UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE ECONOMIA
MONOGRAFIA DE BACHARELADO

ANÁLISE DE MÉTODOS DE MENSURAÇÃO E GERENCIAMENTO DE RISCO: *VALUE AT RISK* PARA UMA CARTEIRA CONTENDO ATIVOS NÃO LINEARES

Adelia da Costa de Souza
Matrícula: 103101822

Orientador: Prof. Getúlio Borges

Março de 2009

As opiniões expressas neste trabalho são de exclusiva responsabilidade do autor.

Resumo

O grande crescimento e aumento da complexidade dos instrumentos financeiros geraram uma necessidade importante no dia-dia do mercado financeiro: a necessidade de mensuração do nível de alavancagem de uma carteira. Após uma série de colapsos e desastres financeiros se tornou evidente que a ausência de um modelo de cálculo de risco, que permitam aos integrantes do mercado ter acesso à exposição de uma carteira, pode levar a situações catastróficas. O atual modelo mais utilizado para o cálculo de risco de um portfólio é o Value at Risk, que permite mensurar a perda máxima de uma carteira num intervalo de tempo definido dentro de certo intervalo de confiança. O VaR possui duas abordagens principais para mensurar o risco de uma carteira: o método paramétrico e o não-paramétrico. O principal objetivo deste trabalho será mostrar em que medida o método não-paramétrico (representado pela Simulação de Monte Carlo), se comparado ao método paramétrico (Delta-Normal), se mostra mais eficiente no cálculo do risco de uma carteira contendo ativos não lineares.

Summary

Due to financial instrument's growth in number and complexity during the last two decades, measuring risks of a portfolio turned to be an important factor in day-to-day financial market demands. After a number of bankruptcies and financial disasters, it became evident that the lack of a risk model that gives market participants a precise measure of a portfolio exposure could lead to big catastrophic consequences. Current most used risk control model is Value at Risk, that is defined as the predicted worst-case loss at a specific confidence level over a certain period of time. To calculate VaR, one can choose from two main methods: parametric and non-parametric. The intention of this document is to discuss to what extent non-parametric method (Monte Carlo simulation) can show more efficient than parametric method (Delta normal) when used to calculate non-linear instruments' risk exposure.

Índice

Introdução

O rápido desenvolvimento de novos instrumentos no mercado financeiro, a globalização destes mercados e a falta de instrumentos regulatórios geraram uma série de colapsos e desastres financeiros ao longo do tempo. O aumento da preocupação com a mensuração da exposição das instituições financeiras se dava à medida que o mercado financeiro crescia, se tornava mais complexo e defaults cada vez maiores e mais sérios ocorriam.

Saber avaliar as fontes de risco e aprender com as lições destes casos sempre foi fonte de contínuos estudos. Poder determinar e regular a alavancagem de uma instituição se tornou cada vez mais necessário. Foi ao longo de diversas discussões e comitês internacionais que o mais comentado modelo de mensuração de risco de mercado surgiu: o Value at Risk (VaR), desenvolvido pelo JP Morgan, hoje uma referência.

Uma das principais vantagens que podem explicar a sua popularização é a sua simplicidade. Esse instrumento consegue resumir, em um único número, o risco de mercado de carteiras que muitas vezes são complexas e difíceis de serem interpretadas. O VaR pode ser expresso tanto como um valor absoluto em unidades monetárias como em um percentual em relação ao valor de mercado da carteira em questão.

Este método utiliza técnicas estatísticas que determinam a pior perda esperada dentro de determinado nível de confiança e intervalo de tempo. Assim, o VaR ainda pode ser especificado segundo diferentes intervalos de confiança e horizontes de tempo.

Os métodos de apuração do VaR se dividem em dois principais grupos: paramétrico e o não-paramétrico. Enquanto o primeiro se utiliza de fórmulas analíticas para cálculo do risco da carteira, o segundo realiza um trabalho de recálculo de toda a carteira, via simulações de cenários, para chegar ao resultado final.

Assim, este será o objetivo deste trabalho: comentar e discutir ambos os métodos para o caso específico de uma carteira contendo grande peso em ativos não lineares (no caso deste trabalho, opções de compra de ações).

Cada vez mais se observa nos mercados novos instrumentos financeiros sendo criados e se popularizando, mas nem sempre entender a dinâmica de variação dos preços destes ativos é claro e simples. Muitas vezes a precificação destes ativos depende de mais de um fator que se modificam a todo o momento e interferem de forma diferente sobre seu preço final.

No caso das opções de compra, cinco fatores interferem em sua precificação: o preço do ativo-objeto (no caso deste trabalho, a ação), taxa de juros, data de vencimento da opção, o preço de exercício da opção e sua volatilidade.

O método paramétrico a ser utilizado neste trabalho será o método delta-normal e o não paramétrico, o método de Simulação de Monte Carlo. Ambos os mais utilizados pelo mercado.

No desenvolvimento deste trabalho serão abordadas situações que buscam exemplificar em que medida o método de Simulação de Monte Carlo se mostra mais eficaz no cálculo de risco com carteiras contendo grande peso em ativos não lineares. Para todos estes exemplos serão criadas carteiras hipotéticas contendo opções de compra de ações, utilizando-se em todas as etapas do cálculo do risco um sistema de planilhas em Excel.

Para se chegar à conclusão final, esse trabalho abordará as principais fontes de risco presentes no dia-dia dos participantes do mercado e de que forma as lições aprendidas com os grandes desastres financeiros da história promoveram o desenvolvimento de técnicas que buscam regular a exposição de risco das instituições. Posteriormente, serão abordados de forma detalhada os principais métodos do VaR incluindo seus conceitos, ferramentas e contextos nos quais suas aplicações são mais desejadas. Após este embasamento teórico serão discutidas situações às quais a aplicação do método de Simulação de Monte Carlo seria mais desejável dentro de um escopo de um determinado tipo de carteira, disponibilidade computacional e tempo disponível.

Capítulo I – Tipos de Risco e a Importância de seu Gerenciamento

O risco é um fator presente constantemente no dia-dia das operações financeiras. Saber seu conceito, seus tipos e os motivos pelos quais os agentes passaram a dar maior importância a ele é fundamental para compreender como se deu a evolução de políticas de gerenciamento de risco. Assim, ao longo deste capítulo iremos, em primeiro lugar, conceituar o risco para em seguida apresentar de forma breve a classificação mais usual dos tipos de risco, que são: o risco operacional, de mercado, de crédito, de liquidez e legal. Posteriormente, abordaremos os fatores que contribuíram para o aperfeiçoamento das técnicas de gerenciamento do risco e, em seguida, será exposto os principais fracassos e colapsos financeiros que chamaram a atenção para a importância de se gerenciar o risco. Dentre eles, estão acontecimentos relacionados a nomes como Barings Bank, Daiwa Bank, Sumitomo Corporation, Orange County, Metallgesellschaft e Long Term Capital Management. Finalmente, faremos uma avaliação desses casos, concluindo-se que a existência de um único ponto fraco na cadeia do gerenciamento de riscos corporativos de uma instituição pode ser suficiente para levá-la ao colapso.

I.1 - O Risco

Quando pensamos em mercado financeiro três conceitos básicos vêm à mente: retorno, incerteza e risco. Retorno pode ser entendido como a apreciação de capital ao final do horizonte de investimento. Porém, existem incertezas associadas a este retorno, isto é, situações que não se podem prever e cujo desfecho é desconhecido. Qualquer medida numérica desta incerteza pode ser chamada de risco. Portanto, risco[1] pode ser definido como uma mensuração probabilística da incerteza associada aos retornos esperados de investimentos. O modo mais comum de se mensurar essa incerteza se dá

[1] Há várias definições para o termo *risco* que varia de acordo com uma aplicação específica ou um determinado contexto. A definição estatística para o risco utiliza-se da Teoria da Decisão (Decision Theory) na qual para cada possível decisão (δ) a ser tomada há fatores (θ - incertezas) que impactam esta decisão. Assim, para cada decisão há uma função perda (loss funtion, $L(\theta,\delta)$) associada a ela. A função risco (risk function) é definida como o valor esperado de uma função de perda L (loss function): $R(\theta,\delta) = E_{\theta}^{X}\left[L(\theta,\delta(X))\right] = \int L(\theta,\delta(x))dF^{X}(x/\theta)$, onde X é uma variável aleatória. Para mais infomações ver Berger (pg 1-41).

através do cálculo dos desvios do retorno dos preços do ativo, isto é, através do cálculo de sua volatilidade[2]. Então, outra boa definição para risco seria caracterizá-lo como a volatilidade de resultados incertos, normalmente relacionada ao valor de ativos ou passivos de interesse.

Os riscos originam-se de várias fontes. Podem ser criados pelos seres humanos, como, por exemplo, os ciclos de negócios, a inflação, as mudanças das políticas de governo e as guerras. O risco também provém de fenômenos naturais imprevisíveis, tais como clima e terremotos, ou resulta das principais fontes de crescimento econômico de longo prazo. É o caso das inovações tecnológicas que podem tornar a tecnologia existente obsoleta e criar deslocamentos de emprego. Portanto, o risco e a vontade de assumi-lo são essenciais para o crescimento da economia. (Jorion, 2003)

A exposição ao risco é um problema para muitos agentes e instituições, sejam elas financeiras ou não. Quanto mais se predispõe a ele, maiores as chances de ganhar e de perder. Não se pode esperar retornos significativos sem se expor a risco substanciais. Porém, o grande problema é determinar o retorno justo de um ativo dado o nível de risco enfrentado pelo investidor com esse ativo.

Risco não é um conceito novo. "*Em finanças, a Teoria Moderna das Carteiras, que se originou do trabalho pioneiro de Markowitz, já existe por mais de quatro décadas. Esta teoria está baseada nos conceitos de retorno e risco*" (Duarte, 1999 p. 2). Porém, somente recentemente o risco tomou posição de destaque em face do aumento da volatilidade dos mercados financeiros desde o começo da década de setenta (com o fim do sistema de taxas de câmbio fixas (1971), os choques do petróleo iniciados em 1973 acompanhados de alta inflação e enormes oscilações das taxas de juros), bem como após uma série de desastres financeiros ao longo da década de noventa relacionados a nomes como Barings Bank, Procter&Gamble, Bankers Trust, Gibson Greetings, Orange County, Metallgesellschaft, Long Term Capital Management e outros, além das crises do México no fim de 1994, da Ásia em 1997 e da Rússia em 1998.

[2] Estatisticamente, volatilidade é igual ao desvio padrão. O desvio padrão é a medida mais comum da dispersão estatística e é definido como a raiz quadrada da variância (segundo momento de uma variável aleatória).

Assim, crises financeiras de países, desastres financeiros de grandes empresas e fortes flutuações de mercado tornaram os investidores mais preocupados e exigentes com o controle de risco de suas aplicações, dando-se, portanto, cada vez mais importância ao gerenciamento do risco financeiro.

No processo de gerenciamento do risco, é muito comum, no ambiente das instituições financeiras brasileiras, classificar o risco em grandes áreas, muito embora esta classificação não obedeça a uma norma absoluta.

Duarte (1999) sugere que o gerenciamento efetivo do risco em um conglomerado financeiro pode ser alcançado através da criação de uma área de gerência de risco, cuja definição do escopo de trabalho engloba quatro grandes dimensões do risco. *"Risco é um conceito multidimensional que cobre quatro grandes grupos: risco de mercado, risco operacional, risco de crédito e risco legal"* (p. 53).

I.2 – Principais Tipos de Risco

Como dito acima, Duarte classifica o risco em quatro grandes categorias: risco operacional, risco legal, risco de crédito e risco de mercado. Jorion (2003) ainda acrescenta mais uma categoria, o risco de liquidez. Por isso, deve-se reconhecer que os riscos financeiros possuem muitas outras facetas, podendo haver também interação entre esses riscos. Eles não são excludentes, e sim se comunicam.

A forma como foi definido o risco na seção anterior abrange a definição de risco de mercado, cuja mensuração é o escopo deste trabalho. Nem por isso, as outras classificações de risco são menos importantes, pelo contrário, compreender seus conceitos e como eles se relacionam são fundamentais para um eficiente gerenciamento de risco das instituições.

I.2.1 – Risco Operacional

O risco operacional pode ser definido como aquele oriundo de erros humanos, fraudes, falhas de gerenciamento e de sistemas e controles inadequados. Pode ser classificado em três grandes áreas: organizacional, pessoal e de operações.

O risco organizacional está relacionado com uma organização ineficiente, administração inconsistente, bem como com fluxos de informações internos e externos deficientes. Já o risco pessoal se define como risco de perda em função de empregados e prestadores de serviços sem devida qualificação (incluindo capacidade, habilidade, perfil). Por fim, o risco de operações corresponde a situações em que as operações não são executadas ou são executadas de forma incorreta como, por exemplo, overloads de sistemas, processamento e armazenamento de dados passíveis de fraudes e erros, bem como a utilização de modelos matemáticos ou computacionais imprecisos. Segundo Duarte (1997, p. 54), *"é importante lembrar que os derivativos mais sofisticados exigem, para seu apreçamento e hedge[3], o desenvolvimento e uso de modelos matemáticos igualmente sofisticados"*. Portanto, é necessário cuidar para que os modelos utilizados para cálculos de riscos e outras variáveis de tomada de decisão representem coerentemente o cenário real.

I.2.2 – Risco Legal

O risco legal está presente quando uma transação pode não ser amparada por lei. Decorre da possibilidade de perdas resultantes de problemas legais, tais como: documentação irregular, proibição legal de operar ou proibição de atuação da contraparte. Os riscos legais também incluem a possibilidade de violação de regulamentações governamentais, como manipulação de mercado e utilização de informações privilegiadas. Geralmente, o risco legal está relacionado ao risco de crédito, pois contrapartes que perdem dinheiro em uma transação podem tentar achar meios legais de invalidar a transação.

---

[3] Hedge é uma operação feita com a utilização de derivativos que limita a possibilidade de perdas futuras e, em contra partida, também limita a possibilidade de ganhos.

I.2.3 – Risco de Crédito

O risco de crédito é a mais antiga forma de risco no mercado financeiro. O puro ato de emprestar uma quantia a alguém traz embutida em si a probabilidade de ela não ser recebida. Assim, o risco de crédito pode ser definido como a possibilidade de perdas resultantes da incapacidade de uma das contrapartes de cumprir com suas obrigações contratuais. Essa inadimplência afetará o fluxo de caixa da instituição, que terá que arcar com o custo de reposição deste capital.

Esse tipo de risco pode se apresentar de várias formas. A primeira delas é o risco de inadimplência, que representa simplesmente o risco de não-pagamento, por parte do tomador, de uma operação de crédito, ou ainda, a possibilidade de uma contraparte de um contrato ou emissor de um título não honrar seu crédito. Outra forma de risco de crédito é o risco de degradação de garantia, que ocorre quando as garantias oferecidas por um tomador deixam de cobrir o valor de suas obrigações junto à instituição em função de desvalorização do bem no mercado. Tem-se ainda o risco de concentração de crédito oriundo da concentração de empréstimos e financiamentos em poucos setores da economia ou de empréstimos elevados para um único cliente ou grupo econômico. Juntando-se aos outros, o risco de degradação de crédito ocorre pela queda da qualidade creditícia da contraparte, ocasionando uma diminuição no valor de suas obrigações. E, por fim, há o risco soberano, que decorre da possibilidade de ocorrerem decisões unilaterais de governos que possam prejudicar ou adiar a liquidação de operações previamente assumidas.

Portanto, pode-se notar que perdas devidas ao risco de crédito podem ocorrer antes da própria inadimplência, de acordo com Jorion (2003):

> *"De modo geral, o risco de crédito deveria ser definido como perdas potenciais em valores marcados a mercado, que seriam incorridas caso houvesse evento de crédito. Esse evento ocorre quando há mudança na capacidade da contraparte de honrar suas obrigações. Portanto, mudanças nos preços de mercado da dívida, em resposta a mudanças de classificação de risco ou percepção do*

mercado sobre inadimplência, podem também ser vistas como risco de crédito, criando uma sobreposição entre risco de mercado e risco de crédito." (p. 15)

I.2.4 – Risco de Mercado

O risco de mercado pode ser definido como uma medida da incerteza relacionada aos retornos esperados de um investimento em decorrência de variações em fatores de mercado como taxas de juros, taxas de câmbio, preços de commodities, ações e seus derivativos[4]. Assim, o risco de mercado se dá pela sofisticação e complexidade dos produtos financeiros e pela diversidade e instabilidade dos mercados de atuação. Para entender e medir possíveis perdas devido às flutuações do mercado, é importante identificar e quantificar o mais corretamente possível as volatilidades e correlações dos fatores que impactam a dinâmica do preço do ativo.

I.2.5 – Risco de Liquidez

Segundo Jorion (op.cit.), o risco de liquidez assume duas formas: risco de liquidez de ativos e risco de liquidez de financiamento. O risco de liquidez de ativos representa a impossibilidade de efetuação de uma transação a preços vigentes devido a uma atividade insuficiente de mercado, ou seja, em razão do tamanho da posição quando comparada ao volume normalmente transacionado. O risco de liquidez de financiamento, também conhecido como risco de fluxo de caixa, refere-se à impossibilidade de honrar os compromissos assumidos em conseqüência do desequilíbrio de caixa gerado pelo descasamento dos prazos de vencimento das operações ativas e passivas.

Há interação entre o risco de fluxo de caixa e o risco de liquidez de ativos se a carteira possui ativos ilíquidos, que devem ser vendidos a um valor inferior ao preço justo de mercado.

[4] Derivativos são produtos que derivam de outro ativo, que pode ser uma commodity, taxa de câmbio, taxa de juros ou índice de preços. Esses instrumentos foram criados para serem instrumentos de gestão de risco.

Nota-se, portanto, que esse tipo de risco está intimamente ligado às situações de mercado e, por isso, pode se considerado como sendo parte de risco de mercado. Eis a razão pela qual Duarte se restringe apenas aos quatro tipos de risco anteriores.

A classificação do risco em subclasses (risco de mercado, crédito, liquidez, operacional e legal) guarda relação com o processo de gerenciamento de risco de cada instituição, não seguindo, portanto, uma norma absoluta. Cada instituição, a fim de aperfeiçoar e facilitar o gerenciamento de risco, utiliza a classificação que mais lhe convém.

I.3 – A Importância do Gerenciamento do Risco

O impulso ao crescente aprimoramento e utilização de técnicas de controle de risco nos últimos anos pode ser explicado por uma série de fatores.

Primeiramente, o intenso processo de internacionalização pelo qual vem passando o mercado financeiro nas últimas décadas tende a produzir uma maior instabilidade nos mercados e, assim, amplia as possibilidades de perdas significativas. Por isso, faz-se necessário ter uma noção exata das relações entre os diversos mercados para se obter um diagnóstico preciso das fontes de risco às quais uma carteira de ativos de determinada instituição está exposta.

Também, as inovações tecnológicas têm permitido o desenvolvimento de procedimentos para o controle de riscos financeiros. Segundo Jorion(2003):

> *"Mudanças tecnológicas originam-se de avanços em duas frentes: equipamentos físicos e teoria financeira. De um lado, o surgimento de canais de comunicação mais baratos e a melhora de poder de processamento dos computadores levaram a inovações como a possibilidade de operar globalmente 24 horas por dia os sistemas de gerenciamento de risco on-line. Por outro lado, avanços na teoria moderna de finanças permitiram às instituições criar, precificar e controlar os riscos de novos instrumentos financeiros." (p. 9)*

Juntamente com esses fatos, vem ocorrendo um vigoroso crescimento do volume de transações financeiras realizadas, bem como uma ampliação do número e complexidade dos instrumentos utilizados nas operações, como, por exemplo, o surgimento dos derivativos (opções, contratos futuros, swaps e etc.). Tais instrumentos permitiram aos investidores um maior acesso a formas de alocações de recursos para proteção. No entanto, esses instrumentos, além de aumentarem a complexidade das carteiras de ativos, permitem a alavancagem de posições, expandindo, portanto, as fontes de risco às quais estão expostas e o volume de perdas em situações adversas (em situações extremas é possível perder um volume de recursos ainda maior que a capacidade financeira do realizador da operação). Assim, o emprego e desenvolvimento de técnicas que permitam a mensuração das fontes de risco tornou-se essencial.

Adicionalmente, os grandes fracassos e colapsos financeiros que ocorreram na década de noventa serviram de consciência e lição para o mercado de que um bom gerenciamento do risco financeiro é necessário à sobrevivência e boa saúde de empresas, fundos governamentais e instituições financeiras. Alguns exemplos desses acontecimentos são apresentados a seguir.

I.3.1 – Barings Bank

No dia 23 de fevereiro de 1995, a notícia sobre o colapso do Barings, fiel depositário de parte da riqueza pessoal da monarquia britânica, com 233 anos de existência, chegaram à imprensa britânica. O colapso foi causado por um único operador, Nicholas Leeson, que perdeu US$ 1,3 bilhão com derivativos, fazendo desaparecer todo o capital acionário do banco. Leeson, no ano anterior (1994), obteve pessoalmente quase 20% dos ganhos do Barings, o que lhe conferiu grandes poderes no escritório do Barings em Cingapura.

A perda foi motivada por uma grande exposição no mercado de ações japonês, por meio de contratos futuros. O valor das posições em contratos futuros sobre o índice do mercado acionário japonês Nikkei 225, nas bolsas de Cingapura e Osaka, atingiu a marca de 7 bilhões de dólares. Quando o mercado caiu mais de 15% nos dois primeiros meses de 1995, os futuros do Barings sofreram enormes perdas, que se agravaram, pois Leeson tomou posições ainda maiores nos mesmos contratos futuros, acreditando que o Nikkei 225 reverteria sua tendência de queda. Diante do volume das perdas, que não lhe permitiu saldar compromissos com as bolsas, Leeson abandonou seu posto no Barings de Cingapura, mandando um fax para seus superiores em Londres com um pedido de desculpas.

O excesso de poder de Leeson no escritório de Cingapura permitiu que ele realizasse operações sem qualquer supervisão e controle no que se refere aos seus limites operacionais. Além disso, não havia uma separação entre as funções operacionais e de retaguarda, como cita Herring (2003):

> *"Although Leeson had no authority to maintain open positions overnight or trade in options he conducted both activities in an account not disclosed to his supervisors. His ability to do so was facilitated by his control over both the trading desk and the clearing and settlement function, a violation of a fundamental principle of risk management. The matrix management structure adopted by Barings, which did not correspond to the separate legal entities, also fragmented the oversight of Leeson's activities. In principle, Leeson reported to a product head in London, a local manager at Baring Securities Singapore, and a regional operations manager for Southeast Asia."(p. 26)*

As perdas adicionais foram arcadas pelo grupo de serviços financeiros holandês, Internacional Nederlanden Group (ING), que ofereceu uma libra esterlina para adquirir o Barings.

I.3.2 – O Caso Metallgesellschaft

O caso da Metallgesellschaft diz respeito a um hedge que causou um prejuízo de 1,3 bilhão de dólares. O conglomerado, considerado o décimo quarto maior grupo industrial da Alemanha, quase faliu em decorrência de perdas incorridas por sua subsidiária americana, MG Refining & Marketing (MGRM), no mercado futuro.

Suas dificuldades começaram quando a MGRM decidiu vender contratos de longo prazo (até dez anos de duração) para distribuição de combustíveis no montante de 180 milhões de barris. Esta decisão da subsidiária norte-americana foi tomada sem consulta à matriz alemã. Identifica-se já aqui o risco operacional presente.

Para realizar o hegde ideal contra a possibilidade de aumentos de preço, a empresa deveria ter firmado contratos a termo de petróleo de longo prazo. Todavia, na ausência de um mercado para contratos de longo prazo, a MGRM passou a atuar no mercado futuro de curto prazo. Surgia, então, o chamado risco de base, que é o risco de preços de curto prazo desviarem temporariamente dos de longo prazo. Identifica-se aqui a necessidade de cuidado máximo com o gerenciamento do risco de mercado da exposição aos preços do petróleo.

O problema ficou aparente para a matriz alemã quando o preço do petróleo caiu de \$20/barril para \$15/barril em 1993. Quase \$1 bilhão em ativos líquidos foram solicitados pelas bolsas de derivativos como margens para as posições em futuros da subsidiária norte-americana. O risco de liquidez estava presente no problema da Metallgesellschaft.

A decisão da matriz alemã foi demitir a cúpula de sua subsidiária norte-americana e liquidar todas as posições em futuros e contratos de longo prazo para entrega de combustíveis. As perdas foram da ordem de US\$1,3 bilhões. O Deutsche Bank financiou a Metallgesellschaft em \$2,4 bilhões, salvando o então gigante alemão. O preço da ação da Metallgesellschaft caiu de 64 marcos para 24 marcos, levando a perdas de mais de 50% do seu valor de mercado.

I.3.3 – Long Term Capital Management (LTCM)

Um outro exemplo interessante de desastres financeiros que ocorreram ao longo da década de noventa é dado pelo quase colapso do fundo de hedge LTCM, que recebeu em 1998 US\$ 3,6 bilhões de quatorze instituições financeiras.

O LTCM propiciou ganhos altíssimos (retornos de mais de 40%) durante seus dois primeiros anos de operação para seus investidores. Além disso, este fundo contava, entre seus administradores, com dois ganhadores de Prêmio Nobel de Economia, além de profissionais do mercado financeiro.

Segundo Duarte (1999), "a operação do LTCM e suas relações com seus investidores oferece um raro exemplo da combinação de risco de crédito, operacional e de mercado."

Do ponto de vista de crédito, regulamentadores norte-americanos consistentemente alertaram para um maior cuidado na concessão de crédito para fundos de hedge. Estas recomendações foram regularmente ignoradas por instituições operando com o Long Term Capital Management. Por exemplo, algumas instituições forneceram linhas de crédito de até US$ 900 milhões ao LTCM sem garantias extras (ou seja, como que operando com instituições de sólida imagem creditícia).

Do ponto de vista de risco operacional, o LTCM não fornecia informações detalhadas para seus investidores e contrapartes, mesmo quando solicitadas. De fato, quando comparado à grande maioria de fundos de hedge, o LTCM era o que menos fornecia informações, limitando-se a demonstrações financeiras em uma base mensal, sem maiores detalhes.

Do ponto de vista de risco de mercado, o LTCM chegou a apresentar níveis de alavancagem de até 250:1. Também foi o responsável por 30% da volatilidade do principal índice francês de ações (o CAC40) durante o primeiro semestre de 1998. Mais ainda, o LTCM não fazia grandes investimentos em sistemas computacionais para o gerenciamento do risco de mercado, muito embora tivesse dentre seus administradores dois ganhadores do Prêmio Nobel de Economia (e responsáveis pelo desenvolvimento inicial da teoria de opções e, de forma mais geral, do desenvolvimento teórico de derivativos).

É nessa situação que Herring (2003) esclarece como e em que conjuntura o LTCM quase foi ao colapso:

> *"Many of LTCM's positions were variations on a convergence spread. But as 1998 progressed, risk spreads continued to diverge rather than converging as LTCM had bet. Russia's devaluation and declaration of a debt moratorium on August 17 set off a flight to quality worldwide that caused risk spreads and liquidity premiums to increase sharply. As a result LTCM suffered substantial losses during August, causing its equity to decline by over 50 percent. Moreover, it experienced great difficulty in reducing its positions as average daily volume of trading declined. Margin requirements and calls for more collateral from LTCM's counterparties led to pressures to sell illiquid assets in markets that had virtually collapsed. Indeed, some markets became so illiquid that counterparties feared that, in the event of default, it would be impossible to obtain the price quotes from dealers that were necessary to implement the closeout netting procedures specified in most ISDA Master Agreements."(p. 33)*

Em setembro de 1998, o Federal Reserve Bank of New York, em reunião com os dezesseis maiores credores da LTCM, conseguiu arrecadar, de quatorze delas, US$ 3,6 bilhões, evitando assim o colapso da instituição.

I.3.4 – Outros exemplos e lições sobre os casos

Além dos três exemplos citados anteriormente, ocorreu uma variedade de outros casos. Dentre eles podemos citar outros três, como o de Orange County, Daiwa Bank e Sumitomo Corporation.

Orange County: o tesoureiro do County, Bob Citron, investiu os recursos do County´s Investment Pool em instrumentos de derivativos altamente alavancados que significavam uma aposta na queda da taxa de juros. O aumento nas taxas de juros, em 1994, provocou perdas de US$ 1,7 bilhões.

Daiwa Bank: um único operador, Toshihide Iguchi, escondeu num período de 11 anos, perdas em Títulos do Tesouro que acumulavam US$ 1,1 bilhões. As perdas vieram à tona quando Iguchi as confessou ao seu superior em 1995.

Sumitomo Corporation: em junho de 1996, Sumitomo anunciou uma perda de US$ 1,8 bilhões. Estas perdas foram acumuladas durante um período de 10 anos em operações não autorizadas, realizadas pelo operador chefe, Yasuo Hamanaka.

Todos os desastres aqui comentados envolveram perdas que excederam US$ 1 bilhão. Elas foram atribuídas a vários fatores, como, por exemplo, a operadores desonestos (como nos casos do Barings e do Daiwa) e a riscos de mercado (como nos casos da Metallgesellschaft e do Condado de Orange).

Mas, independentemente da natureza dos negócios afetados nos exemplos mostrados, dos tipos de riscos que originaram estes fracassos e do tamanho das perdas sofridas, os exemplos citados ilustram as conseqüências da falta de aplicação de políticas de gestão de risco. Desta forma, a reação de órgãos reguladores e legisladores a tais perdas foi aumentar os controles sobre os mercados financeiros, particularmente o de derivativos.

No caso dos desastres provocados por um único operador, por exemplo, se a instituição contasse com um controle de risco independente, os administradores seniores estariam conscientes de todo risco das posições de seus subordinados e, numa situação como esta, poderiam intervir, evitando estragos maiores.

Fica claro, então, que o problema de gerenciamento dos riscos corporativos é delicado: a existência de um único ponto fraco na cadeia do gerenciamento de riscos corporativos de uma instituição pode ser suficiente para levá-la ao colapso.

A evolução do debate sobre a necessidade de gerenciamento de riscos levou as instituições financeiras a tentar desenvolver sistemas internos que pudessem mensurar sua exposição total a perdas. O sistema que emergiu como benchmark do mercado foi o Riskmetrics, desenvolvido pelo banco americano JP Morgan.

Nos últimos anos, portanto, a teoria de controle de risco evoluiu rapidamente, tornando disponível uma grande variedade de técnicas com características bastante distintas. No entanto, nenhuma delas é capaz de dominar totalmente as outras. Desta forma, dada a importância que o controle de risco tem hoje nas diversas instituições, torna-se essencial entender as vantagens e desvantagens de cada técnica para que seja possível escolher a mais apropriada para o problema em questão.

Capítulo II – Value-at-Risk: Modelo Delta Normal e Simulação de Monte Carlo

II.1 - Origens do VaR

Os desastres financeiros envolvendo derivativos e o crescimento explosivo deste mercado preocuparam legisladores e órgãos reguladores. Em vista disto, foram desenvolvidos vários trabalhos e relatórios preocupados em gerir os riscos de derivativos de maneira adequada. Em julho de 1993, o Grupo dos 30 (G-30), uma equipe consultiva composta por banqueiros, agentes financeiros e acadêmicos importantes das maiores nações industriais, emitiu um relatório sobre derivativos que se transformou em um marco. Especificamente, o G-30 aconselhava a marcação a mercado das posições e a medição dos riscos financeiros com um modelo de Value-at-Risk (VaR), cujos princípios seriam igualmente válidos para qualquer carteira que possuísse ou não derivativos. Aparentemente, este foi o primeiro registro desta expressão.

II.2 – Conceitos Básicos

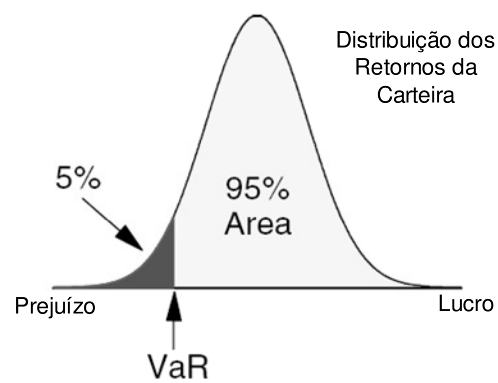
O Value-at-Risk (VaR) é um método de mensuração de risco que utiliza técnicas estatísticas que determinam "pior perda esperada dentro de determinados nível de confiança e intervalo de tempo" (Jorion, 2003, p.19).

De modo mais formal, o VaR descreve o "percentil da distribuição de retornos projetada sobre um horizonte estipulado. Se *c* for o nível de confiança selecionado, o VaR corresponderá ao (1-*c*) percentil da distribuição" (Jorion, 2003, p.19). O VaR é uma medida de risco que leva em consideração a alavancagem, as correlações e as posições atuais, algo essencial quando se lida com grandes carteiras repletas de derivativos. Ele propicia uma medida resumida do risco da carteira expressa em termos probabilísticos.

Uma das principais vantagens que podem explicar a sua popularização é a sua simplicidade. Esse instrumento consegue resumir, em um único número, o risco de mercado de carteiras que muitas vezes são complexas e difíceis de serem interpretadas. O

VaR pode ser expresso tanto como um valor absoluto em unidades monetárias como em um percentual em relação ao valor de mercado da carteira em questão. Além disso, o VaR pode ser especificado segundo diferentes intervalos de confiança e horizontes de tempo.

Assumindo um intervalo de confiança de 95% e um intervalo de tempo de um dia, um VaR de R$ 15 milhões significa que, na média, apenas um dia em vinte espera-se ter uma perda maior que 15 milhões. Esse intervalo de confiança de 95% (ou de 5% de nível de risco) nos diz que perdas menores que o valor do VaR ocorrerão em 95% dos casos (ou que perdas maiores que o valor do VaR ocorrerão em 5% dos casos).



Antes do desenvolvimento do cálculo do VaR, há a necessidade de se definir três parâmetros: o intervalo de confiança, o intervalo de tempo e a base monetária.

Definir o nível de confiança é o primeiro passo no cálculo do VaR. A escolha do nível de confiança geralmente varia entre 90% e 99%, isso vai depender do grau de conservadorismo em relação ao risco da instituição. O RiskMetrics, por exemplo, assume como base um intervalo de confiança de 95%, mas dá aos seus usuários a flexibilidade para usar outros níveis. Segundo o Riskmetrics publicado pelo J.P. Morgan (1999), a escolha deste parâmetro para risco de mercado deve considerar perdas máximas cujo valor seja grande o bastante porém ainda seja tangível, mas que também ocorra com freqüência suficiente para que possa ser observável. Para alguns, usar um intervalo de confiança de 99,9% significa adotar um perfil mais conservador na análise do risco, para outros um intervalo de confiança muito elevado pode levar a uma falsa sensação de segurança, já que com um VaR de 99,9% de intervalo de confiança, por exemplo, perdas superiores a ele ocorrerão raramente, em apenas uma vez a cada quatro anos. Assim, após determinado nível de confiança, a realização de testes de stress são mais recomendáveis que a análise estatística[5].

A escolha do horizonte de tempo é relativamente subjetiva. O ideal é que o prazo de manutenção corresponda ao maior período necessário para que a liquidação da carteira ocorra de maneira ordenada. Geralmente, para bancos e fundos de hedge o prazo de manutenção de um dia pode ser aceitável, já que as posições transacionadas podem mudar drasticamente de um dia para o outro. Já gestores de investimentos geralmente usam um horizonte de um mês, enquanto corporações talvez usem projeções de risco num horizonte de três meses ou até um ano. Do ponto de vista dos órgãos reguladores, o horizonte deve refletir "a troca entre custos do monitoramento freqüente e os benefícios da detecção antecipada de problemas sérios" (Jorion, 2003, p. 22).

A unidade monetária utilizada no cálculo do VaR deve ser a mesma que a companhia utiliza para contabilizar seus resultados e ativos . O Bank of America, por exemplo, irá usar o dólar para calcular e desenvolver o seu relatório de risco global, enquanto que o United Bank of Switzerland usaria o euro.

II.3 – Os dois métodos: Modelo Delta Normal e Simulação de Monte Carlo

II.3.1 – Introdução:

Definidos os três parâmetros citados acima, partimos para o cálculo do VaR. O VaR tem dois principais métodos: o método paramétrico e o não-paramétrico. O método paramétrico utilizado será o delta-normal e o método não-paramétrico será o de simulações de Monte Carlo. Veremos abaixo que cada um deles possui suas especificidades e cada um se adapta melhor a cada tipo de carteira, disponibilidade computacional e tempo disponível.

[5] Para mais informações ver J.P Morgan, Risk Management: A Practical Guide, Capítulo 1.

II.3.2 – Método Paramétrico Delta-Normal

II.3.1.1 – Apresentação:

A principal idéia por trás dos métodos paramétricos é a aproximação linear das funções de preço de cada instrumento para a obtenção de uma fórmula analítica para o VaR. Deste modo, esses são métodos que utilizam uma fórmula especifica, assumem uma distribuição para os fatores de risco e usam uma matriz de covariância entre os fatores de risco pertinentes para o cálculo do VaR.

O método delta-normal considera que os retornos dos ativos são funções lineares de fatores de risco distribuídos de acordo com uma *normal*. Como o preço de um ativo é uma função de seus fatores de risco, uma variação no valor de um fator de risco causa uma variação no preço. Para pequenas variações no fator de risco, a função preço pode ser aproximada através de uma relação linear, por uma reta com um coeficiente angular *delta*. Assim sendo, o delta mede a sensibilidade do preço do ativo às pequenas variações locais das taxas.

II.3.1.2 – Cálculo

Assim, como definimos acima, temos que o retorno da carteira entre os períodos t a t+1 é:

$$Z_{p,t+1} = \sum_{i=1}^{N} w_i R_{i,t+1}$$

onde, N é o numero de fatores de risco, $R_{i,t+1}$ é a taxa de retorno do fator de risco *i*, e w_i exposição linear de cada fator de risco na carteira. Se adotarmos a notação matricial teremos a mesma fórmula mais simples:

$$Z_p = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \dots & w_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \dots \\ R_n \end{bmatrix} = w`R$$

onde, R é o vetor coluna que contem os retornos dos fatores de risco e as entradas do vetor linha *w'* são chamadas de *delta equivalentes* da posição, que podem ser interpretados como as sensibilidades do valor presente das posições em relação a mudanças de cada um dos fatores de risco.

Como o retorno de cada fator de risco é normalmente distribuído, então a distribuição dos retornos também é normalmente distribuída[6] com média zero e variância:

$$V(Z_p) = w`\Sigma w$$

onde, Σ é a matriz de covariância.

Assim, o fato de a distribuição dos retornos ser uma *normal* tem profundas implicações no cálculo do VaR, pois os níveis de confiança serão percentis da distribuição normal que podem ser expressos como um múltiplo do desvio padrão ($\sqrt{w`\Sigma w}$). O VaR da carteira, portanto, define-se como:

$$VaR_c = \alpha\sqrt{w`\Sigma w}$$

O modelo delta-normal, portanto, utiliza a volatilidade histórica dos ativos[7] como ponto de partida para mensurar o risco dos ativos. O cálculo do VaR se dá com a escolha de um nível de confiança, que se traduz em um número de desvios padrão em relação à média. Desta forma, obtém-se o VaR para um *holding period* de um dia, que é o tempo necessário para se desfazer das posições da carteira. O cálculo do VaR para um *holding period* diferente de um dia é bem simples, basta multiplicar a volatilidade diária por raiz de t, onde t é o número de dias para o qual se quer calcular. Assim, a fórmula do VaR para qualquer período ficaria:

$$VaR_c = \alpha\sqrt{t}\sqrt{w`\Sigma w}$$

---

[6]Esse resultado segue do fato de que combinações lineares de variáveis *normais* são também normalmente distribuídas.

[7] Não é intuito deste trabalho aprofundar-se no cálculo das volatilidades, será utilizado nos cálculos deste trabalho o modelo EWMA, proposto pelo Risk Metrics do JP Morgan com lambda de 0,94.

Cabe aqui observar que o cálculo do VaR da carteira engloba a correlação entre os fatores de risco. Isto que dizer que calcular os VaRs individuais para cada fator de risco e depois somá-los geraria, na maioria das vezes, um número de VaR maior, pois estaria considerando que todos os fatores de risco são perfeitamente correlacionados (ρ=1) o que, usualmente, não é comum. De acordo com a fórmula acima já explicitada, o VaR para apenas um fator de risco é:

$$VaR_{ind} = \alpha\sigma_{ind} w$$

E, por exemplo, para dois fatores de risco:

$$VaR_c = \alpha\sigma_c W = \alpha\sqrt{w_1^2\sigma_1^2 + \quad w_2^2\sigma_2^2 + \quad 2w_1w_2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2}W$$ [8]

Assim, a fórmula do VaR da carteira incorpora a correlação entre os fatores de risco; na fórmula esse termo é expresso por ρ_{12} (ou, na fórmula matricial, representado pela matriz de covariância, Σ). Portanto, para qualquer outra situação senão ρ_{12}=1, o cálculo do VaR através da soma dos VaRs individuais estaria sobrevalorizando o risco da carteira[9].

II.3.2.3 – Ferramentas do VaR

O VaR foi inicialmente desenvolvido como um método para medir o risco da carteira mas pode-se inferir muito mais informações por detrás de seus números. Através de ferramentas como VaR marginal, incremental e componente, pode-se usar o processo de VaR para gerenciamento ativo do risco, podendo saber o quanto cada posição contribui para o risco total da carteira e que posição deve-se alterar para modificar o VaR de forma eficiente, podendo conhecer, assim, as verdadeiras fontes de risco dentro da carteira e os componentes que estão servindo como cobertura dos riscos.

---

[8] Para mais infomações ver Jorion (2003) pg 131-138.

[9] Com algumas transformações matemáticas, pode-se facilmente chegar à outra fórmula de calcular o VaR da carteira a partir do uso de VaR individuais: $VaR = \sqrt{VaR_{ind} \times \quad C \times \quad VaR_{ind}^T}$, onde C é a matriz de correlação.

II.3.2.3.1 - VaR Marginal

O VaR Marginal é uma ferramenta que nos permite calcular a sensibilidade do VaR relativa a pequenas mudanças nas posições de um portfólio. O interesse é saber qual o efeito potencial que a compra ou venda de uma pequena quantidade de uma posição teria sobre o risco total da carteira. Não bastaria somente calcular o VaR individual de uma determinada posição, pois não nos interessa o risco deste ativo tomado isoladamente e, sim, a contribuição deste ativo ao risco da carteira.

O VaR Marginal é definido por:

$$\Delta VaR_i = \alpha \frac{COV(R_i, R_p)}{\sigma_p}$$

resultante da derivada parcial da volatilidade em relação ao peso do componente. Na forma matricial temos:

$$\Delta VaR = \alpha \frac{\Sigma w}{\sqrt{w`\Sigma w}}$$

onde ΔVaR é o vetor de VaRs marginais para cada ativo contido no portifólio.

Então, se, por exemplo, o VaR Marginal da ação A fosse 0,05, isto significaria que para cada unidade de moeda adicional da ação A, ocorreria um aumento de 0,05 no valor do VaR.

II.3.2.3.2 - VaR Incremental

Para avaliarmos o impacto no acréscimo de uma nova posição na carteira, teríamos que achar a diferença entre o VaR inicial da carteira e o VaR da carteira após a inclusão da nova operação, o que chamamos de VaR Incremental. Neste caso, teríamos que realizar uma reavaliação completa do VaR da carteira com a nova operação.

Mas nem sempre os operadores e gestores de risco dispõem de tempo necessário para a reavaliação dos riscos da nova carteira. Assim, o VaR incremental pode surgir de uma aproximação oriunda do VaR Marginal.

$$IVaR = \Delta VaR \times a$$

Onde *a* é a nova posição a ser incluída na carteira.

Assim, o VaR incremental é a mudança no VaR decorrente da inclusão de uma nova posição. Ela difere do VaR marginal no sentido em que o montante adicionado ou subtraído pode ser alto e, nesse caso, o VaR não muda de forma linear. Essa aproximação ignora os termos de segunda ordem dos desvios de *a*, e se trata de uma boa aproximação para os casos de carteiras grandes onde cada ativo representa uma pequena fatia da carteira.

Essa diferença que pode ocorrer entre o recálculo do VaR da carteira pela inclusão de uma nova operação e o cálculo do VaR incremental via VaR marginal se dá pelos novos pesos das ações na carteira (oriundos da inclusão e diminuição de ativos) que faz com que o efeito da diversificação altere o VaR global. Caso fosse feito um aumento (ou diminuição) linear sem alterar os pesos iniciais da carteira, o cálculo via VaR marginal daria o mesmo resultado final do VaR Global fruto do recálculo da carteira via VaR paramétrico.

O ganho de tempo com a resposta imediata dada pelo VaR incremental é a principal vantagem deste método, apesar de sua aproximação. Os operadores ou gestores de risco precisam de respostas imediatas do impacto de uma nova operação na carteira e o recálculo do VaR para obter essa resposta pode desprender muito tempo, o que inviabilizaria o processo. Desta forma, uma nova operação sugerida pelo operador ou gestor de risco pode ser examinada rapidamente através do vetor de VaR marginal e permite o estabelecimento de limites de *trading* em tempo real.

O VaR incremental pode ser positivo ou negativo. Se for positivo isto quer dizer que a nova operação significará um aumento do VaR da carteira e quando for negativo, o VaR irá diminuir, o que significa que a nova operação irá reduzir o risco e se trata de um *hedge.*

Seguindo o exemplo anterior, se acrescentássemos 3 mil lotes da ação A ao preço de mercado de R$ 12,50 cada lote, o VAR total da carteira aumentaria aproximadamente em 625 reais (3.000 x 12,50 x 0,05). Segue-se a mesma lógica para o caso de dois ou mais ativos.

II.3.2.3.3 - VaR de Componente

O VaR de componente nos permite avaliar o quanto cada ativo contribui para o risco total da carteira. Esta decomposição do risco total da carteira é extremamente útil para gerenciá-lo. Se é interesse de um gestor reduzir o VaR de uma carteira, por exemplo, o VaR de componente permite a análise de risco de cada ativo e a eliminação daquele que mais contribui para o risco da carteira.

Como a volatilidade da carteira é uma função acentuadamente não linear de seus componentes, não basta apenas calcular os VaRs individuais de cada ativos e depois somá-los. Precisa-se levar em conta os efeitos de diversificação, realizando-se uma decomposição aditiva do VaR. Assim, o VaR total da carteira seria a soma dos VaRs de componente. Mais uma vez, recorremos ao VaR marginal, onde o VaR de componente de ser descrito como:

$$CVaR = \Delta VaR \times w$$

onde w é o valor presente dos fluxos de caixa relativos a cada ativo.

Como se pode notar, o VaR de componente nada mais é que o VaR incremental visto sob uma outra ótica de interpretação. Portanto, assim como no VaR incremental, esse método se trata de uma aproximação e existem condições para as quais esta aproximação é menos válida, no caso para carteiras pequenas, concentradas em um pequeno número de ativos.

O VaR de componente é uma partição do VaR da carteira que indica aproximadamente o quanto o VaR da carteira deve mudar se o componente em questão for eliminado da posição.

II.3.3 – Método de Simulação de Monte Carlo

II.3.3.1 – Apresentação:

Os métodos não-paramétricos têm como principal característica a chamada *simulação plena*, ou seja, através de simulações de computador que tentam aproximar o comportamento dos preços dos ativos financeiros, o cálculo do valor de carteira é totalmente refeito a cada nova simulação. Estes métodos são capazes de capturar grande variedade de riscos, dentre eles riscos de preços, risco de volatilidade e risco oriundo de exposições não-lineares.

A grande variedade de cenários oriundos dos processos de simulação pode ser gerada de maneira aleatória, como é o caso da simulação de Monte Carlo, a partir de dados históricos ou de outras formas mais sistemáticas. Neste trabalho, abordaremos apenas o método de simulação de Monte Carlo por ser o mais conhecido, comentado e utilizado no mercado financeiro.

O método de simulação de Monte Carlo se utiliza de repetidos sorteios de números aleatórios para realizar simulações que irão tentar aproximar o comportamento das mais diversas variáveis que afetam um ativo financeiro. Através dessas simulações numéricas encontra-se a distribuição real dos retornos dos ativos a partir da qual mensura-se o VAR por meio da medição do quantil desejado.

Veremos que esta abordagem, apesar de mais apropriada para o caso de ativos não-lineares, demanda um poder computacional e investimentos em capital humano muito maiores que em abordagem mais simples pela necessidade de desenvolvimento de sistemas e menor transparência que nos métodos analíticos.

II.3.3.2 – Cálculo

Primeiro temos que determinar a trajetória para o comportamento de preços dos ativos. O modelo habitualmente usado é o processo de Wiener generalizado (movimento browniano geométrico). Ele pressupõe que as oscilações nos preços dos ativos não são autocorrelacionadas e que podem ser expressas como[10]:

$$S = S_0 \times \exp(\sigma \times \varepsilon \times \sqrt{\Delta t})$$

σ= volatilidade
ε= variável aleatória normal padrão

Pode-se observar que os preços podem ser determinados caso se consiga simular valores de ε.

A simulação de Monte Carlo é baseada na geração de variáveis aleatórias normal padrão independente e identicamente distribuídas. O primeiro passo para a geração de variáveis aleatórias normal padrão iid, consiste na geração de números aleatórios (x) baseados numa distribuição uniforme sobre o intervalo [0,1].

A questão da geração de números aleatórios levanta discussões quanto a sua precisão. Existem, basicamente, três tipos de geradores: os pseudo-aleatórios - o mais utilizado -, quase-aleatórios e aleatórios. Segundo Scatena (2002), "os números aleatórios são de difícil obtenção e confiabilidade, o que restringe seu uso prático. Os quase-aleatórios mostram ótimos resultados em problemas de apreçamento, além de possuir boa velocidade de convergência de soluções, entretanto, apresentam dificuldades de implementação quando se aumenta a dimensão do problema. Problemas de aferição do VaR normalmente possuem grandes dimensões, sendo esta a razão pela qual os números pseudo-aleatórios são preferidos para a análise de risco."

"....Esses números são pseudo-aleatórios, pois são gerados a partir de um algoritmo que utiliza uma regra determinística. Se o usuário desejar repetir a mesma seqüência, bastará utilizar a mesma semente." (Jorion, 2003, p. 267).

[10] Esta fórmula é oriunda da integração de $dS/S=\mu dt+\sigma dz$. O Risk Metrics considera o drift (μ) igual a zero. Para mais informações, ver Risk Metrics (1996).

Uma vez gerados números aleatórios uniformes independentes, obtêm-se números aleatórios normalmente distribuídos, por meio da inversa da função de distribuição de probabilidade cumulativa.

Por definição, a função de distribuição acumulada da distribuição normal N(y) está sempre entre 0 e 1. Assim, para gerar uma variável aleatória normalmente distribuída, calcula-se y tal que x=N(y) ou $y^{-1}=(x)$. [11] Em geral, pode ser gerada qualquer função de distribuição, contanto que a função N(y) possa ser invertida.

Antes de chegarmos ao cálculo final do VaR, deve-se ressaltar que carteiras possuem vários ativos e, assim, várias fontes de risco financeiro. Em uma carteira real, as variáveis financeiras em geral são correlacionadas. Se os ativos fossem não correlacionados, seriam gerados valores de ε para cada ativo, independentes entre si, podendo gerar uma estrutura incoerente de trajetórias. Na simulação de Monte Carlo, a ferramenta utilizada para imputar a correlação entre os ativos nas trajetórias de preços geradas é a Transformação de Cholesky. Ela consiste em decompor uma matriz de variância e covariância ε, construindo-se uma nova matriz triangular a partir da primeira.

Para incorporar essa influência de uma variável sobre a outra, começa-se com um conjunto de variáveis independentes η que serão transformadas em ε. Suponha-se um vetor de N variáveis aleatórias ε para o qual se quer uma estrutura de correlação $V(\varepsilon)=E(\varepsilon\varepsilon`)=R$. Como a matriz R é simétrica e real, pode ser composta na fatoração de Cholesky como: R=TT`, onde T é uma matriz triangular inferior (Matriz de Cholesky).

Começa-se com um vetor η de dimensão N, composto de variáveis normais independentes de variância unitária, $V(\eta)=E(\eta\eta`)=I$, onde I é a matriz identidade. Pode-se fazer a seguinte transformação linear: $\varepsilon=T\eta$. Calculando-se a matriz de variância-covariância temos: $V(\varepsilon)=E(\varepsilon\varepsilon`)=E(T\eta\eta`T`)=TE(\eta\eta`)T=TIT=TT`$. Assim, a transformação de Cholesky consegue viabilizar a geração de caminhos aleatórios coerentes com as correlações presentes no portfólio.

11 Esta é a definição conceitual para a obtenção de números aleatórios normal padrão, mas em geral este não é o método utilizado. No caso deste trabalho, a obtenção de números aleatórios normal padrão se dá através de uma função específica do *Excel*. Para mais informações ver Morettin e Bussab (2004).

Para exemplificação, a Matriz de Cholesky para apenas duas variáveis financeiras pode ser descrita como:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{\text{var}_1} & 0 \\ \dfrac{\text{cov}_{2,1} \times \sqrt{\text{var}_1}}{\text{var}_1} & \sqrt{\text{var}_2 - \dfrac{\text{cov}_{2,1}^2}{\text{var}_1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix}$$

Matriz de Cholesky
var_1= variância do ativo 1
var_2= variância do ativo 2
cov=covariância

Assim, uma vez incorporadas as correlações no conjunto de trajetórias aleatórias geradas, obtemos o conjunto de trajetórias futuras correlacionadas que reconstituem a distribuição da carteira (ou seja, simulação plena). Por meio desta calculamos o VaR da carteira, basta ordenar os valores obtidos e escolher o quantil desejado.

É importante realçar o poder de alcance deste método na solução de problemas não lineares, ou seja, a simulação plena nos permite observar o fator *gamma* (caráter não-linear intrínseco das opções). Além disso, como o modelo nos permite simular a trajetória dos diversos fatores de risco, podemos captar, também, o efeito *vega* (da volatilidade) das opções. Assim, como, hoje em dia, operadores tentam obter ganho com operações de compra e venda de volatilidade, mensurar este tipo de risco ficou cada vez mais importante.

Sem dúvida, o método de simulação plena imputa maior complexidade se comparado com métodos paramétricos. No uso deste método uma série de parâmetros deve ser determinada: número de observações a serem geradas, distribuição a ser utilizada, modelo de precificação dos ativos, etc. e a escolha acertada de cada um desses parâmetros contribui para a melhor exatidão do modelo.

Como o cálculo do risco com opções é foco deste trabalho, serão explicados em seguida os fatores de risco de uma opção tendo como base o modelo Black & Scholes.

II.3.3.3 – Fatores de risco de uma opção

Um dos problemas centrais em mercados financeiros de derivativos é o de precificação. Existem vários modelos para precificação de opções: árvores binomiais, árvores trinomiais, métodos de diferenças finitas e outros procedimentos numéricos interativos. No entanto, o modelo de Black & Scholes é considerado o mais simples.

O início de seu estudo começou em 1900 com Bachelier, que ensaiava o uso da estatística clássica na área de precificação de opções. Seu trabalho foi retomado por Sprenkle e Boness entre os anos de 1960 e 1963, e aperfeiçoado por Samuelson em 1965.

Foi somente em 1973, no entanto, que Fischer Black e Myron Scholes publicaram a primeira solução para a fórmula de equilíbrio geral na avaliação do prêmio de opções. Black e Scholes usaram um instrumental matemático sofisticado para a construção de sua fórmula, tais como análise estocástica, equações diferenciais parciais e programação matemática.

O modelo de Black & Scholes consiste de equações que visam obter o preço justo das opções envolvendo as seguintes variáveis: valor do ativo-objeto, preço de exercício da opção, taxa de juros, tempo até o vencimento e volatilidade ($c = f(S, K, r, t, \sigma)$).

A principal hipótese do modelo é a de que os preços do ativo seguem uma distribuição log-normal, ou seja, a distribuição probabilística dos retornos do ativo em uma data futura, calculados de forma contínua e composta a partir dos seus preços, é normal.

Assim, Black & Scholes idealizaram um portfólio de ações e opções imune a variações de preços de modo que o risco seja nulo. Em seguida, argumentando que este portfólio deve ter o retorno igual à taxa de juros r, deduzem uma equação diferencial cuja solução fornece a fórmula de Black & Scholes. A solução analítica para o preço de uma opção de compra européia sobre ações é[12]:

[12] A fórmula de Black & Scholes para a avaliação do prêmio de opções do tipo europeu sobre ativos que não distribuam dividendos. Para mais informações ver Hull (1999) e Costa (1998).

$$c = S \times N(d_1) - K \times \exp(-r \times T) \times N(d_2)$$

onde,

$$d_1 = \frac{\ln\left(S/K\right) + \left(r + \sigma^2/2\right) \times T}{\sigma \times T}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \times \sqrt{T}$$

sendo:
S = preço do ativo
r = taxa de juros livre de risco (composta continuamente)
σ =volatilidade
K = preço de exercício
T = prazo até o vencimento medido em anos
N(d) = função distribuição normal padrão acumulada

De maneira geral, a variação do valor de uma opção pode ser escrita por meio de uma expansão em série de Taylor[13]:

$$dc = \frac{\partial f}{\partial S} dS + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} dS^2 + \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial f}{\partial r} dr + \frac{\partial f}{\partial t} dt$$

Com essa formulação, chega-se à equação também conhecida como a decomposição das letras gregas:

$$dc = \Delta dS + \frac{1}{2} \Gamma dS^2 + v d\sigma + \rho dr + \Theta dt$$

Considerando que o efeito da variação do tempo sobre o preço das opções é conhecido e que podemos considerar que a taxa de juros não varia no período de vigência da opção, três desses fatores merecem destaque, são eles o delta (Δ), gamma (Γ) e o vega (ν).

O delta nos informa qual a variação no preço de uma opção causado pela variação unitária no preço da ação, ou seja, é a primeira derivada de *f* em relação a S. Assim, demonstra que a aproximação linear conforme o método delta normal é plausível.

O gamma é a segunda derivada de *f* em relação a S ou a derivada de delta em relação a S, ou seja, é a medida de quanto varia o delta de uma opção para variação de uma unidade no preço de S. Graficamente representa quanto uma curvatura no gráfico *f* x

[13] De fato, adota-se para obter este resultado uma simplificação da série de Taylor, o Teorema de Itô. Para mais informações ver Hull (1999) e Costa (1998).

S é acentuada. Mostra-nos o quão rápido a opção pode modificar seu estado, transitando entre *out-of-the-money* e *in-the-money*[14]. Como se pode ver, a presença do fator gamma demonstra o caráter não-linear intrínseco das opções.

Por fim, vega (ν) de uma opção – derivada do prêmio de uma opção em relação à volatilidade – indica quanto o prêmio de uma opção varia para a variação unitária da volatilidade. A volatilidade é uma medida de dispersão de preços futuros e, na prática, mede o nível de oscilação de um mercado: um mercado calmo possui volatilidade baixa enquanto que um mercado agitado, nervoso, incerto possui volatilidade alta. Tanto para *calls* quanto para *puts*, o vega é positivo, ou seja, um aumento na volatilidade sempre aumenta o preço das opções. Mensurar o "efeito vega" vem tendo cada vez mais importância na medida em que existem diversos *players* no mercado que se especializam em operações especulativas de volatilidade, tornando necessária a correta aferição do risco de mercado.

Vista a importância de cada fator que interfere no preço das opções, veremos na seção seguinte, diferentes situações para observar como as duas abordagens (Monte Carlo e Delta Normal) vistas neste capítulo tratam um portfólio que contém opções.

[14] *Out-of-the-money, at-the-money e in-the-*money são expressões utilizadas no mercado para se referir à exposição delta de uma opção. Geralmente, uma opção at-the-money possui delta próximo de 0,5; out-of-the money delta menor que 0,3 e in-the-money delta maior que 0,7.

Capítulo III – Análise Comparativa entre os Modelos Delta Normal e Simulação de Monte Carlo

III.1 - Introdução

Neste capítulo serão abordadas, de forma prática, as vantagens da utilização do modelo de simulação de Monte Carlo para o caso de uma carteira contendo ativos não-lineares.

Primeiramente, através de uma carteira contendo opções[15], faremos exemplo para uma carteira contendo todas as posições ativas e outro contendo posições passivas, com a finalidade de mostrar a assimetria no cálculo do VaR via simulação de Monte Carlo, ao contrário da abordagem delta normal que trata o problema simetricamente, ressaltando-se assim a influência do fator de risco gamma no comportamento das opções. Também exemplificado por uma carteira delta neutro.

Por fim, será abordada a influência do fator vega no comportamento das opções e a importância cada vez maior de sua mensuração com a especialização de fundos e bancos brasileiros em operações de arbitragem da volatilidade.

III.2 - Análise Comparativa

III.2.1 – Definição da Carteira

Definiu-se uma carteira contendo opções de Petrobras e Vale do Rio Doce para o dia 9 de agosto de 2007. A carteira continha posição de 82.500 e 53.000 lotes de opções de Petrobrás (PETR4) e Vale do Rio Doce (VALE5), respectivamente, ao preço de R$ 2,95 e R$ 4,35, com preço de exercício de R$ 52,00 e R$ 80,00, e vencimento em 17 de setembro de 2007. O preço dos ativos-objetos era de R$ 52,65 e R$ 80,15, para Petrobrás (PETR4) e Vale do Rio Doce (VALE5), respectivamente.

[15] O critério para a escolha das séries de opções foi baseado na liquidez e o modelo utilizado para avaliação das mesmas, como já citado, o Black&Scholes

Como o intuito deste trabalho é mostrar de forma clara as diferenças entre os modelos expostos, adotou-se uma carteira simples, pois quanto mais complexa a carteira, maior o número de fatores que influenciam o cálculo do risco e, portanto, menos intuitivo é seu resultado[16].

III.2.2 – Exemplo 1: Carteira com posições ativas

Com os dados disponibilizados acima, obtemos as posições a mercado da carteira, com posição comprada em opções. Adicionalmente, obtemos o fator de risco delta (Δ) e a volatilidade implícita das opções por meio da formulação de Black&Scholes. Para o cálculo do VaR pelo método delta-normal, é necessário encontrar o fator delta de cada opção a fim de mapear a posição delta equivalente das opções no ativo objeto, obtendo-se assim, a aproximação linear característica do método delta-normal.

Ativo	Quantidade	PU	Financeiro	Volatidade Implicita	Fator Delta (Δ)	Delta Equivalente
PETRI52	82.500	2,95	243.375	34,33%	0,61	2.630.771
VALEI80	53.000	4,35	230.550	37,39%	0,57	2.406.846
Total			**473.925**			**5.037.618**

Financeiro *= Quantidade x PU*

Volatilidade Implícita *= é a volatilidade que o mercado, através dos preços das opções, implicita para o ativo subjacente. A volatilidade implícita é obtida segundo o modelo de Black & Scholes. É utilizada, neste trabalho, na reprecificação da opção no método de Simulação de Monte Carlo.*

Delta Equivalente *= Fator Delta x Preço da Ação x Quantidade*

[16] Portanto, os ativos escolhidos são os mais líquidos do mercado, para evitar qualquer distorção de preços que possa ser oriunda da falta de liquidez; os preços dos ativos são aqueles observados no mercado na data escolhida e o tamanho da posição de cada ativo na carteira foi escolhido arbitrariamente; para qualquer tamanho de posição, mantida a proporção entre os ativos, os valores obtidos para o VaR seriam proporcionalmente os mesmos em relação ao valor da carteira.

A partir destes dados e das séries históricas de preços para os fatores de risco (PETR4 e VALE5) para uma janela de 252 dias, obtemos as volatilidades[17] e as correlações, compondo-se, assim, a matriz de variância-covariância, a fim de se avaliar o VaR pelo método delta-normal:

$$\sigma^2{}_{PETR4} = (2{,}3576\%)^2 = 0{,}00055583$$
$$\sigma^2{}_{VALE5} = (2{,}2455\%)^2 = 0{,}00050422$$
$$\sigma^2{}_{PETR4;VALE5} = \sigma_{PETR4} \times \sigma_{VALE5} \times \rho_{PETR4;VALE5} = 2{,}3576\% \times 2{,}2455\% \times 82{,}515\% = 0{,}00043683$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{bmatrix} 0{,}00055583 & 0{,}00043683 \\ 0{,}00043683 & 0{,}00050422 \end{bmatrix}$$

Segundo a tabela anterior, a posição equivalente da carteira é de R$ 5.037.618, sendo a posição do fator de risco PETR4 igual a R$ 2.630.771 e da VALE5 igual a R$ 2.406.846. A partir destas informações partimos para o cálculo do VaR pelo método delta-normal, cuja fórmula - já elucidada ao longo do capítulo anterior – é representada por:

$$VaR_c = \alpha\sqrt{t}\sqrt{w`\Sigma w}$$

Para um IC=99% e horizonte temporal de um dia, obtemos o seguinte valor para VaR da carteira:

$$w`\Sigma w = \begin{bmatrix} 2.630.771 & 2.406.846 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0{,}00055583 & 0{,}00043683 \\ 0{,}00043683 & 0{,}00050422 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2.630.771 \\ 2.406.846 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \sqrt{w`\Sigma w} = 110.904$$

$$VaR_c = \alpha\sqrt{t}\sqrt{w`\Sigma w} = 2{,}3263 \times \sqrt{1} \times 110.904 = 258.000$$

[17] Para o cálculo da volatilidade, correlação e covariância empregou-se o método EWMA com λ fixado em 0,94, de acordo com o Risk Metrics.

Partindo para o cálculo do VaR pelo método de avaliação plena, utilizamos as mesmas estimações de volatilidade. Conforme discutido no capítulo anterior, determinamos o comportamento de uma ação através de:

$$S = S_0 \times \exp(\sigma \times \varepsilon \times \sqrt{\Delta t})$$

Sendo assim, determinamos ε para cada fator de risco, através da geração de números aleatórios, ajustados pela Matriz de Cholesky, com o objetivo de incorporar a correlação entre os ativos e reconstruir o perfil dos preços e, conseqüentemente, a distribuição de probabilidade real da carteira.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}0236 & 0{,}0000 \\ 0{,}0185 & 0{,}0127 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix}$$

Obtemos o preço final para os ativos para cada uma das simulações realizadas[18]:

$$\begin{aligned} S_{PETR4} &= 52{,}65 \times \exp(0{,}0236 \times \eta_1 \times \sqrt{1}) \\ S_{VALE5} &= 80{,}15 \times \exp\left[(0{,}0185 \times \eta_1) + (0{,}0127 \times \eta_2) \times \sqrt{1}\right] \end{aligned}$$

Depois de proceder com a fatoração de Cholesky e obtidos os preços dos ativos (PETR4 e VALE5) para cada simulação realizada, partimos para o cálculo do preço das opções através da fórmula de Black&Scholes (temos um novo preço do ativo-objeto e um dia a menos até o vencimento da opção)[19].

Foram gerados 20.000 pares de variáveis independentes [η_1, η_2]. Aqui temos um ponto de discussão entre os gestores de risco do mercado: Qual o número ótimo de simulações a fim de garantir a segurança do modelo? Embora seja um ponto de grande relevância, este não é o objetivo deste trabalho, além disto, há um *trade off* entre número de simulações e capacidade computacional e humana para comportar e observar erros oriundos de um modelo que toma proporções astronômicas, quanto maior o número de

[18] Note que as equações não apresentam as volatilidades de cada ativo. Isso porque a fatoração de Cholesky já incorpora este efeito. Assim, a reconstituição da distribuição de preços é dada por: $S = S_0 \times \exp(\varepsilon)$ (já que estamos simulando os preços dos ativos um dia a frente: $\sqrt{\Delta t} = 1$.)

[19] Curva da taxa de juros era de 11,31% para o período.

simulações e ativos. Portanto, adotou-se um número arbitrário de simulações acima daquele definido como minimamente razoável pelo Risk Metrics que é de 10.000 simulações.

Assim, gerados vinte mil cenários aleatórios para os preços dos ativos, reprecificada a carteira de ações e opções em cada um dos cenários gerados e determinada a distribuição da probabilidade do resultado da carteira um dia a frente, obtemos um VaR, via simulação plena, para o nível de confiança de 99% de:

$$VaR_{c(MC)} = 473.925 - 270.907 = 203.018$$

III.2.3 – Exemplo 2: Carteira com posições passivas

Neste exemplo, usaremos a mesma carteira anterior trocando todas as posições ativas por passivas. Assim, as variâncias, correlações e as volatilidades implícitas das opções permanecem as mesmas.

Ativo	Quantidade	PU	Financeiro	Volatidade Implicita	Fator Delta (Δ)	Delta Equivalente
PETRI52	(82.500)	2,95	(243.375)	34,33%	0,61	(2.630.771)
VALEI80	(53.000)	4,35	(230.550)	37,39%	0,57	(2.406.846)
Total			**(473.925)**			**(5.037.618)**

No cálculo do VaR pelo método delta-normal, as posições delta equivalentes são iguais tendo apenas o sinal trocado. Portanto, o cálculo do VaR pela avaliação local com aproximação linear nos dá o mesmo resultado obtido para uma carteira comprada, tratando o problema de forma simétrica.

$$w \times \Sigma \times w = \begin{bmatrix} -2.630.771 & -2.406.846 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,00055583 & 0,00043683 \\ 0,00043683 & 0,00050422 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2.630.771 \\ -2.406.846 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \sqrt{w`\Sigma w} = 110.904$$

$$VaR_c = \alpha\sqrt{t}\sqrt{w`\Sigma w} = 2,3263 \times \sqrt{1} \times 110.904 = 258.000$$

Para obtermos o VaR pela simulação de Monte Carlo, realizamos passos análogos ao exemplo anterior, basta gerar vinte mil cenários novamente para os fatores de risco e reavaliar a carteira:

$$VaR_{c(MC)} = -473.925 - (-765.756) = 291.831$$

III.2.4 – Comparação dos Resultados com Posições Compradas e Vendidas

Obtemos, segundo tabela abaixo, os seguintes resultados calculados para intervalo de confiança de 95% e 99%:

	Exemplo1 - Posição Comprada			Exemplo2 - Posição Vendida		
VaR - 1 Dia	**Delta**	**SMC**	**Erro**	**Delta**	**SMC**	**Erro**
95%	182.420	147.255	19%	182.420	185.968	-2%
99%	258.000	203.018	21%	258.000	291.831	-13%

Nota-se que no caso de uma posição comprada, a aproximação linear oferece um risco maior do que o observado na avaliação plena e menor no caso de uma posição vendida. Porém este método tratou ambos os problemas de forma simétrica. Além disso, observa-se que quanto maior o intervalo de confiança, maior o erro entre os dois modelos apresentados.

Concentrou-se a análise no fator gamma (Γ), ou seja, a variação não linear dos prêmios das opções frente a alterações no preço do ativo objeto (segunda derivada). O cálculo do risco de uma carteira pelo método delta-normal trata igualmente uma carteira comprada e vendida. Com a aproximação linear via delta, o risco é alocado igualmente (apenas com sinal trocado), isto porque, como a distribuição dos retornos das ações é, por hipótese, simétrica (Normal), teríamos o mesmo risco. Porém, a distribuição dos retornos de uma carteira de opções é assimétrica: se um operador estiver vendido (ou comprado) numa opção, o lucro (ou perda) é limitado ao prêmio.

Assim, analisando uma posição a descoberto (vendida) em uma opção de compra, ou seja, gamma negativo, para que possa se obter lucro nesta posição é necessário que o preço da ação caia. Se não levarmos em conta o efeito do fator gamma (segundo termo equação da expansão de Taylor), o prêmio da opção irá cair mais do que realmente cairia, levando a uma superestimação do ganho (pois o gamma é negativo). Se, ao contrário, o preço da ação subir, e o efeito gamma não for levado em conta, haveria a subestimação da perda, pois o prêmio terá subido menos do que na prática. Para uma posição comprada (gamma positivo) em uma opção, obtém-se o resultado inverso. Se desconsiderarmos o gamma e o preço da ação cair, haverá uma superestimação da perda, pois o prêmio cairia mais do que o observado, ao passo que se o preço da ação subir haveria uma subestimação do ganho, ao desconsiderar o gamma, já que a ação subiria menos do que o resultado real.

Ativo-Objeto/Posição	**Comprado**	**Vendido**
Preço do Ativo Sobe	Subestimo o ganho	Subestimo a perda
Preço do Ativo Cai	Superestimo a perda	Superestimo o ganho

Outro fator que também deve ser observado é diferença na forma de agregação do tempo entre os métodos delta-normal e avaliação plena. Para cálculo do VaR de uma carteira *N* dias a frente, segundo o método de simulação de Monte Carlo, o efeito tempo é incorporado na fórmula de precificação dos ativos-objetos assim como para as opções, diferente da aproximação linear a qual simplesmente se multiplica o VaR pela raiz quadrada do tempo sem necessidade de recálculo do risco. Com a simulação de Monte Carlo, é possível obter a distribuição de probabilidade exata do resultado da carteira *N* dias a frente, podendo-se incluir o custo de carregamento das posições (como é o caso das opções). Assim, pode-se observar que, quanto maior o horizonte temporal para o cálculo do risco da carteira, maior será também o erro na metodologia analítica no cálculo do risco para carteira de ativos não lineares.

III.2.5 – Carteira Delta-Neutro

Uma carteira delta-neutro é aquela na qual se busca anular a influência do fator delta, isto é, onde pequenas variações do ativo-objeto não alteram o preço da opção. Muitas vezes tomam-se operações como esta com o objetivo de capturar a sensibilidade da variação das volatilidades sobre o prêmio das opções, não sendo objetivo capturar a influência sobre elas da elevação ou queda dos preços de seus ativos subjacentes.

Muitos operadores se especializam em operações delta-neutro (ou delta gamma-neutro) seja com objetivo de operar a curva de volatilidade entre as opções (*smile*) ou, seja apostando, direcionalmente, numa elevação ou queda da volatilidade de determinado instrumento financeiro.

Mostra-se abaixo a carteira utilizada e sua posição delta equivalente utilizada no cálculo do método analítico. Utilizaram-se as mesmas opções dos exemplos anteriores e seus respectivos ativos-objetos.

Ativo	Quantidade	PU	Financeiro	Volatidade Implicita	Fator Delta (Δ)	Delta Equivalente
PETR4	49.967	52,65	2.630.771			2.630.771
PETRI52	(82.500)	2,95	(243.375)	34,33%	0,61	(2.630.771)
VALE5	30.029	80,15	2.406.846			2.406.846
VALEI80	(53.000)	4,35	(230.550)	37,39%	0,57	(2.406.846)
Total			**4.563.693**			**0**

Segundo a tabela acima, a posição delta equivalente da carteira é, por definição, igual a zero, assim, a posição do fator de risco PETR4 e de VALE5 é igual a zero. Assim, o VaR segundo o método analítico é igual a:

$$w`\Sigma w = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0{,}00055583 & 0{,}00043683 \\ 0{,}00043683 & 0{,}00050422 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \sqrt{w`\Sigma w} = 0$$

$$VaR_c = \alpha\sqrt{t}\sqrt{w`\Sigma w} = 2{,}3263 \times \sqrt{1} \times 0 = 0$$

Para a obtenção do risco pela simulação de Monte Carlo basta seguir os passos análogos aos exemplos anteriores, obtendo-se assim:

$$VaR_{c(MC)} = 4.563.693 - (4.520.027) = 43.665$$

Assim, uma carteira delta-neutro apresenta risco zero pela metodologia analítica quando na realidade este risco pode ser relevante. Isso porque, como já discutido, a metodologia analítica não leva em consideração o fator gamma e, por isso, considera o fator delta constante qualquer que seja a variação do preço da ação. Mas situações em que as opções não conseguem hedgear perfeitamente as ações ocorrem mais vezes do que se poderia supor e, portanto, na prática, o risco de uma posição delta-neutro não é nulo.

III.2.6 – Simulação de Monte Carlo com Volatilidade Estocástica - *Efeito Vega*

As abordagens anteriores mostraram como é possível aprofundar a análise de mensuração do risco através da consideração do efeito gamma, característica importante na precificação das opções que mostra que o delta não é estático e, portanto, não pode ser considerado constante na análise do risco de uma carteira.

Nesta seção, será incluído mais um fator, não menos importante, presente constantemente no dia-dia dos operadores do mercado e cuja influência é relevante na precificação das opções e é, portanto, mais um fator que deve ser considerado no cálculo do risco de uma carteira.

É comum no mercado observar operadores que se especializam em operações de arbitragem e especulação com volatilidade. Algumas vezes até a estratégia é isolar todos os riscos de uma carteira, ficando exposto apenas naquele que permita realizar ganho (no caso, a volatilidade) através de operações delta neutro ou delta-gamma neutro.

Com o crescimento do mercado de opções e aumento de sua liquidez, ficou cada vez mais importante a necessidade de mensurar os efeitos volatilidade implícita sobre o preço da opção. Assim, da mesma forma como para o ativo-objeto, considera-se a volatilidade implícita como uma variável aleatória, apresentando, portanto, um processo estocástico e que tende a ter correlação com o retorno do ativo-objeto[20].

Segundo estudos, no caso do mercado brasileiro, a volatilidade implícita de uma opção geralmente apresenta correlação negativa com o preço do ativo objeto. Segundo Costa (1998), "... comportamento notável da volatilidade implícita nas opções de ações é a sua tendência em subir quando o mercado cai, e cair quando o mercado sobe. (...) A explicação mais correta parece ser que as volatilidades se alteram com a direção do mercado porque a volatilidade real de S se altera conforme o mercado sobe ou cai. Isto é, um mercado acionário em baixa é naturalmente mais volátil que um mercado em alta". (p.149-150).

Para análise de uma posição a descoberto (vendida) em uma opção, é fácil observar que, se o preço do ativo sobe, o preço da opção sobe e, assim, estar-se-ia auferindo prejuízo na operação. Porém, considerando o efeito da volatilidade implícita, que para o mercado brasileiro apresenta correlação negativa com o ativo objeto, um aumento do preço do ativo faz com que a volatilidade implícita tenda a cair, o que gera uma pressão redutora no preço da opção. Assim, a perda esperada por um aumento da ação numa posição vendida em uma opção tende a ser menor quando considerado *o efeito vega*. O mesmo vale no sentido contrário, no caso do preço da ação subir, o ganho esperado tende a ser menor quando considerarmos o *efeito vega*. Pensamento análogo vale para o caso de uma posição comprada numa opção, conforme quadro abaixo.

	Correlação Negativa		Correlação Positiva	
Ativo-Objeto/Posição	**Vendido em uma call**	**Comprado em uma call**	**Vendido em uma call**	**Comprado em uma call**
Preço do Ativo Sobe	Superestimo perda	Superestimo ganho	Subestimo perda	Subestimo ganho
Preço do Ativo Cai	Superestimo ganho	Superestimo perda	Subestimo ganho	Subestimo perda

Neste exemplo, será considerada uma posição vendida em 82.500 lotes da mesma opção de Petrobrás considerada nos exemplos anteriores[21]. Assim, para cálculo do risco

[20] Para simular o comportamento da volatilidade implícita considera-se o mesmo modelo utilizado para simular os preços dos ativos. Esta fórmula é oriunda da integração de $dV/V=\mu_v.dt+\sigma_v.dw$. O Risk Metrics considera o drift (μ) igual a zero. Para mais informações, ver Risk Metrics (1996). Assim, $S = S_o \times \exp(\sigma_v \times \varepsilon_w)$.

incluindo a volatilidade implícita como uma variável aleatória, temos que estimar a volatilidade da volatilidade implícita[22], a correlação entre a volatilidade implícita e o ativo objeto e a volatilidade do ativo objeto.

Ativo	Quantidade	PU	Financeiro	Volatidade Implicita	Volatilidade da Volatilidade Implícita	Correlação
PETRI52	(82.500)	2,95	(243.375)	34,33%	17,288%	-24,268%

Conforme discutido, o comportamento de uma ação com a inclusão do *efeito vega* dar-se-á por:

$$S = S_o \times \exp(\sigma_v \times \varepsilon_w)$$

A Matriz de Cholesky, que incorpora a correlação entre os ativos e reconstrói o perfil dos preços e, conseqüentemente, a distribuição de probabilidade real da carteira se dá por:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}0236 & 0{,}0000 \\ -0{,}0419 & 0{,}0168 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix}$$

Obtemos preço final de cada fator de risco para cada uma das simulações realizadas.

$$S_{PETR4} = 52{,}65 \times \exp(0{,}0236 \times \eta_1)$$
$$S_{VOL} = 34{,}33\% \times \exp\left[(-0{,}0419 \times \eta_1) + (0{,}0168 \times \eta_2)\right]$$

Em seguida obtém-se o preço da opção (através da fórmula de Black&Scholes) para cada par de preço do ativo e volatilidade implícita obtidos após as simulações. Assim, obtemos um VaR, via simulação plena, para o nível de confiança de 99% de:

$$VaR_{c(MCVOL)} = -243.375 - (-403.332) = 158.674$$

[21] Novamente considera-se uma carteira simples a fim de se observar de forma mais intuitiva os efeitos de considerar um processo estocástico para a volatilidade implícita. Em uma carteira complexa, uma série de outros fatores afeta o resultado global do risco o que torna bem menos intuitiva a análise.
[22] Para o cálculo da volatilidade da volatilidade implícita, considerou-se uma janela de 45 dias.

Conforme desenvolvimento intuitivo acima, o resultado obtido pela Simulação de Monte Carlo padrão, isto é, que não considera o *efeito vega* seria superior ao encontrado pela Simulação de Monte Carlo que considera tal efeito. Como vemos abaixo, esse erro é de 2,6%.

$$VaR_{c(MCVOL)} = -243.375 - (-406.194) = 162.819$$

Obviamente que quanto maior a correlação entre o ativo objeto e a volatilidade implícita maior será este erro. Os dados do período analisado se destacaram especificamente por uma elevada volatilidade nos mercados, inclusive da volatilidade implícita e pode-se dizer que este movimento intenso tenha afetado de certa forma a correlação entre esses fatores de risco. Aragão (1999) faz um estudo mais apurado para este caso considerando correlações negativas e positivas entre o ativo objeto e a volatilidade implícita, inclusive para vários intervalos de confiança, e podemos ver que os resultados são alarmantes[23]:

		Volatildade da Volatilidade Implícita = 6% a.a.					
VAR (R$mil)	SMC Padrão	ρ=0,5	ERRO	ρ=0	ERRO	ρ=-0,5	ERRO
84%	90,6	104,9	*-15,8%*	93,7	*-3,4%*	80,1	*11,6%*
95%	176,9	201,8	*-14,1%*	180,7	*-2,1%*	158,9	*10,2%*
99%	280,6	319,5	*-13,9%*	288,6	*-2,9%*	256,2	*8,7%*

Como se pode observar, para um intervalo de confiança de 99%, o erro para o caso de correlação negativa é de 8,7% e para o caso no qual a correlação fosse positiva esse erro seria de 13,9%, o que em valores absolutos representa um montante representativo.

Vale destacar que, conforme formos adicionando ativos não lineares à carteira, teremos que estimar as volatilidades do respectivo ativo-objeto e a volatilidade da volatilidade implícita, e as respectivas correlações entre todos os fatores de risco dos ativos e dos ativos entre si. Assim, para carteiras com um número muito grande de ativos, por mais que tenha havido uma expressiva melhora do desempenho computacional nos

[23] Exemplo também feito para uma carteira contendo posição descoberta em apenas uma opção. Para mais informações Duarte (1999, p. 7).

últimos anos, torna-se cada vez mais complicado não só administrar um sistema que comporte uma grande quantidade de dados mas, principalmente, capital humano que compreenda tal sistema e possa ser capaz de verificar possíveis erros em planilhas ou sistemas de risco. Apesar das ponderações citadas, a idéia geral que se busca mostrar é que o modelo de Simulação de Monte Carlo tem plenas condições (teóricas e práticas) de englobar as não linearidades dos ativos no cálculo de risco de suas carteiras.

Além disso, existem ferramentas no mercado que permitem a um gestor de risco analisar se o modelo utilizado corresponde ou não à realidade, podendo avaliar sua precisão e refiná-lo. Este é o caso do *backtesting,* no qual resultados obtidos no modelo de risco são avaliados aos resultados efetivamente verificados para assim avaliar a eficácia do modelo.

Hoje em dia, a análise do impacto do *efeito vega* sobre o risco de uma carteira de ativos não lineares geralmente é abordada de forma mais simplificada, em sua maioria, através de testes de estresse (*stress test)*, ferramenta que se utiliza de cenários históricos ou cenários determinados por um comitê de risco considerados extremos, mas prováveis de acontecer. Geralmente englobam cenários de manutenção, rápida deterioração e melhoria das condições do mercado, além de eventos políticos ou econômicos que podem afetar o mercado financeiro.

Conclusão

A necessidade de gestão do risco surgiu do crescimento e complexidade do mercado financeiro. Sucessivos fracassos e colapsos financeiros chamaram a atenção para a importância de se gerenciar o risco, o que suscitou o aprofundamento de estudos e a criação de modelos que pudessem quantificar de forma clara o risco de mercado de uma carteira.

De longe, o Value-at-Risk, criado pelo Risk Metrics, é o mais comentado no mercado e sua abordagem se divide em dois grandes grupos: os métodos paramétricos e não-paramétricos. Para o primeiro usamos, neste trabalho, o modelo delta-normal e para o segundo a Simulação de Monte Carlo.

O que se buscou enfatizar no decorrer deste trabalho foi a importância de uma análise mais apurada para o caso de carteiras contendo grande peso em ativos não lineares (nos exemplos usados, opções de compra de ações). Viu-se que descartar da análise o efeito gamma é simplesmente ignorar a assunção de que variações do ativo objeto interferem na sensibilidade de variação do preço das opções.

O método de Simulação de Monte Carlo trata deste problema através de simulações de novas trajetórias de preços e recálculo da carteira de ativos. Já modelo delta-normal ignora essa variável e ainda mostra simetria no cálculo de risco de opções, o que não corresponde à realidade.

Outra crítica feita ao modelo delta normal é a sua impossibilidade de agregação no tempo através da fórmula tradicional de se multiplicar o VaR de um dia pela raiz quadrada do número de dias para se obter o VaR N dias à frente. No caso de uma carteira de opções isso pode ocasionar erros graves na mensuração de risco, pois, como vimos na fórmula de precificação de opções, a variação do tempo interfere no preço das opções (isto é, elas vão *emagrecendo* com o tempo).

No caso de carteiras delta-neutro, o erro de se utilizar o método analítico para cálculo do risco de carteiras contendo ativos não-lineares é ainda mais grave, pois risco de uma carteira é considerado zero na abordagem analítica já que ela trata do problema de forma linear apenas através da soma das posições delta-equivalentes. O método de avaliação plena inclui na sua análise o efeito gamma, ou seja, a sensibilidade em relação ao delta das opções conforme o preço do ativo-objeto varia.

Para carteira com delta neutro, a aproximação linear apresenta risco zero, o que não ocorre na prática. Pelo fato da metodologia analítica não levar em conta o fator gamma, uma carteira que aparentemente apresenta risco baixo, pode apresentar perdas relevantes, mostrando que pode haver possíveis distorções no hedge conforme varia o preço do ativo. Uma posição para se manter delta-neutro em opções teria de ser constantemente corrigida ao longo do tempo conforme o preço do ativo objeto variasse.

Finalmente, inclui-se na análise do risco de uma carteira mais um aspecto característico da não linearidade, o *efeito vega*, isto é, a sensibilidade do preço da opção para o caso da sua volatilidade implícita variar. Como operações com volatilidade são cada vez mais comuns entre os operadores do mercado, entender e saber dimensionar este risco se tornou cada vez mais necessário. Excluir esta variável do cálculo do risco muitas vezes pode gerar erros relevantes na análise de risco de uma carteira.

É muito importante que os participantes do mercado possam estimar as perdas possíveis ao decidirem montar portfólios com determinados ativos para que se evitem excessos de alavancagem que gerem problemas financeiros graves (vide o exemplo do Barings). Além disso, representa uma ferramenta de marketing adicional, uma vez que pode passar informações de exposição aos clientes e mostrar que a instituição possui um relativo conhecimento sobre as possíveis conseqüências de determinadas exposições à sua saúde financeira.

Um ponto exaustivamente discutido no mercado é o trade off na utilização dos dois métodos analisados neste trabalho. Este trade off vem diminuindo ao longo dos anos à medida que a capacidade de processamento computacional vem evoluindo de forma rápida. Sem dúvida, o modelo analítico é bastante simples e pode fornecer resultados de forma rápida, mas a diferença de processamento entre os dois modelos vem se reduzindo drasticamente, o que dificilmente justifica sua utilização no caso de carteiras com peso significativo em ativos não lineares.

Hoje em dia, um ponto mais importante do que o tempo de processamento para obtenção dos resultados de risco de uma carteira é a capacidade de um gestor de risco de interpretar os fatores por trás do número obtido, à medida que se inventam instrumentos financeiros cada vez mais complexos. Mais importante que se chegar a um valor final para o montante de exposição máxima de risco de uma carteira é saber identificar as fontes de risco e interpretar o desdobramentos de suas oscilações. Sistemas e planilhas complexas não se justificam sem a devida capacidade humana que possa inferir conclusões quanto às exposições de uma instituição e possa observar erros e falhas operacionais.

Bibliografia

Altman, Edward et al. **Statement on Long-term Capital Management and the Report of the President's Working Group on Financial Markets**: The Financial Economists Roundtable. The Financier, vol. 6, n. 2 & 3, 1999. Disponível em: www.the-financer.com

Aragão, Cesar S. Lima de; La Roque, Eduarda de. **Simulação de Monte Carlo com Volatilidade Estocástica, para Análise do Risco de Carteira de Opções.** São Paulo, Resenha BM&F 133, 199.

Assaf Neto, Alexandre. **Mercado Financeiro**, Terceira Edição. Atlas, 2000.

Berger, James O. **Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis,** Second Edition. New York, Springer-Verlag, 1980.

Costa, César Lauro da. **Opções: Operando a Volatilidade**. São Paulo: BM&F, 1998.

Duarte, Antônio Marcos Junior. **A Importância do Gerenciamento de Riscos Corporativos.** São Paulo, Resenha BM&F 133, 1999.

Duarte, Antônio Marcos Junior. **Uma Introdução ao Risco Operacional**. São Paulo, Resenha BM&F 118, 1997.

Duarte, Antônio Marcos Júnior et al. **Gerenciamento de Riscos Corporativos:** Classificações, definições e exemplos. Resenha BM&F 134, 1999.

Herring, Richard. **Internacional Financial Conglomerates: Implications for Bank Insolvency Regimes**. University of Pennsylvania, 2003. Disponível em: http://uk.cbs.dk/content/download/32928/461976/file/richard_herring.pdf

Hull, John C. **Options, Futures and Other Derivatives,** Third Edition. The Prentice Hall, 1998.

JORION, Philippe. **Value at Risk**: A Nova Fonte de Referência para Gestão do Risco Financeiro. São Paulo: Bolsa de Mercadorias e Futuros, 2003.

J.P. Morgan Reuters. **Risk Management: A Practical Guide**. New York, 1999.

J.P. Morgan Reuters. **Risk Metrics: Technical Document**. New York, 1996.

Megalli Filho, Armando. **Mercado Financeiro e de Capitais**, Segunda Edição. Atlas, 2003.

Mollica, Marcos Antonio. Uma Avaliação de Modelos de Value-At-Risk: Comparação entre Métodos Tradicionais e Modelos de Variância Condicional. Dissertação apresentada ao Departamento de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Economia. São Paulo, 2003. Disponível em: http://www.risktech.com.br/PDFs/mollica.pdf

Scatena, Fábio Machado**. Análise de Risco de Mercado de Carteiras Não-Lineares**. São Paulo, Resenha BM&F 152, 2002.