessária e fundamental para obtenção das características dinâmicas e a partir da reamostragem dos dados seria possível obter a sua distribuição e identificar suas incertezas, mesmo que a amostra original seja pequena e portanto possua pouca ou quase nenhuma informação sobre sua distribuição, uma vez que este parâmetro é dependente da quantidade de dados aquisitados.

Logo, baseado nesta ideia, mesmo não se conhecendo a distribuição de uma amostra e que esta seja relativamente pequena, pode-se usar o método bootstrap para realizar uma distribuição empírica  $\hat{P}$  das amostras obtidas, determinando o parâmetro de interesse  $\theta^*(P)$  e realizando medidas estatísticas  $\hat{\theta}^*(P)$  das reamostragens efetivadas, sem a necessidade de fazer novas medições.

Para tanto, a determinação da distribuição empírica  $\hat{P}$  para uma amostra  $X_1, \dots, X_n$  de valores independentes e de variáveis aleatórias pode ser obtida pela seguinte expressão:

$$\hat{P}(A) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta(X_i), \quad \text{para } A \subseteq \mathfrak{R} \quad (\text{III.1})$$

onde  $\hat{P}$  pode ser entendido como a distribuição com uma ponderação de  $\frac{1}{n}$  para cada amostra  $X_i$  obtida

Desta forma, é possível definir as hipóteses para aplicação do princípio *bootstrap* no contexto de amostras aleatórias e de distribuição desconhecida:

- $X = (X_1, \dots, X_n)^T$  é uma amostra aleatória de uma distribuição  $P$  qualquer;
- $\theta = t(P)$  é algum parâmetro desta distribuição;
- $\hat{\theta} = s(X)$  é um estimador estatístico para  $\theta$ .

Portanto, para realizar a inferência estatística de  $\theta$ , devemos determinar os intervalos de confiança a partir da distribuição amostral do estimador estatístico  $\hat{\theta}$ . Baseado nisto, utiliza-se então o *bootstrap* para a reamostragem dos dados a partir de uma distribuição empírica  $\hat{P}$  e conseqüentemente quantificando a incerteza do mundo real para uma distribuição não conhecida  $P$  através da quantidade análoga do “*mundo bootstrap*”:

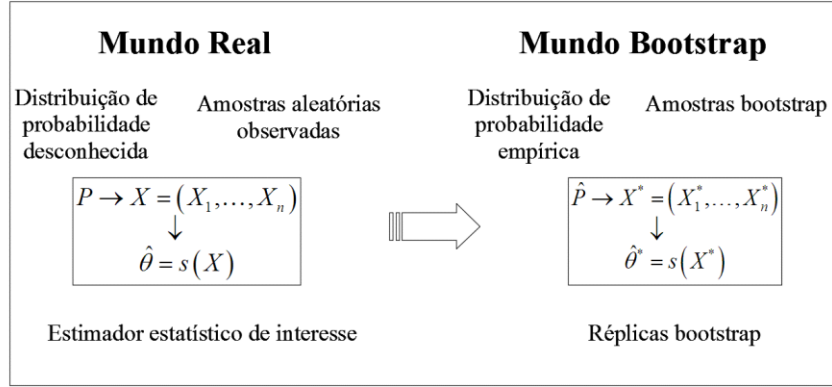
- $X^* = (X_1^*, \dots, X_n^*)^T$  é um “*boot*” da distribuição empírica  $\hat{P}$  ;
- $\theta^* = t(\hat{P})$  é um parâmetro do mundo *bootstrap*;
- $\hat{\theta}^* = s(X^*)$  é um estimador estatístico *bootstrap* obtido a partir da replicação feita por “*boots*” de  $\theta$ .

A distribuição amostral de  $\hat{\theta}$  é então estimada pelo seu *bootstrap* equivalente:

$$P(\hat{\theta} \in A) = \hat{P}(\hat{\theta}^* \in A) \quad (\text{III.2})$$

em que  $\hat{P}(A) \rightarrow P(A)$  se  $n \rightarrow \infty$ .

A discussão realizada acima pode ser sumarizada através do seguinte diagrama esquemático apresentado na Figura III-1.



**Figura III-1 – Diagrama esquemático do princípio bootstrap.**

“Durante 25 anos uma enorme quantidade de pesquisa em estatística tem investigado a validade da abordagem *bootstrap*. Para a maioria dos modelos de distribuição de  $P$  e maioria das estatísticas  $\hat{\theta}(P)$ , sabe-se que o desvio-padrão *bootstrap* é um bom estimador para o verdadeiro valor do desvio-padrão, bem como outras medições de exatidão” (EFRON, 2003).

Portanto, para a quantificação das incertezas no processo de reamostragem *bootstrap* é necessário determinar as medidas estatísticas a serem avaliadas. Entre as quais, apresentam-se as estimativas de média  $\bar{\theta}^*$ , variância  $\hat{s}_\theta^{*2}$  e desvio-padrão  $\hat{s}_\theta^*$  que são determinadas respectivamente pelas equações:

$$\bar{\theta}^* = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\theta}_b^* \quad (\text{III.3})$$

$$\hat{s}_\theta^{*2} = \frac{1}{B-1} \sum_{b=1}^B (\hat{\theta}_b^* - \bar{\theta}^*)^2 \quad (\text{III.4})$$

$$\hat{s}_\theta^* = \sqrt{\left[ \frac{1}{B-1} \sum_{b=1}^B (\hat{\theta}_b^* - \bar{\theta}^*)^2 \right]} \quad (\text{III.5})$$

onde  $B$  é a quantidade de reamostras realizadas e  $b$  o contador de reamostras.

Já o erro sistemático ou tendenciosidade denominada por estimativa *bootstrap* do viés é dado pela diferença entre a média das réplicas bootstrap  $\bar{\hat{\theta}}^*$  e a média dos parâmetros obtidos pela amostra real  $\bar{\theta}$ . Segundo LOIBEL & ALVES (2013) esta estimativa serve principalmente para avaliar qual estimador de intervalo de confiança *bootstrap* é mais adequado aos dados analisados.

$$viés_{boot}(\bar{\theta}) = E(\bar{\hat{\theta}}^*) - \bar{\theta} \quad (III.6)$$

Em relação a quantidade ótima de reamostras que devem ser realizadas para se obter uma boa estimação das incertezas, citam-se os relatos feitos nos trabalhos de VANDERMEULEN *et al.* (2000) e ARAGÃO (2008) que após várias abordagens do método retratam o fato de que 50 reamostragens *bootstraps* são suficientes para serem alcançados bons estimadores de desvio-padrão.

A estimação do intervalo de confiança é uma poderosa ferramenta estatística para medir a confiabilidade dos parâmetros obtidos de uma distribuição  $P$ . A ideia básica do intervalo de confiança é que em vez de se apresentar apenas o resultado da análise como um valor único, seja obtido um intervalo de valores possíveis. Na prática os estimadores de média e desvio-padrão são utilizados para construir o intervalo de confiança de um espaço amostral.

Na estatística o intervalo de confiança mais comumente utilizado é denominado de intervalo de confiança *bootstrap* padrão. Para sua obtenção, suponha que  $\theta^*$  possua uma distribuição normal com média  $\hat{\theta}^*$  e desvio-padrão  $\hat{s}_\theta^*$ , então um intervalo de confiança com aproximação  $(1 - 2\alpha)$  para o parâmetro  $\theta^*$  pode ser obtido pelas seguintes relações:

$$I.C_{padr\tilde{a}o} = \hat{\theta} - \frac{z_\alpha}{2} \hat{s}_\theta^* \quad (III.7)$$



$$I.C_{padr\tilde{a}o} = \hat{\theta} + \frac{z_{\alpha}}{2} \hat{s}_{\theta}^* \quad (\text{III.8})$$

onde  $z_{\alpha}$  é a quantidade de desvios padrões obtidos pela Equação (III.9) e  $\alpha$  é o valor crítico para uma distribuição normal padrão.

$$z_{\alpha} = \frac{\theta^* - \bar{\theta}^*}{\hat{s}_{\theta}^*} \quad (\text{III.9})$$

De outra forma o intervalo de confiança *bootstrap-t* refere-se a um espaço amostral com distribuição de probabilidade estatística *t-student*. Este tipo de distribuição é semelhante à distribuição normal, porém devido as caudas mais longas podem ter valores mais extremos quando comparada a distribuição normal característica. Logo, para amostras *bootstrap*  $X^*$ , pode-se calcular inicialmente:

$$T^{*(b)} = \frac{\hat{\theta}^{*(b)} - \hat{\theta}}{\hat{s}_{\theta}^*} \quad (\text{III.10})$$

e a partir da Equação (III.10) pode-se estimar os valores críticos  $t_{1-\alpha/2}$  e  $t_{\alpha/2}$  e conseqüentemente obter as estimativas  $\hat{t}_{1-\alpha/2}$  e  $\hat{t}_{\alpha/2}$  através das expressões:

$$\frac{1}{B} \sum_{b=1}^B 1\{T^{*(b)} \leq \hat{t}_{1-\alpha/2}\} \approx \frac{\alpha}{2} \quad (\text{III.11})$$

$$\frac{1}{B} \sum_{b=1}^B 1\{T^{*(b)} \geq \hat{t}_{\alpha/2}\} \approx \frac{\alpha}{2} \quad (\text{III.12})$$

Baseado nas expressões acima o intervalo de confiança *bootstrap-t*  $(1-2\alpha)100\%$  é determinado pelas seguintes expressões:

$$I.C_{student} = \hat{\theta} + t_{1-\alpha/2} \hat{s}_{\theta}^* \quad (\text{III.13})$$

$$I.C_{student} = \hat{\theta} + t_{\alpha/2} \hat{s}_{\theta}^* \quad (\text{III.14})$$

Por outro lado, para o intervalo de confiança baseado nos percentis *bootstrap*, suponha que um conjunto de amostras *bootstrap*  $X^*$  obtidas a partir de uma distribuição

$\hat{P}$  possua uma função de distribuição cumulativa  $\hat{G}$  das “b” réplicas de  $\hat{\theta}^*$ , assim pode-se determinar o intervalo percentil  $(1-2\alpha)100\%$  de acordo com as expressões abaixo

$$IC_{percentil} = \hat{G}^{-1}(\alpha) \quad (\text{III.15})$$

$$IC_{percentil} = \hat{G}^{-1}(1-\alpha) \quad (\text{III.16})$$

Por fim o método de intervalo de confiança  $BC_a$  (*Bias-Correcte and accelerated*) é uma técnica que melhora a precisão obtida pelo intervalo de confiança percentil. Segundo EFRON & TIBSHIRANI (1993) o  $BC_a$  fornece melhor precisão aos limites de confiança do que a estimativa do intervalo percentil sendo o  $BC_a$  preferível na prática. O intervalo  $BC_a$  para precisão  $(1-2\alpha)100\%$  é dado pela seguinte relação;

$$IC_{BC_a} = (\hat{\theta}^{*(\alpha_1)}, \hat{\theta}^{*(\alpha_2)}) \quad (\text{III.17})$$

onde  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  podem ser definidos pelas equações;

$$\alpha_1 = \phi \left( \hat{z}_0 + \frac{\hat{z}_0 + Z^\alpha}{1 - \hat{a}(\hat{z}_0 + Z^\alpha)} \right) \quad (\text{III.18})$$

$$\alpha_2 = \phi \left( \hat{z}_0 + \frac{\hat{z}_0 + Z^{(1-\alpha)}}{1 - \hat{a}(\hat{z}_0 + Z^{(1-\alpha)})} \right) \quad (\text{III.19})$$

em que,  $\phi$  é a função de distribuição normal padrão,  $Z^\alpha$  é o  $\alpha$ -ésimo percentil normal padrão sendo  $\hat{a}$  e  $\hat{z}_0$  obtidos respectivamente por:

$$\hat{z}_0 = \phi^{-1} \left( \frac{\{\hat{\theta}^{*(b)} < \hat{\theta}\}}{B} \right) \quad (\text{III.20})$$

$$\hat{a} = \frac{\sum_{b=1}^B (\hat{\theta}_{(.)} - \hat{\theta}_{(i)})^3}{6 \left\{ \sum_{b=1}^B (\hat{\theta}_{(.)} - \hat{\theta}_{(i)})^2 \right\}^{3/2}} \quad (\text{III.21})$$

De acordo com EFRON & TIBSHIRANI (1986) se a distribuição  $\hat{\theta}^*$  tiver uma distribuição aproximadamente normal, os intervalos padrões e percentis serão aproximadamente iguais. No entanto, tem-se que para pequenas amostras as distribuições comumente se diferenciam das distribuições normais, logo os intervalos de confiança padrões e percentis se afastam. Nestes casos é aconselhável o uso do intervalo de confiança percentis *bootstrap* (BAZÁN, 2005). Entretanto, se o viés e a assimetria estão presentes de forma muito forte é recomendável que se utilize métodos *bootstrap* de correção para o intervalo de confiança como o método  $BC_a$  (LOIBEL & ALVES, 2013). Portanto, é interessante ressaltar que dependendo da forma de distribuição e da magnitude do viés, pode-se escolher um intervalo de confiança apropriado para a quantificação da incerteza do parâmetro em estudo.

### **III.3 Método bootstrap no contexto de técnicas de identificação de sistemas**

Dentro do contexto de identificação estrutural que quantifica a incerteza do processo através do *bootstrap* citam-se trabalhos como os de VANDERMEULEN *et al.* (2000), YAN *et al.* (2006) e KIJEWski & KAREEM (2002) que apresentam a aplicação do método *bootstrap* de inferência estatística no âmbito das técnicas de análise modal *output-only*, tendo como estimadores estatísticos funções estocásticas. De forma a generalizar a sequência dos passos para a implementação do *bootstrap* para a quantificação de incertezas na obtenção dos parâmetros modais, apresenta-se na Tabela III-1 a proposta feita por ARAGÃO (2008).

**Tabela III-1 Sequência de passos para implementação do bootstrap em técnicas de identificação estrutural.**

<b>Passo</b>	<b>Descrição do passo</b>
(1)	Segmentação do sinal em blocos de dados;
(2)	Cálculo de funções estatísticas (representações estocásticas) para cada um desses blocos;
(3)	Montagem de $B$ reamostras <i>bootstrap</i> pela combinação aleatória (com reposição) dessas funções estatísticas;
(4)	Obtenção da estatística final de cada reamostra pela média (simples ou ponderada) das estatísticas de cada bloco de dados que a compõe;
(5)	Determinação dos parâmetros modais associados a cada estatística de reamostra;
(6)	Estimativa dos parâmetros modais e respectivas incertezas através do cálculo do valor médio e variância dos $B$ conjuntos de parâmetros obtidos.

Os trabalhos de BITTANTI & LOVERA (1998) e BITTANTI & LOVERA (2000) apresentam uma validação através de estudos simulados do método de estimação de incertezas *bootstrap* no contexto de métodos de identificação de sistemas baseados nos subespaços estocásticos. Dentro desse âmbito, cita-se também o trabalho de RIDOLFI & LOVERA (2000) que apresenta uma validação teórica da consistência do método *bootstrap*. Por outro lado, chama a atenção no trabalho de CARDEN & MITA (2011) as dificuldades em usar o *bootstrap* quando a distribuição mostra-se não gaussiana trazendo complicações no processo de estimação de incertezas no que diz respeito a área de identificação por subespaços estocásticos

De acordo com ARAGÃO (2008) e visualizando a Tabela III-1 é possível observar que o quarto passo visa o cálculo das estatísticas a partir de uma representação estocástica. Entretanto, a técnica SSI-DATA não pode receber diretamente a implementação apresentada acima, uma vez que ela não se baseia na estimativa prévia de uma função estocástica sendo aplicada diretamente aos sinais adquiridos no domínio do tempo. Diante disso, BITTANTI & LOVERA (2000) e GIAMPELLEGRINI (2007) discutem classes de métodos, entre os quais, “*Moving block methods*”, “*Bootstrapping residuals methods*”, “*Blocks of blocks*” e “*Stationary Bootstrap*”, que permitem a utilização do *bootstrap* em conjunto com a técnica de identificação estrutural SSI.

A abordagem encontrada no trabalho de ARAGÃO (2008) para superar o problema descrito no parágrafo acima é a utilização de diferentes segmentos do sinal com

reamostragem aleatória para a montagem direta da matriz de Hankel e consecutivamente realizar as decomposições e estimação dos parâmetros modais para cada “boot”, obtendo assim, os estimadores estatísticos convenientes para a quantificação de incerteza. Esta abordagem pode ser considerada com uma classe do “*Moving block methods*”.

Na literatura, poucos trabalhos foram encontrados que remetem ao uso do método *bootstrap* para incursão de incertezas nas formas modais obtidas através da técnica identificação SSI. No entanto, no âmbito de detecção de danos e ajuste de modelos é desejável que seja realizada a identificação completa do sistema estrutural para que se possa chegar a bons resultados. Com base nisto, umas das propostas desse trabalho, tendo por base o algoritmo desenvolvido por ARAGÃO (2008), é a inclusão da estimação das formas modais, incluindo a avaliação dos quatro intervalos de confiança descritos acima, utilizando para isso a técnica SSI-DATA em conjunto com o método de reamostragem *bootstrap*. Este passo é fundamental, uma vez que este parâmetro é essencial para a proposta de ajuste de modelos baseados em funções objetivos que consideram a energia de deformação modal. Portanto, de forma a resumir o processo de identificação com estimação de incertezas propõe-se na Tabela III-2 as seguintes alterações relativas à apresentada na Tabela III-1.

**Tabela III-2 Sequência de passos proposta para implementação do *bootstrap* em técnicas de identificação estrutural**

<b>Passo</b>	<b>Descrição do passo</b>
(1)	Segmentação do sinal em blocos de dados; $X_1^{*(b)}, \dots, X_n^{*(b)} \stackrel{iid}{\sim} \hat{P} \quad b = 1, \dots, B$
(2)	Montagem de $B$ reamostras <i>bootstrap</i> pela combinação aleatória (com reposição) dos blocos de dados;
(3)	Montagem da Matriz de Hankel a partir da matriz de dados reamostrada aleatoriamente; $H_{0/2i-1} = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} X_0^b & X_1^b & \dots & X_{j-1}^b \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{i-2}^b & X_{i-1}^b & \dots & X_{i+j-3}^b \\ X_{i-1}^b & X_i^b & \dots & X_{i+j-1}^b \\ X_i^b & X_{i+1}^b & \dots & X_{i+j-1}^b \\ X_{i+1}^b & X_{i+2}^b & \dots & X_{i+j}^b \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{2i-1}^b & X_{2i}^b & \dots & X_{2i+j-2}^b \end{bmatrix}_{2i \times j} = \begin{bmatrix} H_{0/i-1} \\ H_{i/2i-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{passado} \\ H_{futuro} \end{bmatrix}$
(4)	Determinação dos parâmetros dinâmicos da estrutura; $A = \Psi \Lambda \Psi^{-1} ; \Phi = C \Psi$
(5)	Determinação das estimativas estatísticas dos $B$ conjuntos de parâmetros modais obtidos; $\bar{\theta}^* = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\theta}_b^* ; \hat{s}_\theta^* = \sqrt{\left[ \frac{1}{B-1} \sum_{b=1}^B (\hat{\theta}_b^* - \bar{\theta}^*)^2 \right]} ; \text{viés}_{boot}(\bar{\theta}) = E(\bar{\theta}^*) - \bar{\theta}$
(6)	Determinação dos intervalos de confiança e estimação da confiabilidade dos resultados; $I.C_{padrão} = \hat{\theta} \pm \frac{z_\alpha}{2} \hat{s}_\theta^* ; I.C_{student} = \hat{\theta} \pm t_{\alpha/2} \hat{s}_\theta^* ;$ $IC_{percentil} = \hat{G}^{-1}(\alpha) ; IC_{BC_\alpha} = (\hat{\theta}^{*(\alpha_1)}, \hat{\theta}^{*(\alpha_2)})$

Conforme já citado anteriormente, uma das dificuldades do uso conjunto entre as duas técnicas é o fato do SSI-DATA realizar as análises diretamente no domínio tempo sem o uso de qualquer função de auto correlação. Entretanto, a técnica de reamostragem bootstrap tem como premissa iniciar o procedimento a partir de uma estimativa inicial que possua algum significado físico dos dados trabalhados. Entretanto, os resultados alcançados pela abordagem implementada na tese de ARAGÃO (2008) não foram bons quando comparados a outras técnicas de identificação associadas ao bootstrap, técnicas

essas que fazem uso de uma função estocástica prévia, como por exemplo o SSI-COV que se baseia na estimação inicial das matrizes de covariância.

Portanto, está sendo proposto nesta pesquisa desenvolver formas de melhorar a confiabilidade na quantificação de incertezas para a identificação estrutural através da combinação entre a técnica SSI-DATA e bootstrap. Para tanto, é proposto nesse trabalho inserir ou adaptar a técnica SSI-DATA para que se obtenha uma estimativa inicial com significado físico que correlacione os dados medidos para um melhor desempenho do bootstrap.

Nesse contexto, foram desenvolvidas duas novas técnicas de associação, sendo a primeira baseada na reamostragem de blocos da matriz de projeção e a segunda na reamostragem de blocos de função de resposta ao impulso (IRF).

### **III.3.1 Bootstrap a partir dos blocos da Projeção**

Nesta técnica o algoritmo de identificação estrutural é adaptado para realizar a reamostragem aleatória com substituição de blocos da matriz de projeção ao invés dos dados diretamente no tempo. A matriz projeção é obtida a partir da decomposição QR da projeção da matriz dos dados passados sobre a matriz de dados futuros. Assim, determina-se uma estimativa física análoga a uma função de auto correlação ou covariância que pode ser usada diretamente com o bootstrap. A Tabela III-3 sintetiza os passos para essa abordagem.

Tabela III-3 Descrição dos passos para a técnica baseada na reamostragem de blocos de projeção

Passo	Descrição do passo
(1)	Segmentação do sinal em blocos de dados; $X_1^{*(b)}, \dots, X_n^{*(b)} \stackrel{iid}{\sim} \hat{P} \quad b = 1, \dots, B$
(2)	Montagem da Matriz de Hankel de cada segmento de dados $H_{0/2i-1} = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} X_0^b & X_1^b & \dots & X_{j-1}^b \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{i-2}^b & X_{i-1}^b & \dots & X_{i+j-3}^b \\ X_{i-1}^b & X_i^b & \dots & X_{i+j-1}^b \\ X_i^b & X_{i+1}^b & \dots & X_{i+j-1}^b \\ X_{i+1}^b & X_{i+2}^b & \dots & X_{i+j}^b \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{2i-1}^b & X_{2i}^b & \dots & X_{2i+j-2}^b \end{bmatrix}_{2i \times j} = \begin{bmatrix} H_{0/i-1} \\ H_{i/2i-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{passado} \\ H_{futuro} \end{bmatrix}$
(3)	Cálculo das matrizes de projeção através da decomposição QR para cada uma das matrizes de Hankel obtidas
(4)	Cálculo da média simples através da reamostragem aleatória dos blocos de projeção
(5)	Determinação dos parâmetros dinâmicos da estrutura; $A = \Psi \Lambda \Psi^{-1} ; \Phi = C \Psi$
(6)	Determinação das estimativas estatísticas dos $B$ conjuntos de parâmetros modais obtidos; $\bar{\theta}^* = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\theta}_b^* ; \hat{s}_\theta^* = \sqrt{\left[ \frac{1}{B-1} \sum_{b=1}^B (\hat{\theta}_b^* - \bar{\theta}^*)^2 \right]} ; \text{viés}_{boot}(\bar{\theta}) = E(\bar{\theta}^*) - \bar{\theta}$
(7)	Determinação dos intervalos de confiança e estimação da confiabilidade dos resultados; $I.C_{padrão} = \hat{\theta} \pm \frac{z_\alpha}{2} \hat{s}_\theta^* ; I.C_{student} = \hat{\theta} \pm t_{\alpha/2} \hat{s}_\theta^* ;$ $I.C_{percentil} = \hat{G}^{-1}(\alpha) ; I.C_{BC_\alpha} = (\hat{\theta}^{*(\alpha_1)}, \hat{\theta}^{*(\alpha_2)})$

### III.3.2 Bootstrap a partir dos blocos de Função RD (IRF)

As técnicas de reamostragem como o bootstrap que dependem de estimativas ou correlações prévias podem ser mais bem usadas com SSI-DATA se forem feitas adaptações que não modifiquem a prerrogativa prévia dessa técnica de reamostragem. Sendo assim, é proposto nesse estudo desenvolver uma técnica híbrida entre o SSI-DATA e o RDT, de forma que ao invés de reamostrar blocos de dados diretamente do sinal medido, seja feita a reamostragem de blocos de dados na forma de função de resposta ao



impulso (IRF) obtidas previamente pelo uso da técnica RDT (IBRAHIM, 1977). Assim, para cada passo do bootstrap, os blocos IRF são reamostrados aleatoriamente por uma média simples. Diante disso apresenta-se na Tabela III-4 a descrição dos passos para a implementação dessa técnica.

**Tabela III-4 – Descrição dos passos para a técnica baseada na reamostragem de blocos IRF**

Passo	Descrição do passo
(1)	Segmentação do sinal em blocos de dados; $X_1^{*(b)}, \dots, X_n^{*(b)} \stackrel{iid}{\sim} \hat{P} \quad b = 1, \dots, B$
(2)	Cálculo dos blocos de função de resposta ao impulso para cada segmento obtido; $\hat{D}_{XX}(\tau) \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_n^b(t_i + \tau)   X_n^b(t_i) = a$
(3)	Cálculo da média simples através da reamostragem aleatória dos blocos IRF
(4)	Montagem da Matriz de Hankel a partir dos blocos de IRF reamostrados aleatoriamente; $H_{0/2i-1} = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} X_0^b & X_1^b & \dots & X_{j-1}^b \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{i-2}^b & X_{i-1}^b & \dots & X_{i+j-3}^b \\ X_{i-1}^b & X_i^b & \dots & X_{i+j-1}^b \\ X_i^b & X_{i+1}^b & \dots & X_{i+j-1}^b \\ X_{i+1}^b & X_{i+2}^b & \dots & X_{i+j}^b \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{2i-1}^b & X_{2i}^b & \dots & X_{2i+j-2}^b \end{bmatrix}_{2i \times j} = \begin{bmatrix} H_{0/i-1} \\ H_{i/2i-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{passado} \\ H_{futuro} \end{bmatrix}$
(5)	Determinação dos parâmetros dinâmicos da estrutura; $A = \Psi \Lambda \Psi^{-1} ; \Phi = C \Psi$
(6)	Determinação das estimativas estatísticas dos $B$ conjuntos de parâmetros modais obtidos; $\bar{\theta}^* = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\theta}_b^* ; \hat{s}_\theta^* = \sqrt{\left[ \frac{1}{B-1} \sum_{b=1}^B (\hat{\theta}_b^* - \bar{\theta}^*)^2 \right]} ; viés_{boot}(\bar{\theta}) = E(\bar{\theta}^*) - \bar{\theta}$
(7)	Determinação dos intervalos de confiança e estimação da confiabilidade dos resultados; $I.C_{padrão} = \hat{\theta} \pm \frac{z_\alpha}{2} \hat{s}_\theta^* ; I.C_{student} = \hat{\theta} \pm t_{\alpha/2} \hat{s}_\theta^* ;$ $IC_{percentil} = \hat{G}^{-1}(\alpha) ; IC_{BC_a} = (\hat{\theta}^{*(\alpha_1)}, \hat{\theta}^{*(\alpha_2)})$

# CAPÍTULO IV - AJUSTE DE MODELOS NUMÉRICOS COM QUANTIFICAÇÃO DE INCERTEZAS

## IV.1 Introdução

Estimar as incertezas do processo de ajuste de modelos numéricos em especial utilizando o método de elementos finitos é um processo fundamental para que os resultados obtidos sejam confiáveis através da determinação de uma faixa de valores que dependerá do nível de incertezas estimadas no ajuste do modelo, e não de um único valor de resposta, como usualmente é realizado.

As incertezas no processo de ajuste advêm das prováveis incertezas associadas a modelagem matemática, bem como as inerentes ao processo de identificação estrutural. No entanto, na quantificação dos desvios de um processo de ajuste é necessário ter ciência dos tipos de incerteza que devem ser abordadas. Nos trabalhos de OBERKAMPF *et al.* (2004) e FREY & BURMASTER (1999) são apresentadas duas classes de incertezas, as denominadas conhecidas e que podem ser reduzidas, como por exemplo atenuar o sistema de aquisição para reduzir o ruído da rede elétrica na identificação de estruturas. E a outra classe, considerada como incerteza não conhecida, irreduzível ou simplesmente denominada de incerteza aleatória, podendo ser apenas quantificada. Obviamente, a distinção nas classes de incertezas no ajuste de modelo é de difícil obtenção. Entretanto, o que deve ser realizado é reduzir ao máximo os erros conhecidos e estimar um intervalo de confiança do processo de ajuste realizado.

Diante disso, vários trabalhos vêm sendo desenvolvidos com o intuito de estimar as incertezas no processo de ajuste, como pôde ser visto em mais detalhes no CAPÍTULO I deste trabalho. Nesse cenário, alguns autores diferenciam os métodos de estimação de incertezas como em probabilísticos ou não-probabilísticos (KHODAPARAST *et al.*, 2017). Ambos os métodos podem ser considerados como da classe “*Optimization-based methods*” de ajuste de modelos citados nos trabalhos de RIBEIRO *et al.* (2012) e BREHM (2011).

Mais recentemente o uso de técnicas probabilísticas de estimação de incertezas pode ser encontrado em trabalhos como de PATELLI *et al.* (2017), VANDERHORN & MAHADEVAN (2018) e ROCCHETTA *et al.* (2018) que utilizam análise Bayesiana e/ou matriz de covariância para as estimações das incertezas. Entretanto, esse tipo de método, possui dificuldades em apresentar um significado físico aos parâmetros da estrutura que foram ajustados, além de necessitar de uma grande quantidade de dados para a realização da análise. Porém, como benefício desse tipo de abordagem pode-se obter intervalos de confiança mais restritos e próximo a média do parâmetro ajustado (GOVERS *et al.*, 2015).

Por outro lado, outros trabalhos adotam o conceito de estimação de incertezas de forma não-probabilística, o que possibilita maior praticidade uma vez que não se necessita de uma grande quantidade de dados para a realização da análise, bem como, acarreta uma certa facilidade para dar interpretação física aos parâmetros ajustados. Entre esses trabalhos citam-se mais recentemente os de KHODAPARAST *et al.* (2017) e GOVERS *et al.* (2015) que utilizam respectivamente a lógica Fuzzy e o método de intervalo inicialmente proposto por KHODAPARAST *et al.* (2011).

Chamam a atenção também os métodos que visam estimar as incertezas mesmo na presença de uma pequena faixa amostral. Um exemplo é o *Maximum likelihood estimation* que pode ser associada a outras técnicas probabilísticas ou não para a estimação das incertezas, como pode se ver nos trabalhos de NIELSEN & SORENSEN (2017), BISWAL & RAMASWAMY (2017) e FONSECA *et al.* (2005). Uma outra abordagem de estimação de incertezas é o método de computação intensiva por reamostragem aleatória denominado bootstrap que foi abordado no trabalho de VAKILZADEH *et al.* (2016) para a estimação de incertezas da identificação estrutural e conseqüentemente na quantificação de incertezas do ajuste de modelo, conforme apresentado no CAPÍTULO I deste trabalho.

Entretanto, até o presente momento pouco foi encontrado na literatura sobre o uso do método bootstrap aliado ao processo de estimação de incertezas no ajuste modelos. É interessante citar que o método bootstrap traz boas estimativas de incertezas para o espaço amostral mesmo quando este é relativamente pequeno, e quando comparado diretamente com o *Maximum likelihood estimation* o bootstrap mantém-se equiparado e eficiente conforme é apresentado no trabalho FREY & BURMASTER (1999).

Dentro desse contexto umas das contribuições dessa tese é o desenvolvimento de uma metodologia não-probabilística, dentro da classe de métodos de otimização para o ajuste de modelos com estimação de incertezas. Assim, uma vez apresentado a técnica identificação estrutural SSI no CAPÍTULO II e os esquemas de quantificação de incertezas através do bootstrap no CAPÍTULO III, este capítulo visa fornecer subsídios necessários para a elaboração do algoritmo de ajuste de modelos com quantificação de incertezas. Portanto, será mostrada a metodologia para a elaboração do algoritmo proposto bem com a apresentação do método de otimização adotado, no caso, os algoritmos genéticos. Também serão mostradas as funções objetivos escolhidas nesse trabalho, que principalmente referem-se a energia de deformação modal.

#### **IV.2 Energia de Deformação Modal**

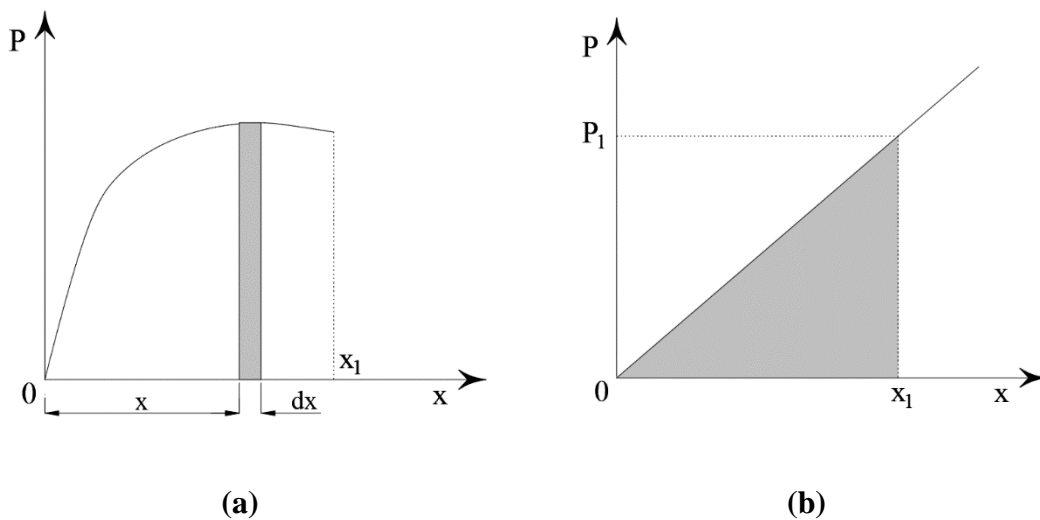
Em problemas de ajuste de modelos que utilizam procedimentos de otimização como os algoritmos genéticos, deve-se dar devida atenção as funções objetivos que serão utilizadas para a minimização do problema de otimização. Ao longo dos anos, diversas funções objetivos vêm sendo estudadas, tanto para detecção de danos como para o ajuste de modelos em elementos finitos. Um exemplo disso, é a revisão detalhada do uso de diversas funções objetivos no contexto da identificação de danos com ou sem ajuste de modelos apresentada no trabalho de FAN & QIAO (2011) e na extensa revisão realizada no trabalho de W. DOEBLING *et al.* (1998).

As funções objetivos adotadas neste trabalho são baseadas respectivamente nas frequências naturais do sistema e no uso da energia de deformação modal. A energia de deformação modal é numericamente e experimentalmente verificada para a detecção de danos em obras de artes especiais como pontes e viadutos conforme pode ser ver no trabalho MORADIPOUR *et al.* (2017) Essa função objetivo baseada na segunda derivada dos autovetores modais e seus avanços são recorrentemente apresentados na literatura, principalmente no contexto de identificação de danos por sua alta sensibilidade, o que permite teoricamente identificar mudanças de rigidez em elementos locais da estrutura (SHI *et al.*, 1998; LI *et al.*, 2013; LIU *et al.*, 2014; CHA & BUYUKOZTURK, 2015; LI *et al.*, 2016; LIU *et al.*, 2017).

No cenário de utilização de algoritmos evolutivos ou heurísticos fazendo uso da energia de deformação modal, como o proposto nessa tese, através dos algoritmos

genéticos, cita-se o trabalho de VO-DUY *et al.* (2016) o qual apresenta com detalhes os pseudocódigos para a melhoria do método em prol da detecção de danos em estruturas operacionais. Em relação ao uso da energia de deformação modal para o ajuste de modelos de elementos finitos citam-se os trabalhos JAISHI & REN (2007), BREHM *et al.* (2010), BREHM *et al.* (2010), RIBEIRO *et al.* (2012), RIBEIRO (2012) e mais recentemente o trabalho de ZI *et al.* (2016).

A formulação da energia de deformação modal para ser usada como uma função objetivo pode ser desenvolvida a partir dos conceitos da resistência dos materiais apresentada por Timoshenko, que preconiza que a energia de deformação ou trabalho de deformação para um sistema qualquer pode ser interpretada como a área sob a curva que relaciona força com deslocamento, conforme pode ser visualizado na Figura IV-1. Em contextos diferenciais pode-se escrever a Equação (IV.1);



**Figura IV-1 – (a) Curva força-deslocamento para um sistema qualquer. (b) Curva força-deslocamento para um sistema linear elástico**

$$dU = Pdx \quad (IV.1)$$

onde,

$dU$  é a energia de deformação elementar;

$P$  é a força;

$dx$  o deslocamento elementar

Portanto, utilizando os conceitos do cálculo diferencial, a energia de deformação total ( $U$ ) é obtida através da integração da área sob a curva da Figura IV-1(a) resultando na integral definida dada pela Equação (IV.2)

$$U = \int_0^{x_1} P dx \quad (IV.2)$$

Considerando um sistema linear elástico, conforme mostrado pela Figura IV-1(b) e utilizando os conceitos de constante de rigidez ( $k$ ) e de geometria plana, tem-se;

$$P = kx \rightarrow U = \int_0^{x_1} kx dx \rightarrow \frac{kx_1^2}{2} \quad (IV.3)$$

logo,

$$U = \frac{1}{2} P_1 x_1 \quad (IV.4)$$

Levando em consideração a realização de ajuste de modelos em elementos finitos, aplica-se a relação de rigidez e deslocamento inicialmente para um sistema de apenas um grau de liberdade conforme a Figura IV-2 e realizando as devidas correspondências ( $d_1 = x_1$ ) ao caso análogo a Equação (IV.4), tem-se;

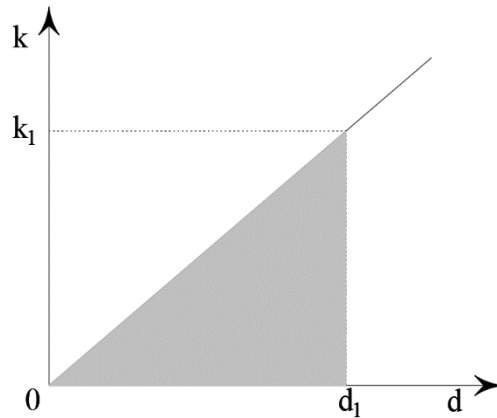


Figura IV-2 – Curva rigidez-deslocamento para um sistema linear elástico

$$P_1 = k_1 d_1 \rightarrow U = \frac{1}{2} k_1 d_1^2 \quad (\text{IV.5})$$

Realizando então a expansão para múltiplos graus de liberdade, através da contribuição de cada grau de liberdade para a obtenção da energia de deformação, a partir do uso de um duplo somatório chega-se então a Equação (IV.6)

$$U = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_{gdl}} \sum_{i=1}^{N_{gdl}} k_{ij} d_i^2 \quad (\text{IV.6})$$

em que,

$N_{gdl}$  é o número de graus de liberdade da estrutura;

$i$  e  $j$  são, respectivamente, índices de linhas e colunas da matriz de rigidez da estrutura.

Assim, aplicando a notação matricial e readequando a equação para que possa ser obtido a energia de deformação por elemento discreto do sistema estrutural, tem-se;

$$U = \frac{1}{2} [d]^T [k] [d] \quad (\text{IV.7})$$

onde,

$[d]$  é o vetor de deslocamentos do elemento;

$[k]$  é a matriz de rigidez do elemento.

Assim, para obter a energia de deformação de todos os elementos discretos de um sistema estrutural, utiliza-se o somatório apresentado pela Equação (IV.8)

$$U = \frac{1}{2} \sum_{el}^N [d]_{el}^T [k]_{el} [d]_{el} \quad (IV.8)$$

em que,  $N$  é o número total de elementos.

Finalmente, realizando a analogia entre o vetor de deslocamentos de um elemento  $[d]_{el}$  e o seu autovetor correspondente  $[\Phi]_{el}$  pode-se obter a energia de deformação modal da estrutura através do somatório mostrado pela Equação (IV.9)

$$EDM = \frac{1}{2} \sum_{el}^N [\Phi]_{el}^T [k]_{el} [\Phi]_{el} \quad (IV.9)$$

Entretanto, para o ajuste do sistema estrutural é interessante considerar todas as contribuições modais relativas aos modos de vibração identificados ou considerados para o processo de otimização com minimização de uma função objetivo. Portanto, a energia de deformação total ( $EDM_T$ ) é dada conforme equação, que será a principal função objetivo adotada neste trabalho.

$$EDM_T = \frac{1}{2} \sum_m^{N_m} \sum_{el}^N [\Phi_m]_{el}^T [k]_{el} [\Phi_m]_{el} \quad (IV.10)$$

em que,  $N_m$  é o número de modos identificados ou considerados para o processo de ajuste de modelos.



### IV.3 Metodologia do Algoritmo para Ajuste de Modelos em elementos finitos com quantificação de incertezas

Para o ajuste de modelos em elementos finitos por técnicas iterativas são necessárias três fases: A modelagem computacional, a identificação de parâmetros dinâmicos a partir de testes experimentais de vibrações e pôr fim a minimização da função objetivo através de técnicas de otimização. Entretanto, no contexto da estimação de incertezas dentro do campo de atualização de modelos é interessante realizar o equacionamento que relaciona as fases acima citadas com seus respectivos erros que incidem tanto nos métodos de ajuste de modelos em elementos finitos, quanto nas medições experimentais. Para tanto, deve-se inicialmente determinar o erro de medição ( $\varepsilon_m$ ) que relaciona a diferença entre as observações experimentais ( $\hat{d}$ ) e da estrutura real ( $d$ ), conforme pode ser visto pela Equação (IV.11)

$$\varepsilon_m = \hat{d} - d \quad (\text{IV.11})$$

que pode ser rearranjada da seguinte maneira;

$$\hat{d} = d + \varepsilon_m \quad (\text{IV.12})$$

e o erro de modelagem da estrutura que relaciona a diferença entre o modelo de elementos finitos idealizado com as simplificações numéricas e matemáticas  $G(\theta_m)$  e a estrutura real avaliada  $d$ , podendo ser expresso através da Equação (IV.13);

$$\varepsilon_g = d - G(\theta_m) \quad (\text{IV.13})$$

em que,  $\theta_m$  representa os parâmetros físicos e/ou geométricos que constituem o modelo computacional adotado. Esta equação pode então ser rearranjada de acordo com a Equação (IV.14).

$$d = G(\theta_m) + \varepsilon_g. \quad (\text{IV.14})$$

Fazendo a substituição da Equação (IV.14) na Equação (IV.12), pode-se obter uma expressão que implica que o modelo de elementos finitos  $G(\theta_m)$  corrigido pela adição do erro de modelagem  $(\varepsilon_g)$  é igual as observações experimentais  $(\hat{d})$  acrescido do erro de medição  $(\varepsilon_m)$ .

$$\hat{d} - \varepsilon_m = G(\theta_m) + \varepsilon_g \quad (\text{IV.15})$$

A partir da Equação (IV.15) pode-se determinar as incertezas  $(\varepsilon)$  no processo de ajuste de modelos levando em consideração os erros devido a modelagem numérica e os erros decorrentes da identificação estrutural do sistema, como mostra a Equação (IV.16). Assim, essa equação servirá como base para a quantificação de incertezas, utilizando métodos probabilísticos ou não-probabilísticos para a correção de modelos (SIMOEN *et al.*, 2015).

$$\hat{d} - G(\theta_m) = \varepsilon_g + \varepsilon_m = \varepsilon \quad (\text{IV.16})$$

Visualizando a Equação (IV.16) pode-se adotar a seguinte abordagem para a estimação de incertezas no processo de ajuste. O erro advindo do processo de modelagem  $(\varepsilon_g)$  será adotado como a variabilidade de alguns dos parâmetros físicos ou geométricos da estrutura, como, por exemplo, o módulo de elasticidade, a área, etc. obtidos diretamente da estrutura real a ser modelada. Estes parâmetros  $(\theta_m)$  serão escolhidos de forma prévia a partir de uma análise de sensibilidade garantindo que o/os parâmetros  $(\theta_m)$  escolhidos possuam mais influência sobre o comportamento geral da estrutura. Nesta etapa serão realizados testes numéricos com o tipo de sistema estrutural que será experimentado para o ajuste. Essa abordagem é bastante utilizada na literatura como pode se ver nos trabalhos de BREHM (2011) e RIBEIRO (2012)

Nesse trabalho, a estimação do erro ( $\varepsilon_m$ ) na análise modal experimental conforme supracitado a partir do uso do método de identificação estocástica SSI-DATA em conjunto com a técnica bootstrap considera três abordagens. A primeira estratégia consiste em segmentar o sinal de resposta da estrutura em blocos e reamostrar aleatoriamente os blocos de dados através de uma média simples, montando-se em seguida a matriz de Hankel para cada passo do bootstrap. A segunda e terceira estratégias são alguns dos avanços propostos nesse trabalho. A segunda estratégia segmenta o sinal, e para cada bloco obtido é calculada a matriz de projeção, realizando então a reamostragem aleatória dos blocos de projeção por média simples para cada passo do bootstrap. O terceiro algoritmo segmenta os sinais aquisitados e para cada bloco de dados obtido calcula-se uma função de resposta ao impulso (IRF) através da técnica do decremento aleatório (RDT). Assim, para cada passo do bootstrap, os blocos IRF são reamostrados aleatoriamente por uma média simples

De posse dos erros de modelagem ( $\varepsilon_g$ ), do modelo matemático ( $G(\theta_m)$ ), do modelo experimental  $\hat{d}$  e dos erros de identificação ( $\varepsilon_m$ ) pode-se dar prosseguimento as demais etapas do ajuste.

Assim, adota-se uma função objetivo que é baseada na energia de deformação modal e na frequência natural da estrutura. Desta forma, é definida a expressão que passará pelo processo de minimização fazendo uso do erro quadrático conforme pode ser visto através da Equação discreta apresentada em (IV.17)

$$fo(\theta_m) = \frac{a}{N_{\text{mod}}} \sum_{\text{mod}}^{N_{\text{mod}}} \left( \frac{\omega_{\text{mod}}}{\omega_{\text{mod}}^{\text{exp}}} - 1 \right)^2 + \frac{b}{N_{\text{mod}}} \sum_{\text{mod}}^{N_{\text{mod}}} \sum_{el}^{N_{el}} \left( \frac{[\Phi_{\text{mod}}]_{el}^T [k]_{el} [\Phi_{\text{mod}}]_{el} - 1}{[\Phi_{\text{mod}}^{\text{exp}}]_{el}^T [k]_{el} [\Phi_{\text{mod}}^{\text{exp}}]_{el}} \right)^2$$

(IV.17)

onde;

$\omega$  é a frequência natural do modelo em elementos finitos;

$\omega^{\text{exp}}$  é a frequência natural experimental;

$N_{\text{mod}}$  é o número de modos avaliados;

$N_{el}$  é o número de elementos do modelo computacional;

$[\Phi]$  é o vetor de deslocamento modal do modelo em elementos finitos;

$[\Phi^{\text{exp}}]$  é o vetor de deslocamento modal experimental;

$[k]$  é a matriz de rigidez do elemento;

$a$  e  $b$  são pesos referentes aos erros residuais, respectivamente a frequência e a energia de deformação modal. Esses pesos são utilizados de forma que a minimização da função objetivo incida nos resíduos mais altos e conseqüentemente gere melhores respostas ao ajuste dos parâmetros selecionados (RIBEIRO, 2012). Portanto, o peso referente a frequência será mais alto uma vez que ela é estimada com maior rigor possuindo menor erro residual. Em contrapartida o peso referente a minimização da energia de deformação modal será menor, fazendo que o algoritmo priorize respostas que levem a um melhor ajuste do modelo em elementos finitos. Isso fica mais evidente quando se leva em consideração que a frequência é uma medida da estrutura global sendo incapaz de otimizar elemento a elemento finito como é realizado através da energia de deformação modal.

A escolha do resíduo da frequência natural somado ao resíduo da energia de deformação modal cria uma restrição no processo de minimização para que não sejam alcançados resultados ótimos que não possuam significado físico em relação a estrutura analisada.

A minimização da função objetivo será realizada por algoritmos genéticos que terão espaço amostral determinados a partir das faixas de valores dos parâmetros físicos ou geométricos utilizados no modelo computacional.

### **IV.3.1 Algoritmos Genéticos**

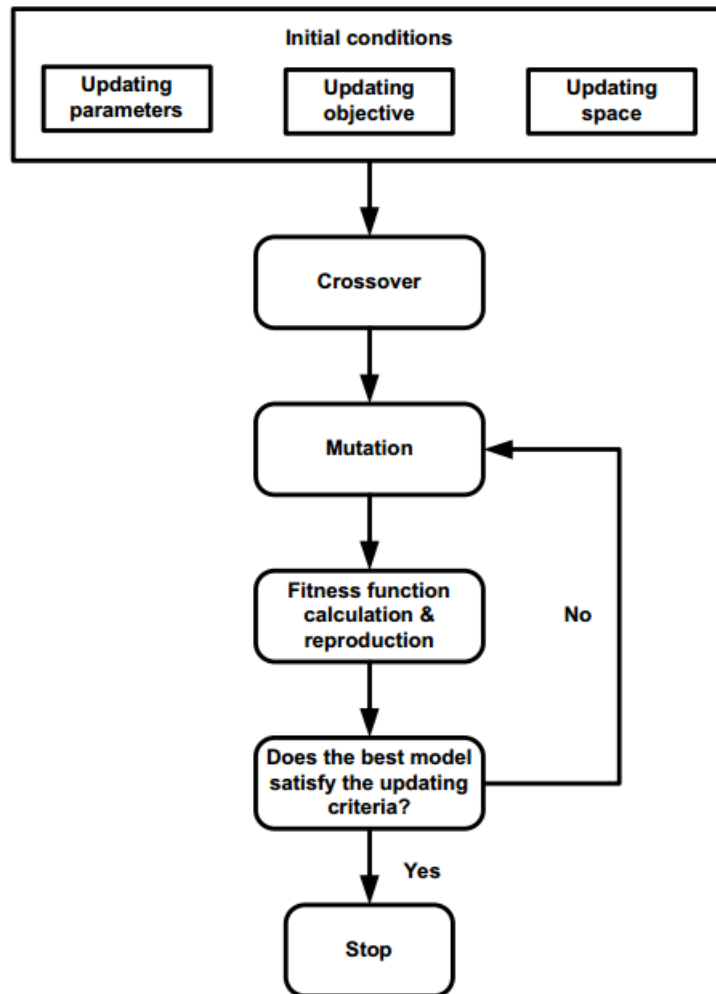
No contexto de métodos de otimização para ajuste de modelo, chama atenção os chamados métodos heurísticos ou de computação evolutiva encontrados em diversos trabalhos como na revisão de MARWALA (2010). Dentre estes, os algoritmos genéticos

tem sido aplicado com sucesso em diversas áreas da engenharia estrutural, tais quais, ajuste de modelos (RIBEIRO *et al.*, 2012; SHABBIR & OMENZETTER, 2016), identificação de danos (HAO & XIA, 2002; MERUANE & HEYLEN, 2011; MALEKZEHTAB & GOLAFSHANI, 2013) e otimização de estruturas (KOCIECKI & ADELI, 2014).

Os algoritmos genéticos são métodos probabilísticos baseados na teoria de evolução natural de Darwin. O método foi desenvolvido durante a década de 1960 por John Holland e seus alunos na universidade de Michigan (CUNHA *et al.*, 2012). O método consiste na evolução biológica realizando uma pesquisa em grande espaço amostral (população) constituído de todas as possíveis combinações genéticas. Assim, alguns dos elementos dessa amostra poderão gerar elementos viáveis a uma solução. Logo, no processo de evolução restarão apenas os indivíduos mais adaptados (solução) ao meio ambiente (problema) em que se encontram (CUNHA *et al.*, 2012).

Utilizando a seleção natural, os algoritmos genéticos buscam em um conjunto de amostras as potenciais soluções para um determinado problema analisado. Esses conjuntos sofrem combinações ao longo de diversas iterações até que sejam gerados indivíduos que alcancem a solução ótima do problema. De acordo com a inspiração biológica os algoritmos genéticos possuem um conjunto de designações que servem para qualificar as entidades adotadas ao seu funcionamento. Assim, o conjunto de amostras que são processados e analisados é denominado de **população**. As iterações do processo de otimização são chamadas de **gerações** e a sequência de várias populações geradas é a **evolução** ao longo do tempo. A **população** é formada por elementos denominados de indivíduos ou cromossomos e estes são constituídos por **genes**, os quais podem ser encarados como a característica elementar de uma determinada solução. A posição do **gene** dentro do **cromossomo** é chamada de **locus** e estes podem tomar um valor dentro de um conjunto de possibilidades a qual denomina-se **alelos** (CUNHA *et al.*, 2012).

Ressalta-se que este método se difere de métodos tradicionais de otimização por não necessitar de cálculo de gradientes ou funcionais, mas sim por procurar a solução diretamente dentro do espaço amostral analisado. Os algoritmos genéticos podem ser abordados no processo de otimização de estruturas ou ajuste de modelos, conforme a metodologia apresentada no fluxograma retirado do livro de MARWALA (2010).



**Figura IV-3 – Fluxograma para a utilização de algoritmos genéticos em problemas de otimização (MARWALA, 2010)**

A inicialização ou condições iniciais é onde gera-se o espaço amostral ou conjunto de indivíduos que servirá como campo de busca para o método encontrar uma solução. Os algoritmos genéticos no cenário de ajuste de modelos geram a população para otimização do problema a partir de um limite inferior e superior dos parâmetros ( $\theta_m$ ) do modelo ( $G(\theta_m)$ ) a serem ajustados. Esses limites têm por base o erro de modelagem ( $\varepsilon_g$ ) que gera uma faixa de valores admissíveis para a correção dos parâmetros escolhidos (módulo de elasticidade, dimensões etc.). Conforme citado anteriormente, os parâmetros ( $\theta_m$ ) a serem ajustados serão escolhidos a partir de simulações computacionais que possuem o objetivo de verificar quais parâmetros são mais suscetíveis a mudar o

comportamento dinâmico da estrutura. A faixa de valores pré-estabelecida para gerar a população inicial, obtida a partir da variabilidade dos parâmetros medidos na estrutura real cujo modelo matemático será ajustado, tem também um papel de restrição no processo otimização, uma vez que, evita que sejam gerados indivíduos sem nenhum significado físico da estrutura analisada.

Os indivíduos da população inicial podem ser encarados como um vetor que contém os genes ou em outras palavras os parâmetros físicos e/ou numéricos que servirão como prováveis soluções ótimas para o problema. Cada indivíduo da população pode ser representado por um vetor na seguinte forma;

$$I_i = \{\theta_m^1, \theta_m^2, \dots, \theta_m^n\} \quad (IV.18)$$

onde,

$I_i$  é um indivíduo  $i$  de uma população inicial;

$\theta_m^1$  é um dos parâmetros físico/numéricos que constituem o indivíduo. Esses parâmetros são avaliados em busca de uma solução ótima;

$n$  é o número total de genes ou parâmetros de um indivíduo  $i$  de uma população.

Cada indivíduo da população inicial é então avaliado através de uma função de aptidão (“*fitness*”). Esta avaliação no contexto de ajuste de modelos é realizada através da minimização de uma função objetivo, conforme Equação (IV.17), baseada em uma entidade física do sistema estrutural a ser ajustado. Entretanto, essa função deve ter restrições que são baseadas na faixa de valores admissíveis para a geração da população, evitando que a população seja gerada de forma totalmente aleatória. Penalidades podem ser encaradas no algoritmo proposto através da soma do resíduo da frequência ao resíduo da energia de deformação modal o que gera ordens altas da função objetivo (vide Eq. (IV.17)), evitando que indivíduos inviáveis tenham pequena chance de sobrevivência, resguardando assim que apenas soluções ótimas sejam encontradas.

O tamanho da população inicial é um fator fundamental para a eficiência da otimização, uma vez que um tamanho pequeno pode não apresentar soluções viáveis ao

problema analisado e por outro lado, populações grandes elevam demasiadamente o custo computacional, podendo tornar a análise inviável (RIBEIRO, 2012). Diante disso alguns estudos sugerem uma população inicial compreendida entre 30 a 100 indivíduos.

A partir da população inicial o processo iterativo é iniciado. Realiza-se assim o cálculo da aptidão gerando uma nova população baseada em quatro operadores básicos: A seleção, a reprodução, a mutação e a substituição, até que resultados ótimos sejam alcançados. Neste trabalho, utiliza-se a função de algoritmos genéticos disponibilizado na plataforma MATLAB. A população inicial é escolhida com base na variabilidade do parâmetro/parâmetros da estrutura escolhido/escolhidos para serem otimizados em prol do ajuste de modelos.

#### IV.3.2 Quantificação de Incertezas no Ajuste de Modelos em Elementos Finitos

A quantificação das incertezas do ajuste de modelos em elementos finitos é determinada a partir da realização da otimização do problema dentro de um ciclo iterativo baseado no número de “boots” adotados para a reamostragem aleatória dos sinais aquisitados. Nesse processo, para cada “boot” realiza-se a minimização da função objetivo de cada estimativa contida dentro do intervalo de confiança dos parâmetros modais utilizados (Frequência e Energia de Deformação Modal) obtidos pela estimação de incertezas da identificação estrutural. Diante disso, pode-se obter as estimativas estatísticas do modelo ajustado conforme as equações (IV.19) e (IV.20);

$$\bar{\theta}_c = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \theta_c^b \quad (IV.19)$$

$$s_{\theta_c} = \sqrt{\left[ \frac{1}{B-1} \sum_{b=1}^B \left( \theta_c^b - \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \theta_c^b \right)^2 \right]} \quad (IV.20)$$

onde B é o número de reamostragens bootstrap.

A partir das equações (IV.19) e (IV.20) pode-se estimar um intervalo de confiança para a correção do modelo em elementos finitos que leva em consideração as incertezas da otimização por algoritmos genéticos, bem como, da identificação estrutural



e da modelagem baseada na variabilidades dos parâmetros escolhidos para o ajuste. Para o intervalo de confiança assume-se que a estatística dos parâmetros estimados é normal e escolhe-se um  $\alpha = 2,5\%$  o que corresponde a mais ou menos duas vezes o desvio-padrão em uma distribuição Gaussiana. Essa afirmação é representada pela Equação (IV.21), em que,  $\theta_c^B$  representa os parâmetros da estrutura que foram corrigidos durante a otimização;

$$I.C_{Modelo} = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \theta_c^b \pm 2 \sqrt{\left[ \frac{1}{B-1} \sum_{b=1}^B \left( \theta_c^b - \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \theta_c^b \right)^2 \right]}. \quad (IV.21)$$

em que  $I.C_{Modelo}$  é o intervalo de confiança padrão dos parâmetros ajustados.

# CAPÍTULO V - IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO PARA AJUSTE ESTOCÁSTICO DE MODELOS

## V.1 Introdução

Neste trabalho, apresenta-se uma metodologia para realização de ajuste de modelo em elementos finitos através da minimização de uma função objetivo considerando as incertezas inerentes ao processo de modelagem computacional e as relativas à identificação dos parâmetros dinâmicos do sistema estrutural a partir de testes experimentais de vibração.

O método de ajuste de modelos consiste na realização de várias etapas utilizando diversos métodos teóricos e/ou computacionais de uma forma consistente e sistemática. A fim de dar uma visão geral da metodologia é apresentado na Figura V-1, um organograma esquemático proposto por (BREHM, 2011).

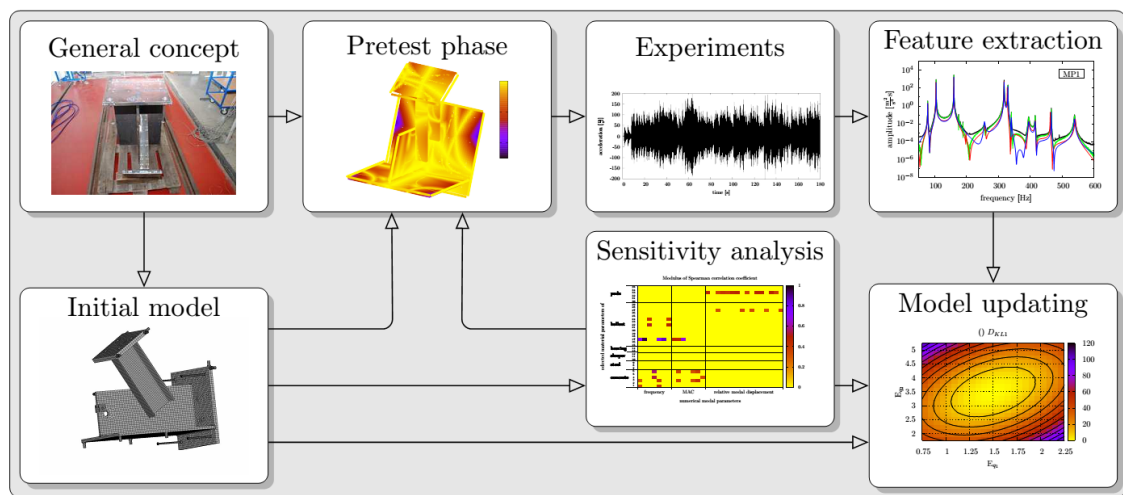


Figura V-1 – Organograma para ajuste de modelos (BREHM, 2011)

Este capítulo visa apresentar a elaboração dos algoritmos para o ajuste com quantificação de incertezas de modelos em elementos finitos. Inicialmente, serão apresentadas as implementações referentes a modelagem matemática utilizado o método dos elementos finitos. Em seguida, a implementação da técnica de identificação de

sistemas com quantificação de incertezas baseado no modelo de espaço de estados SSI-DATA para a obtenção dos parâmetros modais como frequências naturais, taxas de amortecimentos e formas modais. Por fim apresenta-se o algoritmo de ajuste por técnicas de otimização fazendo uso dos códigos para modelagem computacional e identificação estrutural desenvolvidos.

## V.2 Algoritmo para a modelagem em Elementos Finitos via MATLAB

Para o desenvolvimento deste trabalho foi utilizado a plataforma Matlab para a elaboração dos algoritmos. Um ponto positivo desta plataforma é a fácil implementação de algoritmos usando funções nativas já definidas, que é o caso por exemplo do algoritmo genético utilizado nesse trabalho, porém uma desvantagem desta escolha é a perda de eficiência computacional uma vez que o Matlab é uma linguagem interpretada. No entanto, nos atuais computadores essa desvantagem é minimizada, uma vez que estes equipamentos vêm apresentando uma eficiência cada vez maior. Além disto, o principal objetivo deste trabalho é desenvolver a metodologia e o Matlab possui excelentes ferramentas que facilitam este desenvolvimento.

A elaboração do módulo de elementos finitos tem por objetivo modelar e realizar a análise modal de sistemas mecânicos complexos no espaço tridimensional, para tanto foram implementados os seguintes tipos de elementos:

- De pórtico espacial baseado na teoria de viga de *Timoshenko*
- De casca do tipo *lagrangeano* de nove nós baseado na teoria de placa de *Mindlin* em conjunto com a teoria de estado plano de tensão.
- De mola com seis graus de liberdade considerando as prováveis necessidades de ajuste das condições de contorno.

A formulação do elemento de pórtico espacial é realizada através do princípio das forças virtuais, utilizando a interpolação de forças para a obtenção da matriz de rigidez do elemento. A Equação (V.1) apresenta a matriz de rigidez do elemento de barra constituído por dois nós e seis graus de liberdade por nó:

$$[k_{barra}] = [T]^T \left[ \int_0^L [b]^T [f_s] [b] dx \right]^{-1} [T] \quad (V.1)$$

em que,  $[f_s]$  é a matriz de flexibilidade da seção obtida a partir da inversa da matriz de rigidez da seção  $[k_s]$ ;  $[b]$  é a matriz de interpolação de forças;  $[T]$  é matriz de transformação do sistema básico para o sistema cartesiano e  $[k_{barra}]$  é a matriz de rigidez do elemento de pórtico espacial.

Para a formulação da matriz de massa do elemento de barra, optou-se por representá-la de forma simplificada, ou seja, montar uma matriz em que as contribuições da massa sejam unicamente dispostas nos graus de liberdade translacionais do elemento, formando assim uma matriz diagonal.

De forma a realizar o correto posicionamento da seção no espaço tridimensional com dimensões  $x$ ,  $y$  e  $z$  optou-se, na formulação do elemento de pórtico espacial, em utilizar o conceito de transformação linear baseado em um vetor de referência. Ou seja, a partir da definição de um vetor  $vec_{xz}$  que não seja paralelo ao vetor  $x$  (vetor que corre ao longo do comprimento do elemento), pode-se obter o plano local  $xz$  e conseqüentemente determinar o vetor  $y$  a partir do produto vetorial do vetor  $x$  pelo seu respectivo vetor de referência  $vec_{xz}$  ( $Vetor_y = Vec_{xz} \times Vetor_x$ ). A Figura V-2 apresenta uma ilustração esquemática de forma a visualizar esta transformação linear.

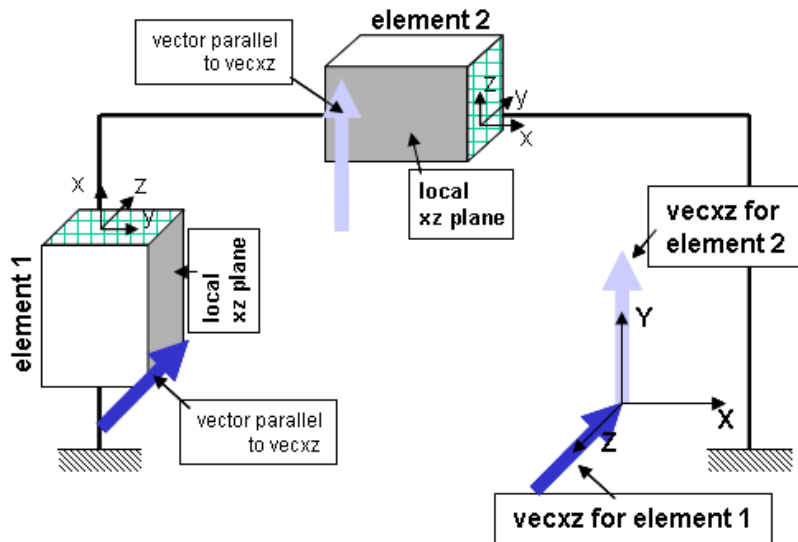


Figura V-2 – Transformação linear pelo vetor de referência  $\text{vecxz}$  (MAZZONI, 2009)

A implementação do elemento de casca é realizada através do princípio dos deslocamentos virtuais, utilizando funções de interpolação dos deslocamentos para a determinação da matriz de rigidez do elemento. Assim, são listadas na Equação (V.2) as funções de interpolação ou mais usualmente chamadas de funções de forma do elemento finito.

$$\begin{aligned}
 N_9 &= (1 - \xi^2)(1 - \eta^2) \\
 N_8 &= \frac{1}{2}(1 - \xi)(1 - \eta^2) - \frac{1}{2}N_9 \\
 N_7 &= \frac{1}{2}(1 - \xi^2)(1 + \eta) - \frac{1}{2}N_9 \\
 N_6 &= \frac{1}{2}(1 + \xi)(1 - \eta^2) - \frac{1}{2}N_9 \\
 N_5 &= \frac{1}{2}(1 - \xi^2)(1 - \eta) - \frac{1}{2}N_9 \\
 N_4 &= \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta) - \frac{1}{2}N_7 - \frac{1}{2}N_8 - \frac{1}{4}N_9 \\
 N_3 &= \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta) - \frac{1}{2}N_6 - \frac{1}{2}N_7 - \frac{1}{4}N_9 \\
 N_2 &= \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta) - \frac{1}{2}N_5 - \frac{1}{2}N_6 - \frac{1}{4}N_9 \\
 N_1 &= \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta) - \frac{1}{2}N_5 - \frac{1}{2}N_8 - \frac{1}{4}N_9
 \end{aligned} \tag{V.2}$$

onde,  $\xi$  e  $\eta$  são coordenadas do sistema natural.

O elemento finito utilizado é quadrilateral quadrático de nove nós, possuindo cinco graus de liberdade por nó. A escolha desse elemento baseou-se na sua precisão de resultados uma vez que o alto grau de seus polinômios interpoladores permite uma convergência mais rápida e eficiente, além de poderem representar exatamente o estado de flexão pura até mesmo para elementos não retangulares (COOK *et al.*, 2007), logo auxiliando na minimização dos erros inerentes a modelagem.

Conforme dito anteriormente a formulação do elemento de casca é baseada na superposição dos efeitos referentes as teorias de placa e membrana. Logo, de maneira a ilustrar a superposição destes efeitos, inicialmente apresentam-se as relações constitutivas para cada efeito individualmente (vide equações de (V.3), (V.4) e (V.5)) e posteriormente monta-se a matriz constitutiva do elemento de casca a partir destas relações;

$$[C_m]_{3 \times 3} = \frac{Et}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (V.3)$$

$$[D_b]_{3 \times 3} = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (V.4)$$

$$[D_s]_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} \frac{5tG}{6} & 0 \\ 0 & \frac{5tG}{6} \end{bmatrix} \quad (\text{V.5})$$

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [C_m]_{3 \times 3} & [0]_{3 \times 3} & [0]_{3 \times 2} \\ [0]_{3 \times 3} & [D_b]_{3 \times 3} & [0]_{3 \times 2} \\ [0]_{2 \times 3} & [0]_{2 \times 3} & [D_s]_{2 \times 2} \end{bmatrix}_{8 \times 8} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \\ \psi_x \\ \psi_y \\ \psi_{xy} \\ \gamma_x \\ \gamma_y \end{Bmatrix} \quad (\text{V.6})$$

ou em sua forma compacta;

$$\{E\} = [D_c]\{\varepsilon\} \quad (\text{V.7})$$

onde,  $E$  é o módulo de elasticidade;  $t$  é a espessura do elemento;  $\nu$  é o coeficiente de Poisson;  $G$  é o módulo de elasticidade transversal;  $\{E\}$  é o vetor de esforços internos do elemento;  $[D_c]$  é a matriz constitutiva e  $\{\varepsilon\}$  é o vetor de deformações internas do elemento.

Portanto, a matriz de rigidez do elemento de casca baseada na superposição de efeitos, pode ser definida pela dupla integral apresentada pela Equação (V.8):

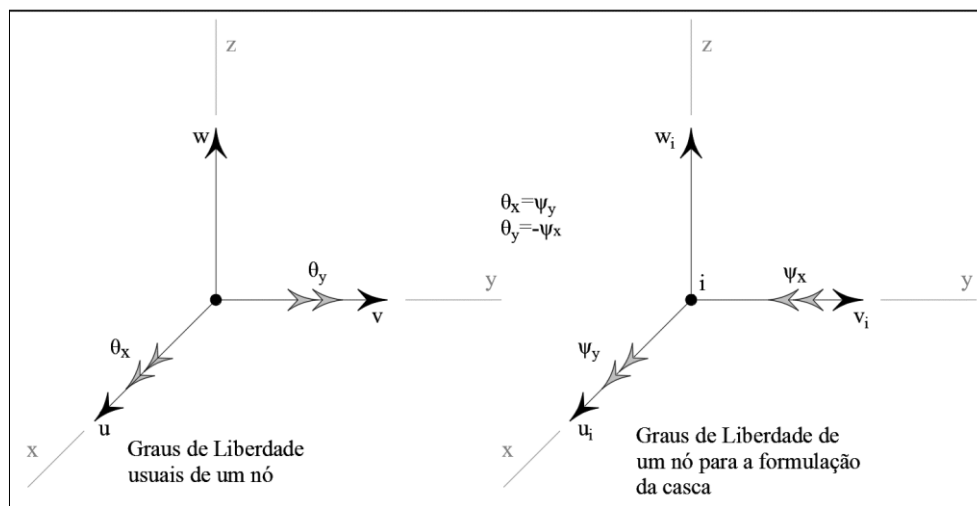
$$[k_{casca}] = \iint [B]^T [D_c] [B] dA \quad (\text{V.8})$$

Em que  $[B]$  é a matriz de transformação entre as deformações internas e os deslocamentos nodais do elemento finito.

A matriz de massa do elemento quadrilateral quadrático implementado é determinada pela solução da dupla integral do produto matricial das funções de forma pela matriz de massa da seção do elemento, conforme Equação (V.9):

$$[m_{casca}] = \iint [N]^T [m_s] [N] dA \quad (V.9)$$

Por se tratar de um elemento de casca utilizando a teoria de Mindlin a partir da superposição de efeitos, a notação (direção e sentido) dos graus de liberdade da casca diferem da notação clássica (usual, como por exemplo o do elemento de pórtico espacial) dos graus de liberdade impostos a um nó, conforme pode-se ver na Figura V-3.



**Figura V-3 – Notação dos graus de liberdade para um nó usual e para o nó do elemento de casca**

Portanto, para a realização da compatibilização da notação dos graus de liberdade, garantindo assim a correta interação entre os elementos implementados no programa (elemento de pórtico espacial e elemento de mola), os graus de liberdade do elemento de casca devem sofrer uma transformação de coordenadas para o sistema de coordenadas clássico da estrutura, o que pode ser realizado pela implementação da matriz de transformação  $T$ . A partir da visualização da Figura V-3, a montagem da matriz de transformação pode ser obtida pela seguinte Equação:



$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \\ \psi_x \\ \psi_y \end{Bmatrix} \quad (\text{V.10})$$

a matriz apresentada na Equação (V.10) é a própria matriz de transformação  $T$  e os vetores presentes, representam as translações e rotações de um nó do elemento conforme a Figura V-3

Os dados de entrada são inseridos a partir de arquivos de texto (.txt), automatizando assim o uso de vários modelos sem a necessidade de edição da função principal do módulo de elementos finitos.

Um das incertezas inerentes a modelagem, diz respeito ao nível de refinamento da malha, o que pode ocasionar erros na obtenção dos parâmetros modais computacionais devido a não convergência de seus valores (STEENACKERS & GUILLAUME, 2006; MOTTERSHEAD *et al.*, 2011). Diante desta situação, foi implementado um código no módulo FEM para a divisão automática da malha de elementos finitos (casca e barras) a partir da inserção do número de divisões para cada elemento (de acordo com a necessidade de refinamento) presentes no modelo inicial que estão descritos no arquivo .txt de dados de entrada.

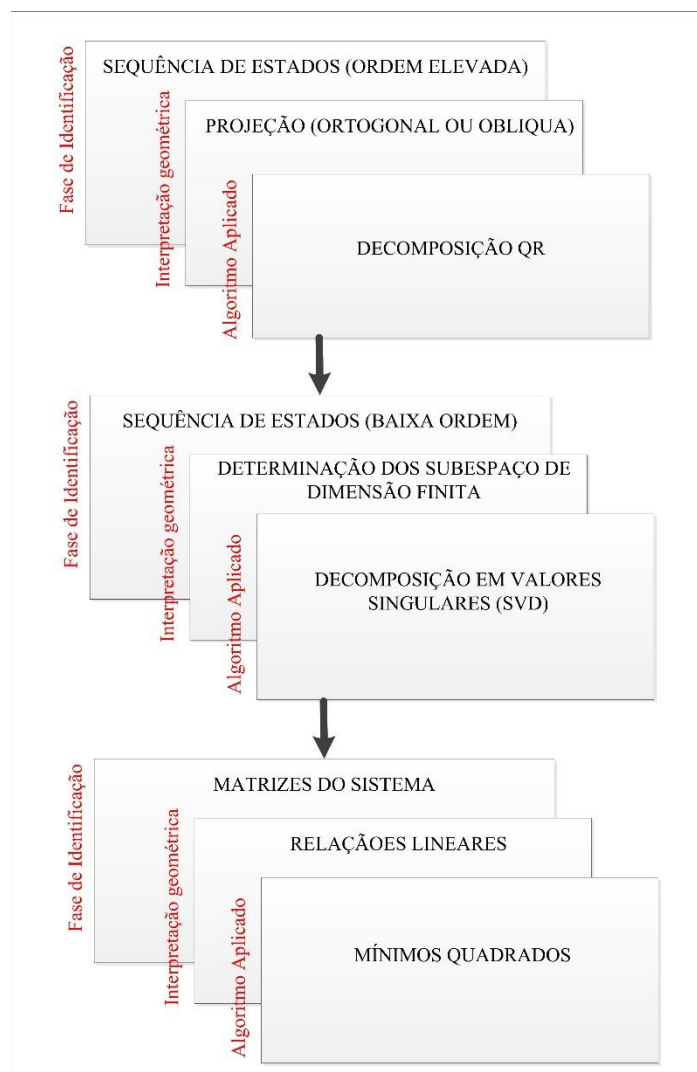
### **V.3 Elaboração do algoritmo para a Identificação estrutural com quantificação de incertezas**

O algoritmo de identificação estrutural foi implementado tendo por base o programa desenvolvido na tese de doutorado de ARAGÃO (2008). Neste programa a técnica SSI foi implementada segundo uma solução estocástica publicada inicialmente por VAN OVERSCHEE & DE MOOR (1993) e amparada pelos algoritmos disponibilizados em OVERSCHEE, PETER VAN & MOOR, BART DE (1996b) já na plataforma Matlab (SILVA *et al.*, 2014).

Entretanto, o programa na sua versão original realiza apenas as estimativas e intervalos de confiança para parâmetros modais como frequências naturais e taxas de

amortecimento. Neste trabalho foi implementada a estimativa das formas modais bem como o cálculo de seu intervalo de confiança através das reamostras bootstrap. Ressalta-se que neste trabalho a obtenção das formas modais com quantificação de incertezas é primordial para o ajuste do modelo proposto, uma vez que as funções objetivos que consideram a energia de deformação modal baseiam-se nesta informação.

A técnica de identificação SSI-DATA é implementada seguindo os conceitos apresentados no Capítulo II, podendo ser resumidamente descrita a partir da síntese de algoritmos utilizados para a identificação de subespaços mostradas no fluxograma apresentado na Figura V-4, onde são indicados as fases de identificação, sua respectiva interpretação geométrica e o algoritmo utilizado na análise.



**Figura V-4 - Fluxo dos algoritmos de identificação por subespaços**

Na obtenção dos parâmetros dinâmicos pela técnica SSI as estimativas modais estão sujeitas a erros de medição e/ou numéricos. Portanto, dentre essas estimativas é normal surgirem valores (polos) que não correspondem ao problema físico estudado, devendo então serem desconsideradas da análise. Uma ferramenta simples e eficiente é o diagrama de estabilização citado em AMADOR (2007), PEETERS (2000) e MAGALHÃES (2012). Este diagrama baseia-se na comparação entre os polos obtidos para uma determinada ordem em relação aos polos de uma ordem imediatamente inferior. Logo, se os valores encontrados entre os polos estão dentro de um limite de tolerância previamente definido, este polo é considerado como estável. Por outro lado, os polos que não se estabilizam são considerados valores espúrios e devem ser desconsiderados.

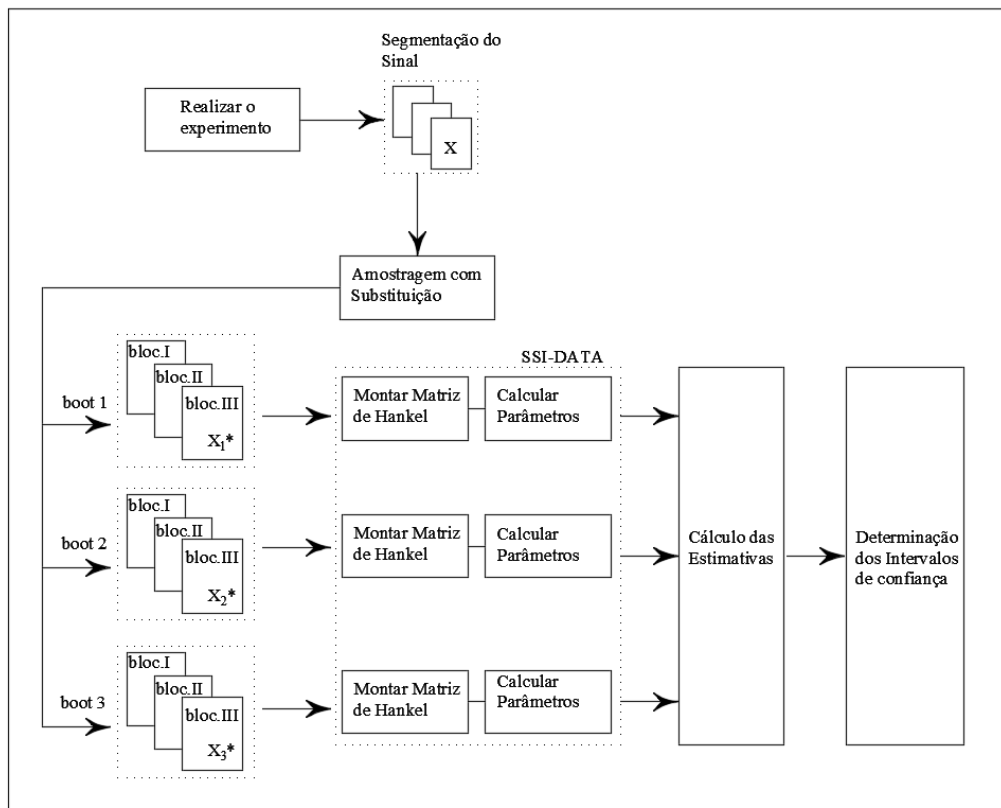
No código apresentado por ARAGÃO (2008) o diagrama de estabilização é montado em função da estabilidade dos polos a partir da verificação da tolerância entre frequências naturais e taxas de amortecimento. No entanto, como um dos objetivos desta tese é a estimação das formas modais de vibração foi adotado uma nova abordagem para o código do diagrama de estabilização incluindo a verificação da tolerância das formas modais, que podem ser obtidas a partir da quantificação do valor de MAC – Modal Assurance Criteria (ALLEMANG, 1999). O valor MAC (vide Eq. (V.11)) descreve quantitativamente entre 0 e 1 o grau de correlação entre duas formas modais. Neste trabalho o valor MAC de aceitação do polo deve ser maior ou igual que 0,95.

$$MAC\left[\left\{\hat{\psi}_i^{p-1}\right\}\left\{\hat{\psi}_i^p\right\}\right]=\frac{\left|\left\{\hat{\psi}_i^{p-1}\right\}^T\cdot\left\{\hat{\psi}_i^p\right\}\right|^2}{\left(\left\{\hat{\psi}_i^{p-1}\right\}^T\left\{\hat{\psi}_i^p\right\}\right)\left(\left\{\hat{\psi}_i^p\right\}^T\left\{\hat{\psi}_i^p\right\}\right)}\geq 0.95 \quad (\text{V.11})$$

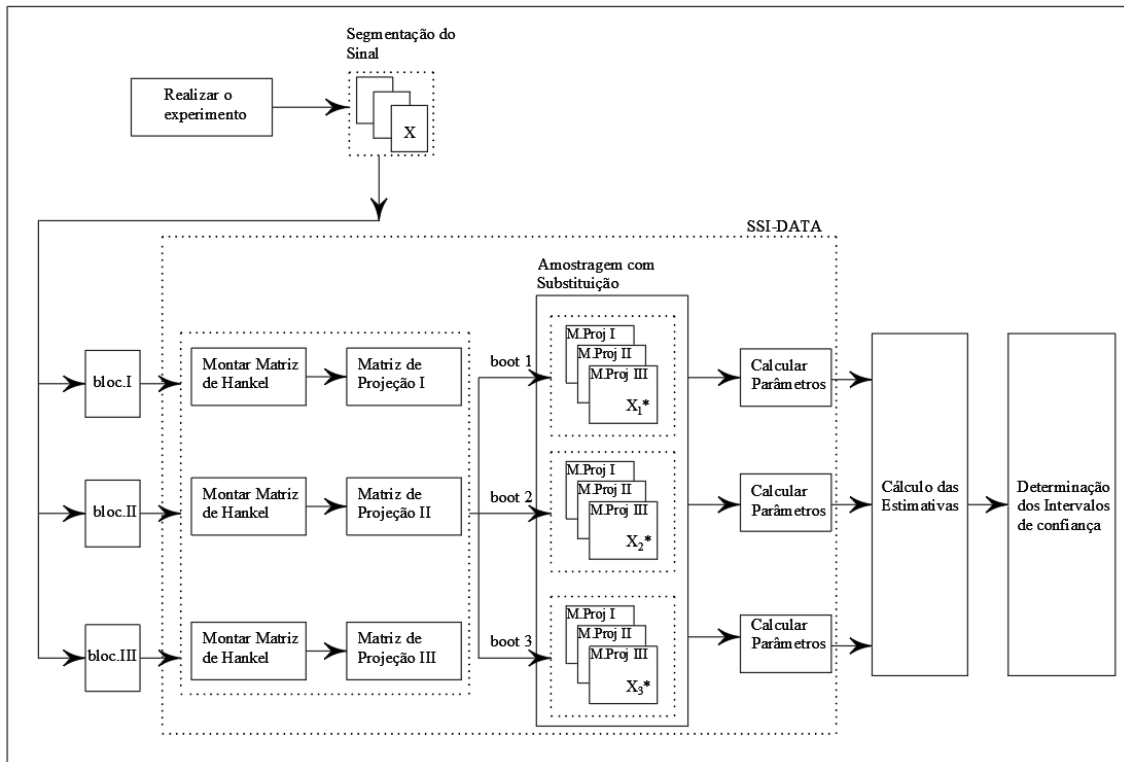
onde,  $\hat{\psi}_i^p$  é o autovetor do i-ésimo modo referente ao polo atual e  $\left\{\hat{\psi}_i^{p-1}\right\}$  é o autovetor do i-ésimo modo referente ao polo anterior.

A técnica de reamostragem bootstrap é incluída como uma função dentro do programa de identificação, em que para cada reamostragem de bloco de dados é realizado o processamento de sinais através da técnica SSI-Data implementada. As Figura V-5, Figura V-6 e Figura V-7 apresentam, respectivamente, as ilustrações do funcionamento da técnica bootstrap para o trabalho conjunto com a técnica SSI-Data para os três esquemas de quantificação de incertezas propostos nesse trabalho. Cabe destacar que

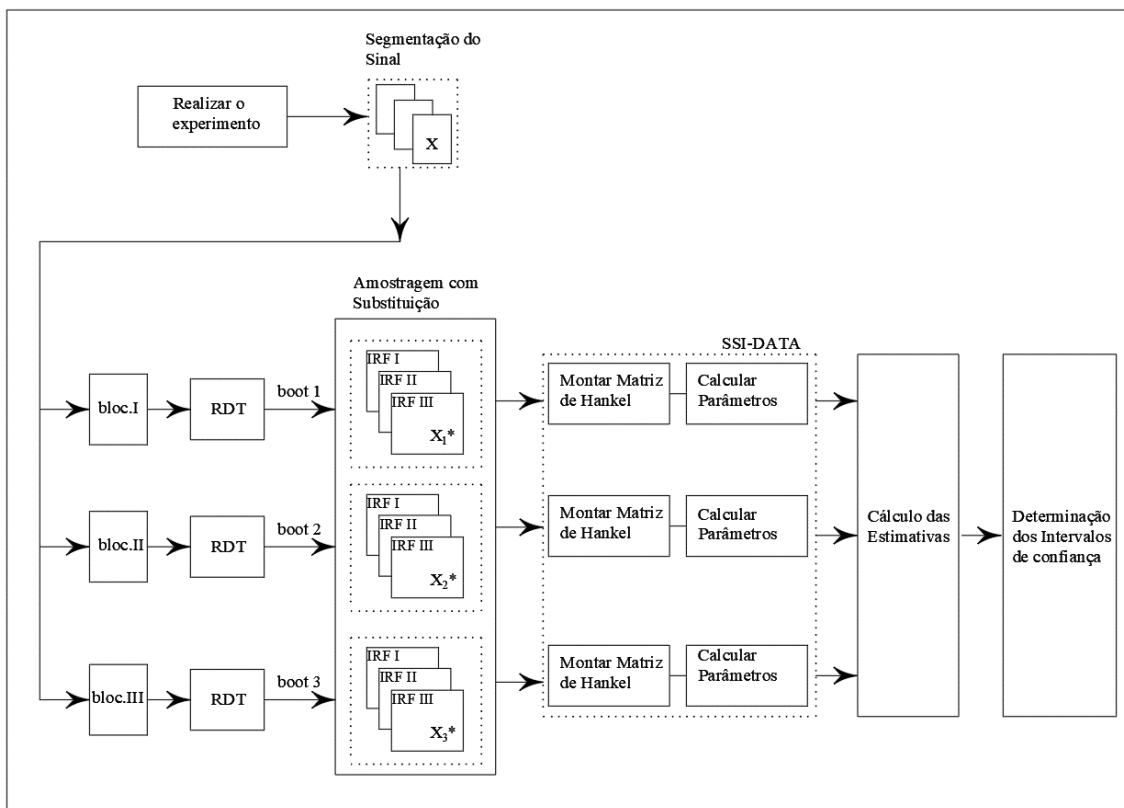
estas figuras foram montadas a partir do esquema de funcionamento básico da técnica bootstrap apresentado por Fred (2006).



**Figura V-5 – Ilustração esquemática do funcionamento do bootstrap em conjunto com a técnica SSI-DATA. Este esquema é baseado no “Moving Block Method”.**



**Figura V-6 – Ilustração Esquemática do Algoritmo de identificação com quantificação de incertezas baseados nos blocos de matriz de projeção.**



**Figura V-7 - Ilustração Esquemática do Algoritmo de identificação com quantificação de incertezas baseados nos blocos de IRF's obtidos a partir da técnica RDT**

De forma a representar as formas modais, os deslocamentos são desenhados sobre a estrutura original nos pontos onde os sensores foram fixados sendo apresentado a média, desvio-padrão e intervalo de confiança dos “n” blocos de autovetores determinados.

Para a visualização da quantificação das incertezas baseada na determinação de intervalos de confiança foi criada uma rotina para a estimação dos parâmetros estatísticos e geração de histogramas, tanto das frequências naturais e taxas de amortecimento, quanto dos autos vetores normalizados para cada sensor utilizado.

Na segmentação do sinal para a reamostragem bootstrap (conforme ilustra a Figura V-5, Figura V-6 e Figura V-7) é necessário realizar uma análise de sensibilidade a respeito do tamanho do bloco de sinal que será reamostrado. Essa análise visa garantir que este bloco contenha as mínimas informações necessárias para determinar com confiabilidade a distribuição estatística da amostra analisada. Para tanto, foi desenvolvido um código para testar de forma automática as posições de segmentação do sinal, bem como, o tamanho do bloco a ser utilizado no procedimento bootstrap. Esta análise é baseada em verificar o desvio-padrão variando a posição de partida (do bloco) e a quantidade de pontos por bloco dos sinais aquisitados, até que o valor do desvio-padrão apresente pequenas variações. A ideia é determinar um mínimo de pontos necessários que possuam energia suficiente para uma boa identificação estrutural em cada bloco de dados analisado.

A fim de aumentar a eficiência neste processo, uma vez que é realizado a estimativa do desvio-padrão inúmeras vezes, o código foi vetorizado, conseguindo assim um melhor desempenho computacional para essa análise de sensibilidade. A vetorização do desvio cumulativo pode ser apresentada da seguinte forma:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (\text{V.12})$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (\text{V.13})$$

Para efeitos de desenvolvimento foi considerada que a Equação (V.12) é a média dos dados e a Equação (V.13) o desvio-padrão. O desvio-padrão utilizando funções nativas do MATLAB pode ser escrito de acordo com a Equação (V.14):

$$\sigma = \text{sqrt}\left(\text{sum}(x - \bar{x})^2 / (N - 1)\right) \quad (\text{V.14})$$

utilizando a propriedade aditiva do somatório, tem-se;

$$\sigma = \text{sqrt}\left(\left(\text{sum}(x^2) - \text{sum}(\bar{x}^2)\right) / (N - 1)\right) \quad (\text{V.15})$$

sendo que o somatório da média pode ser obtido conforme a Equação (V.16)

$$\text{sum}(\bar{x}^2) = N \bar{x}^2 \quad (\text{V.16})$$

portanto, o desvio apresentado pela Equação (V.15) pode ser reescrito através da Equação (V.17)

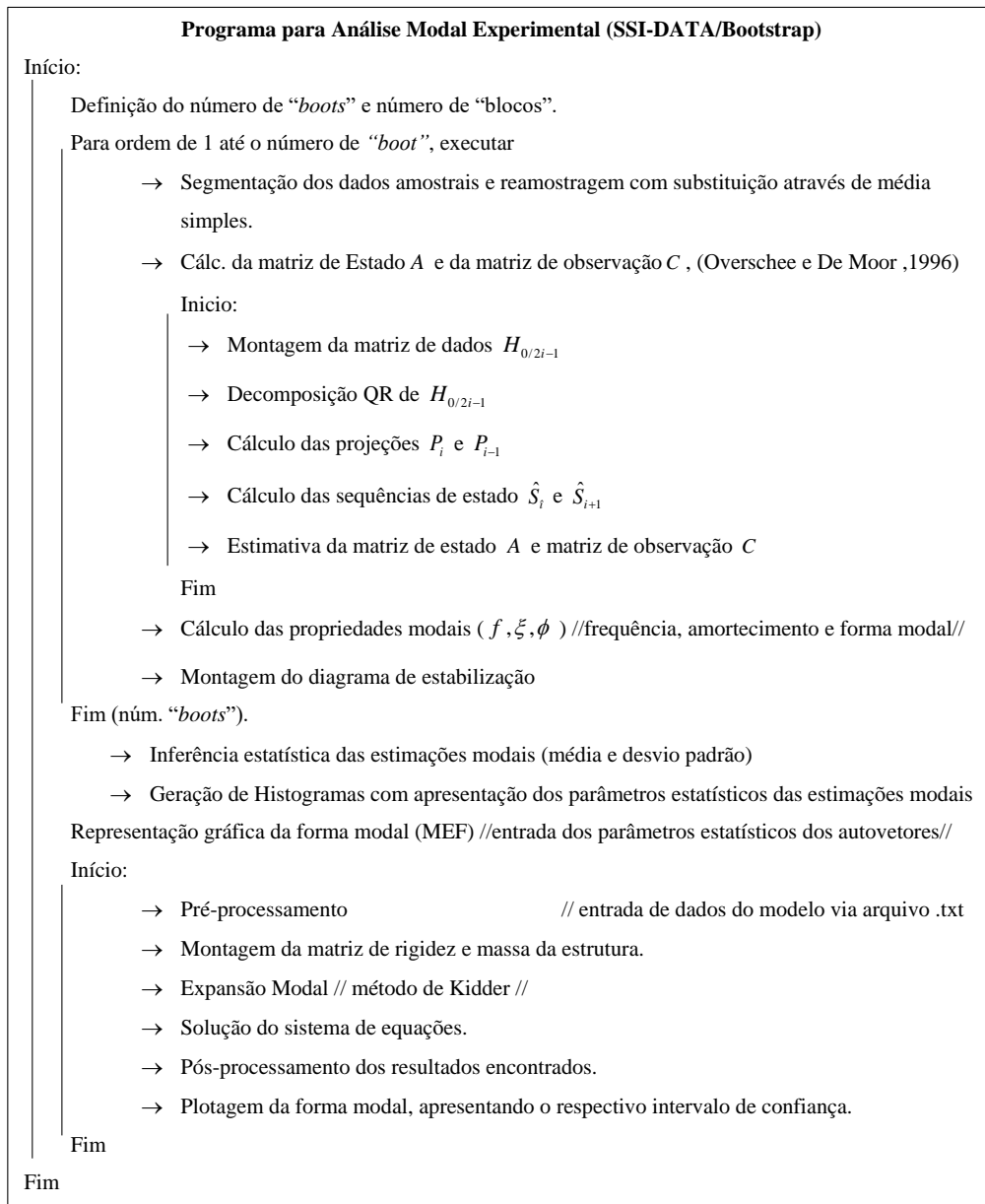
$$\sigma = \text{sqrt}\left(\left(\text{sum}(x^2) - N \bar{x}^2\right) / (N - 1)\right) \quad (\text{V.17})$$

Dessa forma, o desvio-padrão cumulativo vetorizado em notação MATLAB pode ser obtido através das equações vetorizadas apresentadas em (V.18) e (V.19), as quais estão implementadas no programa desenvolvido.

$$\bar{x} = \text{cumsum}(x) ./ 1:N \quad (\text{V.18})$$

$$\sigma = \text{sqrt}\left(\left(\text{cumsum}(x.^2) - 1:N.*\bar{x}.^2\right) ./ (0:N-1)\right) \quad (\text{V.19})$$

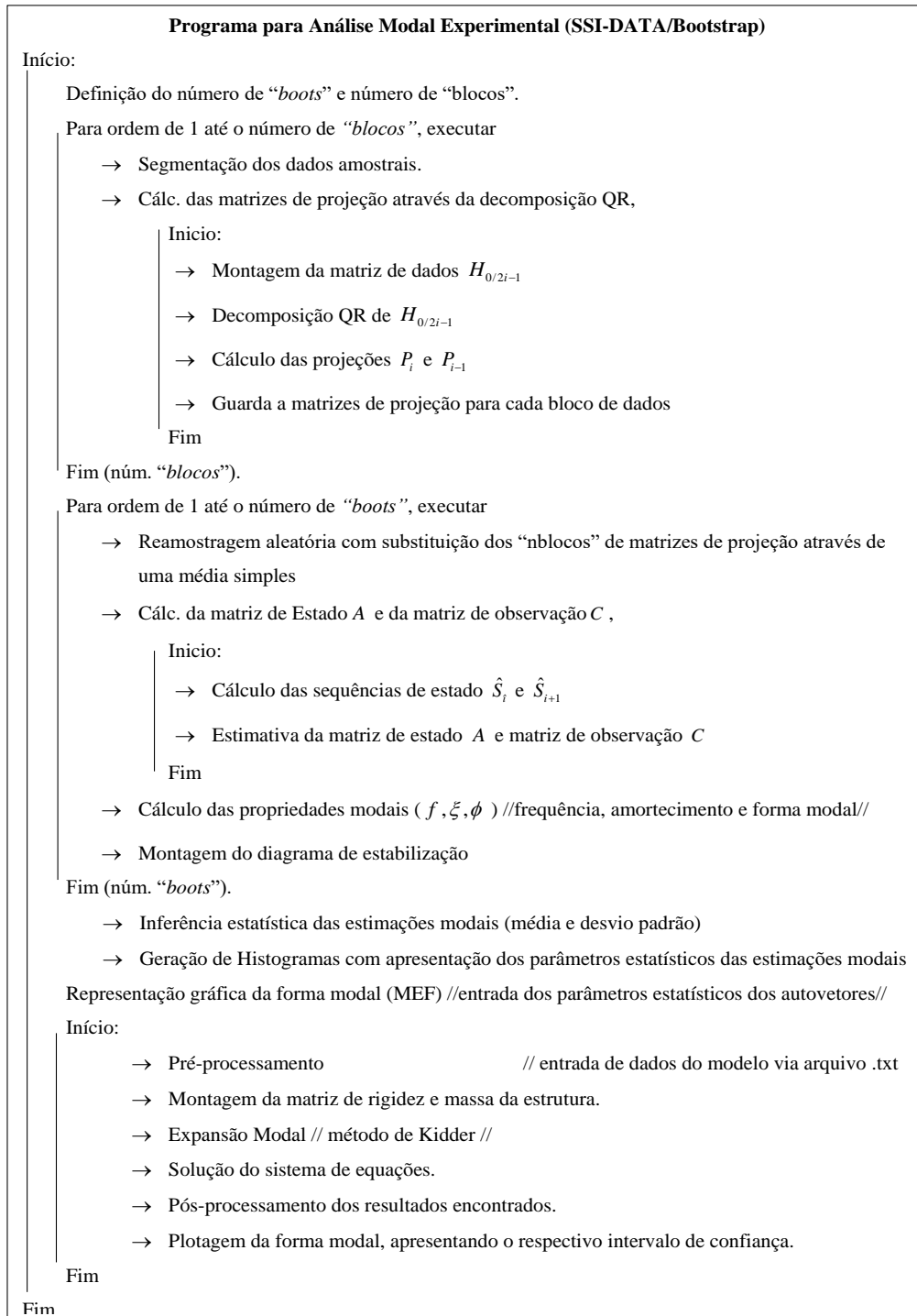
De maneira a resumir de forma simplificada as implementações realizadas, estas são apresentadas nas figuras V.7 a V.9. Cabe ressaltar que os três pseudocódigos apresentados dos algoritmos foram baseados no trabalho de ARAGÃO (2008). O desenvolvimento do algoritmo para o primeiro esquema é ilustrado na Figura V-8



**Figura V-8 - Pseudocódigo do primeiro esquema para a quantificação de incertezas através da técnica bootstrap aliada a identificação estrutural SSI-DATA.**

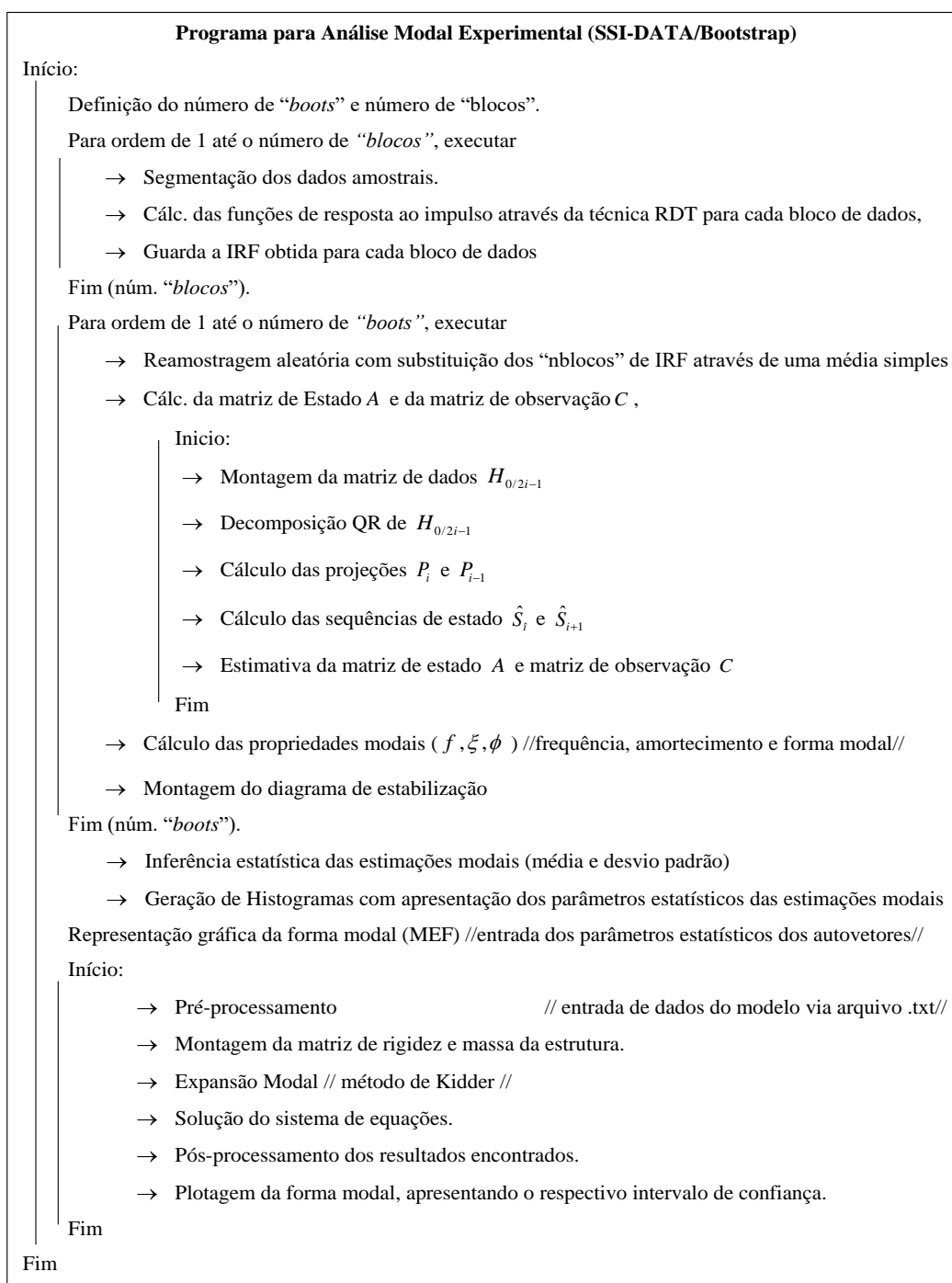


A Figura V-9 mostra a representação esquemática da implementação do algoritmo proposto baseado na execução do bootstrap através da reamostragem aleatória dos blocos das matrizes de projeção.



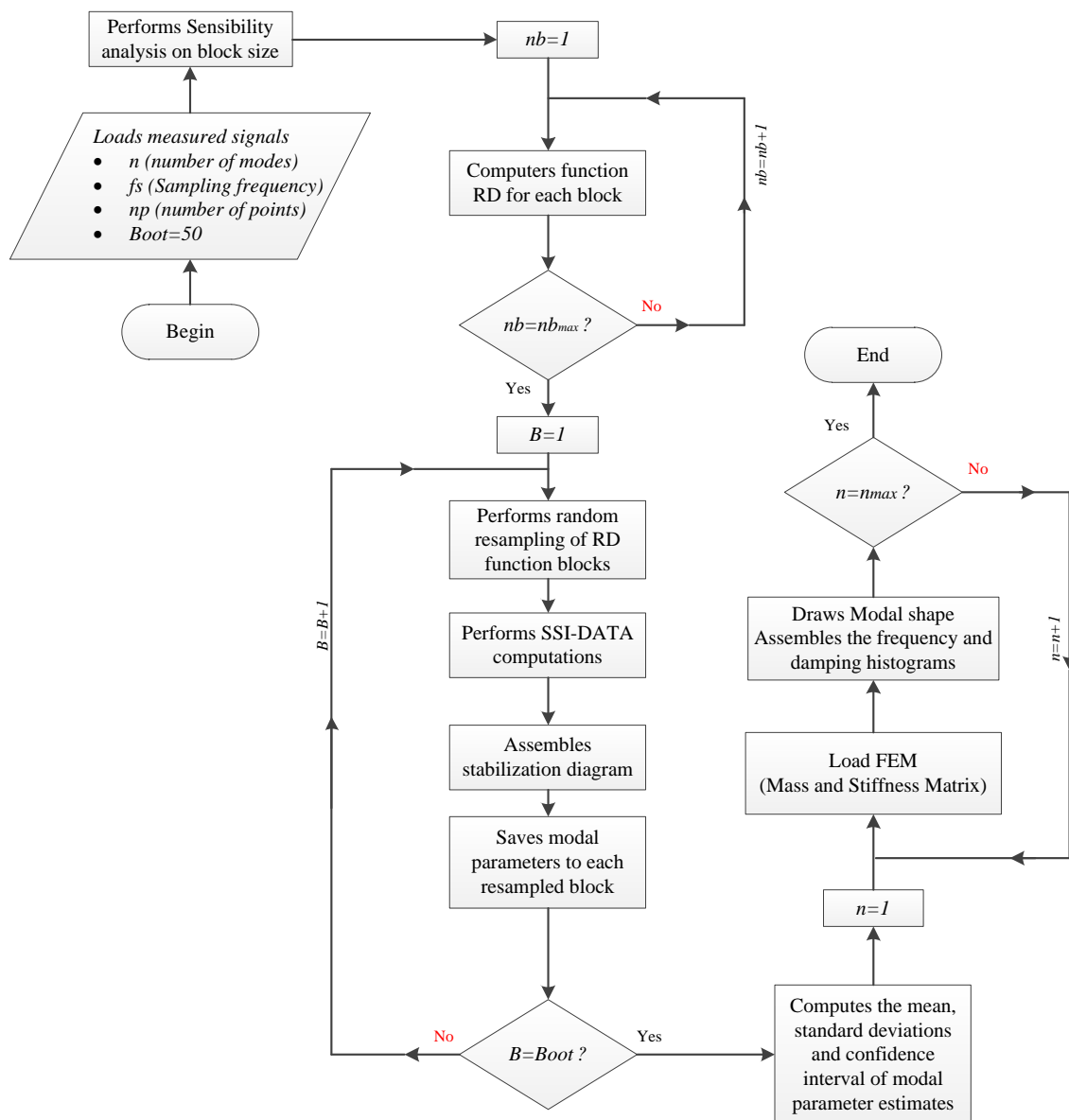
**Figura V-9 - Pseudocódigo do segundo esquema para a quantificação de incertezas através da técnica bootstrap aliada a identificação estrutural SSI-DATA.**

O terceiro esquema apresenta a quantificação de incertezas para a identificação a partir da reamostragem aleatória de blocos de função resposta ao impulso obtidas através da técnica RDT, conforme apresenta o pseudocódigo mostrado pela Figura V-10.



**Figura V-10 - Pseudocódigo do terceiro esquema para a quantificação de incertezas através da técnica bootstrap aliada a identificação estrutural SSI-DATA.**

Por se tratar de uma das principais inovações desse trabalho, também é apresentado na Figura V-11 o fluxograma da implementação da técnica que se baseia na quantificação de incertezas utilizando blocos função resposta ao impulso. Neste fluxograma inclui-se também a realização de análise de sensibilidade que antecede o processo iterativo bootstrap, com o objetivo de determinar o número de blocos a serem utilizados nas técnicas implementadas.



**Figura V-11 – Fluxograma da implementação da técnica de identificação com quantificação de incertezas utilizando blocos IRF**

#### V.4 Elaboração do Algoritmo para o Ajuste de Modelos em Elementos Finitos com Quantificação de Incertezas

Um dos inconvenientes em desenvolvimento de ajuste de modelos, e algo rotineiro na literatura (vide os trabalhos de RIBEIRO (2012), RIBEIRO *et al.* (2012)), é a utilização de mais de uma plataforma que é responsável por cada fase do ajuste o que caracteriza maior dificuldade para o fluxo e controle de informações. Sendo assim, neste trabalho foi desenvolvido um programa de ajuste de modelos em elementos finitos que consolida em única plataforma, no caso a linguagem MATLAB, todas as fases do processo de ajuste com quantificação de incertezas, tais quais, a modelagem computacional, a identificação estrutural, a inferência estatística a partir da reamostragem bootstrap e a otimização através dos algoritmos genéticos.

Para que o processo de ajuste possa ter sucesso, é fundamental que os dados do modelo experimental possam ser correlacionados ao numérico de forma adequada. Diante disso, é necessário que as formas modais sejam normalizadas de forma a parametrizar, tanto os autovetores computacionais, quanto os experimentais identificados (BREHM, 2011; TONDREAU & DERAEMAERKER, 2014). A normalização adotada nesse trabalho é feita em relação a massa da estrutura analisada, e este processo pode ser encontrado em maiores detalhes no livro de MAIA & SILVA (1997). A normalização em relação a matriz de massa é dada de acordo com a Equação (V.20):

$$[\hat{\Phi}]^T [M] [\hat{\Phi}] = [I] \quad (\text{V.20})$$

onde,

$[I]$  é a matriz identidade;

$[\hat{\Phi}]$  é a matriz modal normalizada em relação a massa;

$[M]$  matriz de massa da estrutura.

Para tanto, deve-se obter a matriz de massa modal  $[m_m]$  para uma forma modal  $m$  conforme apresenta a Equação (V.21):

$$[m_m] = \{\phi_m\}^T [M] \{\phi_m\} \quad (\text{V.21})$$

$$\{\hat{\phi}_m\} = \gamma_m \{\phi_m\} \quad (\text{V.22})$$

em que;  $\{\phi_m\}$  é vetor modal não normalizado do modo  $m$ ;  $\{\hat{\phi}_m\}$  é vetor modal normalizado do modo  $m$  e  $\gamma_m$  pode ser obtido pela Equação (V.23);

$$\gamma_m = \sqrt{\frac{1}{\{\phi_m\}^T [M] \{\phi_m\}}} \quad (\text{V.23})$$

assim, realizando a substituição da Equação (V.21) na Equação (V.23), obtém-se a Equação (V.24):

$$\gamma_m = \frac{1}{\sqrt{[m_m]}} \quad (\text{V.24})$$

Dessa forma, pode-se obter o vetor modal massa-normalizado  $\{\hat{\phi}_m\}$  a partir da relação mostrada pela Equação (V.25):

$$\{\hat{\phi}_m\} = \frac{1}{\sqrt{[m_m]}} \{\phi_m\} \quad (\text{V.25})$$

Outra adequação necessária de ser realizada para o ajuste se deve ao fato de o modelo computacional geralmente possuir uma quantidade de graus de liberdade bem superior ao número de graus de liberdade medidos do modelo experimental, o qual está

restrito ao número de sensores utilizados na aquisição de dados. Portanto, uma expansão ou redução modal se faz necessária de forma a compatibilizar o número de graus de liberdade entre o modelo experimental e o modelo numérico que será ajustado (FRISWELL, 1990; MOTTERSHEAD & FRISWELL, 1993; MAIA & SILVA, 1997; MARWALA, 2010).

Neste trabalho optou-se por realizar a expansão modal através de uma técnica já bem consolidada no âmbito científico denominado como método de Kidder (MAIA & SILVA, 1997). No desenvolvimento do programa as matrizes de massa e rigidez foram organizadas de acordo com a equação para a expansão modal adotada, logo, a organização das matrizes pode ser realizada de acordo com a Equação (V.26):

$$\begin{bmatrix} [K_{LL}] & [K_{LR}] \\ [K_{RL}] & [K_{RR}] \end{bmatrix} - \omega_m^2 \begin{bmatrix} [M_{LL}] & [M_{LR}] \\ [M_{RL}] & [M_{RR}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\hat{\phi}_m^L\} \\ \{\hat{\phi}_m^R\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (\text{V.26})$$

em que;

$\omega_m$  é a frequência natural identificada na análise modal experimental para o modo  $m$ ;

$\{\hat{\phi}_m^R\}$  é o vetor de deslocamentos modais normalizado conhecidos/restringidos da estrutura para a forma modal  $m$ . Esse vetor contém todos os deslocamentos conhecidos incluindo os “*gdl*” restringidos e os “*gdl*” medidos na identificação estrutural.

$\{\hat{\phi}_m^L\}$  é o vetor de deslocamentos modais normalizado desconhecidos/livres da estrutura para a forma modal  $m$ .

$[K_{LL}]$  é a submatriz que apresenta os graus de liberdade livres/livres ou desconhecidos/desconhecidos.

$[K_{LR}]$  é a submatriz que apresenta os graus de liberdade livres/restringido ou desconhecidos/conhecidos.

$[K_{RL}]$  é a submatriz que apresenta os graus de liberdade Restringidos/livres ou conhecidos/desconhecidos.

$[K_{RR}]$  é a submatriz que apresenta os graus de liberdade restringido/restringido ou conhecidos/conhecidos.

A expansão modal consiste em obter os deslocamentos desconhecidos a partir dos deslocamentos modais normalizados obtidos na estimação modal, definindo assim a forma modal experimental da estrutura para todos os graus de liberdade considerados no modelo computacional, para tanto utiliza-se a Equação (V.27).

$$\{\widehat{\phi}_m^L\} = -([K_{LL}] - \omega_m^2 [M_{LL}])^{-1} ([K_{LR} - \omega_m^2 [M_{LR}]]) \{\widehat{\phi}_m^R\} \quad (\text{V.27})$$

Para processo de otimização através dos algoritmos genéticos é utilizado a função nativa “ga” do MATLAB (GOLDBERG, 1989; CONN *et al.*, 1991; CONN *et al.*, 1997). Um outro passo fundamental é que a cada interação do processo de ajuste os modos numéricos e experimentais devem ser correlacionados entre si até que a otimização seja terminada. Optou-se por realizar essa correlação através do “*Modal Assurance Criterion-MAC*” conforme a expressão apresentada pela Equação (V.11). De forma a resumir o desenvolvimento computacional para o ajuste de modelos em elementos finitos com quantificação das incertezas é apresentado um fluxograma das principais implementações realizadas, conforme é mostrado pela Figura V-12

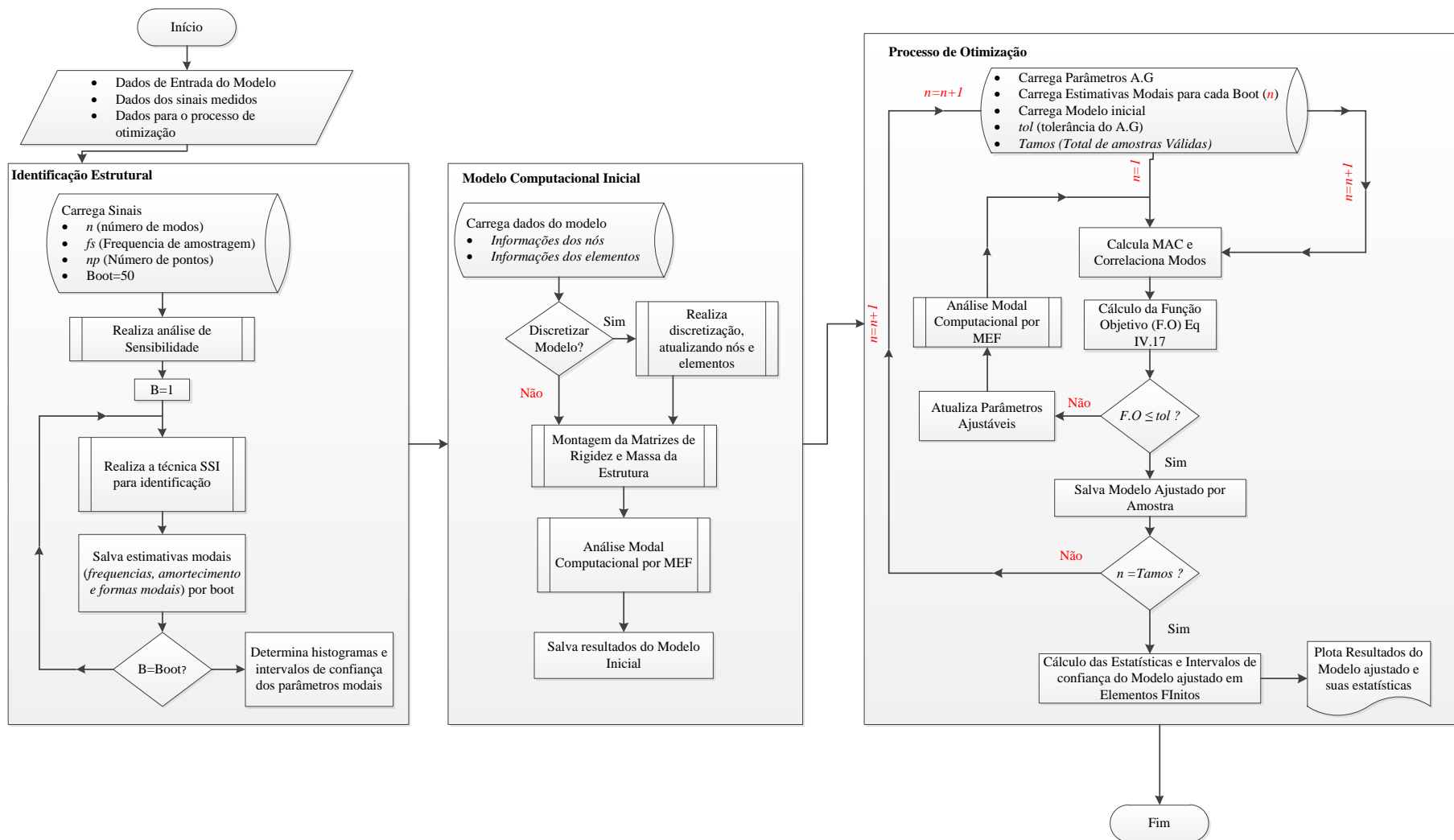


Figura V-12 – Fluxograma resumido do algoritmo para ajuste de modelos em elementos finitos com quantificação das incertezas



# CAPÍTULO VI - VALIDAÇÕES DAS METODOLOGIAS IMPLEMENTADAS

## VI.1 Introdução

Neste capítulo são apresentadas as validações das metodologias implementadas. A fim de se ter maior controle do processo algumas metodologias serão validadas através de simulações numéricas e outras a partir de testes experimentais de estruturas.

A primeira validação se refere ao algoritmo para a identificação de sistemas com quantificação de incertezas utilizando as ferramentas conjuntas SSI-DATA e Bootstrap. Para esta etapa do processo foram apresentadas três metodologias: a primeira se baseia na “*Moving block Method*” adaptada do trabalho de ARAGÃO (2008), a segunda e terceira são propostas deste trabalho, nas quais, uma utiliza-se das reamostragens das matrizes de projeção e outra da reamostragens de blocos de função resposta ao impulso obtidos através da técnica RDT. Para realizar a validação destas metodologias foi utilizada uma simulação numérica de uma viga biapoiada garantindo assim que se tenha um maior controle do processo.

A segunda validação está relacionada ao algoritmo para o ajuste de modelos em elementos finitos com quantificação de incertezas fazendo uso da energia de deformação modal como função objetivo e algoritmos genéticos como técnica de otimização. Neste cenário, vários testes foram realizados, com o intuito de verificar a eficácia do processo de otimização em conjunto com o uso da energia deformação modal como função objetivo. Nesta etapa os algoritmos de modelagem computacional e identificação estrutural são consolidados como funções principais do programa de ajuste de modelos. Esta etapa do processo também foi avaliada através dos resultados obtidos com a simulação da viga.

Por fim as técnicas implementadas nesse trabalho foram avaliadas através da identificação e ajuste de modelos com quantificação de incertezas de estruturas reais a partir de testes de vibração. Para tanto, foram considerados dois tipos de sistemas

estruturais: Uma viga biapoiada que pode representar uma diversidade de estruturas correntes e usuais de infraestruturas de uma cidade, como por exemplo, o comportamento mecânico de pontes e viadutos. O segundo sistema, trata-se de um pórtico espacial modelado através de elementos lineares e elementos de casca. Esse segundo sistema visa avaliar a capacidade do algoritmo implementado para a identificação estrutural e otimização de modelo com estimação de incertezas de sistemas estruturais mais complexos, possuindo um maior número de graus de liberdade e elementos estruturais diferentes (pilares e lajes). A construção dos sistemas estruturais analisados e os testes de vibração realizados foram desenvolvidos e elaborados no Laboratório de Estruturas da UFRJ (LABEST) (CANO, 2013; ALVES *et al.*, 2015; PEREIRA, 2016).

### VI.1 Descrição do Modelo numérico da viga para as validações

O modelo numérico desenvolvido para auxiliar nas validações dos algoritmos propostos é uma viga biapoiada formada por 20 elementos finitos do tipo pórtico espacial de doze graus de liberdade. As propriedades físicas e geométricas do modelo desenvolvido são apresentadas na Tabela VI-1. Para as validações, tanto da identificação estrutural quanto do de ajuste do modelo, foram considerados os três primeiros modos de vibração da estrutura cujos valores de frequência natural e taxa de amortecimento são apresentadas na Tabela VI-2.

**Tabela VI-1 - Propriedades físicas e geométricas da viga numérica**

Comprimento	1,470m
Módulo de Elasticidade (E)	$2,05 \cdot 10^5 \text{MPa}$
Massa específica	$7,85 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3$
Área da seção transversal	$6,048 \cdot 10^{-4} \text{m}^2$
Momento de Inércia	$3,175 \cdot 10^{-9} \text{m}^4$

**Tabela VI-2- Parâmetros dos três primeiros modos de vibração da viga biapoiada (ARAGÃO, 2008)**

Modos	Frequência	Amortecimento
1º Modo	$f_n = 8,546Hz$	$\xi = 1,00\%$
2º Modo	$f_n = 34,186Hz$	$\xi = 0,25\%$
3º Modo	$f_n = 76,935Hz$	$\xi = 0,11\%$

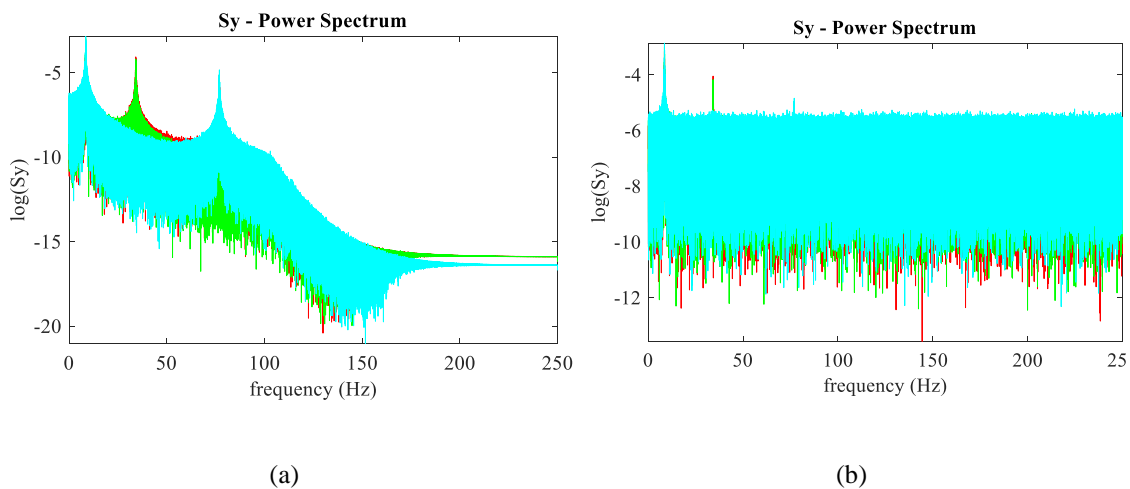
## **VI.2 Validação do Algoritmo de Identificação Estrutural com Quantificação de Incertezas**

Para validação da identificação estrutural com estimação de incertezas optou-se por adotar os sinais simulados que foram utilizados na tese de ARAGÃO (2008). Este fato possibilita manter um paralelismo entre os trabalhos desenvolvidos, uma vez que, as implementações de identificação estrutural propostas aqui tem por base o algoritmo elaborado em ARAGÃO (2008). Esses sinais simulados foram realizados adotando uma taxa de amostragem de 500 pontos por segundo durante um período equivalente a duas horas. As respostas do modelo foram obtidas por integração numérica de Runge-Kutta de 4ª ordem, com passo de integração de  $10^{-6}$  segundos. Nas aplicações foram utilizadas as respostas de apenas três graus de liberdade verticais: no primeiro quarto do vão, no primeiro terço do vão e no meio do vão.

Para a verificação da confiabilidade dos resultados e robustez dos algoritmos implementados, foram acrescentados aos sinais simulados sequências aleatórias de ruído branco normalmente distribuídas de 0% a 30% das amplitudes máximas dos sinais de respostas da viga de acordo com a Equação (VI.1). Nesta expressão  $y(t)_{ruído}^i$  é o sinal com adição de ruído do  $i$ -ésimo sensor;  $y_{máx}^i$  é a amplitude máxima do sinal;  $\delta$  é a porcentagem de nível de ruído (por exemplo,  $0,2 = 20\%$ ) e  $\eta(t)$  é o sinal de ruído branco normalmente distribuído.

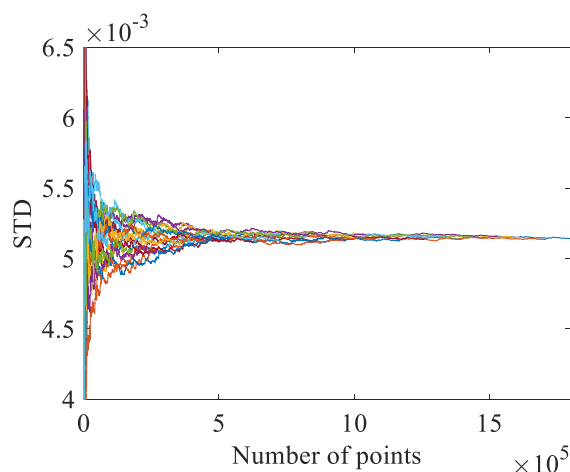
$$y(t)_{ruído}^i = y(t)^i + y_{máx}^i \delta \eta(t) \quad (VI.1)$$

De maneira a ilustrar como níveis de ruídos elevados podem impactar a identificação estrutural apresenta-se na Figura VI-1 o espectro de potência para as simulações numéricas realizadas, sendo a Figura VI-1(a) o espectro de potência sem a inclusão de ruído e na Figura VI-1 (b) o espectro de potência com o acréscimo de ruído em um nível de 30%. Na figura, as cores azul, verde e vermelho, representam respectivamente as respostas do grau de liberdade vertical no meio do vão, no primeiro terço do vão e a um quarto do vão.



**Figura VI-1 - (a) Espectro de potência das aquisições sem ruído. (b) Espectro de potência das aquisições com acréscimo de ruído**

Na segmentação do sinal para a reamostragem Bootstrap é necessário realizar uma análise de sensibilidade a respeito do tamanho do bloco de sinal que será reamostrado. Essa análise visa garantir que os blocos contêm as mínimas informações necessárias para determinar com confiabilidade a distribuição estatística da amostra analisada. Para tanto, foi realizada uma análise na qual o desvio-padrão é estimado para cada bloco segmentado com diferentes números de pontos. O número de blocos ideal para a análise é obtido quando o desvio-padrão acumulado se torna estabilizado em relação a quantidade de pontos avaliados, conforme pode ser visto na Figura VI-2. Na figura cada linha colorida representa um dos blocos de dados com um número distinto de pontos do sinal simulado.



**Figura VI-2 – Variação do desvio-padrão em relação ao número de pontos por bloco, para o estudo da sensibilidade do tamanho do bloco a ser utilizado no Bootstrap**

Após a análise de sensibilidade do tamanho de bloco de sinal, tanto para os sinais com e sem presença ruído, foi adotado um tamanho de bloco equivalente à 25% do total de pontos do sinal simulado. Desta forma é possível adotar dez blocos de dados utilizando-se uma sobreposição de 66% a serem reamostrados para cada passo do Bootstrap.

Na obtenção dos parâmetros dinâmicos pela técnica SSI as estimativas modais estão sujeitas a erros de medição e/ou numéricos. Portanto, dentre essas estimativas é normal surgirem valores (polos) que não correspondem ao problema físico estudado, devendo então serem desconsideradas da análise. Uma ferramenta simples e eficiente é o diagrama de estabilização (PEETERS, 2000). Este diagrama baseia-se na comparação entre os polos obtidos para uma determinada ordem em relação aos polos de uma ordem imediatamente inferior. Logo, se os valores encontrados entre os polos estão dentro de um limite de tolerância previamente definido, este polo é considerado como estável. Por outro lado, os polos que não se estabilizam são considerados valores espúrios e devem ser desconsiderados. Neste trabalho optou-se por considerar para o diagrama de estabilização uma ordem máxima igual a 24 e uma aceitação da variabilidade de 2,5% para a frequência e 15% para o amortecimento.

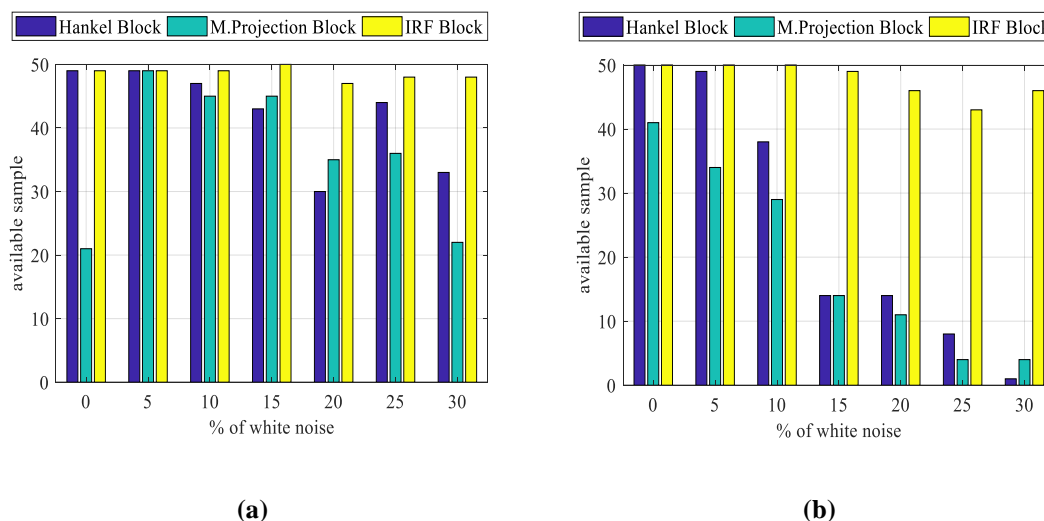
No processo de quantificação de incertezas pelo Bootstrap foram consideradas 50 amostras ou “boots” para o cálculo das estatísticas. De forma a considerar uma amostra válida optou-se por uma variabilidade no desvio da frequência natural igual a 0,2 % e no desvio do amortecimento igual a 2,0 % em relação as médias dos valores de frequência e

amortecimento identificados conforme é apresentado nos estudos de ARAGÃO (2008). As análises foram realizadas considerando os seguintes parâmetros apresentados na Tabela VI-3.

**Tabela VI-3 – Parâmetros Utilizados na Identificação e quantificação de incertezas para os exemplos simulados**

Número de Blocos de linhas da Matriz de Hankel	24
Número Máximo de Polos	48
Número de Blocos com sobreposição de 66%	10
Número de Pontos por Bloco	$9 \cdot 10^5$
Número total de Pontos	$3,6 \cdot 10^6$ ou 7200 segundos
Tempo do Bloco	1800 segundos ou 30 minutos
Número de Reamostras Aleatórias	4

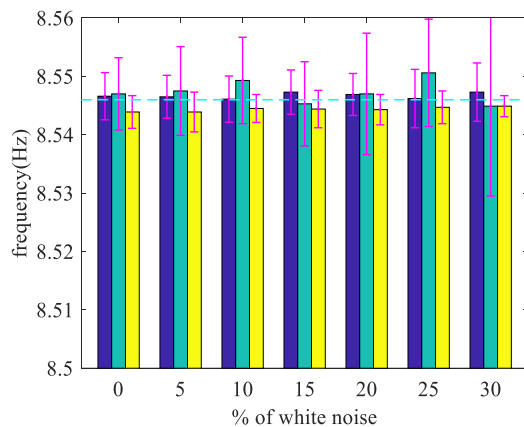
Para avaliar o nível de confiabilidade de cada esquema implementado, apresenta-se na Figura VI-3, a correlação entre amostras válidas para cada técnica de identificação em relação ao crescimento de ruído introduzido nos dados analisados, valendo lembrar que no processo Bootstrap são realizadas 50 “boots”. Por serem os modos mais afetados, optou-se por apresentar o 2º e 3º modos determinados.



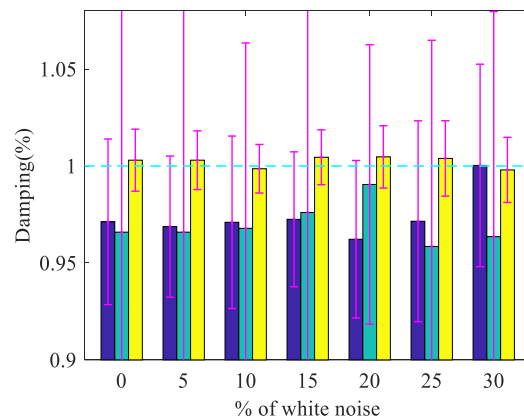
**Figura VI-3 – Amostras válidas para cada uma das técnicas implementadas em relação ao nível de ruído introduzido. (a) 2º Modo, (b) 3º Modo**

De acordo com Figura VI-3, a técnica de reamostragem Bootstrap por blocos de função de resposta ao impulso (IRF) mantém cerca de 80 % de amostras válidas (“boots”) em todos os modos identificados, mesmo considerando altos valores de ruído. Esta técnica se apresenta bem mais robusta quando comparado as outras técnicas implementadas nesse trabalho, conforme pode-se confirmar na Figura VI-4

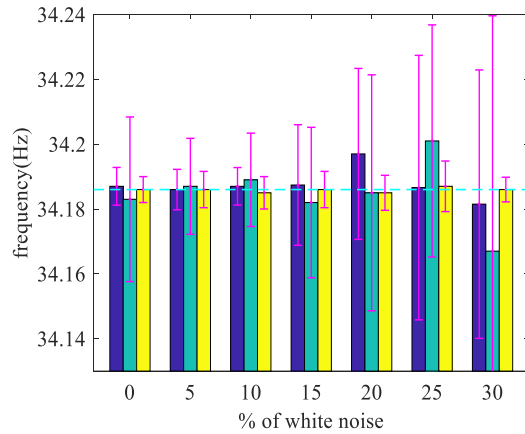
De forma a avaliar os intervalos de confiança obtidos a partir da comparação entre os valores exatos da viga simulada e dos esquemas implementados, apresenta-se a Figura VI-4, com os resultados de frequência e amortecimento dos três modos identificados. Na figura, as colunas em azul, verde e amarelo representam, respectivamente, a média dos parâmetros obtidos pela reamostragem de blocos da matriz de Hankel, blocos da matriz de projeção e blocos de IRF, na coloração magenta apresenta-se o intervalo de confiança baseado em duas vezes o valor do desvio-padrão e a linha tracejada em azul claro os valores exatos dos parâmetros avaliados (frequência e amortecimento).



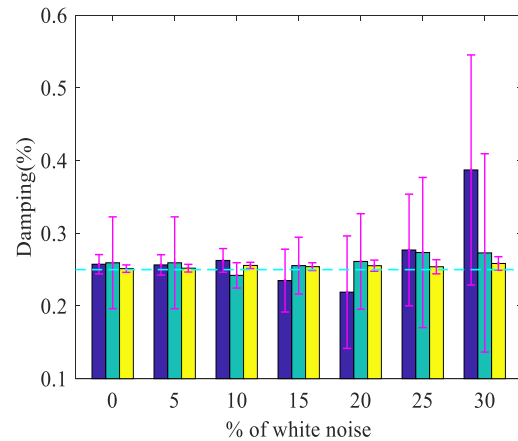
(a) 1º modo



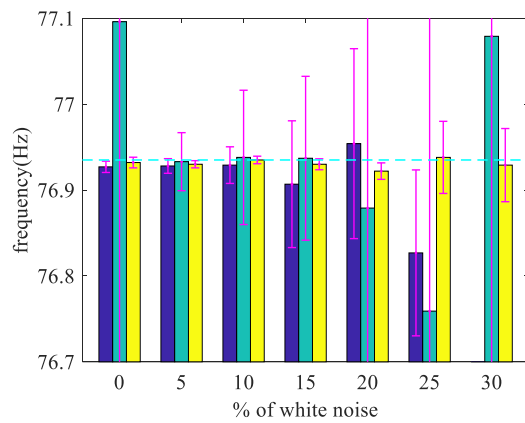
(b) 1º modo



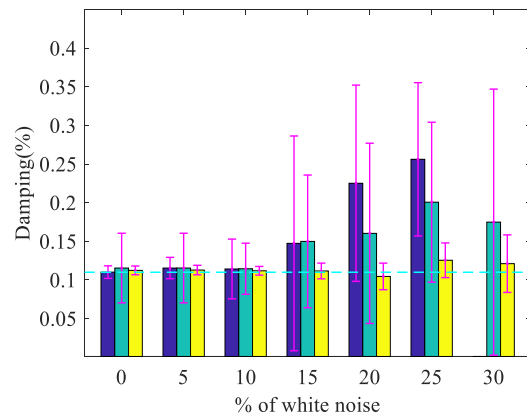
(c) 2° modo



(d) 2° modo



(e) 3° modo



(f) 3° modo

**Figura VI-4 – Intervalos de confiança de parâmetros modais da viga simulada**

Pode-se perceber que a técnica que utiliza blocos de IRF apresenta um menor desvio-padrão e menores diferenças em relação aos valores exatos da simulação. Isto fica mais evidente quando se visualiza as médias e intervalos de confiança das frequências e amortecimentos do segundo e terceiro modo de vibrar conforme é mostrado nas Figura VI-4(c) a Figura VI-4(f). Outro detalhe, é que mesmo na presença de valores de ruído elevados os blocos de IRF mostram-se confiáveis obtendo vetores modais com um menor desvio-padrão e identificando todos os modos propostos na simulação, conforme pode-se visualizar na Tabela VI-4. Nesta tabela os valores em negrito são os desvios padrões das amplitudes modais.



**Tabela VI-4 – Vetores modais para a técnica I e III considerando 0% e 30% de ruído acrescido aos sinais simulados**

		<b>Vetores modais Para Ruído a 0%</b>						
Bloco	Modos	Sensor 1 (1/4 L)	Sensor 2 (1/3 L)	Sensor 2 (1/2 L)	Sensor 1 (1/4 L)	Sensor 2 (1/3 L)	Sensor 3 (1/2 L)	
10x30min	1°	-0,32	-0,39	-0,45	0,47	0,58	0,67	
		<b>0,004</b>	<b>0,004</b>	<b>0,005</b>	<b>0,000</b>	<b>0,000</b>	<b>0,000</b>	
		0,62	0,54	0,00	0,76	0,65	0,00	
	2°	<b>0,025</b>	<b>0,022</b>	<b>0,000</b>	<b>0,000</b>	<b>0,000</b>	<b>0,000</b>	
		0,32	0,00	-0,45	-0,58	0,00	0,82	
		<b>0,014</b>	<b>0,000</b>	<b>0,020</b>	<b>0,000</b>	<b>0,000</b>	<b>0,000</b>	
	3°	<b>Vetores Modais para Ruído a 30%</b>						
		1°	-0,28	-0,35	-0,40	-0,47	-0,58	-0,67
			<b>0,189</b>	<b>0,232</b>	<b>0,267</b>	<b>0,002</b>	<b>0,002</b>	<b>0,001</b>
		2°	0,57	0,49	0,00	0,76	0,65	0,00
			<b>0,224</b>	<b>0,193</b>	<b>0,006</b>	<b>0,003</b>	<b>0,004</b>	<b>0,003</b>
		3°	-	-	-	-0,5649	-0,0133	0,8250
	-	-	-	<b>0,013</b>	<b>0,010</b>	<b>0,009</b>		

Outro aspecto considerado na análise é a velocidade de processamento para a identificação estrutural com quantificação de incertezas dos três algoritmos implementados. O tempo de processamento para cada uma das abordagens é mostrado na Tabela VI-5. Nota-se que a primeira implementação possui o maior tempo de processamento, com resultados satisfatórios. A segunda possui o menor tempo, entretanto através das simulações pode-se perceber que entre as três abordagens é a que apresenta maior divergência em relação aos valores exatos do modelo de teste. A terceira e última implementação possui um custo computacional aceitável e apresenta os melhores resultados. Entretanto, o tempo de processamento desta técnica pode aumentar dependendo do número de pontos utilizados para gerar a função de resposta ao impulso (IRF) através do RDT. Neste trabalho foram utilizados 2000 pontos para a obtenção da IRF.

**Tabela VI-5 – Custo computacional dos esquemas implementados para reamostragem Bootstrap**

<b>Esquema Adotados</b>	<b>Tempo de Processamento</b>
I (Bloco da Matriz de Hankel - “Moving Blocks”)	355,90 segundos
II (“Blocos da Matriz de Projeção”)	76,27 segundos
III (“Blocos de Função Resposta Impulso-IRF)	92,13 segundos

Por fim é interessante ressaltar que a terceira técnica apresentada é mais robusta e consistente tendo pouca variabilidade dos resultados, uma vez que a abordagem do método permite sempre criar blocos com mais energia e informação modal através da técnica RDT que seleciona os dados do bloco a partir dos pontos de “triggering” gerando uma função de resposta ao impulso (RODRIGUES & RONE BRINCKER, 2005).

### **VI.3 Validação do Programa de Ajuste de Modelos em Elementos Finitos com Quantificação de Incertezas**

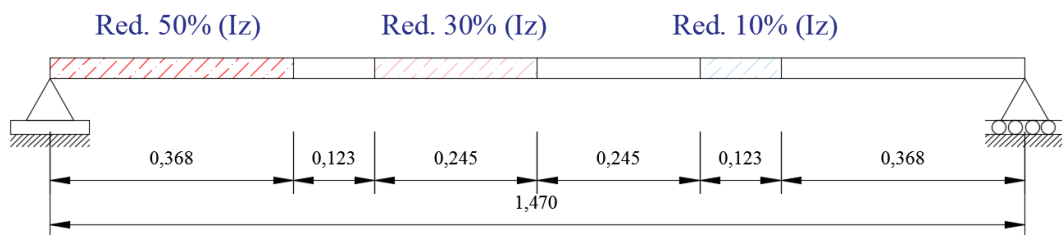
O ajuste de modelo é realizado de forma iterativa, através de processo de otimização usando os algoritmos genéticos para minimização de uma função objetivo baseada nos erros residuais de frequência e energia de deformação modal.

Neste trabalho a quantificação de incertezas do modelo em elementos finitos ajustado é realizada através da própria técnica Bootstrap utilizada para estimação modal. Dessa forma, para cada “boot” de parâmetros modais identificados é realizado um processo de ajuste. Assim é possível obter um modelo ajustado a cada “boot”. Logo, de posse dos “n” modelos ajustados prossegue-se o cálculo das estatísticas e posteriormente a definição dos intervalos de confiança do ajuste realizado. Para a validação do programa foram simuladas numericamente três situações, as quais são descritas a seguir:

- (1) Ajuste de modelo em elementos finitos para avaliar a efetividade da função objetivo e do algoritmo genético considerando os dados sem o uso de técnicas de identificação.

- (2) Ajuste de modelo em elementos finitos a partir dos resultados obtidos pela técnica de identificação SSI-DATA, avaliando a sua efetividade e o erro causado pela expansão modal.
- (3) Realização do Ajuste considerando as incertezas do processo. Neste caso avalia-se o algoritmo quando submetido a oscilações dos dados de referência (frequência e formas modais).

Para tanto, e de forma a manter a consistência com os dados simulados apresentados na seção VI.2, foram consideradas duas configurações: A primeira configuração é a viga em estudo que originou os sinais simulados e cujas propriedades são apresentadas na Tabela VI-1 e a segunda configuração é a viga com modificações que se referem a redução do momento de inércia em torno do eixo z ( $I_z$ ) de alguns elementos que constituem a viga, conforme mostra a Figura VI-5



**Figura VI-5 - Representação da estrutura com elementos modificados**

Nos ajustes de modelo realizados, a viga modificada é considerada como o modelo inicial a ser atualizado. Portanto, o objetivo do ajuste, baseado em informações modais, será fazer com que as propriedades de momento de inércia  $I_z$  da segunda configuração se assemelhem às propriedades da viga sem modificação após o processo de otimização.

### **VI.3.1 Viga Biapoiada – sem Identificação Estrutural**

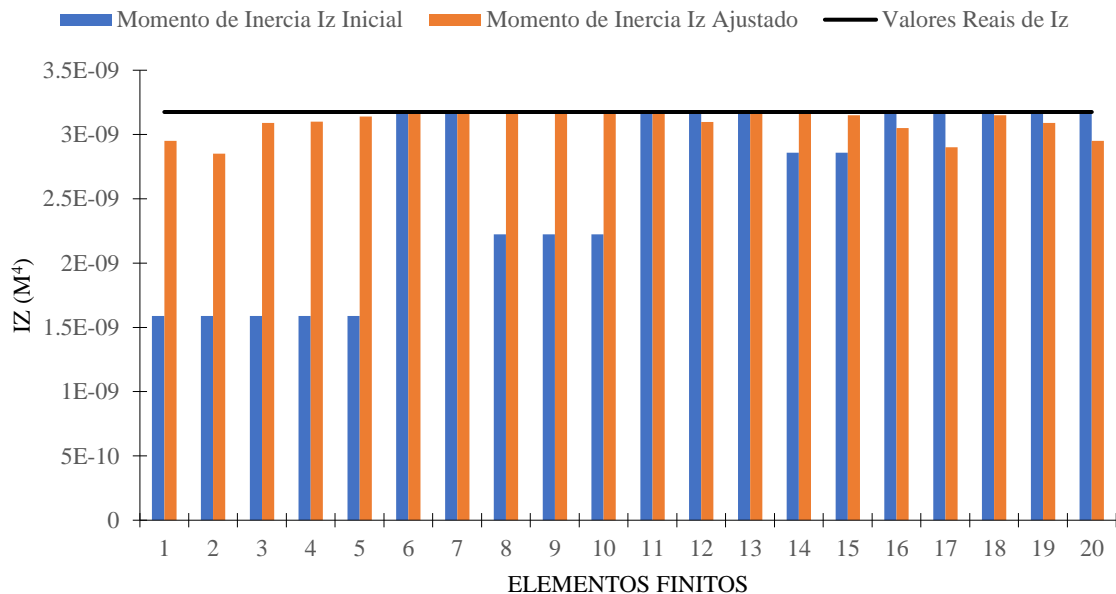
De forma a ter maior controle sobre a análise e avaliar a efetividade da função objetivo e dos algoritmos genéticos, foram usados diretamente os dados da análise modal computacional como se fossem os parâmetros dinâmicos identificados. Foram

considerados todos os graus de liberdade do modelo. Os parâmetros utilizados para a otimização dentro do ambiente MATLAB podem ser visualizados na Tabela VI-6. Os coeficientes de ponderação que deram melhores resultados são respectivamente 1000 para frequência e 5 para a energia de deformação modal.

**Tabela VI-6 – Parâmetros utilizados pelos algoritmos genéticos dentro da plataforma Matlab**

Tamanho da População	150
Número de Gerações	60
Número de Elitismo	Um indivíduo para cada geração
Tipo de Seleção	Torneio
Tipo de Cruzamento	“Scattered crossover”
Tipo de Mutação	“Feasible adaptative mutation”
Faixa amostral para otimização	Limite superior igual 1,2 vezes $I_z$ Limite inferior igual 0,2 vezes $I_z$

Apesar do teste ter sido realizado utilizando todos os graus de liberdade da estrutura optou-se em realizar a otimização utilizando apenas os três primeiros modos de flexão em torno do eixo de menor inércia, usando como função objetivo os resíduos das frequências da estrutura e da energia de deformação de cada elemento. A Figura VI-6 apresenta os valores de momento de inércia  $I_z$  antes e após o ajuste e seus valores reais.



**Figura VI-6 – Valores do Parâmetro ajustado contrapostos ao modelo inicial para o caso I.**

Pode se observar nesta figura que os valores de  $I_z$  ajustados são muito próximos aos reais indicando que o ajuste do modelo foi bem-sucedido.

A Tabela VI-7 apresenta, para os modos de vibração analisados, as frequências naturais e o coeficiente de correlação da forma modal (MAC) do modelo inicial e do modelo ajustado em relação aos dados simulados, estimando o erro relativo antes e após o ajuste para as frequências naturais obtidas.

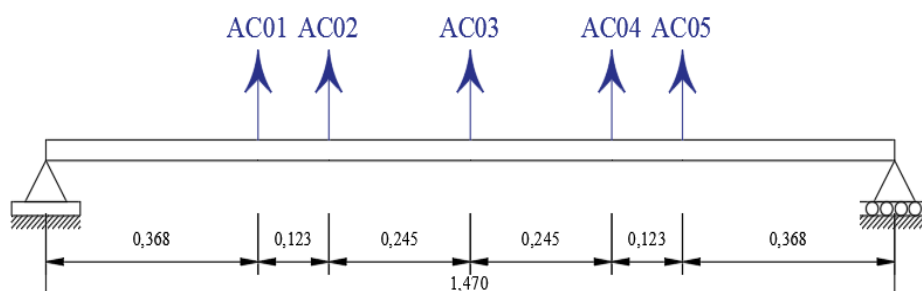
**Tabela VI-7 – Resultados do ajuste de modelo da viga sem quantificação de incertezas para os dados simulados considerando todos os graus de liberdade.**

Modo	Freq. Mod. Inicial (Hz)	Frequência Sim. (Hz)	Erro Inicial Freq (%)	MAC Inicial	Freq. Mod. Ajust.	Erro Freq após Ajuste	MAC Ajuste
1°	7,69Hz	8,54	<b>11%</b>	1,00	8,49	<b>0,6%</b>	1,00
2°	30,11Hz	34,1216	<b>13%</b>	0,99	33,73	<b>1,1%</b>	1,00
3°	66,14Hz	76,9462	<b>16%</b>	0,96	75,92	<b>1,3%</b>	1,00

Os resultados encontrados na Tabela VI-7 mostram que a metodologia implementada pode ser validada para o ajuste do modelo em elementos finitos considerando os dados sem o uso de técnicas de identificação.

### VI.3.2 Viga Biapoiaada – com Identificação Estrutural através SSI-DATA

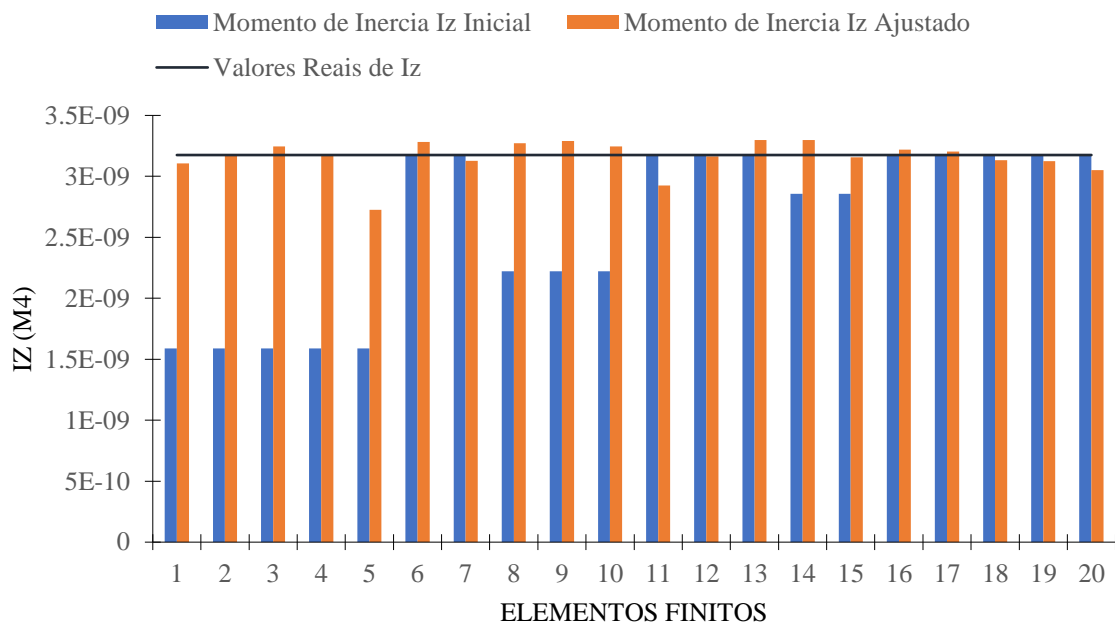
Nesse caso foi realizada a identificação estrutural através da técnica SSI-DATA, considerando apenas três graus de liberdade (AC01, AC02 e AC03) conforme ilustra o croqui apresentado na Figura VI-7. Os graus de liberdade AC04 e AC05 são simétricos a AC01 e AC02 e foram espelhados na estrutura estritamente para o desenho da forma modal.



**Figura VI-7– Posicionamento dos sensores para avaliação da viga**

Os parâmetros utilizados pelo algoritmo genético para o processo de otimização nesse caso, são os mesmos apresentados pela na Tabela VI-6 com exceção do tamanho da população igual a 250, do número de gerações igual a 50 e intervalo amostral para a população com um limite superior de  $3,2 \times 10^{-9} \text{ m}^4$  e um limite inferior de  $1,00 \times 10^{-9} \text{ m}^4$

A expansão modal dinâmica foi realizada através do método de Kidder (MAIA & SILVA, 1997), sendo que a precisão da expansão está diretamente relacionada a quantidade de graus de liberdade medidos. Portanto, mesmo nesse caso onde o ruído não seja considerado é normal serem encontradas diferenças nas energias de deformações modais dos elementos devido a imprecisão da expansão modal, além, é claro, do caráter aleatório dos algoritmos genéticos. A Figura VI-8 apresenta os parâmetros do modelo inicial contrapostos aos valores do ajuste (Momento de inercia em torno de Z).



**Figura VI-8 - Valores do Parâmetro Iz ajustado contrapostos ao modelo inicial para o caso II.**

Pode se observar nesta figura que os valores de Iz ajustados são muito próximos aos reais, validando, portanto, o ajuste do modelo a partir da identificação com o método SSI- DATA.

A Tabela VI-8 apresenta os valores de ajuste do modelo para a primeira, segunda e terceira forma modal identificadas pela técnica SSI-DATA, correlacionados aos valores iniciais, bem como os erros percentuais antes e após o ajuste.

**Tabela VI-8 - Resultados do ajuste de modelo da viga sem quantificação de incertezas para os dados simulados considerando a técnica SSI-DATA.**

Modo	Freq. Mod. Inicial (Hz)	Frequência Simulada. (Hz)	Erro Inicial (%)	MAC Inicial	Freq. Mod. Ajust.	Erro Freq após Ajuste	MAC Ajuste
	7,69Hz	8,54Hz	<b>11%</b>	0,99	8,54Hz	<b>0,0%</b>	1,00
	30,11Hz	34,1216Hz	<b>13%</b>	0,98	34,03Hz	<b>0,2%</b>	1,00
	66,14Hz	76,9462Hz	<b>16%</b>	0,94	76,44Hz	<b>0,6%</b>	0,98

Os resultados encontrados na Tabela VI-8, em termos de frequências naturais e modos de vibração medidos através do coeficiente MAC, mostram que o ajuste do modelo em elementos finitos considerando os dados obtidos a partir da técnica SSI-DATA foi bem-sucedido. Cabe ressaltar que apesar dos poucos graus de liberdades utilizados para o ajuste, os resultados são satisfatórios. Pode-se notar também que esta restrição tende a reduzir os valores do MAC para o terceiro modo quando comparado aos dois primeiros modos.

### **VI.3.3 Viga Biapoiada – com Identificação Estrutural através SSI-DATA e quantificação de incertezas através da reamostragem Bootstrap**

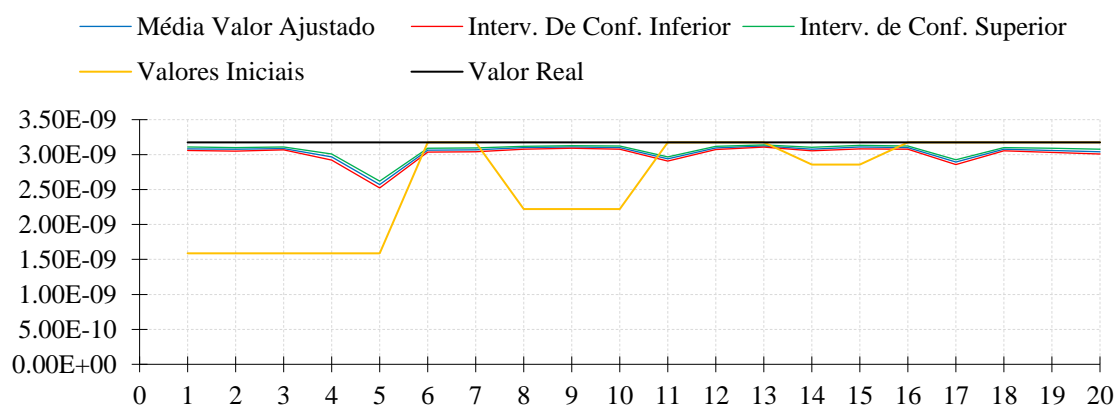
Nesta seção o algoritmo de ajuste de modelos é avaliado na presença de incertezas na identificação da viga em estudo. Para o teste, foi considerado a inclusão de ruído aleatório normalmente distribuído com amplitude de 20% do valor de RMS dos sinais simulados. Os parâmetros para otimização seguem as informações da Tabela VI-6, tendo como exceções o tamanho da população igual a 200 e o número de gerações igual a 80. O limite inferior e superior da faixa amostral para o momento de inércia  $I_z$  são respectivamente  $1,00 \times 10^{-9} \text{m}^4$  e  $3,2 \times 10^{-9} \text{m}^4$ . Vale ressaltar que essa faixa amostral é o intervalo de valores prováveis para o parâmetro a ser ajustado. Esse intervalo em situações reais é baseado na incerteza dos parâmetros que se deseja otimizar.

Os valores de frequências naturais e MAC's obtidos após o ajuste em conjunto com a quantificação de incertezas contrapostos aos valores iniciais são apresentados na Tabela VI-9

**Tabela VI-9– Valores de frequência e desvios padrões para o teste numérico de ajuste da viga com incertezas**

Modo	Freq. Modelo Inicial (Hz)	Média Frequência Simulada (Hz)	Erro relativo Freq. Inicial	MAC Inicial	Média Freq. Ajuste (Hz)	Erro relativo Freq. após Ajuste	Desvio-padrão do Ajuste	MAC Ajustado
1°	7,69	8,54	<b>10,0%</b>	1,00	8,36	<b>2,1%</b>	<b>0,04</b>	1,00
2°	30,11	34,19	<b>11,9%</b>	0,99	33,16	<b>3,0%</b>	<b>0,23</b>	1,00
3°	66,14	76,93	<b>14,0%</b>	0,96	74,72	<b>2,9%</b>	<b>0,45</b>	0,99

A otimização da variável alvo (o momento de inércia  $I_z$ ) comparadas aos valores iniciais e simulados juntamente com os intervalos de confiança apresentou o seguinte comportamento no processo de ajuste, conforme mostra a Figura VI-9.

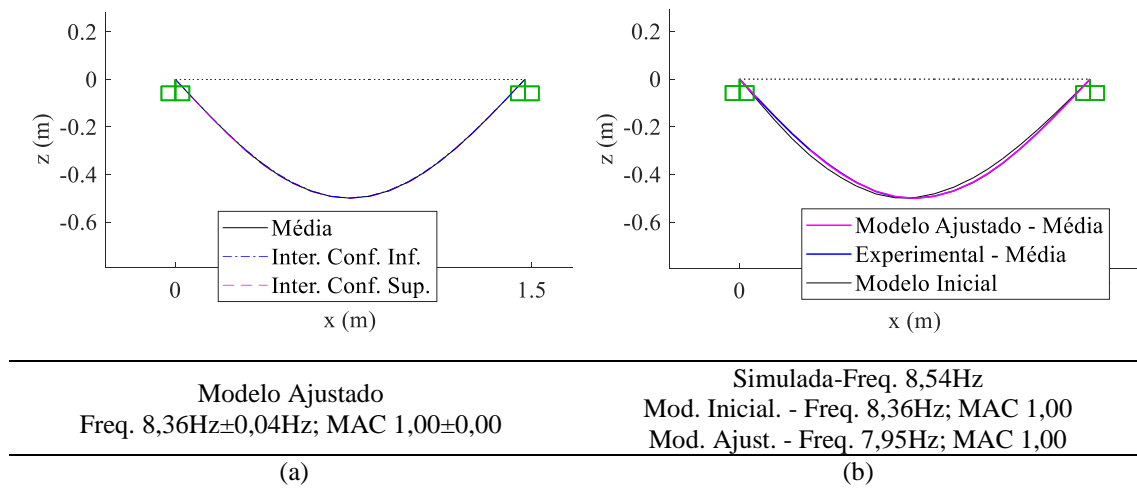


**Figura VI-9 – Valores obtidos para o parâmetro otimizado ( $I_z$ ) com seus respectivos intervalos de confiança.**

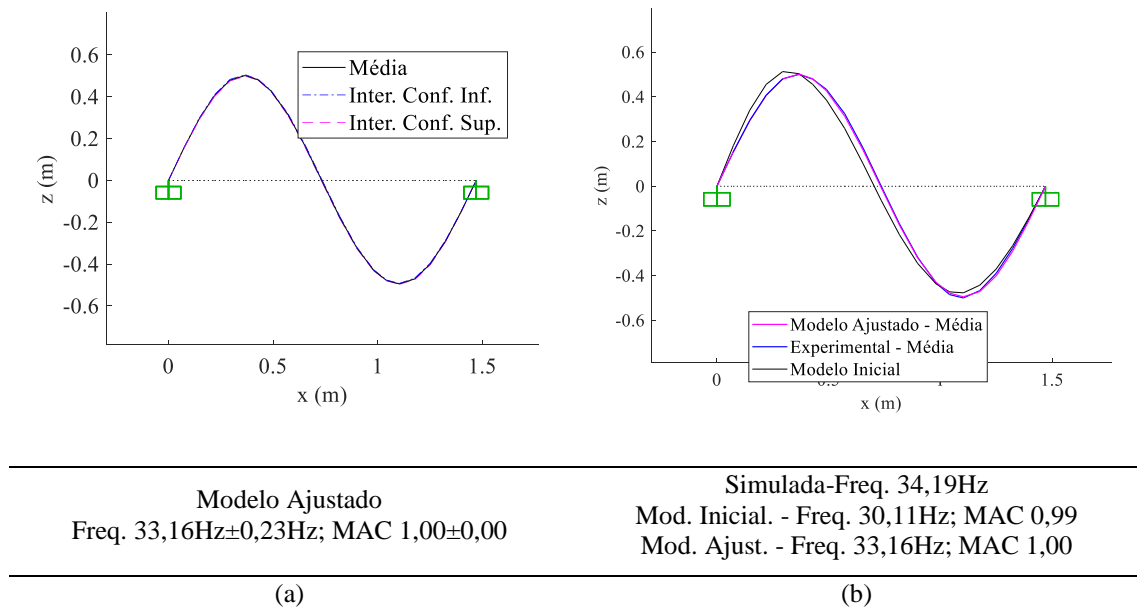
Conforme se pode observar na Figura VI-9, com exceção do elemento 5, 11 e 17, os valores médios ajustados são muito próximos aos valores reais indicando que o ajuste com quantificação de incertezas funcionou adequadamente. É interessante citar que, esses elementos discrepantes situam-se na região de transição entre os elementos com e sem redução de momento de inércia. O emprego de blocos IRF's para reamostragem do sinal simulado, mesmo na presença de ruído acrescido de 30% do valor máximo de amplitude, para a identificação estrutural e subsequente ajuste de modelo apresentou intervalos de confiança estreitos, confirmando assim o desempenho do método.



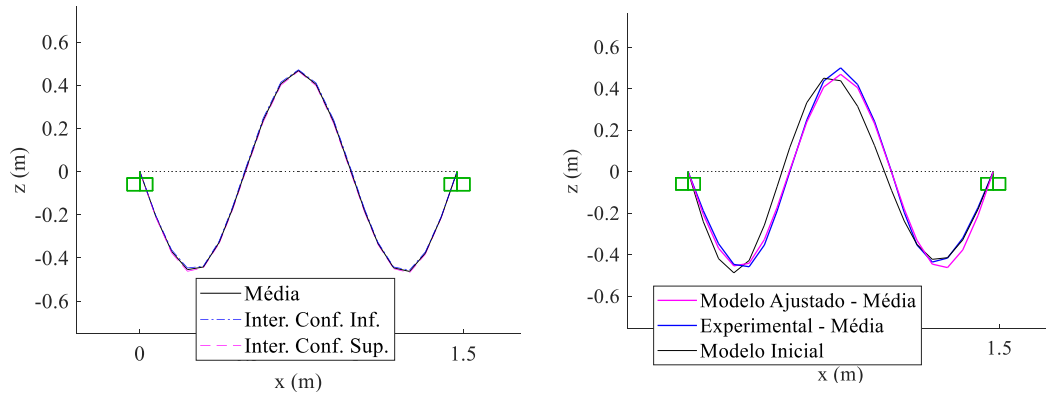
Após o ajuste com quantificação de incertezas obteve-se as seguintes formas modais com seus respectivos intervalos de confiança, conforme se pode ver respectivamente, para os 3 modos analisados, nas Figura VI-10, Figura VI-11 e Figura VI-12.



**Figura VI-10 - 1º forma modal ajustada para o teste simulado com quantificação de incertezas**



**Figura VI-11 - 2º forma modal ajustada para o teste simulado com quantificação de incertezas**



Modelo Ajustado  
 Freq. 74,72Hz±0,45Hz; MAC 0,99±0,00

Simulada-Freq. 76,93Hz  
 Mod. Inicial - Freq. 66,14Hz; MAC 0,96  
 Mod. Ajust. - Freq. 74,72Hz; MAC 0,99

(a)

(b)

**Figura VI-12 - 3º forma modal ajustada para o teste simulado com quantificação de incertezas**

Neste terceiro caso de análise é possível notar que o algoritmo ajusta o modelo de forma condizente com a identificação estrutural simulada, conforme pode ser visualizado nas formas modais obtidas (vide Figura VI-10 a Figura VI-12). Percebe-se que os modos de vibrar da estrutura inicial possuem assimetria (uma vez que os elementos desse modelo estão modificados) localizadas no lado esquerdo da viga. Entretanto, após o ajuste, as formas modais obtidas tornam-se simétricas o que está de acordo com a viga numérica sem modificação. Essa observação é mais evidente quando se visualiza as formas modais sobrepostas para o terceiro modo mostrado na Figura VI-12(a)

De acordo com as análises apresentadas nos itens VI.4.1, VI.4.2 e VI.4.3 para a validação do programa de ajuste de modelos em elementos finitos com quantificação de incertezas, pode-se dizer que o algoritmo trabalha de forma satisfatória, identificando e localizando os elementos modificados, além de estimar as incertezas devido a identificação estrutural.

## **VI.4 Identificação Estrutural e Ajuste de modelo com estimação de incertezas de uma viga metálica**

Após a validação do sistema desenvolvido com dados simulados mostrada no item VI.4, apresenta-se neste item a identificação estrutural e ajuste de modelo com estimação de incertezas de uma viga metálica testada em laboratório. O objetivo é realizar uma validação mais próxima da realidade.

### **VI.4.1 Identificação Estrutural da Viga Metálica**

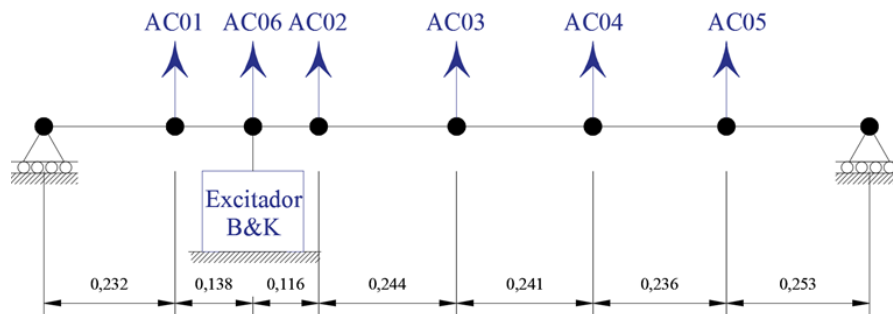
A viga metálica biapoiada testada é ilustrada na Figura VI-13. Esta viga tem 1,47 metros de comprimento e seção retangular com dimensões de 7,94 milímetros de espessura por 76,23 milímetros de largura. Os apoios são móveis representando teoricamente um apoio de primeiro gênero. Para os ensaios conduzidos nesta aplicação, a estrutura foi instrumentada com seis transdutores de aceleração posicionados de acordo com a Figura VI-14.



**Figura VI-13 - Sistema de instrumentação da viga metálica no Laboratório de Estruturas da COPPE/UFRJ.**

O ponto de excitação é localizado aproximadamente a  $1/6$  do vão contado a partir do apoio esquerdo conforme é ilustrado pela Figura VI-14. Os ensaios foram realizados

através de impactos aleatórios. Os seis acelerômetros utilizados nos ensaios foram conectados ao sistema de aquisição ADS2000 em conjunto com o programa AQDados, ambos fabricados pela Lynx Tecnologia Eletrônica Ltda. O sistema condiciona, calibra, filtra e digitaliza os sinais adquiridos. A taxa de amostragem utilizada foi de 4000Hz.



**Figura VI-14 - Croquis de instrumentação da viga metálica. Dimensões em metros.**

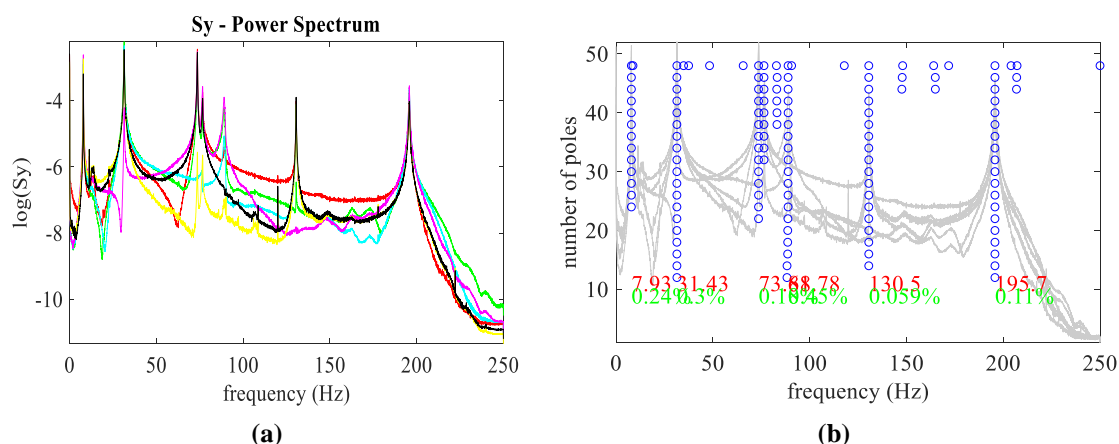
Através dos resultados obtidos nas simulações numéricas foi possível perceber que a identificação com quantificação de incertezas através das técnicas RDT-SSI-Bootstrap apresenta uma boa estabilidade e estima as incertezas de forma satisfatória mesmo na presença de altos valores de ruído.

Diante disso optou-se, nesta fase da análise, por utilizar apenas essa técnica na identificação modal da viga experimentada, de forma a avaliar a performance da nova técnica através de uma análise modal real. Dessa maneira, inicialmente é realizada uma análise de sensibilidade para determinar o tamanho do bloco de sinal que foi reamostrado. De acordo com a análise, verifica-se que o número de pontos para uma boa estabilização do sinal é em torno de 500000 pontos. Sabendo que o número total de pontos do sinal é igual a 2587500 chega-se a um valor de 5,175 blocos. Logo, pode-se concluir que, neste caso, a segmentação em 5 blocos é um número ideal para o processo de reamostragem Bootstrap.

Entretanto, considerando esta segmentação, notou-se que o segundo e terceiro modos de vibração apresentaram baixas estimativas válidas. De forma a solucionar este problema, somente para a avaliação das incertezas nestes dois modos optou-se por reduzir

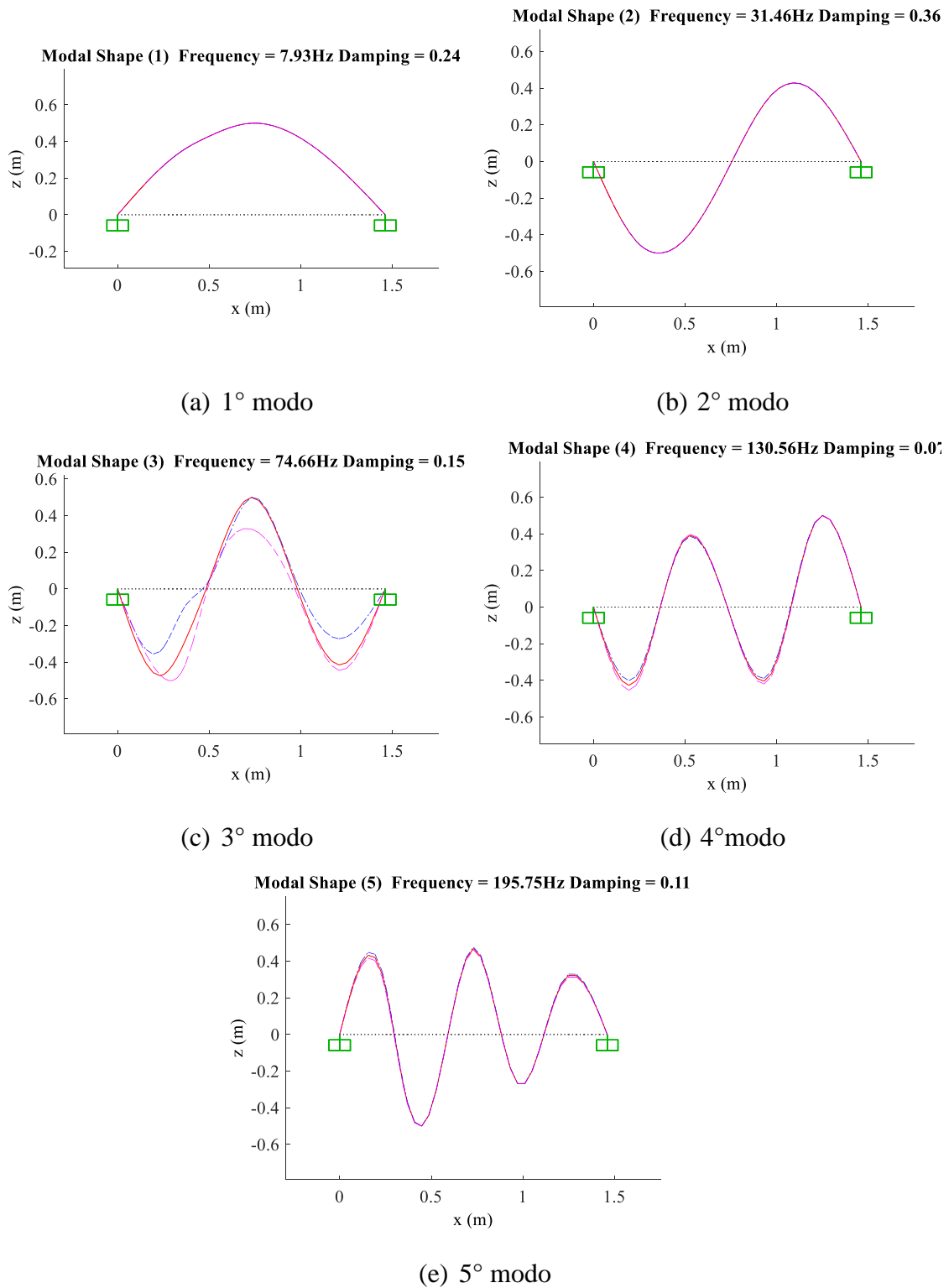
o número de segmentações para 4, obtendo estimativas válidas suficientes. Deve-se ressaltar que o critério de estimativas válidas se baseia em um limite de no mínimo de 35 amostras, ou seja, admite-se para a inferência estatística uma perda de até 30% das amostras, lembrando que o número total de amostras é igual a 50 boots.

A Figura VI-15 apresenta o diagrama de estabilidade da identificação. Os parâmetros de variabilidade para estabilização dos polos são iguais a 2,0% para frequência, 15% para o amortecimento e MAC de 0,90 para correlação dos modos. A ordem máxima do modelo foi admitida igual a 48.

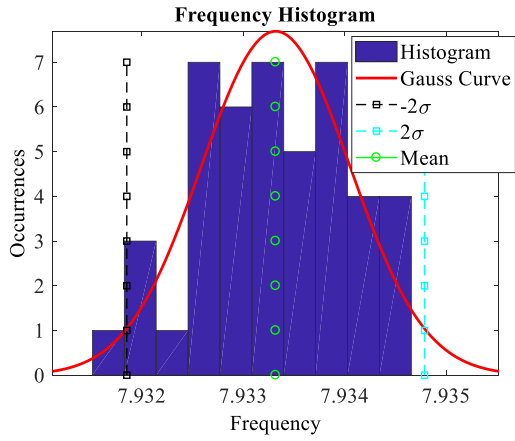


**Figura VI-15 – Identificação da viga metálica. (a) Espectro de frequências. (b) Diagrama de estabilidade.**

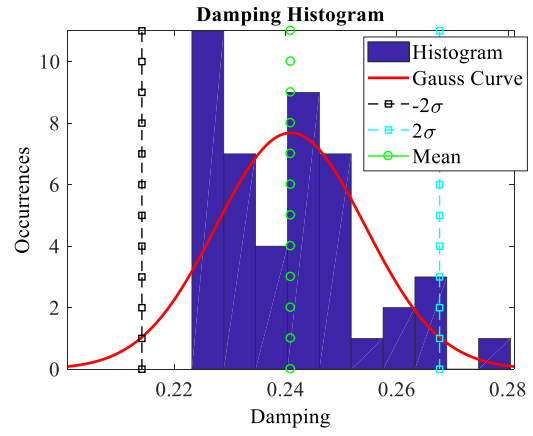
A partir do diagrama de estabilidade verifica-se que seis modos de vibração foram bem identificados. No entanto, dentre os seis picos de frequências, apenas cinco representam modos reais da estrutura, pois um deles está associado a frequência da rede elétrica (60Hz). A Figura VI-16 e Figura VI-17 apresentam, respectivamente, a forma geométrica dos modos, a distribuição estatística da frequência e taxa de amortecimento com suas respectivas faixas de variabilidade obtidas pela técnica híbrida RDT–BOOTSTRAP-SSI DATA. Os intervalos apresentados são baseados numa confiabilidade de 95% das amostras analisadas, ou seja, duas vezes o valor do desvio-padrão obtido conforme pode ser visto também na Tabela VI-10.



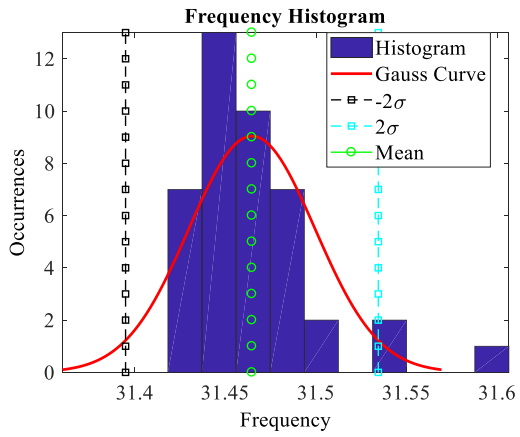
**Figura VI-16 – Parâmetros modais identificados com seus respectivos intervalos e confiança. Forma modal.**



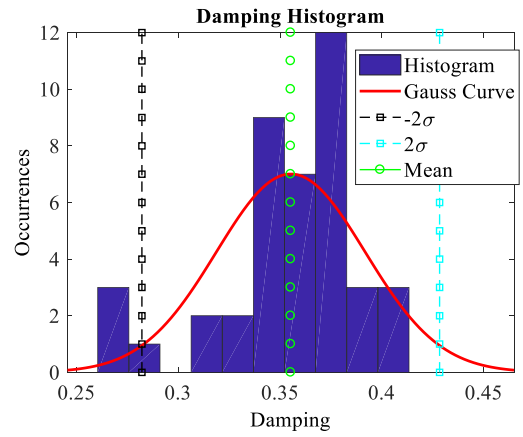
(a) 1° modo



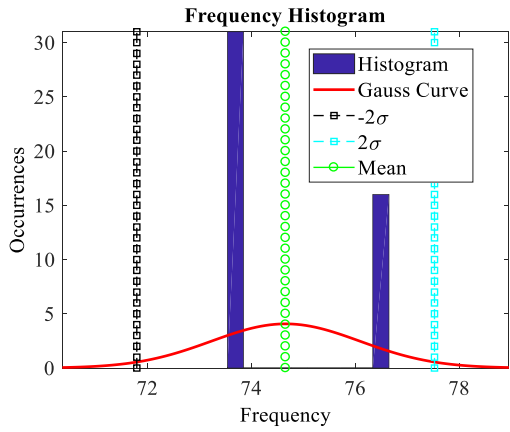
(b) 1° modo



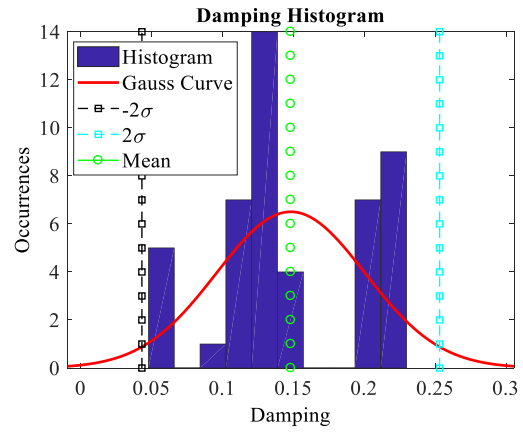
(c) 2° modo



(d) 2° modo



(e) 3° modo



(f) 3° modo

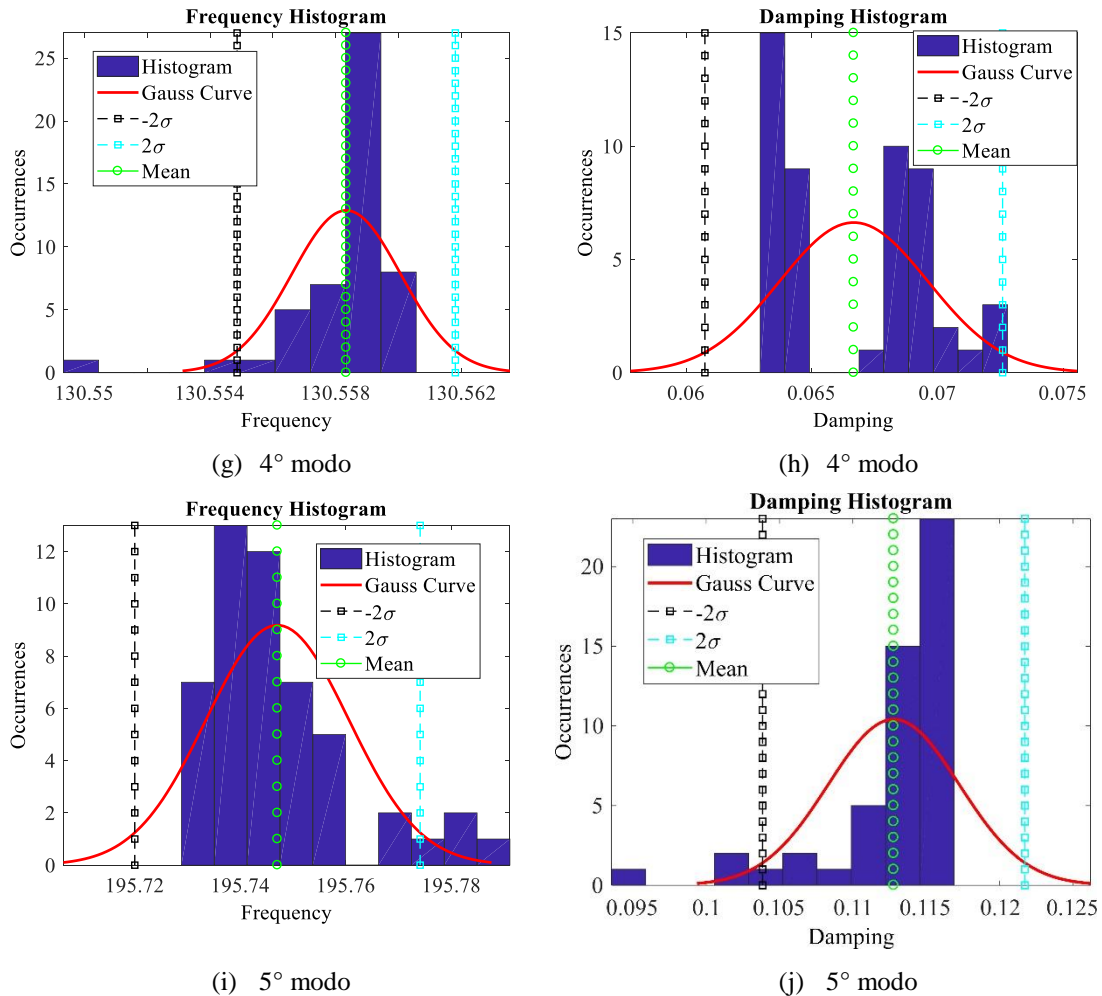


Figura VI-17 - Parâmetros modais identificados com seus respectivos intervalos e confiança. Frequência e taxas de amortecimento

Tabela VI-10- Intervalo de confiança baseado em duas vezes o desvio-padrão para as estimações de frequência e amortecimento

Modo	1°	2°	3°	4°	5°
Média Frequência (Hz)	7,933	31,465	74,665	130,53	195,75
Intervalo de Confiança	<b>+/- 1,46E-06</b>	<b>+/-6,97E-02</b>	<b>+/-2,86</b>	<b>+/-3,47E-03</b>	<b>+/-2,7E-02</b>
Média Amortecimento	0,241	0,355	0,148	0,066	0,110
Intervalo de Confiança	<b>2,68E-02</b>	<b>7,3E-2</b>	<b>1,1E-1</b>	<b>5,92E-3</b>	<b>8,9E-3</b>

Verifica-se que o terceiro modo de vibração é o que apresenta maior incerteza e isto provavelmente se deve ao fato de o histograma ficar concentrado em apenas duas frequências e desta forma a curva de Gauss não ser uma boa aproximação do histograma, gerando uma maior dispersão dos resultados como pode ser visto em sua forma modal



apresentada pela Figura VI-16 e pelos desvios obtidos para a frequência e o amortecimento mostrados na Tabela VI-10.

Em termos de incertezas o quarto e quinto modo apresentam características semelhantes, no entanto com menores desvios para frequência e amortecimento quando comparadas ao terceiro e segundo modos de vibração e maior variação em sua forma modal quando correlacionadas ao primeiro e segundo modo. Deve-se ressaltar que quanto mais elevada a frequência natural da estrutura, um maior número de sensores será necessário para sua representação geométrica. Logo, isso pode ser uma possível causa para os maiores desvios apresentados nas primeiras cristas do quarto e quinto modo de vibração.

O primeiro modo por se tratar da frequência fundamental da estrutura é o que apresenta melhores resultados possuindo o menor nível de incerteza dos parâmetros modais identificados.

#### **VI.4.2 Ajuste de Modelo da Viga Metálica**

A fim de verificar a eficiência da metodologia de ajuste de modelos foi realizada um ajuste de um modelo numérico aos dados experimentais obtidos. O primeiro ponto importante desta análise é a definição da variável a ser otimizada para a realização do ajuste. Após a realização de alguns testes para verificar a sensibilidade dos modos de vibração devido a variação de alguns parâmetros físicos e geométricos da estrutura foi verificado que a principal discrepância apresentada entre o modelo inicial e o experimental são as frequências naturais do sistema. A Tabela VI-11 apresenta os resultados de sensibilidade em função da variação de parâmetros da estrutura que modificam as frequências naturais para a viga analisada.

**Tabela VI-11 – Variação de parâmetros da estrutura considerando a sensibilidade da frequência natural (Hz) da estrutura**

Parâmetro Estrutura	Valores Iniciais	Valores Modificados (10% de variação)	1° Modo	2° Modo	3° Modo	4° Modo	5° Modo
Modelo Inicial			7,07	28,25	63,56	113,09	176,75
H (mm)	6,5	7,15	7,8	31,18	70,13	124,77	195,01
Variação (%)			<b>10,33%</b>	<b>10,37%</b>	<b>10,34%</b>	<b>10,33%</b>	<b>10,33%</b>
B (mm)	76,23	83,853	7,09	28,34	63,76	113,44	177,31
Variação (%)			<b>0,28%</b>	<b>0,32%</b>	<b>0,31%</b>	<b>0,31%</b>	<b>0,32%</b>
E (MPa)	2,05E+08	225500000	7,43	29,73	66,87	118,98	185,96
Variação (%)			<b>5,09%</b>	<b>5,24%</b>	<b>5,21%</b>	<b>5,21%</b>	<b>5,21%</b>
L (vão)(cm)	146	131,4	8,75	35	78,77	140,18	218,91
Variação (%)			<b>23,76%</b>	<b>23,89%</b>	<b>23,93%</b>	<b>23,95%</b>	<b>23,85%</b>

Conforme esperado e baseado nos resultados apresentados na Tabela VI-11, verifica-se que o parâmetro mais sensível à variação é o comprimento do vão entre os apoios. No entanto, ao realizar a otimização com esse parâmetro não se obteve os melhores resultados, uma vez que este parâmetro conduz a uma diminuição considerável na correlação entre as formas modais experimentais e numéricas. O parâmetro que se mostrou mais adequado à esta análise foi a altura (H) no intervalo de 7,00 a 8,00 mm. A Tabela VI-12 apresenta os parâmetros utilizados na otimização por algoritmos genéticos da viga metálica. No modelo inicial, além das características citadas na Tabela VI-1, foram inseridas as massas dos acelerômetros (em torno de 40 gramas cada).

Inicialmente o modelo da viga foi ajustado considerando a mesma espessura em todos os elementos, e posteriormente devido a assimetria encontrada nas formas modais identificadas, optou-se por realizar um ajuste variando a espessura elemento a elemento do modelo estrutural. Esta opção indicou resultados melhores ao ajuste considerando com espessura constante ao longo da viga. Mediante isso, apenas os resultados considerando o ajuste com espessura variável serão apresentados.

**Tabela VI-12 - Parâmetros utilizados na otimização por algoritmos genéticos da viga metálica**

Tamanho da População	200
Número de Gerações	50
Número de Elitismo	Um indivíduo para cada geração
Tipo de Seleção	Torneio
Tipo de Cruzamento	“Scattered crossover”
Tipo de Mutação	“Feasible adaptative mutation”
Faixa amostral para otimização	Limite superior igual 8,00mm Limite inferior igual 7,00mm

O tempo computacional total para a otimização e ajuste do modelo foi de 4073,86 segundos. O hardware utilizado baseia-se em processador Xeon E5 1620v3 de 3,50GHz, 8Gb de memória RAM e uma placa de vídeo G-Force Quadro K420. Vale ressaltar que o processo de otimização através do AG foi realizado com computação paralela. Salienta-se também que este tempo decorre da alta população inicial para o ajuste da estrutura, uma vez que o sistema estrutural é simples e com poucos graus de liberdade.

A Tabela VI-13 apresenta os valores ajustados de frequências naturais da viga metálica, contrapondo aos resultados experimentais e do modelo inicial. Nesta tabela, mostra-se também as diferenças percentuais obtidos antes e após o ajuste, bem como o desvio-padrão encontrado para o ajuste de cada um dos modos considerados.

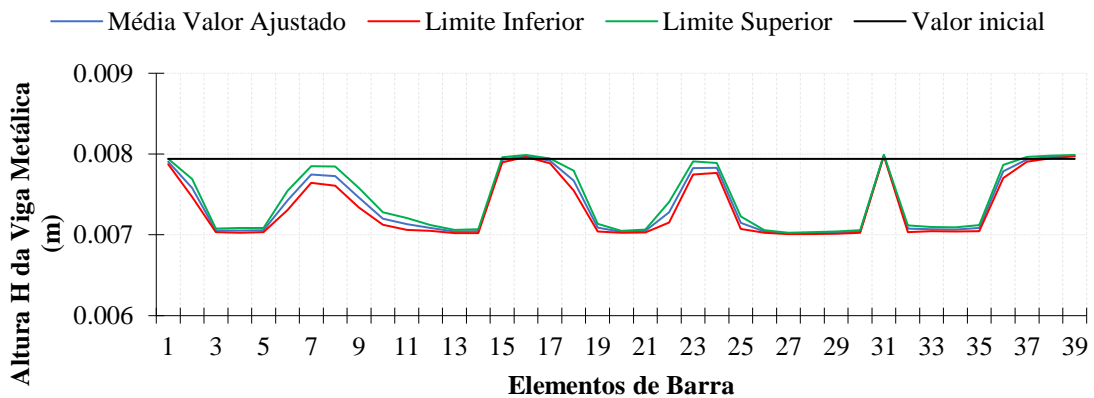
**Tabela VI-13 – Valores de frequência naturais (Hz) sem e após ajuste em conjunto com o desvio-padrão das frequências ajustadas para cada modo**

Modo	Freq. Modelo Inicial (Hz)	Média Frequência Experimental (Hz)	Dif. relativo Inicial	Média Freq. Ajuste (Hz)	Dif. relativo após Ajuste	Desvio-padrão do Ajuste
1º	8,49	7,94	<b>6,9%</b>	7,95	<b>0,1%</b>	<b>0,02</b>
2º	33,85	31,45	<b>7,6%</b>	31,69	<b>0,8%</b>	<b>0,10</b>
3º	76,37	73,67	<b>3,6%</b>	71,39	<b>3,1%</b>	<b>0,23</b>
4º	136,18	130,55	<b>4,3%</b>	128,09	<b>1,9%</b>	<b>0,39</b>
5º	212,16	195,73	<b>8,4%</b>	198,63	<b>1,5%</b>	<b>0,54</b>

De acordo com os resultados apresentados na Tabela VI-13, é perceptível que o desvio-padrão e os intervalos de confiança apresentam um nível de incerteza maior em

forma crescente dos modos de vibração considerados para o ajuste. Chama a atenção também que o terceiro modo de vibração apresenta, após o ajuste, a maior diferença percentual na comparação entre a frequência experimental e numérica. Esse fato provavelmente acontece, devido a este modo estar influenciado pela frequência da rede (60 Hz) apresentando assim um nível de incerteza elevado verificado na fase de identificação da estrutura.

De forma a visualizar os prováveis valores médios de espessura dos elementos da viga após a otimização é apresentada na Figura VI-18 o intervalo para a média com confiança de 95%. De posse desse resultado é perceptível um intervalo bastante estreito para a provável média real de espessura para cada um dos elementos que constituem a viga metálica analisada. É interessante ressaltar que os elementos que apresentaram maiores variação de espessuras encontram-se na região próximas em que os sensores foram posicionados, bem como nas proximidades dos apoios da estrutura. Deve ser ressaltado também que uma possível causa da variação de espessura nessas regiões pode ser a interferência dos cabos dos acelerômetros que tendem a modificar a rigidez da estrutura causando a assimetria da viga instrumentada.



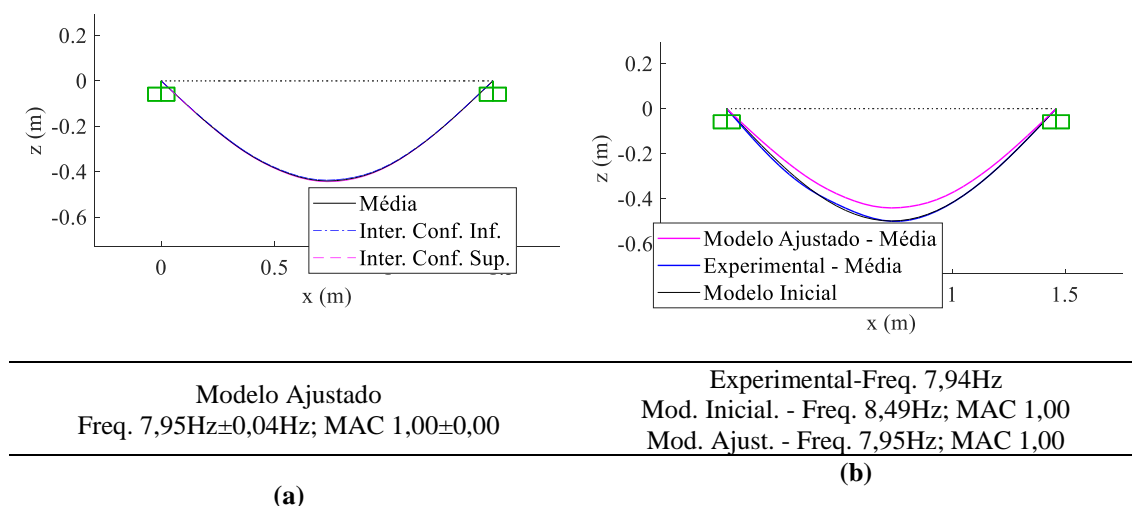
**Figura VI-18 – Intervalo de confiança dos valores otimizados da altura da viga para cada elemento finito.**

A Tabela VI-14 apresenta os valores mínimos e máximos de MAC obtidos e a melhor correlação de MAC entre o modelo inicial e o modelo ajustado.

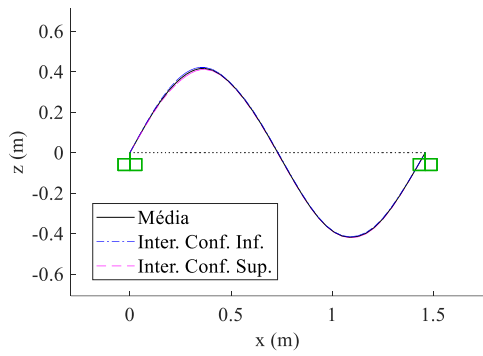
**Tabela VI-14 – Valores de mínimo e máximo MAC obtidos no processo de otimização do modelo**

Modo	MAC			
	Modelo Inicial		Modelo Ajustado	
	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo
1°	1,00	1,00	1,00	1,00
2°	0,99	0,99	0,99	1,00
3°	0,91	1,00	0,92	1,00
4°	0,98	0,98	0,98	0,99
5°	0,91	0,91	0,93	0,94

Os intervalos de confiança baseado em duas vezes o desvio-padrão das formas modais, após o ajuste, são mostrados nas Figura VI-19(a) a Figura VI-23 (a) e nas Figura VI-19(b) a Figura VI-23 (b) são apresentadas a correlação entre a forma modal inicial e as médias das formas modais do modelo experimental e do modelo ajustado.

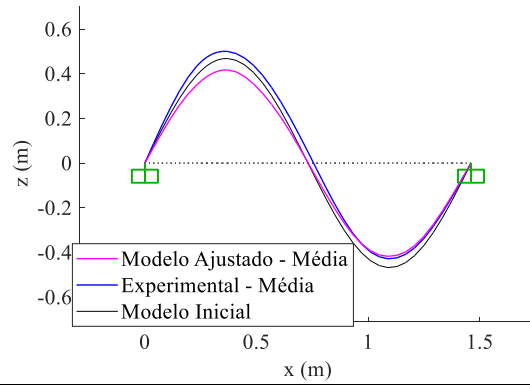


**Figura VI-19 - 1ª forma modal da viga ajustada. (a) Intervalo de confiança da forma modal. (b) Correlação da forma modal entre o experimental, inicial e ajustado**



Modelo Ajustado  
 Freq. 31,69Hz±0,04Hz; MAC 1,00±0,00

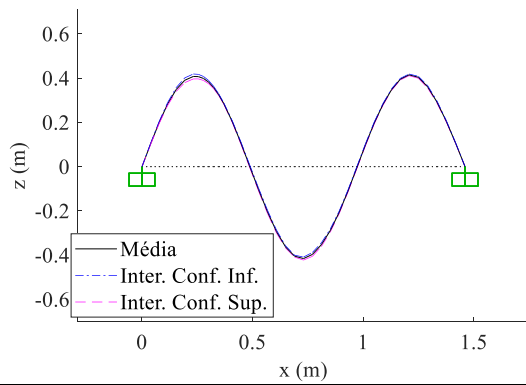
(a)



Experimental-Freq. 31,55Hz  
 Mod. Inicial. - Freq. 33,85Hz; MAC 1,00  
 Mod. Ajust. - Freq. 31,69Hz; MAC 1,00

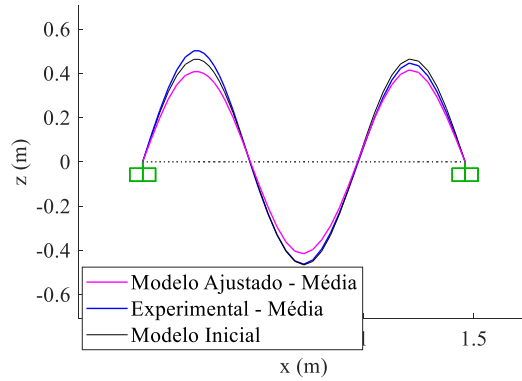
(b)

**Figura VI-20 - 2ª forma modal da viga ajustado. (a) Intervalo de confiança da forma modal. (b) Correlação da forma modal entre o experimental, inicial e ajustado**



Modelo Ajustado  
 Freq. 71,39Hz±0,45Hz; MAC 0,99±0,02

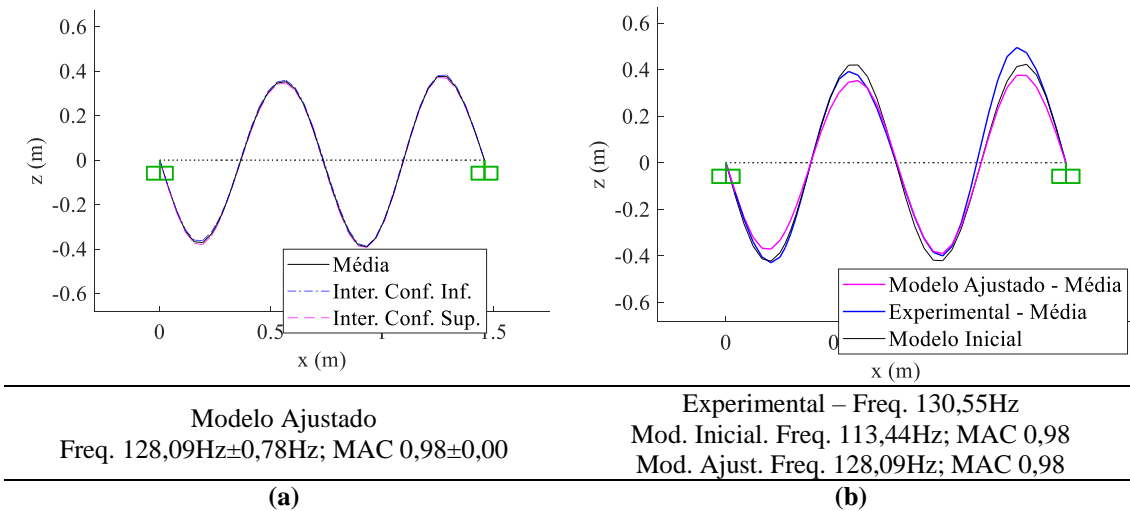
(a)



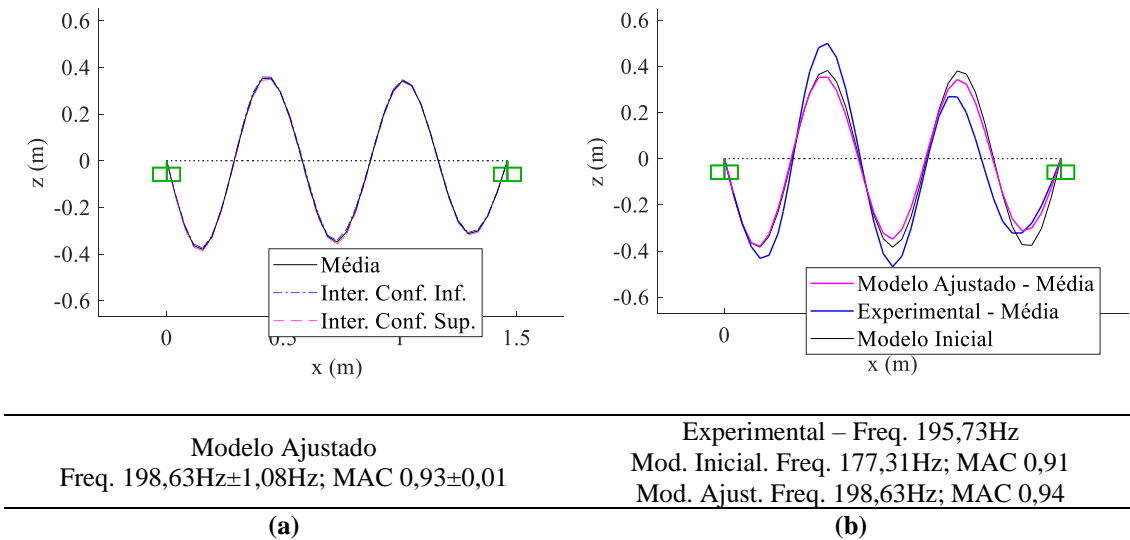
Experimental - Freq. 73,67Hz  
 Mod. Inicial. Freq. 63,76Hz; MAC 0,99  
 Mod. Ajust. Freq. 71,39Hz; MAC 0,99

(b)

**Figura VI-21 - 3ª forma modal da viga ajustado. (a) Intervalo de confiança da forma modal. (b) Correlação da forma modal entre o experimental, inicial e ajustado.**



**Figura VI-22 - 4ª forma modal da viga ajustado. (a) Intervalo de confiança da forma modal. (b) Correlação da forma modal entre o experimental, inicial e ajustado**



**Figura VI-23 - 5ª forma modal da viga ajustado. (a) Intervalo de confiança da forma modal. (b) Correlação da forma modal entre o experimental, inicial e ajustado**

De acordo com os resultados do ajuste da viga metálica com quantificação de incertezas, pode-se dizer que os valores alcançados foram satisfatórios, obtendo intervalo estreito de variabilidade para a representação das formas modais. Entretanto, percebe-se que as frequências naturais dos modos mais elevados possuem maior desvio-padrão em relação à média, porém, em contrapartida os MAC's do modelo ajustado tenderam a melhorar, como pode ser visualizado pela forma geométrica do quinto modo apresentado na Figura VI-23 e na Tabela VI-14.

Pode-se perceber através da representação das formas modais que o modelo ajustado está condizente com a identificação estrutural, pois, não apresenta após o ajuste uma estrutura totalmente simétrica, como pode se ver nas Figura VI-21(b), Figura VI-22(b) e Figura VI-23(b) através da magnitude das amplitudes das cristas nos modelos experimental e ajustado.

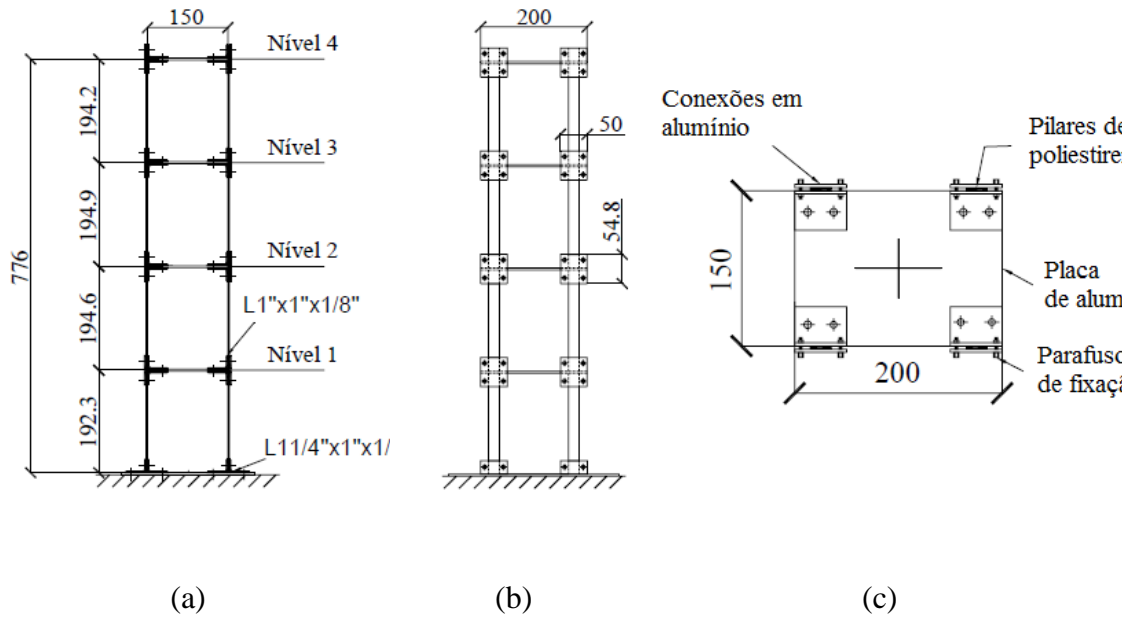
### **VI.5 Identificação Estrutural e Ajuste de modelo com estimação de incertezas de um Pórtico Tridimensional**

A estrutura analisada nesta seção trata-se de um pórtico composto por quatro andares construídos em chapas de alumínio com 4mm de espessura apoiadas por quatro pilares de material polimérico de dimensões retangulares de 20mm de base por 2.94 mm de altura fixado as chapas através de conexões em alumínio. A construção do modelo físico do pórtico analisado, bem como os testes experimentais, foi realizada no Laboratório de Dinâmica e Processamento de Imagens e Sinais (LADEPIS) na COPPE-UFRJ para a tese de doutorado de CANO (2013) e a dissertação de mestrado de PEREIRA (2016). A Figura VI-253 apresenta uma foto da estrutura e as demais características geométricas da estrutura podem ser vistas na Figura VI-25.



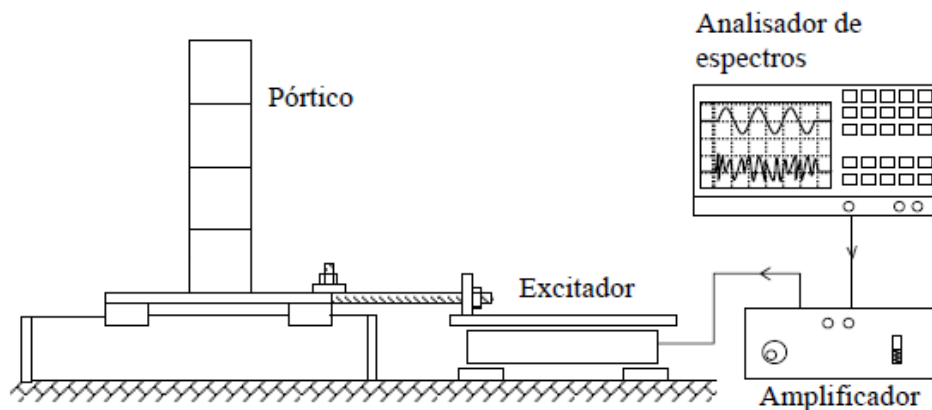
**Figura VI-24 - Sistema experimental realizado, com o pórtico posicionado em 45° (PEREIRA, 2016)**





**Figura VI-25- -Sistema Estrutural analisado. (a) Vista na direção de menor inércia. (b) Vista na direção de maior inércia. (c) Vista superior do pórtico. (CANO, 2013)**

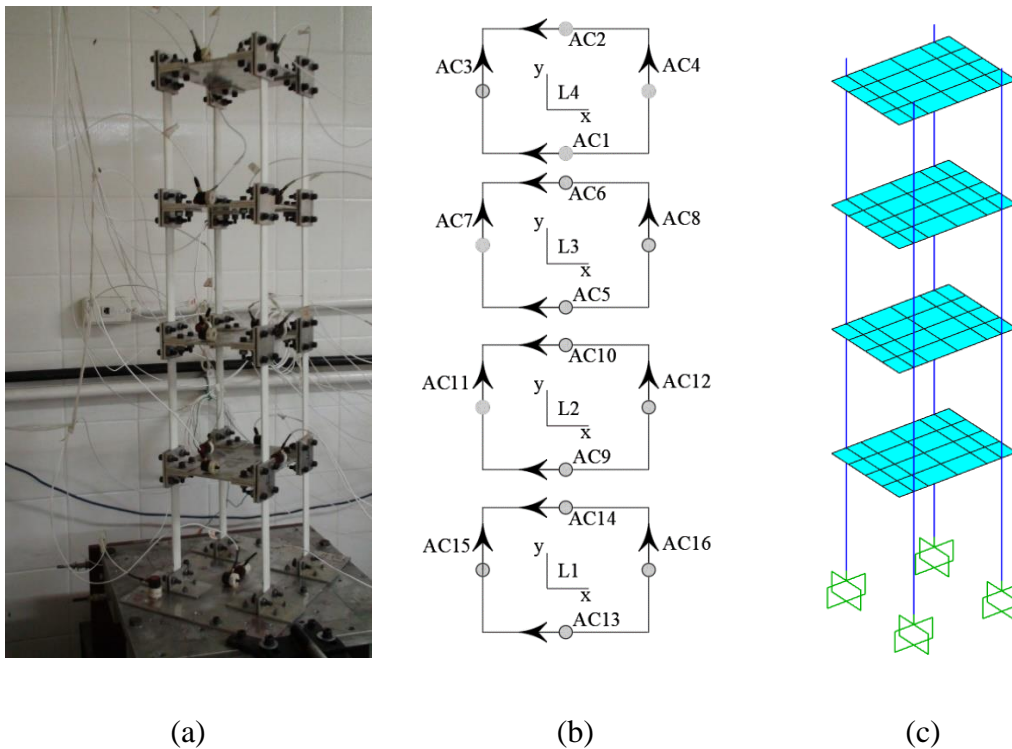
A estrutura foi excitada em sua base com um sinal aleatório do tipo ruído branco conforme ilustrado esquematicamente na Figura VI-26. A força de excitação foi aplicada a um ângulo de 45° em relação ao plano x-y da estrutura, com objetivo de excitar os modos nas direções de menor e maior inércia, além dos modos de torção.



**Figura VI-26 – Ilustração esquemática do sistema experimental realizado (PEREIRA, 2016)**

Foram utilizados dezesseis transdutores de aceleração, sendo quatro por andar, conforme apresentado na Figura VI-27(a). Os transdutores foram posicionados nas direções x e y conforme o croqui apresentado na Figura VI-27(b). Nesta figura os nós em

cinza com setas pretas representam os acelerômetros com seu posicionamento e direção em relação ao plano cartesiano x-y. O modelo computacional inicial, gerado tanto para apresentação das formas modais como para o processo de ajuste de modelos, é apresentado na Figura VI-27(c).



**Figura VI-27 – Posicionamento dos transdutores no Pórtico de cisalhamento. (a) Disposição dos sensores na estrutura Real. (b) Croquis de instrumentação do pórtico. (c) Modelo Computacional em elementos finitos**

No modelo numérico os pilares são modelados por elementos de pórtico espacial com seis graus de liberdade por nó. As lajes dos andares são representadas por elementos de casca quadrilateral quadrático de nove nós e cinco graus de liberdade por nó. As conexões foram idealizadas como elementos de pórtico espacial possuindo inicialmente as mesmas propriedades geométricas das seções dos pilares e propriedades físicas do alumínio. Os parâmetros físicos e geométricos utilizados na modelagem computacional do pórtico mostrado pela Figura VI-27(c) são apresentados na Tabela VI-15.

**Tabela VI-15 – Propriedades físicas e geométricas utilizadas no modelo do Pórtico espacial**

<b>Elemento de Barra Espacial</b>								
Seções	Mód. Elasti. (GPa)	Área (m <sup>2</sup> )	Momento de Inércia y (m <sup>4</sup> )	Moment. de Inércia z (m <sup>4</sup> )	Momento de Inércia polar (m <sup>4</sup> )	Coefic. de Poisson	Coefic. de área de cisalh. Ky=Kz	Massa Específica
<b>Pilares</b>	31	5.88E-05	4.235E-11	1.96E-09	1.537E-10	0.33	0.833	1.8
<b>Ligação</b>	70	5.88E-05	4.235E-11	1.96E-09	1.537E-10	0.33	0.833	2.7
<b>Elemento de Casca</b>								
Seções	Módulo de Elasticidade (GPa)		Espessura da Laje (m)		Coeficiente de Poisson		Massa Específica	
<b>Lajes</b>	70		0.004		0.33		2.7	

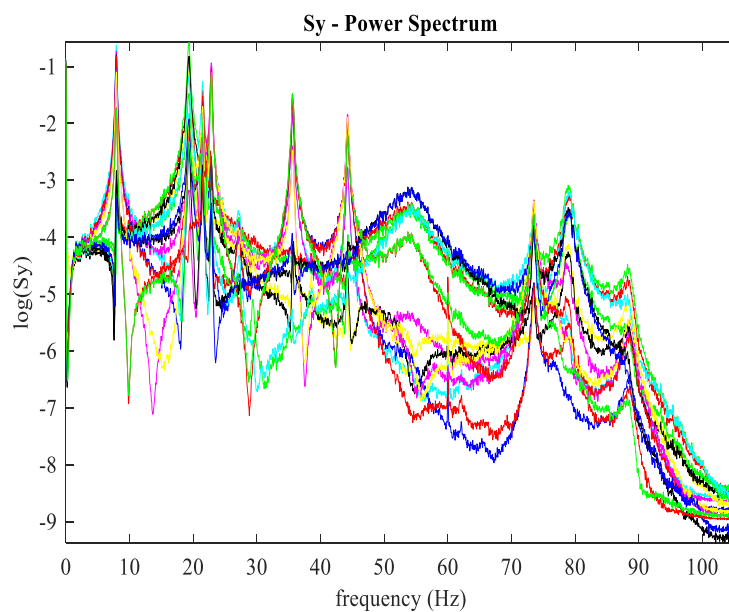
### VI.5.1 Identificação da Estrutura do Pórtico Instrumentado

A identificação estrutural realizada nesta etapa visa avaliar os parâmetros de entrada para a técnica SSI-DATA, utilizando o sinal sem segmentação. A análise também visa verificar os resultados obtidos a partir dos quatro ensaios realizados com excitação do tipo ruído branco. Assim, para a identificação estrutural com quantificação de incertezas os seguintes parâmetros foram considerados: 24 blocos de Hankel, 6 polos (modos) de identificação, ordem máxima de polos igual a 48 e um desvio de 2% da frequência, 15% de amortecimento e um MAC não inferior a 0,90 para a correlação das formas modais.

Para a estimação das incertezas advindas do processo de identificação estrutural, optou-se por realizar três análises baseadas nas técnicas propostas nesta tese, a primeira em função da reamostragem das matrizes de Hankel, a segunda a partir da reamostragem da matriz de projeção e a terceira com a reamostragem de blocos de funções de resposta ao impulso através do RDT. A avaliação é realizada em prol de averiguar a eficiência e robustez das técnicas implementadas para uma estrutura mais complexa como o pórtico tridimensional.

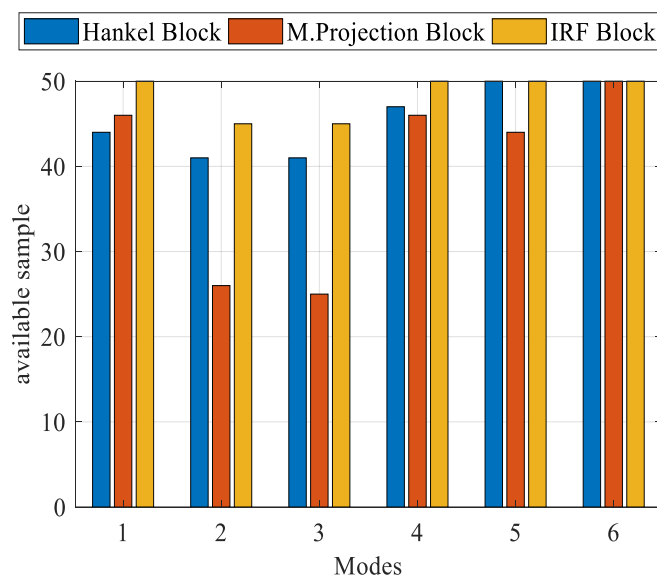
Para a comparação das técnicas, analisou-se o ensaio número quatro, por possuir um maior tempo de aquisição e maior energia de excitação. Assim, preliminarmente foi feito um estudo de sensibilidade do tamanho de bloco de sinal a ser utilizado na

reamostragem Bootstrap. Após a análise verificou-se que o número de pontos para uma boa estabilização do sinal foi em torno de 400000 a 500000 pontos. Sabendo que o número total de pontos do sinal é igual a 2651048 chega-se a um valor médio de 5.9 blocos. Logo, pode-se concluir que a segmentação em 6 blocos é um bom número para o processo de reamostragem Bootstrap. Deve-se ressaltar que o critério de estimativas válidas se baseia em um limite de no mínimo 35 amostras, ou seja, admite-se para a inferência estatística uma perda de até 30% das amostras, lembrando que o número total de amostras é igual a 50 boots. O espectro de frequência dos sinais analisados é mostrado na Figura VI-28.



**Figura VI-28** Espectro de frequência para o Ensaio 4, considerando os 16 transdutores instalados

Por se tratar de um sistema mais complexo que a viga metálica se realizou a identificação pelas três técnicas de reamostragem implementadas. Os resultados foram satisfatórios, no entanto, mais uma vez a técnica com blocos IRF apresentou um maior número de estimativas válidas, como se pode ver na Figura VI-29.



**Figura VI-29 – Amostras válidas nas estimações de incertezas na identificação estrutural do pórtico espacial**

Foi possível também notar que assim como para os outros ensaios, que quando os arquivos eram segmentados, a obtenção da forma modal para o segundo e terceiro modo de vibração não ficavam bem definidas. Este fato pode ser explicado pela proximidade em termos de frequências naturais entre esses dois modos, conforme pode-se visualizar na Tabela VI-17. Diante disso optou-se nesse trabalho em aumentar o tempo de aquisição e conseqüentemente a quantidade de dados através do uso dos dados dos quatro ensaios em um único arquivo. Optou-se também por diminuir o desvio tolerado para uma amostra ser considerada válida em termos de frequência da estrutura na reamostragem aleatória Bootstrap, uma vez que um desvio alto ocasionava a possibilidade de superposição dos modos de vibração, dificultando a identificação. Nesta identificação optou-se por utilizar apenas a técnica com reamostragem de blocos IRF's. A Tabela VI-16 apresenta as informações deste arquivo e os parâmetros utilizados para o Bootstrap.

**Tabela VI-16 – Parâmetros para identificação estrutural RDT-Bootstrap-SSI-DATA do Pórtico Tridimensional**

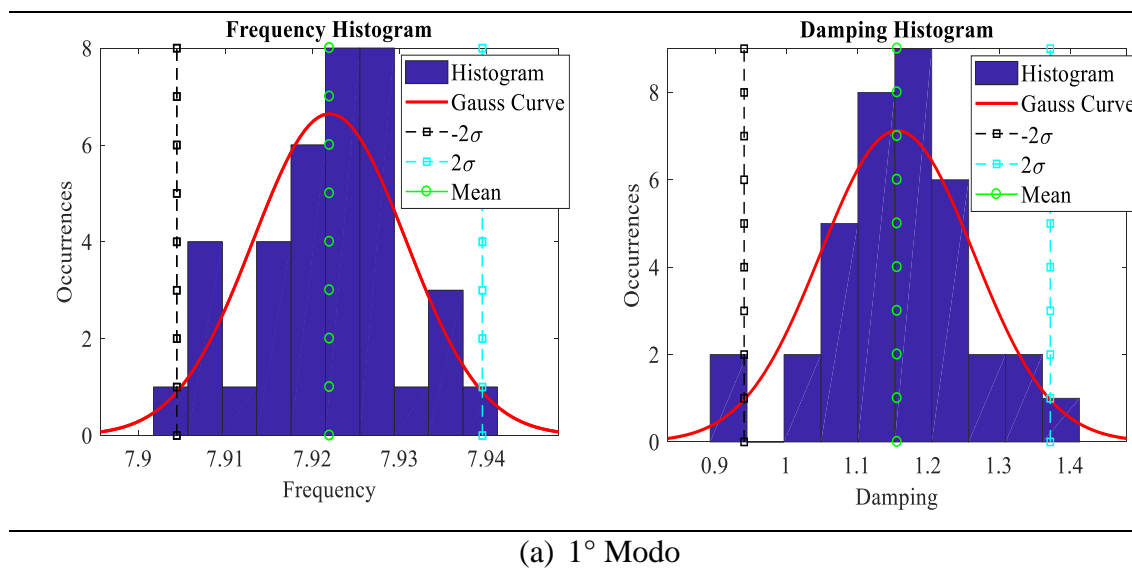
Número de Segmentações	10	Freq. De Amostragem	3583,64Hz
Número de Reamostragens	10	Intervalo de Tempo	2,79E-4seg
Período com Superposição (66%)	672seg	Número de Pontos	9630976
Tempo Total	2687,6seg	Pontos de Triggering RDT	2000

A Tabela VI-17 apresenta as frequências e amortecimentos com seus respectivos desvios padrões.

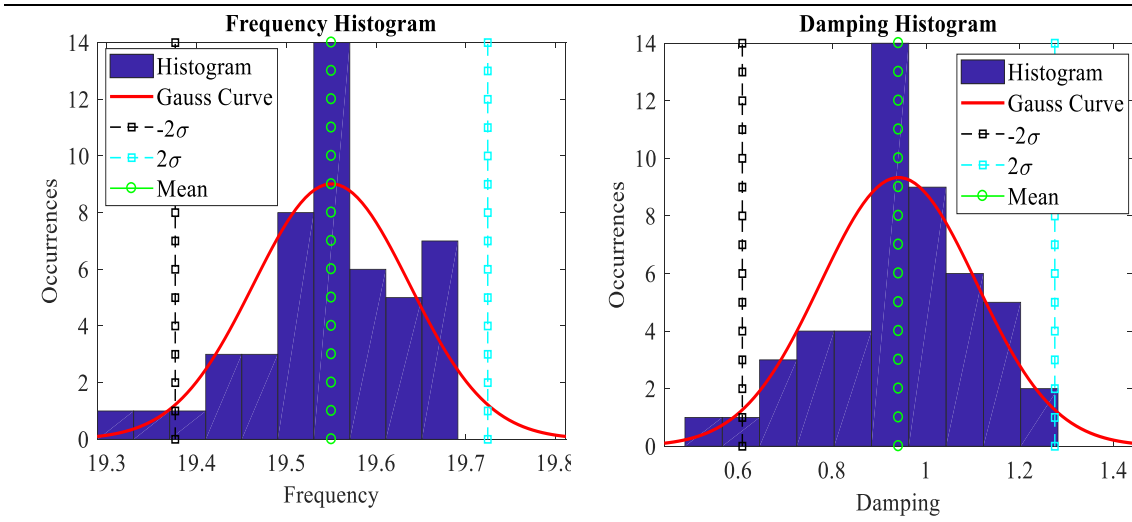
**Tabela VI-17 – Frequências e amortecimentos obtidos com seus respectivos desvios padrões para o sinal concatenado**

Modo	RDT-Bootstrap-SSI_DATA			
	Freq. (Hz)	Desvio Freq.	Amort. (%)	Desvio Amort.
1°	7,92	<b>0,01</b>	1,16	<b>0,11</b>
2°	19,55	<b>0,08</b>	0,94	<b>0,17</b>
3°	21,62	<b>0,05</b>	0,75	<b>0,16</b>
4°	22,80	<b>0,29</b>	0,44	<b>0,10</b>
5°	35,67	<b>0,05</b>	0,24	<b>0,07</b>
6°	44,29	<b>0,07</b>	0,29	<b>0,09</b>

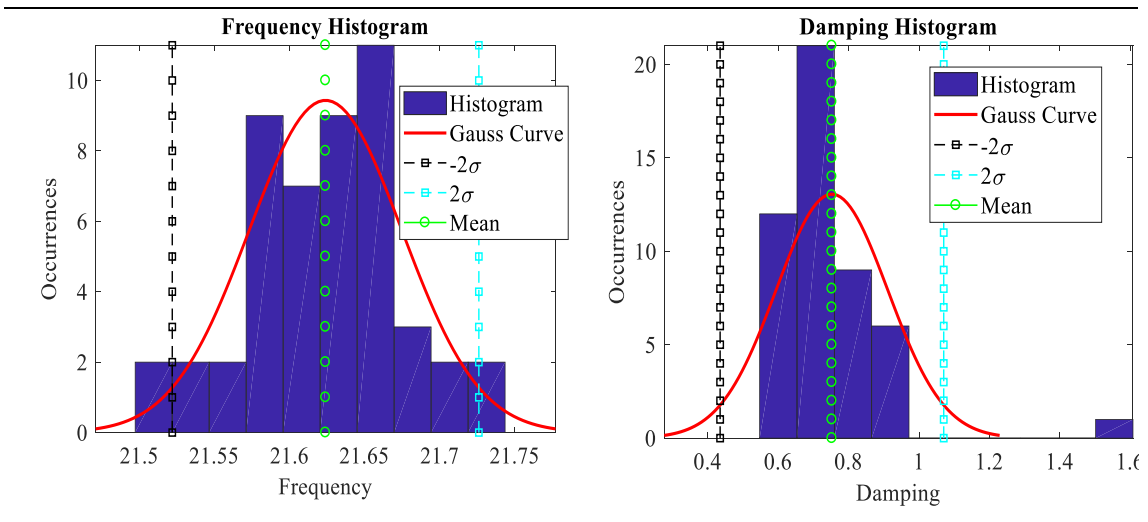
As estimações de incertezas na identificação estrutural do pórtico espacial são apresentadas através dos histogramas de frequência e amortecimento, bem como através da forma geométrica do modo considerando seu intervalo de confiança, conforme pode ser visto nas Figura VI-30 e Figura VI-31.



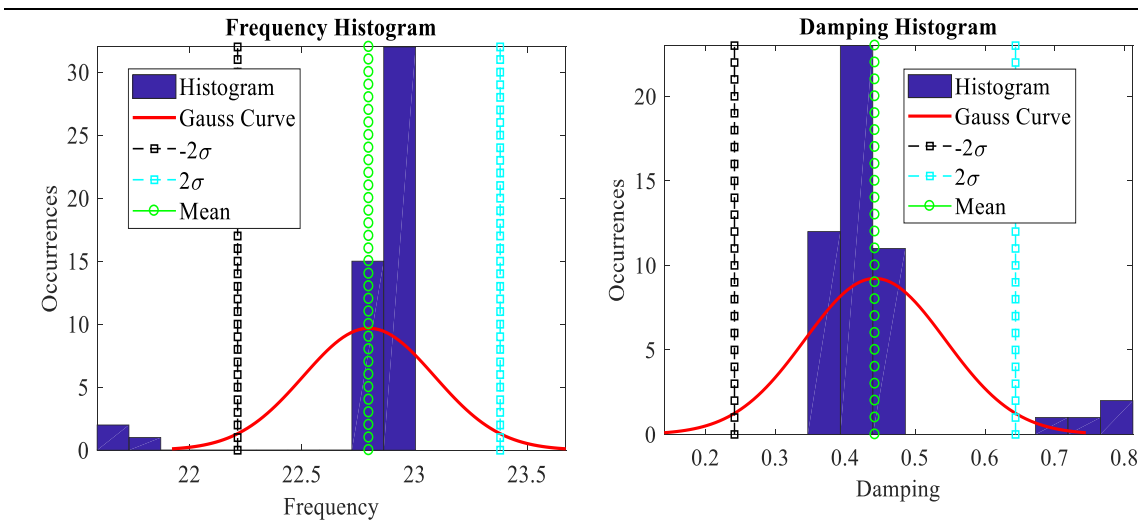
(a) 1° Modo



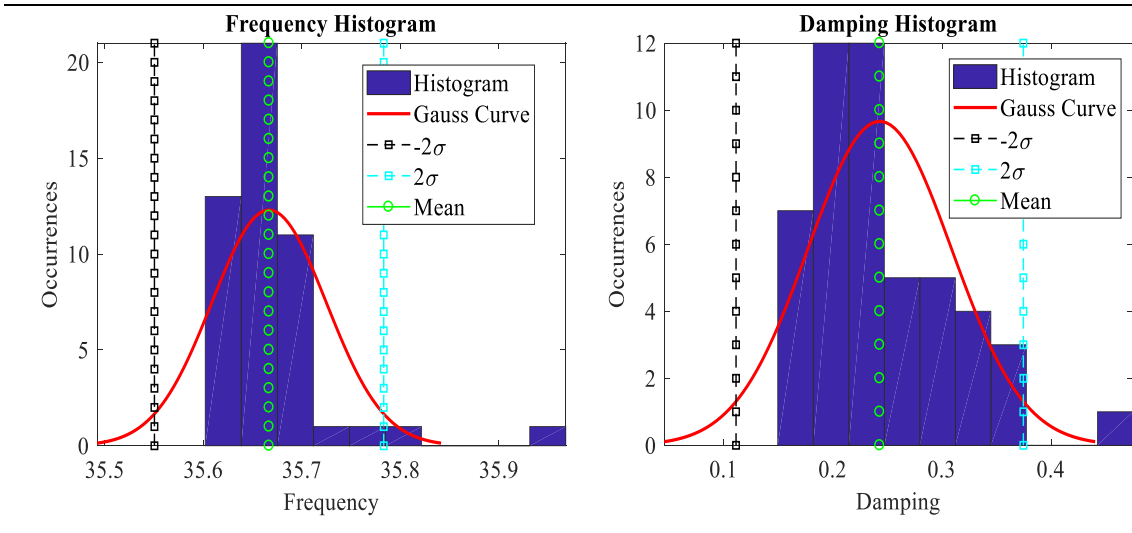
(b) 2° Modo



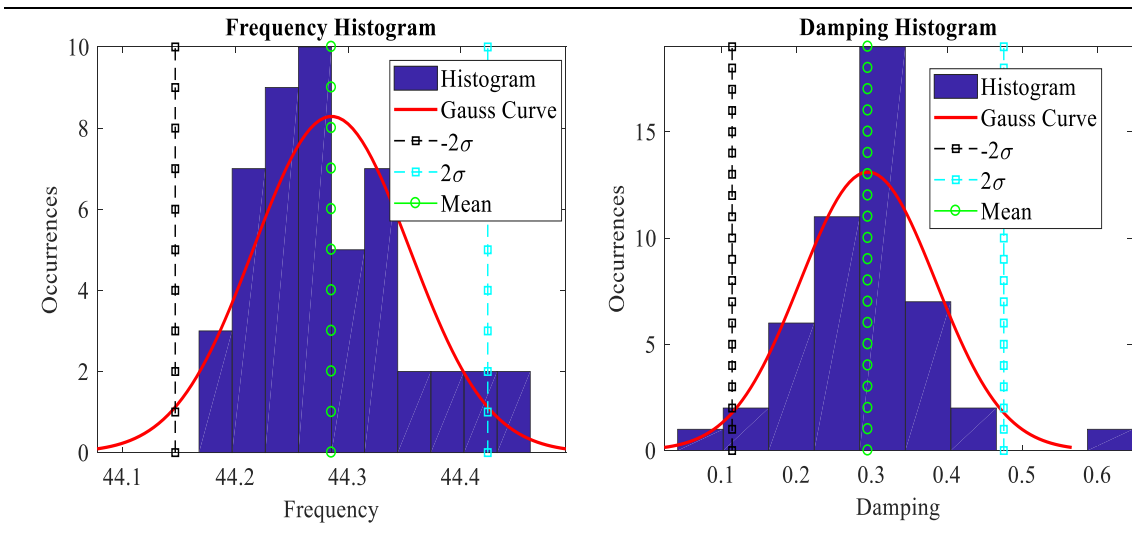
(c) 3° Modo



(d) 4° Modo



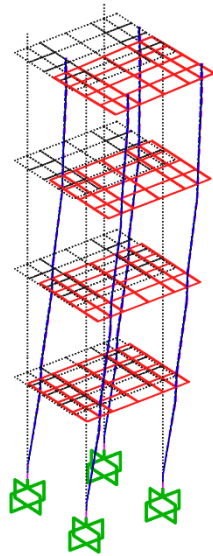
(e) 5° Modo



(f) 6° Modo

**Figura VI-30 - Quantificação de incertezas da identificação estrutural do pórtico. Frequência e Taxas de amortecimento**

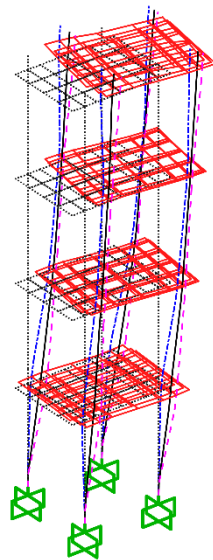




Frequência de 7,92Hz; Amortecimento de 1,16% - caracterizado por uma flexão em torno do eixo de menor inércia.

---

(a) 1° Modo

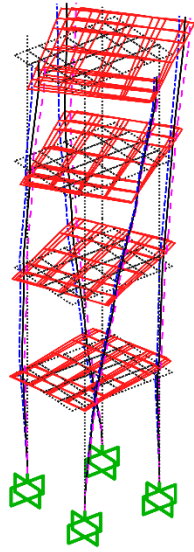


Frequência de 19,55Hz, Taxa de amortecimento de 0,94% - caracterizado como um modo composto por uma flexão em torno do eixo de maior inercia acrescido de uma leve torção

---

(b) 2° Modo

---

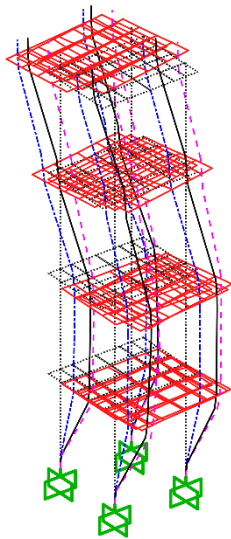


Frequência de 21,62Hz, Taxa de amortecimento de 0,75Hz –  
Caracterizado como um modo de torção acrescido de uma leve flexão em torno do eixo de menor inércia.

---

(c) 3° Modo

---

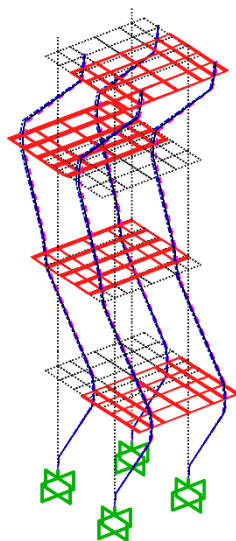


Frequência de e Taxa de amortecimento igual – caracterizado como um segundo modo de flexão em torno do eixo de menor inércia acrescido de uma leve torção.

---

(d) 4° Modo

---

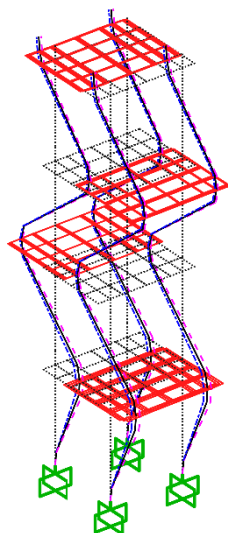


Frequência de 35,67Hz e Taxa de amortecimento igual 0,24% -  
Caracterizado por uma terceira flexão em torno do eixo de menor inércia

---

(e) 5° Modo

---



Frequência de 44,29Hz e Taxa de amortecimento igual a 0,29% -  
Caracterizado por um quarto modo de flexão em torno do eixo de menor inércia do pórtico.

---

(f) 6° Modo

---

**Figura VI-31 – Quantificação das incertezas da identificação estrutural do pórtico. Formas Modais**

A partir da análise da Figura VI-31 é possível verificar que as formas modais do primeiro, quinto e sexto modos possuem baixos níveis de incerteza. Observa-se também que os resultados mostrados através dos histogramas (vide Figura VI-30) mostram um baixo nível de incerteza nas estimações modais de frequência e amortecimento, chamando atenção apenas o maior desvio identificado para a frequência do modo de torção.

Deve-se ressaltar que a expansão modal é realizada em função dos dezesseis sensores que medem vibração em direções translacionais. Na identificação estrutural em relação ao segundo, terceiro e quarto modos de vibração é possível perceber certa

dificuldade na representação destes, bem como um maior nível de incerteza quando comparado as demais formas modais. Isso provavelmente se deve a esses modos serem caracterizados com presença de torção indicando uma assimetria na estrutura, o que faz com que graus de liberdade de rotação em torno do eixo z sejam importantes para a representação modal. Além disso, os graus de liberdade a rotação são adimensionais criando dificuldade numéricas na expansão modal e conseqüentemente maiores incertezas na representação do modo, conforme se pode ver na Figura VI-31(b), (c) e (d).

### **VI.5.2 Ajuste de Modelo em elementos finitos do Pórtico Instrumentado**

O modelo computacional em elementos finitos apresentado pela Figura VI-27(c) tem como principal hipótese simplificadora de modelagem o fato que as ligações em cantoneiras aparafusadas sejam representadas por elementos de barra de pórtico espacial. Diante disso, realizou-se inicialmente um ajuste de modelo sem considerar as estimações de incertezas, afim de se ganhar sensibilidade, bem como avaliar o espaço amostral para a geração da população dos parâmetros a serem otimizados.

A partir do modelo inicial, pode-se perceber que o parâmetro mais sensível para mudanças no comportamento modal da estrutura são as rigidezes a flexão dos elementos de ligação, além, é claro, de serem a principal fonte de incertezas na modelagem da estrutura. Uma vez que a rigidez desses elementos dependerá do aperto dos parafusos entre as chapas, realizaram-se algumas simulações tendo por base o modelo experimental identificado. Com isso, pode-se estimar em que direções as ligações teriam maior ou menor rigidez. A Tabela VI-18 apresenta os parâmetros utilizados na otimização por algoritmos genéticos da estrutura, sendo verificado que uma população de 50 indivíduos e 30 gerações são suficientes para a convergência do problema.

**Tabela VI-18 Parâmetros dos algoritmos genéticos para otimização do pórtico tridimensional**

Tamanho da População	50
Número de Gerações	30
Número de Elitismo	Dois indivíduos para cada geração
Tipo de Seleção	Torneio
Tipo de Cruzamento	“Scattered crossover”
Tipo de Mutação	“Feasible adaptative mutation”

Os parâmetros otimizados foram baseados na variação percentual dos momentos de inércia nas direções y e z dos elementos de barra que representam as ligações. Assim, após algumas simulações o espaço amostral que indicou melhores resultados são os que apresentam o limite inferior e superior, respectivamente, igual a 40% e 90% do valor inicial de momento de inércia inicial em torno do eixo y ( $I_y$ ) e o limite inferior e superior, respectivamente, igual a 10% e 30% do valor inicial do momento de inércia em torno do eixo z ( $I_z$ ). Os coeficientes de ponderação adotados na função objetivo foram respectivamente iguais a 0,5 para frequência e igual a 10 para a energia de deformação modal.

É interessante ressaltar, como já mencionado em outros trabalhos na literatura (BREHM, 2011; MERUANE & HEYLEN, 2011; RIBEIRO *et al.*, 2012) que os melhores resultados da otimização são geralmente alcançados quando a faixa amostral da população gerada não seja muito dispersa em relação aos indivíduos mais aptos para a solução do problema.

O ajuste de modelos com estimação de incertezas do pórtico tridimensional utiliza as informações da dispersão de dados alcançados pela identificação estrutural através da técnica híbrida RDT-Bootstrap-SSI-DATA apresentada na seção VI.6.1.

O tempo computacional total para a otimização e ajuste do modelo com estimação de incertezas foi cerca de 8 horas. O hardware utilizado baseia-se em processador Xeon E5 1620v3 de 3,50GHz, 8Gb de memória RAM e uma placa de vídeo G-Force Quadro K420. Vale ressaltar que o processo de otimização através do AG foi

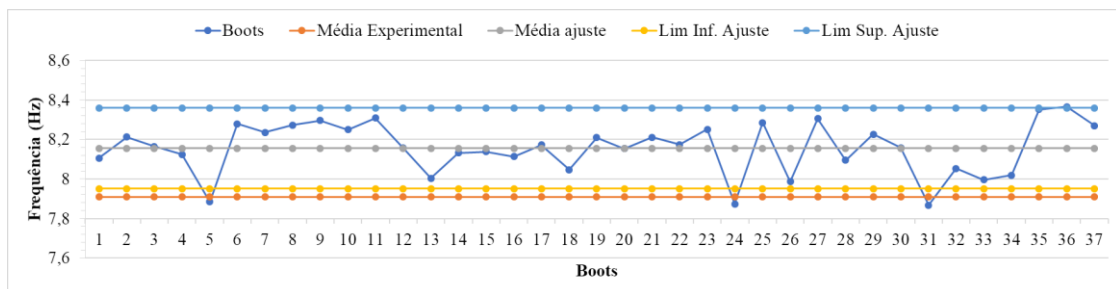
realizado com computação paralela. Deve-se observar também que o alto custo computacional para realizar a estimação de incertezas do modelo em elementos finitos se deve ao fato de que o mesmo possui uma grande quantidade de graus de liberdade (6.739.216 *graus de liberdade*).

A Tabela VI-19 apresenta os valores de frequências naturais ajustadas contrapostas aos resultados experimentais e do modelo inicial. Nela, mostram-se também as diferenças relativas percentuais e os desvios padrões encontrados para cada um dos modos de vibração ajustados.

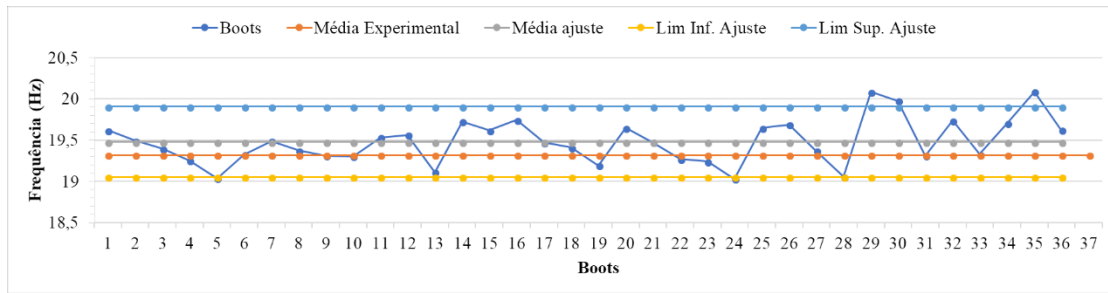
**Tabela VI-19 – Média das Frequências naturais ajustadas correlacionadas em relação às médias das frequências naturais experimentais**

Modo	Freq. Modelo Inicial (Hz)	Média Frequência Experimental (Hz)	Dif relativa Inicial	Média Freq. Ajuste (Hz)	Dif relativa após Ajuste	Desvio-padrão do Ajuste
1°	9,34	7,92	<b>17,9%</b>	8,16	<b>3,0%</b>	<b>0,10</b>
2°	22,75	19,55	<b>16,4%</b>	19,48	<b>0,4%</b>	<b>0,21</b>
3°	23,79	21,62	<b>10,0%</b>	20,28	<b>6,2%</b>	<b>0,21</b>
4°	27,29	22,8	<b>19,7%</b>	23,50	<b>3,1%</b>	<b>0,27</b>
5°	42,84	35,67	<b>20,1%</b>	36,68	<b>2,8%</b>	<b>0,39</b>
6°	53,34	44,29	<b>20,4%</b>	45,89	<b>3,6%</b>	<b>0,51</b>

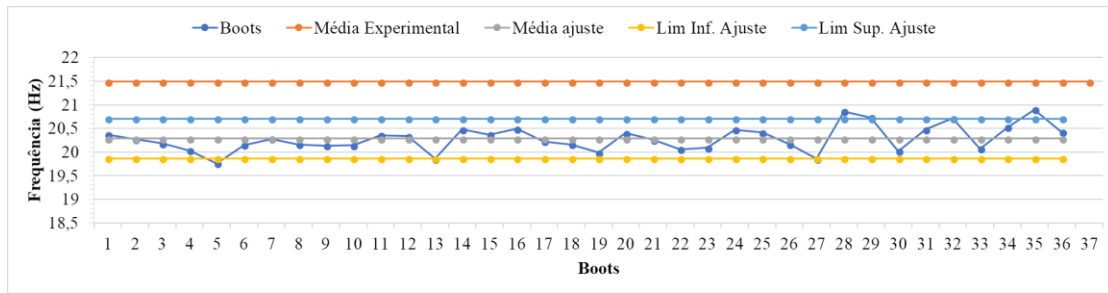
A Figura VI-32 apresenta os intervalos de dispersão das frequências naturais obtidas após o ajuste de modelo do pórtico tridimensional analisado, considerando duas vezes o desvio-padrão em relação à média.



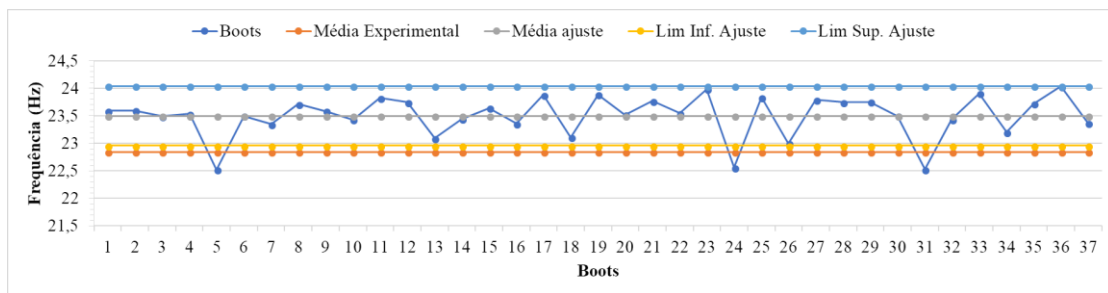
(a)



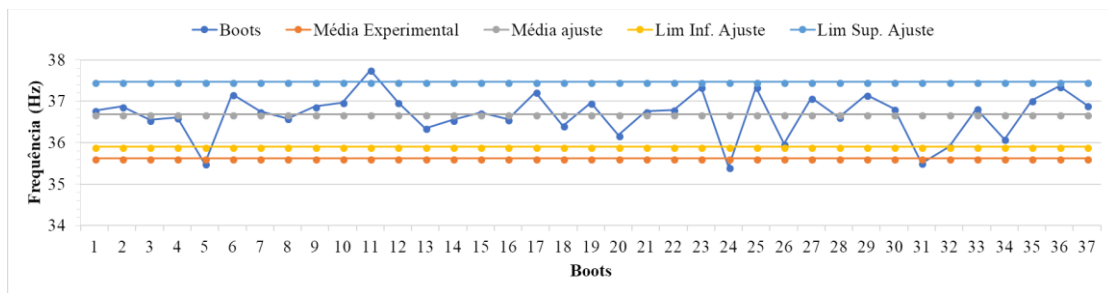
(b)



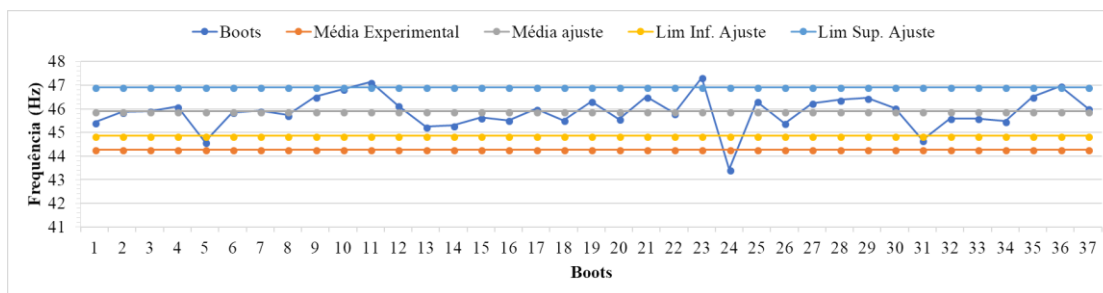
(c)



(d)



(e)

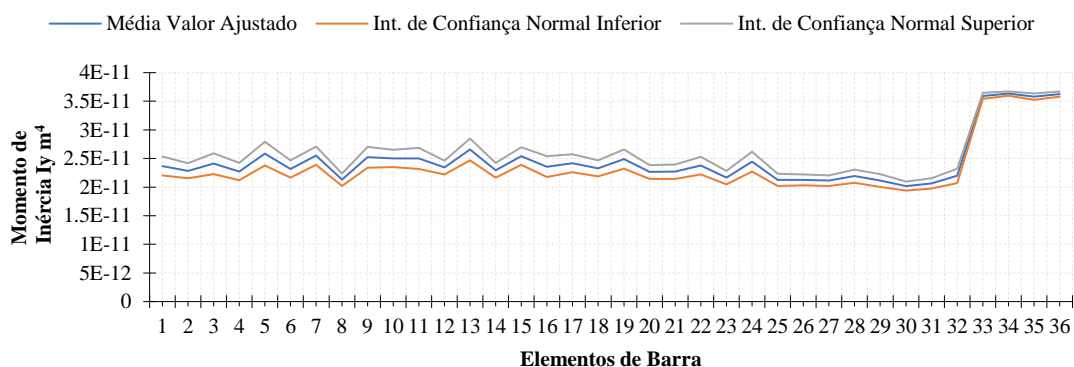


(f)

**Figura VI-32 Limites de variação das frequências naturais obtidas pelo o processo de quantificação de incertezas de ajuste de modelo, contrapostos com as variações dos resultados experimentais.**

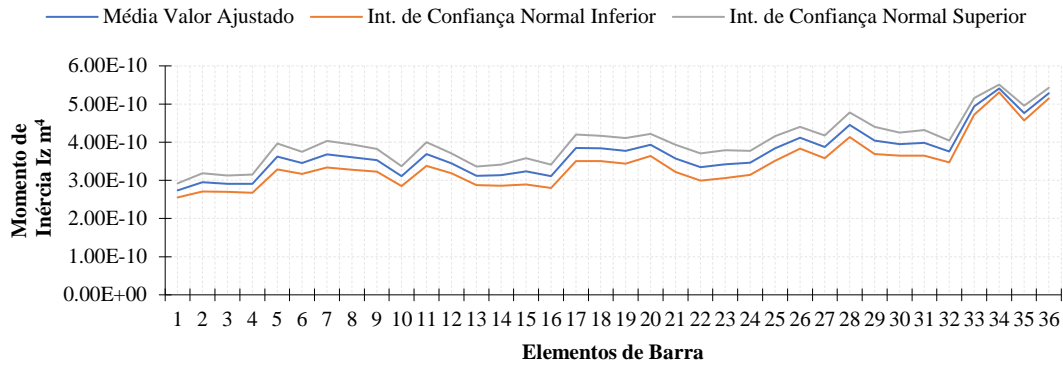
De acordo com os resultados apresentados pela Tabela VI-19 e Figura VI-32 verifica-se que após o ajuste, a divergência entre o modelo computacional e o resultado experimental tiveram uma redução significativa, inclusive após o ajuste algumas amostras apresentaram frequências quase que superpostas a frequência experimental, como pode se ver no primeiro, segundo, quinto e sexto modos de vibração apresentados na Figura VI-32a, Figura VI-32b, Figura VI-32e e Figura VI-32f.

Os parâmetros que foram otimizados para o ajuste do modelo de elementos finitos do pórtico tridimensional analisado são apresentados nas Figura VI-33 e Figura VI-34. Os resultados mostrados apresentam os intervalos com confiança de 95% da média alcançada na quantificação de incertezas do ajuste de modelo para os momentos nas direções de menor e maior inércia dos elementos de barra que representam as ligações metálicas do modelo computacional.



**Figura VI-33 – Intervalo de confiança do Momento de inércia ( $I_y$ ) das ligações na direção de menor inércia do pórtico espacial**





**Figura VI-34 - Intervalo de confiança do Momento de inércia ( $I_z$ ) das ligações na direção de maior inércia do pórtico espacial**

Para melhor visualização dos resultados nas Figura VI-33 e Figura VI-34 os elementos de ligações foram separados em nove grupos, onde cada laje possui dois grupos, os elementos de ligação antes e após a laje conforme apresenta a descrição dada na Tabela VI-20.

**Tabela VI-20 – Grupo de elementos otimizados das ligações do pórtico tridimensional**

Elementos de Ligações	Ligações Chapa 1º Piso							
	Grupo I				Grupo II			
	5	6	7	8	9	10	11	12
	Ligações Chapa 2º Piso							
	Grupo III				Grupo IV			
	13	14	15	16	17	18	19	20
	Ligações Chapa 3º Piso							
	Grupo V				Grupo VI			
	21	22	23	24	25	26	27	28
	Ligações Chapa 4º Piso							
Grupo VII				Grupo VIII				
29	30	31	32	33	34	35	36	
Ligações Chapa de Base								
Grupo IX								
1	2	3	4					

De acordo com a Figura VI-33 pode-se perceber que os valores otimizados ficam em média 50% menor do que o valor inicial do momento de inércia das ligações na direção de menor inércia. É interessante ressaltar que este parâmetro é o que possui maior influência sobre os modos de flexão do pórtico na direção de menor inércia, alcançando melhoras significativas no modelo como indicado na Tabela VI-19 nos resultados das

frequências atualizadas do 1º, 4º, 5º e 6º modos. Nota-se também que os últimos quatro elementos de ligação referentes ao quarto andar (Grupo VIII), não tem influência significativa no comportamento modal da estrutura, apresentando, portanto, valores de inércia próximos ao que foi imposto inicialmente.

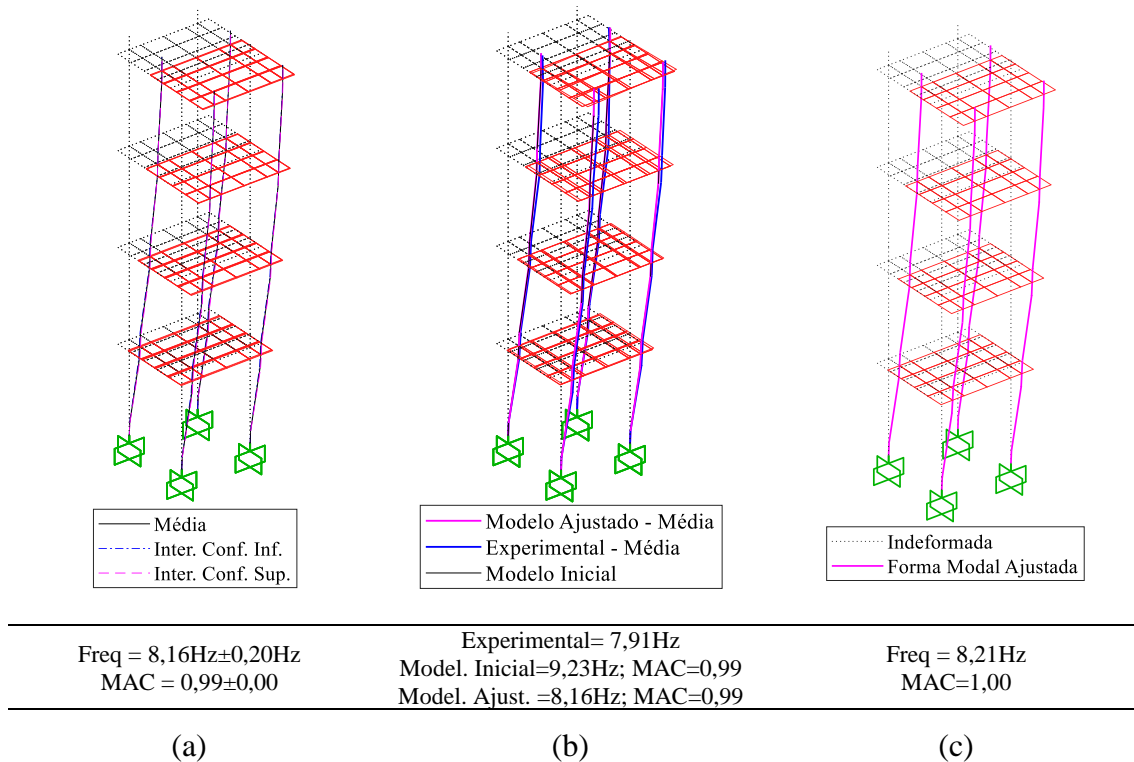
Conforme mostrado na Figura VI.32 a otimização deste parâmetro em torno da direção de maior inércia apresenta reduções mais bruscas em seus valores quando comparadas com o valor inicial adotado. No entanto, é perceptível uma variação crescente nos valores de momento “Iz” das ligações de base até as ligações do topo, indicando que na direção de maior inércia a estrutura se torna mais rígida ao longo da sua altura.

As otimizações alcançadas pelos momentos de inercia das ligações refletiram em uma melhora significativa nas frequências naturais, porém, nas formas modais isto ocorreu de maneira mais comedida conforme pode ser visto na correlação de valores de MAC mostrado na Tabela VI-21.

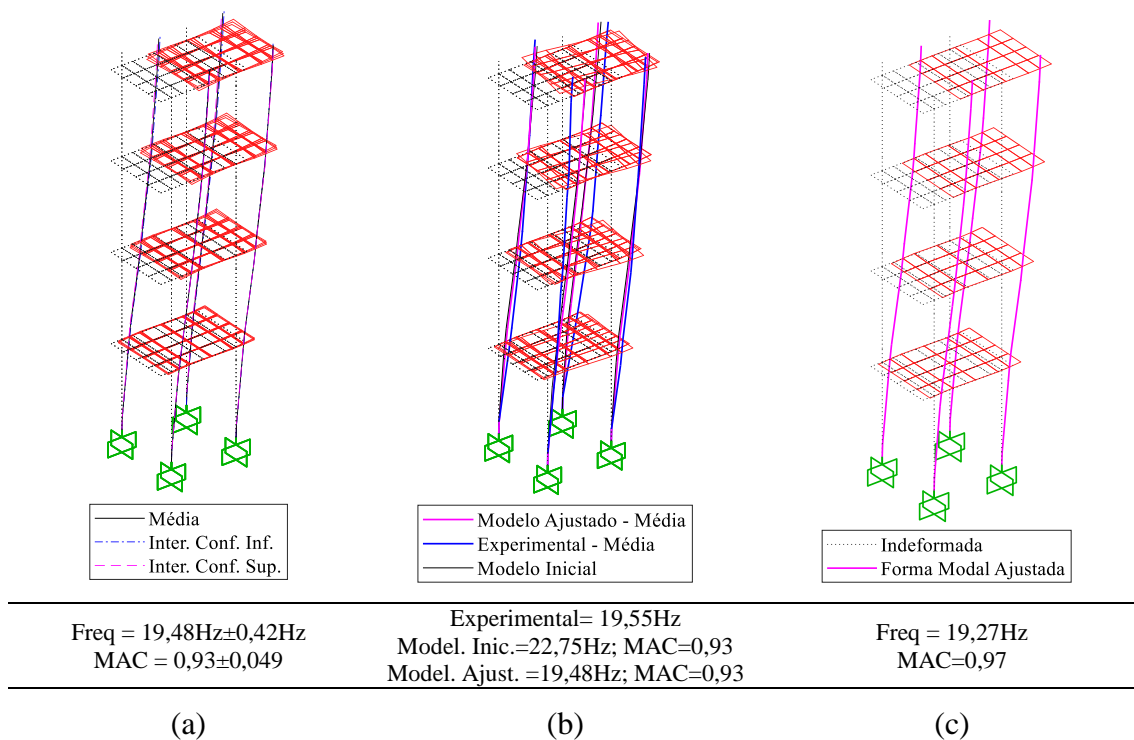
**Tabela VI-21 – Valores de MAC com seus respectivos desvios padrões para as formas modais anteriores e após o processo de ajuste de modelos com desvios padrões**

Modo	MAC					
	Modelo Inicial			Modelo Ajustado		
	Mínimo	Máximo	Desvio	Mínimo	Máximo	Desvio
1º	0,99	1,00	<b>0,00</b>	0,99	1,00	<b>0,00</b>
2º	0,49	0,96	<b>0,04</b>	0,70	0,97	<b>0,02</b>
3º	0,66	0,88	<b>0,02</b>	0,61	0,91	<b>0,03</b>
4º	0,53	0,98	<b>0,07</b>	0,58	0,99	<b>0,00</b>
5º	1,00	1,00	<b>0,00</b>	0,98	1,00	<b>0,00</b>
6º	0,99	1,00	<b>0,00</b>	0,98	1,00	<b>0,00</b>

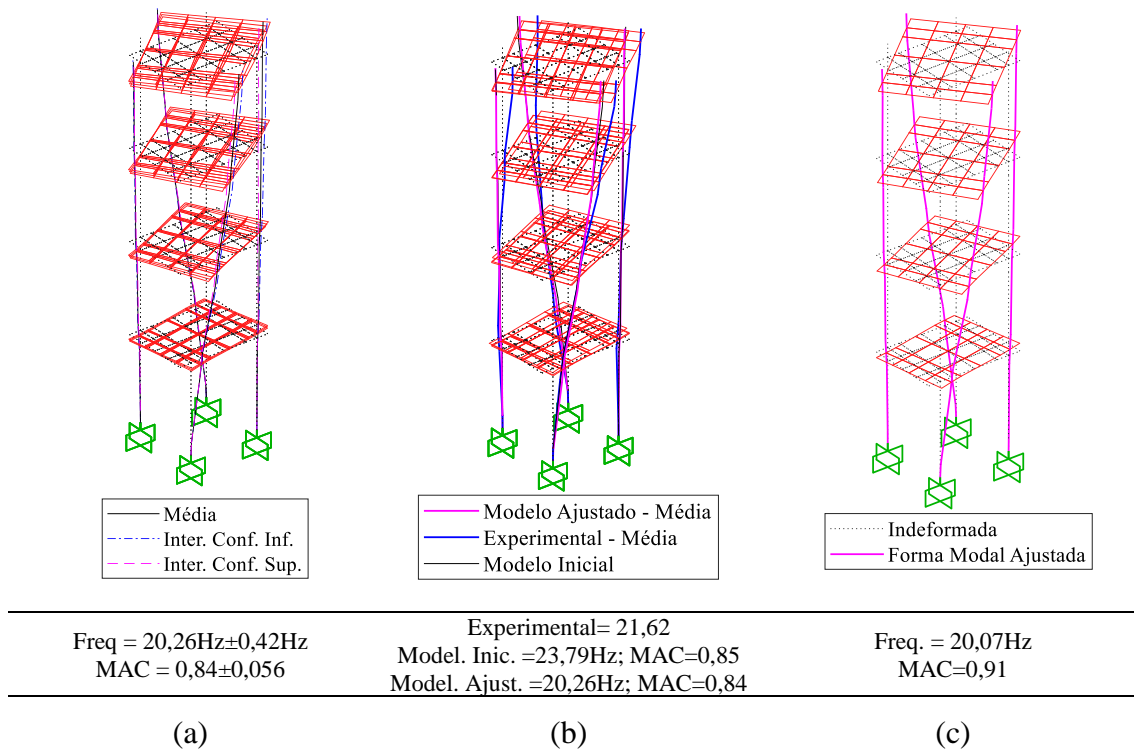
As Figura VI-35 a Figura VI-40 apresentam as formas modais da estrutura após o ajuste de modelo considerando a quantificação de incertezas baseada em duas vezes o valor do desvio-padrão em relação à média. Nas figuras (a) são mostradas a incerteza dos valores em relação à média, nas (b) a comparação das médias entre a formas modais do Modelo experimental, do Modelo Inicial e do Modelo Ajustado e nas (c) os resultados da amostra ajustada com maior valor de MAC obtido no processo de estimação de incertezas.



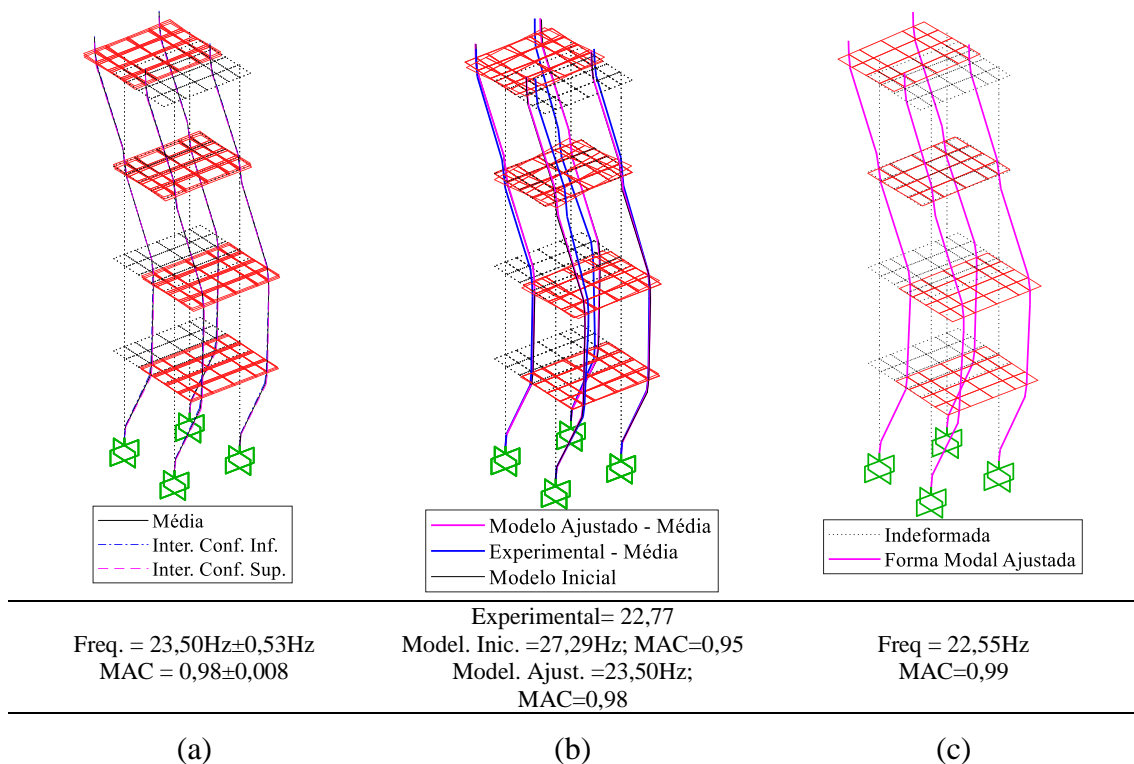
**Figura VI-35 – 1º Forma Modal Ajustada. (a) Incerteza dos valores em relação à média. (b) Comparação das médias entre a formas modais do Modelo experimental, do Modelo Inicial e do Modelo Ajustado. (c) Amostra ajustada com maior valor de MAC obtido no processo de estimação de incertezas**



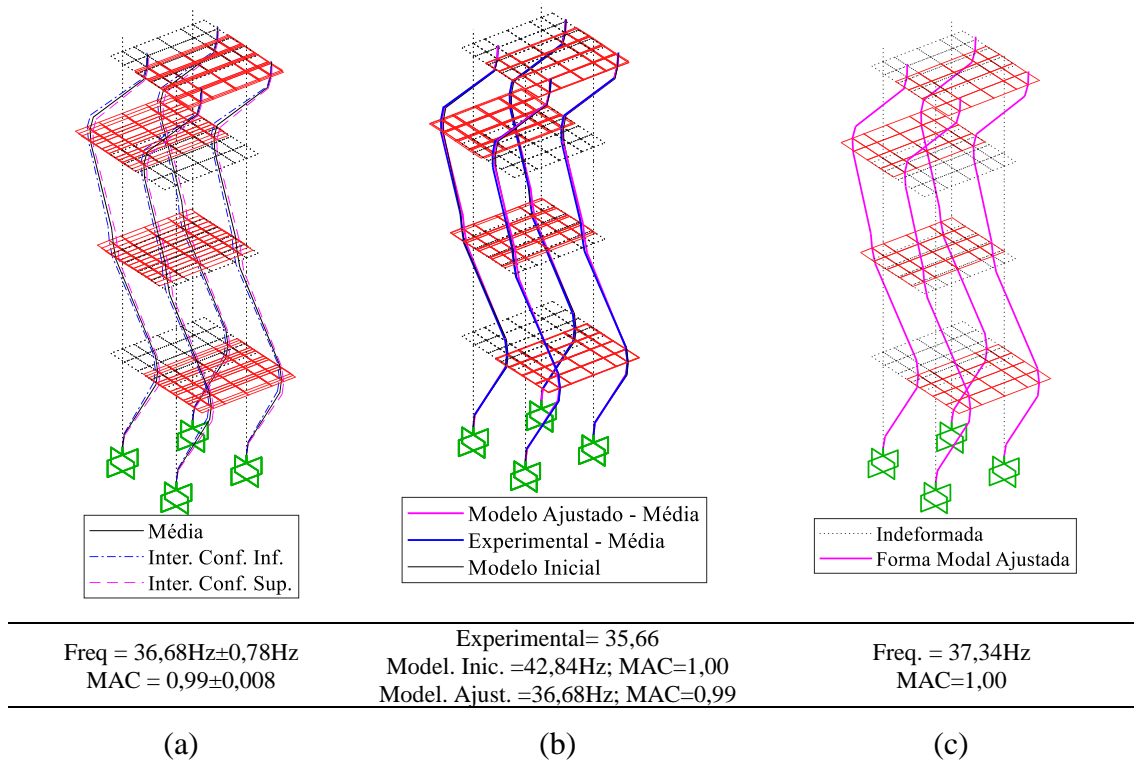
**Figura VI-36 - 2º Forma Modal Ajustada. (a) Incerteza dos valores em relação à média. (b) Comparação das médias entre a formas modais do Modelo experimental, do Modelo Inicial e do Modelo Ajustado. (c) Amostra ajustada com maior valor de MAC obtido no processo de estimação de incertezas**



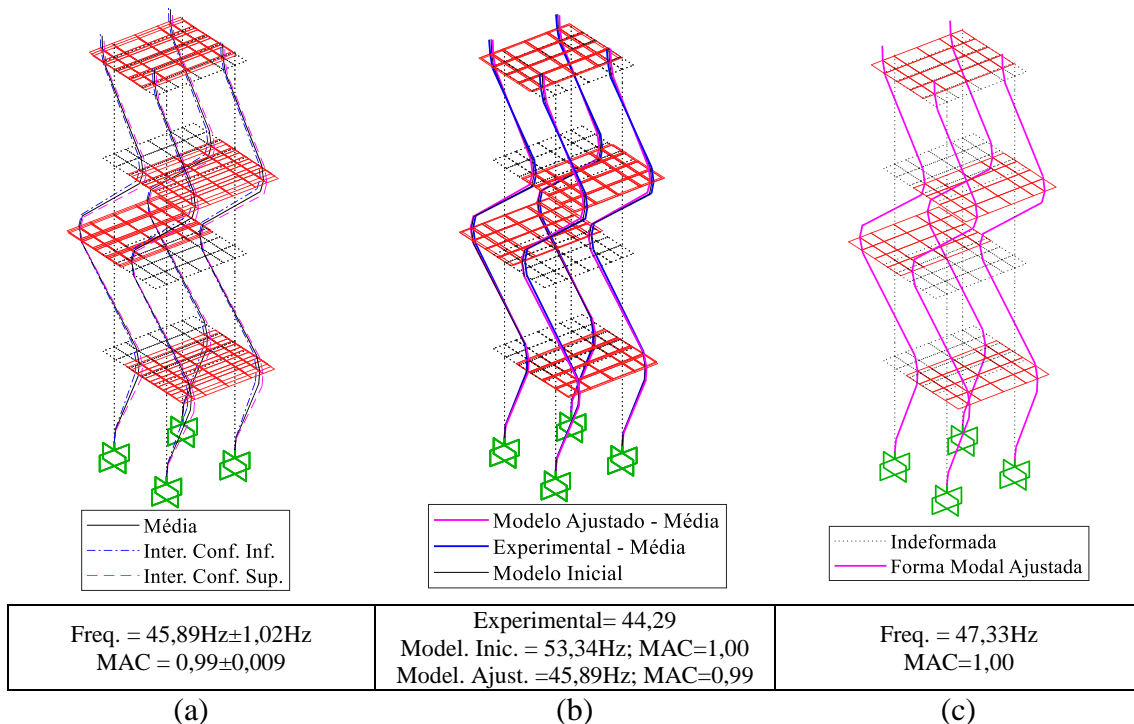
**Figura VI-37 - 3º Forma Modal Ajustada. (a) Incerteza dos valores em relação à média. (b) Comparação das médias entre a formas modais do Modelo experimental, do Modelo Inicial e do Modelo Ajustado. (c) Amostra ajustada com maior valor de MAC obtido no processo de estimação de incertezas**



**Figura VI-38 - 4º Forma Modal Ajustada. (a) Incerteza dos valores em relação à média. (b) Comparação das médias entre a formas modais do Modelo experimental, do Modelo Inicial e do Modelo Ajustado. (c) Amostra ajustada com maior valor de MAC obtido no processo de estimação de incertezas**



**Figura VI-39 - 5ª Forma Modal Ajustada. (a) Incerteza dos valores em relação à média. (b) Comparação das médias entre a formas modais do Modelo experimental, do Modelo Inicial e do Modelo Ajustado. (c) Amostra ajustada com maior valor de MAC obtido no processo de estimação de incertezas**



**Figura VI-40 - 6ª Forma Modal Ajustada. (a) Incerteza dos valores em relação à média. (b) Comparação das médias entre a formas modais do Modelo experimental, do Modelo Inicial e do Modelo Ajustado. (c) Amostra ajustada com maior valor de MAC obtido no processo de estimação de incertezas**

Chama atenção a discreta assimetria encontrada nas formas modais após a atualização do modelo. Este fato condiz com os modos representados na identificação estrutural, o que inclusive já fora mencionado neste trabalho. Essa ligeira assimetria pode ser melhor identificada na Figura VI-36(a) que apresenta uma faixa de variação de resultados que incluem uma leve torção no primeiro modo de flexão referente a direção de maior inércia. Essa pequena assimetria também é visualizada no modo de torção apresentado na Figura VI-37(a) e no terceiro modo de flexão na direção de menor inércia, que pode ser percebido quando é visualizada a forma modal em comparação a indeformada da estrutura apresentada na Figura VI-38(c).

No que se refere a representação geométrica do modo de vibração o nível de incertezas é muito baixo para o quarto, quinto e sexto modos de vibração apresentados respectivamente pela Figura VI-38(a), Figura VI-39(a) e Figura VI-40(a). Os maiores desvios obtidos para as formas são encontrados no segundo e terceiro modos conforme se ver na Figura VI-36(a) e Figura VI-37(a) e como já mencionado a dificuldade em representar geometricamente esses modos leva a uma maior incerteza para este parâmetro modal. Por fim, o modo mais bem ajustado e com menores incertezas é a primeira forma modal apresentada na Figura VI-35.

Em linhas gerais, pode-se afirmar que o pórtico espacial foi ajustado satisfatoriamente obtendo um baixo nível de incertezas na identificação estrutural e no processo de ajuste.

# **CAPÍTULO VII - COMENTÁRIOS FINAIS E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

## **VII.1 Introdução**

Nas últimas décadas muitos trabalhos vêm sendo realizados em prol de desenvolver uma tecnologia robusta e confiável para a realização do ajuste de modelos de elementos finitos baseado em testes experimentais. Dentro desse cenário estudos que consideram a incerteza no processo de ajuste vem se tornando cada vez mais fundamentais para que se possa conhecer o nível confiabilidade do modelo ajustado. Portanto, o objetivo dessa pesquisa foi realizar o ajuste de modelos em elementos finitos inferindo os intervalos de confiança e quantificando as incertezas das diversas etapas para a atualização do modelo computacional.

Este capítulo visa apresentar os comentários finais acerca dos resultados alcançados nessa tese de doutorado, bem como propor algumas sugestões de trabalhos futuros que venham a enriquecer e contribuir com o trabalho desenvolvido nesta pesquisa, no que se refere ao ajuste de modelos com quantificação de incertezas.

## **VII.2 Comentários Finais**

Para o ajuste de modelos com quantificação de incertezas, foi desenvolvida uma metodologia iterativa não probabilística baseada em algoritmos de otimização. A metodologia implementada utiliza a técnica de reamostragem Bootstrap, aliada a identificação estrutural utilizando o SSI, o método dos elementos finitos e um processo de otimização que utiliza o algoritmo genéticos baseado em uma função objetivo que leva em consideração a energia de deformação modal. Esta é a principal contribuição desta pesquisa. E, diante dos resultados apresentados pode-se dizer que a metodologia implementada para a quantificação de incertezas no processo de ajuste de modelo em elementos finitos propostos está funcionando adequadamente e obteve resultados satisfatórios em todos testes realizados sejam eles numéricos ou experimentais.

De maneira mais específica dentro do escopo do trabalho, no que tange a identificação estrutural que é um passo precursor ao ajuste de modelos, foram implementadas três técnicas para quantificação de incertezas na estimação dos parâmetros modais. De acordo com os resultados alcançados pode-se perceber um desempenho superior no que diz respeito a estimação de modos e incertezas através da técnica que utiliza a reamostragem de blocos de função de resposta ao impulso (IRF) frente a técnica que utiliza a reamostragem de blocos da matriz de projeção e do “*moving block method*” adaptado a partir da tese de ARAGÃO (2008). Vale ressaltar também que em todos os testes a técnica que utiliza blocos de IRF em conjunto com a técnica de identificação SSI-data e de computação intensiva Bootstrap apresentaram as maiores estimativas válidas em todos modos obtidos para a quantificação de incertezas da identificação estrutural.

Um outro ponto importante nas estimações modais foi a implementação de uma análise de sensibilidade do tamanho do bloco de sinal que foram utilizados nas reamostragens Bootstrap. Este fato, deu maior controle e confiabilidade aos resultados, uma vez que quando não determinado uma quantidade de pontos ideais para a formação do bloco o processo de reamostragem possibilita a geração de blocos que possuam pouca energia de vibração dificultando assim a estimação dos parâmetros dinâmicos do sistema.

A modelagem computacional é realizada através da implementação de um algoritmo que utiliza o método dos elementos finitos possuindo elementos do tipo barra espacial de doze graus de liberdade e um elemento de casca quadrilateral quadrático de nove nós e quarenta e cinco graus de liberdade. Estes elementos possibilitaram os desenvolvimentos de modelos mais adequados, com hipóteses simplificadoras que se aproximem das estruturas reais que foram analisadas. Este fato, também ajuda na redução de incertezas e erros provenientes da modelagem numérica, e conseqüentemente melhorando o processo de ajuste de modelo.

O processo de otimização através dos algoritmos genéticos mostrou-se eficaz em convergir os resultados. No entanto, é perceptível que uma boa otimização dependerá de quão próximo da realidade for a faixa amostral que irá gerar a população inicial do problema. Este fato é uma dificuldade para o ajuste, uma vez que de acordo com as simulações e testes limites flexíveis convergiam para resultados não tão satisfatórios. Deve-se frisar que para bons resultados é necessária uma boa escolha do parâmetro da estrutura que será otimizado. Isso normalmente é realizado através de uma análise de



sensibilidade, que neste trabalho foi feita de forma não automatizada levando em consideração as interpretações físicas, a partir de simulações computacionais e das formas modais identificadas.

A função objetivo baseada na frequência e na energia de deformação modal mostrou-se eficaz, identificando em todos as simulações numéricas os elementos modificados/danificados, bem como angariando bons resultados nos ajustes dos sistemas estruturais reais. É interessante ressaltar, que a frequência é um parâmetro da função objetivo que verifica o comportamento global da estrutura e que a energia de deformação modal possibilita verificar o comportamento local ou dos elementos que compõe a estrutura.

Chama a atenção na metodologia implementada a dificuldade em representar modos que necessitam de graus de liberdade a rotação (os quais possuem unidade adimensional) através da expansão modal utilizada neste trabalho, uma vez que nos estudos realizados foram utilizados apenas medidas de graus de liberdade translacionais, como por exemplo podem-se citar os modos que apresentam torção no pórtico espacial analisado e que conseqüentemente apresentam maiores níveis de incerteza.

### **VII.3 Sugestão para trabalhos futuros**

A partir do desenvolvimento da metodologia proposta e das dificuldades encontradas a partir das simulações numéricas e testes experimentais algumas sugestões para trabalhos futuros podem ser consideradas.

- (1) A escolha do espaço amostral adotada neste trabalho baseia-se no sentimento da engenharia e em simulações com intuito de obter o melhor resultado para a otimização. Portanto, é interessante automatizar o processo de escolha do espaço amostral podendo se utilizar também algoritmos heurísticos para determinar o a população inicial.
- (2) Desenvolver e implementar uma análise de sensibilidade automatizada para a escolha dos parâmetros da estrutura a serem otimizados
- (3) Utilizar a energia de deformação modal conjuntamente ao MAC para a correlação das formas modais de forma mais precisa.

- (4) Ampliar a metodologia de quantificação de incertezas para ajuste de modelos considerando outras técnicas de identificação de estruturas, tanto no domínio da frequência como no domínio do tempo
- (5) Avaliar o ajuste com quantificação de incertezas em elementos estruturais como lajes e placas, bem como o efeito do refinamento de malha no processo de ajuste.
- (6) Avaliar o desempenho do ajuste de modelos considerando técnicas de expansão e redução modal.
- (7) Aplicar o método desenvolvido em estruturas operacionais.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABDULLAH, N. A. Z. *et al.* A review on model updating in structural dynamics. **IOP Conference Series: Materials Science and Engineering**. v. 100, n. 1, p. 012015, 2015. Disponível em: <http://stacks.iop.org/1757-899X/100/i=1/a=012015>.
- ALKAYEM, Nizar Faisal *et al.* Structural damage detection using finite element model updating with evolutionary algorithms: a survey. **Neural Computing and Applications**. v. 30, n. 2, p. 389-411, 2018. DOI:10.1007/s00521-017-3284-1. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s00521-017-3284-1>.
- ALLEMANG, R. J. **Vibrations: Experimental Modal Analysis**. University of Cincinnati. 1999
- ALVES, Vinicius *et al.* Novelty detection for SHM using raw acceleration measurements. **Structural Control and Health Monitoring**. v. 22, n. 9, p. 1193-1207, 2015. DOI:doi:10.1002/stc.1741. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/stc.1741>.
- AMADOR, SANDRO DIORD RESCINHO. **Programa Computacional Com Interface Gráfica Para Identificação Estocástica De Parâmetros Modais De Estruturas Civas – Aplicação Em Pontes E Torres De Linhas De Transmissão**. 2007. p. M.Sc. (M.Sc.). Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Pará (UFPA), Belém-Pará, 2007.
- ARAGÃO, Luiz Augusto Cavalcante Moniz de. **Identificação de Estruturas em Operação Através de Análise Modal Híbrida**. 2008a. p. D.Sc. Programa de Engenharia Civil - COPPE/PEC, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2008.
- ARORA, Vikas; SINGH, S. P.; KUNDRA, T. K. Comparative study of damped FE model updating methods. **Mechanical Systems and Signal Processing**. v. 23, n. 7,

p. 2113-2129, 2009a. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.ymsp.2009.04.003>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327009001290>.

ARORA, Vikas; SINGH, S. P.; KUNDRA, T. K. Damped FE model updating using complex updating parameters: Its use for dynamic design. **Journal of Sound and Vibration**. v. 324, n. 1-2, p. 350-364, 2009b. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.jsv.2009.01.043>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X09000881>.

ARORA, Vikas; SINGH, S. P.; KUNDRA, T. K. Damped model updating using complex updating parameters. **Journal of Sound and Vibration**. v. 320, n. 1-2, p. 438-451, 2009c. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.jsv.2008.08.014>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X08007050>.

ARORA, Vikas; SINGH, S. P.; KUNDRA, T. K. Finite element model updating with damping identification. **Journal of Sound and Vibration**. v. 324, n. 3-5, p. 1111-1123, 2009d. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.jsv.2009.02.048>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X09002144>.

ASMUSSEN, John Christian. **Modal Analysis Based on The Random Decrement Technique - Application to Civil Engineering Structures**. 1997. p. PhD Thesis. Department of Building Technology and Structural Engineering, University of Aalborg, Denmark, 1997.

BAKIR, Pelin Gundes; REYNDERS, Edwin; ROECK, Guido De. An improved finite element model updating method by the global optimization technique ‘Coupled Local Minimizers’. **Computers & Structures**. v. 86, n. 11-12, p. 1339-1352, 2008. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruc.2007.08.009>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045794907002672>.

BAZÁN, Felipe Alexander Vargas. **TÉCNICA BOOTSTRAP APLICADA À AVALIAÇÃO DE INCERTEZAS ESTATÍSTICAS NA ANÁLISE DE EXTREMOS** 2005. p. (Master). Programa de Engenharia Civil - PEC/COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, 2005.

- BEHMANESH, Iman *et al.* Uncertainty quantification and propagation in dynamic models using ambient vibration measurements, application to a 10-story building. **Mechanical Systems and Signal Processing**. v. 107, p. 502-514, 2018. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2018.01.033>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327018300414>.
- BERGAMASCO, M.; LOVERA, M.; OHTA, Y. Bootstrap-based model uncertainty assessment in continuous-time subspace model identification. *In: 52nd IEEE Conference on Decision and Control*, 2013, 2013. p.5840-5845.
- BERTHOLD, Jan *et al.* Identification of modal parameters of machine tools during cutting by operational modal analysis. **Procedia CIRP**. v. 77, p. 473-476, 2018. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.procir.2018.08.268>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2212827118311211>.
- BI, Sifeng; BROGGI, Matteo; BEER, Michael. The role of the Bhattacharyya distance in stochastic model updating. **Mechanical Systems and Signal Processing**. v. 117, p. 437-452, 2019. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2018.08.017>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327018304837>.
- BISWAL, S.; RAMASWAMY, A. Finite element model updating of concrete structures based on imprecise probability. **Mechanical Systems and Signal Processing**. v. 94, p. 165-179, 2017. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2017.02.042>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327017301140>.
- BITTANTI, S.; LOVERA, M. Assessing model uncertainty in subspace identification methods: a simulation study. *In: Symposium; 13th, Mathematical theory of networks and systems*, 1998, Padua; Italy. p.
- BITTANTI, Sergio; LOVERA, Marco. Bootstrap-based estimates of uncertainty in subspace identification methods. **Automatica**. v. 36, n. 11, p. 1605-1615, 2000. DOI:[http://dx.doi.org/10.1016/S0005-1098\(00\)00081-9](http://dx.doi.org/10.1016/S0005-1098(00)00081-9). Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109800000819>.

BOULKAIBET, I. *et al.* Finite element model updating using the shadow hybrid Monte Carlo technique. **Mechanical Systems and Signal Processing**. v. 52-53, p. 115-132, 2015. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.ymssp.2014.06.005>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327014002301>.

BREHM, Maik. **Vibration-based model updating: Reduction and quantification of uncertainties**. 2011. 216 p. Doktor-Ingenieur. Institute of Structural Mechanics, Bauhaus-Universität at Weimar, 2011.

BREHM, Maik; ZABEL, Volkmar; BUCHER, Christian. An automatic mode pairing strategy using an enhanced modal assurance criterion based on modal strain energies. **Journal of Sound and Vibration**. v. 329, n. 25, p. 5375-5392, 2010. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.jsv.2010.07.006>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X10004608>.

BREHM, Maik; ZABEL, Volkmar; BUCHER, Christian. Optimal reference sensor positions using output-only vibration test data. **Mechanical Systems and Signal Processing**. v. 41, n. 1-2, p. 196-225, 2013. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.ymssp.2013.06.039>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327013003646>.

CANO, Nelson Andrés Ortiz. **Avaliação de Sistemas de Isolamento para o Controle de Vibrações de Edifícios Submetidos a Excitação de Base**. 2013. 157 p. Doutorado (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil - COPPE, Universidade do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013.

CARDEN, E. Peter; MITA, Akira. Challenges in developing confidence intervals on modal parameters estimated for large civil infrastructure with stochastic subspace identification. **Structural Control and Health Monitoring**. v. 18, n. 1, p. 53-78, 2011. DOI:10.1002/stc.358. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1002/stc.358>.

CARRILLO, Oscar Javier Begambre; LAIER, José Elias. Um Algoritmo Estocástico para Detecção de Dano. **Cadernos de Engenharia de Estruturas, São Carlos.** v. 10, p. 111-126, 2008.

CHA, Young-

Jin; BUYUKOZTURK, Oral. Structural Damage Detection Using Modal Strain Energy and Hybrid Multiobjective Optimization. **Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering.** v. 30, n. 5, p. 347-358, 2015. DOI:10.1111/mice.12122. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1111/mice.12122>.

CHANDRASHEKHAR, M.; GANGULI, Ranjan. Damage assessment of structures with uncertainty by using mode-shape curvatures and fuzzy logic. **Journal of Sound and Vibration.** v. 326, n. 3-5, p. 939-957, 2009. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.jsv.2009.05.030>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X09004854>.

CHIA-MING, Chang; CHIN-HSIUNG, Loh. Improved Stochastic Subspace System Identification for Structural Health Monitoring. **Journal of Physics: Conference Series.** v. 628, n. 1, p. 012010, 2015. Disponível em: <http://stacks.iop.org/1742-6596/628/i=1/a=012010>.

COLE, Jr H. On-the-line analysis of random vibrations. *In: 9th Structural Dynamics and Materials Conference:* ed.: American Institute of Aeronautics and Astronautics, v., 1968.

CONN, Andrew; I. M. GOULD, Nicholas; L. TOINT, Philippe. **A Globally Convergent Lagrangian Barrier Algorithm for Optimization with General Inequality Constraints and Simple Bounds.** ed., 1997. 261-288.

CONN, Andrew R.; GOULD, Nicholas I. M.; TOINT, Philippe. A Globally Convergent Augmented Lagrangian Algorithm for Optimization with General Constraints and Simple Bounds. **SIAM Journal on Numerical Analysis.** v. 28, n. 2, p. 545-572, 1991. DOI:10.1137/0728030. Disponível em: <https://epubs.siam.org/doi/abs/10.1137/0728030>.

COOK, Robert D. *et al.* **Concepts and Applications of Finite Element Analysis**. ed.: John Wiley & Sons, 2007.

CORNWELL, P.; DOEBLING, S. W.; FARRAR, C. R. APPLICATION OF THE STRAIN ENERGY DAMAGE DETECTION METHOD TO PLATE-LIKE STRUCTURES. **Journal of Sound and Vibration**. v. 224, n. 2, p. 359-374, 1999. DOI: <http://dx.doi.org/10.1006/jsvi.1999.2163>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X99921636>.

CUNHA, Antonio Gaspar coord; TAKAHASHI, Ricardo coord; ANTUNES, Carlos Alberto Henggeler de Carvalho coord. **Manual de computação evolutiva e metaheurística**. ed. Coimbra: Imprensa da Universidade de Coimbra, 2012.

DE ALMEIDA CARDOSO, Rharã; CURY, Alexandre; BARBOSA, Flávio. A clustering-based strategy for automated structural modal identification. **Structural Health Monitoring**. v. 17, n. 2, p. 201-217, 2018. DOI:10.1177/1475921716689239. Disponível em: <https://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1177/1475921716689239>.

DE COCK, K. *et al.* **Subspace system identification for mechanical engineering**. ed., 2002. 1333-1352.

DÖHLER, Michael; LAM, Xuan-Binh; MEVEL, Laurent. Uncertainty quantification for modal parameters from stochastic subspace identification on multi-setup measurements. **Mechanical Systems and Signal Processing**. v. 36, n. 2, p. 562-581, 2013. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.ymssp.2012.11.011>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327012004694>.

DÖHLER, Michael; MEVEL, Laurent. Efficient multi-order uncertainty computation for stochastic subspace identification. **Mechanical Systems and Signal Processing**. v. 38, n. 2, p. 346-366, 2013. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2013.01.012>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327013000320>.



EFRON, B.; TIBSHIRANI, R. Bootstrap Methods for Standard Errors, Confidence Intervals, and Other Measures of Statistical Accuracy. **Statistical Science - Institute of Mathematical Statistics**. 1986.

EFRON, B.; TIBSHIRANI, R. **An Introduction to the Bootstrap**. ed. New York, 1993

EFRON, Bradley. Bootstrap Methods: Another Look at the Jackknife. **The Annals of Statistics**. v. 07, p. 1-26, 1973.

EFRON, Bradley. Second Thoughts on the Bootstrap. p. 135-140, 2003. DOI:10.1214/s/1063994968. Disponível em: <http://projecteuclid.org/euclid.ss/1063994968>.

EIRAS, Jesús N. *et al.* Experimental modal analysis and finite element model updating for structural health monitoring of reinforced concrete radioactive waste packages. **Construction and Building Materials**. v. 180, p. 531-543, 2018. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2018.06.004>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0950061818313953>.

FAN, Wei; QIAO, Pizhong. Vibration-based Damage Identification Methods: A Review and Comparative Study. **Structural Health Monitoring**. p. 30, 2011. DOI:10.1177/1475921710365419

FAN, Wei; QIAO, Pizhong. A strain energy-based damage severity correction factor method for damage identification in plate-type structures. **Mechanical Systems and Signal Processing**. v. 28, p. 660-678, 2012. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.ymssp.2011.11.010>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327011004614>.

FANG, Sheng-En; PERERA, Ricardo. Damage identification by response surface based model updating using D-optimal design. **Mechanical Systems and Signal Processing**. v. 25, n. 2, p. 717-733, 2011. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.ymssp.2010.07.007>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327010002438>.

FONSECA, José R. *et al.* Uncertainty identification by the maximum likelihood method . **Journal of Sound and Vibration**. v. 288, n. 3, p. 587-599, 2005. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.jsv.2005.07.006>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X05004529>.

FRED, Ana Luisa Nobre. **Técnica de BootStrap**. 2006

FREY, H. Christopher; BURMASTER, David E. Methods for Characterizing Variability and Uncertainty: Comparison of Bootstrap Simulation and Likelihood-Based Approaches. **Risk Analysis**. v. 19, n. 1, p. 109-130, 1999. DOI:10.1111/j.1539-6924.1999.tb00393.x. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1111/j.1539-6924.1999.tb00393.x>.

FRISWELL, Michael Ian. **Updating Finite Element Models using Measured Vibration Data**. ed. The University of Aston in Birmingham, 1990.

GIAMPELLEGRINI, Laurent. **Uncertainty in correlation-driven operational modal parameter estimation**. 2007. p. Doctoral. Department of Civil & Environmental Engineering, University of London, 2007.

GOLDBERG, David E. **Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning**. ed.: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1989. 372.

GOU, Baiyong *et al.* A Successive Selection Method for finite element model updating. **Mechanical Systems and Signal Processing**. v. 70-71, p. 320-333, 2016. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ymsp.2015.10.005>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327015004653>.

GOVERS, Y. *et al.* A comparison of two stochastic model updating methods using the DLR AIRMOD test structure. **Mechanical Systems and Signal Processing**. v. 52-53, p. 105-114, 2015. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2014.06.003>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S088832701400226X>.

- GUAN, Wei *et al.* Data-driven methods for operational modal parameters identification: A comparison and application. **Measurement**. v. 132, p. 238-251, 2019. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.measurement.2018.09.052>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263224118308868>.
- HAO, Hong; XIA, Yong. Vibration-based Damage Detection of Structures by Genetic Algorithm. **Journal of Computing in Civil Engineering**. v. 16, n. 3, p. 222-229, 2002. DOI:[doi:10.1061/\(ASCE\)0887-3801\(2002\)16:3\(222\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0887-3801(2002)16:3(222)). Disponível em : <https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/%28ASCE%290887-3801%282002%2916%3A3%28222%29>
- HE, Li-Xiang; WU, Chengqing; LI, Jianchun. Post-earthquake evaluation of damage and residual performance of UHPSFRC piers based on nonlinear model updating. **Journal of Sound and Vibration**. v. 448, p. 53-72, 2019. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2019.02.011>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X19300963>.
- HEMEZ, François M.; DOEBLING, Scott W. REVIEW AND ASSESSMENT OF MODEL UPDATING FOR NON-LINEAR, TRANSIENT DYNAMICS. **Mechanical Systems and Signal Processing**. v. 15, n. 1, p. 45-74, 2001. DOI:<http://dx.doi.org/10.1006/mssp.2000.1351>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327000913517>.
- HU, Huiwen *et al.* Damage detection of surface cracks in composite laminates using modal analysis and strain energy method. **Composite Structures**. v. 74, n. 4, p. 399-405, 2006. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2005.04.020>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263822305001212>.
- IBRAHIM, S. R. Random Decrement Technique for Modal Identification of Structures. **Journal of Spacecraft and Rockets**. v. 14, n. 11, p. 696-700, 1977. DOI:[10.2514/3.57251](https://doi.org/10.2514/3.57251). Disponível em: <https://doi.org/10.2514/3.57251>. Acesso em: 2018/02/01.

JAISHI, Bijaya; REN, Wei-Xin. Finite element model updating based on eigenvalue and strain energy residuals using multiobjective optimisation technique. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 21, n. 5, p. 2295-2317, 2007. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.ymssp.2006.09.008>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327006001932>.

JUANG, Jer-Nan. **Applied system identification**. ed.: Prentice-Hall, Inc., 1994. 394.

KHODAPARAST, H. Haddad *et al.* Fuzzy finite element model updating of the DLR A IRMOD test structure. **Applied Mathematical Modelling**, v. 52, p. 512-526, 2017. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.apm.2017.08.001>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0307904X17305103>.

KHODAPARAST, H.H.; LIVERPOOL, University of. **Stochastic Finite Element Model Updating and Its Application in Aeroelasticity**. ed.: University of Liverpool, 2010.

KHODAPARAST, Hamed Haddad; MOTTERSHEAD, John E.; BADCOCK, Kenneth J. Interval model updating with irreducible uncertainty using the Kriging predictor. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 25, n. 4, p. 1204-1226, 2011. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2010.10.009>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327010003286>.

KHODAPARAST, Hamed Haddad; MOTTERSHEAD, John. Efficient Methods in Stochastic Model Updating. **PROCEEDINGS OF ISMA**, p. 1855-1869, 2008.

KIJEWSKI, T.; KAREEM, A. On the reliability of a class of system identification techniques: insights from bootstrap theory. **Structural Safety**, v. 24, n. 2-4, p. 261-280, 2002. DOI:[http://dx.doi.org/10.1016/S0167-4730\(02\)00028-0](http://dx.doi.org/10.1016/S0167-4730(02)00028-0). Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167473002000280>. Acesso em: 2002/10/.

KIJEWSKI, T.; KAREEM, A. Wavelet Transforms for System Identification in Civil Engineering. **Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering**. v. 18, n. 5, p. 339-355, 2003. DOI:10.1111/1467-8667.t01-1-00312. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1111/1467-8667.t01-1-00312>.

KIM, Gyeongho; PARK, Youn-sik. An improved procedure for updating finite element model based on an interactive multiobjective programming. **Mechanical Systems and Signal Processing**. v. 43, n. 1-2, p. 260-271, 2014. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.ymsp.2013.09.005>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327013004494>.

KOCIECKI, Maggie; ADELI, Hojjat. Two-phase genetic algorithm for topology optimization of free-form steel space-frame roof structures with complex curvatures. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**. v. 32, p. 218-227, 2014. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.engappai.2014.01.010>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0952197614000177>.

LEVIN, R. I.; LIEVEN, N. A. J. Dynamic finite element model updating using simulated annealing and genetic algorithms. **Mechanical Systems and Signal Processing**. v. 12, n. 1, p. 91-120, 1998. DOI:<http://dx.doi.org/10.1006/mssp.1996.0136>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327096901363>.

LI, J.; LAW, S. S.; DING, Y. Substructure damage identification based on response reconstruction in frequency domain and model updating. **Engineering Structures**. v. 41, p. 270-284, 2012. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.03.035>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029612001605>.

LI, Jiantao *et al.* Indirect bridge modal parameters identification with one stationary and one moving sensors and stochastic subspace identification. **Journal of Sound and Vibration**. v. 446, p. 1-21, 2019. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2019.01.024>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X1930032X>.

- LI, Li; HU, Yujin; WANG, Xuelin. Numerical methods for evaluating the sensitivity of element modal strain energy. **Finite Elements in Analysis and Design**. v. 64, p. 13-23, 2013. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.finel.2012.09.006>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168874X12001801>.
- LI, Yingchao *et al.* An improved modal strain energy method for damage detection in offshore platform structures. **Journal of Marine Science and Application**. v. 15, n. 2, p. 182-192, 2016. DOI:[10.1007/s11804-016-1350-1](https://doi.org/10.1007/s11804-016-1350-1). Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s11804-016-1350-1>.
- LIU, Fushun *et al.* Experimental study of improved modal strain energy method for damage localisation in jacket-type offshore wind turbines. **Renewable Energy**. v. 72, p. 174-181, 2014. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.renene.2014.07.007>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0960148114003930>.
- LIU, Guijie *et al.* Research on structural damage detection of offshore platforms based on grouping modal strain energy. **Ocean Engineering**. v. 140, p. 43-49, 2017. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2017.05.021>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0029801817302743>.
- LOIBEL, Selena; ALVES, Edmar J. Comparação entre intervalos de confiança calculados com métodos bootstrap e intervalos assintóticos. *In: Congresso de Matemática Aplicada e Computacional*, 2013. p.
- MAGALHÃES, Filipe Manuel Rodrigues Leite. **Identificação Modal Estocástica para Validação Experimental de Modelos Numéricos**. 2012. p. M.Sc. (M.Sc.). Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, 2012.
- MAIA, Nuno Manuel Mendes; SILVA, Júlio Martins Montalvão. **Theoretical and Experimental Modal Analysis**. ed., 1997.
- MALEKZEHTAB, H.; GOLAFSHANI, A. A. Damage Detection in an Offshore Jacket Platform using Genetic Algorithm based Finite Element Model Updating with N

oisy Modal Data. **Procedia Engineering**. v. 54, p. 480-490, 2013. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.proeng.2013.03.044>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877705813003986>.

MARES, C.; MOTTERSHEAD, J. E.; FRISWELL, M. I. Stochastic model updating: Part 1-theory and simulated example. **Mechanical Systems and Signal Processing**. v. 20, n. 7, p. 1674-1695, 2006. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.ymsp.2005.06.006>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327005000981>.

MARWALA, Tshilidzi. **Finite Element Model Updating Using Computational Intelligence Techniques: Applications to Structural Dynamics**. ed.: Springer Publishing Company, Incorporated, 2010. 247.

MARWALA, Tshilidzi; SIBISI, Sibusiso. Finite Element Model Updating Using Bayesian Framework and Modal Properties. **Journal of Aircraft**. v. 42, n. 1, p. 275-278, 2005. DOI:10.2514/1.11841. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.2514/1.11841>. Acesso em: 2016/04/11

MAZZONI, Silvia. **Element xz plane and vectors**. Elementvectors.Png 2009.

MELLINGER, Philippe; MEVEL, Laurent; MEYER, Claire. Uncertainty Quantification for Combined Data-Driven Subspace Identification. *In: 5th International Operational Modal Analysis Conference, 2013, Guimaraes, Portugal*. Guimaraes, Portugal, 2013.

MERUANE, V.; HEYLEN, W. An hybrid real genetic algorithm to detect structural damage using modal properties. **Mechanical Systems and Signal Processing**. v. 25, n. 5, p. 1559-1573, 2011. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.ymsp.2010.11.020>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S088832701004231>.

MOAVENI, Babak; CONTE, Joel P.; HEMEZ, François M. Uncertainty and Sensitivity Analysis of Damage Identification Results Obtained Using Finite Element Mod

el Updating. **Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering**. v. 24, n. 5, p. 320-334, 2009. DOI:10.1111/j.1467-8667.2008.00589.x. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1111/j.1467-8667.2008.00589.x>.

MODAK, S. V. Model updating using uncorrelated modes. **Journal of Sound and Vibration**. v. 333, n. 11, p. 2297-2322, 2014. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.jsv.2014.01.013>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S022460X1400056X>.

MODAK, S. V. Uncorrelated Modes Driven Inverse Eigensensitivity Method for Finite Element Model Updating. **AIAA Journal**. v. 53, n. 6, p. 1468-1476, 2015. DOI:10.2514/1.J053356. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.2514/1.J053356>. Acesso em: 2016/04/11.

MODAK, S. V.; KUNDRA, T. K.; NAKRA, B. C. Comparative study of model updating methods using simulated experimental data. **Computers & Structures**. v. 80, n. 5-6, p. 437-447, 2002. DOI:[http://dx.doi.org/10.1016/S0045-7949\(02\)00017-2](http://dx.doi.org/10.1016/S0045-7949(02)00017-2). Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045794902000172>.

MOJTAHEDI, A. *et al.* Developing a robust SHM method for offshore jacket platform using model updating and fuzzy logic system. **Applied Ocean Research**. v. 33, n. 4, p. 398-411, 2011. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.apor.2011.05.001>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141118711000332>.

MORADIPOUR, Parviz; CHAN, Tommy H. T.; GALLAGE, Chaminda. Benchmark Studies for Bridge Health Monitoring Using an Improved Modal Strain Energy Method. **Procedia Engineering**. v. 188, p. 194-200, 2017. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.04.474>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S187770581732026X>.

MORSY, R. *et al.* Multi-channel random decrement smart sensing system for concrete bridge girders damage location identification. **Engineering Structures**. v. 143, p.



469-476, 2017. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2017.03.040>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S014102961730963X>.

MOTTERSHEAD, J. E.; FRISWELL, M. I. Model Updating In Structural Dynamics: A Survey. **Journal of Sound and Vibration**. v. 167, n. 2, p. 347-375, 1993. DOI: <http://dx.doi.org/10.1006/jsvi.1993.1340>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X83713404>.

MOTTERSHEAD, John E.; LINK, Michael; FRISWELL, Michael I. The sensitivity method in finite element model updating: A tutorial. **Mechanical Systems and Signal Processing**. v. 25, n. 7, p. 2275-2296, 2011. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.ymsp.2010.10.012>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327010003316>.

MTHEMBU, Linda *et al.* Finite element model selection using Particle Swarm Optimization. *In: Dynamics of Civil Structures, Volume 4: Proceedings of the 28th I MAC, A Conference on Structural Dynamics, 2010*: ed. New York, NY: Springer New York, v. p.41-52, 2011a.

MTHEMBU, Linda *et al.* Model selection in finite element model updating using the Bayesian evidence statistic. **Mechanical Systems and Signal Processing**. v. 25, n. 7, p. 2399-2412, 2011b. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.ymsp.2011.04.001>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327011001555>.

NIELSEN, Jannie; SORENSEN, John. Bayesian Estimation of Remaining Useful Life for Wind Turbine Blades. **Energies**. v. 10, n. 5, p. 664, 2017. Disponível em: <http://www.mdpi.com/1996-1073/10/5/664>.

OBERKAMPF, William L. *et al.* Challenge problems: uncertainty in system response given uncertain parameters. **Reliability Engineering & System Safety**. v. 85, n. 1, p. 11-19, 2004. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.ress.2004.03.002>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0951832004000493>.

OVERSCHEE, P Van. **Subspace Identification: Theory, Implementation, Applications**. 1995. p. Faculty of Engineering, K.U. Leuven, 1995.

OVERSCHEE, P Van; MOOR, B De. **Subspace Identification for Linear Systems: Theory, Implementation, Applications**. Kluwer Academic Publishers. 1996

OVERSCHEE, Peter Van; MOOR, Bart De. **Subspace Identification for Linear Systems**. ed., 1996a.

OVERSCHEE, Peter Van; MOOR, Bart De. **Subspace Identification for Linear Systems: Theory, Implementation, Applications**. ed. Kluwer Academic Publishers, 1996b.

PATELLI, Edoardo *et al.* Model Updating Strategy of the DLR-AIRMOD Test Structure. **Procedia Engineering**. v. 199, p. 978-983, 2017. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.09.221>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S187770581733669X>.

PEETERS, Bart. **SYSTEM IDENTIFICATION AND DAMAGE DETECTION IN CIVIL ENGINEERING**. 2000. p. Ph.D Thesis (Ph.D). Department of Civil Engineering, Katholieke Universiteit Leuven, 2000.

PEETERS, Bart; DE ROECK, Guido. Stochastic System Identification for Operational Modal Analysis: A Review. **Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control**. v. 123, n. 4, p. 659-667, 2001. DOI:10.1115/1.1410370. Disponível em : <http://dx.doi.org/10.1115/1.1410370>.

PEETERS, Bart *et al.* Stochastic subspace techniques applied to parameter identification of civil engineering structures. **Proceedings of the International Conference MV2 on New Advances in Modal Synthesis of Large Structures, Non-Linear, Damped and Non-deterministic Case**. p. 151-162, 1995.

PERERA, Ricardo; FANG, ShengEn; RUIZ, Antonio. Application of particle swarm optimization and genetic algorithms to multiobjective damage identification invers

e problems with modelling errors. **Meccanica**. v. 45, n. 5, p. 723-734, 2009. DOI:10.1007/s11012-009-9264-5. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/s11012-009-9264-5>.

POLANCO, Néstor R.; MAY, Geoffrey; HERNANDEZ, Eric M. Finite element model updating of semicomposite bridge decks using operational acceleration measurements. **Engineering Structures**. v. 126, p. 264-277, 2016. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.07.057>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029616303935>.

PRIORI, C.; DE ANGELIS, M.; BETTI, R. On the selection of user defined parameters in datadriven stochastic subspace identification. **Mechanical Systems and Signal Processing**. v. 100, n. Supplement C, p. 501-523, 2018. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2017.07.045>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327017304090>.

QIAO, Pizhong *et al.* Curvature mode shape-based damage detection in composite laminated plates. **Composite Structures**. v. 80, n. 3, p. 409-428, 2007. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2006.05.026>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263822306002376>.

QIN, Shiqiang; KANG, Juntao; WANG, Qiuping. Operational Modal Analysis Based on Subspace Algorithm with an Improved Stabilization Diagram Method. **Shock and Vibration**. v. 2016, p. 10, 2016. DOI:10.1155/2016/7598965. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1155/2016/7598965>.

QIN, Shiqiang *et al.* **Model updating in complex bridge structures using kriging model ensemble with genetic algorithm**. ed., 2017.

R. IBRAHIM, S. **The use of random decrement technique for identification of structural modes of vibration**. ed., 1977.

REN, Wei-Xin; CHEN, Hua-Bing. Finite element model updating in structural dynamics by using the response surface method. **Engineering Structures**. v. 32, n. 8, p.

2455-2465, 2010. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2010.04.019>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029610001422>.

REYNDERS, Edwin. System Identification Methods for (Operational) Modal Analysis: Review and Comparison. **Arch Comput Methods Eng.** v. 19, p. 51-124, 2012. DOI:10.1007/s11831-012-9069-x

REYNDERS, Edwin; MAES, Kristof. Uncertainty quantification of modal characteristics identified from frequency-domain stochastic subspace identification. **Procedia Engineering.** v. 199, p. 996-1001, 2017. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.09.231>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877705817336810>.

REYNDERS, Edwin *et al.* Uncertainty quantification in operational modal analysis with stochastic subspace identification: Validation and applications. **Mechanical Systems and Signal Processing.** v. 66-67, p. 13-30, 2016. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.ymsp.2015.04.018>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327015002009>.

REYNDERS, Edwin; PINTELON, Rik; DE ROECK, Guido. Uncertainty bounds on modal parameters obtained from stochastic subspace identification. **Mechanical Systems and Signal Processing.** v. 22, n. 4, p. 948-969, 2008. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2007.10.009>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327007002257>.

REYNDERS, Edwin; ROECK, Guido De. Reference-based combined deterministic-stochastic subspace identification for experimental and operational modal analysis. **Mechanical Systems and Signal Processing.** v. 22, n. 3, p. 617-637, 2008. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2007.09.004>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327007001823>.

RIBEIRO, D. *et al.* Finite element model updating of a bowstring-arch railway bridge based on experimental modal parameters. **Engineering Structures.** v. 40, p. 413-

435, 2012. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.03.013>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029612001319>.

RIBEIRO, Diogo Rodrigo Ferreira. **EFEITOS DINÂMICOS INDUZIDOS POR TRÁFEGO EM PONTES FERROVIÁRIAS: MODELAÇÃO NUMÉRICA, CALIBRAÇÃO E VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL**. 2012. p. D.Sc. (D.Sc.). Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, 2012.

RIDOLFI, Andrea; LOVERA, Marco. Consistency of bootstrap estimates of model uncertainty in Subspace Identification methods. *In: Mathematical Theory of Networks and Systems - MTNS, 2000, Perpignan, France. June 19 - 23, 2000.* p. <http://infoscience.epfl.ch/record/54451>.

ROCCHETTA, Roberto *et al.* On-line Bayesian model updating for structural health monitoring. **Mechanical Systems and Signal Processing**. v. 103, p. 174-195, 2018. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2017.10.015>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S088832701730540X>.

RODRIGUES, Jorge; RUNE BRINCKER, Portugal. **APPLICATION OF THE RANDOM DECREMENT TECHNIQUE IN OPERATIONAL MODAL ANALYSIS**. ed., 2005.

SEHGAL, Shankar; KUMAR, Harmesh. Structural Dynamic Model Updating Techniques: A State of the Art Review. **Archives of Computational Methods in Engineering**, p. 1-19, 2015. DOI:10.1007/s11831-015-9150-3. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/s11831-015-9150-3>.

SEON PARK, Hyo; KIM, JunHee; OH, Byung Kwan. Model updating method for damage detection of building structures under ambient excitation using modal participation ratio. **Measurement**. v. 133, p. 251-261, 2019. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.measurement.2018.10.023>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S026322411830945X>.

- SERHAT ERDOGAN, Yildirim; GUNDES BAKIR, Pelin. Inverse propagation of uncertainties in finite element model updating through use of fuzzy arithmetic. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**. v. 26, n. 1, p. 357-367, 2013. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.engappai.2012.10.003>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0952197612002643>.
- SHABBIR, Faisal; OMENZETTER, Piotr. Model updating using genetic algorithms with sequential niche technique. **Engineering Structures**. v. 120, p. 166-182, 2016. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.04.028>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029616301390>.
- SHAN, Deshan *et al.* A novel finite element model updating method based on substructure and response surface model. **Engineering Structures**. v. 103, p. 147-156, 2015. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.09.006>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029615005696>.
- SHI, Z. Y.; LAW, S. S.; ZHANG, L. M. Structural damage localization from modal strain energy change. **Journal of Sound and Vibration**. v. 218, n. 5, p. 825-844, 1998. DOI:<https://doi.org/10.1006/jsvi.1998.1878>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X98918788>.
- SILVA, Edilson Morais Lima e *et al.* ESTIMAÇÃO DA INCERTEZA DOS PARÂMETROS MODAIS DE UMA VIGA UTILIZANDO A INFERÊNCIA ESTATÍSTICA BOOTSTRAP. **XXXV Iberian Latin American Congress - CILAMCE**. 2014.
- SIMOEN, Ellen; DE ROECK, Guido; LOMBAERT, Geert. Dealing with uncertainty in model updating for damage assessment: A review. **Mechanical Systems and Signal Processing**. v. 56-57, p. 123-149, 2015. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.mssp.2014.11.001>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327014004130>.
- SOUZA, Remo Magalhães de. **Trabalhos de Análise, Intervenção e Monitoração da Treliça Metálica Danificada da Ponte Sobre o Rio Mearim, OAE13, devido**

**ao acidente ocorrido em 16/03/2012.** Universidade Federal do Pará. Belém-PA. 2012

STEENACKERS, G.; GUILLAUME, P. Finite element model updating taking into account the uncertainty on the modal parameters estimates. **Journal of Sound and Vibration.** v. 296, n. 4-5, p. 919-934, 2006. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.jsv.2006.03.023>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X06002719>.

TEUGHEL, A.; DE ROECK, G. Structural damage identification of the highway bridge Z24 by FE model updating. **Journal of Sound and Vibration.** v. 278, n. 3, p. 589-610, 2004. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.jsv.2003.10.041>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X03013191>.

TEUGHEL, Anne; DE ROECK, Guido. Damage detection and parameter identification by finite element model updating. **Revue Européenne de Génie Civil.** v. 9, n. 1-2, p. 109-158, 2005. DOI:10.1080/17747120.2005.9692748. Disponível em: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/17747120.2005.9692748>.

TEUGHEL, Anne; DE ROECK, Guido; SUYKENS, Johan A. K. Global optimization by coupled local minimizers and its application to FE model updating. **Computers & Structures.** v. 81, n. 24-25, p. 2337-2351, 2003. DOI:[http://dx.doi.org/10.1016/S0045-7949\(03\)00313-4](http://dx.doi.org/10.1016/S0045-7949(03)00313-4). Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045794903003134>.

TONDREAU, Gilles; DERAEMAER, Arnaud. Numerical and experimental analysis of uncertainty on modal parameters estimated with the stochastic subspace method. **Journal of Sound and Vibration.** v. 333, n. 18, p. 4376-4401, 2014. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.jsv.2014.04.039>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X14003253>.

VAKILZADEH, M.K. *et al.* Stochastic Finite Element Model Updating by Bootstrapping. **IMAC XXXIV.** 2016.

- VAN OVERSCHEE, Peter; DE MOOR, Bart. Subspace algorithms for the stochastic identification problem. **Automatica**. v. 29, n. 3, p. 649-660, 1993. DOI:[http://dx.doi.org/10.1016/0005-1098\(93\)90061-W](http://dx.doi.org/10.1016/0005-1098(93)90061-W). Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/000510989390061W>.
- VANDERHORN, Eric; MAHADEVAN, Sankaran. Bayesian model updating with summarized statistical and reliability data. **Reliability Engineering & System Safety**. v. 172, p. 12-24, 2018. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.ress.2017.11.023>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0951832017303903>.
- VANDERMEULEN, R.; KIJEWSKI, T.; KAREEM, A. Bootstrap Method for Estimation of Spectral Bandwidth with Limited Observations. *In: Proceedings of ASCE Conference on Probabilistic Mechanics and Structural Reliability, 2000, Notre Dame, Notre Dame, 2000.*
- VO-DUY, T. *et al.* A two-step approach for damage detection in laminated composite structures using modal strain energy method and an improved differential evolution algorithm. **Composite Structures**. v. 147, p. 42-53, 2016. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2016.03.027>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263822316301738>.
- W. DOEBLING, Scott; FARRAR, Charles; PRIME, Michael. **A Summary Review of Vibration-Based Damage Identification Methods**. ed., 1998. 91-105.
- WAN, Hua-Ping; REN, Wei-Xin. Stochastic model updating utilizing Bayesian approach and Gaussian process model. **Mechanical Systems and Signal Processing**. v. 70-71, p. 245-268, 2016. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.ymssp.2015.08.011>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327015003726>.
- XIN, Yu *et al.* Bayesian based nonlinear model updating using instantaneous characteristics of structural dynamic responses. **Engineering Structures**. v. 183, p. 459-474, 2019. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.01.043>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029617336556>.



YAN, B. F.; MIYAMOTO, A.; BRÜHWILER, E. Wavelet transform-based modal parameter identification considering uncertainty. **Journal of Sound and Vibration**. v. 291, n. 1-2, p. 285-301, 2006. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.jsv.2005.06.005>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X05003913>.

YAN, Wang-Ji; KATAFYGIOTIS, Lambros S. A novel Bayesian approach for structural model updating utilizing statistical modal information from multiple setups. **Structural Safety**. v. 52, Part B, p. 260-271, 2015. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.strusafe.2014.06.004>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167473014000630>.

ZABEL, Volkmar; BREHM, Maik. Model Updating Methods - A Comparative Study. **MAC-XXVII**. 2009.

ZAPICO-VALLE, J. L. *et al.* A new method for finite element model updating in structural dynamics. **Mechanical Systems and Signal Processing**. v. 24, n. 7, p. 2137-2159, 2010. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.ymsp.2010.03.011>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327010001020>.

ZHAN, J. W. *et al.* Structural damage identification for railway bridges based on train-induced bridge responses and sensitivity analysis. **Journal of Sound and Vibration**. v. 330, n. 4, p. 757-770, 2011. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.jsv.2010.08.031>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X10005584>.

ZHANG, Guowen; TANG, Baoping; TANG, Guangwu. An improved stochastic subspace identification for operational modal analysis. **Measurement**. v. 45, n. 5, p. 1246-1256, 2012. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.measurement.2012.01.012>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263224112000279>.

ZHANG, J.; AU, F. T. K. Calibration of initial cable forces in cable-stayed bridge based on Kriging approach. **Finite Elements in Analysis and Design**. v. 92, p. 80-92,

2014. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.finel.2014.08.007>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168874X14001620>.

ZHANG, Y.; SONG, H. W. Non-overlapped random decrement technique for parameter identification in operational modal analysis. **Journal of Sound and Vibration**. v. 366, p. 528-543, 2016. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2015.12.025>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X15010111>.

ZHAO, Xueyan; LANG, Ziqiang. Baseline model based structural health monitoring method under varying environment. **Renewable Energy**. v. 138, p. 1166-1175, 2019. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.renene.2019.02.007>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S096014811930151X>.

ZI, Huang *et al.* Error localization of finite element updating model based on element strain energy. **Journal of Physics: Conference Series**. v. 744, n. 1, p. 012113, 2016. Disponível em: <http://stacks.iop.org/1742-6596/744/i=1/a=012113>.

ZONG, Zhouhong; LIN, Xiaosong; NIU, Jie. Finite element model validation of bridge based on structural health monitoring-Part I: Response surface-based finite element model updating. **Journal of Traffic and Transportation Engineering (English Edition)**. v. 2, n. 4, p. 258-278, 2015. DOI:<http://dx.doi.org/10.1016/j.jtte.2015.06.001>. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2095756415000549>.

ZORDAN, Tobia; BRISEGHELLA, Bruno; LIU, Tao. Finite element model updating of a tied-arch bridge using Douglas-Reid method and Rosenbrock optimization algorithm. **Journal of Traffic and Transportation Engineering (English Edition)**. v. 1, n. 4, p. 280-292, 2014. DOI:[http://dx.doi.org/10.1016/S2095-7564\(15\)30273-7](http://dx.doi.org/10.1016/S2095-7564(15)30273-7). Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2095756415302737>.