

MODELOS ESTOCÁSTICOS PARA ANÁLISE E SIMULAÇÃO  
DE SEQUÊNCIAS HIDROLÓGICAS

Dirceu Machado Olive

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIA (M.Sc.)

Aprovada por:

Lei Carlos Vieira de Souza

(Presidente)

Thiago Barreto Otton Uly

Z. S. R. U. de A.

RIO DE JANEIRO  
ESTADO DA GUANABARA - BRASIL  
AGOSTO DE 1970

À minha mãe  
renúncia, incentivo, dedicação e paz  
Ao meu irmão  
competência, amor ao trabalho e amizade.

### A G R A D E C I M E N T O S

O autor sente-se reconhecido e agradecido a todos aqueles que, de uma forma ou de outra, contribuiram para a realização deste trabalho.

À COPPE, nas pessoas do Prof. Alberto Luiz Coimbra, Coordenador Geral, do Prof. Fernando Luiz Lobo B. Carneiro, Chefe do Programa de Engenharia Civil e do Prof. Rui Carlos Vieira da Silva, responsável pelo setor de Hidráulica do Programa de Engenharia Civil, a quem deve a sugestão do assunto e a orientação do mesmo.

Particularmente, agradece ao Prof. Theóphilo B. Ottoni pela influência exercida em sua formação universitária; ao Prof. Peter Albrecht pela segura orientação no trato das técnicas de Análise Harmônica; aos engenheiros Miguel Aranha Borges, Paulo Mário Bianchi França e Luiz Antônio da Cunha Couceiro, pela ajuda prestada junto ao computador; a Ana Rita , Albertina e Vera pelos serviços datilográficos; ao Granbery, berço das primeiras aspirações e ao Lar, oásis seguro e tranquilo para o corpo e espírito.

## RESUMO

As vazões diárias de um rio são analisadas estocásticamente, tendo em vista, posterior simulação.

Dois modelos são desenvolvidos. O primeiro, baseado na análise de séries temporais, usa as modernas técnicas da "Fast Fourier Transforme" (FFT) na análise harmônica para obtenção do componente determinístico, constituindo-se numa experiência pioneira no assunto. O componente estocástico é analisado à luz dos processos autoregressivos.

O segundo modelo, usa as Cadeias de Markov, já que as vazões diárias são sabidamente autocorrelacionadas.

Os dois modelos foram testados usando-se as vazões diárias do Rio Grande, formador do Paraná, no posto de S.J. da Barra, cobrindo o período de 1/1/1941 a 22/12/1952 num total de 4.374 dias consecutivos.

## ABSTRACT

The daily river flow sequences are stochastically analyzed and a subsequent simulation is made.

Two models are developed. The first one, based on Time Series concepts, uses the modern techniques of Fast Fourier Transform (FFT) in harmonic analysis to obtain the deterministic component. This procedure constitutes a pioneer experience in the subject. The stochastic component is analyzed as an autoregressive process.

The second model uses Markov Chains concepts in which the daily flows are considered autocorrelated.

Both models were tested using daily flow data of the Rio Grande river, before it meets with the Paraiba to form the Paraná river, in the gage called S.J. da Barra, and covers the period from 1/1/1941 to 22/2/1952 in a total of 4.374 consecutive days.

## I N D I C E

I - INTRODUÇÃO.....	1
1.1 - Considerações Gerais.....	1
1.2 - Objetivos.....	5
1.3 - Considerações sobre os Cálculos.....	6
II - A NATUREZA ESTOCÁSTICA DOS PROCESSOS HIDROMETEOLÓGICOS.....	7
2.1 - Definição de um Processo Estocástico.....	7
2.2 - Realização de um Processo Estocástico.....	8
2.3 - Continuidade de um Processo Estocástico.....	9
2.4 - Processos Estocásticos Estacionários.....	10
III - OS MODELOS MATEMÁTICOS.....	15
3.1 - 1º modelo: Análise de Série Temporal.....	15
3.1.1. - Considerações.....	15
3.1.2. - O Componente Cíclico.....	16
3.1.3. - O Componente Não-Determinístico.....	18
3.2. - 2º modelo: Processo Markoviano.....	20
3.2.1. - Considerações.....	20
3.2.2. - Processos Markoviano.....	21
IV - PROCESSAMENTO DOS DADOS.....	23
4.1 - Os dados a serem analizados.....	23
4.2 - Obtenção dos Componentes da Série Temporal.....	24
4.2.1. - O componente periódico.....	24
4.2.2. - A Escolha do Esquema Autoregressivo.....	26

V - SIMULAÇÃO DA VAZÃO DIÁRIA.....	27
5.1. - Simulação usando o modelo (3.1).....	27
5.2. - Simulação usando o modelo (3.2).....	27
VI - CONCLUSÕES E PERSPECTIVA.....	30
6.1. - Conclusões.....	30
6.2. - Perspectiva.....	31
BIBLIOGRAFIA.....	32
APÊNDICE A.....	36
Fig. 1.....	37
Fig. 2.....	38
Fig. 3.....	39
Fig. 4.....	40
Fig. 5.....	41
Fig. 6.....	42
Fig. 7.....	43
Fig. 8.....	44
Fig. 9.....	44
APÊNDICE B.....	45
Listagem dos Principais Programas.....	45

LISTA DOS PRINCIPAIS SÍMBOLOS

- $A_k$  - Coeficiente dos cosenos na análise harmônica
- $a_i$  - Coeficiente no esquema autoregressivo
- $B_k$  - Coeficiente dos senos na análise harmônica
- $E(.)$  - Esperança matemática
- $F(.)$  - Função de distribuição
- $I_k^2$  - Amplitude correspondente às frequências
- $L$  - Período fundamental na análise harmônica
- $P(.)$  - Probabilidade acumulada
- $P_t$  - Função periódica para estudo teórico
- $R_t$  - Tendência da Série Temporal
- $r_i$  - Valor empírico do coeficiente de autocorelação
- $S_t$  - Componente periódico da série temporal
- $X_t$  - Série temporal original
- $Y_t$  - Série residual obtida após a subtração
- $\bar{Y}_t$  - Valor médio de  $Y_t$
- $Z_t$  - Série obtida após estandardização de  $Y_t$
- $\alpha_i$  - Coeficiente no esquema autoregressivo
- $\beta_i$  - Coeficiente no esquema de médias móveis
- $\varepsilon_t$  - Componente estocástico da série temporal
- $\eta_t$  - Sequência de variáveis aleatórias independentemente distribuídas
- $\lambda_k$  - Frequência na análise harmônica
- $\rho$  - Coeficiente de autocorrelação
- $\tau$  - Defasagem no tempo
- $\phi_k$  - Ângulo fase

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Fluviograma diário

Figura 2 - Fluviograma diário médio

Figura 3 - Gráfico das médias anuais

Figura 4 - Gráfico dos desvios padrões em torno das médias correspondentes

Figura 5 - Periodograma das vazões diárias

Figura 6 - Componente determinístico da série original

Figura 7 - Periodograma da série residual após a retirada de 2 harmônicos

Figura 8 - Fluviograma simulado

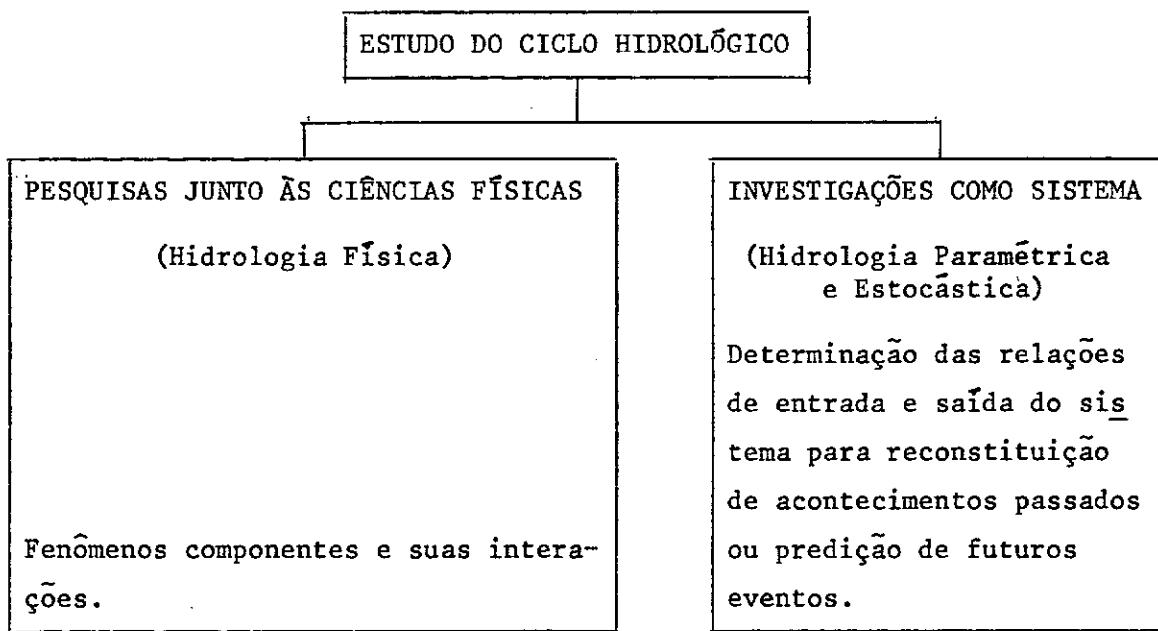
Figura 9 - Fluviograma histórico

## C A P Í T U L O    I

### I N T R O D U Ç Ã O

#### 1.1 - Considerações gerais

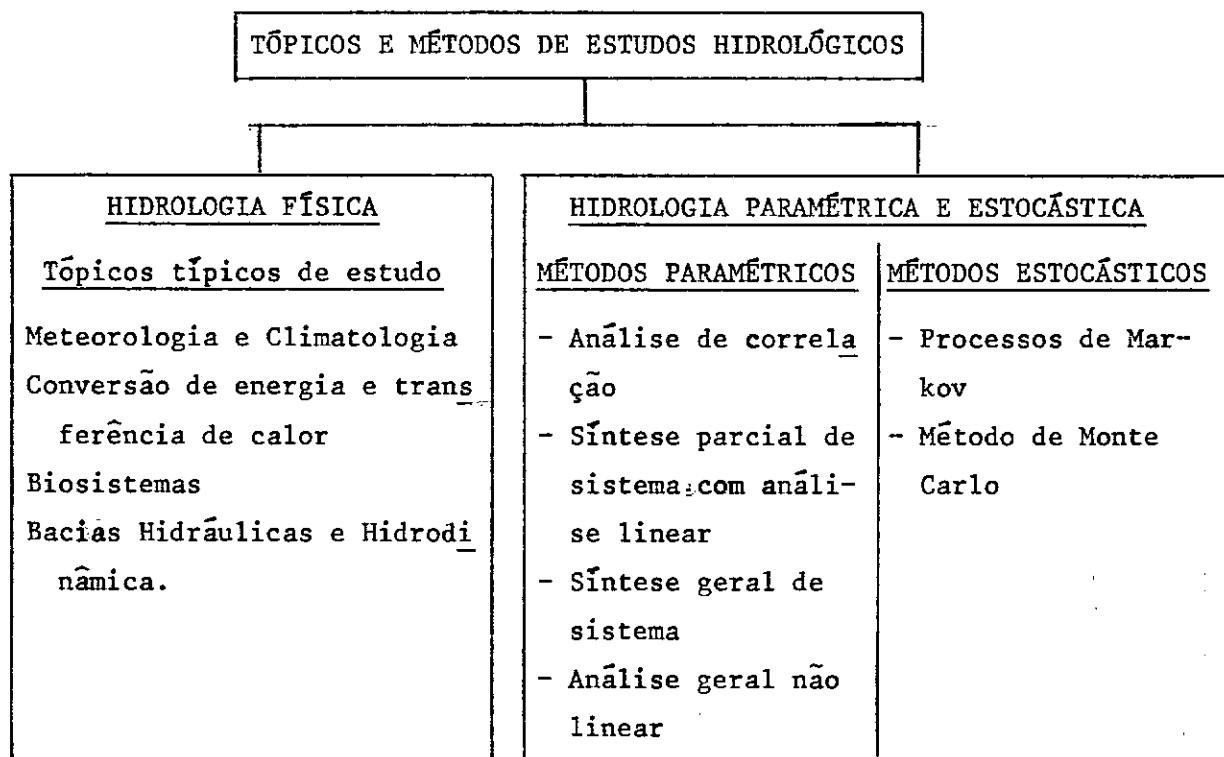
O estudo do ciclo hidrológico para J. Amorelho e W.E. Hart (2) , tem sido efetuado por dois caminhos bem distintos. De um lado, temos várias atividades de pesquisa nas ciências físicas, lidando com fenômenos relacionados direta ou indiretamente com o ciclo hidrológico. A reunião desses estudos, sob o ponto de vista hidrológico, denomina-se Hidrologia Física. De outro lado, procura-se estabelecer relações quantitativas entre precipitação e escoamento, que são parâmetros essenciais do sistema hidrológico, e que podem ser usados para reconstituição ou predição de sequências de vazões - Hidrologia Paramétrica e Estocástica - (denominação proposta pelo "Committee on Surface Water Hydrology of the American Society of Civil Engineers"). O esquema 1, ilustra êsses conceitos.



Esquema 1 - Divisão principal do estudo hidrológico

O estudo integrado na Hidrologia Física é bastante difícil pelo grande número de subdivisões que a constituem e extensa literatura desenvolvida nos últimos anos, além da falta de relacionamento que algumas vezes existe entre seus diversos setores. Por outro lado, os métodos usados na Hidrologia Paramétrica e Estocástica tornam-se cada vez mais desenvolvidos e sofisticados, a ponto de nos fornecerem informações bastante precisas e rápidas para os problemas comumente encontrados na prática, o que tem estimulado o progresso e aplicação dos mesmos.

É interessante salientar que, na Hidrologia Física, a ênfase é dada aos tópicos de estudo; nas Paramétrica e Estocástica, a importância maior reside nos métodos de pesquisa (Esquema 2).



Esquema 2 - Tópicos e Métodos de Estudos Hidrológicos

Apesar dos métodos usados na investigação de sistemas terem algumas diferenças básicas, eles apresentam duas características fundamentais:

- (i) a dependência, aos registros históricos, dos parâmetros em jogo;
- (ii) a invariança dos sistemas hidrológicos em relação ao tempo.

Ambas essas características estabelecem limitações teóricas na generalidade das soluções. Tomemos o estudo da relação entre precipitação, que constitue a principal entrada do sistema, e o escoamento, que é a principal saída. A primeira característica (dependência histórica) signi-

fica que quanto mais os registros históricos de entrada e saída forem afetados por erros sistemáticos ou randômicos, maior será o erro cometido pelos modelos paramétricos e estocásticos. A segunda (invariança no tempo), estabelece que o sistema hidrológico mantenha o comportamento, registrado historicamente, invariável com o tempo.

É evidente que se causas naturais ou artificiais impuseram mudanças no sistema, ou se os registros históricos não cobrirem algumas situações críticas, a aplicação dessas técnicas levará a erros inevitáveis.

Com relação aos métodos usados na Hidrologia Paramétrica é necessário situar o sentido de "análise de sistema" e "síntese de sistema", sob o ponto de vista hidrológico. Na análise de sistemas, a relação entre entrada e saída é estabelecida por um processo matemático, envolvendo o uso de dados medidos, sem nenhuma preocupação em descrever o mecanismo interno do mesmo. Essa relação é dada como uma função que tem a propriedade de operar sobre a entrada, a fim de se obter a saída. Em geral, essa função não necessita ter nenhum significado físico ou possuir parâmetros preenchendo condições de consistência dimensional. Na síntese de sistema, pelo contrário, o pesquisador procura descrever a operação do sistema por uma interação ou combinação de componentes, cuja presença se presume existir no mesmo, e cujas funções são conhecidas ou preditas. A ligação entre os componentes deve ser feita de tal maneira que a saída correta é produzida sempre que uma determinada entrada é aplicada.

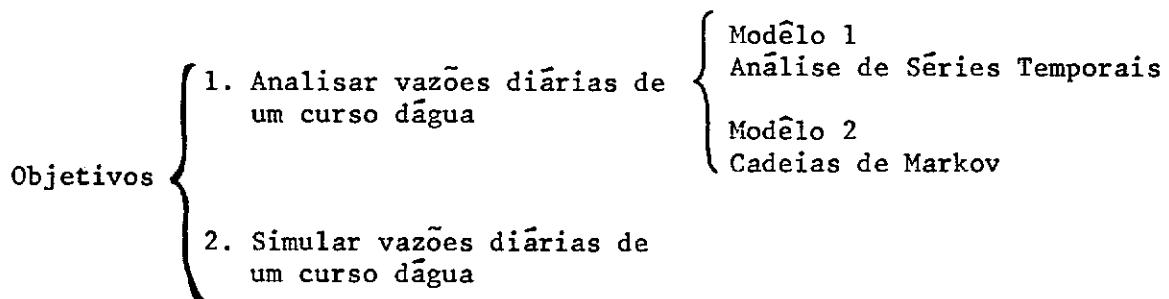
Com referência aos métodos estocásticos usados na análise de dados hidrometeorológicos, constituem o mais recente e promissor caminho, ten-

do em vista posterior previsão ou simulação. O método de Monte Carlo, as Cadeias de Markov, as técnicas de Análise de Séries Temporais tão usadas em Econometria e Teorias das Comunicações, abrem novas portas para as investigações hidrológicas, como atestam os resultados fornecidos pela literatura mundial, dentre os quais destacamos os de Julian (22), Matalas (26), Roesner (32), Yevdjevich (37) (38) (39) (32), Iturbe (19) (20), Kartvelishvili (23), Quimpo (31) e Snyder (34).

## 1.2 - Objetivos

São dois os objetivos do presente trabalho: analisar estatisticamente os registros de vazão diária de um rio e simular as vazões diárias do mesmo rio. Para o primeiro objetivo, desenvolvemos dois modelos distintos (Capítulo III, § 3.1 e 3.2). No § 3.1, usamos a técnica de análise de Séries Temporais já descrita por Quimpo (28); no § 3.2, usamos Cadeias de Markov. Para o segundo objetivo, usamos as técnicas de Monte Carlo e os modelos desenvolvidos no Capítulo III. As soluções são descritas no Capítulo V.

Sintetizando:



### 1.3 - Considerações sobre os cálculos

Todos os cálculos, bem como os gráficos expostos nos Capítulos IV e V foram efetuados no computador digital IBM-1130, com 32K de memória, do Departamento de Cálculo Científico da COPPE.

As listagens dos programas estão reproduzidas no apêndice B enquanto as figuras traçadas no Plotter, vão no apêndice A.

## C A P Í T U L O II

### A NATUREZA ESTOCÁSTICA DOS PROCESSOS HIDROMETEOROLÓGICOS

#### 2.1 - Definição de um processo estocástico

Seja  $U$  um espaço de eventos elementares. Façamos os elementos do corpo de Borel  $F$ , definido sobre  $U$ , corresponder aos elementos  $t$  de um conjunto  $T$ . Estes três componentes - corpo de Borel, conjunto  $T$  e correspondência entre eles - constituem um processo estocástico (Kartvelishvili, (23)).

Na teoria geral de processos estocásticos os eventos elementares e os elementos de  $T$  podem ser bastante diversos. Os primeiros não precisam ser números nem vetores, os últimos podem ser números reais ou complexos, ou vetores com componentes reais ou complexos.

Entretanto, na grande maioria das aplicações, particularmente em hidrologia, os eventos elementares de  $U$  e os elementos de  $T$  são números reais ou vetores com componentes reais.

Em outras palavras, podemos definir um processo estocástico como uma família de variáveis aleatórias  $X_t, t \in T$ , definidas em um espaço de probabilidades  $(U, F, P)$ . Temos portanto, uma função de duas variáveis  $t$  e  $w$ , definidas em  $T \times U$ ,  $w \in U$ ,  $t \in T$  e assumindo valores reais  $X(t, w)$ . (Yaglom, (36); Pajoulis, (28)).

Para cada  $t$  fixado, a função  $X(t, \cdot)$  é uma variável aleatória.

Fixando-se um evento elementar  $w$ ,  $X(t, w)$  torna-se uma função de  $t$ , definida para  $t \in T$ , denominada função amostral.

## 2.2 - Realização de um processo estocástico

É interessante salientar que em qualquer processo estocástico a cada possível valor do parâmetro  $t$  pode corresponder um evento elementar qualquer arbitrário, e não apenas um evento fixo.

Quanto entretanto, estamos observando o acontecimento de um processo estocástico, a cada valor de  $t$  corresponde um evento elementar bem definido - por exemplo, uma certa descarga de um rio, ou o número de marcas na face de um dado. Em outras palavras, o que nós observamos é uma realização bem definida de um processo estocástico. É o que chamamos de uma série temporal, se  $T$  representar o conjunto dos tempos. Se as mesmas condições físicas forem exatamente reproduzidas, nós obtemos outra realização do mesmo processo, que, em geral, difere da realização anterior. Então, um processo estocástico é a coleção de todas as possíveis realizações e não uma realização definida.

Na prática, geralmente, as condições para a realização de um determinado processo estocástico podem, em princípio, ser reproduzidas um número ilimitado de vezes. Em hidrologia, entretanto, a situação é diferente. O fluviograma de descargas observadas sempre representa uma única realização de um processo estocástico, não importando quanto tempo o mesmo tenha sido observado. Esta limitação, como veremos mais adiante, não

nos levará a dificuldades insuperáveis.

### 2.3 - Continuidade de um Processo Estocástico

Podemos classificar um processo estocástico em uma das quatro categorias abaixo:

- a) - contínuo no espaço e no tempo.
- b) - contínuo no espaço e discreto no tempo
- c) - discreto no espaço e contínuo no tempo
- d) - discreto no espaço e no tempo.

Para melhor ilustrar cada um dos casos, analizaremos exemplos típicos:

a) - contínuo no tempo e no espaço: seja uma descarga instantânea em uma estação de medição de um rio. Os eventos elementares são todos os possíveis valores de descargas, isto é, todos os números reais de 0 a  $\infty$ , enquanto que o parâmetro  $t$  é o contínuo do tempo.

Podemos também considerar descargas instantâneas em duas ou mais estações de medição, no mesmo rio ou em rios diferentes - os eventos elementares serão então, vetores bi ou n - dimensionais cujos componentes são as descargas nas várias estações.

b) - contínuo no espaço e discreto no tempo: A descarga média anual de um rio numa dada estação de medição. Os eventos elementares são - ainda números reais não negativos e o parâmetro  $t$  representa os anos. Portanto, nesse caso o parâmetro pode assumir apenas valores inteiros.

Assim como no exemplo anterior, podemos considerar descargas em várias estações de medição, onde os eventos elementares são vetores.

c) - discreto no espaço e contínuo no tempo: Uma usina hidroelétrica com  $n$  unidades idênticas, as quais podem entrar em pane devido a acidentes ou a outros fatores aleatórios. O número de unidades em funcionamento constitui um processo estocástico, no qual, o espaço de eventos elementares é o conjunto de números  $0, 1, \dots, n$ ; enquanto o parâmetro  $t$  é o tempo.

d) - discreto no espaço e no tempo: O número obtido quando um dado é lançado, também pode ser encarado como um processo estocástico. Os eventos elementares são os números  $1, 2, 3, 4, 5, 6$  e o parâmetro representa a sequência de vezes que o dado foi lançado.

#### 2.4 - Processos Estocásticos Estacionários

$X(t)$  é chamado estritamente estacionário se para qualquer  $n$ ,  $t_1, t_2, \dots, t_n$  e  $\tau$ , a função de distribuição:

$$F(x_1, t_1 + \tau; x_2, t_2 + \tau; \dots; x_n, t_n + \tau) =$$

$$F(x_1, t_1; x_2, t_2; \dots; x_n, t_n) \quad (II.6)$$

A rigidez desta definição torna praticamente impossível a rea-lização de um tal processo. Por isso a teoria das funções aleatórias têm sido limitadas ao estudo das propriedades determinadas pelos momentos da

função de distribuição e uma definição menos rígida de processo estacionário é baseada nestes momentos. Em particular, consideremos o primeiro e segundo momentos:

O momento de 1a. ordem pode ser escrito

$$\mu_1(t) = m(t) = E[X(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x dF(x,t) \quad (\text{II.7})$$

Se o processo é estacionário, as funções de distribuição  $F(x,t)$  não dependem do tempo, logo:

$$E[X(t)] = m \quad \forall t \quad (\text{II.8})$$

Consideremos, agora, os momentos mistos de 2a. ordem:

$$\mu(t,s) = E[X(t) \cdot X(s)] = C(t,s) \quad (\text{II.9})$$

Se  $X(t)$  é estacionário, então, o momento depende somente da diferença de tempo  $t-s$  pois:

$$C(t,s) = E[X(t)X(s)] = E[X(t+\tau)X(s+\tau)] \quad \forall t,s,\tau$$

fazendo  $\tau = -s$

$$C(t,s) = E[X(t-s) X(0)] = C(t-s)$$

podemos representar o momento então, por:

$$C(t-s) = E[X(t)X(s)] \quad (\text{II.10})$$

os momentos mistos centrais de 2a. ordem são denominados funções de cova-

riança:

$$\text{Cov} [X(t), X(s)] = E \left\{ [X(t) - E(X(t))] [X(s) - E(X(s))] \right\} = \\ \text{Cov} [X(t), X(s)] = C(t,s) - m(t)m(s)$$

Para o caso de processos estacionários, teremos:

$$\text{Cov} [X(t), X(s)] = C(t-s) - m^2 \quad (\text{II.11})$$

Sem perda de generalidade, podemos considerar que a constante  $m$  tenha valor zero, teremos então a seguinte característica para os processos estocásticos estacionários:

$$E [X(t)] = 0 \\ E [X(t)X(s)] = C(t-s) \quad (\text{II.12})$$

Definimos um processo estocástico como sendo estacionário de 2a. ordem, ou no sentido amplo, ou ainda fracamente estacionário, aquele em que a esperança é constante e a função de covariância depende apenas das diferenças  $t-s$ .

Um processo estocástico estacionário de 2a. ordem não é necessariamente estritamente estacionário, porque as condições de média constante e de função de covariância depender de  $t-s$  não implicam na invariância de todas as funções de distribuição conjuntas. Por outro lado, um processo estocástico estritamente estacionário não satisfará necessariamente às condições de um processo estocástico de 2a. ordem, uma vez que os momentos de primeira e segunda ordem podem não ser finitos.

Contudo, é imediato que a classe dos processos estritamente estacionários com momentos finitos de 2a. ordem forma uma sub-classe dos processos estacionários de 2a. ordem.

Se um processo não satisfizer as condições enunciadas anteriormente, ele é dito não estacionário. Um caso especial muito importante em hidrologia é aquele no qual o processo é não estacionário mas cuja função  $F_i^*$  é periódica em  $t$  com o período  $T$ . Isto é:

$$\text{se } t_1 = t, \quad t_2 = t + \tau_1, \quad t_3 = t + \tau_2, \dots, \quad t_i = t + \tau_{i-1}$$

podemos escrever:

$$F_i(x_1, t_1; \dots, x_i, t_i) = F_i^*(x_1, \dots, x_i; t, \tau_1, \dots, \tau_{i-1}) \quad (\text{II.13})$$

e então:

$$F_i^*(x_1, \dots, x_i; t+T, \tau_1, \dots, \tau_{i-1}) = F_i^*(x_1, \dots, x_i, t, \tau_1, \dots, \tau_{i-1}) \quad (\text{II.14})$$

Este tipo de processo não estacionário é dito um processo harmônico. Obviamente, um processo estacionário é um caso particular de um processo harmônico onde o período pode ser escolhido arbitrariamente.

É interessante salientar que quando calculamos os momentos de 1a. e 2a. ordens, supomos a existência de um "ensemble" de séries temporais. (Lee(25)). Ora, em hidrologia, como havíamos dito anteriormente - (2.2), é possível observar apenas uma realização do processo. Apesar disso, podemos calcular as características do processo pois, de acordo com

o teorema ergódico, quando as condições (II.12) são observadas, a esperança matemática de  $X(t)$  ou de  $X(t)X(s)$ , obtida de um "ensemble" de séries temporais, pode ser substituída pela média ao longo do tempo de uma única realização. (Lee, (25)).

## C A P Í T U L O   I I I

### O S M O D E L O S M A T E M Á T I C O S

#### 3.1 - 1º modelo - Análise de Série Temporal

3.1.1 - Consideremos uma realização de um processo estocástico. Um modelo heurístico geralmente usado para descrever essa série temporal é dado por (Quimpo, (31); Wold (35); Roesner e Yevdjevich (32))

$$X_t = R_t + S_t + \epsilon_t \quad (\text{III.1})$$

onde  $R_t$  = componente devido a uma tendência secular

$S_t$  = componente cíclico ou periódico

$\epsilon_t$  = componente não determinístico ou estocástico

- $R_t$  é determinístico no sentido de que seus futuros valores podem ser preditos exatamente.
- $\epsilon_t$  é estocástico no sentido de que podemos apenas fazer suposições estatísticas sobre seu futuro comportamento.
- $S_t$  pode ser ou determinístico ou estocástico, dependendo de quando as oscilações tenham fases e amplitudes fixas ou aleatórias.

Suponhamos que não haja tendência secular. Esta hipótese não limita a aplicação do modelo, uma vez que se alguma tendência existir, há métodos clássicos de detetá-la e isolá-la subtraindo-a da série temporal

original. (Milne, (27); Froberg, (15)).

A equação (III.1) pode então ser escrita como a soma de um processo cíclico e de um componente estocástico

$$X_t = S_t + \varepsilon_t \quad (\text{III.2})$$

### 3.1.2 - O componente cíclico

Seja  $P_t$  uma função periódica de período  $p$ , então deve satisfazer a relação:

$$P_t - P_{t-p} = 0, \forall t \quad (\text{III.3})$$

A solução da equação (III.3) pode ser escrita como

$$P_t = \bar{P} + \sum_k I_k \cos\left(\frac{2\pi k t}{L} + \phi_k\right)$$

dai

$$P_t = \bar{P} + \sum_k (A_k \cos \frac{2\pi k t}{L} + B_k \sin \frac{2\pi k t}{L}) \quad (\text{III.4})$$

onde

$$k \text{ varia de } 1 \text{ até } \frac{L}{2} \text{ ou } \frac{L-1}{2}$$

$$I_k^2 = A_k^2 + B_k^2, \quad A_k, B_k, I_k > 0$$

$$\phi_k = \arctan\left(\frac{-B_k}{A_k}\right) \quad -\frac{\pi}{2} \leq \phi_k \leq \frac{\pi}{2}$$

Baseados na equação (III.4) podemos aproximar a função  $P_t$  por uma função composta de uma superposição de harmônicos, cada qual tendo uma amplitude  $I_k^2$ , uma fase  $\phi_k$  e uma frequência angular  $\lambda_k$  dada por

$$\lambda_k = \frac{2\pi k}{L} \quad (\text{III.5})$$

Portanto,  $P_t$  pode ser aproximada por

$$P_t = \bar{P} + \sum_{k=1}^s I_k \cos(\lambda_k t + \phi_k)$$

ou

$$P_t = \bar{P} + \sum_{k=1}^s (A_k \cos \lambda_k t + B_k \sin \lambda_k t) \quad (\text{III.6})$$

O problema essencial na aplicação do esquema (III.6) é a determinação das frequências  $\lambda_k$ , que devem satisfazer o mais possível os dados empíricos.

Para uma amostra de tamanho  $n$ , as fórmulas requeridas são:

$$A_k = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n x_t \cos \lambda_k t \quad (\text{III.7})$$

$$B_k = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n x_t \sin \lambda_k t \quad (\text{III.8})$$

$$I_k^2 = A_k^2 + B_k^2 \quad (\text{III.9})$$

O método clássico utilizado na determinação das frequências  $\lambda_k$  é a análise pelo periodograma, (Jenkins (21), Wold (35), Parzen (29)(30), Albrecht (1), Bartlett (5)), que consiste em se plotar  $I_k^2$  contra  $\lambda_k$ . As ordenadas do periodograma medem a contribuição para a variança dos harmônicos correspondentes a cada frequência. Uma vez detetado o número de harmônicos influentes podemos representar o componente  $S_t$  pela fórmula (III.6) onde os  $A_k$  e  $B_k$  são dados por (III.7) e (III.8) respectivamente.

### 3.1.3 - O componente Não Determinístico:

Consideremos que os ciclos tenham sido detetados e subtraídos da equação (III.2) o resíduo:

$$\varepsilon_t = X_t - S_t \quad (\text{III.10})$$

de acordo com Doob (11), pertence à classe dos processos não determinísticos que incluem autoregressivos, médias móveis ou outro esquema de regressão linear.

Nestes esquemas de regressão linear, a interdependência entre os termos sucessivos é considerada probabilística em lugar de funcional.

Considera-se que o valor de  $\varepsilon_t$  a cada tempo é o efeito combinado de uma sequência principal de variáveis aleatórias idênticamente distribuídas  $\eta_t$ , então  $\varepsilon_t$  pode ser representado pela equação:

$$\varepsilon_t = \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i \eta_{t-i} \quad (\text{III.11})$$

onde

$$\eta_t = \sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i \varepsilon_{t-i} \quad (\text{III.12})$$

na qual cada  $\alpha$  e  $\beta$  é um coeficiente constante. (Wold(35), Quimpo(31)).

As representações dadas pelas equações (III.11) e (III.12) são conhecidas na literatura como esquema das médias móveis e da autorregressão linear respectivamente.

Como o efeito dos valores passados sobre os valores atuais decresce com o tempo, podemos pensar num limite superior para os somatórios considerados, resultando o modelo finito de Markov, ordemp.

$$\varepsilon_t = a_1 \varepsilon_{t-1} + a_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + a_p \varepsilon_{t-p} + \eta_t \quad (\text{III.13})$$

onde

$$\alpha_0 = 1$$

$$a_i = -\alpha_i$$

$\eta_t$  = variáveis aleatórias independentes e idênticamente distribuídas

Demonstra-se (Wold (35)) que o sistema

$$\begin{bmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \dots & r_{p-1} \\ r_1 & 1 & r_1 & \dots & r_{p-2} \\ r_2 & r_1 & 1 & \dots & r_{p-3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{p-1} & r_{p-2} & r_{p-3} & \dots & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \alpha_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_1 \\ -r_2 \\ -r_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ -r_p \end{bmatrix} \quad (\text{III.14})$$

fornecendo a melhor estimativa para o vetor  $\alpha_i$ , onde  $r_i$  é o valor empírico do  $i$ -ésimo coeficiente da autocorrelação.

### 3.2 - 2º Modelo - Processo Markoviano

3.2.1 - A primeira questão que podemos levantar na investigação de um processo estocástico é de como podemos especificá-lo ou caracterizá-lo.

Consideremos um processo em que os eventos elementares são escalares. Denotemos a variável aleatória  $X$  por  $X(t)$ . Óbviamente, uma característica importante do processo é a função distribuição de  $X$  no instante  $t$ :

$$P \left[ X(t) \leq x \right] = F_1(x, t) \quad (\text{III.1})$$

que depende não apenas de  $x$ , mas também de  $t$ : a distribuição de um processo estocástico pode variar com o tempo.

É óbvio que a função  $F_1(x, t)$  caracteriza o processo completamente apenas se o estado anterior do processo não tem nenhuma influência no seguinte. Uma melhor caracterização do processo é dada por uma distribuição bidimensional, isto é, a probabilidade de que em dois instantes arbitrários  $t_1$  e  $t_2$ , tenhamos  $X(t_1) \leq x_1$  e  $X(t_2) \leq x_2$ .

$$P \left[ X(t_1) \leq x_1, X(t_2) \leq x_2 \right] = F_2(x_1, t_1; x_2, t_2) \quad (\text{III.2})$$

Podemos ir adiante e considerar uma função distribuição tridimensional:

$$P \left[ X(t_1) \leq x_1, X(t_2) \leq x_2, X(t_3) \leq x_3 \right] = F_3(x_1, t_1; x_2, t_2; x_3, t_3) \quad (\text{III.3})$$

e assim sucessivamente. Para uma informação completa sobre o processo, ne-

cessitariamos uma sequência infinita de funções de distribuição  $F_1, F_2, \dots$ . Prova-se que esta sequência realmente contém toda a informação possível sobre o processo. Podemos ainda dizer que para especificarmos a sequência infinita  $F_1, F_2, \dots$  é suficiente especificarmos a função  $F_1$  e uma regra geral, dando a transição de  $F_i$  para  $F_{i+1}$ , (Kartvelishvili (23)).

### 3.2.2 - Processo Markoviano

Suponhamos que  $t_1 < t_2 < \dots < t_i$ . Se a função  $F_i$  é conhecida, podemos facilmente calcular a função distribuição condicional:

$$F_i(x_i, t_i | x_1, t_1; x_2, t_2; \dots; x_{i-1}, t_{i-1}) = P \left[ X(t_i) \leq x_i \mid X(t_1) = x_1, \dots, X(t_{i-1}) = x_{i-1} \right] \quad (\text{III.4})$$

Uma vez que para especificarmos o processo completamente, é necessário conhecermos a sequência infinita, é claro que funções como (III.4) e  $F_i$  não contêm, geralmente, informações exaustivas sobre o processo. Não obstante, casos há em que, para um dado  $i=n$ , a função  $F_n$  realmente contém todas as informações necessárias ao perfeito conhecimento do processo. Isto significa que:

$$\begin{aligned} & P \left[ X(t_n) \leq x_n \mid \dots, X(t_{-1}) = x_{-1}, X(t_0) = x_0, X(t_1) = x_1, \dots, X(t_{n-1}) = x_{n-1} \right] \\ & = P \left[ X(t_n) \leq x_n \mid X(t_1) = x_1, X(t_2) = x_2, \dots, X(t_{n-1}) = x_{n-1} \right] \quad (\text{III.5}) \end{aligned}$$

Um processo deste tipo é dito um processo Markoviano. Markovi-

no simples se  $n=2$ , e compôsto se  $n>2$ , (Barucha-Reid (7)).

Como as vazões de um rio são autocorrelacionadas e consideradas como a realização de um processo estocástico, postula-se que um processo Markoviano, como o descrito em 3.2.2, é suficiente para descrever o fenômeno, (Kartvelishvili (23)).

## C A P Í T U L O IV

### PROCESSAMENTO DOS DADOS

#### 4.1 - Os dados a serem analisados:

Os dados a serem analisados pelos modelos descritos em 3.1 e 3.2 são as vazões diárias do Rio Grande no posto de São José da Barra.

A bacia hidrográfica total do Rio Grande é de 143.000 km<sup>2</sup>.

Localiza-se aproximadamente entre os paralelos de 19° e 21° de latitude sul e os meridianos de 42° e 50° de longitude a oeste de Greenwich. Entretanto, a bacia hidrográfica definida pelo posto de São José da Barra é de 52.000km<sup>2</sup> e está situada entre os paralelos de 20° 20' e 21° 45' de latitude sul e os meridianos de 44° 50' e 46° 30' de longitude a oeste de Greenwich. (Este posto foi inundado quando do funcionamento da usina de Furnas).

Os registros de vazão diária consideradas cobrem o período de 1/1/41 a 22/12/1952, num total de 4.374 dias consecutivos.

O fluviograma correspondente está representado na Figura 1.

A partir destes dados foi calculado um fluviograma anual médio, representado na Figura 2, um gráfico das médias anuais e dos desvios padrões em torno da média do período considerado, figs. 3 e 4.

#### 4.2 - Obtenção dos componentes da série temporal

##### 4.2.1 - O componente periódico.

De acordo com o modelo 3.1, devemos inicialmente determinar  $S_t$  a fim de isolar o componente estocástico  $\epsilon_t$ .

O componente  $S_t$  foi calculado por III.6 onde o número de harmônicos foi dado pela análise do periodograma (Fig. 5).

O cálculo dos  $A_k$  e  $B_k$  foram feitos usando-se a técnica descrita em Cooley e Tuckey(10) e Singlenton(33).

Baseados neste periodograma, verificamos que a série  $S_t$  deve ser expressa com 2 (dois) harmônicos que são justamente os correspondentes aos picos mais elevados da figura e correspondem às frequências de 0,00274 ciclos/dia e 0,00548 ciclos/dia respectivamente ou 1 e 2 ciclos/ano respectivamente.

A série  $S_t$  é plotada na Fig. 6 juntamente com a série original  $X_t$  a fim de se ter uma idéia do ajustamento efetuado.

Uma vez retirado o componente  $S_t$  de  $X_t$ , novo periodograma foi calculado e plotado na Fig. 7, não indicando presença de periodicidade marcante.

A série resultante  $Y_t = X_t - S_t$  foi estandartizada obtendo uma nova série  $Z_t$ , onde

$$Z_t = \frac{Y_t - \bar{Y}_t}{DP(Y_t)}$$

$\bar{Y}_t$  é o resíduo anual médio e  $DP(Y_t)$  é o desvio padrão em relação a esse resíduo anual médio.

A seguir, a série  $Z_t$  foi pesquisada quanto a estacionariedade segundo o procedimento de Wold(35) e que consiste em se pesquisar as raízes da equação

$$X^m + a_1 X^{m-1} t \dots + a_{m-1} X + a_m = 0 \quad (\text{IV.4})$$

chamada equação característica do processo estocástico. A condição necessária para a existência de um esquema autoregressivo é que todas as raízes da equação característica estejam no interior de um círculo unitário do plano complexo.

Os  $a_i$  são calculados por (III.14) e vão reproduzidos no Quadro I.

QUADRO I

Parâmetro	Ordem do esquema autoregressivo				
	1	2	3	4	5
$a_1$	-0,9786	-1,3750	-1,3812	-1,3819	-1,3838
$a_2$		0,4050	0,4262	0,4447	0,4481
$a_3$			-0,0154	-0,0754	-0,0951
$a_4$				0,0434	0,1046
$a_5$					-0,0442

Em nosso trabalho pesquisamos as raízes de um processo de 1<sup>a</sup> ordem até 5<sup>a</sup> ordem, todos eles satisfazendo a condição estabelecida por Wold. Os cálculos estão reproduzidos no Anexo I.

#### 4.2.2 - A escolha do esquema autoregressivo.

A escolha da ordem do esquema autoregressivo foi baseada na independência entre os termos da série residual  $\eta_t$  obtida por III.11 e III.12. O esquema de 5<sup>a</sup> ordem foi o adotado. Antes porém, verificamos se o componente estocástico satisfazia uma distribuição normal através do teste do Qui-Quadrado e do cálculo dos coeficientes de assimetria e curtose. Como Resposta, obtivemos uma distribuição não normal, assimétrica e leptocúrtica como atestam os valores seguintes:

Qui-Quadrado = 2064.73

Coeficiente do momento de assimetria = 3.62

Coeficiente do momento de curtose = 30.41

## C A P Í T U L O V

### SIMULAÇÃO DA VAZÃO DIÁRIA

#### 5.1 - Simulação usando o modelo (3.1)

Uma vez estabelecido o modelo matemático através da técnica de análise da série temporal para as vazões diárias do Rio Grande em S. José da Barra, testamos o mesmo, através de uma simulação de vazões diárias e posterior comparação com as vazões históricas.

A série simulada está representada na Fig. 8 onde aparecem 1095 vazões simuladas, ou seja, 3 anos.

Estes valores foram comparados com as correspondentes vazões históricas (Fig. 9) através de uma correlação cruzada entre as duas séries. Os resultados vão no quadro II.

QUADRO II

	Período	Média( $m^3/seg$ )	Desvio Padrão	Correlação
Série Histórica	1937-1939	926,5	646,3	$\rho = 0,75$
Série Simulada	1937-1939	960,8	594,4	

#### 5.2 - Simulação usando o modelo (3.2)

Consideremos um processo Markoviano discreto no tempo

e regido pela função de transição  $F(x_i | x_{i-1})$ . Suponhamos que o valor da variável aleatória é dada no 1º intervalo de tempo,  $\xi = x_1$ . Construindo a função  $F(x_2 | x_1)$  e tomando um número aleatório  $n_2$  de uma tábua de números aleatórios, nós determinamos, (método de Monte Carlo), como ilustrado na figura 11, o valor da variável aleatória para o segundo intervalo de tempo,  $\xi = x_2$ . Agora, com  $x_2$  conhecido, construimos  $F(x_3 | x_2)$ , geramos um próximo número randômico  $n_3$ , e determinamos o valor da variável aleatória no 3º intervalo,  $\xi = x_3$ . Continuando sucessivamente, nós podemos construir uma realização de um processo de qualquer tamanho. (Kartvelishvili).

A simulação de um processo Markoviano de maior ordem, governado por uma função de transição  $F(x_i | x_{i-r}, \dots, x_{i-1})$  é construída de maneira análoga, somente que, aqui, naturalmente, é necessário especificar os valores de  $\xi$  nos primeiros  $r$  intervalos de tempo.

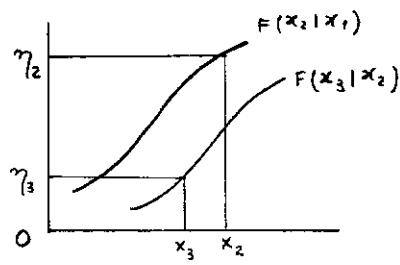


Fig. 11

Em nosso caso, consideramos a série de vazões diárias do Rio Grande em S. José da Barra, como sendo um processo Markoviano.

Desenvolvemos um algoritmo que permitiu usar o procedimento descrito acima para uma simulação de vazões diárias.

A fim de testar o algoritmo simulamos 30 vazões correspondentes

ao mês de setembro de 1952. (A escolha do mês e ano foi completamente aleatória). Comparamos com a vazão registrada historicamente e o resultado vai no Quadro III.

QUADRO III

	Período	Média ( $m^3/seg$ )	Desvio Padrão	Correlação
Série Histórica	set. 52	375,5	72,4	$\rho = 0,82$
Série Simulada	set. 52	387,0	47,7	

## CAPÍTULO VI

### CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

#### 6.1 - Conclusões:

6.1.1 - A "Transformada Rápida de Fourier", algoritmo matemático que vem sendo desenvolvido de 1965 para cá, nos principais centros de computação digital do mundo, para o cálculo da transformada discreta de Fourier, foi usada pelo autor na análise espectral da série temporal de vazões com a finalidade de detetar o componente periódico. O resultado pode ser considerado ótimo, tanto devido à precisão do método, quanto à economia de tempo de computador, constituindo-se numa experiência pioneira no assunto.

6.1.2 - Com o método empregado, detetou-se periodicidade correspondente ao ciclo anual atmosférico e seus sub-harmônicos, não tendo sido possível, devido ao curto período da série (12 anos), pesquisar a existência de periodicidade de maior ordem, devida a causa tais como atividades da mancha solar, bombardeamento de raios cósmicos, etc...

6.1.3. - O estudo do componente estocástico quanto à independência e normalidade, levou-nos a representá-lo por um esquema autorregressivo.

6.1.4 - No exemplo estudado, o esquema autorregressivo de 5<sup>a</sup> ordem, mostrou-se mais apto que outros testados para a representação do componente estocástico.

6.1.5 - A ordem do processo autorregressivo pode ser considerada como uma característica matemática da bacia hidrográfica naquele posto e pode ser usada como um dos parâmetros em estudos de aproveitamento da mesma, em conjugação com os parâmetros tradicionais.

6.1.6 - Considerando o objetivo básico de nosso trabalho que visa constatar a aplicabilidade de modelos matemáticos a análise de fenômenos definidos por séries temporais, verificamos na simulação de vazões diárias do Rio Grande, que o modelo das Cadeias de Markov forneceu maior coeficiente de correlação cruzada entre a série simulada e a histórica ( $\rho=0,82$ ) que o modelo das séries temporais ( $\rho=0,75$ ). Entretanto, o primeiro não pode ser considerado mais eficiente que o segundo já que foram simulados com tamanhos de amostras diferentes e para épocas distintas.

6.1.7 - O tempo gasto de computação favorece o modelo de séries temporais.

## 6.2 - Perspectivas:

6.2.1 - Esse estudo abre perspectivas no sentido de se estudar e pesquisar bacias hidrográficas, dividindo-se o território em sub-bacias onde as ordens do componente estocástico sejam considerados como fatores de caracterização do escoamento, analizando-se outrossim um possível relacionamento entre tais fatores e as características hidrogeomorfológicas da bacia.

6.2.2 - Da mesma forma, o modelo pode ser testado na distribuição de chuvas e de outros fenômenos climáticos ou meteorológicos que possam ser representados como uma série temporal.

B I B L I O G R A F I A

1. Albrecht, P. "Applications of Stochastic Methods to EEG Analysis". Não publicada. Comunicação pessoal, 1969.
2. Amoroch, J. e Hart, W.E. - "A critique of current methods in hydrologic systems investigation". Trans. American Geophysical Union, vol. 45, n.2, p. 307-321, 1964.
3. Anderson, R.L. "Distribution of the serial correlation coefficient". Annals of Mathematical Statistics, vol. 13, p. 1-13, 1941.
4. Anderson, T.W. "Determination of the order of dependence in normally distributed time series". Time Series Analysis, editado por Rosemblat, M. Nova York, Wiley and Sons, p. 425-446, 1963.
5. Bartlet, M.S. "Periodogram analysis and continuous spectra". Biometrika, vol. 37, p. 1-16, 1950.
6. Bartlett, M.S. "An Introduction to stochastic processes with special reference to methods and applications". Cambridge, the University Press, 312, 1955.
7. Bharucha - Reid, A.T. "Elements of the Theory of Markov Processes and Their Applications". New York, McGraw-Hill, Book Company, Inc. 468, 1960.
8. Bradley, J.V. "Distribution - Free Statistical Tests". New Jersey, Prentice-Hall, Inc., 388, 1968.
9. Christ, C.F. "Econometric Models and Methods". New York, Wiley and Sons, Inc. 705, 1966.

10. Cooley, J.W. e Tukey, J.W. "An algorithm for the machine calculation of complex Fourier Series". *Math. of Comput.*, vol. 19, p. 297-301, 1965.
11. Doob, J.L. "Stochastic process". New York, Wiley and Sons, 654, 1953.
12. Durbin, J. "Estimation of parameters in time series regression models". *Journal Royal Statistical Society B.*, vol. 22, p. 139-153, 1960.
13. Feller, W. "An introduction to probability theory and its applications". vol. I, New York, Wiley and Sons, 461, 1950.
14. Fisz, M. "Probability Theory and Mathematical Statistics." 3<sup>a</sup> ed., New York, Wiley and Sons, 678 p., 1967.
15. Froberg, C.E. "Introduction to numerical analysis". Addison-Wesley World Student Series Ed., 340, 1966.
16. Greenander, V. e Rosembat, M. "Statistical analysis of stationary time series." New York, Wiley and Sons, 300, 1957.
17. Girault, M. "Processus aléatoires." Paris, Dunod, 150, 1965.
18. Harris, B. "Spectral analysis of time series". New York, Wiley and Sons, 319, 1967.
19. Iturbe, I.R. e Nordin, C.F. "Some application of cross-spectral analysis in Hydrology" Rainfall and Runoff. *Water Resources Research*, v.5, n. 3, p. 608-621, 1969.
20. Iturbe, I.R. e Yevjevich, V. "The investigation of relationship between hydrologic time series and sunspot numbers." *Hydrology papers*, n. 26, Colorado State University, Fort Collins, 50, 1968.

21. Jenkins, G.M. "General considerations in the analysis of spectra". *Technometrics*, vol. 3, p. 133-166, 1961.
22. Julian, P.R. "A study of the statistical predictability of stream runoff in the upper Colorado River Basin". University of Colorado, Boulder, Colorado, 98, 1961.
23. Kartvelishvili, N.A. "Theory of stochastic processes in hydrology and River Runoff Regulation". Israel Program for Scientific Translations Jerusalem, 223, 1969.
24. Katznelson, Y. "An introduction to Harmonic Analysis". New York, Wiley and Sons, 262, 1968.
25. Lee, Y.W. "Statistical theory of communications". New York, Wiley and Sons, 500, 1963.
26. Matalas, N.C. "Autocorrelation of rainfall and streamflow minimums". U.S. Geological Survey Professional Paper, 434-B, 10, 1963.
27. Milne, W.E. "Numerical calculus". New Jersey, Princeton University Press, 383.
28. Papoulis, A. "Probability, random variables and stochastic processes". New York, McGraw-Hill Book Co., 582, 1965.
29. Parzen, E. "On the consistent estimates of the spectrum of a stationary time series". *Annals of Mathematical Statistics*, vol. 28, p.329-348, 1957.
30. Parzen, E. "Mathematical considerations in the estimation of spectra". *Technometrics*, vol. 3, p. 167-190, 1961.

31. Quimjo, R.G. "Stochastic model of daily river flow sequences". Hydrology Papers n. 18, Fort Collins, Colorado State University, 30, 1967.
32. Roesner, L.A. e Yevdjevich, "Mathematical models for time series of monthly precipitation and monthly runoff". Hydrology Papers, n.15, Colorado State University, Fort Collins, Colorado, 50, 1966.
33. Singlenton, R.C. "An algorithm for computing the Mixed Radix Fast Fourier Transform." IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics, vol. AV-17, n.2, 1969.
34. Snyder, W.M. "Some possibilities for multivariate analysis in Hydrologic Studies". Journal of Geoph. Research, vol. 67, n. 2, 1962.
35. Wold, H. "Séries cronológicas estacionarias". Madrid, Consejo Superior de Investigaciones Cientificas, 75, 1951.
36. Yaglom, A.M. "An introduction to the theory of stationary random functions". Englewood Cliffs, Prentice Hall, 223, 1962.
37. Yevdjevich, V.M. "Some general aspects of fluctuations of annual runoff in the upper Colorado River Basin." Colorado State University, Fort Collins, CER 61 VMY 54, 48, 1961.
38. Yevdjevich, V.M. "Fluctuations of Wet and dry years," Part I, Research data assembly and mathematical models. Colorado State University Hydrology Paper, n. 1, Fort Collins, 55, 1963.
39. Yevdjevich, V.M. "Fluctuations of Wet and dry years, Part II, Analysis by serial correlation". Colorado State University Hydrology Paper, n.4, Fort Collins, 50, 1964.

A P È N D I C E A

V A Z A O

\* (M3/S) \*

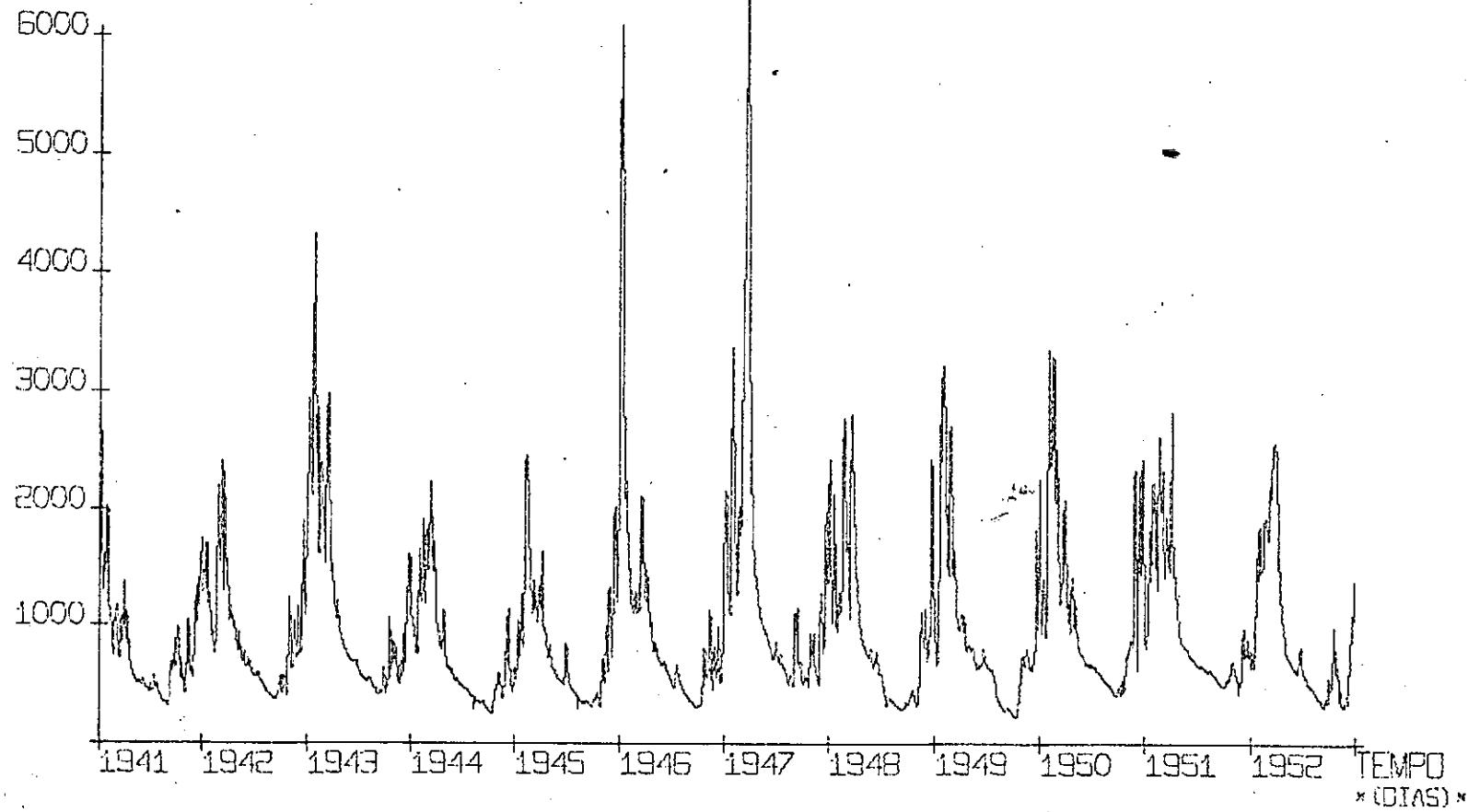


Fig. 1 - Fluviograma diário

VAZAO

\* (MB/S) \*

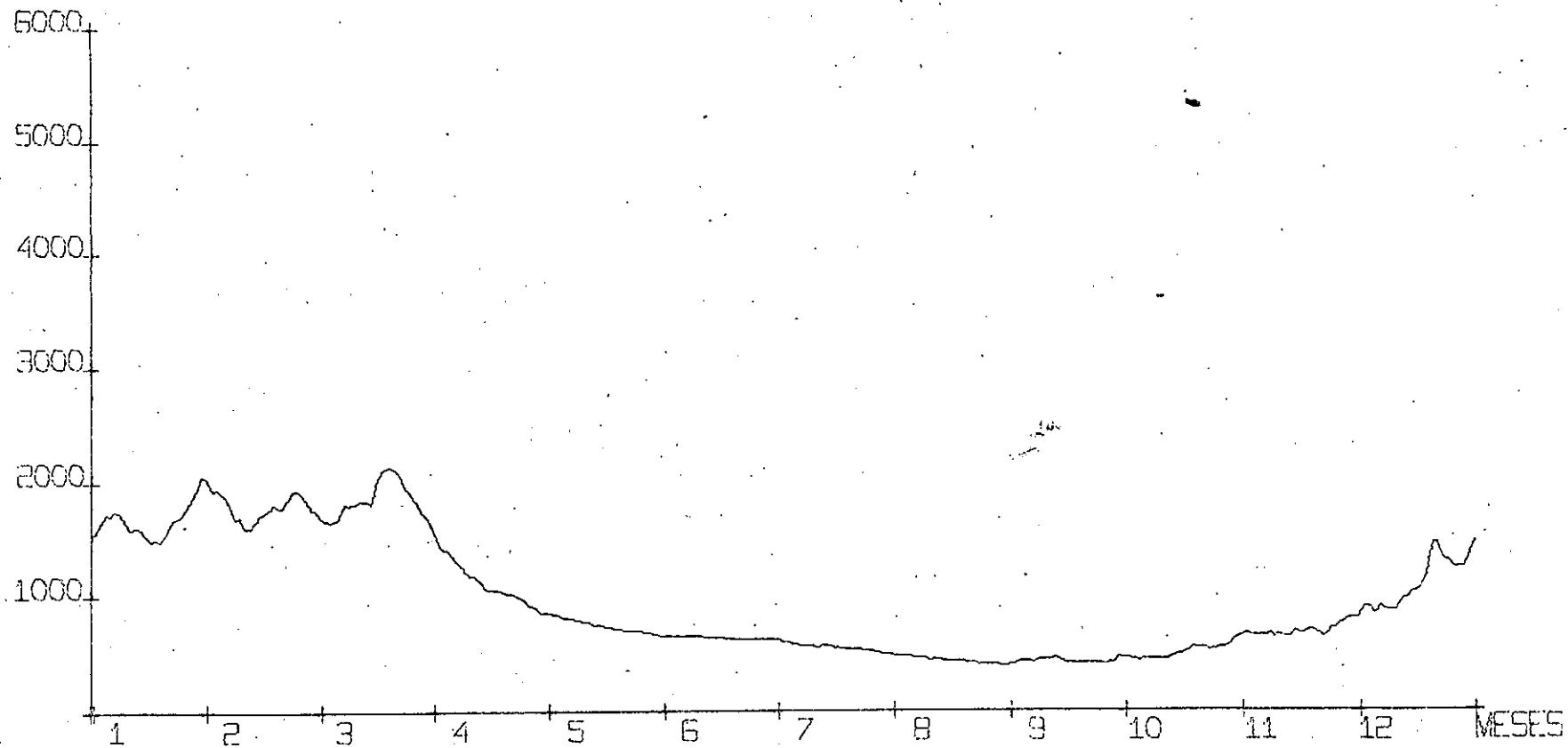


Fig. 2 - Fluviograma diário médio

V A Z A D O

\* (M<sup>3</sup>/S) \*

GRAFICO DAS MEDIAS ANUAIS

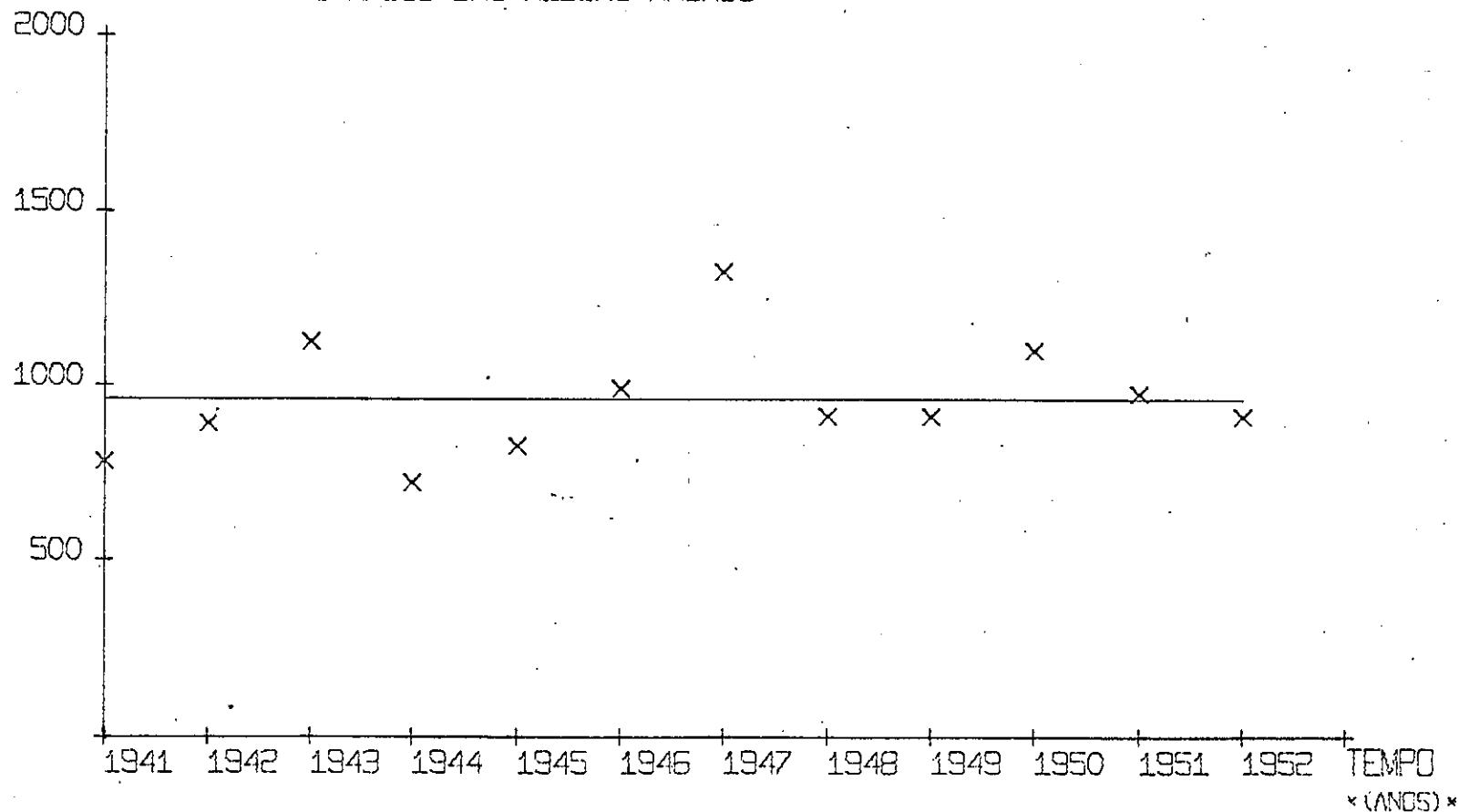


Fig. 3 - Gráfico das médias anuais

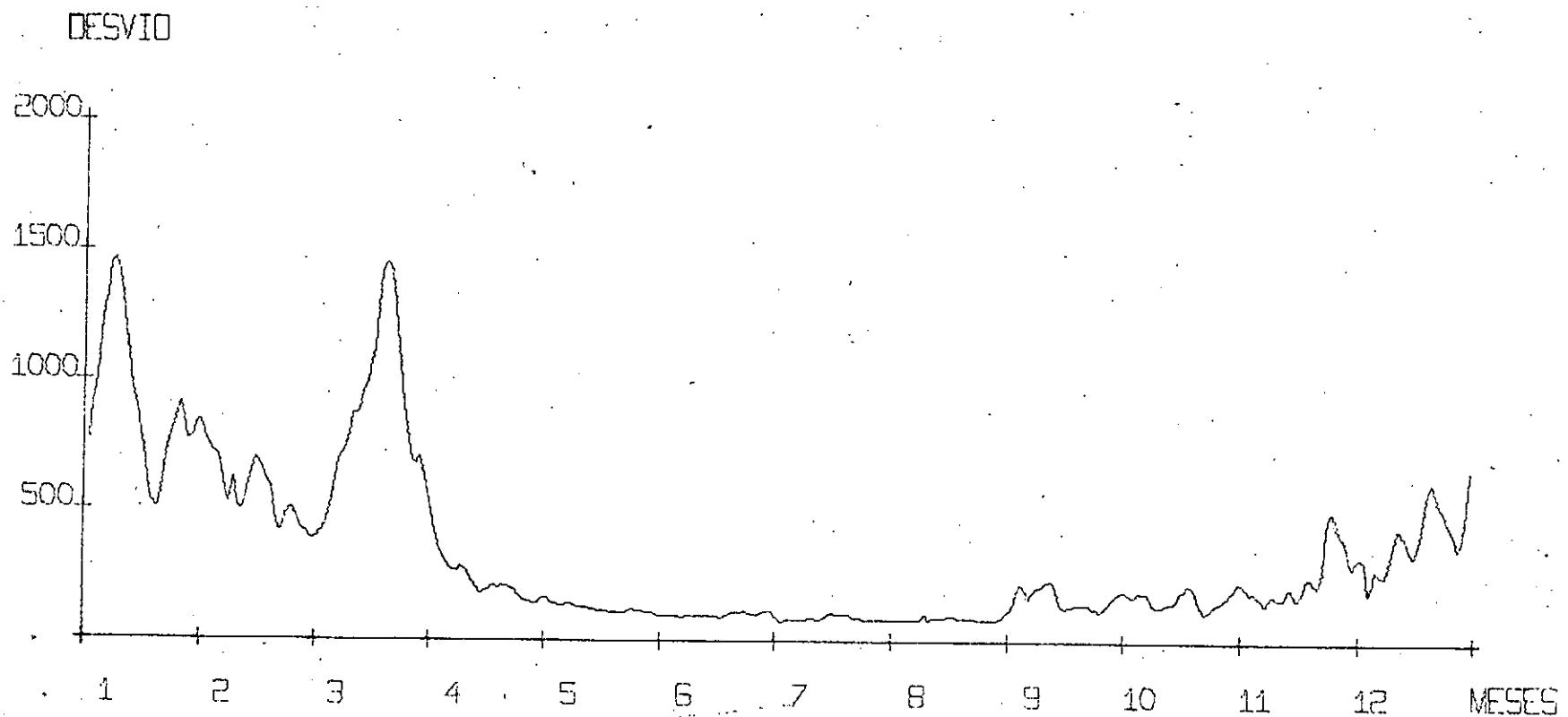


Fig. 4 - Gráfico dos desvios em torno das médias correspondentes.

AMPLITUDE

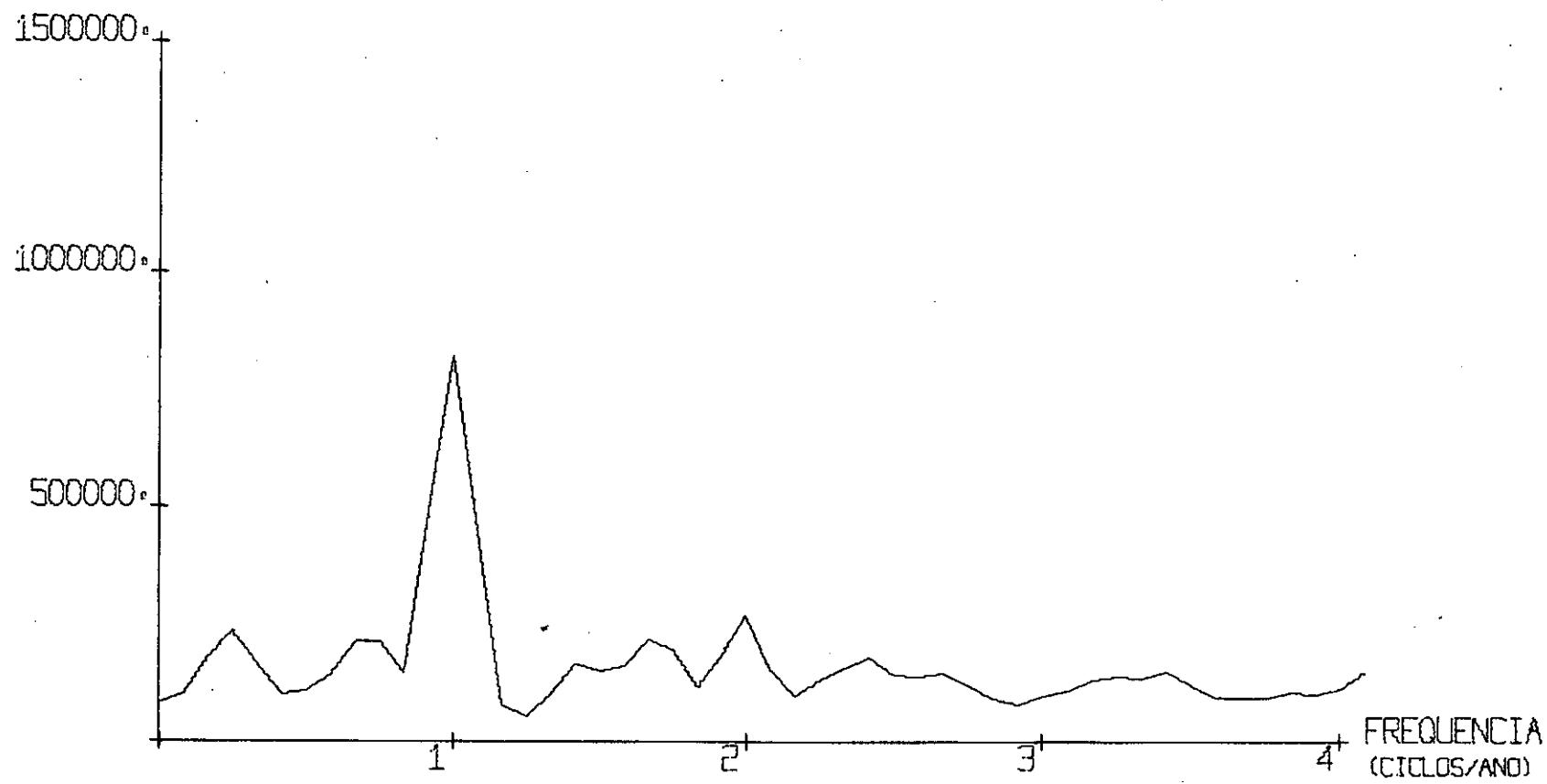
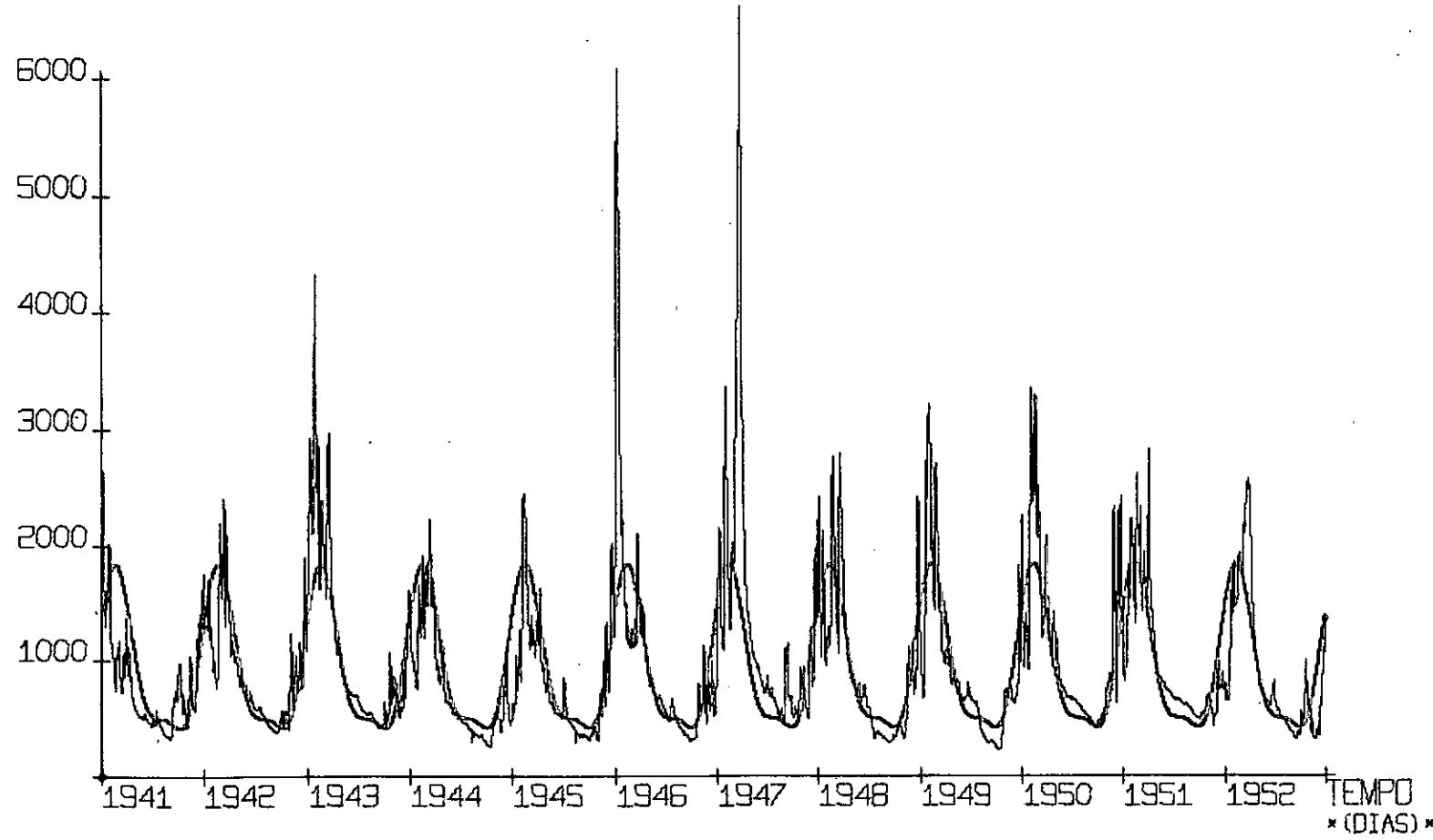


Fig. 5 - Periodograma das vazões diárias

V A Z A O  
\* (MB/S) \*



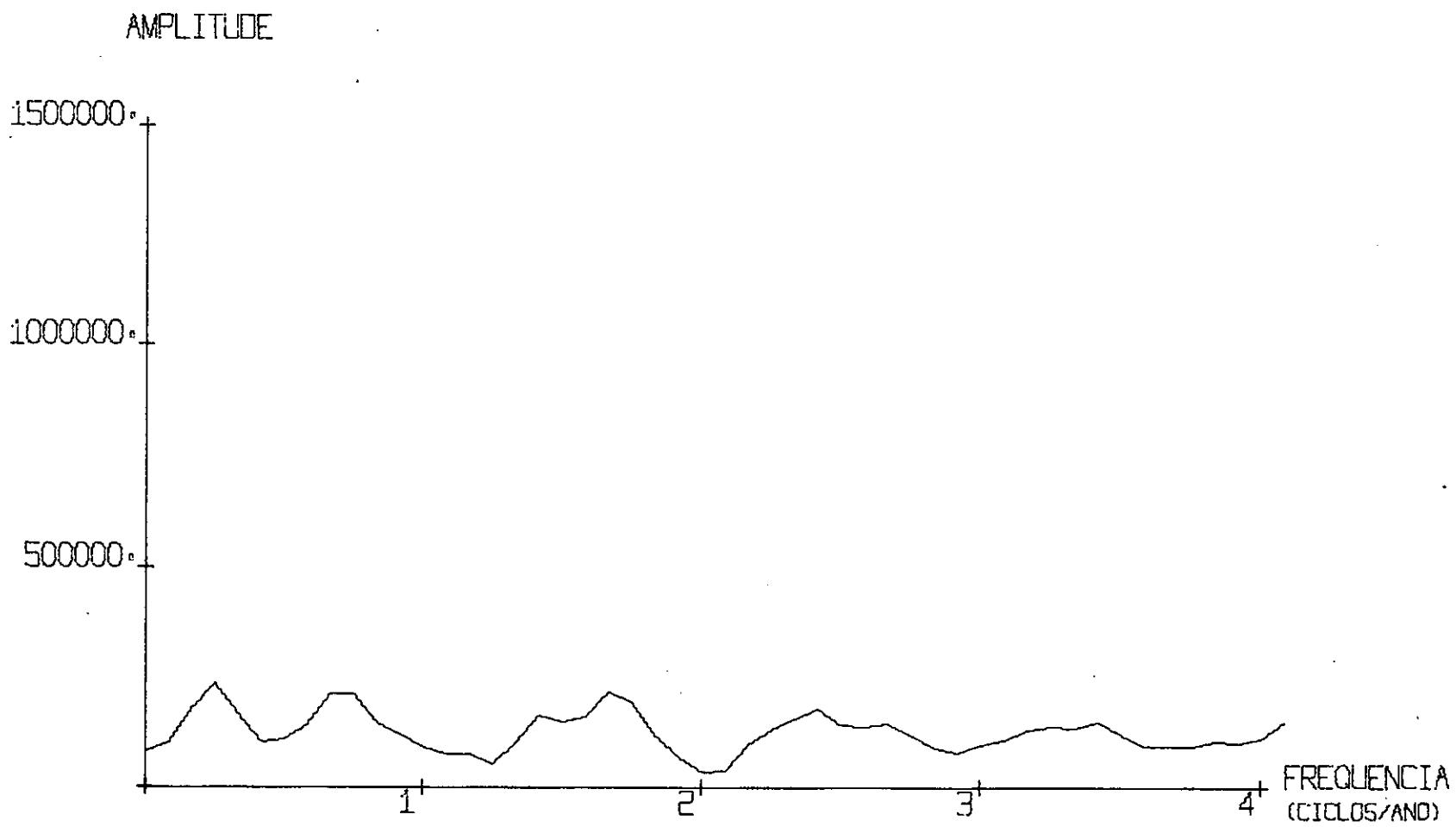


Fig. 7 - Periodograma da série residual após a retirada de 2 harmônicos

V A Z A D

\* (M<sup>3</sup>/S) \*

6000

5000

4000

3000

2000

1000

FLUVIOGRAMA HISTÓRICO

1937 1938 1939 TEMPO  
\* (DIAS) \*

Fig. 9 - Fluviograma histórico.

V A Z A D

\* (M<sup>3</sup>/S) \*

6000

5000

4000

3000

2000

1000

FLUVIOGRAMA SIMULADO

1937 1938 1939 TEMPO  
\* (DIAS) \*

Fig. 8 - Fluviograma Simulado

APPENDIX B

PAGE 1 P 055062

// JOB T 0OFF 1OFF 2007 P 055062

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	0OFF	0OFF	0000
0001	1OFF	1OFF	0001
0002	2007	2007	0002

V2 M05 ACTUAL 32K CONFIG 32K

```

// FOR      DIRCEU MACHADO
*IOCS(2501READER,1403PRINTER,DISK,PLOTTER)
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
    DIMENSION A(4374),B(4374),VM(365),DPM(365)
    DEFINE FILE 3(4374,2,U,L)
    DEFINE FILE 2(365,2,U,L)
    DEFINE FILE 1(4374,2,U,L)
    DEFINE FILE 4(365,2,U,L)
    N=4374
    L=1
    READ(3'L)(A(I),I=1,N)
C-----CALCULO DA MEDIA E DO DESVIO PADRAO
    SUM=0
    SUMQ=0
    DO 20 I=1,N
    SUMQ=SUMQ+A(I)**2
20   SUM=SUM+A(I)
    XM1=SUM/N
    DP1=SQRT((SUMQ-N*XM1**2)/N)
C-----TRACADO DO FLUVIOGRAMA
C-----DEFINICAO DAS ESCALAS
    CALL SCALF(7./4380.,4./6000.,0.,0.)
C-----TRACADO DOS EIXOS DO FLUVIOGRAMA
    CALL FGRID(0,0.,0.,365.,12)
    CALL FGRID(1,0.,0.,1000.,6)
    NY=12
C-----GRADUACAO DOS EIXOS
    DO 951 I=1,NY
        J=I-1
        XN=365.*J
        CALL FCHAR(XN,-250.,0.1,0.12,0.0)
        IANO=1941+J
        WRITE(7,952)IANO
952 FORMAT(I4)
951 CONTINUE
        XN=FLOAT(N)
        CALL FCHAR(XN,-250.,0.1,0.14,0.)
        WRITE(7,955)
955 FORMAT('TEMPO')
        CALL FCHAR(XN,-500.,0.08,0.1,0.)
        WRITE(7,961)

```

PAGE 2 P 055062

```
961 FORMAT('*(DIAS)*')
C----EIXO DOS YY
    DO 954 I=1000,6000,1000
    YN=I
    CALL FCHAR(-300.,YN,0.1,0.12,0.0)
954 WRITE(7,953)I
953 FORMAT(I4)
    CALL FCHAR(-200.,7000.,0.1,0.14,0.)
    WRITE(7,956)
956 FORMAT('V A Z A O')
    CALL FCHAR(-120.,6700.,0.08,0.1,0.)
    WRITE(7,962)
962 FORMAT('*(M3/S)*')
C----TRACADO DO GRAFICO PROPRIAMENTE DITO
    CALL FPLOT(-2,1.,A(1))
    DO 15 I=1,N
    X=FLOAT(I)
    Y=A(I)
15 CALL FPLOT(0,X,Y)
    CALL FPLOT(1,43800./7.,0.)
C----SUBTRACAO DA MEDIA
    DO 25 I=1,N
    25 A(I)=A(I)-XM1
C----ARQUIVO DAS VAZOES DIARIAS EM DISCO
    L=1
    WRITE(1'L)A
    DO 1 I=1,N
    1 B(I)=0.
C----PASSAGEM DOS PONTOS PARA O DOMINIO DA FREQUENCIA
    CALL FFT(A,B,N,N,N,1)
    C12=A(13)*2./N
    S12=B(13)*2./N
    C24=A(25)*2./N
    S24=B(25)*2./N
    TWOPI=2.*3.141592
    XL12=TWOPI*12./4374.
    XL24=2.*XL12
C----CALCULO DOS VALORES DO PERIODOGRAMA
    DO 30 I=1,N
    30 A(I)=SQRT(A(I)**2+B(I)**2)
C----FILTRAGEM DO PERIODOGRAMA
    B(1)=0.5*A(1)+0.5*A(2)
    NM1=N-1
    DO 40 I=2,NM1
    40 B(I)=0.25*A(I-1)+0.5*A(I)+0.25*A(I+1)
    B(N)=0.5*A(N-1)+0.5*A(N)
C----TRACADO DO PERIODOGRAMA FILTRADO DA SERIE
C----DEFINICAO DAS ESCALAS
    CALL SCALF( 7./50.,4./1500000.,1.,0.)
C----TRACADO DOS EIXOS
    CALL FGRID(0,1.,0.,12.,4)
```

PAGE 3 P 055062

```
        CALL FGRID(1,1.,0.,500000.,3)
C-----GRADUACAO DOS EIXOS
C-----EIXO DOS XX
      DO 204 I=1,4
      XN=12*I
      CALL FCHAR(XN,-60000.,0.1,0.14,0.)
204  WRITE(7,205)I
205  FORMAT(I1)
      CALL FCHAR(50.,0.,0.1,0.14,0.)
      WRITE(7,201)
201  FORMAT('FREQUENCIA')
      CALL FCHAR(50.,-70000.,0.08,0.1,0.)
      WRITE(7,202)
202  FORMAT('(CICLOS/ANO)')
C-----EIXO DOS YY
      DO 206 I=1,3
      YN=500000.*I
      CALL FCHAR(-5.,YN,0.1,0.14,0.)
206  WRITE(7,207)YN
207  FORMAT(F8.0)
      CALL FCHAR(-5,1700000.,0.1,0.14,0.)
      WRITE(7,203)
203  FORMAT('AMPLITUDE')
C-----TRACADO DO PERIODOGRAMA
      CALL FPLOT(-2,1.,B(1))
      DO 36 I=1,50
      X=FLOAT(I)
      Y =B(I)
36   CALL FPLOT(0,X,Y)
      CALL FPLOT(1,550./7.,0.)
C-----SUBTRACAO DOS 2(DOIS) HARMONICOS PRINCIPAIS
      L=1
      READ(1'L)(A(I),I=1,N)
      DO 27 I=1,N
      S=C12*COS(XL12*I)+S12*SIN(XL12*I)+C24*COS(XL24*I)+S24*SIN(XL24*)
27   A(I)=A(I)-S
C-----CALCULO DO FLUVIOGRAMA ANUAL MEDIO E DO
C-----DESVIO PADRAO EM TORNO DO MESMO
      DO 301 J=1,365
      K=0
      SUM=0.
      SUMQ=0.
      DO 302 I=J,N,365
      SUM=SUM+A(I)
      SUMQ=SUMQ+A(I)**2
      K=K+1
302  CONTINUE
      VM(J)=SUM/K
      DPM(J)=SQRT((SUMQ-K*VM(J)**2)/K)
301  CONTINUE
      L=1
```

PAGE 4 P 055062

```
      WRITE(2'L)DPM
      L=1
      WRITE(4'L)VM
      L=1
      WRITE(1'L)A
C-----CALCULO DOS VALORES DO PERIODOGRAMA DE A(I)=A(I)-MEDIA-DOIS HARMONICOS
      DO 29 I=1,N
29  B(I)=0.
      CALL FFT(A,B,N,N,N,1)
      DO 31 I=1,N
31  A(I)=SQRT(A(I)**2+B(I)**2)
C-----HANNING FILTERING
      B(1)=0.5*A(1)+0.5*A(2)
      NM1=N-1
      DO 41 I=2,NM1
41  B(I)=0.25*A(I-1)+0.5*A(I)+0.25*A(I+1)
      B(N)=0.5*A(N-1)+0.5*A(N)
      PAUSE 7777
C-----TRACADO DO PERIODOGRAMA DE A(I)=A(I)-MEDIA -DOIS HARMONICOS
C-----DEFINICAO DAS ESCALAS
      CALL SCALF('7./50.,4./1500000.,1.,0.')
C-----TRACADO DOS EIXOS DO PERIODOGRAMA ALISADO
      CALL FGRID(0,1.,0.,12.,4)
      CALL FGRID(1,1.,0.,500000.,3)
C-----GRADUACAO DOS EIXOS
C-----EIXO DOS XX
      DO 104 I=1,4
      XN=12*I
      CALL FCHAR(XN,-60000.,0.1,0.14,0.)
104  WRITE(7,105)I
105  FORMAT(I1)
      CALL FCHAR(50.,0.,0.1,0.14,0.)
      WRITE(7,101)
101  FORMAT('FREQUENCIA')
      CALL FCHAR(50.,-70000.,0.08,0.1,0.)
      WRITE(7,102)
102  FORMAT('(CICLOS/ANO)')
C-----EIXO DOS YY
      DO 106 I=1,3
      YN=500000.*I
      CALL FCHAR(-5.,YN,0.1,0.14,0.)
106  WRITE(7,107)YN
107  FORMAT(F8.0)
      CALL FCHAR(-5,1700000.,0.1,0.14,0.)
      WRITE(7,103)
103  FORMAT('AMPLITUDE')
      CALL FPLOT(1,0.,0.)
C-----TRACADO DO GRAFICO PROPRIAMENTE DITO
      CALL FPLOT(-2,1.,B(1))
      DO 45 I=1,50
      X=FLOAT(I)
```

PAGE 5 P 055062

```
Y=B(I)
45 CALL FPLOT(0,X,Y)
L=1
READ(1'L)A
C-----DIVISAO DO RESIDUO PELA FUNCAO DESVIO PADRAO OBTIDA PELA ANALISE
C-----HARMONICA AFIM DE SE OBTER RESIDUO ESTACIONARIO
K=0
61 KK=365*K+1
KKK=(K+1)*365
DO 62 I=KK,KKK
J=I-K*365
A(I)=(A(I)-VM(J))/DPM(J)
62 CONTINUE
K=K+1
IF(K-11)61,63,63
63 DO 64 J=1,359
I=K*365+J
A(I)=(A(I)-VM(J))/DPM(J)
64 CONTINUE
C-----ARQUIVO DOS RESIDUOS ESTACIONARIOS EM DISCO
L=1
WRITE(1'L)A
CALL EXIT
END
```

FEATURES SUPPORTED  
ONE WORD INTEGERS  
TOCS

CORE REQUIREMENTS FOR  
COMMON 0 VARIABLES 19046 PROGRAM 1864

END OF COMPILEATION

// XEQ 1

\*FILES(3,VAZAO)

PAGE 1 P 055062

// JOB 2007 10FF

P 055062

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	2007	2007	0002
0001	10FF	10FF	0001
		00FF	0000

V2 M04 ACTUAL 32K CONFIG 32K

// FOR

\*IOCS(2501READER,1403PRINTER,DISK,PLOTTER)

\*ONE WORD INTEGERS

\*LIST SOURCE PROGRAM

  DIMENSION A(3650)

  DEFINE FILE 1(1095,2,U,L)

  IANO=1936

  N=1095

  NM1=N-1

  I=0

  NA=1

  DO 10 M=1,36

  NA=NA+I

  NB=NA+15

  NC=NA+16

  ND=NA+30

10 READ(8,1)(A(J),J=NA,NB),I,(A(J),J=NC,ND)

1 FORMAT(16X,16F4.0,/,12X,I2,2X,16F4.0)

  L=1

  WRITE(1'L)(A(I),I=1,N)

C

C-----GRAFICO DAS VAZOES DIARIAS

C

C-----TRACADO DOS EIXOS DO FLUVIOGRAMA

  CALL SCALF(9./4380.,4./6000.,0.,0.)

  CALL FGRID(0,0.,0.,365.,3)

  CALL FGRID(1,0.,0.,1000.,6)

C-----GRADUACAO DOS EIXOS

C-----EIXO DOS XX

  NY=3

  DO 951 I=1,NY

  J=I-1

  XN=365.\*J

  CALL FCHAR(XN,-250.,0.1,0.12,0.0)

  IANO=IANO+1

  WRITE(7,952)IANO

952 FORMAT(I4)

951 CONTINUE

  XN=FLOAT(N)

  CALL FCHAR(XN,-250.,0.1,0.14,0.)

  WRITE(7,955)

955 FORMAT('TEMPO')

PAGE 2 P 055062

```
CALL FCHAR(XN,-500.,0.08,0.1,0.)
WRITE(7,961)
961 FORMAT('*'(DIAS)*')
C-----EIXO DOS YY
DO 954 I=1000,6000,1000
YN=I
CALL FCHAR(-200.,YN,0.1,0.12,0.0)
954 WRITE(7,953)I
953 FORMAT(I4)
CALL FCHAR(-200.,7000.,0.1,0.14,0.)
WRITE(7,956)
956 FORMAT('V A Z A O')
CALL FCHAR(-120.,6700.,0.08,0.1,0.)
WRITE(7,962)
962 FORMAT('*'(M3/S)*')
CALL FCHAR(370.,5000.,0.1,0.14,0.)
WRITE(7,2000)
2000 FORMAT('FLUVIOGRAMA HISTORICO')
CALL FPLOT(-2,0.,A(1))
C-----TRACADO DO FLUVIOGRAMA
DO 20 I=1,N
X=FLOAT(I)
Y=A(I)
20 CALL FPLOT(0,X,Y)
CALL EXIT
END
```

FEATURES SUPPORTED  
ONE WORD INTEGERS  
IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR  
COMMON 0 VARIABLES 7334 PROGRAM 512

END OF COMPILATION

// XEQ 1

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	00FF	00FF	0000
0001	10FF	10FF	0001
0002	2007	2007	0002

V2 M05 ACTUAL 32K CONFIG 32K

// FOR DIRCEU MACHADO

\*IOCS(2501READER,1403PRINTER,DISK,PLOTTER)

\*ONE WORD INTEGERS

\*LIST SOURCE PROGRAM

C

C----TRACADO DO COMPONENTE PERIODICO DA SERIE

C

DIMENSION A(4374)

DEFINE FILE 1(4374,2,U,L)

N=4374

L=1

READ(1'L)(A(I),I=1,N)

C----TRACADO DA VAZAO DIARIA

C----TRACADO DO FLUVIOGRAMA

C----DEFINICAO DAS ESCALAS

CALL SCALF(7./4380.,4./6000.,0.,0.)

C----TRACADO DOS EIXOS DO FLUVIOGRAMA

CALL FGRID(0,0.,0.,365.,12)

CALL FGRID(1,0.,0.,1000.,6)

NY=12

C----GRADUACAO DOS EIXOS

DO 951 I=1,NY

J=I-1

XN=365.\*J

CALL FCHAR(XN,-250.,0.1,0.12,0.0)

IANO=1941+J

WRITE(7,952)IANO

952 FORMAT(I4)

951 CONTINUE

XN=FLOAT(N)

CALL FCHAR(XN,-250.,0.1,0.14,0.)

WRITE(7,955)

955 FORMAT('TEMPO')

CALL FCHAR(XN,-500.,0.08,0.1,0.)

WRITE(7,961)

961 FORMAT('\*'(DIAS)\*')

C----EIXO DOS YY

DO 954 I=1000,6000,1000

YN=I

CALL FCHAR(-300.,YN,0.1,0.12,0.0)

954 WRITE(7,953)I

953 FORMAT(I4)

CALL FCHAR(-200.,7000.,0.1,0.14,0.)

WRITE(7,956)

956 FORMAT('V A Z A O')

CALL FCHAR(-120.,6700.,0.08,0.1,0.)

WRITE(7,962)

962 FORMAT('\*'(M3/S)\*')

C----TRACADO DO GRAFICO PROPRIAMENTE DITO

```
CALL FPLOT(-2,1.,A(1))
DO 15 I=1,N
X=FLOAT(I)
Y=A(I)
15 CALL FPLOT(0,X,Y)
CALL FPLOT(1,0.,0.)
PAUSE 1111
C-----TRACADO DO COMPONENTE PERIODICO
READ(8,1020)XM1,C12,S12,C24,S24,XL12
1020 FORMAT(F7.2,/,2F12.7,/,2F12.7,/,F10.7)
XL24=2*XL12
S1=C12*COS(XL12)+S12*SIN(XL12)
S2=C24*COS(XL24)+S24*SIN(XL24)
S=S1+S2+XM1
CALL FPLOT(-2,1.,S)
DO 2000 I=2,N
S=C12*COS(XL12*I)+S12*SIN(XL12*I)+C24*COS(XL24*I)+S24*SIN(XL24*I)
1+XM1
XI=FLOAT(I)
CALL FPLOT(0,XI,S)
2000 CONTINUE
CALL FPLOT(1,7000.,0.)
CALL EXIT
END
```

## FEATURES SUPPORTED

ONE WORD INTEGERS  
IOCS

## CORE REQUIREMENTS FOR

COMMON 0 VARIABLES 8808 PROGRAM 558

END OF COMPILATION

// XEQ 1

\*FILES(1,VAZAO)

PAGE 1 P 055062

// JOB T 00FF 10FF

P 055062

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	00FF	00FF	0000
0001	10FF	10FF	0001
		2007	0002

V2 M05 ACTUAL 32K CONFIG 32K

// FOR

\*LIST SOURCE PROGRAM  
\*IOCS(1403PRINTER,2501READER,PLOTTER)  
\*ONE WORD INTEGERS

C

C-----GRAFICO DAS VAZOES MEDIAS ANUAIS

C

    DIMENSION XM(12)

    N=12

    READ(8,10)(XM(I),I=1,12)

10 FORMAT(12F5.0)

    XBAR=960.

    SUMQ=0.

    DO 20 I=1,12

        SUMQ=SUMQ+XM(I)\*\*2

20 CONTINUE

    DP=SQRT((SUMQ-N\*XBAR\*\*2)/N)

C-----GRAFICO DAS MEDIAS ANUAIS

    CALL SCALF(7./12.,4./2000.,0.,0.)

    CALL FGRID(0,1.,0.,1.,12)

    CALL FGRID(1,1.,0.,500.,4)

    CALL FPLOT(-2,1.,XM(1))

    CALL POINT(1)

    DO 30 I=1,11

        II=I+1

        XII=FLOAT(II)

        CALL FPLOT(1,XII,XM(II))

        CALL FPLOT(-2,XII,XM(II))

        CALL POINT(1)

30 CONTINUE

    XMED=959.45

    CALL FPLOT(1,1.,XMED)

    CALL FPLOT(-2,1.,XMED)

    DO 31 I=2,12

        XI=FLOAT(I)

31 CALL FPLOT(0,XI,XMED)

C-----GRADUACAO DOS EIXOS

C-----EIXO DOS XX

    DO 40 I=1,N

        J=I-1

        XN=FLOAT(I)

        CALL FCHAR(XN,-100.,0.1,0.12,0.)

PAGE 2 P 055062

```
IANO=1941+J
      WRITE(7,35)IANO
35 FORMAT(I4)
40 CONTINUE
XN=13.
      CALL FCHAR(XN,-100.,0.1,0.14,0.)
      WRITE(7,45)
45 FORMAT('TEMPO')
      CALL FCHAR(XN,-200.,0.08,0.1,0.)
      WRITE(7,50)
50 FORMAT('**(ANOS)*')
C-----EIXO DOS YY
      DO 55 I=500,2000,500
      YN=FLOAT(I)
      CALL FCHAR(0.1,YN,0.1,0.12,0.)
      WRITE(7,54)I
54 FORMAT(I4)
55 CONTINUE
      CALL FCHAR(-0.5,2500.,0.1,0.14,0.)
      WRITE(7,60)
60 FORMAT('V A Z A O')
      CALL FCHAR(-0.2,2300.,0.08,0.1,0.)
      WRITE(7,65)
65 FORMAT('**(M3/S)*')
      CALL FCHAR(3.,2100.,0.1,0.14,0.)
      WRITE(7,70)
70 FORMAT('GRAFICO DAS MEDIAS ANUAIS')
      CALL EXIT
END
```

FEATURES SUPPORTED  
ONE WORD INTEGERS  
IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR  
COMMON 0 VARIABLES 52 PROGRAM 528

END OF COMPILEMENT

// XEQ

PAGE 1 P 055062.

// JOB T 00FF 2007 10FF

P 055062

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	00FF	00FF	0000
0001	2007	2007	0002
0002	10FF	10FF	0001

V2 M05 ACTUAL 32K CONFIG 32K

```
// FOR      DIRCEU MACHADO
*IOCS(2501READER,1403PRINTER,DISK,PLOTTER)
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
C
C-----DETERMINACAO DOS COEFICIENTES DA EQUACAO DE REGRESSAO LINEAR
C
      DIMENSION A(10,10),B(10),R(10),X(4374)
      DEFINE FILE 4(4374,2,U,L)
      L=1
      N=4374
      READ(4'L)X
      WRITE(5,5)(X(I),I=1,N)
 5 FORMAT(1X,15F7.0)
      DO 20 L=1,10
      F=0.
      G=0.
      P=0.
      NML=N-L
      DO 10 I=1,NML
      IML=I+L
      P=P+X(I)*X(IML)
      F=F+X(IML)**2
      G=G+X(I)**2
 10 CONTINUE
      R(L)=P/SQRT(G*F)
 20 CONTINUE
      C1=(R(1)*(R(2)-1))/(1-R(1)**2)
      C2=(R(1)**2-R(2))/(1-R(1)**2)
      WRITE(5,6)C1,C2
 6 FORMAT(//,5X,'A1=',F10.7,10X,'A2=',F10.7,//)
      DO 60 L=1,10
      DO 45 I=1,L
      B(I)=-R(I)
      DO 40 J=I,L
      K=J-I
      IF(K>30,25,30
 25 A(I,J)=1.
      GO TO 40
 30 A(I,J)=R(K)
      A(J,I)=R(K)
 40 CONTINUE
```

PAGE 2 P 055062

```
45 CONTINUE
  WRITE(5,41)((A(I,J),J=1,L),I=1,L)
41 FORMAT(/,10F10.5)
  CALL ARRAY(2,L,L,10,10,A,A)
  CALL SIMQ(A,B,L,KS)
  WRITE(5,53)(B(I),I=1,L)
53 FORMAT(//,1X,5F14.8)
  WRITE(5,54)KS
54 FORMAT(1X,'KS=',I2)
  WRITE(5,55)
55 FORMAT(1X,80('*'))
60 CONTINUE
  CALL EXIT
END
```

FEATURES SUPPORTED  
ONE WORD INTEGERS  
IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR  
COMMON 0 VARIABLES 9024 PROGRAM 482

END OF COMPIILATION

// XEQ 1

\*FILES(4,HELP)

PAGE 1 P 055062

// JOB T 00FF 10FF

P 055062

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	00FF	00FF	0000
0001	10FF	10FF	0001
		2007	0002

V2 M05 ACTUAL 32K CONFIG 32K

// FOR DIRCEU MACHADO  
 \*IOCS(2501READER,1403PRINTER)

\*ONE WORD INTEGERS

\*LIST SOURCE PROGRAM

C

C-----RESOLUCAO DA EQUACAO CARACTERISTICA DO PROCESSO ESTOCASTICO

C

```

      DIMENSION XCOF(31),COF(31),ROOTR(30),ROOTI(30),XMOD(30)
      NO=5
      DO 20 M=1,NO
      K=M+1
      READ(8,5)(XCOF(I),I=1,K)
  5 FORMAT(11F7.4)
      CALL POLRT(XCOF,COF,M,ROOTR,ROOTI,IER)
      WRITE(5,17)
  17 FORMAT(//,1X,80('*'))
      WRITE(5,13)
  13 FORMAT(//,15X,'RAIZES DA EQUACAO CARACTERISTICA DO ')
      WRITE(5,14)M
  14 FORMAT(//,15X,'PROCESSO ESTOCASTICO ORDEM=',I2)
      DO 20 I=1,M
      WRITE(5,15)ROOTR(I),ROOTI(I),IER
  15 FORMAT(//,10X,'PARTE REAL=',F10.5,5X,'PARTE IMAGINARIA=',F10.5,10X
  1,15)
      XMOD(I)=SQRT(ROOTR(I)**2+ROOTI(I)**2)
      WRITE(5,16)XMOD(I)
  16 FORMAT(//,15X,'MODULO=',F10.5)
  20 CONTINUE
      CALL EXIT
      END
  
```

FEATURES SUPPORTED

ONE WORD INTEGERS

IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR

COMMON 0 VARIABLES

316 PROGRAM

250

END OF COMPILATION

// XEQ

PAGE 1 P 055062

// JOB 2007

P 055062

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	2007	2007	0002
		0OFF	0000
		1OFF	0001

V2 M04 ACTUAL 32K CONFIG 32K

```

// FOR DIRCEU MACHADO
*IOCS(1403PRINTER,2501READER,DISK)
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
DIMENSION A(5),TETA(4374),Z(4374)
DEFINE FILE 11(4374,2,U,L)
DEFINE FILE 1(4373,2,U,L)
DEFINE FILE 2(4372,2,U,L)
DEFINE FILE 3(4371,2,U,L)
DEFINE FILE 4(4370,2,U,L)
DEFINE FILE 5(4369,2,U,L)
N=4374
L=1
READ(11'L)(Z(I),I=1,N)
NOR=5
DO 50 LL=1,NOR
READ(8,10)(A(J),J=1,LL)
10 FORMAT(10F7.4)
NML=N-LL
DO 40 I=1,NML
SUM=0.
DO 30 J=1,LL
KK=I+LL
KJ=KK-J
SUM=SUM+A(J)*Z(KJ)
30 CONTINUE
TETA(I)=Z(KK)+SUM
40 CONTINUE
L=1
WRITE(LL'L)(TETA(I),I=1,NML)
WRITE(5,49)(TETA(I),I=1,100)
49 FORMAT(1X,15F7.3)
50 CONTINUE
CALL EXIT
END

```

FEATURES SUPPORTED  
 ONE WORD INTEGERS  
 IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR  
 COMMON 0 VARIABLES 17564 PROGRAM 248

PAGE 2 P 055062

END OF COMPILATION

// XEQ 6

\*FILES(11,HELP)

\*FILES(1,PETA1)

\*FILES(2,PETA2)

\*FILES(3,PETA3)

\*FILES(4,PETA4)

\*FILES(5,PETA5)

PAGE 1 P 055062

// JOB 2007 10FF

P 055062

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	2007	2007	0002
0001	10FF	10FF	0001
		00FF	0000

V2 M04 ACTUAL 32K CONFIG 32K

```

// FOR      DIRCEU MACHADO
*IOCS(2501READER,1403PRINTER,DISK,PLOTTER)
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
C
C-----SIMULACAO DAS VAZOES DIARIAS USANDO O MODELO DESCrito EM 3.1
C
      DIMENSION A(4380),FA(601),FR(601),FAC(601),CAMPO(5001),E(601)
      1,Z(10),Q(10),C(5),DPM(365),VM(365)
      DATA FA,FR,FAC/601*0.,601*0.,601*0./
      DEFINE FILE 1(365,2,U,L)
      DEFINE FILE 2(4369,2,U,L)
      DEFINE FILE 3(1095,2,U,L)
      DEFINE FILE 4(365,2,U,L)
      IANO=1936
      N=4369
      DO 3 I=1,5001
      3 CAMPO(I)=0.
      L=1
      READ(4'L)(VM(I),I=1,365)
      L=1
      READ(2'L)(A(I),I=1,N)
      L=1
      READ(1'L)(DPM(I),I=1,365)
      READ(8,1020)XM1,C12,S12,C24,S24,XL12
      1020 FORMAT(F7.2,/,2F12.7,/,2F12.7,/,F10.7)
      XL24=2*XL12
      MAXI=5
      READ(8,708)(Q(JL),JL=1,MAXI)
      708 FORMAT(5F7.0)
      READ(8,1010)(C(KL),KL=1,MAXI)
      1010 FORMAT(5F7.4)
C-----ORDENACAO DOS VALORES DE TETA
      CALL SORT(A,1,N)
      NI=500
      K=0
      I=1
      B=-1.004
      7 B=B+0.004
      5 IF(B-A(I))50,50,60
      60 FA(K)=FA(K)+1
      I=I+1

```

PAGE 2 P 055062

```

IF(I=N)5,30,30
50 K=K+1
IF(K-NI)7,7,40
40 K=NI+1
FA(K)=0.00001
GO TO 7
30 DO 10 J=1,K
10 FR(J)=FA(J)/N
WRITE(5,35)K
35 FORMAT(1X,'VALOR DE K=',I4,//)
FAC(1)=FR(1)
DO 100 I=2,K
100 FAC(I)=FAC(I-1)+FR(I)
K=0
DO 910 I=1,NI
910 E(I)=-1.002+I*0.004
DO 950 I=1,NI
IPROB=(FR(I)+0.00005)*5000
IF(IPROB)940,940,920
920 DO 930 J=1,IPROB
K=K+1
930 CAMPO(K)=E(I)
940 CONTINUE
950 CONTINUE
CALL SCALF(9./4380.,4./6000.,0.,0.)

```

C  
C-----CALCULO DO VALOR DE Z INICIAL

C
NOR=6
NORM1=NOR-1
NORM2=NOR-2
DO 709 J=1,NORM1
I=366-J
V=DPM(I)
P=VM(I)
S=C12\*COS(XL12\*I)+S12\*SIN(XL12\*I)+C24\*COS(XL24\*I)+S24\*SIN(XL24\*I)
XQ=(Q(J)-XM1-S-P)/V
Z(J)=XQ
709 CONTINUE

C  
C-----NUMERO DE ANOS A SEREM SIMULADOS
TOTAL=3.

C
ITOT=IFIX(TOTAL)
TESTE=0.
NV10=TOTAL/10
IF(NV10-1)958,958,957
958 JJ=TOTAL\*365
GO TO 959
957 JJ=3650
C-----SIMULACAO DAS VAZOES DIARIAS

PAGE 3 P 055062

```
959 NR=3
DO 961 KI=1,ITOT
KIM1=KI-1
DO 960 IK=1,365
I=KIM1*365+IK
K=RAND(NR)*5000+1
XNETA=CAMPO(K)
SUM=0.
DO 711 KK=1,NORM1
711 SUM=SUM+C(KK)*Z(KK)
Z(NOR)=XNETA-SUM
V=DPM(IK)
P=VM(IK)
Y=Z(NOR)*V
S=C12*COS(XL12*I)+S12*SIN(XL12*I)+C24*COS(XL24*I)+S24*SIN(XL24*I)
A(I)=XM1+S+Y+P
DO 710 II=1,NORM2
JI=NOR-II
JJI=JI-1
Z(JI)=Z(JJI)
710 Z(1)=Z(NOR)
960 CONTINUE
961 CONTINUE
LAG=0
N=JJ
NMLAG=N-LAG
DO 29 I=1,NMLAG
SUM=0.
JK=LAG+I
DO 24 JI=I,JK
24 SUM=SUM+A(JI)
N=NMLAG
A(I)=SUM/LAG
29 CONTINUE
WRITE(5,706)(A(I),I=1,N)
706 FORMAT(1X,10F10.0)
CALL FPLOT(-2,0.,A(1))
L=1
WRITE(3'L)(A(I),I=1,1095)
C-----CALCULO DA MEDIA E DO DESVIO PADRAO DA SEQUENCIA GERADA
SUM=0
DO 20 I=1,N
20 SUM=SUM+A(I)
XM=SUM/N
WRITE(5,21)XM
21 FORMAT(10X,'VALOR DA MEDIA XM =',F10.2)
SUMQ=0.
DO 22 I=1,N
22 SUMQ=SUMQ+A(I)**2
DP =SQRT((SUMQ-N*XM **2)/N)
WRITE(5,23)DP
```

PAGE 4 P 055062

```
23 FORMAT(//,10X,'DESVIO PADRAO DP =',F10.2)
C-----TRACADO DO FLUVIograma SIMULADO
DO 15 I=1,N
X=FLOAT(I)+TESTE*3650
Y=A(I)
15 CALL FPLOT(0,X,Y)
TESTE=TESTE+1.
IF(TESTE-NV10)957,2222,2222
C-----TRACADO DOS EIXOS DO FLUVIograma SIMULADO
2222 CALL FGRID(0,0.,0.,365.,ITOT)
CALL FGRID(1,0.,0.,1000.,6)
C-----GRADUACAO DOS EIXOS
C-----EIXO DOS XX
NY=ITOT
DO 951 I=1,NY
J=I-1
XN=365.*J
CALL FCHAR(XN,-250.,0.1,0.12,0.0)
IANO=IANO+1
WRITE(7,952)IANO
952 FORMAT(I4)
951 CONTINUE
XN=FLOAT(N)
CALL FCHAR(XN,-250.,0.1,0.14,0.)
WRITE(7,975)
975 FORMAT('TEMPO')
CALL FCHAR(XN,-500.,0.08,0.1,0.)
WRITE(7,971)
971 FORMAT('**(DIAS)*')
C-----EIXO DOS YY
DO 954 I=1000,6000,1000
YN=I
CALL FCHAR(-200.,YN,0.1,0.12,0.0)
954 WRITE(7,953)I
953 FORMAT(I4)
CALL FCHAR(-200.,7000.,0.1,0.14,0.)
WRITE(7,976)
976 FORMAT('V A Z A O')
CALL FCHAR(-120.,6700.,0.08,0.1,0.)
WRITE(7,972)
972 FORMAT('**(M3/S)*')
CALL FCHAR(370.,5000.,0.1,0.14,0.)
WRITE(7,2000)
2000 FORMAT('FLUVIograma SIMULADO')
CALL EXIT
END
```

FEATURES SUPPORTED  
ONE WORD INTEGERS  
IOCS

PAGE 5 P 055062

CORE REQUIREMENTS FOR  
COMMON 0 VARIABLES 25204 PROGRAM 1600

END OF COMPIRATION

// XEQ 4

\*FILES(1,DPM)

\*FILES(2,TETA5)

\*FILES(3,SIMUL)

\*FILES(4,VM)

PAGE 1 P 055062

// JOB T 00FF 10FF 2007

P 055062

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	00FF	00FF	0000
0001	10FF	10FF	0001
0002	2007	2007	0002

V2 M05 ACTUAL 32K CONFIG 32K

// FOR

\*ARITHMETIC TRACE  
\*TRANSFER TRACE  
\*IOCS(2501READER,1403PRINTER,DISK)  
\*ONE WORD INTEGERS  
\*LIST SOURCE PROGRAM

C

C-----SIMULACAO USANDO O MODELO DESCrito EM 3.2

C

```
DIMENSION DADO(10),A(7400),IFF(1001),FCOND(1001),E(1001),
1CAMPO(1001),SD(10),SC(10),AV(1001),CX(1001)
DEFINE FILE 1(9490,2,U,L)
NR=3
PREC=0.10
N=7300
MEMOR=2
ITOT=30
RRAZ=5.
NI=1001
NANOS=20
L=1
READ(1'L)(A(I),I=1,N)
READ(8,1)(DADO(I),I=1,Memor)
1 FORMAT(70X,2F5.0)
DO 500 KK=1,ITOT
ICOM=243-MEMOR+KK
IF(ICOM-365)4,4,3
3 ICOM=ICOM-365
4 IFR=0
CALL TSTOP
DO 55 I=1,NI
AV(I)=0.
55 IFF(I)=0
CALL TSTRT
SD(1)=DADO(1)
DO 10 I=2,Memor
SD(I)=SD(I-1)+DADO(I)
10 CONTINUE
RINIC=SD(MEMOR)*(1-PREC)
CALL TSTOP
DO 66 I=1,NI
66 E(I)=RINIC+I*RRAZ
```

PAGE 2 P 055062

```
CALL TSTRT
DO 100 I=1,NANOS
IM1=I-1
JK=IM1*365+ICOM
IJ=JK+1
IB=IJ+MEMOR-2
IP=1
SC(1)=A(JK)
IF(ABS(SC(1)-SD(1))-PREC*SD(1))97,97,100
97 DO 98 J=IJ,IB
IP=IP+1
SC(IP)=SC(IP-1)+A(J)
IFI(ABS(SC(IP)-SD(IP))-PREC*SD(IP))98,98,100
98 CONTINUE
IFR=IFR+1
IC=IB+1
SUM=SC(MEMOR)+A(IC)
II=(SUM-RINIC)/RRAZ+1
IF(II-NI)99,99,999
99 II=NI
99 IFF(II)=IFF(II)+1
AV(II)=SC(MEMOR)
100 CONTINUE
CALL TSTOP
DO 200 J=1,NI
FCOND(J)=FLOAT(IFR(J))/FLOAT(IFR)
200 CONTINUE
CALL TSTRT
WRITE(5,201)KK,IFR
201 FORMAT(//,15X,'SIMULACAO N.',I3,//,5X,'FREQUENCIA DE SOMA DADA
1SOMA CALCULADA, IFR=',I3,//)
IF(IFR)501,501,210
210 K=0
CALL TSTOP
DO 250 I=1,NI
IPROB=(FCOND(I)+0.0005)*1000
IF(IPROB)250,250,220
220 DO 230 J=1,IPROB
K=K+1
CX(K)=AV(I)
230 CAMPO(K)=E(I)
250 CONTINUE
CALL TSTRT
K=RAND(NR)*1000+1
N=N+1
A(N)=CAMPO(K)-CX(K)
MM=MEMOR-1
DO 260 I=1,MM
DADO(I)=DADO(I+1)
260 CONTINUE
DADO(MEMOR)=A(N)
```

PAGE 3 P 055062

```
B=1952
WRITE(5,499)A(N),B
499 FORMAT(10X,F10.0,10X,'SETEMBRO',F7.0)
500 CONTINUE
501 CALL EXIT
END
```

FEATURES SUPPORTED  
TRANSFER TRACE  
ARITHMETIC TRACE  
ONE WORD INTEGERS  
IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR  
COMMON 0 VARIABLES 25922 PROGRAM 850

END OF COMPIILATION

// XEQ 1

\*FILES(1,VAZ)

PAGE 1 P 055062

// JOB 00FF 2007

P 055062

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	00FF	00FF	0000
0001	2007	2007	0002
		10FF	0001

V2 M05 ACTUAL 32K CONFIG 32K

// FOR

\*IOCS(2501READER,1403PRINTER,DISK,PLOTTER)

\*LIST SOURCE PROGRAM

\*ONE WORD INTEGERS

DIMENSION A(4374),B(4374),R(30),RO(30),S(30)

DEFINE FILE 1(1095,2,U,L)

DEFINE FILE 2(1095,2,U,L)

C

C-----CALCULO DA CORRELACAO ENTRE A SERIE HISTORICA E A SIMULADA

C

N=1095

L=1

READ(1'L)(B(I),I=1,N)

L=1

READ(2'L)(A(I),I=1,N)

C-----CALCULO DA MEDIA E DO DESVIO PADRAO

SUM=0.

SUMQ=0.

DO 17 I=1,N

17 SUM=SUM+A(I)

XMA=SUM/N

DO 18 I=1,N

18 SUMQ=SUMQ+B(I)\*\*2

DPA=SQRT((SUMQ-N\*XMA\*\*2)/N)

WRITE(5,19)XMA,DPA

19 FORMAT(//,15X,'MEDIA XMA=',F10.5,/,15X,'DESVIO DPA=',F14.5)

C-----CALCULO DA MEDIA E DO DESVIO PADRAO DA SERIE SIMULADA

SUM=0.

SUMQ=0.

DO 101 I=1,N

SUM=SUM+B(I)

101 SUMQ=SUMQ+B(I)\*\*2

XMB=SUM/N

DPB=SQRT((SUMQ-N\*XMB\*\*2)/N)

WRITE(5,102)XMB,DPB

102 FORMAT(//,15X,'MEDIA XMB=',F10.5,/,15X,'DESVIO DPB=',F14.5)

L=5

LM1=L-1

CALL CROSS(A,B,N,L,R,S)

DO 105 I=1,L

105 RO(I)=R(I)/(DPA\*DPB)

WRITE(5,106)(RO(I),I=1,L)

PAGE 2 P 055062

```
106 FORMAT(//,5X,'CORRELACAO CRUZADA LAG( )=',F10.5)
CALL EXIT
END
```

FEATURES SUPPORTED  
ONE WORD INTEGERS  
IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR  
COMMON 0 VARIABLES 17712 PROGRAM 404

END OF COMPIILATION

```
// XEQ 2
*FILES(1,SIMUL)
*FILES(2,SHIST)
```

// JOB T 0CFF 10FF

P 055062

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	0OFF	0OFF	0000
0001	1OFF	1OFF	0001
		2007	0002.

V2 M05 ACTUAL 32K CONFIG 32K

```
// FOR      DIRCEU MACHADO
*IOCS(2501READER,1403PRINTER)
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
```

```
C
C-----RESCLUCAO DA EQUACAO CARACTERISTICA DO PROCESSO ESTOCASTICO
C
```

```
DIMENSION XCOF(31),COF(31),ROOTR(30),ROOTI(30),XMOD(30)
NO=5
DO 20 M=1,NO
  K=M+1
  READ(8,5)(XCOF(I),I=1,K)
  5 FORMAT(11F7.4)
  CALL POLRT(XCOF,COF,M,ROOTR,ROOTI,IER)
  WRITE(5,17)
  17 FORMAT(//,1X,80('*'))
  WRITE(5,13)
  ,13 FORMAT(//,15X,'RAIZES DA EQUACAO CARACTERISTICA DO ')
  WRITE(5,14)M
  14 FORMAT(//,15X,'PROCESSO ESTOCASTICO ORDEM=',12)
  DO 20 I=1,M
  WRITE(5,15)ROOTR(I),ROOTI(I),IER
  15 FORMAT(//,10X,'PARTE REAL=',F10.5,5X,'PARTE IMAGINARIA=',F10.5,10X
  1,15)
  XMOD(I)=SQRT(ROOTR(I)**2+ROOTI(I)**2)
  WRITE(5,16)XMOD(I)
  16 FORMAT(//,15X,'MODULC=',F10.5)
  20 CONTINUE
  CALL EXIT
END
```

FEATURES SUPPORTED  
 ONE WORD INTEGERS  
 IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR  
 COMMON 0 VARIABLES 316 PROGRAM 250

END OF COMPILEMENT

// XEQ

\*\*\*\*\*

RAIZES DA EQUACAO CARACTERISTICA DO  
 PROCESSO ESTOCASTICO ORDEM= 1

PARTE REAL= 0.97860 PARTE IMAGINARIA= 0.00000  
MODULO= 0.97859

\*\*\*\*\*  
RAIZES DA EQUACAO CARACTERISTICA DO  
PROCESSO ESTOCASTICO ORDEM= 2

PARTE REAL= 0.42739 PARTE IMAGINARIA= 0.00000  
MODULO= 0.42739

PARTE REAL= 0.94760 PARTE IMAGINARIA= 0.00000  
MODULO= 0.94760

\*\*\*\*\*  
RAIZES DA EQUACAO CARACTERISTICA DO  
PROCESSO ESTOCASTICO ORDEM= 3

PARTE REAL= 0.04156 PARTE IMAGINARIA= 0.00000  
MODULO= 0.04156

PARTE REAL= 0.39028 PARTE IMAGINARIA= 0.00000  
MODULO= 0.39028

PARTE REAL= 0.94934 PARTE IMAGINARIA= 0.00000  
MODULO= 0.94934

\*\*\*\*\*  
RAIZES DA EQUACAO CARACTERISTICA DO  
PROCESSO ESTOCASTICO ORDEM= 4

PARTE REAL= -0.05029 PARTE IMAGINARIA= 0.28779  
MODULO= 0.29215

PARTE REAL= -0.05029 PARTE IMAGINARIA= -0.28779  
MODULO= 0.29215

PARTE REAL= 0.53879 PARTE IMAGINARIA= 0.00000

MODULO= 0.53879

PARTE REAL= 0.94368 PARTE IMAGINARIA= 0.00000

MODULO= 0.94368

\*\*\*\*\*  
RAIZES DA EQUACAO CARACTERISTICA DO  
PROCESSO ESTOCASTICO ORDEM= 5

PARTE REAL= 0.44236 PARTE IMAGINARIA= -0.21523

MODULO= 0.49194

PARTE REAL= 0.44236 PARTE IMAGINARIA= 0.21523

MODULO= 0.49194

PARTE REAL= -0.22525 PARTE IMAGINARIA= -0.37629

MODULO= 0.43855

PARTE REAL= -0.22525 PARTE IMAGINARIA= 0.37629

MODULO= 0.43855

PARTE REAL= 0.94956 PARTE IMAGINARIA= 0.00000

MODULO= 0.94956