



DINÂMICA DE UMA ESTRUTURA ORIGÂMICA CILÍNDRICA ATUADA POR LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA

Guilherme Vieira Rodrigues

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Marcelo Amorim Savi

Rio de Janeiro

Maio de 2017

DINÂMICA DE UMA ESTRUTURA ORIGÂMICA CILÍNDRICA ATUADA
POR LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA

Guilherme Vieira Rodrigues

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO
ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE
ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA
MECÂNICA.

Examinada por:

Prof. Marcelo Amorim Savi, D.Sc.

Prof. Alberto Paiva, D.Sc.

Prof. Fernando Pereira Duda, D.Sc.

Prof. Arthur Martins Barbosa Braga, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
MAIO DE 2017

Rodrigues, Guilherme Vieira

Dinâmica de uma estrutura origâmica cilíndrica atuada por ligas com memória de forma/Guilherme Vieira Rodrigues. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2017.

XV, 86 p.: il.; 29,7cm.

Orientador: Marcelo Amorim Savi

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Mecânica, 2017.

Referências Bibliográficas: p. 70 – 83.

1. Estruturas auto-expansíveis. 2. Estruturas origâmicas. 3. Ligas com memória de forma. I. Savi, Marcelo Amorim. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Mecânica. III. Título.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

DINÂMICA DE UMA ESTRUTURA ORIGÂMICA CILÍNDRICA ATUADA POR LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA

Guilherme Vieira Rodrigues

Maio/2017

Orientador: Marcelo Amorim Savi

Programa: Engenharia Mecânica

Origami, a arte da dobra de papel, tem sido inspiração para o desenvolvimento de novas estruturas na engenharia devido à sua capacidade intrínseca de variar de forma e de volume. Associadas com materiais inteligentes, essas estruturas possuem um grande potencial na criação de dispositivos auto-expansíveis. Ligas com memória de forma pertencem a essa classe de materiais, apresentando a habilidade de mudar de forma com a variação da temperatura. O presente trabalho tem como objetivo o estudo do comportamento de um origami cilíndrico denominado origami-stent associado a ligas com memória de forma. Tal associação é feita utilizando-se molas torcionais atuando nas dobras do origami. O origami com memória de forma permite a expansão e a contração na direção radial sem a necessidade de contato físico. A modelagem matemática considera um modelo constitutivo polinomial para descrever o comportamento termomecânico das ligas com memória de forma. Considerações geométricas estabelecem um modelo com um grau de liberdade que possui não-linearidades geométricas e constitutivas. Simulações numéricas permitem explorar detalhes da dinâmica não-linear do sistema, mostrando situações complexas como o caos.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

DYNAMICS OF AN ORIGAMIC CYLINDRICAL STRUCTURE ACTUATED
BY SHAPE MEMORY ALLOYS

Guilherme Vieira Rodrigues

May/2017

Advisor: Marcelo Amorim Savi

Department: Mechanical Engineering

Origami, the art of paper folding, has been inspiration to the development of new engineering structures due to its intrinsic ability of change its shape and volume. Associated with smart materials, these structures have a great potential in the creation of self-expandable devices. Shape memory alloys belong to this class of materials and they possess the ability to change its shape by varying the temperature. The goal of this work is the study of the behavior of a cylindrical origami named origami-stent associated with shape memory alloys. Such association is performed by placing torsional springs in the origami creases. The origami with shape memory allows expansion and contraction in the radial direction with no physical contact. The mathematical model assumes a constitutive polynomial model to describe the behavior of the shape memory alloys. Geometric assumptions establish a model with one-degree of freedom having constitutive and geometric non-linearities. Numerical simulations enable to explore the nonlinear dynamics of the system, presenting intricate situations such as chaos.

Sumário

| | |
|---|-------------|
| Lista de Figuras | viii |
| Lista de Tabelas | xii |
| Lista de Símbolos | xiii |
| 1 Introdução | 1 |
| 1.1 Organização do trabalho | 2 |
| 2 Origami e suas aplicações | 4 |
| 2.1 Regras do origami | 5 |
| 2.2 Padrões de dobra | 7 |
| 2.3 Origamis cilíndricos | 9 |
| 2.4 Aplicações de estruturas auto-expansíveis | 10 |
| 3 Aspectos geométricos do origami-stent | 12 |
| 3.1 Conexão longitudinal entre as células | 17 |
| 4 Modelagem matemática do origami-stent | 19 |
| 4.1 Análise cinemática | 19 |
| 4.2 Modelagem dinâmica | 22 |
| 5 Ligas com memória de forma | 26 |
| 5.1 Comportamento termomecânico | 26 |
| 5.2 Modelos constitutivos | 28 |
| 5.3 Modelo constitutivo polinomial | 29 |
| 6 Simulações numéricas | 33 |
| 6.1 Sistema com dois atuadores | 34 |
| 6.1.1 Vibração livre | 35 |
| 6.1.2 Carregamento térmico | 38 |
| 6.1.3 Vibração forçada | 45 |
| 6.2 Sistema com um único atuador | 55 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 6.2.1 | Vibração livre | 55 |
| 6.2.2 | Carregamento térmico | 56 |
| 6.2.3 | Vibração forçada | 59 |
| 7 | Conclusões | 67 |
| 7.1 | Propostas para trabalhos futuros | 68 |
| | Referências Bibliográficas | 70 |
| A | Equação da energia cinética | 84 |

Lista de Figuras

| | | |
|----|--|----|
| 1 | Definição de vales e montes. | 5 |
| 2 | Regras fundamentais do origami. (a) Exemplo de visualização dos teoremas de Maekawa e de Kawasaki. (b) Dupla coloração. (c) Origami dobrado. | 5 |
| 3 | Representação dos axiomas de Huzita. | 6 |
| 4 | Padrões de dobra. | 7 |
| 5 | Padrão de dobra Miura. | 8 |
| 6 | Padrão de dobra <i>waterbomb</i> | 8 |
| 7 | Padrão de dobra Yoshimura. | 9 |
| 8 | Padrão de dobra Kresling. | 9 |
| 9 | Origami cilíndrico com padrão de dobra <i>waterbomb</i> | 10 |
| 10 | Origami-stent. | 12 |
| 11 | Célula do origami-stent: (a) no plano; (b) dobrada. | 13 |
| 12 | Estágios do origami-stent durante o processo de abertura. | 13 |
| 13 | Célula do origami-stent no primeiro estágio. | 14 |
| 14 | Relações geométricas dos ângulos de uma célula. | 15 |
| 15 | Raios interno e externo do origami-stent. | 15 |
| 16 | Relações geométrica dos raios interno e externo. | 16 |
| 17 | Origami-stent com diferenças números de células e células quadradas e não-quadradas para $\theta = 60^\circ$ | 17 |
| 18 | Conexão longitudinal das células. (a) célula <i>waterbomb</i> ; (b) padrão de dobra do origami-stent; (c) conexão longitudinal das células do origami-stent. | 17 |
| 19 | Diferença de raio entre células adjacentes longitudinalmente: (a) $\alpha_0 = 45^\circ$; (b) $n = 6$ | 18 |
| 20 | rotações ocorrentes nas células do origami-stent. | 20 |

| | | |
|----|---|----|
| 21 | Energia cinética para uma célula de comprimento e massas unitários. (a) Energia para $n = 6$ e $\alpha_0 = 45^\circ$. Projeções dessa energia em $\theta = 90^\circ$ e em $\dot{\theta} = 1^\circ/s$ para diferentes valores de n e α_0 : (b) e (c) $\alpha_0 = 45^\circ$; (d) e (e) $n = 6$ | 23 |
| 22 | Funções adimensionais do modelo dinâmico: (a) e (b) $\alpha_0 = 45^\circ$; (c) e (d) $n = 6$ | 25 |
| 23 | Comportamento termomecânico padrão de SMA. (a) Transformação de fase induzida por temperatura; (b) pseudoelasticidade; (c) efeito de memória de forma. | 28 |
| 24 | Comportamento de uma SMA a diferentes temperaturas segundo o modelo polinomial. (a) Gráficos energia-deformação; (c) gráficos tensão cisalhante-deformação. | 30 |
| 25 | Curvas tensão cisalhante-deformação com e sem tensão residual. | 31 |
| 26 | Torsion Spring Wire (TSW). (a) Mola torcional. (b) Localização do TSW no origami | 32 |
| 27 | Localização do atuador TSW na célula. | 34 |
| 28 | Torque dos atuadores: (a) na temperatura de referência; (b) a alta temperatura. | 35 |
| 29 | Influência da temperatura na soma dos momentos dos atuadores. | 36 |
| 30 | Vibração livre ($T_2 = T_0$). (a) Soma dos momentos. Retrato de fase: (b) $T_1 = T_0$; (c) $T_1 = 306$ K; (d) $T_1 = 310$ K. | 37 |
| 31 | Vibração livre ($T_1 = T_0$). (a) Soma dos momentos. Retrato de fase: (b) $T_2 = T_0$; (c) $T_2 = 306$ K; (d) $T_2 = 310$ K. | 38 |
| 32 | Abertura e fechamento do origami-stent ($n = 6, \alpha_0 = 45^\circ$): (a) carregamento térmico; (b) resposta do sistema. | 39 |
| 33 | Abertura e fechamento do origami-stent ($n = 6, \alpha_0 = 45^\circ$): (a) carregamento térmico; (b) resposta do sistema. | 39 |
| 34 | Abertura do origami-stent ($n = 6, \alpha_0 = 45^\circ$): (a) carregamento térmico; (b) resposta do sistema. | 40 |
| 35 | Abertura do origami-stent ($n = 6, \alpha_0 = 45^\circ$): (a) carregamento térmico; (b) resposta do sistema. | 40 |
| 36 | Efeito da oscilação térmica na estrutura aberta ($n = 6, \alpha_0 = 45^\circ$): (a) carregamento térmico ($\mu_T = 2,0$ K e $\Omega_T = 0,1$); (b) resposta do sistema. | 41 |
| 37 | Efeito da oscilação térmica na estrutura aberta ($n = 6, \alpha_0 = 45^\circ$): (a) carregamento térmico ($\mu_T = 2,0$ K e $\Omega_T = 0,1$); (b) resposta do sistema. | 42 |

| | | |
|----|--|----|
| 38 | Comparação do efeito da oscilação térmica na estrutura aberta ($n = 6, \alpha_0 = 45^\circ$). | 42 |
| 39 | Efeito da oscilação térmica na estrutura aberta ($n = 6, \alpha_0 = 45^\circ$): (a) carregamento térmico ($\mu_T = 2,0$ K e $\Omega_T = 0,1$); (b) resposta do sistema. | 43 |
| 40 | Comparação do efeito da temperatura para diferentes valores de n ($\alpha_0 = 45^\circ, \mu_T = 2,0$ K e $\Omega_T = 0,1$). | 44 |
| 41 | Comparação do efeito da temperatura para diferentes valores de α_0 ($n = 10, \mu_T = 2,0$ K e $\Omega_T = 0,1$). | 44 |
| 42 | Diagramas de bifurcação variando-se μ ($\Omega = 0,30, \alpha_0 = 45^\circ$). | 46 |
| 43 | Espaço de fase e seção de Poincaré para $\Omega = 0,3, n = 6$ e $\alpha_0 = 45^\circ$. (a) $\mu = 0,145$; (b) $\mu = 0,200$; (c) $\mu = 0,360$; (d) $\mu = 0,700$ | 47 |
| 44 | Espaço de fase e seção de Poincaré para $\Omega = 0,3, n = 8$ e $\alpha_0 = 45^\circ$. (a) $\mu = 0,145$; (b) $\mu = 0,200$; (c) $\mu = 0,360$; (d) $\mu = 0,700$ | 48 |
| 45 | Espaço de fase e seção de Poincaré para $\Omega = 0,3, n = 10$ e $\alpha_0 = 45^\circ$. (a) $\mu = 0,145$; (b) $\mu = 0,200$; (c) $\mu = 0,360$; (d) $\mu = 0,700$ | 49 |
| 46 | Resposta do sistema com forçamento mecânico e oscilação térmica para $\mu = 0,145$ ($\Omega = 0,3, \mu_T = 2$ K, $\Omega_T = 0,1, \alpha_0 = 45^\circ$). Espaço de fase para: (a) $n = 6$; (b) $n = 8$; (c) $n = 10$. (d) Seção de Poincaré para $n = 10$ | 50 |
| 47 | Diagramas de bifurcação variando-se μ ($\Omega = 0,30, \alpha_0 = 30^\circ$). | 51 |
| 48 | Espaços de fase para $\mu = 0,145$ e $\Omega = 0,3$ considerando $\alpha_0 = 30^\circ$: (a) $n = 6$; (b) $n = 8$; (c) $n = 10$ | 52 |
| 49 | Diagramas de frequência ($\mu = 0,01, \alpha_0 = 45^\circ$). | 53 |
| 50 | Diagrama de bifurcação variando-se μ ($\Omega = 0,16, \alpha_0 = 45^\circ$). | 53 |
| 51 | Espaço de fase e seção de Poincaré para $\mu = 0,20, \Omega = 0,16, n = 6$ e $\alpha_0 = 45^\circ$ | 54 |
| 52 | Mapa representativo da amplitude da resposta para diferentes condições de forçamento ($n = 6, \alpha_0 = 45^\circ$): vermelho: a solução atinge os limites geométricos; azul: a solução não atinge os limites geométricos; verde: indica que apenas o limite geométrico superior é atingido. | 54 |
| 53 | Torque do atuador: (a) na temperatura de referência; (b) a alta temperatura. | 55 |
| 54 | Vibração livre. (a) Soma dos momentos. Retrato de fase: (b) $T = T_0$; (c) $T = 306$ K; (d) $T = 310$ K. | 56 |
| 55 | Comparação da abertura do origami-stent para diferentes valores de n ($\alpha_0 = 45^\circ$). | 57 |

| | | |
|----|---|----|
| 56 | Comparação do efeito da oscilação térmica na estrutura aberta para diferentes valores de n ($\alpha_0 = 45^\circ$, $\mu_T = 2,0$ K e $\Omega_T = 0,1$). | 58 |
| 57 | Comparação do efeito da temperatura para diferentes valores de α_0 ($n = 6$, $\mu_T = 2,0$ K e $\Omega_T = 0,1$). | 58 |
| 58 | Diagramas de bifurcação variando-se μ ($\Omega = 0,30$, $\alpha_0 = 45^\circ$). | 60 |
| 59 | Espaço de fase e seção de Poincaré para $\Omega = 0,3$, $n = 6$ e $\alpha_0 = 45^\circ$. (a) $\mu = 0,145$; (b) $\mu = 0,200$; (c) $\mu = 0,360$; (d) $\mu = 0,700$ | 61 |
| 60 | Espaço de fase e seção de Poincaré para $\Omega = 0,3$, $n = 8$ e $\alpha_0 = 45^\circ$. (a) $\mu = 0,145$; (b) $\mu = 0,200$; (c) $\mu = 0,360$; (d) $\mu = 0,700$ | 62 |
| 61 | Espaço de fase e seção de Poincaré para $\Omega = 0,3$, $n = 10$ e $\alpha_0 = 45^\circ$. (a) $\mu = 0,145$; (b) $\mu = 0,200$; (c) $\mu = 0,360$; (d) $\mu = 0,700$ | 63 |
| 62 | Espaço de fase para um sistema com forçamento mecânico e oscilação térmica ($\mu = 0,145$, $\Omega = 0,3$, $\mu_T = 2$ K, $\Omega_T = 0,1$, $\alpha_0 = 45^\circ$): (a) $n = 6$; (b) $n = 8$; (c) $n = 10$ | 64 |
| 63 | Diagrama de bifurcação variando-se μ ($\Omega = 0,30$, $\alpha_0 = 30^\circ$). | 64 |
| 64 | Espaços de fase para $\mu = 0,145$ e $\Omega = 0,3$ considerando $\alpha_0 = 30^\circ$: (a) $n = 6$; (b) $n = 8$; (c) $n = 10$ | 65 |
| 65 | Diagramas de frequência ($\mu = 0,01$, $\alpha_0 = 45^\circ$). | 66 |

Lista de Tabelas

| | | |
|---|---|----|
| 1 | Parâmetros do sistema. | 33 |
| 2 | Parâmetros dos atuadores antagônicos. | 35 |
| 3 | Comparação do valor máximo de μ para respostas diferentes de período-1. | 51 |
| 4 | Parâmetros do atuador. | 55 |
| 5 | Comparação do valor máximo de μ para respostas diferentes de período-1. | 60 |

Lista de Símbolos

| | |
|------------|---|
| E | energia cinética, p. 22 |
| J | momento de inércia, p. 31 |
| L | comprimento AB da célula <i>waterbomb</i> , p. 12 |
| L_2 | comprimento da célula <i>waterbomb</i> , $L/(\tan(\alpha_0))$, p. 12 |
| L_s | comprimento do fio do atuador torcional, p. 31 |
| M | momento, p. 32 |
| M_{SMA} | momento da mola com memória de forma, p. 22 |
| Q_θ | forças generalizadas, p. 22 |
| Q_{ext} | excitação externa, p. 22 |
| R_e | raio externo do origami-stent, OB_p , p. 15 |
| R_e^* | raio externo do origami-stent, OA^*_p , p. 17 |
| R_i | raio interno do origami-stent, OC , p. 15 |
| T | temperatura, p. 29 |
| T_0 | temperatura de referência de montagem do origami-stent, p. 33 |
| T_1 | temperatura do atuador TSW-1, p. 35 |
| T_2 | temperatura do atuador TSW-2, p. 35 |
| T_A | temperatura limite na qual a austenita é estável, p. 29 |
| T_M | temperatura limite na qual a martensita é estável, p. 29 |
| T_f | temperatura média da oscilação térmica, p. 34 |
| Ω | frequência da excitação externa na forma adimensional, p. 33 |

| | |
|--------------------|--|
| Ω_T | frequência de oscilação térmica na forma adimensional, p. 34 |
| α | ângulo relacionado ao número de células do origami-stent, $\angle A_p O B_p$, p. 15 |
| α_0 | ângulo da célula <i>waterbomb</i> , p. 12 |
| β | ângulo $\angle BAD$, p. 13 |
| γ | ângulo de rotação do atuador torcional, p. 31 |
| γ_I | ângulo de montagem (inicial) do atuador torcional, p. 31 |
| μ | amplitude da excitação externa na forma adimensional, p. 33 |
| μ_T | amplitude da oscilação térmica, p. 34 |
| ω_{REF} | frequência de referência, p. 24 |
| ψ | energia livre de Helmholtz, p. 29 |
| ρ | massa específica, p. 30 |
| σ | tensão cisalhante, p. 30 |
| σ_P | tensão residual, p. 31 |
| τ | tempo adimensional, p. 24 |
| θ | ângulo de abertura da célula, $\angle A_p C B_p$, p. 13 |
| θ_0 | ângulo de referência de montagem do origami-stent, p. 33 |
| θ_{max} | ângulo θ máxima de abertura da célula do origami-stent, p. 16 |
| θ_{min} | ângulo θ mínimo de abertura da célula do origami-stent, p. 16 |
| ε | deformação cisalhante, p. 30 |
| φ | ângulo $\angle A C A_p$, p. 13 |
| ξ | coeficiente de amortecimento na forma adimensional, p. 24 |
| ζ | coeficiente de amortecimento, p. 23 |
| a_1, a_2 e a_3 | constantes positivas do material com memória de forma, p. 30 |
| m_1 | massa concentrada no centroide do triângulo ABC, p. 20 |
| m_2 | massa concentrada no centroide do triângulo $B B_p C$, p. 20 |

| | |
|------------------------------------|---|
| n | número de células circunferencialmente distribuídas, p. 15 |
| r_s | raio do fio do atuador torcional, p. 31 |
| t | tempo, p. 24 |
| D_{ext} | excitação externa na forma adimensional, p. 24 |
| H_M | somatório dos momentos na forma adimensional, p. 24 |
| M_{lim} | momento da mola elástica linear, p. 22 |
| m_{ABC} | massa do triângulo ABC, p. 21 |
| m_{BB_pC} | massa do triângulo BB _p C, p. 21 |
| ${}^R_C \mathbf{r}_1$ | vetor posição da massa m_1 em relação a C no sistema R, p. 20 |
| ${}^S_C \mathbf{r}_2$ | vetor posição da massa m_2 em relação a C no sistema S, p. 21 |
| ${}^F \boldsymbol{\omega}_{ABC}$ | velocidade angular do triângulo ABC no sistema F, p. 21 |
| ${}^F \boldsymbol{\omega}_{BB_pC}$ | velocidade angular do triângulo BB _p C no sistema F, p. 21 |
| ${}^F \mathbf{T}^Q$ | matriz de transformação do sistema F para o sistema Q, p. 20 |
| ${}^F \mathbf{T}^S$ | matriz de transformação do sistema S para o sistema F, p. 20 |
| ${}^F \mathbf{v}_1$ | velocidade linear da massa m_1 no sistema F, p. 21 |
| ${}^F \mathbf{v}_2$ | velocidade linear da massa m_2 no sistema F, p. 21 |
| ${}^Q \mathbf{T}^R$ | matriz de transformação do sistema Q para o sistema R, p. 20 |
| ${}^R \mathbf{I}_{ABC}$ | tensor de inércia do triângulo ABC no sistema R, p. 21 |
| ${}^S \mathbf{I}_{BB_pC}$ | tensor de inércia do triângulo BB _p C no sistema S, p. 21 |

Capítulo 1

Introdução

Origami, a arte da dobra de papel, tem recebido grande atenção da comunidade científica nas últimas décadas. A partir de uma sequência específica de dobras, essa arte permite transformar uma geometria plana em uma estrutura tridimensional, o que tem servido de inspiração na criação de novos projetos mais eficientes.

Aplicações inspiradas em origami são encontradas em diversos campos de estudo: na arquitetura (BURI e WEINAND, 2008; PESENTI *et al.*, 2015), na biologia (KITAOKA *et al.*, 2010; KURIBAYASHI-SHIGETOMI *et al.*, 2012; ROTHEMUND, 2006), na química (SONG *et al.*, 2014; YANG *et al.*, 2015) e, sobretudo, na engenharia (PERAZA-HERNANDEZ *et al.*, 2014; TURNER *et al.*, 2015). Paralelamente, a geometria do origami e os padrões de dobras vêm sendo estudados por matemáticos para o entendimento dessa arte e desenvolvimento de algoritmos que auxiliem na sua construção (HULL, 1994, 2008; LANG, 2004).

Existem inúmeros padrões de dobras, dando origem a diversas estruturas geométricas de diferentes complexidades. Alguns desses padrões permitem a criação de uma estrutura capaz de se expandir e contrair com uma mudança significativa na sua forma. Isso possui aplicações, por exemplo, para obter métodos mais eficientes de empacotamento de *airbags* de forma a otimizar a economia de espaço (BRUTON *et al.*, 2016). Além dessa característica, as estruturas origânicas possuem um movimento de expansão-contração naturalmente sincronizado sendo geralmente leves, tornando-se de grande interesse no projeto de sistemas mecânicos auto-expansíveis, em especial naqueles que utilizam materiais inteligentes como atuadores.

As chamadas ligas com memória de forma ou SMA (do inglês, *Shape Memory Alloys*) fazem parte da classe de materiais inteligentes, assim como materiais piezoelétricos, e possuem a capacidade de recuperar níveis consideráveis de deformação, podendo retornar à sua forma original através de um processo termomecânico apropriado. O uso dessas ligas na engenharia é bem amplo (YAMAUCHI *et al.*, 2011), sendo empregadas nas áreas automotiva (STOECKEL, 1990), robótica (FURUYA e SHIMADA, 1991), biomédica (MACHADO e SAVI, 2003),

civil (JANKE *et al.*, 2005), aeronáutica (HARTL e LAGOUDAS, 2007), dentre outras.

O acoplamento de estruturas origâmicas com ligas com memória de forma tem sido desenvolvido recentemente na engenharia (KIM *et al.*, 2015; KOH *et al.*, 2014; PERAZA-HERNANDEZ *et al.*, 2013; PESENTI *et al.*, 2015), sendo bastante promissor. Essas ligas permitem que as operações de dobras sejam realizadas sem a manipulação de uma força externa, o que é vantajoso em condições remotas como ocorrem frequentemente em aplicações aeroespaciais e biomédicas.

Além de possuir uma geometria complexa, o origami é construído a partir de um objeto delgado (como uma folha de papel). Isto faz com que a análise de estabilidade desses sistemas seja essencial. O comportamento dinâmico de um sistema-origami é um tópico de estudo relevante que ainda é pouco investigado. A complexidade geométrica combinada com a não-linearidade constitutiva do atuador implica em um sistema com uma dinâmica rica. FONSECA *et al.* (2016) faz a análise dinâmica de um roda robótica origâmica atuada por molas com memória de forma e seus resultados apresentam respostas complexas, incluindo o caos.

O presente trabalho tem como objetivo o estudo dinâmico de uma estrutura origâmica cilíndrica auto-expansível. Esse tipo de estrutura foi originalmente desenvolvido por KURIBAYASHI e TSUCHIYA (2006) para a fabricação de um novo tipo de *stent-graft*, um pequeno dispositivo médico tubular que é inserido no interior do corpo humano para manter a passagem de um duto ou de um vaso livre. Esse origami cilíndrico possui a capacidade de variar seu raio e seu comprimento.

A atuação do origami é proporcionada por molas torcionais com memória de forma e, desta forma, a variação da geometria ocorre em função da temperatura do sistema. Dois modelos de atuação são considerados: o primeiro, com dois atuadores trabalhando antagonicamente; o segundo, com um atuador treinado para o efeito de memória de forma reversível. A modelagem matemática considera aspectos geométricos e um modelo constitutivo polinomial proposto por FALK (1980) para descrever o comportamento termomecânico das ligas com memória de forma. As relações geométricas permitem a análise dinâmica através de um sistema simplificado de um grau de liberdade (1 GdL). Simulações numéricas são realizadas para mostrar os principais aspectos da dinâmica da estrutura origâmica sob condições operacionais.

1.1 Organização do trabalho

Este trabalho está organizado da seguinte forma.

Neste primeiro capítulo é feita uma introdução, apresentando a importância crescente do estudo de origamis na ciência e suas aplicações. Discute-se também o

seu uso em conjunto com materiais inteligentes, especialmente as ligas com memória de forma. O objetivo do trabalho é apresentado.

O segundo capítulo traz uma breve discussão sobre os origamis, seus aspectos matemáticos e suas aplicações na engenharia.

No terceiro capítulo, a estrutura origâmica cilíndrica estudada no trabalho é apresentada junto com seus aspectos geométricos.

O quarto capítulo se destina à modelagem matemática do origami cilíndrico. Primeiro, é feita a modelagem cinemática da estrutura origâmica e, em seguida, é feita a modelagem dinâmica associada com ligas com memória de forma.

O quinto capítulo apresenta o comportamento termomecânico de ligas com memória de forma e os modelos constitutivos existentes, além de apresentar o modelo constitutivo usado neste trabalho.

O sexto capítulo apresenta uma investigação numérica do origami-stent. Estuda-se a relação do origami com memória de forma com a temperatura e, a seguir, é feita uma análise da sua dinâmica devido à presença de excitações externas. Este capítulo é dividido em duas partes considerando diferentes atuadores.

O sétimo capítulo apresenta as conclusões do trabalho juntamente com sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Origami e suas aplicações

Origami consiste na arte da dobra de uma folha de papel para a criação de uma escultura representativa, geralmente tridimensional. Antigamente, essa arte era utilizada em diversas cerimônias orientais e hoje, embora conhecida mundialmente, ainda é associada à cultura japonesa. Nas últimas décadas, o origami tem sido visto não apenas de modo artístico, mas também relacionado a diversas aplicações. Desde que se começou a estudar a matemática envolvida nos origamis houve um crescimento das aplicações em outras áreas da ciência, em especial na engenharia. Em 1989, iniciou-se uma série de conferências científicas internacionais conhecidas como OSME (*Origami in Science, Mathematics, and Education*) cujo propósito é explorar as diversas aplicações do origami.

Figuras geométricas podem, certamente, ser observadas em qualquer origami. Embora vista como uma forma de arte criativa, a criação de um origami é feita através de um conjunto de regras matemáticas que podem ser utilizadas para desenvolver diferentes formas desejadas. Baseado nisso, há diversos trabalhos onde se estabelecem essas regras em um algoritmo para a criação de origamis no formato desejado através do uso de técnicas computacionais. O programa *TreeMaker* é um exemplo de software desenvolvido com esse propósito (LANG, [s.d.]).

O origami pode ser entendido através de princípios matemáticos, mas é possível também compreender certos conceitos matemáticos através do origami, sendo uma ferramenta de visualização bastante útil. Com isso, origamis têm sido empregados nas escolas de maneira a proporcionar melhor compreensão da matemática como também para uma maior motivação dos alunos (WANG-IVERSON *et al.*, 2011). A visão geométrica dada pelo origami é tão útil que MORITSUGU (2006) descreve a solução de uma equação cúbica com o uso do origami.

2.1 Regras do origami

As dobras básicas realizadas em uma folha de papel para a criação do origami são divididas em duas categorias: vales e montes. Trata-se de dobrar o papel na direção do usuário ou na direção contrária a ele (Figura 1). Geralmente, os vales são representados por linhas pontilhadas ao passo que os montes são representados por linhas contínuas. A disposição dos vales e dos montes num papel define a geometria do origami a ser construído. A região onde duas ou mais dobras básicas se encontram é denominada nó.

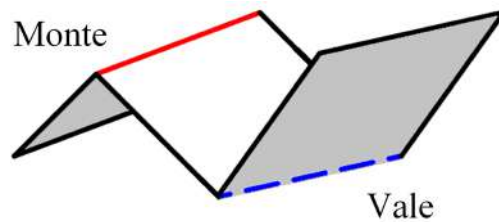


Figura 1: Definição de vales e montes.

Segundo o teorema de Maekawa (JUSTIN, 1994) a diferença entre o número de montes n_M e de vales n_V em um origami é sempre igual a dois (na Figura 2.a, $|n_M - n_V| = |1 - 3| = 2$). Além disso, segundo o teorema de Kawasaki (KAWASAKI, 1989), estabelece-se que em um ponto a soma dos ângulos pares é igual à soma dos ângulos ímpares e é sempre igual a 180° (na Figura 2.a, $\alpha_1 + \alpha_3 = \alpha_2 + \alpha_4 = 180^\circ$). Esses dois teoremas fazem parte das quatro regras fundamentais do origami. A terceira regra é a dupla coloração: pode-se colorir qualquer conjunto de dobras com duas cores sem que a mesma cor se encontre de forma adjacente, ou seja, as cores sempre aparecem de forma alternada (Figura 2.b). A quarta regra, mais óbvia, é que a folha de papel jamais atravessa a dobra, isto é, o material não penetra em si mesmo.

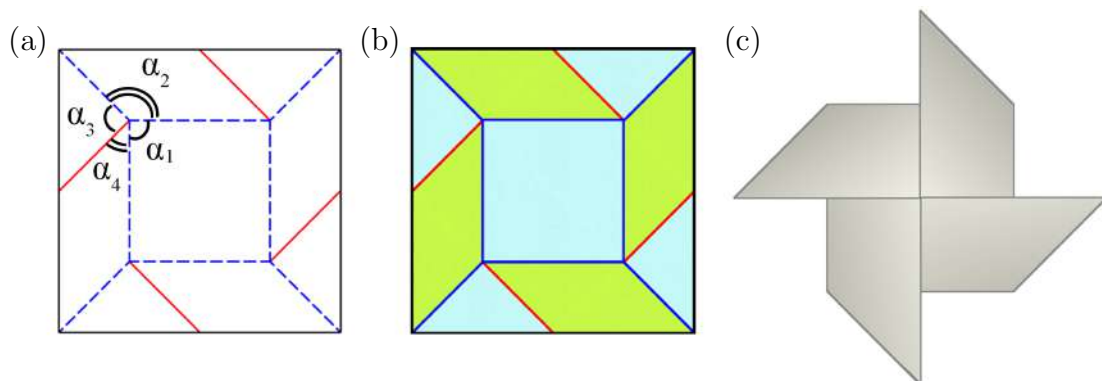


Figura 2: Regras fundamentais do origami. (a) Exemplo de visualização dos teoremas de Maekawa e de Kawasaki. (b) Dupla coloração. (c) Origami dobrado.

Na década de 90, HUZITA (1992) apresenta seis axiomas que representam uma primeira descrição formal sobre quais as possíveis maneiras de se dobrar um papel na construção de um origami. Esses axiomas identificam seis maneiras distintas para a criação de uma dobra alinhando-se pontos ou linhas em um plano. Somente dez anos depois, HATORI ([s.d.]) apresenta uma nova maneira de descrever a dobra de um origami de modo diferente daquelas apresentadas por Huzita, complementando o trabalho original. Por outro lado, no final da década de 80, JUSTIN (1989) publica um trabalho no qual são enumeradas sete possíveis dobras que, em última análise, são as mesmas apresentadas por Huzita e Hatori, apesar de serem pesquisas independentes. No entanto, esses axiomas são conhecidos como os axiomas de Huzita, e são apresentados a seguir.

Dado um conjunto de pontos e linhas em um plano, os sete axiomas permitem a criação de novas linhas (dobras num pedaço de papel) e a interseção entre novas linhas com as já existentes (inicialmente, as fronteiras do papel) definem novos pontos. Os axiomas são listados a seguir e estão representados na Figura 3.

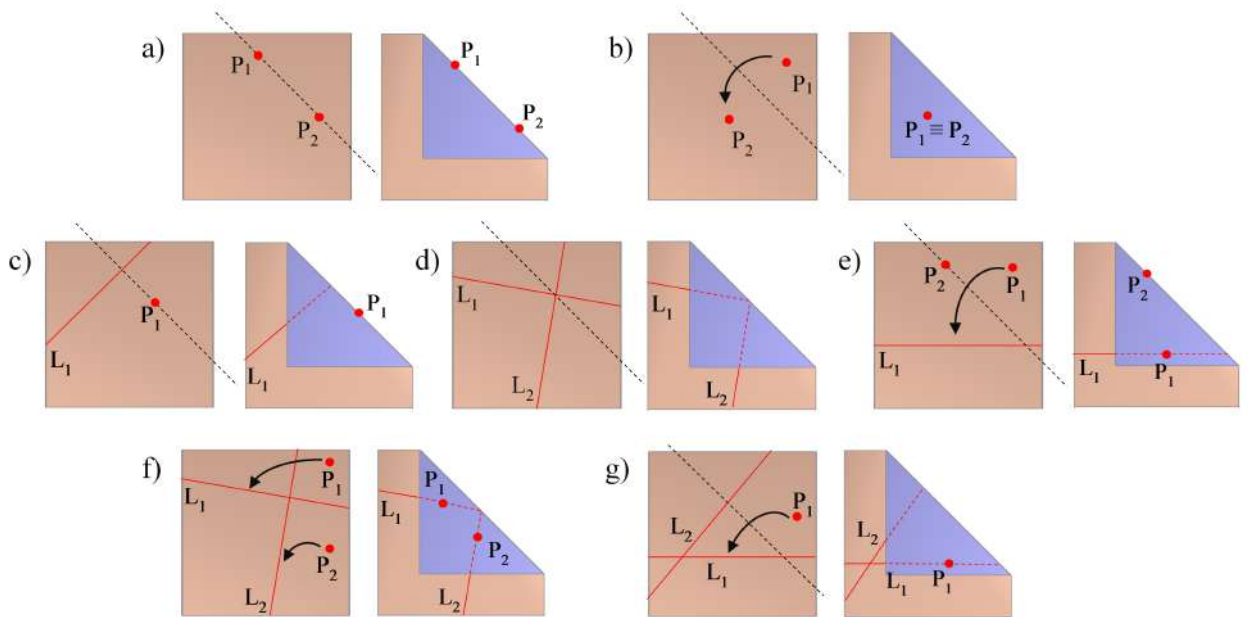


Figura 3: Representação dos axiomas de Huzita.

- a) axioma 1: dados dois pontos P_1 e P_2 , cria-se uma dobra que passa por esses dois pontos;
- b) axioma 2: cria-se uma dobra unindo o ponto P_1 ao ponto P_2 ;
- c) axioma 3: dado um ponto P_1 e uma linha L_1 , cria-se uma dobra perpendicular à L_1 que passa por P_1 ;

- d) axioma 4: dadas duas linhas L_1 e L_2 , cria-se uma dobra que leva uma linha à outra;
- e) axioma 5: dados dois pontos P_1 e P_2 e uma linha L_1 , cria-se uma dobra que leva P_1 a L_1 e passa por P_2 ;
- f) axioma 6: dados dois pontos P_1 e P_2 e duas linhas L_1 e L_2 , cria-se uma dobra que leva P_1 a L_1 e P_2 a L_2 ;
- g) axioma 7: dado o ponto P_1 e duas linhas L_1 e L_2 , cria-se uma dobra perpendicular à L_2 que leva P_1 a L_1 .

2.2 Padrões de dobra

Definindo-se um conjunto de dobras que é repetido sequencialmente em uma folha de papel sem deixar de obedecer às regras do origami, é possível desenvolver estruturas tridimensionais capazes de ter um movimento de dobramento e desdobramento que tornam tais estruturas funcionais. Tal conjunto é chamado padrão de dobra e cada um desses possui características particulares. Quatro padrões de dobras que possuem grande empregabilidade na engenharia (ONAL *et al.*, 2011) são os seguintes: Miura, *waterbomb*, Yoshimura e Kresling (Figura 4).

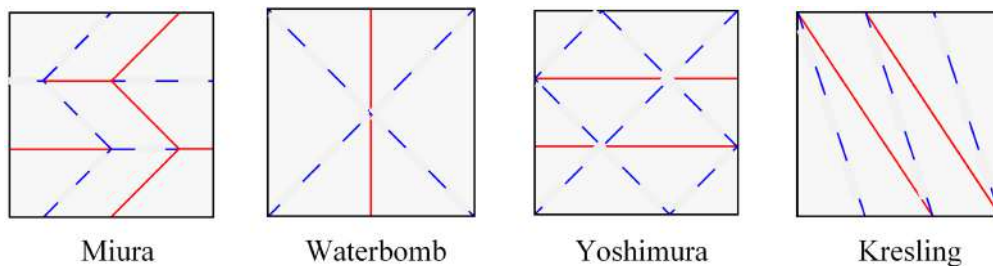


Figura 4: Padrões de dobra.

O padrão de dobra Miura (Figura 5) é conhecido no uso de dobra de mapas. As dobras no papel formam vários paralelogramos que se sobrepõem de modo que sua configuração compacta (dobrada) seja limitada apenas pela espessura da folha do material. Essa peculiaridade é de grande interesse em aplicações aeroespaciais, onde objetos de grandes dimensões precisam ser transportados para fora do planeta (MIURA, 1989). Por exemplo, painéis solares espaciais precisam de uma grande área para maior captação da energia solar, porém, são transportados por foguetes, o que limita o espaço físico. Nesse sentido, o empacotamento de um painel solar é essencial. Em 1995, um pequeno satélite chamado *Space Flyer Unit*, desenvolvido no Japão, foi lançado ao espaço numa configuração compacta através da utilização do padrão de dobra Miura. Essa associação de painéis solares com origami se mostra

promissora e tem sido estudada pela NASA e pela Brigham Young University (BYU NEWS, 2013).

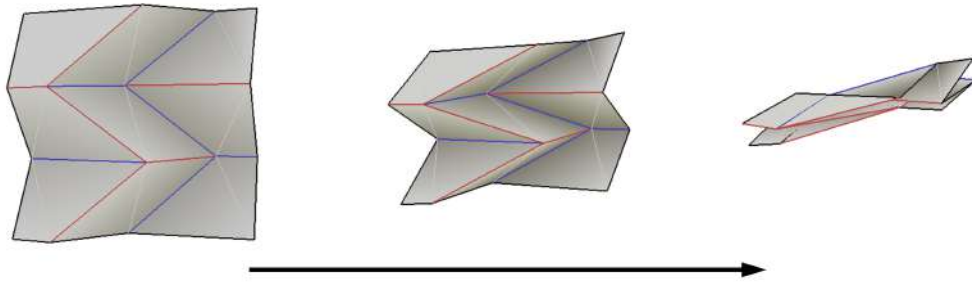


Figura 5: Padrão de dobra Miura.

O padrão de dobra *waterbomb* (Figura 6) permite colapsar um papel plano em si mesmo, obtendo um nível de contração significativo. Também conhecido como *pineapple* com unidade triangular, tem uma das suas primeiras aplicações no trabalho de KRESLING (1995), em simulações do biomimetismo do crescimento de plantas através da repetição de padrões. Esse padrão de dobra possui grande aplicabilidade (HANNA *et al.*, 2014; MA e YOU, 2014), em especial quando se deseja uma variação significativa nas dimensões radiais de um sistema. LE *et al.* (2014) usam esse mesmo padrão de dobra na construção de um dispositivo inflável acoplado a um drone aéreo. Tal dispositivo é inflado a fim de promover o pouso em água e é desinflado durante o voo, auxiliando na estabilidade e diminuindo a resistência do ar. Outro exemplo de aplicação que faz uso desse padrão de dobra é apresentado por LEE *et al.* (2013), que desenvolve uma roda origami com a capacidade de mudar seu raio. Essa roda é atuada por molas de SMA conectadas com uma mola linear.

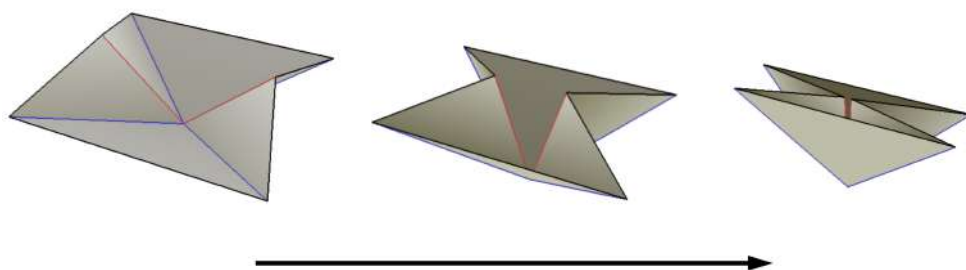


Figura 6: Padrão de dobra *waterbomb*.

As dobras do padrão Yoshimura (ou diamante) formam vários losangos dobrados ao meio (Figura 7). Este padrão foi identificado em tubos cilíndricos de paredes finas quando submetidos a uma compressão axial de grande magnitude (YOSHIMURA, 1955).

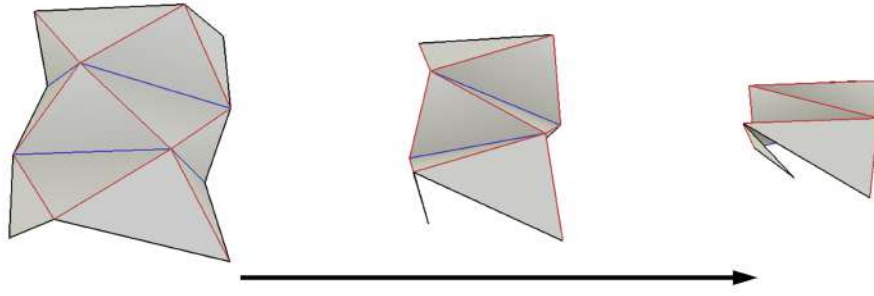


Figura 7: Padrão de dobra Yoshimura.

O padrão de dobra Kresling (ou diagonal) tem seu formato de vários triângulos (Figura 8). Esse padrão também é encontrado em cilindros de paredes finas quando submetidos a um carregamento torcional (JIANGUO *et al.*, 2015; KRESLING, 2008).

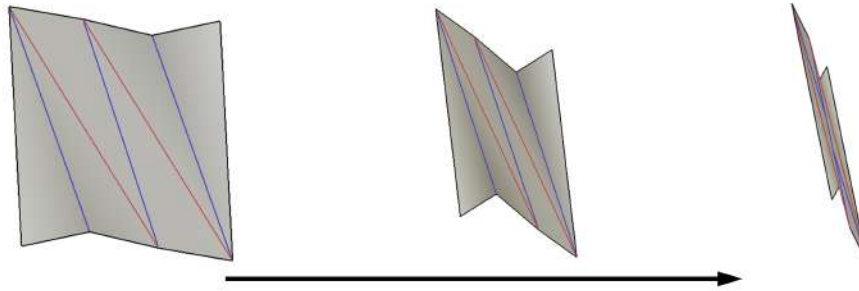


Figura 8: Padrão de dobra Kresling.

2.3 Origamis cilíndricos

Origamis em configurações cilíndricas têm encontrado aplicações bastante promissoras (REID *et al.*, 2017). Essa configuração consiste, além da dobra do papel, na colagem de suas extremidades, criando uma estrutura cilíndrica (Figura 9). Tal configuração permite a aplicação de estruturas origâmicas em diversos sistemas, incluindo *airbags*, paraquedas, barreiras de contenção (*booms*) e muitos outros (SCHENK *et al.*, 2013, 2014). ONAL *et al.* (2013) apresentam um origami dessa classe com padrões de dobra *waterbomb*, Yoshimura e Kresling para a construção de um robô com movimento peristáltico atuado por ligas com memória de forma.

A Figura 9 apresenta o padrão *waterbomb* utilizado para produzir uma estrutura cilíndrica através da união de suas extremidades. Essa estrutura possui um coeficiente de Poisson negativo entre as dimensões radial e axial, pois o raio aumenta na medida em que o comprimento também aumenta. Tal estrutura é estudada por KURIBAYASHI e TSUCHIYA (2006) na criação de um novo tipo de *stent-graft*,

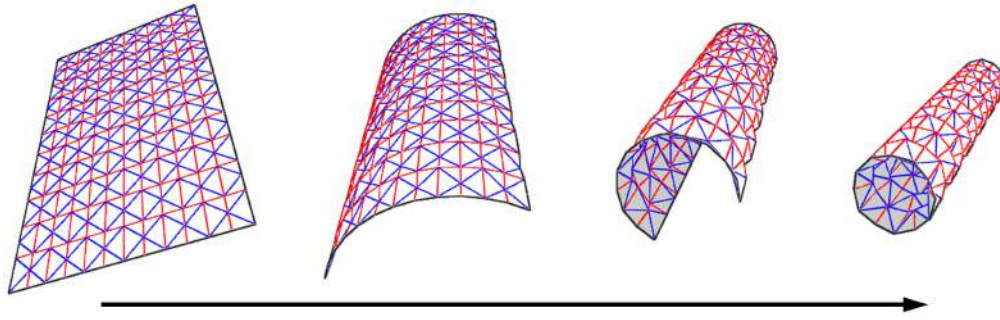


Figura 9: Origami cilíndrico com padrão de dobra *waterbomb*.

um pequeno dispositivo médico tubular que é inserido no interior do corpo humano para manter a passagem de um duto ou de um vaso livre.

Como comentado anteriormente, as dobras Yoshimura são padrões naturais de repetição em tubos de paredes finas quando esses são submetidos a um carregamento axial de compressão. Baseado nisso, MA (2011) insere pré-dobras em tubos de modo a “guiar” essas estruturas para seus modos de absorção de energia mais elevados. Tais estruturas são utilizadas como modelos em laboratórios de redução de impacto em colisão de veículos pois, quando comparadas a tubos sem as dobras previamente inseridas, a energia cinética absorvida é maior e a força necessária para se iniciar a deformação plástica é menor (MA e YOU, 2013).

Origamis cilíndricos com o padrão de dobra Kresling possuem diversas aplicações, como em robôs com movimento peristáltico (PAGANO *et al.*, 2016). Porém, sua grande vantagem de aplicação se encontra em sistemas onde uma mudança no comprimento da estrutura é requisitada (JIANGUO *et al.*, 2016). LIU *et al.* (2014, 2016) utilizam esse padrão de dobra na construção de uma antena de comprimento ajustável, sendo mais leve, compacta, portátil e econômica que as antenas tradicionais.

2.4 Aplicações de estruturas auto-expansíveis

Estruturas origâmicas são relativamente leves e possuem a capacidade de mudar de geometria de modo sincronizado, sem a necessidade do acoplamento de sistemas mecânicos complexos. Além disso, podem se apresentar bastante compactas em sua configuração dobrada, o que representa uma das suas principais vantagens. Muitas estruturas origâmicas se destacam por possuir um coeficiente de Poisson negativo, pois, devido às dobras, quando tensionados em uma direção, se alongam também na outra direção (YASUDA e YANG, 2015).

O avanço do estudo matemático dos origamis impulsionou o seu estudo na engenharia e, atualmente, diversas aplicações podem ser encontradas (ROYAL ACA-

DEMY OF ENGINEERING, 2014). Na área da robótica, esse avanço é ainda mais evidente, principalmente na criação de robôs autodobráveis.

ONAL *et al.* (2015) propõem uma classe de robôs que podem ser impressos através de métodos de fabricação planares e utilizam técnicas inspiradas no origami para a obtenção de um robô tridimensional. O protótipo construído é feito de um fino papel substrato coberto com polímero com memória de forma e conectado a um pequeno motor elétrico. Quando o polímero é aquecido, o protótipo é automaticamente dobrado, assumindo a configuração tridimensional e o motor elétrico é responsável pelo movimento do robô.

A JPL (*Jet Propulsion Laboratory*), centro tecnológico responsável pelo desenvolvimento e manuseamento de sondas espaciais não tripuladas para a NASA, desenvolveu os chamados PUFFERs (*Pop-Up Flat Folding Explorer Robots*) (NASA FACT SHEET, [s.d.]; PEREZ, 2017). Tratam-se de robôs ultracompactos, leves e de baixo custo que se dobram para ocupar um pequeno espaço, permitindo a inserção em um robô principal, chamado *parent robot*, de maior tamanho. Em explorações espaciais, o *parent robot* libera um ou vários PUFFERs em um terreno de interesse a ser explorado. Esse terreno geralmente é, a princípio, inacessível, como por exemplo, saliências de rochas. Devido à sua capacidade de mudar de forma, os PUFFERs podem se expandir e explorar o ambiente ao redor, podendo ter acesso a espaços confinados para coletar dados através de sensores e, então, transmiti-los para o *parent robot* que os retransmitem para a Terra.

Um grupo de pesquisa do MIT (*Massachusetts Institute of Technology*) estuda um origami robótico onde o mecanismo de atuação é originário de um campo externo, sob a vantagem de poder controlar um robô sem a necessidade de contato físico, o que permite acessar regiões remotas. MIYASHITA *et al.* (2015) apresentam uma folha que, dada a aplicação de um campo térmico, se dobra em uma miniatura robótica tridimensional e, aplicando-se um campo magnético, a miniatura é atuada promovendo a sua locomoção. Além disso, esse robô pode ser dissolvido em um líquido, o que é uma aplicação promissora para dispositivos médicos. A partir desse trabalho, MIYASHITA *et al.* (2016) desenvolveram um robô miniatura em forma de capsula biodegradável que pode ser ingerido para o estômago e ser controlado externamente através de um campo magnético, se locomovendo para uma região específica desejada a fim de liberar substâncias ou remover corpos estranhos.

Capítulo 3

Aspectos geométricos do origami-stent

O presente trabalho apresenta o estudo de uma estrutura origâmica cilíndrica auto-expansível denominada origami-stent (Figura 10). Essa estrutura é apresentada por KURIBAYASHI e YOU (2004) tendo como principal motivação a construção de um novo tipo de *stent-graft*, um dispositivo médico utilizado para proteger a parede enfraquecida de uma artéria dentro do corpo humano. Além do formato cilíndrico, as dobras permitem promover o aumento e a diminuição do raio, assumindo as configurações “fechada” ou “aberta”.

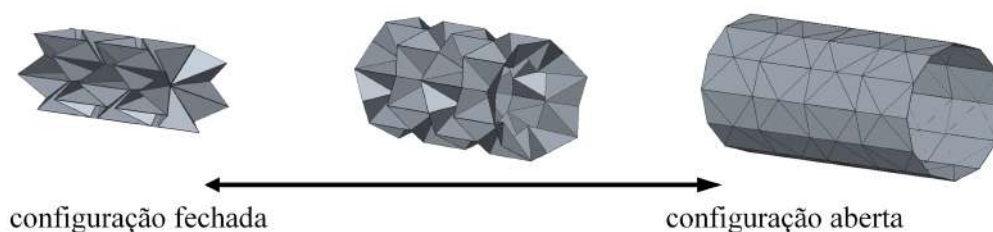


Figura 10: Origami-stent.

O origami-stent é uma estrutura cilíndrica construída a partir do padrão de dobra *waterbomb*, consistindo da repetição de células como as da Figura 11. O ângulo α_0 determina se a célula é quadrada ($\alpha_0 = 45^\circ$) ou retangular e o comprimento AB vale L , o que implica que $L_2 = L/(\tan(\alpha_0))$.

O estudo da geometria do origami é feito considerando-o como um objeto matemático ideal. Portanto, trata-se de um corpo inextensível, com as faces perfeitamente planas e com uma simetria interna bem definida. Através dessas hipóteses e considerando que o movimento ocorre apenas nas dobras, como um mecanismo de dobradiça, a geometria do origami pode ser perfeitamente descrita através de uma única célula.

O processo de “abertura” do origami-stent pode ser dividido em dois estágios

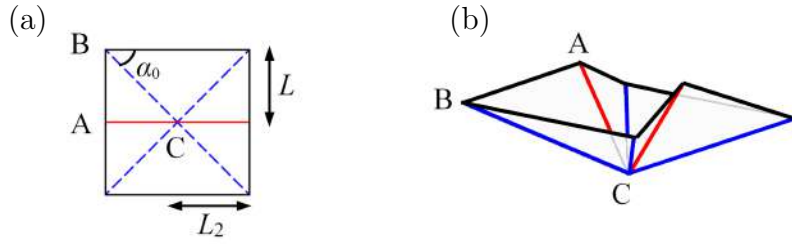


Figura 11: Célula do origami-stent: (a) no plano; (b) dobrada.

(KURIBAYASHI, 2004). No primeiro estágio, a partir da configuração fechada, a célula se desdobra até atingir uma configuração plana onde os nós A, A₂ e C são colineares (Figura 12). No segundo estágio, a dobra AA₂ se move para fora na direção radial e a dobra BC não tem influência, pois a face que contém os pontos AA₂B permanece plana.

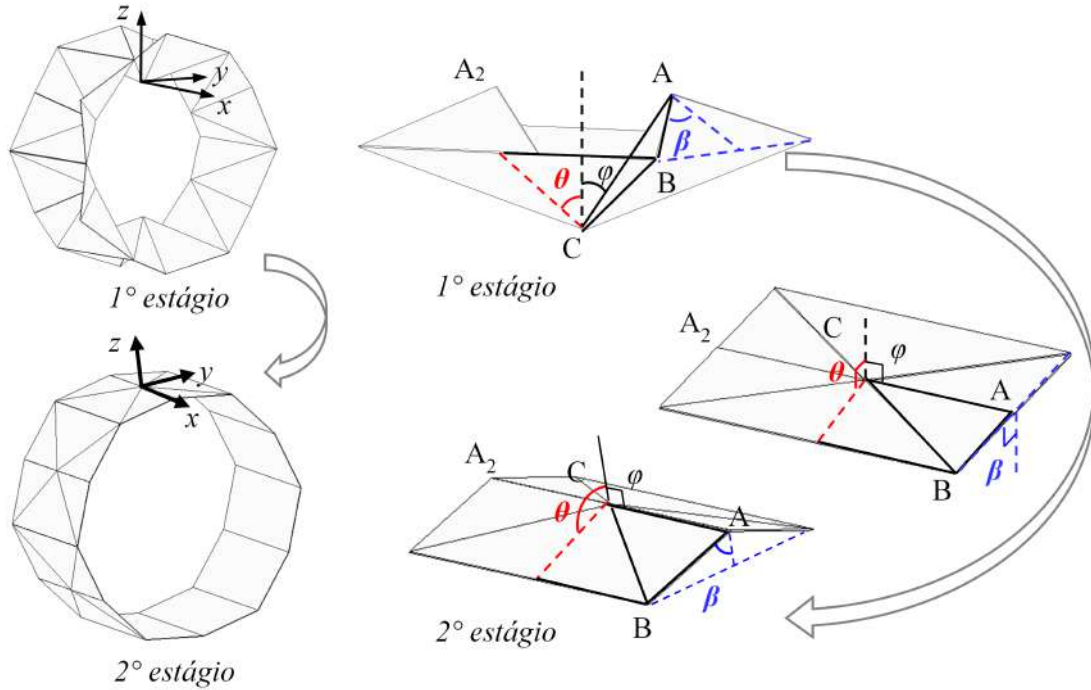


Figura 12: Estágios do origami-stent durante o processo de abertura.

A geometria da célula é descrita através de três ângulos básicos: θ , φ e β . Esses ângulos estão geometricamente acoplados de modo que um pode ser descrito em função do outro. Assim, é possível escolher um ângulo básico, por exemplo, θ , para descrever o origami. Portanto, $\theta < 90^\circ$ é característico do primeiro estágio ao passo $\theta > 90^\circ$ é característico do segundo estágio.

No primeiro estágio, o ângulo φ pode ser expresso considerando as posições dos pontos A e B no sistema coordenado (x, y, z) com origem no nó C: $A = (0, L_2 \sin(\varphi), L_2 \cos(\varphi))$ e $B = (L \sin(\theta), L_2, L \cos(\theta))$. Uma vez que a distância AB

é igual a L , a seguinte equação que fornece a relação entre φ e θ é escrita:

$$\cos(\alpha_0) = \cos(\alpha_0) \sin(\varphi) + \sin(\alpha_0) \cos(\varphi) \cos(\theta) \quad (1)$$

No segundo estágio, o ângulo φ permanece constante e igual a 90° (Figura 12). Resolvendo a equação (1) para φ , tem-se a seguinte relação:

$$\varphi = \begin{cases} \arcsin\left(\frac{1 - \tan^2(\alpha_0) \cos^2(\theta)}{1 + \tan^2(\alpha_0) \cos^2(\theta)}\right) & \text{se } \theta < 90^\circ \\ 90^\circ & \text{se } \theta \geq 90^\circ \end{cases} \quad (2)$$

Observe o triângulo $A_p B_p C$ na Figura 13 de uma célula no primeiro estágio. Note que $A_p C = L_2 \cos(\varphi)$ e $D_p C = L \cos(\theta)$. Assim, $A_p D_p = L_2 \cos(\varphi) - L \cos(\theta)$. Por outro lado, $AD = L \cos(\beta)$ e, uma vez que o ângulo $\angle ADD_p = \varphi$, a distância $A_p D_p = L \cos(\beta) \sin(\varphi)$. Portanto, fazendo $L \cos(\beta) \sin(\varphi) = L_2 \cos(\varphi) - L \cos(\theta)$ e substituindo φ pela equação (2) de modo a descrever o ângulo β como função de θ , encontra-se $\beta = \arccos(\cos(\theta)) = \theta$. No segundo estágio, uma vez que a face que contém os nós AA_2B permanece plana (Figura 12), tem-se que $\beta = 180^\circ - \theta$.

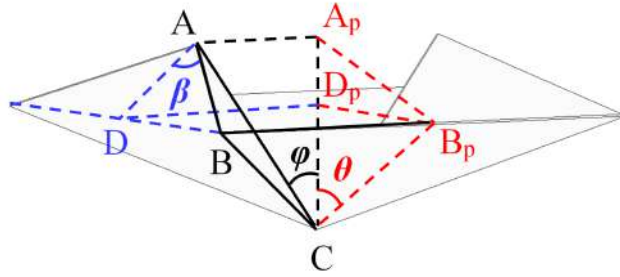


Figura 13: Célula do origami-stent no primeiro estágio.

$$\beta = \begin{cases} \theta & \text{se } \theta < 90^\circ \\ 180^\circ - \theta & \text{se } \theta \geq 90^\circ \end{cases} \quad (3)$$

A Figura 14 apresenta as curvas dos ângulos φ e β em função de θ . O ângulo φ também depende do formato da célula (depende de α_0 , sendo $\alpha_0 = 45^\circ$ se a célula é quadrada). A Figura 14.b considera três valores diferentes de α_0 . Note que há uma não-suavidade da função em 90° , isto é, na transição entre os dois estágios.

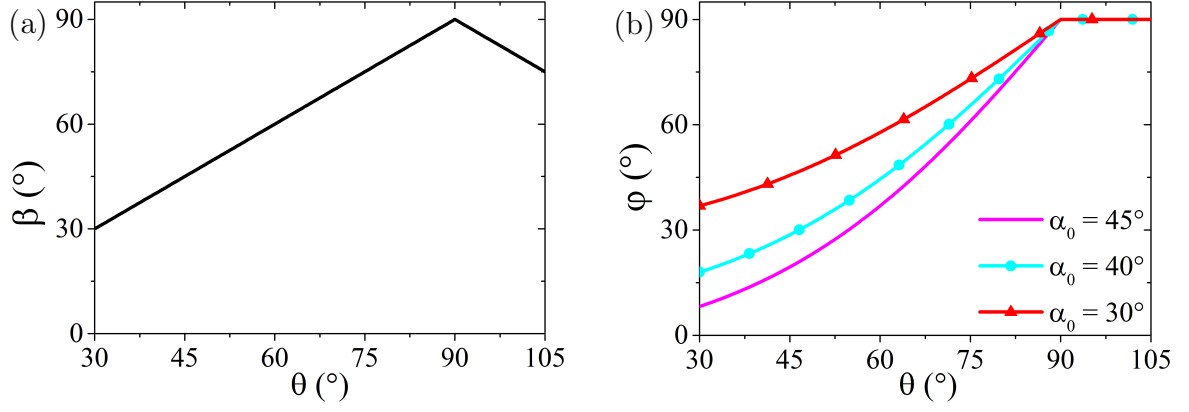


Figura 14: Relações geométricas dos ângulos de uma célula.

Considere O um ponto que se encontra no eixo da estrutura cilíndrica e centrado em relação às células do origami, conforme na Figura 15. A partir desse ponto, dois raios são definidos: um raio interno $R_i = OC$ e um raio externo $R_e = OB_p$. O ângulo α , definido como $\angle A_pOB_p$, está relacionado com o número n de células circunferencialmente distribuídas e, pela hipótese de que a “abertura” do origami acontece de forma simétrica, α é um ângulo constante. Dessa forma, $n(2\alpha) = 360^\circ$ e, portanto:

$$\alpha = 180^\circ/n \quad (4)$$

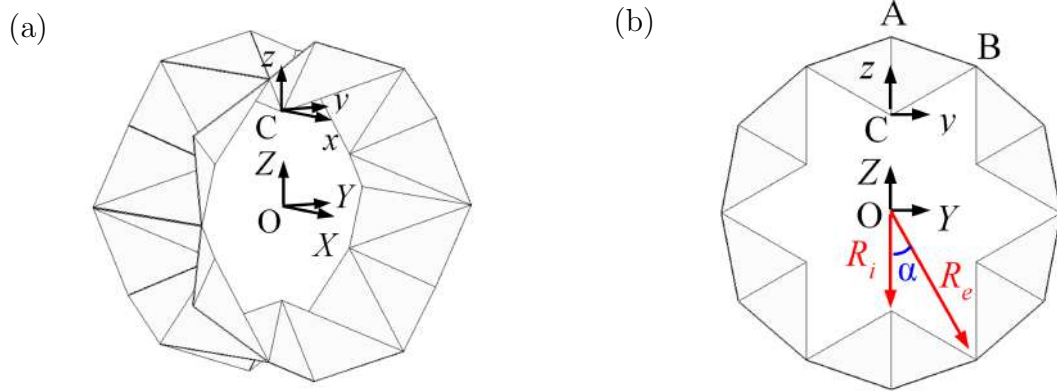


Figura 15: Raios interno e externo do origami-stent.

Lembrando que θ é o ângulo $\angle A_pCB_p$, é possível observar na Figura 15 que $R_e \sin(\alpha) = L \sin(\theta)$ e que $R_e \cos(\alpha) = R_i + L \cos(\theta)$, o que fornece as seguintes relações para os raios:

$$R_e = \frac{L \sin(\theta)}{\sin(\alpha)} \quad (5)$$

$$R_i = \frac{L \sin(\theta)}{\tan(\alpha)} - L \cos(\theta) \quad (6)$$

Note que o origami possui restrições geométricas. O raio não pode ser menor que zero, o que significa que a estrutura não pode penetrar em si mesma; portanto, $R_i \geq 0$. Além disso, o raio interno não pode ser maior que o raio externo, evitando que o monte AC se transforme em um vale (inversão da dobra) e, conseqüentemente, a estrutura colapse; portanto, $R_i \leq R_e$. Através dessas duas restrições geométricas, sabendo que $R_i = 0$ implica que $\tan(\theta) = \tan(\alpha)$ e que $R_i = R_e$ implica que $\tan(\theta) = \sin(\alpha)/(\cos(\alpha) - 1)$, definem-se dois ângulos limites, θ_{min} e θ_{max} :

$$\theta_{min} = \alpha \quad (7)$$

$$\theta_{max} = \frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2} \quad (8)$$

A Figura 16 apresenta os raios interno e externo em função de θ para três valores diferentes de n , onde os limites geométricos do ângulo são respeitados. Note que os raios aumentam na medida em que o ângulo também aumenta (abertura do origami). O raio externo possui um valor máximo em $\theta = 90^\circ$; acima desse ângulo, há uma pequena diminuição desse raio, porém o raio interno continua a aumentar. Além de influenciar no valor dos limites geométricos, o número n também influencia no valor do raio: quanto maior o número de células, maior é o valor do raio máximo atingido. Portanto, a estrutura origâmica apresenta um maior nível de compacidade para maiores valores de n . No entanto, KURIBAYASHI (2004) afirma que quanto maior o número de células maior é a dificuldade na construção do origami-stent.

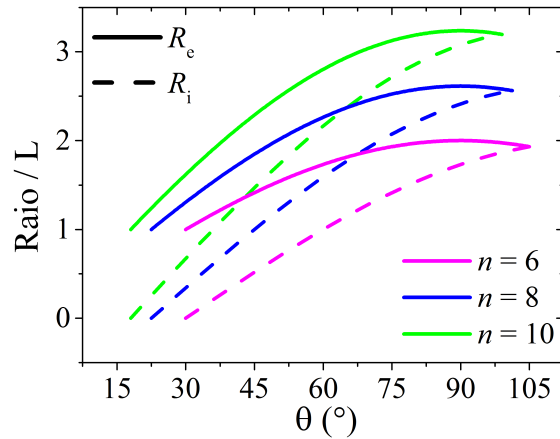


Figura 16: Relações geométrica dos raios interno e externo.

Uma imagem do origami-stent contendo diferentes números de células e com células quadradas e não-quadradas é apresentada na Figura 17 para $\theta = 60^\circ$. Note que, apesar do ângulo θ ser o mesmo, há uma diferença razoável nos raios ao variar o valor de n .

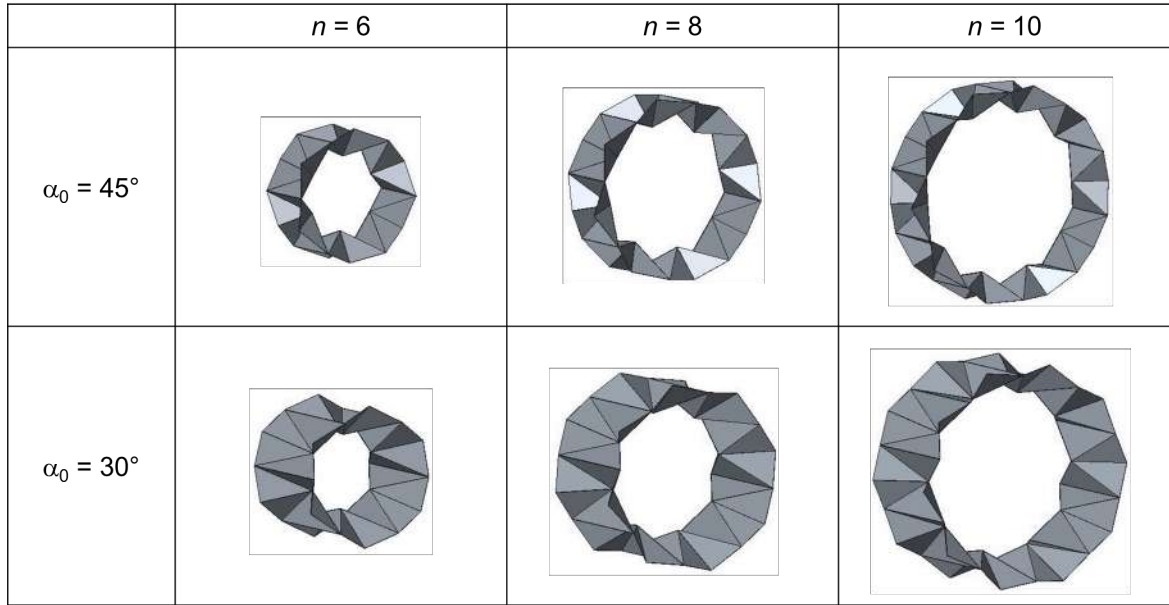


Figura 17: Origami-stent com diferentes números de células e células quadradas e não-quadradas para $\theta = 60^\circ$.

3.1 Conexão longitudinal entre as células

Mediante a hipótese de que todas as células se comportam da mesma forma, apenas uma coluna de células é considerada. No entanto, essas células são longitudinalmente conectadas a outras de modo a formar um longo tubo. As células são conectadas umas às outras com uma defasagem de meia célula (Figura 18). Esse tipo de conexão impõe um acoplamento geométrico na estrutura: o ponto A deve ser equivalente ao ponto B* tal como o ponto B deve ser equivalente ao ponto A*.

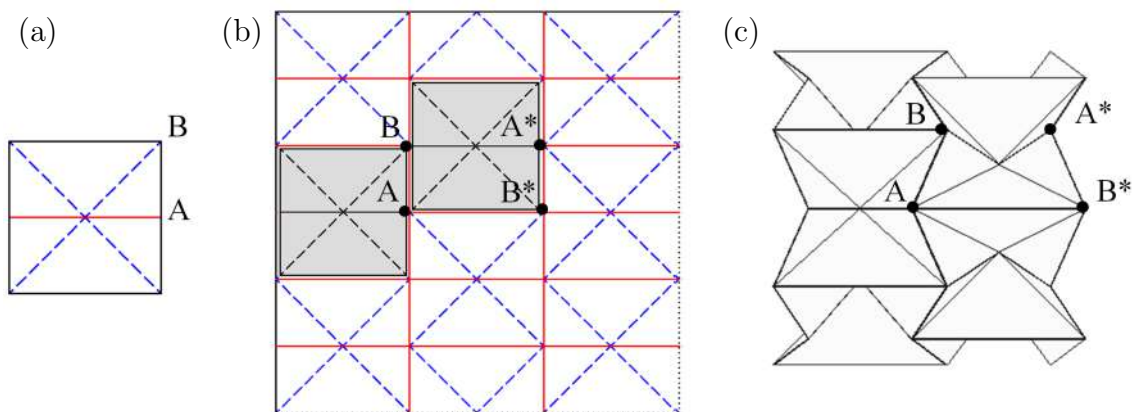


Figura 18: Conexão longitudinal das células. (a) célula *waterbomb*; (b) padrão de dobra do origami-stent; (c) conexão longitudinal das células do origami-stent.

Assumindo-se que todas as células se comportam igualmente, o raio R_e na

equação (5) definido por OB_p deve possuir o mesmo valor do raio R_e^* definido por OA_p^* . Com o auxílio das Figuras 13 e 15, chega-se à conclusão que $R_e^* = R_i + L \cos(\varphi)$, logo:

$$R_e^* = \frac{L \sin(\theta)}{\tan(\alpha)} + L (\cos(\varphi) - \cos(\theta)) \quad (9)$$

No entanto, as equações (5) e (9) são equivalentes apenas para valores específicos de θ . Observe, por exemplo, na Figura 19 que, durante a abertura do origami-stent, a diferença entre os raios R_e e R_e^* é nula apenas para três valores de θ se a célula é quadrada. Além disso, note que essa diferença é bem pronunciada em $\theta = 90^\circ$ e, em $\theta = \theta_{max}$, é nula.

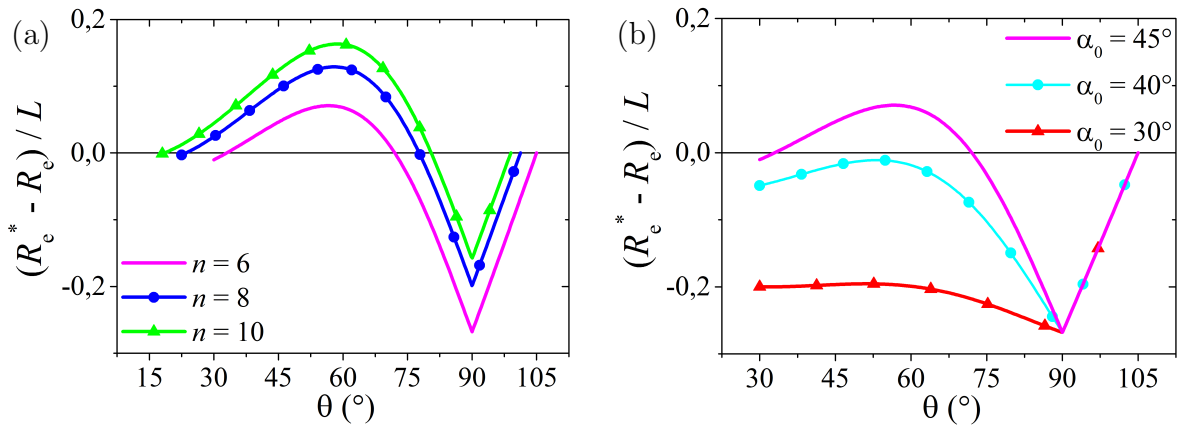


Figura 19: Diferença de raio entre células adjacentes longitudinalmente: (a) $\alpha_0 = 45^\circ$; (b) $n = 6$.

Assim, se todas as células se comportam igualmente, elas devem se deformar durante o processo de abertura do origami-stent para que a compatibilidade geométrica seja satisfeita no acoplamento das células na direção longitudinal. KURIBAYASHI (2004), com o intuito de encontrar um modelo otimizado, avalia a incompatibilidade dos raios variando-se o valor do ângulo α_0 e, além disso, sugere outros tipos de elementos que não são retangulares. Esses casos não são tratados neste trabalho.

Capítulo 4

Modelagem matemática do origami-stent

Esta seção trata da modelagem matemática do origami-stent onde apenas uma coluna de células é considerada, estabelecendo a compatibilidade geométrica entre os raios estudada no capítulo 3.

As duas principais hipóteses são: a estrutura é simétrica e todas as células se comportam da mesma forma e, além disso, a própria célula em si é simétrica; as faces permanecem retas e o movimento ocorre apenas nas dobras. Dessa forma, é possível analisar o movimento de um quarto de célula e assumir que o comportamento é simétrico. Outra hipótese é que o origami possui espessura desprezível tendo em vista que a espessura é muito menor em comparação às demais dimensões.

4.1 Análise cinemática

A análise cinemática considera dois triângulos cujos movimentos estão geometricamente acoplados. Assume-se que cada um desses triângulos apresenta uma inércia devida à rotação. Como apresentado na Figura 20, o triângulo BB_pC rotaciona de um ângulo θ e o triângulo ABC rotaciona de um ângulo φ e posteriormente de um ângulo β .

O sistema de referência fixo $F(OXYZ)$ possui origem no ponto O (veja a Figura 15). O sistema coordenado $P(Cxyz)$ acompanha a translação do ponto C da célula. Assim, o sistema coordenado P se encontra transladado do sistema de referência F na direção Z de uma distância igual a OC , isto é, R_i .

Portanto, cinco sistemas coordenados são considerados: F e P ; Q , R e S . Os sistemas coordenados Q , R e S possuem origem no ponto C tal como o sistema P e suas rotações estão relacionadas com cada ângulo φ , β e θ , respectivamente. O triângulo ABC rotaciona φ e, então, rotaciona β . O sistema $Q(Cx^{(1)}y^{(1)}z^{(1)})$

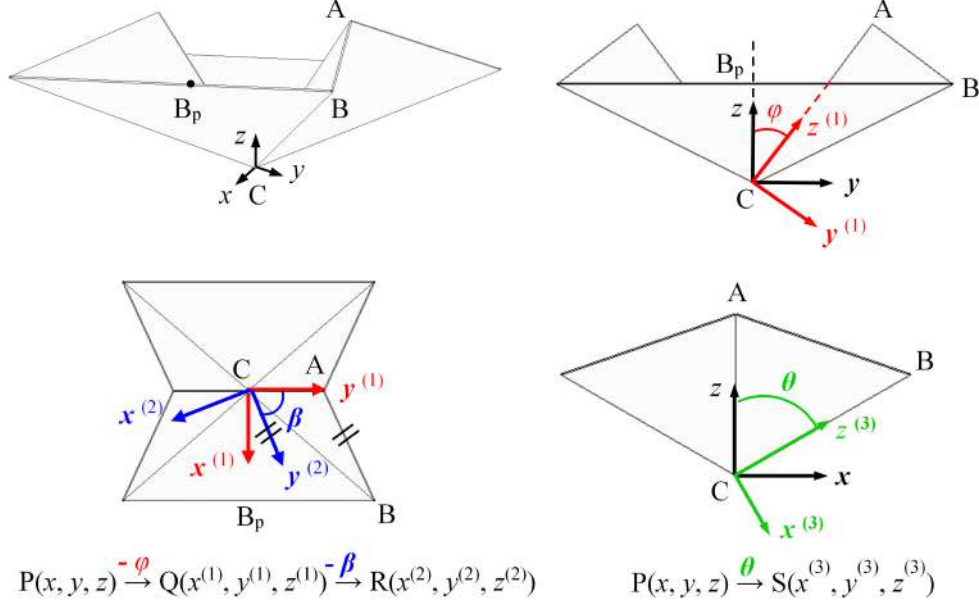


Figura 20: Rotações ocorrentes nas células do origami-stent.

rotaciona φ ao longo do eixo $x^{(1)}$ enquanto o sistema $R(Cx^{(2)}y^{(2)}z^{(2)})$ rotaciona β ao longo do eixo $z^{(2)}$. O triângulo BB_pC rotaciona θ . O sistema $S(Cx^{(3)}y^{(3)}z^{(3)})$ rotaciona θ ao longo do eixo $y^{(3)}$. Como o sistema coordenado P não rotaciona em relação ao sistema de referência F (apenas translada), as matrizes de transformação são apresentadas a seguir:

$${}^F \mathbf{T}^Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & \sin(\varphi) \\ 0 & -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \quad (10)$$

$${}^Q \mathbf{T}^R = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & \sin(\beta) & 0 \\ -\sin(\beta) & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$${}^F \mathbf{T}^S = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (12)$$

Considera-se a existência de uma massa pontual concentrada no centroide de cada triângulo: a massa m_1 se encontra no centroide do triângulo ABC e a massa m_2 se encontra no centroide do triângulo BB_pC . A localização dessas massas, descritas nos sistemas R e S , respectivamente, são:

$${}^R_C \mathbf{r}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ L_1/3 \\ 2L_2/3 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$${}^S_C \mathbf{r}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ L_2/3 \\ 2L_1/3 \end{bmatrix} \quad (14)$$

O tensor de inércia desses triângulos são apresentados a seguir:

$${}^R \mathbf{I}_{ABC} = m_{ABC} \begin{bmatrix} \frac{1}{6}L_1^2 + \frac{1}{2}L_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}L_2^2 & -\frac{1}{4}L_1L_2 \\ 0 & -\frac{1}{4}L_1L_2 & \frac{1}{6}L_1^2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$${}^S \mathbf{I}_{BBpC} = m_{BBpC} \begin{bmatrix} \frac{1}{6}L_2^2 + \frac{1}{2}L_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}L_1^2 & -\frac{1}{4}L_1L_2 \\ 0 & -\frac{1}{4}L_1L_2 & \frac{1}{6}L_2^2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

As velocidades angulares dos triângulos ABC e BB_pC descritas no sistema de referência fixo são, respectivamente:

$${}^F \boldsymbol{\omega}_{ABC} = \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \sin(\varphi) \dot{\beta} \\ \cos(\varphi) \dot{\beta} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$${}^F \boldsymbol{\omega}_{BBpC} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

As velocidades lineares \mathbf{v}_1 e \mathbf{v}_2 das massas pontuais são obtidas através da derivada das suas posições em relação ao tempo t , lembrando que todos os ângulos podem ser descritos em função do ângulo $\theta = \theta(t)$.

$${}^F \mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}L_1 \cos(\beta) \dot{\beta} \\ -\frac{1}{3}L_1 \sin(\beta) \cos(\varphi) \dot{\beta} - \left(\frac{1}{3}L_1 \cos(\beta) \sin(\varphi) - \frac{2}{3}L_2 \cos(\varphi) \right) \dot{\varphi} \\ +\frac{1}{3}L_1 \sin(\beta) \sin(\varphi) \dot{\beta} - \left(\frac{1}{3}L_1 \cos(\beta) \cos(\varphi) + \frac{2}{3}L_2 \sin(\varphi) \right) \dot{\varphi} + \dot{R}_i \end{bmatrix} \quad (19)$$

$${}^F \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} \frac{2}{3}L_1 \cos(\theta) \dot{\theta} \\ 0 \\ -\frac{2}{3}L_1 \sin(\theta) \dot{\theta} + \dot{R}_i \end{bmatrix} \quad (20)$$

4.2 Modelagem dinâmica

A análise dinâmica do sistema faz uso das relações cinemáticas a fim de escrever um sistema dinâmico equivalente com 1 GdL. As equações de movimento são formuladas através do conceito de energia, elegendo-se θ como coordenada generalizada. Usando as matrizes de transformação para descrever todos os termos no sistema de referência fixo F, a energia cinética é:

$$E = \frac{1}{2}m_1 {}^F \mathbf{v}_1 \cdot {}^F \mathbf{v}_1 + \frac{1}{2}m_2 {}^F \mathbf{v}_2 \cdot {}^F \mathbf{v}_2 + \frac{1}{2}({}^F \boldsymbol{\omega}_{ABC})^{TF} \mathbf{I}_{ABC} {}^F \boldsymbol{\omega}_{ABC} + \frac{1}{2}({}^F \boldsymbol{\omega}_{BBpC})^{TF} \mathbf{I}_{BBpC} {}^F \boldsymbol{\omega}_{BBpC} \quad (21)$$

A Figura 21.a apresenta a energia cinética para $n = 6$ considerando uma célula quadrada, massas unitárias e comprimento de célula unitário. A projeção dessa energia é apresentada nas Figuras 21.b a 21.e para diferentes valores de n e de α_0 . Nota-se uma transição não-suave em $\theta = 90^\circ$ que é devida às mudanças nos ângulos β e φ nesse ponto (Figura 14).

Considerando forças generalizadas Q_θ relacionadas com a força do atuador que provoca a abertura do origami e as demais forças externas, a equação de Lagrange é escrita a seguir:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial E}{\partial \dot{\theta}} \right) - \left(\frac{\partial E}{\partial \theta} \right) = Q_\theta \quad (22)$$

A força generalizada Q_θ pode ser representada por algumas componentes discutidas na sequência. Considerando que θ varia em uma faixa $[\theta_{min}, \theta_{max}]$ dada pelas equações (7) e (8), uma força generalizada é adicionada ao sistema quando o ângulo está fora dessa faixa, representando uma barreira física que indica a oposição do próprio material a um ângulo superior ou inferior aos limites estabelecidos. Assume-se essa oposição como um momento criado por uma mola linear elástica na forma:

$$M_{lim}(\theta) = \begin{cases} k_{lim}(\theta - \theta_{min}) & , \text{ se } \theta < \theta_{min} \\ 0 & , \text{ se } \theta_{min} \leq \theta \leq \theta_{max} \\ k_{lim}(\theta - \theta_{max}) & , \text{ se } \theta > \theta_{max} \end{cases} \quad (23)$$

A atuação do elemento de SMA é provida por uma mola torcional com memória de forma, M_{SMA} , que é descrita com detalhes na próxima seção. Considera-se ainda uma força externa Q_{ext} aplicada no ponto C e na direção vertical (ao longo do eixo z). Esta força pode significar uma ação resultante de uma pressão interna na estrutura cilíndrica. Além disso, considera-se um amortecimento viscoso linear que representa todos os processos dissipativos. Assim, a expressão de trabalho virtual

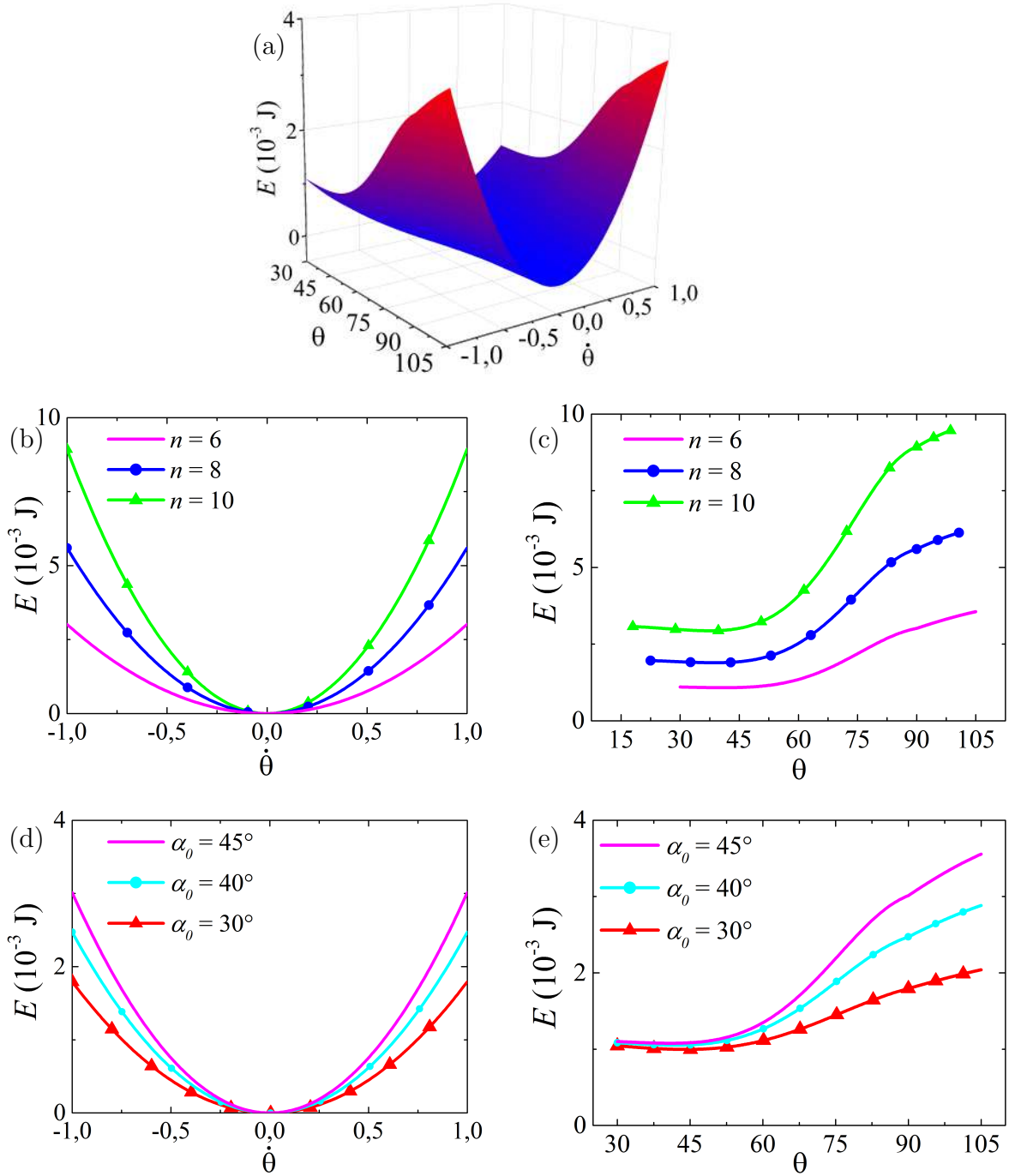


Figura 21: Energia cinética para uma célula de comprimento e massas unitários. (a) Energia para $n = 6$ e $\alpha_0 = 45^\circ$. Projeções dessa energia em $\theta = 90^\circ$ e em $\dot{\theta} = 1^\circ/s$ para diferentes valores de n e α_0 : (b) e (c) $\alpha_0 = 45^\circ$; (d) e (e) $n = 6$.

δW , desprezando o efeito gravitacional, é dada por:

$$\delta W = Q_\theta \delta \theta = -M_{SMA}(\theta) \delta \theta - M_{lim}(\theta) \delta \theta - \zeta \dot{\theta} \delta \theta + Q_{ext} \delta R_i \quad (24)$$

onde $\delta R_i = (\partial R_i / \partial \theta) \delta \theta$. Com isso, a equação de Lagrange é reescrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial E}{\partial \dot{\theta}} \right) - \left(\frac{\partial E}{\partial \theta} \right) = Q_\theta = -M_{SMA}(\theta) - M_{lim}(\theta) - \zeta \dot{\theta} + Q_{ext} \frac{\partial R_i}{\partial \theta} \quad (25)$$

A energia cinética é uma expressão não-linear em θ e pode ser escrita de maneira mais simplificada na forma $g(\theta)\dot{\theta}^2$, onde g é uma função não-linear de θ e está descrita no Apêndice A. Substituindo essa função no lado esquerdo da equação de Lagrange (25) tem-se um termo $g_1(\theta)\ddot{\theta}$ e um termo $g_2(\theta)\dot{\theta}^2$ (veja o Apêndice A para mais detalhes). Usando essas expressões, a equação de movimento do sistema possui a forma:

$$g_1(\theta)\ddot{\theta} + g_2(\theta)\dot{\theta}^2 = -\zeta\dot{\theta} - M_{SMA}(\theta) - M_{lim}(\theta) + Q_{ext} \frac{\partial R_i}{\partial \theta} \quad (26)$$

A fim de escrever a equação de movimento numa forma adimensional, define-se um tempo adimensional $\tau = \omega_{REF}t$, onde ω_{REF} é uma frequência de referência:

$$\omega_{REF} = \sqrt{\frac{Ja_1T_M}{m_1L^2L_S}} \quad (27)$$

onde J , a_1 , T_M e L_S são parâmetros do atuador que são definidos no próximo capítulo.

Dividindo a equação de movimento (26) por $m_1L^2\omega_{REF}^2$, o seguinte sistema de equações de primeira ordem pode ser escrito:

$$\begin{cases} \theta' = v \\ \theta'' = -f_1(\theta)v^2 - f_2(\theta)\xi v - f_2(\theta)H_M(\theta) + f_2(\theta)\left(\frac{1}{L}\frac{\partial R_i}{\partial \theta}\right)D_{ext} \end{cases} \quad (28)$$

onde $(\)' = d(\)/d\tau$ e, portanto, $\dot{\theta} = \theta'\omega_{REF}$ e $\ddot{\theta} = \theta''\omega_{REF}^2$. Os termos adimensionais empregados são definidos a seguir:

$$f_1(\theta) = \frac{g_2(\theta)}{g_1(\theta)} \quad (29)$$

$$f_2(\theta) = \frac{m_1L^2}{g_1(\theta)} \quad (30)$$

$$H_M = \frac{M_{SMA}(\theta) + M_{lim}(\theta)}{m_1L^2\omega_{REF}^2} \quad (31)$$

$$D_{ext} = \frac{Q_{ext}}{m_1L\omega_{REF}^2} \quad (32)$$

$$\xi = \frac{\zeta}{m_1L^2\omega_{REF}} \quad (33)$$

A Figura 22 apresenta as funções adimensionais $f_1(\theta)$ e $f_2(\theta)$ para massas unitárias e comprimento unitário. Tais funções são originárias da função da energia cinética e indicam as não linearidades do origami-stent. A descontinuidade em $\theta = 90^\circ$ na função $f_1(\theta)$ se deve à não suavidade da energia cinética.

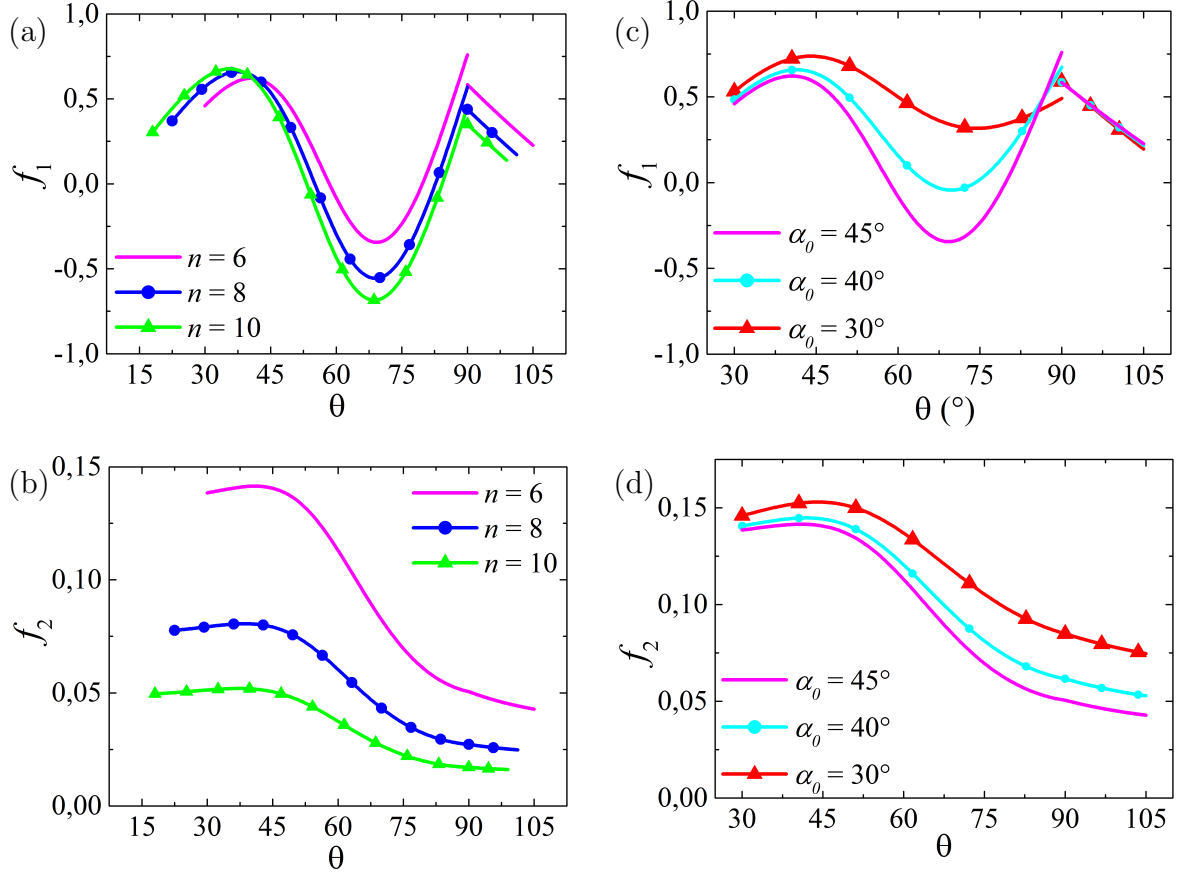


Figura 22: Funções adimensionais do modelo dinâmico: (a) e (b) $\alpha_0 = 45^\circ$; (c) e (d) $n = 6$.

Capítulo 5

Ligas com memória de forma

Este capítulo apresenta uma introdução sobre as características das ligas com memória de forma. Essas ligas são amplamente empregadas como atuadores em diversos sistemas mecânicos, podendo ser utilizadas em origamis. Uma revisão geral dos modelos constitutivos existentes é apresentada e o modelo constitutivo utilizado é apresentado.

As chamadas ligas com memória de forma (ou SMAs, do inglês, *Shape Memory Alloys*) fazem parte da classe de materiais inteligentes devido à sua resposta mecânica quando submetidas à um campo não-mecânico, como a temperatura. Possuem este nome em virtude de sua capacidade de recuperar sua forma original após sofrer grandes deformações, na ordem de 8% contra 0,2% para o aço convencional, ou de desenvolver elevadas forças de reação se restringidas. Tal comportamento se deve às transformações de fase que ocorrem no material, que possuem um caráter histerético. Exemplos típicos de SMA são NiTi, NiTiCu, CuAlZn e CuAlNi.

5.1 Comportamento termomecânico

As propriedades singulares das ligas com memória de forma estão relacionadas com as transformações de fase sólidas. Basicamente, existem duas fases nessas ligas: a austenita e a martensita. A fase martensítica pode apresentar até 24 variantes no caso tridimensional. No contexto unidimensional, há apenas duas variantes que surgem a partir do alinhamento das demais variantes na direção de um carregamento mecânico, ou seja, há uma variante associada à tração e outra associada à compressão do material, e denominam-se martensita demaçada (ou não-maçada).

As transformações de fase podem ser induzidas tanto pela temperatura quanto por um carregamento mecânico. A fase martensítica é estável a baixa temperatura enquanto a fase austenítica é estável a alta temperatura e livre de tensão.

Considere uma liga com memória de forma inicialmente na fase martensítica. Aquece-se a liga até uma certa temperatura A_s onde se inicia a transformação de

fase para a austenita. Essa transformação se completa a uma temperatura A_f , ou seja, entre as temperaturas A_s e A_f as duas fases coexistem no material até que a temperatura atinja A_f e haja apenas a presença da fase austenítica. De maneira análoga, resfriando-se a liga inicialmente na fase austenítica, a transformação de fase ocorre numa temperatura M_s e se completa numa temperatura M_f , onde há apenas martensita. É importante enfatizar que as temperaturas A_s e M_f e as temperaturas A_f e M_s não são iguais entre si, o que induz um comportamento histerético no material (Figura 23.a).

Considere, agora, uma liga inicialmente na fase austenítica. Quando submetida a um carregamento mecânico, uma vez que a austenita é instável para elevados campos de tensão, o material inicia uma transformação de fase para a martensita demaçada quando se atinge uma tensão crítica σ_{M_s} . A transformação termina quando se atinge uma tensão crítica de final de transformação de fase σ_{M_f} . Quando ocorre o descarregamento, como a martensita é instável naquela temperatura, o processo inverso acontece e o material retorna à fase austenítica (Figura 23.b). Esse processo é conhecido como pseudoelasticidade (ou superelasticidade).

Por outro lado, se a liga se encontra inicialmente na fase da martensita maçada, a transformação para martensita demaçada ocorre na presença de um carregamento mecânico superior à uma tensão crítica σ_C mas, com o descarregamento, o processo inverso não ocorre, pois a martensita é estável naquela temperatura. Assim, após o descarregamento, há uma deformação residual ε_R presente no material. Essa deformação pode ser recuperada através de um processo térmico. Aquecendo-se a liga até uma temperatura superior a A_f , obtém-se a austenita. Posteriormente, resfria-se a liga até a temperatura inicial (inferior a M_f), obtendo-se a martensita maçada e o material retorna à sua forma original (Figura 23.c). Esse ciclo termomecânico é conhecido como efeito de memória de forma.

Algumas ligas com memória de forma, quando submetidas a um carregamento térmico, apresentam a recuperação da sua forma original mesmo sem a aplicação de um carregamento mecânico. Porém, esse comportamento não é intrínseco dessas ligas, sendo obtido através de repetidos ciclos termomecânicos específicos (treinamento) que provocam mudanças na sua microestrutura. Essas mudanças criam um estado de tensão residual interno que facilita a formação da martensita demaçada quando a SMA é resfriada na ausência de um carregamento térmico. Esse fenômeno é conhecido como efeito de memória de forma reversível (ou TWSME, do inglês, *Two-Way Shape Memory Effect*) (LAGOUDAS, 2008, pp. 15-17).

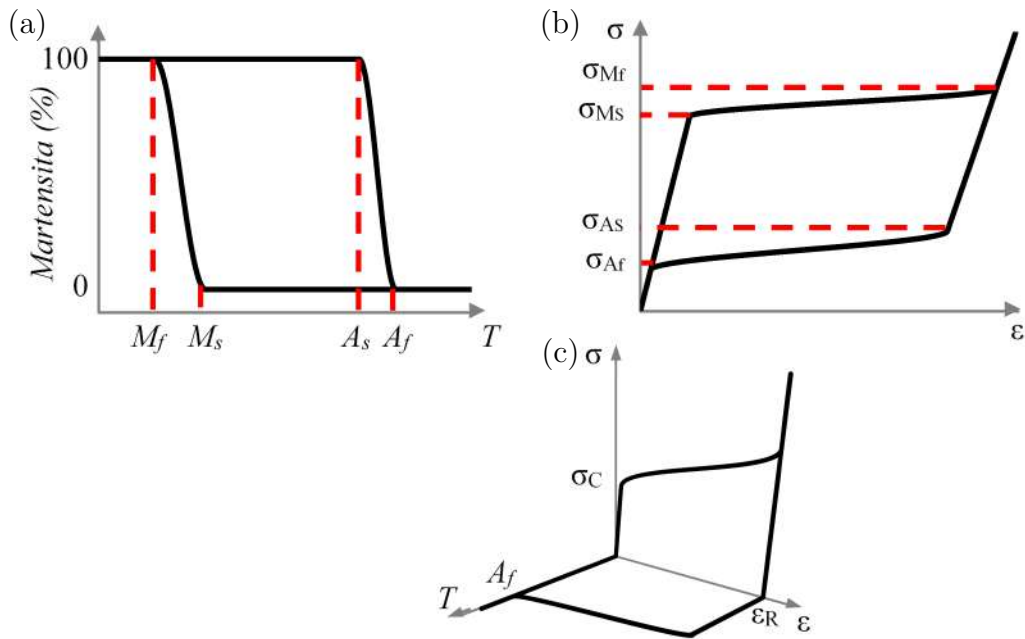


Figura 23: Comportamento termomecânico padrão de SMA. (a) Transformação de fase induzida por temperatura; (b) pseudoelasticidade; (c) efeito de memória de forma.

5.2 Modelos constitutivos

O comportamento único das ligas com memória de forma fazem delas materiais com uma imensa aplicabilidade (JANI *et al.*, 2014), em especial como atuadores. Sua biocompatibilidade torna popular seu uso na área biomédica (DUERIG *et al.*, 1999). Com o intuito de se trabalhar com este material, diversos modelos constitutivos são propostos na literatura (KHANDELWAL e BURAVALLA, 2009; PAIVA e SAVI, 2006).

Os modelos constitutivos propostos para descrever o comportamento das SMA podem ter uma abordagem microscópica ou macroscópica. A abordagem microscópica trata dos fenômenos que ocorrem no âmbito molecular, levando em conta os aspectos metalúrgicos do material (ACHENBACH e MÜLLER, 1982; GUTHIKONDA *et al.*, 2008; LU e WENG, 1998; PAN *et al.*, 2007; SUN e HWANG, 1993a,b; VEDANTAM e ABEYARATNE, 2005). A perspectiva macroscópica se concentra nos aspectos fenomenológicos utilizando variáveis macroscópicas para descrever o comportamento geral do material. Essa abordagem é mais comum para aplicações na engenharia onde a escala é compatível com o sistema estudado. Uma breve discussão sobre os modelos macroscópicos é feita nos parágrafos que se seguem.

A proposição dos modelos constitutivos deve ser guiada pelos princípios fundamentais da mecânica e, nesse sentido, usualmente define-se a função da energia livre. Nesses modelos, identifica-se uma forma de potencial que represente o estado

do sistema e introduza os efeitos da transformação de fase através da mudança na energia livre ou através de funções constitutivas generalizadas como o potencial de dissipação. FALK (1980) foi um dos primeiros a propor um modelo desse tipo para ligas com memória de forma. Uma forma de energia livre similar à proposta por esse autor é apresentada por LEVITAS e PRESTON (2002a,b) e LEVITAS *et al.* (2003). HUO e MÜLLER (1993) foram uns dos primeiros a usar um potencial de dissipação em um modelo, seguido de outros autores como BOYD e LAGOUDAS (1996), BERNARDINI e PENCE (2002) e KUMAR *et al.* (2007).

Há uma classe de modelos na literatura que assume uma cinética de transformação de fase baseando-se em um diagrama tensão-temperatura onde é possível identificar o início e o final das transformações de fase. TANAKA e NAGAKI (1982) foram pioneiros nessa formulação e seu trabalho foi motivação para o modelo de LIANG e ROGERS (1990), ambos os trabalhos contemplando o efeito de pseudoelasticidade. Baseado nesses autores, BRINSON (1993) propôs um modelo que também contempla o efeito de memória de forma. Uma modificação neste modelo é feita por WANG *et al.* (2006) a fim de investigar a dependência da tensão crítica de transformação com a temperatura. Diversos outros autores se baseiam no modelo de BRINSON (1993) (CHUNG *et al.*, 2007; GAO *et al.*, 2007; IVSHIN e PENCE, 1994a,b).

Outros autores contemplam o efeito da plasticidade em seus modelos (AURICCHIO e LUBLINER, 1997; AURICCHIO e SACCO, 1997; AURICCHIO *et al.*, 1997; GOVINDJEE e KASPER, 1997; LECLERCQ *et al.*, 1995; SOUZA *et al.*, 1998).

FRÉMOND (1996) desenvolve um modelo que contempla pseudoelasticidade e efeito memória de forma. Outros autores se baseiam neste trabalho para a construção de um modelo que descreve uma maior variedade de fenômenos como o comportamento assimétrico em tensão-compressão e o TWSME (BAÊTA-NEVES *et al.*, 2004; PAIVA *et al.*, 2005; SAVI e PAIVA, 2005; SAVI *et al.*, 2002).

5.3 Modelo constitutivo polinomial

O modelo proposto por FALK (1980) é baseado na energia livre de Helmholtz, ψ , e originalmente utiliza a deformação cisalhante como um parâmetro de ordem. Também conhecido como modelo polinomial, este modelo se baseia na teoria de Landau-Devonshire e descreve a energia livre na forma de um polinômio de sexto grau. Este polinômio é função apenas da deformação e da temperatura. O modelo não considera variáveis internas como a fração volumétrica de uma fase do material. Sua grande vantagem é a simplicidade. Nesta seção, apresenta-se uma adaptação do modelo na sua forma unidimensional.

Os pontos de mínimo da curva de energia representam a estabilidade de cada

fase da SMA. São consideradas três fases: a austenita (A) e as duas variantes da martensita demaçada ($M+$, para tração; $M-$, para compressão). A altas temperaturas ($T > T_A$) e à deformação nula, existe apenas um único ponto de mínimo que corresponde ao equilíbrio da fase A . A baixas temperaturas ($T < T_M$), existem dois pontos de mínimo, um à deformação negativa que corresponde à fase $M-$ e outro à deformação positiva que corresponde à fase $M+$. Ainda, em temperaturas intermediárias ($T_M < T < T_A$), existem três pontos de mínimo, cada um associado à uma fase do material (Figura 24.a).

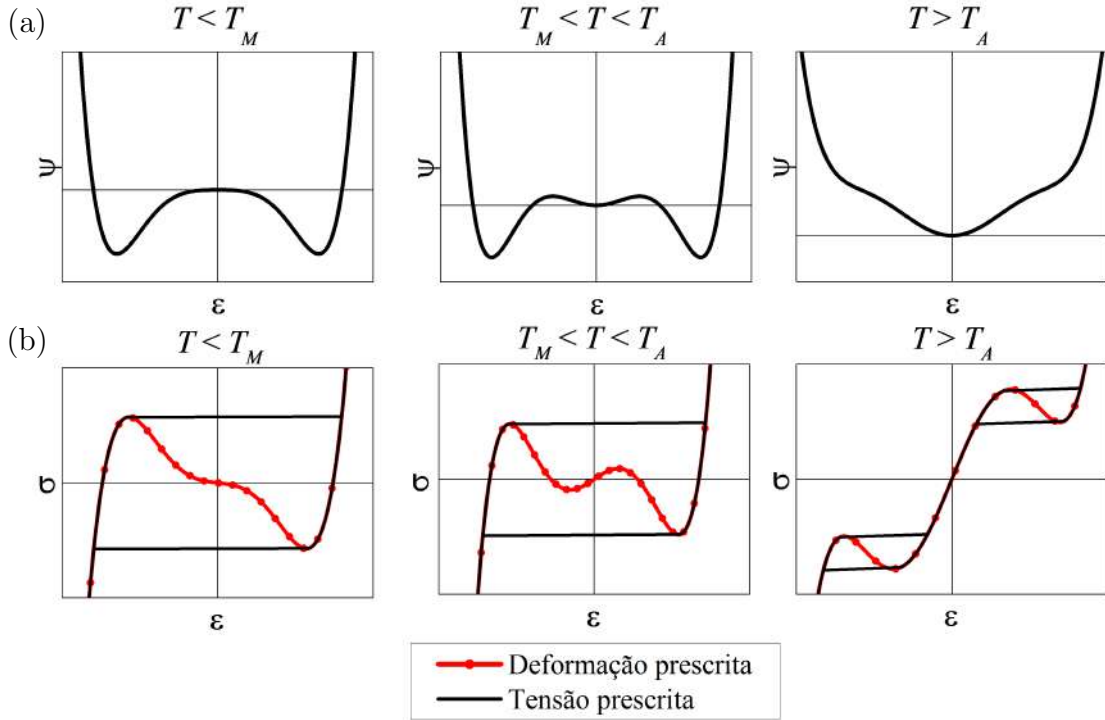


Figura 24: Comportamento de uma SMA a diferentes temperaturas segundo o modelo polinomial. (a) Gráficos energia-deformação; (c) gráficos tensão cisalhante-deformação.

A equação (34) apresenta a energia livre, onde a_1 , a_2 e a_3 são constantes positivas do material, T_A é a temperatura limite acima da qual a austenita é estável, T_M é a temperatura limite abaixo da qual a martensita é estável, ϵ é a deformação cisalhante e ρ é a massa específica. De modo a garantir que as condições de pontos mínimos discutidas acima sejam obedecidas, a temperatura T_A se relaciona com as constantes do material segundo a equação (35).

$$\rho\psi(\epsilon, T) = \frac{a_1}{2} (T - T_M) \epsilon^2 - \frac{a_2}{4} \epsilon^4 + \frac{a_3}{6} \epsilon^6 \quad (34)$$

$$T_A = T_M + \frac{a_2^2}{4a_1a_3} \quad (35)$$

Por consistência termodinâmica, a equação constitutiva do material é dada pela equação (36) onde σ é a tensão cisalhante. A Figura 24.b apresenta as curvas de tensão cisalhante em função da deformação, onde as curvas para tensão prescrita foram produzidas utilizando o método de Newton-Raphson.

$$\sigma(\varepsilon, T) = \rho \frac{\partial \psi(\varepsilon, T)}{\partial \varepsilon} = a_1 (T - T_M) \varepsilon - a_2 \varepsilon^3 + a_3 \varepsilon^5 \quad (36)$$

Uma adaptação ao modelo é proposta para considerar o fenômeno de TWSME. Como este efeito se deve a um estado de tensão residual interno, assume-se uma tensão residual σ_P constante na equação (36), conforme apresentado na equação (37). A Figura 25 apresenta a diferença nas curvas tensão-deformação devido à presença de uma tensão residual.

$$\sigma(\varepsilon, T) = a_1 (T - T_M) \varepsilon - a_2 \varepsilon^3 + a_3 \varepsilon^5 - \sigma_P \quad (37)$$

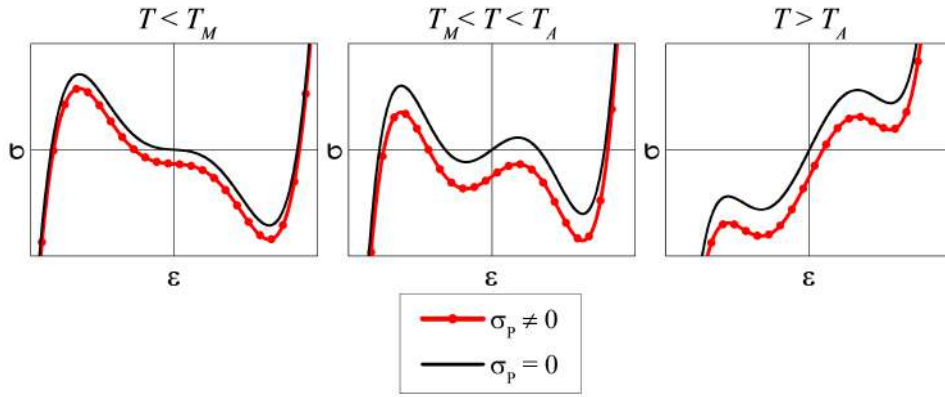


Figura 25: Curvas tensão cisalhante-deformação com e sem tensão residual.

As ligas com memória de forma podem ser utilizadas em atuadores de diferentes formas. Molas lineares e torcionais são tipos muito empregados como atuadores. Considere uma mola torcional de SMA como na Figura 26. Essa mola, proposta por KOH *et al.* (2014), apresenta uma parte central que consiste de um fio reto de comprimento L_s e raio r_s que gera momento torçor e dois braços perpendiculares à parte central responsáveis pela transmissão do torque.

Assumindo que o ângulo de rotação γ varia linearmente com a deformação cisalhante tem-se a relação (38),

$$\varepsilon = \frac{r_s}{L_s} (\gamma - \gamma_I) \quad (38)$$

onde γ_I é o ângulo de montagem (inicial) da mola.

Aplicando a equação de resistência dos materiais para um elemento de viga sob torção,

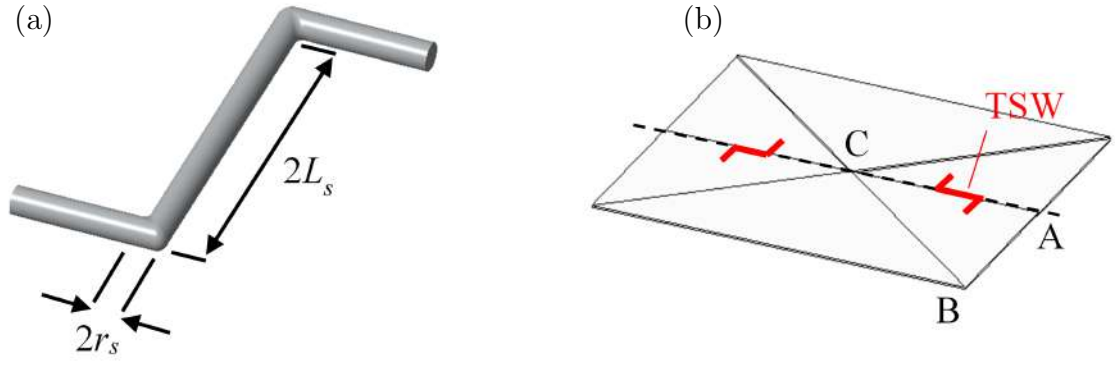


Figura 26: Torsion Spring Wire (TSW). (a) Mola torcional. (b) Localização do TSW no origami

$$M = \frac{J\sigma}{r_s} \quad (39)$$

onde $J = \pi r_s^4/2$ é o momento de inércia, na equação constitutiva, assumindo que as transformações de fase ocorrem de forma homogênea na seção transversal (AGUIAR *et al.*, 2010; ENEMARK *et al.*, 2016), chega-se à equação:

$$M = \frac{J}{r_s} \left(\frac{r_s}{L_s} a_1 (T - T_M) (\gamma - \gamma_I) - \left(\frac{r_s}{L_s} \right)^3 a_2 (\gamma - \gamma_I)^3 + \left(\frac{r_s}{L_s} \right)^5 a_3 (\gamma - \gamma_I)^5 - \sigma_P \right) \quad (40)$$

Essa equação oferece a relação entre o torque e o ângulo de rotação de uma mola de SMA. Esta equação é usada na modelagem matemática do sistema dinâmico proposto no capítulo anterior para descrever o momento aplicado nas dobras do origami, sendo $M_{SMA} = M/2$ pois, devido às considerações geométricas assumidas, faz-se a análise de um quarto de uma célula.

Capítulo 6

Simulações numéricas

Nesta seção, são exibidos os resultados de simulações numéricas obtidas a partir da implementação do modelo dinâmico apresentado no capítulo 4. Essas simulações empregam o método de Runge-Kutta de quarta ordem para a solução do conjunto de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem (28). Diferentes carregamentos térmicos e mecânicos são contemplados de modo a estudar o comportamento do sistema sob diferentes condições. Dois tipos de atuação utilizando *torsion spring wires* (TSW) são considerados: primeiro, consideram-se dois atuadores antagônicos; segundo, considera-se um único atuador apresentando *two-way shape memory effect* (TWSME). É realizada uma análise para estruturas com diferentes números de células n e células quadradas ($\alpha_0 = 45^\circ$) e retangulares.

A Tabela 1 apresenta os parâmetros do sistema que são empregados em todas as simulações. As massas são consideradas como sendo iguais. A temperatura T_0 se refere a uma temperatura de referência do origami-stent na qual o atuador não exerce momento para um dado ângulo de referência escolhido $\theta_0 = 30^\circ$, ou seja, se refere a uma condição de equilíbrio onde a estrutura se encontra na sua configuração fechada.

Tabela 1: Parâmetros do sistema.

| $m_1 = m_{ABC}$ (kg) | $m_2 = m_{BB_pC}$ (kg) | L (m) | K_{lim} (N m) |
|----------------------|------------------------|----------------------|----------------------|
| 5×10^{-5} | 5×10^{-5} | $6,6 \times 10^{-3}$ | $1,0 \times 10^{-2}$ |
| r_s (m) | L_s (m) | T_0 (K) | ξ |
| $8,0 \times 10^{-5}$ | $2,2 \times 10^{-3}$ | 293,15 | 0,30 |

Assume-se que o forçamento externo considerado possui uma característica harmônica como na equação a seguir:

$$D_{ext} = \mu \sin(\Omega\tau) \quad (41)$$

Além disso, um carregamento térmico de caráter oscilatório em torno de uma temperatura T_f também é considerado:

$$T = T_f + \mu_T \sin(\Omega_T \tau) \quad (42)$$

O conjunto de parâmetros da Tabela 1 pode servir de exemplo para um *stent* no interior do corpo humano. Note que para o valor de L considerado e $n = 6$, por exemplo, o raio externo vale 13,2 mm para $\theta = 90^\circ$, o que é próximo do raio de *stents* usualmente inseridos na aorta. Um forçamento externo adimensional de valor $\mu = 0,1$ equivale a $1,27 \times 10^{-4}$ N com os parâmetros adotados, uma escala de força compatível com aquelas que atuam no interior do corpo humano devido à pressão sanguínea. No entanto, outras aplicações podem ser pensadas para este tipo de estrutura. Por exemplo, pode ser usada em poços de extração de petróleo de modo a aumentar a rigidez, onde as forças são muito maiores e, também, as dimensões do origami e dos parâmetros dos atuadores seriam maiores.

6.1 Sistema com dois atuadores

Esta seção apresenta os resultados do sistema quando dois atuadores antagônicos são utilizados. Um atuador é responsável pelo processo de “abertura” da estrutura enquanto o outro é responsável pelo processo de “fechamento”. A Figura 27 apresenta uma imagem representativa dos atuadores na célula, ressaltando que, segundo o modelo matemático apresentado no capítulo 4, um quarto de célula é considerado e o atuador torcional é inserido na dobra AC.

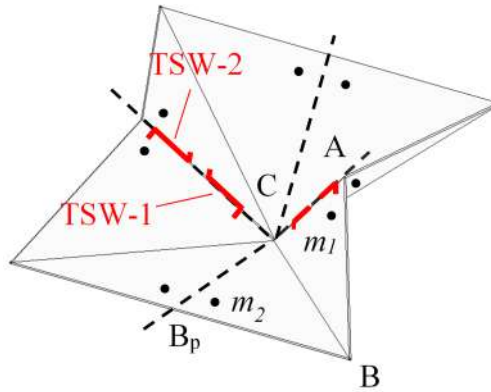


Figura 27: Localização do atuador TSW na célula.

A Tabela 2 apresenta os parâmetros de ambos atuadores. A diferença entre um atuador e outro está no termo θ_I referente ao ângulo de tensão e deformação nulas da liga com memória de forma (γ_I). Dessa forma, um atuador (TSW-1) possui $\theta_I = 30^\circ$. O outro atuador (TSW-2) possui $\theta_I = 90^\circ$, pois isto garante que a

estrutura atinja a configuração aberta e de raio máximo através da atuação. A Figura 28 apresenta o torque dos dois atuadores em função do ângulo (em graus) na temperatura de referência T_0 e a uma temperatura acima de T_A , $T = 310$ K. Note que, em $T = T_0$, o atuador TSW-2 possui tensão nula a 30° , respeitando o equilíbrio da estrutura. Portanto, a fase da martensita demaoclada se encontra presente nesse segundo atuador nessa temperatura.

Tabela 2: Parâmetros dos atuadores antagônicos.

| a_1 (MPa/K) | a_2 (MPa) | a_3 (MPa) |
|-------------------|----------------------|----------------------|
| $1,0 \times 10^6$ | $1,4 \times 10^{10}$ | $2,2 \times 10^{12}$ |
| σ_P (MPa) | T_M (K) | T_A (K) |
| 0 | 287,15 | 309,1 |

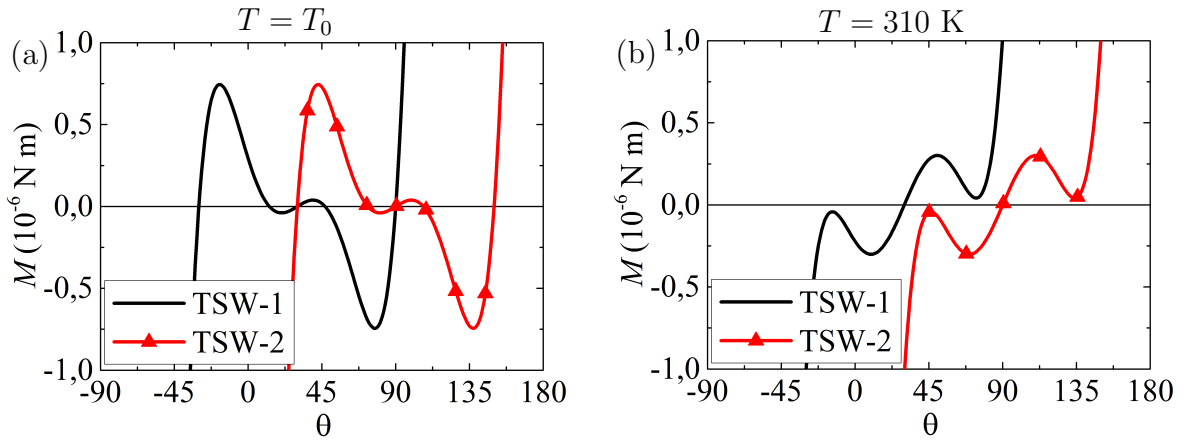


Figura 28: Torque dos atuadores: (a) na temperatura de referência; (b) a alta temperatura.

Com os parâmetros adotados, a frequência de referência é $\omega_{REF} = 62,09$ rad/s. Os resultados são todos apresentados em graus.

6.1.1 Vibração livre

Nesta subseção, a vibração livre é estudada. A influência da temperatura nos pontos de equilíbrio é analisada. Os resultados consideram uma célula quadrada e $n = 6$.

A soma dos momentos H_M é apresentada na Figura 29 para diferentes temperaturas, onde T_1 é a temperatura do atuador TSW-1 e análogo para T_2 . Na configuração de referência ($T_1 = T_2 = T_0$), Figura 29.a, a soma dos momentos é zero para três ângulos: 30° , 60° e 90° . Se a temperatura dos dois atuadores é maior que T_A , há

novamente três pontos onde a soma dos momentos é zero (Figura 29.b). O mesmo ocorre se a temperatura de um dos atuadores é 306 K enquanto a do outro é T_0 (Figuras 29.c e 29.d). Se $T_1 = 310$ K e $T_2 = T_0$, apenas 30° é um ponto de equilíbrio (Figura 29.e). Por outro lado, se $T_2 = 310$ K e $T_1 = T_0$, apenas 90° é um ponto de equilíbrio (Figura 29.f). Diante disso, é possível estabelecer a configuração (aberta ou fechada) da estrutura controlando-se a temperatura do sistema.

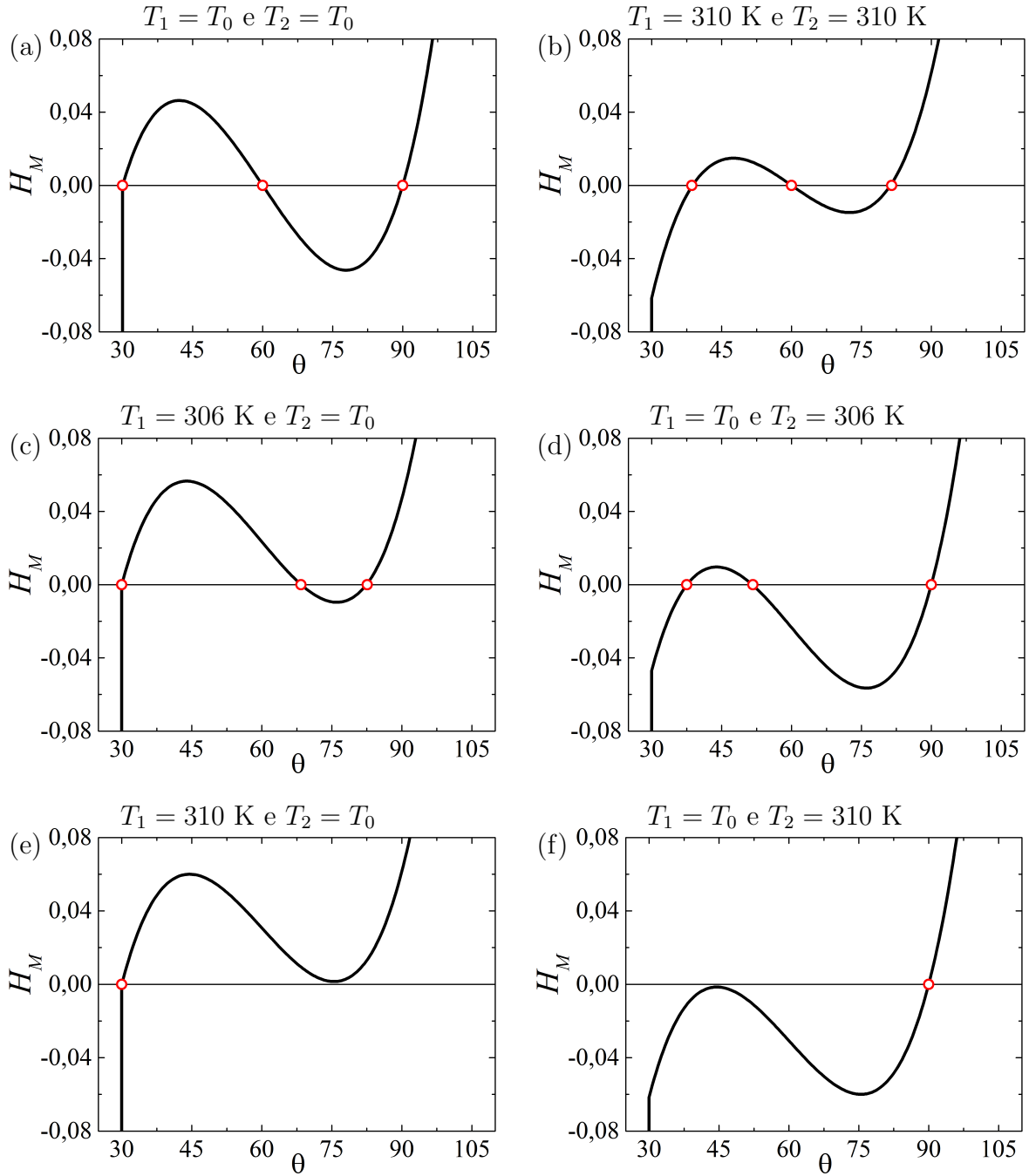


Figura 29: Influência da temperatura na soma dos momentos dos atuadores.

As Figuras 30 e 31 apresentam o comportamento dinâmico do sistema para di-

versas condições iniciais de deslocamento e velocidade e sob diferentes temperaturas. Cada caso apresenta a temperatura de um dos atuadores sendo modificada enquanto a temperatura do outro se mantém constante e igual a T_0 .

A Figura 30 apresenta o retrato de fase a diferentes temperaturas do atuador TSW-1 e $T_2 = T_0$. A soma dos momentos aponta para três pontos de equilíbrio a $T_1 = T_0$ e no espaço de fase a solução converge para os pontos de equilíbrio estáveis, sendo eles 30° e 90° . Aumentando a temperatura T_1 para 306 K, 30° permanece um ponto de equilíbrio estável enquanto o outro ponto de equilíbrio é, agora, menor que 90° . Para $T_1 = 310$ K, apenas 30° é um ponto de equilíbrio, isto é, apenas a configuração fechada é admitida.

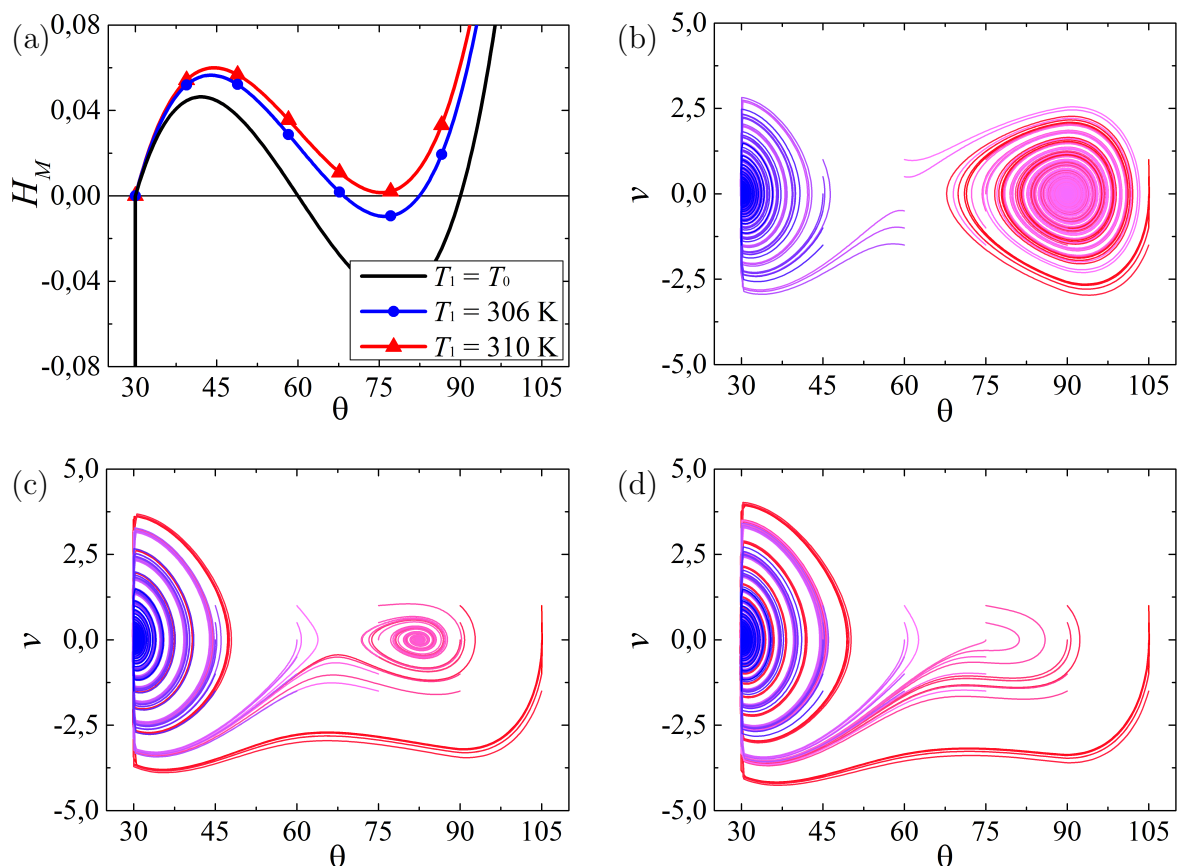


Figura 30: Vibração livre ($T_2 = T_0$). (a) Soma dos momentos. Retrato de fase: (b) $T_1 = T_0$; (c) $T_1 = 306$ K; (d) $T_1 = 310$ K.

A Figura 31 apresenta o retrato de fase a diferentes temperaturas do atuador TSW-2 e $T_1 = T_0$. Para $T_2 = 306$ K, 90° permanece um ponto de equilíbrio enquanto o outro ponto de equilíbrio é, agora, maior do que 30° . Para $T_2 = 310$ K, apenas 90° é um ponto de equilíbrio, isto é, apenas a configuração aberta é admitida.

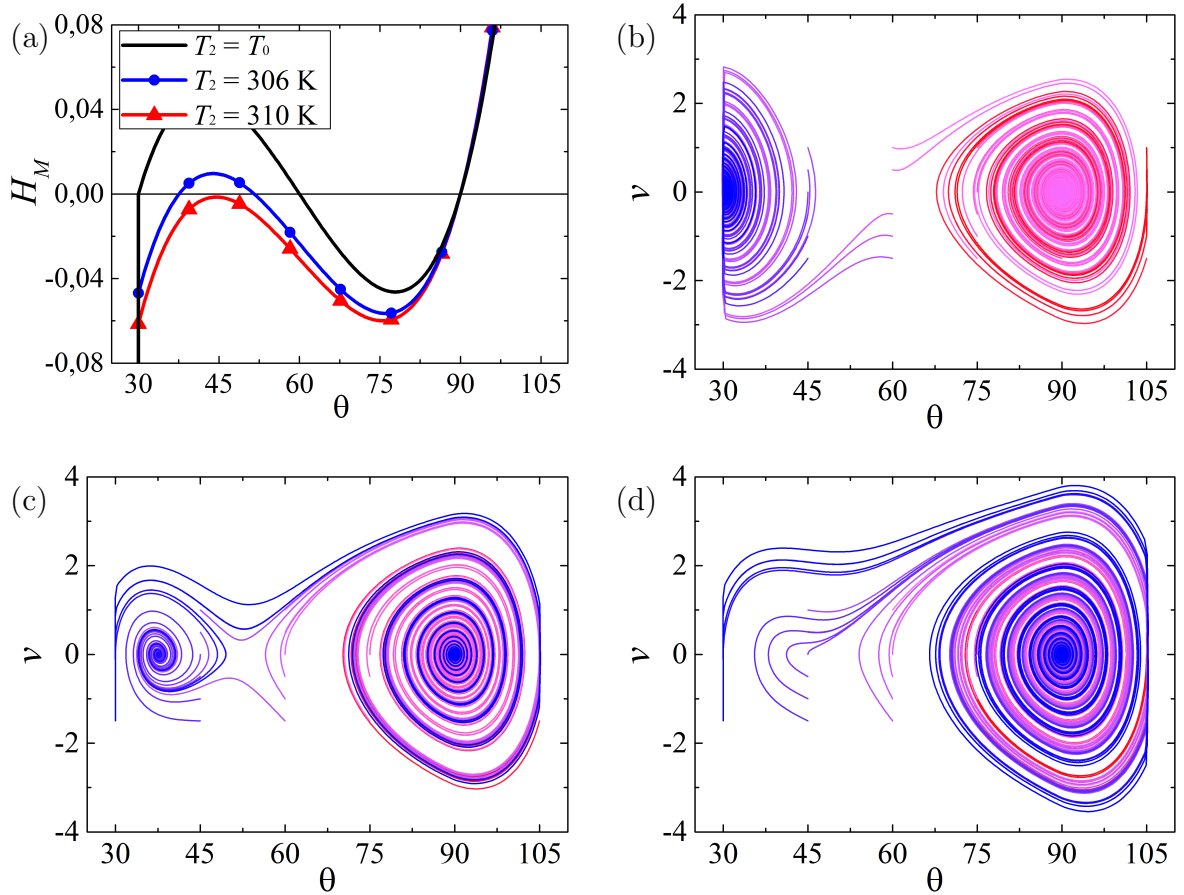


Figura 31: Vibração livre ($T_1 = T_0$). (a) Soma dos momentos. Retrato de fase: (b) $T_2 = T_0$; (c) $T_2 = 306$ K; (d) $T_2 = 310$ K.

É importante enfatizar que o origami-stent está inicialmente na configuração fechada, pois esta foi assumida como configuração de referência. A configuração aberta é atingida variando-se a temperatura ou impondo-se condições iniciais específicas, como na Figura 30.a (ou Figura 31.a). Isso revela a dependência tanto das condições iniciais quanto da temperatura na estabilização do sistema.

6.1.2 Carregamento térmico

Dada a forte dependência com a temperatura, a influência de diferentes carregamentos térmicos é analisada. A partir da configuração de referência, se a temperatura T_2 aumenta até 310 K, o origami-stent “abre” (Figura 32). A resposta do sistema apresenta uma oscilação ao atingir a configuração aberta, equivalente a $\theta = 90^\circ$. Se, a partir daí, a temperatura T_2 diminui até T_0 novamente, a estrutura permanece na configuração aberta. Aumentado a temperatura T_1 , 90° deixa de ser um ponto de equilíbrio e a estrutura “fecha”. Diminuindo a temperatura T_1 até a temperatura de referência novamente, a estrutura permanece fechada.

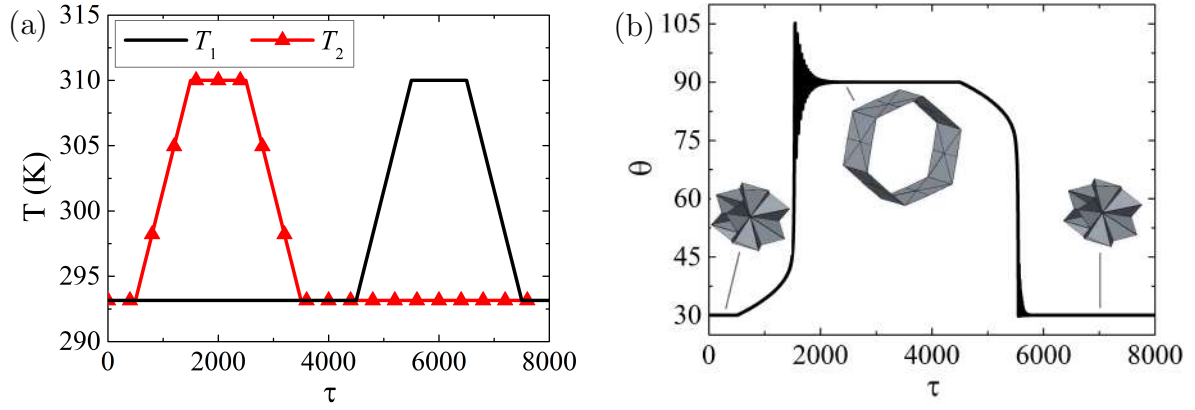


Figura 32: Abertura e fechamento do origami-stent ($n = 6$, $\alpha_0 = 45^\circ$): (a) carregamento térmico; (b) resposta do sistema.

Se a temperatura T_2 aumenta até 310 K e, então, a temperatura T_1 aumenta até 310 K (Figura 33), a estrutura permanece aberta porém não completamente, sendo o ponto de equilíbrio em torno de 82° . Diminuindo a temperatura T_2 até a temperatura de referência, o origami-stent “fecha”. Diminuindo a temperatura T_1 do mesmo modo, não há mudanças no comportamento da estrutura.

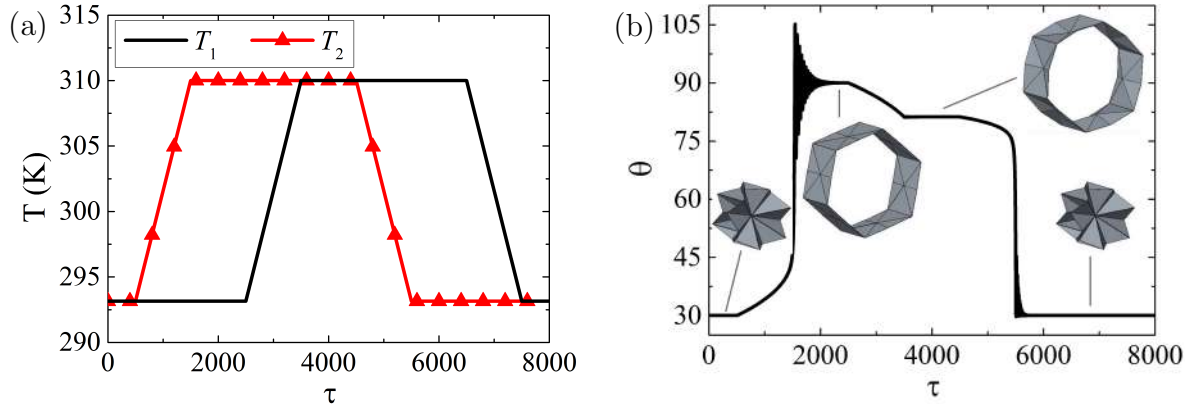


Figura 33: Abertura e fechamento do origami-stent ($n = 6$, $\alpha_0 = 45^\circ$): (a) carregamento térmico; (b) resposta do sistema.

Em contraste, se primeiro aumenta-se T_1 (Figura 34), não há mudança na estrutura. Se, em seguida, aumenta-se T_2 , há um pequeno aumento do ângulo θ e o ponto de equilíbrio é 38° . Se T_1 diminui, a estrutura “abre” e, ao diminuir T_2 , permanece aberta sem mudanças no comportamento.

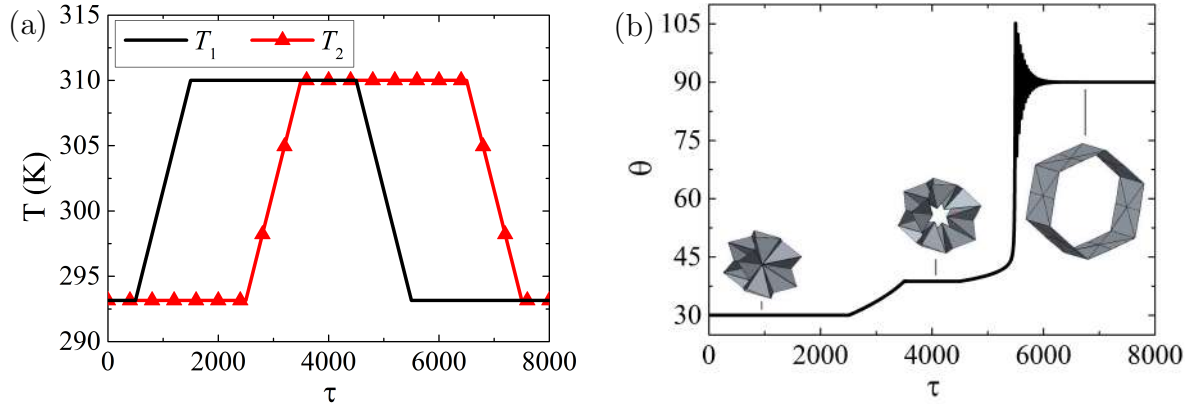


Figura 34: Abertura do origami-stent ($n = 6$, $\alpha_0 = 45^\circ$): (a) carregamento térmico; (b) resposta do sistema.

Um pequeno aumento no ângulo na configuração de referência é obtido se ambas as temperaturas aumentam simultaneamente (Figura 35). Nessa configuração o ponto de equilíbrio é 38° .

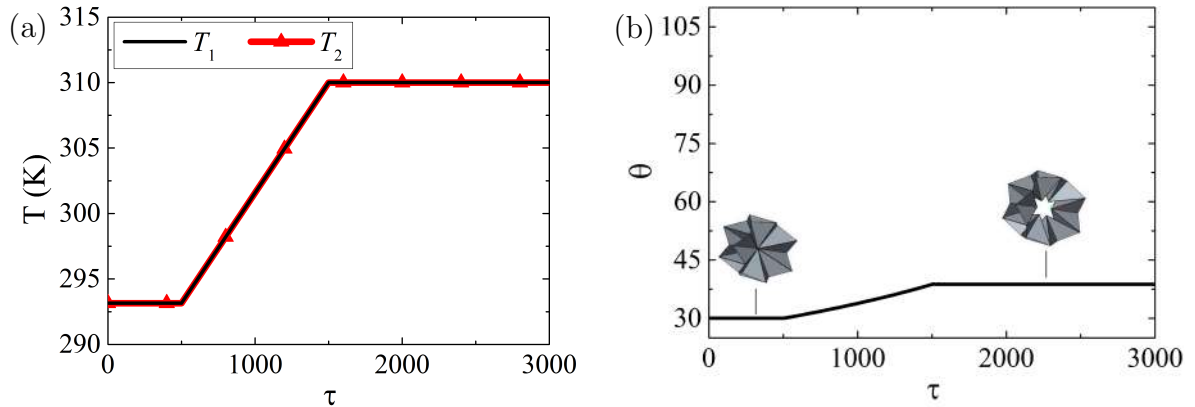


Figura 35: Abertura do origami-stent ($n = 6$, $\alpha_0 = 45^\circ$): (a) carregamento térmico; (b) resposta do sistema.

Um ponto importante de ser avaliado na dinâmica do origami é o efeito de oscilações térmicas no comportamento do sistema. As Figuras 36 a 39 apresentam a influência das oscilações térmicas nos atuadores TSW-1 e TSW-2 para o caso em que $n = 6$ e $\alpha_0 = 45^\circ$. Pequenas oscilações na resposta dinâmica podem ser entendidas pela influência da temperatura no ponto de tensão nula de cada atuador (Figura 28). Em qualquer temperatura, os atuadores TSW-1 e TSW-2 possuem tensão nula a 30° e 90° , respectivamente. Os demais pontos de tensão nula variam com a temperatura até que desaparecem quando $T > T_A$. Tal comportamento está relacionado com o comportamento constitutivo do atuador.

A Figura 36 apresenta o processo de abertura da estrutura ao mudar a temperatura T_2 e, em seguida, a temperatura de ambos os atuadores sofrem uma variação.

Note que uma variação da temperatura T_2 não altera a resposta, ao passo que uma variação na temperatura T_1 provoca uma pequena oscilação na estrutura. O atuador TSW-2 se encontra em alta temperatura e o ponto de tensão nula do atuador se encontra a 90° e não se altera sob o efeito de pequenas flutuações térmicas. Portanto, a soma dos momentos no sistema não é alterada e o ponto de equilíbrio do sistema não muda. Entretanto, o atuador TSW-1 se encontra na temperatura de referência e uma pequena flutuação térmica altera os pontos de tensão nula do atuador, com exceção do ponto a 30° . Dessa maneira, a soma dos momentos no sistema é alterada e o ponto de equilíbrio do sistema oscila na medida em que a temperatura T_1 oscila.

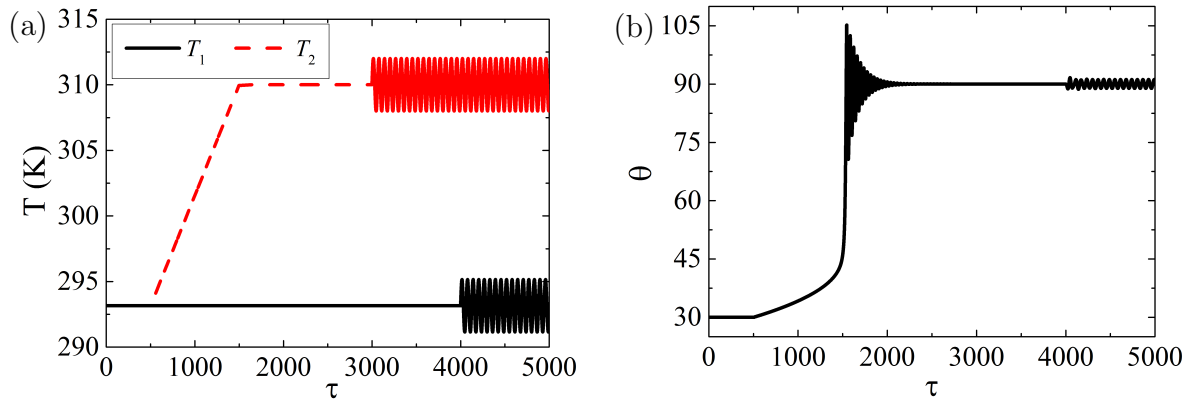


Figura 36: Efeito da oscilação térmica na estrutura aberta ($n = 6$, $\alpha_0 = 45^\circ$): (a) carregamento térmico ($\mu_T = 2,0$ K e $\Omega_T = 0,1$); (b) resposta do sistema.

A Figura 37 apresenta uma situação similar onde ambas as temperaturas T_1 e T_2 aumentam. Nesta situação, uma variação na temperatura T_2 induz pequenas oscilações no sistema, somando-se à oscilação causada pelo atuador TSW-1. O modelo constitutivo prediz que, para $T > T_A$, quanto maior a temperatura, maior é o momento gerado pelo atuador. Com isso, uma vez que ambos os atuadores estão a alta temperatura, uma variação na temperatura de cada atuador é responsável por alterar a soma de momentos do sistema e, como consequência, há uma resposta oscilatória do sistema.

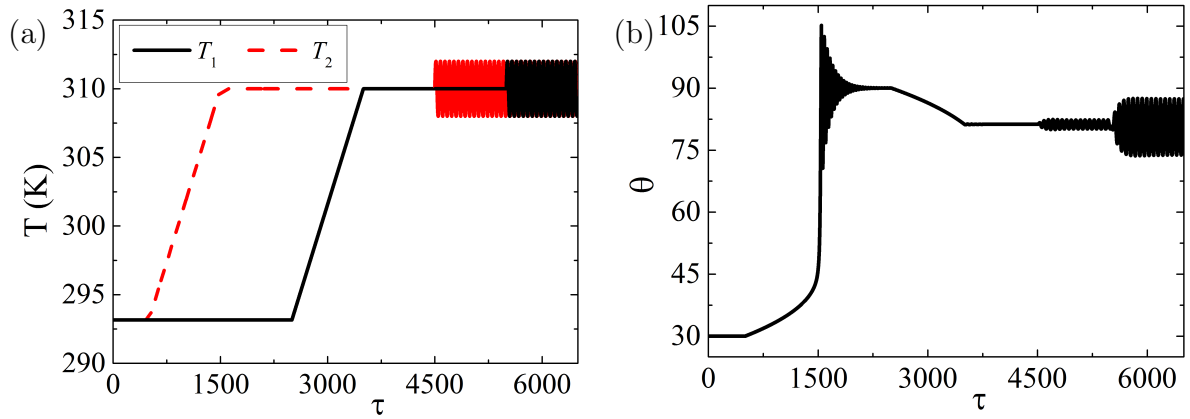


Figura 37: Efeito da oscilação térmica na estrutura aberta ($n = 6$, $\alpha_0 = 45^\circ$): (a) carregamento térmico ($\mu_T = 2,0$ K e $\Omega_T = 0,1$); (b) resposta do sistema.

Como flutuações térmicas em ambos os atuadores influenciam na resposta do sistema quando estes estão a alta temperatura, a Figura 38 tem como objetivo analisar o efeito de tais flutuações quando estão em fase ou totalmente defasadas uma em relação a outra. Quando defasadas, nota-se que a oscilação gerada no sistema é maior.

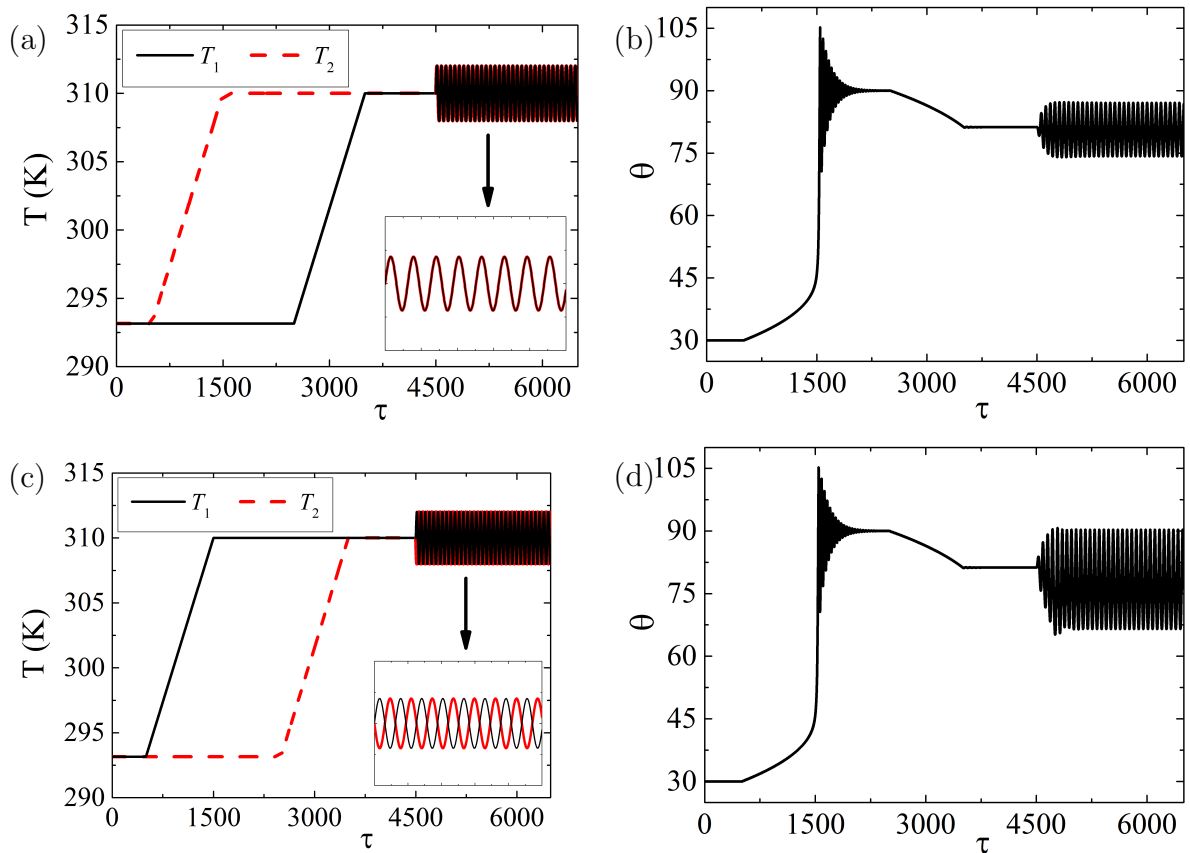


Figura 38: Comparação do efeito da oscilação térmica na estrutura aberta ($n = 6$, $\alpha_0 = 45^\circ$).

A Figura 39 apresenta uma situação em que ambos os atuadores estão na temperatura de referência, ou seja, a estrutura se encontra “fechada”. Nesta condição, apenas uma variação em T_2 afeta a resposta dinâmica do sistema. Diferentemente do caso da Figura 36, pequenas flutuações em T_1 não alteram o ponto de tensão nula do atuador TSW-1. Por outro lado, o ponto de tensão nula do atuador TSW-2 que não se altera com a temperatura é 90° ; os demais pontos de equilíbrio variam com a temperatura. Dessa forma, flutuações térmicas em TSW-2 altera a soma de momentos nesta configuração fechada, afetando o ponto de equilíbrio do sistema.

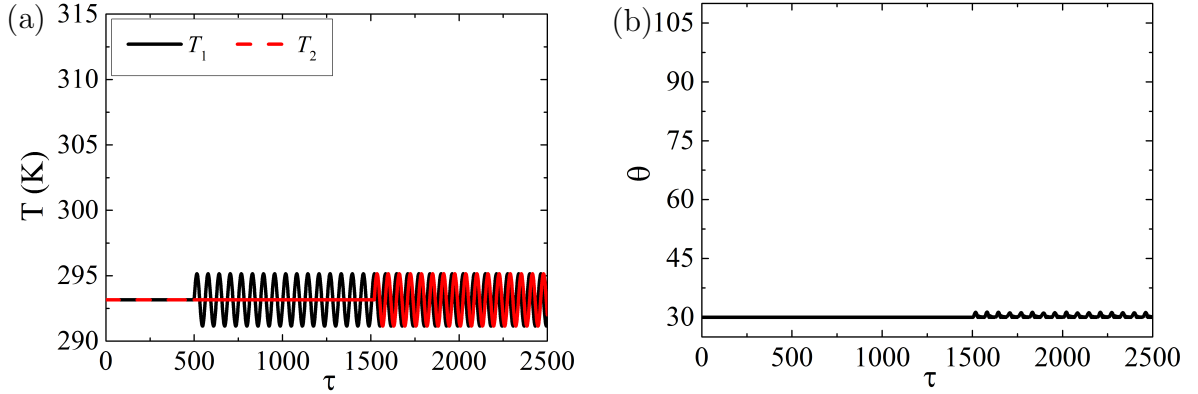


Figura 39: Efeito da oscilação térmica na estrutura aberta ($n = 6$, $\alpha_0 = 45^\circ$): (a) carregamento térmico ($\mu_T = 2,0$ K e $\Omega_T = 0,1$); (b) resposta do sistema.

Até aqui, todas as simulações consideram a célula quadrada e $n = 6$. No entanto, o número de células tem influência na resposta dinâmica do sistema. O primeiro ponto a ser observado é que n altera os ângulos limites. De acordo com as equações (7) e (8), tanto θ_{min} quanto θ_{max} são menores para maiores valores de n . Assim, para $n > 6$, $\theta_{min} < 30^\circ$ (e o origami não se encontra completamente fechado na configuração de referência) e $\theta_{max} < 105^\circ$ (isto é, mais próximo de 90°) e, portanto, oscilações menores em torno da configuração aberta são suficientes para que o origami atinja seu limite geométrico. Além disso, a Figura 21 mostra que a energia cinética é maior para maiores valores de n .

A Figura 40 apresenta a resposta da estrutura origâmica quando T_2 aumenta a partir da configuração de referência, provocando a abertura da estrutura e, em seguida, uma flutuação térmica ocorre. Diferentes valores de n são considerados. Embora a resposta da atuação ocorra ao mesmo tempo, nota-se que a estabilização antes do início da flutuação térmica toma um tempo maior para ocorrer para origamis de raio maior, o que ocorre devido à maior quantidade de energia cinética. Nota-se, também, uma mudança na frequência natural do sistema, sendo esta menor para maiores valores de n . Além disso, nota-se que origamis com raios maiores são mais sensíveis à essas flutuações.

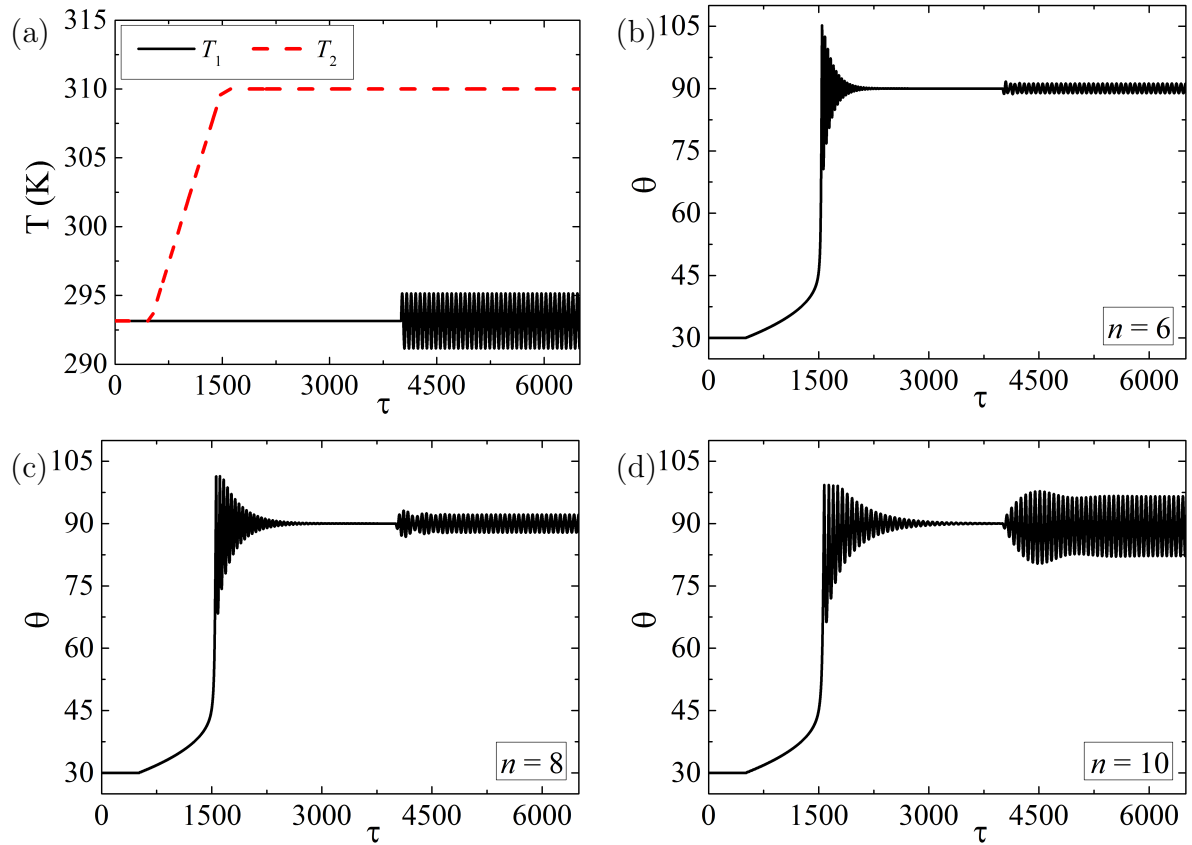


Figura 40: Comparação do efeito da temperatura para diferentes valores de n ($\alpha_0 = 45^\circ$, $\mu_T = 2,0$ K e $\Omega_T = 0,1$).

Uma comparação para células não-quadradas é realizada na Figura 41. Comparando com a Figura 40.d, observa-se que quanto menor o ângulo α_0 mais rápida é a estabilização da resposta antes da flutuação térmica. Novamente, isso está associado à quantidade de energia cinética que é menor para menores ângulos α_0 (Figura 21). Além disso, menor é o efeito dessa flutuação no sistema para células não-quadradas.

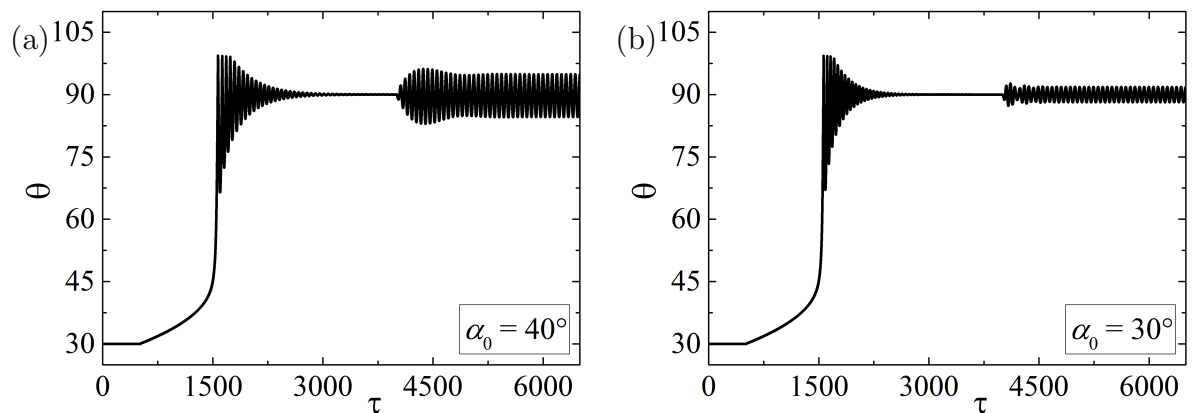


Figura 41: Comparação do efeito da temperatura para diferentes valores de α_0 ($n = 10$, $\mu_T = 2,0$ K e $\Omega_T = 0,1$).

6.1.3 Vibração forçada

Além do carregamento térmico, carregamentos mecânicos são considerados de modo a simular a estrutura sob condições operacionais. Admite-se que tal estrutura opere na configuração aberta, portanto, assume uma configuração de operação onde $T_1 = T_0$ e $T_2 = 310$ K, sendo 90° o único ponto de equilíbrio da estrutura.

Inicialmente, uma análise global é realizada considerando diagramas de bifurcação que representam uma visão estroboscópica da dinâmica do sistema sob pequenas variações de um parâmetro. A Figura 42 apresenta diagramas de bifurcação variando-se a amplitude de forçamento μ para uma frequência constante $\Omega = 0,30$, $\alpha_0 = 45^\circ$ e diferentes valores de n . Em geral, notam-se fenômenos como a mudança brusca de uma solução periódica para uma solução caótica (crises) e cascatas de bifurcação.

A Figura 42.a considera $n = 6$. Para pequenas amplitudes do forçamento (até $\mu = 0,143$), o sistema apresenta uma resposta periódica de período-1. A partir desse ponto, uma nuvem de pontos sugere uma resposta caótica. Ao aumentar o valor de μ , o diagrama mostra regiões onde o sistema apresenta uma periodicidade maior do que 1. Para $\mu = 0,156$, uma bifurcação reversa se inicia, partindo de um comportamento aparentemente caótico para uma resposta periódica de período-1. Uma duplicação de período ocorre em $\mu = 0,260$, no entanto uma resposta periódica de período-1 é predominante no sistema até $\mu = 0,628$, onde a resposta do sistema se torna caótica. Dentro desta região caótica, há uma série de janelas periódicas, em especial entre $\mu = 0,740$ e $\mu = 0,781$.

O efeito do aumento do número de células é investigado construindo-se diagramas de bifurcação para $n = 8$ e $n = 10$ (Figuras 42.b e 42.c). O aumento do número de células tende a “estender” o diagrama e a espalhar os tipos de comportamentos observados para outros valores de μ . Isto é, para diferentes valores de μ , comportamentos semelhantes ocorrem nos diagramas apresentados: a esquerda dos diagramas, tem-se uma zona periódica em torno de 90° ; em seguida, há uma nuvem de pontos; a partir dessa nuvem, ocorre uma bifurcação até uma resposta de período-1; em seguida, o sistema apresenta uma solução predominantemente periódica até um certo valor de μ suficientemente alto onde a solução se torna predominantemente caótica. Note que a resposta de período-1 para pequenas amplitudes de forçamento, que antes continuava até $\mu = 0,143$ para $n = 6$, agora continua até $\mu = 0,157$ para $n = 8$ e até $\mu = 0,308$ para $n = 10$. Depois dessa região, diferentes evoluções da bifurcações ocorrem para cada número de células. Para $n = 6$, a nuvem de pontos surge imediatamente após a resposta de período-1. Para $n = 8$, uma duplicação de período ocorre até que a resposta do sistema se torna quasi-periódica e, então, caótica. Para $n = 10$, uma duplicação de período ocorre e então surge a nuvem de

pontos. Em seguida, uma janela de respostas periódicas é notada até uma mudança repentina do sistema, indicando uma resposta caótica. A partir desse ponto, ocorre uma bifurcação do caos até uma resposta de período-1.

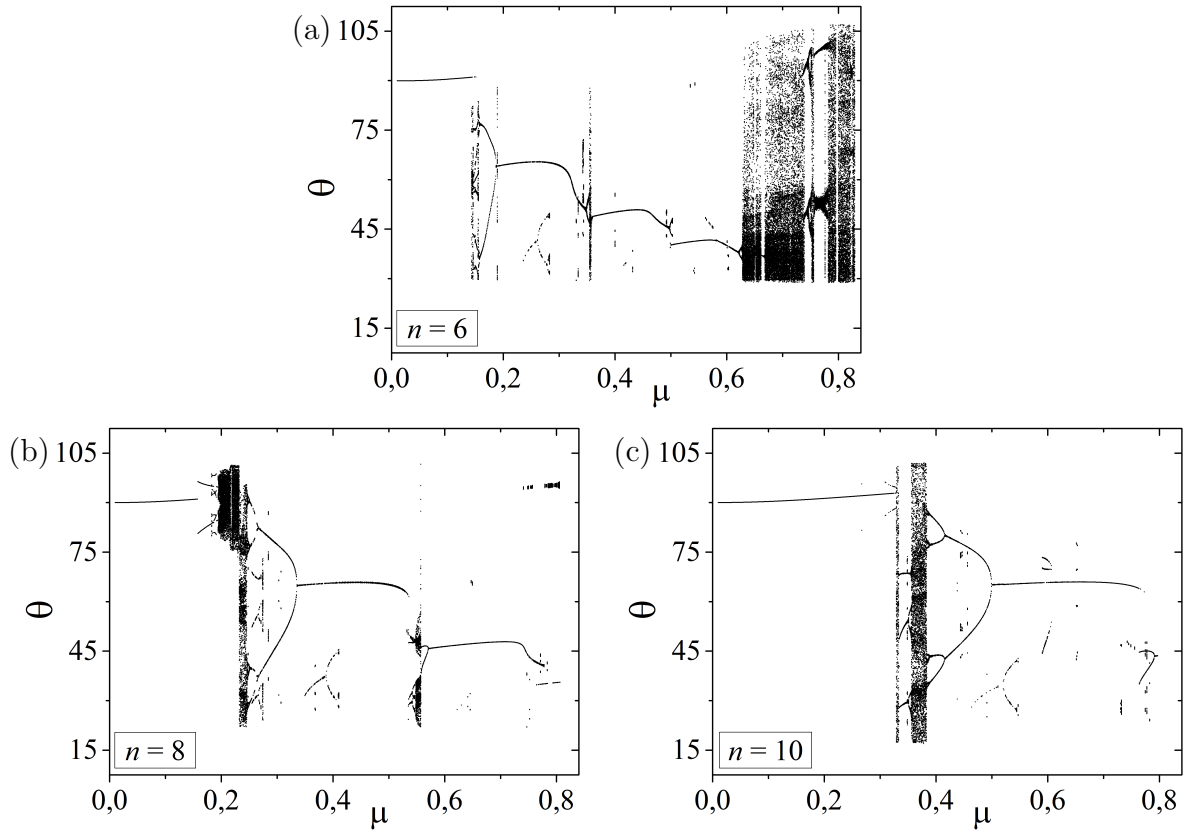


Figura 42: Diagramas de bifurcação variando-se μ ($\Omega = 0,30$, $\alpha_0 = 45^\circ$).

O espaço de fase e sua respectiva seção de Poincaré são apresentados na Figura 43 para diferentes amplitudes de forçamento tomados a partir do diagrama de bifurcação que considera $n = 6$. Em todos os casos, a força externa é suficiente para que o origami atinja os limites geométricos, o que é indicado pelas diferentes regiões do espaço de fase separados em 30° e 105° . Para $\mu = 0,145$, um ponto dentro da nuvem de pontos no diagrama de bifurcação, observa-se uma resposta caótica. Ao aumentar o valor de μ , respostas de período-1 e período-2 são encontradas para $\mu = 0,20$ e $\mu = 0,36$, respectivamente. Uma resposta caótica é novamente obtida para $\mu = 0,70$.

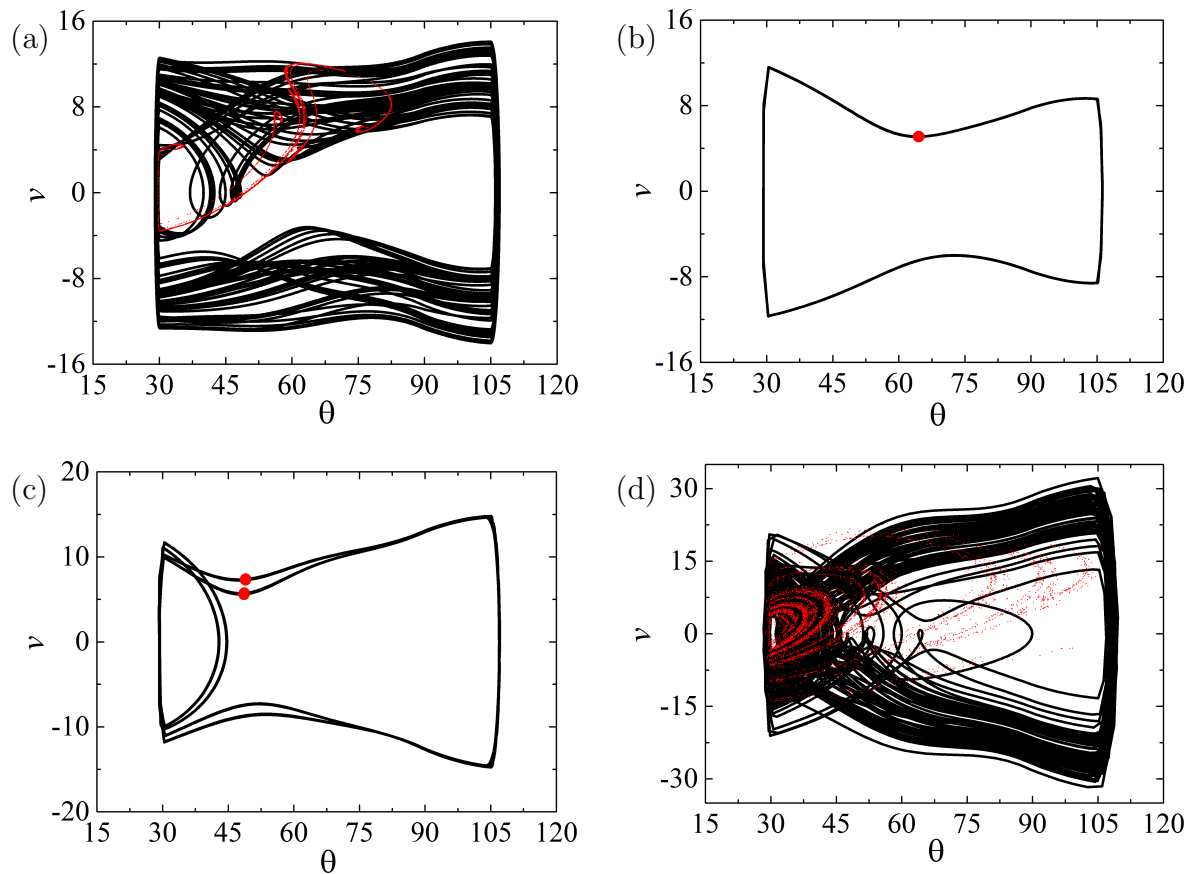


Figura 43: Espaço de fase e seção de Poincaré para $\Omega = 0,3$, $n = 6$ e $\alpha_0 = 45^\circ$. (a) $\mu = 0,145$; (b) $\mu = 0,200$; (c) $\mu = 0,360$; (d) $\mu = 0,700$.

Os mesmos resultados da Figura 43, que considera $n = 6$, são apresentados para $n = 8$ (Figura 44) e $n = 10$ (Figura 45). Para $\mu = 0,145$, em ambos os casos, o sistema oscila em torno de 90° com uma resposta periódica de período-1, sem atingir os limites geométricos da estrutura. Para $\mu = 0,20$, há uma resposta quasi-periódica para $n = 8$ e, ainda que o sistema oscile em torno de 90° , o limite geométrico superior do origami é atingido. Em contraste, para $n = 10$, esse aumento da força externa não afeta a resposta da dinâmica do sistema de forma significativa. Por outro lado, para $\mu = 0,36$, a resposta do sistema é periódica para $n = 8$, porém, caótica para $n = 10$. Para $\mu = 0,70$, ambos os casos apresentam uma resposta periódica de período-1.

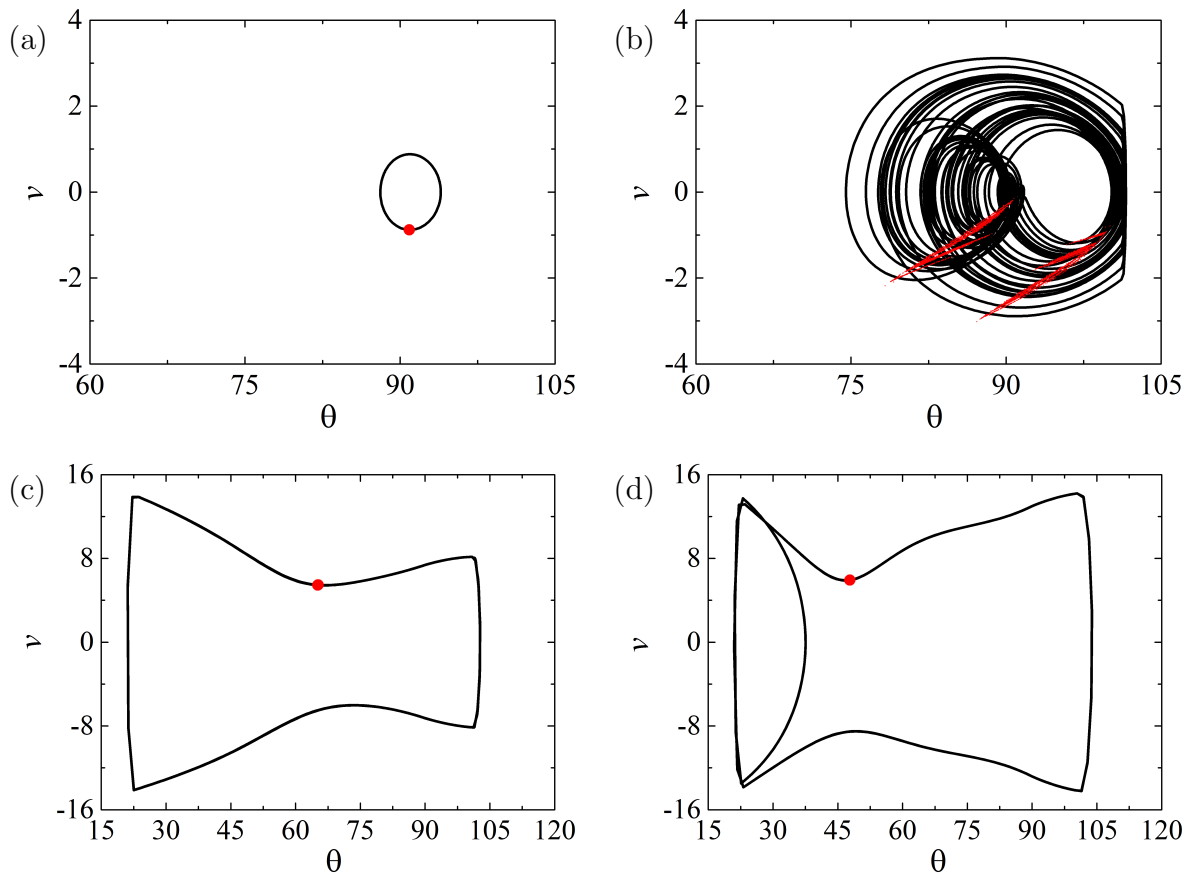


Figura 44: Espaço de fase e seção de Poincaré para $\Omega = 0,3$, $n = 8$ e $\alpha_0 = 45^\circ$. (a) $\mu = 0,145$; (b) $\mu = 0,200$; (c) $\mu = 0,360$; (d) $\mu = 0,700$.

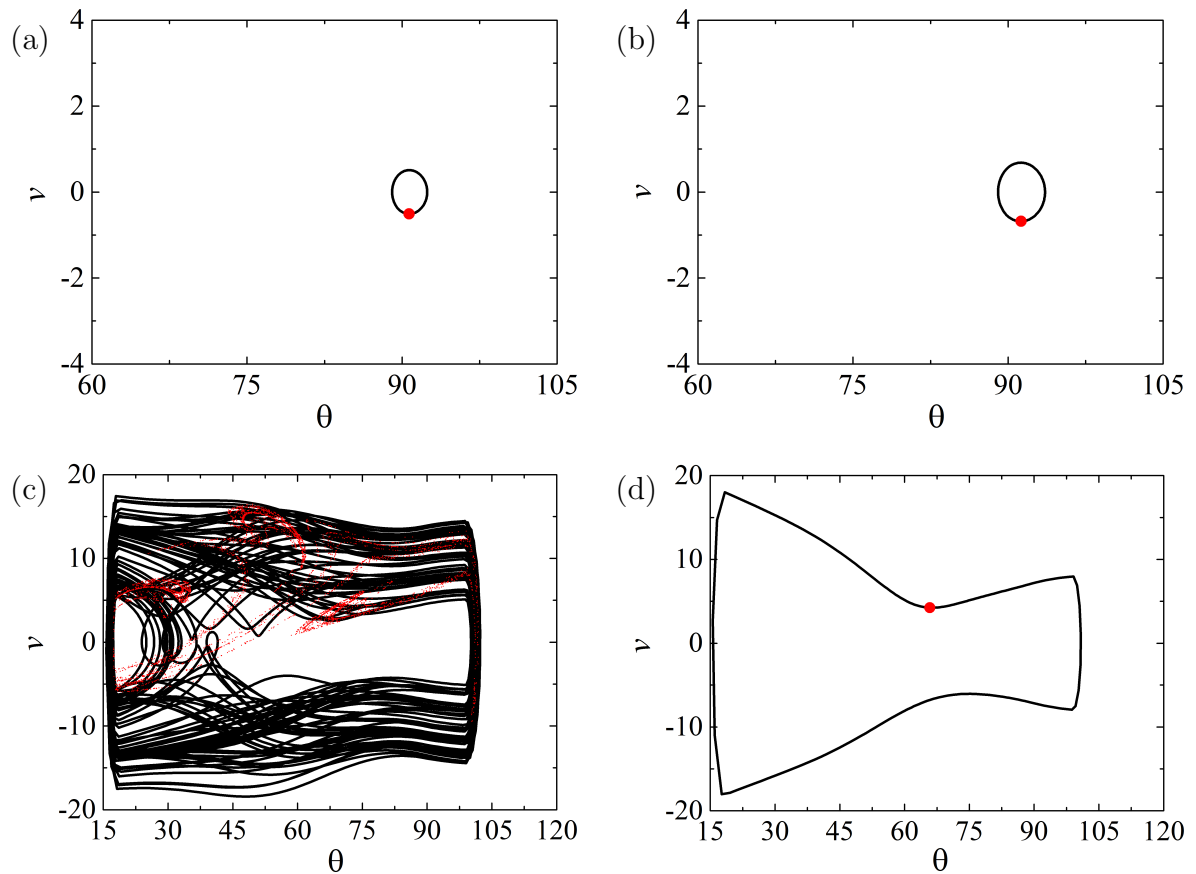


Figura 45: Espaço de fase e seção de Poincaré para $\Omega = 0,3$, $n = 10$ e $\alpha_0 = 45^\circ$. (a) $\mu = 0,145$; (b) $\mu = 0,200$; (c) $\mu = 0,360$; (d) $\mu = 0,700$.

A Figura 46 apresenta a influência de uma flutuação térmica em ambos os atuadores, junto com o carregamento mecânico, na resposta do sistema para $\mu = 0,145$ e diferentes valores de n . Comparando com Figura 43.a, que considera $n = 6$, a presença da flutuação térmica modifica o tipo da resposta caótica (e que atinge os limites geométricos do origami) para periódica de período-3 (que oscila em torno de 90° sem atingir os limites geométricos). Comparando com a Figura 44.a ($n = 8$), nota-se um aumento da periodicidade da resposta, de período-1 para período-3. Para $n = 10$, comparando com a Figura 45.a, a resposta, que antes era de período-1, torna-se quasi-periódica. A seção de Poincaré dessa resposta é apresentada na Figura 46.d.

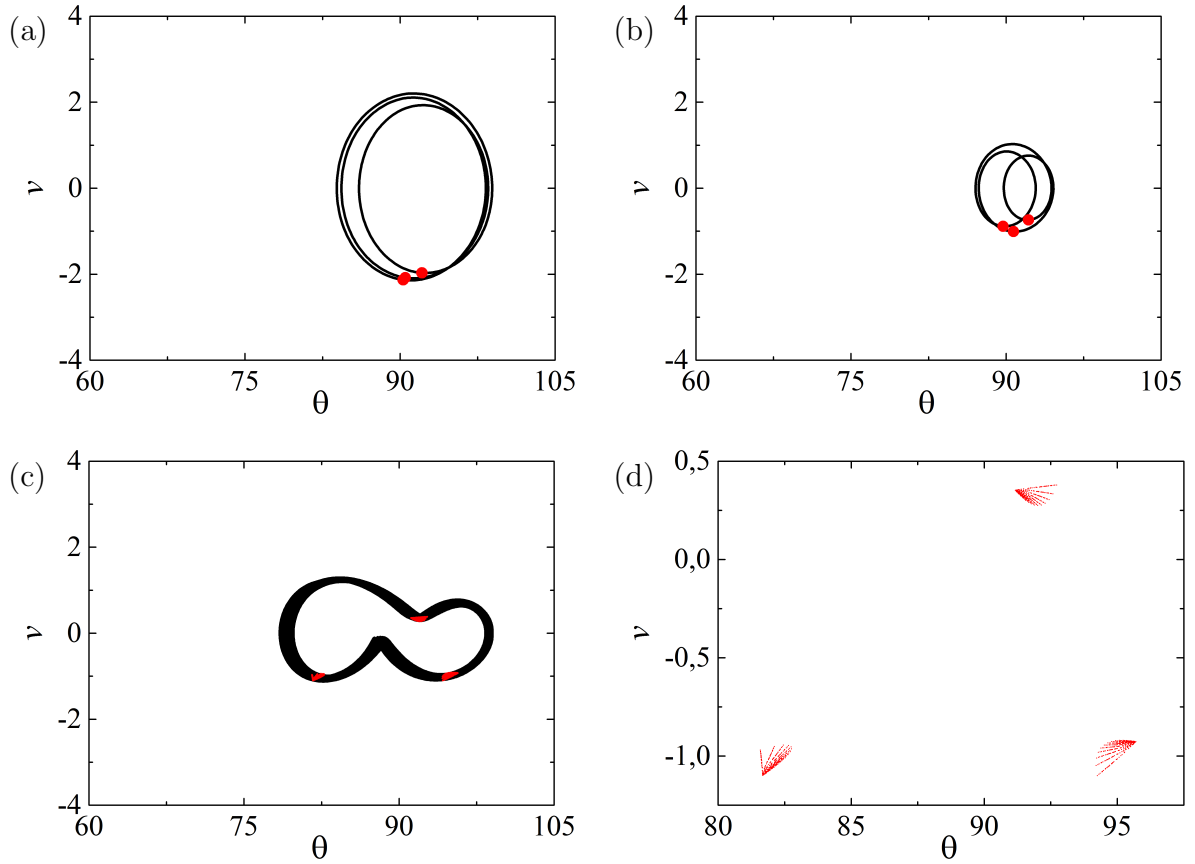


Figura 46: Resposta do sistema com forçamento mecânico e oscilação térmica para $\mu = 0,145$ ($\Omega = 0,3$, $\mu_T = 2$ K, $\Omega_T = 0,1$, $\alpha_0 = 45^\circ$). Espaço de fase para: (a) $n = 6$; (b) $n = 8$; (c) $n = 10$. (d) Seção de Poincaré para $n = 10$.

A Figura 47 apresenta os diagramas de bifurcação para diferentes valores de n , considerando uma célula retangular com $\alpha_0 = 30^\circ$. Como esperado, a resposta é periódica de período-1 para pequenos valores de μ . Considerando $n = 6$, uma resposta diferente ocorre para $\mu = 0,103$. No entanto, note que acima de $\mu = 0,081$, os pontos estão afastados de 90° , o que indica uma solução periódica, porém, que provavelmente atinge os limites geométricos do origami. Para $n = 8$, a solução deixa de ser de período-1 a partir de $\mu = 0,137$ e, para $n = 10$, isto ocorre para $\mu = 0,111$. Em comparação com os diagramas apresentados na Figura 42, os valores de μ na mudança de resposta de período-1 são menores, conforme mostrado na comparação da Tabela 3. Além disso, para células não-quadradas a nuvem de pontos que aparecia para baixas amplitudes de forçamento deixa de existir, exceto para o caso em que $n = 10$. Em contrapartida, a solução se torna predominantemente caótica para menores amplitudes do forçamento.

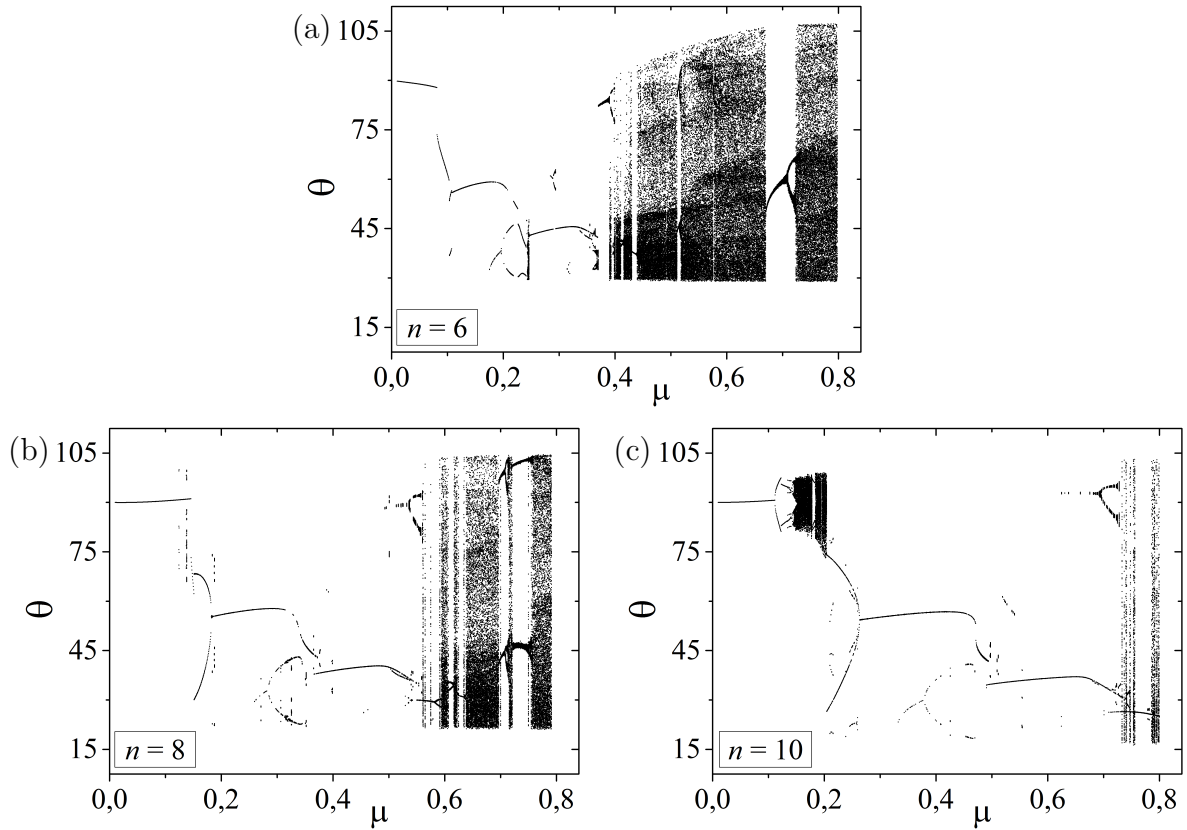


Figura 47: Diagramas de bifurcação variando-se μ ($\Omega = 0,30$, $\alpha_0 = 30^\circ$).

Tabela 3: Comparação do valor máximo de μ para respostas diferentes de período-1.

| | $\alpha_0 = 45^\circ$ | $\alpha_0 = 30^\circ$ |
|----------|-----------------------|-----------------------|
| $n = 6$ | 0,143 | 0,103 |
| $n = 8$ | 0,157 | 0,137 |
| $n = 10$ | 0,308 | 0,111 |

A Figura 48 apresenta os espaços de fase e as respectivas seções de Poincaré para $\mu = 0,145$ tirados dos diagramas de bifurcação para $\alpha_0 = 30^\circ$ para cada valor de n . Para $n = 6$, a resposta é periódica de período-1 e o origami atinge os limites geométricos. Em comparação com o caso onde a célula é quadrada (Figura 43.a), a resposta não é mais caótica. Considerando $n = 8$, a resposta também é de período-1 mas os limites geométricos não são atingidos; além disso, não há diferença significativa para o caso em que a célula é quadrada (Figura 44.a). Para $n = 10$, a resposta é quasi-periódica e o limite geométrico superior é atingido; quando a célula é quadrada, a resposta é de período-1 e os limites não são atingidos (Figura 45.a).

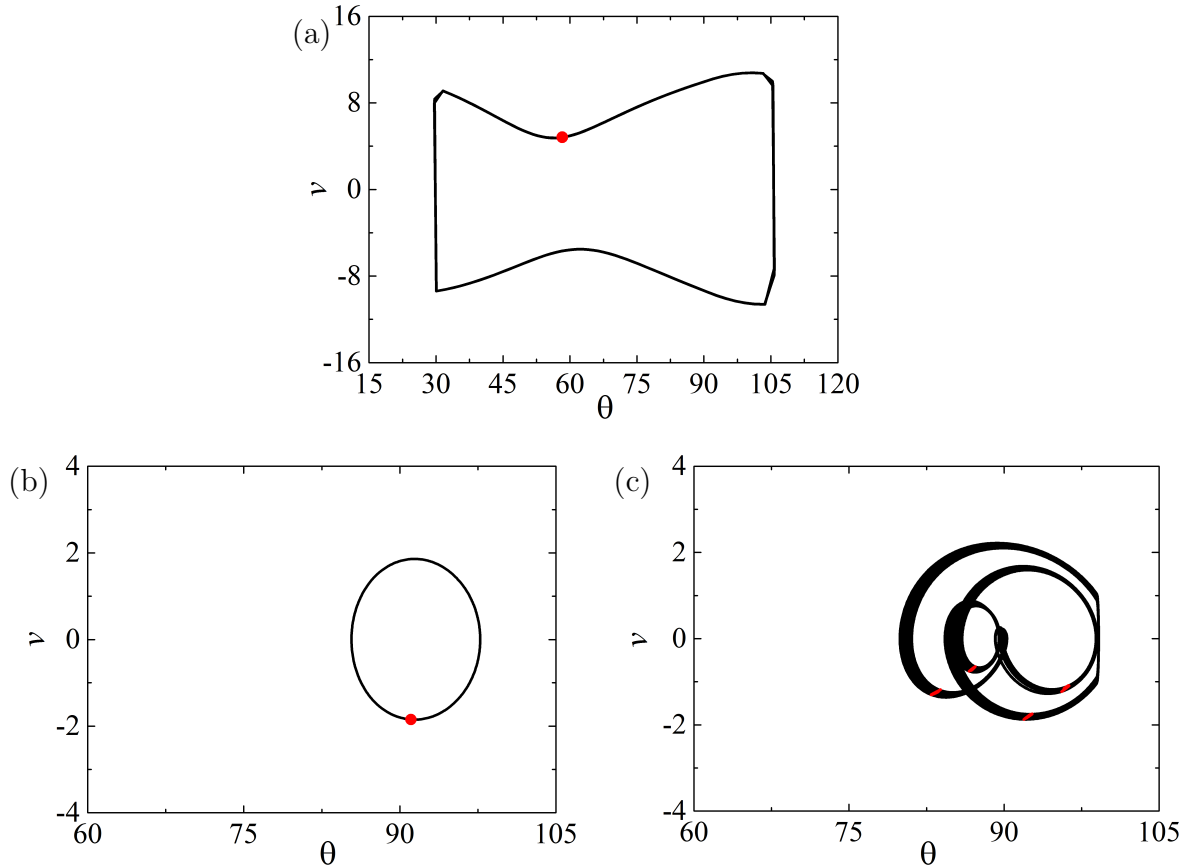


Figura 48: Espaços de fase para $\mu = 0,145$ e $\Omega = 0,3$ considerando $\alpha_0 = 30^\circ$: (a) $n = 6$; (b) $n = 8$; (c) $n = 10$.

Condições de ressonância são geralmente críticas para a resposta de sistemas. Respostas caóticas, indesejadas, são induzidas com mais efetividade em regiões próximas a essas condições. Nesse sentido, a Figura 49 apresenta a amplitude máxima de deslocamento sob a variação da frequência do forçamento Ω para $\alpha_0 = 45^\circ$. Para $n = 6$ (Figura 49.a), tem-se uma curva de ressonância típica com amplitude máxima em $\Omega = 0,159$. Um pico menor também é notado em $\Omega = 0,085$. Para $n = 8$ e $n = 10$, a região de ressonância ocorre em frequências mais baixas. A região do pico é “achatada” por efeito da não-suavidade associada aos limites geométricos. O pico menor é mais pronunciado para maiores valores de n . Além disso, a Figura 49.d apresenta um zoom da Figura 49.c onde o fenômeno de salto dinâmico é observado em diferentes frequências. Esse fenômeno significa uma mudança brusca da amplitude máxima da resposta do sistema sob uma pequena variação da frequência da força externa, além de mostrar a presença de duas soluções possíveis para os mesmos parâmetros mas diferentes condições iniciais.

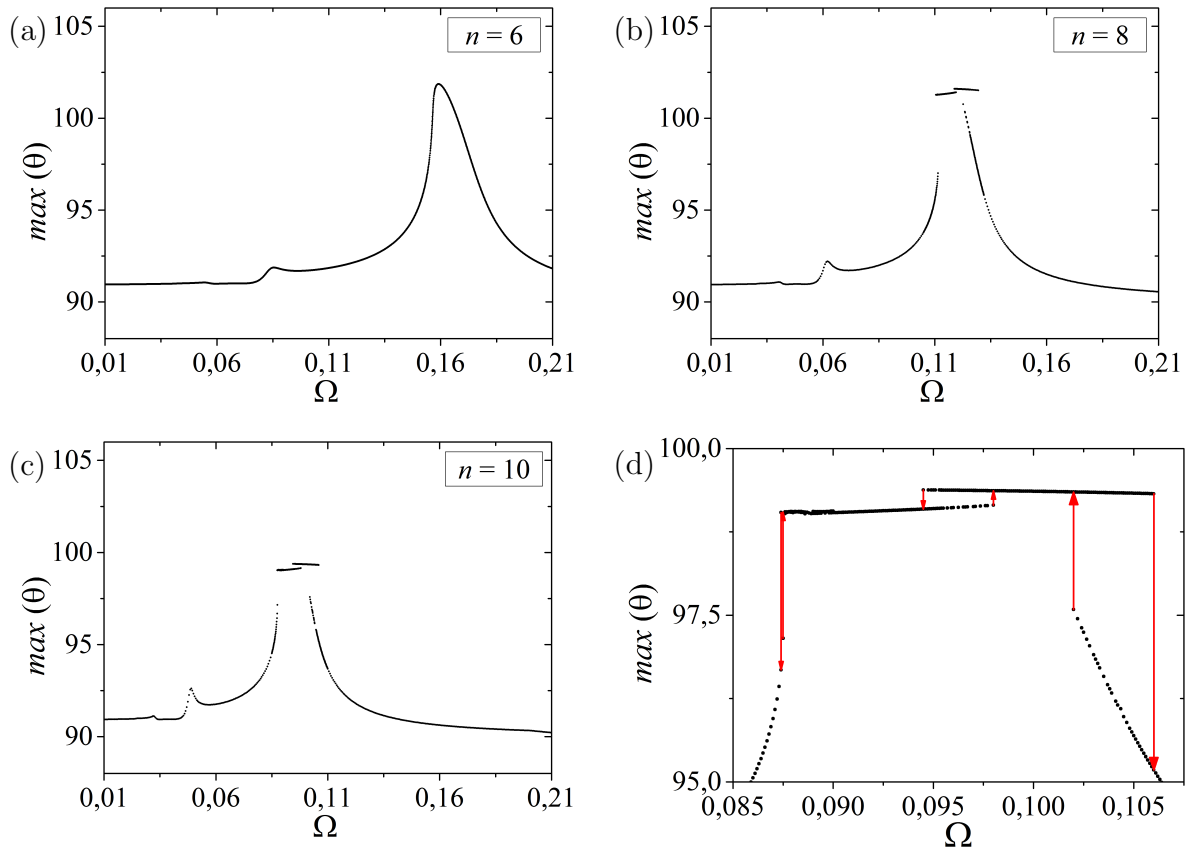


Figura 49: Diagramas de frequência ($\mu = 0,01$, $\alpha_0 = 45^\circ$).

A Figura 50 apresenta o diagrama de bifurcação para a frequência próxima da ressonância ($\Omega = 0,16$) no caso em que $n = 6$ e $\alpha_0 = 45^\circ$. Note que o sistema é predominantemente caótico, indicando a influência da ressonância na dinâmica do sistema. O espaço de fase e a seção de Poincaré são apresentados para $\Omega = 0,16$ e $\mu = 0,20$ na Figura 51. A resposta é caótica e a seção de Poincaré apresenta um atrator estranho com sua estrutura lamelar.

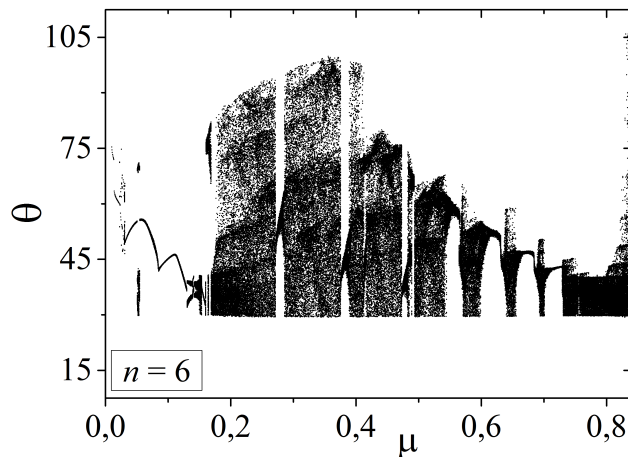


Figura 50: Diagrama de bifurcação variando-se μ ($\Omega = 0,16$, $\alpha_0 = 45^\circ$).

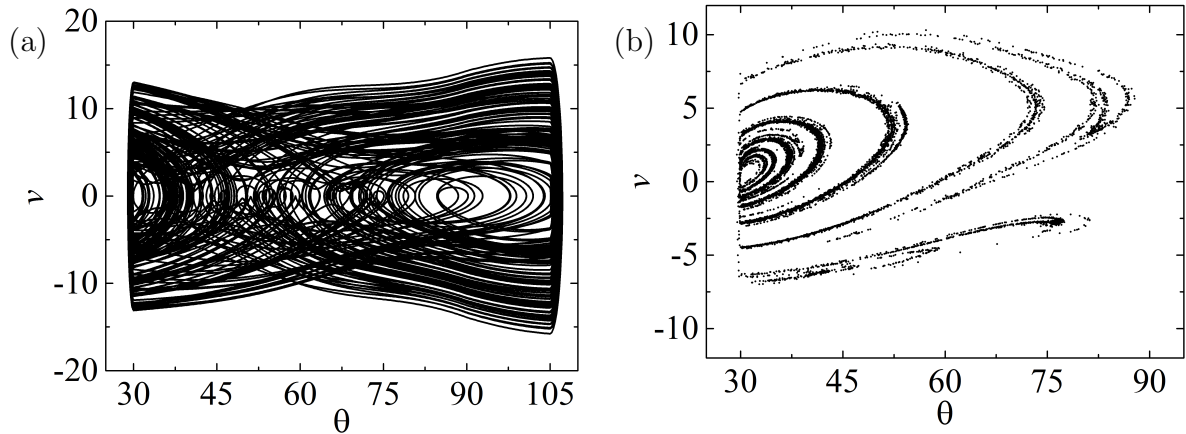


Figura 51: Espaço de fase e seção de Poincaré para $\mu = 0,20$, $\Omega = 0,16$, $n = 6$ e $\alpha_0 = 45^\circ$.

Visando avaliar para quais amplitudes e frequências de forçamento a estrutura não atinge os limites geométricos, a Figura 52 apresenta um mapeamento indicativo. A cor azul indica situações em que os limites não são atingidos; a cor vermelha indica situações em que os limites são atingidos; a cor verde indica situações em que somente o limite superior é atingido. Note que menores amplitudes do forçamento fazem com que o origami atinja estes limites quando a frequência é mais próxima da frequência de ressonância ($\Omega = 0,16$).

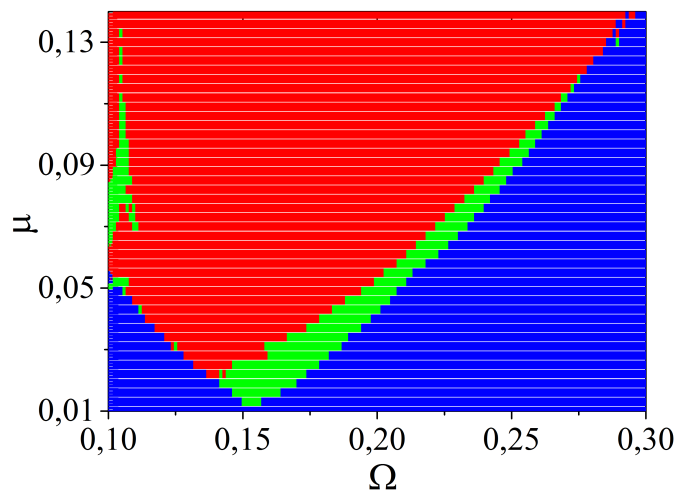


Figura 52: Mapa representativo da amplitude da resposta para diferentes condições de forçamento ($n = 6$, $\alpha_0 = 45^\circ$): vermelho: a solução atinge os limites geométricos; azul: a solução não atinge os limites geométricos; verde: indica que apenas o limite geométrico superior é atingido.

6.2 Sistema com um único atuador

Esta seção apresenta os resultados do sistema com um único atuador apresentando o efeito de memória de forma reversível (TWSME). Desta forma, um único atuador é responsável pelo processo de “abertura” e de “fechamento” da estrutura. Resultados similares ao caso de dois atuadores são apresentados, na intenção de fazer uma comparação entre os dois sistemas de atuação.

A Tabela 4 apresenta os parâmetros do atuador. Note que o efeito TWSME se caracteriza pelo fato de que $\sigma_P \neq 0$. Considera-se $\theta_I = 90^\circ$. A Figura 53 apresenta o torque do atuador em função do ângulo na temperatura de referência T_0 e a 310 K (isto é, $T > T_A$).

Tabela 4: Parâmetros do atuador.

| a_1 (MPa/K) | a_2 (MPa) | a_3 (MPa) |
|-------------------|----------------------|-----------------------|
| $1,0 \times 10^6$ | $1,4 \times 10^{10}$ | $2,26 \times 10^{12}$ |
| σ_P (MPa) | T_M (K) | T_A (K) |
| 0,06 | 287,15 | 308,9 |

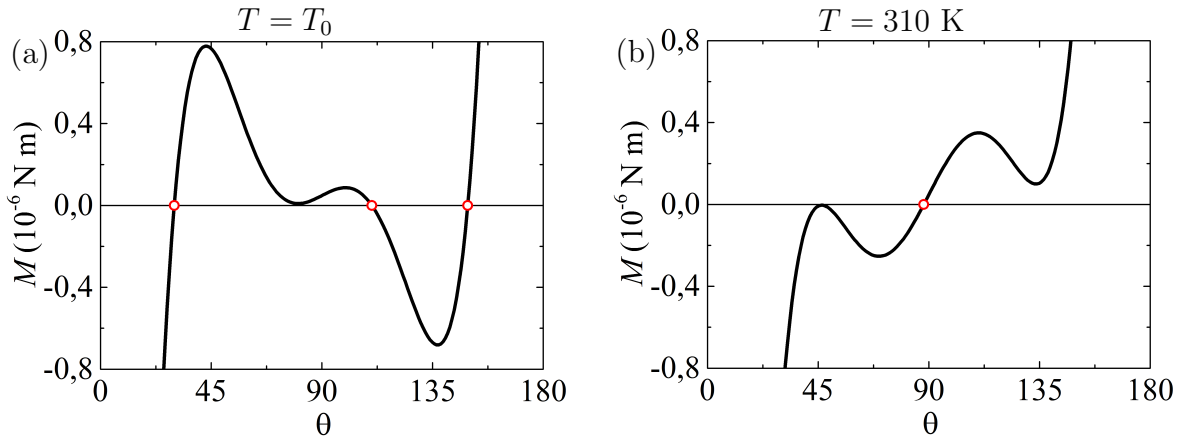


Figura 53: Torque do atuador: (a) na temperatura de referência; (b) a alta temperatura.

6.2.1 Vibração livre

Nesta subseção, estuda-se a vibração livre. A influência da temperatura nos pontos de equilíbrio é analisada. Os resultados consideram uma célula quadrada e $n = 6$. A Figura 54 apresenta a soma dos momentos e o espaço de fase em diferentes temperaturas. Na configuração de referência, apenas 30° é um ponto de equilíbrio e a estrutura está na configuração fechada. Para $T = 306$ K, a soma dos momentos é

nula em três pontos e o espaço de fase mostra que dois deles são estáveis. A $T = 310$ K, há apenas um único ponto de equilíbrio próximo a 88° . Diferentemente do caso com dois atuadores, embora $\theta_I = 90^\circ$, o ponto de equilíbrio é menor que 90° devido à presença da tensão constante σ_P .

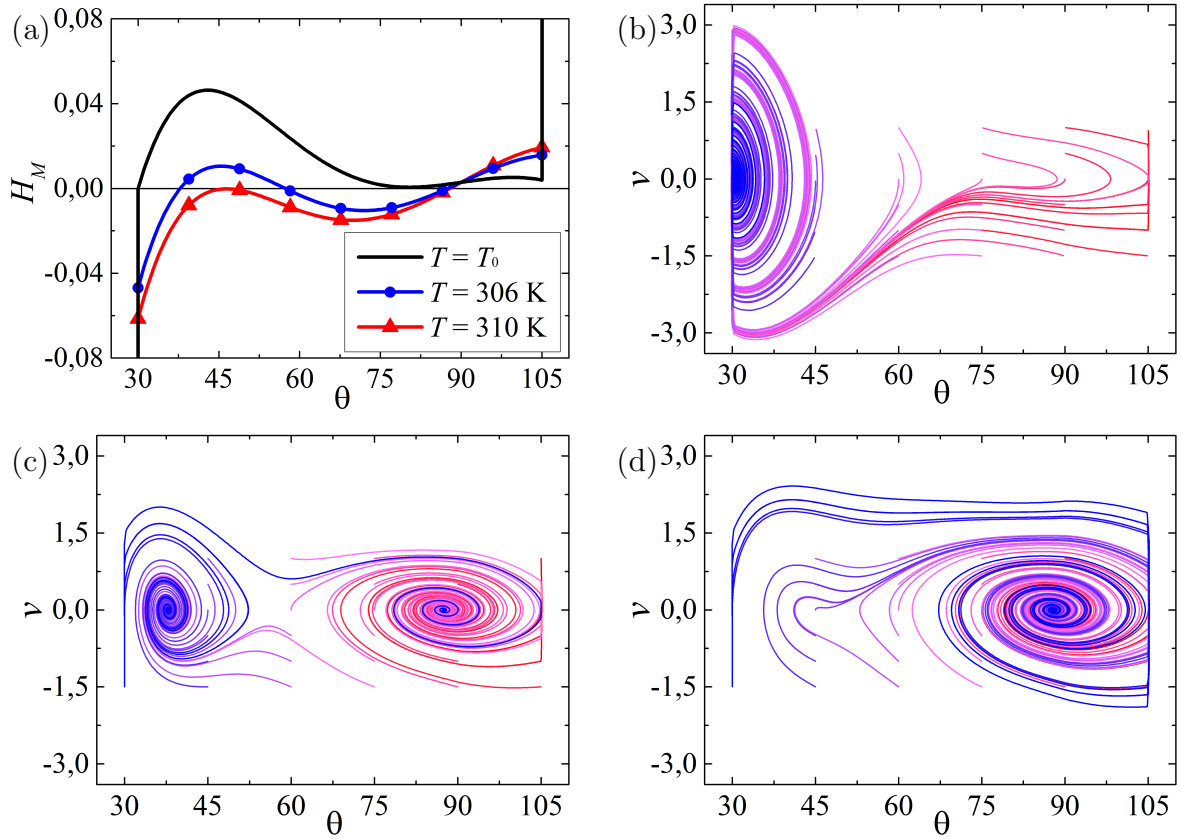


Figura 54: Vibração livre. (a) Soma dos momentos. Retrato de fase: (b) $T = T_0$; (c) $T = 306$ K; (d) $T = 310$ K.

6.2.2 Carregamento térmico

A atuação através da temperatura é verificada nesta subseção. A Figure 55 apresenta, para diferentes valores de n , um carregamento térmico que caracteriza o aquecimento do atuador até $T > T_A$ e, posteriormente, o seu resfriamento até T_0 . A estrutura, inicialmente a 30° , atinge a configuração aberta ($\theta = 88^\circ$) com o aumento da temperatura. Em seguida, se a temperatura diminui, a estrutura retorna automaticamente à configuração fechada. Esse comportamento caracteriza o fenômeno de TWSME. Novamente, a resposta toma um tempo maior para a estabilização para maiores valores de n .

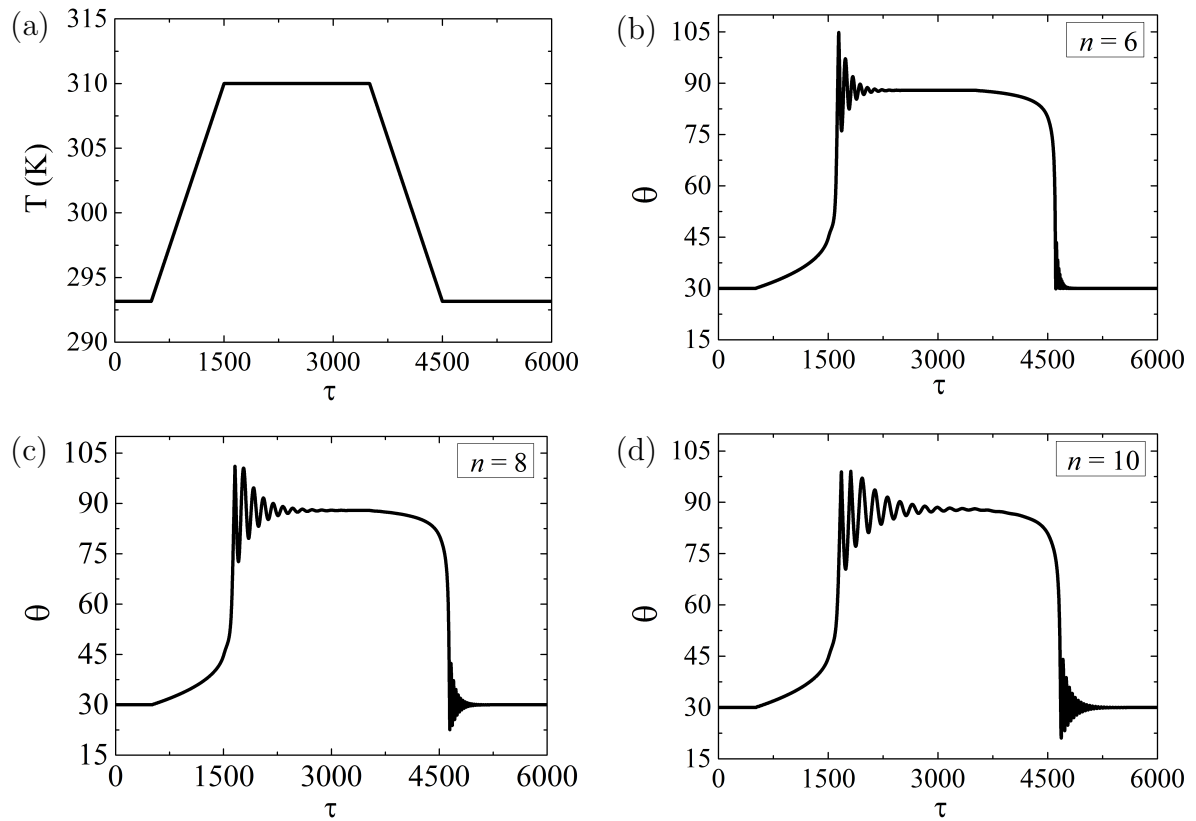


Figura 55: Comparação da abertura do origami-stent para diferentes valores de n ($\alpha_0 = 45^\circ$).

A resposta dinâmica devido a uma oscilação térmica aplicada quando o origami-stent está na configuração aberta, a alta temperatura, é apresentada na Figura 56. Comparando com o caso com dois atuadores (Figura 40), a oscilação resultante é bem menor. Portanto o sistema com esse tipo de atuação é menos sensível a oscilações térmicas. Além disso, contrariamente ao caso com dois atuadores, a oscilação do sistema é menor para origamis com maior número de células. Porém, vale ressaltar que, no caso com dois atuadores, somente uma flutuação térmica no atuador a baixa temperatura influencia na resposta do sistema; uma flutuação térmica no atuador a alta temperatura não tem influência na resposta. No caso da Figura 56, o atuador está a alta temperatura e, ainda assim, uma flutuação térmica influencia, embora em menor escala, na resposta do sistema.

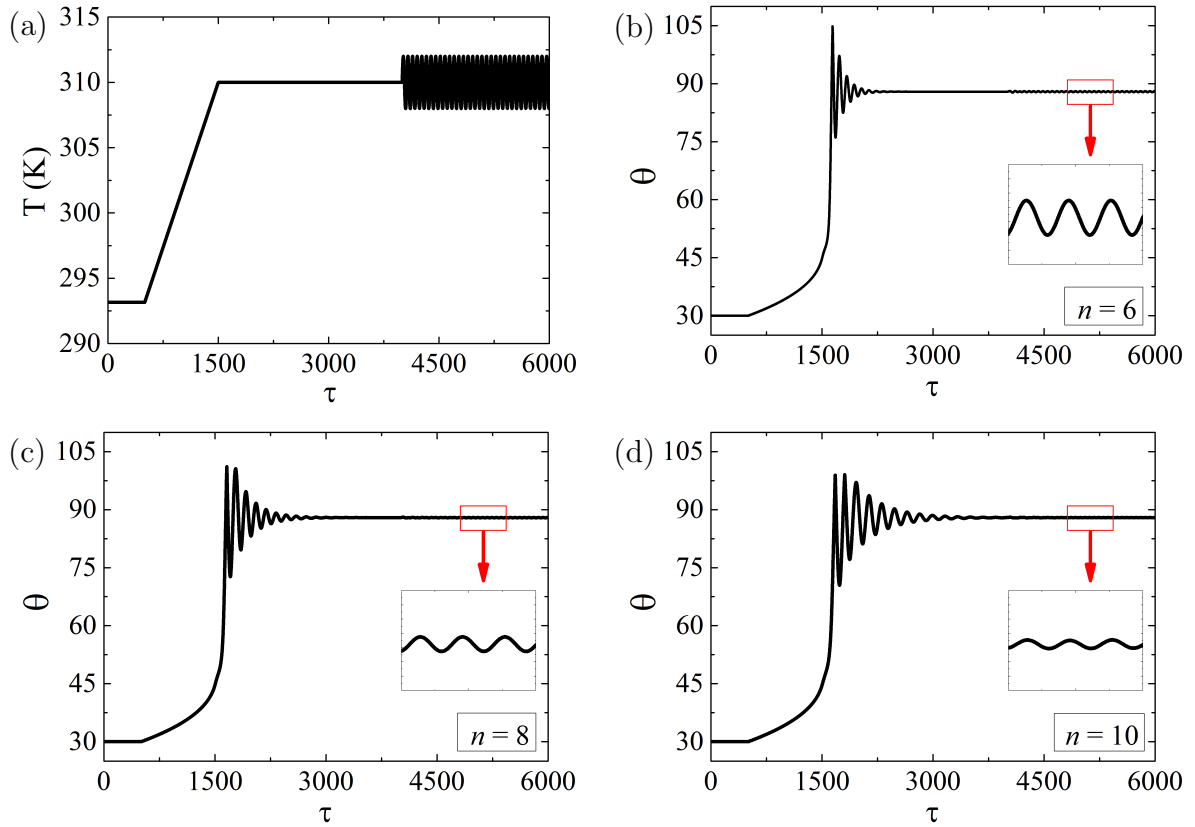


Figura 56: Comparação do efeito da oscilação térmica na estrutura aberta para diferentes valores de n ($\alpha_0 = 45^\circ$, $\mu_T = 2,0$ K e $\Omega_T = 0,1$).

A Figura 57 apresenta a influência da oscilação térmica na resposta do sistema para células não-quadradas. Quanto menor o ângulo α_0 , maior é a influência. Notavelmente, essa é a situação inversa do caso com dois atuadores.

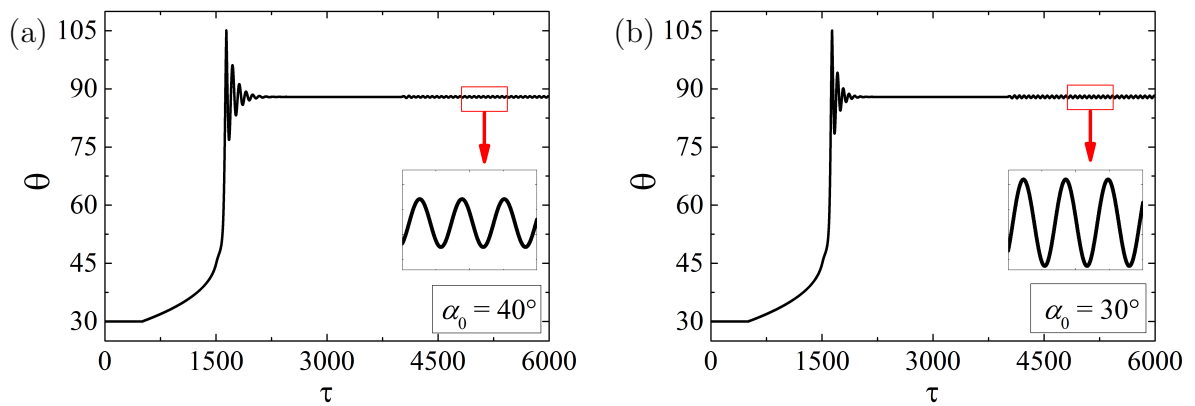


Figura 57: Comparação do efeito da temperatura para diferentes valores de α_0 ($n = 6$, $\mu_T = 2,0$ K e $\Omega_T = 0,1$).

6.2.3 Vibração forçada

A resposta do origami-stent atuado com um atuador submetido a carregamentos mecânicos é tratada na sequência. Assume-se que um forçamento externo é aplicado na estrutura na configuração aberta, ou seja, $T = 310\text{K}$.

A Figura 58 apresenta diagramas de bifurcação variando-se a amplitude de forçamento μ para uma frequência constante $\Omega = 0,30$, $\alpha_0 = 45^\circ$ e diferentes valores de n . Uma comparação com o caso com dois atuadores mostra que, de maneira geral, o comportamento é similar ao apresentado na Figura 42.

Analisando os diagramas para pequenas amplitudes do forçamento externo, a resposta é periódica de período-1 até o valor de $\mu = 0,128$ para $n = 6$ (Figura 58.a). Para maiores amplitudes de forçamento, a resposta é predominantemente periódica de período maior que 1 até $\mu = 0,643$, onde a resposta se torna predominantemente caótica mas, ainda, com janelas de soluções periódicas, em especial entre $\mu = 0,748$ e $\mu = 0,790$.

Para $n = 8$ (Figura 58.b), a resposta é periódica de período-1 até $\mu = 0,144$; entre este valor e $\mu = 0,152$ a resposta é periódica mas de período maior que 1. A partir desse ponto e até $\mu = 0,214$, a resposta é novamente periódica de período-1. Em seguida, uma nuvem de pontos sugere uma resposta quasi-periódica ou caótica. Após essa nuvem de pontos, uma bifurcação ocorre até que a solução é novamente periódica de período-1. Para maiores valores de μ , a resposta é predominantemente periódica.

A Figura 58.c considera $n = 10$. Até $\mu = 0,177$, a resposta é periódica de período-1. A partir desse valor e até $\mu = 0,219$ a resposta é periódica e de período maior que 1. Em seguida, uma nuvem de pontos sugere uma solução quasi-periódica ou caótica. Note que, em comparação ao caso com dois atuadores (Figura 42.c), essa região consome um espaço bem maior do diagrama de bifurcação. Após essa região, ocorre uma bifurcação a partir do caos a uma resposta de período-1 e a partir daí a resposta é predominantemente periódica.

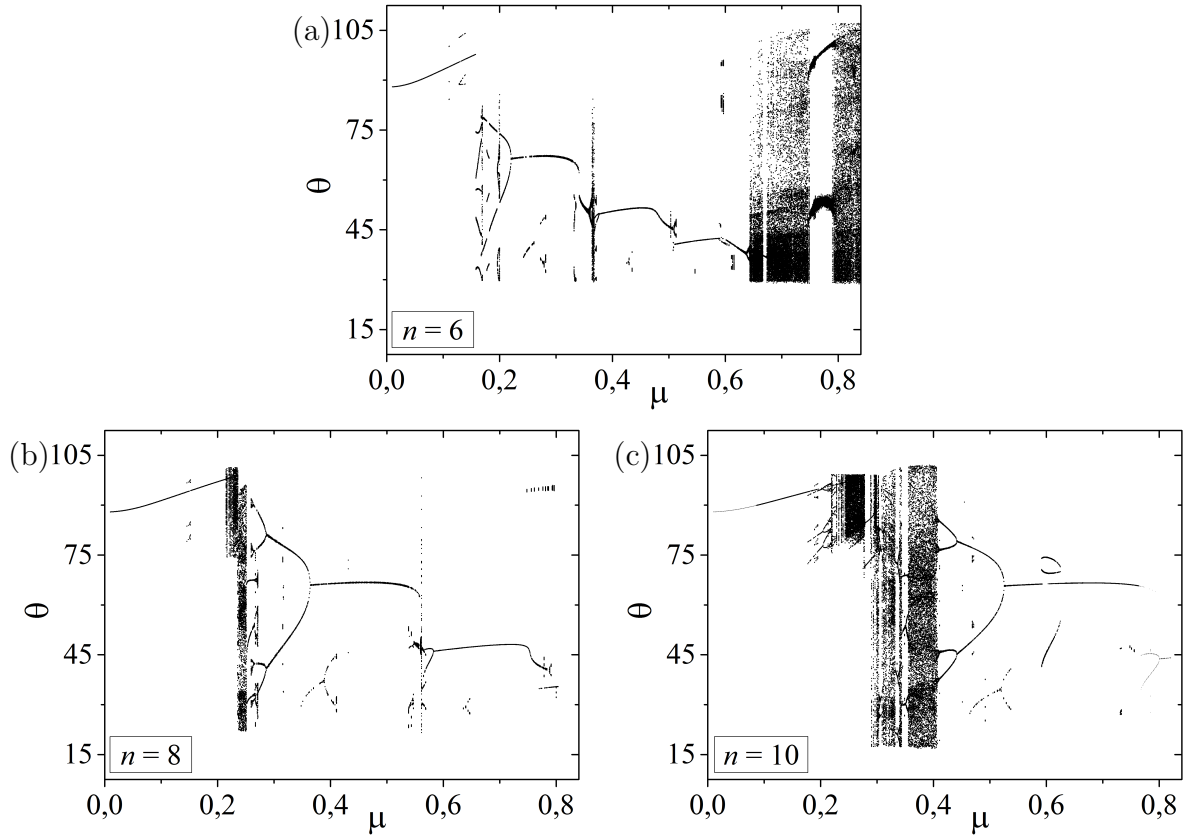


Figura 58: Diagramas de bifurcação variando-se μ ($\Omega = 0,30$, $\alpha_0 = 45^\circ$).

A Tabela 5 apresenta uma comparação do maior valor de μ antes da mudança da periodicidade da resposta, ou seja, até onde a solução é periódica de período-1. Como comentado anteriormente, para maiores valores de n a amplitude do forçamento externo deve ser maior para que a resposta do sistema não seja mais de período-1. Além disso, essa comparação mostra que para o caso com apenas um atuador, essa amplitude é menor em comparação ao caso com dois atuadores.

Tabela 5: Comparação do valor máximo de μ para respostas diferentes de período-1.

| | 2 atuadores | 1 atuador |
|----------|-------------|-----------|
| $n = 6$ | 0,143 | 0,128 |
| $n = 8$ | 0,157 | 0,144 |
| $n = 10$ | 0,308 | 0,177 |

As Figuras 59 a 61 apresentam os espaços de fase e as respectivas seções de Poincaré para diferentes pontos retirados dos diagramas de bifurcação para diferentes valores de n . Para $\mu = 0,145$, a resposta é periódica de período-1 para os três valores de n considerados. Diferente do caso com dois atuadores (Figura 43), a resposta não é caótica para $n = 6$. Por outro lado, para o mesmo valor de n e

$\mu = 0,20$ a resposta é caótica, enquanto para o caso com dois atuadores a resposta é de período-1. Para esse valor de μ e $n = 8$, a solução é de período-1, o que é diferente do caso com dois atuadores onde a resposta é quasi-periódica e o origami atinge seu limite geométrico (Figura 44). Ainda para esse valor de μ e $n = 10$, o origami também atinge o limite geométrico e apresenta uma solução de período-3; com dois atuadores, a solução é de período-1 (Figura 45). Para $\mu = 0,360$, uma solução de período-2 é encontrada para $n = 6$; de período-1 para $n = 8$; e caótica para $n = 10$. O mesmo ocorre quando a atuação é feita por dois atuadores. Para $\mu = 0,700$, respostas periódicas são encontradas para os três valores de n ; quando há dois atuadores, encontra-se uma resposta caótica nessa amplitude de forçamento quando $n = 6$.

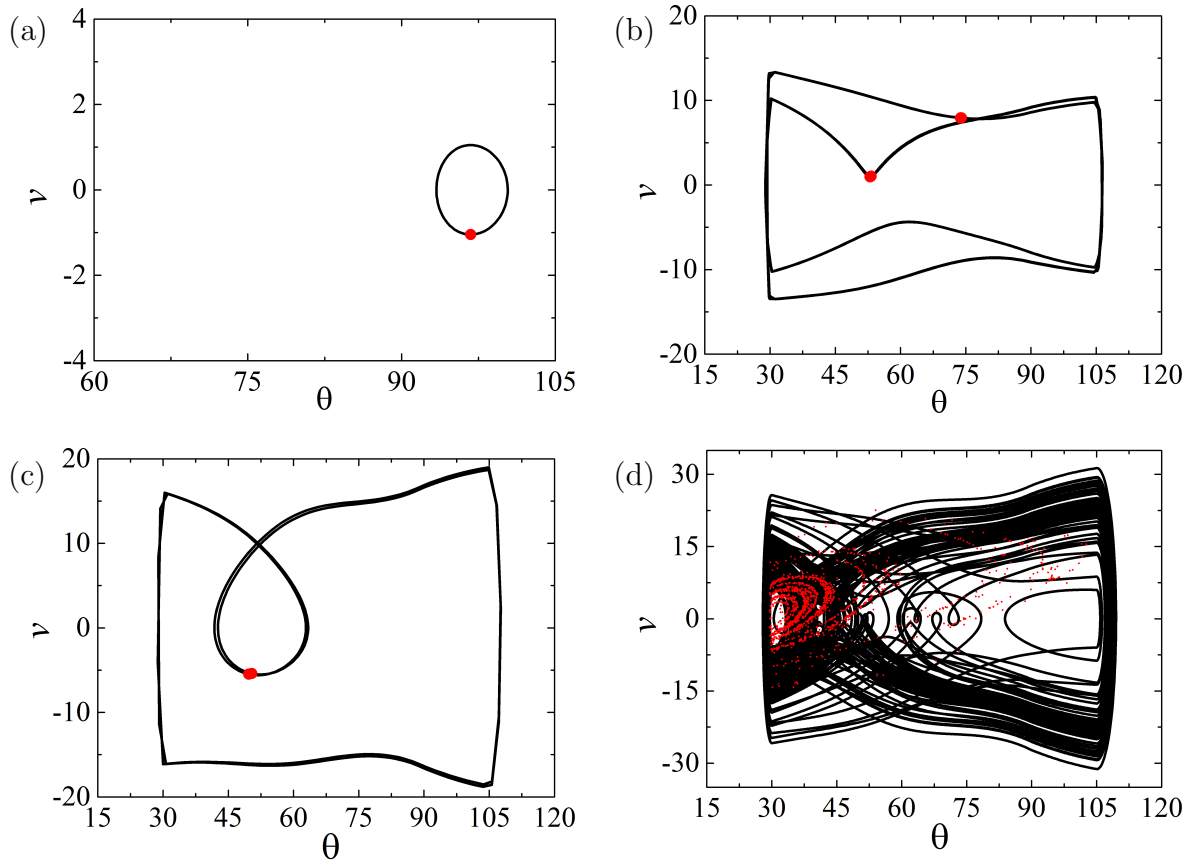


Figura 59: Espaço de fase e seção de Poincaré para $\Omega = 0,3$, $n = 6$ e $\alpha_0 = 45^\circ$. (a) $\mu = 0,145$; (b) $\mu = 0,200$; (c) $\mu = 0,360$; (d) $\mu = 0,700$.

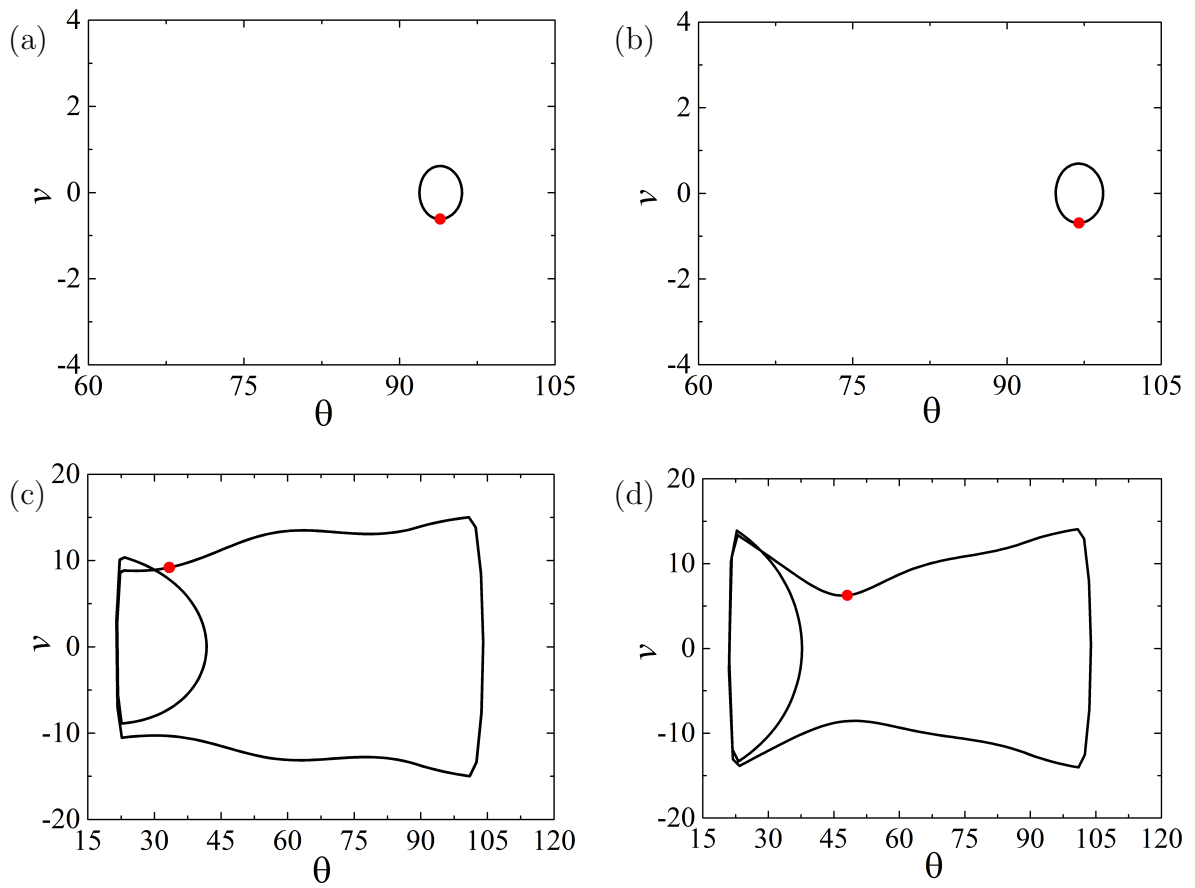


Figura 60: Espaço de fase e seção de Poincaré para $\Omega = 0,3$, $n = 8$ e $\alpha_0 = 45^\circ$. (a) $\mu = 0,145$; (b) $\mu = 0,200$; (c) $\mu = 0,360$; (d) $\mu = 0,700$.

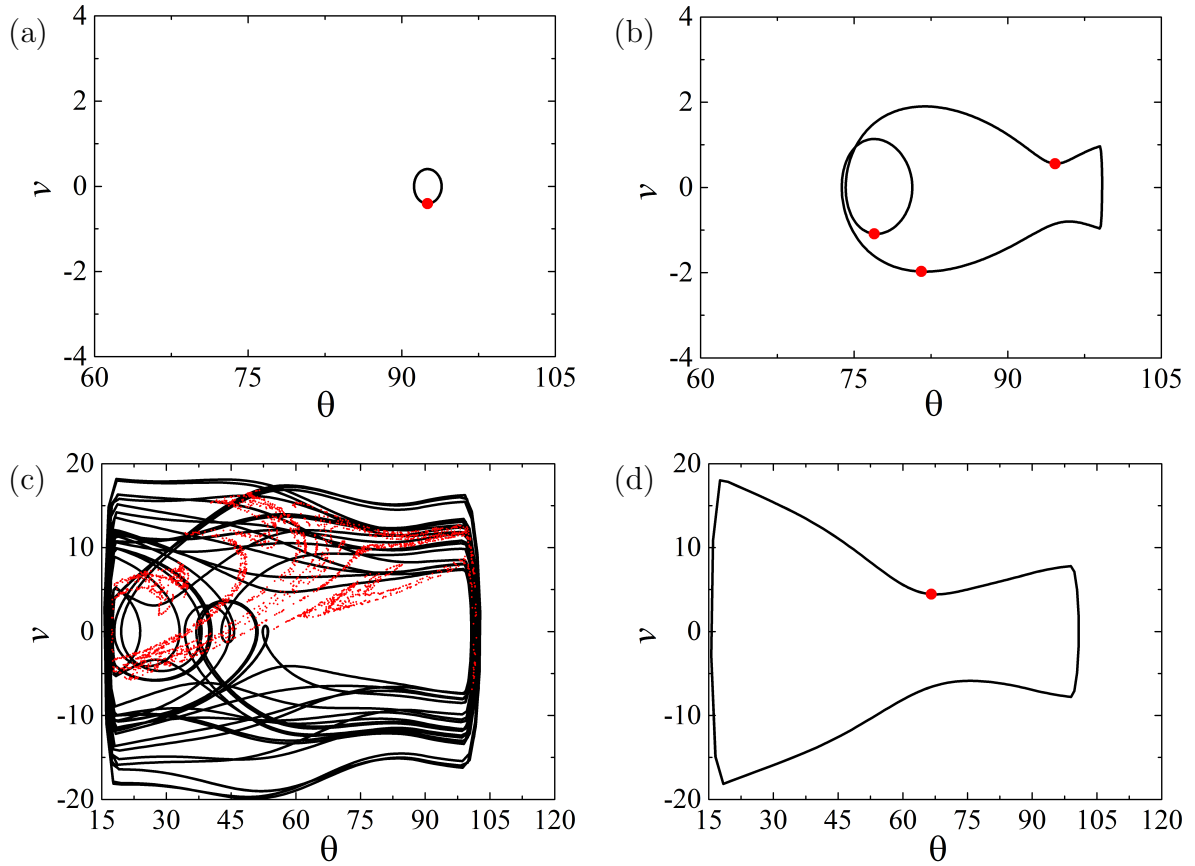


Figura 61: Espaço de fase e seção de Poincaré para $\Omega = 0,3$, $n = 10$ e $\alpha_0 = 45^\circ$. (a) $\mu = 0,145$; (b) $\mu = 0,200$; (c) $\mu = 0,360$; (d) $\mu = 0,700$.

A presença de uma oscilação térmica junto com o carregamento mecânico é analisada assumindo $\mu = 0,145$. Quando não há flutuação térmica no sistema para este valor de μ , a resposta é de período-1 para qualquer n (Figuras 59 a 61) e os limites do origami não são atingidos. Com a presença da oscilação térmica, a Figura 62 mostra que para $n = 6$ a resposta é de período-3. Para os demais valores de n , a periodicidade continua sendo 1. No entanto, para $n = 8$, o limite geométrico superior é atingido.

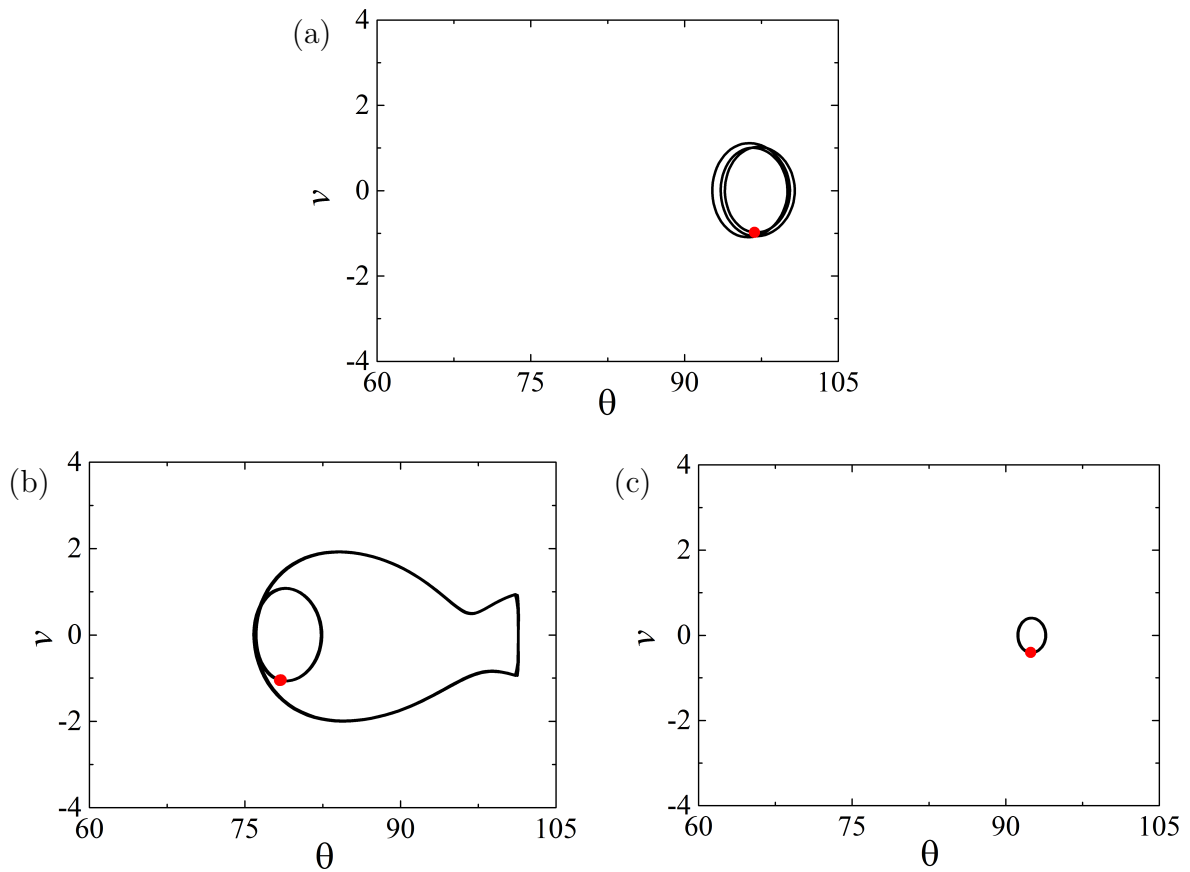


Figura 62: Espaço de fase para um sistema com forçamento mecânico e oscilação térmica ($\mu = 0,145$, $\Omega = 0,3$, $\mu_T = 2$ K, $\Omega_T = 0,1$, $\alpha_0 = 45^\circ$): (a) $n = 6$; (b) $n = 8$; (c) $n = 10$.

O diagrama de bifurcação para $\alpha_0 = 30^\circ$ e $n = 6$ é apresentado a seguir (Figura 63). Note que, em comparação à Figura 58.a, a solução se torna predominantemente caótica para menores amplitudes do forçamento. Situação similar ocorre no sistema com dois atuadores.

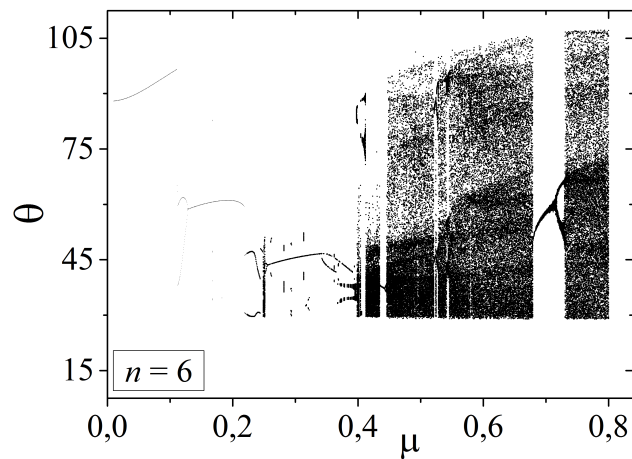


Figura 63: Diagrama de bifurcação variando-se μ ($\Omega = 0,30$, $\alpha_0 = 30^\circ$).

A resposta do sistema sem oscilação térmica para uma célula não-quadrada ($\alpha_0 = 30^\circ$) considerando $\mu = 0,145$ é apresentada na Figura 64. Observa-se somente uma mudança significativa na resposta para $n = 6$, havendo uma amplificação considerável na amplitude resposta.

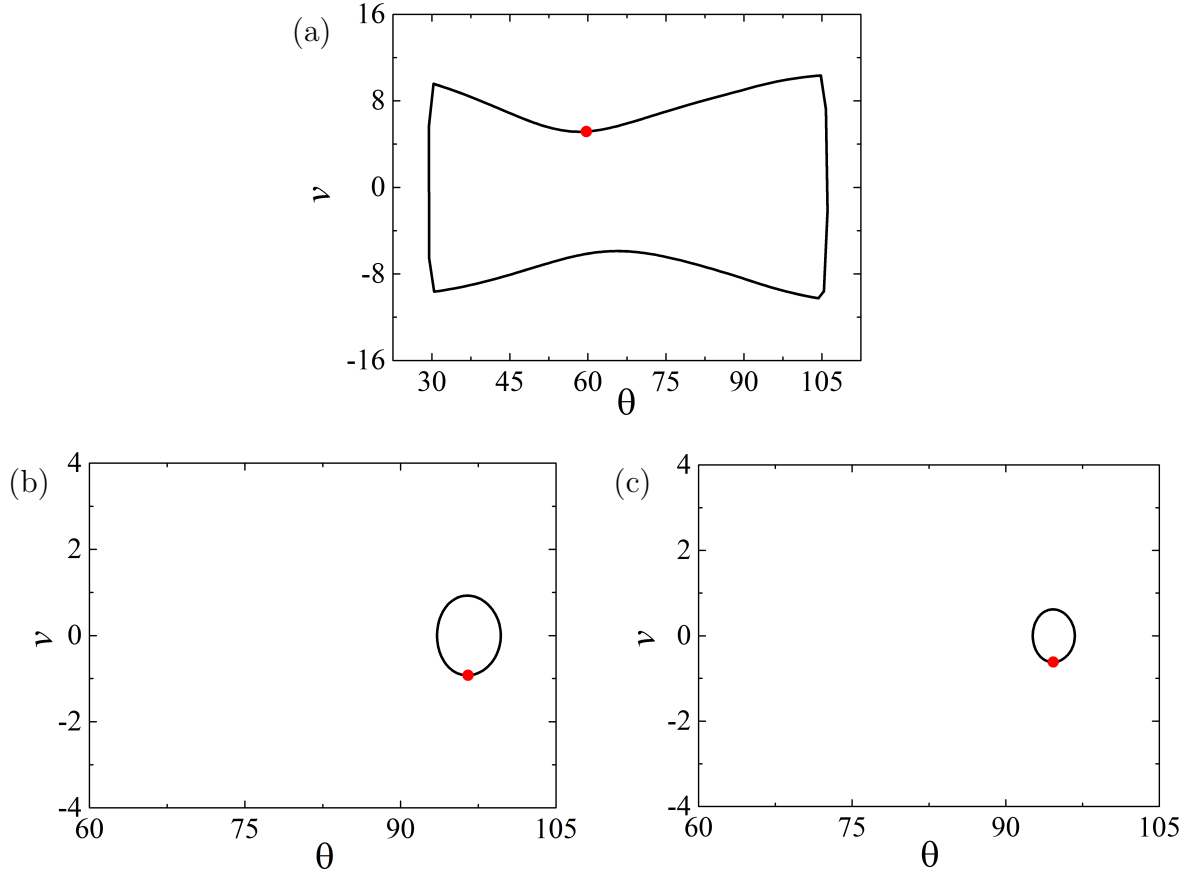


Figura 64: Espaços de fase para $\mu = 0,145$ e $\Omega = 0,3$ considerando $\alpha_0 = 30^\circ$: (a) $n = 6$; (b) $n = 8$; (c) $n = 10$.

A Figura 65 apresenta os diagramas de ressonância para cada valor de n . Em todos os casos, a amplificação da resposta na região de ressonância é suficiente para fazer a estrutura atingir o limite geométrico. Comparando com o caso com dois atuadores (Figura 49), a região de ressonância ocorre para menores frequências: por exemplo, para $n = 6$, a frequência de ressonância é em torno de $\Omega = 0,16$ para o sistema com dois atuadores; para o sistema com um único atuador, essa frequência é em torno de $\Omega = 0,06$. Nota-se, também, que esse região se encontra em frequências menores para origamis de maior raio.

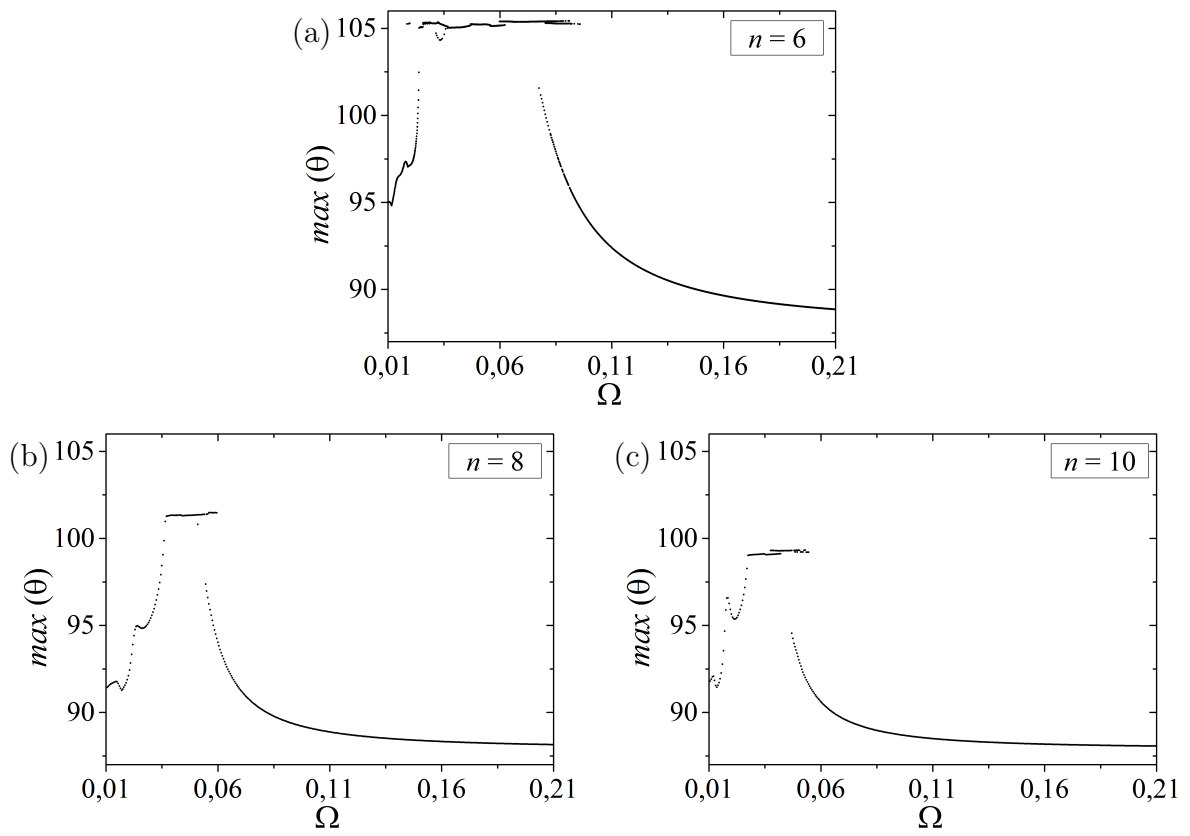


Figura 65: Diagramas de frequência ($\mu = 0,01$, $\alpha_0 = 45^\circ$).

Capítulo 7

Conclusões

Nesse trabalho, a dinâmica de uma estrutura origâmica cilíndrica atuada por ligas com memória de forma é apresentada. A modelagem matemática da geometria da estrutura origâmica considera hipóteses simplificadoras de modo que uma única célula é representativa da dinâmica do sistema. Assim, a dinâmica do origami é representada por um sistema com 1 GdL. O modelo polinomial é utilizado para descrever o comportamento termomecânico dos atuadores com memória de forma. Desta forma, as equações de movimento possuem não linearidades constitutivas e geométricas. Portanto, uma equação diferencial não-suave de segunda ordem descreve a dinâmica do origami-stent. Simulações numéricas mostram comportamentos complexos, incluindo o caos.

Dois métodos de atuação são considerados: dois atuadores antagônicos; e um único atuador com memória de forma reversível (*two-way shape memory effect*). Além disso, uma comparação da estrutura com diferentes números de células é realizada. De uma maneira geral, quanto maior o número de células, mais próximo é o limite geométrico da condição de operação estabelecida. No entanto, nota-se que maior deve ser o forçamento externo para que este limite seja atingido, como apresentado nas Tabelas 3 e 5. Dessa forma, um número maior de células é mais vantajoso do ponto de vista dinâmico, além de ser capaz de se apresentar numa forma mais compacta. No entanto, sabe-se que a confecção da estrutura com um maior número de células é mais difícil. Também é feita uma análise para células quadradas e não-quadradas. Em todos os casos, percebe-se que células não-quadradas fazem o sistema apresentar um comportamento predominantemente caótico para menores amplitudes do forçamento.

O sistema com um único atuador treinado para apresentar memória de forma reversível é capaz de desenvolver a abertura e o fechamento da estrutura. Nesse sistema, o controle da temperatura é mais simples, podendo representar a própria temperatura de operação da estrutura. Além disso, com este tipo de atuação, a influência de flutuações térmicas é consideravelmente menor. Com dois atuadores,

a condição ideal é a que os atuadores estejam a temperaturas diferentes. Em compensação, é possível atingir diferentes configurações com este tipo de atuação (configuração não completamente aberta ou configuração não completamente fechada), dependendo de como é realizado o aquecimento ou resfriamento. Cada sistema de atuação, com um ou dois atuadores, apresenta uma resposta diferente à mudança de n e α_0 quando estão sujeitos à uma flutuação térmica. No sistema com dois atuadores, quanto maior n e maior α_0 mais sensível é o sistema à flutuações térmicas. No sistema com um atuador, tem-se o caso contrário. Em situações com forçamento externo, nota-se que amplitudes de forçamento menores são suficientes para que o origami-stent deixe de se comportar de maneira periódica quando a atuação é fornecida por um único atuador, como apresentado na Tabela 5.

Diversos tipos de soluções são identificados: periódicas, quasi-periódicas e caóticas. Identifica-se um caso em que a presença de uma flutuação térmica no sistema junto com a presença de um forçamento externo é capaz de tornar uma solução caótica em uma solução periódica. A análise dos diagramas de frequência mostra que as não suavidades introduzem platôs horizontais na região de ressonância. Além disso, observam-se saltos dinâmicos que promovem variações bruscas da resposta para pequenas variações de frequência. Os sistemas apresentam a ressonância em frequências mais baixas para origamis com maior número de células. O sistema com um atuador também apresenta a ressonância em frequências mais baixas, quando comparado com o sistema com dois atuadores. As não linearidades constitutivas provocam o surgimento de mais de um pico de ressonância, de amplitude menor. Esse pico tende a ser mais pronunciado para sistemas com maior número de células.

7.1 Propostas para trabalhos futuros

O presente trabalho propõe uma equação com 1 GdL que representa a dinâmica de toda a estrutura do origami-stent de maneira simplificada, considerando hipóteses de simetria. No entanto, é relatado neste trabalho que para que ocorra o acoplamento geométrico das células longitudinalmente, as células não podem ter comportamento iguais se estas não se deformam. Assim, é relevante o estudo das relações geométricas que contemple tal acoplamento e sua consecutiva aplicação em um modelo dinâmico, podendo-se obter um modelo com mais de 1GdL.

O estudo de origamis com diferentes números de células e com células quadradas ou não são apresentados. Na literatura, também são encontrados outros tipos de células de geometria mais complexas que não são retangulares. Torna-se interessante, portanto, um estudo dos tipos de células que apresentam uma dinâmica mais favorável.

O modelo constitutivo apresentado, apesar de simples e de fácil emprego, não

representa completamente o comportamento das ligas com memória de forma. A ausência de histerese é uma das principais deficiências. Além disso, um modelo mais sofisticado permite investigar as frações volumétricas das fases do material e de captar influência da taxa de mudança de temperatura nas transformações de fase.

Uma análise via elementos finitos pode apresentar resultados que permitam uma melhor compreensão dos detalhes da dinâmica. Além disso, a construção de um aparato experimental é de fundamental importância para a validação dos resultados.

Referências Bibliográficas

- ACHENBACH, M., MÜLLER, I., 1982, “A MODEL FOR SHAPE MEMORY”, *Le Journal de Physique Colloques*, v. 43, n. C4 (dez.), pp. C4-163-C4-167. ISSN: 0449-1947. doi: 10.1051/jphyscol:1982418. Disponível em: <<http://www.edpsciences.org/10.1051/jphyscol:1982418>>.
- AGUIAR, R. A. A., SAVI, M. A., PACHECO, P. M. C. L., 2010, “Experimental and numerical investigations of shape memory alloy helical springs”, *Smart Materials and Structures*, v. 19, n. 2, pp. 025008. ISSN: 0964-1726. doi: 10.1088/0964-1726/19/2/025008. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0964-1726/19/i=2/a=025008>>.
- AURICCHIO, F., LUBLINER, J., 1997, “A uniaxial model for shape-memory alloys”, *International Journal of Solids and Structures*, v. 34, n. 27 (set.), pp. 3601-3618. ISSN: 0020-7683. doi: 10.1016/S0020-7683(96)00232-6. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768396002326>>.
- AURICCHIO, F., SACCO, E., 1997, “A one-dimensional model for superelastic shape-memory alloys with different elastic properties between austenite and martensite”, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, v. 32, n. 6 (nov.), pp. 1101-1114. ISSN: 0020-7462. doi: 10.1016/S0020-7462(96)00130-8. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020746296001308>>.
- AURICCHIO, F., TAYLOR, R. L., LUBLINER, J., 1997, “Shape-memory alloys: macromodelling and numerical simulations of the superelastic behavior”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 146, n. 3-4 (jul.), pp. 281-312. ISSN: 0045-7825. doi: 10.1016/S0045-7825(96)01232-7. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782596012327>>.
- BAËTA-NEVES, A. P., SAVI, M. A., PACHECO, P. M. C. L., 2004, “On the Fremond’s constitutive model for shape memory alloys”, *Mechanics Research Communications*, v. 31, n. 6 (nov.), pp. 677-688. ISSN: 0093-6413.

doi: 10.1016/j.mechrescom.2004.06.007. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0093641304000758>>.

BERNARDINI, D., PENCE, T. J., 2002, “Models for one-variant shape memory materials based on dissipation functions”, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, v. 37, n. 8 (dez.), pp. 1299–1317. ISSN: 0020-7462. doi: 10.1016/S0020-7462(02)00020-3. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020746202000203>>.

BOYD, J. G., LAGOUDAS, D. C., 1996, “A thermodynamical constitutive model for shape memory materials. Part I. The monolithic shape memory alloy”, *International Journal of Plasticity*, v. 12, n. 6, pp. 805–841. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/222504104_A_thermodynamical_constitutive_model_for_shape_memory_materials_Part_I_The_monolithic_shape_memory_alloy>.

BRINSON, L. C., 1993, “One-Dimensional Constitutive Behavior of Shape Memory Alloys: Thermomechanical Derivation with Non-Constant Material Functions and Redefined Martensite Internal Variable”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, v. 4, n. 2 (jan.), pp. 229–242. ISSN: 1045-389X, 1530-8138. doi: 10.1177/1045389X9300400213. Disponível em: <<http://jim.sagepub.com/content/4/2/229>>.

BRUTON, J. T., NELSON, T. G., ZIMMERMAN, T. K., et al., 2016, “Packing and deploying Soft Origami to and from cylindrical volumes with application to automotive airbags”, *Royal Society Open Science*, v. 3, n. 9 (set.), pp. 160429. ISSN: 2054-5703. doi: 10.1098/rsos.160429. Disponível em: <<http://rsos.royalsocietypublishing.org/lookup/doi/10.1098/rsos.160429>>.

BURI, H., WEINAND, Y., 2008, “ORIGAMI - Folded Plate Structures, Architecture”, *10th WCTE*. Disponível em: <<http://infoscience.epfl.ch/record/118687>>.

BYU NEWS, 2013. “BYU engineers turn to origami to solve astronomical space problem | Brigham Young University”. Disponível em: <<https://news.byu.edu/news/byu-engineers-turn-origami-solve-astronomical-space-problem>>.

CHUNG, J.-H., HEO, J.-S., LEE, J.-J., 2007, “Implementation strategy for the dual transformation region in the Brinson SMA constitutive model”, *Smart Materials and Structures*, v. 16, n. 1, pp. N1. ISSN: 0964-1726.

doi: 10.1088/0964-1726/16/1/N01. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0964-1726/16/i=1/a=N01>>.

DUERIG, T., PELTON, A., STÖCKEL, D., 1999, “An overview of nitinol medical applications”, *Materials Science and Engineering: A*, v. 273–275 (dez.), pp. 149–160. ISSN: 0921-5093. doi: 10.1016/S0921-5093(99)00294-4. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0921509399002944>>.

ENEMARK, S., SANTOS, I. F., SAVI, M. A., 2016, “Modelling, characterisation and uncertainties of stabilised pseudoelastic shape memory alloy helical springs”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, (mar.), pp. 1045389X16635845. ISSN: 1045-389X, 1530-8138. doi: 10.1177/1045389X16635845. Disponível em: <<http://jim.sagepub.com/content/early/2016/03/18/1045389X16635845>>.

FALK, F., 1980, “Model free energy, mechanics, and thermodynamics of shape memory alloys”, *Acta Metallurgica*, v. 28, n. 12 (dez.), pp. 1773–1780. ISSN: 0001-6160. doi: 10.1016/0001-6160(80)90030-9. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0001616080900309>>.

FONSECA, L. M., RODRIGUES, G. V., SAVI, M. A., et al., 2016, “Nonlinear Dynamics of an Origami Structure Coupled to Smart Materials”. doi: 10.20906/CPS/NSC2016-0024. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/312109362_Nonlinear_Dynamics_of_an_Origami_Structure_Coupled_to_Smart_Materials>.

FRÉMOND, M., 1996, “Shape Memory Alloy”. In: *Shape Memory Alloys*, n. 351, International Centre for Mechanical Sciences, Springer Vienna, pp. 1–68. ISBN: 978-3-211-82804-5 978-3-7091-4348-3. Disponível em: <http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-7091-4348-3_1>. DOI: 10.1007/978-3-7091-4348-3_1.

FURUYA, Y., SHIMADA, H., 1991, “Shape memory actuators for robotic applications”, *Materials & Design*, v. 12, n. 1 (fev.), pp. 21–28. ISSN: 0261-3069. doi: 10.1016/0261-3069(91)90088-L. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/026130699190088L>>.

GAO, X., QIAO, R., BRINSON, L. C., 2007, “Phase diagram kinetics for shape memory alloys: a robust finite element implementation”, *Smart Materials and Structures*, v. 16, n. 6, pp. 2102. ISSN: 0964-1726. doi:

10.1088/0964-1726/16/6/013. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0964-1726/16/i=6/a=013>>.

GOVINDJEE, S., KASPER, E. P., 1997, “A Shape Memory Alloy Model for Uranium-Niobium Accounting for Plasticity”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, v. 8, n. 10 (jan.), pp. 815–823. ISSN: 1045-389X, 1530-8138. doi: 10.1177/1045389X9700801001. Disponível em: <<http://jim.sagepub.com/content/8/10/815>>.

GUTHIKONDA, V. S. R., KRANTHI KIRAN, M., SIVAKUMAR, S. M., et al., 2008, “On smeared and micromechanical approaches to modeling martensitic transformations in SMA”, *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, v. 9, n. 3 (jul.), pp. 990–1011. ISSN: 1468-1218. doi: 10.1016/j.nonrwa.2007.01.017. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1468121807000326>>.

HANNA, B. H., LUND, J. M., LANG, R. J., et al., 2014, “Waterbomb base: a symmetric single-vertex bistable origami mechanism”, *Smart Material Structures*, v. 23 (set.), pp. 094009. ISSN: 0964-1726. doi: 10.1088/0964-1726/23/9/094009. Disponível em: <<http://adsabs.harvard.edu/abs/2014SMaS...23i4009H>>.

HARTL, D. J., LAGOUDAS, D. C., 2007, “Aerospace applications of shape memory alloys”, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, v. 221, n. 4 (abr.), pp. 535–552. ISSN: 0954-4100, 2041-3025. doi: 10.1243/09544100JAERO211. Disponível em: <<http://pig.sagepub.com/content/221/4/535>>.

HATORI, K., [s.d.]. “K’s Origami : Origami Construction”. Disponível em: <<http://origami.ousaan.com/library/conste.html>>.

HULL, T., 1994, “On the Mathematics of Flat Origamis”, *Congressus Numerantium*, v. 100, pp. 215–224.

HULL, T. C., 2008, “Origami design secrets: mathematical methods for an ancient art”, *The Mathematical Intelligencer*, v. 27, n. 2 (nov.), pp. 92–95. ISSN: 0343-6993. doi: 10.1007/BF02985811. Disponível em: <<http://link.springer.com/article/10.1007/BF02985811>>.

HUO, D. Y., MÜLLER, P. I., 1993, “Nonequilibrium thermodynamics of pseudoelasticity”, *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, v. 5, n. 3 (set.), pp. 163–204. ISSN: 0935-1175, 1432-0959. doi: 10.1007/

BF01126524. Disponível em: <<http://link.springer.com/article/10.1007/BF01126524>>.

HUZITA, H., 1992, “Understanding Geometry through Origami Axioms”. pp. 37–70. British Origami Society.

IVSHIN, Y., PENCE, T. J., 1994a, “A constitutive model for hysteretic phase transition behavior”, *International Journal of Engineering Science*, v. 32, n. 4 (abr.), pp. 681–704. ISSN: 0020-7225. doi: 10.1016/0020-7225(94)90027-2. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0020722594900272>>.

IVSHIN, Y., PENCE, T. J., 1994b, “A Thermomechanical Model for a One Variant Shape Memory Material”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, v. 5, n. 4 (jan.), pp. 455–473. ISSN: 1045-389X, 1530-8138. doi: 10.1177/1045389X9400500402. Disponível em: <<http://jim.sagepub.com/content/5/4/455>>.

JANI, J. M., LEARY, M., SUBIC, A., et al., 2014, “A review of shape memory alloy research, applications and opportunities”, *Materials & Design*, v. 56 (abr.), pp. 1078–1113. ISSN: 0261-3069. doi: 10.1016/j.matdes.2013.11.084. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0261306913011345>>.

JANKE, L., CZADERSKI, C., MOTAVALLI, M., et al., 2005, “Applications of shape memory alloys in civil engineering structures—Overview, limits and new ideas”, *Materials and Structures*, v. 38, n. 5 (jun.), pp. 578–592. ISSN: 1359-5997, 1871-6873. doi: 10.1007/BF02479550. Disponível em: <<http://link.springer.com/article/10.1007/BF02479550>>.

JIANGUO, C., XIAOWEI, D., YA, Z., et al., 2015, “Bistable Behavior of the Cylindrical Origami Structure With Kresling Pattern”, *Journal of Mechanical Design*, v. 137, n. 6 (jun.), pp. 061406. ISSN: 1050-0472. doi: 10.1115/1.4030158. Disponível em: <<http://mechanicaldesign.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=2211799>>.

JIANGUO, C., XIAOWEI, D., YUTING, Z., et al., 2016, “Folding Behavior of a Foldable Prismatic Mast With Kresling Origami Pattern”, *Journal of Mechanisms and Robotics*, v. 8, n. 3 (jun.), pp. 031004. ISSN: 1942-4302. doi: 10.1115/1.4032098. Disponível em: <<http://mechanismsrobotics.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=2474215>>.

- JUSTIN, J., 1994, “Towards a mathematical theory of origami”. pp. 15–29, nov.
- JUSTIN, J., 1989, “Résolution par le pliage de l'équation du troisième degré et applications géométriques”. pp. 251–261.
- KAWASAKI, T., 1989, “On the relation between mountain-creases and valley-creases of a flat origami”. pp. 229–237, dez.
- KHANDELWAL, A., BURAVALLA, V., 2009, “Models for Shape Memory Alloy Behavior: An overview of modeling approaches”, *The International Journal of Structural Changes in Solids*, v. 1, n. 1, pp. 111–148. ISSN: 2163-8160. Disponível em: <<https://journals.tdl.org/ijscs/index.php/ijscs/article/view/2318>>.
- KIM, J., LEE, D. Y., KIM, S. R., et al., 2015, “A self-deployable origami structure with locking mechanism induced by buckling effect”. In: *2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 3166–3171, maio. doi: 10.1109/ICRA.2015.7139635.
- KITAOKA, H., HOYOS, C. A. M., TAKAKI, R., 2010, “Origami Model for Breathing Alveoli”. In: Homma, I., Onimaru, H., Fukuchi, Y. (Eds.), *New Frontiers in Respiratory Control*, n. 669, Advances in Experimental Medicine and Biology, Springer New York, pp. 49–52. ISBN: 978-1-4419-5691-0 978-1-4419-5692-7. Disponível em: <http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-1-4419-5692-7_10>. DOI: 10.1007/978-1-4419-5692-7_10.
- KOH, J.-S., KIM, S.-R., CHO, K.-J., 2014, “Self-Folding Origami Using Torsion Shape Memory Alloy Wire Actuators”, (ago.), pp. V05BT08A043. doi: 10.1115/DETC2014-34822. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1115/DETC2014-34822>>.
- KRESLING, B., 2008, “Natural Twist Buckling in Shells: From the Hawkmoth's Bellows to the Deployable Kresling-Pattern and Cylindrical Miura-ori” . .
- KRESLING, B., 1995. “Plant ”design” : mechanical simulations of growth patterns and bionics.” .
- KUMAR, M. K., SAKTHIVEL, K., SIVAKUMAR, S. M., et al., 2007, “Thermomechanical modeling of hysteresis in SMAs using the dissipationless reference response”, *Smart Materials and Structures*, v. 16, n. 1, pp. S28. ISSN: 0964-1726. doi: 10.1088/0964-1726/16/1/S04. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0964-1726/16/i=1/a=S04>>.

KURIBAYASHI, K., 2004, *A novel foldable stent graft*. thesis, University of Oxford. Disponível em: <<https://ora.ox.ac.uk/objects/uuid:a2a7d876-a1b5-4509-9ca5-0b8bd86da360>>.

KURIBAYASHI, K., TSUCHIYA, K., 2006, “Self-deployable origami stent grafts as a biomedical application of Ni-rich TiNi shape memory alloy foil”, *Materials Science and Engineering: A*, v. 419, n. 1-2, pp. 131–137. ISSN: 0921-5093. doi: 10.1016/j.msea.2005.12.016.

KURIBAYASHI, K., YOU, Z., 2004. “Deployable stent”. maio. Disponível em: <<http://www.freepatentsonline.com/y2004/0098101.html>>.

KURIBAYASHI-SHIGETOMI, K., ONOE, H., TAKEUCHI, S., 2012, “Cell Origami: Self-Folding of Three-Dimensional Cell-Laden Microstructures Driven by Cell Traction Force”, *PLOS ONE*, v. 7, n. 12 (dez.), pp. e51085. ISSN: 1932-6203. doi: 10.1371/journal.pone.0051085. Disponível em: <<http://journals.plos.org/plosone/article?id=10.1371/journal.pone.0051085>>.

LAGOUDAS, D. C., 2008, *Shape Memory Alloys: Modeling and Engineering Applications*. Springer. ISBN: 978-0-387-47685-8.

LANG, R., [s.d.]. “TreeMaker | Robert J. Lang Origami”. Disponível em: <<http://www.langorigami.com/article/treemaker>>.

LANG, R. J., 2004, “Origami: Complexity in Creases (Again)”, *Engineering and Science*, v. 67, n. 1, pp. 5–19. ISSN: 0013-7812. Disponível em: <<http://resolver.caltech.edu/CaltechES:67.1.Origami>>.

LE, P. H., MOLINA, J., HIRAI, S., 2014, “Application of Japanese Origami Ball for Floating Multirotor Aerial Robot”, *International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering*, v. 8, n. 10, pp. 1747–1750. Disponível em: <<http://www.waset.org/Publications/application-of-japanese-origami-ball-for-floating-multirotor-aerial-robot/9999669>>.

LECLERCQ, S., BOURBON, G., LEXCELLENT, C., 1995, “Plasticity Like Model of Martensite Phase Transition in Shape Memory Alloys”, *Journal de Physique IV Colloque*, v. 05, n. C2, pp. C2–513–C2–518. doi: 10.1051/jp4:1995279. Disponível em: <<https://hal.archives-ouvertes.fr/jpa-00253665>>.

- LEE, D.-Y., KIM, J.-S., KIM, S.-R., et al., 2013, “The Deformable Wheel Robot Using Magic-Ball Origami Structure”, (ago.), pp. V06BT07A040. doi: 10.1115/DETC2013-13016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1115/DETC2013-13016>>.
- LEVITAS, V. I., PRESTON, D. L., 2002a, “Three-dimensional Landau theory for multivariant stress-induced martensitic phase transformations. I. Austenite \rightarrow martensite”, *Physical Review B*, v. 66, n. 13 (out.), pp. 134206. doi: 10.1103/PhysRevB.66.134206. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.66.134206>>.
- LEVITAS, V. I., PRESTON, D. L., 2002b, “Three-dimensional Landau theory for multivariant stress-induced martensitic phase transformations. II. Multivariant phase transformations and stress space analysis”, *Physical Review B*, v. 66, n. 13 (out.), pp. 134207. doi: 10.1103/PhysRevB.66.134207. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.66.134207>>.
- LEVITAS, V. I., PRESTON, D. L., LEE, D.-W., 2003, “Three-dimensional Landau theory for multivariant stress-induced martensitic phase transformations. III. Alternative potentials, critical nuclei, kink solutions, and dislocation theory”, *Physical Review B*, v. 68, n. 13 (out.), pp. 134201. doi: 10.1103/PhysRevB.68.134201. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.68.134201>>.
- LIANG, C., ROGERS, C. A., 1990, “One-Dimensional Thermomechanical Constitutive Relations for Shape Memory Materials”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, v. 1, n. 2 (jan.), pp. 207–234. ISSN: 1045-389X, 1530-8138. doi: 10.1177/1045389X9000100205. Disponível em: <<http://jim.sagepub.com/content/1/2/207>>.
- LIU, X., YAO, S., GEORGAKOPOULOS, S. V., et al., 2014, “Origami Quadrifilar Helix Antenna in UHF band”. In: *2014 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium (APSURSI)*, pp. 372–373, jul. doi: 10.1109/APS.2014.6904518.
- LIU, X., YAO, S., GONZALEZ, P., et al., 2016, “A novel ultra-wideband origami reconfigurable quasi-taper helical antenna”. In: *2016 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation (APSURSI)*, pp. 839–840, jun. doi: 10.1109/APS.2016.7696128.

- LU, Z. K., WENG, G. J., 1998, “A self-consistent model for the stress–strain behavior of shape-memory alloy polycrystals”, *Acta Materialia*, v. 46, n. 15 (set.), pp. 5423–5433. ISSN: 1359-6454. doi: 10.1016/S1359-6454(98)00203-1. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359645498002031>>.
- MA, J., 2011, *Thin-walled tubes with pre-folded origami patterns as energy absorption devices*. thesis, University of Oxford. Disponível em: <<https://ora.ox.ac.uk/objects/uuid%3A7502b18d-674d-4eff-bbc4-e649aa4d7f42>>.
- MA, J., YOU, Z., 2013, “Energy absorption of thin-walled beams with a pre-folded origami pattern”, *Thin-Walled Structures*, v. 73 (dez.), pp. 198–206. ISSN: 0263-8231. doi: 10.1016/j.tws.2013.08.001. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S026382311300195X>>.
- MA, J., YOU, Z., 2014, “Modelling of the Waterbomb Origami Pattern and its Applications”, (ago.), pp. V05BT08A047. doi: 10.1115/DETC2014-35073. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1115/DETC2014-35073>>.
- MACHADO, L. G., SAVI, M. A., 2003, “Medical applications of shape memory alloys”, *Brazilian Journal of Medical and Biological Research*, v. 36, n. 6 (jun.), pp. 683–691. ISSN: 0100-879X. doi: 10.1590/S0100-879X2003000600001. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S0100-879X2003000600001&lng=en&nrm=iso&tlng=pt>.
- MIURA, K., 1989, “Map Fold a La Miura Style, Its Physical Characteristics and Application to the Space Science”. dez.
- MIYASHITA, S., GUITRON, S., LUDERSDORFER, M., et al., 2015, “An untethered miniature origami robot that self-folds, walks, swims, and degrades”. In: *2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 1490–1496, maio. doi: 10.1109/ICRA.2015.7139386.
- MIYASHITA, S., GUITRON, S., YOSHIDA, K., et al., 2016, “Ingestible, controllable, and degradable origami robot for patching stomach wounds”. In: *2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 909–916, maio. doi: 10.1109/ICRA.2016.7487222.
- MORITSUGU, S., 2006, “Solving Cubic Equations by ORIGAMI”, *Trans. Japan Soc. Indust. Appl. Math.*, v. 16, n. 1 (out.), pp. 79–92.

- NASA FACT SHEET, [s.d.]. “NASA Fact Sheet: Space Technology Game Changing Development”. Disponível em: <https://gameon.nasa.gov/gcd/files/2016/02/FS_PUFFER_160204.pdf>.
- ONAL, C. D., WOOD, R. J., RUS, D., 2011, “Towards printable robotics: Origami-inspired planar fabrication of three-dimensional mechanisms”. In: *2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 4608–4613, maio. doi: 10.1109/ICRA.2011.5980139.
- ONAL, C. D., WOOD, R. J., RUS, D., 2013, “An Origami-Inspired Approach to Worm Robots”, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, v. 18, n. 2 (abr.), pp. 430–438. ISSN: 1083-4435. doi: 10.1109/TMECH.2012.2210239.
- ONAL, C. D., TOLLEY, M. T., WOOD, R. J., et al., 2015, “Origami-Inspired Printed Robots”, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, v. 20, n. 5 (out.), pp. 2214–2221. ISSN: 1083-4435. doi: 10.1109/TMECH.2014.2369854.
- PAGANO, A., LEUNG, B., CHIEN, B., et al., 2016, “Multi-Stable Origami Structure for Crawling Locomotion”. pp. V002T06A005–V002T06A005. American Society of Mechanical Engineers, set. doi: 10.1115/SMASIS2016-9071. Disponível em: <<http://proceedings.asmedigitalcollection.asme.org/proceeding.aspx?articleid=2589290>>.
- PAIVA, A., SAVI, M. A., 2006, “An overview of constitutive models for shape memory alloys”, *Mathematical Problems in Engineering*, v. 2006 (maio), pp. e56876. ISSN: 1024-123X. doi: 10.1155/MPE/2006/56876. Disponível em: <<http://www.hindawi.com/journals/mpe/2006/056876/abs/>>.
- PAIVA, A., SAVI, M. A., BRAGA, A. M. B., et al., 2005, “A constitutive model for shape memory alloys considering tensile–compressive asymmetry and plasticity”, *International Journal of Solids and Structures*, v. 42, n. 11–12 (jun.), pp. 3439–3457. ISSN: 0020-7683. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2004.11.006. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768304006250>>.
- PAN, H., THAMBURAJA, P., CHAU, F. S., 2007, “An isotropic-plasticity-based constitutive model for martensitic reorientation and shape-memory effect in shape-memory alloys”, *International Journal of Solids and Structures*, v. 44, n. 22–23 (nov.), pp. 7688–7712. ISSN: 0020-7683. doi: 10.1016/j.

ijolstr.2007.05.006. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S002076830700217X>>.

PERAZA-HERNANDEZ, E., HARTL, D., GALVAN, E., et al., 2013, “Design and Optimization of a Shape Memory Alloy-Based Self-Folding Sheet”, *Journal of Mechanical Design*, v. 135, n. 11 (out.), pp. 111007. ISSN: 1050-0472. doi: 10.1115/1.4025382. Disponível em: <<http://mechanicaldesign.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?doi=10.1115/1.4025382>>.

PERAZA-HERNANDEZ, E. A., HARTL, D. J., MALAK, JR., R. J., et al., 2014, “Origami-inspired active structures: a synthesis and review”, *Smart Material Structures*, v. 23 (set.), pp. 094001. ISSN: 0964-1726. doi: 10.1088/0964-1726/23/9/094001. Disponível em: <<http://adsabs.harvard.edu/abs/2014SMaS...23i4001P>>.

PEREZ, M., 2017. “Origami-inspired Robot Can Hitch a Ride with a Rover”. mar. Disponível em: <<http://www.nasa.gov/feature/jpl/origami-inspired-robot-can-hitch-a-ride-with-a-rover>>.

PESENTI, M., MASERA, G., FIORITO, F., et al., 2015, “Kinetic Solar Skin: A Responsive Folding Technique”, *Energy Procedia*, v. 70 (maio), pp. 661–672. ISSN: 1876-6102. doi: 10.1016/j.egypro.2015.02.174. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1876610215002969>>.

REID, A., LECHENAULT, F., RICA, S., et al., 2017, “Geometry and design of origami bellows with tunable response”, *Physical Review E*, v. 95, n. 1 (jan.), pp. 013002. doi: 10.1103/PhysRevE.95.013002. Disponível em: <<https://journals.aps.org/pre/abstract/10.1103/PhysRevE.95.013002>>.

ROTHEMUND, P. W. K., 2006, “Folding DNA to create nanoscale shapes and patterns”, *Nature*, v. 440, n. 7082 (mar.), pp. 297–302. ISSN: 0028-0836. doi: 10.1038/nature04586. Disponível em: <<http://www.nature.com/nature/journal/v440/n7082/abs/nature04586.html>>.

ROYAL ACADEMY OF ENGINEERING, 2014. “Applied origami”. dez. Disponível em: <<http://www.ingenia.org.uk/Ingenia/Articles/936>>.

SAVI, M. A., PAIVA, A., 2005, “Describing internal subloops due to incomplete phase transformations in shape memory alloys”, *Archive of Applied Mechanics*, v. 74, n. 9 (jun.), pp. 637–647. ISSN: 0939-1533,

1432-0681. doi: 10.1007/s00419-005-0385-6. Disponível em: <<http://link.springer.com/article/10.1007/s00419-005-0385-6>>.

SAVI, M. A., PAIVA, A., BAETA-NEVES, A. P., et al., 2002, “Phenomenological Modeling and Numerical Simulation of Shape Memory Alloys: A Thermo-Plastic-Phase Transformation Coupled Model”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, v. 13, n. 5 (jan.), pp. 261–273. ISSN: 1045-389X, 1530-8138. doi: 10.1177/104538902761696742. Disponível em: <<http://jim.sagepub.com/content/13/5/261>>.

SCHENK, M., KERR, S., SMYTH, A. M., et al., 2013, “Inflatable cylinders for deployable space structures”. pp. 18–20, set. Disponível em: <<http://www.bristol.ac.uk/engineering/people/mark-schenk/pub/36104523>>.

SCHENK, M., VIQUERAT, A. D., SEFFEN, K. A., et al., 2014, “Review of Inflatable Booms for Deployable Space Structures: Packing and Rigidization”, *Journal of Spacecraft and Rockets*, v. 51, n. 3 (abr.), pp. 762–778. ISSN: 0022-4650. doi: 10.2514/1.A32598. Disponível em: <<https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.A32598>>.

SONG, Z., MA, T., TANG, R., et al., 2014, “Origami lithium-ion batteries”, *Nature Communications*, v. 5 (jan.), pp. 3140. doi: 10.1038/ncomms4140. Disponível em: <<http://www.nature.com/ncomms/2014/140128/ncomms4140/full/ncomms4140.html>>.

SOUZA, A. C., MAMIYA, E. N., ZOUAIN, N., 1998, “Three-dimensional model for solids undergoing stress-induced phase transformations”, *European Journal of Mechanics - A/Solids*, v. 17, n. 5 (set.), pp. 789–806. ISSN: 0997-7538. doi: 10.1016/S0997-7538(98)80005-3. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0997753898800053>>.

STOECKEL, D., 1990, “Shape memory actuators for automotive applications”, *Materials & Design*, v. 11, n. 6 (dez.), pp. 302–307. ISSN: 0261-3069. doi: 10.1016/0261-3069(90)90013-A. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/026130699090013A>>.

SUN, Q. P., HWANG, K. C., 1993a, “Micromechanics modelling for the constitutive behavior of polycrystalline shape memory alloys—I. Derivation of general relations”, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, v. 41, n. 1 (jan.), pp. 1–17. ISSN: 0022-5096. doi: 10.1016/0022-5096(93)90060-S. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/002250969390060S>>.

- SUN, Q. P., HWANG, K. C., 1993b, “Micromechanics modelling for the constitutive behavior of polycrystalline shape memory alloys—II. Study of the individual phenomena”, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, v. 41, n. 1 (jan.), pp. 19–33. ISSN: 0022-5096. doi: 10.1016/0022-5096(93)90061-J. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/002250969390061J>>.
- TANAKA, D. K., NAGAKI, D. S., 1982, “A thermomechanical description of materials with internal variables in the process of phase transitions”, *Ingenieur-Archiv*, v. 51, n. 5 (set.), pp. 287–299. ISSN: 0020-1154, 1432-0681. doi: 10.1007/BF00536655. Disponível em: <<http://link.springer.com/article/10.1007/BF00536655>>.
- TURNER, N., GOODWINE, B., SEN, M., 2015, “A review of origami applications in mechanical engineering”, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, (ago.), pp. 0954406215597713. ISSN: 0954-4062, 2041-2983. doi: 10.1177/0954406215597713. Disponível em: <<http://pic.sagepub.com/content/early/2015/08/12/0954406215597713>>.
- VEDANTAM, S., ABEYARATNE, R., 2005, “A Helmholtz free-energy function for a Cu–Al–Ni shape memory alloy”, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, v. 40, n. 2–3 (mar.), pp. 177–193. ISSN: 0020-7462. doi: 10.1016/j.ijnonlinmec.2004.05.005. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020746204000563>>.
- WANG, R., CHO, C., KIM, C., et al., 2006, “A proposed phenomenological model for shape memory alloys”, *Smart Materials and Structures*, v. 15, n. 2, pp. 393. ISSN: 0964-1726. doi: 10.1088/0964-1726/15/2/020. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0964-1726/15/i=2/a=020>>.
- WANG-IVERSON, P., LANG, R. J., YIM, M., 2011, *Origami 5: Fifth International Meeting of Origami Science, Mathematics, and Education*. A. K. Peters, Ltd. ISBN: 978-1-56881-714-9. Disponível em: <<http://dl.acm.org/citation.cfm?id=2331117>>.
- YAMAUCHI, K., OHKATA, I., TSUCHIYA, K., et al., 2011, *Shape Memory and Superelastic Alloys: Applications and Technologies*. Elsevier. ISBN: 978-0-85709-262-5.
- YANG, P.-K., LIN, Z.-H., PRADEL, K. C., et al., 2015, “Paper-Based Origami Triboelectric Nanogenerators and Self-Powered Pressure Sensors”,

ACS Nano, v. 9, n. 1 (jan.), pp. 901–907. ISSN: 1936-0851. doi: 10.1021/nm506631t. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1021/nm506631t>>.

YASUDA, H., YANG, J., 2015, “Reentrant Origami-Based Metamaterials with Negative Poisson’s Ratio and Bistability”, *Physical Review Letters*, v. 114, n. 18 (maio), pp. 185502. doi: 10.1103/PhysRevLett.114.185502. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.114.185502>>.

YOSHIMURA, Y., 1955, “On the mechanism of buckling of a circular cylindrical shell under axial compression”, (jul.). Disponível em: <<http://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=19930093840>>.

Apêndice A

Equação da energia cinética

Embora a maneira de como obtê-las seja apresentada, algumas equações não são postas em sua forma explícita por serem equações longas. Os termos da equação da energia (equação (21)) são todos descritos no sistema global F. As matrizes de transformação são empregadas para se realizar a mudança de sistemas de referência. Uma vez esses termos empregados na equação da energia, obtém-se uma equação complexa que pode ser escrita de forma simplificada como:

$$E = g(\theta) \dot{\theta}^2 \quad (\text{A.1})$$

A função $g(\theta)$ é apresentada no final deste apêndice. Aplicando-a no lado esquerdo da equação de Lagrange (equação (22)), tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial E}{\partial \dot{\theta}} \right) &= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial g(\theta) \dot{\theta}^2}{\partial \dot{\theta}} \right) = 2g(\theta) \ddot{\theta} + 2\dot{\theta} \frac{\partial g(\theta)}{\partial t} \\ &= 2g(\theta) \ddot{\theta} + 2\dot{\theta}^2 \frac{\partial g(\theta)}{\partial \theta} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{\partial E}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \theta} \left(g(\theta) \dot{\theta}^2 \right) = \dot{\theta}^2 \frac{\partial g(\theta)}{\partial \theta} \quad (\text{A.3})$$

Agrupando os termos $\dot{\theta}$ e $\dot{\theta}^2$, outras duas funções, $g_1(\theta)$ e $g_2(\theta)$, são definidas:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial E}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial E}{\partial \theta} = 2g(\theta) \ddot{\theta} + \dot{\theta}^2 \frac{\partial g(\theta)}{\partial \theta} = g_1(\theta) \ddot{\theta} + g_2(\theta) \dot{\theta}^2 \quad (\text{A.4})$$

Portanto, $g_1(\theta) = 2g(\theta)$ e $g_2(\theta) = \partial g(\theta) / \partial \theta$. A equação $g(\theta)$ é apresentada a seguir, onde $(\quad)' = \partial(\quad) / \partial \theta$, lembrando que φ e β são funções de θ :

$$\begin{aligned}
g(\theta) = & \frac{1}{2}m_1L^2 \left\{ \frac{1}{9}\beta'^2 \cos^2(\beta) + \right. \\
& + \left[-\frac{1}{3}\varphi' \sin(\varphi) \cos(\beta) - \frac{1}{3}\beta' \cos(\varphi) \sin(\beta) + \frac{2}{3\tan(\alpha_0)}\varphi' \cos(\varphi) \right]^2 + \\
& + \left[-\frac{1}{3}\varphi' \cos(\varphi) \cos(\beta) + \frac{1}{3}\beta' \sin(\varphi) \sin(\beta) - \frac{2}{3\tan(\alpha_0)}\varphi' \sin(\varphi) + R_i' \right]^2 + \\
& + \left[\varphi'^2 \left(\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2\tan^2(\alpha_0)} \right) \cos^2(\beta) + \frac{1}{2\tan^2(\alpha_0)} \sin(\beta) + R_i'^2 + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + 2R_i' \left(-\frac{1}{3} \sin(\varphi) \cos(\beta) + \frac{2}{3\tan(\alpha_0)} \cos(\varphi) \right) \right) + \right. \\
& \quad + \beta' \sin(\varphi) \left(\cos(\varphi) \left(-\cos(\beta) \sin(\beta) \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2\tan^2(\alpha_0)} \right) + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{1}{2\tan^2(\alpha_0)} \cos(\beta) \sin(\beta) \right) - \frac{1}{4\tan(\alpha_0)} \sin(\beta) \sin(\varphi) \right) + \\
& \quad + \beta' \cos(\varphi) \left(-\sin(\varphi) \left(-\sin(\beta) \cos(\beta) \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2\tan^2(\alpha_0)} \right) + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{1}{2\tan^2(\alpha_0)} \sin(\beta) \cos(\beta) \right) - \frac{1}{4\tan(\alpha_0)} \sin(\beta) \cos(\varphi) - \frac{1}{3} R_i' \sin(\beta) \right) \left. \right] + \\
& + \frac{1}{2} \beta' \sin(\varphi) \left[\varphi' \left(\cos(\varphi) \left(-\sin(\beta) \cos(\beta) \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2\tan^2(\alpha_0)} \right) + \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{1}{2\tan^2(\alpha_0)} \sin(\beta) \cos(\beta) \right) - \frac{1}{4\tan(\alpha_0)} \sin(\beta) \sin(\varphi) \right) + \\
& \quad + \beta' \sin(\varphi) \left(\cos(\varphi) \left(\cos(\varphi) \left(\sin^2(\beta) \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2\tan^2(\alpha_0)} \right) + \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{1}{2\tan^2(\alpha_0)} \cos^2(\beta) \right) - \frac{1}{4\tan(\alpha_0)} \sin(\varphi) \sin(\beta) \right) + \\
& \quad \left. + \left(-\frac{1}{4\tan(\alpha_0)} \cos(\varphi) \cos(\beta) + \frac{1}{6} \sin(\varphi) \right) \sin(\varphi) + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(R_i'^2 + 2R_i' \left(-\frac{1}{3} \sin(\varphi) \cos(\beta) + \frac{2}{3 \tan(\alpha_0)} \cos(\varphi) \right) \right) + \\
& + \beta' \cos(\varphi) \left(\cos(\varphi) \left(-\sin(\varphi) \left(\sin^2(\beta) \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2 \tan^2(\alpha_0)} \right) + \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. + \frac{1}{2 \tan^2(\alpha_0)} \cos^2(\beta) \right) - \frac{1}{4 \tan(\alpha_0)} \cos(\varphi) \cos(\beta) \right) + \right. \\
& \quad \left. + \sin(\varphi) \left(\frac{1}{4 \tan(\alpha_0)} \sin(\varphi) \cos(\beta) + \frac{1}{6} \cos(\varphi) \right) - \right. \\
& \quad \left. - R_i' \left(\frac{1}{3} \cos(\varphi) \cos(\beta) + \frac{2}{3 \tan(\alpha_0)} \sin(\varphi) \right) \right) \Big] + \\
& + \frac{1}{2} \beta' \cos(\varphi) \left[\varphi' \left(-\sin(\varphi) \left(-\sin(\beta) \cos(\beta) \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2 \tan^2(\alpha_0)} \right) + \right. \right. \right. \\
& + \frac{1}{2 \tan^2(\alpha_0)} \sin(\beta) \cos(\beta) \Big) - \frac{1}{4 \tan(\alpha_0)} \sin(\beta) \cos(\varphi) - \frac{1}{3} R_i' \sin(\beta) \Big) + \\
& + \beta' \sin(\varphi) \left(-\sin(\varphi) \left(\cos(\varphi) \left(\sin^2(\beta) \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2 \tan^2(\alpha_0)} \right) + \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. + \frac{1}{2 \tan^2(\alpha_0)} \cos^2(\beta) \right) - \frac{1}{4 \tan(\alpha_0)} \sin(\varphi) \cos(\beta) \right) + \right. \\
& \quad \left. + \cos(\varphi) \left(-\frac{1}{4 \tan(\alpha_0)} \cos(\varphi) \cos(\beta) + \frac{1}{6} \sin(\varphi) \right) - \right. \\
& \quad \left. - R_i' \left(\frac{1}{3} \cos(\varphi) \cos(\beta) + \frac{2}{3 \tan(\alpha_0)} \sin(\varphi) \right) \right) \Big) + \\
& + \beta' \cos(\varphi) \left(-\sin(\varphi) \left(-\sin(\varphi) \left(\sin^2(\beta) \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2 \tan^2(\alpha_0)} \right) + \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \left. + \frac{1}{2 \tan^2(\alpha_0)} \cos^2(\beta) \right) - \frac{1}{4 \tan(\alpha_0)} \cos(\varphi) \cos(\beta) \right) + \right. \\
& \quad \left. + \cos(\varphi) \left(\frac{1}{4 \tan(\alpha_0)} \sin(\varphi) \cos(\beta) + \frac{1}{6} \cos(\varphi) \right) \right) \Big] \Big\} + \\
& + \frac{1}{2} m_2 L^2 \left\{ \frac{1}{4} + \frac{4}{9} \cos^2(\theta) + \left(\frac{1}{3} \sin(\theta) + \frac{\cos(\theta)}{\tan(\alpha)} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(R_i'^2 + \frac{4}{3} R_i' \cos(\theta) \right) \right\}
\end{aligned}$$