



PROJETO ÓTIMO DE MÚLTIPLOS SISTEMAS PASSIVOS DE ABSORÇÃO
DISTRIBUÍDOS ESPACIALMENTE

Mariana Miglio Americano da Costa

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil.

Orientadores: Carlos Magluta

Ney Roitman

Daniel Alves Castello

Rio de Janeiro

Junho de 2019

PROJETO ÓTIMO DE MÚLTIPLOS SISTEMAS PASSIVOS DE ABSORÇÃO
DISTRIBUÍDOS ESPACIALMENTE

Mariana Miglio Americano da Costa

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE)
DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Examinada por:

Prof. Carlos Magluta, D.Sc.

Prof. Ney Roitman, D.Sc.

Prof^a. Eliane Maria Lopes Carvalho, D.Sc.

Prof. Paulo Batista Gonçalves, D.Sc.

Prof. Carlos Frederico Trotta Matt, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

JUNHO DE 2019

Americano da Costa, Mariana Miglio

Projeto Ótimo de Múltiplos Sistemas Passivos de Absorção Distribuídos Espacialmente/Mariana Miglio Americano da Costa. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2019.

XXIII, 139 p.: il.; 29,7cm.

Orientadores: Carlos Magluta

Ney Roitman

Daniel Alves Castello

Tese (doutorado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Civil, 2019.

Referências Bibliográficas: p. 113 – 122.

1. Sistema Passivo de Absorção. 2. Parâmetros Incertos. 3. Simulação de Monte Carlo. 4. Análise de Robustez. I. Magluta, Carlos *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil. III. Título.

*Aos meus pais, Alfredo e Angela,
ao meu irmão, Thomaz, e ao
meu marido Daniel.*

Agradecimentos

A Deus.

Aos meus orientadores, Carlos Magluta, Ney Roitman e Daniel Castello, por tantos ensinamentos, pelo apoio, pela paciência e, principalmente, pelo incentivo ao longo destes últimos anos; minha eterna gratidão.

A toda minha família, às minhas avós, à minha dinda, meus tios/tias, primas e a Iara, sou infinitamente grata pelo apoio e incentivo incondicional de vocês. Mesmo que, na maioria das vezes, ausentes fisicamente, sempre estiveram presentes.

À minha querida amiga Andréa, minha super parceira de todas as horas desde o mestrado, obrigada por tudo!

Aos amigos do LabEst, Dianelys, Laila, Marcela, Natasha, Edilson, Elvis, Joan, Michael, Renato e Teotônio. Vocês, sem dúvidas, tornaram meus dias mais alegres.

A Thassiana, pela amizade sincera, pelo apoio infinito e risadas intermináveis.

Aos funcionários, Flávio, Gilberto, Orlando e Sandra.

A CAPES pelo apoio financeiro.

A todos que direta ou indiretamente contribuíram para que eu chegasse até aqui.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

PROJETO ÓTIMO DE MÚLTIPLOS SISTEMAS PASSIVOS DE ABSORÇÃO
DISTRIBUÍDOS ESPACIALMENTE

Mariana Miglio Americano da Costa

Junho/2019

Orientadores: Carlos Magluta

Ney Roitman

Daniel Alves Castello

Programa: Engenharia Civil

Sistemas Passivos de Absorção ou Tuned Mass Dampers (TMDs) são amplamente utilizados para reduzir vibrações indesejadas em estruturas. No entanto, o desempenho destes sistemas é bastante sensível à presença de incertezas inerentes ao processo de calibração do modelo e construção. Nesta Tese propõe-se (i) uma metodologia que busca obter projetos ótimos de múltiplos TMDs distribuídos e, (ii) um critério para avaliar o nível de robustez do projeto sob diferentes níveis de incertezas. As análises foram realizadas em uma viga e placa retangular, permitindo, assim, além de verificar a metodologia proposta, aprofundar o conhecimento do comportamento deste sistema. A solução ótima é obtida por meio de um algoritmo de otimização e a robustez é estimada por meio de análises de simulação de Monte Carlo. As análises apresentadas consideram incertezas oriundas dos TMDs, da estrutura principal e de ambos simultaneamente. Estas análises permitem construir um gráfico de projeto a partir do qual se pode obter a robustez da solução ótima em função das incertezas do modelo.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

ON THE OPTIMAL DESIGN OF SPATIALLY DISTRIBUTED TUNED MASS
DAMPERS

Mariana Miglio Americano da Costa

June/2019

Advisors: Carlos Magluta

Ney Roitman

Daniel Alves Castello

Department: Civil Engineering

Tuned-Mass-Dampers (TMD) have been widely used to suppress undesirable structural vibrations. Nevertheless, the performance of TMDs designs is quite sensitive to uncertainties associated to the model tuning and physical system construction. This thesis proposes (i) a methodology that seeks optimum designs of Multiple TMDs spatially distributed and (ii) a straightforward way to analyze the level of robustness of the optimum design under different levels of model uncertainties. These analyzes were performed in a beam and a rectangular plate aiming at understanding the characteristics of the approach and its effectiveness. The optimum solution is determined by means of an optimization algorithm and the robustness is computed by means of Monte Carlo simulation analyses. The analyses consider that uncertainties may come from TMD model parameters, from the main system parameters and from both of them simultaneously. These analyses allow one to build a design chart from which one may obtain the robustness of the optimum solution as a function of model uncertainties.

Sumário

Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xix
1 Introdução	1
1.1 Motivação	1
1.2 Objetivo do Trabalho	3
1.3 Revisão Bibliográfica	4
1.3.1 Único sistema passivo de absorção	5
1.3.2 Múltiplos sistemas passivos de absorção	6
1.3.3 Sistemas passivos de absorção com parâmetros incertos	13
2 Base Teórica	17
2.1 Metodologia proposta por Den Hartog [1]	17
2.2 Metodologia proposta por Jangid [2]	20
2.3 Modelo Computacional	21
2.3.1 Técnica de subestruturação	24
2.4 Abordagens para otimização	27
2.4.1 Funções objetivos	29
2.4.2 Algoritmo de Otimização	31
2.5 Critérios de Eficiência	32
2.6 Critérios para a análise da Robustez	32
2.7 Metodologia Proposta	34

3	Metodologia de Projeto	39
3.1	Placa	39
3.1.1	Modelagem Computacional e Validação do modelo	40
3.1.2	Projeto com 1 Sistema de Absorção	45
3.1.3	Influência da massa total do TMD na eficiência do projeto	48
3.1.4	Projeto com múltiplos sistemas localizados na mesma posição	51
3.1.5	Projeto com múltiplos sistemas localizados em posições distintas	61
3.2	Viga	75
3.2.1	Projeto com 1 Sistema de Absorção	75
3.2.2	Projeto com múltiplos sistemas localizados na mesma posição	77
3.2.3	Projeto com múltiplos sistemas localizados em posições distintas	82
3.3	Discussão	87
4	Análise de Risco	89
4.1	Escolha das incertezas nos Parâmetros	89
4.2	Análise de sensibilidade local	90
4.3	Análise de robustez	96
4.4	Discussão	108
5	Conclusões	109
	Referências Bibliográficas	113
A	Tabelas	123
A.1	Placa	123
A.1.1	Projeto com 1 Sistema de Absorção	123
A.1.2	Influência da massa total do TMD na eficiência do projeto	123
A.1.3	Projeto com múltiplos sistemas localizados na mesma posição	124
A.1.4	Projeto com múltiplos sistemas localizados em diferentes posições	131
A.2	Viga	136

A.2.1	Projeto com 1 Sistema de Absorção	136
A.2.2	Projeto com múltiplos sistemas localizados na mesma posição	136
A.2.3	Projeto com múltiplos sistemas localizados em diferentes posições	136

Lista de Figuras

2.1	Configuração estrutural utilizada por Den Hartog.	18
2.2	Resposta em Frequência do modelo de DH considerando alguns valores para a razão de amortecimento [1]	19
2.3	Estrutura com 1 sistema de absorção acoplado e seus respectivos parâmetros.	28
2.4	Fluxograma para a implementação da metodologia para projetos com múltiplos sistemas de absorção distribuídos espacialmente (<i>PASSO 1</i> ao <i>PASSO 4</i>).	38
3.1	Vista geral da placa de alumínio do LADEPIS: Estrutura com 1 sistema acoplado e Estrutura com 5 sistemas acoplados.	40
3.2	Placa	40
3.3	FRF do modelo experimental e numérico: Estrutura Original (Placa).	42
3.4	FRF experimental e predições das FRFs a partir dos modelos completo e reduzido: Estrutura + 1 TMD.	43
3.5	FRF experimental e predições das FRFs a partir dos modelos completo e reduzido: Estrutura + 5 TMDs.	44
3.6	Resposta ótima da estrutura (Placa) com 1 TMD a partir do projeto de Den Hartog e dos projetos obtidos a partir da minimização das normas \mathcal{H}_∞ e \mathcal{H}_2 . Os parâmetros de busca são rigidez e amortecimento, nenhuma restrição é imposta ao amortecimento modal.	46

3.7	Resposta ótima da estrutura (Placa) com 1 TMD acoplado utilizando Den Hartog e PSO (\mathcal{H}_∞ e \mathcal{H}_2), sendo a rigidez e o amortecimento (limitado até 4%) os parâmetros de busca	47
3.8	Resposta ótima da estrutura com 1 TMD acoplado adotando diferentes relações de massa para este sistema, sendo a rigidez e o amortecimento (limitado até 4%) os parâmetros de busca.	49
3.9	Resposta ótima da estrutura com 1 TMD acoplado adotando diferentes relações de massa para este sistema, sendo a rigidez e o amortecimento os parâmetros de busca. Nestes projetos não foram consideradas restrições nas taxas de amortecimento.	50
3.10	Comparação entre as eficiências do projeto devido à variação da relação de massa considerando duas situações de amortecimento: livre e limitado até 4%.	50
3.11	Comparação entre 1 TMD e 5 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (Placa).	52
3.12	5 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (Placa): Todos os TMDs apresentam (a) a mesma massa e, (b) mesma rigidez.	53
3.13	Comparação da resposta ótima da estrutura com 5 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura considerando duas situações: amortecimento individual para cada um dos TMDs e amortecimento igual para todos os TMDs, utilizando a métrica definida pelo (a) \mathcal{H}_∞ e (b) \mathcal{H}_2	55
3.14	Comparação da resposta ótima da estrutura com 10 TMDs acoplados em série na estrutura considerando duas situações: amortecimento individual para cada um dos TMDs e amortecimento igual para todos os TMDs, utilizando a métrica definida pelo (a) \mathcal{H}_∞ e (b) \mathcal{H}_2	56

3.15	Comparação da resposta ótima da estrutura com 15 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura considerando duas situações: amortecimento individual para cada um dos TMDs e amortecimento igual para todos os TMDs, utilizando a métrica definida pelo (a) \mathcal{H}_∞ e (b) \mathcal{H}_2	56
3.16	Comparação da resposta ótima da estrutura com 20 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura considerando duas situações: amortecimento individual para cada um dos TMDs e amortecimento igual para todos os TMDs, utilizando a métrica definida pelo (a) \mathcal{H}_∞ e (b) \mathcal{H}_2	56
3.17	Taxa de amortecimento otimizada $\{\xi_1, \dots, \xi_n\}$ para cada TMD. Foi considerado $n \in \{5, 10, 15, 20\}$ e três diferentes otimizações por meio do PSO para cada n (Não foi imposta limitação para o amortecimento). Círculo vermelho \circ : $n=5$. Triângulo preto Δ : $n = 10$. Losango azul \diamond : $n = 15$. Cruz verde $+$: $n = 20$	58
3.18	Diagrama de caixa dos parâmetros ótimos $\{\xi_i^{\text{otim}_j} i = 1, \dots, n; j = 1, 2, 3\}$ na qual não existe restrição para ξ , sendo: (a) $\{\xi_1, \dots, \xi_n\}$ independentes. e, (b) $\{\xi_1 = \xi_2 = \dots = \xi_n\}$	58
3.19	Resposta ótima da estrutura com múltiplos sistemas acoplados na mesma posição na estrutura considerando (a) Massa total dos sistemas igual a 1,0kg, (b) Massa total dos sistemas igual a 0,5kg e (c) Massa total dos sistemas igual a 0,25kg.	59
3.20	Comparação entre as taxas de amortecimento do projeto devido à variação de sistemas acoplados na mesma posição na estrutura considerando 3 situações de massa total: 1,0kg, 0,5kg e 0,25kg.	60
3.21	Massa efetiva da Placa no primeiro modo de vibração.	62
3.22	Relação entre a massa efetiva e a massa total da placa nas duas direções (a) L_x , sendo $L_y = 0,5$ e (b) L_y , sendo $L_x = 0,5$	62

3.23	Três diferentes posições nas quais serão considerados conjuntos de 5 subsistemas acoplados em cada ponto por vez (dimensões em m).	63
3.24	Resposta da estrutura otimizada com 5 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura, considerando 3 diferentes localidades da estrutura.	63
3.25	Posições dos 5 sistemas acoplados em diferentes posições na estrutura (dimensões em m).	64
3.26	Resposta ótima da estrutura com 5 TMDs acoplados em diferentes posições com a massa total de 1,0kg (2% da massa total), adotando diferentes relações de massa no centro com (a) amortecimento livre e (b) amortecimento limitado a 4%.	66
3.27	Comparação da resposta da estrutura otimizada com 5 TMDs distribuídos espacialmente com as massas adjacentes iguais e outra situação apresentando as massas adjacentes diferentes, sendo a massa total nas duas situações igual a 1,0kg (10% da massa efetiva ou 2% da massa total) e o amortecimento limitado a 4%.	67
3.28	Localização dos 9 sistemas acoplados em diferentes posições na estrutura (dimensões em m).	67
3.29	Resposta ótima da estrutura com 5 e 9 TMDs distribuídos espacialmente na estrutura entretanto com a mesma relação de massa total, mesma relação de massa no centro igual a 0,2kg (0,4% da massa total ou 2% da massa efetiva)e com a taxa de amortecimento limitada a 4%.	68
3.30	Comparação da resposta ótima da estrutura com 9 TMDs distribuídos espacialmente com a mesma relação de massa para todos os sistemas porém com diferentes massas totais, 1,0kg (2% da massa total) e 3,0kg (6% da massa total)	70

3.31	Comparação da resposta ótima da estrutura com 9 TMDs distribuídos espacialmente com as massas adjacentes iguais e com diferentes massas adjacentes, sendo a massa total nas duas situações igual a 1,0kg (10% da massa efetiva ou 2% da massa total) e o amortecimento limitado a 4%.	70
3.32	Resposta ótima da estrutura com 9 TMDs distribuídos espacialmente com diferentes massas adjacentes e o amortecimento limitado em 4%, 6%, 8% e livre.	71
3.33	Massa efetiva da Placa no segundo modo de vibração.	73
3.34	Massa efetiva da Placa no terceiro modo de vibração.	73
3.35	Massa efetiva da Placa no quarto modo de vibração.	74
3.36	Resposta da estrutura (Viga) otimizada com 1 TMD utilizando Den Hartog e o PSO adotando duas diferentes métricas (\mathcal{H}_∞ e \mathcal{H}_2), sendo a rigidez e o amortecimento os parâmetros de busca.	76
3.37	Comparação entre 1 TMD e 5 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (Viga).	77
3.38	5 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (Viga): Todos os TMDs apresentam (a) a mesma massa e, (b) mesma rigidez.	78
3.39	Resposta ótima da estrutura utilizando 5 TMDs acoplados na mesma posição (centro da viga), sendo a rigidez e amortecimento (limitado a 4%) os parâmetros de busca.	79
3.40	Resposta ótima da estrutura utilizando 5, 10 e 15 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (centro da viga), sendo a massa e o amortecimento (limitado a 4%) os parâmetros de busca.	80
3.41	Resposta ótima da estrutura utilizando 5, 10 e 15 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (centro da viga), sendo a massa e amortecimento (sem restrição) os parâmetros de busca.	81
3.42	Taxas de amortecimento do projeto devido a variação de sistemas acoplados na mesma posição na estrutura.	82

3.43	Relação entre a massa efetiva e a massa total da viga.	83
3.44	(a) Viga com 5 sistemas em diferentes posições - Configuração a (dimensões em m).	84
3.45	(b) Viga com 5 TMDs em diferentes posições - Configuração b (dimensões em m).	84
3.46	Relação de massa de cada um dos TMDs considerando a configuração (a) e (b).	84
3.47	Resposta ótima da estrutura utilizando 5 TMD espalhados na viga, sendo a massa e amortecimento (limitado a 4%) os parâmetros de busca, sendo (a) e (b), as configurações da viga indicadas nas Figuras 3.44 e 3.45, respectivamente.	85
3.48	Resposta ótima da estrutura com 5 TMDs acoplados em diferentes posições na estrutura (Viga), sendo a massa e amortecimento os parâmetros de busca.	87
3.49	Relação entre a massa efetiva e a massa total da viga no (a) Segundo modo e no (b) Terceiro modo.	88
4.1	Localização dos 4 subgrupos referentes aos 9 sistemas acoplados em diferentes posições na estrutura (dimensões em m). Com relação às massas efetiva tem-se que, $m_{ef}^A = 10kg$, $m_{ef}^B = 20kg$, $m_{ef}^C = 16kg$ e $m_{ef}^D = 12kg$	91
4.2	Perda de eficiência do projeto (β) como função da variação dos parâmetros de rigidez, massa e amortecimento por subgrupo.	92
4.3	Perda de eficiência β dos múltiplos sistemas acoplados a estrutura como função da variação do seguintes parâmetros E , ρ , ξ_0 , m_{total} , k_{total} e ξ_{total}	95
4.4	Média e Desvio padrão da eficiência da estrutura para 5000 realizações.100	

4.5	Caso C1: Resposta ótima da estrutura (Placa) como função da frequência. Linha vermelha contínua (—): média das realizações $H(\theta, \psi, \omega)$. Linha preta contínua ($\cdot \cdot \cdot$): resposta no ponto de ótimo $H(\hat{\theta}, \psi_0, \omega)$. Região cinza: Envoltório estocástico contendo todas as realizações $H(\theta, \psi, \omega)$	101
4.6	Caso C2: Resposta ótima da estrutura (Placa) como função da frequência. Linha vermelha contínua (—): média das realizações $H(\theta, \psi, \omega)$. Linha preta contínua ($\cdot \cdot \cdot$): resposta no ponto de ótimo $H(\hat{\theta}, \psi_0, \omega)$. Região cinza: Envoltório estocástico contendo todas as realizações $H(\theta, \psi, \omega)$	102
4.7	Caso C3: Resposta ótima da estrutura (Placa) como função da frequência. Linha vermelha contínua (—): média das realizações $H(\theta, \psi, \omega)$. Linha preta contínua ($\cdot \cdot \cdot$): resposta no ponto de ótimo $H(\hat{\theta}, \psi_0, \omega)$. Região cinza: Envoltório estocástico contendo todas as realizações $H(\theta, \psi, \omega)$	102
4.8	Caso C4: Resposta ótima da estrutura (Placa) como função da frequência. Linha vermelha contínua (—): média das realizações $H(\theta, \psi, \omega)$. Linha preta contínua ($\cdot \cdot \cdot$): resposta no ponto de ótimo $H(\hat{\theta}, \psi_0, \omega)$. Região cinza: Envoltório estocástico contendo todas as realizações $H(\theta, \psi, \omega)$	102
4.9	Caso C5: Resposta ótima da estrutura (Placa) como função da frequência. Linha vermelha contínua (—): média das realizações $H(\theta, \psi, \omega)$. Linha preta contínua ($\cdot \cdot \cdot$): resposta no ponto de ótimo $H(\hat{\theta}, \psi_0, \omega)$. Região cinza: Envoltório estocástico contendo todas as realizações $H(\theta, \psi, \omega)$	103
4.10	Histograma normalizado para a perda de eficiência β quando $\lambda = 0,3$ considerando os cenários C2, C3, C4 e C5	103
4.11	Resposta ótima da estrutura (Placa) com 9 TMDs acoplados e a média das realizações dos cinco cenários analisados.	104

4.12	CDF da perda de eficiência β - Incerteza no Sistema de Absorção: Mesmo desvio para os 9 TMDs (Caso C2), considerando $\lambda=5\%$, $\lambda=10\%$, $\lambda=15\%$, $\lambda=20\%$, $\lambda=25\%$ e $\lambda=30\%$	105
4.13	Comparação das CDFs em função da perda de eficiência β entre os cenários C2, C3, C4 e C5.	106
4.14	Comparação entre o histograma normalizado para a eficiência (\mathcal{E}) e para a perda de eficiência (β) de 1 TMD e 9 TMDs, considerando incerteza na Estrutura Principal + Incerteza no Sistema de Absorção: Mesmo desvio.	106
4.15	Resumo da variação dos parâmetros (ω^2 e ξ) em função da perda de eficiência β	107

Lista de Tabelas

3.1	Características da placa	40
3.2	Estrutura Original.	42
3.3	Estrutura Original + 1 Sistema de Absorção.	44
3.4	Estrutura Original + 5 Sistemas de Absorção	45
3.5	Parâmetros ótimos (Placa) - 1 TMD, ξ_{livre}	47
3.6	Parâmetros ótimos de 9 TMDs acoplados em diferentes posições na estrutura considerando duas situações: Diferente calibração (m e ξ são os parâmetros de busca) e Mesma calibração (k e ξ são os parâmetros de busca).	71
3.7	Características da viga	75
3.8	Parâmetros ótimos - 1 TMD, ξ_{livre}	75
3.9	Parâmetros ótimos - 5 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (Viga), $\xi \leq 4\%$	79
3.10	Parâmetros ótimos - 5 TMDs acoplados em diferentes posições na estrutura (Viga), $\xi \leq 4\%$ - Configuração a	85
3.11	Parâmetros ótimos - 5 TMDs acoplados em diferentes posições na estrutura (Viga), $\xi \leq 4\%$ - Configuração b	86
4.1	Probabilidade da perda de eficiência (β) por faixas percentuais como função da variação de λ	104
A.1	Parâmetros ótimos (Placa) - 1 TMD, $\xi \leq 4$. k e ξ são os parâmetros de busca.	123

A.2	Parâmetros ótimos - 1 TMD, variando a relação de massa, $\xi \leq 4\%$. k e ξ são os parâmetros de busca.	123
A.3	Parâmetros ótimos - 1 TMDs, variando a relação de massa e ξ_{livre} . k e ξ são os parâmetros de busca.	124
A.4	5 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (Placa), $\Delta=10\%$ e $\xi = 4$. m e ξ são os parâmetros de busca.	124
A.5	Parâmetros ótimos dos 5 TMDs acoplados na mesma posição na es- trutura, considerando duas situações: amortecimento igual para to- dos os TMDs e amortecimento individual para cada um dos TMDs, utilizando a métrica definida pelo \mathcal{H}_2 m e ξ são os parâmetros de busca.	124
A.6	Parâmetros ótimos dos 5 TMDs acoplados na mesma posição na es- trutura, considerando duas situações: amortecimento igual para to- dos os TMDs e amortecimento individual para cada um dos TMDs, utilizando a métrica definida pelo \mathcal{H}_∞ m e ξ são os parâmetros de busca.	125
A.7	Parâmetros ótimos dos 10 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura, considerando duas situações: amortecimento igual para todos os TMDs e amortecimento individual para cada um dos TMDs, utilizando a métrica definida pelo \mathcal{H}_2 m e ξ são os parâmetros de busca.	125
A.8	Parâmetros ótimos dos 10 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura, considerando duas situações: amortecimento igual para todos os TMDs e amortecimento individual para cada um dos TMDs, utilizando a métrica definida pelo \mathcal{H}_∞ m e ξ são os parâmetros de busca.	125
A.9	Parâmetros ótimos dos 15 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura, considerando duas situações: amortecimento igual para todos os TMDs e amortecimento individual para cada um dos TMDs, utilizando a métrica definida pelo \mathcal{H}_2 m e ξ são os parâmetros de busca.	126

A.10	Parâmetros ótimos dos 15 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura, considerando duas situações: amortecimento igual para todos os TMDs e amortecimento individual para cada um dos TMDs, utilizando a métrica definida pelo \mathcal{H}_∞ m e ξ são os parâmetros de busca.	126
A.11	Parâmetros ótimos dos 20 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura, considerando duas situações: amortecimento igual para todos os TMDs e amortecimento individual para cada um dos TMDs, utilizando a métrica definida pelo \mathcal{H}_2 m e ξ são os parâmetros de busca.	127
A.12	Parâmetros ótimos dos 20 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura, considerando duas situações: amortecimento igual para todos os TMDs e amortecimento individual para cada um dos TMDs, utilizando a métrica definida pelo \mathcal{H}_∞ m e ξ são os parâmetros de busca.	128
A.13	Parâmetros ótimos de 5 e 10 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura, $m_{total} = 1,0kg$ e $\xi \leq 4\%$. m e ξ são os parâmetros de busca.	128
A.14	Parâmetros ótimos de 15 e 20 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura, $m_{Total} = 1,0kg$ e $\xi \leq 4\%$. m e ξ são os parâmetros de busca.	129
A.15	Parâmetros ótimos de 5 e 10 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura, $m_{Total} = 0,5kg$ e $\xi \leq 4\%$. m e ξ são os parâmetros de busca.	129
A.16	Parâmetros ótimos de 15 e 20 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura, $m_{Total} = 0,5kg$ e $\xi \leq 4\%$. m e ξ são os parâmetros de busca.	130
A.17	Parâmetros ótimos de 5 e 10 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura, $m_{Total} = 0,25kg$ e $\xi \leq 4\%$. m e ξ são os parâmetros de busca.	131
A.18	Parâmetros ótimos de 15 e 20 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura, $m_{Total} = 0,25kg$ e $\xi \leq 4\%$. m e ξ são os parâmetros de busca.	131

A.19	Parâmetros ótimos de 5 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (P2) (6% da massa efetiva) e P3 (1% da massa efetiva) e, $\xi \leq 4\%$. m e ξ são os parâmetros de busca.	132
A.20	Parâmetros ótimos de 5 TMDs acoplados à estrutura em diferentes posições, sendo o $m_1 = 0,8kg$ e $m_{total} = 1,0kg$, considerando duas situações: ξ_{livre} e $\xi \leq 4\%$. k e ξ são os parâmetros de busca.	132
A.21	Parâmetros ótimos de 5 TMDs acoplados em diferentes posições na estrutura, sendo o $m_1 = 0,6kg$ e $m_{total} = 1,0kg$, considerando duas situações: ξ_{livre} e $\xi \leq 4\%$. k e ξ são os parâmetros de busca.	132
A.22	Parâmetros ótimos de 5 TMDs acoplados em diferentes posições na estrutura, sendo o $m_1 = 0,4kg$ e $m_{total} = 1,0kg$, considerando duas situações: ξ_{livre} e $\xi \leq 4\%$. k e ξ são os parâmetros de busca.	133
A.23	Parâmetros ótimos de 5 TMDs acoplados em diferentes posições na estrutura, sendo o $m_1 = 0,2kg$ e $m_{total} = 1,0kg$, considerando duas situações: ξ_{livre} e $\xi \leq 4\%$. k e ξ são os parâmetros de busca.	133
A.24	Parâmetros ótimos de 5 TMDs acoplados em diferentes posições na estrutura considerando duas situações: Mesma calibração (k e ξ são os parâmetros de busca) e Diferente calibração (m e ξ são os parâmetros de busca).	133
A.25	Parâmetros ótimos de 5 e 9 TMDs acoplados à estrutura em diferentes posições. k e ξ são os parâmetros de busca.	134
A.26	Parâmetros ótimos de 9 TMDs acoplados em diferentes posições na estrutura em diferentes posições calibrado com a mesma relação de massa, $m_{total} = 1,0kg$. k e ξ são os parâmetros de busca.	134
A.27	Parâmetros ótimos de 9 TMDs acoplados em diferentes posições na estrutura em diferentes posições calibrado com a mesma relação de massa, $m_{total} = 3,0kg$. k e ξ são os parâmetros de busca.	134

A.28 Parâmetros ótimos de 9 TMDs acoplados em diferentes posições na estrutura considerando $\xi \leq 4\%$ e $\xi \leq 6\%$. m e ξ são os parâmetros de busca.	135
A.29 Parâmetros ótimos de 9 TMDs acoplados em diferentes posições na estrutura considerando $\xi \leq 8\%$ e ξ_{livre} . m e ξ são os parâmetros de busca.	135
A.30 Parâmetros ótimos - 1 TMD, $\xi \leq 4\%$	136
A.31 5 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (Viga), $\Delta=12,5\%$ e $\xi \leq 4$	136
A.32 Parâmetros ótimos - 5 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (Viga), $\xi \leq 4\%$	136
A.33 Parâmetros ótimos - 10 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (Viga), $\xi \leq 4\%$	137
A.34 Parâmetros ótimos - 15 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (Viga), $\xi \leq 4$	137
A.35 Parâmetros ótimos - 5 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (Viga), ξ_{livre}	137
A.36 Parâmetros ótimos - 10 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (Viga), ξ_{livre}	138
A.37 Parâmetros ótimos - 15 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (Viga), ξ_{livre}	138
A.38 Parâmetros ótimos - 5 TMDs acoplados em diferentes posições na estrutura (Viga), $\xi \leq 10\%$, Diferentes posições - Configuração a	138
A.39 Parâmetros ótimos - 5 TMDs acoplados em diferentes posições na estrutura (Viga), $\xi \leq 10\%$, Diferentes posições - Configuração b	139

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

O sistema de controle passivo é uma alternativa simples e eficiente para reduzir as amplitudes de vibração em estruturas. Estes sistemas são constituídos por massas, molas e amortecedores, sintonizados para um modo de vibração particular da estrutura sobre a qual estão instaladas.

Estes dispositivos não necessitam de fontes externas de energia para o controle. São bastante utilizados devido à sua simplicidade de projeto e execução, seu baixo custo de instalação e, quando calibrados corretamente, sua eficiência é extremamente alta. Em contrapartida, a eficácia deste sistema está limitada à faixa de frequência em que atua, além de apresentar sensibilidade a variações dos parâmetros em relação a incertezas quanto ao comportamento dinâmico do sistema estrutural. Desta forma, a calibração adequada dos absorsores é imprescindível para a eficiência do projeto.

De um modo geral, a alta sensibilidade de um único sistema de absorção pode ser contornada adotando-se múltiplos sistemas simultaneamente com diferentes calibrações para suprimir um modo de vibração estrutural [2–5]. Neste contexto, a apresentação e discussão dos principais aspectos práticos e a definição dos parâmetros ótimos dos sistemas sob diferentes tipos de excitação são temas amplamente estudados na literatura por diversos autores [1–3, 6–9].

O número ideal de dispositivos a serem instalados, as posições adotadas na es-

estrutura e os parâmetros ótimos destes sistemas são assuntos de grande interesse para os engenheiros. O desempenho de projetos envolvendo múltiplos sistemas de absorção, também conhecidos como MTMDs (*Multiple Tuned Mass Dampers*), pode ser melhorado se os TMDs estiverem distribuídos de maneira ideal de acordo com as propriedades modais da estrutura. A literatura, no entanto, mostra um trabalho de pesquisa relativamente mínimo sendo conduzido em projetos com MTMDs espacialmente distribuídos, os quais são conhecidos por seu acrônimo d-MTMDs (*distributed Multiple Tuned Mass Dampers*). Segundo ELIAS e MATSAGAR [10], em uma pesquisa rebuscada na literatura no ano de 2017 foram encontrados apenas 19 artigos publicados considerando d-MTMDs, nos quais a maioria dos trabalhos considera análises em edifícios.

Projetos estruturais estão associados a altos níveis de incertezas relacionadas à fabricação e operação, tais como características mecânicas, carga externa e parâmetros geométricos [11, 12]; medições revelam claramente a variabilidade e incertezas associadas aos diferentes parâmetros do modelo [13]. Para representar esta variação era usual considerar hipóteses simplificadoras, como a definição de valores médios dos parâmetros, valores extremos, ou até fator de segurança. Entretanto estas simplificações se afastam do paradigma atual de projetos econômicos e confiáveis [11, 12].

Projetos obtidos por modelos determinísticos, ou seja, considerando que as incertezas nos sistemas estruturais têm efeitos desprezíveis, podem tornar-se inviáveis quando considera-se que alguns parâmetros do projeto possuem certo nível de incerteza [13, 14].

Levando em consideração as incertezas associadas aos sistemas de absorção e a variação da frequência natural da estrutura principal, a análise das incertezas no projeto estrutural torna-se essencial para se obter um projeto de sistema de controle confiável e robusto. Segundo YANG *et al.* [7], pequenos desvios na rigidez ótima do sistema de absorção podem reduzir significativamente a eficiência deste dispositivo. Logo, a aplicação de procedimentos de projeto que consideram incertezas garante que o sistema analisado funcionará dentro das margens prescritas com uma certa

confiabilidade [13].

Neste contexto, para a construção de projetos ótimos com múltiplos sistemas distribuídos espacialmente deve ser utilizada uma metodologia capaz de lidar com problemas dinâmicos que envolvem incertezas nas propriedades estruturais e, ao mesmo tempo, proporcione um desempenho satisfatório do sistema estrutural [11, 15, 16].

A estimativa da incerteza em projetos estruturais é um tema ainda não consolidado na literatura, sendo a abordagem probabilística, a mais completa [14, 17]. Dentre os métodos utilizados para simular o comportamento estocástico do sistema, a simulação de Monte Carlo é bastante usual [16, 18, 19]. No contexto de projetos de sistemas de absorção, os parâmetros ótimos e as melhores posições para os d-MTMDs serem instalados na estrutura também é uma área que tem sido estudada nos últimos anos, destaca-se o interesse de muitas pesquisas no desenvolvimento de metodologias ideais para a atenuação da resposta dinâmica estrutural.

Nessa perspectiva, torna-se possível verificar a relevância em construir uma metodologia para projetos com múltiplos sistemas passivos de absorção distribuídos espacialmente que considera análises de incertezas.

1.2 Objetivo do Trabalho

O objetivo da tese é desenvolver uma metodologia para projetos com múltiplos sistemas distribuídos espacialmente que considera análises de incertezas. Segundo LI [20] a uniformidade da resposta em frequência é uma característica de projetos mais robustos; desta maneira, os sistemas de absorção foram projetados de forma a se obter uma resposta em frequência mais uniforme possível dentro da banda de interesse.

O presente trabalho compõe-se de cinco capítulos. A organização geral pode ser resumida da seguinte maneira:

- Capítulo 1: Apresenta a relevância do tema de estudo, bem como os objetivos,

a estrutura de desenvolvimento do trabalho e a revisão bibliográfica do tema.

- Capítulo 2: Apresenta a base teórica resumida para a construção da metodologia e das análises realizadas.
- Capítulo 3: Aborda critérios utilizados para a otimização, analítica e numérica, e o desenvolvimento da metodologia.
- Capítulo 4: Apresenta uma análise de sensibilidade por meio de simulações de Monte Carlo, para cada parâmetro incerto e para uma situação combinada destes parâmetros. Apresenta também um critério que permite ao projetista definir a perda e os riscos aceitáveis para o projeto e com isto obter a faixa tolerável na qual os parâmetros definidos possam variar.
- Capítulo 5: Resume o estudo ao longo deste trabalho e são apresentadas as sugestões para complementar a pesquisa da tese.

1.3 Revisão Bibliográfica

Estruturas pouco amortecidas podem desenvolver grandes amplitudes de vibrações para cargas atuando perto da frequência de ressonância. Estas vibrações podem ser reduzidas adicionando-se um ou mais sistemas secundários composto por massas, molas e amortecedores adequadamente calibrados [1–3, 6, 21]. Tais sistemas são conhecidos na literatura como amortecedor de massa sintonizado, um tipo comum de sistema de controle passivo.

O amortecedor de massa sintonizado ou sistema passivo de absorção é comumente chamado na literatura internacional de *Tuned Mass Damper* (TMD). Este dispositivo absorve parte da energia do sistema principal e dissipa esta energia por meio do próprio amortecimento [22–24].

A utilização do TMD tem se expandido cada vez mais [8, 25], sendo bastante utilizado em estruturas esbeltas e/ou sujeitas a vibrações indesejadas além dos fenômenos naturais como terremoto e vento [5, 8, 26, 27]. Na literatura há muitas

revisões bibliográficas a respeito deste sistema [8, 10, 28–31].

Neste trabalho as referências bibliográficas foram divididas em: Único sistema passivo de absorção, Múltiplos sistemas passivos de absorção e Sistemas passivos de absorção com parâmetros incertos, nos itens 1.3.1, 1.3.2 e 1.3.3, respectivamente, deste capítulo. As referências estão apresentados por ordem cronológica do ano de publicação.

1.3.1 Único sistema passivo de absorção

A idéia inicial do amortecedor de massa sintonizado foi proposta em 1909 por FRA [32], o modelo empregado era muito simples, composto apenas por um sistema massa-mola adequadamente sintonizado, sem amortecedor, agregado a um sistema principal também representado por uma massa e uma mola. Este sistema era utilizado para reduzir o balanço dos navios devido às ondas.

Segundo NISHIMURA *et al.* [33], a otimização da frequência do TMD foi estudada pela primeira vez em 1935 por Erich Hahnkamm. Neste estudo foi determinada uma rigidez ótima para reduzir a resposta do sistema e este resultado foi introduzido na primeira edição do livro Mechanical Vibration de Den Hartog DEN HARTOG [1] .

DEN HARTOG [1], em 1956, desenvolveu analiticamente expressões para obter os parâmetros ótimos de um sistema de absorção acoplado a uma estrutura principal sem amortecimento quando está submetida a um carregamento harmônico. Estas expressões são apresentadas na seção 2.1 do Capítulo 2. Subsequentemente, a fórmula para calcular os parâmetros ótimos do TMD sob diferentes condições de excitação de carga foi estudada e o efeito do amortecimento no sistema principal foi investigado por WARBURTON [6] em 1982.

O comportamento do TMD é definido pela massa, frequência de calibração e taxa de amortecimento. Sendo denominado como frequência de calibração a frequência natural do sistema de absorção. Normalmente, se recomenda que estes parâmetros sejam otimizados para melhorar o desempenho do dispositivo. A determinação dos

valores ótimos dos parâmetros citados de acordo com diferentes objetivos (reduzir os deslocamentos máximos, reduzir os esforços cisalhantes entre os andares do edifício, etc.) e para diferentes tipos de excitação (harmônicas, ruído branco, etc.) foi investigado por vários pesquisadores em estruturas variadas como torres [10], turbinas eólicas [34] (recentemente em 2019), ponte [35], edifícios [36, 37], lajes [38], vigas [39] e placas [40]. Muito recentemente, em 2019, o TMD foi estudado por YUAN *et al.* [41] como uma maneira de reduzir vibrações em máquinas fresadoras.

Dentre as pesquisas mais recentes que investigaram a utilização de um sistema acoplado à estrutura pode-se citar KANG e PENG [42], em 2019, estudaram uma técnica para definição dos parâmetros ótimos quando adota-se uma grande relação de massa ($> 0,5$) para o TMD acoplado e FANG *et al.* [25], também em 2019, desenvolveram um procedimento para obter os parâmetros ótimos de um TMD acoplado a uma estrutura principal amortecida adotando-se um modelo simplificado de dois graus de liberdade.

1.3.2 Múltiplos sistemas passivos de absorção

A sensibilidade aos desvios de calibração é um dos inconvenientes enfrentados na utilização de um único TMD. Algumas incertezas referentes ao amortecimento e à frequência da estrutura principal bem como a calibração do TMD são inerentes às construções. Neste contexto, as pesquisas envolvendo múltiplos sistemas de absorção surgiram como resposta à demanda pelo desenvolvimento de novas técnicas que fossem mais robustas. Estas pesquisas podem ser separadas em dois tipos de configurações: (a) Múltiplos sistemas passivo de absorção (MTMDs) posicionados no mesmo local na estrutura, e (b) MTMDs distribuídos na estrutura.

(a) MTMD posicionados no mesmo local na estrutura

Em 1992, XU e IGUSA [22] mostraram que projetos com MTMDs são mais eficazes e robustos do que projetos com apenas um TMD com a massa total igual.

YAMAGUCHI e HARNPORNCHAI [23] investigaram analiticamente as características fundamentais de múltiplos absorsores sob uma excitação harmônica em função do intervalo de frequências dos sistemas, razão do amortecimento de cada absorsor e o número total de sistemas.

ABÉ e IGUSA [43] buscaram a otimização dos múltiplos sistemas por meio do cálculo variacional para sistemas excitados por frequências de banda larga.

ABÉ e FUJINO [44] mostraram um processo de caracterização dinâmica dos MTMDs e propuseram fórmulas de projeto, enquanto que, ABÉ e IGUSA [43] analisaram a utilização de múltiplos absorsores uniformemente espaçados em frequência em estruturas nas quais as frequências naturais são próximas.

JANGID [2] investigou, em 1999, os parâmetros ótimos de múltiplos absorsores acoplados a um sistema principal não amortecido. Com os resultados obtidos, foi feito um ajuste de curvas obtendo expressões para parâmetros ótimos.

A partir do ano 2000 até 2010, podem-se citar alguns estudos como, por exemplo, LI [45], que, em 2000 constatou que múltiplos absorsores com massas iguais são mais eficientes quando comparados com múltiplos absorsores com rigidezes iguais e também, quando comparados com um único absorsor contendo a mesma massa total.

BAKRE e JANGID [46], em 2004 investigaram os parâmetros ótimos dos MTMDs (razão de amortecimento, frequência de calibração e largura de banda) obtidos para diferentes quantidade de sistemas e razões de massas.

LI e NI [24], em 2007, concluíram que os múltiplos absorsores com a frequência e a taxa de amortecimento variando de maneira não uniforme entre si são mais eficazes e robustos quando comparados com TMDs calibrados com estes parâmetros variando uniformemente entre si.

Segundo ALI e MOON [36] os quais investigaram TMDs aplicados em projeto de controle de vibrações em edifícios, o TMD localizado no topo prédio, é geralmente instalado em uma sala que normalmente não é acessível ao público, como nos casos dos TMDs instalados no edifício John Hancock em Boston e no Citicorp em Nova

York. Entretanto, o TMD tipo pêndulo instalado na torre Taipei 101 é utilizado também como um elemento decorativo no interior do edifício, atraindo o interesse dos visitantes.

ZUO [47] concluiu que projetos com múltiplos TMDs posicionados em série são mais eficazes e robustos quando comparado com projetos considerando outras configurações com a mesma razão de massa.

Em 2011, PATIL e JANGID [48] comparam a utilização de um único TMD e Múltiplos TMDs acoplados no topo de um edifício submetido ao carregamento do vento. Os efeitos dos parâmetros de projeto, como relação de massa, taxa de amortecimento, número de sistemas, frequência de calibração e largura de banda de frequência foram analisados. As relações de massas foram variadas de 0,16% a 1,33%, e a taxa de amortecimento foi variada de 0,01 a 0,10, adotando sempre a mesma massa total para o TMD e para os MTMDs. Vale ressaltar que, nas situações com MTMDs, a rigidez de cada sistema foi mantida constante. A partir desta análise, constatou-se que os MTMDs são mais eficientes e robustos no controle de vibração do edifício quando comparados com um único TMD; entretanto, quando não se considera incerteza na rigidez, a eficiência de um único TMD é quase equivalente à eficiência considerando MTMDs.

YANG *et al.* [7], em 2015, comparou duas abordagens de otimização para projeto com MTMDs. Além disto neste trabalho analisaram também o efeito dos MTMDs considerando diferentes razões de massas, diferentes quantidades dos MTMDs acoplados e considerando desvios na rigidez da estrutura principal.

Nos três últimos anos, podemos citar WANG *et al.* [49] em 2017, estudaram múltiplos TMDs em série (SMTMDs) acoplados em um edifício de 1 andar submetido a uma aceleração na base. Para esta análise foi adotada uma massa total para os SMTMDs igual a 2% da massa da estrutura, sendo linearmente distribuída para cada TMD. Os parâmetros otimizados referentes aos SMTMDs foram: coeficientes de amortecimento, coeficientes de rigidez, coeficiente de distribuição de massa e o local de instalação. Concluiu-se que os SMTMDs são mais eficazes na redução de

múltiplos modos quando comparado com apenas um TMD acoplado na estrutura.

Em 2018, KIM e LEE [50] apresentaram análises de projetos com múltiplos sistemas em série (MTMDs) acoplados em uma estrutura de um grau de liberdade submetida a uma aceleração de base definida por um ruído branco com média zero. Este estudo primeiro investiga os parâmetros ótimos de seis tipos configurações dos MTMDs com restrições relacionadas à razão de frequência, taxa de amortecimento e distribuição de massa. Foram consideradas duas estratégias de otimização, a primeira assume que a única fonte de aleatoriedade é o carregamento, sendo assim, todos os outros parâmetros são considerados determinísticos, e, em contraste, a segunda estratégia considera além do carregamento aleatório, incertezas nos parâmetros estruturais do sistema. KIM e LEE [50] recomendaram projetos de múltiplos sistemas com taxa de amortecimento constante, coeficiente de rigidez constante e razão de frequência linearmente distribuída entre si.

Com o intuito de encontrarem os parâmetros ótimos dos múltiplos sistemas de absorção (MTMDs) acoplados a um edifício de 10 andares submetido a excitações por diferentes terremotos, BOZER e OZSARLYLLDLZ [51] otimizaram individualmente os parâmetros de rigidez e amortecimento de cada TMD do conjunto de MTMDs. Analisaram o comportamento de diversos conjuntos de MTMDs adotados e concluíram que, quanto maior é o número de TMD mais uniforme é o espaçamento da frequência e amortecimento, maior é a largura da banda em frequência reduzida e melhor é a eficiência. Entretanto, BOZER e OZSARLYLLDLZ [51] também observaram que a eficiência devido a utilização de 51 MTMDs é apenas levemente superior quando comparada com a utilização de 3 MTMDs além disso foi visto também que, o número de TMDs não tem influência na robustez. Considerando desvios de 10%, -10%, 20% e -20% na frequência natural da estrutura observou-se que, quando o número de TMDs aumenta, o número de sistemas que saem do ajuste de frequência ótimo é maior e a eficácia dos MTMDs é perdida.

Ainda em 2018, ARAZ e KAHYA [52] investigaram os parâmetros ótimos e a robustez de 5 modelos de MTMDs calibrados em diferentes configurações. Para

a análise de robustez foram considerados desvios de até 5% e -5% na frequência natural da estrutura e concluiu-se que 2 modelos com as seguintes configurações apresentaram melhores eficiências e robustez: Modelo 1, os valores de rigidez de todos os sistemas são iguais, as massas dos sistemas são diferentes, o coeficiente de amortecimento de todos os sistemas são iguais porém a taxa de amortecimento dos sistemas são diferentes. Modelo 2, os valores de rigidez de todos os sistemas são iguais, as massas dos sistemas são diferentes, o coeficiente de amortecimento dos sistemas são diferentes porém a taxa de amortecimento de todos os sistemas são iguais.

(b) MTMDs distribuídos na estrutura

Posicionar múltiplos sistemas em um único local/posição da estrutura além de não ser prático pode não ser viável do ponto de vista estrutural, tendo em vista que a relação de massa pode atingir 2-5% [42]. Neste contexto, a pesquisa é estendida para distribuir os amortecedores em diferentes posições espacialmente. Alguns autores dedicaram o estudo à otimização dos parâmetros e da posição dos sistemas auxiliares porém, conforme visto na pesquisa bibliográfica, estas análises são muito restritas a edifícios.

FENG e MITA [53], em 1995, propõem uma configuração não convencional de múltiplos TMDs distribuídos para reduzir as respostas dinâmicas em edifícios altos submetidos ao carregamento do vento e terremotos.

SADEK *et al.* [54], em 1997, determinaram os parâmetros ótimos de múltiplos TMDs acoplados a uma estrutura submetida a um carregamento provocado por terremotos. A partir de uma determinada relação de massa, a frequência de calibração e relação amortecimento é definida. O método também foi aplicado a um sistema de controle de vibração proposto por [53] para edifícios altos, os resultados mostram que a utilização dos parâmetros propostos podem reduzir as respostas.

CHEN e WU [55], WU e CHEN [56] estudaram o efeito de múltiplos TMDs distribuídos em um edifício de seis andares submetido a excitações sísmicas. Foram

considerados MTMDs com uma massa total de 3% da massa do edifício, atuando em diferentes modos e posicionados nos pontos com maiores deformações da estrutura original. Concluíram a partir desta análise que os múltiplos TMDs são mais eficazes em reduzir as acelerações nos andares inferiores e, quando comparados com a atuação de apenas um único TMD com a mesma massa total, MTMDs são mais robustos.

MOON [57], em 2009, analisou a eficiência de múltiplos MTMDs posicionados verticalmente (MTMDs) próximo do topo em um edifício de 60 andares submetido ao carregamento do vento. Para esta análise considerou-se uma relação de massa de 1% para o conjunto de MTMDs e concluiu que a perda de eficiência é mínima quando comparado com a estratégia convencional de posicionar o TMD na horizontal.

FU e JOHNSON [58, 59] propõem uma estratégia na qual, além de reduzir a vibração estrutural controla também o consumo de energia. O estudo foi realizado utilizando múltiplos TMDs distribuídos, um por andar em um edifício de 20 andares submetido a um carregamento provocado por terremotos. Foram considerados inicialmente todos os parâmetros de massa igual a 5% da massa do andar. Concluíram que esta estratégia apresentou uma redução significativa na energia anual, entretanto, o sistema tradicional com um único TMD no topo da estrutura é mais eficaz em controlar vibrações quando comparado com múltiplos TMDs distribuídos.

Em 2014, XIANG e NISHITANI [60] propõem um sistema que, além de reduzir vibrações, funciona como isolamento de piso para preservar e proteger equipamentos em edifícios submetidos a excitações sísmicas. Este sistema é construído de tal forma que apenas os pisos definidos estrategicamente para o controle de diferentes modos servem como TMDs, em função disto, acabam alcançando uma elevada razão de massa comparado com os TMDs convencionais. Foram realizadas simulações numéricas para um edifício de 6 andares e um experimento simulando apenas um andar, ambos ratificaram a viabilidade e eficiência deste sistema no controle de vibrações.

Ainda em 2014, ELIAS e MATSAGAR [61] estudaram a eficiência de múltiplos sistemas distribuídos ao longo de um edifício de 76 andares submetido ao carrega-

mento do vento. Nesta análise, utilizaram uma estratégia de controle multimodo e a massa referente ao MTMDs foi igual a 0,82% da massa total.

A partir de 2016 podemos citar, MOON [62] apresenta sistemas de amortecimento integrados representados por fachadas duplas (DSF) para edifícios altos submetidos ao carregamento do vento. Este sistema necessita de uma razão de massa significativamente reduzida comparado com o TMD convencional para uma mesma taxa de amortecimento definida na calibração ótima. [62]

ELIAS *et al.* [63] estudaram a eficiência de múltiplos sistemas distribuídos ao longo de uma chaminé submetida ao carregamento de terremoto utilizando uma estratégia de controle atuando em diferentes modos. Um estudo paramétrico foi realizado com a finalidade de encontrar a relação de massa e a taxa de amortecimento mais adequada, neste sentido concluíram que a relação de massa recomendada é de 2% e uma taxa de amortecimento entre 8 a 10% fornecem melhores performances do sistema nos casos analisados.

ELIAS *et al.* [8], em 2017, estudaram a eficiência de múltiplos sistemas distribuídos ao longo de um edifício de 20 andares submetido ao carregamento de terremoto. Utilizaram uma estratégia de controle atuando em diferentes modos para razões de massa igual a 2%, 3% e 5%.

Recentemente, em 2019, VELLAR *et al.* [64] propuseram uma metodologia para otimização simultânea dos parâmetros e posições de múltiplos sistemas passivos (MTMDs) em edifícios sujeitos a terremotos. Foram consideradas incertezas nos parâmetros estruturais, na carga dinâmica, e também nos parâmetros dos MTMDs com o objetivo de obter um projeto robusto. Neste projeto adotou-se para os MTMDs uma massa total equivalente a 3% da massa do edifício.

ELIAS [65], em 2019, investigou o efeito da interação solo-estrutura nas respostas sísmicas em chaminés contendo múltiplos sistemas passivos distribuídos verticalmente. Uma abordagem de controle multimodo foi usada para projetar os sistemas auxiliares. Foi realizado um estudo paramétrico para diferentes razões de massa e amortecimento enquanto sujeitos a diferentes excitações sísmicas. Concluíram que

o aumento na razão de massa conduz ao aumento da redução da resposta sísmica para a maioria dos casos estudados e o tipo de solo influenciou significativamente nos parâmetros dos sistemas.

Ainda em 2019, ELIAS *et al.* [9] analisaram a resposta dinâmica em um edifício alto submetido à ação do vento. Foram consideradas 3 configurações (i) um único sistema de absorção acoplado no topo da estrutura, (ii) múltiplos sistemas de absorção acoplados no topo da estrutura e (iii) múltiplos sistemas acoplados distribuídos espacialmente ao longo da altura da estrutura (d-MTMDs). Concluíram que o uso de d-MTMDs é mais eficiente entre as três configurações verificando que, além de efetivamente controlar resposta induzida pelo vento no edifício, é necessário um espaço reduzido para a instalação pois os TMDs são colocados em vários andares.

1.3.3 Sistemas passivos de absorção com parâmetros incertos

Incertezas nas propriedades da estrutura principal, bem como nas características de excitação da estrutura, podem afetar significativamente o desempenho do TMD. Isso pode acontecer porque a calibração dos parâmetros do TMD é baseada nos valores das propriedades da estrutura principal.

A busca de uma metodologia que não fosse sensível à variação dos parâmetros envolvidos começou a ser estudada cada vez mais com maior frequência [66, 67]. As possíveis condições e os parâmetros geralmente são avaliados por meio da variância e da média.

A abordagem de Taguchi iniciada nos anos 50 [68] teve como objetivo testar o efeito da variabilidade em diferentes fatores utilizando ferramentas estatísticas, geralmente utilizava-se uma análise numérica para simular o desempenho de um sistema. As possíveis condições e os dados foram testados e avaliados por meio da variância e da média do deslocamento. Muitos estudos já se basearam nesta metodologia [66, 67].

A primeira definição de um problema de otimização estrutural sobre vibrações aleatórias foi proposto em 1972, por Nigam [69], considerando um problema não-

linear caracterizado por restrições probabilísticas na resposta dinâmica do sistema estrutural de acordo com a probabilidade de falha.

Em 1993, PARKINSON *et al.* [70] utilizaram um método que permite analisar os efeitos devido à variabilidade definida por meio de tolerâncias nos parâmetros do projeto. O modelo ideal é definido considerando a viabilidade do projeto sujeito ao pior caso analisado. ZANG *et al.* [67], em 2005, consideraram um sistema de absorção modelado como 1GL acoplado a uma estrutura principal não amortecida. Foram determinados valores ótimos de rigidez, amortecimento e massa do sistema auxiliar que minimizassem a média e a variância do deslocamento em uma faixa de frequência, adotando-se a massa e a rigidez do sistema principal como parâmetros incertos. A eficiência desta abordagem foi verificada por meio de simulações de Monte Carlo.

MARANO [14], em 2008, apresentou um estudo considerando um único sistema de absorção representado por 1GL acoplado a estrutura principal também representada por um 1GL submetidos a uma aceleração de base aleatória. Além da excitação de base, considera-se que a frequência natural, o amortecimento do sistema original e a relação de massa entre os dois sistemas sofrem variações. Para estes parâmetros incertos, utiliza-se o valor das respectivas média e variância da função objetivo, sendo o principal objetivo minimizar o deslocamento estrutural. Para estas análises, a robustez é avaliada como sendo um problema multi-objetivo no qual, a média e os desvios são minimizados por meio do algoritmo de otimização (algoritmo genético - NSGA-II). Conclui-se que, as soluções robustas obtidas são capazes de controlar a dispersão destes parâmetros incertos, limitando o desvio padrão.

Na última década foram desenvolvidas as seguintes pesquisas:

Em 2010, DEHGHAN-NIRI *et al.* [71] propôs uma metodologia para projetar vários sistemas de amortecimento (MTMDs) com o objetivo de reduzir a resposta de estruturas devido a excitações harmônicas. Nesta metodologia foi adotado um índice de robustez como um dos objetivos da função de otimização. O efeito dos parâmetros de projeto dos MTMDs na robustez são investigados de acordo com este

índice e, em linhas gerais, levando a conclusão de que, embora exista uma faixa de frequência específica para maximizar a robustez, o número de TMDs e a taxa de amortecimento sempre aumentam a robustez do projeto.

MARANO *et al.* [72] comparou diferentes abordagens de otimização estrutural, dentre eles a otimização robusta. Considerou um sistema de um único grau de liberdade com um TMD acoplado sujeito a vibrações aleatórias. Considerou como parâmetros incertos a frequência do sistema principal, a taxa de amortecimento do sistema principal e a relação entre a massa do TMD e do sistema principal.

Ainda em 2010, MARANO *et al.* [73] propôs uma abordagem de otimização robusta baseada na lógica fuzzy em um sistema de um grau de liberdade com um TMD acoplado submetido à aceleração de base.

Em 2015, MEDINA e TAFLANIDIS [74] propõem uma abordagem para propagação do erro em dois projetos, sendo um deles um projeto de um sistema passivo de absorção sob excitação de uma carga harmônica. Consideram-se incertezas na massa, rigidez e amortecimento da estrutura.

VENANZI [18], em 2015, propôs uma otimização robusta utilizando um conjunto de sistemas de absorção acoplados no topo de um edifício alto sujeito à ação do vento. Foi utilizado o algoritmo genético para a otimização da rigidez e amortecimento do sistema auxiliar e a simulação de Monte Carlo para propagação do erro da massa e rigidez da estrutura. Concluiu-se que a incerteza na rigidez afeta mais o sistema do que a incerteza na massa.

Em 2016, foi realizado um estudo em uma passarela com sistemas passivos acoplados por LIEVENS *et al.* [75], considerando um sistema de 2GLs. O objetivo principal foi minimizar a massa visando níveis de calibrações aceitáveis de frequência, amortecimento e massa do sistema auxiliar considerando incertezas nos parâmetros modais da estrutura como, frequência e amortecimento, de forma a garantir o bom desempenho estrutural em uma faixa específica de frequência e amortecimento. Foi realizado um estudo de como a incerteza no amortecimento e na frequência afeta o desempenho do sistema adicional. A robustez é obtida considerando um nível

aceitável de vibração para diferentes cargas induzidas pelos pedestres e diferentes parâmetros modais, e as variáveis foram determinadas de acordo com o pior caso. A análise Fuzzy foi realizada para verificar como as incertezas afetam o funcionamento da estrutura. Foi utilizado o algoritmo de programação sequencial quadrática (SPQ) do software Matlab para a otimização.

Recentemente em 2017, DE *et al.* [76] apresentaram uma metodologia para um projeto ótimo com incertezas na rigidez e amortecimento dos sistemas de absorção, em uma ponte estaiada localizada em Illinois, Estados Unidos.

RATHI e CHAKRABORTY [77] propõem um algoritmo baseado em meta modelo para obter um projeto ótimo de um sistema de 1GL com 1 TMD acoplado submetido a excitações de base. Consideraram incertezas na massa, rigidez e amortecimento da estrutura principal, desta maneira a calibração do TMD seria afetada. Neste trabalho os autores afirmam que ao considerar uma taxa elevada de amortecimento, a variação da eficiência do TMD na presença de incertezas é reduzida.

LIN *et al.* [78] propõem uma metodologia para um projeto robusto de um edifício com MTMDs acoplados na qual a largura de banda em frequência é inserida com um fator de ponderação na medida da eficiência e robustez do projeto. Isto foi feito com o objetivo de reduzir o efeito da descalibração do modelo devido às incertezas.

Ainda em 2017, GILL *et al.* [79] investigaram a robustez em um edifício submetido a terremotos e com incertezas na rigidez e no amortecimento. Foram consideradas 3 configurações de TMD: (i) MTMDs distribuídos na altura do edifício, (ii) MTMDs posicionados no topo e (iii) um único TMD e concluíram que a configuração com MTMDs distribuídos na altura do edifício apresentou um maior nível de robustez.

Muito recentemente, em 2019, BHOWMIK e DEBNATH [80] investigaram uma estratégia de otimização estrutural estocástica considerando uma estrutura com MTMDs acoplados apresentando diferentes níveis de incertezas. Observou-se que a estratégia adotada é adequada para níveis mais altos de incertezas associadas aos parâmetros estruturais.

Capítulo 2

Base Teórica

Neste capítulo são apresentados alguns conceitos utilizados no projeto e calibração ótima do sistema de absorção. Inicialmente são apresentadas duas abordagens clássicas da literatura desenvolvidas por Den Hartog [1] e Jangid [2]. Em seguida, apresenta-se o modelo computacional utilizado, a abordagem numérica baseada no algoritmo de otimização e o critério utilizado para as avaliações de eficiência do modelo. Na sequência, apresentam-se os critérios utilizados para a análise de robustez do modelo e, por fim, uma abordagem para projetos com múltiplos sistemas é proposta.

2.1 Metodologia proposta por Den Hartog [1]

Com a finalidade de reduzir as amplitudes de vibração a limites aceitáveis a fim de garantir a segurança estrutural, foram desenvolvidas, por Den Hartog [1] expressões para a determinação dos parâmetros ótimos do sistema de controle acoplado a uma estrutura principal. A configuração utilizada é apresentada na Figura 2.1.

A metodologia utilizada por Den Hartog considera que a estrutura principal possa ser simplificada a um grau de liberdade com amortecimento nulo e que o sistema de absorção seja representado por outro grau de liberdade.

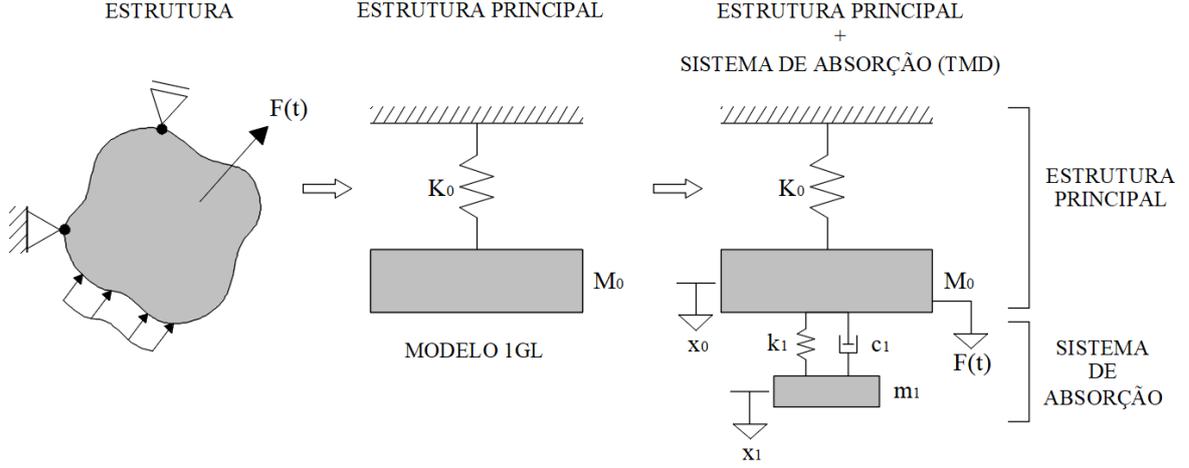


Figura 2.1: Configuração estrutural utilizada por Den Hartog.

Considerando a Figura 2.1, podemos chegar nas seguintes equações:

$$M_0 \ddot{x}_0 + K_0 x_0 + k_1(x_0 - x_1) + c_1 (\dot{x}_0 - \dot{x}_1) = F(t) \quad (2.1)$$

$$m_1 \ddot{x}_1 + k_1(x_1 - x_0) + c_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_0) = 0 \quad (2.2)$$

onde, M_0 e K_0 a massa e rigidez da estrutura principal, respectivamente; m_1 e k_1 e c_1 a massa, rigidez e amortecimento do sistema de absorção, respectivamente; \ddot{x}_0 , \dot{x}_0 e x_0 a aceleração, velocidade e deslocamento da estrutura principal, respectivamente; e, \ddot{x}_1 , \dot{x}_1 e x_1 a aceleração, velocidade e deslocamento do sistema de absorção, respectivamente. A excitação $F(t)$ é uma força harmônica senoidal:

$$F(t) = P_0 \sin(\omega t) \quad (2.3)$$

Considerando que a calibração do sistema de absorção é realizada em função das seguintes variáveis:

- μ : Razão de massas, $\mu = \frac{m_{Total}}{m_{ef}}$. Sendo, m_{Total} , a massa total do sistema de absorção, nesta caso é igual a m_1 e, m_{ef} é a massa efetiva neste caso é igual a M_0 .
- $\frac{c_1}{c_c}$: Razão de amortecimento, $\frac{c_1}{c_c} = \frac{c_1}{2 \times \omega_0 \times m_1}$
- α : Razão de frequência, $\alpha = \frac{\omega_1}{\omega_0}$

Sendo,

ω_1 : Frequência natural do sistema de absorção, $\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}$

ω_0 : Frequência natural do sistema principal ou estrutura, $\omega_0 = \sqrt{\frac{K_0}{M_0}}$

Como ilustração, considere o caso para o qual $\mu = 0,05$, $\alpha = 1$ e quatro razões de amortecimento como segue: $\frac{c_1}{c_c} = 0$, $\frac{c_1}{c_c} = \infty$, $\frac{c_1}{c_c} = 0,10$ e $\frac{c_1}{c_c} = 0,32$.

Destaca-se o fato que para o cálculo da razão de massa μ , a massa da estrutura M_0 a ser considerada nas análises corresponde à massa efetiva equivalente para o ponto em que está situado o absorvor [6].

A Figura 2.2 apresenta a variação do módulo de $|x_0|$, calculado utilizando as Equações 2.1 e 2.2 e normalizado em relação ao deslocamento estático $x_{est} = \frac{P_0}{K_0}$, em função de $\frac{\omega_e}{\omega_0}$, na qual ω_e é a frequência de excitação.

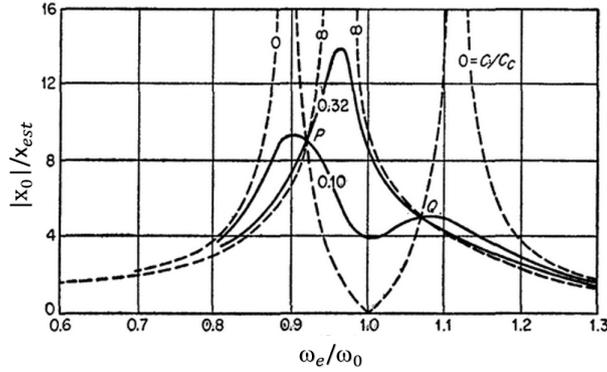


Figura 2.2: Resposta em Frequência do modelo de DH considerando alguns valores para a razão de amortecimento [1]

Inicialmente se pode observar na Figura 2.2 que a instalação do sistema de absorção na estrutura principal transforma-a em um sistema de 2 graus de liberdade e que, quando a relação $\frac{c_1}{c_c}$ tende para zero, a amplitude de resposta dos dois picos tende para o infinito. Por outro lado, aumentando a razão de amortecimento, a amplitude de resposta tende novamente para o infinito se comportando como uma estrutura sem sistema auxiliar, com um grau de liberdade e com uma frequência natural diferente da estrutura principal original. Para valores desta razão de amortecimento entre estes extremos as respostas apresentam picos com valores finitos; portanto, pode-se concluir que deve haver um valor de razão de amortecimento entre zero e infinito, para o qual a amplitude do pico seja mínima.

Percebe-se que existem dois pontos, P e Q , onde a amplitude independe da taxa

de amortecimento, denominados pontos invariantes. Para Den Hartog [1], os picos podem ser minimizados, escolhendo-se um valor de α de forma que as amplitudes dos dois picos sejam as mesmas.

Para obtenção das expressões que determinem os valores dos parâmetros ótimos são considerados que os dois picos da FRF tenham a mesma amplitude e sejam os menores possíveis. A partir destas hipóteses é possível obter a relação de frequência ótima α_{opt} e a razão de amortecimento ótima $(\frac{c_1}{c_c})_{opt}$, sendo expressas, respectivamente, por:

$$\alpha_{opt} = \frac{1}{1 + \mu} \quad (2.4)$$

$$\left(\frac{c_1}{c_c}\right)_{opt} = \sqrt{\frac{3 \times \mu}{8 \times (1 + \mu)^3}} \quad (2.5)$$

Ao substituir os parâmetros ótimos de Den Hartog nas seguintes equações 2.6 e 2.7 encontram-se os valores da constante de rigidez k_1 e da taxa de amortecimento ξ_1^{opt} .

$$\alpha_{opt} \times \omega_0 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \quad (2.6)$$

$$\xi_1^{opt} = \frac{\left(\frac{c_1}{c_c}\right)_{opt}}{\left(\frac{\omega_1}{\omega_0}\right)_{opt}} \quad (2.7)$$

Vale ressaltar que esta taxa de amortecimento proposta por Den Hartog é geralmente muito alta, tornando-se difícil de ser alcançada na prática.

2.2 Metodologia proposta por Jangid [2]

A definição de um critério que contemplasse a máxima redução do deslocamento de resposta da estrutura com múltiplos sistemas passivos acoplados foi objeto de estudo de alguns pesquisadores [3]. Semelhante ao modelo proposto por Den Har-

tog [1], na qual não se considera o amortecimento na estrutura principal, Jangid [2] desenvolveu expressões que determinam os parâmetros ótimos para múltiplos dispositivos acoplados à estrutura principal quando submetida a excitações de base.

A metodologia proposta por Jangid consiste em distribuir uniformemente as frequências dos sistemas de absorção em torno da frequência média que define a largura de banda de atuação desejada para o sistema de absorção. A calibração destes dispositivos é definida em função da razão de amortecimento, do "espalhamento" em frequência dos sistemas auxiliares denominada largura de banda, razão de frequência para uma determinada razão de massa (μ) e números de sistemas de absorção (n) que atendam à seguinte restrição: $\mu \leq 0,1$ e $n \leq 31$. As formulações numéricas foram obtidas considerando que todos os sistemas auxiliares estão situados no mesmo ponto da estrutura principal.

Segundo Jangid [2], é mais simples fabricar os dispositivos com a rigidez constante, logo a distribuição da frequência natural é obtida variando-se a massa de cada sistema de absorção. Os estudos numéricos desta metodologia concluíram que o amortecimento ótimo reduz com o aumento da quantidade dos dispositivos e aumenta com a razão de massa; a largura de banda ótima dos sistemas auxiliares aumenta com o número de dispositivos e com a razão de massa, e a frequência ótima aumenta com o número de dispositivos e diminui com a razão de massa.

As estimativas para os parâmetros do sistema adicional obtidas por Jangid envolvem expressões relativamente extensas e, desta forma, estas não são apresentadas. Os detalhes desta formulação podem ser encontrados em Jangid [2].

2.3 Modelo Computacional

Neste trabalho foi desenvolvida uma ferramenta numérica em MATLAB para análise dinâmica de sistemas estruturais com múltiplos sistemas de absorção acoplados. Nesta ferramenta a estrutura principal \mathbb{S}_0 é discretizada utilizando o métodos dos elementos finitos e os múltiplos sistemas de absorção também modelados por elementos discretos (massa-mola-amortecedor), com um único grau de liberdade cada

e associado a um dos graus de liberdade da estrutura principal. Desta forma, se a estrutura principal for discretizada com " n_0 " GL, e for acoplado um conjunto de " n " sistemas de absorção (TMD), o modelo computacional da estrutura irá possuir " $n_0 + n$ " GL.

Neste trabalho, foram realizadas análises em dois tipos de estruturas: (i) viga e (ii) placa. O sistema estrutural (i) foi modelado utilizando elementos de tipo pórtico plano e o sistema estrutural (ii) foi modelado utilizando elementos do tipo placa.

As equações governantes da estrutura principal \mathbb{S}_0 podem ser escritas de maneira geral da seguinte forma:

$$\mathbf{M}_0 \ddot{\mathbf{w}}(t) + \mathbf{C}_0 \dot{\mathbf{w}}(t) + \mathbf{K}_0 \mathbf{w}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (2.8)$$

Na qual $\mathbf{M}_0 \in \mathbb{R}^{n_0 \times n_0}$, $\mathbf{C}_0 \in \mathbb{R}^{n_0 \times n_0}$ e $\mathbf{K}_0 \in \mathbb{R}^{n_0 \times n_0}$ são, respectivamente, as matrizes de massa, amortecimento e rigidez da estrutura principal, e, $\mathbf{w}(t) \in \mathbb{R}^{n_0}$, $\dot{\mathbf{w}}(t) \in \mathbb{R}^{n_0}$, $\ddot{\mathbf{w}}(t) \in \mathbb{R}^{n_0}$ e $\mathbf{f}(t) \in \mathbb{R}^{n_0}$ correspondem aos vetores de deslocamento, velocidade, aceleração e da força de excitação externa, respectivamente.

Projetos com sistemas adicionais acoplados exigem a especificação das características físicas de cada um dos n TMDs, bem como as respectivas posições sobre a estrutura. O sistema composto da estrutura principal \mathbb{S}_0 com n TMDs acoplados corresponde a um novo sistema estrutural \mathbb{S} cuja descrição do espaço de estados é dada da seguinte forma:

$$\mathbf{A}\mathbf{r}(t) + \mathbf{B}\dot{\mathbf{r}}(t) = \mathbf{u}(t) \quad (2.9)$$

na qual os vetores de estados \mathbf{r} e \mathbf{u} são definidos como apresentados a seguir:

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} \mathbf{z} \\ \dot{\mathbf{z}} \end{bmatrix} \quad \mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_F \mathbf{f}(t) \\ \mathbf{0}_{n_T \times 1} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

e $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^{n_T}$ é composto dos GLs da estrutura principal e dos GLs referentes aos n TMDs sendo $\mathbf{z}^T = \{w_1, \dots, w_{n_0}, y_1, \dots, y_n\}$, onde y_j corresponde ao deslocamento

de j -ésimo TMD e o número total de GL é $n_T = (n_0 + n)$. $\mathbf{\Gamma}_F$ é um operador de mapeamento que reorganiza as informações do vetor de força dos GLs de \mathbb{S}_0 para os GLs de \mathbb{S} . As matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} na Equação (2.9) são definidas a seguir:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{0}_{n_T \times n_T} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{0}_{n_T \times n_T} \\ \mathbf{0}_{n_T \times n_T} & -\mathbf{M} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Na qual $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{n_T \times n_T}$, $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{n_T \times n_T}$ e $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{n_T \times n_T}$ são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do sistema \mathbb{S} .

Quando se buscam projetos nos quais os TMDs são distribuídos espacialmente na estrutura, o processo de montagem das matrizes \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} geralmente, pode ser representado da seguinte forma

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_o & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \text{diag}(m_1 \dots m_n) \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_o & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + \sum_{r=1}^n k_r \mathbf{\Gamma}^{(r)} \quad (2.13)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_o & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + \sum_{r=1}^n c_r \mathbf{\Gamma}^{(r)} \quad (2.14)$$

Onde m_r , c_r e k_r correspondem à massa, amortecimento e rigidez do r -ésimo TMD. Considerando $\mathbf{\Gamma}^{(r)} \in \mathbb{R}^{n_T \times n_T}$, um operador de expansão com as informações das posições do r -ésimo TMD na própria posição global das matrizes \mathbf{C} e \mathbf{K} .

A matriz da resposta em frequência $\mathbf{G}(\omega)$ entre o vetor de excitação \mathbf{u} e resposta \mathbf{r} da Equação (2.9) é dado da seguinte maneira:

$$\mathbf{G}(\omega) = \sum_{q=1}^{n_T} \left(\frac{1}{i\omega - \lambda_q} \frac{\boldsymbol{\phi}^{(q)} \boldsymbol{\phi}^{(q)T}}{\boldsymbol{\phi}^{(q)} \mathbf{B} \boldsymbol{\phi}^{(q)T}} + \frac{1}{i\omega - \bar{\lambda}_q} \frac{\bar{\boldsymbol{\phi}}^{(q)} \bar{\boldsymbol{\phi}}^{(q)T}}{\bar{\boldsymbol{\phi}}^{(q)} \mathbf{B} \bar{\boldsymbol{\phi}}^{(q)T}} \right) \quad (2.15)$$

na qual λ_q e $\boldsymbol{\phi}^{(q)}$ correspondem ao q -ésimo autovalor e q -ésimo autovetor do sistema descrito na Equação (2.9), respectivamente; $i = \sqrt{-1}$ é o número imaginário $\bar{\gamma}$

denota o complexo conjugado da variável γ . Dois pontos devem ser destacados: (i) embora a equação 2.15 forneça todas as informações a respeito de todos os GL do sistema, em geral tem-se interesse apenas em um conjunto restrito de GL. Em particular, destaca-se aqui o interesse em um par entrada-saída específico (p, q) para a FRF o qual será definido como $H(\omega)$ de acordo com os componentes da matriz $\mathbf{G}(\omega)$ como segue :

$$H(\omega) = G_{q,p}(\omega) \quad (2.16)$$

O segundo ponto é que apesar de ser comum modelar a estrutura principal \mathbb{S}_0 como um sistema de 1 GL [1, 6, 7, 11, 18, 25, 35, 37, 42, 51, 81–84] este não é o caso aqui. A formulação do modelo apresentado na equação (2.9) considera operadores \mathbf{A} e $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{2n_T \times 2n_T}$ devido ao fato de que o objetivo desta análise é projetar um conjunto de sistemas de absorção espalhados espacialmente. Este fato leva naturalmente a questões referentes ao custo computacional para a realização de análises espectrais do modelo. Esta preocupação se agrava quando destaca-se que o projeto de múltiplos sistemas demanda, em geral, a análise considerando a matriz de amortecimento não proporcional e o uso de estratégias de otimização e, consequentemente, a necessidade de realizar simulações do modelo computacional um grande número de vezes. Portanto, como uma estratégia para reduzir o custo computacional, foi utilizada uma técnica de subestruturação dinâmica [85–87] para obter um modelo subestruturado a partir do qual se recuperam os autovalores e autovetores aproximados para calcular as Funções de Respostas em Frequência (FRF) da Eq. 2.15.

2.3.1 Técnica de subestruturação

A técnica de subestruturação utilizada se baseia em uma transformação de coordenadas com a finalidade de reduzir a quantidade de graus de liberdade da estrutura principal, sem no entanto, perder a acurácia na estimativa dos parâmetros modais.

Os graus de liberdade originais ($\mathbf{w}(t)$) são transformados em um conjunto muito menor de graus de liberdade generalizados (\mathbf{U}). A transformação (\mathbf{T}_r) é representada

por

$$\mathbf{w} = \mathbf{T}_r \mathbf{U} \quad (2.17)$$

Na qual,

\mathbf{U} é o vetor da subestrutura de deslocamento com dimensão s , sendo $s \lll n_T$

\mathbf{T}_r é a matriz de transformação com dimensão $n_T \times s$

Substituindo a Eq. 2.17 na Eq. 2.8 e pré-multiplicando por \mathbf{T}_r^T , obtém-se a equação de movimento do sistema de ordens reduzidas definida por:

$$\mathbf{M}^* \ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}^* \dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}^* \mathbf{U} = \mathbf{T}_r^T \mathbf{F}(t) \quad (2.18)$$

Sendo,

$$\mathbf{M}^* = \mathbf{T}_r^{-1} \mathbf{M} \mathbf{T}_r \quad (2.19)$$

$$\mathbf{C}^* = \mathbf{T}_r^{-1} \mathbf{C} \mathbf{T}_r \quad (2.20)$$

$$\mathbf{K}^* = \mathbf{T}_r^{-1} \mathbf{K} \mathbf{T}_r \quad (2.21)$$

Nas Eqs. 2.19 - 2.21, \mathbf{M}^* , \mathbf{C}^* e \mathbf{K}^* são as matrizes reduzidas de massa, amortecimento e rigidez, respectivamente, com dimensão $s \times s$, sendo $s \lll n_T$.

Na técnica de subestruturação, os nós da estrutura são subdivididos em dois tipos: internos e externos. Os nós externos são definidos como os nós que serão utilizados para impor as restrições externas (como, por exemplo, as condições de contorno) e os sistemas de absorção, os respectivos coeficientes nas matrizes serão mantidos intactos. Os coeficientes dos demais nós serão representados de forma aproximada permitindo reduzir consideravelmente o tamanho das matrizes, sem que haja perda considerável das propriedades modais da estrutura.

A partir da classificação dos nós, os componentes do vetor de deslocamento e os

componentes das matrizes de massa, rigidez e amortecimento são reordenadas da seguinte maneira:

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_i \\ \mathbf{w}_e \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_{ii} & M_{ie} \\ M_{ei} & M_{ee} \end{bmatrix} \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ie} \\ K_{ei} & K_{ee} \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_{ii} & C_{ie} \\ C_{ei} & C_{ee} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

onde os subíndices $(\bullet)_i$ e $(\bullet)_e$ são referentes aos Gls interno e externo, respectivamente.

A matriz transformação [85, 87] é definida como:

$$\mathbf{T}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_m & \mathbf{Y}_c \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Na qual,

\mathbf{Y}_c é a matriz definida pelas matrizes de rigidez \mathbf{K}_{ii} e \mathbf{K}_{ie} da seguinte maneira:

$$\mathbf{Y}_c = -(\mathbf{K}_{ii})^{-1} \mathbf{K}_{ie} \quad (2.25)$$

e, \mathbf{Y}_m é a matriz que contém os autovetores da Eq. 2.26 definido pelas matrizes \mathbf{K}_{ii} e \mathbf{M}_{ii} :

$$(\mathbf{K}_{ii} - \omega^2 \times \mathbf{M}_{ii})\mathbf{y}_m = \mathbf{0} \quad (2.26)$$

Vale ressaltar que a dimensão s das matrizes \mathbf{K}^* , \mathbf{M}^* , \mathbf{C}^* , são definidas pela quantidade de nós externos somados com o número de modos de vibrações \mathbf{Y}_m .

Na modelagem utilizada neste trabalho para a estrutura da placa era gasto aproximadamente 10 minutos para obter as respostas dinâmicas, isto submetido a inúmeras simulações numéricas resultaria em meses para obter as análises solicitadas. Após a subestruturação foi possível reduzir o tempo de processamento para 1% do

tempo de processamento do problema original.

Nesta etapa foram realizados inúmeros testes variando a quantidade de nós externos e de modos até atingir um valor adequado que fosse bastante inferior a dimensão original (n_T) e que não afetasse a acurácia dos resultados em relação a frequência natural, taxa de amortecimento e modos de vibração quando comparado com a estrutura sem subestruturação. Desta maneira, conseguiu-se reduzir a quantidade de nós em aproximadamente 80% fornecendo previsões acuradas conforme será visto na seção 3.1.1 do Capítulo 3.

2.4 Abordagens para otimização

As abordagens propostas por Den Hartog [1] e por Jangid [2] fornecem estimativas para os parâmetros ótimos do sistema de absorção a partir de expressões analíticas. Estas soluções baseiam-se em um conjunto de hipóteses relacionadas aos sistemas envolvidos e possuem um certo domínio de aplicação. Entretanto, destaca-se aqui o fato de que à medida que o usuário aumenta o número de parâmetros a serem determinados, considera a possibilidade de alocar os sistemas de absorção em pontos distintos da estrutura principal ou incluir metas adicionais como objetivo do projeto, a busca pelo ponto de ótimo passa a demandar o uso de estratégias/algoritmos de otimização [88].

Os parâmetros que caracterizam os TMDs são as massas $\{m_1, \dots, m_n\}$, coeficientes de amortecimento $\{c_1, \dots, c_n\}$, parâmetros de rigidez $\{k_1, \dots, k_n\}$ e suas posições de colocação $\{\mathbf{x}^{(1)}, \dots, \mathbf{x}^{(n)}\}$ sobre a estrutura principal \mathbb{S}_0 . Em princípio, o projeto com MTMDs poderia ser realizado otimizando todos esses parâmetros simultaneamente. No entanto, pode-se notar que é bastante usual otimizar um subconjunto deste conjunto de parâmetros como mostrado nos trabalhos de Patil e Jangid [48], Yang *et al.* [7] e Kim e Lee [50]. Nesse sentido, será considerado que o conjunto de parâmetros a serem otimizados é um subconjunto do espaço de parâmetros $\{m_1, \dots, m_n, c_1, \dots, c_n, k_1, \dots, k_n, \mathbf{x}^{(1)}, \dots, \mathbf{x}^{(n)}\}$. O subconjunto dos parâmetros do modelo que serão otimizados é organizado em um vetor $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^{N_\theta}$. Além

disso, todos os outros parâmetros que são necessários para caracterizar o sistema \mathbb{S} são organizados em um vetor $\boldsymbol{\psi} \in \mathbb{R}^{N_\psi}$ e engloba informações de \mathbb{S}_0 e informações sobre os TMDs que não são considerados no vetor de parâmetros do projeto $\boldsymbol{\theta}$.

Conforme visto na Figura 2.3 os parâmetros da estrutura principal são representados por $\boldsymbol{\psi} = [\psi_1, \dots, \psi_{np}]$ e os parâmetros do sistema de absorção por $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \dots, \theta_{np}]$, onde $np =$ Número de parâmetros. Vale ressaltar que o np da estrutura principal pode ser diferente do np do sistema de absorção.

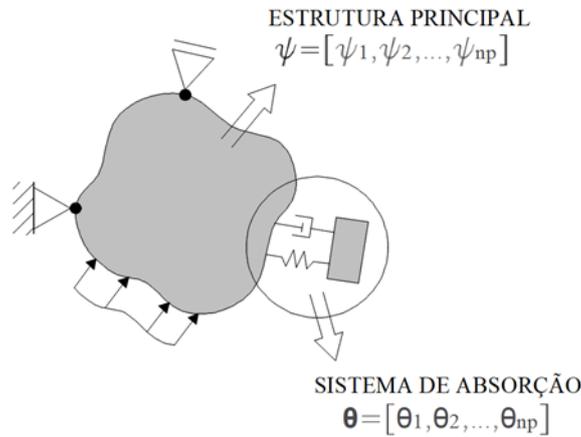


Figura 2.3: Estrutura com 1 sistema de absorção acoplado e seus respectivos parâmetros.

O conjunto de parâmetros mais adequado $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ é obtido por meio da solução de um problema de otimização no qual se busca minimizar uma função objetivo $J(\boldsymbol{\theta})$ [81] que se baseia na FRF dentro de uma banda em frequência definida. Desta forma, os componentes do vetor $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ podem ser definidos como sendo:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg \min_{\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{D}_\theta} [J(\boldsymbol{\theta})] \quad (2.27)$$

No qual \mathbb{D}_θ corresponde o domínio de pesquisa viável para os parâmetros do projeto $\boldsymbol{\theta}$ e $J(\boldsymbol{\theta})$ é uma função definida pelo usuário para obter a solução. Neste trabalho, os parâmetros que conduzem o melhor desempenho do modelo, atendendo a Eq.2.27, podem ser definidos de acordo com as funções descritas no item 2.4.1

Dois pontos devem ser destacados aqui. O primeiro é que o usuário deve construir o conjunto \mathbb{D}_θ com base em todas as informações disponíveis sobre parâmetros de projeto, tais como: experiência em projetos similares, restrições impostas pelos

fabricantes dos materiais utilizados para construir os TMDs e restrições associadas à montagem do sistema. O segundo é que a busca pela solução ótima $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ na Equação 2.27 assume que o vetor $\boldsymbol{\psi}$ é composto pelos parâmetros avaliados em seus valores de referência denotados como $\boldsymbol{\psi}_0$.

2.4.1 Funções objetivos

As estratégias/abordagens de otimização demandam a especificação de uma função, ou até mesmo um conjunto de funções, que descrevem as métricas de interesse do problema. Estas métricas dependem dos parâmetros de projeto e podem apresentar restrições. Tais restrições podem ser definidas por desigualdades e/ou igualdades na função objetivo, de forma a restringir o espaço de busca desta variável a ser determinada [15].

Na literatura encontram-se várias métricas utilizadas para a otimização as quais podem ser definidas de acordo com o carregamento adotado ou, o tipo de resposta a ser analisada no projeto. Em estruturas as quais as respostas temporais $y(t)$ são as de maior interesse é bastante comum, por exemplo, considerar métricas envolvendo o valor esperado da resposta $\mathbb{E}[y]$ e a variância da resposta σ_y^2 . Enquanto que, nos sistemas analisados no domínio da frequência, as métricas de otimização \mathcal{H}_∞ e \mathcal{H}_2 são amplamente utilizadas [7, 51].

Neste trabalho, os parâmetros de interesse serão obtidos utilizando separadamente as normas \mathcal{H}_∞ e \mathcal{H}_2 . Estas funções serão calculadas em uma banda de frequência $[\omega_i, \omega_f]$ definida pelo usuário, em torno da frequência principal.

A função objetivo $J(\boldsymbol{\theta})$ baseada na norma \mathcal{H}_∞ é definida como segue:

$$J(\boldsymbol{\theta}) = \|H(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}, \omega)\|_\infty = \max_{\omega \in [\omega_i, \omega_f]} |H(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}, \omega)| \quad (2.28)$$

Neste critério de otimização a máxima amplitude encontrada na FRF em uma determinada largura de banda em frequência do sistema, é minimizada.

A segunda função objetivo está baseada na norma \mathcal{H}_2 e é definida como segue:

$$J(\boldsymbol{\theta}) = \|H(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}, \omega)\|_2^2 = \int_{\omega_i}^{\omega_f} \bar{H}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}, \omega) H(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}, \omega) d\omega \quad (2.29)$$

Neste critério de otimização \mathcal{H}_2 , a área abaixo da curva de resposta em uma determinada largura de banda em frequência do sistema, é minimizada. Para cada parâmetro é determinado um campo de busca por meio de um valor inferior e superior, definidos no Cap. 3.

Adicionalmente, vale ressaltar que a solução do problema de otimização apresentado na Eq. 2.28 e Eq. 2.29 vai fornecer um conjunto ótimo de parâmetros $\hat{\boldsymbol{\theta}}$.

Discussões mais aprofundadas a respeito da eficiência atingida utilizando as duas métricas de otimização citadas serão apresentadas ao longo dos resultados obtidos no Cap.3

Destaca-se o fato de que o projetista poderia adicionar outros objetivos ao problema de otimização. Estes objetivos adicionais visam contemplar outras características desejadas para o sistema ou, até mesmo, agregar, ao procedimento de otimização informações que o usuário adquiriu empiricamente. Os objetivos podem ser combinados em uma única função por meio da introdução de pesos apropriados [67, 74]. Isto pode ser denominado como agregação de objetivos [89] o qual consiste em uma combinação linear dos objetivos individuais cujos coeficientes de ponderação devem ser determinados pelos usuários.

Quanto aos procedimentos computacionais para encontrar a solução ótima $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ nas Equações 2.28 e 2.29, a princípio pode-se usar qualquer algoritmo de otimização. No presente trabalho, o vetor de parâmetros de projeto ótimo $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ foi determinado por meio do algoritmo de otimização Enxame de Partículas (*Particle Swarm*) [90–92], descrito no próximo item 2.4.2.

2.4.2 Algoritmo de Otimização

Foi utilizado o método de otimização *Particle Swarm* (PSO), desenvolvido por KENNEDY e EBERHART [90]. Este algoritmo apresenta simplicidade na implementação, um baixo custo computacional, utiliza pouca memória, além de ser rápido e eficaz [90, 92, 93]. Vem sendo utilizado ao longo dos anos por autores em projetos com TMDs acoplados [83, 94] e, neste trabalho, este método de otimização demonstrou bastante eficácia na resolução do problema abordado.

O PSO é um algoritmo de busca heurística, inicializado com um conjunto de dados aleatórios no qual cada partícula deste conjunto está associada a uma posição e a uma velocidade. Durante a busca por uma solução ótima, ou seja, a cada iteração, os dados das partículas podem ser atualizados até atingir uma solução satisfatória [90, 92, 93].

Considerando que cada partícula i possui uma posição ($\boldsymbol{\theta}^i$) e uma velocidade (\mathbf{v}^i), a cada iteração (t) as novas posições referentes a cada uma das partículas são avaliadas por meio da função objetivo do problema. Nesta etapa, a solução atual de cada partícula $\boldsymbol{\theta}^{(i)}$ é comparada com a melhor solução pessoal até o momento $\boldsymbol{\theta}_b^{(i)}$, bem como com a melhor solução atual do conjunto como um todo também é comparada com a melhor solução global alcançada até o momento \mathbf{g}_b . Se as novas posições $\boldsymbol{\theta}^{(i)}$ conduzem a melhores soluções então, os dados $\boldsymbol{\theta}_b$ e \mathbf{g}_b são atualizados de acordo com as Equações 2.30 e 2.31.

$$\mathbf{v}^{(i)}[t+1] = w^* \times \mathbf{v}^{(i)}[t] + c_1 r_1 (\boldsymbol{\theta}_b - \boldsymbol{\theta}^{(i)}[t]) + c_2 r_2 (\mathbf{g}_b - \boldsymbol{\theta}^{(i)}[t]) \quad (2.30)$$

Na qual w^* é o peso de inércia, c_1 e c_2 são constantes de aprendizados usualmente iguais a 2, e r_1 e r_2 são, para cada iteração, sorteados a partir de densidades uniformes entre 0 e 1, ou seja, $r_1 \sim U(0, 1)$ e $r_2 \sim U(0, 1)$.

$$\boldsymbol{\theta}^{(i)}[t+1] = \boldsymbol{\theta}^{(i)}[t] + \mathbf{v}^{(i)}[t+1] \quad (2.31)$$

Neste trabalho foi considerado $w^* = 0$ e $c_1 = c_2 = 2$.

2.5 Critérios de Eficiência

Neste item, destaca-se a importância de definir algum critério que permita comparações de desempenho de diversos projetos de um único sistema (TMD) e múltiplos sistemas (MTMDs). Como hipótese para as análises, foi adotado sempre o pior cenário, isto é, supondo que a excitação sobre o sistema seja periódica, a frequência de excitação sempre será coincidente com a frequência das amplitudes máximas da FRF. Além disso, como a eficiência do projeto do sistema deve ser calculada usando informações da estrutura original na frequência de interesse, a eficiência do pior cenário é caracterizado pela variável \mathcal{E} da seguinte forma:

$$\mathcal{E}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}_0) = 1 - \frac{\|H(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}_0, \omega)\|_\infty}{\|H_{S_0}(\boldsymbol{\psi}_0, \omega)\|_\infty} \quad (2.32)$$

onde $H_{S_0}(\boldsymbol{\psi}_0, \omega)$ é a FRF do sistema original em uma faixa de interesse $[\omega_i, \omega_f]$.

A eficiência ótima \mathcal{E}_{opt} é obtida por meio dos parâmetros ótimos $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ e $\boldsymbol{\psi}_0$ sendo,

$$\mathcal{E}_{\text{opt}} = \mathcal{E}(\hat{\boldsymbol{\theta}}, \boldsymbol{\psi}_0) \quad (2.33)$$

Em algumas análises, é interessante levar em conta a informação contida em toda a faixa de interesse $[\omega_i, \omega_f]$. Para esses casos, foi estimado o deslocamento relativo por meio da seguinte expressão:

$$\text{Deslocamento Relativo} = \frac{H(\hat{\boldsymbol{\theta}}, \boldsymbol{\psi}_0, \omega)}{\|H_{S_0}(\boldsymbol{\psi}_0, \omega)\|_\infty} \quad (2.34)$$

2.6 Critérios para a análise da Robustez

A construção de modelos computacionais faz uso de hipóteses acerca dos estados de operação da estrutura assim como demanda o conhecimento acerca dos parâmetros físicos dos sistemas. Incertezas relacionadas à aferição dos parâmetros, geometria da estrutura, cargas externas, e outros aspectos construtivos podem comprometer a eficiência dos sistemas acoplados quando não são levados em conta no

projeto. Dado que, em várias situações, temos um certo nível de desconhecimento a respeito de parâmetros físicos, carregamentos e condições de contorno, faz-se necessário levar isto em conta nas análises de projeto.

Desta maneira, podemos dizer que a eficiência real \mathcal{E}_R é diferente da eficiência ótima projetada \mathcal{E}_{opt} :

$$\mathcal{E}_R \neq \mathcal{E}_{\text{opt}} \quad (2.35)$$

Deve-se notar também que \mathcal{E}_{opt} depende inteiramente da acurácia das predições fornecidas pelo modelo computacional apresentado na Equação (2.9), utilizada ao longo do processo de otimização. Além disso, mesmo quando o modelo é suficientemente acurado, não se pode desconsiderar o fato de que algum nível de incerteza será associado à descrição dos TMDs e da estrutura principal \mathbb{S}_0 . Em outras palavras, hipóteses de modelagem equivocadas, juntamente com desvios oriundos do processo conduziram a parâmetros reais do modelo $(\boldsymbol{\theta}_a, \boldsymbol{\psi}_a)$ diferente dos desejados/esperados $(\hat{\boldsymbol{\theta}}, \boldsymbol{\psi}_0)$.

$$\boldsymbol{\theta}_a = \hat{\boldsymbol{\theta}} + \delta\boldsymbol{\theta} \quad \boldsymbol{\psi}_a = \boldsymbol{\psi}_0 + \delta\boldsymbol{\psi} \quad (2.36)$$

Nesse sentido, obter informações sobre como $(\boldsymbol{\theta}_a, \boldsymbol{\psi}_a)$ impactaria negativamente a eficiência \mathcal{E} é essencial. Na verdade, não se conhece *a priori* os parâmetros reais do modelo $(\boldsymbol{\theta}_a, \boldsymbol{\psi}_a)$ e, conseqüentemente, não é possível especificar a eficiência real $\mathcal{E}_a = \mathcal{E}(\boldsymbol{\theta}_a, \boldsymbol{\psi}_a)$. Pode-se tratar a falta de conhecimento sobre $(\boldsymbol{\theta}_a, \boldsymbol{\psi}_a)$ como uma questão de modelar incertezas. Desse ponto de vista, pode-se abordar as incertezas de modelagem derivadas de $(\boldsymbol{\theta}_a, \boldsymbol{\psi}_a)$ por meio da teoria da probabilidade [95] onde $(\boldsymbol{\theta}_a, \boldsymbol{\psi}_a)$ é modelado como um vetor aleatório.

No âmbito da teoria da probabilidade, as incertezas associadas a um vetor de variáveis aleatórias $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^d$ são codificadas na função de densidade de probabilidade (PDF) $\pi(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}$ [95]. Para o caso presente, o usuário pode criar uma PDF $\pi(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi})$ que descreva o nível de incertezas associadas a $(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi})$ e seu impacto em uma função de saída β definida pelo usuário. O impacto de incertezas em $(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi})$ na perda de

eficiência pode ser determinada por meio de estratégias de quantificação de incerteza [96]. A função β utilizada neste trabalho para descrever a perda de eficiência é definida da seguinte forma:

$$\beta(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}) = \left(1 - \frac{\mathcal{E}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi})}{\mathcal{E}_{\text{opt}}}\right) \quad (2.37)$$

e as estatísticas da variável aleatória β são calculadas fazendo uso do método de Monte Carlo [19]. Mais especificamente, amostras $(\boldsymbol{\theta}^{(r)}, \boldsymbol{\psi}^{(r)})$ extraídas de $\pi(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi})$ são usados para calcular amostras de saída $\beta^{(r)} = \beta(\boldsymbol{\theta}^{(r)}, \boldsymbol{\psi}^{(r)})$ a partir das quais se pode calcular aproximações baseadas em amostras para as estatísticas de β .

Neste trabalho foram realizadas análises para estimar o quanto o sistema adotado seria eficiente de acordo com alguns padrões de variações nos parâmetros.

2.7 Metodologia Proposta

A abordagem proposta para projetar MTMDs distribuídos espacialmente sobre \mathbb{S}_0 inicia-se com o projeto de um único TMD e estende-se para o projeto com MTMDs. O usuário primeiramente deve determinar o modo de interesse a ser suprimido, uma faixa de frequência adequada $[\omega_i, \omega_f]$ englobando este modo e definir um conjunto de possíveis posições candidatas $\{\mathbf{x}^{(c_1)}, \dots, \mathbf{x}^{(c_n)}\}$ na qual os TMDs podem ser instalados sobre a estrutura principal \mathbb{S}_0 . Além disso, a massa total m_{Total} associada ao sistema TMD também deve ser especificada e a literatura sugere seu limite superior como uma pequena fração da massa total da estrutura principal \mathbb{S}_0 [8, 34, 63, 64].

A abordagem em si é composta de algumas etapas que são descritas a seguir.

PASSO 1: Este passo visa calibrar um único TMD com massa igual a m_{Total} .

Em primeiro lugar, deve-se determinar a posição mais favorável para este único TMD. Esta escolha deve ser feita calculando as massas efetivas $\{m_{ef}(\mathbf{x}^{(c_1)}), \dots, m_{ef}(\mathbf{x}^{(c_n)})\}$ associadas ao modo de interesse e assim selecionar a posição mais favorável \mathbf{x}_{ef}^{min} com a menor massa efetiva, ou seja, $\mathbf{x}_{ef}^{min} = \{\mathbf{x}^{(c_i)} \mid m_{ef}(\mathbf{x}^{(c_i)}) \leq m_{ef}(\mathbf{x}^{(c_j)}), \forall j \neq i\}$.

Supondo que seja analisado o modo r de vibração da estrutura principal e considerado um TMD posicionado no grau de liberdade q , a massa efetiva m_{ef} associada ao modo r e à posição referente ao grau de liberdade q é definida como sendo:

$$m_{ef} = \frac{\boldsymbol{\phi}^{(r)T} \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}^{(r)}}{(\phi_q^{(r)})^2} \quad (2.38)$$

Na qual, $\boldsymbol{\phi}^{(r)}$ é o r -ésimo modo de vibração, \mathbf{M} é a matriz de massa da estrutura e $\phi_q^{(r)}$ é o q -ésimo componente do r -ésimo modo.

Em segundo lugar, a sugestão inicial para a rigidez k_{Total} e a razão de amortecimento ξ do único TMD pode ser determinada pela abordagem de Den Hartog [1], ou seja, $k_{Total} = k_{DH}$ e $\xi = \xi_{DH}$. Como a abordagem de Den Hartog [1] não considera quaisquer restrições nos parâmetros do modelo, pode-se obter taxas de amortecimento bastante elevadas [1, 2, 6, 34, 37, 63, 81, 82, 97] ou até mesmo valores pouco realistas. No entanto, o parâmetro de rigidez estimado k_{DH} pode ser usado como informação *a priori* para uma otimização com restrições como descrito a seguir. Em terceiro lugar, a otimização do único TMD pode ser realizada com base na norma \mathcal{H}_∞ , conforme mostrado na Equação 2.28 com as seguintes restrições:

$$0,5 \times k_{DH} \leq k_{Total} \leq 1,5 \times k_{DH} \quad (2.39)$$

$$\xi \leq \xi_p \quad (2.40)$$

onde ξ_p indica um limite prático para a razão de amortecimento. Neste trabalho adota-se um limite igual a 4%, portanto $\xi_p = 0,04$.

PASSO 2: Este passo visa fornecer uma sugestão inicial para a distribuição da massa entre n TMDs no projeto.

Em primeiro lugar, as posições mais adequadas para os n TMDs podem ser definidas com base nas análises das massas efetivas $\{m_{ef}(\mathbf{x}^{(c1)}), \dots, m_{ef}(\mathbf{x}^{(cnc)})\}$ calculadas no *PASSO 1*. Em segundo lugar, pode-se considerar o primeiro TMD a ser colocado estrategicamente na posição com a menor massa efetiva \mathbf{x}_{ef}^{min} que foi definida no *PASSO 1*. Com relação à massa restante $(m_{Total} - m_1)$, pode-se considerar

uma distribuição de massa uniforme para $\{m_2, \dots, m_n\}$ da seguinte forma:

$$m_r = \frac{(m_{Total} - m_1)}{(n-1)} \quad r = 2, \dots, n. \quad (2.41)$$

Em terceiro lugar, os n TMDs são divididos em n_s subgrupos de modo que todos os TMDs dentro de um subgrupo específico tenham aproximadamente a mesma massa efetiva. Além disso, pode-se supor para este *PASSO* que o sistema MTMDs é totalmente caracterizado por $\{m_1^*, k_1^*, \xi_1^*, \dots, m_{n_s}^*, k_{n_s}^*, \xi_{n_s}^*\}$ onde m_r^* , k_r^* and ξ_r^* são a massa, rigidez e a taxa de amortecimento modal de todos os TMDs que são membros do r -ésimo subgrupo e $(\bullet)^*$ são usados aqui para indicar uma variável pertencente a um subgrupo.

Por fim, pode-se considerar alguns valores viáveis para m_1 como $m_1 = \sigma \times m_{Total}$ e resolver uma sequência de problemas de otimização definidos pela Equação (2.28) para encontrar o conjunto mais adequado $\{\hat{k}_1^*, \hat{\xi}_1^*, \dots, \hat{k}_{n_s}^*, \hat{\xi}_{n_s}^*\}$. Os problemas de otimização aqui devem seguir as ideias descritas no *PASSO 1*. Quanto à análise paramétrica com m_1 , os valores sugeridos para σ são $\sigma \in \{\frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \dots, \frac{9}{10}\}$. Entre essas soluções, o usuário deve escolher aquela que fornece a FRF que apresenta o perfil mais uniforme em $[\omega_i, \omega_f]$.

PASSO 3: Seguindo os resultados obtidos no *PASSO 2*, todas os TMDs pertencentes ao r -ésimo subgrupo têm a mesma frequência de calibração ω_r^* . Com o objetivo de obter uma FRF que seja mais uniforme, deve-se iniciar uma *análise paramétrica acoplada* na qual as massas dentro de cada subgrupo são redistribuídas simultaneamente. A variação dos parâmetros ocorre variando-se um parâmetro de controle Δ tal que frequência natural do q -ésimo TMD que pertence ao r -ésimo subgrupo, definida aqui por $\omega_{r|q}^*$, é parametrizada da seguinte forma:

$$\omega_{r|q}^* = (1 + \nu(q) \Delta) \omega_r^*, \quad q = 1, \dots, n_{sg}^* \quad (2.42)$$

$$\nu(q) = \begin{cases} \frac{q}{2}, & \text{se } q \text{ é par} \\ -\frac{q-1}{2}, & \text{se } q \text{ é ímpar} \end{cases} \quad (2.43)$$

Na qual n_{sg}^* é o número de TMDs dentro do r -ésimo subgrupo. A FRF com pico uniforme descrito pela Equação 2.42 pode ser obtida da seguinte maneira:

$$m_{r|q}^* = \frac{n_{sg}^* m_r^*}{(1 + \nu(q) \Delta)^2} \frac{1}{\left(\sum_{s=1}^{n_{sg}^*} (1 + \nu(s) \Delta)^{-2} \right)}, \quad q = 1, \dots, n_{sg}^* \quad (2.44)$$

$$k_{r|q}^* = \frac{n_{sg}^* k_r^*}{\left(\sum_{s=1}^{n_{sg}^*} (1 + \nu(s) \Delta)^{-2} \right)}, \quad q = 1, \dots, n_{sg}^* \quad (2.45)$$

onde $m_{r|q}^*$ e $k_{r|q}^*$ são a massa e rigidez do q -ésimo TMD pertencente ao r -ésimo subgrupo. Mais uma vez o usuário deve selecionar o parâmetro mais adequado Δ na qual a FRF seja mais uniforme dentro do intervalo $[\omega_i, \omega_f]$.

PASSO 4: A otimização no *PASSO 3* fornece uma distribuição uniforme dos picos de ressonância $\{\omega_{r|1}^*, \omega_{r|2}^*, \dots\}$ para cada subgrupo de TMDs. No entanto, alguns autores afirmam que MTMDs não uniformemente distribuídos oferecem melhor desempenho e são mais robustos do que MTMDs uniformemente distribuídos [24, 51]. Desta forma, uma distribuição não uniforme dos picos de ressonância pode levar a padrões de FRF mais planos. Neste caso, o usuário pode obter uma distribuição não uniforme de picos de ressonância por meio da otimização da distribuição de massa $\{m_1, m_2, \dots, m_n\}$ e distribuições de amortecimento modal $\{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n\}$ da seguinte forma

$$0,94 \times m_r^{passo3} \leq m_r \leq 1,06 \times m_r^{passo3}, \quad r = 1, \dots, n \quad (2.46)$$

$$\sum_{r=1}^n m_r = m_{Total} \quad (2.47)$$

$$\xi_r \leq \xi_p, \quad r = 1, \dots, n \quad (2.48)$$

PASSO 5: Avaliar a robustez do projeto na solução ótima $\hat{\theta}$ por meio da análise

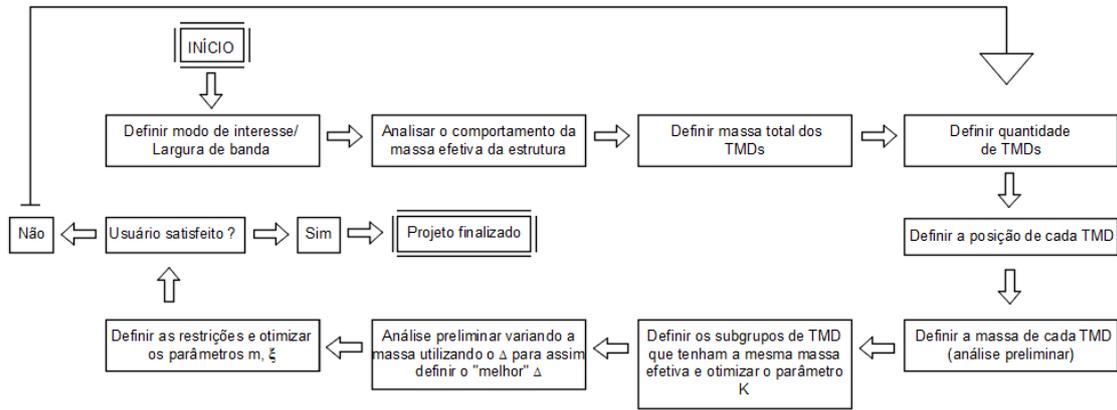


Figura 2.4: Fluxograma para a implementação da metodologia para projetos com múltiplos sistemas de absorção distribuídos espacialmente (*PASSO 1* ao *PASSO 4*).

da função β , que descreve a perda de eficiência.

Quanto às análises de robustez do projeto MTMDs, propõem-se os seguintes procedimentos:

- (a) Definir os parâmetros do modelo que são incertos. Eles devem ser escolhidos analisando os componentes dos vetores θ e ψ .
- (b) Definir a distribuição $\pi(\theta, \psi)$ que expressa as incertezas dos parâmetros.
- (c) Executar a análise por meio de simulação de Monte Carlo para obter as estatísticas da função de perda β e da FRF $H(\theta, \psi, \omega)$.

A seguir se apresenta o fluxograma para a implementação da metodologia para projetos com múltiplos sistemas de absorção distribuídos espacialmente (*PASSO 1* ao *PASSO 4*).

A abordagem proposta para projetar MTMDs distribuídos espacialmente sobre a estrutura principal indicada nos passos 1 a 5 é aplicada sobre uma placa retangular e seus resultados são mostrados nos capítulos 3 e 4.

Capítulo 3

Metodologia de Projeto

Neste capítulo serão apresentadas as análises realizadas utilizando os conceitos e as ferramentas numéricas descritas nos capítulos anteriores, com a finalidade de desenvolver projetos otimizados com múltiplos sistemas passivos de absorção acoplados.

As análises serão realizadas em duas etapas: a primeira etapa será realizada em uma placa e a segunda etapa será realizada em uma viga. Optou-se pela aplicação da metodologia em duas estruturas distintas com o intuito de compreender e avaliar o comportamento dinâmico inerente a cada sistema estrutural quando os sistemas de absorção são acoplados.

Os *PASSOS* definidos na metodologia proposta, seção 2.7 do capítulo 2, para o projeto de múltiplos sistemas distribuídos espacialmente serão referenciados no decorrer das análises deste capítulo.

3.1 Placa

Com o intuito de validar o modelo computacional, os valores referentes às frequências naturais e amortecimentos do primeiro modo de vibração foram correlacionados com os valores experimentais aferidos por [98]. Nesta correlação foram consideradas 3 situações: Estrutura original, Estrutura com 1 sistema acoplado e Estrutura com 5 sistemas acoplados, conforme visto na Figura 3.1 e, a excitação do sistema foi

realizada, em todos os casos, por meio de impactos. O sistema estrutural utilizado constitui-se de um modelo físico simplificado representado por uma placa de alumínio retangular apoiada nos quatro bordos, montada no Laboratório de Estruturas da COPPE/UFRJ, mais detalhes ver em [98]. As propriedades físicas da placa, tais como dimensão em x (L_x), dimensão em y (L_y), espessura (h), densidade de massa (ρ), módulo de Young (E) e coeficiente de Poisson (ν_p), encontram-se na Tabela 3.1 e os respectivos eixos encontram-se na Figura 3.2.



Figura 3.1: Vista geral da placa de alumínio do LADEPIS: Estrutura com 1 sistema acoplado e Estrutura com 5 sistemas acoplados.

Tabela 3.1: Características da placa

L_x (m)	L_y (m)	h (m)	E (GPa)	ρ ($\frac{kg}{m^3}$)	ν_p
2,25	1,65	0,005	69	2725	0,33



Figura 3.2: Placa

3.1.1 Modelagem Computacional e Validação do modelo

O sistema principal \mathbb{S}_0 corresponde a uma placa retangular homogênea e isotrópica definida em $\Omega \times [-\frac{h}{2}, +\frac{h}{2}] \subset \mathbb{R}^3$ onde $\Omega = [0, L_x] \times [0, L_y]$ é o plano médio da

placa. A estrutura é modelada baseada na Teoria Clássica de Placas [99]. Adota-se a hipótese de que as tensões de membrana são insignificantes. Considera-se que as hipóteses de pequenas rotações e pequenas deformações são satisfeitas tal que o campo de deslocamento da placa $\mathbf{u} = u\mathbf{n}_1 + v\mathbf{n}_2 + w_0\mathbf{n}_3$ é totalmente caracterizado pelo deslocamento $w_0(x, y, t)$ ao longo da direção do eixo z . A equação governante do sistema é dada da seguinte forma:

$$\rho \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} = D \left[\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w_0}{\partial y^4} \right] + q(x, y, t) \quad \forall (x, y) \in]0, L_x[\times]0, L_y[\quad (3.1)$$

na qual $q(x, y, t)$ descreve o campo de força atuando na superfície da placa. Sendo D , a rigidez à flexão da placa dada por $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu_p^2)}$.

O contorno lateral da placa, é composto por quatro bordos $\{\Upsilon^{(1)}, \dots, \Upsilon^{(4)}\}$. Cada $\Upsilon^{(j)}$ é conectado a um suporte elástico que impede qualquer deslocamento. Quanto às rotações, este suporte é caracterizado por um campo de molas de torção ao longo do contorno, o qual permite rotações ao redor do eixo que pertence ao plano médio Ω e é ortogonal ao vetor $\boldsymbol{\eta}$, que por sua vez é normal a $\Upsilon^{(j)}$. Desta maneira, as condições de contorno são expressas da seguinte forma:

$$w_0(x, y, t) = 0, \forall (x, y) \in \Upsilon^{(j)} \quad (3.2)$$

$$-M_{\eta\eta} + k_T \frac{\partial w_0}{\partial \eta} = 0, \forall (x, y) \in \Upsilon^{(j)} \quad (3.3)$$

onde k_T é a rigidez torcional por unidade de comprimento e η denota a variável ao longo do eixo definido por meio do vetor da normal $\boldsymbol{\eta}$ o qual é representado por meio das coordenadas cartesianas $\boldsymbol{\eta} = \{\eta_x, \eta_y, 0\}^T$. Portanto,

$$M_{\eta\eta} = -D \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \nu_p \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) \eta_x^2 - D \left(\nu_p \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) \eta_y^2 - (1-\nu_p) D \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \eta_x \eta_y \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial w_0}{\partial \eta} = \eta_x \frac{\partial w_0}{\partial x} + \eta_y \frac{\partial w_0}{\partial y} \quad (3.5)$$

A mola de torção ao longo dos limites da placa é caracterizada por meio da

rigidez por unidade de comprimento $k_T = 814 \text{ N.m/m}$. Este valor foi estimado a partir da calibração do modelo computacional utilizando os dados experimentais aferidos por [98].

O modelo computacional do sistema foi desenvolvido por meio do Método dos Elementos Finitos [100]. O modelo discreto é construído com elementos quadriláteros de quatro nós contendo 3 graus de liberdade por nó [100]. As análises ao longo da Tese consideram que o interesse consiste em reduzir as vibrações referentes ao primeiro modo do sistema principal S_0 . Finalmente, depois de realizar análises de convergência de malha, foi adotada uma malha de 25×20 EF adequada para os propósitos deste trabalho.

As Figuras 3.3 - 3.5 e as Tabelas 3.2 - 3.4 apresentam comparações entre os resultados numéricos e experimentais considerando os dados do primeiro modo de vibração da placa. Em relação aos resultados numéricos, foram comparadas as respostas utilizando o modelo completo e o modelo subestruturado descrito no Capítulo 2.

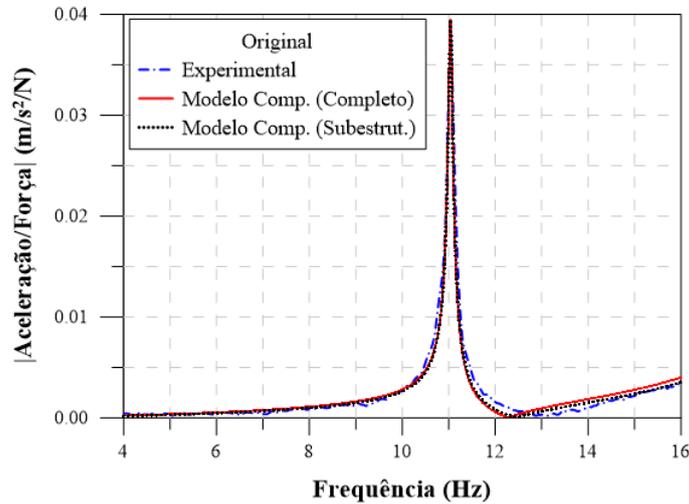


Figura 3.3: FRF do modelo experimental e numérico: Estrutura Original (Placa).

Tabela 3.2: Estrutura Original.

Modo	Completo		Subestruturado		Exp.	
	ω (Hz)	ξ (%)	ω (Hz)	ξ (%)	ω (Hz)	ξ (%)
1	11,04	4,6	11,04	4,6	11,04 ($\pm 0,01$)	4,6 ($\pm 0,03$)

Como pode ser observado na Figura 3.3 e na Tabela 3.2, existe uma boa correla-

ção para o primeiro modo de vibração, para o qual o sistema foi calibrado, demonstrando que a discretização e a proposta de modelo subestruturado são suficientes para descrever o comportamento dinâmico deste sistema, na banda de frequência de interesse.

A instalação de n sistemas de absorção (TMDs) na estrutura principal implica em um sistema total com n modos de vibração adicionais quando comparado ao sistema principal. Quando estes TMDs são calibrados para reduzir a amplitude da resposta de um determinado modo de vibração, o sistema apresenta $(n + 1)$ modos em torno da frequência em análise. Portanto, ao se instalar apenas um TMD, com o objetivo de minimizar a resposta do primeiro modo, tem-se que a estrutura otimizada apresenta dois modos de vibração ao redor da primeira frequência natural da estrutura original/principal. Estes dois modos apresentados na Figura 3.4 e na Tabela 3.3 são denominados modo 1a e modo 1b.

Considera-se um sistema de absorção acoplado no centro da placa com as propriedades descritas na Tabela 3.3.

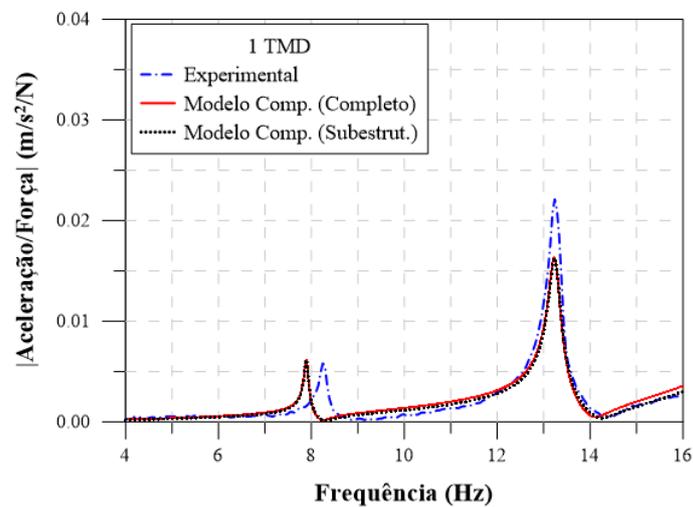


Figura 3.4: FRF experimental e predições das FRFs a partir dos modelos completo e reduzido: Estrutura + 1 TMD.

A Figura 3.4 indica que existe elevada correlação entre a segunda frequência aferida experimentalmente e a fornecida pelo modelo numérico. Entretanto, destaca-se, também, que existe certa discrepância entre a primeira frequência experimental e a numérica da ordem de 4,0%.

Tabela 3.3: Estrutura Original + 1 Sistema de Absorção.

Modo	Completo		Sub-estruturado		Exp.	
	ω (Hz)	ξ (%)	ω (Hz)	ξ (%)	ω (Hz)	ξ (%)
1a	7,93	0,63	7,93	0,63	8,29 ($\pm 0,01$)	0,63 ($\pm 0,04$)
1b	13,24	1,01	13,25	1,01	13,30 ($\pm 0,02$)	0,82 ($\pm 0,05$)

As limitações impostas por um único sistema de absorção foram contornadas instalando-se múltiplos TMDs na estrutura com frequências distribuídas em torno da frequência natural correspondente ao modo a ser controlado ou sintonizados em diferentes frequências de vibração.

A adoção de mais de um absorvedor atuando sobre a estrutura seria a alternativa mais simples e eficaz. A ideia consiste em distribuir a massa total de um único sistema em vários sistemas com massas menores e em diferentes locais da estrutura principal. Desta maneira, as massas são menores e por consequência, as forças dos absorvedores sobre a estrutura e os efeitos de tensões também são reduzidos.

A correlação numérica e experimental da estrutura com 5 sistemas de absorção acoplados é mostrada na Figura 3.5 e na Tabela 3.4, sendo os seis primeiros modos denominados como 1a,1b,1c,1d,1e e 1f.

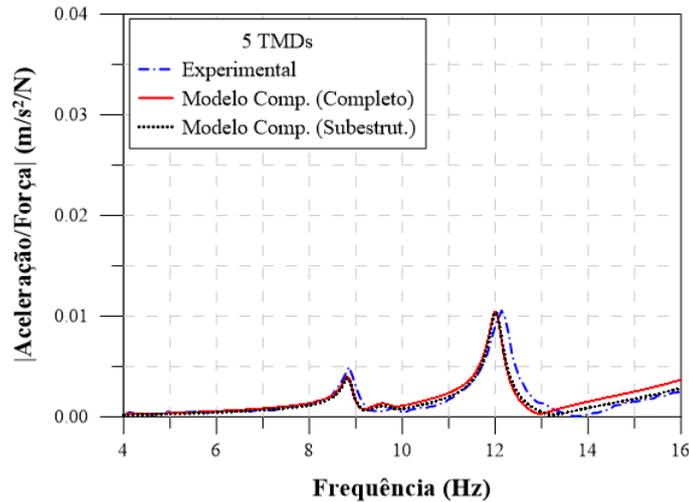


Figura 3.5: FRF experimental e predições das FRFs a partir dos modelos completo e reduzido: Estrutura + 5 TMDs.

Pode-se observar uma boa correlação mesmo com as incertezas dos parâmetros dos 5 TMDs utilizados no ensaio (vide Figura 3.1) [98]. Este resultado comprova que as ferramentas numéricas desenvolvidas conseguem representar adequadamente

Tabela 3.4: Estrutura Original + 5 Sistemas de Absorção

Modo	Completo		Subestruturado		Exp.	
	$\omega(\text{Hz})$	$\xi(\%)$	$\omega(\text{Hz})$	$\xi(\%)$	$\omega(\text{Hz})$	$\xi(\%)$
1a	8,94	1,32	8,94	1,32	8,89 ($\pm 0,03$)	1,46 ($\pm 0,03$)
1b	9,69	2,08	9,69	2,08	-	-
1c	9,77	2,19	9,77	2,19	-	-
1d	9,79	2,00	9,79	2,00	-	-
1e	9,79	2,24	9,79	2,24	-	-
1f	12,17	1,32	12,17	1,32	12,23 ($\pm 0,03$)	1,44 ($\pm 0,07$)

o comportamento dinâmico da estrutura com os sistemas de absorção. Adicionalmente, estes resultados em comparação com os resultados da Figura 3.4 demonstram um aumento na eficiência ao utilizar múltiplos sistemas. Cabe ressaltar que devido às frequências de calibração dos múltiplos sistemas estarem muito próximas, apenas duas das seis frequências naturais obtidas numericamente foram possíveis de serem identificadas no experimento. Este comportamento de concentração das frequências será discutido ao longo deste capítulo.

3.1.2 Projeto com 1 Sistema de Absorção

Nesta seção foram realizadas análises utilizando apenas um único sistema de absorção acoplado à estrutura principal \mathbb{S}_0 , calibrado para reduzir o primeiro modo de vibração. Este TMD foi posicionado na coordenada na qual a massa efetiva é mínima \mathbf{x}_{ef}^{min} , neste caso corresponde ao ponto central da placa, ventre do primeiro modo. Primeiramente, realizou-se o *PASSO 1* descrito na seção 2.7 do capítulo 2 considerando um único TMD com $m_{Total}=1\text{kg}$. Esta massa adotada para o TMD corresponde a 2 % da massa total da estrutura principal \mathbb{S}_0 e a aproximadamente 10 % da massa efetiva, calculada em relação a \mathbf{x}_{ef}^{min} , quando se considera o interesse no primeiro modo da estrutura principal \mathbb{S}_0 .

Os parâmetros modais utilizados inicialmente para o projeto do TMD foram determinados a partir das expressões de Den Hartog [1], mostradas no Capítulo 2; no entanto, estes parâmetros são obtidos considerando que a estrutura principal não tem amortecimento o que conduz a uma certa ineficiência do sistema. Para obter

um sistema mais eficiente é proposto a obtenção dos parâmetros ótimos a partir da minimização das respostas da estrutura utilizando duas métricas \mathcal{H}_∞ e \mathcal{H}_2 [81].

Na calibração do sistema de absorção a relação de frequência ideal foi obtida considerando a massa (m_{Total}) fixa e os parâmetros de rigidez (k_{Total}) e taxa de amortecimento(ξ) variáveis. Desta maneira, k_{Total} e ξ foram considerados parâmetros de busca na otimização.

A Tabela 3.5 apresenta os parâmetros ótimos estimados e a Figura 3.6 apresenta as FRFs dos sistemas otimizados escalonadas pelo valor absoluto da FRF do sistema original avaliada no primeiro modo. Esta relação foi definida como deslocamento relativo, conforme visto na Eq.2.34 no capítulo 2. Nesta primeira análise não foi imposta nenhuma restrição à taxa de amortecimento, as quais, por sua vez, atingiram valores superiores a 17%, conforme visto na Tabela 3.5.

Vale ressaltar que para cada análise apresentada neste capítulo foram realizadas três otimizações, e, em todos os casos apresentados, foi adotada a solução que apresentou o menor deslocamento relativo. Na maioria dos casos foram obtidas respostas e parâmetros ótimos aproximadamente iguais, quando isto não ocorre a dispersão dos valores e respostas são explicitamente mencionados no texto.

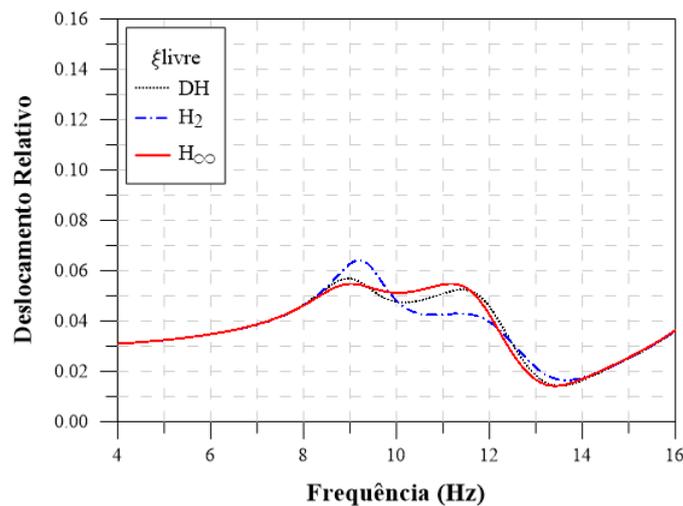


Figura 3.6: Resposta ótima da estrutura (Placa) com 1 TMD a partir do projeto de Den Hartog e dos projetos obtidos a partir da minimização das normas \mathcal{H}_∞ e \mathcal{H}_2 . Os parâmetros de busca são rigidez e amortecimento, nenhuma restrição é imposta ao amortecimento modal.

Apesar das eficiências obtidas serem bastante semelhantes, a minimização da

Tabela 3.5: Parâmetros ótimos (Placa) - 1 TMD, ξ_{livre} .

	$k_{Total} (\frac{N}{m})$	m (kg)	ξ (%)
DH	3946	1,00	18,9
\mathcal{H}_∞	3792	1,00	19,3
\mathcal{H}_2	4371	1,00	17,4

métrica \mathcal{H}_∞ apresentou resultados um pouco melhores. Entretanto, destaca-se que o valor final da função objetivo obtido utilizando a métrica \mathcal{H}_2 foi inferior ao valor de \mathcal{H}_2 calculado para as respostas obtidas pelas outras métricas (DH e \mathcal{H}_∞); logo, conclui-se que, para esta situação, esta métrica (\mathcal{H}_2) pode não ser a mais adequada.

Para obter resultados mais próximos da realidade, na qual dificilmente é possível construir sistemas com taxa de amortecimento muito elevada, será considerada como restrição prática nas etapas de otimização $\xi \leq 4\%$, conforme já visto na Eq. 2.40 do Cap. 2. Este valor foi definido baseado em análises experimentais realizadas no LADEPIS (Laboratório de dinâmica e processamento de sinais) nos trabalhos de [87, 98]. Destaca-se que, qualquer alteração na restrição $\xi \leq 4\%$ será explicitamente mencionada no texto e, quando não explícita, considera-se $\xi \leq 4\%$.

A Figura 3.7 apresenta a resposta ótima dos sistemas otimizados e os valores dos parâmetros encontram-se na Tabela A.1, Apêndice A.

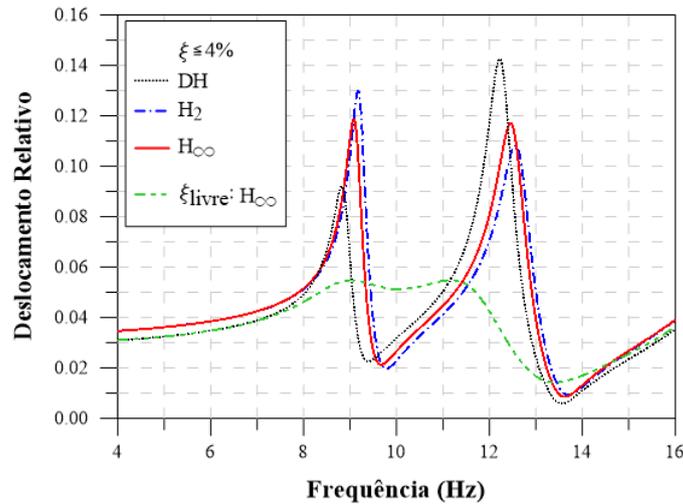


Figura 3.7: Resposta ótima da estrutura (Placa) com 1 TMD acoplado utilizando Den Hartog e PSO (\mathcal{H}_∞ e \mathcal{H}_2), sendo a rigidez e o amortecimento (limitado até 4%) os parâmetros de busca .

Ao limitar o valor ótimo da taxa de amortecimento a 4% há uma perda de

eficiência e da característica da FRF em apresentar patamar formado entre os dois picos de ressonância. Cabe ressaltar que, na otimização, os valores obtidos para a taxa de amortecimento tenderam para o valor limite, o que de certa forma já seria esperado. Esta limitação no amortecimento conduziu a: (i) uma perda da eficiência; (ii) distanciamento da resposta ótima de uma FRF com um patamar ao redor do primeiro modo da estrutura original (quando se compara a Figura 3.6 à Figura 3.7); e (iii) o valor de ξ foi definido pelo valor do limite superior (ver Tabela A.1, Apêndice A).

Pode-se concluir que o amortecimento é de fundamental importância para a obtenção de um comportamento semelhante a um patamar na FRF; no entanto, os valores de amortecimento necessários são muito elevados. Uma solução avaliada neste trabalho para contornar esta limitação é o uso de múltiplos sistemas de absorção [50, 51], uma vez que com a distribuição da massa em vários sistemas o valor da taxa de amortecimento tende a ser menor permitindo desta maneira recuperar a característica requerida para o projeto.

3.1.3 Influência da massa total do TMD na eficiência do projeto

Com a finalidade de aprofundar os conhecimentos sobre o comportamento e eficiência do sistema de absorção, foram realizadas algumas análises apresentadas neste item. Na primeira análise a taxa limite de amortecimento de 4% foi mantida, bem como a otimização utilizando a métrica \mathcal{H}_∞ , considerando, para tal, diversos valores de razão de massa. Foram considerados 5 casos, em cada caso o TMD apresenta um valor diferente de massa. A Figura 3.8 apresenta os resultados referentes a esta otimização e os valores podem ser encontrados na Tabela A.2, Apêndice A.

Aparentemente esses resultados contrariam o comportamento esperado, uma vez que, com o aumento da relação de massa seria esperado um aumento na eficiência do sistema de absorção. A Figura 3.8 mostra que a eficiência ficou praticamente constante, independente da relação de massa utilizada. Este resultado demonstra

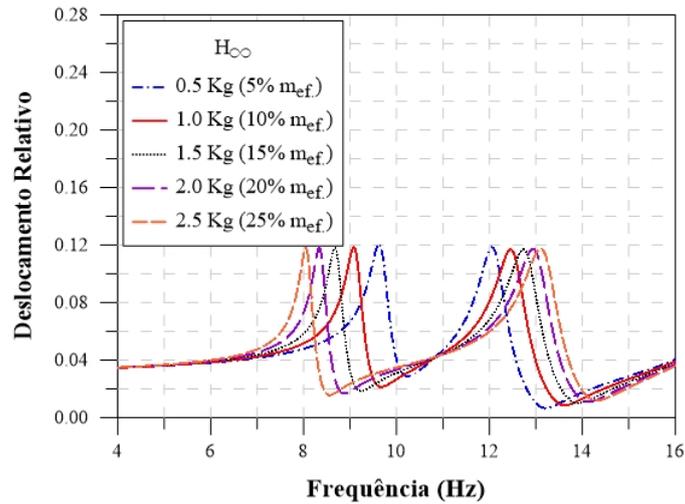


Figura 3.8: Resposta ótima da estrutura com 1 TMD acoplado adotando diferentes relações de massa para este sistema, sendo a rigidez e o amortecimento (limitado até 4%) os parâmetros de busca.

que ao definir um limite máximo para o amortecimento, acaba-se por limitar a eficiência do sistema de absorção. Desta forma pode-se concluir que a eficiência está diretamente relacionada à taxa de amortecimento e o fato de ser imposto uma restrição à taxa de amortecimento faz com que seja definida a eficiência máxima que o sistema de absorção pode atingir independente da relação de massa utilizada, conforme é mostrado na Figura 3.8. Vale ressaltar que a medida que a razão de massa aumenta, mesmo sem aumento na eficiência, há um distanciamento entre os dois picos da resposta.

A fim de ilustrar a eficiência máxima do sistema de absorção, a restrição de amortecimento foi retirada e os resultados obtidos são apresentados na Figura 3.9, na qual são apresentadas as respostas ótimas obtidas com diferentes relações de massa sem a imposição de um limite no valor da taxa do amortecimento. Os parâmetros ótimos de cada configuração indicada na Figura 3.9 são apresentados na Tabela A.3, Apêndice A.

A análise da Figura 3.9 indica que a otimização sem restrição na taxa de amortecimento conduz a sistemas cujas FRFs apresentam um patamar ao redor do modo de interesse. Adicionalmente, a eficiência do projeto aumenta com o aumento da relação de massa. Para melhor entender este comportamento, a Figura 3.10 mostra

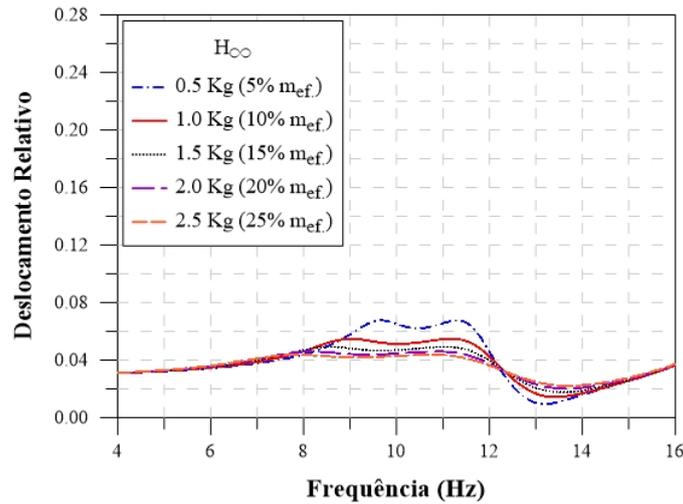


Figura 3.9: Resposta ótima da estrutura com 1 TMD acoplado adotando diferentes relações de massa para este sistema, sendo a rigidez e o amortecimento os parâmetros de busca. Nestes projetos não foram consideradas restrições nas taxas de amortecimento.

a variação do amortecimento para estas relações de massas em análise.

Vale ressaltar que, a Figura 3.10 apresenta a relação entre massa do TMD e a massa efetiva. Esta massa efetiva corresponde a aproximadamente 20% da massa total da estrutura original, logo, a relação entre massa do TMD e massa da estrutura em análise varia de 1 a 5%.

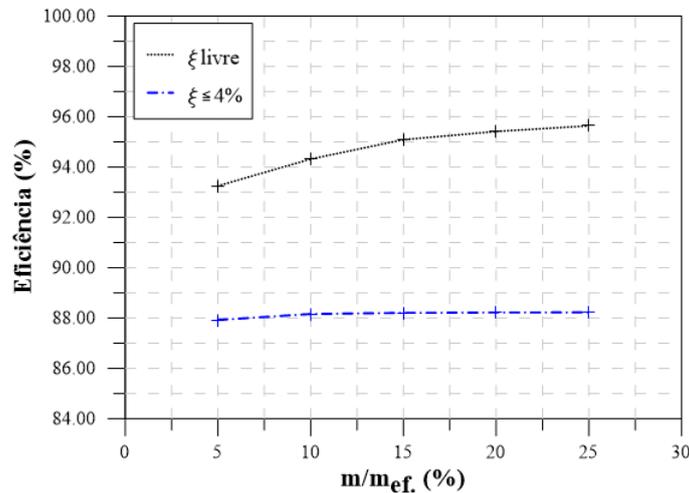


Figura 3.10: Comparação entre as eficiências do projeto devido à variação da relação de massa considerando duas situações de amortecimento: livre e limitado até 4%.

Ratificando as conclusões anteriores, podem-se destacar alguns pontos a partir da Figura 3.10: (i) aumentando a relação de massa aumenta-se a eficiência; (ii) para determinados valores de massa a eficiência não apresenta um aumento significativo;

e (iii) ao limitar a taxa de amortecimento limita-se a eficiência em um determinado nível independente de relação de massa.

3.1.4 Projeto com múltiplos sistemas localizados na mesma posição

O principal objetivo para utilização de múltiplos sistemas é buscar uma solução que permita obter maiores eficiência com valores de amortecimento viáveis de serem alcançados na prática. A fim de alcançar este objetivo foram realizadas um conjunto de análises. Inicialmente, um conjunto de 5 sistemas foram projetados de maneira idêntica, fixados no centro da placa e seus parâmetros de massa e rigidez foram obtidos a partir do projeto de 1 sistema de absorção, utilizando a métrica \mathcal{H}_∞ , descrito na Tabela A.1, Apêndice A. Portanto, considera-se que o conjunto de parâmetros m_r, k_r, ξ_r do r-ésimo sistema de absorção é dado como segue:

$$\begin{aligned} m_r &= \frac{m_{Total}}{5} \\ k_r &= \frac{k_{Total}}{5} \\ \xi_r &= \xi \\ r &= 1, 2, 3, 4, 5. \end{aligned} \tag{3.6}$$

Sendo $m_{Total}, k_{Total}, \xi$, os valores totais de massa, rigidez e taxa de amortecimento, respectivamente, descritos na Tabela A.1, do Apêndice A, utilizando a métrica \mathcal{H}_∞ .

A Figura 3.11 apresenta a resposta da estrutura com 1 TMD e com 5 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura e projetados conforme a Equação 3.6. Observando a Figura 3.11 conclui-se que, para melhorar a eficiência destes sistemas torna-se necessário adotar estratégias para a calibração.

Considerando que os 5 TMDs apresentados foram calibrados da seguinte forma:

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_4 = \omega_5 = \bar{\omega} \tag{3.7}$$

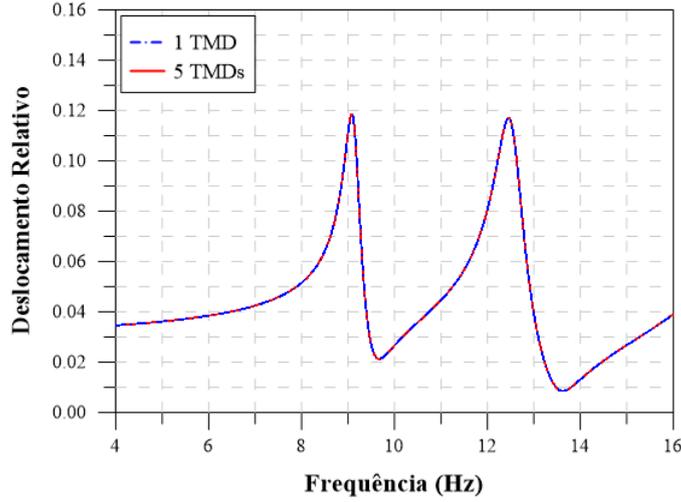


Figura 3.11: Comparação entre 1 TMD e 5 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (Placa).

na análise seguinte, estes 5 sistemas foram calibrados variando apenas o parâmetro de espaçamento Δ apresentado na seção 2.7 *Passo 2*, de tal maneira que a frequência natural do r -ésimo TMD definido por ω_r , é parametrizada da seguinte forma:

$$\omega_r = (1 + \nu(r) \Delta) \bar{\omega}, \quad r = 1, \dots, 5 \quad (3.8)$$

$$\nu(r) = \begin{cases} \frac{r}{2}, & \text{se } r \text{ é par} \\ -\frac{r-1}{2}, & \text{se } r \text{ é ímpar} \end{cases} \quad (3.9)$$

A alteração na relação de frequência por meio do parâmetro Δ pode ser realizada ajustando-se a massa, a rigidez ou ambos. Do ponto de vista da fabricação, é muito mais simples fabricar todas as molas iguais $\{k_1 = \dots = k_n\}$ e todos os amortecedores iguais $\{\xi_1 = \dots = \xi_n\}$ e projetar uma distribuição de massas $\{m_1, \dots, m_n\}$ com o intuito de ajustar as frequências naturais dos TMDs [2, 3, 7]. A Figura 3.12 mostra os ajustes de frequência realizados por meio de (a) variações da massa e (b) variações da rigidez, separadamente, considerando $\Delta = 5\%$, $\Delta = 10\%$, $\Delta = 12,5\%$ e $\Delta = 15\%$. Dado que esta análise é paramétrica, considerou-se para fins de uma melhor compreensão do comportamento, a taxa de amortecimento fixa sendo $\xi = 4\%$ para todos os sistemas de absorção, sendo a m_{Total} igual a 1,0kg (2% da massa total

ou 10% da massa efetiva).

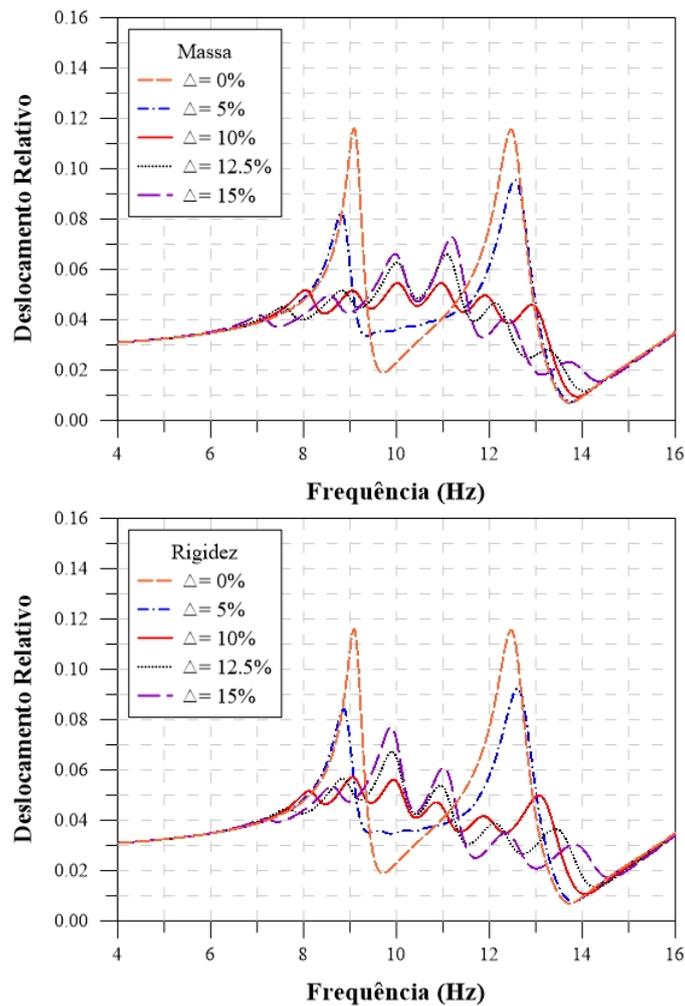


Figura 3.12: 5 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (Placa): Todos os TMDs apresentam (a) a mesma massa e, (b) mesma rigidez.

Analisando as Figuras 3.12 (a) e (b) observa-se que, variando a massa obtêm-se resultados de eficiência um pouco mais uniforme quando comparado com a variação da rigidez. Logo, têm-se um fundamento prático associado a resultados numéricos corroborados pelas conclusões de Jangid [2]. Vale ressaltar que o comportamento da estrutura é sensível às variações no sistema principal / original e às variações dos parâmetros de cada TMD que podem ocorrer, por exemplo, devido aos processos de fabricação dos próprios componentes.

Uma das possibilidades para alcançar maiores eficiências é inserir o Δ como parâmetro de otimização ou fazer um estudo paramétrico conforme mostrado nestas duas figuras e, em sequência, otimizar o sistema em função da melhor situação de

finida na parametrização incluindo pequenas variações não uniformes no parâmetro Δ_r associado ao r -ésimo sistema/absorvor.

De acordo com a Figura 3.12 foi definido $\Delta=10\%$, as rigidezes $\{k_1, \dots, k_5\}$ permanecem fixas e iguais aos valores apresentados na Tabela A.4, Apêndice A.

Nas próximas análises as massas $\{m_1, \dots, m_5\}$ foram definidas como parâmetro de otimização. Por fim, considerou-se o seguinte conjunto de restrições:

$$0,94 \times \Delta \leq \Delta_r \leq 1,06 \times \Delta \quad (3.10)$$

$$\sum_{r=1}^5 m_r = 1,0kg \quad (3.11)$$

Para entender melhor o comportamento de múltiplos sistemas acoplados à esta estrutura, foi realizada uma análise com $n \in \{5, 10, 15, 20\}$ TMDs posicionados no meio da placa. Nesta análise foram utilizadas as duas métricas de otimização (\mathcal{H}_∞ e \mathcal{H}_2), e além da massa, o amortecimento também foi otimizado e, neste caso, sem nenhuma restrição imposta. Sabe-se que, quanto menor a relação individual de massa menor deve ser o valor do amortecimento; portanto, quando não é imposto limite à taxa de amortecimento consegue-se saber até qual valor de amortecimento estes n sistemas alcançariam. Deve-se destacar que, quando o processo de otimização não impõe restrições às taxas de amortecimento $\{\xi_1, \dots, \xi_n\}$ dos sistemas de absorção, é possível atingir as respostas ótimas que apresentam um patamar em uma região ao redor do modo de interesse. Isto pode ser observado nas Figuras 3.13-3.16.

As Figuras 3.13-3.16 apresentam os resultados da otimização quando se consideram 5,10,15 e 20 sistemas, respectivamente. Os gráficos do lado esquerdo das Figuras 3.13-3.16 apresentam os projetos baseados na minimização da métricas \mathcal{H}_∞ e os do lado direito os projetos baseados na minimização da métrica \mathcal{H}_2 . Adicionalmente, foi considerado também que o usuário poderia escolher os parâmetros $\{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n\}$ distinto ou considerar a restrição de todos os TMDs com o mesmo amortecimento $\{\xi_1 = \xi_2 = \dots = \xi_n\}$. Os valores encontrados para os TMDs apresentados nas Figuras 3.13-3.16 são apresentados nas Tabelas A.5-A.12, Apêndice A.

Do ponto de vista da otimização, o número de parâmetros a serem otimizados é igual a $2n$: $\{m_1, \dots, m_n, \xi_1, \dots, \xi_n\}$. No entanto, uma estratégia que se mostrou adequada para as presentes aplicações foi adotar a hipótese de que todos os fatores de amortecimento deveriam ser iguais, isto é, $\{\xi_1 = \dots = \xi_n\}$. Essa suposição levou a um problema de otimização com $(n + 1)$ parâmetros de projeto ao invés de $2n$, como mostrado a seguir.

Vale ratificar que, para cada análise com múltiplos sistemas acoplados foi realizado um estudo paramétrico variando o espaçamento Δ e, a partir disto, foi definido uma variação da relação de frequência (Δ) para os múltiplos sistemas. Os parâmetros foram otimizados dentro de um espaço de busca definido por uma pequena variação desta relação de frequência de cada sistema pré-definida pelo Δ de maneira que as Equações 3.10 e 3.11 sejam satisfeitas. Desta forma, chega-se à um conjunto ótimo $\{\Delta_1, \dots, \Delta_n\}$.

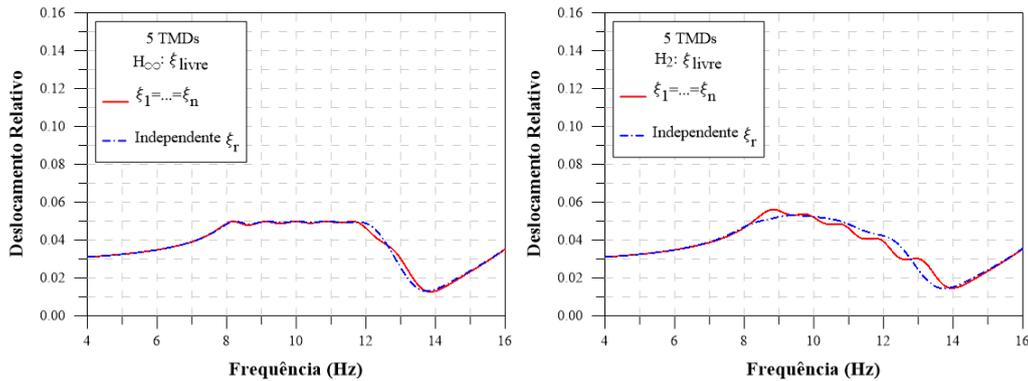


Figura 3.13: Comparação da resposta ótima da estrutura com 5 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura considerando duas situações: amortecimento individual para cada um dos TMDs e amortecimento igual para todos os TMDs, utilizando a métrica definida pelo (a) \mathcal{H}_∞ e (b) \mathcal{H}_2 .

Dos resultados obtidos inicialmente se pode observar que as métricas de otimização (\mathcal{H}_∞ e \mathcal{H}_2) apresentam resultados bastantes semelhantes para os casos de múltiplos TMDs. Adicionalmente, ao liberar o amortecimento em ambas as métricas atinge-se um patamar para todas as situações, neste caso um pouco mais acentuado para os casos otimizados utilizando o \mathcal{H}_∞ .

Nas Figuras 3.13-3.16, como descrito anteriormente, foi realizada também uma análise na qual foram comparadas duas situações: a primeira, todas as taxas de

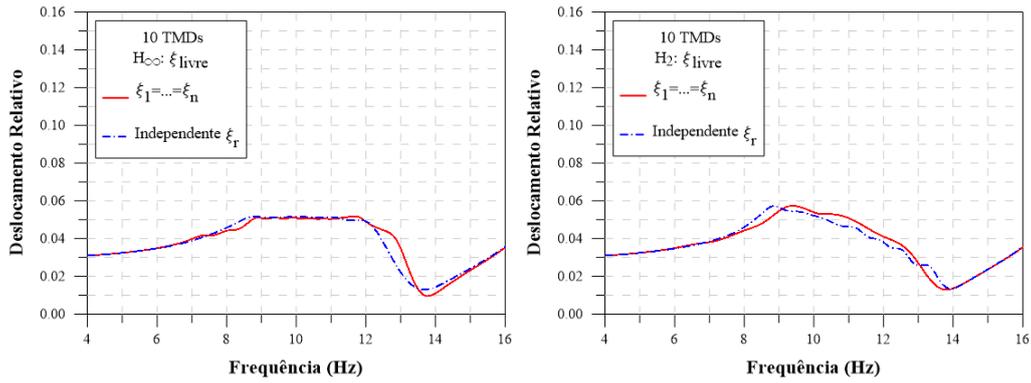


Figura 3.14: Comparação da resposta ótima da estrutura com 10 TMDs acoplados em série na estrutura considerando duas situações: amortecimento individual para cada um dos TMDs e amortecimento igual para todos os TMDs, utilizando a métrica definida pelo (a) \mathcal{H}_{∞} e (b) \mathcal{H}_2 .

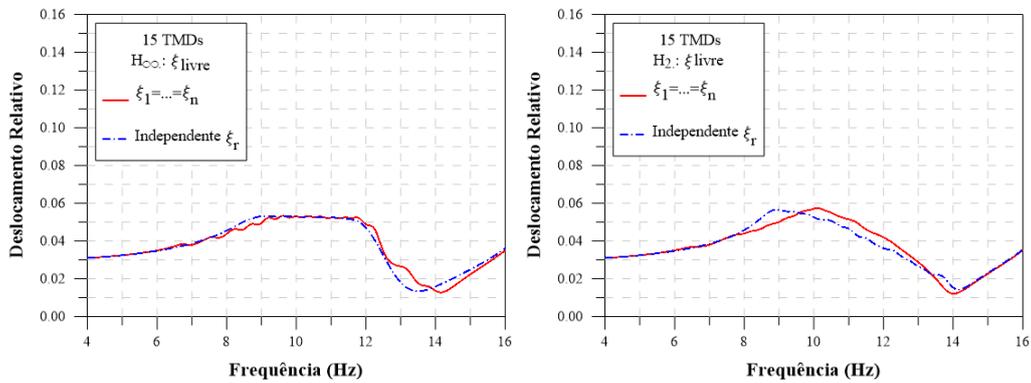


Figura 3.15: Comparação da resposta ótima da estrutura com 15 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura considerando duas situações: amortecimento individual para cada um dos TMDs e amortecimento igual para todos os TMDs, utilizando a métrica definida pelo (a) \mathcal{H}_{∞} e (b) \mathcal{H}_2 .

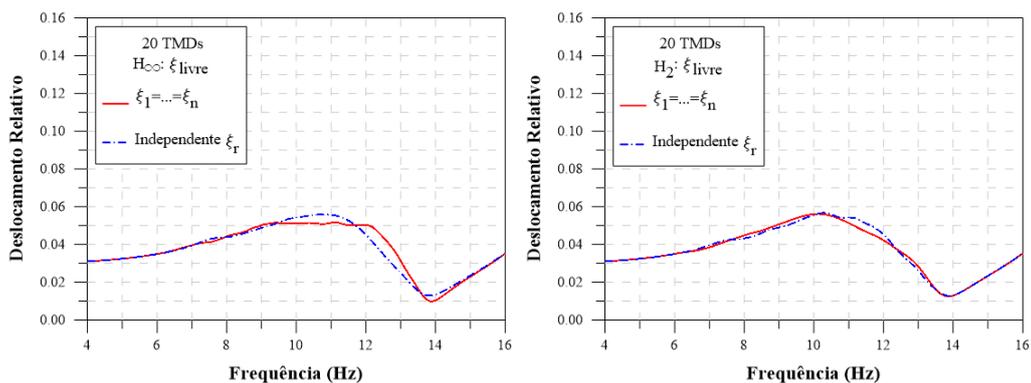


Figura 3.16: Comparação da resposta ótima da estrutura com 20 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura considerando duas situações: amortecimento individual para cada um dos TMDs e amortecimento igual para todos os TMDs, utilizando a métrica definida pelo (a) \mathcal{H}_{∞} e (b) \mathcal{H}_2 .

amortecimento são iguais $\{\xi_1 = \xi_2 \dots = \xi_n\}$, isto na prática é muito melhor uma vez que padroniza a fabricação dos TMDs e a segunda situação, a taxa de cada sistema é otimizada separadamente $\{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n\}$. Nos resultados obtidos pode-se verificar que, ao otimizar separadamente os amortecimentos dos TMDs, os valores obtidos são bem dispersos e em alguns casos extremamente elevados, indicando que a melhor solução seria manter o amortecimento de todos os sistemas com uma única variável, isto pode ser visto nas Tabelas A.5-A.12, Apêndice A.

Vale ressaltar que, para cada análise, foram realizadas 3 otimizações consecutivas, ou seja, tem-se um conjunto solução $\{\xi_1^{(j)}, \dots, \xi_n^{(j)}, m_1^{(j)}, \dots, m_n^{(j)}\}$ para cada realização j . Este conjunto de otimizações foi necessária devido ao fato de que o algoritmo PSO começa com uma população aleatória de soluções candidatas [83, 90, 91] e, portanto, cada nova execução pode levar a um resultado melhor do que o fornecido pelas execuções anteriores, esse processo pode eliminar soluções em mínimos locais. Analisando o vetor de parâmetros ótimos, observa-se que estes são significativamente distintos de uma realização para outra. Entretanto, observa-se também que as respostas ótimas obtidas a partir destes parâmetros ótimos são muito semelhantes.

A Figura 3.17 apresenta as taxas de amortecimento modal $\{\xi_1, \dots, \xi_n\}$ para as três otimizações quando o projeto considera: (i) $\{\xi_1, \dots, \xi_n\}$ como parâmetros independentes e (ii) nenhuma restrição é colocada nas taxas de amortecimento. Em relação ao caso no qual se assume que $\{\xi_1 = \dots \xi_n\}$, as variações ocorrem exclusivamente entre as diferentes otimizações. Visando realizar comparações globais com relação às taxas de amortecimento, os diagramas de caixa *Box Plot* obtidos por meio do conjuntos de dados $\{\xi_i^{\text{otim}j} | i = 1, \dots, n; j = 1, 2, 3\}$ são mostrados na Figura 3.18 considerando projetos obtidos com diferentes números de TMDs (n). A partir da Figura 3.18 pode-se observar que o valor médio do conjunto de dados $\{\xi_i^{\text{otim}j} | i = 1, \dots, n; j = 1, 2, 3\}$ não é sensível ao número de n TMDs para a situação em que $\{\xi_1, \dots, \xi_n\}$ são assumidos como parâmetros independentes. Por outro lado, com relação aos projetos para os quais $\{\xi_1 = \dots = \xi_n\}$, pode-se observar que

o valor médio do conjunto de dados $\{\xi_i^{otimj} | i = 1, \dots, n; j = 1, 2, 3\}$ diminui à medida que n aumenta.

Resumindo, pode-se concluir que as FRFs fornecidas pelos modelos em que $\{\xi_1 = \dots = \xi_n\}$ são bastante similares aos fornecidos pelos modelos em que $\{\xi_1, \dots, \xi_n\}$ são assumidos como parâmetros de projeto independentes. Portanto, a partir de agora toda a análise assumirá que $\{\xi_1 = \dots = \xi_n\}$. Isto implica em problemas de otimização com um número reduzido de parâmetros desconhecidos.

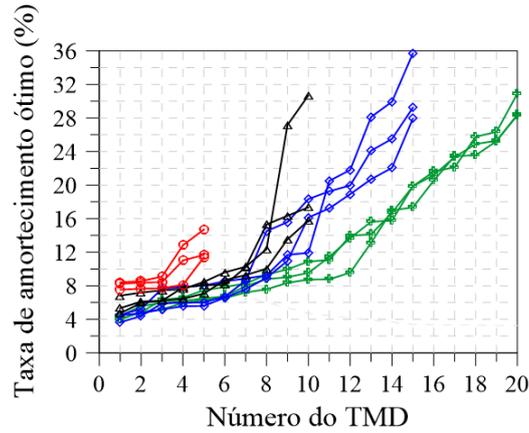


Figura 3.17: Taxa de amortecimento otimizada $\{\xi_1, \dots, \xi_n\}$ para cada TMD. Foi considerado $n \in \{5, 10, 15, 20\}$ e três diferentes otimizações por meio do PSO para cada n (Não foi imposta limitação para o amortecimento). Círculo vermelho \circ : $n=5$. Triângulo preto Δ : $n=10$. Losango azul \diamond : $n=15$. Cruz verde $+$: $n=20$.

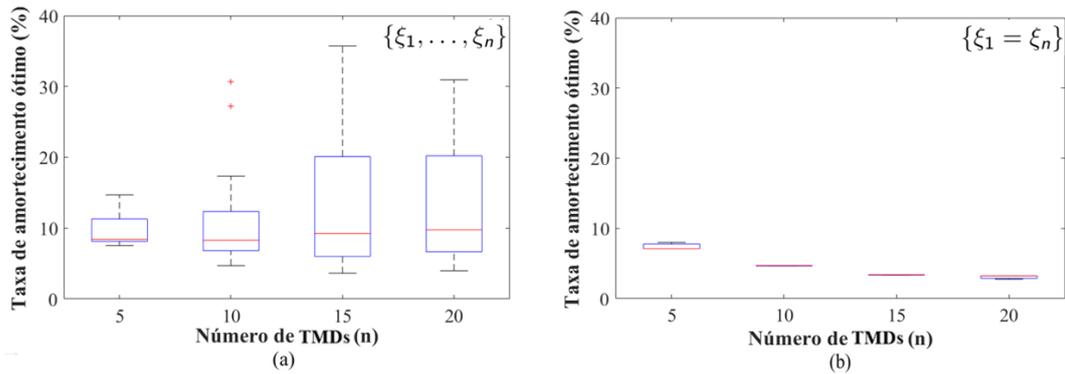


Figura 3.18: Diagrama de caixa dos parâmetros ótimos $\{\xi_i^{otimj} | i = 1, \dots, n; j = 1, 2, 3\}$ na qual não existe restrição para ξ , sendo: (a) $\{\xi_1, \dots, \xi_n\}$ independentes. e, (b) $\{\xi_1 = \xi_2 = \dots = \xi_n\}$.

Por fim, dada a importância da massa total dos sistemas de absorção na performance do projeto otimizado, a seguir serão apresentadas algumas análises considerando três valores distintos da massa total $m_{Total} = \sum_{r=1}^n m_r$: \Rightarrow

A Figura 3.19 apresenta o resultado desta análise e as Tabelas A.13-A.18, Apêndice A apresentam os respectivos parâmetros ótimos.

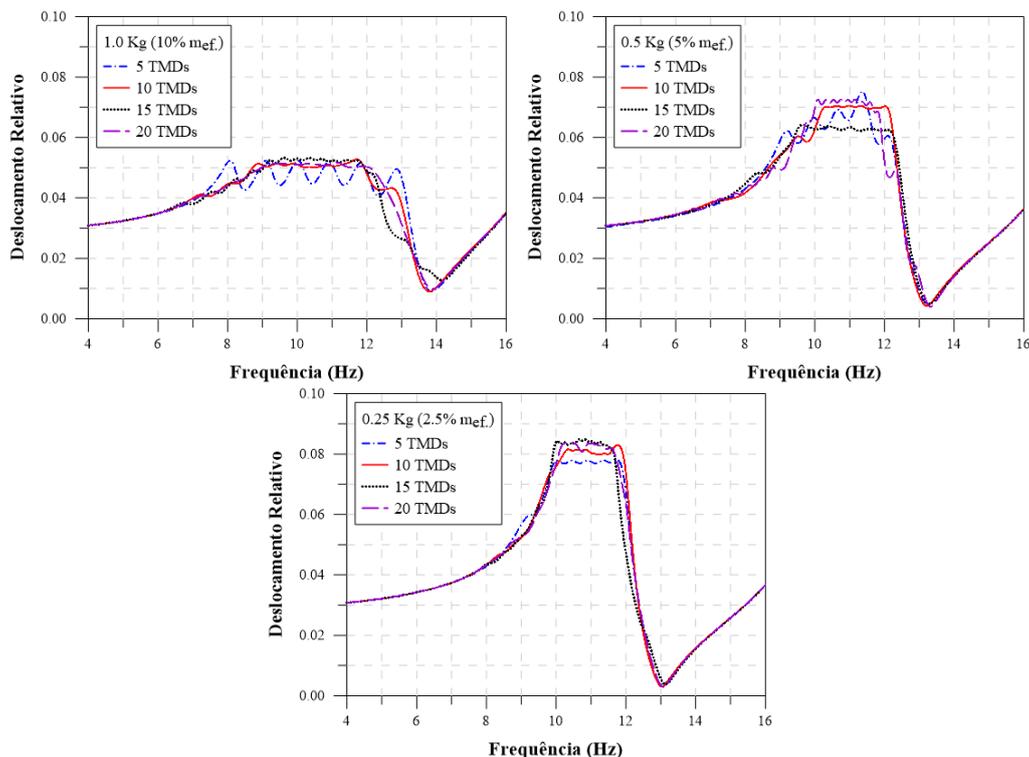


Figura 3.19: Resposta ótima da estrutura com múltiplos sistemas acoplados na mesma posição na estrutura considerando (a) Massa total dos sistemas igual a 1,0kg, (b) Massa total dos sistemas igual a 0,5kg e (c) Massa total dos sistemas igual a 0,25kg.

A Figura 3.19 mostra que, ao reduzir a massa consegue-se atingir o patamar mais facilmente mesmo perdendo a eficiência e o aumento de sistemas não tem grande influência na eficiência uma vez que atinge o amortecimento ótimo da situação analisada. Diferente do que foi visto anteriormente (Figura 3.8), ao limitar o amortecimento limitava-se a eficiência. Na Figura 3.19, de modo geral a eficiência varia de acordo com a relação de massa, ou seja, o limite definido para o amortecimento neste caso não limita a eficiência, isto pode ser visto claramente na Figura 3.20.

A Figura 3.20 apresenta a variação da taxa de amortecimento como função do número de sistemas de absorção em cada projeto. Optou-se por apresentar na Figura 3.20 as seguintes informações como função do número de TMDs n : (i) uma curva contendo a taxa de amortecimento referentes à realização adotada como sendo aquela

que fornece a melhor resposta otimizada; (ii) uma região definida, ao redor de cada curva, a partir dos resultados máximos e mínimos da taxa de amortecimento, as quais são obtidas a partir das três realizações consideradas em cada situação com os n sistemas.

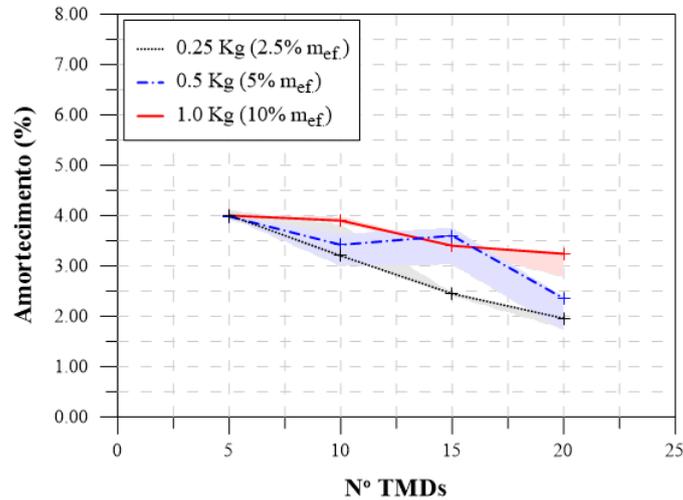


Figura 3.20: Comparação entre as taxas de amortecimento do projeto devido à variação de sistemas acoplados na mesma posição na estrutura considerando 3 situações de massa total: 1,0kg, 0,5kg e 0,25kg.

Para 5 e 10 sistemas de absorção com 1,0kg (2% da massa total ou 10% da massa efetiva) os valores ótimos da taxa de amortecimento atingiram o valor limite (restrição) de 4%, neste caso, para uma melhor performance os sistemas necessitariam de uma taxa de amortecimento maior. De modo geral, pode-se concluir que, além deste valor de amortecimento de 4% ser um número usual na prática, consegue-se obter uma boa eficiência com múltiplos sistemas para este tipo de estrutura.

Finalmente, embora os resultados mostrados sejam bastante convincentes, deve-se notar que os TMDs são acoplados na mesma posição na estrutura, o que é simples do ponto de vista da modelagem, mas não é prático em muitas situações relativas à sua montagem e construção. Em seguida, é apresentado um projeto para TMDs distribuídos espacialmente, que se assemelha ao que se pode encontrar em projetos reais de engenharia.

3.1.5 Projeto com múltiplos sistemas localizados em posições distintas

Projetos com múltiplos sistemas na mesma posição não são viáveis na prática. Ao mesmo tempo, conforme já visto, colocar um único sistema com uma relação de massa elevada também apresenta limitações práticas, não apenas do ponto de vista de calibração, uma vez que requer amortecimentos elevados, como, também, do ponto de vista estrutural. Neste sentido, a ideia de espalhar os múltiplos sistemas ao longo da estrutura parece ser a hipótese mais razoável. A abordagem proposta para otimização de múltiplos sistemas distribuídos espacialmente começa a partir dos resultados obtidos na seção 3.1.2 e segue os *Passos 2*, *3* e *4* (apresentados na seção 2.7 do capítulo 2) no decorrer desta seção.

Os TMDs espacialmente distribuídos serão projetados para a placa descrita na seção 3.1.1. A limitação desta hipótese está associada ao fato de que cada posição (x, y) da placa está relacionada a uma massa efetiva $m_{ef}(x, y)$, a qual, por sua vez, está associada à forma do modo de vibração. Desta maneira, quanto maior a amplitude do modo na posição (x, y) , menor é o valor da massa modal associada e mais eficiente se torna o sistema de absorção, logo, deve-se destacar que a eficiência do TMD depende da razão entre a massa do TMD e a massa efetiva $m_{ef}(x, y)$.

Na Figura 3.21 é apresentado o inverso da massa efetiva para cada ponto (x, y) da placa. A Figura 3.22 mostra a relação entre a massa efetiva e a massa total da estrutura $(\frac{m_{ef}}{m_{placa}}$, sendo $m_{placa} = 50,58kg$). Destaca-se que, na Figura 3.22, não são apresentados os pontos extremos (x, y) próximos dos bordos, já que a massa efetiva nesta região aumenta exageradamente.

Conforme visto, a massa efetiva é semelhante nas regiões próximas do centro, porém a partir de uma determinada distância do centro a massa efetiva começa a aumentar exageradamente. Para este projeto específico, quanto mais longe o ponto (x, y) estiver do centro da placa, maior será $m_{ef}(x, y)$. Portanto, as posições candidatas mais adequadas para colocar os TMDs são em torno do centro da placa. Nesta situação, o local no qual o TMD será posicionado vai impactar no nível de

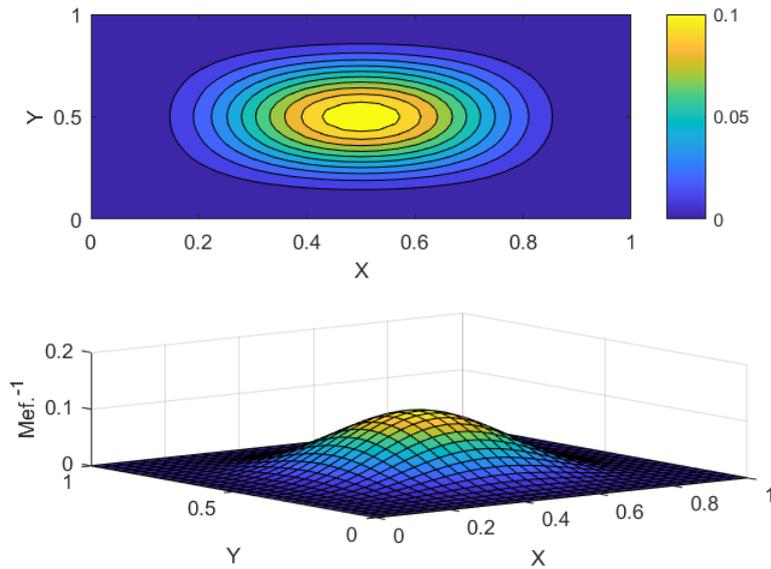


Figura 3.21: Massa efetiva da Placa no primeiro modo de vibração.

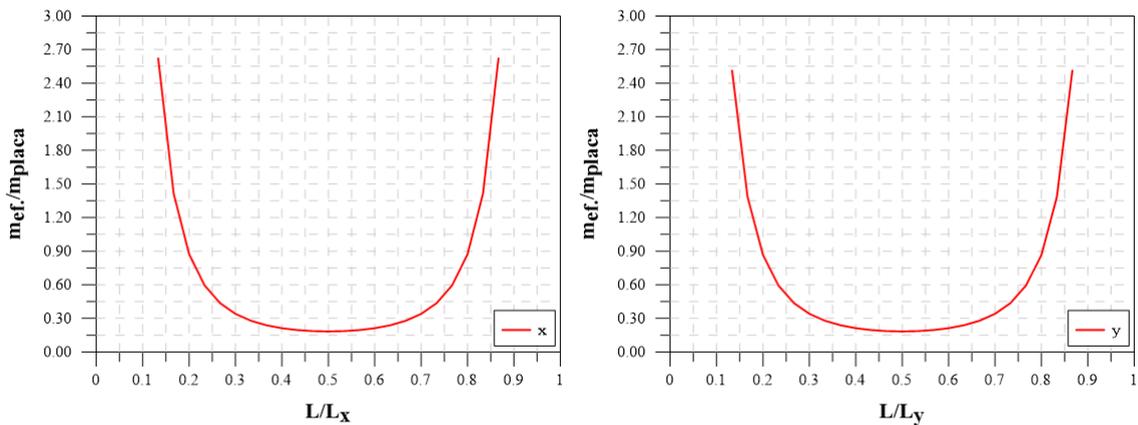


Figura 3.22: Relação entre a massa efetiva e a massa total da placa nas duas direções (a) L_x , sendo $L_y = 0,5$ e (b) L_y , sendo $L_x = 0,5$.

eficiência do projeto otimizado, logo, investigações acerca da posição de instalação do TMD se fazem necessárias.

Inicialmente, para entender o comportamento estrutural ao variar a posição dos sistemas na placa, foram definidas três posições conforme visto na Figura 3.23 e otimizados os 5 sistemas em cada uma destas posições separadamente. Foi considerado uma massa total de 1,0kg, ou seja, 2% da massa total. Com relação à massa efetiva, tem-se as seguintes relações de acordo com cada posição $P1 = 10\%$ da massa efetiva, $P2 = 6\%$ da massa efetiva, $P3 = 1\%$ da massa efetiva. Para estes casos, os processos de otimização não impõem restrições à taxa de amortecimento.

A Figura 3.24 mostra a resposta da estrutura otimizada com 5 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura, sendo consideradas 3 posições: P1, P2 e P3. Os valores ótimos destes projetos são apresentados na Tabela A.19, Apêndice A, sendo P1 já mostrado na Tabela A.6(ξ_{cte}), Apêndice A .

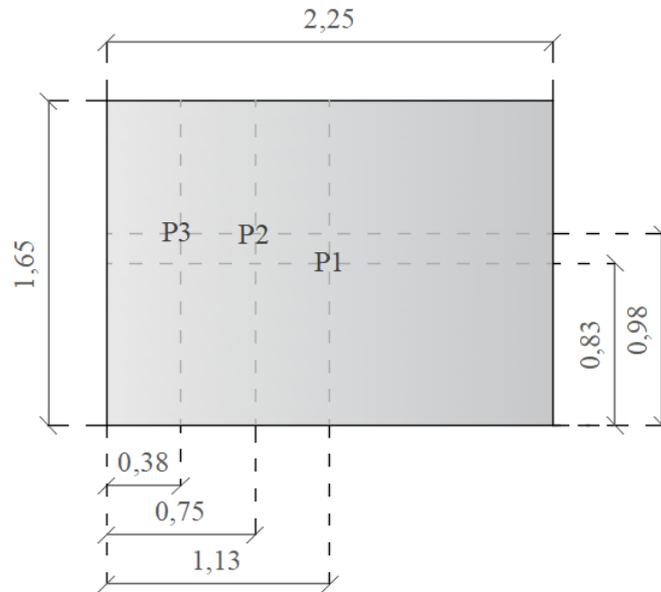


Figura 3.23: Três diferentes posições nas quais serão considerados conjuntos de 5 subsistemas acoplados em cada ponto por vez (dimensões em m).

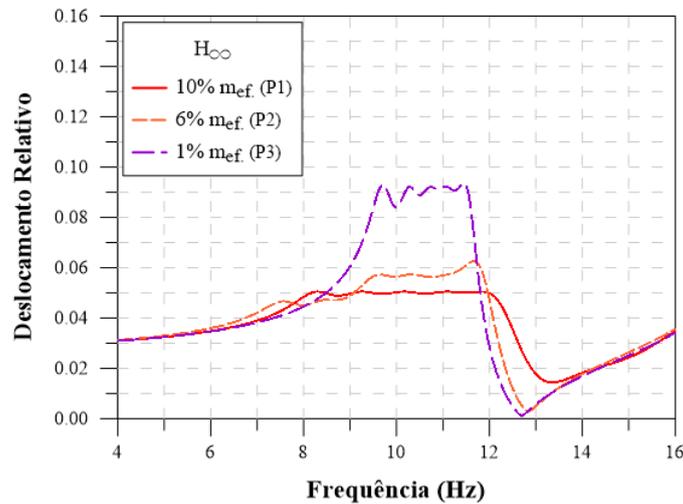


Figura 3.24: Resposta da estrutura otimizada com 5 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura, considerando 3 diferentes localidades da estrutura.

A Figura 3.24 mostra o que de certa forma já era esperado, ao afastar os sistemas do centro perde-se a eficiência devido à mudança da relação entre a massa dos sistemas e a massa efetiva, já que este é um fator de fundamental importância para

manter a eficiência dos sistemas ao se espalhar os sistemas.

Ainda assim, para entender o comportamento da estrutura ao espalhar os cinco sistemas foram definidas mais quatro posições ao redor do centro as quais estão indicadas na Figura 3.25.

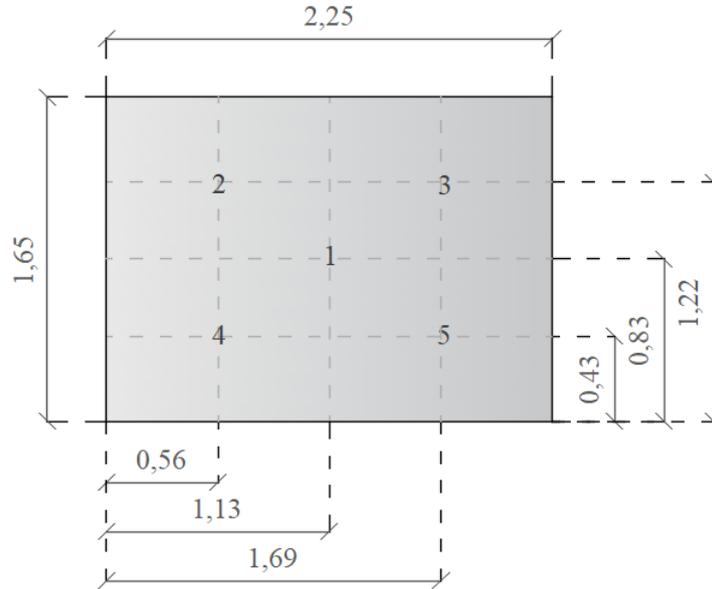


Figura 3.25: Posições dos 5 sistemas acoplados em diferentes posições na estrutura (dimensões em m).

Sem alterar a massa total de 1,0kg ou 2% da massa total, foi alterada gradativamente a relação de massa no centro e conseqüentemente as relações das massas adjacentes (adotando sempre estas massas fora do centro iguais, tanto a massa quanto a relação, já que as massas efetivas nestes quatros pontos são iguais). Nesta situação a massa efetiva do centro da placa é diferente da massa efetiva das posições adjacentes mostradas na Figura 3.25. Logo, para obter uma melhor eficiência na otimização foram considerados subgrupos conforme mencionado no *PASSO 2*, neste caso, serão dois subgrupos de TMDs e os parâmetros a serem otimizados $\{k_r^*, \xi_r^*\}$ ($r = 1, 2, 3, 4 \dots$) são descritos a seguir:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= \xi_1^* \\ \xi_2 &= \xi_3 = \xi_4 = \xi_5 = \xi_2^* \end{aligned} \tag{3.12}$$

$$\begin{aligned}
k_1 &= k_1^* \\
k_2 &= k_3 = k_4 = k_5 = k_2^*
\end{aligned}
\tag{3.13}$$

O projeto foi otimizado em duas situações: Situação 1: sem limitar o amortecimento e Situação 2: limitando o amortecimento em 4%. Estas análises são apresentadas na Figura 3.26 e os valores estão na Tabelas A.20-A.23, Apêndice A.

Com intuito de realizarmos uma análise paramétrica com relação à massa no centro da placa (m_1), a seguinte organização de distribuição de massa foi adotada: $m_1 = m^*$ e $m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = \frac{m^*}{4}$ e, foi adotado também, a seguinte estratégia para obter o parâmetro ótimo de amortecimento: $\xi_1 = \xi_1^*$ e $\xi_2 = \xi_3 = \xi_4 = \xi_5 = \xi_2^*$. Isto foi feito de tal forma que os sistemas que apresentam a mesma relação de massa apresentem também a mesma taxa de amortecimento.

Quando o amortecimento é liberado, ao reduzir a relação de massa no centro reduz-se a eficiência e, ao comparar com a resposta adotando 5 sistemas no centro é possível perceber que, mesmo perdendo a eficiência consegue-se manter o patamar. Porém, quando se adota a restrição $\xi_r \leq 4\%$ ($r = 1, 2, \dots, 5$), perde-se a eficiência e o padrão do patamar.

Considerando ainda a massa total de 1,0kg ou 2% da massa total, sendo 0,2kg (0,4% da massa total ou 2% da massa efetiva) para todos os sistemas e o amortecimento limitado a 4%, foi variada a relação de frequência destes sistemas ao redor da frequência do sistema localizado no centro da placa. Foi realizado um estudo paramétrico alterando o parâmetro Δ , conforme apresentado no *PASSO 3*. A melhor situação encontrada desta variação foi otimizada utilizando as restrições das Equações 3.10 e 3.11 (*PASSO 4*) e, mostrada na Figura 3.27 e na Tabela A.24, Apêndice A. Vale ressaltar que, para otimização, considerou-se m e ξ como sendo os parâmetros de busca.

Mesmo aplicando a estratégia usando o Δ não foi possível obter uma resposta que apresentasse patamar; logo, é possível concluir que, para atingir o patamar seria necessário aumentar o número de sistemas de absorção. Desta forma, foram

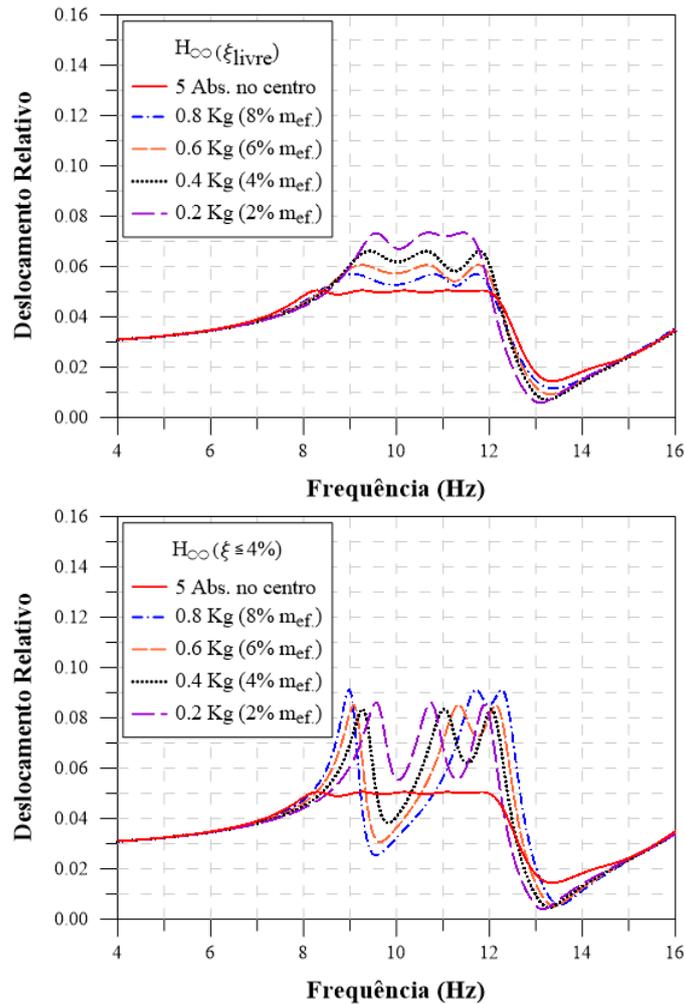


Figura 3.26: Resposta ótica da estrutura com 5 TMDs acoplados em diferentes posições com a massa total de 1,0kg (2% da massa total), adotando diferentes relações de massa no centro com (a) amortecimento livre e (b) amortecimento limitado a 4%.

considerados, nas próximas análises, 9 sistemas de absorção acoplados na estrutura principal.

Como já foi visto, a massa efetiva aumenta exageradamente a partir de uma determinada localização da placa e, em função disto, foi analisado um novo conjunto de posições. Este novo conjunto considera oito posições ainda mais próximas do centro quando comparadas com as quatro posições adotadas anteriormente, conforme visto na Figura 3.25, de forma que, ao espalhar estes sistemas, não seja perdida muita eficiência. Este novo conjunto de posições é apresentado na figura 3.28.

O projeto considera a massa total igual a 1,0kg. A proposta da distribuição de massa é feita considerando a massa do sistema do centro $m_1 = 0,2\text{kg}$ (0,4% da massa

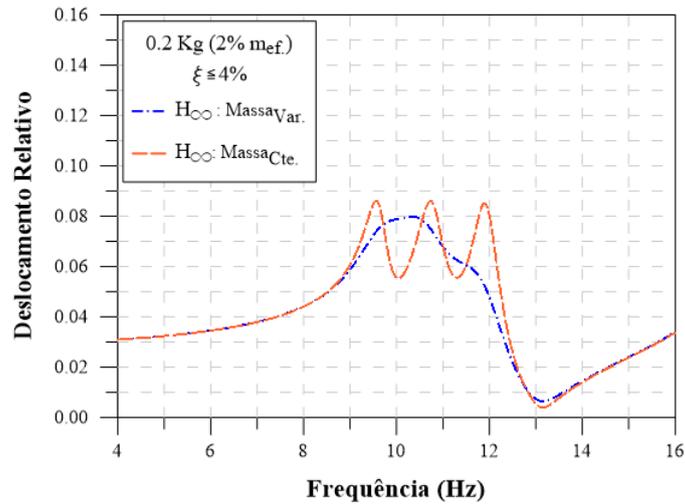


Figura 3.27: Comparação da resposta da estrutura otimizada com 5 TMDs distribuídos espacialmente com as massas adjacentes iguais e outra situação apresentando as massas adjacentes diferentes, sendo a massa total nas duas situações igual a 1,0kg (10% da massa efetiva ou 2% da massa total) e o amortecimento limitado a 4%.

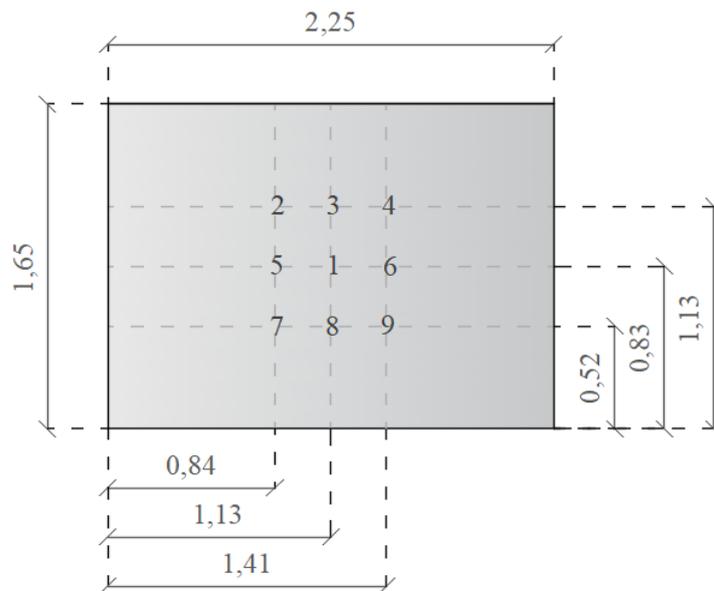


Figura 3.28: Localização dos 9 sistemas acoplados em diferentes posições na estrutura (dimensões em m).

total ou 2% da massa efetiva) e o restante da massa dividida igualmente entre os oito TMDs. Com relação à otimização, considerou-se k e ξ como sendo os parâmetros de busca, conforme determinado no *Passo 2*.

Vale ressaltar que há diferentes massas efetivas nas posições escolhidas ao redor do centro e, em função disto, foram definidos subgrupos de TMDs de forma que os TMDs do mesmo subgrupo apresentassem relações próximas de massa. Neste

caso, foram definidos quatro subgrupos caracterizados pelos seus parâmetros $\{k_r^*, \xi_r^*\}$ ($r = 1, 2, 3, 4$) os quais são descritos como segue:

$$\begin{aligned}\xi_1 &= \xi_1^* \\ \xi_2 &= \xi_4 = \xi_7 = \xi_9 = \xi_2^* \\ \xi_3 &= \xi_8 = \xi_3^* \\ \xi_5 &= \xi_6 = \xi_4^*\end{aligned}\tag{3.14}$$

$$\begin{aligned}k_1 &= k_1^* \\ k_2 &= k_4 = k_7 = k_9 = k_2^* \\ k_3 &= k_8 = k_3^* \\ k_5 &= k_6 = k_4^*\end{aligned}\tag{3.15}$$

O sistema foi calibrado com o amortecimento limitado a 4% e os resultados são mostrados na Figura 3.29 e na Tabela A.25, Apêndice A.

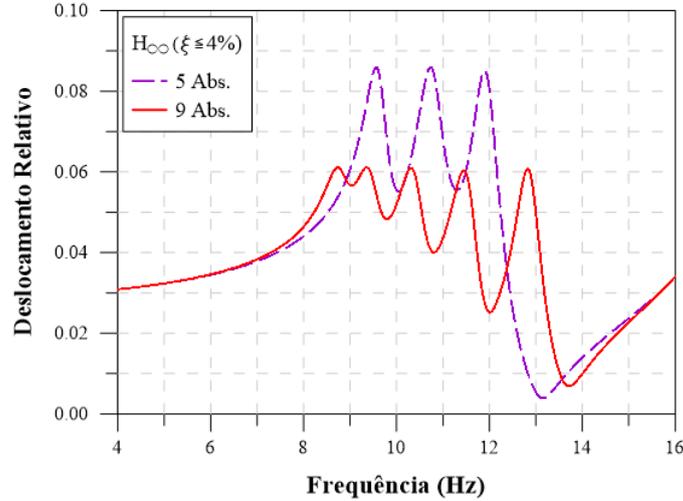


Figura 3.29: Resposta ótima da estrutura com 5 e 9 TMDs distribuídos espacialmente na estrutura entretanto com a mesma relação de massa total, mesma relação de massa no centro igual a 0,2kg (0,4% da massa total ou 2% da massa efetiva) e com a taxa de amortecimento limitada a 4%.

Conforme esperado, ao acrescentar mais sistemas acoplados à estrutura e aproximar os sistemas do centro da placa, a eficiência aumenta. Entretanto, mantendo-se as massas iguais e limitando o amortecimento ainda não é possível atingir o patamar. Isto, provavelmente, é devido ao fato de as relações de massa (massa do TMD e

massa efetiva) serem ainda bastante distintas e o valor do amortecimento ser inferior ao valor que o sistema precisa para um atingir a máxima eficiência. Neste caso, a taxa amortecimento foi definida pelo valor máximo da restrição de 4%.

Aparentemente o aumento demasiado do número de sistemas conduz a uma certa perda de eficiência pois, para isto, é necessário retirar a massa do ventre do modo e, como o aumento da massa efetiva é cada vez maior à medida que se distancia deste ponto, esses sistemas tendem a ser menos efetivos, agregando pouco na resposta. Por outro lado, colocar mais sistemas próximo ao ventre não seria viável devido à falta de espaço físico.

A Figura 3.30 apresenta duas situações com os 9 sistemas calibrados com a mesma relação de massa e o amortecimento limitado a 4%. Na situação 1 (9 TMDs, mesma rel. de $m - 3,0\text{kg}$) foi mantida a massa de $0,2\text{kg}$ no centro e compensadas as massas adjacentes de maneira a terem sempre as mesmas relações de massa, neste caso o sistema de absorção tem no total $3,0\text{kg}$ (6% da massa total). Na situação 2 (9 TMDs, mesma rel. de $m - 1,0\text{kg}$) foi mantida a massa total do sistema de absorção de $1,0\text{kg}$ (2% da massa total) e para adotar a mesma relação de massa, a massa do centro foi reduzida para $0,067\text{kg}$ (0,13% da massa total ou 0,67% da massa efetiva) e as outras massas foram definidas atendendo sempre a relação adotada. Os valores dos parâmetros ótimos nas situações 1 e 2 são apresentados nas Tabelas A.26 e A.27, Apêndice A.

Observa-se na Figura 3.30 que em nenhuma das situações analisadas atinge-se o patamar. Ao reduzir a massa do sistema localizado no ventre do modo tem-se um indício da formação de um patamar, entretanto, não há melhora na eficiência. Por outro lado, ao aumentar a massa dos sistemas adjacentes, tem-se uma melhora significativa na eficiência, porém a resposta se distancia do patamar devido à restrição imposta ao amortecimento.

Deve-se ressaltar que, nas duas situações, o amortecimento ficou definido pelo valor máximo de 4%. Uma outra alternativa para melhorar a eficiência e aproximar mais a resposta a um patamar, nestas mesmas condições de restrição de amorteci-

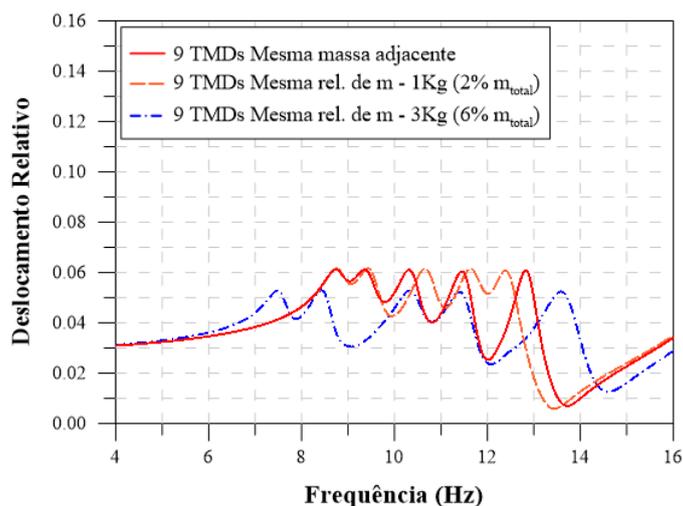


Figura 3.30: Comparação da resposta ótima da estrutura com 9 TMDs distribuídos espacialmente com a mesma relação de massa para todos os sistemas porém com diferentes massas totais, 1,0kg (2% da massa total) e 3,0kg (6% da massa total)

mento, é otimizar o projeto alterando a relação de frequência das massas adjacentes, seguindo o *PASSO 3 e 4*, conforme mostrado na Figura 3.31. A Tabela 3.6 mostra os parâmetros ótimos desta situação. Nesta situação considerou-se m e ξ como sendo os parâmetros de busca.

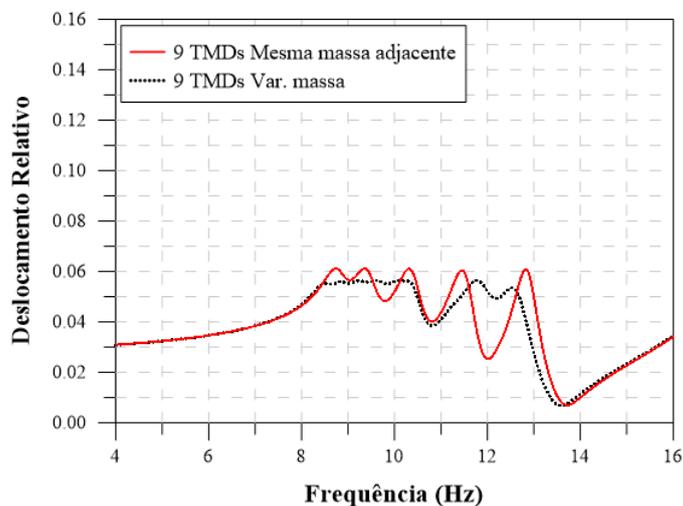


Figura 3.31: Comparação da resposta ótima da estrutura com 9 TMDs distribuídos espacialmente com as massas adjacentes iguais e com diferentes massas adjacentes, sendo a massa total nas duas situações igual a 1,0kg (10% da massa efetiva ou 2% da massa total) e o amortecimento limitado a 4%.

Analisando a Figura 3.31 nota-se uma melhora bastante significativa na eficiência e uma tendência de se alcançar o patamar. Logo, chega-se à conclusão que a solução ideal para obter o patamar é, além de variar a massa, aumentar o amortecimento,

Tabela 3.6: Parâmetros ótimos de 9 TMDs acoplados em diferentes posições na estrutura considerando duas situações: Diferente calibração (m e ξ são os parâmetros de busca) e Mesma calibração (k e ξ são os parâmetros de busca).

TMD	Mesma calibração			Dif. Calibração		
	k ($\frac{N}{m}$)	m (kg)	ξ (%)	K ($\frac{N}{m}$)	m (kg)	ξ (%)
1	946	0,200	3,8	946	0,200	4,0
2	376	0,100	4,0	361	0,095	3,2
3	318	0,100	3,8	305	0,096	3,1
4	376	0,100	4,0	361	0,088	3,2
5	600	0,100	2,4	576	0,098	4,0
6	600	0,100	2,4	576	0,110	4,0
7	376	0,100	4,0	361	0,123	3,2
8	318	0,100	3,8	305	0,085	3,1
9	376	0,100	4,0	361	0,105	3,2

se possível.

A fim de verificar qual seria o amortecimento necessário para obter uma resposta com patamar, o projeto foi novamente otimizado mantendo as alterações da relação de frequência das massas adjacentes porém em quatro situações: situação 1: o amortecimento foi limitado a 4%, situação 2: o amortecimento foi limitado a 6%, situação 3: o amortecimento foi limitado a 8%, e situação 4: o amortecimento não foi limitado. Estas análises são mostradas na Figura 3.32. Os parâmetros ótimos destas situações são apresentados nas Tabelas A.28 e A.29, Apêndice A.

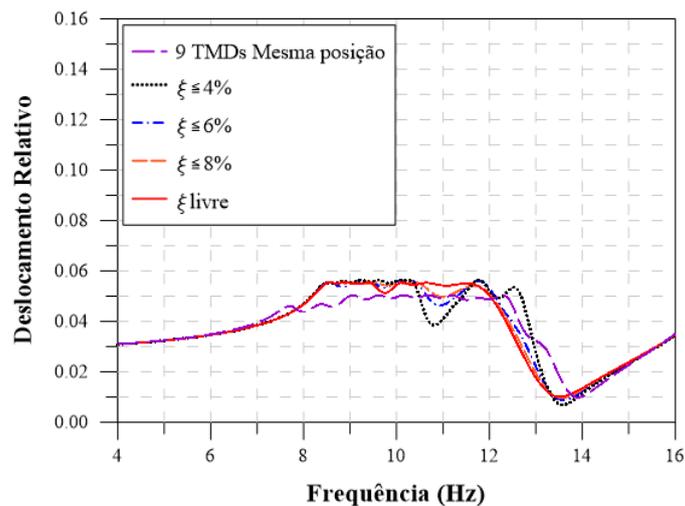


Figura 3.32: Resposta ótima da estrutura com 9 TMDs distribuídos espacialmente com diferentes massas adjacentes e o amortecimento limitado em 4%, 6%, 8% e livre.

Conforme visto na Figura 3.32, a eficiência não aumenta com o acréscimo do

amortecimento, porém o patamar fica mais evidente. Ao comparar com a situação adotando 10 sistemas no ventre do modo, a eficiência fica muito próxima, isto comprova a boa performance da estratégia adotada. Ao liberar o amortecimento adotando os sistemas em diferentes posições, este atinge um valor de 9,6%, este valor pode ser considerado bem elevado. Ainda nesta figura pode-se observar as repostas para as outras situações, sendo o maior valor de amortecimento pré-fixado em 4%, 6% e 8%, respectivamente. A partir destes resultados é possível concluir que a solução para obter uma boa eficiência e um patamar é variar a massa e aumentar o amortecimento até o maior valor prático possível.

Além disto pode-se verificar que a zona ideal para acoplar os múltiplos sistemas na estrutura é restrita a posições muito próximas ao ventre do modo e quando se afasta desta região a eficiência tende a diminuir rapidamente. Isto se deve ao rápido aumento massa efetiva fazendo com que a relação massa do sistema pela efetiva reduza, comprometendo assim a eficiência do projeto. Porém, ao analisar outros modos vibração, conforme visto nas Figuras 3.33 - 3.35 a massa efetiva possui comportamentos bem diferentes do primeiro modo e a zona ideal para acoplar os sistemas pode mudar de acordo com o modo que se deseja atenuar o nível de vibração. De modo geral, quanto maior número de ventres que o modo possua se torna mais fácil obter uma boa eficiência com níveis baixos de amortecimentos, uma vez que seja viável utilizar múltiplos sistemas sem a perda de eficiência provocada pelo aumento da massa efetiva. Entretanto, os problemas de vibração excessiva em estruturas estão associados, de um modo geral, aos modos mais baixos.

Deve-se ressaltar que, apesar dos modos apresentados nas Figuras 3.33, 3.34 e 3.35 apresentarem zonas de interesse relativamente extensas, os valores das massas efetivas são extremamente elevados. E, conforme já visto, para se obter uma boa performance, torna-se necessário adotar maiores massas para os TMDs, o que leva a elevadas taxas de amortecimento e torna os projetos inviáveis de serem implementados. Logo, para uma boa performance de múltiplos sistemas em diferentes posições, é imprescindível fazer uma análise crítica das posições a serem adotadas.

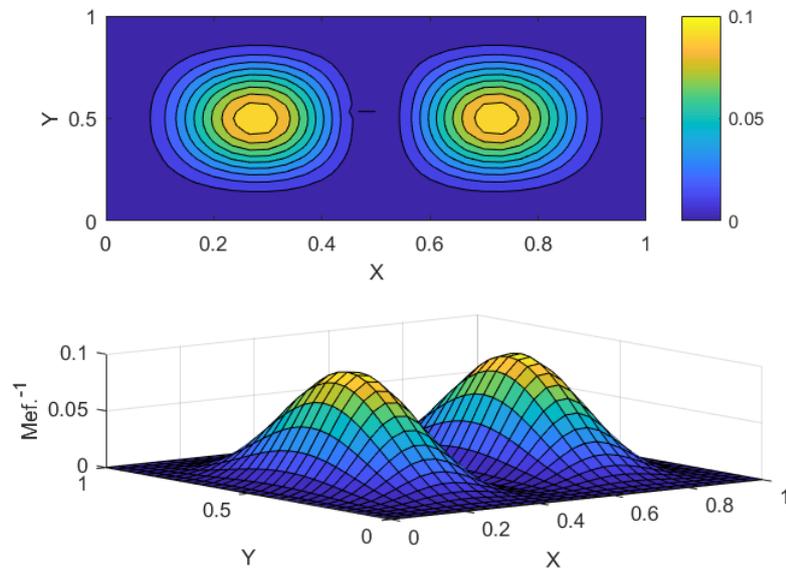


Figura 3.33: Massa efetiva da Placa no segundo modo de vibração.

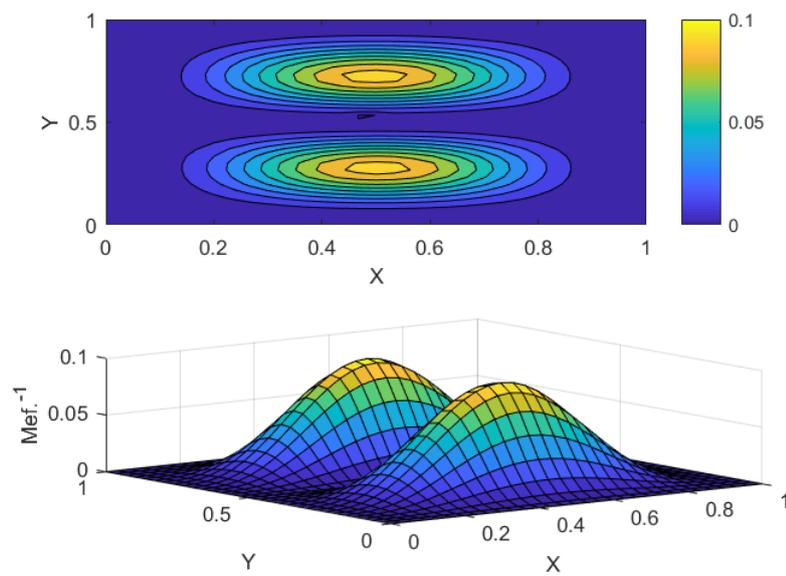


Figura 3.34: Massa efetiva da Placa no terceiro modo de vibração.

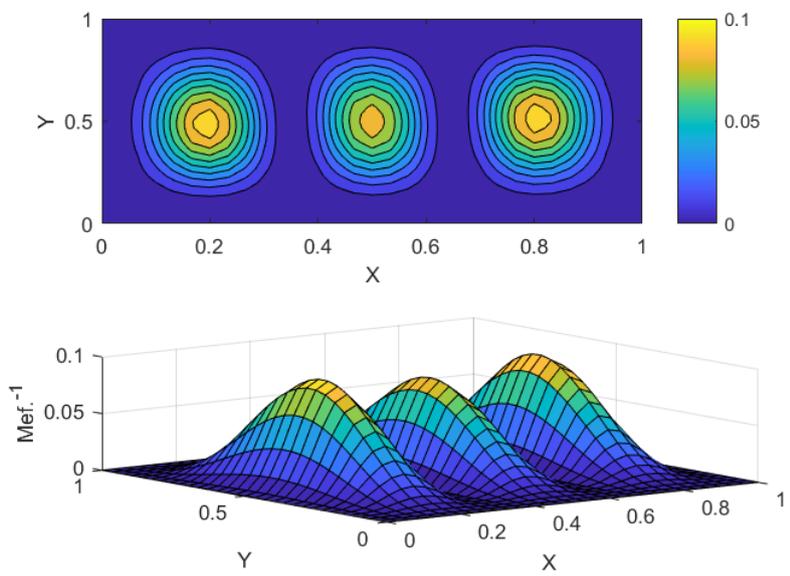


Figura 3.35: Massa efetiva da Placa no quarto modo de vibração.

3.2 Viga

A fim de verificar se as conclusões obtidas com a placa podem ser generalizadas são realizadas a seguir um conjunto de análises utilizando uma viga metálica de seção retangular cujas propriedades físicas e geométricas estão apresentadas na Tabela 3.7. Cabe ressaltar que, a partir de resultados experimentais, o modelo computacional será utilizado neste trabalho foi calibrado por [101].

Tabela 3.7: Características da viga

L_x (m)	b (m)	h (m)	E(GPa)	$\rho(\frac{kg}{m^3})$
1,47	0,0762	0,00794	200	7800

3.2.1 Projeto com 1 Sistema de Absorção

Com o objetivo de reduzir as amplitudes de deslocamento do primeiro modo de vibração foi considerado inicialmente um sistema de absorção acoplado no meio da viga. Nesta análise, seguindo o *PASSO 1* foi adotada uma massa total equivalente a 0,50kg (7% da massa total) para o TMD situado no meio do vão. A massa efetiva nesta posição é estimada em 3,50kg e a relação de massas, μ , entre a massa do absorsor e massa efetiva é de aproximadamente 14%.

Este sistema foi projetado a partir das abordagens de Den Hartog, e das métricas definidas na placa (\mathcal{H}_∞ e \mathcal{H}_2), sendo os parâmetros de rigidez e amortecimento do TMD considerados parâmetros de busca. Posteriormente estes resultados foram avaliados utilizando as suas respectivas eficiências.

A Tabela 3.8 apresenta os parâmetros ótimos e a Figura 3.36 apresenta as respostas do sistemas otimizado.

Tabela 3.8: Parâmetros ótimos - 1 TMD, ξ_{livre} .

	$k_{Total} (\frac{N}{m})$	m (kg)	$\xi(\%)$
DH	1106	0,50	19,0
\mathcal{H}_∞	1082	0,50	24,0
\mathcal{H}_2	1171	0,50	18,0

Conforme pode ser observado, as três estratégias adotadas conduzem a valores

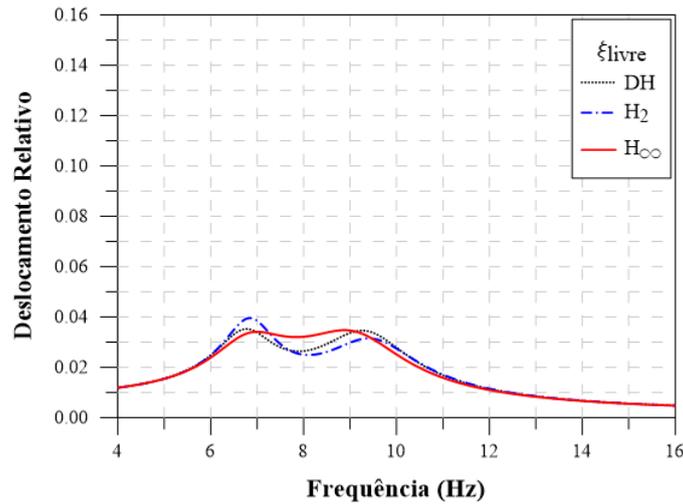


Figura 3.36: Resposta da estrutura (Viga) otimizada com 1 TMD utilizando Den Hartog e o PSO adotando duas diferentes métricas (\mathcal{H}_∞ e \mathcal{H}_2), sendo a rigidez e o amortecimento os parâmetros de busca.

muito próximos de eficiência. Utilizando as expressões ótimas de Den Hartog foi obtida uma redução de aproximadamente 96% em relação ao deslocamento original, e, para as métricas \mathcal{H}_∞ e \mathcal{H}_2 foi obtida uma redução de aproximadamente 97% e 96%, respectivamente.

Da mesma forma que ocorreu no exemplo da placa, observa-se na Figura 3.36 que a métrica definida por \mathcal{H}_∞ se mostrou um pouco mais eficiente quando comparada com as outras situações. O patamar pode ser obtido com apenas 1 sistema porém, em contrapartida, e de forma semelhante à placa, o amortecimento atinge valores elevados de aproximadamente 18% tornando-se inviável de ser alcançado na prática.

Na análise seguinte, foi adotado um limite prático para a taxa amortecimento igual a 4%, conforme foi adotado na placa.

A Figura 3.37 apresenta o resultado da otimização de 1 sistema de absorção quando considera-se $\xi \leq 4\%$. Os valores estimados encontram-se na Tabela A.30, Apêndice A.

3.2.2 Projeto com múltiplos sistemas localizados na mesma posição

Ao adotar múltiplos sistemas mantendo as mesmas calibrações, ou seja, ao dividir os valores dos parâmetros de 1 sistema de absorção pela quantidade de múltiplos sistemas, que neste caso é 5 (Equação 3.6), a eficiência é a mesma conforme pode ser visto na Figura 3.37. Considera-se, inicialmente, um conjunto de 5 sistemas acoplados na mesma posição na estrutura e posicionados no meio do vão ($x = \frac{L_x}{2}$).

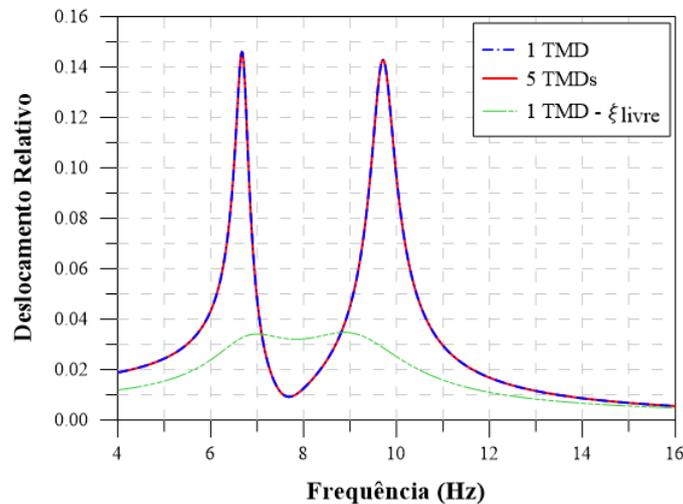


Figura 3.37: Comparação entre 1 TMD e 5 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (Viga).

Para melhorar a eficiência deste projeto foram variadas as frequências de calibração dos sistemas de absorção utilizando um coeficiente de variação (Δ), conforme visto na placa.

A Figura 3.38 mostra quatro casos com diferentes calibrações de frequências. Para cada caso foi determinado um valor diferente de Δ (Caso 1: $\Delta=0$, Caso 2: $\Delta=5\%$, Caso 3: $\Delta=10\%$ e Caso 4: $\Delta=12,5\%$) e, para o ajuste de frequência foram consideradas duas situações: (a) todos os sistemas possuem a mesma massa e, (b) todos os sistemas possuem a mesma rigidez. O comportamento da estrutura, em ambas situações, foi comparado com o modelo inicial ($\Delta=0$). Nesta análise foi admitida uma taxa de amortecimento igual a 4% para cada um dos sistemas, sendo a massa total dos sistemas igual a 0,5kg (7% da massa total ou 14% da massa efetiva).

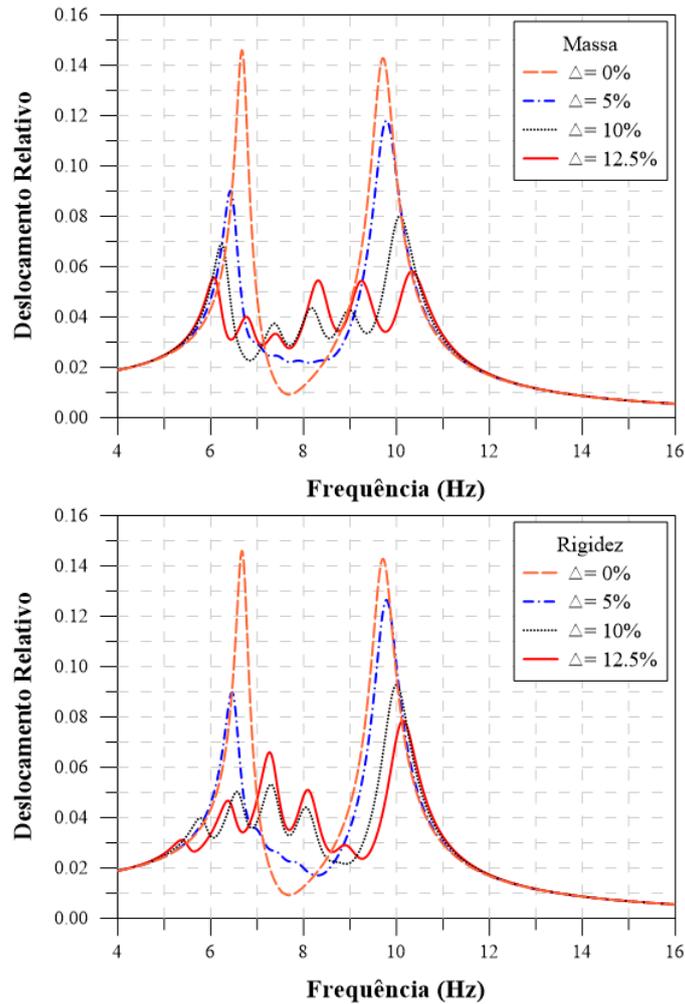


Figura 3.38: 5 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (Viga): Todos os TMDs apresentam (a) a mesma massa e, (b) mesma rigidez.

Observa-se na Figura 3.38 que com o aumento do coeficiente de variação Δ as amplitudes do sistema tornaram-se mais homogêneas quando comparadas ao modelo inicial ($\Delta=0$). Isto é melhor observado quando a calibração é realizada mantendo a rigidez fixa de todos os TMDs, em particular, ao considerar $\Delta=12,5\%$, obtém-se o melhor desempenho dos múltiplos sistemas. Os parâmetros ótimos da situação considerando $\Delta=12,5\%$ são apresentados na Tabela A.31, Apêndice A.

Para as próximas análises foi definido um coeficiente de variação igual a $\Delta=12,5\%$, mantendo a rigidez fixa e variando a massa. Considerou-se que a rigidez k_r de cada subsistema permanece constante e igual ao apresentado na Tabela A.31, e que os parâmetros de otimização correspondem às massas $\{m_1, \dots, m_5\}$ tal que, semelhante ao que foi visto na placa, as seguintes restrições sejam satisfeitas:

$$0,96 \times \Delta \leq \Delta_r \leq 1,06 \times \Delta \quad (3.16)$$

$$\sum_{r=1}^5 m_r = 0,5kg \quad (3.17)$$

$$\xi \leq 4\% \quad (3.18)$$

Os valores dos parâmetros ótimos são apresentados na Tabela A.32 e na Figura 3.39 é mostrado o comportamento da estrutura otimizada pelas duas métricas (\mathcal{H}_∞ e \mathcal{H}_2). Os parâmetros de busca considerados na otimização foram m e ξ .

Tabela 3.9: Parâmetros ótimos - 5 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (Viga), $\xi \leq 4\%$.

TMD	k ($\frac{N}{m}$)	m (kg)		ξ (%)
		\mathcal{H}_∞	\mathcal{H}_2	
1	230	0,146	0,154	4,0
2	230	0,119	0,119	4,0
3	230	0,099	0,094	4,0
4	230	0,076	0,075	4,0
5	230	0,060	0,058	4,0

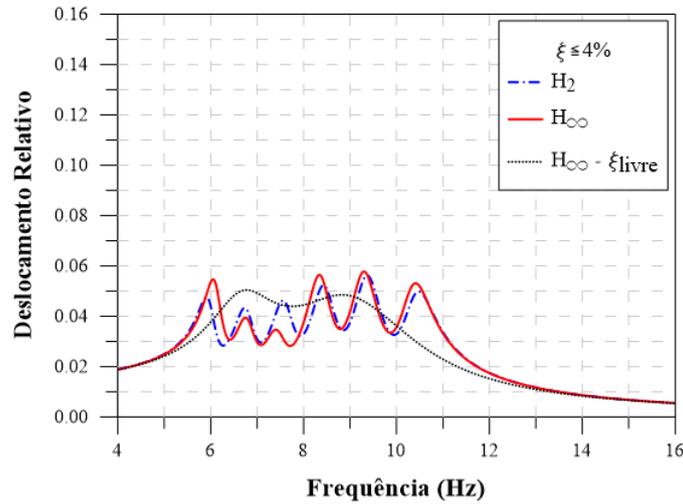


Figura 3.39: Resposta ótima da estrutura utilizando 5 TMDs acoplados na mesma posição (centro da viga), sendo a rigidez e amortecimento (limitado a 4%) os parâmetros de busca.

Na Figura 3.39 se pode observar que os resultados obtidos são bastante semelhantes na otimização com múltiplos sistemas utilizando as duas métricas. O valor do amortecimento atingido foi definido pelo limite imposto de 4% em ambas métri-

cas e conforme esperado se obteve uma melhora significativa na eficiência de 85% para 94%, ao alterar de 1 TMD para 5 TMDs.

Conforme já foi visto na placa, as alternativas para alcançar a forma de um patamar são: (i) Acrescentar sistemas de absorção e/ou (ii) Aumentar a taxa de amortecimento. Sendo assim, a Figura 3.40 apresenta análises com, 5, 10 e 15 sistemas de absorção acoplados no meio do vão da viga utilizando as métricas \mathcal{H}_∞ e \mathcal{H}_2 . Foram consideradas, para estas análises, as seguintes restrições $\xi \leq 4\%$ e $\sum_{r=1}^5 m_r = 0,5kg$. As respostas ótimas para os casos de 10 TMD e 15 TMD são apresentados na Figura 3.40 e os valores dos parâmetros otimizados são apresentados nas Tabelas A.33-A.34, Apêndice A.

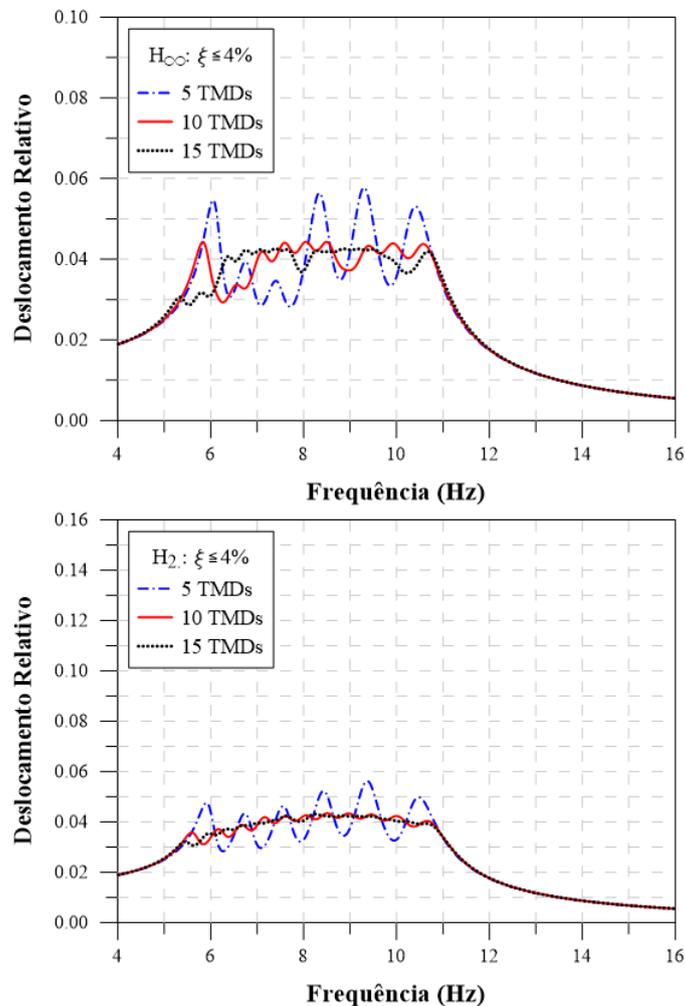


Figura 3.40: Resposta ótima da estrutura utilizando 5, 10 e 15 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (centro da viga), sendo a massa e o amortecimento (limitado a 4%) os parâmetros de busca.

Na Figura 3.40 é possível observar que a otimização de projetos utilizando as duas

métricas são bastantes semelhantes. Conforme esperado, ao acrescentar 10 TMDs consegue-se atingir o patamar, porém com 15 sistemas a forma do patamar fica um pouco mais acentuada. Com o intuito de obter um pouco mais de sensibilidade em relação ao amortecimento, foi retirada a restrição para o ξ . Os TMDs foram otimizados utilizando apenas a métrica \mathcal{H}_∞ , considerando $\sum_{r=1}^5 m_r = 0,5kg$, para todos os casos. Esta análise é apresentada na Figura 3.41 e os valores dos parâmetros otimizados são apresentados na Tabelas A.35-A.37.

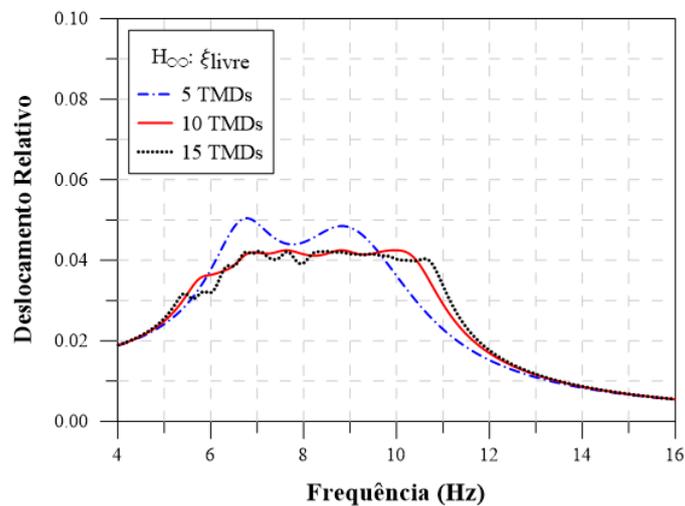


Figura 3.41: Resposta ótima da estrutura utilizando 5, 10 e 15 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (centro da viga), sendo a massa e amortecimento (sem restrição) os parâmetros de busca.

Na Figura 3.41 é possível verificar que, quando não se restringe o amortecimento, as respostas atingem uma boa performance para todos os casos. Entretanto, os valores de amortecimento são elevados e somente a partir de 15 TMDs as taxas começam a serem inferiores a 4%, isto pode ser melhor observado na Figura 3.42.

As informações presentes na Figura 3.42 estão organizadas de maneira análoga as informações apresentadas na placa, na Figura 3.20. Adicionalmente, a região colorida ao redor de cada curva é definida a partir dos resultados máximos e mínimos da taxa de amortecimento, as quais são obtidas a partir das três realizações consideradas em cada situação com os n sistemas.

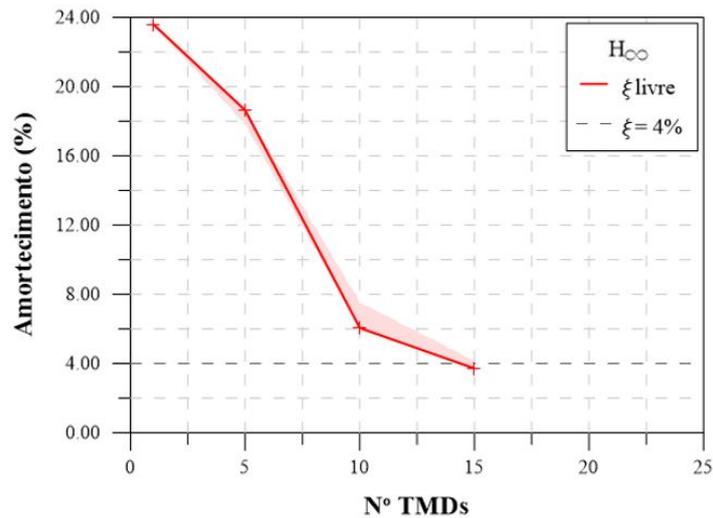


Figura 3.42: Taxas de amortecimento do projeto devido a variação de sistemas acoplados na mesma posição na estrutura.

3.2.3 Projeto com múltiplos sistemas localizados em posições distintas

Conforme mostrado no item anterior a ideia de instalar mais de um sistema na mesma posição é bastante atrativa por apresentar uma boa performance na resposta aliada a valores mais baixos de amortecimento, entretanto, esta ideia não é viável na prática. Baseado nisto, foram realizadas análises espalhando estes cinco sistemas ao longo da viga, seguindo os *PASSOS 2, 3 e 4* apresentados na seção 2.7. Inicialmente foi analisada a variação da massa efetiva com o objetivo de definir a localização dos sistemas de absorção na estrutura. A Figura 3.43 mostra a variação da massa efetiva na viga, a não simetria do gráfico acontece devido à diferença na condição de contorno.

Tendo como objetivo reduzir o primeiro modo de vibração, a região em que os sistemas de absorção podem ser instalados, sem perder a eficiência, é restrita a zona próxima ao centro da viga. Entretanto, esta região é alterada de acordo com os modos analisados, conforme já foi visto na placa.

A relação entre a massa efetiva no centro da viga e a massa total da estrutura é de 0,5, logo, para esta análise, quanto mais próxima a relação entre a massa efetiva da posição escolhida para o TMD e massa total da estrutura estiver de 0,5, mais

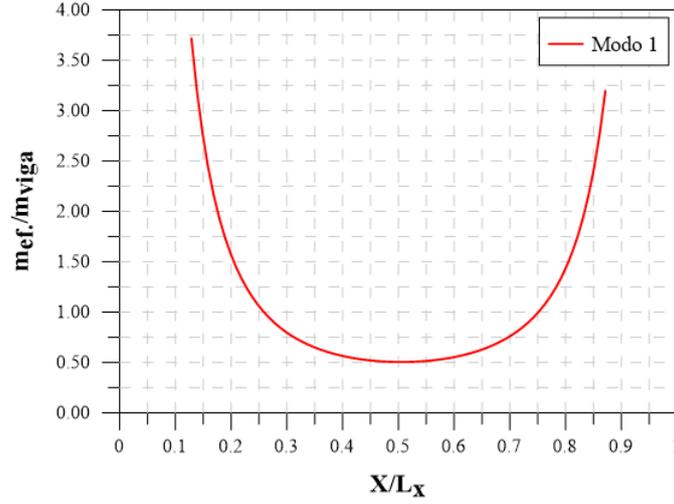


Figura 3.43: Relação entre a massa efetiva e a massa total da viga.

eficiente será o projeto. Para as seguintes análises foram definidas duas configurações de espalhamento dos sistemas de absorção, configurações (a) e (b), conforme visto nas Figuras 3.44 e 3.45, e as respectivas relações de massa de acordo com as posições que os TMDs estão acoplados na estrutura são apresentadas na Figura 3.46.

Semelhante à análise da placa e conforme visto no *PASSO 2* foram definidos três subgrupos de TMDs de forma que os TMDs do mesmo subgrupo apresentassem as mesmas relações de massas. Estes subgrupos são caracterizados pelos seus parâmetros $\{k_r^*, \xi_r^*\}$ ($r = 1, 2, 3$), descritos a seguir:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= \xi_5 = \xi_1^* \\ \xi_2 &= \xi_4 = \xi_2^* \\ \xi_3 &= \xi_3^* \end{aligned} \tag{3.19}$$

$$\begin{aligned} k_1 &= k_5 = k_1^* \\ k_2 &= k_4 = k_2^* \\ k_3 &= k_3^* \end{aligned} \tag{3.20}$$

Conforme visto na Figura 3.46 a relação entre a massa efetiva e a massa total da estrutura na configuração (a), varia aproximadamente entre 3,8 e 0,5, enquanto que, na configuração (b), esta relação varia aproximadamente entre 0,74 e 0,5.

Para obter uma boa performance do projeto adotando as configurações apresen-

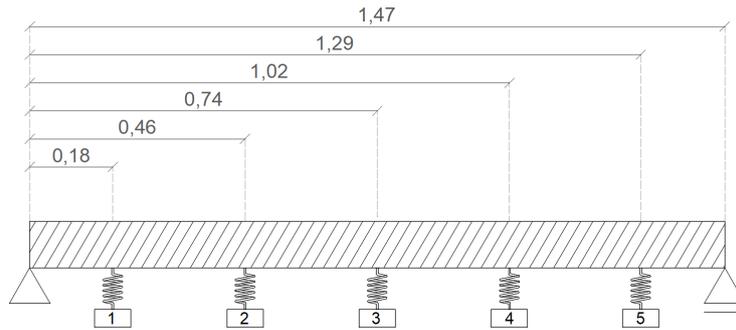


Figura 3.44: (a) Viga com 5 sistemas em diferentes posições - Configuração a (dimensões em m).

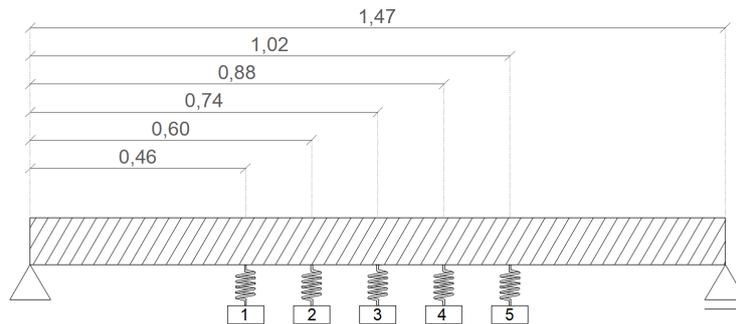


Figura 3.45: (b) Viga com 5 TMDs em diferentes posições - Configuração b (dimensões em m).

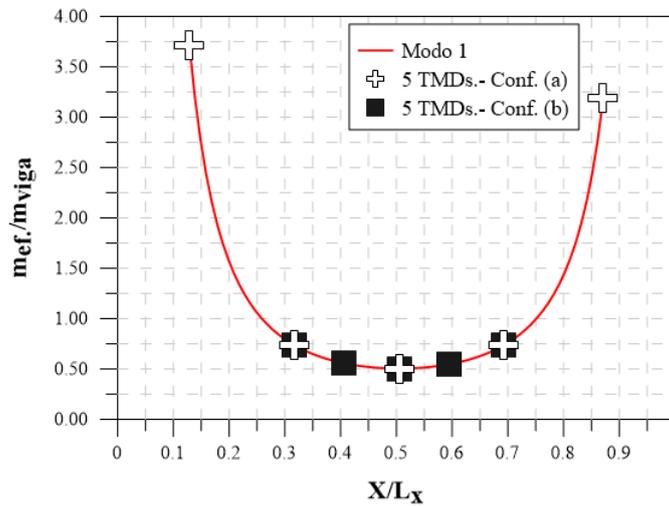


Figura 3.46: Relação de massa de cada um dos TMDs considerando a configuração (a) e (b).

tadas, foram variadas as relações de massa de cada um dos sistemas de acordo com um coeficiente de variação conforme visto no *PASSO 3* e, a partir disto, foi definido um coeficiente de variação $\Delta = 10\%$ que conduziu a uma resposta ótima mais uniforme possível para, em seguida, otimizar o projeto dentro de pequenas variações

desta relação de frequência definida pelo Δ , conforme foi realizado na placa e visto no *PASSO 4*.

As respostas ótimas da estrutura otimizada pelas métricas \mathcal{H}_∞ e \mathcal{H}_2 podem ser vistas na Figura 3.47 e os parâmetros ótimos são apresentados nas Tabelas 3.10 e 3.11. A relação de massa total do TMD foi mantida (0,5kg ou 7% da massa total da estrutura) e a taxa de amortecimento foi limitada em 4%. Os parâmetros de busca considerados na otimização foram m e ξ .

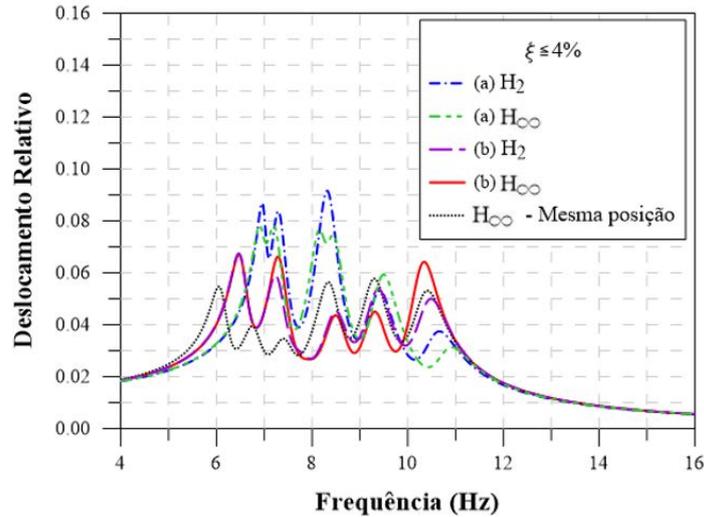


Figura 3.47: Resposta ótima da estrutura utilizando 5 TMD espalhados na viga, sendo a massa e amortecimento (limitado a 4%) os parâmetros de busca, sendo (a) e (b), as configurações da viga indicadas nas Figuras 3.44 e 3.45, respectivamente.

Tabela 3.10: Parâmetros ótimos - 5 TMDs acoplados em diferentes posições na estrutura (Viga), $\xi \leq 4\%$ - Configuração a

TMD	$k \left(\frac{N}{m}\right)$	m (kg)		$\xi(\%)$	
		\mathcal{H}_∞	\mathcal{H}_2	\mathcal{H}_∞	\mathcal{H}_2
1	223	0,114	0,113	2,6	1,85
2	367	0,117	0,116	4,0	4,0
3	237	0,105	0,102	4,0	4,0
4	367	0,083	0,088	4,0	4,0
5	223	0,081	0,081	2,6	1,85

Conforme esperado, ao retirar os sistemas do ventre do modo ocorre uma redução na eficiência; entretanto, pode-se melhorar a eficiência à medida que os sistemas se aproximam do centro da viga ou seja, do ventre do modo. Isto pode ser melhor observado ao comparar as configurações (a) e (b), na qual (b) apresenta uma efi-

Tabela 3.11: Parâmetros ótimos - 5 TMDs acoplados em diferentes posições na estrutura (Viga), $\xi \leq 4\%$ - Configuração b

TMD	k ($\frac{N}{m}$)	m (kg)		$\xi(\%)$
		\mathcal{H}_∞	\mathcal{H}_2	
1	337	0,107	0,108	4,0
2	213	0,118	0,118	4,0
3	236	0,095	0,094	4,0
4	213	0,091	0,094	4,0
5	337	0,089	0,086	4,0

ciência maior devido aos sistemas estarem posicionado mais próximos do centro e, conseqüentemente, uma menor variação da relação de massa.

Na Figura 3.47, a otimização utilizando a métrica \mathcal{H}_∞ apresentou uma eficiência um pouco melhor quando comparada com a métrica \mathcal{H}_2 e o maior valor da taxa de amortecimento em todas as situações ficou definido pelo valor limite de 4%. Foi visto na placa que, uma outra alternativa para aumentar a eficiência seria aumentar a quantidade de sistemas em torno da região de interesse, porém por questões práticas de espaço nem sempre isto é possível, por esta razão, apenas por questões de análise de comportamento aumentou-se o amortecimento destes sistemas.

Tendo como objetivo atingir um patamar de resposta em frequência mais uniforme, a restrição da taxa de amortecimento foi alterada para 10%, e o sistema foi otimizado mantendo as mesmas condições de relação de massa total (0,5kg ou 7% da massa total da estrutura) e relação de frequência adotada na Figura 3.47. Considerando as duas configurações definidas anteriormente, o resultado desta análise pode ser visto na Figura 3.48 e os parâmetros ótimos são apresentados nas Tabelas A.38 e A.39, Apêndice A.

Foi observado que a maior taxa de amortecimento deste projeto continua sendo definida pelo limite imposto que, neste caso, é de 10% para alcançar a mesma eficiência obtida com os 5 TMDs no centro, ou seja, o sistema nestas duas configurações necessitaria de taxas de amortecimento superiores a 10%, entretanto já pode ser observado um ganho no patamar nas configurações adotadas.

Baseados nos resultados obtidos é possível concluir que, para otimizar a perfor-

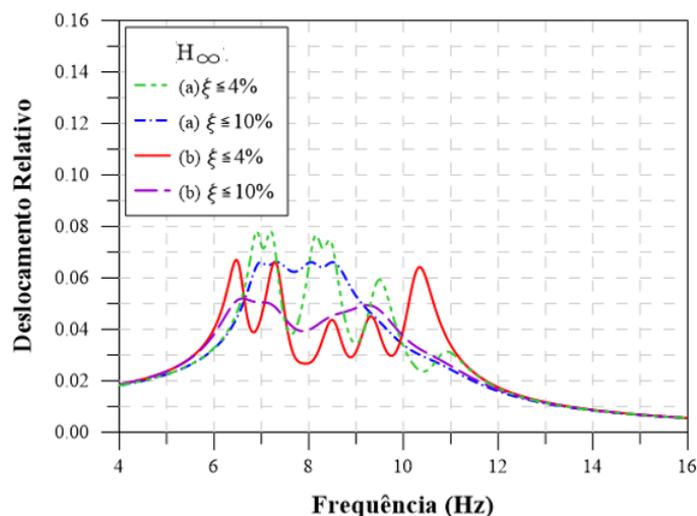


Figura 3.48: Resposta ótima da estrutura com 5 TMDs acoplados em diferentes posições na estrutura (Viga), sendo a massa e amortecimento os parâmetros de busca.

mance do TMD é necessário posicionar o sistema de forma que a relação de massa seja a menor possível, neste caso, regiões próximas ao ventre do modo. Como já foi visto, a configuração da massa efetiva é alterada de acordo com o modo de interesse.

Apenas a título de exemplo, a Figura 3.49 apresenta a massa efetiva do segundo e terceiro modos. É possível observar que, nestes modos, existe um aumento considerável de regiões mais favoráveis ao posicionamento dos TMDs. Logo, ratificando as conclusões apresentadas na placa, para obter uma boa eficiência ao espalhar os TMDs faz-se necessária uma análise criteriosa das regiões mais apropriadas para a instalação dos TMDs.

3.3 Discussão

Este capítulo apresentou uma abordagem sistemática a partir da qual o usuário pode se basear para projetar estruturas contendo múltiplos sistemas de absorção. Em particular, dois tipos de estruturas foram consideradas nos projetos: placas e vigas.

A performance dos projetos foi avaliada a partir da FRF ao redor de uma largura de banda do modo de interesse. Entretanto, destaca-se o fato de que nenhuma análise

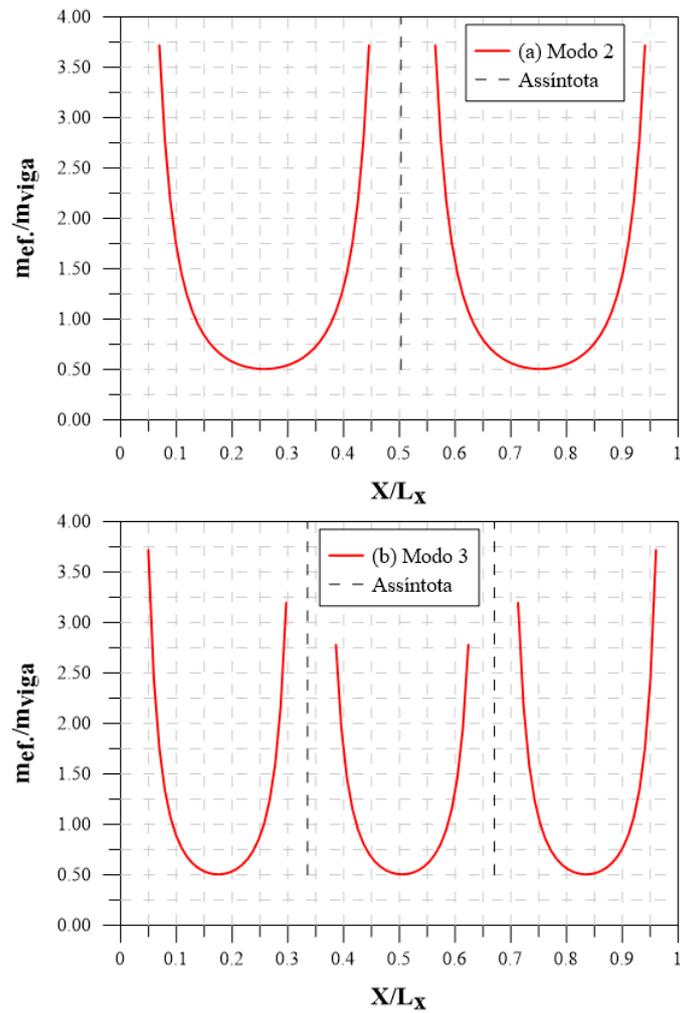


Figura 3.49: Relação entre a massa efetiva e a massa total da viga no (a) Segundo modo e no (b) Terceiro modo.

de incerteza (robustez) foi considerada; estas análises serão consideradas no próximo capítulo.

Capítulo 4

Análise de Risco

As incertezas nos parâmetros estruturais são muitas vezes ignoradas em projetos de engenharia [5]. No entanto, essas incertezas, mesmo que pequenas, podem afetar significativamente o comportamento do modelo estrutural em algumas situações como, por exemplo, no projeto de sistemas de absorção. Neste capítulo será realizada uma análise para avaliar a importância das incertezas na performance e eficiência dos sistemas sendo considerados cenários que representem situações próximas às reais, conforme descrito no *PASSO 5* definido na metodologia proposta, seção 2.7 do capítulo 2.

4.1 Escolha das incertezas nos Parâmetros

Do ponto de vista do projeto, é extremamente relevante determinar o impacto das incertezas no comportamento da estrutura, para isto é necessário especificar quais são os parâmetros do modelo estrutural que devem ser modelados como variáveis aleatórias [95]. Pode-se, por exemplo, considerar que: (i) os parâmetros de rigidez são incertos, (ii) os parâmetros de inércia são incertos, (iii) os parâmetros de amortecimento são incertos ou (iv) até mesmo que todos estes anteriormente citados são incertos. Estas considerações podem ser, por exemplo, resultado da experiência do engenheiro no projeto e na construção de estruturas semelhantes e na montagem dos sistemas de absorção.

Em particular, nas análises deste capítulo, serão consideradas variações nos parâmetros de rigidez, inércia e amortecimento referentes tanto à estrutura principal quanto aos sistemas de absorção.

Estas análises foram baseadas no projeto da placa com 9 sistemas de absorção acoplados e calibrados com diferentes massas conforme apresentado no capítulo 3 e cujos parâmetros estão definidos na Tabela 3.6. Este projeto foi escolhido por apresentar uma resposta bastante eficiente, isto é, um patamar em uma banda em frequência ao redor do modo de interesse como apresentado na Figura 3.31. Adicionalmente, os valores dos parâmetros se encontram dentro dos limites usualmente encontrados em projetos, tais como: taxas de amortecimento $\xi \leq 4\%$, massa total de subsistemas igual a 2% da massa total da estrutura e subsistemas distribuídos espacialmente [102]. Por fim, dado que o projeto da Figura 3.31 será utilizado como referência ao longo do texto, o mesmo será denominado neste capítulo como "projeto ótimo".

4.2 Análise de sensibilidade local

Inicialmente, será realizada uma análise de sensibilidade do projeto em relação aos principais parâmetros estruturais. A fim de quantificar os resultados obtidos nesta análise foi proposto um parâmetro para definir a perda de eficiência (β). Este parâmetro representa a razão entre as amplitudes máximas do projeto com incertezas e a do projeto ótimo, conforme visto no Cap.2 na Eq.2.37.

Nesta etapa serão realizadas variações determinísticas nos seguintes parâmetros: Módulo de Elasticidade (E), massa específica (ρ) e Amortecimento (ξ_0), referentes a estrutura principal S_0 e, Rigidez (k_i), Massa (m_i) e Amortecimento (ξ_i), referentes a cada um dos TMDs, $i = 1, 2, \dots, 9$. Estes parâmetros foram variados em $\pm 5\%$, $\pm 10\%$, $\pm 15\%$, $\pm 20\%$, $\pm 25\%$ e $\pm 30\%$, a partir dos respectivos valores de referência definidos no projeto ótimo, ψ_0 (parâmetros da estrutura principal) e $\hat{\theta}$ (parâmetros dos TMDs).

No Capítulo 3, foi visto que para facilitar a calibração do projeto ótimo os

sistemas de absorção foram divididos em quatro subgrupos denominados A , B , C e D , conforme visto na Figura 4.1. Os TMDs do mesmo subgrupo apresentam as massas efetivas muito próximas e os mesmos parâmetros de rigidez e amortecimento, conforme é apresentado na Tabela 3.6 sob a denominação "Dif. Calibração".

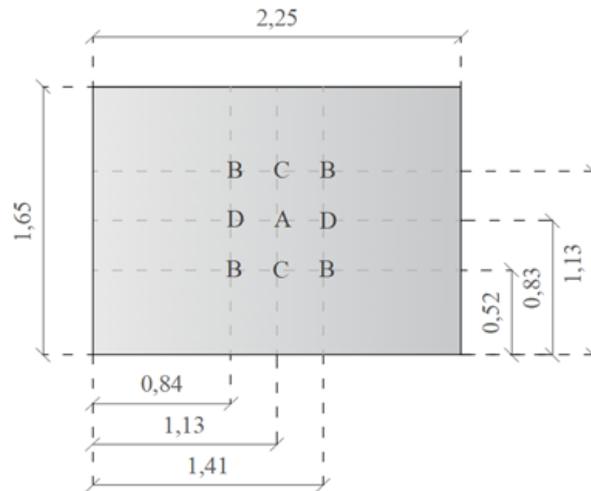


Figura 4.1: Localização dos 4 subgrupos referentes aos 9 sistemas acoplados em diferentes posições na estrutura (dimensões em m). Com relação às massas efetiva tem-se que, $m_{ef}^A = 10kg$, $m_{ef}^B = 20kg$, $m_{ef}^C = 16kg$ e $m_{ef}^D = 12kg$.

Adotando-se a hipótese de que o processo de fabricação dos componentes mecânicos dos sistemas de absorção de cada subgrupo é o mesmo, parece razoável considerar que os níveis de variação das propriedades destes componentes são semelhantes. Neste contexto, com o intuito de avaliar o impacto de diferentes níveis de variação dos parâmetros de projeto, foram realizadas análises nas quais foi atribuído o mesmo percentual de variação para os parâmetros iguais de cada subgrupo.

Considerando variações nos sistemas de absorção, a avaliação determinística da perda de eficiência do projeto foi verificada analisando separadamente os parâmetros de rigidez, massa e amortecimento. Esta análise foi feita de duas maneiras:

(i) Por subgrupo separadamente ($A-D$). Desta forma foi avaliado o impacto de cada conjunto pertencente a k_A , k_B , k_C , k_D e m_A , m_B , m_C , m_D na eficiência total. Quando os parâmetros de um subgrupo são variados, os outros parâmetros, referentes aos outros subgrupos, são mantidos iguais ao do projeto ótimo.

(ii) Variando os parâmetros de um certo tipo de componente mecânico (rigi-

dez, massa ou amortecimento) de todos os grupos simultaneamente, em particular, destaca-se que todos os parâmetros associados a um certo tipo de componente mecânico são variados sempre com o mesmo valor percentual quando comparados com os valores nominais adotados no projeto ótimo. Portanto, para estas análises, tem-se variações percentuais na rigidez total ($k_{Total} = \Sigma k_i$), massa total ($m_{Total} = \Sigma m_i$) e amortecimento total ($\xi_{Total} = \Sigma \xi_i$). Espera-se obter, desta forma, as situações mais críticas já que nestes cenários não existirá nenhum tipo de compensação, como, por exemplo, um parâmetro de massa aumentar em um subgrupo e outro diminuir, em outro subgrupo. Estas idéias ficarão mais claras para o leitor com a apresentação da Figura 4.2.

Na Figura 4.2 destaca-se que apenas os parâmetros do subgrupo citado na legenda serão variados, todos os outros subgrupos que não foram citados na análise foram mantidos com os parâmetros fixos e iguais aos do projeto ótimo.

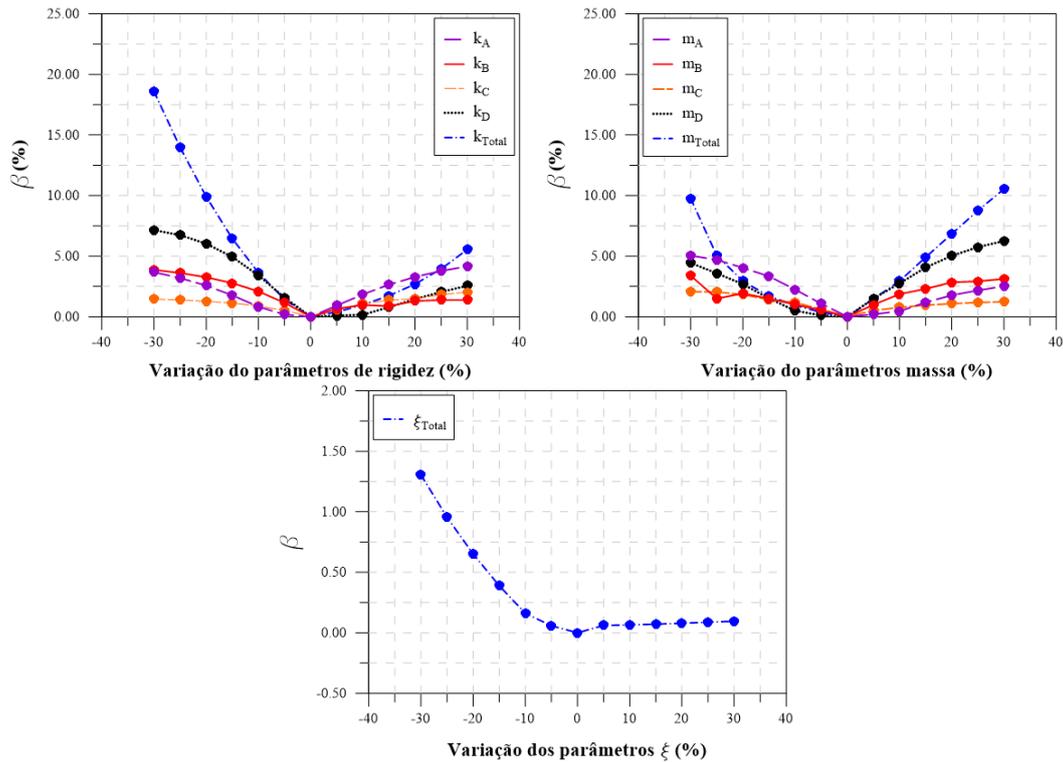


Figura 4.2: Perda de eficiência do projeto (β) como função da variação dos parâmetros de rigidez, massa e amortecimento por subgrupo.

A Figura 4.2 apresenta a perda de eficiência β como função dos parâmetros de rigidez dos subgrupos e de todos os parâmetros de rigidez simultaneamente, em

seguida apresenta a perda de eficiência β como função dos parâmetros de massa dos subgrupos e de todos os parâmetros de massa simultaneamente. Pode-se observar que há perda de eficiência no projeto em todas as situações apresentadas na Figura 4.2, comprovando, assim, a eficiência do ajuste dos parâmetros no projeto ótimo.

Foram realizadas análises por subgrupos apenas para os parâmetros de rigidez e massa, isto ocorreu devido ao fato de o amortecimento não exercer impacto significativo na variação definida, como pode ser observado na Figura 4.2.

Com relação ao amortecimento, conforme visto no Capítulo 3, uma das soluções para obter uma boa eficiência é aumentar o amortecimento até o maior valor prático possível. Entretanto, conforme visto no gráfico do amortecimento na Figura 4.2, incertezas no amortecimento mesmo gerando valores superiores aos adotados no projeto ótimo, podem reduzir a eficiência do projeto, quando não contabilizadas no projeto. Destaca-se, porém, que a magnitude destas perdas de eficiência é pequena quando comparada com a magnitude das perdas oriundas das variações de rigidez e inércia apresentadas.

Foi verificado também que a perda de eficiência em relação ao projeto ótimo foi mais expressiva ao variar a rigidez, atingindo aproximadamente 19%, enquanto que, ao variar a massa o valor máximo de redução da eficiência foi de aproximadamente 11%, comparados com uma perda equivalente a 1.5% ao variar o amortecimento.

Nestas análises, as situações de máxima perda de eficiência ocorrem quando todos os parâmetros são variados simultaneamente (k_{Total} , m_{Total} e ξ_{Total}) e, adicionalmente, esta redução máxima de eficiência foi verificada nos limites de variação dos parâmetros, ou seja, tanto para a rigidez e o amortecimento a perda máxima ocorreu ao variar os parâmetros em -30% e, para a massa, ao variar os parâmetros em $+30\%$.

Analisando isoladamente os gráficos da variação de rigidez e massa da Figura 4.2 e suas respectivas situações apresentadas, podem-se obter algumas conclusões.

A partir do gráfico da variação de rigidez:

- (i) Variações em k_C apresentam, em geral, os menores percentuais e menores

variações de perda de eficiência;

(ii) Variações para valores em até 10% inferiores aos valores do projeto ótimo em k_A apresentam os menores valores de perda da eficiência. Enquanto que, variações para valores em até 20% superiores aos valores do projeto ótimo em k_A apresentam os maiores valores de perda da eficiência;

(iii) Variações para valores em até 10% inferiores aos valores do projeto ótimo em k_D apresentam os maiores valores de perda da eficiência. Enquanto que, variações para valores em até 10% superiores aos valores do projeto ótimo em k_D apresentam os menores valores de perda da eficiência, sendo praticamente nula.

A partir do gráfico da variação de massa:

(i) Variações em m_C apresentam, em geral, os menores percentuais e menores variações de perda de eficiência.

(ii) Variações para valores em até 20% inferiores aos valores do projeto ótimo em m_A apresentam os maiores valores de perda da eficiência. Enquanto que, variações para valores em até 10% superiores aos valores do projeto ótimo em m_A apresentam os menores valores de perda da eficiência;

(iii) Variações para valores em até 10% inferiores aos valores do projeto ótimo em m_D apresentam os menores valores de perda da eficiência. Enquanto que, variações para valores em até 10% superiores aos valores do projeto ótimo em m_D apresentam os maiores valores de perda da eficiência.

Até este ponto apenas as variações dos parâmetros dos sistemas de absorção foram analisadas. Dado a importância de análises que envolvam a estrutura principal \mathbb{S}_0 , estas serão apresentadas a seguir.

As análises considerando variações na estrutura principal \mathbb{S}_0 por meio dos parâmetros $\{E, \rho, \xi_0\}$ são apresentadas nos gráficos da Figura 4.3 e comparadas com o impacto na qual os parâmetros de rigidez, massa e amortecimento, m_{Total} , k_{Total} e ξ_{Total} (referenciado na Figura 4.2), do TMD tem em relação a perda de eficiência β . Destaca-se que apenas o parâmetro ou os grupos de parâmetros citados na análise serão variados, todos os outros parâmetros que não foram citados na análise foram

mantidos fixos e iguais ao valor de referência adotados no projeto ótimo.

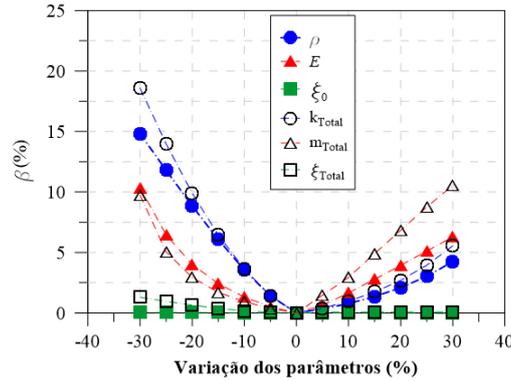


Figura 4.3: Perda de eficiência β dos múltiplos sistemas acoplados a estrutura como função da variação do seguintes parâmetros E , ρ , ξ_0 , m_{total} , k_{total} e ξ_{total}

Na Figura 4.3 pode ser observado que a perda de eficiência é mais significativa quando os valores dos parâmetros E , ρ e ξ_0 da estrutura principal são inferiores ao valores adotados para o projeto ótimo. Com exceção da situação na qual o amortecimento é variado para valores superiores, há perda de eficiência no projeto em todas as outras situações apresentadas. Destaca-se que a magnitude da resposta como função da variação do amortecimento é muito pequena quando comparada com as magnitudes das perdas observadas no gráfico de rigidez e amortecimento da Figura 4.3, atingindo quase 0% de perda para os valores superiores e inferiores aos de referência.

Foi verificado, também, a perda de eficiência em relação ao projeto ótimo foi mais expressiva ao variar a massa específica (ρ), atingindo aproximadamente 15%, enquanto que, ao variar o módulo de elasticidade (E) o valor máximo de redução da eficiência foi de aproximadamente 11%.

A partir destas análises conclui-se que, em geral:

(i) A perda é mais significativa ao variar a rigidez referente aos sistemas de absorção k_{Total} quando comparado com a variação da rigidez da estrutura original E . Entretanto, ao variar k_{Total} e E para valores superiores ao do projeto ótimo, E apresenta valores superiores de perda $\beta(1,3 \times k_{Total}) < \beta(1,3 \times E)$, porém a diferença é pouco significativa.

(ii) A perda de eficiência é um pouco mais significativa ao variar a inércia da

estrutura original ρ quando comparado com a variação da inércia dos sistemas de absorção m_{Total} . Entretanto ao variar m_{Total} e ρ para valores superiores ao do projeto ótimo, m_{Total} apresenta valores superiores de perda $\beta(1,3 \times \rho) < \beta(1,3 \times m_{Total})$.

(iii) Mesmo em uma magnitude muito menor quando comparado com a variação da rigidez e inércia, a perda de eficiência é mais significativa ao variar o amortecimento dos TMDs ξ_{Total} quando comparado com a variação do amortecimento da estrutura original ξ_0 . No entanto pequenas variações no amortecimento tem pouca influência na perda de eficiência.

4.3 Análise de robustez

Nesta etapa serão realizadas análises de robustez nas quais além dos parâmetros variados na seção anterior (Módulo de Elasticidade E , Peso específico ρ , Amortecimento ξ_0 , referentes à estrutura principal e, Rigidez k_i , Massa m_i e Amortecimento ξ_i , referentes a cada um dos TMDs, $i = 1, 2, \dots, 9$), será variada a rigidez torcional (k_T) em x e em y , referente à condição de contorno da estrutura principal, nos apoios dos quatro bordos da placa.

Com relação às incertezas, os parâmetros da estrutura principal $\mathbb{S}_0 \{E, \rho, \xi_0, k_T\}$ e os parâmetros dos MTMDs $\{k_i, m_i \text{ e } \xi_i\}$ serão modelados como variáveis aleatórias mutuamente independentes com distribuição uniforme, mais especificamente, $E \sim \mathcal{U}(E^{min}, E^{max})$, $\rho \sim \mathcal{U}(\rho^{min}, \rho^{max})$, $k_T \sim \mathcal{U}(k_T^{min}, k_T^{max})$, $\xi_0 \sim \mathcal{U}(\xi_0^{min}, \xi_0^{max})$, $k_i \sim \mathcal{U}(k_i^{min}, k_i^{max})$, $m_i \sim \mathcal{U}(m_i^{min}, m_i^{max})$, $\xi_i \sim \mathcal{U}(\xi_i^{min}, \xi_i^{max})$, $i \in \{1, 2, \dots, 9\}$. A notação $q \sim \mathcal{U}(q^{min}, q^{max})$ é utilizada para descrever que a variável aleatória q segue uma distribuição uniforme entre q^{min} e q^{max} .

As variáveis q^{min} e q^{max} podem ser descritas da seguinte maneira:

$$q^{min} = v^{min} \times q^o; \quad q^{max} = v^{max} \times q^o \quad (4.1)$$

sendo q^o o parâmetro determinístico definido no projeto ótimo, e v^{min} e v^{max} , os coeficientes com o valor mínimo e máximo, respectivamente, que definem a variação

do parâmetro em análise.

Nas análises desta seção, os parâmetros da estrutura principal serão variados da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
E &\sim \mathcal{U}(0,98 \times E^o, 1,02 \times E^o) \\
\rho &\sim \mathcal{U}(0,98 \times \rho^o, 1,02 \times \rho^o) \\
k_{Tx} &\sim \mathcal{U}(0,80 \times k_{Tx}^o, 1,20 \times k_{Tx}^o) \\
k_{Ty} &\sim \mathcal{U}(0,80 \times k_{Ty}^o, 1,20 \times k_{Ty}^o) \\
\xi_0 &\sim \mathcal{U}(0,70 \times \xi_0^o, \xi_0^o)
\end{aligned} \tag{4.2}$$

Estes valores foram adotados de maneira a simular situações que fossem práticas e recorrentes nos projetos em geral. Serão assumidos estes desvios (Eq. 4.2) em todas as análises envolvendo o termo "Incertezas na estrutura principal".

Com relação aos coeficientes v^{min} e v^{max} utilizados para modelar as incertezas dos sistemas de absorção, serão consideradas variações por faixas incrementais de $\pm 5\%$. Desta forma, tem-se o objetivo de avaliar a variabilidade da perda de eficiência β para diferentes níveis de incerteza.

Os parâmetros dos TMDs serão variados conforme visto na Eq. 4.3, gerando assim diferentes cenários:

$$\begin{aligned}
k_i &\sim \mathcal{U}(v^{min} \times k_i^o, v^{max} \times k_i^o), i \in \{1, 2, \dots, 9\} \\
m_i &\sim \mathcal{U}(v^{min} \times m_i^o, v^{max} \times m_i^o), i \in \{1, 2, \dots, 9\} \\
\xi_i &\sim \mathcal{U}(v^{min} \times \xi_i^o, \xi_i^o), i \in \{1, 2, \dots, 9\} \\
v^{min} &= (1 - \lambda) \\
v^{max} &= (1 + \lambda) \\
\lambda &\in \{0,05, 0,10, 0,15, 0,20, 0,25, 0,30\}
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Com o intuito de avaliar o comportamento dos sistemas de absorção em situações mais próximas possíveis da prática, os parâmetros de rigidez, inércia e amortecimento serão variados simultaneamente. Adicionalmente, vale destacar que os limites a serem definidos serão também sempre iguais para a rigidez, inércia e amor-

tecimento e explícitos em todas as análises.

Serão realizados dois tipos de análises para variações no sistema de absorção:

(i) No caso considerando os subgrupos apresentados na Figura 4.1, serão variados estes quatro subgrupos simultaneamente $\{A, B, C, D\}$ de tal forma que os desvios do subgrupo i são independentes dos desvios do subgrupo j . Desta maneira, os TMDs de um mesmo subgrupo terão os mesmos desvios. Destaca-se que os limites dos desvios a serem definidos para o sistema de absorção serão, neste caso também, sempre iguais para os quatro subgrupos, conforme visto na Eq 4.4.

$$\begin{aligned}
k_A &\sim \mathcal{U}(v^{min} \times k_A^o, v^{max} \times k_A^o) \\
k_B &\sim \mathcal{U}(v^{min} \times k_B^o, v^{max} \times k_B^o) \\
k_C &\sim \mathcal{U}(v^{min} \times k_C^o, v^{max} \times k_C^o) \\
k_D &\sim \mathcal{U}(v^{min} \times k_D^o, v^{max} \times k_D^o) \\
m_A &\sim \mathcal{U}(v^{min} \times m_A^o, v^{max} \times m_A^o) \\
m_B &\sim \mathcal{U}(v^{min} \times m_B^o, v^{max} \times m_B^o) \\
m_C &\sim \mathcal{U}(v^{min} \times m_C^o, v^{max} \times m_C^o) \\
m_D &\sim \mathcal{U}(v^{min} \times m_D^o, v^{max} \times m_D^o) \\
\xi_A &\sim \mathcal{U}(v^{min} \times \xi_A^o, \xi_A^o) \\
\xi_B &\sim \mathcal{U}(v^{min} \times \xi_B^o, \xi_B^o) \\
\xi_C &\sim \mathcal{U}(v^{min} \times \xi_C^o, \xi_C^o) \\
\xi_D &\sim \mathcal{U}(v^{min} \times \xi_D^o, \xi_D^o) \\
v^{min} &= (1 - \lambda) \\
v^{max} &= (1 + \lambda) \\
\lambda &\in \{0, 05, 0, 10, 0, 15, 0, 20, 0, 25, 0, 30\}
\end{aligned} \tag{4.4}$$

Esta situação será referenciada ao longo do texto por "Incerteza no Sistema de Absorção: Desvio por Subgrupo". Esta denominação advém do fato de que ao se considerar um sorteio para a escolha de k_A , por exemplo, esta escolha determina o valor da rigidez de 1 TMD como pode ser visto na Figura 4.1. O mesmo é válido para os outros parâmetros. Por fim, com o intuito de se considerar diferentes

faixas de variação para os parâmetros, estas análises serão feitas para os valores de $\lambda \in \{0, 05, 0, 10, 0, 15, 0, 20, 0, 25, 0, 30\}$.

(ii) Os 9 TMDs acoplados terão os mesmos desvios, neste caso, não serão considerados os subgrupos, logo os parâmetros serão variados da seguinte maneira:

Sorteia-se:

$$\begin{aligned}
 \lambda'_k &\sim \mathcal{U}[(1 - \lambda), (1 + \lambda)] \\
 \lambda'_m &\sim \mathcal{U}[(1 - \lambda), (1 + \lambda)] \\
 \lambda'_\xi &\sim \mathcal{U}[(1 - \lambda), 1] \\
 \lambda &\in \{0, 05, 0, 10, 0, 15, 0, 20, 0, 25, 0, 30\}.
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

E os valores são:

$$\begin{aligned}
 k_A &= \lambda'_k \times k_A^o \\
 k_B &= \lambda'_k \times k_B^o \\
 k_C &= \lambda'_k \times k_C^o \\
 k_D &= \lambda'_k \times k_D^o \\
 m_A &= \lambda'_m \times m_A^o \\
 m_B &= \lambda'_m \times m_B^o \\
 m_C &= \lambda'_m \times m_C^o \\
 m_D &= \lambda'_m \times m_D^o \\
 \xi_A &= \lambda'_\xi \times \xi_A^o \\
 \xi_B &= \lambda'_\xi \times \xi_B^o \\
 \xi_C &= \lambda'_\xi \times \xi_C^o \\
 \xi_D &= \lambda'_\xi \times \xi_D^o
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

Esta situação será referenciada como "Incerteza no Sistema de Absorção: Mesmo desvio para os 9 TMDs".

Os limites dos parâmetros foram definidos de tal maneira que pudessem descrever as variações encontradas no campo/planta. Como pode ser observado na Eq. 4.6, foram impostas diferentes variações para os parâmetros de rigidez, inércia e amortecimento. Entretanto, todos os parâmetros de rigidez variam igualmente, isto

acontece, também, para a massa e para o amortecimento. Optou-se por fazer simulações utilizando esta estratégia de variação pois acredita-se que, variando igualmente um conjunto de parâmetros é possível atingir as situações mais críticas dentro do limite analisado.

Desta forma, foram analisados 5 cenários:

1. Incerteza na Estrutura Principal (C1);
2. Incerteza no Sistema de Absorção: Mesmo desvio para os 9 TMDs (C2);
3. Incerteza no Sistema de Absorção: Desvio por Subgrupo (C3);
4. Incerteza na Estrutura Principal + Incerteza no Sistema de Absorção: Mesmo desvio para os 9 TMDs (C4);
5. Incerteza na Estrutura Principal + Incerteza no Sistema de Absorção: Desvio por Subgrupo (C5).

Uma análise de convergência preliminar foi realizada de forma a se obter um número adequado de simulações de Monte Carlo para realizar as demais análises citadas. A partir da avaliação do valor da média e do desvio padrão amostrais calculados para a eficiência, foi considerado, para tal, um certo número N de realizações/ocorrências. Destaca-se que em todas as análises considerando incertezas foram realizadas análises preliminares de convergência, porém será exposto apenas um cenário.

A Figura 4.4 mostra a estabilização dos valores ao longo das 5000 realizações/ocorrências, considerando o cenário 5, "Incerteza na Estrutura Principal + Incerteza no Sistema de Absorção: Desvio por Subgrupo".

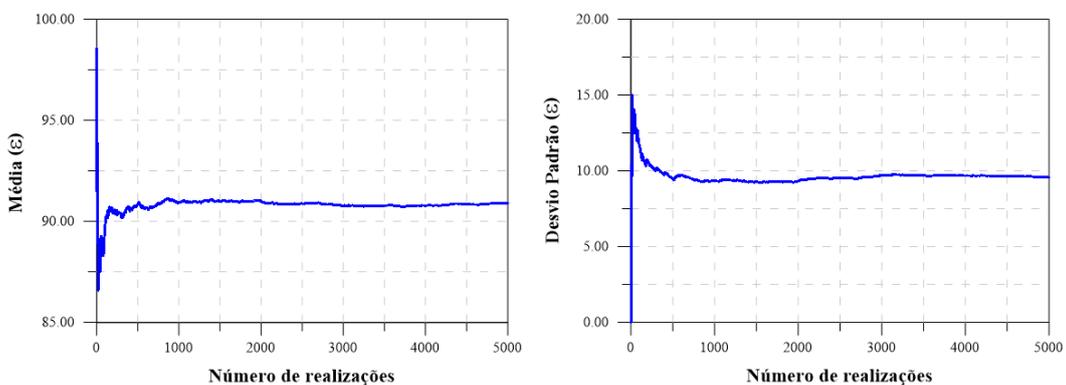


Figura 4.4: Média e Desvio padrão da eficiência da estrutura para 5000 realizações.

Foram consideradas 40000 realizações para os cenários C2 e C4 e ao comparar o comportamento destes cenários com 5000 realizações não se observou diferença significativa. Desta forma optou-se por apresentar apenas 5000 realizações para os cenários C1, C3 e C5

A seguir serão mostradas, nas Figuras 4.5 - 4.9, as respostas do sistema devido às variações consideradas nos cenários C1, C2, C3, C4 e C5. As Figuras 4.5 - 4.9 apresentam a resposta ótima $|H(\omega, \hat{\theta}, \psi_0)|$, o valor médio das realizações $|H(\omega, \psi, \theta)|$ assim como os envoltório estocástico compreendendo 100% das realizações para os cenários C1, C2, C3, C4 e C5; Os cenários (C2, C3, C4 e C5), os quais consideram variações nos TMDs (Figuras 4.6 - 4.9), são apresentados adotando o desvio mais crítico nos sistemas, $\pm 30\%$.

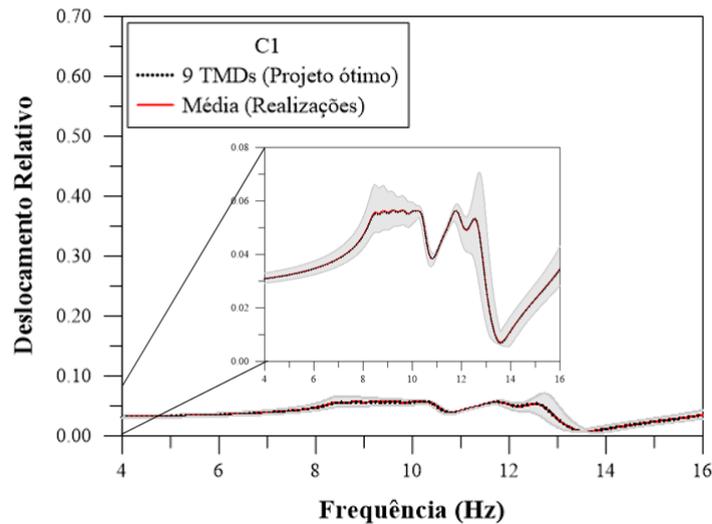


Figura 4.5: Caso C1: Resposta ótima da estrutura (Placa) como função da frequência. Linha vermelha contínua (—): média das realizações $H(\theta, \psi, \omega)$. Linha preta contínua (· · ·): resposta no ponto de ótimo $H(\hat{\theta}, \psi_0, \omega)$. Região cinza: Envoltório estocástico contendo todas as realizações $H(\theta, \psi, \omega)$.

Pode-se observar a tendência das amplitudes serem maiores nas situações nas quais se consideram variações no sistema de absorção e na estrutura principal simultaneamente. Entretanto, ao observar os respectivos histogramas na Figura 4.10 verifica-se o número reduzido de ocorrência de casos críticos com β entre 40% e 60%, por exemplo, vir acontecer.

Os cenários C2 e C4, apresentam grande número de ocorrências na faixa da perda

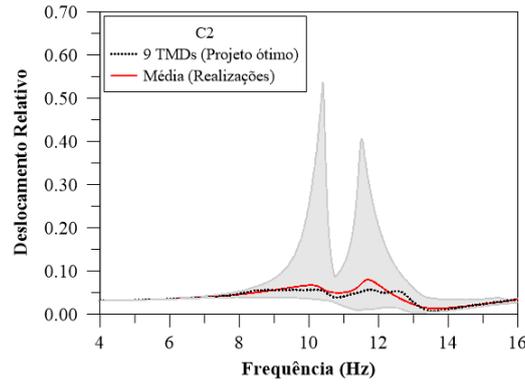


Figura 4.6: Caso C2: Resposta ótima da estrutura (Placa) como função da frequência. Linha vermelha contínua (—): média das realizações $H(\theta, \psi, \omega)$. Linha preta contínua ($\cdot \cdot \cdot$): resposta no ponto de ótimo $H(\hat{\theta}, \psi_0, \omega)$. Região cinza: Envoltório estocástico contendo todas as realizações $H(\theta, \psi, \omega)$.

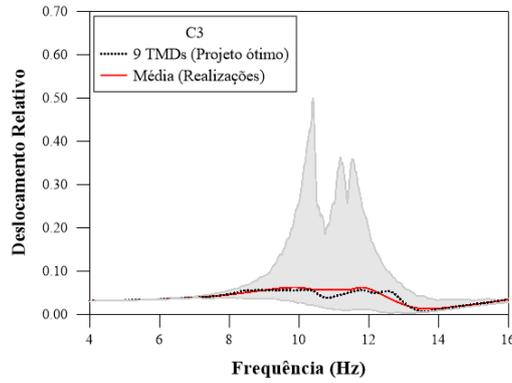


Figura 4.7: Caso C3: Resposta ótima da estrutura (Placa) como função da frequência. Linha vermelha contínua (—): média das realizações $H(\theta, \psi, \omega)$. Linha preta contínua ($\cdot \cdot \cdot$): resposta no ponto de ótimo $H(\hat{\theta}, \psi_0, \omega)$. Região cinza: Envoltório estocástico contendo todas as realizações $H(\theta, \psi, \omega)$.

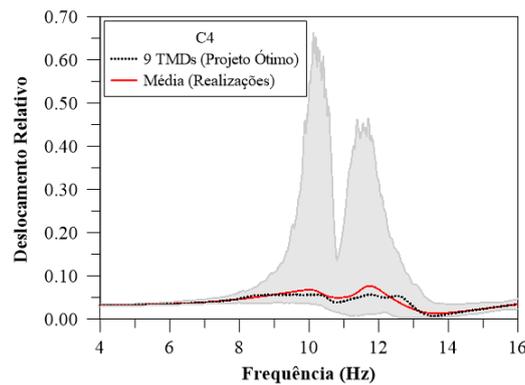


Figura 4.8: Caso C4: Resposta ótima da estrutura (Placa) como função da frequência. Linha vermelha contínua (—): média das realizações $H(\theta, \psi, \omega)$. Linha preta contínua ($\cdot \cdot \cdot$): resposta no ponto de ótimo $H(\hat{\theta}, \psi_0, \omega)$. Região cinza: Envoltório estocástico contendo todas as realizações $H(\theta, \psi, \omega)$.

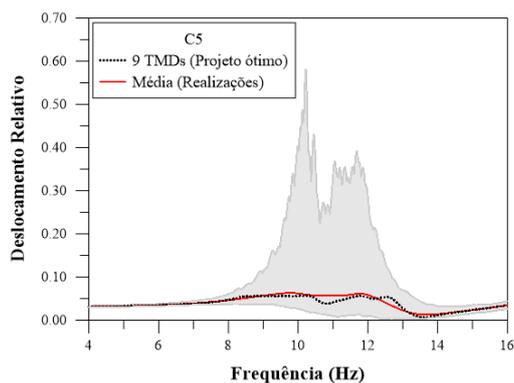


Figura 4.9: Caso C5: Resposta ótima da estrutura (Placa) como função da frequência. Linha vermelha contínua (—): média das realizações $H(\theta, \psi, \omega)$. Linha preta contínua ($\cdot \cdot \cdot$): resposta no ponto de ótimo $H(\hat{\theta}, \psi_0, \omega)$. Região cinza: Envoltório estocástico contendo todas as realizações $H(\theta, \psi, \omega)$.

de eficiência β de aproximadamente 0-30% enquanto que, nos cenários C3 e C5 a perda de eficiência se apresenta em torno de 0-20%.

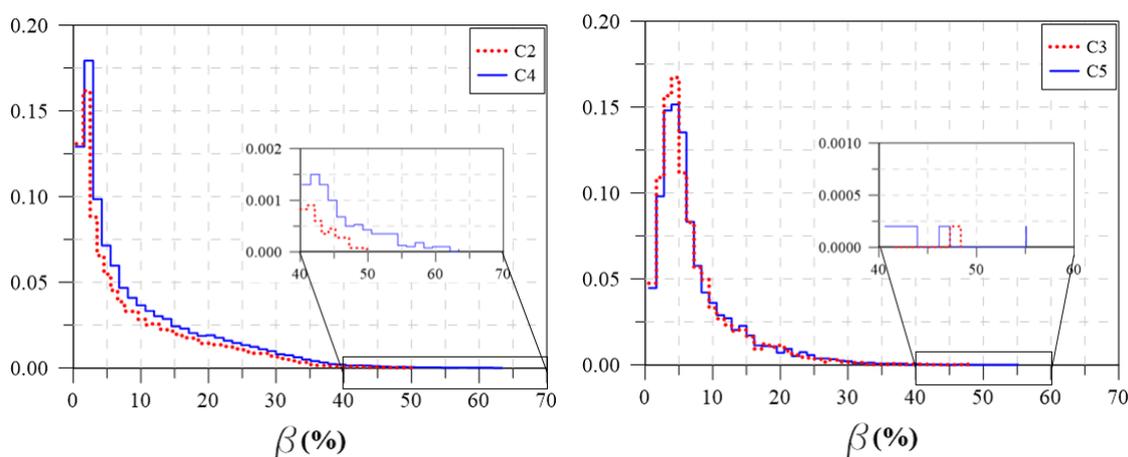


Figura 4.10: Histograma normalizado para a perda de eficiência β quando $\lambda = 0,3$ considerando os cenários C2, C3, C4 e C5

A Figura 4.11 apresenta a média das realizações dos cinco cenários. Observa-se na Figura 4.11 a grande semelhança entre os cenários C2 e C4 assim como também, entre os cenários C3 e C5. Estas análises reforçam assim a idéia de que, desvios nos parâmetros da estrutura principal, dentro dos limites analisados, não têm impacto significativo na perda de eficiência do projeto.

Uma outra maneira de se analisar a perda de eficiência β é utilizando a sua Função de Distribuição Cumulativa (CDF) $F_{\beta}(\beta') = Prob(\beta \leq \beta')$.

A idéia principal desta análise é apresentar uma metodologia de projeto que,

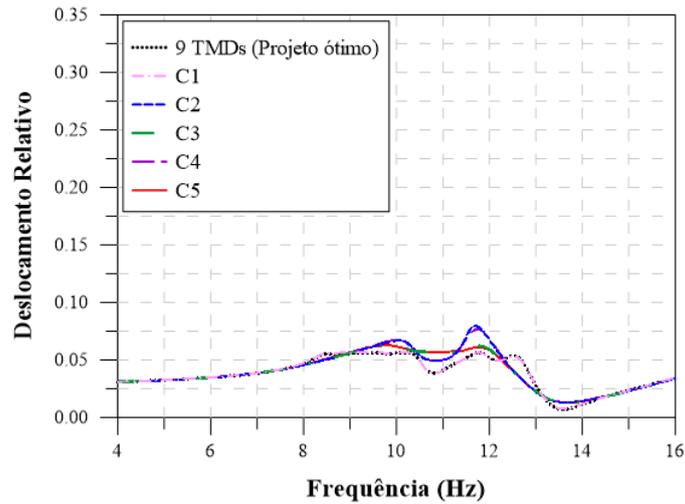


Figura 4.11: Resposta ótima da estrutura (Placa) com 9 TMDs acoplados e a média das realizações dos cinco cenários analisados.

a partir de um percentual de perda de eficiência β , definido como aceitável pelo projetista, possibilite a determinação do nível de controle de qualidade que será necessário para a fabricação dos sistemas de absorção.

A Figura 4.12 apresenta a CDF para o cenário C2 (Incerteza no Sistema de Absorção: Mesmo desvio para os 9 TMDs), considerando variações de $\pm 5\%$, $\pm 10\%$, $\pm 15\%$, $\pm 20\%$, $\pm 25\%$ e $\pm 30\%$, e a Tabela 4.1 apresenta a probabilidade de ocorrer realizações dentro de uma faixa de β associada a cada uma das curvas de variação de parâmetro visto na Figura 4.12.

Tabela 4.1: Probabilidade da perda de eficiência (β) por faixas percentuais como função da variação de λ .

Variação λ (%)	Perda de eficiência β - Caso C2				
	$0 \leq \beta \leq 10$	$10 < \beta \leq 20$	$20 < \beta \leq 30$	$30 < \beta \leq 40$	$40 < \beta \leq 50$
5	100	0	0	0	0
10	100	0	0	0	0
15	96,02	3,99	0	0	0
20	87,60	12,11	0,30	0	0
25	76,65	18,63	4,68	0,05	0
30	67,53	19,56	10,04	2,50	0,35

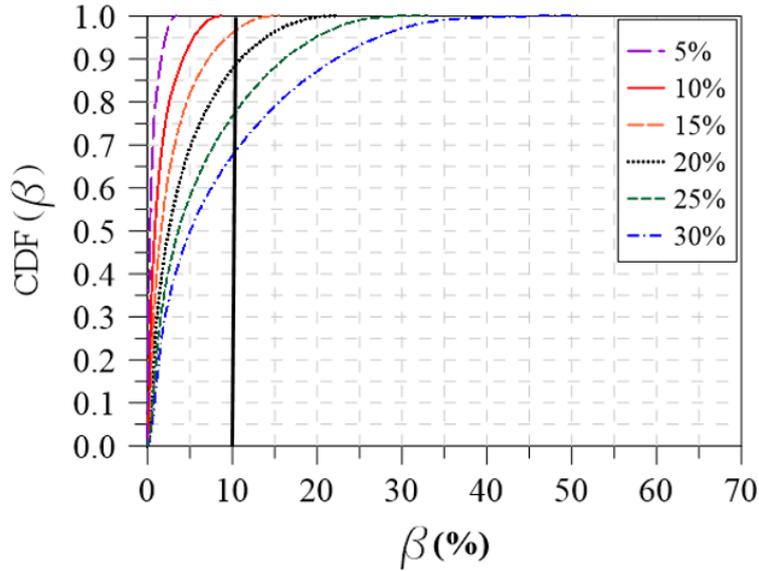


Figura 4.12: CDF da perda de eficiência β - Incerteza no Sistema de Absorção: Mesmo desvio para os 9 TMDs (Caso C2), considerando $\lambda=5\%$, $\lambda=10\%$, $\lambda=15\%$, $\lambda=20\%$, $\lambda=25\%$ e $\lambda=30\%$.

Desta maneira, de acordo com a Figura 4.12 e Tabela 4.1 ao definir um valor de perda (β) como sendo aceitável, pode-se determinar o limite máximo aceitável na variação dos parâmetros de projeto. Apenas como um exemplo, foi considerado o limite definido por $\beta \leq 10\%$. A fim de atender esta proposta, somente será tolerável variações no sistema de absorção inferiores a 10%, conforme visto Figura 4.12. A Tabela 4.1 também mostra que, 100% das realizações estão na faixa de 0 a 10% de perda para os desvios de 5 e 10% nos parâmetros considerados.

Adicionalmente pode-se perceber, de acordo com a Tabela 4.1 que, para variações no sistema de absorção de 15%, a probabilidade de ocorrer eventos superiores a 10% de perda de eficiência é de aproximadamente 4%. Desta forma, o projetista pode definir a perda e os riscos aceitáveis para o projeto e com isto obter a faixa tolerável na qual os parâmetros definidos possam variar.

A Figura 4.13 apresenta a comparação entre as CDFs dos cenários C2, C3, C4 e C5 considerando incertezas de 30%.

Por fim, é apresentado na Figura 4.14 a comparação entre os histogramas normalizados para a eficiência (\mathcal{E}) e para a perda de eficiência (β) considerando 1 TMD (visto na Figura 3.7 - \mathcal{H}_∞) e 9 TMDs (cenário C4). Foi considerado em ambos proje-

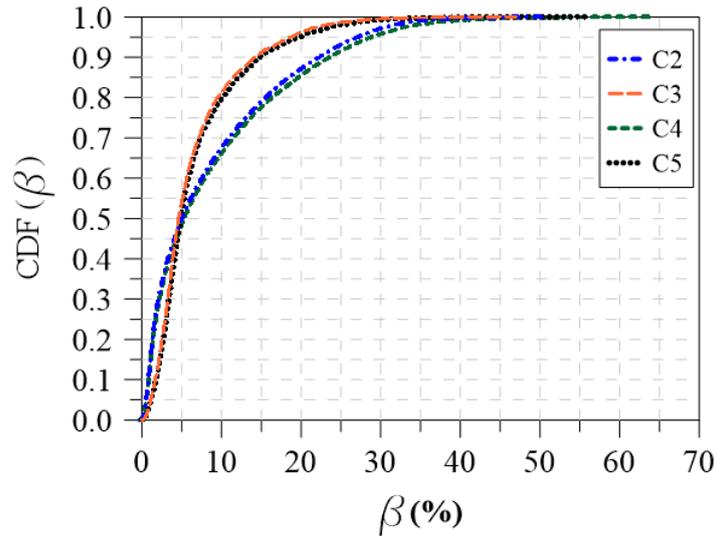


Figura 4.13: Comparação das CDFs em função da perda de eficiência β entre os cenários C2, C3, C4 e C5.

tos incerteza na Estrutura Principal + Incerteza no Sistema de Absorção (variando 30%): Mesmo desvio e, 40000 realizações para simulação das incertezas.

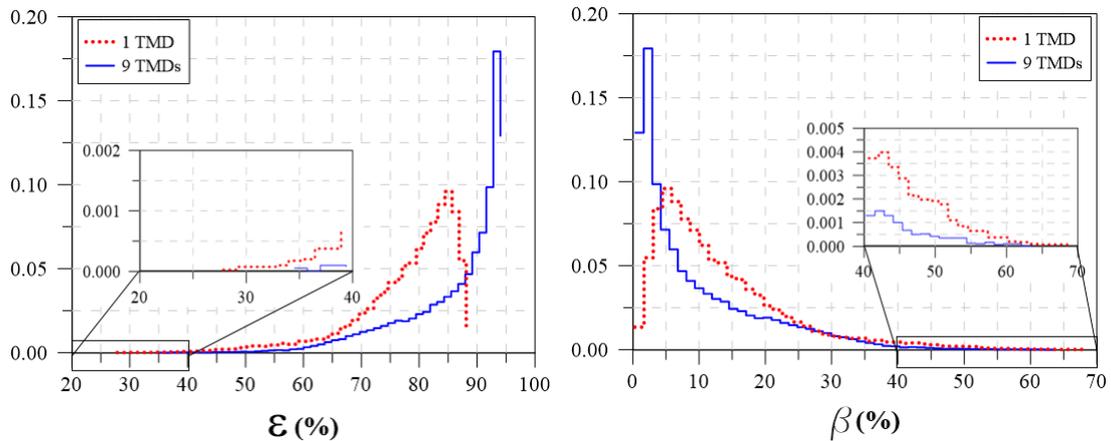


Figura 4.14: Comparação entre o histograma normalizado para a eficiência (\mathcal{E}) e para a perda de eficiência (β) de 1 TMD e 9 TMDs, considerando incerteza na Estrutura Principal + Incerteza no Sistema de Absorção: Mesmo desvio.

Analisando a Figura 4.14, se observa que a maior concentração das realizações da eficiência ε está de 70% a 88% para 1 TMD e de 85% a 94% para 9 TMDs. Em relação à perda de eficiência, se pode dizer que a maior concentração está de 0 a 20% para o projeto de 1 TMD e de 0% 10% para 9 TMDs. Desta maneira, se conclui que, além do projeto de 9 TMD ser mais eficiente, este é mais robusto.

Por fim, apenas a título de ilustração, foi considerada a necessidade de se de-

terminar as regiões no espaço dos parâmetros que estão associadas à determinada faixa de perda de eficiência β . Esta tarefa não se mostra muito direta dado o número de parâmetros envolvidos nestas análises. Observa-se, entretanto, que a partir as características do caso C2, foi possível construir este mapeamento do espaço dos parâmetros (θ, ψ) para as faixas de perda de eficiência $\beta \in [a, b]$. Isto é possível pois o caso C2, por construção, considera que todos os parâmetros de uma certa classe (inércia, rigidez ou amortecimento) variam de maneira idêntica. Portanto, neste caso em particular, pode-se construir um mapeamento das variações de frequência de ω^2 e de amortecimento modal ζ para as faixas de perda de eficiência $\beta \in [a, b]$ como mostrado na Figura 4.15.

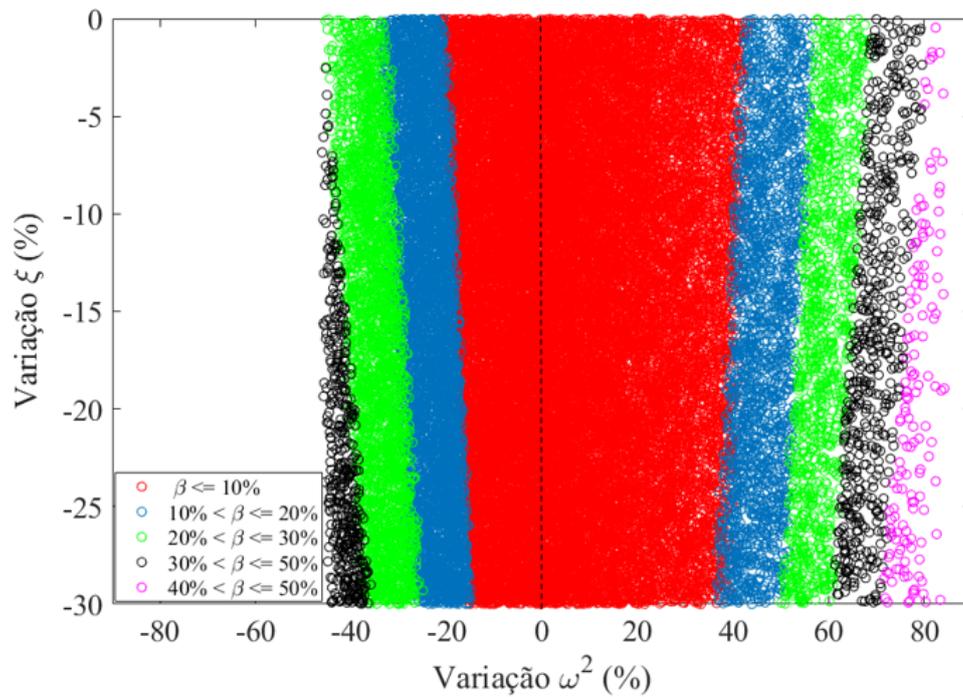


Figura 4.15: Resumo da variação dos parâmetros (ω^2 e ξ) em função da perda de eficiência β .

A Figura 4.15 mostra que a estrutura é mais sensível a variação do parâmetro ω^2 quando comparado com as variações nas taxas de amortecimento ξ . Entretanto, é melhor ter incertezas para valores superiores de ω^2 (positivos na Figura 4.15) quando comparado com incertezas em valores inferiores ω^2 isto pode ser concluído devido ao fato na qual, ao variar ω^2 para valores inferiores a perda de eficiência β é alterada mais rapidamente para uma faixa maior, ou seja, passa da faixa de $\beta \leq 10\%$ para a

faixa $10\% < \beta \leq 20\%$ e então para faixa de $20\% < \beta \leq 30\%$.

4.4 Discussão

Este capítulo apresentou uma metodologia de projeto na qual o projetista pode se basear para análises de incertezas em estruturas com múltiplos sistemas. Esta metodologia associa as faixas de perdas de eficiência do projeto com os níveis de incertezas nos parâmetros considerados como toleráveis para uma dada proposta.

Foram analisados 5 cenários com diferentes níveis de incertezas na estrutura, sendo os cenários C4 e C5 os piores casos. Comparou-se os resultados da eficiência (\mathcal{E}) e perda de eficiência (β) do cenário C4 para $\lambda = 30\%$ com o projeto de 1 TMD considerando os mesmos níveis de incertezas do caso C4. Por fim apresentou-se a variação dos parâmetros ω^2 e ξ em função da perda de eficiência, mostrando, desta forma a faixa de variação dos parâmetros para uma determinada perda de eficiência.

Capítulo 5

Conclusões

Neste capítulo são apresentadas as considerações finais e as principais conclusões obtidas neste trabalho, assim como as sugestões que podem complementar esta pesquisa.

Este trabalho teve como principais objetivos desenvolver uma metodologia para projetos com múltiplos sistemas passivos de absorção distribuídos espacialmente, considerando restrições em relação aos parâmetros de massa, rigidez, e amortecimento e, também, verificar a robustez do projeto em relação as incertezas nos parâmetros da estrutura principal e no sistema de absorção.

Com relação ao projeto ótimo, destaca-se que a metodologia proposta se mostrou eficiente, demandando, em alguns momentos, a necessidade da intervenção do projetista para que os resultados fossem possíveis de serem executados na prática. Nas análises dois pontos se destacam:

(i) A importância do amortecimento para atingir a máxima eficiência do sistema versus as limitações práticas.

(ii) A limitação de aumentar muito o número de sistemas versus a perda de eficiência ao se afastar os sistemas dos ventres dos modos.

Estes dois pontos são de fundamental importância para o projeto e, ao longo das análises, foi possível demonstrar o quanto que estes pontos podem limitar a eficiência dos sistemas. Entretanto, ao mesmo tempo, se observou que a intervenção do projetista atua como etapa de regularização da solução buscada. Esta observação

advém do fato de que, nas etapas iniciais desta tese, as buscas pelo projeto ótimo eram feitas de uma única vez a partir de algum algoritmo de otimização e que, esta estratégia, dado o número de parâmetros envolvidos, além de demandar um grande número de avaliações da função objetivo, nem sempre retornava resultados esperados.

O estudo realizado para a análise de robustez verificou o impacto das incertezas neste projeto de múltiplos TMDs distribuídos espacialmente. Esta análise de sensibilidade foi realizada por meio de simulações de Monte Carlo, considerando um modelo simplificado de uma placa de alumínio com sistemas de absorção acoplados calibrados com os parâmetros ótimos. Foram impostas diferentes variações para os parâmetros de rigidez, inércia e amortecimento, tanto da estrutura principal quanto dos TMDs. As análises de incertezas foram realizadas para estrutura principal, sistema de absorção e a configuração "Estrutura + Sistema de Absorção". A metodologia adotada permite o projetista definir a perda e os riscos aceitáveis para o projeto e com isto obter a faixa tolerável na qual os parâmetros definidos possam variar.

Analisando os resultados obtidos nesta pesquisa, verificou-se que:

(1) A função objetivo construída a partir da métrica H_∞ se mostrou um pouco melhor do que a função objetivo construída a partir da métrica H_2 .

(2) A otimização sem restrição na taxa de amortecimento conduz a sistemas cujas FRFs apresentam um patamar ao redor do modo de interesse. Dado que a eficiência está diretamente relacionada à taxa de amortecimento, as restrições impostas para este parâmetro definem um limite de desempenho para o projeto, independente da relação de massa utilizada.

(3) A modelagem dos fatores de amortecimento como sendo parâmetros independentes por sistema retornou soluções com valores bem dispersos para estes parâmetros e, adicionalmente, apresentou valores relativamente altos para alguns dos sistemas de absorção do projeto. A modelagem dos parâmetros de amortecimento como sendo iguais para todos os sistemas recuperou soluções próximas das obti-

das quando estes parâmetros são considerados independentes. Esta última hipótese ainda tem a vantagem de reduzir significativa o número de parâmetros desconhecidos.

(4) Na literatura é comum encontrar projetos apresentando eficiência elevada, com (i) TMDs na mesma posição e/ou, com (ii) as respectivas taxas de amortecimento altas. Entretanto, na prática, nem sempre é viável instalar TMDs com valores elevados de amortecimento, além de ser impossível colocar sistemas de absorção na mesma posição. Considerando projetos viáveis de serem executados com sistemas de absorção distribuídos espacialmente, pode-se concluir que o aumento demasiado do número de sistemas pode conduzir a perdas de eficiência caso as posições viáveis para instalação dos TMDs estejam associadas a massas efetivas muito altas. Por outro lado, agrupar todos os TMDs ao redor de pontos com baixa massa efetiva pode se tornar inviável por falta de espaço físico disponível. Desta maneira fica claro que não se consegue reproduzir na prática muitos projetos encontrados na literatura que apresentam eficiências elevadas.

(5) Globalmente, o projeto mostrou-se mais sensível a variação do parâmetro da calibração em frequência ω^2 quando comparado com as variações nas taxas de amortecimento ξ .

O impacto na eficiência dos sistemas de absorção devido a variação das características dinâmicas da estrutura principal e do sistema de absorção demonstra claramente a necessidade do desenvolvimento de projetos que sejam menos sensíveis aos sistemas de absorção conforme está sendo proposto nesta tese. Foi verificado que, além da relevância da utilização de uma metodologia que seja suficientemente robusta, a importância da escolha adequada de um método e uma métrica de otimização.

Por fim destaca-se que existem pontos em abertos para complementar as análises conforme abaixo enumerados:

(1) Agregar às propostas da tese a construção de um projeto ótimo e robusto, na qual seja o menos sensível possível às variações das incertezas nos parâmetros.

Adicionalmente, se acredita que, para a finalidade deste trabalho, a função objetivo deverá além de minimizar a resposta, minimizar também a variância da eficiência. Desta maneira se verifica a necessidade da utilização de um algoritmo multi-objetivo. Para isto sugere-se:

(i) A realização de análises de sensibilidade global para determinar os fatores mais influentes na eficiência de projetos de sistemas de absorção. A utilização do método de Sobol na análise de sensibilidade é uma das opções.

(ii) Utilizar algoritmos de otimização multi-objetivo para uma otimização robusta; dentre estes, o algoritmo Direct Multisearch (DMS) [103] apresenta uma boa eficiência.

Destaca-se que a análise de Sensibilidade Global via Sobol [96] e implementação do algoritmo DMS atuam em conjunto e de maneira não-intrusiva, com a metodologia proposta neste trabalho. A Análise de Sensibilidade Global seria uma pré-análise e o algoritmo DMS seria adotado nas etapas finais da abordagem proposta.

(2) Continuar os ensaios experimentais na placa de alumínio (estrutura principal) realizados por AMERICANO DA COSTA [98], considerando a nova configuração dos TMDs distribuídos espacialmente apresentada neste trabalho. Acrescentar nos ensaios experimentais incertezas na rigidez, inércia e no amortecimento tanto na estrutura principal quanto no sistema de absorção, além das variações nas condições de contorno.

(3) Realizar estas análises em estruturas reais.

Referências Bibliográficas

- [1] DEN HARTOG, J. *Mechanical Vibrations*. McGraw-Hill, 1956.
- [2] JANGID, R. S. “Optimum multiple tuned mass dampers for base-excited undamped system”, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 28, pp. 1041–1049, 1999.
- [3] JANGID, R. S., DATTA, T. K. “Performance of multiple tuned mass dampers for torsionally coupled system”, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 26, pp. 307–317, 1997.
- [4] GUO, Y., CHEN, W. “Dynamic analysis of space structures with multiple tuned mass dampers”, *Engineering Structures*, v. 29, n. 12, pp. 3390–3403, 2007.
- [5] PARK, K.-S., KOH, H.-M., HAHM, D. “Integrated optimum design of viscoelastically damped structural systems”, *Engineering Structures*, v. 26, n. 5, pp. 581–591, 2004.
- [6] WARBURTON, G. B. “Optimum absorber parameters for various combinations of response and excitation parameters”, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 10, pp. 381–401, 1982.
- [7] YANG, F., SEDAGHATI, R., ESMAILZADEH, E. “Optimal design of distributed tuned mass dampers for passive vibration control of structures”, *Structural Control and Health Monitoring*, v. 22, n. 2, pp. 221–236, 2015.
- [8] ELIAS, S., MATSAGAR, V., DATTA, T. K. “Distributed tuned mass dampers for multi-mode control of benchmark building under seismic excitations”, *Journal of Earthquake Engineering*, pp. 1–36, 2017.
- [9] ELIAS, S., MATSAGAR, V., DATTA, T. K. “Dynamic response control of a wind-excited tall building with distributed multiple tuned mass dampers”, *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, p. 1950059, 2019.

- [10] ELIAS, S., MATSAGAR, V. “Research developments in vibration control of structures using passive tuned mass dampers”, *Annual Reviews in Control*, v. 44, pp. 129–156, 2017.
- [11] MRABET, E., GUEDRI, M., ICHCHOU, M., et al. “New approaches in reliability based optimization of tuned mass damper in presence of uncertain bounded parameters”, *Journal of Sound and Vibration*, v. 355, pp. 93–116, 2015.
- [12] MRABET, E., GUEDRI, M., ICHCHOU, M., et al. “Stochastic structural and reliability based optimization of tuned mass damper”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 60-61, pp. 437–451, 2015.
- [13] SCHUELLER, G., JENSEN, H. “Computational methods in optimization considering uncertainties – An overview”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 198, n. 1, pp. 2–13, 2008.
- [14] MARANO, G. C. “Reliability based multiobjective optimization for design of structures subject to random vibrations”, *Journal of Zhejiang University-Science A*, v. 9, n. 1, pp. 15–25, 2008.
- [15] BEYER, H.-G., SENDHOFF, B. “Robust optimization – A comprehensive survey”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 196, pp. 3190–3218, 2007.
- [16] POURZEYNALI, S. “Robust multi-objective optimization design of TMD control device to reduce tall building responses against earthquake excitations using genetic algorithms”, *Scientia Iranica: Transaction A, Civil Engineering*, v. 20, pp. 207–221, 2013.
- [17] CRESPO, L. G., KENNY, S. P. “Robust control design for systems with probabilistic uncertainty”, *NASA Report, TP-2005-213531*, 2005.
- [18] VENANZI, I. “Robust optimal design of tuned mass dampers for tall buildings with uncertain parameters”, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v. 51, n. 1, pp. 239–250, 2015.
- [19] ROBERT, C., CASELLA, G. *Monte Carlo Statistical Methods*. Springer, 2004.
- [20] LI, C. “Optimum multiple tuned mass dampers for structures under the ground acceleration based on DDMF and ADMF”, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 31, n. 4, pp. 897–919, 2002.
- [21] RANA, R., SOONG, T. “Parametric study and simplified design of tuned mass dampers”, *Engineering Structures*, v. 20, n. 3, pp. 193–204, 1998.

- [22] XU, K., IGUSA, T. “Dynamic characteristics of multiple substructures with closely spaced frequencies”, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 21, pp. 1059–1070, 1992.
- [23] YAMAGUCHI, H., HARNPORNCHAI, N. “Fundamental characteristics of Multiple Tuned Mass Dampers for suppressing harmonically forced oscillations”, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 22, n. 1, pp. 51–62, 1993.
- [24] LI, H. N., NI, X. L. “Optimization of non uniformly distributed multiple tuned mass damper”, *Journal of Sound and Vibration*, v. 308, n. 1–2, pp. 80–97, 2007.
- [25] FANG, H., LIU, L., ZHANG, D., et al. “Tuned mass damper on a damped structure”, *Structural Control and Health Monitoring*, v. 26, n. 3, pp. e2324, 2019.
- [26] SOONG, T. T., DARGUSH, G. F. *Passive energy dissipation systems in structural engineering*. 1 ed. Chichester, United Kingdom (UK), John Wiley and Sons, 1997.
- [27] PARK, J., REED, D. “Analysis of uniformly and linearly distributed mass dampers under harmonic and earthquake excitation”, *Engineering Structures*, v. 23, n. 7, pp. 802–814, 2001.
- [28] HOUSNER, G. W., BERGMAN, L. A., CAUGHEY, T. K., et al. “Structural Control: Past, Present, and Future”, *Journal of Engineering Mechanics*, v. 123, n. 9, pp. 897–971, 1997.
- [29] SOONG, T., SPENCER, B. “Supplemental energy dissipation: state-of-the-art and state-of-the-practice”, *Engineering Structures*, v. 24, n. 3, pp. 243–259, 2002.
- [30] SPENCER, B. F., NAGARAJAIAH, S. “State of the art of structural control”, *Journal of Structural Engineering*, v. 129, n. 7, pp. 845–856, 2003.
- [31] SAAED, T. E., NIKOLAKOPOULOS, G., JONASSON, J.-E., et al. “A state-of-the-art review of structural control systems”, *Journal of Vibration and Control*, v. 21, n. 5, pp. 919–937, 2015.
- [32] “Device for damping vibrations of bodies”. 1911.
- [33] NISHIMURA, I., YAMADA, T., SAKAMOTO, M., et al. “Control performance of active-passive composite tuned mass damper”, *Smart Materials and Structures*, v. 7, n. 5, pp. 637–653, 1998.

- [34] GHASSEMPOUR, M., FAILLA, G., ARENA, F. “Vibration mitigation in offshore wind turbines via tuned mass damper”, *Engineering Structures*, v. 183, pp. 610–636, 2019.
- [35] HOANG, N., FUJINO, Y., WARNITCHAI, P. “Optimal tuned mass damper for seismic applications and practical design formulas”, *Engineering Structures*, v. 30, n. 3, pp. 707–715, 2008.
- [36] ALI, M. M., MOON, K. S. “Structural developments in tall buildings: Current trends and future prospects”, *Architectural Science Review*, v. 50, pp. 205–223, 2007.
- [37] MOUTINHO, C. “An alternative methodology for designing tuned mass dampers to reduce seismic vibrations in building structures”, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 41, n. 14, pp. 2059–2073, 2012.
- [38] LENZEN, K. H. “Vibration of steel joist-concrete slab floors”, *Engineering Journal*, v. 3, n. 3, pp. 133–136, 1966.
- [39] GURGOZE, M., ERDO G, G., INCEO G, S. “Bending vibration of beams couple by a double spring-mass system”, *Journal of Sound and Vibration*, v. 243, n. 2, pp. 361–369, 2001.
- [40] SNOWDON, J. C. “Vibration of simply supported rectangular and square plates to which lumped masses and dynamic vibration absorbers are attached”, *The Journal of the Acoustical Society of America*, v. 57, n. 3, pp. 646–654, 1975.
- [41] YUAN, H., WAN, M., YANG, Y. “Design of a tunable mass damper for mitigating vibrations in milling of cylindrical parts”, *Chinese Journal of Aeronautics*, v. 33, n. 3, pp. 748–758, 2019.
- [42] KANG, Y.-J., PENG, L.-Y. “Optimisation design and damping effect analysis of large mass ratio tuned mass dampers”, *Shock and Vibration*, v. 2019, pp. 1–16, 2019.
- [43] ABÉ, M., IGUSA, T. “Tuned mass dampers for structures with closely spaced natural frequencies”, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 24, n. 2, pp. 247–261, 1995.
- [44] ABÉ, M., FUJINO, Y. “Dynamic characterization of multiple tuned mass dampers and some design formulas”, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 23, n. 8, pp. 813–835, 1994.

- [45] LI, C. “Performance of multiple tuned mass dampers for attenuating undesirable oscillations of structures under the ground acceleration”, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 29, n. 9, pp. 1405–1421, 2000.
- [46] BAKRE, S. V., JANGID, R. S. “Optimum multiple tuned mass dampers for base-excited damped main system”, *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, v. 4, n. 4, pp. 527–542, 2004.
- [47] ZUO, L. “Effective and Robust Vibration Control Using Series Multiple Tuned-Mass Dampers”, *Journal of Vibration and Acoustics*, v. 131, n. 3, pp. 031003–03100311, 2009.
- [48] PATIL, V. B., JANGID, R. S. “Optimum Multiple Tuned Mass Dampers for the Wind Excited Benchmark Building”, *Journal of Civil Engineering and Management*, v. 17, pp. 540–557, 2011.
- [49] WANG, J. F., LI, J. C., LIN, C. C. “Design of series multiple tuned mass dampers for response control of asymmetric buildings”. In: *Volume 8: Seismic Engineering*, Waikoloa, Hawaii, 2017. ASME.
- [50] KIM, S.-Y., LEE, C.-H. “Optimum design of linear multiple tuned mass dampers subjected to white-noise base acceleration considering practical configurations”, *Engineering Structures*, v. 171, pp. 516–528, 2018.
- [51] BOZER, A., OZSARLYLLDLZ, S. S. “Free parameter search of multiple tuned mass dampers by using artificial bee colony algorithm”, *Structural Control and Health Monitoring*, v. 25, n. 2, pp. e2066, 2018.
- [52] ARAZ, O., KAHYA, V. “Effects of manufacturing type on control performance of multiple tuned mass dampers under harmonic excitation”, *Journal of Structural Engineering and Applied Mechanics*, v. 1, n. 3, pp. 117–127, 2018.
- [53] FENG, M., MITA, A. “Vibration Control of Tall Buildings Using Mega Sub-Configuration”, *Journal of Engineering Mechanics, American Society of Civil Engineers (ASCE)*, v. 121, n. 10, pp. 1082–1088, 1995.
- [54] SADEK, F., MOHRAZ, B., TAYLOR, A. W., et al. “A method of estimating the parameters of tuned mass dampers for seismic applications”, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 26, n. 5, pp. 617–635, 1997.
- [55] CHEN, G., WU, J. “Optimal Placement of Multiple Tuned mass Dampers for Seismic Structures”, *Journal of Structural Engineering*, v. 127, pp. 1054–1062, 2001.

- [56] WU, J., CHEN, G. “Optimization of multiple tuned mass dampers for seismic response reduction”. In: *American Control Conference*, Chicago, IL, USA, 2000.
- [57] MOON, K. S. “Vertically distributed multiple tuned mass dampers in tall buildings: performance analysis and preliminary design”, *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, v. 19, n. 3, 2010.
- [58] FU, T. S., JOHNSON, E. A. “Control strategies for a distributed mass damper system”. In: *American Control Conference*, Saint Louis, MO, USA, 2009.
- [59] FU, T. S., JOHNSON, E. A. “Distributed mass damper system for integrating structural and environmental controls in buildings”, *Journal of Engineering Mechanics*, v. 137, pp. 205–213, 2011.
- [60] XIANG, P., NISHITANI, A. “Seismic vibration control of building structures with multiple tuned mass damper floors integrated”, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 43, n. 6, pp. 909–925, 2014.
- [61] ELIAS, S., MATSAGAR, V. “Distributed Multiple Tuned Mass Dampers for Wind Vibration Response Control of High-Rise Building”, *Journal of Engineering*, v. 2014, pp. 1–11, 2014.
- [62] MOON, K. S. “Integrated damping systems for tall buildings: tuned mass damper/double skin facade damping interaction system: TMD/DSFD Interaction System”, *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, v. 25, pp. 232–244, 2016.
- [63] ELIAS, S., MATSAGAR, V., DATTA, T. “Effectiveness of distributed tuned mass dampers for multi-mode control of chimney under earthquakes”, *Engineering Structures*, v. 124, pp. 1–16, 2016.
- [64] VELLAR, L. S., ONTIVEROS-PÉREZ, S. P., MIGUEL, L. F. F., et al. “Robust optimum design of multiple tuned mass dampers for vibration control in buildings subjected to seismic excitation”, *Shock and Vibration*, v. 2019, pp. 1–9, 2019.
- [65] ELIAS, S. “Effect of SSI on Vibration Control of Structures with Tuned Vibration Absorbers”, *Shock and Vibration*, v. 2019, pp. 1–12, 2019.
- [66] CONSTANTINO, M., TADJBAKHSI, I. “Optimum design of a first story damping system”, *Computers & Structures*, v. 17, n. 2, pp. 305–310, 1983.

- [67] ZANG, C., FRISWELL, M., MOTTERSHEAD, J. “A review of robust optimal design and its application in dynamics”, *Computers & Structures*, v. 83, n. 4-5, pp. 315–326, 2005.
- [68] TAGUCHI, G., PHADKE, M. S. “Quality Engineering through Design Optimization”. In: Dehnad, K. (Ed.), *Quality Control, Robust Design, and the Taguchi Method*, Springer US, pp. 77–96, Boston, MA, 1989.
- [69] N.C. NIGAM. “Structural optimization in random vibration environment”, *AIAA Journal*, v. 10, n. 4, pp. 551–553, 1972.
- [70] PARKINSON, A., SORENSEN, C., POURHASSAN, N. “A General Approach for Robust Optimal Design”, *Journal of Mechanical Design*, v. 115, n. 1, pp. 74–80, 1993.
- [71] DEHGHAN-NIRI, E., ZAHRAI, S. M., MOHTAT, A. “Effectiveness-robustness objectives in MTMD system design: An evolutionary optimal design methodology”, *Structural Control and Health Monitoring*, v. 17, n. 2, pp. 218–236, 2010.
- [72] MARANO, G. C., GRECO, R., SGOBBA, S. “A comparison between different robust optimum design approaches: Application to tuned mass dampers”, *Probabilistic Engineering Mechanics*, v. 25, n. 1, pp. 108–118, 2010.
- [73] MARANO, G. C., QUARANTA, G., SGOBBA, S. “Fuzzy-entropy based robust optimization criteria for tuned mass dampers”, *Earthquake Engineering & Engineering Vibration*, v. 9, n. 2, pp. 285–294, 2010.
- [74] MEDINA, J. C., TAFLANIDIS, A. “Probabilistic measures for assessing appropriateness of robust design optimization solutions”, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v. 51, n. 4, pp. 813–834, 2015.
- [75] LIEVENS, K., LOMBAERT, G., DE ROECK, G., et al. “Robust design of a TMD for the vibration serviceability of a footbridge”, *Engineering Structures*, v. 123, pp. 408–418, 2016.
- [76] DE, S., WOJTKIEWICZ, S. F., JOHNSON, E. A. “Efficient optimal design and design-under-uncertainty of passive control devices with application to a cable-stayed bridge”, *Structural Control and Health Monitoring*, v. 24, n. 2, pp. e1846(20), 2017.
- [77] RATHI, A. K., CHAKRABORTY, A. “Reliability-based performance optimization of TMD for vibration control of structures with uncertainty in para-

- meters and excitation”, *Structural Control and Health Monitoring*, v. 24, n. 1, pp. e1857 (19), 2017.
- [78] LIN, C.-C., LIN, G.-L., CHIU, K.-C. “Robust Design Strategy for Multiple Tuned Mass Dampers with Consideration of Frequency Bandwidth”, *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, v. 17, n. 1, pp. 1750002, 2017.
- [79] GILL, D., ELIAS, S., STEINBRECHER, A., et al. “Robustness of multi-mode control using tuned mass dampers for seismically excited structures”, *Bulletin of Earthquake Engineering*, v. 15, n. 12, pp. 5579–5603, 2017.
- [80] BHOWMIK, K., DEBNATH, N. “Stochastic structural optimization of multiple tuned mass damper (MTMD) system”. In: *Proceedings of National Conference on Advances in Structural Technologies*, pp. 1011–1020, Assam, Índia, 2019.
- [81] ASAMI, T., NISHIHARA, O., BAZ, A. M. “Analytical solutions to $H[\infty]$ and $H[2]$ optimization of dynamic vibration absorbers attached to damped linear systems”, *Journal of Vibration and Acoustics*, v. 124, n. 2, pp. 284–295, 2002.
- [82] BAKRE, S. V., JANGID, R. S. “Optimum parameters of tuned mass damper for damped main system”, *Structural Control and Health Monitoring*, v. 14, n. 3, pp. 448–470, 2007.
- [83] LEUNG, A., ZHANG, H. “Particle swarm optimization of tuned mass dampers”, *Engineering Structures*, v. 31, n. 3, pp. 715–728, 2009.
- [84] MORENO, C. P., THOMSON, P. “Design of an optimal tuned mass damper for a system with parametric uncertainty”, *Annals of Operations Research*, v. 181, n. 1, pp. 783–793, 2010.
- [85] CRAIG, JR., R. R., BAMPTON, M. C. C. “Coupling of substructures for dynamic analyses”, *AIAA Journal*, v. 6, n. 7, pp. 1313–1319, 1968.
- [86] ARCHER, G. C. “A technique for the reduction of dynamic degrees of freedom”, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 30, n. 1, pp. 127–145, 2001.
- [87] MAGLUTA, C. *Sistemas Dinâmicos Passivos para Absorção de Vibrações Estruturais*. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, 1993.
- [88] NOCEDAL, J., WRIGHT, S. J. *Numerical optimization*. New York, Springer, 1999.

- [89] MARANO, G. C., MORRONE, E., QUARANTA, G. “Analysis of randomly vibrating structures under hybrid uncertainty”, *Engineering Structures*, v. 31, n. 11, pp. 2677–2686, 2009.
- [90] KENNEDY, J., EBERHART, R. “Particle swarm optimization”. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks*, pp. 1942–1948, Perth, Austrália, 1995.
- [91] LAZINICA, A. *Particle swarm optimization*. InTech, 2009.
- [92] KIRANYAZ, S., INCE, T., GABBOUJ, M. *Multidimensional Particle Swarm Optimization for Machine Learning and Pattern Recognition*, v. 15. Springer, 2014.
- [93] RAITOHARJU, J. *Multidimensional Particle Swarm Optimization for Machine*. Tese de Doutorado, Tampere University of Technology, 2017.
- [94] LEUNG, A. Y. T., ZHANG, H., CHENG, C. C., et al. “Particle swarm optimization of TMD by non-stationary base excitation during earthquake”, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 37, n. 9, pp. 1223–1246, 2008.
- [95] PAPOULIS, A., PILLAI, S. U. *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*. 4 ed. New York, NY, McGraw Hill, 2002.
- [96] SMITH, R. C. *Uncertainty Quantification: Theory, Implementation, and Applications*. Philadelphia, PA, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2013.
- [97] SALVI, J., RIZZI, E. “Optimum tuning of tuned mass dampers for frame structures under earthquake excitation”, *Structural Control and Health Monitoring*, v. 22, n. 4, pp. 707–725, 2015.
- [98] AMERICANO DA COSTA, M. *Análise do Comportamento de Estrutura Utilizando Múltiplos Sistemas Passivos de Absorção*. Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, 2014.
- [99] REDDY, J. *Theory and Analysis of Elastic Plates and Shells*. 2 ed. Boca Raton, FL, Taylor & Francis, 2006.
- [100] HUGHES, T. *The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*. Mineola, New York, Dover Publications, 2000.

- [101] AMERICANO DA COSTA, M. M., CASTELLO, D. A., MAGLUTA, C., et al. “Análise de incertezas em projetos utilizando sistemas passivos de absorção”, *Revista Interdisciplinar de Pesquisa em Engenharia*, v. 2, pp. 55–64, 2016.
- [102] LOUROZA, M. *Utilização de Sistema de Absorção Passivo com Amortecimento de Coulomb para Redução de Vibrações Estruturais*. Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, 1997.
- [103] CUSTÓDIO, A. L., MADEIRA, J. F. A., VAZ, A. I. F., et al. “Direct multi-search for multiobjective optimization”, *SIAM Journal on Optimization*, v. 21, n. 3, pp. 1109–1140, 2011.

Apêndice A

Tabelas

A.1 Placa

A.1.1 Projeto com 1 Sistema de Absorção

Tabela A.1: Parâmetros ótimos (Placa) - 1 TMD, $\xi \leq 4$. k e ξ são os parâmetros de busca.

	$k_{Total} (\frac{N}{m})$	m (kg)	$\xi(\%)$
DH	3946	1,00	4,0
\mathcal{H}_∞	4356	1,00	4,0
\mathcal{H}_2	4522	1,00	4,0

A.1.2 Influência da massa total do TMD na eficiência do projeto

Tabela A.2: Parâmetros ótimos - 1 TMD, variando a relação de massa, $\xi \leq 4\%$. k e ξ são os parâmetros de busca.

Caso	$k_{Total} (\frac{N}{m})$	m (kg)	$\xi(\%)$
	\mathcal{H}_∞		
1	2263	0,50	4,0
2	4356	1,00	4,0
3	6297	1,50	4,0
4	8094	2,00	4,0
5	9759	2,50	4,0

Tabela A.3: Parâmetros ótimos - 1 TMDs, variando a relação de massa e ξ_{livre} . k e ξ são os parâmetros de busca.

Caso	$k_{Total} (\frac{N}{m})$	m (kg)	$\xi(\%)$
1	2105	0,50	13,9
2	3792	1,00	19,3
3	5179	1,50	23,0
4	6329	2,00	26,9
5	7288	2,50	30,0

A.1.3 Projeto com múltiplos sistemas localizados na mesma posição

Tabela A.4: 5 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (Placa), $\Delta=10\%$ e $\xi = 4$. m e ξ são os parâmetros de busca.

TMD	$k (\frac{N}{m})$	m (kg)	$\xi(\%)$
1	818	0,188	4,0
2	818	0,232	4,0
3	818	0,294	4,0
4	818	0,155	4,0
5	818	0,131	4,0

Tabela A.5: Parâmetros ótimos dos 5 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura, considerando duas situações: amortecimento igual para todos os TMDs e amortecimento individual para cada um dos TMDs, utilizando a métrica definida pelo \mathcal{H}_2 m e ξ são os parâmetros de busca.

TMD	$k (\frac{N}{m})$	ξ_{var}		ξ_{cte}	
		m (kg)	$\xi(\%)$	m (kg)	$\xi(\%)$
1	818	0,191	7,0	0,191	11,3
2	818	0,242	8,2	0,225	11,3
3	818	0,286	30,3	0,284	11,3
4	818	0,155	5,8	0,151	11,3
5	818	0,125	5,0	0,151	11,3

Tabela A.6: Parâmetros ótimos dos 5 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura, considerando duas situações: amortecimento igual para todos os TMDs e amortecimento individual para cada um dos TMDs, utilizando a métrica definida pelo \mathcal{H}_∞ m e ξ são os parâmetros de busca.

TMD	k ($\frac{N}{m}$)	ξ_{var}		ξ_{cte}	
		m (kg)	ξ (%)	m (kg)	ξ (%)
1	818	0,191	7,7	0,191	7,1
2	818	0,229	7,6	0,230	7,1
3	818	0,284	7,5	0,286	7,1
4	818	0,160	8,1	0,162	7,1
5	818	0,138	11,4	0,132	7,1

Tabela A.7: Parâmetros ótimos dos 10 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura, considerando duas situações: amortecimento igual para todos os TMDs e amortecimento individual para cada um dos TMDs, utilizando a métrica definida pelo \mathcal{H}_2 m e ξ são os parâmetros de busca.

TMD	k ($\frac{N}{m}$)	ξ_{var}		ξ_{cte}	
		m (kg)	ξ (%)	m (kg)	ξ (%)
1	383	0,090	8,7	0,083	7,8
2	383	0,096	7,8	0,094	7,8
3	383	0,116	5,6	0,109	7,8
4	383	0,099	10,4	0,096	7,8
5	383	0,160	39,8	0,143	7,8
6	383	0,082	5,0	0,075	7,8
7	383	0,071	3,7	0,068	7,8
8	383	0,063	3,1	0,065	7,8
9	383	0,056	2,9	0,061	7,8
10	383	0,166	39,9	0,206	7,8

Tabela A.8: Parâmetros ótimos dos 10 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura, considerando duas situações: amortecimento igual para todos os TMDs e amortecimento individual para cada um dos TMDs, utilizando a métrica definida pelo \mathcal{H}_∞ m e ξ são os parâmetros de busca.

TMD	k ($\frac{N}{m}$)	ξ_{var}		ξ_{cte}	
		m (kg)	ξ (%)	m (kg)	ξ (%)
1	383	0,091	8,1	0,087	4,8
2	383	0,100	10,2	0,105	4,8
3	383	0,119	6,2	0,118	4,8
4	383	0,101	7,8	0,096	4,8
5	383	0,151	17,4	0,144	4,8
6	383	0,082	6,1	0,080	4,8
7	383	0,072	5,3	0,073	4,8
8	383	0,066	16,3	0,067	4,8
9	383	0,058	8,1	0,061	4,8
10	383	0,160	15,3	0,170	4,8

Tabela A.9: Parâmetros ótimos dos 15 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura, considerando duas situações: amortecimento igual para todos os TMDs e amortecimento individual para cada um dos TMDs, utilizando a métrica definida pelo \mathcal{H}_2 m e ξ são os parâmetros de busca.

TMD	k ($\frac{N}{m}$)	ξ_{var}		ξ_{cte}	
		m (kg)	ξ (%)	m (kg)	ξ (%)
1	257	0,058	5,1	0,057	3,9
2	257	0,064	3,6	0,061	3,9
3	257	0,070	4,7	0,067	3,9
4	257	0,079	5,7	0,074	3,9
5	257	0,083	10,0	0,083	3,9
6	257	0,097	26,8	0,093	3,9
7	257	0,115	35,0	0,105	3,9
8	257	0,055	3,0	0,053	3,9
9	257	0,050	3,2	0,050	3,9
10	257	0,047	2,8	0,047	3,9
11	257	0,044	2,3	0,044	3,9
12	257	0,040	2,1	0,041	3,9
13	257	0,037	3,0	0,039	3,9
14	257	0,034	2,3	0,036	3,9
15	257	0,126	39,9	0,150	3,9

Tabela A.10: Parâmetros ótimos dos 15 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura, considerando duas situações: amortecimento igual para todos os TMDs e amortecimento individual para cada um dos TMDs, utilizando a métrica definida pelo \mathcal{H}_∞ m e ξ são os parâmetros de busca.

TMD	k ($\frac{N}{m}$)	ξ_{var}		ξ_{cte}	
		m (kg)	ξ (%)	m (kg)	ξ (%)
1	257	0,062	5,6	0,059	3,5
2	257	0,065	6,6	0,064	3,5
3	257	0,074	5,6	0,068	3,5
4	257	0,077	9,0	0,074	3,5
5	257	0,089	11,0	0,083	3,5
6	257	0,096	16,1	0,094	3,5
7	257	0,113	18,9	0,110	3,5
8	257	0,057	5,2	0,055	3,5
9	257	0,052	4,5	0,052	3,5
10	257	0,048	7,6	0,048	3,5
11	257	0,044	4,7	0,044	3,5
12	257	0,041	17,2	0,042	3,5
13	257	0,037	27,9	0,039	3,5
14	257	0,036	20,7	0,034	3,5
15	257	0,108	22,1	0,133	3,5

Tabela A.11: Parâmetros ótimos dos 20 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura, considerando duas situações: amortecimento igual para todos os TMDs e amortecimento individual para cada um dos TMDs, utilizando a métrica definida pelo \mathcal{H}_2 m e ξ são os parâmetros de busca.

TMD	k ($\frac{N}{m}$)	ξ_{var}		ξ_{cte}	
		m (kg)	ξ (%)	m (kg)	ξ (%)
1	192	0,042	4,4	0,042	6,5
2	192	0,046	3,5	0,044	6,5
3	192	0,050	3,2	0,047	6,5
4	192	0,055	3,4	0,050	6,5
5	192	0,057	17,2	0,054	6,5
6	192	0,061	3,7	0,058	6,5
7	192	0,066	18,9	0,062	6,5
8	192	0,071	37,1	0,067	6,5
9	192	0,076	38,5	0,072	6,5
10	192	0,085	37,4	0,078	6,5
11	192	0,043	4,5	0,040	6,5
12	192	0,040	3,7	0,038	6,5
13	192	0,037	4,3	0,037	6,5
14	192	0,036	3,1	0,035	6,5
15	192	0,034	3,2	0,035	6,5
16	192	0,032	3,7	0,031	6,5
17	192	0,030	2,7	0,031	6,5
18	192	0,029	3,6	0,030	6,5
19	192	0,027	1,8	0,029	6,5
20	192	0,083	38,0	0,121	6,5

Tabela A.12: Parâmetros ótimos dos 20 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura, considerando duas situações: amortecimento igual para todos os TMDs e amortecimento individual para cada um dos TMDs, utilizando a métrica definida pelo \mathcal{H}_∞ . m e ξ são os parâmetros de busca.

TMD	$k \left(\frac{N}{m}\right)$	ξ_{var}		ξ_{cte}	
		m (kg)	ξ (%)	m (kg)	ξ (%)
1	192	0,044	6,5	0,044	3,3
2	192	0,048	8,7	0,046	3,3
3	192	0,048	5,9	0,048	3,3
4	192	0,054	4,9	0,051	3,3
5	192	0,059	8,3	0,054	3,3
6	192	0,061	7,2	0,057	3,3
7	192	0,063	13,1	0,062	3,3
8	192	0,072	20,5	0,067	3,3
9	192	0,079	28,4	0,072	3,3
10	192	0,083	23,5	0,086	3,3
11	192	0,044	7,6	0,042	3,3
12	192	0,040	5,2	0,040	3,3
13	192	0,039	9,6	0,037	3,3
14	192	0,035	4,0	0,037	3,3
15	192	0,034	17,3	0,035	3,3
16	192	0,032	8,8	0,033	3,3
17	192	0,030	6,3	0,031	3,3
18	192	0,029	23,5	0,030	3,3
19	192	0,028	17,0	0,028	3,3
20	192	0,077	25,2	0,101	3,3

Tabela A.13: Parâmetros ótimos de 5 e 10 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura, $m_{total} = 1,0kg$ e $\xi \leq 4\%$. m e ξ são os parâmetros de busca.

TMD	5 TMDs			10 TMDs		
	$k \left(\frac{N}{m}\right)$	m (kg)	ξ (%)	$K \left(\frac{N}{m}\right)$	m (kg)	ξ (%)
1	818	0,189	4,0	180	0,042	3,2
2	818	0,229	4,0	180	0,050	3,2
3	818	0,291	4,0	180	0,054	3,2
4	818	0,158	4,0	180	0,047	3,2
5	818	0,133	4,0	180	0,080	3,2
6	-	-	-	180	0,085	3,2
7	-	-	-	180	0,039	3,2
8	-	-	-	180	0,034	3,2
9	-	-	-	180	0,032	3,2
10	-	-	-	180	0,037	3,2

Tabela A.14: Parâmetros ótimos de 15 e 20 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura, $m_{Total} = 1,0kg$ e $\xi \leq 4\%$. m e ξ são os parâmetros de busca.

TMD	15 TMDs			20 TMDs		
	$k (\frac{N}{m})$	m (kg)	$\xi(\%)$	$K (\frac{N}{m})$	m (kg)	$\xi(\%)$
1	257	0,059	3,5	192	0,044	3,3
2	257	0,064	3,5	192	0,046	3,3
3	257	0,068	3,5	192	0,048	3,3
4	257	0,074	3,5	192	0,051	3,3
5	257	0,083	3,5	192	0,054	3,3
6	257	0,094	3,5	192	0,057	3,3
7	257	0,110	3,5	192	0,062	3,3
8	257	0,055	3,5	192	0,067	3,3
9	257	0,052	3,5	192	0,072	3,3
10	257	0,048	3,5	192	0,086	3,3
11	257	0,044	3,5	192	0,042	3,3
12	257	0,042	3,5	192	0,040	3,3
13	257	0,039	3,5	192	0,037	3,3
14	257	0,034	3,5	192	0,037	3,3
15	257	0,133	3,5	192	0,035	3,3
16				192	0,033	3,3
17				192	0,031	3,3
18				192	0,030	3,3
19				192	0,028	3,3
20				192	0,101	3,3

Tabela A.15: Parâmetros ótimos de 5 e 10 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura, $m_{Total} = 0,5kg$ e $\xi \leq 4\%$. m e ξ são os parâmetros de busca.

TMD	5 TMDs			10 TMDs		
	$k (\frac{N}{m})$	m (kg)	$\xi(\%)$	$K (\frac{N}{m})$	m (kg)	$\xi(\%)$
1	385	0,093	4,0	180	0,042	3,2
2	385	0,109	4,0	180	0,050	3,2
3	385	0,081	4,0	180	0,054	3,2
4	385	0,069	4,0	180	0,047	3,2
5	385	0,648	4,0	180	0,080	3,2
6	-	-	-	180	0,085	3,2
7	-	-	-	180	0,039	3,2
8	-	-	-	180	0,034	3,2
9	-	-	-	180	0,032	3,2
10	-	-	-	180	0,037	3,2

Tabela A.16: Parâmetros ótimos de 15 e 20 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura, $m_{Total} = 0,5kg$ e $\xi \leq 4\%$. m e ξ são os parâmetros de busca.

TMD	15 TMDs			20 TMDs		
	$k (\frac{N}{m})$	$m (kg)$	$\xi(\%)$	$K (\frac{N}{m})$	$m (kg)$	$\xi(\%)$
1	131	0,030	3,6	90	0,021	2,4
2	131	0,033	3,6	90	0,020	2,4
3	131	0,035	3,6	90	0,020	2,4
4	131	0,032	3,6	90	0,019	2,4
5	131	0,039	3,6	90	0,018	2,4
6	131	0,042	3,6	90	0,017	2,4
7	131	0,047	3,6	90	0,017	2,4
8	131	0,023	3,6	90	0,015	2,4
9	131	0,029	3,6	90	0,015	2,4
10	131	0,028	3,6	90	0,014	2,4
11	131	0,027	3,6	90	0,022	2,4
12	131	0,025	3,6	90	0,024	2,4
13	131	0,025	3,6	90	0,025	2,4
14	131	0,024	3,6	90	0,028	2,4
15	131	0,561	3,6	90	0,030	2,4
16	-	-	-	90	0,032	2,4
17	-	-	-	90	0,033	2,4
18	-	-	-	90	0,037	2,4
19	-	-	-	90	0,040	2,4
20	-	-	-	90	0,051	2,4

Tabela A.17: Parâmetros ótimos de 5 e 10 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura, $m_{Total} = 0,25kg$ e $\xi \leq 4\%$. m e ξ são os parâmetros de busca.

TMD	5 TMDs			10 TMDs		
	$k (\frac{N}{m})$	m (kg)	$\xi(\%)$	$K (\frac{N}{m})$	m (kg)	$\xi(\%)$
1	218	0,048	4,0	104	0,023	3,2
2	218	0,053	4,0	104	0,025	3,2
3	218	0,041	4,0	104	0,027	3,2
4	218	0,044	4,0	104	0,024	3,2
5	218	0,063	4,0	104	0,034	3,2
6	-	-	-	104	0,035	3,2
7	-	-	-	104	0,021	3,2
8	-	-	-	104	0,020	3,2
9	-	-	-	104	0,019	3,2
10	-	-	-	104	0,022	3,2

Tabela A.18: Parâmetros ótimos de 15 e 20 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura, $m_{Total} = 0,25kg$ e $\xi \leq 4\%$. m e ξ são os parâmetros de busca.

TMD	15 TMDs			20 TMDs		
	$k (\frac{N}{m})$	m (kg)	$\xi(\%)$	$K (\frac{N}{m})$	m (kg)	$\xi(\%)$
1	71	0,016	2,4	52	0,012	1,8
2	71	0,017	2,4	52	0,011	1,8
3	71	0,017	2,4	52	0,011	1,8
4	71	0,016	2,4	52	0,011	1,8
5	71	0,019	2,4	52	0,010	1,8
6	71	0,021	2,4	52	0,010	1,8
7	71	0,023	2,4	52	0,010	1,8
8	71	0,011	2,4	52	0,010	1,8
9	71	0,015	2,4	52	0,009	1,8
10	71	0,014	2,4	52	0,009	1,8
11	71	0,014	2,4	52	0,012	1,8
12	71	0,013	2,4	52	0,012	1,8
13	71	0,013	2,4	52	0,013	1,8
14	71	0,012	2,4	52	0,013	1,8
15	71	0,028	2,4	52	0,014	1,8
16	-	-	-	52	0,015	1,8
17	-	-	-	52	0,015	1,8
18	-	-	-	52	0,016	1,8
19	-	-	-	52	0,018	1,8
20	-	-	-	52	0,019	1,8

A.1.4 Projeto com múltiplos sistemas localizados em diferentes posições

Tabela A.19: Parâmetros ótimos de 5 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (P2) (6% da massa efetiva) e P3 (1% da massa efetiva) e, $\xi \leq 4\%$. m e ξ são os parâmetros de busca.

TMD	P2			P3		
	$k (\frac{N}{m})$	m (kg)	$\xi(\%)$	$K (\frac{N}{m})$	m (kg)	$\xi(\%)$
1	696	0,182	6,2	914	0,195	3,4
2	696	0,238	6,2	914	0,211	3,4
3	696	0,287	6,2	914	0,235	3,4
4	696	0,156	6,2	914	0,181	3,4
5	696	0,137	6,2	914	0,178	3,4

Tabela A.20: Parâmetros ótimos de 5 TMDs acoplados à estrutura em diferentes posições, sendo o $m_1 = 0,8kg$ e $m_{total} = 1,0kg$, considerando duas situações: ξ_{livre} e $\xi \leq 4\%$. k e ξ são os parâmetros de busca.

TMD	ξ_{livre}			$\xi \leq 4\%$		
	$k (\frac{N}{m})$	m (kg)	$\xi(\%)$	$K (\frac{N}{m})$	m (kg)	$\xi(\%)$
1	3057	0,800	15,6	3183	0,800	4,0
2	251	0,050	3,1	283	0,050	3,4
3	251	0,050	3,1	283	0,050	3,4
4	251	0,050	3,1	283	0,050	3,4
5	251	0,050	3,1	283	0,050	3,4

Tabela A.21: Parâmetros ótimos de 5 TMDs acoplados em diferentes posições na estrutura, sendo o $m_1 = 0,6kg$ e $m_{total} = 1,0kg$, considerando duas situações: ξ_{livre} e $\xi \leq 4\%$. k e ξ são os parâmetros de busca.

TMD	ξ_{livre}			$\xi \leq 4\%$		
	$k (\frac{N}{m})$	m (kg)	$\xi(\%)$	$K (\frac{N}{m})$	m (kg)	$\xi(\%)$
1	2318	0,600	13,5	2348	0,600	4,0
2	499	0,100	4,3	542	0,100	4,0
3	499	0,100	4,3	542	0,100	4,0
4	499	0,100	4,3	542	0,100	4,0
5	499	0,100	4,3	542	0,100	4,0

Tabela A.22: Parâmetros ótimos de 5 TMDs acoplados em diferentes posições na estrutura, sendo o $m_1 = 0,4kg$ e $m_{total} = 1,0kg$, considerando duas situações: ξ_{livre} e $\xi \leq 4\%$. k e ξ são os parâmetros de busca.

TMD	ξ_{livre}			$\xi \leq 4\%$		
	$k (\frac{N}{m})$	$m (kg)$	$\xi(\%)$	$K (\frac{N}{m})$	$m (kg)$	$\xi(\%)$
1	1568	0,400	10,7	1573	0,400	4,0
2	745	0,150	5,2	784	0,150	4,0
3	745	0,150	5,2	784	0,150	4,0
4	745	0,150	5,2	784	0,150	4,0
5	745	0,150	5,2	784	0,150	4,0

Tabela A.23: Parâmetros ótimos de 5 TMDs acoplados em diferentes posições na estrutura, sendo o $m_1 = 0,2kg$ e $m_{total} = 1,0kg$, considerando duas situações: ξ_{livre} e $\xi \leq 4\%$. k e ξ são os parâmetros de busca.

TMD	ξ_{livre}			$\xi \leq 4\%$		
	$k (\frac{N}{m})$	$m (kg)$	$\xi(\%)$	$K (\frac{N}{m})$	$m (kg)$	$\xi(\%)$
1	952	0,200	10,0	799	0,200	4,0
2	765	0,200	6,0	1006	0,200	4,0
3	765	0,200	6,0	1006	0,200	4,0
4	765	0,200	6,0	1006	0,200	4,0
5	765	0,200	6,0	1006	0,200	4,0

Tabela A.24: Parâmetros ótimos de 5 TMDs acoplados em diferentes posições na estrutura considerando duas situações: Mesma calibração (k e ξ são os parâmetros de busca) e Diferente calibração (m e ξ são os parâmetros de busca).

TMD	Mesma calibração		Dif. Calibração		
	$k (\frac{N}{m})$	$m (kg)$	$K (\frac{N}{m})$	$m (kg)$	$\xi(\%)$
1	799	0,200	796	0,200	4,0
2	1006	0,200	1004	0,216	4,0
3	1006	0,200	1004	0,205	4,0
4	1006	0,200	1004	0,196	4,0
5	1006	0,200	1004	0,184	4,0

Tabela A.25: Parâmetros ótimos de 5 e 9 TMDs acoplados à estrutura em diferentes posições. k e ξ são os parâmetros de busca.

TMD	5 TMDs			9 TMDs		
	$k (\frac{N}{m})$	m (kg)	$\xi(\%)$	$K (\frac{N}{m})$	m (kg)	$\xi(\%)$
1	799	0,200	4,0	946	0,200	3,8
2	1006	0,200	4,0	376	0,100	4,0
3	1006	0,200	4,0	318	0,100	3,8
4	1006	0,200	4,0	376	0,100	4,0
5	1006	0,200	4,0	600	0,100	2,4
6				600	0,100	2,4
7				376	0,100	4,0
8				318	0,100	3,8
9				376	0,100	4,0

Tabela A.26: Parâmetros ótimos de 9 TMDs acoplados em diferentes posições na estrutura em diferentes posições calibrado com a mesma relação de massa, $m_{total} = 1,0kg$. k e ξ são os parâmetros de busca.

TMD	$k (\frac{N}{m})$	m (kg)	$\xi(\%)$
1	387	0,067	3,4
2	533	0,137	4,0
3	541	0,110	3,5
4	533	0,137	4,0
5	266	0,083	3,8
6	266	0,083	3,8
7	533	0,137	4,0
8	541	0,110	3,5
9	533	0,137	4,0

Tabela A.27: Parâmetros ótimos de 9 TMDs acoplados em diferentes posições na estrutura em diferentes posições calibrado com a mesma relação de massa, $m_{total} = 3,0kg$. k e ξ são os parâmetros de busca.

TMD	$k (\frac{N}{m})$	m (kg)	$\xi(\%)$
1	938	0,200	3,9
2	1337	0,410	4,0
3	801	0,330	4,0
4	1337	0,410	4,0
5	1597	0,250	3,7
6	1597	0,250	3,7
7	1337	0,410	4,0
8	801	0,330	4,0
9	1337	0,410	4,0

Tabela A.28: Parâmetros ótimos de 9 TMDs acoplados em diferentes posições na estrutura considerando $\xi \leq 4\%$ e $\xi \leq 6\%$. m e ξ são os parâmetros de busca.

TMD	$k (\frac{N}{m})$	$\xi \leq 4\%$		$\xi \leq 6\%$	
		m (kg)	ξ (%)	m (kg)	ξ (%)
1	946	0,200	4,0	0,200	6,0
2	361	0,095	3,2	0,098	3,5
3	305	0,096	3,1	0,098	4,3
4	361	0,088	3,2	0,088	3,5
5	576	0,098	4,0	0,095	6,0
6	576	0,110	4,0	0,111	6,0
7	361	0,123	3,2	0,121	3,5
8	305	0,085	3,1	0,085	4,3
9	361	0,105	3,2	0,060	3,5

Tabela A.29: Parâmetros ótimos de 9 TMDs acoplados em diferentes posições na estrutura considerando $\xi \leq 8\%$ e ξ_{livre} . m e ξ são os parâmetros de busca.

TMD	$k (\frac{N}{m})$	$\xi \leq 8\%$		ξ_{livre}	
		m (kg)	ξ (%)	m (kg)	ξ (%)
1	946	0,200	7,2	0,200	8,9
2	361	0,097	3,7	0,097	3,5
3	361	0,095	5,1	0,095	3,8
4	361	0,087	3,7	0,085	3,5
5	361	0,096	7,9	0,098	9,6
6	305	0,111	7,9	0,114	9,6
7	305	0,121	3,7	0,122	3,5
8	576	0,088	5,1	0,083	3,8
9	576	0,104	3,7	0,106	3,5

A.2 Viga

A.2.1 Projeto com 1 Sistema de Absorção

Tabela A.30: Parâmetros ótimos - 1 TMD, $\xi \leq 4\%$.

	$k_{Total} (\frac{N}{m})$	m (kg)	$\xi(\%)$
\mathcal{H}_∞	1151	0,50	4,0

A.2.2 Projeto com múltiplos sistemas localizados na mesma posição

Tabela A.31: 5 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (Viga), $\Delta=12,5\%$ e $\xi \leq 4$.

TMD	k ($\frac{N}{m}$)	m (kg)	$\xi(\%)$
1	230	0,145	4,0
2	230	0,118	4,0
3	230	0,100	4,0
4	230	0,077	4,0
5	230	0,060	4,0

Tabela A.32: Parâmetros ótimos - 5 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (Viga), $\xi \leq 4\%$.

TMD	k ($\frac{N}{m}$)	m (kg)		$\xi(\%)$
		\mathcal{H}_∞	\mathcal{H}_2	
1	230	0,146	0,154	4,0
2	230	0,119	0,119	4,0
3	230	0,099	0,094	4,0
4	230	0,076	0,075	4,0
5	230	0,060	0,058	4,0

A.2.3 Projeto com múltiplos sistemas localizados em diferentes posições

Tabela A.33: Parâmetros ótimos - 10 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (Viga), $\xi_{\leq 4\%}$.

TMD	k ($\frac{N}{m}$)	m (kg)		$\xi(\%)$	
		\mathcal{H}_{∞}	\mathcal{H}_2	\mathcal{H}_{∞}	\mathcal{H}_2
1	115	0,048	0,048	4,0	
2	115	0,043	0,043	4,0	
3	115	0,038	0,039	4,0	
4	115	0,035	0,034	4,0	
5	115	0,031	0,031	4,0	
6	115	0,081	0,088	4,0	
7	115	0,076	0,073	4,0	
8	115	0,065	0,062	4,0	
9	115	0,055	0,055	4,0	
10	115	0,028	0,027	4,0	

Tabela A.34: Parâmetros ótimos - 15 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (Viga), $\xi_{\leq 4}$.

TMD	k ($\frac{N}{m}$)	m (kg)		$\xi(\%)$	
		\mathcal{H}_{∞}	\mathcal{H}_2	\mathcal{H}_{∞}	\mathcal{H}_2
1	76	0,031	0,032	3,7	4,0
2	76	0,028	0,028	3,7	4,0
3	76	0,026	0,026	3,7	4,0
4	76	0,024	0,024	3,7	4,0
5	76	0,022	0,022	3,7	4,0
6	76	0,020	0,021	3,7	4,0
7	76	0,019	0,019	3,7	4,0
8	76	0,018	0,018	3,7	4,0
9	76	0,031	0,031	3,7	4,0
10	76	0,035	0,035	3,7	4,0
11	76	0,038	0,039	3,7	4,0
12	76	0,041	0,042	3,7	4,0
13	76	0,046	0,047	3,7	4,0
14	76	0,056	0,053	3,7	4,0
15	76	0,065	0,063	3,7	4,0

Tabela A.35: Parâmetros ótimos - 5 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (Viga), ξ_{livre} .

TMD	k ($\frac{N}{m}$)	m (kg)		$\xi(\%)$
		\mathcal{H}_{∞}	\mathcal{H}_2	
1	230	0,106		18,6
2	230	0,116		18,6
3	230	0,096		18,6
4	230	0,116		18,6
5	230	0,066		18,6

Tabela A.36: Parâmetros ótimos - 10 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (Viga), ξ_{livre} .

TMD	$k \left(\frac{N}{m}\right)$	$\frac{m \text{ (kg)}}{\mathcal{H}_\infty}$	$\xi(\%)$
1	115	0,049	6,0
2	115	0,044	6,0
3	115	0,039	6,0
4	115	0,035	6,0
5	115	0,032	6,0
6	115	0,085	6,0
7	115	0,071	6,0
8	115	0,063	6,0
9	115	0,054	6,0
10	115	0,028	6,0

Tabela A.37: Parâmetros ótimos - 15 TMDs acoplados na mesma posição na estrutura (Viga), ξ_{livre} .

TMD	$k \left(\frac{N}{m}\right)$	$\frac{m \text{ (kg)}}{\mathcal{H}_\infty}$	$\xi(\%)$
1	76	0,032	3,7
2	76	0,028	3,7
3	76	0,026	3,7
4	76	0,024	3,7
5	76	0,022	3,7
6	76	0,021	3,7
7	76	0,019	3,7
8	76	0,018	3,7
9	76	0,031	3,7
10	76	0,035	3,7
11	76	0,038	3,7
12	76	0,046	3,7
13	76	0,046	3,7
14	76	0,057	3,7
15	76	0,060	3,7

Tabela A.38: Parâmetros ótimos - 5 TMDs acoplados em diferentes posições na estrutura (Viga), $\xi_{\leq 10\%}$, Diferentes posições - Configuração a

TMD	$k \left(\frac{N}{m}\right)$	$\frac{m \text{ (kg)}}{\mathcal{H}_\infty}$	$\xi(\%)$
1	223	0,113	3,6
2	367	0,113	10,0
3	237	0,104	8,4
4	367	0,088	10,0
5	223	0,082	3,6

Tabela A.39: Parâmetros ótimos - 5 TMDs acoplados em diferentes posições na estrutura (Viga), $\xi_{\leq} 10\%$, Diferentes posições - Configuração b

TMD	$k \left(\frac{N}{m}\right)$	$\frac{m \text{ (kg)}}{\mathcal{H}_{\infty}}$	$\xi(\%)$
1	337	0,110	10,0
2	213	0,118	9,0
3	236	0,103	10,0
4	213	0,089	9,0
5	337	0,08	10,0