

## MODELAGEM DO COMPORTAMENTO TERMO-MAGNETO-MECÂNICO DAS LIGAS MAGNÉTICAS COM MEMÓRIA DE FORMA

Vandré Ferreira de Souza

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientadores: Marcelo Amorim Savi Alberto Paiva

Rio de Janeiro Março de 2012

## MODELAGEM DO COMPORTAMENTO TERMO-MAGNETO-MECÂNICO DAS LIGAS MAGNÉTICAS COM MEMÓRIA DE FORMA

Vandré Ferreira de Souza

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA MECÂNICA.

Examinada por:

Prof. Marcelo Amorim Savi, D.Sc.

Prof. Alberto Paiva, D.Sc.

Prof. Nestor Zouain, D.Sc.

Prof. Pedro Manuel Calas Lopes Pacheco, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL MARÇO DE 2012 Souza, Vandré Ferreira de

Modelagem do Comportamento Termo-Magneto-Mecânico das Ligas Magnéticas com Memória de Forma / Vandré Ferreira de Souza. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2012.

XI, 45 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Marcelo Amorim Savi

Alberto Paiva

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Mecânica, 2012.

Referências Bibliográficas: p. 39-45.

 Modelagem constitutiva. 2. Ligas magnéticas com memória de forma. I. Savi, Marcelo Amorim *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Mecânica. III. Título.

"Um passo a frente e você não está mais no mesmo lugar!" Chico Science.

## Agradecimentos

Agradeço aos meus pais Glória Alice Ferreira de Souza e Norberto Miguel de Souza por acreditarem no meu sonho de me tornar professor universitário, me fornecendo todo apoio afetivo, psicológico e financeiro. Agradeço de modo especial por terem me incentivado a perseverar no mestrado mesmo quando minha cabeça juvenil acreditava que o mercado de trabalho era a única forma de obter um bom retorno financeiro.

Agradeço a minha namorada Brisa Ricca Nogueira pelo amor e companheirismo ao longo de todo este tempo e à sua interminável paciência e bondade de coração, que lhe deram força para superar a distância física imposta pelos quilômetros que nos separam. Obrigado amor, por me escutar e por saber lidar comigo mesmo nos dias mais difíceis de dúvida e apreensão.

Agradeço aos meus companheiros de república em especial a Mariana Januzzi e Rafael Burjack por participarem intensamente das minhas dificuldades e por permaneceram ao meu lado me dando forças para continuar, mesmo quando o meu mau humor era insuportável.

E por fim, agradeço aos meus orientadores Marcelo Amorim Savi e Alberto Paiva pela cobrança e pela paciência. Estas duas personalidades tão distintas me ajudaram não só a concluir meu trabalho, mas principalmente contribuíram na construção do meu caráter e no desenvolvimento da minha personalidade acadêmica.

Marcelo suas atitudes sempre condizentes com a sua posição, despertaram em mim profunda admiração e respeito pela sua pessoa. Agradeço a você por ter me corrigido inúmeras vezes com firmeza, me cobrando a seriedade devida ao trabalho que estava desempenhando.

Alberto, já faz muito tempo que nossa amizade começou e espero que saiba o quanto você é especial para mim. Obrigado por você existir, por ter acreditado em mim mesmo quando nem eu acreditava, por ter me mostrado os meandros do meio acadêmico, bem como por ter dispensado inúmeras noites me ensinado a lidar com as não-linearidades do meu tema.

V

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

## MODELAGEM DO COMPORTAMENTO TERMO-MAGNETO-MECÂNICO DAS LIGAS MAGNÉTICAS COM MEMÓRIA DE FORMA

Vandré Ferreira de Souza

Março/2012

Orientadores: Marcelo Amorim Savi Alberto Paiva

Programa: Engenharia Mecânica

As ligas magnéticas com memória de forma (MSMAs, do inglês "*Magnetic Shape Memory Alloys*") são materiais com alta anisotropia magnética capazes de recuperar deformações elevadas quando submetidas a um campo magnético moderado. Existem diversos fenômenos associados ao comportamento dessas ligas e diversas aplicações têm sido exploradas em diferentes áreas do conhecimento. Visando uma análise mais precisa do comportamento desses materiais, tem se tornado cada vez maior o interesse no desenvolvimento de modelos matemáticos capazes de descrevê-los de maneira adequada, permitindo explorar todo o seu potencial. O objetivo deste trabalho é propor um modelo constitutivo que descreva as características fenomenológicas do comportamento termo-magneto-mecânico das MSMAs. Para isso, consideram-se quatro microconstituintes (a fase austenítica e três variantes martensíticas) e diferentes propriedades para cada uma das fases. A verificação do modelo é feita através de uma comparação entre resultados numéricos obtidos através do modelo e resultados experimentais disponíveis na literatura. Discutem-se casos com transformações de fase induzidas por tensão, temperatura e campo magnético. Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

## MODELING OF THERMO-MAGNETO-MECHANICAL BEHAVIOR OF MAGNETIC SHAPE MEMORY ALLOYS

Vandré Ferreira de Souza

March/2012

Advisors: Marcelo Amorim Savi Alberto Paiva

Department: Mechanical Engineering

The magnetic shape memory alloys (MSMAs) are materials with high magnetic anisotropy, which can retrieve high deformation levels when subjected to a magnetic field. The inherent characteristics of these alloys cause a hysteretic behavior, besides a nonlinear relation between the magnetic field and the deformation, which provides interesting characteristics in terms of possible applications in different engineering fields. Therefore, the search of mathematical models capable of providing an adequate description of their behavior has been the focus of several researches, allowing you to fully exploit its potential. This dissertation proposes a new constitutive model based on internal variables, that describes the characteristics of thermo-magneto-mechanical phenomenological behavior of MSMAs. The model formulation considers four volume fractions associated with austenitic phase and three martensitic variants. A numerical procedure is used to deal with the nonlinearities of the formulation. Model predictions are presented for different loading conditions, showing stress, temperature and magnetic field induced phase transformations.

## Sumário

1. INTRODUÇÃO	1
2.APLICAÇÕES E MODELOS	5
2.1. Aplicações	7
2.2. Revisão dos Modelos Constitutivos	9
2.2.1. Teoria da Deformação Magnética	9
2.2.2. Modelo de Fração Volumétrica	
2.2.3. Modelo de Likhachev & Ullakko	11
2.2.4. Modelo com Atuação Descontínua	
2.2.5. Modelos com Variáveis Internas	14
2.2.6. Modelo Microestrutural	15
3. MODELAGEM CONSTITUTIVA	17
3.1. Formulação Constitutiva	17
3.2. Modelo Constitutivo	20
4. RESULTADOS NUMÉRICOS	
4.1 Verificação do Modelo	
4.2. Simulações Numéricas	
4.2.1. Transformação de Fase Induzida por Campo Magnético Assistid	lo por um
Campo de Tensão	
4.1.2. Reorientação Martensítica	
4.2.3. O Atuador Linear	
5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	
5.1. Sugestões para Trabalhos Futuros	
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	

# Lista de Figuras

Figura 1 – Estrutura cristalina das fases austenítica e as variantes martensíticas
tetragonais6
Figura 2 – Inovação na substituição de máquinas7
Figura 3 – Mini atuador da AdaptaMat 2007
Figura 4 – Atuador multi-estágios GAUTHIER <i>et al.</i> (2006), (a) O atuador de MSMA
proposto e (b) Os estágios de funcionamento do atuador8
Figura 5 – Desenho do atuador linear de TAYA <i>et al.</i> (2007)9
Figura 6 – Orientação dos eixos de uma amostra de liga Heusler, (a) Arranjo de um
cristal de para variante 1 e (b) Arranjo de um cristal para variante 210
Figura 7 – Representação geométrica da coexistência de fases21
Figura 8 – Curvas experimentais de tensão-deformação Karaman et al. (2006)25
<b>Figura 9</b> – Comparação numérico-experimental para $T = 193$ K26
Figura 10 – Comparação numérico-experimental para diferentes temperaturas27
Figura 11 – Curvas experimentais de tensão deformação com e sem campo magnético
KARACA et al. (2007)
Figura 12 – (a) Curvas numéricas de tensão-deformação, (b) Comparação numérico-
experimental com B=0T e (c) Comparação numérico-experimental com
B=1.6T
Figura 13 – Transformação de fase induzida por campo magnético assistido por um
campo de tensão a diferentes temperaturas30
<b>Figura 14</b> – (a) Carregamento termo-magneto-mecânico para $T = 193$ K e (b) Evolução
das frações volumétricas no tempo31
Figura 15 – (a) Curva indução magnética-deformação (KIEFER et al. (2005) e (b) curva
indução magnética- deformação do modelo atual33
<b>Figura 16</b> – (a) Carregamento termo-magneto-mecânico para $T = 189$ K e (b) Evolução
das frações volumétricas no tempo34
Figura 17 – Protótipo do atuador de GAUTHIER <i>et al.</i> (2006)
<b>Figura 18</b> – (a) Desenho esquemático do ciclo de atuação magnética e (b) Reorientação
Martensítica para $B = 1.5$ T

Figura 19 – Reorientação martensítica para diferentes intensidades de campo magné	tico
	36
<b>Figura 20</b> – (a) Relação entre a indução magnética e a deformação e (b) Evolução da	as
Frações volumétricas no tempo	36

## Lista de Tabelas

Tabela 1 – Parâmetros identificados a partir dos resultados experimentais	25
Tabela 2 – Parâmetros magnéticos do modelo	28
Tabela 3 – Parâmetros da reorientação martensítica	32

# 1. INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, os chamados materiais inteligentes têm figurado de forma crescente na fabricação de sensores e atuadores e com isso, ocupam um importante espaço no projeto de sistemas mecânicos. Essa classe de materiais possui características adaptativas, modificando sua forma e/ou propriedades físicas a partir da imposição de um campo elétrico, magnético, temperatura ou tensão.

Os materiais inteligentes incluem as ligas com memória de forma (SMAs, do inglês "*Shape Memory Alloys*"), as ligas magnéticas com memória de forma (MSMAs, do inglês "*Magnetic Shape Memory Alloys*"), materiais piezelétricos, os materiais magnetoestrictivos e os fluidos eletro-magnetoreológicos. Este trabalho tem particular interesse nas MSMAs que vêm despertando interesse crescente devido as suas potenciais aplicações (SOZINOV et al., 2002; KARAMAN et al., 2006, ULLAKKO et al., 2006; GAUTHIER et al., 2006; CHERNENKO & BESSEGHINI, 2008).

As SMAs constituem um grupo de materiais metálicos que demonstram a habilidade de retornar a um tamanho ou forma previamente definido quando submetidos a um procedimento termo-mecânico apropriado (HODGSON *et al.*, 1992). Assim a memória de forma é a capacidade que alguns materiais têm de recuperar sua forma original mesmo após sofrerem deformações relativamente grandes, propiciadas por transformações de fase reversíveis induzidas no material através da imposição de um campo de temperatura e/ou de tensões.

As MSMAs são ligas metálicas tipicamente monocristalinas, que possuem a capacidade de converter energia magnética em energia mecânica. Essas ligas exibem uma combinação interessante de propriedades termoelásticas e magnéticas, podendo ser atuada através da aplicação de um campo mecânico ou magnético. Hoje, as ligas magnéticas com memória de forma têm se mostrado especialmente promissoras como um novo caminho para produção de força e movimento, pois aliam as vantagens das SMAs tradicionais, com a capacidade de restituir grandes percentuais de deformação de até 10%, em resposta a aplicação de um campo magnético moderado de 800 kA/m (MAÑOSA *et al.*, 2008), eliminando ainda a desvantagem do elevado tempo de resposta associado às mudanças de temperatura (GAUTHIER *et al.*, 2006).

As MSMA apresentam um comportamento histerético e não-linear entre os campos magnético e de deformação, o que fornece ao material características

1

interessantes em termos de possíveis aplicações em diversos campos como na robótica e na indústria de petróleo e gás. Neste contexto, diversas ligas têm sido estudadas ao longo dos últimos anos e trabalhos experimentais apresentaram bons resultados para ligas como: Ferro-Níquel-Cobelto-Titânio (Fe-Ni-Co-Ti), Ferro-Platina (Fe-Pt), Cobalto-Níquel-Gálio (Co-Ni-Ga), Níquel-Manganês-Alumínio (Ni-Mn-Al), Ferro-Paládio (Fe-Pd), Cobalto-Níquel-Alumínio (Co-Ni-Al) entre outras (MURRAY *et al.*, 2000, 2001; FUJITA *et al.*, 2000; KAKESHITA *et al.*, 2000; WUTTING *et al.*, 2000, 2001; SOZINOV *et al.*, 2002, KARACA *et al.*, 2003; MORITO *et al.*, 2002). Mas, até o momento, os resultados obtidos com as ligas de Níquel-Manganês-Gália (Ni-Mn-Ga) e suas variações estequiométricas, colocaram-na como a mais promissora das MSMAs rendendo as maiores deformações induzidas por campo magnético, de 6% (MURRAY *et al.*, 2000) e de até 10% (O'HANDLEY *et al.*, 2003; SOZINOV *et al.*, 2002) em cristais individuais.

Segundo LIANG *et al.* (2003), a complexidade do desenvolvimento de dispositivos mecânicos de ligas magnéticas com memória de forma está na dificuldade de se obter modelos precisos para esses materiais, uma vez que seu comportamento é caracterizado por grandes deformações e não-linearidades. Uma descrição completa da deformação induzida pelo campo magnético em MSMAs requer o conhecimento da equação constitutiva que descreve o seu comportamento termo-magneto-mecânico. Na busca por modelos que sejam capazes de descrevê-lo de forma adequada muito tem sido feito nas últimas duas décadas. A seguir, faz-se uma breve discussão acerca de modelos macroscópicos existentes na literatura.

JAMES & WUTTIG (1998) propuseram um modelo micromagnético para analisar as mudanças microestruturais da variante martensítica quando induzida por um campo magnético. Os autores também avaliam o campo de deformação induzido nas MSMAs e detalham o fenômeno de reorientação das maclas quando o elemento é magnetizado.

O'HANDLEY *et al.* (2003) apresentaram um modelo bi-dimensional simplificado capaz de analisar a reorientação induzida pelo campo magnético. Além de ilustrar que a alta anisotropia magnética e a facilidade de reorientação das maclas são propriedades intrínsecas das ligas Ni-Mn-Ga, os autores mostraram também a capacidade de gerar grandes deformações (até 10%) induzidas por campo magnético. O modelo proposto apresenta boa concordância com os resultados experimentais.

HIRSINGER & LEXCELLENT (2003) propuseram um modelo fenomenológico com variáveis internas com boa capacidade de predição da deformação em experimentos com campos de deformação induzidos sob a atuação de diversos carregamentos magnéticos.

TAN & ELAHINIA (2006) apresentaram um modelo fenomenológico capaz de descrever a deformação elástica e a reorientação martensítica de forma coerente quando atuado por um campo magnético ou por um campo de tensão.

COUCH & CHOPRA (2006) apresentaram um modelo baseado no modelo constitutivo para SMAs proposto por BRINSON (1993). Os autores analisaram carregamentos quasi-estáticos identificando os parâmetros do modelo através de uma série de ensaios de compressão uniaxial com campo magnético constante.

FARAN & SHILO (2011) apresentaram um modelo cinemático simples que permite a determinação da velocidade de reorientação martensítica. Os resultados mostraram a ocorrência de cisalhamento entre as maclas durante a reorientação devido à diferença de velocidade com que os grãos se deslocam, gerando um atrito viscoso entre os contornos de grão. LIKHACHEV & ULLAKKO (2000) estabeleceram um modelo termodinâmico generalizado baseado em variáveis internas para descrever a cinética da reorientação martensítica nos casos multidimensionais. Os autores obtiveram boa concordância nos resultados experimentais utilizando essa abordagem. KIEFER & LAGOUDAS (2003), em uma abordagem similar, desenvolveram um modelo termodinâmico fenomenológico baseado em variáveis internas, onde as diferentes escalas microscópicas e macroscópicas foram analisadas. KIEFER & LAGOUDAS (2005) mostraram uma análise mais detalhada do fenômeno de reorientação e a força de campo magnético foi introduzida na expressão da energia livre. KIEFER & LAGOUDAS (2008) analisaram a relação de dependência entre a direção de aplicação do carregamento e a resposta não-linear da magnetização.

Motivado pelas características promissoras das MSMAs, este trabalho possui dois objetivos principais. O primeiro é desenvolver um novo modelo termo-magnetomecânico que descreve o comportamento das MSMAs, tomando por base o modelo constitutivo de PAIVA *et al.* (2005) para SMAs. O segundo é promover uma verificação do modelo, comparando os resultados numéricos obtidos através do modelo com os resultados experimentais disponíveis na literatura para transformações de fase induzidas por tensão, temperatura e campo magnético. O modelo proposto é unidimensional, considerando quatro variantes de microconstituintes (austenita, martensita induzida por temperatura, martensita induzida por tensão trativa e martensita induzida por tensão compressiva) e diferentes propriedades para cada fase. O efeito das deformações induzidas por campo magnético é incluído na formulação.

#### 1.1. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho está dividido em cinco capítulos. Após esta introdução, o segundo capítulo apresenta uma descrição do comportamento termo-magneto-mecânico das MSMAs, introduzindo uma revisão de alguns modelos constitutivos e algumas aplicações.

No terceiro capítulo, inicialmente, é feita uma revisão da formulação constitutiva que segue o formalismo dos *Materiais Padrão Generalizados*. Em seguida, é apresentado o novo modelo constitutivo proposto para descrever o comportamento das ligas magnéticas com memória de forma.

O quarto capítulo destina-se a verificação do modelo, partindo da comparação dos resultados obtidos através da análise numérica do modelo com os testes experimentais para ensaios compressivos em quatro temperaturas distintas (KARAMAN *et al.*, 2006). Posteriormente, foca-se na análise do comportamento magnético das ligas, estabelecendo uma comparação com os testes experimentais realizados por KARACA *et al.* (2007), onde é apresentado o efeito da aplicação de um campo magnético sob o laço de histerese para uma determinada temperatura. A partir daí, são efetuadas simulações a fim de demonstrar a capacidade do modelo de capturar o comportamento termo-magneto-mecânico das MSMAs.

Por fim, o quinto capítulo é destinado às conclusões e a apresentação das sugestões para trabalhos futuros.

## 2.APLICAÇÕES E MODELOS

As MSMAs são materiais inteligentes com dipolos elementares permanentes, que se alinham na direção de um campo magnético aplicado, resultando em elevados níveis de magnetização. A indução magnética estimula as transformações entre fases sólidas que ocorrem a velocidades muito elevadas e suas causas são atribuídas à diferença de energia livre entre as estruturas constituintes envolvidas no processo, o que induz modificações nas ligações químicas, tornando as transformações de fase de caráter essencialmente cristalográfico. Essas transformações apresentam como principais características a baixa dependência do tempo de resposta, forte dependência do campo magnético, a presença do laço de histerese, bem como a propriedade de reversibilidade, que permite ao material ser submetido ao processo de deformação e restituição repetidas vezes, sem perda das propriedades.

Contudo, observa-se que a atuação magnética em MSMAs dá origem a cinco fenômenos distintos: a transformação de fase induzida pela temperatura, o efeito de memória de forma magnética, a reorientação martensítica, a pseudoelasticidade e a transformação de fase induzida por campo magnético assistido por um campo de tensão.

A definição desses diversos fenômenos pode ser encontrada no livro de LAGOUDAS (2008), onde o autor aborda a modelagem de diversas ligas com memória de forma, bem como nos trabalhos de KARAMAN *et al.* (2007), KARACA *et al.* (2006 e 2007), PAIVA *et al.* (2005), KIEFER & LAGOUDAS (2003, 2005 e 2008) entre outros.

Os fenômenos de reorientação martensítica por indução magnética e transformação de fase induzida por campo magnético assistido por um campo de tensão são os principais meios de se obter as grandes deformações características das MSMAs (6% - 10%). Nesses mecanismos considera-se principalmente o efeito de anisotropia magnética que favorece o alinhamento do vetor de magnetização com o eixo onde a menor quantidade de energia é requerida para magnetizar o material. Vale ressaltar que a energia despendida para movimentar as interfaces (no caso de alta anisotropia) é muito inferior àquela necessária para girar a direção de magnetização (como no caso de baixa anisotropia). Esse comportamento justifica a hipótese de infinita anisotropia magnética, usualmente empregada na modelagem das MSMAs.

Segundo MURRAY *et al.* (2000), para explorar todo o potencial das MSMAs, além da anisotropia magnética é importante que as ligas sejam atuadas abaixo da *Temperatura de Curie* (temperatura acima da qual o material deixa de ser ferromagnético e se transforma em paramagnético).

Considerando uma amostra de MSMA a uma temperatura elevada e livre da influência dos campos magnético e de tensão, o material se apresenta na fase austenítica (A) sem deformação, onde possui estrutura cúbica com arestas de comprimento  $a_0$ . Abaixo da temperatura martensítica  $(T_M)$  as MSMAs apresentam fase martensítica e uma estrutura cristalina com simetria tetragonal. A Figura (1) mostra três possíveis variantes tetragonais, onde *a* e *c* se referem as arestas de maior e menor comprimento, respectivamente. A magnetização pode estar no sentido positivo ou negativo do eixo fácil de magnetização, pois com a aplicação de um campo magnético externo existe a seleção de algumas variantes em relação a outras, uma vez que o alinhamento da magnetização com o campo magnético no material é energeticamente favorável.



Figura 1 – Estrutura cristalina das fases austenítica e as variantes martensíticas tetragonais.

A seguir são apresentadas algumas aplicações e posteriormente uma descrição dos principais modelos para MSMAs.

### 2.1. APLICAÇÕES

As MSMAs têm a capacidade de mudar de forma quando submetidas a uma tensão mecânica e/ou a um campo magnético. Devido ao rápido tempo de resposta, abaixo de um milissegundo, e de sua alta capacidade de deformação acima de 10%, as ligas magnéticas com memória de forma hoje representam um potencial candidato no desenvolvimento de atuadores mais versáteis. Contudo, ainda são bem menos utilizados que os dispositivos mecânicos modulares de pequena escala que utilizam SMAs.

Ao longo dos últimos anos a AdaptaMat, uma empresa finlandesa que atua no desenvolvimento de novas tecnologias que utilizam materiais inteligentes, apresentou uma série de atuadores de posição com as mais diversas aplicabilidades.

A Figura (2) mostra um atuador que foi desenvolvido para substituir as máquinas de costura convencionais, apresentando uma diminuição drástica em seu peso e medidas, aumentando a praticidade e a portabilidade do equipamento. Este atuador é caracterizado por operar em alta frequência e a baixa voltagem, possuindo ainda grande precisão no deslocamento do cursor.



Figura 2 - Inovação na substituição de máquinas. www.adaptamat.com

Outro atuador da AdaptaMat que teve grande destaque nos últimos anos é apresentado na Figura (3). Este é composto por dois elementos de Ni-Mn-Ga de  $20 \times 2,5 \times 1,0$ mm cada e uma mola responsável por uma pré-tensão que pode ser regulável de acordo com a aplicação. O curso máximo alcançado de 0,7-0,8mm e a força gerada é de 5-7N, possibilitaram a esse mini atuador com dimensão de  $80 \times 80 \times 70$ mm<sup>3</sup>, ser aplicado em sistemas de atuação industrial em diversas áreas da engenharia.



Figura 3 - Mini atuador da AdaptaMat 2007 www.adaptamat.com

GAUTHIER *et al.* (2006) propuseram um protótipo de atuador multi-estágios de controle de posicionamento que trabalha com duas amostras monocristalinas de MSMAs atuando em sentido contrário, como pode ser observado na Figura (4).



Figura 4- Atuador multi-estágios GAUTHIER et al. (2006)

- (a) O atuador de MSMA proposto
- (b) Os estágios de funcionamento do atuador

O movimento dos dois atuadores extensionais é controlado por duas bobinas eletromagnéticas que os possibilitam trabalhar com posições estáveis de controle dependentes da magnitude e do tempo de aplicação do pulso eletromagnético, obtendo assim, uma grande vantagem pois modificando estes dois parâmetros podem ser obtidas infinitas posições de controle, aumentando assim sua aplicabilidade.

No site do banco de patentes Americano, o *United States Patents and Trademark Office* (www.uspto.gov), também foram encontrados alguns registros referentes a aplicação de MSMAs. Dentre eles, destaca-se o de TAYA *et al.* (2007) que descreve um atuador linear baseado na MSMA, cujo desenho esquemático é apresentado na Figura (5). Um dispositivo magnético híbrido, composto por um eletroímã, um ímã permanente, uma barra e uma mola de MSMA que é atraída, seletivamente pelos imãs, gerando o deslocamento linear da barra.



Figura 5 - Desenho do atuador linear de TAYA *et al.*, (2007) (<u>http://ip.com/pdf/patapp/US20070236314.pdf</u>)

### 2.2. REVISÃO DOS MODELOS CONSTITUTIVOS

#### 2.2.1. Teoria da Deformação Magnética

JAMES & WUTTING (1998) desenvolveram uma teoria que descreve a deformação induzida por campo magnético das ligas magnéticas. A abordagem micromagnética foi desenvolvida inicialmente por LANDAU *et al.* (1984), sendo baseada no efeito do campo magnético sobre a micro-estrutura através da análise da redistribuição do domínio magnético e das constantes do material. No trabalho de JAMES & WUTTING (1998) são apresentados os mecanismos responsáveis por promover a reorientação entre as variantes martensíticas, gerando assim, as grandes deformações características das ligas magnéticas sob atuação de um campo magnético. Também é feita a caracterização da liga apresentando as constantes do material e uma análise quantitativa das relações entre estas constantes. Esta investigação os levou a teoria da magneto-estricção (publicada posteriormente por DESIMONE & JAMES (2002)), que modela a deformação induzida por campo magnético. Um dos pressupostos dessa teoria é que a aplicação do campo magnético deve ser feita sobre o eixo de fácil magnetização do material, onde a reorientação martensítica é favorecida pela alta anisotropia magnética.

O modelo de JAMES & WUTTING (1999) fornece uma descrição qualitativa da deformação induzida pela aplicação de um campo magnético e seus resultados apresentam boa concordância com os resultados experimentais de TICKLE *et al.* (1998 e 1999), no entanto, destoam em uma ordem de grandeza. Uma possível explicação para discrepância entre os resultados é abordada por MURRAY *et al.* (2000) consiste do fato de existir uma resistência interna ao movimento dos contornos de grão durante a reorientação das variantes martensítica, o que pode afetar os resultados obtidos pelo modelo.

#### 2.2.2. Modelo de Fração Volumétrica

O modelo analítico termodinâmico utilizado por O'HANDLEY *et al.* (2000) é baseado na minimização da equação de energia que envolve a anisotropia magnética, a *Energia de Zeeman*, a energia mecânica e a energia interna. O modelo resultante é função da fração volumétrica das variantes existentes em uma amostra de cristal simples de Ni-Mn-Ga, onde a fração volumétrica de cada variante é função do campo magnético e do campo de tensão. A Figura (6) apresenta os dois arranjos referenciais envolvidos na reorientação martensítica.



Figura 6 - Orientação dos eixos de uma amostra de liga Heusler

- (a) Arranjo de um cristal de para variante (1).
- (b) Arranjo de um cristal para variante (2).

A conversão da variante original (eixo-c ao longo do comprimento da amostra) para a segunda variante (eixo-c perpendicular ao eixo longitudinal), que causa a deformação macroscópica observada na direção axial da amostra, é resultado do movimento do contorno de macla.

Analisando a coexistência das variantes MURRAY *et al.* (2001) observaram que a deformação é nula quando a variante original corresponde a 100% do volume, sendo assim, elaborou um equação analítica capaz de descrever a deformação induzida por um campo magnético.

$$\varepsilon(H_{ad}) = \varepsilon_0 \left( \frac{2K_u H_{ad} \left( 1 - \frac{H_{ad}}{2} \right) - \sigma \varepsilon_0}{E_{eff} \varepsilon_0^2} + \frac{1}{2} \right)$$
(1)

onde  $\varepsilon_0$  é o limite de deformação cristalográfico,  $\sigma$  é a tensão aplicada,  $E_{eff}$  é o módulo elástico efetivo da martensita maclada,  $K_u$  é a anisotropia magnética,  $H_{ad} = M_{sat}H/2 K_u$  é o campo magnético adimensionalizado,  $M_{sat}$  é a magnetização saturação e H é o campo magnético aplicado. Para contemplar os efeitos da aplicação de um campo magnético sobre a amostra, a deformação é calculada na Equação (1) para uma variação do campo magnético de  $-H_c$ a  $+H_c$ , onde  $H_c = \sigma \varepsilon_0/\mu_0 M_{sat}$  sendo  $\mu_0$  a permeabilidade.

MURRAY *et al.* (2001) desenvolveram um trabalho experimental que comprovou a capacidade do modelo em capturar o comportamento não-linear apresentado nas MSMAs.

#### 2.2.3. Modelo de Likhachev & Ullakko

LIKHACHEV & ULLAKKO (2000) obtiveram uma expressão para a deformação induzida por campo magnético através de uma metodologia que o estado termodinâmico das propriedades mecânicas  $(\sigma(\varepsilon, h))$  e magnéticas  $(m(\varepsilon, h))$  estabelecendo a deformação  $(\varepsilon)$  e a densidade de fluxo (h) como variáveis de estado. Ao longo do equacionamento essas variáveis são obtidas através de um potencial termodinâmico apropriado e satisfazem a *Lei de Maxwell*;  $\partial\sigma/\partial m = -\partial h/\partial\varepsilon$ . A

expressão resultante que descreve a tensão induzida por um campo magnético é dada por:

$$\sigma^{mag}(h) = \frac{g_t(h) - g_a(h)}{\varepsilon_0} = \frac{\int_0^t m_t(h) \, dh - \int_0^t m_a(h) \, dh}{\varepsilon_0}$$
(2)

onde $\varepsilon_0$  é o limite de deformação cristalográfica ou a máxima deformação induzida por campo magnético  $em_a(h) e m_t(h)$  representam o vetor de magnetização para as variantes (1) e (2) respectivamente. Observa-se que a variante (1) possui o eixo de magnetização ao longo da direção axial da amostra, chamado de eixo fácil, enquanto o eixo de magnetização da variante (2) está na direção transversal, conhecido como eixo difícil. Devido as regras universais apresentadas LIKHACHEV & ULLAKKO (2001) onde o movimento do contorno de macla é induzida pela magnitude da força motriz e não pelo tipo de força motriz (mecânica ou magnética), a deformação obtida por  $\sigma^{mag}(h)$  é igual a deformação obtida em uma curva tensão-deformação ao aplicar uma tensão mecânica correspondente a  $\sigma(\varepsilon)$ . A curva mecânica de tensão deformação foi aproximada através de uma expressão analítica, neste caso optou-se por utilizar uma função de distribuição de *Firme-like* para aproximar a curva mecânica de tensãodeformação uma vez que esta fornece uma precisão razoável. A função de *Firme-like* foi apresentada sob a seguinte forma:

$$\varepsilon^{mec} = \varepsilon_0 \left( 1 + exp\left(\frac{\pm \sigma_0 - \sigma}{\Delta \sigma}\right) \right)^{-1} \tag{3}$$

onde  $\varepsilon^{mec}$  é a deformação observada na curva tensão-deformação,  $\sigma$  é a tensão aplicada na direção [0 0 1],  $\sigma_0 \in \Delta \sigma$  são os parâmetros característicos que são definidos por  $\sigma_s = \sigma_0 - 2\Delta\sigma$  e  $\sigma_f = \sigma_0 + 2\Delta\sigma$ , onde  $\sigma_s \in \sigma_f$  são o início e o fim da tensão de reorientação, respectivamente.

Substituindo a Equação (3) em (2), a deformação induzida por campo magnético pode ser obtida e comparada aos resultados experimentais, como foi feito por LIKHACHEV & ULLAKKO (2001).

Para contabilizar as tensões não nulas, LIKHACHEV et al. (2001) utilizaram diferentes equações desenvolvidas por LIKHACHEV & KOVAL (1992) e

LIKHACHEV (1995), com as quais puderam quantificar o comportamento histerético característico das MSMAs. A tensão de reorientação ( $\sigma_d$ ) responsável por atuar nas paredes dos grãos promovendo o movimento das maclas é dada por  $\sigma_d = \sigma^{mag}(h) - \sigma_b$ , onde  $\sigma_b$ é a tensão de bloqueio acima da qual os efeitos magnéticos são completamente suprimidos. Sendo assim,  $\sigma_d$  por é dado por:

$$\sigma_d = \frac{g_t(h) - g_a(h)}{\varepsilon_0} - \sigma_b = \frac{\int_0^t m_t(h) \, dh - \int_0^t m_a(h) \, dh}{\varepsilon_0} - \sigma_b \tag{4}$$

Através da Equação (4), obtém-se a deformação induzida por campo magnético sob atuação de um campo de tensão não nulo. Contudo, LIKHACHEV *et al.* (2001) apresenta uma comparação entre resultados numéricos e experimentais e seus resultados mostram que o modelo possibilita uma boa aproximação, tanto sob uma ótica qualitativa quanto quantitativa, pra o comportamento histerético das MSMAs.

#### 2.2.4. Modelo com Atuação Descontínua

MURRAY & O'HANDLEY *et al.* (2001) propuseram um modelo que descreve a deformação induzida por campo magnético através de uma função limite. O princípio por trás desse modelo é o conceito de estabilidade das variantes. Assim, a variante original (deformação nula) é estável para um campo de tensão axial e a variante resultante (deformação máxima) é estável para um campo de tensão perpendicular. Portanto, o modelo apresenta uma função para o limite inferior à deformação nula e outra para o limite superior à deformação máxima, uma vez que o efeito energia magnética mínima { $\mathcal{M}_{sat}$ , H,  $K_u$ }, seja capaz de superar o efeito energia mecânica { $\sigma$ ,  $\varepsilon_0$ }.

Buscando definir o limite superior do campo magnético, os autores analisaram os efeitos causados por uma campo de tensão de 1,16 MPa e encontraram um campo magnético correspondente, capaz de causar o mesmo nível de deformação que o analisado campo de tensão na variante (2). Através desse modelo MURRAY & O'HANDLEY *et al.* (2001) obtiveram a equiparação da deformação para um campo magnético de 128KAm<sup>-1</sup>,que é consideravelmente menor se comparado ao limite experimental de aproximadamente 700 kA/m.

De acordo com os autores, este modelo apresenta bons resultados para uma determinada faixa de tensão, no entanto, subestima o campo magnético necessário para iniciar a atuação. Esta incoerência pode ser decorrente do fato da constante de anisotropia magnética ( $K_u$ ) ter sido extraída do trabalho de ULLAKKO *et al.* (1996) e corresponder a uma amostra com composição ligeiramente diferente. No entanto, independente dos dados serem os mais apropriados ou não, este modelo ignora a existência de uma resistência à fricção no limite dos grãos. Segundo os autores essa é uma das possíveis razões para o modelo subestimar o campo magnético necessário para iniciar a atuação. Outra possibilidade seria a existência de imperfeições na amostra analisada o que poderia aumentar a resistência a reorientação das maclas.

#### 2.2.5. Modelos com Variáveis Internas

HIRSINGER & LEXCELLENT (2003) propuseram um modelo termodinâmico baseado em processos irreversíveis. O comportamento mecânico é decomposto em uma parte reversível e outra irreversível. Variáveis internas foram introduzidas para contemplar a variação da fração volumétrica (Z) e a variação da largura do domínio magnético (A). Baseado na inequação de *Clausius-Duhem* e na dissipação intrínseca, o modelo apresentado define a energia livre total através de componentes mecânicos e magnéticos, e sua derivação fornece uma função de rendimento para o movimento do contorno de macla. Esta função de rendimento descreve a diferença entre a força reorientadora (função da tensão, do campo magnético, de Z e de A) e a força necessária para efetuar o movimento do contorno de macla.

Uma comparação numérico-experimental entre a deformação induzida por um campo magnético calculada pelo modelo e os resultados experimentais de MURRAY *et al.* (2000) foi exibida pelos autores, mostrando que o modelo apresenta uma discrepância mínima para predição da deformação em experimentos com campos de deformação induzidos sob a atuação de diversos carregamentos magnéticos.

KIEFER & LAGOUDAS (2003) formularam um modelo constitutivo fenomenológico 3-D baseado na termodinâmica, onde um conjunto de variáveis internas é utilizado para descrever a evolução da microestrutura cristalográfica. Este modelo distingue-se da abordagem de HIRSINGER & LEXCELLENT (2003), principalmente por rotacionar a direção do vetor de magnetização fazendo com que este se alinhe com o eixo fácil de magnetização, o que leva a predições muito mais precisas da resposta magnética. Ao longo deste trabalho os autores enfatizam a natureza não-linear das MSMAs e desenvolvem uma modelagem visando capturar os efeitos histeréticos associados com a reorientação martensítica induzida por campo magnético.

O modelo desenvolvido foi discutido em KIEFER & LAGOUDAS (2004) onde foram feitas análises para provar a dependência do nível de tensão associado ao campo magnético durante os ensaios de reorientação martensítica. A alta complexidade vinculada a análise dos resultados levou os autores a propor um novo modelo 2-D em (2005). Um trabalho experimental foi desenvolvido juntamente com KARAMAN *et al.* (2006), neste trabalho foi apresentada uma comparação numérico-experimental, sendo obtida boa concordância dos resultados do modelo 2-D com os resultados experimentais. Posteriormente TAN & ELAHINIA (2006) utilizaram o modelo de KIEFER & LAGOUDAS (2005) para estudar a resposta dinâmica de atuadores com MSMA.

#### 2.2.6. Modelo Microestrutural

Um modelo termodinâmico dos mecanismos de movimento do contorno de macla foi formulado por MULLNER *et al.* (2002) onde a formulação da energia livre considerou os termos da *Energia de Zeeman* ( $\mathcal{M}H$ ) e a constante de anisotropia magnética ( $K_u$ ).

Para obter a energia livre total foram consideradas apenas as componentes ortogonais de cada termo. Os procedimentos adotados pelos autores culminaram em uma função modular capaz de calcular a tensão de cisalhamento no plano de geminação dos grãos durante a aplicação de um campo magnético ( $\tau_{mag}$ ) e esta sendo dada por:

$$\tau_{mag} = \frac{E_{mag}}{s} = \begin{cases} \frac{\mu_0 \mathcal{M}H}{s} \left(1 - \frac{\mu_0 \mathcal{M}H}{4K}\right) & \text{para } H \le H_{sat}; \\ \frac{K}{s} & \text{para } H \ge H_{sat}; \end{cases}$$
(5)

onde *s* representa o cisalhamento ocorrido durante a geminação dos grãos (obtido na microestrutura do movimento do contorno de macla),  $E_{mag}$  é a densidade da energia total, *H* é o campo magnético aplicado e  $H_{sat}$  é o campo magnético saturado.

Para campos magnéticos cíclicos a tensão de cisalhamento é dada por

$$\tau_{mag}(\gamma) = \tau_{mag} f(\gamma), \tag{6}$$

onde  $f(\gamma)$  é dado por uma função trigonométrica  $f(\gamma) = -\cos(-2\gamma)$  e  $\gamma$ é o angulo formando pela direção de aplicação do campo magnético e o eixo longitudinal da amostra. A tensão obtida com as Equações (5) e (6) foram comparadas com os resultados experimentais obtidos por MULLNER *et al.* (2003), deixando evidente que o modelo de MULLNER *et al.* (2002) prevê razoavelmente bem a tensão de cisalhamento induzida pela aplicação de um campo magnético. Existem, ainda, outros modelos relevantes na literatura, dentre eles: JADEMOND & LIYONG (2005), GLAVATSKA *et al.*, (2003) SHUET *et al.*, (2004), ZHU & DUI (2007) LI & MA (2008), FARAN & SHILO (2011), COUCH & CHOPRA (2006), entre outros.

## **3. MODELAGEM CONSTITUTIVA**

A mecânica do contínuo eletromagnética foi abordada em diversos trabalhos (GUGGENHEIM, 1936; LANDAU *et al.*, 1984; TIERSTEN, 1964; BROWN JR., 1966; PENFIELD JR. & HAUS, 1967; COLEMAN & NOLL, 1971; TRUESDELL & TOUPIN, 1960; ERINGEN & MAUGIN, 1990; PAO, HUTTER & VAN DE VEN, 1978; WOODSON & MELCHER, 1990). Devido à sua grande complexidade, até hoje não existe um teoria unificada. Este trabalho considera o termo magnético como sendo derivado da *Energia de Zeeman*, conforme utilizado em KIEFER & LAGOUDAS (2005) que estabelece um quadro geral de equações para a modelagem de materiais contínuos, deformáveis e magnetizáveis, contendo as *Equações de Maxwell* e as *Leis de Conservação da Mecânica*.

Sendo assim, o objetivo deste capítulo é apresentar um modelo constitutivo baseado na termodinâmica dos processos irreversíveis para descrever as características fenomenológicas do comportamento termo-magneto-mecânico das ligas magnéticas com memória de forma. Inicialmente, é feita uma revisão da formulação constitutiva que segue o formalismo adotado para *Materiais Padrão Generalizados*. E por fim, apresenta-se o modelo proposto.

## 3.1. FORMULAÇÃO CONSTITUTIVA

As equações constitutivas que descrevem o comportamento de um determinado material podem ser obtidas segundo o formalismo dos *Materiais Padrão Generalizados*. Neste contexto, para que a formulação seja termodinamicamente consistente é necessário que as equações sejam obtidas respeitando a primeira e a segunda lei da termodinâmica (GURTIN, 1981).

O estado termodinâmico de um material num dado instante de tempo pode ser plenamente definido conhecendo-se os valores de um determinado número de variáveis, denominadas variáveis de estado. Em uma MSMA, o conjunto de variáveis de estado deve ser estabelecido levando em consideração a influência das energias térmica, magnética e mecânica, bem como a dissipação associada à evolução da microestrutura dessas ligas. O modelo constitutivo apresentado neste trabalho é formulado a partir da *Energia Livre de Helmholtz* ( $\psi$ ) que inclui um termo magnético derivado da *Energia de Zeeman*. O procedimento de COLEMAN & NOLL (1963) considera a desigualdade *Clausius-Duhem* em sua forma local apresentada da seguinte forma, onde  $\sigma_{ij}$  é o tensor tensão,  $\varepsilon_{ij}$  é o tensor deformação,  $H_i$  é o vetor campo magnético,  $\mathcal{M}_i$  é o vetor de magnetização,  $\mu_0$  a permeabilidade,  $\rho$  é a massa específica, T é a temperatura, s é a entropia específica,  $q_i$  é vetor de fluxo de calor e  $g_i = \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial x_i}$ :

$$\sigma_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij} - \rho(\dot{\psi} + Ts) - \mu_0 \mathcal{M}_i H_i - q_i g_i \ge 0$$
<sup>(7)</sup>

A energia livre possui a seguinte forma, onde  $\beta$  representa um conjunto de variáveis internas que auxiliam na descrição do fenômeno.

$$\psi = \psi \left( \varepsilon_{ij} , T, H_i, \beta \right) \tag{8}$$

Tomando a taxa de variação da energia livre ( $\dot{\psi}$ ) temos:

$$\dot{\psi} = \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_{ij}} \dot{\varepsilon}_{ij} + \frac{\partial \psi}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial \psi}{\partial H_i} \dot{H}_i + \frac{\partial \psi}{\partial \beta} \dot{\beta}$$
<sup>(9)</sup>

Substituindo a Equação (9) na Equação (7), reescreve-se a Segunda Lei da Termodinâmica conforme a seguir.

$$\left(\sigma_{ij} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_{ij}}\right) \dot{\varepsilon}_{ij} - \rho \left(s + \frac{\partial \psi}{\partial T}\right) \dot{T} - \left(\mu_0 \mathcal{M}_i + \rho \frac{\partial \psi}{\partial H_i}\right) \dot{H}_i - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \beta} \dot{\beta} - q_i g_i$$

$$\geq 0$$

$$(10)$$

Considerando-se apenas a dissipação intrínseca, definem-se as forças termodinâmicas associadas ao processo, onde  $\sigma_{ij}^R$  representa a parcela reversível do tensor de tensão e *B* a força termodinâmica associada às variáveis internas  $\beta$ .

$$\sigma_{ij}^{R} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_{ij}} \qquad s = -\frac{\partial \psi}{\partial T} \qquad B_{H_i} = \mu_0 \mathcal{M}_i = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial H_i} \qquad B_\beta = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial \beta} \tag{11}$$

Para descrever os fenômenos dissipativos é necessário definir um potencial de dissipação ( $\phi$ ), a partir do qual definem-se os fluxos termodinâmicos que, combinados com as forças termodinâmicas, fornecem um conjunto de equações constitutivas para descrever o comportamento do material. Para isso, admite-se o potencial de dissipação  $\phi$  da seguinte forma:

$$\phi = \phi(\dot{\varepsilon}_{ij}, \dot{H}_i, \dot{\beta}, q_i) = \phi_I(\dot{\varepsilon}_{ij}, \dot{H}_i, \dot{\beta}) + \phi_T(q_i)$$
<sup>(12)</sup>

onde  $\phi_I$  representa a parcela intrínseca e  $\phi_T$  representa à parcela térmica.

Novamente, considerando-se apenas a dissipação intrínseca, definem-se os fluxos termodinâmicos, onde  $\sigma_{ii}^{I}$  corresponde à parcela irreversível do tensor de tensão.

$$\sigma_{ij}^{I} = \frac{\partial \phi}{\partial \dot{\varepsilon}_{ij}} \qquad \qquad B_{H_i} = \frac{\partial \phi}{\partial \dot{H}_i} \qquad \qquad B_{\beta} = \frac{\partial \phi}{\partial \dot{\beta}} \tag{13}$$

De posse das forças e fluxos termodinâmicos obtêm-se um conjunto de equações constitutivas, apresentado a seguir.

$$\sigma_{ij} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_{ij}} + \frac{\partial \phi}{\partial \dot{\varepsilon}_{ij}} \tag{14}$$

$$B_{H_i} = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial H_i} + \frac{\partial \phi}{\partial \dot{H_i}}$$
(15)

$$B = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial \beta} = \frac{\partial \phi}{\partial \dot{\beta}} \tag{16}$$

$$s = -\frac{\partial \psi}{\partial T} \tag{17}$$

Para que a *Segunda Lei da Termodinâmica* seja automaticamente satisfeita, potencial de dissipação  $\phi$  deve ser positivo, convexo e anular-se na origem.

Com isso, tem-se o conjunto de equações que descrevem completamente o comportamento do material.

#### **3.2. MODELO CONSTITUTIVO**

O modelo proposto neste trabalho é baseado no modelo constitutivo de PAIVA et al. (2005) para SMAs que considera quatro fases macroscópicas representando a fase austenítica e três variantes da martensita. Esse modelo é baseado no modelo de FREMOND (1996) que é tridimensional e considera três frações volumétricas de microconstituintes. Savi e colaboradores (SAVI et al., 2002; BAÊTA-NEVES et al., 2003; PAIVA & SAVI, 2005) discutiram as vantagens e limitações do modelo de Fremond (SAVI & BRAGA, 1993) e propuseram um novo modelo restrito ao contexto unidimensional (SAVI et al., 2002). O modelo possui quatro fases macroscópicas: uma associada à austenita (A) e duas correspondentes à martensita não-maclada, uma associada à tração  $(M^+)$  e outra à compressão  $(M^-)$ . Além disso, considera-se uma fase associada à martensita maclada (M), induzida por temperatura, que pode ser expressa em função das outras três. A formulação do modelo considera uma energia livre para cada fase sendo funções da deformação e da temperatura. A energia livre total é dada pelo somatório ponderado das energias livres parciais, cujos pesos são as frações volumétricas de cada uma das fases, caracterizando três variáveis internas. O modelo proposto é capaz de descrever o comportamento termomecânico das ligas com memória de forma, possibilitando o ajuste quantitativo do modelo aos resultados experimentais (BAÊTA NEVES *et al.*, 2003).

Neste trabalho, apresenta-se uma versão termo-magneto-mecânica desse modelo, onde a introdução de um termo magnético permite descrever de forma coerente as transformações de fase induzidas por tensão, temperatura e campo magnético.

A seguir, apresentam-se as equações do modelo constitutivo proposto para descrever o comportamento das MSMAs:

$$\sigma = E(\varepsilon + \alpha_h \beta_2 - \alpha_h \beta_1) + \alpha \beta_2 - \alpha \beta_1 - \Omega(T - T_0)$$
(18)

$$\dot{\beta}_1 = \frac{1}{\eta^T} \{ \alpha \varepsilon + \Lambda_1 + \beta_2 (\alpha_h \alpha + \alpha_h \alpha^C + E \alpha_h^2)$$
(19)

$$-\beta_1(2\alpha_h\alpha^T + E\alpha_h^2) + \alpha_h[E\varepsilon - \Omega(T - T_0)] - \mu_0H\mathcal{M}_M - \partial_1J_\pi\}$$
$$\dot{\beta}_2 = \frac{1}{\eta^C} \{\alpha\varepsilon + \Lambda_2 + \beta_1(\alpha_h\alpha + \alpha_h\alpha^T + E\alpha_h^2)$$
(20)

$$\dot{\beta}_{3} = \frac{1}{\eta^{A}} \left\{ \frac{1}{2} (E_{A} - E_{M}) (\varepsilon + \alpha_{h}\beta_{2} - \alpha_{h}\beta_{1})^{2} + \Lambda_{3} + (\Omega_{A} - \Omega_{M}) (T - T_{0}) (\varepsilon + \alpha_{h}\beta_{2} - \alpha_{h}\beta_{1}) - \mu_{0}H\mathcal{M}_{A} - \partial_{3}J_{\pi} \right\}$$
(21)

onde  $\sigma$  representa a tensão uniaxial,  $B_i$  são as forças termodinâmicas associadas às frações volumétricas e  $\partial_i J_{\pi}$  são as sub-diferenciais de  $J_{\pi}$  com relação a  $\beta_i$ . O conjunto  $J_{\pi}$  representa uma função indicatriz formada pelas variáveis internas ( $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$ ), expressa pelas restrições (22) que podem ser representadas pelo tetraedro mostrado na Figura (7).

$$0 \le \beta_n \le 1 \ (n = 1, 2, 3); \quad \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \le 1$$
(22)



Figura 7 – Representação geométrica da coexistência de fases.

Após a compreensão do equacionamento, pode-se apresentar os parâmetros do modelo:

- α é um parâmetro material associado ao tamanho vertical do laço de histerese observado durante a transformação martensítica;
- α<sub>h</sub> é um parâmetro material responsável por controlar o tamanho horizontal do laço de histerese;
- M é o vetor de magnetização e representa a capacidade que o material tem de se magnetizar;
- *E* é o módulo elástico;
- Ω é o coeficiente de dilatação térmica;
- $\Lambda = \Lambda(T)$  é função da temperatura e está relacionado a transformação de fase;
- T<sub>0</sub> é uma temperatura de referência para a qual o material livre de tensões apresenta deformação nula;
- $\mu_0$  a permeabilidade.

Os parâmetros  $E \in \Omega$  podem ser definidos a partir de seus valores correspondentes para as fases martensíticas e austenítica, como a seguir:

$$E = E_M + \beta_3 (E_A - E_M) \tag{23}$$

$$\Omega = \Omega_M + \beta_3 (\Omega_A - \Omega_M) \tag{24}$$

As funções  $\Lambda_1, \Lambda_2 \in \Lambda_3$  são definidas conforme a seguir:

$$\Lambda_{1} = \Lambda_{1}(T) = \Lambda_{M}^{T} + \Lambda_{M} = -L_{0}^{T} + \frac{L^{T}}{T_{M}}(T - T_{M})$$
<sup>(25)</sup>

$$\Lambda_2 = \Lambda_2(T) = {\Lambda_M}^C + {\Lambda_M} = -L_0^C + \frac{L^C}{T_M}(T - T_M)$$
(26)

$$\Lambda_{3} = \Lambda_{3}(T) = \Lambda_{A} + \Lambda_{M} = -L_{0}^{A} + \frac{L^{A}}{T_{M}}(T - T_{M})$$
<sup>(27)</sup>

onde  $T_M$  é a temperatura abaixo da qual a martensita é estável para um estado livre de tensão. Além disso,  $L_0^T$ ,  $L_0^T$ ,  $L_0^C$ ,  $L^C$ ,  $L_0^A$  e  $L^A$  são parâmetros relacionados a tensão crítica para transformação de fase.

Com o objetivo de controlar a velocidade das transformações de fase, admite-se que os parâmetros de dissipação interna do material  $\eta^T$ ,  $\eta^C e \eta^A$  variem em função das condições do carregamento aplicado, conforme se segue:

$$\begin{cases} \eta^{T,C,A} = \eta^{T,C,A}_{C} & \text{se} \quad \dot{\varepsilon} > 0 \\ \eta^{T,C,A} = \eta^{T,C,A}_{D} & \text{se} \quad \dot{\varepsilon} < 0 \end{cases}$$
(28)

Assim, têm-se seis parâmetros de dissipação para o modelo, onde o subscrito C está relacionado à transformação martensítica enquanto o D é associado com a transformação inversa. São eles:

- $\eta_C^T e \eta_D^T$  associados à tração;
- $\eta_C^{\ C} e \eta_D^{\ C}$  associados à compressão;
- $\eta_C^A e \eta_D^A$  associados à austenita;

Contudo, revisitando a teoria de eletromagnetismo presente nos trabalhos de HUTTER & PAO (1974) e LANDAU *et al.* (1984) introduz-se ainda uma relação constitutiva obtida da formulação de Maxwell, que permite expressar a indução magnética (B) em função dos outros parâmetros magnéticos.

$$B = \mu_0(\mathcal{M} + H)$$

(29)

# 4. RESULTADOS NUMÉRICOS

De posse de um conjunto completo de equações constitutivas para descrever o comportamento das MSMAs, esta seção apresenta simulações numéricas que mostram a capacidade do modelo de capturar o complexo comportamento termo-magnetomecânico das MSMAs. Inicialmente, faz-se uma verificação do modelo utilizando os resultados experimentais de KARAMAN *et al.* (2006) e KARACA *et al.* (2007). Posteriormente, são realizadas simulações numéricas a fim de demonstrar a habilidade do modelo de capturar o complexo comportamento termo-magneto-mecânico das MSMAs.

### 4.1. VERIFICAÇÃO DO MODELO

O objetivo desta seção é fazer um ajuste quantitativo entre os resultados obtidos pelo modelo e os testes experimentais obtidos para ensaios de compressão pseudoelásticos a temperaturas distintas com e sem a indução magnética. A importância deste ensaio consiste em mostrar que o modelo é capaz de prever o comportamento das MSMAs a uma temperatura qualquer, a partir da resposta experimental a uma dada temperatura.

A Figura (8) mostra as curvas tensão-deformação experimentais obtidas por KARAMAN *et al.* (2006) para quatro temperaturas distintas. Esses resultados são utilizados para a calibração quantitativa da parte termo-mecânica do modelo.

Antes de se comparar os resultados numéricos com os experimentais, é necessário fazer algumas observações acerca das curvas experimentais. Primeiramente, deve-se observar que para as curvas com pseudoelasticidade ocorre uma transformação pré-martensítica entre a fase matriz e a fase produto. A curva para T = 213K apresenta de forma bem definida esta transformação que é conhecida como fase intermediária (KARAMAN *et al.*, 2006, KARACA *et al.*, 2007) ou fase-R (PAIVA *et al.*, 2005).



Figura 8 - Curvas experimentais de tensão-deformação. KARAMAN *et al.* (2006)

A presença dessa fase-R acarreta um grau de complexidade não incluído no modelo, por este motivo, o ajuste do modelo é feito considerando as propriedades verificadas para a curva T = 193K. As propriedades obtidas estão apresentadas na Tabela (1). Observa-se que a Tabela (1) não apresenta o conjunto completo de parâmetros, pois os ensaios conduzidos por KARAMAN *et al.* (2006) abordam apenas o efeito da temperatura sobre a deformação induzida por um campo de tensão compressivo em cristais individuais atuados sob campo magnético nulo.

**Tabela 1** - Parâmetros identificados a partir dos resultados experimentais(KARAMAN et al. 2006).

$E_A$ (GPa)	$E_M$ (GPa)	$\Omega_A$ (Mpa/K)	$\Omega_M$ (Mpa/K)	$T_M$ (K)
6	12,5	0,74	0,17	173
$L_0^C$ (MPa)	$L^C$ (MPa)	$L_0^A$ (MPa)	$L^A$ (MPa)	$\alpha^{C}$ (MPa)
0,26	108	0,93	122	174
$\eta_C^{\ C}$ (MPa.s)	$\eta_D^{\ C}$ (MPa.s)	$\eta_C^A$ (MPa.s)	$\eta_D^A$ (MPa.s)	$\alpha_{H}^{C}$ (MPa.s)
0,101	0,09999	0,1	0,09999	0,0243

A seguir, apresenta-se uma comparação dos resultados numéricos e experimentais. Na Figura (9), tem-se a comparação para a curva tensão-deformação com T=193K. Observa-se que os resultados apresentam uma excelente concordância, capturando com coerência as fases matriz e produto, bem como a transformação de fase martensíticas.



Figura 9 - Comparação numérico-experimental para T = 193K.

Na Figura (10), tem-se a comparação entre os resultados experimentais e numéricos para o comportamento pseudoelástico em diferentes temperaturas T = 213K, T = 223K e T = 233K. Neste tipo de teste, mais uma vez observa-se uma boa concordância entre as duas curvas. Com relação à pequena diferença na largura do laço de histerese, nota-se que seu máximo aparece na temperatura de T = 233K onde ocorre uma diferença no nível de deformação compressiva de 0,0045, o que representa menos de meio por cento.



Figura 10 - Comparação numérico-experimental para diferentes temperaturas.

Quanto às discrepâncias no início da transformação martensítica, é pertinente observar que o resultado numérico não contempla a presença da fase-R. A presença da fase pré-martensítica também figura como possível causa do atraso na obtenção da tensão crítica para o término da transformação martensítica. Esse fato pode justificar as pequenas discrepâncias apresentadas, já que para T = 193K isso não é verificado. Num segundo momento, a influência da indução magnética é tratada. A Figura (11) mostra as curvas tensão-deformação experimentais obtidas por KARACA *et al.* (2007) para a um ensaio pseudoelástico à temperatura de T = 213K sob campo magnético nulo (linha azul) e sob a indução magnética de 1,6 T (linha vermelha). A diferença entre o nível de tensão dos platôs, durante a transformação de fase, com e sem campo magnético, é definida como a tensão magnética ( $\sigma_{mag}$ ). Esses resultados são utilizados para a calibração da parte magneto-mecânica do modelo.



Figura 11 - Curvas experimentais de tensão-deformação com e sem campo magnético. KARACA *et al.* (2007).

A Tabela (2) apresenta os parâmetros magnéticos para o modelo, que devem ser adicionados aos parâmetros previamente determinados na Tabela (1).

$\mu_0(\mu \text{Hm}^{-1})$	$\mathcal{M}_M(\mathrm{KAm}^{-1})$	$\mathcal{M}_A(\mathrm{KAm}^{-1})$
1,256	620	350

**Tabela 2 -** Parâmetros magnéticos do modelo(KARAMAN *et al.*, 2006; KARACA *et al.*, 2007).

A Figura (12a) apresenta a simulação numérica para a mesma situação apresentada por KARACA *et al.*(2007). As Figuras (12c) e (12b) destacam a comparação entre os resultados numéricos e experimentais para T = 213K com e sem influência de um campo magnético, respectivamente. Novamente, o modelo mostra que é capaz de capturar o comportamento das MSMAs.





- (b) Comparação numérico-experimental com B=0T;
- (c) Comparação numérico-experimental com B=1,6T;

## 4.2. SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Nesta seção são apresentadas algumas simulações numéricas com o intuito de demonstrar a capacidade do modelo de capturar a forma geral do comportamento termomagneto-mecânico das MSMAs. São discutidos os resultados para os testes de transformação de fase induzida por campo magnético assistido por um campo de tensão a diferentes temperaturas e de reorientação martensítica.

## 4.2.1. Transformação de Fase Induzida por Campo Magnético Assistido por um Campo de Tensão

Para as simulações numéricas apresentadas neste item são utilizados os parâmetros determinados ao longo da verificação do modelo. As Tabelas (1) e (2) apresentam o conjunto complete de propriedades que descrevem o material, reiterando que ao longo deste item são conduzidos apenas ensaios sob tensão compressiva.

A Figura (13) apresenta o efeito do campo magnético durante um ensaio pseudoelástico para diferentes temperaturas. São considerados dois níveis de indução magnética diferentes: 0T (curvas pretas) e 1.6T (curvas azuis). Os resultados experimentais de KARAMAN *et al.* (2006), sem campo magnético, são utilizados como referência.



Figura 13 - Transformação de fase induzida por campo magnético assistido por um campo de tensão a diferentes temperaturas.

Durante este ensaio, o material responde elasticamente segundo a fase matriz (A) até que seja alcançada uma tensão crítica para transformação de fase martensítica. A partir desse ponto, há uma resposta não-linear correspondente ao trecho de transformação de fase ( $A \Rightarrow M^-$ ). Esta transformação acontece até que seja alcançada uma tensão crítica para o término da transformação. A partir de então, o material volta a responder elasticamente segundo a fase produto ( $M^-$ ) até que o limite de escoamento seja alcançado. Durante o descarregamento, o material responde elasticamente segundo a fase produto até que uma tensão crítica para transformação de fase inversa ( $M^- \Rightarrow A$ ) seja alcançada. Esta transformação acontece até que o material atinja uma tensão crítica para fim da transformação inversa. Finalmente, o material volta a se comportar elasticamente segundo uma estrutura austenítica.

Analisando a influência do campo magnético, nota-se que o nível de tensão crítica necessário para iniciar as transformações de fase aumenta com a indução magnética. A este respeito, o campo magnético produz um efeito similar ao da temperatura deslocando para cima a posição do laço de histerese a medida que é aumentado.

É importante notar que para a temperatura T = 193K existe uma parcela de deformação que não pode ser recuperada após o descarregamento completo do material. Em princípio, essa deformação poderia ser recuperada através de dois procedimentos: aumentar a temperatura ou aumentar o nível da indução magnética.

A Figura (14a) apresenta o carregamento termo-magneto-mecânica que origina as curvas azuis na Figura (13), usando como exemplo a temperatura constante T =213K.



**Figura 14** - (a) Carregamento termo-magneto-mecânico para T = 193 K. (b) Evolução das frações volumétricas no tempo.

Neste ensaio é imposto um carregamento mecânico de tensão compressiva  $(\sigma = -80MPa)$  sob atuação de um campo magnético constante  $H = 620KAm^{-1}$  (responsável pela indução magnética B = 1,6T). Enquanto a Figura (14b) mostra a evolução no tempo das frações volumétricas dos quatro microconstituintes considerados no modelo. Inicialmente a estrutura é totalmente austenítica. Durante a transformação de fase, austenita e martensita induzida por tensão trativa coexistem. Após a transformação, o material possui uma estrutura totalmente martensítica induzida por tração (*M*). Durante a transformação inversa, novamente ambas as fases coexistem. Por fim, o material volta a apresentar uma estrutura totalmente austenítica.

#### 4.1.2. Reorientação Martensítica

O objetivo desta seção é mostrar o efeito de reorientação martensítica, tomando como referência os testes experimentais de KIEFER *et al.* (2005). A Tabela (3) apresenta o conjunto de parâmetros utilizados para a simulação. Na Tabela (3) também é apresentada a tensão compressiva mínima de atuação  $\sigma^*$ , abaixo da qual os efeitos magnéticos são suprimidos (KIEFER *et al.*, 2005).

$E_A$ (GPa)	$E_M$ (GPa)	$\Omega_A$ (Mpa/K)	$\Omega_M \ (Mpa/K)$	$T_M$ (K)
6	12,5	0,74	0,17	173
$L_0^T$ (MPa)	$L^T$ (MPa)	$L_0^C$ (MPa)	L <sup>C</sup> (MPa)	$L_0^A$ (MPa)
0,2	100	0,2	100	0,93
L <sup>A</sup> (MPa)	$\alpha^{T}$ (MPa)	$\alpha^{C}$ (MPa)	$\alpha_{H}^{T}$ (MPa.s)	$\alpha_H^C$ (MPa.s)
122	140	140	0,027	0,027
$\eta_C^T$ (MPa.s)	$\eta_D^T$ (MPa.s)	$\eta_{C}^{c}$ (MPa.s)	$\eta_D^C$ (MPa.s)	$\eta_{C}^{A}$ (MPa.s)
0,101	0,09999	0,101	0,09999	0,1
$\eta_D^A$ (MPa.s)	$\mu_0(\mu \text{Hm}^{-1})$	$\mathcal{M}_M(\mathrm{KAm}^{-1})$	$\mathcal{M}_A(\mathrm{KAm}^{-1})$	$\sigma^*$ (MPa)
0,101	1,256	1000	1200	-1

Tabela 3 - Parâmetros da reorientação martensítica

A Figura (15) apresenta o fenômeno de reorientação martensítica, sendo que a Figura (15a) ilustra o resultado numérico obtido pelo modelo de KIEFER *et al.* (2005) onde observa-se uma perfeita simetria durante a reorientação da liga quando atuada sob campo magnético positivo ou negativo. A Figura (15b) mostra o resultado numérico obtido pelo modelo proposto.



Figura 15 - (a) Curva Indução Magnética-Deformação (KIEFER *et al.* 2005). (b) Curva Indução Magnética-Deformação do modelo atual.

A Figura (15) permite observar a influência do campo magnético sobre a deformação das ligas magnéticas com memória de forma, ao passo que o aumento do campo magnético promove o aumento na deformação. Também pode se concluir que o modelo foi capaz de capturar a natureza não linear da MSMAs incluindo o comportamento histerético que ocorre ao longo do fenômeno de reorientação martensítica.

Para a realização deste ensaio considera-se a mesma sequência apresentada por KIEFER *et al.* (2005), onde inicialmente, a amostra de MSMA monocristalina se encontra a temperatura ambiente livre de tensões na fase austenítica. Então é aplicada uma tensão compressiva  $\sigma = -10 MPa$  (que é mantida ao longo de todo ensaio) e dá-se início ao processo de resfriamento até a temperatura T = 183K obtendo como resultado a transformação de fase de austenita para martensita não maclada ( $M^-$ ). Neste ponto, a liga possui  $\beta_2 = 1$ , então é iniciada a reorientação martensítica aplicando uma indução magnético de B = 1,5 T o que instantaneamente reorienta a amostra para martensita maclada  $\beta_4 = 1$  obtendo a deformação máxima acima de 3%, posteriormente, descarregando o campo magnético a liga volta para a configuração  $\beta_2 = 1$ . Aplicando um campo magnético negativo inicia-se um ciclo de reorientação similar ao descrito anteriormente.



**Figura 16** - (a) Carregamento termo-magneto-mecânico para T = 189K; (b) Evolução das frações volumétricas.

Nota-se que a Figura (16) destaca somente o trecho de reorientação sob influência de um campo magnético positivo que ocorre quase que instantaneamente em 0.4 segundos, sendo ilustrados o carregamento termo-magneto-mecânico (Figura 16a) e a evolução das frações volumétricas (Figura 16b) para o efeito de reorientação martensítica.

#### 4.2.3. O Atuador Linear

Neste item serão apresentadas algumas simulações sobre o atuador de GAUTHIER *et al.* (2006), citado como no item 2.1, com o intuito de mostrar um aplicação para o fenômeno de reorientação martensítica previamente estudado. A Figura (17) apresenta o protótipo deste atuador produzido pela AdaptaMat.



Figura 17- Protótipo do atuador de GAUTHIER et al. (2006).

Neste atuador multi-estágios o movimento da barra de atuação é controlado por duas bobinas eletromagnéticas que induzem um campo magnético capaz de deformar os elementos de MSMA, que estão dispostos de forma diametralmente oposta, a fim de possibilitar que a indução de um campo magnético positivo, aplicado de forma intercalada sobre os elementos de MSMA, possa movimentar a barra guia do atuador, hora para a esquerda e hora para a direita, do ponto de equilíbrio onde a deformação é nula. A Figura (18a) apresenta um desenho esquemático de um ciclo de atuação magnética, enquanto a Figura (18b) ilustra o fenômeno de reorientação martensítica induzido por este ciclo. Ressaltando que todos os ensaios realizados nesta seção foram realizados sob a atuação constante de um campo de tensão compressivo  $\sigma = -10MPa$ .



**Figura 18 -** (a) Desenho esquemático de um ciclo de atuação magnética. (b) Reorientação martensítica para *B*=1,5T.

Como as posições estáveis de controle são dependentes diretamente da magnitude do pulso eletromagnético, o atuador de GAUTHIER *et al.* (2006) se torna altamente adaptativo, pois modificando este parâmetros podem ser obtidas infinitas posições de controle. A seguir será analisada a influência da intensidade do campo magnético. Figura (19) apresenta o fenômeno de reorientação martensítica sob a influência de diferentes campos magnéticos.



Figura 19- Reorientação martensítica para diferentes intensidades de campo magnético.

A Figura (20a) ilustra a relação entre os diferentes ciclos de carregamento magnético e a resposta produzida para a deformação da liga. É possível observar claramente que menores magnitudes de campo magnético geram menores deformações e com isso menores deslocamentos no cursor do atuador, outro ponto relevante é que o maior nível de deformação é alcançado para B=1,5T, pois observa-se que para B=2,0T o nível de deformação se mantém. Também é apresentada a evolução das frações volumétricas na Figura (20b), onde, a respeito do que foi observado nos ensaios de KIEFER *et al.* (2005), inicialmente tem-se cem por cento de martensita não maclada induzida por compressão  $\beta_2 = 1$  e após a reorientação obtém-se cem por cento de martensita maclada  $\beta_4 = 1$ , isso ocorre durante os dois primeiros ciclos. No terceiro e no quarto ciclos observa-se uma reorientação parcial.



Figura 20 - (a) Relação entre a indução magnética e a deformação. (b) Evolução das frações volumétricas no tempo.

# 5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho apresenta um modelo constitutivo macroscópico unidimensional para descrição do comportamento termo-magneto-mecânico das ligas magnéticas com memória de forma. Ao longo deste trabalho foi apresenta uma revisão sobre alguns dos principais modelos constitutivos para MSMAs, bem como um quadro geral da formulação constitutiva.

O modelo de PAIVA *et al.* (2005), originalmente proposto com aplicação voltada para SMAs convencionais, considera quatro fases macroscópicas representando a fase austenítica e três variantes da martensita e devido a sua capacidade de descrever adequadamente o comportamento das SMAs, foi utilizado como base para o desenvolvimento do novo modelo apresentado ao longo deste trabalho. Este novo modelo pode ser considerado uma evolução do modelo de PAIVA *et al.* (2005), por apresentar a introdução de um termo magnético que agrega ao modelo original a possibilidade de trabalhar com as ligas magnéticas com memória de forma.

De posse desta nova modelagem foi elaborado um estudo sobre o comportamento termo-magneto-mecânico a fim de avaliar a resposta das MSMAs sob a influência de diferentes condições de carregamento.

Com esta finalidade, foi feito um ajuste quantitativo entre os resultados numéricos obtidos pelo modelo e resultados experimentais encontrados na literatura para ensaios de compressão pseudoelásticos a diversas temperaturas com e sem a aplicação de um campo magnético, visando a validação do modelo para este teste. A importância deste tipo de ensaio consiste em verificar que, a partir da resposta experimental a uma dada temperatura (ou seja, uma vez identificadas as propriedades do material), o modelo é capaz de prever o comportamento de ligas magnéticas com memória de forma a uma temperatura qualquer.

Depois disso, foram apresentadas simulações numéricas para os principais fenômenos associados às ligas magnéticas com memória de forma, atestando a habilidade do modelo em descrevê-los. Apresentaram-se testes envolvendo: a transformação de fase induzida por campo magnético assistido por um campo de tensão a diferentes temperaturas e de reorientação martensítica. Ao final, concluí-se que as mudanças introduzidas no modelo, visando capturar o comportamento termo-magneto-mecânico das MSMAs, foram validadas através do ajuste quantitativo entre resultados numéricos obtidos pelo modelo e resultados experimentais encontrados na literatura para MSMAs monocristalinas. Contudo, cabe ressaltar algumas limitações ainda existentes como a descrição da fase-R observada entre a transformação ( $A \Rightarrow M^-$ ) e a dificuldade para o ajuste quantitativo da largura do laço de histerese.

#### 5.1. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A modelagem das ligas magnéticas com memória de forma possui muitos pontos a serem explorados para uma correta descrição do seu comportamento termo-mecânico.

O modelo ainda apresenta limitações à descrição de alguns comportamentos inerentes às SMAs. Dentre eles, podem-se destacar a correta a descrição da fase-R e a dificuldade para ajustar a largura do laço de histerese. Acredita-se que estes problemas estejam intimamente relacionados e possam ser resolvidos através do desenvolvimento de um novo modelo capaz de capturar o comportamento da transformação de fase prémartensítica (fase-R).

Outra contribuição relevante consiste em incorporar uma constante de anisotropia magnética ao modelo, a fim de obter um maior controle dos fenômenos magnéticos.

E por fim, outra sugestão para trabalhos futuros seria a realização de ensaios experimentais para conhecer melhor o comportamento das ligas magnéticas com memória de forma. Análises em um DSC (*Differencial Scanner Calorimeter*) possibilitariam definir corretamente as temperaturas de transformação de fase, enquanto ensaios em equipamentos como os descritos por KARACA *et al.* (2006) constituídos por um servo hidráulico, um atuador magnético e um sensor de deslocamento possibilitariam capturar de forma mais precisa o comportamento das MSMAs, a fim de utilizar os dados obtidos com estes ensaios experimentais, para ajustar um novo modelo mais completo que contemple a fase-R.

# 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BOYD, J.G., LAGOUDAS, D.C., "A thermodynamical constitutive model for shape memory materials. Part I. The monolithic shape memory alloy", *International Journal of Plasticity*, v. 12, pp. 805-842, JUN. 1996.
- BO, Z., LAGOUDAS, D.C., "Thermomechanical modeling of polycrystalline SMAs under cyclic loading, Part I: Theoretical derivations", *International Journal of Engineering Science*, v. 37, pp. 1089–1140, JUL. 1999.
- BROWN, W.F., "Magnetoelastic Interactions", *Tracts in Natural Philosophy*, v. 9, New York, Springer-Verlag, 1966.
- BAÊTA-NEVES, A.P., SAVI, M.A., PACHECO, P.M.C.L., "Horizontal Enlargement of the Stress-Strain Loop on a Thermo-Plastic-Phase Transformation Coupled Model for Shape Memory Alloys", XVII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, 2003.
- BRINSON, L.C., "One Dimensional Constitutive Behavior of Shape Memory Alloys: themo-mechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, v. 4, pp. 229-242, 1993.
- CHERNENKO V.A., BESSEGHINI S., "Ferromagnetic shape memory alloys: Scientific and applied aspects", *Sensors and Actuators*, v. 142, pp. 542-548, 2008.
- COLEMAN, B. D., NOLL, W., "The thermodynamics of elastic materials with heat conduction and viscosity", *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, v. 13, pp. 167-178, 1963.
- COLEMAN, B.D., DILL, E.H., "Thermodynamic restrictions on the constitutive equations of electromagnetic theory", *Zeitschriftfur Angewandte Mathematik and Physik*, v. 22, pp. 691–702, 1971a.
- COLEMAN, B.D., DILL, E.H., "On the thermodynamics of electromagnetic fields in materials with memory", *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, v. 41, pp.132-162, 1971b.
- COUCH R.N., CHOPRA I., "A quasi-static model for Ni-Mn-Ga magnetic shape memory alloy", *Smart Materials and Structures*, v. 16, pp. 11-21, 2007.

- CUI J. *et al.*, "Phase transformation and magnetic anisotropy of an iron-palladium ferromagnetic shape-memory alloy," *Acta Materialia*, v. 52, pp. 35-47, 2004.
- DESIMONE, A., JAMES R., "A constrained theory of magneto elasticity", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, v. 50, pp. 283-320, 2002.
- ERINGEN, A.C., MAUGIN, G.A., *Electrodynamics of Continua I Foundations and Solid Media*, New York, Springer-Verlag, 1990.
- ERINGEN, A.C., MAUGIN, G.A., *Electrodynamics of Continua II Fluids and Complex Media*, New York, Springer-Verlag, 1990.
- FARAN, E., SHILO, D., "The kinetic relation for twin wall motion in Ni-Mn-Ga", Journal of the Mechanics and Physics of Solids, v. 59, pp. 975-987, 2011.
- FREMOND, M., Shape Memory Alloy: "A Thermomechanical Macroscopic Theory", CISM Courses and Lectures, v. 351, pp. 3-68, New York, 1996.
- FUJITA, A., FUKAMICHI, K., GEJIMA, F., et al., "Magnetic properties and large magnetic-field-induced strains in off-stoichiometric Ni-Mn-Al Heusler alloys", *Applied Physics Letters*, v. 77 (19), pp. 3054-3056, 2000.
- GAUTHIER J. Y. et al., "Multistable Actuator Based On Magnetic Shape Memory Alloys", Proc. Actuator 2006, Germany, 2006.
- GLAVATSKA, N.I., RUDENKO, A.A., GLAVATSKIY, I.N., L'VOV, V.A., "Statistical model of magnetostrain effect in martensite", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, v. 265, pp.142-151, 2003.
- GUGGENHEIM, E.A., "On magnetic and electrostatic energy", In: *Mathematical and Physical Sciences*, v. 155, *Proceedings of the Royal Society of London Series A*, pp. 49–70, 1936.
- GUGGENHEIM, E.A., "The thermodynamics of magnetization", In: *Mathematical and Physical Sciences*, v. 155, *Proceedings of the Royal Society of London Series A*, pp. 70–101, 1936.
- GURTIN, M.E., "An Introduction to Continuum Mechanics", In: *Mathematics in Science and Engineering*, v. 158, San Diego, Academic Press, 1981.
- HIRSINGER, L., LEXCELLENT, C., "Internal variable model for magneto-mechanical behavior of ferromagnetic shape memory alloys Ni-Mn-Ga", *Journal de Physique IV*, v. 112, pp. 977-980, 2003.
- HODGSON, D.E., WU, M.H., et al., "Shape Memory Alloy", ASM Handbook, v.2, pp. 887-902, 1992.

- HOLZAPFEL, G.A., Nonlinear Solid Mechanics: A Continuum Approach For Engineering, Reprint with Corrections Edition, John Wiley & Sons, Chichester, 2000.
- HUTTER, K., VAN DE VEN, A.A.F., "Field Matter Interactions in Thermoelastic Solids", In: Lecture Notes in Physics, v. 88, New York, Springer-Verlag, 1978.
- HUTTER, K., PAO, Y. H., "A dynamic theory for magnetizable elastic solids with thermal and electrical conduction", *Journal of Elasticity*, v. 4, pp. 89-114, Mar. 1974.
- JADEMOND K., LIYONG K., "Modeling of magneto-mechanical behavior of Ni-Mn-Ga single crystals", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, v. 292, pp. 394-412, 2005.
- JAMES, R.D., WUTTIG, M., "Magnetostriction of martensite", *Philosophical Magazine*, v. 77 (5), pp.1273-1299, 1998.
- KAKESHITA, T., TAKEUCHI, T., FUKUDA, T., et al., "Giant magnetostriction in an ordered Fe<sub>3</sub>Pt single crystal exhibiting a martensitic transformation", Applied Physics Letters, v. 77, pp. 1502-1504, 2000.
- KARACA, H.E., KARAMAN, I., LAGOUDAS, D.C., *et al.*, "Recoverable stress induced martensitic transformation in a ferromagnetic Co-Ni-Al alloy", *Scripta Materialia*, v. 49, pp. 831-836, 2003.
- KARACA, H.E., KARAMAN, I., BASARAN, B., *et al.*, "Magnetic field and stress induced martensite reorientation in NiMnGa ferromagnetic shape memory alloy single crystals", *Acta Materialia*, v.54, pp. 233–245, 2006.
- KARACA, H.E., KARAMAN, I., BASARAN, B., *et al.*, "On the stress-assisted magnetic-field-induced phase transformation in Ni<sub>2</sub>MnGa ferromagnetic shape memory alloys", *Acta Materialia*, v. 55, pp. 4253–4269, 2007.
- KARAMAN I. *et al.*, "Stress-assisted reversible magnetic field-induced phase transformation in Ni<sub>2</sub>MnGa magnetic shape memory alloys", *Scripta Materialia*, v. 55, 403-406, 2007.
- KIEFER, B., LAGOUDAS, D.C., "Magnetic field-induced Martensitic Variant Reorientation in Magnetic Shape Memory Alloys", M. Sc. Dissertation, Department of Aerospace Engineering, Texas A & M University, H. R. Bright Building 3141 TAMU, College Station, TX 77843-3141, USA, 2003.

- KIEFER, B., LAGOUDAS, D.C., "Magnetic field-induced martensitic variant reorientation in magnetic shape memory alloys", *Philosophical Magazine Special Issue: Recent Advances in Theoretical Mechanics*", v. 85, pp. 4289-4329, 2005.
- KIEFER, B., LAGOUDAS, D.C., "Modeling of the hysteretic strain and magnetization response in magnetic shape memory alloys", In: *Proceedings of AIAA 2006*, pp. 1–15, 2006.
- KIEFER, B., LAGOUDAS, D.C., "Phenomenological modeling of ferromagnetic shape memory alloys", In: Proceedings of SPIE, Smart Structures and Materials: Active Materials: Behavior and Mechanics, v. 5387, 164–176, San Diego, MAR. 2004.
- KIEFER, B., LAGOUDAS, D.C., "Modeling of the variant reorientation in magnetic shape-memory alloys under complex magneto-mechanical loading", *Materials Science and Engineering A*, v. 481, pp. 339-342, 2008.
- KIEFER, B., LAGOUDAS, D.C., KARACA, H.E., KARAMAN, I., "Characterization and modeling of the magnetic field-induced strain and work output in Ni2MnGa shape memory alloys", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, v. 269, pp. 146-159, 2006.
- KNOEPFEL, H. E., Magnetic Fields: A Comprehensive Theoretical Treatise for Practical Use, New York, John Wiley & Sons, 2000.
- LAGOUDAS, D.C., Shape Memory Alloys: Modeling and Engineering Applications, New York, Springer, 2008
- LAI, W.M., RUBIN, D., KREMPL, E., Introduction to Continuum Mechanics, 3 ed., Woburn, Butterworth-Heinemann, 1993.
- LANDAU, L.D. LIFSHITZ, E.M., PITAEVSLII, L.P., *Electrodynamics of Continuous Media*, 2 ed., New York, Pergamon, 1984.
- LIANG, Y., SUTOU, Y., WADA, T., et al., "Magnetic Field-Induced Reversible Actuation Using Ferromagnetic Shape Memory Alloys", Scripta Materialia, v. 48, pp. 1415-1419, 2003.
- LIKHACHEV, A.A., ULLAKKO, K., "Magnetic-field-controlled twin boundaries motion and giant magneto-mechanical effects in Ni-Mn-Ga shape memory alloy", *Physics Letters A*, v. 275, pp. 142-151, 2000.

- LIKHACHEV, A.A., ULLAKKO, K., "The model development and experimental investigation of giant magneto-mechanical effects in Ni-Mn-Ga", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, v. 226, pp. 1541-1543, 2001.
- MALVERN, L.E., "Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium", In: Series in Engineering of the Physical Sciences, Upper Saddle River, Prentice Hall, 1969.
- MAÑOSA *et al.* 2008, "Ni-Mn-based magnetic shape memory alloys: Magnetic properties and martensitic transition", *Materials Science and Engineering A* 481–482 (2008) 49–56.
- MAUGIN, A.G., "Continuum Mechanics of Electromagnetic Solids", In: Applied Mathematics and Mechanics, v. 33, North-Holland Series, Elsevier Science Publishers, pp. 174-186, Amsterdam, 1988.
- MAUGIN, A.G., "The Thermodynamics of Nonlinear Irreversible Behaviors", In: World Scientific, v. 27, Nonlinear Science Series A, Singapore, pp. 89–114, 1999.
- MORITO, H., FUJITA, A., KAINUMA, R., *et al.*, "Magnetocrystalline anisotropy in single crystal Co-Ni-Al ferromagnetic shape-memory alloy", *Applied Physics Letters*, v. 81, pp. 1657-1659, 2002.
- MURRAY, S.J., *et al.*, "Magnetic-field-induced strain by twin-boundary motion in ferromagnetic Ni-Mn-Ga", *Applied Physics Letters*, v. 77 (6), pp. 886-888, 2000.
- MURRAY, S.J., MARIONI, M., ALLEN, S.M., O'HANDLEY, R.C., "Giant magneticfield-induced strain in Ni-Mn-Ga crystals: experimental results and modeling", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, v. 226, pp. 945, 2001.
- O'HANDLEY R.C, Modern Magnetic Materials, New York, John Wiley & Sons, 2000.
- O'HANDLEY, R.C., et al., "Keynote address: Magnetic field-induced strain in single crystal Ni-Mn-Ga", Proceedings of SPIE, Symposium on Smart Structures and Materials, v. 5053, pp. 200-206, 2003.
- PAIVA, A., 2001, *Modelos Constitutivos para Ligas com Memória de Forma*, Dissertação de M. Sc., Depto. Eng. Mec./IME-RJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- PAIVA, A., SAVI, M.A., "A constitutive model for shape memory alloys considering tensile-compressive asymmetry and plasticity", *International Journal of Solids* and Structures, v. 42, pp. 3439-3457, 2005.

- PAO, Y.H., HUTTER, K., "Electrodynamics for moving elastic solids and viscous fluids", In: *Proceedings of the IEEE*, v. 63, pp. 1011–1021, Jul. 1975.
- PENFIELD JR., P., HAUS, H. A., "Electrodynamics of Moving Media", *Research Monographs*, v. 40, MIT Press, Cambridge, MA, 1967.

ROCKAFELLAR, R. T., Convex Analysis, Princeton Press, New Jersey, 1970.

- SAVI, M.A., BRAGA, A.M., "Chaotic Vibration of an Oscillator with Shape Memory", Journal of the Brazilian Society of Mechanical Science, v. 15, pp. 1-20, 1993.
- SAVI, M.A., et al., "Phenomenological Modeling and Numerical Simulation of Shape Memory Alloys: A Thermo-Plastic-Phase Transformation Coupled Model", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, v. 3, pp.261-273, 2002.
- SOZINOV A., LIKHACHEV A.A., ULLAKKO K., "Crystal structures and magnetic anisotropy properties of Ni-Mn-Ga martensítica phases with giant magneticfield-induced strain", *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 38, pp. 2814-2816, 2002.
- TAYA, M., et al., 2007, Patent No: US 2007/0236314 A1, Disponível em: <a href="http://ip.com/pdf/patapp/US20070236314.pdf">http://ip.com/pdf/patapp/US20070236314.pdf</a>>. Acesso em: 10 maio de 2011, 02:40:00.
- TAN H., ELAHINIA M.H., "A nonlinear model for ferromagnetic shape memory alloy actuators", *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, v. 13, pp. 1917-1928, 2008.
- TICKLE, R., JAMES, R.D., "Magnetic and magnetomechanical properties of Ni<sub>2</sub>MnGa", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, v. 195, pp. 627-638, 1998.
- TICKLE, R., JAMES, R.D., *et al.*, "Ferromagnetic shape memory in the Ni-Mn-Ga system", *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 35, pp. 4301-4310, 1999.
- TIERSTEN, H.F., "Coupled magneto-mechanical equations for magnetically saturated insulators", *Journal of Mathematical Physics*, v. 5, pp. 1298–1318, 1964.
- TRUESDELL, C., NOLL, W., *The Non-Linear Field Theories of Mechanics*, 3 ed., Springer-Verlag, Berlin, 2004.
- TRUESDELL, C., TOUPIN, R., "Principles of Classical Mechanics and Field Theory", *Encyclopedia of Physics*, v. 3, Springer-Verlag, Berlin, pp. 226–795, 1960.
- ULLAKKO, K., HUANG, J.K., KANTNER, C., O'HANDLEY, R.C., Applied Physics Letters, v. 69, pp. 1966-1975, 1996.

- ULLAKKO K. et al., "Characterization of Magnetic Shape Memory Material and Applications", Process and Actuator 2006, Bremen, Germany, pp. 406-409, 2006.
- VASSILIEV, A., "Magnetically Driven Shape Memory Alloys", *Journal of Magnetism* and Magnetic Materials, v. 242, pp. 66-67, 2002.
- WOODSON, H.H., MELCHER, J.R., *Electromechanical Dynamics Part I: Discrete Systems*, 6 ed., Malabar, Krieger Publishing Company, 1990.
- WOODSON, H.H., MELCHER, J.R., *Electromechanical Dynamics Part II: Fields, Forces and Motion*, 6 ed., Malabar, Krieger Publishing Company, 1990.
- WUTTIG, M., LI, J., CRACIUNESCU, C., "A new ferromagnetic shape memory alloys system", Scripta Materialia, v. 44, pp. 2393-2397, 2001.
- WUTTIG, M., LIU, L., TSUCHIYA, K., et al., "Occurrence of ferromagnetic shape memory alloys (invited)", Journal of Applied Physics, v. 87, pp. 4707-4711,2000.