

#### SISTEMAS INTELIGENTES DE COLHEITA DE ENERGIA VIBRACIONAL INDUZIDA POR ESCOAMENTO INTERNO

Pedro Caetano Cardoso

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Marcelo Amorim Savi

Rio de Janeiro Março de 2020

#### SISTEMAS INTELIGENTES DE COLHEITA DE ENERGIA VIBRACIONAL INDUZIDA POR ESCOAMENTO INTERNO

Pedro Caetano Cardoso

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA MECÂNICA.

Orientador: Marcelo Amorim Savi

Aprovada por: Prof. Marcelo Amorim Savi Prof. Gustavo Rabello dos Anjos Prof. Roberta de Queiroz Lima

> RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL MARÇO DE 2020

Caetano, Pedro Cardoso

Sistemas Inteligentes de Colheita de Energia Vibracional Induzida por Escoamento Interno/ Pedro Caetano Cardoso. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2020.

XVII, 101p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Marcelo Amorim Savi

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Mecânica, 2020.

Referências Bibliográficas: p. 95-101.

 Colheita de Energia. 2. Materiais Inteligentes. 3.
 Análise Dinâmica. 4. Escoamento Interno. I. Savi, Marcelo Amorim. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Mecânica. III. Título.

#### AGRADECIMENTOS

Aos meu pais, pelo suporte e apoio em todos os momentos da minha vida.

A minha noiva Bianca Xavier, por sempre ter acreditado em mim e me motivado quando eu mais precisei. Ao nosso filho Vinícius, por ter me feito uma pessoa melhor com seu carinho e amor puro.

Aos meus amigos do Mecanon, pela amizade, conselhos e troca de conhecimentos que foram fundamentais para conclusão dessa dissertação.

Ao meu orientador Marcelo Savi, pelos ensinamentos, paciência e críticas construtivas na realização desse trabalho.

iv

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

#### SISTEMAS INTELIGENTES DE COLHEITA DE ENERGIA VIBRACIONAL INDUZIDA POR ESCOAMENTO INTERNO

Pedro Caetano Cardoso

Março/2020

Orientador: Marcelo Amorim Savi

Programa: Engenharia Mecânica

Materiais inteligentes vem sendo explorados nos últimos anos como solução em diversas aplicações que demandam dispositivos eficientes de pequeno porte. Baseado nesses materiais, o uso de energia vibracional para geração de energia através de dispositivos de colheita de energia é estudado neste trabalho. Considera-se a situação em que a energia vibracional provê da vibração lateral de dutos induzida por escoamento interno. Um dispositivo baseado em materiais inteligentes, piezoelétrico ou magnetostritivo, é excitado por essa fonte de vibração mecânica e o objetivo é a geração de energia através de um circuito elétrico acoplado, bem como a comparação entre os materiais inteligentes. Além dessa comparação, é feito um estudo de redução de escala comparando a densidade de energia gerada com a miniaturização do sistema de colheita de energia. Discutem-se aprimoramentos ao dispositivo com o objetivo de obter um funcionamento em uma faixa de frequência mais ampla. Nesse sentido, introduz-se uma interação magnética com imãs gerando um comportamento não-linear da força magnética. Os resultados mostram que o material magnetostritivo Galfenol tem um melhor desempenho quando comparado aos materiais piezoelétricos. Com relação a configuração com a presença de imãs, observa-se uma dinâmica rica, apresentando respostas periódicas e não periódicas. Através de comparação com o sistema linear, há um aumento da potência gerada e um aumento da faixa de frequência.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

#### SMART SYSTEM OF VIBRATIONAL ENERGY HARVESTING INDUCED BY INTERNAL FLOW

Pedro Caetano Cardoso March/2020

Advisor: Marcelo Amorim Savi

Department: Mechanical Engineering

Smart materials have been explored in recent years as a solution in many applications that require efficient and small devices. Based on these materials, the use of vibrational energy for power generation through energy harvesting devices is studied in this paper. The vibrational energy comes from the lateral vibration of ducts with internal flow. A device based on smart material, piezoelectric or magnetostrictive, is excited by this mechanical vibration source, where the objective is the generation of output power through a coupled electrical circuit, as well as the comparison between smart materials. In addition to this comparison, a scale reduction study is carried out comparing the energy density generated with the miniaturization of the energy harvesting system. Improvements to the device are discussed with the aim of operating over a wider frequency range. In this sense, a magnetic interaction with magnets is introduced, generating a nonlinear behavior of the magnetic force. The results show that the magnetostrictive material Galfenol has a better performance when compared to piezoelectric material. Regarding the configuration with the presence of magnets, a rich dynamic is observed, with periodic and non-periodic responses. By comparison with the linear system, there is an increase in the power generated and an increase in the frequency range.

# SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 1
1.1 Objetivo e Organização do Trabalho 6
2 REVISÃO DE LITERATURA 8
2.1 Piezoeletricidade
2.2 Colheita de Energia a partir de Material Piezoelétrico
2.3 Magnetostrição10
2.4 Colheita de Energia a partir de Material Magnetostritivo 12
2.5 Influência das Não-Linearidades15
3 FUNDAMENTOS DOS MATERIAIS INTELIGENTES 19
3.1 Materiais Magnetostritivos
3.1.1 Equações Constitutivas
3.2 Materiais Piezoelétricos
3.2.1 Equações Constitutivas
4 VIBRAÇÃO LATERAL DE TUBULAÇÃO INDUZIDA POR
ESCOAMENTO INTERNO
4.1 Simulações Numéricas
4.2 Modelo Fenomenológico 43
5 DISPOSITIVO DE COLHEITA DE ENERGIA LINEAR 46
5.1 Modelo de Colheita de Energia
5.1.1 Material Magnetostritivo

5.	1.2 Material Piezoelétrico	55
5.	1.3 Método dos Parâmetros Distribuídos	57
5.2	Potência Gerada	62
5.3	Simulações Numéricas	63
5.4	Redução de Escala de Dispositivo	69
5.4	4.1 Material Piezoelétrico	72
5.4	4.2 Material Magnetostritivo	73
6 DIS	SPOSITIVO DE COLHEITA DE ENERGIA NÃO-LINEAR	76
6.1	Interação Magnética	76
6.2	Modelo de Colheita de Energia	80
6.3	Comparação entre Dispositivo Linear e Não-Linear	
7 CO	NCLUSÕES	
7.1	Sugestões para Trabalhos Futuros	
REFER	RÊNCIAS	95

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Aumento do interesse de pesquisa na colheita de energia indicada pelo
número de artigos no Science Direct e Engineering Village1
Figura 2: Fluxograma das fontes usadas em colheita de energia 2
Figura 3: Esquema geral de um dispositivo de colheita de energia
Figura 4: Esquema de tênis com palmilha piezoelétrica [5]
Figura 5: Representação do deslocamento lateral do duto com escoamento de
fluido interno [11]
Figura 6: Esquema de modelos básicos para dispositivos de colheita de energia
com material magnetostritivo [36] 13
Figura 7: Desenho esquemático da patente desenvolvida por [41] para
dispositivo de colheita de energia magnetostritiva de ondas marítimas 14
Figura 8: Aparato experimental da dinâmica de viga ferroelástica (adaptada de
MOON <i>e</i> HOLMES [47])
Figura 9: Representação esquemática de um sistema de colheita de energia
biestável em formato de E ( <i>LU</i> et al [57])18
Figura 10: Diagrama ilustrando a magnetostrição em materiais ferromagnéticos.
a) estado paramagnético em temperaturas maiores que $T_c$ . b) resfriamento abaixo de $T_c$ .
c) saturação da magnetostrição através de aplicação de campo magnético H [62] 20
Figura 11: Curva de deformação pelo campo magnético
Figura 12: Esquema de evolução da deformação com o aumento do campo
magnético
Figura 13: Eixos de referência baseado em notação indicial [31,32] 24
Figura 14: Efeito piezoelétrico em um cristal de quartzo

Figura 15: Processo de polarização de um material piezoelétrico 28
Figura 16: Esquema de tubulação com escoamento interno gerando
deslocamento lateral
Figura 17: Função de forma dos cinco primeiros modos de vibração 36
Figura 18: Variação temporal do deslocamento considerando velocidade de
escoamento adimensional de 6 (esquerda) e 6.5 (direita)
Figura 19: Variação temporal do deslocamento considerando velocidade de
escoamento adimensional de 9.2 (esquerda) e 9.5 (direita)
Figura 20: Espaço de fase para velocidade de escoamento de 6 (esquerda) e 9.2
(direita)
Figura 21: Variação temporal do deslocamento considerando velocidade de
escoamento adimensional de 6.3 (esquerda) e espaço de fase para a mesma velocidade
(direita)
Figura 22: Variação temporal do deslocamento considerando velocidade de
escoamento de 5m/s (esquerda) e 30 m/s (direita) 40
Figura 23: Variação temporal do deslocamento considerando uma resposta
estável a uma velocidade de escoamento de 44 m/s (esquerda) e uma resposta instável
45 m/s (direita)
Figura 24: Espaço de fase considerando velocidade de escoamento de 5m/s
(esquerda) e 30 m/s (direita)
Figura 25: Transformada de Fourier em relação ao deslocamento para uma
velocidade de escoamento de 30 m/s
Figura 26: Frequência natural dos cinco primeiros modos com a variação da
velocidade de escoamento

Figura 44: Esquemático dos parâmetros geométricos da interação magnética
entre um imã fixo e um imã na viga em balanço76
Figura 45: Energia potencial total de uma estrutura, como sendo composição de
parte elástica e magnética
Figura 46: Força magnética para diferentes distâncias horizontais entre imãs 79
Figura 47: Valor do ponto de equilíbrio estável com a variação do dipolo
magnético e da distância entre imãs
Figura 48: Comparação entre o valor analítico e aproximado da força magnética.
Figura 49: Diagrama de bifurcação em função da frequência de excitação 83
Figura 50: Espaço de fase, Evolução temporal do deslocamento e evolução da
corrente elétrica para uma frequência de 30 Hz
Figura 51: Espaço de fase, Evolução temporal do deslocamento e evolução da
corrente elétrica para uma frequência de 80 Hz
Figura 52: Espaço de fase, Evolução temporal do deslocamento e evolução da
corrente elétrica para uma frequência de 200 Hz
Figura 53: Espaço de fase, Evolução temporal do deslocamento e evolução da
corrente elétrica para uma frequência de 300 Hz
Figura 54: Evolução temporal do deslocamento para condição inicial de
deslocamento negativo e positivo para frequência de 350 Hz
Figura 55: Espaço de fase para condição inicial de deslocamento negativo e
positivo para frequência de 350 Hz
Figura 56: Evolução da corrente para condição inicial de deslocamento negativo
e positivo para frequência de 350 Hz

Figura 57: Espaço de fase, Evolução temporal do deslocamento e evolução	da
corrente elétrica para uma frequência de 500 Hz.	. 90
Figura 58: Comparação entre dispositivo linear e não-linear com a variação	o da
frequência.	. 91

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Valores de magnetostrição para diferentes materiais. 21
Tabela 2: Valores das constantes para simulação numérica
Tabela 3: Equações governantes do dispositivo de colheita de energia através de
material magnetostritivo
Tabela 4: Equações governantes do dispositivo de colheita de energia através de
material piezoelétrico
Tabela 5: Valores das constantes do modo de vibração para os três primeiros
modos
Tabela 6: Valores das constantes para simulação numérica utilizando Galfenol63
Tabela 7: Valores das constantes para simulação numérica utilizando Terfenol.
Tabela 8: Valores das constantes dos materiais inteligentes. 67
Tabela 9: Valores das propriedades e parâmetros do dispositivo não-linear 82

# LISTA DE SÍMBOLOS

- b Largura da viga
- c Constante de amortecimento
- d Constante magnetomecânica
- d<sub>v</sub> Distância horizontal entre imãs
- e Constante magnetomecânica associadas ao módulo de elasticidade
- g gravidade
- h Espessura da viga
- i Corrente
- k Fator de redução de escala
- 1 Comprimento da viga
- n Razão entre os módulos de elasticidade dos materiais
- m Massa linear
- $m_f$  Massa linear de fluido confinado
- m<sub>0</sub> Dipolo magnético do imã atrelado a viga
- m<sub>1</sub> Dipolo magnético do imã fixo
- $\bar{p}$  Pressão média externa
- *q* Coordenada nodal temporal
- r Distância entre imãs
- s Tensor de constantes elásticas de flexibilidade
- t Tempo
- *u* Velocidade de escoamento interno adimensional
- v Voltagem
- w Deflexão
- w<sub>b</sub> Deslocamento de base
- $\bar{z}$  Posição da linha neutra
- A Área da seção transversal
- A<sub>f</sub> Amplitude de deslocamento
- B Densidade do fluxo do campo magnético
- $B_t$  Elementos da integral de função de forma baseados em b<sub>ij</sub>
- C Tensor de constantes elásticas

$C_p$	Capacitância interna equivalente
$C_t$	Elementos da integral de função de forma baseados em c <sub>ij</sub>
D	Vetor de deslocamento elétrico
D <sub>e</sub>	Diâmetro externo da tubulação
$D_i$	Diâmetro interno da tubulação
$D_t$	Elementos da integral de função de forma baseados em $d_{ij} \label{eq:constraint}$
E	Vetor de campo elétrico
E <sub>t</sub>	Energia interna
$E_m$	Energia interna mecânica
E <sub>mM</sub>	Energia interna mutualmente magnetoelástica
$E_M$	Energia interna magnética
$E^*$	Termo dissipativo do modelo Kelvin-Voigt
$F_m$	Força magnética
G	Matriz diagonal com autovalores
Η	Vetor de intensidade do campo magnético
$H_0$	Vetor de intensidade do campo magnético inicial
$H_s$	Função Heaviside
Ι	Momento de inércia de área
$K_{1n}$	Constante da força magnética
$K_{3n}$	Constante da força magnética
$M_s$	Magnetização espontânea
$M_{\chi}$	Momento de força
Ν	Número de voltas da bobina
Р	Vetor de polarização elétrica
P <sub>rms</sub>	Potência média
$P_s$	Potência instantânea gerada
R	Resistência
$\overline{T}$	Tensão externa
U	Velocidade de escoamento interno
$U_m$	Energia potencial magnética
V	Força cortante
α	Razão de termo dissipativo e rigidez adimensional
~	

 $\beta$  Relação de massa da estrutura e massa de fluido confinado

- $\gamma$  Relação de massa e rigidez adimensional
- $\delta$  Delta de Dirac
- $\varepsilon$  Vetor de deformação mecânica
- $\epsilon$  Matriz de permissividade
- *θ* Angulação
- $\eta$  Deflexão adimensional
- *θ* Constante de acoplamento eletromecânica
- κ Constante de acoplamento magnetomecânico
- $\lambda$  Autovalor
- $\lambda_s$  Magnetostrição
- $\lambda_0$  Magnetostrição espontânea
- $\mu$  Matriz de permeabilidade do material
- $\nu$  Coeficiente de Poisson
- $\xi$  Constante de amortecimento adimensional
- $\rho$  Massa específica
- $\sigma$  Vetor de tensão mecânica
- *ς* Posição ao longo da viga adimensional
- au Tempo adimensional
- $\omega$  Frequência natural
- $\omega_f$  Frequência de forçamento
- Γ Tensão externa adimensional
- Π Pressão média externa adimensional
- $\phi$  Função de forma
- $\Lambda$  Matriz diagonal de autovalores
- Θ Constante de acoplamento magnetomecânico
- *e* Tensor de constantes piezoelétricas
- *d* Tensor de constantes piezoelétrica de forma alternativa
- $e_r$  Vetor de distância entre imãs unitário
- ()<sup>H</sup> Campo magnético constante
- ()<sup>T</sup> Tensão constante
- ()<sup>S</sup> Deformação constante
- ()<sup>E</sup> Campo elétrico constante

### 1 INTRODUÇÃO

Desde o final do século 20, a tecnologia vem caminhando a passos largos no que diz respeito a evolução dos aparelhos eletrônicos [1]. A previsão do aumento da capacidade desses aparelhos se concretizou ao passar dos anos, porém a expectativa de que esses sistemas tivessem dimensões cada vez maiores teve uma inflexão. Essa mudança se deu mais especificamente no início do século 21 com a ajuda de três fatores [2]: redes de sensores sem fio (WSN), sistemas micro eletromecânicos (MEMS) e internet das coisas (IoT). Esses dispositivos tem uma alta dependência de conexões com baterias ou carregados com auxílio de fios. Os obstáculos dessas dependências são principalmente a densidade de energia limitada, ciclo de vida restrito, substituição periódica inevitável e dificuldade de conexão para os dispositivos dinâmicos.

Visando solucionar as dificuldades desse cenário tecnológico, o uso de dispositivos de colheita de energia tem sido explorado como uma alternativa viável. Esses dispositivos oferecem uma fonte de energia confiável e contínua com custos de instalação e manutenção mais baixos [3]. A Figura 1 mostra a evolução da pesquisa em colheita de energia na última década.





Dentre as potenciais fontes a serem utilizadas para a colheita de energia, pode-se destacar dois grupos principais [4]: fontes externas; e derivadas do meio ambiente. A Figura 2 mostra as principais fontes de colheita de energia. Neste trabalho, o foco está nas fontes de colheita de energia baseadas em vibrações, em que se converte energia mecânica em energia elétrica.



Figura 2: Fluxograma das fontes usadas em colheita de energia.

Coletores de energia baseados em vibrações são vantajosos em certas aplicações, principalmente na integridade estrutural, quando a transmissão de sinais por rede sem fio é necessária; setores aeroespaciais; operações em oceano profundo; e plantas de reatores nucleares.

Dentre os princípios de conversão de energia de vibração em eletricidade, os que estão em destaque na literatura são os eletromagnéticos, piezoelétricos e eletroestáticos. Mais recentemente, os materiais magnetostritivos vêm sendo estudados como uma forma de geração de energia com alta densidade e com alto ciclo de vida. De maneira geral, os dispositivos de colheita de energia podem ser representados como a Figura 3, onde uma energia de entrada é fornecida ao sistema e, para cada material inteligente, há uma forma de conversão dessa energia mecânica em energia elétrica.



Figura 3: Esquema geral de um dispositivo de colheita de energia.

Os dispositivos de colheita de energia têm tido uma grande evolução nos últimos anos para atender diversos setores da indústria. Além da grande variação das dimensões, a energia a ser entregue pode variar em diversas ordens de grandeza dependendo da finalidade, como o caso do dispositivo com material piezoelétrico desenvolvido por PARADISO *et al* [5], Figura 4, capaz de produzir até 10 mW.



Figura 4: Esquema de tênis com palmilha piezoelétrica [5].

Recentemente, HANNAN *et al* [6] revisaram os dispositivos já desenvolvidos para aplicação na área biomédica, destacando a energia gerada e os possíveis desafios baseados no material e aplicação de cada autor. DHAKAR [7] apresentou em sua tese um capítulo inteiramente dedicado a visão geral de tecnologias em colheita de energia, destacando os diversos tipos de materiais usados segundo outros autores. Dentre os tipos de materiais a serem escolhidos, NARITA *et al* [8] compararam dispositivos desenvolvidos por mais de 20 autores, que usaram materiais piezoelétricos, magnetostritivos e magnetoelétricos em sua composição. O estudo mostrou que a tensão elétrica, corrente e potência são altamente dependentes da seleção dos materiais e das estruturas. Um exemplo dessa diversidade de dispositivos é a geração de até 5.8 mW através de um dispositivo usando material piezoelétrico (PZT) [9], enquanto que usando um material magnetostritivo (Terfenol-D) com estrutura de dimensões maiores, pode-se gerar até 4 W [10].

De uma maneira geral, pode-se dizer que enquanto os materiais piezoelétricos são limitados pela alta impedância, os materiais magnetostritivos necessitam de imãs e bobinas de qualidade para um funcionamento adequado.

Este trabalho tem como objetivo investigar a colheita de energia a partir da vibração induzida pelo escoamento interno em uma coluna flexível. Essa aplicação pode estar associada a uma coluna de extração de petróleo em condições de operação ou outros vários campos da indústria, tubulação de combustível de aviação e sistemas de resfriamento de usinas nucleares. A vibração induzida pelo escoamento do fluido pode proporcionar grandes amplitudes de vibração que podem ser exploradas para fornecer energia para um dispositivo de colheita de energia. Um modelo esquemático da tubulação em operação pode ser observado na Figura 5.



Figura 5: Representação do deslocamento lateral do duto com escoamento de fluido interno [11].

Este trabalho apresenta uma formulação matemática para estimar a vibração da tubulação induzida por escoamento interno. Depois disso, apresenta-se um modelo de interação fluido-estrutura entre um sistema de colheita de energia e a vibração pela tubulação. A análise realizada é desacoplada. Comparam-se diferentes tipos de materiais inteligentes para promover a conversão mecânica-elétrica. Notadamente, consideram-se os materiais piezoelétricos (PZT) e os magnetoestrictivos (Terfenol-D e Galfenol). Uma redução de escala é analisada entre os materiais inteligentes com objetivo de comparar a relação da densidade de potência com a redução das dimensões do sistema de colheita de energia. Por fim, a introdução de interação magnética e imãs resulta em uma não-linearidade ao sistema que é comprado ao sistema linear.

#### 1.1 Objetivo e Organização do Trabalho

O objetivo deste trabalho é estudar um sistema de colheita de energia baseado em vibração induzida por escoamento interno em um duto a partir de materiais inteligentes. O dispositivo de colheita de energia utilizado é baseado no sistema protótipo clássico que consiste de uma viga elástica engastada em uma extremidade e livre na outra. Essa viga possui elementos de materiais inteligentes, magnetostritivo ou piezoelétrico, que é responsável pela conversão mecânica-elétrica.

A partir desta introdução, este trabalho é estruturado da seguinte forma. O capítulo 2 é dedicado a revisão de literatura de materiais inteligentes, atrelado à colheita de energia e da influência das não-linearidades da introdução de imãs ao sistema de colheita de energia. O capítulo 3 é reservado para os fundamentos dos materiais inteligentes, sendo considerado os materiais piezoelétricos e magnetostritivos. Nesse capítulo é formulado as equações constitutivas desses materiais. O capítulo seguinte é destinado à análise da vibração lateral de um duto induzido por escoamento interno, bem como a pesquisa da vibração utilizada, que é baseado nos conceitos presentes em PAIDOUSSIS [12]. Essa energia de vibração é estudada através das equações de movimento, onde é estudado um modelo fenomenológico baseado em condições de operações de dutos.

Em seguida, o capítulo 5 é destinado à análise do sistema de colheita de energia, apresentando as equações de governo desse. O modelo discreto é obtido através do método dos parâmetros distribuídos para analisar a resposta no primeiro modo de vibração. Esse capítulo expõe os resultados baseados nos modelos apresentados nos capítulos anteriores, realizando uma comparação entre os materiais inteligentes considerados na revisão de literatura.

Os últimos capítulos são destinados a consideração de uma configuração de interação magnética através de um conjunto de imãs fixos e atrelados a viga em balanço. Uma comparação entre os resultados lineares e não-lineares é realizada através da potência gerada em cada caso. Finalmente uma conclusão e sugestões para trabalhos futuros é feita ao final desse trabalho.

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

A colheita de energia é um tema recorrente na literatura, usualmente sendo atrelada aos materiais piezoelétricos. A revisão de literatura apresentada neste capítulo é focada nos geradores de energia com dispositivos magnetostritivos e piezoelétricos. Posteriormente, é feita uma revisão do estado de arte de configurações que adicionam influências de não-linearidade ao sistema dinâmico.

#### 2.1 Piezoeletricidade

Efeito piezoelétrico é a capacidade de certos materiais gerarem uma carga elétrica em resposta à tensão mecânica aplicada. A palavra piezoelétrico é derivada do grego *piezein*, que significa espremer ou pressionar. Esse efeito foi descoberto em 1880 por Jacques e Pierre Curie [13], em que foi usado um quartzo para gerar uma carga elétrica através de aplicação de pressão no mesmo, sendo denominado como efeito piezoelétrico direto. Posteriormente, foi analisado pelos mesmos autores a aplicação de um campo elétrico no cristal que ocasionou em uma deformação do material, sendo denominado efeito piezoelétrico inverso.

Devido ao fato dos cristais de quartzo demandarem geradores de alta tensão para excitação de transdutores piezoelétricos, foram feitos esforços com o intuito de aperfeiçoar esses materiais na metade do século XX. A descoberta das cerâmicas piezoelétricas de Titanato de Bário pela união soviética e Japão e das cerâmicas piezoelétricas de Titanato de Zirconato de Chumbo (PZT's) pelos EUA são alguns exemplos do aperfeiçoamento em composição de material sintético [14–16]. Esses têm sido usados em diversas variações, sendo predominantes no mercado devido a flexibilidade de geometria e dimensões. Os piezoelétricos têm tido aplicações como sensores e atuadores. Os sensores mais populares são usados para medir pressão, aceleração, tensão ou força [17,18].

#### 2.2 Colheita de Energia a partir de Material Piezoelétrico

Dispositivos de colheita de energia baseado em energia vibracional com material piezoelétrico tem recebido grande atenção devido às diversas aplicações [19]. Essas aplicações estão relacionadas a estruturas de sistema de monitoramento de saúde e dispositivos inteligentes de rede sem fio [20,21]. Os dispositivos de colheita de energia apresentados na literatura são usualmente representados por um oscilador mecânico circuito elétrico através de um elemento piezoelétrico. acoplado а um Experimentalmente, é usual construir uma viga em balanço onde se cola um elemento piezoelétrico o que é de fácil fabricação e alta tensão de flexão [22].

ZHAO *et al* [23] propuseram um dispositivo baseado em uma viga em balanço para colheita de energia considerando baixas frequências de excitação. Através de experimentos e análise em elementos finitos, evidenciaram que o modelo teórico proposto está de acordo com os experimentos. LEE *et al* [24] apresentaram um modelo em escala reduzida para ser aplicado em circuitos elétricos de pequenas dimensões onde se necessita baixa energia. A adição de uma massa na extremidade livre da viga foi explorado por KOK [25] através de simulações numéricas e experimentos. Usando duas camadas de material piezoelétrico, JEONG *et al* [26] propuseram um dispositivo que possui frequências naturais diferentes para possibilitar a otimização da energia gerada.

Diferentes materiais piezoelétricos têm sido investigados para a colheita de energia. ELFRINK *et al* [27] realizaram uma comparação entre o PZT, o material de uso mais recorrente, com o um material à base de nitreto de alumínio. As conclusões são de que o material baseado em nitreto de alumínio necessita de uma resistência

elétrica ótima maior em relação ao material baseado em PZT. A vantagem do seu uso em relação ao PZT está no maior nível de tensão elétrica resultante.

Uma revisão sobre os dispositivos de colheita de energia baseados em materiais piezoelétricos e as suas aplicações, bem como otimizações, é feita por SARKER *et al* [28] que discute métodos de colheita, materiais, técnicas de otimização e controles de hardware aplicados a esses dispositivos [29].

#### 2.3 Magnetostrição

A magnetostrição pode ser definida como a mudança na dimensão de um corpo de material magnético induzida por uma mudança no seu estado magnético. Geralmente um material magnetostritivo altera sua dimensão quando submetido a uma mudança do campo magnético aplicado. Por outro lado, também sofre uma mudança em seu campo magnético sob a influência de uma tensão mecânica aplicada externamente. Esse fenômeno foi observado incialmente pelo físico James Joule [30] que observou que uma amostra de material ferromagnético muda seu comprimento na presença de um campo magnético. Na época, ele havia observado um material com magnetostrição negativa, mas desde então outros materiais com magnetostrição positiva foram descobertos.

O primeiro avanço em materiais magnetostritivos ocorreu no início da década de 1960, com a descoberta de metais com o maior valor de magnetostrição conhecido dentre os elementos de terras, com o térbio e disprósio. As deformações magnetostritivas desses elementos são da ordem de 10.000×10<sup>-6</sup>, três ordens de magnitude maiores do que as do níquel. A descoberta desses metais, atrelada à necessidade de deformações magnetostritivas maiores, levou à uma combinação de metais para formar novas ligais ferromagnéticas com altas propriedades magnetostritivas. O primeiro material comercialmente disponível foi o Terfenol-D (Ter = Térbio, Fe = Ferro, N = Naval, O = *Ordnance*, L = Laboratório e D = disprósio) na década de 1980. Em temperaturas ambientes, esse material consegue chegar a deformações magnetostritivas de  $1600 \times 10^{-6}$ , podendo chegar a maiores valores em ressonância mecânica. Os livros de LANCHEISSERIE [31] e ENGDAHL [32] se propõe a estudar mais a fundo as propriedades microscópicas dos materiais magnetostritivos, mais especificamente o Terfenol-D.

Posteriormente, um outro material magnetostritivo foi descoberto baseado no rápido resfriamento de ligas de ferro, níquel e cobalto juntamente com um ou mais elementos de silício, boro e fósforo. Essa liga ficou conhecida comercialmente como Metglas (vidro metálico). Sua vantagem é o alto coeficiente de acoplamento, o que o torna um ótimo candidato para aplicações de sensoriamento nos quais um deslocamento mecânico é convertido em corrente elétrica ou voltagem [31].

Finalmente, o Galfenol (Gal = Gálio, Fe = Ferro, N = Naval, O = *Ordnance* e L = Laboratório) foi obtido através do rápido resfriamento a partir de temperaturas maiores que 800°C, o que causa desorganização das ferritas presentes, levando ao aumento da magnetostrição. Dependendo da concentração de gálio no material, a magnetostrição pode chegar a  $400 \times 10^{-6}$ , como é observado por CLARK *et al* [33].

O princípio usado para se obter energia através de dispositivos magnetostritivos é o efeito de Villari. A deformação de um material, seja por tensão direta ou vibração da estrutura, gera uma variação de intensidade de campo magnético que pode ser acoplado a um circuito elétrico para se obter uma potência da saída. O acoplamento magnetomecânico é descrito por STONER *et al* [34] onde os materiais magnetostritivos são assumidos como uma coleção de domínios magnéticos não interativos. O fluxo de energia dentro de um dispositivo de colheita de energia com material magnetostritivo ocorre a partir do forçamento, gerando deformação no componente mecânico, que acoplado ao material magnetostritivo, gera um fluxo eletromagnético ao circuito elétrico, podendo finalmente ser armazenado como energia em uma bateria. Modelos constitutivos podem levar em conta a histerese do comportamento magnetomecânico que desprende calor do fluxo, ocasionando perda de eficiência do processo.

#### 2.4 Colheita de Energia a partir de Material Magnetostritivo

Um dispositivo de colheita de energia a partir de materiais magnetostritivos usualmente está associado com outro material, um substrato, o que também é feito para materiais piezoelétricos. Essa liga pode ser um polímero, o que lhe confere maior flexibilidade em operações. Diversas maneiras de se formar um polímero são possíveis, como é mostrado na referência [35]. Esses tipos de dispositivos podem ser divididos em dois grupos: axial e flexional. A Figura 6 mostra dois desenhos esquemáticos desses dispositivos onde observa-se que ambos necessitam da utilização de bobinas atreladas ao circuito elétrico com uma resistência. Apesar de ambos casos trabalharem em deformação de tração e compressão, eles diferem na origem da solicitação. Enquanto que o tipo axial possui um forçamento na direção da deformação, no modelo flexional a solicitação se encontra na direção perpendicular da deformação.



Figura 6: Esquema de modelos básicos para dispositivos de colheita de energia com material magnetostritivo [36].

Um modelo típico de aplicação de material magnetostritivo a colheita de energia é apresentado por BERBYUK [37] que utiliza um cilindro de Galfenol de 6.35 mm de diâmetro e 50 mm de comprimento, sendo circundado por 4000 voltas de bobina e recebendo uma tensão axial harmônica de 55 MPa a uma frequência de 50 Hz. Nesse trabalho, utilizam-se imãs ao redor do dispositivo para aumentar a tensão elétrica no circuito visando uma maior potência de saída. Com essa adição, a potência gerada chega a 0.45 W. Em sua dissertação, DENG [38] utiliza um dispositivo semelhante, porém com o material Terfenol-D. Através de um dispositivo de 6 mm de diâmetro e comprimento de 10 mm, aplicou-se uma tensão axial de 7.3 MPa com frequência de 750 Hz.

Uma configuração do tipo axial foi proposta por STALEY *et al* [39] que se utiliza um dispositivo de flexão com vibração de base para comprimir o material magnetostritivo perto da base. Essa modificação visa aproveitar o momento gerado pela vibração da viga em balanço para amplificar a tensão de compressão aplicada no material. Comercialmente, os modelos do tipo axial tiveram sua primeira configuração apresenta por MURPHREE *et al* [40,41], onde aproveita-se a vibração marítima para tracionar e comprimir o dispositivo de colheita de energia, como pode ser observado na Figura 7, onde o dispositivo é referenciado com o número 110.



Figura 7: Desenho esquemático da patente desenvolvida por [41] para dispositivo de colheita de energia magnetostritiva de ondas marítimas.

De maneira análoga, mas não disponível comercialmente ainda, VIOLA *et al* [42] desenvolveram um dispositivo projetado para utilizar os impactos automobilísticos na região de quebra-molas como forçamento para um dispositivo do tipo axial embaixo da região onde a roda passaria. Esse dispositivo é composto por 20 barras de Terfenol-D gerando até 2 W de energia por metro quadrado de dispositivo.

A desvantagem das configurações apresentadas anteriormente é a necessidade de ser instalada na direção da aplicação da força externa e a restrição do desempenho do dispositivo com relação à janela de frequência da força externa aplicada. Em contrapartida, os dispositivos baseados em configuração do tipo flexional são ideias para colheita de energia em qualquer superfície vibracional, podendo-se utilizar uma viga com uma camada de material magnetostritivo, duas camadas (bimorfo) ou então uma viga uniforme com material substrato e material magnetostritivo.

UENO *et al* [43] propuseram um modelo de viga bimorfa de Galfenol com utilização de força de impacto, sendo gerados 10 impactos a cada segundo. Com uma viga de dimensões 1 mm × 0.5 mm × 10 mm, e 312 voltas de bobinas, consegue-se atingir uma potência de saída de 3.5 mW. Posteriormente, KITA *et al* [44] otimizaram o modelo desenvolvido anteriormente com a introdução de uma abertura no meio da viga para introduzir a camada de Galfenol em uma região onde se trabalha puramente em compressão ou tensão. Essa modificação em uma viga de dimensões 7 mm × 1.5 mm × 50 mm leva a uma potência de saída máxima de 0.73 W.

Utilizando uma viga unimorfa, WANG *et al* [45] desenvolveram um dispositivo utilizando uma camada de Metglas ligada à um material substrato não magnético. O circuito elétrico desenvolvido para converter a energia também foi abordado, contendo um estudo mais específico para se carregar um capacitor. Na mesma metodologia, YOO e FLATAU [46] desenvolveram um dispositivo baseado em uma viga unimorfa com Galfenol. Além da viga, foi utilizado massa concentrada na extremidade para poder alterar a frequência natural para um ponto ótimo.

#### 2.5 Influência das Não-Linearidades

Sistemas não-lineares têm sido estudados nos últimos anos para melhorar o desempenho dos dispositivos de colheita de energia, otimizando a energia gerada. Essas não-linearidades podem ser geométricas ou constitutivas. Dentre as não-linearidades geométricas, destaca-se a utilização de imãs para amplificar a vibração, e consequentemente gerar maior potência de saída.

Um dos primeiros estudos com utilização de imãs foi realizado por MOON e HOLMES [47], onde foi considerado uma viga de aço em balanço sob a influência de dois imãs fixos, como é mostrado na Figura 8. O estudo contempla ensaios experimentais e simulações numéricas onde se reduziu o modelo a um grau de liberdade, apresentando soluções caóticas semelhantes às observadas experimentalmente.



Figura 8: Aparato experimental da dinâmica de viga ferroelástica (adaptada de MOON *e* HOLMES [47])

SINGH *et al* [48] propuseram um novo modelo que acopla o modelo de Euler e a interação magnética. O modelo numérico captura bem o comportamento observado e mostra que a força do campo magnético supercrítico depende quase que exclusivamente das propriedades elásticas da viga e da força do ímã permanente, enquanto o comportamento subcrítico também depende da distância de separação entre o par de ímãs fixos, atrativos.

Utilizando um dispositivo baseado em material eletromecânico, PODDER [49-51] estuda numericamente um dispositivo biestável que apresenta um aumento da largura de banda, porém se o oscilador estiver confinado em um dos poços de energia potencial, a potência de saída é reduzida.

TAI *el al* [52] propuseram um retificador de movimento mecânico que converte o movimento vibratório bidirecional do oscilador induzido pelas vibrações do ambiente em rotação unidirecional do gerador e faz com que o sistema de colheita alterne periodicamente entre um sistema de inércia grande e pequena, resultando em nãolinearidade na inércia.

FERRARI *et al* [53] estudaram a influência da não-linearidade produzida por um imã a uma distância fixa de uma viga em balanço composta por material piezoelétrico. As análises experimentais e numéricas mostram que o modelo oferece melhores desempenhos sob excitação composta de diversas frequências em relação a um sistema linear, aumentando a largura de banda de frequência. Posteriormente, IBRAHIM *et al* [54,55] realizaram uma análise mais completa, variando a massa do imã localizado na ponta da viga em balanço em busca de uma melhora na energia gerada. LIAN *et al* [56] estudou influências críticas de circuitos de interface AC e DC em relação ao dispositivo não-linear de colheita de energia. Os resultados mostraram que as correntes têm uma influência peculiar sobre a mudança de pico de potência e a largura de banda de frequência. Um dispositivo de colheita de energia em formato de E (Figura 9) foi proposto por LU *et al* [57] com objetivo de aumentar a banda de frequência comparado a um dispositivo linear.



Figura 9: Representação esquemática de um sistema de colheita de energia biestável em formato de E (*LU* et al [57]).

Por se tratar de um material descoberto mais recentemente em comparação ao PZT, a colheita de energia envolvendo materiais magnetostritivos possui poucos trabalhos foram apresentados com técnicas de otimização e configurações diferentes. Dentre os trabalhos presentes na literatura, destacam-se GAO *et al* [58] e FARSANGI *et al* [59], cujo estudo é dedicado ao estabelecimento de um modelo não-linear de histerese para descrever completamente as características dinâmicas do atuador magnetostritivo. De acordo com mecanismos microscópicos do acoplamento magneto-elástico e algumas características físicas de materiais magnetostritivos, ZHANG *et al* [60] propuseram um modelo constitutivo magneto-elástico não-linear com informações experimentais de materiais magnetostritivos: Terfenol-D, Metglas e Ni6. As comparações mostraram que as curvas de deformação (magnetostrição) e de magnetização previstas eram consistentes com os resultados experimentais sob diferentes pré-tensões.

### 3 FUNDAMENTOS DOS MATERIAIS INTELIGENTES

Este capítulo tem como objetivo apresentar a formulação matemática para a descrição do comportamento de materiais inteligentes, notadamente os magnetostritivos e os piezoelétricos. Inicialmente são abordados os fundamentos dos efeitos dos materiais inteligentes e as relações constitutivas através das equações que acoplam os fenômenos mecânicos, magnéticos e piezoelétricos.

#### 3.1 Materiais Magnetostritivos

Quando um material ferromagnético é resfriado abaixo da temperatura de Curie acontece a transição de paramagnético para ferromagnético, ocorrendo a ordenação de momentos magnéticos e causando uma magnetização espontânea  $M_s$  nos domínios do material. Esse processo dá início a uma magnetostrição espontânea  $\lambda_0$ , gerando uma deformação  $\varepsilon$  do material. Como o material é considerado isotrópico, essa orientação magnética dos domínios é considerada aleatória. Cada domínio tem uma angulação  $\theta$ em relação a direção de medida. O valor da deformação  $\overline{\varepsilon}$  na direção de interesse é dada por [61]:

$$\bar{\varepsilon}(\theta) = \varepsilon \cos^2(\theta) \tag{1}$$

A deformação média ao longo do sólido devido a ação da magnetostrição espontânea pode então ser obtida por uma integração da média do valor da deformação, assumindo que os domínios são orientados de maneira aleatória de modo que qualquer direção particular é igualmente provável.
$$\lambda_0 = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \varepsilon \cos^2(\theta) \sin(\theta) \, d\theta = \frac{\varepsilon}{3} \tag{2}$$

A magnetostrição espontânea  $\lambda_0$  é homogênea em todas as direções, de modo que o material muda suas dimensões, mas não sua forma. Na aplicação de um campo magnético, os domínios magnéticos giram e ficam alinhados paralelamente ao campo ou perpendicular a ele, dependendo se o material exibe magnetostrição positiva ou negativa. A Figura 10 mostra a evolução desse fenômeno. Perto da saturação, o material possui um único domínio e a deformação total se torna  $\varepsilon$ .



Figura 10: Diagrama ilustrando a magnetostrição em materiais ferromagnéticos. a) estado paramagnético em temperaturas maiores que  $T_c$ . b) resfriamento abaixo de  $T_c$ . c) saturação da magnetostrição através de aplicação de campo magnético H [62].

As variáveis presentes nesse processo podem ser relacionadas entre si pela seguinte relação.

$$\lambda_s = \varepsilon - \lambda_0 = \frac{2}{3}\varepsilon = 2\lambda_0 \tag{3}$$

Através de uma reorganização de variáveis, pode-se escrever a magnetostrição saturada em função do sentindo de magnetização.

$$\lambda_s(\theta) = \frac{3}{2}\lambda_s\left(\cos^2(\theta) - \frac{1}{3}\right) \tag{4}$$

A magnetostrição saturada pode ser dividida em duas partes perpendiculares entre si, e portanto, independentes, através do cálculo da máxima magnetostrição com o campo paralelo a uma direção e ao campo perpendicular a essa posição. O cálculo de  $\lambda_s$ é feito de acordo com as estruturas cristalográficas (cúbicas, hexagonais e policristalinas) sendo objeto de diversos trabalhos [31,61,63]. A Tabela 1 resume as propriedades de magnetostrição das principais ligas comparadas ao ferro.

Tabela 1: Valores de magnetostrição para diferentes materiais.

	Metglas	Terfenol-D	Galfenol	Ferro
$\lambda_s$ (ppm)	30	1500-2000	400-500	20

O aumento gradual da intensidade do campo magnético provoca uma mudança de comprimento, cuja causa é o resultado da rotação de pequenos domínios magnéticos. Essas rotações e reorientações provocam tensões internas na estrutura do material. As tensões na estrutura levam ao alongamento, no caso de magnetostrição positiva, do material na direção do campo magnético. Durante este processo de estiramento, a seção transversal é reduzida de forma que o volume seja mantido quase constante. O tamanho da alteração de volume é tão pequeno que pode ser desprezado em condições normais de operação. A aplicação de um campo mais forte leva a uma reorientação mais forte e mais definida de mais e mais domínios na direção do campo magnético, o ponto de saturação os domínios magnéticos estão alinhados com o campo magnético, o ponto de saturação

é alcançado. A Figura 11 mostra o comportamento idealizado da mudança de comprimento em relação ao campo magnético aplicado.



Figura 11: Curva de deformação pelo campo magnético.

O comportamento físico dos domínios magnéticos é descrito esquematicamente na Figura 12. Na região entre  $H_0$  e  $H_1$ , onde o campo magnético aplicado é pequeno, os domínios magnéticos mostram quase nenhum padrão de orientação comum. Dependendo de como o material é formado, pode haver uma pequena quantidade de um padrão de orientação comum, que se mostra como um viés de ímã permanente. A deformação resultante depende muito de quão homogênea é a estrutura de base do material magnetostritivo e a formulação do material. Na região  $H_1$ - $H_2$ , idealmente, deve haver uma relação quase linear entre a deformação e o campo magnético. Como essa relação é simples, é mais fácil prever o comportamento do material e, portanto, a maioria dos dispositivos é projetada para operar nessa região. Além do ponto  $H_2$ , a relação torna-se não-linear novamente como resultado de que a maioria dos domínios magnéticos ficam alinhados com a direção do campo magnético. No ponto  $H_3$ , há um efeito de saturação, que impede o aumento da deformação.



Figura 12: Esquema de evolução da deformação com o aumento do campo magnético.

### 3.1.1 Equações Constitutivas

Os materiais magnetostritivos possuem um acoplamento magnético e mecânico e, desprezando os efeitos térmicos, a seguinte equação constitutiva pode ser escrita da seguinte forma usando notação indicial e adotando a convenção soma,

$$\varepsilon_{ij} = s^H_{ijkl}\sigma_{kl} + d_{kij}H_k + m_{klij}H_kH_l \tag{5}$$

$$B_j = d_{jkl}^* \sigma_{kl} + \mu_{jk}^T H_k \tag{6}$$

onde  $\varepsilon_{ij}$  e  $\sigma_{ij}$  são as componentes do tensor de deformação e de tensão mecânica, respectivamente.  $H_k$  e  $B_j$  são as componentes do vetor intensidade e a densidade do fluxo do campo magnético, respectivamente.  $s_{ijkl}^H$  representa a componente do tensor de constantes elásticas sob campo magnético constante;  $\mu_{jk}^T$  representa a permeabilidade do material sob tensão constante.

O termo não-linear presente na Equação (5) pode ser desprezado assumindo uma hipótese linear entre a deformação e a intensidade do campo magnético, como mostra a

região  $H_1$ - $H_2$  na Figura 11. Devido as simetrias, as equações apresentas podem ser escritas de forma compacta usando a notação de *Voigt* da seguinte maneira:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{1} \\ \varepsilon_{2} \\ \varepsilon_{3} \\ \varepsilon_{4} \\ \varepsilon_{5} \\ \varepsilon_{6} \\ B_{1} \\ B_{2} \\ B_{3} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^{H} & s_{12}^{H} & s_{13}^{H} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} \\ s_{12}^{H} & s_{11}^{H} & s_{13}^{H} & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} \\ s_{13}^{H} & s_{13}^{H} & s_{33}^{H} & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & 0 & 0 & s_{44}^{H} & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55}^{H} & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66}^{H} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & \mu_{11}^{T} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 & \mu_{22}^{T} & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_{33}^{T} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{2} \\ \sigma_{3} \\ \sigma_{4} \\ \sigma_{5} \\ \sigma_{6} \\ H_{1} \\ H_{2} \\ H_{3} \end{pmatrix}$$
(7)

Para este trabalho é considerado a convenção de coordenadas baseadas em [31,64]. Os eixos 1 e 2 são destinados à direção do comprimento e da largura do laminado, respectivamente. O sentido de flexão do material é descrito pelo eixo 3, e portanto, a solicitação se dá necessariamente nesse eixo. Como essa solicitação gera uma deformação e magnetização ao longo do eixo 1, pode-se inferir que o material magnetostritivo sob essas condições opera no modo 11. Considerando o índice 11, não é necessário escrevê-lo na constante magnetomecânica [32]. A Figura 13 mostra a ideia dos eixos adotados e os seus índices.



Figura 13: Eixos de referência baseado em notação indicial [31,32].

Considerando apenas a dimensão 1, pode-se reduzir a equação da seguinte forma:

$$\begin{cases} \varepsilon \\ B \end{cases} = \begin{bmatrix} s^H & d \\ d^* & \mu^T \end{bmatrix} \begin{cases} \sigma \\ H \end{cases}$$
 (8)

onde as duas constantes magnetomecânicas são definidas experimentalmente pelas duas equações a seguir,

$$d = \frac{\partial \varepsilon}{\partial H}\Big|_{\sigma} \tag{9}$$

$$d^* = \frac{\partial B}{\partial \sigma}\Big|_H \tag{10}$$

Os índices  $\sigma$  e H se referem à medida em condições de tensão e campo magnético aplicado constantes, respectivamente.

DAPINO [65] define essa constante magnetomecânica como dependente da magnetostrição saturada, magnetização e do campo magnético necessário para magnetização do material.

$$d = \frac{3\lambda_S}{M_s^2} \left(\frac{M_s}{3a - M_s \tilde{\alpha}}\right) H_0 \tag{11}$$

Utilizando as relações constitutivas relacionadas ao módulo de elasticidade do material, pode-se escrever as constantes magnetomecânicas em função do seu produto com o módulo de elasticidade sob campo magnético constante (E<sup>H</sup>).

$$e = E^H d \tag{12}$$

$$e^* = E^H d^* \tag{13}$$

Considerando a hipótese de pequenas deformações, pode-se afirmar que os valores das constantes magnetomecânicas  $d e d^*$  são iguais, bem como as constantes  $e e^*$ , associadas ao módulo de elasticidade. Reorganizando a Equação (8) com a introdução das equações (11) e (12), pode-se escrever a seguinte relação em função da deformação e do campo magnético.

$$\begin{cases} \sigma \\ B \end{cases} = \begin{bmatrix} E^H & -e \\ e & \mu^T \end{bmatrix} \begin{cases} \varepsilon \\ H \end{cases}$$
 (14)

Assumindo as relações lineares entre as variáveis magnéticas e mecânicas, podese expressar a energia interna como sendo:

$$E_t = \frac{1}{2}\varepsilon\sigma + \frac{1}{2}HB\tag{15}$$

Utilizando as relações da Equação (13) na equação da energia interna supracitada, tem-se a equação a seguir.

$$E_{t} = \frac{1}{2}\sigma s^{H}\sigma + \frac{1}{2}\sigma dH + \frac{1}{2}Hd^{*}\sigma + \frac{1}{2}H\mu^{T}H$$
(16)

Ou seja,

$$E_t = E_m + E_{mM} + E_{Mm} + E_M = E_m + 2E_{mM} + E_M$$
(17)

onde os índices m, M e mM se referem à energia interna mecânica, magnética e mutualmente magnetoelástica, respectivamente.

Essas relações são importantes para definir uma constante de acoplamento cuja definição é a razão entre a energia magnetoelástica pela média geométrica das energia mecânica e magnética [31,32].

$$\kappa = \frac{E_{mM}}{\sqrt{E_m E_M}} \tag{18}$$

Substituindo os valores das energia encontrados na Equação (16) na Equação (18) conclui-se que a constante de acoplamento depende apenas da permeabilidade, da deformação e da constante magnetomecânica.

$$\kappa = \frac{\frac{1}{2}\sigma dH}{\sqrt{\frac{1}{4}\sigma s^H \sigma H \mu^T H}} = \frac{d}{\sqrt{s^H \mu^T}}$$
(19)

## 3.2 Materiais Piezoelétricos

Acima de uma temperatura crítica, conhecida como "temperatura de Curie", cada cristal de material piezoelétrico no elemento cerâmico aquecido exibe uma simetria cúbica simples, sem dipolo elétrico. No entanto, em temperaturas abaixo da temperatura de Curie, cada cristal tem simetria tetragonal e, associada a isso, um dipolo elétrico. Considerando que  $D_i$  é o vetor deslocamento elétrico,  $E_i$  é o vetor campo elétrico,  $P_i$  representa o vetor de polarização elétrica, a seguinte relação de ordem zero pode ser escrita:

$$D_i = \epsilon_0 E_i + P_i \tag{20}$$

onde  $\epsilon$  representa a permissividade que pode ser reduzida a um escalar  $\epsilon_0$  para materiais isotrópicos dielétricos. Essa polarização pode ser modificada com a aplicação de força mecânica no cristal, como foi descoberto por pelos irmãos Currie [13]. Adotando um cristal de quartzo como exemplo, pode-se exemplificar esse efeito através da Figura 14. As forças aplicadas em um segmento do material levam ao aparecimento de carga elétrica. Em um cristal com simetria central, o efeito piezoelétrico não é observado pois os dipolos elétricos presentes cancelam-se entre si. Isso não ocorre em materiais como quartzo devido à ausência de simetria central.



Figura 14: Efeito piezoelétrico em um cristal de quartzo.

O vetor de polarização elétrica  $P_i$  pode ser interpretado como o produto da tensão aplicada pelo coeficiente piezoelétrico, cuja representação matricial pode ser reduzida e seus valores variam com o material.

Dipolos adjacentes formam regiões de alinhamento local chamadas domínios. Esse alinhamento fornece um somatório de dipolo elétrico para o domínio. A Figura 15 (a) mostra que a direção da polarização entre domínios vizinhos é aleatória.



Figura 15: Processo de polarização de um material piezoelétrico.

Os domínios em um elemento são alinhados expondo o elemento a um forte campo elétrico, geralmente a uma temperatura ligeiramente abaixo da temperatura Curie (Figura 15 (b)). Isso é chamado de processo de polarização. Após o tratamento de polarização, os domínios quase alinhados com o campo elétrico se expandem às custas de domínios que não estão alinhados com o campo e o elemento se expande na direção do campo. Quando o campo elétrico é removido, a maioria dos dipolos permanece em uma configuração de alinhamento próximo (Figura 15 (c)). O elemento agora tem uma polarização permanente e é permanentemente alongado. O aumento no comprimento do elemento, no entanto, é muito pequeno, geralmente dentro da faixa do micrômetro.

As propriedades de um elemento piezoelétrico polarizado podem ser alteradas com aplicação de tensão mecânica. A compressão ou tração mecânica no elemento altera o dipolo elétrico associado a esse elemento. Isso cria uma voltagem. A compressão ao longo da direção da polarização, ou tração perpendicular à direção da polarização, gera tensão elétrica. A tração ao longo da direção da polarização, ou compressão perpendicular àquela direção, gera uma tensão elétrica com polaridade oposta. Ao operar neste modo, o dispositivo está sendo usado como um sensor. Ou seja, o elemento cerâmico converte a energia mecânica de compressão ou tração em energia elétrica. Os valores de tensão mecânica gerada pela aplicação de tensão elétrica específica, que depende das propriedades do material.

### 3.2.1 Equações Constitutivas

As equações constitutivas de um material piezoelétrico estabelecem relações entre variáveis mecânicas e elétricas do material. Apesar de materiais piezoelétricos

29

apresentarem histerese não-linear para altos níveis de excitação, a resposta em aplicações estruturais típicas é aproximadamente linear [66]:

$$\varepsilon_{ij} = s_{ijkl}^{\mathbb{E}} \sigma_{kl} + \mathcal{d}_{kij} \mathbb{E}_k \tag{21}$$

$$D_i = \mathcal{d}_{ikl}\sigma_{kl} + \epsilon_{ik}^T \mathbb{E}_k \tag{22}$$

onde  $s_{ijkl}^{\mathbb{E}}$ ,  $d_{kij}$  e  $\epsilon_{ik}^{T}$  são constantes elásticas, piezoelétricas e a permissividade, respectivamente. Os sobrescritos ()<sup> $\mathbb{E}$ </sup> e ()<sup>T</sup> denotam que as respectivas constantes são avaliadas em campo elétrico constante e deformação constante.

As equações constitutivas podem ser representadas em formato matricial, como foi previamente feito para o material magnetostritivo na Equação (7), onde as equações em formato indicial são representadas em uma matriz através da notação de *Voigt*.

$$\begin{cases} \sigma \\ D \end{cases} = \begin{bmatrix} E^{\mathbb{E}} & -e \\ e & \epsilon^{S} \end{bmatrix} \begin{cases} \varepsilon \\ \mathbb{E} \end{cases}$$
 (23)

As equações constitutivas de ambos materiais inteligentes se assemelham em sua formulação, como é observado pelas Equações (14) e (23). Pode-se observar que a

É considerado apenas a direção indicial 1 de deformação e tensão mecânica, seguindo a referência adotada na Figura 13. Assim como os materiais magnetostritivos, os materiais piezoelétricos relacionam a deformação mecânica e o campo elétrico em função da constante piezoelétrica na direção indicial 11. Porém, para a aplicação de uma viga em balanço, o modo 31 apresenta melhores resultados de energia gerada [67].

$$\sigma_1 = E^{\mathbb{E}} \varepsilon_1 - e_{31} \mathbb{E}_3 \tag{24}$$

$$D_3 = e_{31}\varepsilon_1 + \epsilon_{33}^T \mathbb{E}_3 \tag{25}$$

onde  $e_{31}$  é uma forma alternativa da constante piezoelétrica. O sobrescrito ()<sup>*T*</sup> é indicativo de que a grandeza é avaliada a tensão mecânica constante.

# 4 VIBRAÇÃO LATERAL DE TUBULAÇÃO INDUZIDA POR ESCOAMENTO INTERNO

A vibração lateral de uma tubulação induzida pelo escoamento de um fluido é a fonte de energia que se pretende explorar neste trabalho. Desta forma, justifica-se analisar o fenômeno, estabelecendo uma modelagem matemática apropriada para descrevê-lo.

As equações dinâmicas de um tubo com transporte de fluido podem ser encontradas através do método de Newton ou princípio generalizado de Hamilton conforme discutido nas referências [68,69]. Outros modelos dinâmicos foram desenvolvidos e atualmente há um consenso para um modelo clássico de dinâmica de dutos, levando em conta um modelo linear de vibração livre que foi apresentado por PAIDOUSSIS [70].

Diversos estudos foram conduzidos para investigar a relação entre a vibração lateral e o escoamento interno do fluido. LI *et al* [71] concluíram, através de um estudo com variação da velocidade de escoamento interno, em que esta leva ao aumento do deslocamento lateral.

A vibração da tubulação foi utilizada como motivação para colheita de energia com material piezoelétrica por FRANZINI [72], utilizando um modelo reduzido de dois graus de liberdade. Posteriormente, ORSINO [73] continuou essa linha de pesquisa investigando um modelo plano não-linear de ordem reduzida.

Diferentemente dos casos estudados em dutos com fluido confinado, PCF (*Pipe conveying fluid*), onde o objetivo é a redução de amplitudes de vibração, o objetivo desse trabalho é o extremo oposto. Deseja-se aproveitar a vibração lateral induzida pelo

escoamento interno para que sirva de solicitação de base do dispositivo de colheita de energia.

Considere uma tubulação mostrada na Figura 16, onde l é o comprimento, m a massa da tubulação e w o deslocamento lateral. Nessa tubulação escoa um fluido de massa  $m_f$  e velocidade de escoamento interno U. Considerando a tubulação como uma viga esbelta, onde a dimensão do comprimento é muito maior que a largura, adota-se a teoria de viga de *Bernoulli-Euller*.



Figura 16: Esquema de tubulação com escoamento interno gerando deslocamento lateral

Considerando a geometria descrita anteriormente, é considerado o modelo de PAIDOUSSIS [12] que é tido como o mais simples para descrever a interação fluidoestrutura da vibração induzida por escoamento interno, sendo bastante utilizado. A suposição básica é que o fluxo de fluido pode ser aproximado como um fluxo de pistão, isto é, como se fosse uma haste infinitamente flexível viajando através do tubo, todos os pontos do fluido tendo uma velocidade U em relação ao tubo. Essa é uma aproximação razoável para um perfil de fluxo turbulento totalmente desenvolvido. A equação geral considerando todos os efeitos é descrita na equação abaixo.

$$\left(E^*\frac{\partial}{\partial t} + E\right)I\frac{\partial^4 w_b}{\partial x^4} + \left\{m_f U^2 - \bar{T} + \bar{p}A(1 - 2\nu\delta) - \left[\left(m_f + m\right)g - m_f\frac{dU}{dt}\right](l - x)\right\}\frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} + 2m_f U\frac{\partial^2 w_b}{\partial x\partial t} + \left(m_f + m\right)g\frac{\partial w_b}{\partial x} + c\frac{\partial w_b}{\partial t} + \left(m_f + m\right)\frac{\partial^2 w_b}{\partial t^2} = 0$$

$$(26)$$

As constantes  $E^*$  e E representam os termos do modelo de viscoelasticidade Kelvin-Voigt adotado para a relação entre tensão e deformação.  $\overline{T}$  é a tensão externa aplicada e  $\overline{p}$  é a pressão média exercida.  $\nu$  representa a o coeficiente de Poisson devido a força de cisalhamento presente. A velocidade de escoamento interno do fluido pode variar com o tempo.

Considere agora uma adimensionalização considerando as seguintes definições:

$$\varsigma = \frac{x}{l}, \quad \eta = \frac{w_b}{l}, \quad \tau = \left(\frac{EI}{M+m}\right)^{1/2} \frac{t}{l^2}$$

$$u = \left(\frac{m_f}{EI}\right)^{\frac{1}{2}} lU; \quad \beta = \frac{m_f}{m_f + m}; \quad \gamma = \frac{(m_f + m)l^3}{EI}g; \quad \Gamma = \frac{\overline{T}l^2}{EI}$$

$$\Pi = \frac{\overline{p}Al^2}{EI}; \quad \alpha = \left[\frac{1}{E(m_f + m)}\right]^{1/2} \frac{E^*}{l^2}; \quad \zeta = \frac{cl^2}{\left[EI(m_f + m)\right]^{1/2}}g$$
(27)

Considerando que as derivadas temporais são mostradas como (<sup>`</sup>) e as derivadas espaciais como (<sup>'</sup>), a equação (26) resulta em:

$$\alpha \dot{\eta}^{i\nu} + \eta^{i\nu} + \left\{ u^2 - \Gamma + \Pi (1 - 2\nu\delta) + \left( \beta^{\frac{1}{2}} \dot{u} - \gamma \right) (I - \varsigma) \right\} \eta^{\prime\prime}$$

$$+ 2\beta^{\frac{1}{2}} u \dot{\eta}^{\prime} + \gamma \eta^{\prime} + \zeta \dot{\eta} + \ddot{\eta} = 0$$

$$(28)$$

Algumas considerações sobre o tipo de análise permitem desprezar alguns termos da equação de governo.

A Equação (28) é homogênea de coeficientes não constantes, pois contém coeficientes da derivadas de  $\eta$  que são explicitamente em função da variável  $\varsigma$  e implicitamente que são em função da variável  $\tau$ . Por simplicidade, considera-se que a velocidade do fluido é constante. O método de Galerkin é aplicado assumindo uma separação de variáveis, em função do tempo  $(q_r)$  e do espaço  $(\phi_r)$ , como mostra a relação a seguir.

$$w_b(x,t) = \sum_{j=1}^{N} \phi_{r,j}(x) q_{r,j}(t)$$
(29)

A função de forma  $\phi_r$  é utilizada considerando o esquema da Figura 16 em que a tubulação está engastada das extremidades. Uma representação dessa função será mostrada em seguida. Após a aplicação do método e a resolução da integral ao longo do comprimento (*l*), pode-se aplicar as propriedades de ortonormalidade entre as funções de forma, escrevendo a seguinte equação onde se desprezou o termo de pressão e a força externa:

$$\delta_{ij} \ddot{q}_{r,j} + \left( G_{ij} + 2\beta^{\frac{1}{2}} u B_{t,ij} \right) \dot{q}_{r,j} +$$

$$\{ \Lambda_{ij} + \gamma B_{t,ij} + [u^2 - \gamma] C_{t,ij} + \gamma D_{t,ij} \} q_{r,j} = 0$$
(30)

onde  $\delta_{ij}$  é o *delta de Kronecker*. As componentes  $\Lambda_{ij}$  e  $G_{ij}$  apresentam valores nulos, exceto quando os índices iguais com elementos iguais à  $\lambda_r^4$  e  $(\alpha \lambda_r^4 + \zeta)$ , respectivamente. Os componentes de  $B_{t,ij}$ ,  $C_{t,ij}$  e  $D_{t,ij}$  são compostas por elementos calculados através das seguintes relações.

$$B_{t,ij} = \int_0^1 \phi_i \phi'_j d\varsigma; \ C_{t,ij} = \int_0^1 \phi_i \phi''_j d\varsigma; \ D_{t,ij} = \int_0^1 \phi_i \varsigma \phi''_j d\varsigma$$
(31)

## 4.1 Simulações Numéricas

O método de resolução utilizado para os dados numéricos é através de integração numérica, com a utilização do método de Runge-Kutta de 4º ordem, cuja implementação se deu no programa MATLAB através dos códigos desenvolvidos por autoria própria. Para fins de verificação, é feita uma comparação com valores referenciados na referência [12] em modelos com duas condições de contorno a serem consideradas: engaste nas duas extremidades ou apoiado nas duas extremidades. Para a separação de variáveis, consideram-se os 5 primeiros modos de vibração, mostrados na Figura 17, em que se considera o caso de viga engastada em ambas extremidades.



Figura 17: Função de forma dos cinco primeiros modos de vibração.

Para fins de comparação, é considerado o deslocamento da viga no ponto médio de seu comprimento. Ao analisar o primeiro caso, nota-se a dependência da velocidade de escoamento interno em relação a estabilidade do problema. Para essa simulação inicial os parâmetros são fixados em  $\beta = 0.5$ ,  $\gamma = 0$  e  $\zeta = 0$ . A velocidade possui uma variação entre 6 e 9.5 mostrando as zonas de estabilidade e instabilidade da resposta. A Figura 18 mostra o deslocamento lateral para o caso de uma velocidade adimensional de 6 e 6.5. A instabilidade observada na figura pode ser explicada pelo estudo feito em [12] onde o modelo apresenta zonas de estabilidade e instabilidade do valor da velocidade de escoamento interna do fluido e da relação entre as massas do fluido confinado e da estrutura. Aumentando o valor da variável adimensional da velocidade, continua-se na zona de instabilidade até entrar em uma nova zona de estabilidade, como mostra a Figura 19.



Figura 18: Variação temporal do deslocamento considerando velocidade de escoamento adimensional de 6 (esquerda) e 6.5 (direita).



Figura 19: Variação temporal do deslocamento considerando velocidade de escoamento adimensional de 9.2 (esquerda) e 9.5 (direita).

Considerando as respostas estáveis, pode-se comparar os espaços de fase com a variação da velocidade de escoamento na Figura 20.



Figura 20: Espaço de fase para velocidade de escoamento de 6 (esquerda) e 9.2 (direita)

Observa-se que a velocidade influencia na frequência da resposta temporal e no aspecto do espaço de fase, porém ela não altera o modo de vibração, uma vez que o modo de vibração é independente da resposta temporal graças a separação de variáveis.

Alterando-se a condição de contorno para o caso de extremidades apoiadas, pode-se fazer uma análise em relação ao espaço de fase da resposta em uma simulação utilizando os mesmos parâmetros do caso anterior:  $\beta = 0.5$ ,  $\gamma = 0$ ,  $\zeta = 0$  e u = 6.35. Para essa mudança, é necessário realizar o cálculo das funções de forma, bem como os coeficientes apresentados na Equação (31) são recalculados para essa condição de contorno. A Figura 21 apresenta o deslocamento pelo tempo e o espaço de fase desse caso analisado.



Figura 21: Variação temporal do deslocamento considerando velocidade de escoamento adimensional de 6.3 (esquerda) e espaço de fase para a mesma velocidade (direita).

Após a verificação dos resultados que são comparados com aqueles presentes na literatura, realizam-se novas simulações para considerar diferentes situações de interesse. Diferentemente do caso anterior onde foi utilizado valores padrões das constantes adimensionalizadas da Equação (27), o próximo caso apresenta valores das propriedades geométricas e estruturais de uma tubulação. A Tabela 2 mostra os valores que são utilizados baseados em alguns valores industriais apresentados nas seguinte referências [74] e [75]. Foi considerado 10 modos de vibração com um passo de integração de 10<sup>-5</sup> segundos, cujo valor foi obtido através de uma análise de convergência.

Tabela 2: Valores das constantes para simulação numérica.

Ε	36.2 [GPa]
$D_e$	114.3 [mm]
$D_i$	63.5 [mm]
l	150 [m]
U	variável
$\rho_M$	950 [kg/m <sup>3</sup> ]
$ ho_m$	7800 [kg/m <sup>3</sup> ]

Considere situações onde a velocidade de escoamento é variada entre 0 e 45 m/s. Valores maiores que esse estão associados instabilidades, sendo provavelmente relacionados a situações de escoamento turbulento, não sendo adequado tratado pelo modelo desenvolvido. A variação de comportamento para diferentes velocidades pode ser observada na Figura 22 e na Figura 23. Nota-se que o aumento da velocidade de escoamento tende a diminuir a frequência da resposta. Os espaços de fase associados aos escoamentos da Figura 22 está apresentado na Figura 24. Aumentando a velocidade de escoamento para 30 m/s, pode-se observar uma variação na frequência do deslocamento lateral, bem como uma mudança na forma do espaço de fase.



Figura 22: Variação temporal do deslocamento considerando velocidade de escoamento de 5m/s (esquerda) e 30 m/s (direita).



Figura 23: Variação temporal do deslocamento considerando uma resposta estável a uma velocidade de escoamento de 44 m/s (esquerda) e uma resposta instável 45 m/s (direita).



Figura 24: Espaço de fase considerando velocidade de escoamento de 5m/s (esquerda) e 30 m/s (direita).

Como pode ser observado através das simulações numéricas, o aumento da velocidade de escoamento provoca uma diminuição da frequência natural dos modos de vibração da tubulação. A transformada de Fourier pode ser utilizada para avaliar as frequências de vibração da resposta. Os picos presentes na Figura 25 representam os valores das frequências naturais para os primeiros modos de vibração. Para se obter esses valores, é feito um tratamento da informação para se capturar o máximo que representa de fato essa frequência natural (círculos verdes), pois entre picos estão presentes alguns máximos locais. Através desse filtro, pode-se obter os pontos onde se encontra o valor da frequência natural.



Figura 25: Transformada de Fourier em relação ao deslocamento para uma velocidade de escoamento de 30 m/s.

Tendo essas informações, pode-se obter as frequências naturais para cada velocidade de escoamento interno, constatando na Figura 26 o que havia sido observado nas simulações anteriores: o aumento da velocidade do escoamento interno gera uma diminuição da frequência natural para todos os modos de vibração.



Figura 26: Frequência natural dos cinco primeiros modos com a variação da velocidade de escoamento.

# 4.2 Modelo Fenomenológico

Visando considerar a influência de altas frequências presentes em tubulações, é considerado um modelo fenomenológico para descrever a complexidade presente em uma tubulação sujeita a um escoamento interno. Alguns efeitos que podem gerar essa complexidade, não contabilizada na equação de movimento tratada antes, são a variação da seção de área, turbulência, singularidade geométrica, entrada e saída de fluido ao longo da tubulação, dentre outros. Esse efeito é alvo de estudos por OGINK *et al* [76], onde o objetivo do estudo é melhorar o modelo fenomenológico através da utilização de um oscilador de esteira.

Informações experimentais mostram que se pode chegar a deslocamentos na ordem de unidade de milímetro a uma frequência de até 500 Hz. Esses fenômenos combinados podem gerar acelerações na ordem de 10 m/s<sup>2</sup>. Esse comportamento pode ser descrito de forma simplificada através da inclusão de uma excitação externa,

dependente do tempo. Desta forma, propõe-se uma nova equação de movimento que inclui uma excitação externa,  $F_f(t)$ , para representar esse termo fenomenológico no lado direito da equação:

$$EI\frac{\partial^4 w_b}{\partial x^4} + \{m_f U^2 - \bar{T} - g(m_f + m)(l - x)\}\frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} + 2m_f U\frac{\partial^2 w_b}{\partial x \partial t} + (m_f + m)g\frac{\partial w_b}{\partial x} + c\frac{\partial w_b}{\partial t} + (m_f + m)\frac{\partial^2 w_b}{\partial t^2} = F_f(t)$$
(32)

onde o termo fenomenológico da dinâmica de vibração lateral da tubulação pode ser escrito de maneira simplificada como um forçamento harmônico. Utilizando essa aproximação e usando a separação de variáveis, obtém-se a equação a seguir, onde o índice j represente os j-modos de vibração.

$$\delta_{ij}\ddot{q}_{r,j} + \left(G_{ij} + 2\beta^{\frac{1}{2}}uB_{t,ij}\right)\dot{q}_{r,j} +$$

$$\{\Lambda_{ij} + \gamma B_{t,ij} + [u^2 - \gamma]C_{t,ij} + \gamma D_{t,ij}\}q_{r,j} = A_f \cos(\omega_f t)$$
(33)

onde  $\omega_f$  representa a frequência e  $A_f$  representa a amplitude do modelo fenomenológico observado. O valor de  $A_f$  dessa equação é considerado constante para as análises comparativas nesse trabalho, no valor de 1 g (9.8 m/s<sup>2</sup>).

A Figura 27 mostra a resposta da estrutura exemplificada pela Figura 16 considerando o efeito do termo fenomenológico. Observa-se que existe uma pequena oscilação, de alta frequência, em torno do deslocamento original obtido sem o termo fenomenológico.



Figura 27: Deslocamento lateral da tubulação com adição de termo fenomenológico

# 5 DISPOSITIVO DE COLHEITA DE ENERGIA LINEAR

Este capítulo tem como finalidade estudar o sistema de colheita de energia, tanto a parte mecânica quanto o circuito elétrico atrelado a estrutura. As equações estudadas no capítulo anterior são usadas como base para se chegar às duas equações de governo fundamentais. Os resultados obtidos para o sistema de colheita de energia são baseados nos materiais magnetostritivo e piezoelétrico. O capítulo 3 fornece as equações numéricas a serem resolvidas neste capítulo. O método de resolução utilizado para os dados numéricos é através de integração numérica, com a utilização do método de Runge-Kutta de 4º ordem, como foi destacado no capítulo anterior. Posteriormente, os resultados obtidos e validados são utilizados no sistema de colheita de energia, obtendo variáveis de saída como potência média.

# 5.1 Modelo de Colheita de Energia

O sistema de colheita de energia utilizado neste trabalho é baseado nos modelos de estrutura mista de material substrato (aço ou alumínio) e material inteligente (magnetostritivo ou piezoelétrico). Essa estrutura é modelada como uma viga composta segundo a teoria de Bernoulli-Euler, tendo como característica principal a sua esbeltez. Como foi abordado anteriormente, considera-se pequenas deformações para o modelo. A Figura 28 representa a estrutura do dispositivo a ser estudado.



Figura 28: Coordenadas da estrutura com camadas de materiais diferentes.

Tendo em vista a diferença dos materiais, sobretudo em relação as propriedades mecânicas, como módulo de elasticidade, é necessário realizar um estudo sobre uma maneira de homogeneização do material. Inicialmente a Figura 29 mostra a divisão das camadas em relação a linha neutra.



Figura 29: Seção transversal da estrutura.

Na seção transversal, a largura desta é referenciada pela letra b, as espessuras da camada de material inteligente e do substrato são descritas como  $h_m$  e  $h_s$ , respectivamente. A linha neutra se encontra elevada de  $\bar{z}$  em relação a parte inferior da seção.

Visando a homogeneização proposta por [77], introduz um coeficiente n, cuja definição é a razão entre os módulos de elasticidade dos materiais.

$$n = \frac{E_s}{E_m} \tag{34}$$

Com isso, usa-se apenas um módulo de elasticidade, considerando a utilização do coeficiente n para reproduzir o outro. Além disso, há uma variação da largura da seção transversal do material para compensar.



Figura 30: Homogeneização da seção transversal.

Para chegar no valor de  $\bar{z}$ , é necessário realizar a soma dos momentos em relação a seção transversal em relação a linha neutra.

$$\sum M_x = 0 \tag{35}$$

Baseado na Figura 30, tem-se a contribuição de três partes, devido a parte superior do material inteligente e a parte inferior do material substrato dividido pela linha neutra.

$$\sigma_{mi}A_{mi}\left(h_s + \frac{h_m}{2} - \bar{z}\right) + \sigma_s A_{s1}\left(\frac{h_s - \bar{z}}{2}\right) - \sigma_s A_{s2}\left(\frac{\bar{z}}{2}\right) = 0$$
(36)

$$(E_m\varepsilon)(bh_m)\left(h_s + \frac{h_m}{2} - \bar{z}\right) + (E_s\varepsilon)(b[h_s - \bar{z}])\left(\frac{h_s - \bar{z}}{2}\right) - (E_s\varepsilon)(b\bar{z})\left(\frac{\bar{z}}{2}\right) = 0$$
(37)

A Equação (37), após cálculo e reorganização pode exprimir a distância até a linha neutra ( $\bar{z}$ ) em função das espessuras e da constante n que relaciona os módulos de elasticidade dos materiais.

$$\bar{z} = \frac{2h_m h_s + h_m^2 + nh_s^2}{2(h_m + nh_s)}$$
(38)

Tendo as relações entre as camadas de materiais diferentes, o próximo passo é relacionar com as equações de equilíbrio de força e momentos em um elemento infinitesimal [78].

$$V(x,t) = \frac{\partial M(x,t)}{\partial x}$$
(39)

$$\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} = -m \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2}$$
(40)

Onde w é a deflexão da viga, V é a força cortante, M é o momento fletor e m a massa linear da composição dos materiais, que pode ser expresso pela equação a seguir.

$$m = b(\rho_m h_m + \rho_s h_s) \tag{41}$$

onde  $\rho_m$  e  $\rho_s$  representam a massa específica dos materiais magnetostritivo e substrato, respectivamente.

Substituindo a Equação (39) em (40), e incluindo um termo dissipativo na equação, pode-se escreve a equação de movimento da seguinte maneira.

$$-\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + m\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c\frac{\partial w}{\partial t} = 0$$
(42)

O momento na seção transversal pode ser expresso como a integral do produto da tensão pela área, como é mostrado na Equação (43).

$$M(x,t) = \int \sigma dA = \int \sigma_s bz dz + \int \sigma_m bz dz$$
(43)

Para chegar à equação de movimento é necessário utilizar as equações constitutivas do substrato (elástica linear) e do material inteligente, o que é tratado na sequência.

### 5.1.1 Material Magnetostritivo

Para esses materiais, a tensão na camada magnetostritiva pode ser escrita como foi mostrado na Equação (14). Além disso, a lei de Ampere relaciona a intensidade do campo magnético com a corrente, o número de voltas de uma bobina e o comprimento da bobina, pela relação a seguir.

$$H = \frac{Ni}{l} \tag{44}$$

Introduzindo as Equações (14) e (44) na Equação (43), pode-se realizar o cálculo das integrais nas duas zonas.

$$M(x,t) = \int_{-\bar{z}}^{h_s - \bar{z}} nE_{mg} z^2 b \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dz + \int_{h_s - \bar{z}}^{h_s + h_{mg} - \bar{z}} \left( E_{mg} z^2 b \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{eNizb}{l} \right) dz$$

$$(45)$$

Após a resolução, pode-se separar as componentes em termos mecânicos e magnéticos, onde esses termos são mostrados a seguir.

$$M(x,t) = -EI\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} + \Theta i(t)$$
(46)

onde as constantes  $EI \in \Theta$  são relativas aos termos mecânicos e magnéticos, respectivamente. A constante  $\Theta$  também é chamada de constante de acoplamento.

$$EI = \frac{bE_{mg}}{3} \left\{ n[(h_s - \bar{z})^3 + \bar{z}^3] + \left[ \left( h_s + h_{mg} - \bar{z} \right)^3 - (h_s - \bar{z})^3 \right] \right\}$$
(47)

$$\Theta = \frac{eNb}{2l} \left[ \left( h_s + h_{mg} - \bar{z} \right)^2 - \left( h_s - \bar{z} \right)^2 \right]$$
(48)

A constante *l* se refere ao comprimento da bobina no dispositivo, e esse comprimento pode alterar o valor do momento, já que este varia com a posição na direção da bobina, como pode-se notar na Figura 31.



Figura 31: Bobina ao redor da viga elástica conectada ao sistema elétrico [79].

Como a bobina pode não preencher todo o comprimento da viga, deve-se introduzir uma função de *Heaviside*, definida como:

$$H_{s}(x-k) = \begin{cases} 0, \text{ se } x < k \\ 0.5, \text{ se } x = k \\ 1, \text{ se } x > k \end{cases}$$
(49)

Esse termo é incluído na Equação (46) se estabelecendo parâmetros para o início e final da bobina,  $x_1$  e  $x_2$  respectivamente.

$$M(x,t) = -EI \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} + \Theta i(t) [H_s(x-x_1) - H_s(x-x_2)]$$
(50)

No caso específico em que a bobina tenha o mesmo comprimento da viga, os valores de  $x_1$  e  $x_2$  são 0 e l, respectivamente. Logo, o termo da função de *Heaviside* é unitária em qualquer posição x.

O próximo passo é introduzir a Equação (50) de momento na Equação (42) de movimento. Um forçamento de base é introduzido, como sendo um deslocamento  $w_b$  como é exemplificado pela Figura 31.

$$EI\frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + m\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + c\frac{\partial w(x,t)}{\partial t}$$

$$+ \Theta i(t)\frac{\partial^2}{\partial x^2}[H_s(x-x_1) - H_s(x-x_2)] = -m\frac{\partial^2 w_b(t)}{\partial t^2}$$
(51)

A segunda derivada no espaço da função de *Heaviside* tem relação com o *Delta de Dirac*. Isso porque esta é igual a primeira derivada da função de *Heaviside*.

$$\delta(x) = \frac{\partial H_s(x)}{\partial x}$$
(52)

Outra propriedade importante é a relação da derivada do *Delta de Dirac* com a própria função, onde é explicado com mais detalhes em [80]. A definição da derivada se baseia na propriedade da integral da função abaixo.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x)dx = f(0)$$
(53)

Considera-se a integral envolvendo a derivada de ordem n  $\delta^{(n)}(x)$  e aplica-se o método de integral por partes de resolução.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta^{(n)}(x)dx = f(x)\delta^{(n-1)}(x)\Big|_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^{\infty} f'(x)\delta^{(n-1)}(x)dx$$
(54)

O termo fora da integral possui valor nulo, já que o *Delta de Dirac* possui valor constante e igual a zero em todos os valores de x diferentes de zero, logo sua derivada de ordem n sempre será zero, exceto no ponto onde x = 0. Anulando esse termo e considerando que as duas integrais possuem o mesmo valor, pode-se escrever a equação da seguinte maneira.

$$f(x)\delta^{(n)}(x) = -f'(x)\delta^{(n-1)}(x)$$
(55)

De maneira análoga, pode-se considerar n como qualquer inteiro maior que 2, logo para o caso específico, tem-se que:

$$f(x)\delta'(x) = -f'(x)\delta(x) \tag{56}$$

Aplicando a Equação (52) à Equação (51), pode-se chegar na equação completa.

$$EI\frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + m\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + c\frac{\partial w(x,t)}{\partial t}$$

$$-\Theta i(t)\left[\frac{\partial \delta(x-x_1)}{\partial x} - \frac{\partial \delta(x-x_2)}{\partial x}\right] = -m\frac{\partial^2 w_b(t)}{\partial t^2}$$
(57)

Além da parte mecânica, é necessário realizar o estudo das equações de governo para o circuito elétrico que é alimentado pela bobina presente na estrutura. Qualquer variação no campo magnético no interior de uma bobina de fio com N voltas gera uma voltagem (força eletromotriz) induzida na bobina. Essa relação é dada pela expressão a seguir.

$$\Delta v = -\frac{\Delta l}{l} N \frac{\Delta (BA)}{\Delta t}$$
(58)

A Equação (58) é conhecida como lei de Faraday, que relaciona a voltagem a uma parte infinitesimal  $\Delta l$  do comprimento da bobina. Adotando os limites de  $\Delta v \rightarrow$ dv,  $\Delta l \rightarrow dx$ ,  $\Delta B \rightarrow dB e \Delta t \rightarrow dt$  e considerando que a área da permanece constate, pode-se escrever a equação como sendo:

$$\frac{dv}{dx} = -\frac{AN}{l}\frac{dB}{dt}$$
(59)

A Equação (14) traz uma relação entre a densidade do fluxo do campo magnético, a deformação e a intensidade do campo magnético. Para atrelar esta equação com a Equação (59) é necessário realizar a derivação temporal.

$$\frac{dB}{dt} = e\frac{d\varepsilon}{dt} + \mu^T \frac{dH}{dt}$$
(60)

$$\frac{-l}{AN}\frac{dv}{dx} = e\frac{d\varepsilon}{dt} + \mu^T \frac{dH}{dt}$$
(61)

A Equação (44) relaciona a intensidade do campo magnético com a corrente e deve ser utilizada com a equação de deformação em flexão da viga de *Bernoulli-Euler*.

$$\frac{lR}{AN}\frac{\mathrm{di}}{\mathrm{dx}} = -e\frac{d\varepsilon}{\mathrm{dt}} - \frac{N\mu^{T}}{l}\frac{\mathrm{di}}{\mathrm{dt}}$$
(62)

$$R\int_{0}^{l} \frac{\mathrm{d}i}{dx}dx = -\frac{dE_{m}AN}{l}\int_{0}^{l} \frac{d\varepsilon}{dt}dx - \frac{AN^{2}\mu^{T}}{l^{2}}\int_{0}^{l} \frac{di}{dt}dx$$
(63)

Considerando a deformação segundo o modelo de Bernoulli-Euler, e resolvendo as integrais, pode-se chegar à equação elétrica completa.

$$Ri(t) = \Theta \int_0^l \frac{d^3 w(x,t)}{dt dx^2} dx - L \frac{di(t)}{dt}$$
(64)

onde  $\Theta$  é o coeficiente de acoplamento magnetomecânico mostrado na Equação (48), e L é a indutância, definida como:

$$L = \frac{AN^2\mu^T}{l} \tag{65}$$

De maneira resumida, pode-se juntar as principais equações de governo na Tabela 3, a seguir.

Tabela 3: Equações governantes do dispositivo de colheita de energia através de material magnetostritivo.

Equação de Governo Mecânica			
$EI\frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + m\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + c\frac{\partial w(x,t)}{\partial t}$			
$-\Theta i(t) \left[ \frac{\partial \delta(x - x_1)}{\partial x} - \frac{\partial \delta(x - x_2)}{\partial x} \right] = -m \frac{\partial^2 w_b(t)}{\partial t^2}$			
Equação de Governo Elétrica			
$Ri(t) = \Theta \int_0^l \frac{d^3w(x,t)}{dtdx^2} dx - L\frac{di(t)}{dt}$			

### 5.1.2 Material Piezoelétrico

A descrição do dispositivo de colheita de energia usando materiais piezoelétricos necessita utilizar as equações constitutivas para esses materiais (Equações (24) e (25)) e linear elástico para a estrutura, Equação (43). Assumindo ainda as hipóteses da viga de Bernoulli-Euler e escrevendo, convenientemente, a componente  $\mathbb{E}_3$ do campo elétrico como função da tensão elétrica de saída para cada camada de material piezoelétrico, isto é,  $\mathbb{E}_3 = -v(t)/2h_p$ , o momento fletor para a viga bimorfa pode ser escrito da seguinte forma.

$$M(x,t) = -EI \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} + \vartheta \ v(t) [H_s(x-x_1) - H_s(x-x_2)]$$
(66)

onde *EI* é a rigidez de flexão equivalente, v(t) e  $\vartheta$  são a tensão de saída através da resistência elétrica e o coeficiente de acoplamento eletromecânico, respectivamente.

Os parâmetros citados anteriormente podem ser representados pelas equações a seguir:
$$EI = \frac{2b}{3} \left\{ E_s \frac{h_s^3}{8} + E_p^E \left[ \left( h_p + \frac{h_s}{2} \right)^3 - \frac{h_s^3}{8} \right] \right\}$$
(67)

$$\vartheta = \frac{\bar{e}_{31}b}{2h_p} \left[ \left( h_p + \frac{h_s}{2} \right)^2 - \frac{h_s^2}{4} \right] \tag{68}$$

Utilizando a Equação (66) na Equação (42) de movimento, pode-se escrever da seguinte forma.

$$EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + c \frac{\partial w(x,t)}{\partial t}$$
  
$$- \vartheta v(t) \left[ \frac{d\delta(x-x_1)}{dx} - \frac{d\delta(x-x_2)}{dx} \right] = -m \frac{\partial^2 w_b(t)}{\partial t^2}$$
(69)

Uma forma de obter a equação elétrica é representar o material piezoelétrico como uma fonte de corrente em paralelo com sua capacitância interna. Desta forma, aplicando a *lei de Kirchhorff* no circuito elétrico:

$$C_p \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{R} - i(t) = 0$$
(70)

onde  $C_p$ , *i* e *R* são, respectivamente, a capacitância interna equivalente, a corrente elétrica gerada e a resistência elétrica, definidos conforme segue.

$$C_p = \frac{\bar{\varepsilon}_{33}^S b}{h_p} (x_2 - x_1) \qquad \text{e} \qquad i(t) = -\vartheta \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial^3 w(x, t)}{\partial x^2 \partial t} dx \tag{71}$$

De maneira resumida, pode-se juntar as principais equações a serem resolvidas numericamente na Tabela 4 a seguir.

Tabela 4: Equações governantes do dispositivo de colheita de energia através de material piezoelétrico.

Equação de Governo Mecânica	
$EI\frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + m\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + c\frac{\partial w(x,t)}{\partial t}$	
$-\vartheta v(t) \left[ \frac{\partial \delta(x - x_1)}{\partial x} - \frac{\partial \delta(x - x_2)}{\partial x} \right] = -m \frac{\partial^2 w_b(t)}{\partial t^2}$	
Equação de Governo Elétrica	
$C_p \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{R} + \vartheta \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^2 \partial t} dx = 0$	

#### 5.1.3 Método dos Parâmetros Distribuídos

Esta seção é destinada a aplicação do método de parâmetros distribuídos às equações encontradas na Tabela 3 e Tabela 4. Para isso, a primeira etapa é realizar a separação de variáveis (tempo e espaço) do deslocamento. Essa separação é feita através da Equação

$$w(x,t) = \sum_{j=1}^{N} \phi_j(x) q_j(t)$$
(72)

onde  $\phi_j(x)$  e  $q_j(t)$  são as funções de forma e os valores temporais, respectivamente. Com aplicação da separação de variáveis da Equação (72), tem-se como objetivo final fazer uma equivalência da Figura 28 para um modelo equivalente de massa-mola, como é exibido na Figura 32.



Figura 32: Modelo equivalente massa-mola do dispositivo de colheita de energia com material inteligente.

Para se determinar as funções de forma completamente é necessário aplicar as condições de contorno, que pode ser visto na Figura 28. As relações de contorno são descritas como uma viga em balanço, seguindo as equações a seguir:

$$w(0,t) = 0, \qquad \frac{\partial w(x,t)}{\partial x}\Big|_{x=0} = 0$$

$$EI \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}\Big|_{x=l} = 0, \qquad EI \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3}\Big|_{x=l} = 0$$
(73)

Admitindo uma função de forma como sendo um somatório de funções trigonométricas ponderadas por constantes a ser descobertas, como pode ser observado na Equação (74).

$$\phi_j(x) = A \cos \frac{\lambda_j}{l} x + B \sin \frac{\lambda_j}{l} x + C \cosh \frac{\lambda_j}{l} x + D \sinh \frac{\lambda_j}{l} x$$
(74)

Aplicando as condições de contorno na equação acima, pode-se chegar à conclusão que as constantes  $A \in C$  são iguais e as constantes  $B \in D$  também são simétricas. Reorganizando a equação, pode-se chegar na resolução da matriz a seguir,

$$\begin{bmatrix}\cosh \lambda_j + \cos \lambda_j & \sinh \lambda_j + \sin \lambda_j \\ \sinh \lambda_j - \sin \lambda_j & \cosh \lambda_j + \cos \lambda_j \end{bmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = 0$$
(75)

A solução não trivial para a Equação (75) consiste em:

$$\cosh \lambda_j \cos \lambda_j + 1 = 0 \tag{76}$$

Essa é uma equação transcendental e sua resolução é feita através de método numérico. As constantes presentes na Equação (74) podem ser aglutinadas em uma constante apenas, como mostra a equação seguinte.

$$\phi_j(x) = \cos\frac{\lambda_j}{l}x - \cosh\frac{\lambda_j}{l}x - \eta_j\left(\sinh\frac{\lambda_j}{l}x - \sin\frac{\lambda_j}{l}x\right)$$
(77)

$$\eta_j = \frac{\cosh \lambda_j + \cos \lambda_j}{\sinh \lambda_j + \sin \lambda_j}$$
(78)

A Tabela 5 mostra os valores das constantes  $\lambda_j$  e  $\eta_j$  para os três primeiros modos de vibração.

Modo	$\lambda_j$	η <sub>j</sub>
1°	1.8751	0.7341
2°	4.6941	1.0185
<b>3</b> º	7.8548	0.9992

Tabela 5: Valores das constantes do modo de vibração para os três primeiros modos.

Tendo feito a separação da variáveis, pode-se substituir a Equação (72) na Equação (57) de movimento para materiais magnetostritivos e na Equação (69) de movimento para materiais piezoelétricos, com o objetivo de obter um número finito de equações diferenciais ordinárias.

Com o objetivo de desacoplar as equações, utiliza-se o *método de Galerkin* [81], que consiste em realizar um produto interno das Equações (57) e (64) e integrar ao longo do comprimento da viga. Esse procedimento proporciona n-equações que podem ser resolvidas para cada modo j da estrutura.

$$\int_{0}^{l} EI\phi_{i} \frac{\partial^{4}\phi_{j}}{\partial x^{4}} q_{j} dx + \int_{0}^{l} m \phi_{i} \phi_{j} \frac{\partial^{2}q_{j}}{\partial t^{2}} dx + \int_{0}^{l} c \phi_{i} \phi_{j} \frac{\partial q_{j}}{\partial t} dx$$

$$- \int_{0}^{l} \Theta i(t)\phi_{i} \left[ \frac{\partial \delta(x-x_{1})}{\partial x} - \frac{\partial \delta(x-x_{2})}{\partial x} \right] dx = - \int_{0}^{l} m \phi_{i} \frac{\partial^{2} w_{b}(t)}{\partial t^{2}} dx$$
(79)

As funções de forma devem ser normalizadas, e para isso é realizado a integral do produto interno delas pela massa do sistema. Além disso, para se ter modos independentes, as funções de forma desses modos devem ser ortonormais. Essas definições são mostradas em [82] e exibidas na equação a seguir,

$$\int_0^l m \,\phi_i(x)\phi_j(x)\,dx = \delta_{ij} \tag{80}$$

Com essa normalização, a função de forma apresentada na Equação (77) necessita ser atualizada, como é feito a seguir.

$$\phi_j(x) = \frac{1}{\sqrt{ml}} \left[ \cos \frac{\lambda_j}{l} x - \cosh \frac{\lambda_j}{l} x - \eta_j \left( \sinh \frac{\lambda_j}{l} x - \sin \frac{\lambda_j}{l} x \right) \right]$$
(81)

Considerando a viga em balanço, pode-se encontrar as frequências naturais [83] através da seguinte equação.

$$EI\frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + m\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = 0$$
(82)

$$\omega_j = \lambda_j^2 \sqrt{\frac{EI}{ml^4}} \tag{83}$$

As funções de forma dos três primeiros modos de vibração são mostradas na Figura 33 a seguir.



Figura 33: Função de forma dos três primeiros modos de vibração.

Resolvendo a Equação (79), com a introdução das Equações (56) e (83), implica em j equações diferenciais ordinárias.

$$\ddot{q}_j(t) + 2\xi_j \omega_j \dot{q}(t) + \omega_j^2 q_j(t) - \overline{\Theta}_j i(t) = F_j(t)$$
(84)

A força  $F_j(t)$  é proveniente do deslocamento lateral da tubulação, provocada pelo escoamento interno de fluido. As constantes presentes são expostas a seguir.

$$\xi_j = \frac{c}{2\omega_j m} \tag{85}$$

$$\overline{\Theta}_{j} = \frac{\Theta_{j}}{m} \left[ \frac{d\phi_{j}}{dx} \Big|_{x=x_{2}} - \frac{d\phi_{j}}{dx} \Big|_{x=x_{1}} \right]$$
(86)

$$F_j(t) = -\ddot{w}_b \int_0^l \phi_j \, dx \tag{87}$$

De maneira semelhante, a Equação elétrica (57) é resolvida seguindo os mesmos passos feitos anteriormente para a equação de movimento.

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{R}{L}i(t) - \frac{m\overline{\Theta}_j}{L}\dot{q}_j = 0$$
(88)

As Equações (84) e (88) podem ser representadas graficamente pela Figura 34. Nela está presente dois circuitos elétricos que representam o acoplamento entre as equações. A parte da esquerda, representa o sistema mecânico, com os parâmetros do material e da estrutura, como massa, rigidez e amortecimento. No lado direito, o circuito elétrico é representado, através das propriedades da bobina que circunda o dispositivo, a resistência e a indutância referente a própria bobina. Esses dois sistemas são ligados pela constante  $\Theta$ , que representa o coeficiente de acoplamento entre os dois sistemas.



Figura 34: Sistema elétrico equivalente as equações mecânicas e elétricas do sistema.

# 5.2 Potência Gerada

A potência gerada através do dispositivo de colheita de energia pode ser expressa através da relação a seguir.

$$P_{\rm s}(t) = i^2(t)R\tag{89}$$

A média dessa potência pode ser avaliada a partir da raiz do valor quadrático médio (*RMS*) da Equação (89).

$$P_{rms} = \sqrt{\frac{1}{(T_2 - T_1)} \int_{T_1}^{T_2} P(t)^2 dt}$$
(90)

### 5.3 Simulações Numéricas

Simulações numéricas são feitas a partir da solução das equações de governos apresentadas neste capítulo. A Tabela 6 apresenta os parâmetros utilizados para representar o dispositivo de colheita de energia associado ao Galfenol como a camada magnetostritiva e o aço como a camada do substrato. Posteriormente é feito uma comparação com outro material magnetostritivo e um material piezoelétrico.

$h_s$	0.005 [m]
$h_m$	0.001 [m]
$E_s$	190 [GPa]
$E_m$	50 [GPa]
b	0.012 [m]
d	8.5 [nm/A]
l	0.185 [m]
$ ho_s$	7850 [kg/m <sup>3</sup> ]
$ ho_m$	7800 [kg/m <sup>3</sup> ]
Ν	3000

Tabela 6: Valores das constantes para simulação numérica utilizando Galfenol

As excitações são provenientes do escoamento do fluido em uma tubulação, conforme tratado no capítulo 4, onde o forçamento é baseado no modelo fenomenológico apresentado no capítulo 4. A resistência elétrica do sistema de colheita é um parâmetro a ser determinado, tendo influência direta na geração de potência em

pontos distintos dependendo da estrutura e do material. Considere, portanto, um forçamento da seguinte forma:

$$F_j(t) = -\ddot{w}_b \int_0^L \phi_j \, dx \tag{91}$$

onde  $w_b$  é definido como a deslocamento de base proveniente do resultado numérico da Equação (33). A frequência  $\omega_f$  do forçamento considerado no modelo de vibração lateral do duto e a resistência do circuito elétrico são as os parâmetros a serem estudadas em busca do ponto ótimo de geração de energia no dispositivo de colheita.

Neste momento inicia a análise de um dispositivo de colheita de energia com Galfenol, excitado a partir do deslocamento lateral de um duto com escoamento interno. A Figura 35 apresenta o deslocamento e a corrente associados ao dispositivo de colheita de energia. Observa-se a mudança entre os regimes transiente e permanente. Próximo aos 0.05 segundos de análise, tanto o deslocamento quanto a corrente assumem comportamentos permanentes. Além disso, observa-se que a resposta é periódica.



Figura 35: Resultado numérico da simulação. A esquerda está o deslocamento da extremidade livre da estrutura e a direita a corrente induzida no sistema elétrico.

Variando a resistência do circuito elétrico de geração de energia, pode-se encontrar uma faixa em que a potência gerada é maior. A Figura 36 ilustra o resultado dos valores de potência gerada para diferentes valores da resistência. Como Equação (89) mostra, a potência é uma função dependente da corrente e da resistência. Seu máximo se encontra perto de 50  $\Omega$ .



Figura 36: Potência gerada pela resistência do sistema utilizando Galfenol.

Uma análise sobre a frequência de forçamento é realizada. A Figura 37 mostra a resposta em frequência do sistema. Por se tratar de um sistema linear, a frequência de ressonância encontra-se no valor da frequência natural do sistema. A adição de massa concentrada na extremidade da viga é uma opção para transladar esse pico de acordo com as necessidades de geração de energia.



Figura 37: Potência gerada pela frequência de forçamento utilizando Galfenol.

Considere agora um dispositivo que utiliza o Terfenol-D ao invés do Galfenol. A Tabela 7 apresenta os valores das constantes para esse material.

$h_s$	0.005 [m]
$h_m$	0.001 [m]
$E_s$	190 [GPa]
$E_m$	35 [GPa]
b	0.012 [m]
d	7.0 [nm/A]
l	0.185 [m]
$ ho_s$	7850 [kg/m <sup>3</sup> ]
$ ho_m$	9250 [kg/m <sup>3</sup> ]
Ν	3000

Tabela 7: Valores das constantes para simulação numérica utilizando Terfenol.

A Figura 38 apresenta a análise no domínio da frequência onde observa-se o deslocamento do pico da resposta para valores menores de resistência.



Figura 38: Potência gerada pela resistência do sistema utilizando Terfenol.

Em seguida é feito uma comparação entre os resultados obtidos com o Galfenol, Terfenol-D e o PZT-5A. As propriedades do material piezoelétrico foram baseadas em [84] e as propriedades dos materiais magnetostritivos foram utilizadas segundo [37]. Essas propriedades podem ser resumidas na Tabela 8.

	Galfenol	Terfenol	PZT-5A
$h_s$	0.005 [m]	0.005 [m]	0.005 [m]
$h_m$	0.001 [m]	0.001 [m]	0.001 [m]
$E_s$	190 [GPa]	190 [GPa]	190 [GPa]
$E_m$	50 [GPa]	35 [GPa]	60.9[GPa]
b	0.012 [m]	0.012 [m]	0.012 [m]
d	8.5 [nm/A]	7.0 [nm/A]	171 [pm/V]
l	0.185 [m]	0.185 [m]	0.185 [m]
$ ho_s$	7850 [kg/m <sup>3</sup> ]	7850 [kg/m <sup>3</sup> ]	7850 [kg/m <sup>3</sup> ]
$ ho_m$	7800 [kg/m <sup>3</sup> ]	9250 [kg/m <sup>3</sup> ]	7864 [kg/m <sup>3</sup> ]
Ν	3000	3000	-

Tabela 8: Valores das constantes dos materiais inteligentes.

A Figura 39 mostra a relação entre as potências de saída gerada para a mesma frequência de forçamento, amplitude de forçamento e propriedades espaciais. É importante notar que para cada material a zona de maior valor de potência é distinta, estando a mais de uma ordem de grandeza distante das outras. Nota-se também que os materiais magnetostritivos possuem uma alta dependência em relação a bobina, que é uma variável que influencia diretamente no valor da indutância (L), o que pode alterar completamente a análise de comparação entre os materiais.



Figura 39: Comparação entre os materiais inteligentes com variação da resistência do circuito elétrico: Galfenol, Terfenol-D e PZT-5A.

Para uma resistência fixa de 100  $\Omega$ , pode-se fazer a comparação entre as frequências de excitação de base utilizando os diferentes materiais. A Figura 40 mostra a diferença das potências geradas. Como a camada de material inteligente é cinco vezes menor em relação ao substrato, isso faz com que o pico de ressonância da resposta se encontra em faixas de frequências próximas. Observa-se que a potência gerada pelo dispositivo de colheita de energia baseado em material Galfenol apresenta valores maiores comparados aos outros materiais inteligentes, o que o torna ideal para o uso nessas condições apresentadas.



Figura 40: Comparação entre os materiais inteligentes com variação frequência de excitação: Galfenol, Terfenol-D e PZT-5A.

# 5.4 Redução de Escala de Dispositivo

Inspirado em sistemas micro eletromecânicos (MEMS - *Micro-Electro-Mechanical Systems*) é feito um estudo baseado na capacidade da redução de escala do dispositivo de colheita de energia. Essa redução de escala tem como objetivo estudar a comparação entre a ordem de redução em relação a potência gerada. A motivação desse estudo está nos limites geométricos presentes na zona onde será instalado o dispositivo. YEATMAN [85] estudou outros dispositivos de colheita de energia, e constatou que os diferentes dispositivos possuem potências de saída que variam de acordo com o tamanho. Para células solares, a potência aumenta com a área de superfície exposta, e assim com a dimensão linear nominal ao quadrado. As células termoelétricas, se pequenas em comparação com a fonte de calor, também terão potência de saída proporcional à área através da qual o calor flui.

O processo de miniaturização pode levar aos seguintes efeitos:

• O atrito é maior que a inércia. As forças capilares, eletrostáticas e atômicas, bem como a aderência em um nível micro, podem ser significativas.

- A dissipação de calor é maior que o armazenamento de calor e, consequentemente, as propriedades de transporte térmico podem ser um problema ou, inversamente, um grande benefício.
- As propriedades fluidas ou de transporte de massa são extremamente importantes. Pequenos espaços de fluxo são propensos a bloqueios, mas podem regular o movimento de fluidos.
- As propriedades do material (módulo de elasticidade, módulo de Poisson, estrutura dos grãos) e a teoria mecânica (tensão residual, desgaste e fadiga) podem depender do tamanho.
- A integração com o circuito no chip é complexa e específica do dispositivo / domínio.

Para se comparar os modelos reduzidos, deseja-se que esses tenham a mesma frequência natural para que possa ser usada na simulação numérica a mesma frequência de excitação. Baseado nessa hipótese, será considerado a dinâmica de uma viga em balanço de seção transversal constante em formato retangular, como é ilustrado na Figura 41.



Figura 41: Dimensões de referência do dispositivo As relações da rigidez e massa estão representadas pela Equação (92).

$$K = \frac{EI}{3l^3}$$

$$M = \rho bhl$$
(92)

onde *E* representa o módulo de elasticidade, *I* o momento de inércia, *l* o comprimento da viga,  $\rho$  a massa específica, *b* a largura da viga e *h* a espessura da mesma.

Como a frequência natural de uma estrutura é igual a raiz quadrada da razão entre a rigidez e a massa, pode-se fazer uma simplificação dos termos para obter uma razão de proporcionalidade que mantém a frequência natural constante.

$$f_n = \sqrt{\frac{K}{M}} = \sqrt{\frac{\frac{EI}{3l^3}}{\rho bhl}} = \sqrt{\frac{\frac{E}{12}}{\frac{3l^3}{\rho bhl}}} = \frac{h}{l^2} \sqrt{\frac{E}{36\rho}}$$
(93)

Como é observado na Equação (93), para que a frequência natural se mantenha constante, deve-se manter a altura proporcional ao quadrado do comprimento. Essa relação será usada para que a frequência natural se mantenha igual para cada caso de redução de escala.

As dimensões geométricas são reduzidas seguindo as seguintes relações:

$$l_r = \sqrt{k} l_0$$

$$h_r = k h_0$$

$$b_r = \sqrt{k} b_0$$
(94)

Considerando os modelos lineares já apresentados, a redução de escala é feita para os dois materiais estudados: piezoelétrico e magnetostritivo. A variável de interesse em ambos os casos é a densidade de potência, que é representada pela razão da potência gerada pelo circuito elétrico e pela massa do material.

#### 5.4.1 Material Piezoelétrico

Além da relação de inércia, é importante evidenciar que devido a relação de redução de escala apresentada na Equação (94), a capacitância  $C_p$  também permanece constante com a variação dos parâmetros geométicos.

$$C_p = \frac{\varepsilon_{33} b_r l_r}{h_r} \tag{95}$$

onde  $\varepsilon_{33}$  representa a constante dielétrica do material. Utilizando a Equação (94) na Equação (95), pode-se mostrar que a capacitância permanecerá constante para qualquer ordem de redução:

$$C_p = \frac{\varepsilon_{33}b_r l_r}{h_r} = \frac{\varepsilon_{33}\sqrt{k}b_0\sqrt{k}l_0}{kh_0} = \frac{\varepsilon_{33}b_0 l_0}{h_0}$$
(96)

Os parâmetros geométricos serão reduzidos baseados no parâmetro k presente nas equações e os resultados são exibidos na Figura 42. Como pode ser observado, com a redução da escala, a corrente gerada pelo circuito elétrico tem uma redução, levando a uma diminuição da potência gerada (em RMS). Porém, ao se analisar a densidade de potência, constata-se que esse valor se mantém constante.



Figura 42: Corrente, potência, deslocamento e densidade de potência para redução de escala de material piezoelétrico.

#### 5.4.2 Material Magnetostritivo

Os materiais magnetostritivos possuem um aparato adicional em relação ao modelo utilizando material piezoelétrico. Esse aparato adicional é a bobina que circunda o conjunto substrato e material magnetostritivo. Como o fenômeno de geração de energia é baseado em variação de campo magnético, então é necessária a presença dessa bobina. Seguindo a hipótese de redução de escala, o número de voltas a ser usado pela bobina será proporcional ao comprimento da bobina, o que irá influenciar na indutância do circuito elétrico acoplado ao sistema mecânico. A indutância (L) pode ser representada como:

$$L = \frac{h_r b_r N^2 \mu^T}{l_r} = \frac{k h_0 \sqrt{k} b_0 N^2 \mu^T}{\sqrt{k} l_0} = k \frac{h_0 b_0 N^2 \mu^T}{l_0}$$
(97)

Como pode ser observado na Equação (97), a indutância é proporcional ao fator de redução k. Com isso, para cada ordem de redução simulada, terá um valor de indutância cada vez menor. A Figura 43 mostra os valores de corrente elétrica, potência, deslocamento e densidade de potência com a redução do dispositivo.



Figura 43 - Corrente, potência, deslocamento e densidade de potência para redução de escala de material magnetostritivo.

A redução de escala nos dispositivos baseados em materiais piezoelétricos mostra que a densidade de potência se mantém constante com a redução de escala. Dessa forma, dispositivos de mesmo volume seguindo a redução de escala mantendo a frequência natural constante apresentará a mesma densidade de potência. Um exemplo prático disso é ter dois casos:

- Um dispositivo de volume de 1000 mm<sup>3</sup> de volume.
- Dez dispositivos de volume de 100 mm<sup>3</sup> de volume cada.

Nesse caso apresentado, a energia gerada através da relação de densidade de potência será igual. Isso é extremamente importante para que se possa usar uma grande quantidade de dispositivos miniaturizados.

Essa relação não é encontrada nos dispositivos baseados a material magnetostritivo. Nesses, a presença da bobina como elemento de acoplamento entre a variação do campo magnético e o circuito elétrico torna com que o parâmetro de indutância varie com a redução de escala. Para esse caso, deve se ter atenção a redução, pois essa reduzirá a densidade de potência.

# 6 DISPOSITIVO DE COLHEITA DE ENERGIA NÃO-LINEAR

Este capítulo tem como objetivo explorar não linearidades no dispositivo de colheita de energia magnetostritivo. Essa não-linearidade é introduzida através de imãs que tem por objetivo amplificar a vibração do dispositivo.

### 6.1 Interação Magnética

Os imãs presentes são divididos em fixos e móveis. O móvel está preso a viga em balanço e o fixo está a uma distância  $d_v$  da posição em repouso da viga, como mostra a Figura 44.



Figura 44: Esquemático dos parâmetros geométricos da interação magnética entre um imã fixo e um imã na viga em balanço.

O imã fixo possui um dipolo magnético denominado de  $m_1$  e o outro imã preso a viga em balanço  $m_0$ . A distância  $d_v$  atrelado ao deslocamento da extremidade da viga w resulta na distância r entre os imãs. Essa distância é fundamental para o cálculo da energia potencial magnética, presente na equação a seguir.

$$U_m = -\frac{\mu_0}{4\pi r^3} \left[ 3(m_{0,i}e_{r,i})(m_{1,i}e_{r,i}) - m_{0,i}m_{1,i} \right]$$
(98)

Sabendo que a força magnética proveniente dessa configuração é o resultado do gradiente da energia magnética, então pode-se expressar a força magnética como sendo:

$$F_{m} = \frac{3\mu_{0}m_{0}m_{1}}{4\pi r^{4}} \left[ e_{r,i}(m_{0,j}m_{1,j}) + m_{0,i}(e_{r,j}m_{1,j}) + m_{1,i}(e_{r,j}m_{0,j}) - 5e_{r,i}(e_{r,j}m_{0,j})(e_{r,j}m_{1,j}) \right]$$
(99)

Adotando os vetores de dipolos magnéticos e vetor de distância unitário baseados na configuração geométrica da Figura 44, pode-se expressar a Equação (99) em função dos parâmetros geométricos  $d_v$ ,  $m_0$  e  $m_1$ . Como a força é proporcional ao produto das magnetizações do imãs, é considerado apenas a magnetização do imã fixo para variação de parâmetros a procura de um ponto de melhor eficiência. Para a configuração escolhida, é considerado apenas a força magnética na direção perpendicular ao comprimento da viga.

$$F_{m} = \frac{-\mu_{0}m_{0}m_{1}}{4\pi r^{2}l} \left[ \frac{1}{\sqrt{r}} \left( 6d_{v}w - 2w\sqrt{L^{2} - w^{2}} - \frac{z(2d_{v}^{2} - w^{2})}{\sqrt{L^{2} - w^{2}}} \right) - \frac{5w}{r\sqrt{r}} \left( 3d_{v}w^{2} + (2d_{v}^{2} - w^{2})\sqrt{L^{2} - w^{2}} \right) \right]$$
(100)

A escolha de um conjunto de valores desses parâmetros ocasiona uma dinâmica única no sistema de colheita de energia, como é observado nas próximas figuras. Esse termo adicional é ser acrescentado na equação de movimento do sistema de colheita de energia, estando ao lado direito da equação.

$$EI\frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + m\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + c\frac{\partial w(x,t)}{\partial t} - \Theta i(t) \left[\frac{\partial \delta(x-x_1)}{\partial x} - \frac{\partial \delta(x-x_2)}{\partial x}\right]$$

$$= -m\frac{\partial^2 w_b(t)}{\partial t^2} + F_m\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2}$$
(101)

A influência magnética pode ser observada na Figura 45 onde a aproximação do imã faz com que a curva da energia potencial total seja modificada na região próxima ao deslocamento nulo, criando uma concavidade para baixo. Essa modificação pode ser observado abaixo. A aproximação do imã fixo, ou seja, a diminuição da distância horizontal resulta no aumento da influência magnética. Esse aumento pode ser percebido pela criação de uma concavidade simétrica ao eixo vertical de deslocamento nulo criando dois poços de estabilidade.



Figura 45: Energia potencial total de uma estrutura, como sendo composição de parte elástica e magnética

A redução da distância tem influência diretamente na força magnética produzida, como pode ser observado na Figura 46. O aumento da força magnética pode ser benéfico para o aumento da amplitude de vibração, porém pode ocasionar um efeito indesejável, o confinamento da amplitude de vibração da estrutura em um poço de estabilidade, reduzindo assim a energia gerada.



Figura 46: Força magnética para diferentes distâncias horizontais entre imãs.

Uma variação dos parâmetros em uma janela de observação pode ser mapeada como mostra a Figura 47. A coloração da imagem refere-se ao valor do ponto de equilíbrio estável da estrutura. Caso não haja uma interação magnética suficiente para que se tenha a aparição de dois pontos de equilíbrio estáveis, o valor do ponto de equilíbrio será nulo, como pode ser observado na Figura 45. Com o aumento do dipolo magnético ou a redução da distância entre imãs, pode-se observar o aparecimento de uma curva de potencial com dois pontos de equilíbrio. Essa variação pode ser observada na Figura 47 onde quantifica-se o valor desse ponto de equilíbrio. O aumento desse valor pode gerar maiores amplitudes de vibração, gerando assim uma maior energia colhida no sistema.



Figura 47: Valor do ponto de equilíbrio estável com a variação do dipolo magnético e da distância entre imãs.

# 6.2 Modelo de Colheita de Energia

Com o estudo da interação magnética e dos parâmetros geométricos, introduz-se a força magnética na equação de movimento (84).

$$\ddot{q}_{j}(t) + 2\xi_{j}\omega_{j}\dot{q}(t) + \omega_{j}^{2} q_{j}(t) + \overline{\Theta}_{j} i(t) = F_{j}(t) + \phi_{j}(l)F_{m}(w(l))$$
(102)

onde *j* representa os modos de vibração a serem considerados na análise dinâmica. Nesse trabalho considera-se o primeiro modo de vibração do sistema. A força magnética é dependente da amplitude de vibração da extremidade da viga, possuindo uma relação não-linear conforme mostrado na Equação (100). PODDER *et al* [49] e LAN *et al* [56,86] mostraram que, para uma configuração mostrada na Figura 44, pode-se aproximar a Equação (100) por um polinômio de 3° grau, ilustrada na Figura 48.



Figura 48: Comparação entre o valor analítico e aproximado da força magnética.

Para esse caso, é calculado a raiz do erro médio quadrático como sendo 0.42 N, mostrando uma boa aproximação para essa região de análise. É importante ressaltar que a aproximação é válida apenas na região mostrada, quaisquer resultados além dessa região não estão sendo representados de maneira correta pela aproximação polinomial. Por esse motivo, é importante realizar uma análise da influência magnética para se comprovar que a amplitude de vibração da viga não extrapole a região delimitada para ser aproximada. Com isso, a força magnética pode ser aproximada pela seguinte relação.

$$F_m(q) = K_{1n}\phi_j(l)q(t) + K_{3n}\left(\phi_j(l)q(t)\right)^3$$
(103)

onde  $K_{1n}$  e  $K_{3n}$  são coeficientes a serem determinados através do ajuste polinomial mostrado na Figura 48. Dessa maneira, a equação de movimento pode ser representada pela equação a seguir.

$$\ddot{q}(t) + 2\xi\omega\dot{q}(t) + \omega^2 q(t) + \chi q(t) + \psi q(t)^3 + \overline{\Theta}i(t) = F(t)$$
(104)

onde

$$\chi = -\frac{K_{1n}}{m}\phi(l)$$
  $e \quad \psi = -\frac{K_{3n}}{m}\phi(l)^3$  (105)

Essa aproximação polinomial da força magnética introduz uma não-linearidade do tipo Duffing ao sistema dinâmico, onde as constantes de Duffing são ( $\omega^2$ - $\chi$ ) e  $\psi$ . Com essa aproximação, a equação de movimento se torna uma equação de Duffing. A

Tabela 9 mostra os valores adotados para as propriedades físicas e parâmetros geométricos da configuração.

$h_s$	0.005 [m]
$h_m$	0.001 [m]
$E_s$	190 [GPa]
$E_m$	50 [GPa]
b	0.012 [m]
d	25 [nm/A]
l	0.0878 [m]
$ ho_s$	7850 [kg/m <sup>3</sup> ]
$ ho_m$	7800 [kg/m <sup>3</sup> ]
Ν	1500
dv	0.045 [mm]
$m_0$	50 [A.mm <sup>2</sup> ]
$m_1$	$1 [A.mm^2]$
$\mu_0$	1.257×10 <sup>-6</sup> [N/A <sup>2</sup> ]
R	112 [Ω]

O método de Runge-Kutta de 4° ordem é usado para a simulação numérica, semelhante ao que foi utilizado anteriormente. A discretização temporal é em função da frequência de excitação do sistema, sendo o passo correspondente à razão do período de excitação por 500. O tempo total de simulação também é proporcional o período de excitação, sendo considerado 500 períodos completos. Para a análise não-linear, foi

considerado a resistência ótima, extraída da análise linear do capítulo anterior. Mantendo-se a amplitude de excitação constante e variando a sua frequência, pode-se comparar a influência da variação da frequência na resposta dinâmica. Essa comparação é feita através do diagrama de bifurcação, onde é utilizado o parâmetro de frequência para ser variada de 0 Hz até 800 Hz.



Figura 49: Diagrama de bifurcação em função da frequência de excitação.

A Figura 50 mostra o diagrama de bifurcação com uma riqueza de comportamentos dinâmicos. Pode-se notar três regiões não periódicas, a primeira para as primeiras frequências, a segunda entre 100 Hz e 275 Hz e a última entre 300 Hz até 800 Hz. Para baixas frequências, nota-se uma zona periódica. Através do espaço de fase pode-se notar o comportamento periódico de período 1.



Figura 50: Espaço de fase, Evolução temporal do deslocamento e evolução da corrente elétrica para uma frequência de 30 Hz.

Aumentando a frequência para 80 Hz, pode-se constatar na Figura 51 uma dinâmica não periódica, em que a dinâmica apresenta diversas orbitais de energia diferentes. Essa diversidade de orbitais de energia contribui para que a amplitude de vibração da extremidade da viga não vibre apenas em torno de um ponto de equilíbrio, mas percorra ambos. Apesar da riqueza da dinâmica, está configuração não propicia para a otimização da energia gerada através da corrente elétrica.



Figura 51: Espaço de fase, Evolução temporal do deslocamento e evolução da corrente elétrica para uma frequência de 80 Hz.

A zona entre as duas regiões não periódicas é observada na Figura 52 através da utilização de uma frequência de 200 Hz. Pelo gráfico de espaço de fase, é possível notar que os valores de deslocamento e velocidade são superiores aos de baixa frequência. Por se tratar de um comportamento periódico de período 1, a dinâmica dessa configuração se baseia em apenas uma orbita de alta energia que é mostrada na imagem. Esse fato corrobora para que a corrente elétrica seja elevada, gerando assim uma alta energia gerada.



Figura 52: Espaço de fase, Evolução temporal do deslocamento e evolução da corrente elétrica para uma frequência de 200 Hz.

Explorando a segunda zona não periódica, é escolhido uma frequência de 300 Hz para a visualização do comportamento dinâmico. Com uma simulação mais longa, contando com 50000 períodos, 100 vezes maior que o estipulado inicialmente, pode-se observar no espaço de fase a seção de Poincaré construída mostrando um atrator estranho. O número alto de períodos simulados colabora para a visualização do preenchimento do espaço de fase, evidenciando a existência de inúmeras órbitas.



Figura 53: Espaço de fase, Evolução temporal do deslocamento e evolução da corrente elétrica para uma frequência de 300 Hz.

Além dessa zona, há uma região em que ocorre o confinamento do deslocamento da extremidade da viga em um dos pontos de equilíbrio. Esse fenômeno pode ser observado através da Figura 54, onde a amplitude de vibração está atrelada a um dos pontos de equilíbrio. O deslocamento a esquerda oscila do ponto de equilíbrio negativo, enquanto que o deslocamento a direita oscila em torno de ponto de equilíbrio positivo. A diferença entre as duas dinâmicas está no valor da condição inicial, de -0.01 mm e 0.01 mm, respectivamente. Essa característica é presente de sistemas não-lineares onde a alta sensibilidade as condições iniciais são evidentes.



Figura 54: Evolução temporal do deslocamento para condição inicial de deslocamento negativo e positivo para frequência de 350 Hz.

Essa simetria de comportamento pode ser observada através do espaço de fase, mostrado na Figura 55. Os espaços de fase são simétricos em relação a uma linha vertical partindo da origem.



Figura 55: Espaço de fase para condição inicial de deslocamento negativo e positivo para frequência de 350 Hz.

Finalmente, a corrente elétrica produzida em ambos os casos é semelhante, uma vez que a corrente depende da velocidade. Apesar da zona transiente presente na Figura 56 ser de tamanhos diferentes, a região permanente proporciona valores que se assemelham.



Figura 56: Evolução da corrente para condição inicial de deslocamento negativo e positivo para frequência de 350 Hz.

Baseado na Figura 49, pode-se notar perto da região de 500 Hz um comportamento de bifurcação, onde se espera observar uma dinâmica periódica de período 2. A Figura 57 mostra esse comportamento.



Figura 57: Espaço de fase, Evolução temporal do deslocamento e evolução da corrente elétrica para uma frequência de 500 Hz.

# 6.3 Comparação entre Dispositivo Linear e Não-Linear

A introdução dos imãs acrescenta uma complexidade a dinâmica do sistema. Essa configuração pode ser benéfica ou prejudicial dependendo dos parâmetros geométricos e do dipolo magnético a serem escolhidos. A variação desses valores possui uma alta sensibilidade, causando uma modificação completa do comportamento dinâmico do sistema de colheita de energia. Para os parâmetros escolhidos na Tabela 9, é feito uma comparação entre esse e um modelo de mesma propriedade, porém sem os imãs. Essa comparação é representada na Figura 58.



Figura 58: Comparação entre dispositivo linear e não-linear com a variação da frequência.

Baseando-se na Equação (104), a interação magnética dos imãs tem um efeito de alterar a frequência natural da estrutura. A constante  $\alpha$  é responsável por essa mudança e esse efeito é observado na figura acima. O pico de ressonância é transladado para a esquerda. Há um aumento do pico de potência gerada, tendo um aumento de 12% em relação a potência gerada pelo dispositivo linear. A banda de frequência, ou seja, a região de frequência onde se tem uma potência até 0.707 do máximo de potência, também tem um aumento de 94%. Esse aumento é uma das vantagens do uso do dispositivo não-linear, onde deseja-se que o pico de potência gerada seja alta o bastante para uma maior região de frequência de excitação.
## 7 CONCLUSÕES

Este trabalho realiza a análise dinâmica de sistemas inteligentes de colheita de energia. Os materiais inteligentes adotados na análise são o piezoelétrico e o magnetostritivo. O dispositivo utilizado para simulação numérica consistiu em uma viga mista em balanço composta de uma camada de substrato ferromagnético e uma camada de material inteligente. Esse dispositivo é excitado por uma vibração mecânica induzida pelo escoamento interno em um duto através de diversas velocidades.

O sistema mecânico é modelado linearmente através das hipóteses de Bernoulli-Euler e as equações constitutivas se baseiam na teoria linear dos materiais inteligentes. Através do Método de parâmetros distribuídos, os resultados numéricos foram gerados para ambos materiais. Buscando uma melhoria da energia gerada através do sistema inteligente, introduziu-se uma interação magnética do tipo *Duffing* criando um comportamento não-linear.

Inicialmente é feito uma análise da dinâmica de um duto engastado nas extremidades induzido por escoamento interno. A variação da velocidade do escoamento interno produz uma variação da frequência natural da estrutura. As hipóteses utilizadas no duto não consideram complexidades geométricas ou reentrada de fluido, o que propicia para um aumento da amplitude e frequência de vibração. Esse fenômeno foi levado em conta através de um modelo fenomenológico extraído de observações experimentais. A amplitude de vibração lateral foi convertida em aceleração de base para ser utilizada como força de excitação do dispositivo de colheita de energia.

A análise linear dos dispositivos de colheita de energia utilizando materiais inteligentes é feita através de uma varredura da resistência do circuito elétrico atrelado a

92

viga em balanço. Observa-se que a potência ótima gerada depende da resistência escolhida, e o valor desse é de ordens de grandezas diversas para cada material inteligente considerado. Considerando a resistência ótima para cada caso, é observado que o material Galfenol gera uma maior potência de saída para as mesmas condições operacionais que os demais, como mesma amplitude de forçamento e frequência de ressonância.

Introduzindo a interação magnética, o sistema não-linear apresentou uma riqueza de comportamentos dinâmicos. Através do diagrama de bifurcação, foi possível observar a evolução do comportamento periódico da resposta para um aumento da frequência de excitação. Dentre as respostas observadas, destacam-se as não periódicas e as periódicas de período 1 e 2. Através dos resultados obtidos, é possível observar que em alguns casos ocorre o confinamento da dinâmica do sistema em torno de 1 ponto de equilíbrio. Esse confinamento propicia uma baixa amplitude de deslocamento, e consequentemente uma baixa potência gerada. Apesar de certas zonas a serem evitadas pelo baixo rendimento energético, outras regiões se mostraram ótimas baseado na amplitude observada. Nessas regiões, os resultados numéricos mostram uma resposta temporal baseada em orbitais de alta energia, onde o deslocamento da viga em balanço visita os dois pontos de equilíbrio, gerando uma alta amplitude de deslocamento.

No último capítulo, é feito uma comparação entre o dispositivo linear e nãolinear, onde resultados mostraram que há uma melhora na potência gerada no modelo não-linear. Com um aumento de 12% em relação a potência gerada pelo dispositivo linear e uma largura de banda de frequência aumentada em 94%. Esses resultados, porém, são altamente dependentes da dinâmica não-linear do dispositivo, uma vez que essa zona de alta potência gerada é instável. Um salto dinâmico é observado quando a frequência de excitação é variada, podendo apresentar órbitas de alta ou baixa energia

93

dependendo das condições iniciais. A utilização de imãs acrescenta uma complexidade ao modelo, mostrando uma alta sensibilidade aos parâmetros geométricos e magnéticos dos imãs.

## 7.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

Baseado nesse trabalho, uma sequência natural é a realização de ensaios experimentais com objetivo de validação. A literatura de materiais magnetostritivos está em processo crescimento e com isso, valores das propriedades do material encontram-se escassas. Devido ao isso, é importante a realização da caracterização dos materiais inteligentes, mecanicamente e magneticamente.

Dentre as configurações de imãs apresentadas no capítulo 2, a utilizada nesse trabalho foi a mais simples. É de interesse o estudo de outras configurações, onde os comportamentos dinâmicos resultantes podem gerar regiões de bi-estabilidade e tri-estabilidade. A influência do imã no material magnetostritivo não é considerado, porém considerando esse um material ferromagnético, há uma influência magnética a ser considerada.

O estudo da bobina como uma resistência ao circuito elétrico é um fator importante a ser estudado. Essa resistência adicionada pode inviabilizar o uso de materiais inteligentes onde a resistência ótima se encontra em regiões de baixa resistência.

Por último, a Figura 11 apresenta o comportamento mecânico do material através do aumento da intensidade do campo magnético. O comportamento não-linear desse material possui uma região maior que a região linear considerada nesse trabalho. Uma caracterização do modelo completo desse comportamento é fundamental.

94

## REFERÊNCIAS

[1] MOORE, G.E. "Cramming More Components onto Integrated Circuits", **Electronics**, v. 38, n. 8, 1965.

[2] SIANG, J., LIM, M.H., *et al.* "Review of Vibration-Based Energy Harvesting Technology: Mechanism and Architectural Approach", **International Journal of Energy Research**, v. 42, n. 5, pp. 1866–1893, 2018.

[3] PARADISO, J.A., STARNER, T. "Energy Scavenging for Mobile and Wireless Electronics", **IEEE Pervasive Computing**, v. 4, n. 16 R, pp. 18–27, 2005.

 [4] SHAIKH, F.K., ZEADALLY, S. "Energy Harvesting in Wireless Sensor Networks: A Comprehensive Review", Renewable and Sustainable Energy Reviews, v. 55, pp. 1041–1054, 2016.

[5] PARADISO, J.A., GERSHENFELD, N., *et al.* "Parasitic Power Harvesting in Shoes John", **IEEE International Conference on Wearable Computing**, v. 2, 1998.

[6] HANNAN, M.A., MUTASHAR, S., *et al.* "Energy Harvesting for the Implantable Biomedical Devices: Issues and Challenges", **BioMedical Engineering OnLine**, v. 13, n. 1, pp. 79, 2014.

[7] DHAKAR, L. "Triboelectric Devices for Power Generation and Self-Powered Sensing Applications",2017.

[8] NARITA, F., FOX, M. "A Review on Piezoelectric, Magnetostrictive, and Magnetoelectric Materials and Device Technologies for Energy Harvesting Applications", Advanced Engineering Materials, v. 20, n. 5, pp. 1–22, 2018.

[9] KUANG, Y., ZHU, M. "Characterisation of a Knee-Joint Energy Harvester Powering a Wireless Communication Sensing Node", **Smart Materials and Structures**, v. 25, n. 5, pp. 0, 2016.

[10] FANG, Z.W., ZHANG, Y.W., *et al.* "Integration of a Nonlinear Energy Sink and a Giant Magnetostrictive Energy Harvester", Journal of Sound and Vibration, v. 391, pp. 35–49, 2017.

[11] HUO, Y., WANG, Z. "Dynamic Analysis of a Vertically Deploying/Retracting Cantilevered Pipe Conveying Fluid", Journal of Sound and Vibration, v. 360, pp. 224–238, 2016.

[12] PAIDOUSSIS, M.P. Fluid-Structure Interacions: Slender Structures and

Axial Flow. 1 ed. Montreal: academic press, 1998.

[13] DUCK, F. "The Electrical Expansion of Quartz' by Jacques and Pierre Curie", **Ultrasound**, v. 17, pp. 197–203, 2009.

 [14] KOUR, P., SINHA, S.K. "Studies of Sr 2 + Ion Substitution on Ferroelectric and Piezoelectric Properties of PZT Nanocrystalline", Cerâmica, v. 59, pp. 34–38, 2013.

[15] KHALID, M., SHOAIB, M., *et al.* "Strontium Doped Lead Zirconate Titanate Ceramics : Study of Calcination and Sintering Process to Improve Piezo Effect Delivered by Ingenta To :", **Journal of Nanoscience and Nanothechnology**, v. 11, pp. 5440–5445, 2011.

[16] YANG, J.S., CHEN, X.M., *et al.* "PZT Based Piezoelectric Ceramics with Enhanced Fracture Toughness", **Solid State Ionics**, v. 108, pp. 117–121, 1998.

[17] T., F. Eletromagnetismo Para Engenheiros.Pdf. 1° ed. Bookman, 2006.

[18] ROBERTO, P., BELTRAN, D. Microgerador piezoelétrico transversal coplado a uma palmilha. 2016.

[19] TAWARE, S.M., DESHMUKH, S.P. "A Review of Energy Harvesting From Piezoelectric Materials", IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering, pp. 43–50,

[20] LI, H., TIAN, C., *et al.* "Energy Harvesting from Low Frequency Applications Using Piezoelectric Materials", **Applied physics reviews**, v. 1, 2014.

[21] SODANO, H.A., INMAN, D.J., *et al.* "Estimation of Electric Charge Output for Piezoelectric Energy Harvesting", **Strain Journal**, v. 40, n. 2, pp. 49–58, 2004.

[22] AVVARI, P.V., YANG, Y., *et al.* "Long-Term Fatigue Behavior of a Cantilever Piezoelectric Energy Harvester", Journal ofIntelligent Material Systems and Structures, v. 28, n. 9, pp. 1188–1210, 2017.

[23] ZHAO, Q., LIU, Y., *et al.* "Design Method for Piezoelectric Cantilever Beam Structure under Low Frequency Condition", **International Journal of Pavement Research and Technology**, v. 11, n. 2, pp. 153–159, 2018.

[24] LEE, B.S., WU, W.J. "Power Harvesting Using Piezoelectric MEMS Generator with Interdigital Electrodes", **IEEE Ultrasonics Symposium**, n. 1, pp. 1598– 1601, 2007.

[25] KOK, S.L., WHITE, N.M., *et al.* "A Free-Standing, Thick-Film Piezoelectric Energy Harvester", **IEEE SENSORS 2008**, n. c, 2008.

[26] JEONG, S., KIM, M., et al. "Sensors and Actuators A: Physical Two-

Layered Piezoelectric Bender Device for Micro-Power Generator", Sensors and Actuators, v. 148, pp. 158–167, 2008.

[27] ELFRINK, R., KAMEL, T.M., *et al.* "Vibration Energy Harvesting with
Aluminum Nitride-Based Piezoelectric Devices", JOURNAL OF
MICROMECHANICS AND MICROENGINEERING, v. 19 (2009), 2009.

[28] SARKER, M.R., JULAI, S., *et al.* "Sensors and Actuators A : Physical Review of Piezoelectric Energy Harvesting System and Application of Optimization Techniques to Enhance the Performance of the Harvesting System", **Sensors & Actuators: A. Physical**, v. 300, pp. 111634, 2019.

[29] ALPER ERTURK, D.J.I. **Piezoelectric Energy Harvesting**. Wiley-Blackwell, 2011.

[30] JOULE, J.. "On the Effects of Magnetism upon the Dimensions of Iron and Steel Bars", **The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science**, v. 30, pp. 76–87, 1847.

[31] LACHEISSERIE, E. DU T. DE Magnetostriction: Theory and Applications of Magnetoelasticity. 1 ed. Grenoble: CRC, 1993.

[32] ENGDAHL, G., QUANDT, E. Handbook of Giant Magnetostrictive Materials. 1 ed. San Diego: Press, Academic, 2000.

[33] CLARK, A.E., WUN-FOGLE, M., *et al.* "Magnetostrictive Properties of Galfenol Alloys Under Compressive Stress", **Materials Transactions**, v. 43, n. 5, pp. 881–886, 2002.

[34] STONER, B.E.C., WOHLFARTH, E.P. "A Mechanism of Magnetic Hysteresis In Heterogeneous Alloys", **Phil. Trans. R. Soc.**, v. 240, pp. 599–642, 1948.

[35] ASHIK, K.P., SHARMA, R.S. "A Review on Mechanical Properties of Natural Fiber Reinforced Hybrid Polymer Composites", **Journal of Minerals and Materials Characterization and Engineering**, v. 03, n. 05, pp. 420–426, 2015.

[36] DENG, Z., DAPINO, M.J. "Review of Magnetostrictive Vibration Energy Harvesters", **Smart Materials and Structures**, v. 26, n. 10, 2017.

[37] BERBYUK, V. "Vibration Energy Harvesting Using Galfenol-Based Transducer", v. 8688, pp. 86881F, 2013.

[38] DENG, Z. "Nonlinear Modeling and Characterization of the Villari Effect and Model-Guided Development of Magnetostrictive Energy Harvesters and Dampers",2015.

[39] STALEY, M.E., FLATAU, A.B. "Characterization of Energy Harvesting

Potential of Terfenol-D and Galfenol", **Smart Structures and Materials**, n. May 2005, pp. 630, 2005.

[40] MURPHREE, Z. Magnetostrictive Wave Energy Harvester with Heave Plate., World Intellectual Property Organization, 2014.

[41] NAIR, B., NACHLAS, J.A., *ET AL*. Magnetostrictive Devices and Systems., United States Patent Application Publication, 2014.

[42] VIOLA, A., FRANZITTA, V., *et al.* "A Magnetostrictive Electric Power Generator for Energy Harvesting From Traffic: Design and Experimental Verification", **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 51, n. 11, pp. 1, 2015.

[43] UENO, T., YAMADA, S. "Performance of Energy Harvester Using Iron-Gallium Alloy in Free Vibration", **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 47, n. 10, pp. 2407–2409, 2011.

[44] KITA, S., UENO, T., *et al.* "Improvement of Force Factor of Magnetostrictive Vibration Power Generator for High Efficiency", Journal of Applied Physics, v. 117, n. 17, 2015.

[45] WANG, L., YUAN, F.G. "Vibration Energy Harvesting by Magnetostrictive Material", **Smart Materials and Structures**, v. 17, n. 4, 2008.

[46] YOO, J.H., FLATAU, A.B. "A Bending-Mode Galfenol Electric Power Harvester", **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 23, n. 6, pp. 647–654, 2012.

[47] MOON, F.C., HOLMES, P.J. "A Magnetoelastic Strange Attractor", Journal of Sound and Vibration, v. 65, pp. 275–296, 1979.

[48] SINGH, K., TIPTON, C.R., *et al.* "Magneto-Elastic Buckling of an Euler Beam Subject Areas :", **Proceedings of The Royal Society A Mathematical Physical and Engineering Sciences**, v. 469, 2013.

[49] PODDER, P. "Bandwidth Widening in Nonlinear Electromagnetic Vibrational Generator by Combined Effect of Bistability and Stretching Bandwidth Widening in Nonlinear Electromagnetic Vibrational Generator by Combined Effect of Bistability and Stretching", **Journal of Physics: Conference Series**, v. 557, 2014.

[50] PODDER, P., AMANN, A., *et al.* "Combined Effect of Bistability and Mechanical Impact on the Performance of a Nonlinear Electromagnetic Vibration Energy Harvester", **IEEE/ASME Transactions on Mechatronics**, v. 21, n. 2, pp. 727–739, 2016.

[51] PODDER, P., MALLICK, D., et al. "Influence of Combined Fundamental

Potentials in a Nonlinear Vibration Energy Harvester", **Nature Publishing Group**, n. October, pp. 1–13, 2016.

[52] TAI, W., LIU, M., *et al.* "On Improvement of the Frequency Bandwidth of Nonlinear Vibration Energy Harvesters Using a Mechanical Motion Rectifier", **Journal of Vibration and Acoustics**, v. 140, n. October, pp. 1–11, 2018.

[53] FERRARI, M., FERRARI, V., *et al.* "Sensors and Actuators A : Physical Improved Energy Harvesting from Wideband Vibrations by Nonlinear Piezoelectric Converters", **Sensors & Actuators: A. Physical**, v. 162, n. 2, pp. 425–431, 2010.

[54] IBRAHIM, D.S., MUTHALIF, A.G.A., *et al.* "Piezoelectric Based Vibration Energy Harvester with Tip Attraction Magnetic Force : Modeling and Simulation", **Mathematics and Computers in Science and Industry Piezoelectric**, pp. 80–86, 2014.

[55] ROY, S., PODDER, P., *et al.* "Nonlinear Energy Harvesting Using Electromagnetic Transduction for Wide Bandwidth Magnetic and Spintronic Materials Nonlinear Energy Harvesting Using Electromagnetic Transduction for Wide Bandwidth", n. January, 2015.

[56] LAN, C., TANG, L., *et al.* "Comparative Methods to Assess Harmonic Response of Nonlinear Piezoelectric Energy Harvesters Interfaced with AC and DC Circuits", **Journal of Sound and Vibration**, v. 421, pp. 61–78, 2018.

[57] LU, Q., SCARPA, F., *et al.* "An E-Shape Broadband Piezoelectric Energy Harvester Induced by Magnets", Journal of Intelligent Material Systems and Structures, v. 29, n. 92, pp. 2477–2491, 2018.

[58] GAO, X., LIU, Y. "Research of Giant Magnetostrictive Actuator's Nonlinear Dynamic Behaviours", Nonlinear Dynamics, v. 92, n. 3, pp. 793–802, 2018.

[59] FARSANGI, E.N., YANG, L., ET AL. Nonlinear Giant Magnetostrictive Actuator and Its Application in Active Control. In: **Noise and Vibration Control -From Theory to Practice actuator.** IntechOpen, 2019, p. 162.

[60] ZHANG, D.-G., LI, M.-H., *et al.* "A General One-Dimension Nonlinear Magneto-Elastic Coupled Constitutive Model for Magnetostrictive Materials", **AIP ADVANCES 5**, v. 48, n. 2, pp. 165–172, 2015.

[61] CULLITY, B.D. Introduction to Magnetic Materials. 1 ed. Addison-Wesley, 1972.

[62] DAPINO, M.J. "On Magnetostrictive Materials and Their Use in Adaptive Structures", **Structural Engineering and Mechanics**, v. 17, n. 3, 2004.

LEE, E.W. (1955). Magnetostriction and magnetomechanical effects. *Reports on Progress in Physics*, 18(1), 184–229.

[64] SAVAGE, H.T., SPANO, M.L. "Theory and Application of Highly Magnetoelastic Metglas 2605SC (Invited)", **Journal of Applied Physics**, v. 53, n. 11, pp. 8092–8097, 1982.

[65] DAPINO, M.J., SMITH, R.C. "A Structural-Magnetic Strain Model For Magnetostrictive Transducers", **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 36, 2000.

[66] LEO, D.J. Engineering Analysis of Smart Material Systems. 1 ed. Wiley, 1988.

[67] TIAN, W., LING, Z., *et al.* "A Review of MEMS Scale Piezoelectric Energy Harvester", **Applied Sciences**, v. 8, n. 1, pp. 645–665, 2018.

[68] KHEIRI, M., PAÏDOUSSIS, M.P. "On the Use of Generalized Hamilton's Principle for the Derivation of the Equation of Motion of a Pipe Conveying Fluid", **Journal of Fluids and Structures**, v. 50, pp. 18–24, 2014.

[69] MCIVER, D.B. "Hamilton's Principle for Systems of Changing Mass", **Journal of Engineering Mathematics**, v. 7, n. 3, pp. 249–261, 1973.

PAÏDOUSSIS, M.P. & LI, G.X. (1993). Pipes conveying fluid: A model dynamical problem. *Journal of Fluids and Structures*, 7(2), 137–204.

[71] LI, B., WANG, Z., *et al.* "Dynamic Response of Pipe Conveying Fluid with Lateral Moving Supports", **Shock and Vibration**, v. 2018, 2018.

[72] FRANZINI, G.R., BUNZEL, L.O. "A Numerical Investigation on Piezoelectric Energy Harvesting from Vortex-Induced Vibrations with One and Two Degrees of Freedom", **Journal of Fluids and Structures**, v. 77, pp. 196–212, 2018.

[73] ORSINO, R.M.M., PESCE, C.P., *et al.* "Cantilevered Pipe Ejecting Fluid under VIV : An Investigation Based on a Planar Nonlinear Reduced - Order Model", Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2018.

[74] DUAN, J., CHEN, K., *et al.* "Numerical Investigation of Vortex-Induced Vibration of a Riser with Internal Flow", **Applied Ocean Research**, v. 72, pp. 110–121, 2018.

[75] TRIM, A.D., BRAATEN, H., *et al.* "Experimental Investigation of Vortex-Induced Vibration of Long Marine Risers", v. 21, pp. 335–361, 2005.

[76] OGINK, R.H.M., METRIKINE, A. V. "A Wake Oscillator with Frequency Dependent Coupling for the Modeling of Vortex-Induced Vibration", Journal of Sound and Vibration, v. 329, n. 26, pp. 5452–5473, 2010.

[77] HIBBELER, R.C. Mechanics of Materials. 8 ed. Pearson Prentice Hall, 2010.

[78] CRANDALL, S., DAHL, N.C. **An Introduction to the Mechanics of Solids**. 2 ed. Mcgraw-Hill, 1978.

[79] MOHAMMADI, S., ESFANDIARI, A. "Magnetostrictive Vibration Energy Harvesting Using Strain Energy Method", **Energy**, v. 81, pp. 519–525, 2015.

[80] BRUCE R. KUSSE, E.A.W. Mathematical Physics: Applied Mathematics for Scientists and Engineers. 2 ed. Wiley-VCH, 2006.

[81] GALERKIN, B.G. "As Séries Em Algumas Questões de Equilíbrio Elástico.Pdf", **Notícias dos Engenheiros**, v. 1, pp. 897–908, 1915.

[82] AENLLE, M.L., BRINCKER, R., *et al.* "Some Methods to Determine Scaled Mode Shapes in Natural Input Modal Analysis", **International Modal Analysis Conference (IMAC) - January 31-February 3 2005**, pp. 1–11, 2005.

[83] THOMSON, W.T., DAHLEH, M.D. Theory of Vibration with Applications. 5 ed. Prentice Hall, 1997.

[84] CAETANO, V.J. Análise dinâmica de sistemas contínuos de colheita de energia vibracional utilizando materiais piezoelétricos. 2017.

[85] YEATMAN, E.M., LONDON, I.C., *et al.* "Energy Harvesting – Small Scale Energy Production from Ambient Sources", n. March, pp. 1–7, 2009.

[86] LAN, C., QIN, W. "Enhancing Ability of Harvesting Energy from Random Vibration by Decreasing the Potential Barrier of Bistable Harvester", **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 85, pp. 71–81, 2017.