UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

FORUM DE CIÊNCIA E CULTURA

A FORMAÇÃO MATEMÁTICA NO BRASIL.

PROF.: Gaspar Silveira Martins Rodrigues Pereira

INSTITUTO DE MATEMÁTICA DA UFERJ
RIO DE JANEIRO

1973

160

Ao ilustre mestre, Prof.
Virgilio Athayde Pinheiro
O meu depoimento e
Homenagem
[illegible]

III CURSO DE ATUALIZAÇÃO SOBRE ESTUDOS DE PROBLEMAS BRASILEIROS.

Í N D I C E

"Inúteis são os homens que
se esforçam por fazer exa
tamente o que se realizou
antes deles, que não com-
preendem que hoje é um no
vo dia"

Emerson.

A FORMAÇÃO MATEMÁTICA NO BRASIL

1. INTRODUÇÃO

Até o advento das faculdades de filosofia, os matemáticos brasileiros formavam-se nas escolas de engenharia e militares.

Eram engenheiros com vocação para matemática pura. As insuficiências de ordem curricular complementavam-se pelo esforço autodidático. Nesse tipo de formação, a teoria e a prática, a matemática pura e a aplicada associavam-se estreitamente.

Com a criação das faculdades de filosofia, surgida em São Paulo, no governo Júlio Prestes, sob a orientação do ilustre matemático e engenheiro Teodoro Ramos, apareceram os cursos de licenciatura. Nele manteve-se uma certa vinculação da matemática pura à física teórica, dando-se destaque à mecânica racional.

Finalmente, a reforma iniciada no governo Costa e Silva estabeleceu o sistema de institutos básicos na universidade e os matemáticos passaram a ser licenciados por esses órgãos. Alguns institutos de matemática uniram-se aos institutos de física, formando a unidade "instituto de física e de matemática".

A maioria, porém, organizou-se como "instituto de matemática" e, por vezes, "de matemática pura e aplicada", abolindo, geralmente, do seu quadro curricular a Física Matemática, e, ainda, suprimindo a Mecânica Racional, o que é sem precedente no mundo.

A matemática ensinada nesses estabelecimentos fundamentais é inspirada nas escolas lógica, de Frege e Russel e formal, de Hilbert e seus discípulos. Ambas notáveis, necessárias à formação do matemático contemporâneo, porém não suficientes.

2. AUTODIDATISMO

2.1 - MATEMÁTICO AUTODIDATA

O autodidatismo é normal em matemática. Mesmo os formados em regime escolar terão de apelar para ele. Como a Filosofia e a Língüística, a Matemática é obra do pensador solitário.

Kant atribuia grande destaque ao autodidatismo, de que ele foi um modelo. Dizia que só se aprende com perfeição quando se procura conhecer por esforço pessoal.

A história do pensamento científico confirma essas alegações.

2.2 - JUSTIFICAÇÃO HISTÓRICA

A história moderna e contemporânea do pensamento científico oferece numerosos exemplos de formação de matemáticos pelo esforço autodidático. Não se trata de simples amadores, mas de notabilidades da ciência.

Citaremos, no século XVII, Pierre Fermat, desembargador, que estudava apaixonadamente matemática nas horas de lazer. Pode ser considerado um dos fundadores da Geometria Algébrica e se notabilizou como pesquizador na árdua Teoria dos Números.

No século XIX e no começo deste, destacaremos dentre outros nomes de menor evidência: Artur Cayley, um dos maiores matemáticos ingleses, advogado, com banca no Forum de Londres; J. Sylvester grande algebrista, contemporâneo de Cayley e como ele advogado em Londres.

Esses dois juntamente com Leonardo Dickson, formado em química, matemático americano, podem ser considerados precursores da álgebra linear e multilinear modernas.

Neste grupo poderá ser colocado Clifford, professor de Mecânica Racional. No da Análise Funcional, ramo moderno da Análise, poderemos destacar dois nomes famosos: Vito Volterra, biologista, nomeado catedrático de Física Matemática em Roma, introdutor das funções de linhas na Análise; Stefan Banach, talvez um dos maiores matemáticos contemporâneos, criador da Análise Funcional Moderna, cujo ramo de maior importância é o denominado Álgebra de Banach, professor de Mecânica Racional no Instituto Politécnico de Lwòw, onde criou a famosa Escola de Lwòw. Este constitue um exemplo impressionante do poder do autodidatismo.

Citaremos ainda Thorold Gosset, advogado militante até morrer. Destacou-se neste século pelos seus trabalhos sobre politopos regulares e semi-regulares do espaço n- dimensional ordinário.

Entre nós, todos os matemáticos da primeira geração, da fase do domínio das escolas de engenharia, entre as quais coube a liderança por muitos anos à antiga Escola Politécnica da Universidade do Rio de Janeiro, foram autodidatas. Obteve-se sucesso nessa fase, como revela o aparecimento, então, de valores autênticos, de que se pode orgulhar a ciência brasileira.

A formação desses matemáticos, por força das condições específicas, faz-se no sentido de um desenvolvimento integral, como deve ser a formação de um verdadeiro matemático: teoria pura científica e tecnológica, ambas servidas pelo conhecimento conceitual e filosófico. São representantes típicos dessa geração Oto de Alencar e Amoroso Costa. Este pode ser considerado como humanista e filósofo no melhor estilo do analista francês.

Todos eles se preocuparam, como era natural, com problemas matemáticos da área das ciências naturais e da técnica.

Amoroso Costa, por exemplo, além dos trabalhos de matemática pura, como sobre as Geometrias Não Arquimedeanas, tema de suas preleções de Paris, diante de Elie Cartan, Lesbegue, Denjoy e outros luminares, e que deve ser considerado introdutor da matemática moderna entre nós, produziu a Teoria Geral dos Instrumentos, usando do grupo de rotações do R^3; o cálculo da corda da catenaria do fio INVAR em função de elementos geométricos e mecânicos, o qual foi utilizado na determinação da correção da medida das bases geodésicas e citado por Benoit e Guillaume; publicou trabalhos sobre Astronomia, como a sua tese sobre as Estrelas Duplas.

2.3 - APROVEITAMENTO DO AUTODIDATA

A lei que estabelece como norma única, de acesso ao posto de titular do ensino de matemática nos Institutos, a licenciatura seguida do escalonamento a partir da função inicial de auxiliar de ensino, se não nos enganamos, talvez seja justa do ângulo da organização profissional; não atende, porém, ao interesse do ensino e da ciência. Poderá fechar as portas ao magistério superior a autodidatas de elevada expressão, privando o magistério de suas luzes. Um Cayley, um Volterra, um Banach não poderiam ser professores nos nossos institutos regidos por esse dispositivo limitativo.Eles perderiam para valores discutíveis, frutos, por vezes, de uma formação de rotina. É de tal modo absurda a eliminação da competição pública mediante concurso de provas, de valores não providos do título de licenciatura, que foi aberto exceção para os considerados possuidores do notável saber. Essa concessão é, contudo, letra morta.

Impõe ao candidato à inscrição no concurso para provimento do cargo de titular a posição irrisória de ter que requerer o reconhecimento do seu notório saber, e a concessão dependerá da decisão de colegiado, geralmente, interessado em não concedê-la.

Parece-nos que a lei deveria ser alterada de modo a conciliar os interesses da ciência e do magistério de carreira.

3. MATEMÁTICA PURA E APLICADA

3.1 - IDENTIFICAÇÃO DOS DOIS CONCEITOS

A matemática pura é concebida como um conjunto de teorias abstratas e aplicada como um conjunto de teorias con cretas, no sentido em que se entenda o concreto como uma interpretação das estruturas ou cálculos, na acepção ampla deste termo, da matemática pura, que antecede a aplicada.

Na realidade os conceitos puro e aplicado distinguem-se em matemática pelo grau de abstração: o puro é mais abstrato do que o aplicado. Assim, a Geometria das Variedades Lineares é uma aplicação da teoria mais abstrata denominada Álgebra Linear, é uma interpretação das estruturas desta ciência.

Poderemos ascender nessa linha e penetrar pelas estruturas da Física Matemática e, mesmo, das ciências teóricas de decisão.

É portanto uma distinção de carácter convencional. Indo mais longe diremos com Lichnerowics: um objeto matemático é abstrato até o momento em que foi assimilado. Quer dizer, nessa acepção, aquilo que é abstrato hoje, poderá deixar de sê-lo amanhã. Depende, esse juizo, da maturidade matemática de cada um.

Assim sendo não é admissível distinção substancial entre as duas matemáticas, quando a unidade é a realidade. A distinção poderá ser tolerada por questão de ordem didática. Não se justifica, porém, na formação do matemático, que só é compreensível no sentido integral.

3.2 - INSTITUTO DE MATEMÁTICA E A TÉCNICA

Nenhum instituto de matemática poderá ignorar a identificação da teoria pura e da aplicada, na concepção aqui considerada, ao ser estruturado. A sua missão no mundo moderno, da supertécnica, estende-se ao campo da tecnologia, como órgão de consulta e assessoria.

Assim, o Instituto do Conselho Nacional de Pesquisa de Roma, de que foi um dos fundadores o grande analista italiano Mauro Picone, foi organizado como órgão importante na aplicação do Cálculo e constitue um exemplo sugestivo do que pode realizar um instituto de matemática no mundo atual.

Nele as pesquisas matemáticas são levadas às últimas conseqüências numéricas. São pesquisas, que duram, por vezes, anos, motivadas pelos mais variados campos científicos e técnicos tais como: teoria da elasticidade; resistência dos materiais; estática e dinâmica das estruturas aeronáuticas; hidráulica; pontes; estradas; eletrotécnica; rádio técnica; termometria; termologia; aerodinâmica; geofísica; ótica; economia; estatística; finanças; dinâmica econômica; balística; tabulação de funções; sociometria; cibernética; informatica; lógica.

3.3 - A POSIÇÃO DOS NOSSOS INSTITUTOS

Os nossos institutos de matemática, mesmo quando rotulados como de "matemática pura e aplicada", consideram a matemática como ciência em si e se inspiram na escola formalista,de que Bourbaki é hoje o representante máximo. Não desenvolvem planos de pesquisa e de ensino dentro da problemática das ciências físicas e da tecnologia, como se faz no mundo atual, de modo a constituir-se em órgãos de consultoria e de assessoria de alto nível. Vivem à margem da atividade cultural tecnológica e industrial do país, quando na realidade a missão que lhes cabe é complexa, de ordem científica e técnica, dada a ausência de condições justificadoras de uma ampla especialização nesses domínios entre nós. A eles competiria habilitar o seu pessoal técnico para o exercício de atividades no campo dos trabalhos teóricos, gráficos e numéricos; da análise operacional; das ciências de informação e de decisão, em nível de pós-graduação e de doutoramento.

A atual organização universitária, no que se refere a institutos, não se subordinou a essa concepção. Não compreendemos assim seja, visto competir a esses órgãos preparar nos cursos fundamentais, em matemática, técnicos, físicos e matemáticos. Convém aqui observar que, como sustenta Bertini, a matemática nos três primeiros anos do curso fundamental deve ser comum àquelas três categorias de alunos.

Os nossos melhores institutos de matemática são os que se aliaram à física, constituindo os institutos de "matemática e física". São os que mais se aproximam da realidade contemporânea, compensando de certo modo as deficiências que apontamos.

A matemática possue estrutura peculiar à linguagem, como mostra Carnap. Consta de sistemática, síntaxe e semântica.

A semântica é parte relevante, diz respeito à interpretação das estruturas montadas pelas duas primeiras. Os nossos institutos desprezam a semântica e se dedicam, de modo dominante ao desenvolvimento das duas outras componentes. Resulta daí que dificilmente formam professores autênticos, técnicos e pesquisadores capazes de situar seus planos dentro do quadro de interesse científico digno de apreço. São órgãos isolados, dispendiosos e de pouca produtividade, mesmo no domínio da construção abstrata pura.

Deve ficar claro que não estamos confundindo instituto de matemática com instituto de tecnologia. A posição é científica.

4. LÓGICA

4.1 - ESTRUTURAS FUNDAMENTAIS

A crítica dos fundamentos da matemática desenvolvida por grandes matemáticos no fim do século passado e começo deste deu origem a três correntes doutrinárias famosas: o logicismo, o formalismo e o intuicionismo. O logicismo é criação de Frege e foi desenvolvido por Russel e Whitehead, e Peano e sua escola. Sustenta a tese de que a matemática é um ramo da lógica. Para atingir esse objetivo procura construir todo um sistema de cálculo lógico capaz de explicar a matemática. Os teoremas da matemática seriam teoremas da lógica, dentro desse sistema. O formalismo foi criado por Hilbert e Bernays. Ao contrário do logicismo, o formalismo procura construir a matemática como um processo de cálculo, fazendo abstração da interpretação. O formalismo desenvolve um sistema onde prevalece a sintaxe da linguagem matemática, com exclusão da semântica. Essas duas correntes, apesar dos problemas sérios levantados e até agora sem solução, influenciaram poderosamente a organização curricular do ensino e da pesquisa no domínio da matemática contemporânea, dita moderna. Para a escola formalista a prova da consistência é o principal esforço do matemático. Esse objetivo parece ilusório, depois que Gödel (1931) demonstrou não ser possível construir uma prova da consistência de um cálculo C contendo a aritmética, dentro de uma meta-linguagem só possuindo como meio lógico a teoria de C. A partir daí começou a derrocada do logicismo e do formalismo.

A doutrina intuicionista foi estabelecida por Brower (1912) e H. Weil (1918),inspirada nas idéias de Kronecker e Poincaré.

A matemática é nela olhada como um mundo de atividades mentais, apoiadas na intuição pura. A introdução de um objeto matemático, uma sentença ou uma ~~interferência~~ inferência só será considerada quando conhecido um método para construí-las. O grau de aceitabilidade de um sistema matemático é de natureza subjetiva.

Essas correntes deram origem a problemas complexos sobre exequibilidade, não solucionados. Tiveram grande influência na didática da matemática moderna e na formação do matemático, apesar de suas insuficiências. Permitiram construir sob forma simples e elegante, carente contudo de precisão, a matemática como conjunto de setores exiomatizados, i.e. de axiomatizações locais.

O grande modelo nesse gênero é a formidável obra formal de Bourbaki, de que falaremos adiante.

Essas doutrinas estão superadas e foram reconsideradas sob um ângulo novo. Modernamente considera-se o mundo matemático como um mundo de Platão, onde o matemático opera por intuição, extraindo uma teoria intuitiva T que é devidamente formalizada, criando-se uma teoria formal S isomorfa de T (S → T).

Fatores de ordem psicológica interferem nos processos T e S → T. René Thom em artigo no "American Scientist", onde mostra a fraqueza e insuficiência dos processos lógicos e formais na fundamentação da matemática, esclarece a posição moderna.

Mostra que um raciocínio formal correto pode ser semanticamente falso e que não é viavel a fundamentação da Matemática na Lógica e na Teoria dos conjuntos. Eis como Thom coloca o problema.

Face à fundamentação da matemática há três posições a ser consideradas "(1) A posição formal. Em um sistema formal S, a proposição P é verdadeira se pode ser deduzida dos axiomas de S por um número finito de etapas inferenciais, permissíveis dentro do sistema S. (2) A posição realista de Platão.

As entidades matemáticas existem independentemente do pensamento.

A proposição P é verdadeira se exprime uma relação atual existindo entre idéias, i.e. quando é uma idéia de ordem superior, estruturando um grupo de idéias subordinadas a ela.

(3) A posição empírica ou sociológica. Uma prova P é aceita como rigorosa se obtiver o endosso das cabeças especialistas da época.

Dessas três posições os matemáticos ocuparam a primeira.

A posição moderna, com um novo conceito de precisão, é a platonica complementada pela terceira posição. Nessa posição o problema da não contradição perde a importância; "o mundo das idéias excede infinitamente nossas possibilidades técnicas". É na intuição que a "ultima ratio" da nossa fé na verdade de um teorema reside.

O poder reduzido da Lógica é reconhecido até por grandes lógicos.

Eis a opinião de Patrick Suppes, eminente lógico da Universidade de Stanford, com trabalhos de axiomatização da Relatividade.

"É minha própria convicção que os estudos lógicos levam inteiramente a resultados que são matematicamente triviais e filosoficamente desinteressantes. Qualquer pessôa que tenha feito uma tentativa séria de aplicar o sistema de lógica formal a um problema empírico ou filosófico, cedo compreende que a lógica é um instrumento tecnicamente fraco comparado com a análise matemática clássica e com a geometria".

(A citação foi-me comunicada pelo professor Eurylo Canabrava).

O realismo platônico que informa a matemática na sua nova concepção deu à lógica e ao formalismo as funções modestas de métodos curriculares, trazendo para posição de destaque os mecanismos psicológicos. A noção de que o raciocínio dedutivo deva ser uma sucessão ordenada de tautologias, retrata uma incapacidade de distinguir entre considerações psicológicas e lógicas. O velho dogma de que a conclusão esteja sempre contida nas premissas é psicologicamente falso.

Os quadros semânticos e psicológicos são fundamentais como referenciais para justificar a construção formal da nova matemática.

4.2 - O FORMALISMO DE BOURBAKI

A tentativa de formalização da matemática é louvável como sistemática. Não se justifica, contudo, cientificamente a atividade da abstração pela abstração. Jean Dieudonné diz: "les mathématiciens qui font l'abstration pour amour de l'abstration sont le plus souvent des mediocres".

E Dieudonné é figura destacada do grupo Bourbaki, responsável pelo maior esforço jamais feito para formalizar a Matemática.

O grupo Bourbaki, constituido na França pouco antes da segunda guerra mundial por jovens matemáticos oriundos da Normal Superior, organizou e desenvolveu um plano de formalização da Matemática, dividindo-a em estruturas fundamentais. Os seus estudos são publicados em fasciculos, que gozam de prestigio mundial.

A matéria desses fascículos é constantemente remanuseada e reformulada em publicações que rejuvenecem as anteriores e que focalizam matéria nova. Este dinamismo é uma das características do grupo.

Os elementos substanciais, concretos, são encontrados nos exercícios. O contexto é constituido de axiomatização e formalização pura.

A axiomatização tem a virtude de um bom método de sistematização, é, porém impotente como instrumento de pesquisa. Diz René Thom: "é característico que nunhum novo teorema de qualquer importância surgiu do imenso esforço de sistematização de Nicolau Bourbaki (a qual em si mesma não é uma verdadeira formalização porque Bourbaki usa uma metalinguagem não formalizada)".

Laurente Schwartz, figura eminente do grupo Bourbaki, reconhece que "o espírito bourbaquico" comporta um certo perigo, que se pode traduzir em: exagero escolástico, a hiperaxiomatização e a hipergeneralização; consequências do estilo elevadamente abstrato. Ele divide os espíritos científicos em duas categorias: os finos e os gerais.

Os espíritos finos lidam com problemas específicos,com teorias monovalentes, geralmente difíceis, que os obrigam a uma subordinação ao detalhe. Os espíritos gerais preocupam-se com problemas genéricos e com teorias polivalentes; evitam, por incapacidade congenita, as dificuldades comuns à problemática do domínio dos espíritos finos. Eles fragmentam os conceitos e fatos científicos em numerosos sub-conceitos e sub-fatos; aferram-se mais às demonstrações do que aos problemas.

Um matemático fino, diz Schwartz, poderá dedicar a vida inteira a um problema sem chegar a um resultado util, e um matemático geral produzirá teorias vazias sem qualquer aplicação.

Esses dois tipos são uteis e se completam. Bourbaki representa os espíritos gerais.

Fica assim o grupo Bourbaki, reduzido à sua verdadeira expressão.

4.3 - INFLUÊNCIA DA LÓGICA NA FORMAÇÃO DO MATEMÁTICO BRASILEIRO

O matemático brasileiro da atual geração é formado na escola lógico formal. É educado para desempenhar o papel que cabe aos espíritos gerais. Caracteriza-se pela inaptidaõ para os problemas de aplicação e da matemática fina, da classificação de Schwartz. Reflete plenamente as un~~i~~suficiências das escolas lógica e formal, que analisamos aqui.

Isso constata-se no processo de segregação científica em que vive e no que publica. Os nossos institutos sem congregações, onde se possa pela crítica, pela força do mérito dos seus melhores professores, impor reformas, mantem-se cristalizados em forma ultrapassada.

Por força de lei cabe aos institutos de matemática dirigir todo o ensino da matemática dos cursos fundamentais.

Essa missão dificilmente poderá ser cumprida por matemáticos da escola lógico-formal, a quem eles se acham entregues.

Como vimos o nosso matemático atual, não possue a formação integral do matemático moderno e isso se reflete sob forma negativa no ensino e na atividade cientifica e tecnológica.

5. A FORMAÇÃO MATEMÁTICA

5.1 - O EXEMPLO FRANCÊS

Na formação matemática a França é o modelo universal. O matemático francês é educado desenvolvendo o sentimento estético e a cultura humanística e filosófica. Beleza, precisão e generalização constituem as características do seu estilo. São famosos pela elegância e pela clareza os tratados de Análise da escola francesa, que continuam a florescer nos tempos modernos, como mostram os de elaboração recente da autoria de Jean Dieudonné, Gustavo Choquet, J. Favard e Laurent Schwertz.

Encontra-se nessas obras o contato estreito das estruturas da matemática com as ciências físicas e naturais, fontes da inspiração criadora. Isso se torna patente quando se examina a riqueza da problemática das aplicações neles contidas, o destaque reservado às questões de física matemática e de mecânica analítica.

O desenvolvimento da Análise segundo a linha mecânico física é hoje norma consagrada, como se pode constatar pelo exame de programas de curso e de livros curriculares.

Os "Nouveaux Elements d'Analyse de A. Buhl (4 volumes), publicados em 1937 - já bastante antigos, portanto, constituem uma introdução à Física Matemática. Diz o autor no prefácio: -" os progressos da Ciência mostram que as equações fundamentais da Física podem, assim como as da Geometria, revelar-se não precisamente como uma aplicação, mas como uma das próprias formas dos princípios matemáticos".

Essa é a visão moderna. Uma idéia clara do conteudo da formação do matemático francês atual é dado pelo exame do currículo do grupo de matemática da Universidade de Paris para 1970-1971, que me foi enviado pelo Professor M.F. Klotz. Ao lado de unidades curriculares elevadamente teóricas e especializadas, tais como: Análise Complexa nos Espaços Vetoriais Topológicos(Lolong); Teoria de Galois abstrata (Kesner); Dualidade nos Espaços Vetoriais Topológicos. Estrutura dos Cones Convexos e Aplicações (Choquet); são abundantes e mesmo dominantes os temas das linhas de mecânica teórica, física abstrata, lógica, ciências da decisão e informação. Tem-se no 2º e 3º ciclos, entre outros temas do curso:

Noções Gerais da Teoria do Potencial (Brelot); Alguns Exemplos de Elementos Extremais da Teoria do Potencial (Brelot) Análise Numérica dos Problemas de Otimização e os Problemas Unilaterais da Mecânica (Glowinski e Pellieux); Controle Otimal dos Sistemas Governados por Equações de Derivadas Parciais (Lions e Kernevez); Teoria da Decisão e Estatística dos Processos (Meller Mourier); Cadeias de Markov e Teoremas Ergódicos (Revuz); Probabilidade sobre os Espaços Vetoriais Topológicos e Aplicações "(Totrat); Relatividade Geral. Cosmologia. Mecânica Quântica (Mme Tonnelat-Houard-Moret-Bally).

Vê-se assim, que em um grande instituto a matemática é ensinada na sua plenitude.

Na França, na Universidade de Paris, o ensino superior da matemática é feito do seguinte modo.

I - Dois ramos para a matemática formam o 1º ciclo,

M.P. : matemática e física.

(2 anos)

P.C. : física e química.

P.C. visa principalmente aos alunos destinados à física ou à química; não obstante, é comum sairem dai alunos para o mestrado de matemática.

Ao fim dos dois anos desse 1º ciclo o estudante obtém o D.U.E.S. (Diploma Universitário de Estudos Científicos).

Este diploma abre-lhe a porta para o 2º ciclo, que dura dois anos. Em seguida, se desejar prosseguir seus estudos, fará o D.E.A. (Diploma de Estudos Aprofundados), que dura dois anos e lhe fornece dois diplomas A.E.A. (Atestado de Estudos Aprofundados), e deverá redigir uma memória sob a orientação de um professor.

Aí está como se forma um matemático na França atual, que, como dissemos, é o modelo da cultura mundial.

A temática do 3º ciclo é altamente especializada e abrange todo o campo da matemática concebida no sentidointegral, que vimos de focalizar.

5.2 - NOSSA FORMAÇÃO

Como vimos, o matemático é formado entre nós pelo instituto especializado dentro da linha lógico-formal.

Há o predominio exclusivo da sistemática e da sintaxe com prejuizo da semântica. Funda-se, portanto, em um sistema curricular extremamente simples e restrito, de reduzido campo de aplicação.

Isso se reflete na limitação do mercado possível de trabalho de um matemático no Brasil.

Fora do ensino teórico não há lugar para ele. A técnica, os gabinetes de ciências naturais, as instituições econômicas, ou institutos de filosofia e a própria arte, não contam com a sua assistência e têm de promover cursos de formação matemática para uso próprio.

A comparação dos programas e currículos dos nossos institutos com o francês mostra a impressionante distância que os separa.

Basta, que se assinale o fato "suigeneris", já mencionado da exclusão da Física Matemática e, o que é mais espantoso, da Mecânica Racional para se ter uma idéia da nossa deficiência.

6. A FÍSICA E A MECÂNICA

6.1 - A FÍSICA: CONSIDERAÇÕES TEORICAS

A Física Matemática constitue, como vimos, um dos ramos mais importantes da matemática contemporânea. Ela e a Mecânica Racional ocupam lugar igual ao da nova Geometria.

Assim como não se deve confundir geometria com geometria física, também, devemos distinguir física matemática de física teórica, ciência esta de estrutura matemática, porém, vinculada à experiência e à observação do mundo objetivo. É uma ciência aplicada, no sentido clássico do termo. Desempenha papel relevante na formação básica do matemático, como mostra o sistema curricular francês.

Examinaremos as relações entre matemática e física,tomando por referênciaa magnifica palestra do professor Laurent Schwartz, pronunciada na Primeira Conferência Internacional de Educação Matemática de Bogotá. Seguí-la-emos "pari passu".

As considerações que iremos fazer poderiam ser transferidos aos novos domínios cientificos em que a matemática se vem impondo como estruturadora, tais como os domínios da economia,da biologia, da biofísica, da psicofísica, das ciências do comportamento, de decisão e da linguística.

Veremos que apezar da forte formação do matemático moderno em física e do físico em matemática, há um sério desencontro cultural, que só poderá ser resolvido por uma ainda maior aproximação das duas culturas: a matemática e a física.

Schwartz começa com duas considerações.

1 - A Física exigia no passado recente subsídios relativamente modestos de matemática para o seu estruturamento.

No presente, passou a identificar-se com as estruturas mais avançadas da Matemática.

2 - Os físicos atuais não conhecem bastante matemática para poderem utilizá-la com proveito no avanço de Física.

Por outro lado, os matemáticos, embora dominando com segurança algumas teorias matemáticas imprescendíveis à Física moderna, como a Teoria dos Espaços de Hilbert, são incapazes de usá-las fora do campo de suas atividades profissionais habituais, em virtude da insuficiência de conhecimentos de física.

Essa situação de impasse tende a gravar-se e exige uma reforma do ensino de modo a preparar uma geração de matemáticos que esteja à altura das novas circunstâncias.

A instrução do físico e do matemático é precária face ao desenvolvimento extraordinário dessas ciências, principalmente da Matemática, que, como diz Lichnerowicz, não sofreu evolução, mas cresceu por explosão. Essa hipertrofia deu origem a uma tendência para a especialização, limitada e exclusivista, do matemático, a qual é tão perniciosa, ou mesmo pior, que a insuficiência de preparo, para o progresso da ciência.

Como observa Schwartz, no passado um físico dominava a matemática necessária as suas teorias, a qual não ia muito além das equações diferenciais de derivadas parciais clássicas, podendo chegar a uma redução a equações integrais. A Teoria dos Campos era desenvolvida, como, aliás, ainda se faz hoje por meio dos operadores diferenciais e das integrais de domínio em forma elementar - Atualmente a Física tem necessidade de toda a Análise, a Álgebra Moderna, a Teoria dos Grupos e da Representação dos Grupos, da Homotopia, da Cohomologia, da Teoria das Funções de Várias Variáveis Complexas, etc.

Um matemático atual, comenta ainda Shwartz, formado nos institutos superiores de ensino, não adquire formação moderna adequada, mas sai com capacidade para conseguir uma autoadaptação a novos conhecimentos, quer dizer sai dos cursos em condições de complementação pelo esforço autodidático.

Já com o físico, o recurso ao autodidatismo não funciona. É obrigado a recorrer a complementações extremamente árduas para ele, de natureza física e matemática, sendo este o elemento teórico subjacente.

A matemática usada pelos físicos é caracterizada pela falta de precisão e de generalização. Não fazem uso da polivalência da matemática moderna. Essa carência de precisão e de generalização, presente nos trabalhos dos físicos, no que tange a matemática, é a causa primeira do desinteresse do matemático pela Física.

Equações da importância da Equação de Poisson para o

Newtoniano, a aplicação exata dos operadores diferenciais na teo ria dos campos, a Fórmula de Stokes, as Equações de Maxwell e formalismo do electromagnetismo que delas deriva, e tantas outras entidades físicas, semi-físicas e matemáticas, presentes nas teorias da física moderna, perdem o sentido profundo, pela deficiência com que são tratadas. A Teoria das Distribuições, de que Shwartz é o grande codificador, permite chegar como ele mostra, à equação de Poisson partindo do Laplaciano de 1/r, considerado no Espaço das Distribuições.

Ainda as Distribuições permitem um tratamento correto das Equações de Maxwell e de suas consequências no campo electro magnético.

A Fórmula de Stokes vincula-se à Teoria das Formas Di ferenciais Exteriores. O domínio desta Teoria pelos físicos é praticamente inexistente. Não obstante ela é muito mais util que a Teoria dos Campos, usada pelos físicos e ignorada dos matemáti cos.

Há um domínio em que a deficiência do matemático alia-se a do físico. É o da álgebra moderna, de modo particular, das algebras linear e multilinear (Schwartz).

Os seus manejos sob forma exata, de acordo com a nova técnica, ainda não é feito pela maioria dos matemáticos da nova geração. Essas disciplinas, nas suas recentes formulações, dominam a ciência.

Vivemos a era da algebrização. A tal ponto que Gustavo Choquet proclama: "Álgebra e estruturas fundamentais do jardim de infância à universidade"!

Os trabalhos de física moderna não fazem uso, lamenta velmente, das álgebras linear e multilinear como deveriam fazêlo, tornando, com isso, penosa a leitura dos mesmos pelos matemá ticos e obscuro o pensamento dos físicos (Schwartz).

Um físico raramente destingue um espaço vetorial do seu dual, usando-os indistintamente. Como consequência desaparece a possibilidade de uma perfeita distinção entre os fenômenos, de covariância e contravariancia; de compreensão do papel decisi vo das Formas Lineáres e Multilineáres na construção da Física. A noção de Tensor e o Cálculo Tensorial, desvinculados da Teoria das Formas Multilineares, são apresentadas nos cursos de física teórica sob a forma de um cálculo indicial obscuro.

Define-se na realidade um campo tensorial sem dizer o que é um tensor.

Tal imprecisão não se encontra na obra dos que além de matemáticos são físicos. Assim no The Meeaning of Relativity de Einstein o tensor de 2a. ordem é associado a uma quadrica (elemento invariante) isto é, uma forma quadrática invariante como exige a matemática atual.

Dentre os numerosos exemplos da imprecisão e confusão dos físicos no campo da matemática, Schwartz cita a importância integral de Fourier, que dificilmente um físico escreve corretamente. Usam-na sem perceber a presença na sua expressão do espaço vetorial e do seu dual, assim como a medida de Lesbegue na diferencial.

Vejamos agora a posição do matemático da geração jovem nessa situação, segundo Shwartz.

O matemático atual geralmente é fraco em física e coco consequência não contribue diretamente para o seu avanço.

Embora o matemático domine, por vezes, a Teoria dos Espaços de Hilbert, como dissemos, dos espaços de Banach, a Álgebra de Hermite, desconhece a Mecânica Quântica, deixando de complementar as deficiências dos físicos embaraçados com sutilezas matemáticas dessas disciplinas.

Isso acontece porque o matemático novo não é formado em regime curricular moderno.

Na sua atividade profissional, ensino e pesquisa abstrata, corre o risco de ser desviado para a especialização prematura, provocada pelo crescimento excessivo da ciência. Ramos da matemática ainda sem uso na Física absorvem a maior parte da sua atividade de pesquisadores.

A Física ensinada sem precisão e clareza afastá-o dessa ciência.

6.2 - A MECÂNICA

Sobre o papel que cabe à Mecânica Física na formação do matemático nada temos a acrescentar além do que foi dito relativamente à Física Teórica.

A Mecânica Geral, ou Mecânica Racional é, como dissemos, um dos ramos mais importantes da Matemática contemporânea. É a cúpula. É a fronteira separatriz do mundo matemático denominado puro e do campo das estruturas das ciências de observação e tecnologicas.

Hoje o seu destaque é superior ao da Geometria.

A Mecânica constitue um sistema matemático sujeito a um tratamento lógico e axiomático no melhor estilo da escola formalizadora.

Da nossa correspondência com a Universidade de Paris e com a Faculdade de Ciências de Lille (Prof. Gerard Gontier).

Extraimos as seguintes referências sobre o papel da Mecânica na cultura matemática.

UNIVERSITÉ - PARIS

1 - Rôle de la Mécanique Théorique dasn la culture Mathématique

Il n'est pas question ici de se livrer à une étude historique, mais il est bon néanmoins de rappeler quelques faits.

Si Cauchy a été l'um des plus grands fondateur de l'analyse mathématique, c'est lui également qui a introduit les notions de tenseur des contraintes et de tenseur des déformations qui sont à la base de la Mécanique des Milieux Continus.

Tout au long du 19ème siècle la plupart des grands mathématiciens ont consacré une part notable de leurs travaux à des problèmes de mécanique; ils y ont trouvé souvent la source de leurs idées et leurs inventions mathématiques; Lagrange avec le mécanique anlytique, Laplace avec la mécanique céleste Rièmann avéc la théorie du mouvement d'un gaz... Ceci reste valable aujourd'hui; sans insister sur le cas de Poincaré ou de Hadamard, notons plus proches de nous et simplement à titre d'exemple les noms de Leray avec ses travaux sur les équations de Navier-Stokes ou d' Arnold (U.R.S.S.) spécialiste des problèmes de stabilité.

Pour s'en tenir à des acquisitions rêcentes, il est clair que les équations aux dérivées partilles du type mixte, la théorie des perturbations singulières, les théorics non linéaires de la stabilité, la théorie des ondes avec dissipation ou dispersion... ont posé des problèmes de mathématiques tout à fait nouveaux qui se sont revélés au cours de problèmes de mêcanique et dont la formulation - et les premières solutions - sont dues à des Mathématiciens spécialiste de Mécanique Théorique.

Considera-se aqui a Mecânica como um campo de atividade habitual do matemático e não como um ramo especifico da matemática.

O mestrado de matemática da Faculdade de Ciências de Lille, opção Mecânica, é aberto a matemáticos de forte formação e visa a preparar para carreiras científicas da pesquisa fundamental ou aplicada, para as da indústria de fabricação e para as do Ensino do 2º grau e do Ensino Superior. Para as indústrias privadas, poder-se-á encontrar mercado de trabalho nos ramos da aeronáutica e do automóvel. Outros mercados podem ser oferecidos pelos organismos públicos tais como, por exemplo, o Comissariado para Energia Atômica, Centro Nacional da Pesquisa Aeroespacial, Sociedade Nacional das Estradas de Ferro Francesas, a Eletricidade e o Gaz de França, o Instituto Francês do Petróleo.

Tem-se assim, um vasto mercado de trabalho para um matemático, além da simples atividade do magistério.

O curso moderno de Análise, de Geometria Diferencial e de Cálculo das Variações desenvolvem-se segundo a linha mecânica.

Assim no curso de Cálculo de dois ilustres mestres americanos: L. H. Loomis and S. Sternberg - Advanced Calculus, encontramos: Cap. 12: Teoria do potencial no E^n. Cap. 13: Classical Mechanic.

O magnifico curso de Cálculo das Variações de H. Rund é uma exposição ampla da teoria mecânica de Hamilton-Jacobi com desenvolvimentos sobre a Relatividade e a Mecânica Quântica.

Diz Lichnerowicz, prefaciando o Dictionaire Raisonné de mathématiques de André Warusfel:

- "La mecanique est donc l'um des ereusots d'ou partent des resultats de tecnhique pure (resistencie des materiaux), d'analise classique (equations aux derivées partielles), de géometrie (Geodèsiques d'espaces de Riemann), d'algebre linéaire (tenscurs relativistes), de physique théorique (quantifications des champs), de physique experimentale (mécanique des fluides),de thermodynamique etc... Il est logique de penser qu'on mécanique les prochaines années apporterent des changements importants."

A nova Geometria Diferencial, fundada por Elie Cartan, H. Weil e Lichnerowics é desenvolvida inspirada na Mecânica. O objetivo clássico dessa disciplina, estudo de curvas e superfícies do espaço afim euclidiano tridimensional, foi superado. A sua formulação é feita em termos de variedades diferenciais e fibradas, de cálculo exterior e categorial, que são o domínio da mecânica moderna. Diz J. Dieudonné (Elements d'Analyse-Vol. III Ch. XVI); "O domínio tradicional da Geometria Diferencial, limitado às curvas e superfícies do espaço tri-dimensional, revelou-se rapidamente insuficiente, notadamente sob a influência da Mecânica".

A Mecânica domina ainda um importante setor da Análise sob o título de Teoria do Potencial, identificada no passado à Teoria da Equação de Laplace e atualmente vinculada à Teoria das Probabilidades, esta, também, ramo da Análise.

(P. Meyer - Probability and Potentials).

A construção da nova Teoria do Potencial é feita com recursos a estruras avançadas da matemática moderna. Há três grandes linhas; a fundada na Teoria da Medida (H. Cartan); na Teoria da Capacidade (G. Choquet), estrutura esta de origem física e na Teoria das Distribuições (Schwartz), Teoria esta desenvolvida por J. Deny na sua tese: "Les Potenciels de energie finie".

O universo físico é um espaço dotado de grupo ou pseudo grupo transitivo, onde um determinado operador, bem definido, é responsável pela existência da matéria e um determinado campo responsável pela sua evolução. Ainda aqui temos a presença da Mecânica.

A estrutura algébrica módulo sobre anel não comutativo fornece representação de grupo de Lorentz na Mecânica Relativista.

Toda a Dinâmica pode ser estruturada como uma Geometria do Espaço de Finsler, onde o tempo t é introduzido como um grau de liberdade e onde é usada uma langrangiana homogenea. A técnica a ser empregada é a dos espaços fibrados, onde as fibras são trajetorias dos grupos de movimento e os campos vetoriais ou tensoriais são obtidos como seções de um espaço fibrado.

Vê-se assim, a profunda importância da Mecânica como ramo destacado da matemática.

Teríamos ainda a considerar o desenvolvimento moderno da Mecânica não linear, a qual tem dado apreciáveis contribuições à tecnologia.

Acreditamos, porém que as considerações aqui feitas são suficientes para definir a importância da Mecânica e da Física Matemática como ramos da matemática atual, e o absurdo da exclusão dessas materias de currículo de formação de um matemático.

6.3 - O CASO BRASILEIRO

Nas nossas instituições, como acentuamos, a formação do matemático é feita nos sentidos Lógico e formal. Não é integral.

A supressão da Física Matemática e da Mecânica é feita ostensivamente, como é o caso dos institutos da UFRJ e da UFF, aos quais temos a honra de pertencer; ou sob forma tacita, deixando-se de dar o devido destaque a esses ramos da matemática contemporânea. Um matemático cuja formação não se situar dentro do quandro completo do conhecimento matemático atual, de modo a ter dele, ao menos, uma visão panorâmica, será fatalmente um elemento negativo, prejudicial à ciência e ao ensino.

O mercado de trabalho do atual matemático brasileiro é reduzidíssimo e as suas possibilidades no que tange à pesquisa são limitadas.

Parece-nos que essa situação é fruto de uma má aplicação da lei Costa e Silva, reforma do ensino, que deformou a magnífica idéia da criação dos institutos, mudando-os em instituições esotéricas de interesse, apenas, do pequeno grupo dos seus filiados.

Eles se isolaram da cultura nacional. Contribuiu para a manutenção desse "status quo" a ausência das congregações plenas onde se reajustavam pela força do debate os desvios das normas justas.

Somos titular e adjunto na UFF e na UFRJ, respectivamente, e desde que foi promulgada a lei Costa e Silva deixamos de ser convocados para uma reunião de congregação.

A marginalização da maioria dos titulares e demais docentes deve ser corrigida para que se possa prestar depoimentos e discutí-los como se vem fazendo no Forum de Ciência e Cultura.

7. PESQUISA E CONSIDERAÇÕES FINAIS

7.1 - MODALIDADES DA PESQUISA.

A pesquisa matemática é atividade típica individual.

Há na realidade possibilidade muito pequena de que se possa apresentar um tema bem definido e programado de pesquisa em matemática. Assim sendo não se justifica se faça imposição da apresentação inicial de um tal tema planejado, para que se libere e se apoie um mestre categorizado na sua solicitação de liberdade de pesquisar sem prejuizo total de suas atividades didáticas. A concessão dessa liberdade equivale ao reconhecimento de que realmente significa o conceito de pesquisa nesse dominio: uma atividade autônoma e complementar do ensino. Só assim um mestre poderá construir algo de útil à ciência e fazer discípulos.

Quando a pesquisa nos institutos não se enquadra nessa realidade, deriva para a pseudopesquisa, que passa a dominar.

A competição mercantil entra em cena e procura autojustificar-se através de publicações de "memórias" não resistindo à análise, mas que consagram os seus autores por força de regulamentos adrede preparados.

Pesquisa com planejamento completo, com cronograma, com período improrrogável de entrega de componentes bem definidas,com despesas fixas e com "Comissão Fiscal de Controle", não tem cabimento e só pode prestigiar e alimentar a falsa pesquisa.

Há um desperdício extraordinário com publicação pseudopesquisas e pesquisas de segunda categoria em várias universidades. Eis o que nos diz Harley Flanders em artigo publicado no American Mathematical Monthly (78 (1971) 291-296), traduzido pelo Prof. G. de La Penha.

"Discordo desse segundo argumento; (defesa da pesquisa em pequena escala, não aceitável para publicação em periódicos)cheguei a conclusão, baseada no exame pessoal de centenas de manuscritos em pesquisa de segunda categoria, que muito desse trabalho está tão afastado do que a matemática realmente é, que os autores iludem a si mesmos e, indiretamente prejudicam suas aulas.

Muita pesquisa de segunda categoria consiste ou de sistemas de axiomas para estruturas extravagantes ou generalizações triviais de teoremas conhecidos e suas demonstrações.

Inicialmente, o professor V. Klee iniciou a seção "Problemas no Monthly para prover uma fonte de problemas em aberto que façam sentido (devo dizer relevantes?)

Imagino que poucos matemáticos de faculdade resolverão um desses problemas, sei porém que matematicamente é bem mais saudável trabalhar em um problema concreto que uma generalização abstrata de uma generalização............"

Os grandes mestres assinam trabalhos notáveis como simples exposições. Veja-se, por exemplo, o artigo de George Reed: Sur La Theorie Générale dos Systemes Dynamiques nos ANNALES de L'INSTITUTE FOURIER. Isso nas mãos de falsos pesquisadores seria obscurecido na forma e no conteúdo e apresentado como pesquisa.

7.2 - A PESQUISA NO BRASIL

Sofremos dos males apontados no plano mundial do presente pelo professor H. Flanderes.

Apresentamos muita exposição como se fora pesquisa.

Pensamos que a estrutura dos nossos institutos, organizada para favorecer a formação do matemático do tipo lógico formal, adverso à aplicação, como já comentamos, é prejudicial à pesquisa e deve ser alterada.

Pensamos ser preferível aplicar os recursos consumidos em trabalhos estéreis de pesquisa, no provimento de meios eficientes aos professores, mediante a aprovação das congregações, que, diga-se de passagem, urge restabelecer em forma nova, campatível com a realidade contemporânea, para que:

1) organizem e executem seus planos livres de pesquisa;

2) publiquem seus cursos.

A organização atual dos institutos, entregues a uma minoria executiva, a qual decide à revelia da maioria sobre assuntos que só podem ser resolvidos no regime de debate em colegiados plenos e não em pequenos órgãos de direção, não permitiria qualquer mudança nesse sentido.

Um professor titular atual é máquina de ministrar aulas; não dispõe de biblioteca a altura nem de gabinete de trabalho.

Durante toda nossa vida de magistério, que é bem longa, em duas Universidades Federais, adjunto em uma e titular em outra, só tivemos o direito ao uso de gabinete próprio durante curtos períodos de alguns meses na UFRJ, quando chefiavam o IM os ilustres colegas professores Carvalho Dias, O. Nogueira e Chafi Haddad.

Cremos ser de alta relevância desenvolver estudos de reformulação matemática dos textos dos cursos técnicos, reescrevendo em linguagens da matemática atual e usando das teorias da Álgebra e da Análise lineares modernas.

Esse trabalho caberia aos institutos de matemática e física promover.

8. RESUMO

No passado o matemático foi autodidata e bem sucedido. A atual licenciatura em matemática é feita sob forma parcial. Inspira-se na formação dos tipos lógicc e formal. Contraria a norma mundial, que é da formação integral, inspirada na Física e na Técnica. O ~~conjunto~~ confronto dos nossos programas curriculares com os programas franceses, que são modelos mundiais, confirma a isso.

Como conseqüência prejudica-se o ensino matemático e a pesquisa, entre nós, assim como se reduz extraordinariamente o mercado de trabalho do licenciado em matemática.

Os institutos não estão estruturados para atender a necessidade de uma adaptação a forma nova.

Possuem poder que os tornam imunes a qualquer crítica, o que lhes garante um hermetismo conservador.

Não há congregação e, portanto, não há a tribuna do debate construtivo.

Não há condição para o exercício da pesquisa proveitosa.

A supressão da Física Matemática e da Mecânica o que é absolutamente inexplicável só se verificou por falta de debate amplo.

Reforma do ensino, relativa a criação de institutos é boa, mas foi mal aplicada. É urgente promover a reforma das normas instituidas pela lei do ensino de modo a dar ao instituto de matemática a missão que lhe deve realmente caber.

BIBLIOGRAFIA

1 - BOUBAKI, N. Élements d'histoire des mathematiques. Paris, Hermann, 1960.

2 - BUHL, M. A. Nouveaux éléments d'analyse. Paris, Gauthier - Villars, 1937. 4.

3 - CARNAP, R. Foundations of logio and mathematica. Chicago, Univ. of Chicago Press, 1939. (International Encyclopedia of Unified Science, 3)

4 - COSTA, Amoroso. As idéias fundamentais da matemática. Rio de Janeiro, Pimenta de Mello, 1929. Pref., p. IX-X (Bibl. Científica Brasileira, dir. Pontes de Miranda)

5 - DIEUDONNÉ, J. Calcul infinitésimal. Paris, Hermann, 1968. - (Col. Methodes)

6 - FLANDERS, H. Um equipamento de sobrevivência para o matemático de Faculdade. American Mathematical Monthly, 78: 291-96 1971

7 - HENKIN, L.; SCIPPES, P.; TORSKI, A. The axiomatic method. Amsterdam, North Holland Pub. Co., 1959.

8 - KLEENE, S.C. Mathematical logic. New York, J. Willey, 1965.

9 - REEB, G. Sur la theorie générale des systèmes dynamiques. Annales de l'Institut Fourier, Chartres, 6:90-115, 1955/56.

10 - THOM, R. "Modern" mathematics; an educationnal and philosophic error? American Scientist, 59:695-99, 1971.