

ESTUDO DOS EFEITOS TURBULENTOS DO ESCOAMENTO DE GÁS EM RESERVATÓRIOS ARENÍTICOS E SUAS INFLUÊNCIAS EM TESTES DE POÇOS DE PETRÓLEO

Gabriel Rocha Camargo

Projeto de Graduação apresentado ao Curso de Engenharia do Petróleo da Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheiro.

Orientador: Prof. Paulo Couto, Dr. Eng.

Co-Orientador: Prof. Abelardo de Sá Neto, Ph. D.

Rio de Janeiro Julho de 2010 Camargo, Gabriel Rocha

Estudo dos Efeitos Turbulentos do Escoamento de Gás em Reservatórios Areníticos e suas Influências em Testes de Poços de Petróleo / Gabriel Rocha Camargo. – Rio de Janeiro: UFRJ/ Escola Politécnica, 2010.

xiii, 50 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Paulo Couto e Abelardo de Sá Neto Projeto de Graduação – UFRJ/ Escola Politécnica/ Curso de Engenharia do Petróleo, 2010.

Referências Bibliográficas: p. 49-50.

1. Testes de Poços de Gás. 2. Escoamento Turbulento. 3. Reservatórios Areníticos. I. Couto, Paulo *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Curso de Engenharia do Petróleo. III. Titulo.

Dedicatória

Dedico esse trabalho aos meus avôs Beto e Vallim, pela paciência e por tudo que me foi ensinado por eles.

Agradecimentos

A todos os professores do Curso de Engenharia de Petróleo da Universidade Federal do Rio de Janeiro, em especial aos professores Paulo Couto e Abelardo de Sá Neto, por estarem à disposição e pelos ensinamentos no âmbito acadêmico e profissional.

A Fekete Inc. e aos engenheiros Marty Santo e Kevin Dunn, pela cessão do software F.A.S.T. Well Test e pelo suporte dado no desenvolvimento do trabalho.

A todos os engenheiros da Starfish Oil & Gas, pela confiança depositada em mim e por me propiciarem extenso contato com a indústria, colaborando substancialmente para a minha formação.

Aos amigos da Engenharia de Petróleo da UFRJ, com os quais que compartilhei de momentos memoráveis ao longo desses cinco anos de convivência em horário integral.

A Casa da Rapaziada, aqui representada pelo seu principal lema: "Ninguém será deixado para trás".

Aos queridos amigos da Tijuca que se configuraram ao longo do tempo como pessoas indispensáveis ao meu lado.

Aos campanhas de Colégio e Escola Naval, por estarem sempre presentes desde os tempos de *classis spes*, em quaisquer condições de mar. Sustentai o fogo que a vitória é nossa! Tenho certeza de quem sem eles tudo teria sido mais difícil.

E, finalmente, agradeço à minha família, pela confiança e por todo o suporte dado durante toda a minha vida, me apoiando em toda e quaisquer decisões que tivesse que tomar, mesmo a contra gosto.

"Combati o bom combate, completei a corrida, guardei a fé ()"
Trecho da segunda carta de São Paulo enviada a Timóteo.
"Salve! Salve! Salve! Deste abençoado poço – Caraminguá nº 1, a 9 de agosto de 1938, saiu, num jato de petróleo, a independência econômica do Brasil".
Pedrinho, personagem do livro O Poço do Visconde de Monteiro Lobato.

Resumo do Projeto de Graduação apresentado à Escola Politécnica/ UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheiro do Petróleo.

Estudo dos Efeitos Turbulentos do Escoamento de Gás em Reservatórios Areníticos e suas Influências em Testes de Pocos de Petróleo

Gabriel Rocha Camargo

Julho/2010

Orientador: Prof. Paulo Couto, Dr. Eng.

Co-Orientador: Prof. Abelardo de Sá Neto, Ph. D.

Curso: Engenharia de Petróleo

Os limites da validade da equação de Darcy quando aplicada ao fluxo de gás através de reservatórios, será avaliada através da analise de alguns aspectos relacionados ao efeito da turbulência nesses tipos de escoamento. Quando se utilizam conceitos de pseudo-pressão e pseudo-tempo, a equação diferencial parcial que descreve o fluxo de gás natural obedecendo à lei de Darcy se torna linear, permitindo uma solução analítica. Porém, com estudos mais recentes, tornou-se notória a necessidade de se levar em conta os efeitos do skin e da turbulência no escoamento do gás, principalmente nas vizinhanças do poço.

Quando se usa a lei de Darcy, ficamos muito limitados a velocidades de escoamento muito baixas por isso, usaremos a equação de Forchheimer com o seu fator de inércia como uma alternativa à equação de Darcy para esses casos em que não é cabível o uso de pseudo coordenadas, pois ela é usada para descrever a não-linearidade, o que não conseguimos obter quando assumimos a Lei de Darcy.

O objetivo deste trabalho é estudar a influência dos efeitos turbulentos no escoamento de gás natural em reservatórios areníticos através da adição de um termo de inércia (Modificação de Forchheimer) à Lei de Darcy, e como estes efeitos podem influenciar na interpretação dos testes de poços offshore.

Para isso, simularemos um campo de petróleo real através do uso de um software comercial, FAST Well Test da Fekete Inc., considerando o escoamento de Darcy e o escoamento de Forchheimer. Por fim, faremos a análise do transiente de pressão usando esse mesmo software.

Palavras-chave: Teste de Poços, Fluxo em Meios Porosos, Lei de Darcy, Escoamento de Gás, Equação de Forchheimer, Escoamento Turbulento.

Abstract of Undergraduate Project presented to POLI/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Petroleum Engineer.

Study of Turbulence Effects of Gas Flow in Sandstones Reservoirs and its Influence in Well Testing

Gabriel Rocha Camargo

July/2010

Advisor: Paulo Couto, Dr. Eng.

Co-Advisor: Abelardo de Sá Neto, Ph.D.

Course: Petroleum Engineering

The validity limits of Darcy's Equation when applied to the gas flow through reservoirs, will be evaluated through the analysis of some aspects related to the turbulence effects in that kind of flow. When we use the concepts of pseudo pressure and pseudo time, the partial differential equation which describe the flow of natural gas following the Darcy's Law becomes linear, allowing an analytical solution. However, with recently studies, became widely known the necessity of taking account the skin and turbulence effects in the gas flow, mainly in the wellbore vicinity.

When we use the Darcy's Law, we become limited to very low flow velocities so, we will use the Forchheimer's Equation with its inertial factor as an alternative to the Darcy's Equation for these cases in which we cannot use pseudo coordinates, because Forchheimer's Law is used to describe the non-linearity, which we cannot do with the Darcy's Law.

The objective of this work is to study the influence of turbulence effects in the flow of natural gas in sandstones reservoirs through the addition of an inertial term (Forchheimer's Modification) to the Darcy's Law, and how these effects can act on the analysis of offshore well tests.

To this, we will simulate a real oilfield by using commercial software, F.A.S.T. Well Test of Fekete Inc., taking into accounts both Darcy's Flow and Forchheimer's Flow. Finally, we will do the pressure transient analysis in that same software.

Keywords: Well Testing, Flow in Porous Media, Darcy's Law, Forchheimer Equation, Gas Flow, Turbulent Flow.

Sumário

L	LISTA DE FIGURASX			
L	ISTA E	DE TABELAS	XI	
N	OMEN	ICLATURA	XII	
1	INT	TRODUÇÃO	1	
	1.1	OBJETIVOS E MOTIVAÇÃO	2	
	1.2	ESTRUTURAÇÃO DO TRABALHO	4	
2	FL	UXO DE FLUIDOS EM MEIOS POROSOS	5	
	2.1	CONCEITOS FUNDAMENTAIS	5	
	2.2	LEI DE CONSERVAÇÃO DAS MASSAS OU EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE	5	
	2.3	EQUAÇÃO DE ESTADO	5	
	2.4	LEIS GOVERNANTES DA DINÂMICA DE FLUXO DE FLUIDOS		
	2.4	1.1 Leis de Newton e as Equações de Navier-Stokes	7	
	2.4			
	2.4	.3 Fluxo Não Darciano e Equação de Forchheimer	10	
	2.4	.4 Equação de Forchheimer	11	
	2.5	FLUXO DE GASES EM MEIOS POROSOS	12	
	2.5	i.1 Fluxo em Meios Porosos	12	
	2.5	i.2 Equações Fundamentais do Fluxo de Gases	12	
	2.5	i.3 Equação da Difusividade Hidráulica	14	
	2.5	i.4 Variáveis Adimensionais para Fluidos Levemente Compressíveis	16	
	2.5	.5 Soluções da Equação da Difusividade	17	
	2.5	.6 Estocagem	20	
	2.5	5.7 Fluxo Turbulento e Skin	20	
	2.6	Sumário	22	
3	TE	STES DE POÇOS	23	
	3.1	Testes de Poços de Gás	24	
	3.2	Testes Multi-rate	24	
	3.2	.1 Teste Flow after Flow	24	
	3.2	.2 Teste Isócrono	26	
	3.2	.3 Teste Isócrono Modificado	27	
	3.3	Análise do Transiente de Pressão	27	
	3.4	ANÁLISE DE BUILD UP PARA TESTES DE POCOS DE GÁS	28	

3.5	SUMÁRIO	29
4 MI	ETODOLOGIA	31
4.1	F.A.S.T. WELL TEST	31
4.2	DADOS FORNECIDOS	33
4.3	Tratamento dos Dados	36
4.4	DADOS OBTIDOS	40
4.5	Sumário	41
5 DI	SCUSSÃO DOS RESULTADOS	42
5.1	O Modelo de Reservatório Radial Composto	42
5.2	O MODELO DE ESTOCAGEM VARIÁVEL	42
5.3	O Modelo Proposto	43
6 CC	ONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	47
7 RE	EFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	49

Lista de Figuras

Figura 1.1 Representação do problema inverso	. 2
Figura 2.1. Esquema do experimento de Newton	.6
Figura 2.2. Esquema do experimento de Darcy (Dake, 1978)	.9
Figura 2.3. Representação de um Reservatório Radial1	18
Figura 2.5 Efeito da queda de pressão devido à presença de skin mecânico e sk	kin
dependente da vazão (Houzé et al, 2008)2	21
Figura 3.1. Seqüência de fluxo e estática em um teste de poço. (Bourdet, 2002)2	23
Figura 3.2 Exemplo de Teste Flow-After-Flow2	25
Figura 3.3. Exemplo de Teste Isócrono2	26
Figura 3.4. Exemplo de Teste Isócrono Modificado	27
Figura 3.5. Exemplo de Gráfico de Horner2	29
Figura 4.1. Tela do F.A.S.T. Well Test mostrando o menu dos wizards	31
Figura 4.2. Wizard de carregamento dos históricos de vazões e pressões do softwar	re.
3	32
Figura 4.3. Carta do teste do poço 1-PET-1-UFRJ	33
Figura 4.4. Gráfico do Fator de Compressibilidade do Gás (Z)	35
Figura 4.5. Gráfico do Fator Volume de Formação do Gás	35
Figura 4.6. Gráfico da viscosidade do gás	36
Figura 4.7. Gráfico da compressibilidade do gás	36
Figura 4.8. Ajuste do modelo com turbulência	37
Figura 4.9. Ajuste do modelo sem turbulência	38
Figura 4.10. Comparação entre os dois modelos gerados	38
Figura 4.11. Gráfico da Análise C&n (Empírica)	39
Figura 4.12. Gráfico da Análise LIT (Teórica)	39
Figura 5.1. Modelo de Reservatório Composto com Duas Zonas de Propriedado	es
Diferentes.	42
Figura 5.2. Gráfico de Análise de Estocagem	44
Figura 5.3. Gráfico de Horner do Modelo Proposto	45
Figura 5.4. Gráfico de Bourdet do Modelo Proposto	45

Lista de Tabelas

Tabela 1.1. Evolução das técnicas de interpretação dos testes de poços	s (Gringarten
2008)	3
Tabela 4.1. Dados do poço 1-PET-1-UFRJ e do reservatório	34
Tabela 4.2. Resultados da Análise C & n	40
Tabela 4.3. Resultados da Análise LIT	40
Tabela 4.4. Resultados das Análises dos Dados Reais e Modelos	41
Tabela 5.1 Propriedades do Reservatório	46

Nomenclatura

Α	Área	[m ²]
В	Fator volume-formação	[m ³ /m ³ std]
С	Compressibilidade	[psi ⁻¹]
С	Fator de Forma de Dietz	[]
G	Volume de gás	[m³]
h	Espessura	[m]
k	Permeabilidade	[mD]
1	Comprimento	[m]
p	Pressão	[psi]
p*	Pressão extrapolada	[psi]
Q	Vazão	[m³/dia]
r	Coordenada radial	[m]
Т	Temperatura	[°C]
t	Tempo	[dia]
V	Velocidade	[m/s]
V	Volume	[m³]
Z	Fator de compressibilidade	[]
Símbo	olos Gregos:	
β	Fator de Inércia	[]
Δ	Diferença	[]
ф	Porosidade	[]
μ	Viscosidade	[cp]
ρ	Massa específica	[kg/m³]

 $[N/m^3]$ Peso específico γ Subscritos: ()d Adimensional Adimensional baseado na área ()dA Condições Iniciais **()**i Fundo de Poço () wf ()g Fase gás **(**)*f* Fase formação **(**) τ Isotérmico ()_w Poço Condições Standard $()_{0}$ ()t Total Sobrescritos:

Média

1 Introdução

O escoamento de um fluido em um meio poroso é um processo bastante complexo. Ao considerarmos que, uma amostra de rocha (e.g. testemunho), mesmo retirada de uma formação geológica sem grandes complicações possui uma estrutura porosa de tal complexidade que se torna impossível interpretar com precisão a difusão do fluido neste meio. A interação rocha-fluido, bem como outros exemplos da natureza, apresenta comportamento não-linear, sendo ainda mais complexo quando em se tratando de mais de uma fase do fluido. Entender essa difusão é de suma importância, pois disto depende o sucesso da exploração de petróleo.

Dentre as técnicas de avaliação de formações, merece destaque o teste de poço. O teste de poço consiste em nada mais do que a abertura do poço para que ele produza livremente o fluido contido na formação. As informações obtidas nesse teste, pressão e vazão do fluido como uma função do tempo, são analisadas por uma grande quantidade de métodos.

A análise de testes de poços vem sendo usada por muitos anos para avaliar as condições do poço e obter parâmetros do reservatório. Os primeiros métodos de interpretação (pelo uso de gráficos log-log) são limitados quando se propõe estimar a capacidade de produção do poço. Com a introdução da análise da derivada da pressão em 1983, e o desenvolvimento de complexos modelos de interpretação capazes de explicar detalhes geológicos, a análise do transiente de pressão se tornou uma poderosa ferramenta para a caracterização do reservatório (Gringarten, 2008).

No entanto, os métodos originalmente desenvolvidos para a análise do transiente de pressão assumem fluxo monofásico de um fluido pouco compressível, para que as equações de difusão possam ser consideradas lineares.

Ao estudarmos o fluxo de gás, um fluido compressível, temos que fazer uso de pseudo-funções visando linearizar o problema. Outros problemas ao se lidar com fluxo de gases incluem balanço de materiais, fluxo não darciano e *Skin* dependente da

vazão. Sendo assim, foram desenvolvidos procedimentos especiais para os testes de poços produtores de gás.

Temos também que, a Lei de Darcy se torna incapaz de descrever o fluxo em meios porosos em condições de alta velocidade de fluxo ou nas vizinhanças do poço; o que já foi provado que ocorrem em poços de gás, reservatórios com alta permeabilidade e reservatórios fraturados. Nesses casos, a queda adicional de pressão que ocorre no poço, é dependente da vazão e o fluxo estacionário se torna melhor descrito pela Equação de Forchheimer.

1.1 Objetivos e Motivação

Nos últimos anos, diversos métodos de interpretação de testes de poços foram desenvolvidos e verificados sua aplicabilidade em campos de petróleo. Como em qualquer outra atividade de caracterização de um reservatório, interpretar um teste de poço é analisar um problema de natureza inversa, cujas soluções são múltiplas. Embora a aplicação destes métodos seja apenas uma tentativa de solução do problema, os resultados obtidos em campo justificam os métodos já desenvolvidos e mais, justificam também o esforço para publicações de novos trabalhos.



Figura 1.1 Representação do problema inverso

Tendo em mente os elevados custos exploratórios e explotatórios que a indústria demanda, temos que dispor de ferramentas que possibilitem diminuir as incertezas inerentes a atividade de Exploração & Produção tais como: sísmica, perfilagens e testes de poços. Através desses instrumentos, conseguimos efetuar medidas de diversos parâmetros que irão possibilitar uma melhor noção do reservatório e, por conseguinte, da produção.

Com a análise de um teste de poço, conseguimos retirar informações importantes para determinar a economicidade do projeto, tais como o perfil de depleção e tamanho do reservatório além das propriedades da rocha e do fluido a ser produzido.

Hoje em dia, sofisticados métodos matemáticos vem sendo aplicados em análise de teste de poço, contribuindo e muito para analisar o reservatório. Como exemplo, o processo de deconvolução de dados de teste, na verificação de limites do reservatório, tem contribuído para uma maior segurança na certificação de reservas de petróleo. Ao observarmos a tabela abaixo, notamos a evolução das técnicas de análise do transiente de pressão e os benefícios trazidos por essa evolução.

Tabela 1.1. Evolução das técnicas de interpretação dos testes de poços (Gringarten, 2008).

Tempo	Método de Interpretação	Ferramenta	Ênfase
Anos 50	Linhas Retas	Transformadas de Laplace	Reservatório homogêneo
Fim dos anos 60 – Início dos anos 70	Análise de curva- tipo de pressão	Funções de Green	Efeitos nas vizinhanças do poço
Fim dos anos70	Curvas-tipo com variáveis independentes	Algoritmo de Stehfest	Dupla porosidade
Início dos anos 80	Derivadas de pressão	Análise computacional	Reservatório heterogêneo e vizinhanças
Anos 90		Análise computacional, medições de fundo e integração com modelos de interpretação de outros dados	Reservatório com camadas
Início dos anos 2000		Deconvolução	Melhoras no raio de investigação e limites

O objetivo desse trabalho é explicar quais são as diferenças que encontramos ao interpretar um teste do poço de gás se levar em consideração que o fluxo se baseia na

Lei de Darcy (Linearidade) ou considerarmos a Equação de Forchheimer (Nãolinearidade).

1.2 Estruturação do Trabalho

Esse trabalho se encontra dividido em 5 capítulos, além da Introdução e das Referências Bibliográficas (Capítulos 1 e 7, respectivamente).

O Capítulo 2 apresenta a uma introdução ao fluxo de gases em meios porosos, revisando as equações de fluxo de gases ideais e reais, como a as leis de Darcy e Forchheimer, que formam a base para o entendimento dos testes de poços de petróleo.

No Capítulo 3 iniciamos o desenvolvimento técnico do trabalho, introduzindo a teoria básica dos testes de poço, passando pelos tipos de testes de poços de gás e metodologias de análise dos testes, como as análises das derivadas de Bourdet e o gráfico de Horner.

Posteriormente, no Capítulo 4 será apresentada a metodologia do desenvolvimento do trabalho, o software utilizado e as análises feitas usando as técnicas ilustradas no capítulo 3. Com os dados obtidos nas análises do capítulo 4, passamos a discussão desses resultados no capitulo 5, que culmina com a apresentação de um modelo que melhor se adapta aos dados dos registradores do teste.

A seguir, o Capítulo 6 apresenta as conclusões obtidas após as análises e apresenta sugestões para trabalhos futuros na área de fluxos em meios porosos e testes de poços.

2 Fluxo de Fluidos em Meios Porosos

2.1 Conceitos Fundamentais

O fluxo de fluidos em diferentes meios é uma área bastante estudada na engenharia com grandes trabalhos feitos por grandes pesquisadores desta área da engenharia. Equações descrevendo fluxos em diferentes meios tais como tubos cilíndricos e condutos de várias outras formas vêm sendo desenvolvidas analiticamente ao longo dos anos.

Os três princípios fundamentais que governam o fluxo em qualquer meio e nos quais o desenvolvimento das equações de fluxo se baseia são:

- (a) Lei de conservação das massas ou equação da continuidade;
- (b) Equação de estado de um fluido;
- (c) Lei empírica que governa a dinâmica do fluxo de fluidos.

2.2 Lei de conservação das massas ou equação da continuidade

Essa lei diz que "o excesso do fluxo de massa, por unidade de tempo entrando ou saindo de qualquer elemento infinitesimal de volume é igual a mudança por unidade de tempo na densidade desse mesmo elemento multiplicada pelo volume vazio desse elemento.

$$\nabla(\rho.v) = \frac{d(\rho v_x)}{dx} + \frac{d(\rho v_y)}{dy} + \frac{d(\rho v_z)}{dz} = -\phi \frac{\partial \rho}{\partial t}$$
 (1)

2.3 Equação de Estado

Essa é uma equação que descreve o fluido e suas propriedades termodinâmicas relacionadas à pressão, temperatura e densidade.

$$f(P, \rho, T) = 0 \tag{2}$$

2.4 Leis Governantes da Dinâmica de Fluxo de Fluidos

A análise da dinâmica de fluidos se relaciona com a difusão de petróleo e outros fluidos de ou para as vizinhanças do poço, em um meio poroso, e em outros meios quaisquer.

A Lei de Darcy é a mais fundamental lei usada na dinâmica de fluxo de fluidos. É usada na derivação da equação da difusividade, para a determinação do gradiente e pressão nas vizinhanças do poço e até para vizinhanças sem fluxo.

A Lei de Forchheimer descreve a não-linearidade que a Lei de Darcy não consegue, pois uma das condições para que seja possível usar a equação de Darcy é que o fluxo seja predominantemente laminar, o que não ocorre para grandes velocidades de fluxo e altas permeabilidades.

A Lei de Newton diz que a tensão de cisalhamento de um fluido é diretamente proporcional ao gradiente de velocidade com que esse fluido escoa livremente em um meio. O que caracteriza se um fluido é ou não dito um fluido newtoniano. Newton realizou o experimento esquematizado abaixo e observou que após um intervalo de tempo elementar (dt) a velocidade da placa superior era constante, isto implica que a resultante na mesma é zero, portanto isto significa que o fluido em contato com a placa superior origina uma força de mesma direção, mesma intensidade, porém sentido contrário a força responsável pelo movimento. Esta força é denominada de força de resistência viscosa.

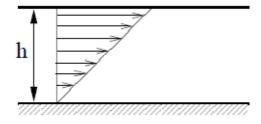


Figura 2.1. Esquema do experimento de Newton

2.4.1 Leis de Newton e as Equações de Navier-Stokes

Essa lei requer que a distribuição de velocidades em qualquer sistema de fluxo que haja um equilíbrio entre as forças inerciais e forças viscosas e, entre as forças externas ao corpo e distribuição interna das pressões do fluido. Essa lei leva em consideração todas as forças agindo no fluido enquanto ele flui pelo meio considerado. As forças atuando em uma partícula de fluido e suas equações são:

Gradientes de pressão nas coordenadas do fluxo:

$$\frac{dp}{dx}, \frac{dp}{dy}, \frac{dp}{dz} \tag{3}$$

Forças externas ao corpo

$$F_{x}, F_{y}, F_{z} \tag{4}$$

Forças viscosas

$$\mu \nabla^2 v_x + \frac{1}{3} \mu \frac{d\theta}{dx}, \mu \nabla^2 v_y + \frac{1}{3} \mu \frac{d\theta}{dy}, \mu \nabla^2 v_z + \frac{1}{3} \mu \frac{d\theta}{dz}$$

$$\tag{5}$$

Onde,

$$\nabla^2 = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2} \, e, \tag{6}$$

$$\theta = \nabla . v = \frac{dv_x}{dx} + \frac{dv_y}{dy} + \frac{dv_y}{dz}$$
 (7)

A equação de fluxo é obtida igualando a soma das três forças enunciadas acima ao produto das massas e acelerações de cada elemento de volume de fluido. Sabendo que a aceleração é obtida pela derivada da velocidade em relação ao tempo total temos que:

$$\frac{D}{Dt} = \frac{d}{dt} + \frac{dx}{dt}\frac{d}{dx} + \frac{dy}{dt}\frac{d}{dy} + \frac{dz}{dt}\frac{d}{dz} = \frac{d}{dt} + v_x \frac{d}{dx} + v_y \frac{d}{dy} + v_z \frac{d}{dz}$$
(8)

Combinando esses parâmetros, temos a Equação de Navier-Stokes em 3 dimensões

$$\rho \frac{Dv_{x}}{Dt} = \frac{dp}{dx} + F_{x} + \mu \nabla^{2} v_{x} + \frac{1}{3} \mu \frac{d\theta}{dx}$$
(9)

$$\rho \frac{Dv_y}{Dt} = \frac{dp}{dy} + F_y + \mu \nabla^2 v_y + \frac{1}{3} \mu \frac{d\theta}{dy}$$
(10)

$$\rho \frac{Dv_z}{Dt} = \frac{dp}{dz} + F_z + \mu \nabla^2 v_z + \frac{1}{3} \mu \frac{d\theta}{dz}$$
(11)

As três leis e as equações enunciadas acima são matematicamente e cientificamente suficientes para obter todos os parâmetros do fluxo de um fluido viscoso através de um meio de qualquer forma, tamanho ou geometria.

2.4.2 Meios Porosos e a Lei de Darcy

Um meio poroso pode ser definido como sendo um corpo sólido contendo espaços vazios ou poros que são distribuídos aleatoriamente; sem nenhum padrão definido em toda a estrutura considerada. Espaços vazios extremamente pequenos são chamados de interstícios moleculares, os muito grandes são denominados cavernas. Poros (intragranulares e intracristalinos) têm tamanho intermediário entre as cavernas e os interstícios moleculares. (Amao, 2007).

O fluxo de um fluido somente pode ocorrer entre poros interconectados do meio poroso; o que é chamado de espaço de porosidade efetiva.

O fluxo em meios porosos é um fenômeno muito complexo e não pode ser descrito de forma tão explicita quanto o fluxo através de tubos. É fácil medir o comprimento e o diâmetro de um tubo e computar sua capacidade de fluxo como uma função da pressão; no entanto, o fluxo em meios porosos é diferente por não possuir um padrão de fluxo definido que facilite as medições.

A análise do fluxo de fluidos em meios porosos tem evoluído ao longo dos anos em duas frentes: a experimental e a analítica. Físicos, engenheiros, hidrólogos dentre outros, examinaram experimentalmente o comportamento de vários fluidos em meios

porosos que foram desde filtros de areia até vidros *pyrex*. Na base dessas análises, eles conseguiram formular leis e correlações que podem ser usadas analiticamente em sistemas similares. (Ahmad, 2005)

Henri Darcy, um engenheiro civil francês, em 1856 publicou um teorema fundamental para a teoria do fluxo de fluidos homogêneos através de meios porosos. Como engenheiro civil, ele estava interessado nas características dos filtros de areia usados para filtras a água consumida na cidade de Dijon na frança.

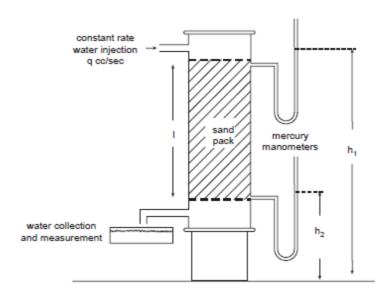


Figura 2.2. Esquema do experimento de Darcy (Dake, 1978)

O resultado desse experimento clássico, mundialmente conhecido como Lei de Darcy tem o seguinte enunciado: "A vazão de água Q através do leito de um filtro é diretamente proporcional a área A da areia e a diferença de altura Δh entre a entrada e a saída do leito de areia e, inversamente proporcional a espessura L do leito." Matematicamente, a Lei de Darcy é expressa da seguinte forma:

$$Q \propto \frac{A\Delta H}{L} \tag{12}$$

A Lei de Darcy representa uma relação linear entre a vazão Q e o gradiente de pressão $\frac{\Delta h}{L}$.

A constante de proporcionalidade na equação original que descreve a Lei de Darcy é expressa como sendo $\frac{k}{\mu}$, onde μ é a viscosidade do fluido e k a permeabilidade do meio poroso. Permeabilidade de um meio poroso é uma medida de sua capacidade de se deixar atravessar por fluidos. Em outras palavras, a permeabilidade é uma medida de condutividade de fluidos de um material. Por analogia com condutores elétricos, a permeabilidade representa o inverso da resistência que o material oferece ao fluxo de

Sendo assim, a Lei de Darcy pode ser escrita como:

$$Q = \frac{k}{\mu} \frac{dp}{dl} \tag{13}$$

E de forma mais geral:

fluidos (Rosa et al, 2007)

$$Q = \frac{kA}{\mu} \frac{dp}{dx} \tag{14}$$

A Lei de Darcy segue as seguintes premissas:

- (a) A Lei de Darcy assume fluxo laminar ou fluxo viscoso; não considera o termo inercial (densidade do fluido). Isso implica que as forças inerciais ou de aceleração do fluido não estão sendo consideradas quando comparadas às equações de Navier-Stokes.
- (b) A lei de Darcy assume que em um meio poroso uma grande área superficial fica exposta ao fluxo então, a resistência viscosa irá exceder as forças de aceleração no fluido antes que se entre em regime turbulento.

2.4.3 Fluxo Não Darciano e Equação de Forchheimer

O conceito de uma permeabilidade constante, sugerindo uma relação linear entre a vazão e o gradiente de pressão, era aceito até observações empíricas de vazão entre grandes diferenciais de pressão confirmarem que a relação entre vazão e gradiente de pressão não é linear para velocidades suficientemente altas. Em 1901 Phillipe

Forchheimer apresentou uma equação empírica que descreve esse comportamento não-linear (Conway, 2004).

As causas físicas dessa não linearidade estão agrupadas segundo os seguintes critérios:

- (a) Efeitos de alta velocidade de fluxo;
- (b) Efeitos moleculares;
- (c) Efeitos iônicos;
- (d) Fluidos não-Newtonianos.

No entanto, na engenharia de petróleo, o fenômeno mais comum é o das altas velocidades de fluxo. Esse fenômeno é comum nos seguintes cenários:

- (a) Nas vizinhanças do poço (Canhoneados);
- (b) Poços hidraulicamente fraturados;
- (c) Reservatórios de gás;
- (d) Reservatórios de condensado;
- (e) Poços com alta vazão de produção;
- (f) Reservatórios naturalmente fraturados e,
- (g) Gravel packs.

2.4.4 Equação de Forchheimer

Como dito anteriormente, em 1901, Forchheimer, enquanto fazia experimentos de fluxo de gás através de carvão, observou que em altas velocidades de fluxo, a linearidade assumida por Darcy não era mais válida e essa não-linearidade aumentava com o aumento da vazão. Inicialmente, ele atribuiu esse aumento da não-linearidade a ocorrência de turbulência no fluxo (hoje já é sabido que essa não-linearidade é devida aos efeitos inerciais do meio poroso), que ele determinou ser proporcional a av^2 , sendo a uma constante de proporcionalidade. Cornell e Katz (1953) atribuíram o valor $\beta\rho$ a a, onde β (beta) é chamado de fator de inércia e ρ é a densidade do fluido que está escoando no meio poroso.

Essa equação assume que a Lei de Darcy ainda é válida, porém, requer que seja incluído um termo relativo a uma queda adicional de pressão (Conway, 2004). Essa queda adicional de pressão devida às perdas inerciais é primariamente devido às

seguidas acelerações e desacelerações sofridas pelo fluido enquanto passa pelo tortuoso caminho de fluxo do meio poroso. A queda total de pressão obtida pelo modelo de Forchheimer é dada por:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{\mu}{k} v + \beta \rho v^2 \tag{15}$$

2.5 Fluxo de Gases em Meios Porosos

Dentre as diversas informações a serem obtidas a respeito de uma acumulação de petróleo após a sua descoberta, a quantidade de hidrocarbonetos que se pode retirar dessa jazida e o tempo em que essa produção se efetuará são, em qualquer dúvida, dos mais importantes. O conhecimento das leis que regem o movimento dos fluidos nos meios porosos é fundamental para a obtenção dessas informações. O ramo da engenharia de reservatórios que trata da maneira como os fluidos se movimentam em um meio poroso recebe o nome de fluxo de fluidos em meios porosos. (Rosa *et al*, 2006)

2.5.1 Fluxo em Meios Porosos

O estudo do fluxo de fluidos em meios porosos tem como ponto central uma equação chamada equação da difusividade hidráulica ou simplesmente equação da difusividade, a partir da qual são desenvolvidas soluções para as diversas situações que os reservatórios podem se encontrar. A equação da difusividade hidráulica, como é utilizada na engenharia de reservatórios, é obtida a partir da associação de três equações básicas: a equação da continuidade, que é uma equação de conservação de massa, a Lei de Darcy, que é uma equação de transporte de massa, e uma equação de estado que pode ser uma lei dos gases como a equação da compressibilidade para o caso de líquidos. (Rosa *et al*, 2006)

2.5.2 Equações Fundamentais do Fluxo de Gases

(a) Equação da Continuidade

Temos que a equação da continuidade em coordenadas cartesianas para o fluxo em três dimensões é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho v_{x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v_{y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho v_{z}) = -\frac{\partial}{\partial t}(\phi \rho)$$
(16)

Usando o sistema de coordenadas cilíndricas, podemos expressar a equação acima como:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\rho r v_r) = -\frac{\partial}{\partial t}(\phi \rho) \tag{17}$$

Onde v_r é a velocidade aparente de fluxo na direção radial.

(b) Equação de Momento

Como vimos anteriormente, a equação que representa a relação entre as propriedades do meio poroso em questão com a velocidade aparente do fluido e o gradiente de pressão é a Lei de Darcy, que para o fluxo horizontal pode ser representada da seguinte forma:

$$v_r = \frac{k_r}{\mu} \frac{dp}{dr} \tag{18}$$

(a) Equação de Estado

No escoamento de fluidos normalmente usamos como equação de estado a equação de compressibilidade isotérmica:

$$c = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \tag{19}$$

A qual ainda podemos representar da seguinte forma:

$$c = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_{T} \tag{20}$$

No caso de fluxo de gás, como tratado neste trabalho, usamos a equação de estado dos gases reais:

$$\rho = \frac{M}{ZRT} p \tag{21}$$

A compressibilidade da rocha é dada por:

$$c_f = \frac{1}{\phi} \frac{d\phi}{dp} \tag{22}$$

2.5.3 Equação da Difusividade Hidráulica

A equação diferencial será obtida na sua forma radial, que simula o fluxo nas vizinhanças do poço. Soluções analíticas dessa equação podem ser obtidas usando diferentes condições de contorno e condições iniciais para descrever o teste do poço e o fluxo do reservatório para o poço, o que tem inúmeras aplicações na engenharia de reservatórios. (Dake, 1998).

Algumas considerações devem ser feitas para obtermos a equação (Rosa et al, 2007):

- (a) Meio poroso homogêneo e isotrópico;
- (b) Fluxo horizontal e isotérmico;
- (c) Poço penetrando totalmente na formação;
- (d) Permeabilidade constante;
- (e) Pequenos gradientes de pressão;
- (f) Rocha com compressibilidade pequena e constante;
- (g) Forças gravitacionais desprezíveis e,
- (h) Fluidos e rochas não reagentes entre si.

Ao substituirmos, na equação da continuidade, a equação de Darcy para todas as direções de fluxo obtemos, em coordenadas cartesianas:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \frac{k_x}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \frac{k_y}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \frac{k_z}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho)$$
(23)

De acordo com a premissa (a), o meio é isotrópico e homogêneo, ou seja, todas as propriedades do meio poroso são iguais em todas as direções, simplificando a equação para:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{1}{k} \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho)$$
(24)

Para fluxo radial horizontal a equação se reduz a:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\rho r}{\mu}\frac{\partial p}{\partial r}\right) = \frac{1}{k_r}\frac{\partial}{\partial t}(\phi\rho)$$
(25)

Sendo k_r a permeabilidade na direção radial.

Para gases, temos 2 representações diferentes para a equação da difusividade hidráulica, para gases reais e gases ideais.

Ao considerarmos o fluxo de gases ideais, assumimos que a viscosidade do gás é constante, podendo ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial p^2}{\partial r}\right) = \frac{\phi\mu}{kp}\frac{\partial p^2}{\partial t}$$
 (26)

Para o fluxo de gases reais, Al-Hussainy (1966) propôs o uso do conceito da pseudo pressão, visando a linearização da equação da difusividade hidráulica para gases.

A base para as técnicas de análise dos testes de fluxo é a solução da linha-fonte (*line source*) para a equação da difusividade. A equação da difusividade é válida para líquidos levemente compressíveis, com propriedades relativamente constantes. No entanto, para gases compressíveis, que possuem suas propriedades como funções da pressão, a equação da difusividade não tem a precisão necessária para a análise dos testes de poços de gás (Lee, 1996). Devido a isso, são utilizadas algumas transformações que levam em consideração essas mudanças em função da pressão para possibilitar a aplicação da equação da difusividade nos testes de poços de gás:

(a) Pseudopressão:

$$m(p) = 2 \int_{p_0}^{p} \frac{p}{\mu_g(p)z(p)} dp$$
 (27)

A pressão de referência p_0 é uma constante arbitrada, mais baixa do que a menor pressão de teste.

A variação de pseudo-pressão, expressa como m(p)-m(p[dt=0]) é independente de p_0 .

(b) Pseudotempo:

$$t_{p}(p) = \int_{0}^{p} \frac{dt}{\mu_{g}(p)c_{t}(p)}$$
 (28)

Com o uso dessas modificações, podemos apresentar a equação da difusividade hidráulica para gases reais:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{\partial m(p)}{\partial r}\right] = \frac{\phi\mu c_g}{k}\frac{\partial m(p)}{\partial t} \tag{29}$$

2.5.4 Variáveis Adimensionais para Fluidos Levemente Compressíveis

A análise de testes de poços faz uso freqüentemente de variáveis adimensionais. A importância das variáveis adimensionais, é que elas simplificam os modelos de reservatório ao englobar alguns parâmetros do reservatório (como a permeabilidade), reduzindo o número total de variáveis do problema. Elas têm a vantagem adicional de prover modelos de soluções que são independentes de qualquer sistema de unidades em particular. Assume-se que sejam constantes, por definição, a permeabilidade, a viscosidade, a compressibilidade, a porosidade, o fator volume de formação e a espessura do reservatório.

A pressão adimensional p_d é definida como (em unidades de campo):

$$p_d = \frac{kh}{141.20Bu} (p_i - p_{wf}) \tag{30}$$

O tempo adimensional t_d é definido como (em unidades de campo):

$$t_d = \frac{0,000264kt}{\phi\mu c_t r_w^2} \tag{31}$$

Existe também o tempo adimensional baseado na área do reservatório t_{dA}

$$t_{dA} = \frac{0,000264kt}{\phi\mu c_{s}A} \tag{32}$$

Também podemos definir o raio adimensional, $\it r_{\it d}$, como sendo:

$$r_d = \frac{r}{r_w} \tag{33}$$

2.5.5 Soluções da Equação da Difusividade

A equação da difusividade hidráulica apresenta diversas soluções, dependendo das condições iniciais e condições de contorno usadas para resolver a equação, dentre as soluções existentes, serão apresentadas as seguintes soluções:

- (a) Fluxo Radial Transiente, produção com vazão constante de um poço representado por linha-fonte, sem fator de skin e sem estocagem
- (b) Fluxo radial pseudo-permanente, produção com vazão constante de um poço representado por cilindro-fonte em um reservatório fechado
- (c) Fluxo permanente, produção com vazão constante de um poço representado por cilindro-fonte em um reservatório com fronteira de pressão constante.
- (d) Fluxo linear transiente, produção com vazão constante de um poço em um reservatório naturalmente fraturado.

Existem diversos modelos de reservatórios com diferentes condições de contorno e condições iniciais, mas as técnicas de solução desses modelos são muito similares as soluções dos modelos apresentados acima.

Nesse trabalhão serão apresentadas as soluções referentes aos regimes permanente, pseudo-permanente e transiente para o fluxo de gases reais em um reservatório radial para fluxo darciano e não-darciano.

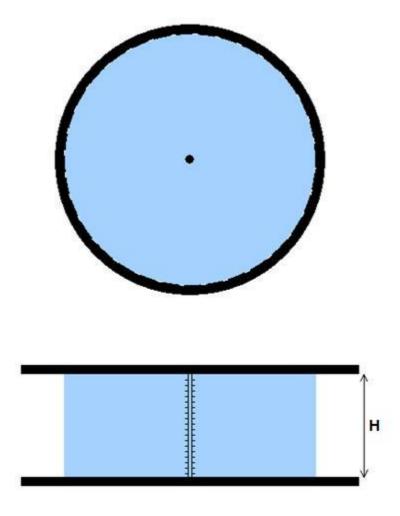


Figura 2.3. Representação de um Reservatório Radial

2.5.5.1 Fluxo Darciano

Para o regime permanente, a solução é dada por:

$$m(\overline{p}) = m(p_w) + \frac{Q_0 p_o T}{k\pi h T_0} \left[\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) - \frac{1}{2} \right]$$
(34)

Para o regime pseudo-permanente introduzimos aqui o fator de forma de Dietz (1965), que permite o cálculo da pseudo pressão para diversas geometrias do reservatório, durante o período de fluxo pseudo-permanente:

$$m(\overline{p}) = m(p_w) + \frac{Q_0 p_0 T}{\pi k h T_0} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) \right]$$
(35)

A solução para fluxo transiente pode ser expressa pelo modelo da linha fonte, assim como no fluxo de líquidos:

$$m(p) = m(p_i) - \frac{Q_0 p_0 T}{2\pi k h T_0} E_i \left[\frac{\phi(\mu c_g)_i r^2}{4kt} \right]$$
 (36)

2.5.5.2 Fluxo Não Darciano

A equação que representa o fluxo não darciano, vem da equação de Forchheimer, na qual consideramos que há acréscimo de um fator de inércia para descrever os efeitos viscosos e inerciais do escoamento de gás em meios porosos. Para o regime permanente temos:

$$m(\overline{p}) = m(p_w) + \frac{2Q_0 p_o T}{k\pi h T_0} \left[\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) - \frac{1}{2} + s + DQ_0 \right]$$
(37)

Para o regime pseudo-permanente, e equação é dada por:

$$m(p_w) = m(\overline{p}) - \frac{Q_0 p_0 T}{\pi k h T_0} \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} + s + DQ_0 \right]$$
(38)

Tal que o termo D é dado por:

$$D = \frac{\beta k M p_0}{2\pi k h \overline{\mu} R T_0 r_w} \tag{39}$$

2.5.6 Estocagem

Quando um poço é aberto para fluxo, a produção medida na superfície é, inicialmente, devida a expansão dos fluidos do poço havendo pequena contribuição do reservatório. Esse característico regime de fluxo, chamado de feito de estocagem pura, pode durar desde poucos segundos até poucos minutos. Então, a produção do reservatório começa, havendo aumento da vazão de fundo de poço até se igualar a vazão na cabeça do poço. Quando essa condição é alcançada, a estocagem deixa de ter efeito sobre a resposta da pressão de fundo de poço, esse dado ajuda a descrever o comportamento do poço e ajuda na análise do transiente de pressão. (Bourdet, 2002)

Durante os períodos de estática, o efeito de estocagem é também chamado de "afterflow" (Bourdet, 2002) após o poço ser fechado, o poço continua a produzir sob influência do reservatório, recomprimindo o fluido estocado no fundo do poço.

O coeficiente de estocagem define a taxa de variação de pressão durante o regime de estocagem pura. Para um poço cheio de um fluido unifásico, a estocagem é representada pelo termo de compressibilidade (van Everdingen and Hurst, 1949).

$$C = -\frac{\Delta V}{\Delta p} = C_0 V_w \tag{40}$$

Durante o regime de estocagem pura, o poço age como um volume fechado e, com a condição de vazão constante na superfície, a pressão varia linearmente com o tempo. A estocagem pode ser determinada em um gráfico de variação de pressão dp VS. Variação de tempo dt em uma escala linear (van Everdingen and Hurst, 1949).

2.5.7 Fluxo Turbulento e Skin

A equação da difusividade usada como base da metodologia da análise dinâmica de fluxo é baseada em três componentes: a conservação de massa, uma equação de estado e a lei de Darcy.

Como visto anteriormente, é possível linearizarmos a equação diferencial parcial com o uso de modificações como pseudo-tempo e pseudo-pressão quando a lei de Darcy é válida. No entanto, para o fluxo de gás, os efeitos inerciais e turbulentos são significantes e não podem ser ignorados.

Sabemos também que, no fluxo radial, à medida que se aproxima do poço, a velocidade do fluxo aumenta. Esse aumento de velocidade pode causar fluxo turbulento ao redor do poço. Esse fluxo turbulento causa uma queda adicional de pressão tal como a causada pelo efeito *skin*. O termo "Não darciano" foi criado para descrever a queda adicional de pressão causada pelo fluxo turbulento.

O *skin* pode ser definido como sendo uma restrição ao fluxo presente na interface entre o reservatório e o poço, causando uma queda adicional de pressão quando o fluido entra no poço. Para um poço estimulado, acontece uma melhora das condições de fluxo nas vizinhanças do poço causando uma redução na queda de pressão observada na região cilíndrica ao redor do poço (Bourdet, 2002)

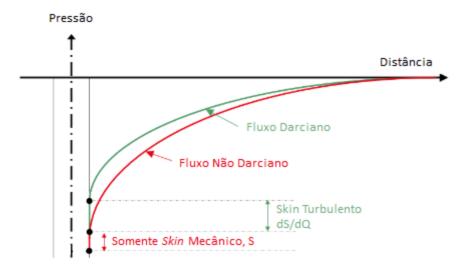


Figura 2.4 Efeito da queda de pressão devido à presença de *skin* mecânico e *skin* dependente da vazão (Houzé *et al*, 2008)

Temos que para os testes de poços de gás, o coeficiente de Skin total, S_{τ} , é expresso com um termo dependente da vazão de produção, também chamado de skin turbulento.

$$S_{t} = S + DQ \tag{41}$$

Tal que S pode ser escrito como:

$$S = \frac{kh}{141, 2QB\mu} \Delta p_{skin} \tag{42}$$

2.6 Sumário

Neste capítulo foram revisadas as equações fundamentais do fluxo de gases em meios porosos, tais como a lei de Darcy e a equação da continuidade, para podermos gerar os modelos matemáticos com os quais procuramos obter informações relacionadas com o aspecto físico do reservatório como, por exemplo, dimensões, formas, variações de propriedades e o comportamento das pressões e vazões que irão conduzir as análises dos testes de poços.

Introduzimos também algumas propriedades tal como a estocagem e o fator de película (*skin*) que, juntamente com o conceito de fluxo não darciano e a equação de Forchheimer, usamos para modelar uma solução da equação da difusividade hidráulica que será útil para a análise do transiente de pressão.

3 Testes de Poços

Durante um teste de poço, uma resposta da análise do transiente de pressão é criada por uma mudança na vazão de produção. Essa resposta é normalmente monitorada durante relativamente um tempo pequeno em relação ao tempo de vida daquele reservatório, dependendo dos objetivos do teste.

Na maioria dos casos, a vazão é medida na superfície enquanto a pressão é medida no fundo do poço. Antes da abertura do poço, a pressão inicial pi é constante e uniforme no reservatório. Durante o período de fluxo, a queda de pressão (drawdown) é definida como: $dp = p_i - p(t)$ Quando o poço é fechado para estática ($build\ up$) a mudança de pressão dp é estimada a partir da última pressão de fluxo p(dt=0) logo, dp = p(t) - p(dt=0).

A resposta de pressão é analisada em um gráfico de pressão x tempo acumulado desde a abertura do poço para o primeiro fluxo (geralmente um fluxo curto, para a limpeza do poço).

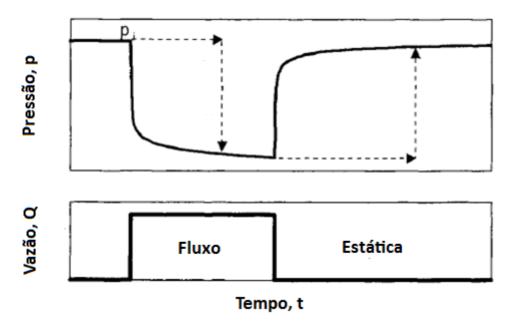


Figura 3.1. Seqüência de fluxo e estática em um teste de poço. (Bourdet, 2002)

3.1 Testes de Poços de Gás

O fluxo Não - Darciano ocorre em reservatórios de petróleo que possuem elevada condutividade ao fluxo. Inicialmente foi assumido que esse fenômeno somente era relevante para poços de gás, mas de acordo com algumas observações feitas por Fetkovich durante um estudo de campo feito em 40 poços de óleo, provou ser relevante também para esses tipos de poços.

O fluxo Não – Darciano como dito na seção anterior possui um termo de dano que é dependente da vazão (DQ), e confere ao modelo uma queda adicional de pressão nas vizinhanças do poço. Algumas das técnicas para medir esse parâmetro serão apresentadas a seguir.

3.2 Testes Multi-rate

Esses testes são frequentemente usados para medir o poder de produção de um poço de óleo ou gás, a queda adicional de pressão é calculada pela Equação analítica de Houpeurt (1959) (*Back Pressure*) e da equação experimental proposta por Rawlins e Schellhardt (1936). São esses os testes *Multi-rate*:

- (a) Teste Flow after Flow
- (b) Teste Isócrono
- (c) Teste Isócrono Modificado

3.2.1 Teste Flow after Flow

Também conhecido por teste de quatro pontos, é caracterizado por produzir o poço em séries de diferentes vazões estabilizadas (Estados Pseudo-estacionários) e medindo a pressão de fundo de fluxo estabilizada. Cada vazão é estabelecida em sucessão, numa seqüência crescente de vazões. Um fator limitante desse teste é que o poço deve alcançar um período de estabilização de fluxo, principalmente em formações de baixa permeabilidade, que demoram até atingir este estado.

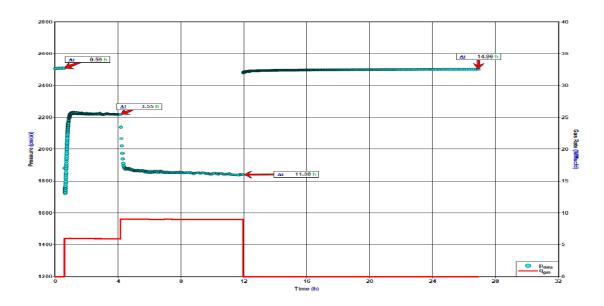


Figura 3.2 Exemplo de Teste Flow-After-Flow

Rawlins e Schellhardt (1936) propuseram uma equação empírica para analisar os dados desse teste baseada em uma análise de dados de campo. A equação proposta também conhecida como análise C & n, somente aplicável para baixas pressões é:

$$Q = C(P_f^2 - P_s^2)^n (43)$$

Onde,

C= Coeficiente de performance estabilizada

n=Inverso da inclinação da curva $(P_{\!\scriptscriptstyle f}^2-P_{\!\scriptscriptstyle s}^2)$ versus Q

Valores de n variam de 0,5, que indica fluxo Não Darciano até 1,0 que indica fluxo de Darcy.

Uma equação analítica desenvolvida a partir da equação da difusividade muito mais consistente foi proposta por Houpeurt (1959) essa análise, também conhecida como análise LIT (Laminar - Inercial - Turbulento) se apresenta como:

$$\bar{P}_R^2 - P_{wf}^2 = AQ_g + BQ_g^2 \tag{44}$$

Onde,

$$A = \frac{\overline{\mu}_{g} Z \overline{T}}{7,03.10^{-4} k_{g} h} \left[\ln \left(\frac{r_{e}}{r_{w}} \right) - 0,75 + S_{t} \right]$$
(45)

$$B = \frac{\overline{\mu}_{g} Z \overline{T}}{7,03.10^{-4} k_{g} h} D \tag{46}$$

que encontra o eixo das ordenadas em A, do qual o valor de D pode ser obtido de posse das outras variáveis.

3.2.2 Teste Isócrono

Esse teste foi criado para encurtar o tempo de estabilização requerido para um teste *Flow after Flow.* O longo tempo usado nesse tipo de teste se torna impraticável em alguns casos, especialmente em reservatórios de baixa permeabilidade. É conduzido por períodos de produção, seguidos por períodos de estática até atingir a pressão média do reservatório antes de se começar um novo período de fluxo.

Os períodos de fluxo deverão ser curtos, somente até atingir a estabilidade, e de igual duração, ao passo que nos períodos de estática não é necessário atingir a estabilidade da pressão.

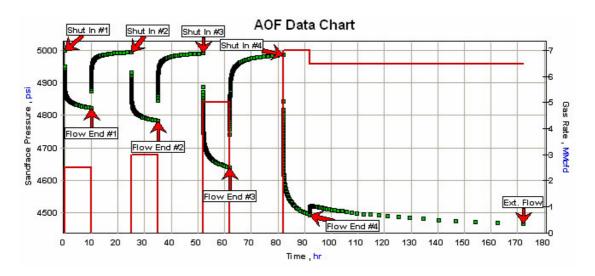


Figura 3.3. Exemplo de Teste Isócrono

3.2.3 Teste Isócrono Modificado

Esse teste decorre de uma modificação no teste isócrono visando encurtar mais ainda o tempo do teste. É conduzido da mesma forma que o teste isócrono, porém os intervalos de fluxo e de estática possuem a mesma duração.

É conhecido por possuir menos precisão nos resultados, devido ao curto tempo para o ganho de pressão necessário.

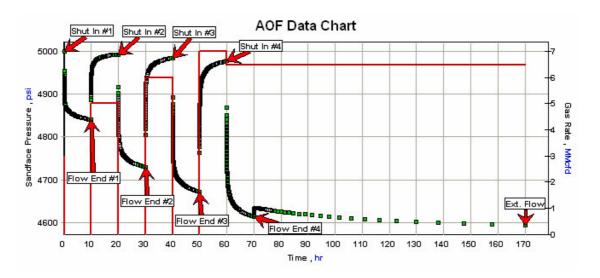


Figura 3.4. Exemplo de Teste Isócrono Modificado

3.3 Análise do Transiente de Pressão

Normalmente, os modelos matemáticos para a análise do transiente de pressão assumem que o termo que representa o fator de *skin* que influencia a pressão de fluxo no poço é o valor de S. Isso se deve ao fato de que o termo dependente da vazão não é por si só, uma solução dependente do tempo da equação da difusividade apesar de influenciar diretamente na pressão de fluxo no fundo do poço que se reajusta instantaneamente para uma mudança na vazão.

A principal diferença entre os testes de poços de gás e óleo vem do fato de que o *skin* total de um poço de gás tem dois componentes e um deles é dependente da Vazão. Por causa disso, um poço de gás precisa ser testado, no mínimo, com duas vazões diferentes, para podermos avaliar o modelo de *skin* pela relação de Forchheimer.

O termo análise do transiente de pressão se refere a um teste no qual nos geramos e medimos diferenças de pressão em um poço em função do tempo. Dessa resposta da pressão medida, nós podemos determinar propriedades importantes do reservatório, que podem nos ajudar a modelar a depleção do reservatório. Esses testes podem se dividir em testes de um único poço e testes de um grupo de poços.

Os testes de poços podem se dividir em testes de crescimento de pressão (*build up*), fluxo (*drawdown*), *fall off* e injetividade. Nesses testes, nós usamos a pressão medida para determinar propriedades em uma parte ou em toda a área de drenagem de um poço. Os testes de um grupo de poços incluem os testes de interferência e os testes de pulso. Esses testes são usados para estimar propriedades em uma região centrada ao longo de uma linha que conecta pares de poços; ao realizarmos esses tipos de testes, um estímulo de produção (ou injeção) é dado em um poço e a resposta é lida um ou mais poços de correlação.

3.4 Análise de Build Up para Testes de Poços de Gás

Como num caso de teste de poços de gás, testes de *build up* para poços de gás, se analisado corretamente usando o gráfico de Horner, pode nos dar aproximações de grande valia para permeabilidade e o fator de *skin*. A única diferença é que o *build up* nos poços de gás deve vir acompanhado de duas medições de fluxo diferentes. Isso é necessário para a determinação de S e DQ.

A aproximação de Horner pode ser usada em vários casos para evitar o uso da superposição de efeitos na modelagem do histórico de produção em um poço de vazão de produção variável. Ele definiu um tempo de produção, tp, para a produção de um poço de gás como: $t_p = \frac{G_p}{Q_f}$. Onde G_p é a produção acumulada do poço em Mft³ e

 $Q_{\scriptscriptstyle f}\,$ é a última vazão de produção detectada no poço.

Um gráfico da pressão versus o logaritmo de $\frac{(t_p + \Delta t)}{\Delta t}$ nos dá uma reta de inclinação

igual a
$$m = \frac{162,6QB_g\mu_g}{kh}$$
.

Esse gráfico é conhecido como gráfico de Horner, bem como $\frac{(t_p + \Delta t)}{\Delta t}$ é conhecido como tempo de Horner. Pela definição do tempo de Horner, podemos notar que o tempo aumenta para a esquerda. Quando o tempo de fechamento tende para infinito, o tempo de Horner tende para 1.

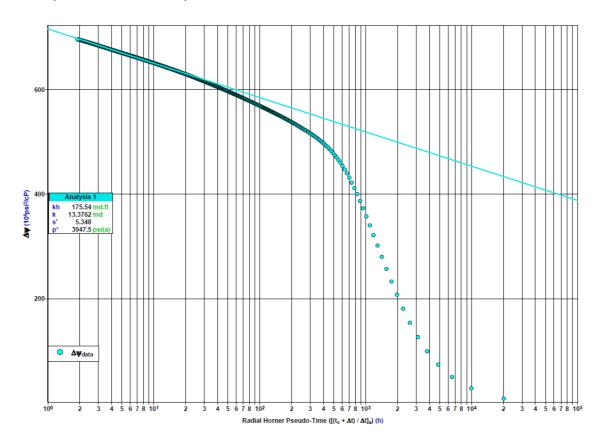


Figura 3.5. Exemplo de Gráfico de Horner

Do Gráfico de Horner podemos extrapolar a pressão do reservatório (p*) ao prolongarmos a reta que define o regime de reservatório infinito.

3.5 Sumário

Nesse capítulo introduzimos a teoria dos testes de poços, dando ênfase aos testes de poços de gás e suas metodologias de análise. Foram apresentadas as análises de potencial de produção de um poço, bem como uma das metodologias de análise de *build up* de um teste de poço. No gráfico de Horner, a definição de uma tendência linear no tempo, nos leva a uma interpretação precisa da permeabilidade efetiva e do *skin* (Dake, 1998).

Agora sabemos que, para a análise do teste, o programa deve gerar um gráfico de Horner no qual, o engenheiro deve observar, dentre os pontos plotados, quais descrevem a tendência linear do *build up*. Escolhidos os pontos, o computador deve determinar a equação da reta que melhor descreve esse comportamento para conseguirmos determinar a pressão extrapolada, a permeabilidade do reservatório e o *skin*.

4 Metodologia

4.1 F.A.S.T. Well Test

O *Software* F.A.S.T. Well Test™, fabricado pela Fekete Inc. usa a análise de testes de poços, para interpretar as características de fluxo e prever o potencial de produção de um reservatório.

Este *software* dispõe de alguns *wizards* para guiar o usuário no carregamento e filtragem dos dados, bem como na análise dos parâmetros e criação de modelos.

Após carregar os dados do histórico de vazões e pressões no software é necessário também, informá-lo das propriedades PVT do fluido e do reservatório que serão analisados posteriormente seja por algum modelo pré-existente, modelo matemático ou deconvolução.

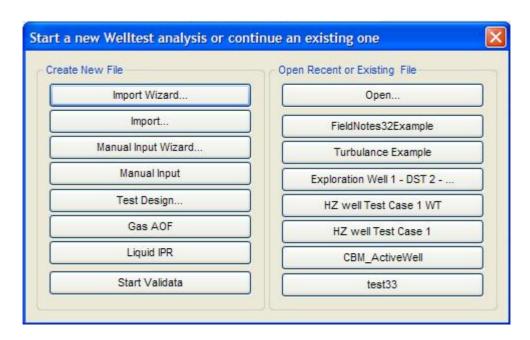


Figura 4.1. Tela do F.A.S.T. Well Test mostrando o menu dos wizards.

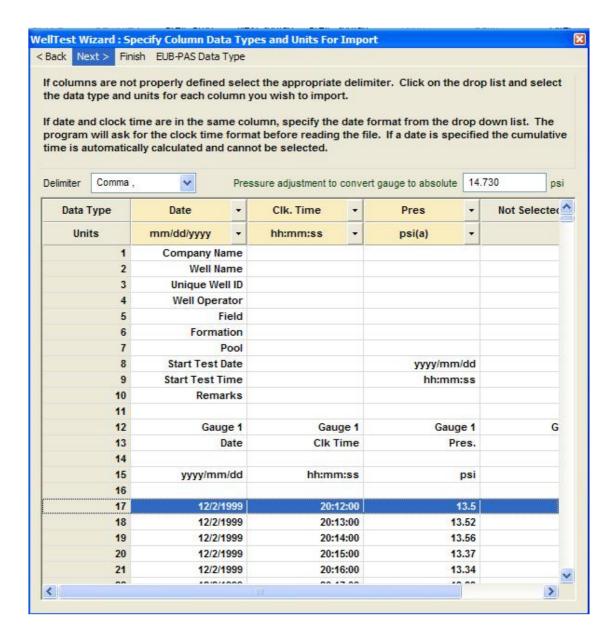


Figura 4.2. Wizard de carregamento dos históricos de vazões e pressões do software.

Após o carregamento dos dados do teste do poço, passamos a fase da análise das curvas obtidas com os dados fornecidos a fim de obtermos as propriedades do reservatório. Além de analisarmos as curvas obtidas com os dados originais do poço, faremos o uso de alguns modelos tais como a deconvolução ou modelos numéricos para tentar reproduzir o teste com a maior fidelidade possível e, assim conseguirmos estimar mais parâmetros que nos passem melhores informações sobre a situação tanto do reservatório como das condições do poço.

4.2 Dados fornecidos

Os dados fornecidos foram as curvas de vazão e pressão do teste do poço 1-PET-1-UFRJ e os dados do poço, do reservatório e das análises PVT. Além da interpretação dos dados que refletem as condições reais de fluxo do reservatório, foram criados mais 2 modelos de reservatórios com fluxo radial permanente com barreiras externas para comparação dos efeitos causados pela presença ou ausência de *skin* dependente de vazão, um forçando o parâmetro D=0 e outro considerando D≠0.

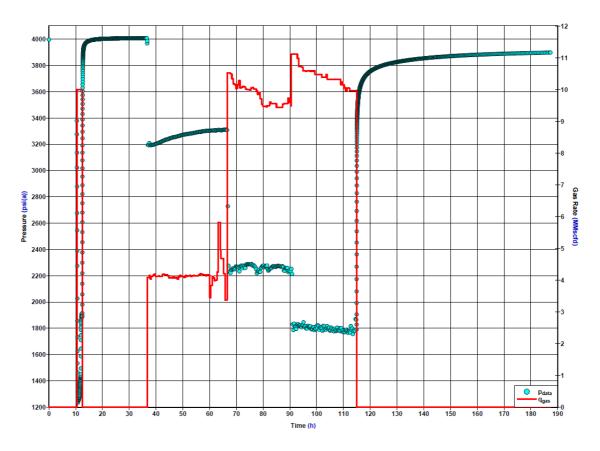


Figura 4.3. Carta do teste do poço 1-PET-1-UFRJ

Tabela 4.1. Dados do poço 1-PET-1-UFRJ e do reservatório

Parâmetro	Unidade	Valor
Raio do poço	М	0,0825
Porosidade média	Percentual	20,0
Espessura porosa efetiva	M	4,0
Saturação de água	Percentual	39,6
Saturação de gás	Percentual	60,4
Salinidade da água da formação	ppm NaCl	137000
Grau Api do condensado	API	51,2
Temperatura do reservatório	С	120,21
Pressão original do reservatório	kg/cm²	280,92
Densidade do gás	Ar =1	0,588
Razão Gás-Óleo de Produção	m³/m³	70000 a 36500
Water cut no líquido produzido (BSW)	%	50
Fator de compressibilidade (Z)		0,9918
Compressibilidade da rocha	1/kg/cm²	0.00005187
Compressibilidade do gás	1/kg/cm²	0.002918
Compressibilidade da água	1/kg/cm²	0.00003669
Compressibilidade total	1/kg/cm²	0.001829
Fator volume de formação do gás	m³/m³	0,0049035
Viscosidade do gás	Ср	0,0209216
Viscosidade da água	Ср	0,2838

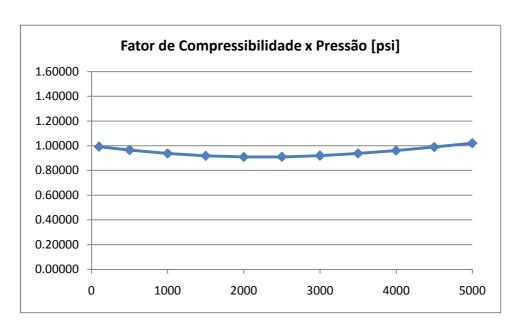


Figura 4.4. Gráfico do Fator de Compressibilidade do Gás (Z)

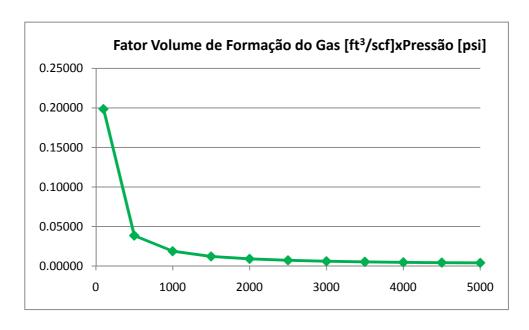


Figura 4.5. Gráfico do Fator Volume de Formação do Gás

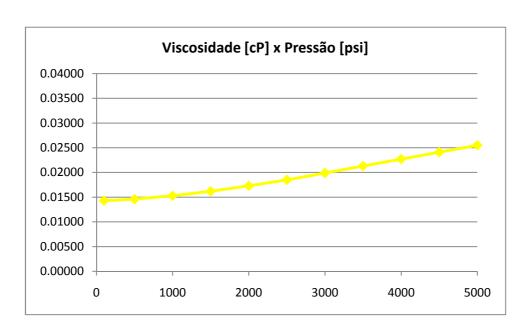


Figura 4.6. Gráfico da viscosidade do gás

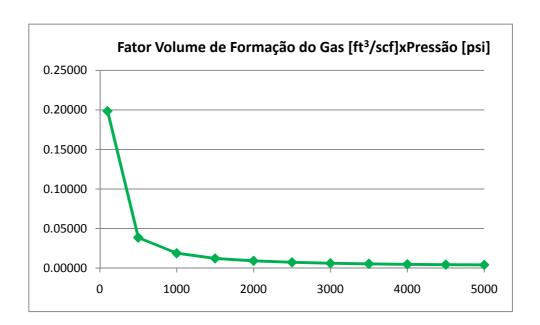


Figura 4.7. Gráfico da compressibilidade do gás

4.3 Tratamento dos Dados

Após carregar os dados no *software*, ficamos com a curva da figura 4.3, que nos informa o histórico de pressões e vazões obtidos pelos registradores do teste. Nessa curva, pode-se observar o período de *build up* analisado destacado em cinza. Geralmente um teste de poço é composto por dois períodos de fluxo e dois períodos de estática (normalmente maior que o período de fluxo, para melhor identificação dos

limites do reservatório) e a análise é feita em cima do período de estática estabilizada, ou seja, a segunda estática.

Além dos dados reais obtidos no teste, foram gerados dois modelos de reservatórios radiais, com um deles considerando a presença de *skin* devido à turbulência.

Podemos observar nos gráficos a seguir, que para o regime de reservatório radial infinito, os dois modelos conseguem um bom ajuste, porém, para a estocagem e *skin*, ambos os modelos não se ajustam aos dados reais, podendo levar a erros de interpretação dessas propriedades do reservatório.

É também possível notar que quando comparamos os dois modelos no gráfico de Horner conseguimos ver, mesmo que pequena, uma diferença de pressão causada pela tímida presença de *skin* turbulento como constatado pela análise de AOF dos dados reais obtidos.

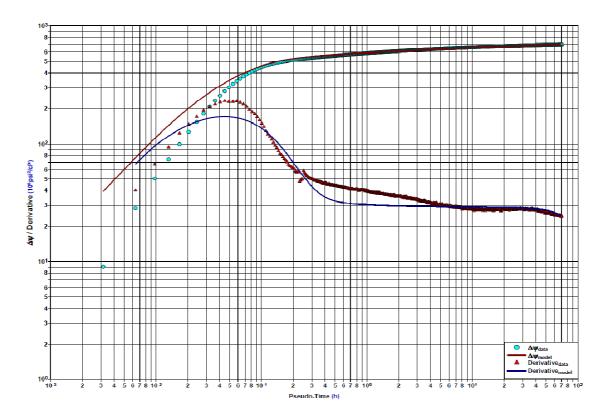


Figura 4.8. Ajuste do modelo com turbulência

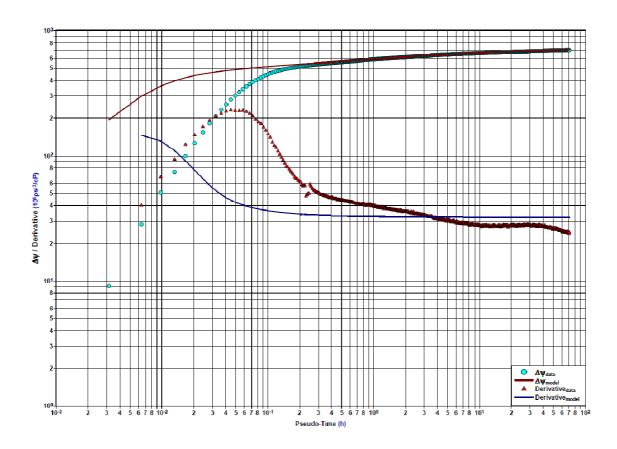


Figura 4.9. Ajuste do modelo sem turbulência

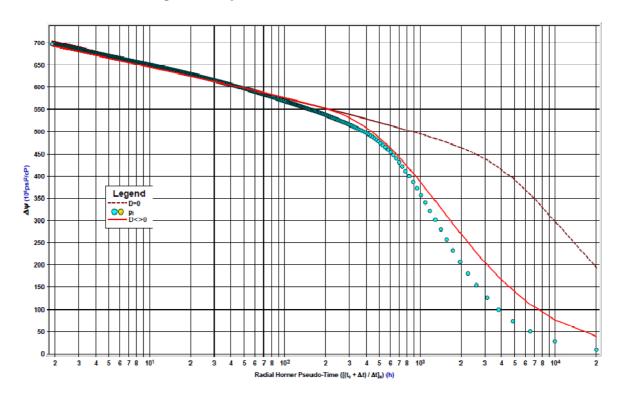


Figura 4.10. Comparação entre os dois modelos gerados

Além da análise visando a obtenção dos parâmetros do reservatório, foram feitas duas análises para a medição do potencial de produção do poço (Absolute Open Flow - AOF).

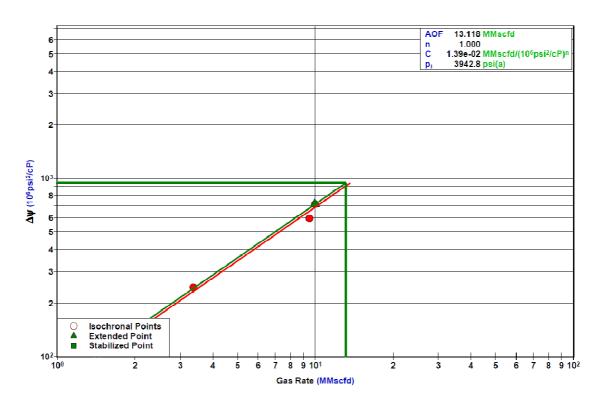


Figura 4.11. Gráfico da Análise C&n (Empírica)

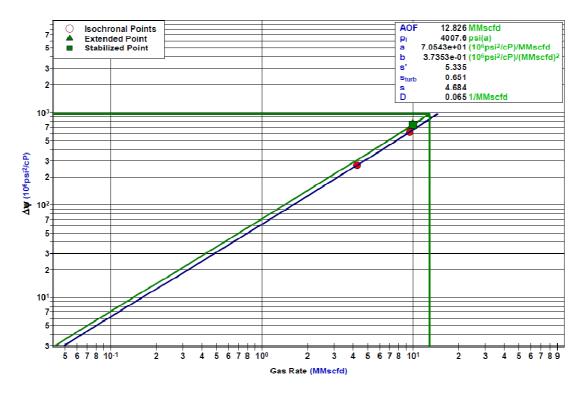


Figura 4.12. Gráfico da Análise LIT (Teórica)

4.4 Dados Obtidos

Os dados obtidos encontram-se sumarizados nas tabelas abaixo:

Tabela 4.2. Resultados da Análise C & n

Parâmetro	Valor
C[MMm³/(10 ⁶ psi²/cP) ⁿ	0,04e-2
N	1
AOF [m³/d]	369.573

Tabela 4.3. Resultados da Análise LIT

Parâmetro	Valor
a [(10 ⁶ psi ² /cP)/MMm ³]	249,3
b[(10 ⁶ psi ² /cP)/(MMm ³) ²]	465,12
AOF [m³/d]	361.371

Tabela 4.4. Resultados das Análises dos Dados Reais e Modelos

PARÂMETRO	Dados Obtidos	Modelo D=0	Modelo D≠0
k [mD]	13,3762	11,8504	13.1767
h [m]	4	4	4
Condutividade - kh [mD.m]	53,52	47,41	52,71
R [m]	235,70	2074,36	533,54
Mobilidade - k/μ [mD/cP]	639.35	566,42	629,81
Transmissibilidade - kh/µ [mD.m/cP]	2.558,05	2.266,26	2.519,90
Skin	5.335	3,214	4,198
Skin Turbulento [1/scfd]	0	0	2e-6
Razão de Dano	1,706	1,520	1,540
Eficiência de Fluxo	0,586	0,658	0,649
Estocagem [bbl/psi]	1,96e-2	7,65e-3	1,34e-2
Estocagem Adimensional	102,352	39,975	69,995
Pressão Extrapolada [psia]	3.946,78	3.965,6	3.902,7

4.5 Sumário

Nesse capítulo, apresentamos o *software* F.A.S.T. Well Test [™] da Fekete, Inc e os dados que foram utilizados para a análise do teste do poço 1-PET-1-UFRJ. Além disso, apresentamos a metodologia de análise pelos métodos descritos no capítulo anterior. Com essa metodologia, não foi possível gerar um modelo compatível com os dados reais do teste, porém, conseguimos mostrar que acontece uma queda adicional de pressão ao considerarmos o *skin* turbulento na análise de um teste de poço.

5 Discussão dos Resultados

Tendo em vista a dificuldade de se ajustar um modelo que representasse o fluxo turbulento aos dados reais analisados, optou-se por ajustar um novo modelo.

Diversos modelos foram testados tais como o de reservatório linear, um modelo numérico e deconvolução, porém, o melhor modelo ajustado aos dados reais foi o modelo de reservatório radial selado composto e com estocagem variável.

5.1 O Modelo de Reservatório Radial Composto

O modelo composto é usado quando as propriedades do fluido e do reservatório variam com a distância ao poço. È possível inserirmos mais de duas zonas de diferentes propriedades no modelo, porém quanto mais zonas diferentes colocarmos, mais difícil ficará a interpretação do modelo. A figura abaixo nos mostra um exemplo de modelo composto:

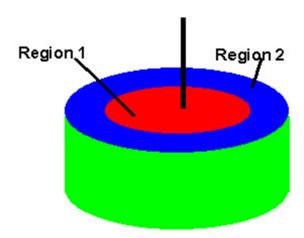


Figura 5.1. Modelo de Reservatório Composto com Duas Zonas de Propriedades Diferentes.

5.2 O Modelo de Estocagem Variável

A variação da estocagem do poço ocorre nas seguintes situações:

- (a) Mudança na compressibilidade do fluido do poço;
- (b) Redistribuição de fases e,
- (c) Mudança na estocagem devido a variação no nível do fluido do poço.

O fenômeno de redistribuição nas fases ocorre quando um poço é fechado na cabeça de poço com gás e líquidos fluindo simultaneamente para o tubo de produção. Nessas situações, a diferença de densidade faz com que o gás suba para a superfície enquanto o fluido cai para o fundo do poço. Devido à baixa compressibilidade do fluido e a falta de espaço para a expansão do gás essa redistribuição das fases causa um aumento na pressão do poço. Então, quando este fenômeno esta presente em um teste de *build up*, observamos que a pressão no poço pode ser maior que a pressão do que a pressão da formação, causando uma anomalia na curva de *build up* que não pode ser analisada considerando-se constante a estocagem do poço.

Para lidar com esse problema, Fair (1981) e Hegeman *et al.* (1993) propuseram dois novos modelos que introduziram duas novas constantes adimensionais: a estocagem aparente (C_{aD}) e o parâmetro de pressão (C_{pD}). Esses parâmetros se relacionam da seguinte forma:

(a) No modelo de Fair (1981):

$$P_{pD} = C_{pD} (1 - e^{\frac{-t_D}{\alpha_D}})$$
 (38)

(b) No modelo de Hegeman et al. (1993):

$$P_{pD} = C_{pD} erf\left(\frac{t_D}{\alpha_D}\right) \tag{39}$$

5.3 O Modelo Proposto

Como dito, o modelo que mais se aproximou dos dados reais, ajustando-se ao gráfico obtido nos dados reais foi o modelo de reservatório radial composto com estocagem variável. Foi proposto o uso de duas zonas com propriedades diferentes.

Podemos observar o descolamento da curva proposta pelo modelo como também dos dados reais da curva de estocagem constante (ângulo de 45°) demonstrando o fenômeno de variação da estocagem no gráfico abaixo:

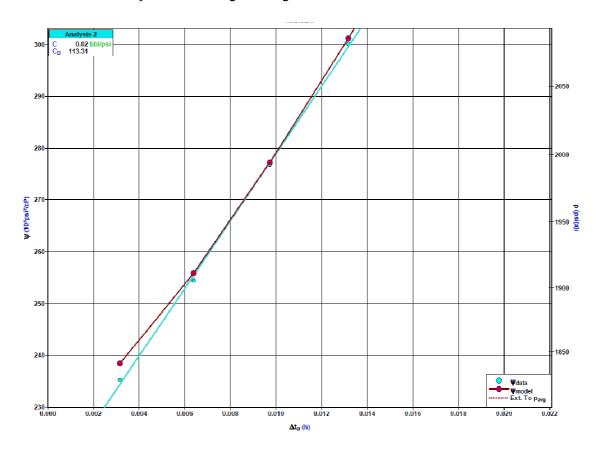


Figura 5.2. Gráfico de Análise de Estocagem

Seguimos com a análise dos gráficos de Horner e de Bourdet para estimar as propriedades de reservatório segundo o modelo proposto.

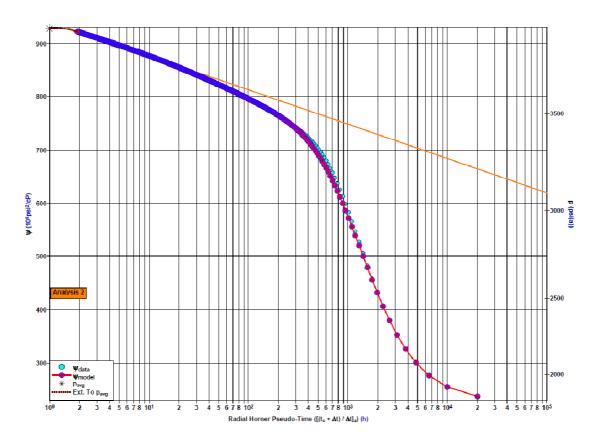


Figura 5.3. Gráfico de Horner do Modelo Proposto

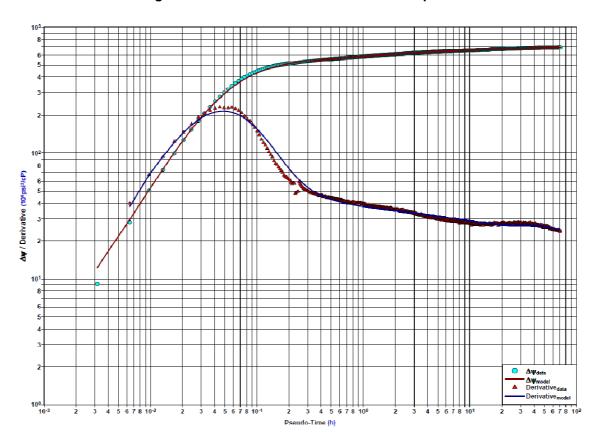


Figura 5.4. Gráfico de Bourdet do Modelo Proposto

Pela análise dos gráficos acima obtivemos as propriedades do reservatório relacionadas na tabela abaixo:

Tabela 5.1 Propriedades do Reservatório

PARÂMETRO	ZONA 1	ZONA 2
k [mD]	11,00	18,00
h [m]	4	4
Condutividade - kh [mD.m]	44,00	72,00
R [m]	256,09	515,24
Mobilidade - k/μ [mD/cP]	525,77	869,35
Transmissibilidade - kh/μ [mD.m/cP]	2.103,63	6.491,08

Foram obtidos, também, os seguintes parâmetros:

Parâmetro	Unidade	Valor
Skin		5,977
Skin turbulento		0,000
Razão de Dano		1,395
Eficiência de Fluxo		0,717
Estocagem	Bbl/psi	0,02
Estocagem adimensional		109,13
Pressão extrapolada	Psi(a)	3941,0
Volume de Gas <i>In Place</i>	MMft3	2880,782

6 Conclusões e Recomendações

A geração dos modelos de reservatório radial atingiu o objetivo proposto no tocante ao comportamento de reservatório radial. Vê-se nos resultados, que os valores de permeabilidade são bem próximos aos valores obtidos com a análise dos dados dos registradores do teste do poço 1-PET-1-UFRJ. Quando comparamos os dois modelos, conseguimos observar, mesmo que discreta dado que o valor do *skin* dependente da vazão é muito pequeno, a queda adicional de pressão causada pelo aumento da vazão de produção do teste (visto que o fluxo apresenta três vazões diferentes em ordem crescente).

Devido à presença de condensado na produção do poço, observamos o efeito da estocagem variável então, os modelos anteriormente ajustados não apresentaram boa correlação no início do período de estática, pois ambos modelos consideravam que a estocagem deveria ser constante. O ajuste de um novo modelo, composto de duas áreas de permeabilidades diferentes e considerando a estocagem variável, se mostrou efetivo ao descrever com maior fidelidade os dados do teste tanto no início como no final do período de estática.

Vale ressaltar que ao gerar um modelo numérico para correlacionar com os dados reais, pode-se observar um aumento de pressão quando o poço era aberto para estática. Esse efeito é devido ao fato de que a produção de gás "corta" a produção de condensado, fazendo com que o condensado se acumule dentro do poço, causando aumento de pressão pela presença de uma coluna hidrostática. Outro ponto a se observar é que o gráfico das derivadas de Bourdet apresenta uma leve queda no final, o que pode se configurar como sendo um limite do reservatório, porém, como a queda é muito pequena, não foi considerada como conclusiva na análise do teste, então esta queda foi considerada como uma extensão do regime de reservatório radial infinito.

A análise de testes de poços é uma ferramenta poderosa para o estudo de reservatórios de petróleo e gás e vem sendo largamente estudada por diversos pesquisadores e engenheiros. Modelos mais complexos estão sendo desenvolvidos, com o auxílio da deconvolução, para nos dar resultados mais apurados da interpretação. Então, como complemento deste trabalho, propõe-se usar modelos mais

avançados para descrever melhor o fenômeno da turbulência no fluxo de gases em meios porosos. Outra recomendação seria analisar este efeito em fluxo multifásico e em reservatórios fraturados naturalmente ou hidraulicamente.

7 Referências Bibliográficas

AHMAD, T., McKINNEY, P.D.. **Advanced Reservoir Engineering**. 1. ed. Massachussets: Editora Elsevier, 2005.

AL- HUSSAINY, R., RAMEY, H.J, CRAWFORD, P.B., 1966, "Flow of Real Gases Through Porous Media". **SPE Annual Fall Meeting**, SPE-1243A, Denver, Colorado, EUA, 3-6 Outubro.

AMAO, M.A., 2007, **Mathematical Model for Darcy Forchheimer Flow with Application to Well Performance Analysis.** M.Sc. Dissertation, Texas Tech University, Lubbock, Texas, EUA.

BOURDET, D.. Well Test Analysis: The Use of Advanced Interpretation Methods.

1. ed. Amsterdam: Editora Elsevier, 2002.

BOURDET, D., et al. A New Set of Type Curves Simplifies Well Test Analysis. World Oil, pp. 95-106, Gulf Publishing Co., Houston, 1983.

CONWAY, M.W., BARREE, R.D., 2004, "Beyond Beta Factors: A Complete Model For Darcy, Forchheimer and Trans-Forchheimer Flow in Porous Media". **SPE Annual Technical Conferention and Exhibition**, SPE-89325, Houston, Texas, EUA, 26-29 Setembro.

DARCY, H.P.G.. "The Public Fountains of the City of Dijon. (Appendix)". Quay of Augustins, Bookseller of the Imperial Corps of Bridges, Highways and Mines, 1856.

CORNELL, D., KATZ, D.L., 1953, "Flow of Gases Through Consolidated Porous Media", **Industrial and Engineering Chemistry**, v.45, pp. 2145-2152, Austin, Outubro.

DAKE, L.P.. Fundamentals of Reservoir Engineering. 1. ed. Amsterdam: Editora Elsevier, 1978.

F.A.S.T. Well Test [™] Help Guide. Fekete Associates, Inc ©, 2009.

FORCHHEIMER, P., 1901, "Wasserbewegung durch Boden". **Zeits. V. Deutsch. Ing,** v.45, pp. 1781.

GRINGARTEN, A.C., 2006, "From Straight Lines to Deconvolution: The Evolution of the State of the Art in Well Test Analysis". **SPE Annual Technical Conferention and Exhibition**, SPE-102079, San Antonio, Texas, EUA, 24-27 Setembro.

HORNER, D.R., 1951, "Pressure Build-up in Wells". In: **Proceedings of the Third World Petroleum Congress**, v. 2, pp. 25-43, Hague, Agosto.

HOUPEURT, A., 1959, "On the Flow of Gases in Porous Media", **Revue de l'Institut Français du Pétrole**, v.11, pp. 1468-1684.

HOUZÉ, O., VITURAT, D., FJAERE, O.S.. **Dynamic Flow Analysis**. 4. ed. Sophia Antipolis, Kappa Engineering, 2006.

KATZ, D.L., COATS, K.H., TEK, M.R., 1961, "The Effect of Turbulence on Flow of Natural Gases through Porous Reservoirs". **36**th **Annual Fall Meeting of SPE**, SPE-147, Dallas, Texas, EUA, 8-11 Outubro.

LEE, J., ROLLINS, J.B., SPIVEY, J.P.. **Pressure Transient Testing**. 1. ed. Richardson: SPE Textbook Series, 2003.

LEE, J., WATTENBARGER, R.A.. **Gas Reservoir Engineering**. 1. ed. Richardson: SPE Textbook Series, 1996.

MARQUES, J.B.D., 2008, **Análise de Teste de Poço sob Condição de Escoamento Bifásico.** Dissertação de M.Sc., UNICAMP, Campinas, São Paulo, Brasil.

RAWLINS, E.L., SCHELLHARDT, M.A., Back-pressure Data on Natural Gas Wells and their Application to Production Practices. Monograph 7, Washington DC, US Bureau of Mines, 1936

ROSA, A. J., CARVALHO, R. S., XAVIER, J.A.D.. **Engenharia de Reservatórios de Petróleo**. 1. ed. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2006.

VAN EVERDINGEN, A.F., HURST, W., 1949, "The Application of Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs", **AIME Annual Meeting**, SPE-147, San Francisco, Califórnia, EUA, 13-17, Fevereiro.

WATTENBARGER, R.A., RAMEY, H.J., "Gas Well Testing with Turbulence, Damage and Wellbore Storage", **Journal of Petroleum Technology**, v.249, pp. 877-887, agosto, 1968.