



Universidade Federal  
do Rio de Janeiro  

---

Escola Politécnica

ANÁLISE DE LINHAS DE ANCORAGEM DE PLATAFORMAS  
OCEÂNICAS CONSIDERANDO DIVERSOS TRAMOS E O TRECHO  
ENTERRADO DA LINHA

Pedro Yuji Kawasaki

Projeto de Graduação apresentado ao Curso de Engenharia Civil da Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheiro.

Orientadores: Gilberto Bruno Ellwanger, D.Sc.

José Renato Mendes de Sousa, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

DEZEMBRO DE 2010

ANÁLISE DE LINHAS DE ANCORAGEM DE PLATAFORMAS OCEÂNICAS  
CONSIDERANDO DIVERSOS TRAMOS E O TRECHO ENTERRADO DA LINHA

Pedro Yuji Kawasaki

PROJETO DE GRADUAÇÃO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO CURSO  
DE ENGENHARIA CIVIL DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO CIVIL.

Examinado por:

---

Prof. Gilberto Bruno Ellwanger, D.Sc.

---

Prof. José Renato Mendes de Sousa, D.Sc.

---

Prof. Roberto Fernandes de Oliveira, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

DEZEMBRO DE 2010

## **AGRADECIMENTOS**

Ao meu orientador Prof. Gilberto Bruno Ellwanger pelo constante incentivo, pela confiança, pelos ensinamentos e conselhos transmitidos ao longo desta jornada. Muito obrigado.

Ao Prof. José Renato Mendes de Sousa por todo conhecimento técnico transmitido ao longo deste trabalho. Agradeço pela orientação e pelos conselhos, sem os quais a realização deste projeto não seria possível.

Aos professores Luís Volnei Sudati Sagrilo, Marcos Queija de Siqueira e, novamente, ao professor Gilberto Bruno Ellwanger pela oportunidade de integrar a equipe do Laboratório de Análise e Confiabilidade de Estruturas Offshore (LACEO/COPPE/UFRJ).

À Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (ANP) pelo suporte financeiro através do Programa de Recursos Humanos (PRH-35).

À minha família

Resumo do Projeto de Graduação apresentado à Escola Politécnica/ UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheiro Civil.

ANÁLISE DE LINHAS DE ANCORAGEM DE PLATAFORMAS OCEÂNICAS  
CONSIDERANDO DIVERSOS TRAMOS E O TRECHO ENTERRADO DA LINHA

Pedro Yuji Kawasaki

Dezembro/2010

Orientadores: Gilberto Bruno Ellwanger, D.Sc.

José Renato Mendes de Sousa, D.Sc.

Curso: Engenharia Civil

Com o avanço da exploração de petróleo para localizações mais distantes da costa e que apresentam lâminas d'água profundas e ultra-profundas, a indústria *offshore* tem enfrentado inúmeros desafios tecnológicos na área de engenharia para instalar e manter em operação as unidades de perfuração e produção.

Em decorrência dos limites operacionais impostos pelas condições ambientais severas e da necessidade de soluções técnicas que viabilizem economicamente o projeto das estruturas flutuantes, os projetos dos sistemas de ancoragem e das fundações têm papel fundamental na garantia da integridade e da confiabilidade estrutural necessária.

Visando ao estudo dos sistemas de posicionamento, este trabalho tem como objetivo analisar o comportamento das linhas de ancoragem considerando a interação solo-estrutura na configuração do equilíbrio. Para tanto, será realizada uma revisão da literatura disponível, culminando com o desenvolvimento de um algoritmo e a implementação computacional do problema. A validação da metodologia utilizada será feita através da comparação com programas de referência disponíveis.

# ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO .....	5
1.1 CONTEXTO E MOTIVAÇÃO .....	5
1.2 OBJETIVOS E METODOLOGIA.....	9
1.3 ORGANIZAÇÃO .....	9
2. SISTEMAS DE ANCORAGEM .....	10
2.1 DEFINIÇÃO .....	10
2.2 TIPOS DE CONFIGURAÇÕES DE LINHAS DE ANCORAGEM .....	11
2.2.1 ANCORAGEM CONVENCIONAL .....	11
2.2.2 ANCORAGEM <i>TAUT-LEG</i> .....	11
2.2.3 ANCORAGEM VERTICAL .....	13
2.3 TIPOS DE SISTEMAS DE ANCORAGEM .....	14
2.3.1 ANCORAGEM COM PONTO ÚNICO .....	14
2.3.2 ANCORAGEM DISTRIBUÍDA.....	17
2.3.3 ANCORAGEM COM POSICIONAMENTO DINÂMICO .....	19
2.4 COMPONENTES DOS SISTEMAS DE ANCORAGEM .....	20
2.4.1 LINHAS DE ANCORAGEM .....	20
2.4.2 AMARRAS .....	20
2.4.3 CABOS DE AÇO.....	22
2.4.4 CABOS DE MATERIAIS SINTÉTICOS.....	24
2.4.5 ELEMENTOS ACESSÓRIOS.....	25
3. FUNDAÇÕES DE ESTRUTURAS OFFSHORE .....	27
3.1 FUNDAÇÕES PARA ANCORAGEM DE UNIDADES FLUTUANTES .....	27
3.1.1 ÂNCORA CONVENCIONAL .....	27
3.1.2 VLA ( <i>Vertical Load Anchor</i> ).....	28
3.1.3 ESTACA DE SUÇÃO ( <i>Suction Pile</i> ).....	29
3.1.4 ESTACA TORPEDO.....	30
3.1.5 SEPLA ( <i>Suction Embedded Plate Anchor</i> ).....	31

4.	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA .....	32
4.1	EQUAÇÃO DA CATENÁRIA COM UM ÚNICO TRAMO .....	32
4.2	EQUAÇÃO DA CATENÁRIA COM 2 OU MAIS TRAMOS .....	39
4.3	FORMULAÇÃO DO TRECHO APOIADO DA CATENÁRIA .....	41
4.4	EQUAÇÕES DO TRECHO ENTERRADO DA CATENÁRIA COM UM ÚNICO TRAMO .....	41
4.5	EQUAÇÕES DO TRECHO ENTERRADO DA CATENÁRIA COM 2 OU MAIS TRAMOS .....	45
5.	DESCRIÇÃO DO PROGRAMA DESENVOLVIDO .....	46
5.1	CONSIDERAÇÕES SOBRE O PROBLEMA ANALISADO .....	46
5.2	APRESENTAÇÃO DOS OBJETIVOS DO PROGRAMA .....	47
5.3	PROCEDIMENTO DE CÁLCULO PARA DETERMINAÇÃO DA CONFIGURAÇÃO DO TRECHO ENTERRADO DA CATENÁRIA .....	48
5.4	PROCEDIMENTO DE CÁLCULO PARA DETERMINAÇÃO DA CONFIGURAÇÃO DO TRECHO SUBMERSO DA CATENÁRIA .....	49
5.5	PROCEDIMENTO PARA A COMPATIBILIZAÇÃO DA SOLUÇÃO .....	50
5.6	ESTRUTURA DO PROGRAMA .....	51
6.	EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO PROGRAMA .....	53
6.1	PROCEDIMENTOS .....	53
6.2	DESCRIÇÃO DO CASO .....	53
6.3	DADOS DO MODELO .....	54
6.4	RESULTADOS .....	56
6.4.1	COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS .....	63
6.4.2	ANÁLISE DOS RESULTADOS .....	64
7.	CONCLUSÃO E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	66
8.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	67

## ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1 - Cel. Drake e a estrutura montada para a extração do petróleo</i> .....	5
<i>Figura 2 - Primeiro poço offshore em Summerland, Califórnia</i> .....	6
<i>Figura 3 - Principais tipos de plataformas</i> .....	6
<i>Figura 4 - Torre complacente Tombua Landana</i> .....	7
<i>Figura 5 - Plataforma de gravidade Troll A</i> .....	7
<i>Figura 6 - Jaqueta da plataforma fixa Mexilhão</i> .....	7
<i>Figura 7 - Plataforma Auto-Elevatória</i> .....	7
<i>Figura 8 - Semi-Submersível P-51</i> .....	8
<i>Figura 9 - FPSO P-53</i> .....	8
<i>Figura 10 - SPAR BUOY Perdido</i> .....	8
<i>Figura 11 - TLP</i> .....	8
<i>Figura 12 - Comparação entre o sistema de ancoragem convencional e o taut-leg</i> .....	12
<i>Figura 13 - Tendões de ancoragem vertical em uma TLP</i> .....	13
<i>Figura 14 - Esquema do turret externo</i> .....	14
<i>Figura 15 - Esquema do turret interno</i> .....	14
<i>Figura 16 - Turret externo do FPSO Falcon</i> .....	15
<i>Figura 17 - Turret interno do FPSO P-53</i> .....	15
<i>Figura 18 - CALM - ligação por meio de cabos</i> .....	15
<i>Figura 19 - CALM - ligação através de estrutura fixa</i> .....	15
<i>Figura 20 - Navio utilizando sistema CALM com ligação por meio de estrutura fixa</i> .....	16
<i>Figura 21 - SALM com riser pré-tracionado</i> .....	17
<i>Figura 22 - SALM com flutuação através de bóia</i> .....	17
<i>Figura 23 - Navio utilizando o sistema SALM</i> .....	17
<i>Figura 24 - Sistema de ancoragem distribuída</i> .....	18
<i>Figura 25 - Sistema de ancoragem DICAS</i> .....	18
<i>Figura 26 - Sistema de ancoragem com posicionamento dinâmico</i> .....	19
<i>Figura 27 - Amarras compostas por elos sem malhete</i> .....	20
<i>Figura 28 - Principais elementos acessórios das amarras</i> .....	21
<i>Figura 29 - Componentes do cabo de aço</i> .....	23
<i>Figura 30 - Algumas configurações dos cabos de aço</i> .....	23
<i>Figura 31 - Componentes de um cabo de poliéster</i> .....	24
<i>Figura 32 - Esquema de uma âncora convencional</i> .....	27
<i>Figura 33 - VLA Stevmanta</i> .....	28
<i>Figura 34 - Estaca de sucção utilizada na SPAR BUOY Perdido</i> .....	29

<i>Figura 35 - Estaca torpedo .....</i>	<i>30</i>
<i>Figura 36 - Detalhe da ligação da âncora de placa à estaca de sucção - SEPLA .....</i>	<i>31</i>
<i>Figura 37 - Geometria básica de um cabo em catenária.....</i>	<i>32</i>
<i>Figura 38 - Diagrama de corpo livre de um segmento da catenária.....</i>	<i>33</i>
<i>Figura 39 - Catenária com ângulo inicial diferente de zero .....</i>	<i>38</i>
<i>Figura 40 - Diagrama de corpo livre de um segmento enterrado da catenária .....</i>	<i>42</i>
<i>Figura 41 - Fluxograma dos cálculos do trecho enterrado da catenária.....</i>	<i>48</i>
<i>Figura 42 - Fluxograma dos cálculos do trecho submerso da catenária .....</i>	<i>49</i>
<i>Figura 43 - Esquema ilustrativo da linha de ancoragem analisada.....</i>	<i>54</i>
<i>Figura 44 - Resultados e gráficos da tração e da inclinação da linha no fairlead .....</i>	<i>56</i>
<i>Figura 45 – Resultados e gráficos da tração e da inclinação da linha no solo.....</i>	<i>56</i>
<i>Figura 46 - Resultados e gráficos da tração e da inclinação da linha na fundação .....</i>	<i>57</i>
<i>Figura 47 - Resultados e gráficos do comprimento da linha.....</i>	<i>57</i>
<i>Figura 48 - Resultados e gráficos da projeção horizontal da linha .....</i>	<i>58</i>
<i>Figura 49 - Gráficos relativos à geometria e variação da tração e inclinação da linha com a profundidade para o Caso 1.....</i>	<i>59</i>
<i>Figura 50 - Gráficos relativos à geometria e variação da tração e inclinação da linha com a profundidade para o Caso 2.....</i>	<i>60</i>
<i>Figura 51 - Gráficos relativos à geometria e variação da tração e inclinação da linha com a profundidade para o Caso 3.....</i>	<i>61</i>
<i>Figura 52 - Erros relativos das grandezas calculadas .....</i>	<i>63</i>

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1 CONTEXTO E MOTIVAÇÃO

O início da exploração de petróleo (exploração comercial) data de 1859 nos Estados Unidos a partir da descoberta de um reservatório em terra (*onshore*) realizada pelo Cel. Drake em Titusville, Pensilvânia. O poço pioneiro tinha apenas 21 metros de profundidade e havia sido perfurado utilizando um sistema de percussão movido a vapor, produzindo 2m<sup>3</sup>/dia de óleo.



*Figura 1 - Cel. Drake e a estrutura montada para a extração do petróleo*

Descobriu-se que a destilação do petróleo resultava em produtos que substituíam, com grande margem de lucro, o querosene obtido a partir do carvão e o óleo de baleia, que eram largamente utilizados para iluminação. Posteriormente, com a invenção dos motores a gasolina e a diesel, estes derivados até então desprezados adicionaram lucros expressivos à atividade [1].

Ao longo dos anos, o crescimento da utilização dos derivados de petróleo impulsionou as indústrias e diversos setores da sociedade. A elevada demanda por estes produtos fez com que a atividade exploratória expandisse os horizontes na busca por novos reservatórios.

Com a escassez de reservas *onshore*, a indústria do petróleo rumou para o oceano. Diversos desafios tecnológicos tiveram de ser enfrentados para a instalação e operação de unidades marítimas. Inicialmente as plataformas de perfuração e produção eram estruturas fixas de madeira e se localizavam a poucos metros da costa, operando em lâminas d'água reduzidas, em torno de 5 metros.



*Figura 2 - Primeiro poço offshore em Summerland, Califórnia*

Posteriormente, com o avanço tecnológico impulsionado pelo crescimento da indústria *offshore*, surgiram novas estruturas capazes de operar em locais mais distantes da costa e em lâminas d'água mais elevadas. Novos conceitos de unidades de perfuração e produção foram introduzidos para atender à demanda e para viabilizar a operação das mesmas em ambientes cada vez mais hostis.

Atualmente, as estruturas utilizadas na exploração de petróleo podem ser classificadas como fixas ou flutuantes.



*Figura 3 - Principais tipos de plataformas*

Dentre as estruturas fixas destacam-se as jaquetas (plataformas fixas de aço), as torres complacentes e as plataformas de gravidade, de concreto. As plataformas fixas de aço são as mais utilizadas, sendo a maioria destinada para operações em lâminas d'água rasas, menores do que 300 metros, apresentando um limite técnico-econômico de aproximadamente 400 metros.



Figura 4 - Torre complacente Tombua Landana



Figura 5 - Plataforma de gravidade Troll A



Figura 6 - Jaqueta da plataforma fixa Mexilhão



Figura 7 - Plataforma Auto-Elevatória

Dentre as estruturas flutuantes destacam-se as unidades semi-submersíveis, as TLPs (*Tension Leg Platform*), as SPAR BUOYs, e os navios FPSO (*Floating, Production, Storage and Offloading Unit*), FSO (*Floating, Storage and Offloading Unit*) e FPU (*Floating Production Unit*). Estas estruturas são utilizadas para operações em lâminas d'água intermediárias, profundas e ultra-profundas.



Figura 8 - Semi-Submersível P-51



Figura 9 - FPSO P-53

Em decorrência da viabilidade econômica e dos limites operacionais impostos por atuarem em lâminas d'água profundas e ultra-profundas nos campos atuais, as estruturas flutuantes demandam sistemas de ancoragem cada vez mais robustos e confiáveis, capazes de resistirem às solicitações ambientais mais severas.



Figura 10 - SPAR BUOY Perdido



Figura 11 - TLP

Os sistemas de ancoragem e as fundações são partes vitais das unidades flutuantes e a integridade estrutural de todos os elementos que compõem os sistemas de produção depende diretamente dos mesmos.

Sendo assim, os métodos de análise dos sistemas de ancoragem e das fundações *offshore* devem ser desenvolvidos e aprimorados para que se obtenha a maior precisão e confiabilidade possível nas respostas dos modelos.

## **1.2 OBJETIVOS E METODOLOGIA**

O presente trabalho tem como objetivo analisar o comportamento de uma linha de ancoragem considerando-a composta por diversos trechos com propriedades físicas e geométricas distintas, além da consideração do trecho enterrado da mesma no equilíbrio do sistema.

O problema será abordado com o enfoque na determinação da geometria e dos esforços atuantes ao longo da linha e, principalmente, na determinação dos esforços transmitidos da unidade flutuante à fundação através da linha de ancoragem.

Para tanto, será realizada uma revisão da literatura disponível a respeito das formulações e metodologias de análise das linhas de ancoragem. Posteriormente, será desenvolvido um algoritmo visando à implementação final de uma ferramenta computacional capaz de realizar as análises automaticamente. A planilha eletrônica escolhida para o desenvolvimento é o MATHCAD [2].

Finalmente, os resultados obtidos serão comparados com programas de referência disponíveis com o objetivo de validar a formulação do problema e a metodologia utilizada.

## **1.3 ORGANIZAÇÃO**

O trabalho está organizado da seguinte forma: no Capítulo 2, será apresentada a definição de um sistema de ancoragem, os tipos de configuração e os componentes das linhas de ancoragem; no Capítulo 3, será apresentada uma breve descrição dos tipos de fundação utilizados nas estruturas flutuantes; no Capítulo 4, será apresentada a formulação matemática do problema; no Capítulo 5, serão apresentados os algoritmos e procedimentos utilizados no desenvolvimento do programa; no Capítulo 6, será analisado um caso real de linha de ancoragem e os resultados obtidos serão apresentados, comparados e analisados; no Capítulo 7, serão apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros; no Capítulo 8, serão apresentadas as referências bibliográficas.

## **2. SISTEMAS DE ANCORAGEM**

### **2.1 DEFINIÇÃO**

Denomina-se sistema de ancoragem o conjunto de elementos estruturais capazes de manter uma determinada unidade flutuante em posição de equilíbrio.

O sistema de ancoragem é composto por linhas de ancoragem que conectam a unidade flutuante às fundações, transmitindo as solicitações ao solo. As linhas de ancoragem podem ser compostas de diversos materiais, dentre estes os principais são as amarras, os cabos de aço e cabos de materiais sintéticos, como a poliamida (comercialmente conhecido como *nylon*) e o poliéster. Os elementos de fundação podem ser estacas ou âncoras, dependendo da natureza da solicitação.

Classifica-se o tipo de configuração de linhas de ancoragem de acordo com a disposição geométrica das mesmas, podendo-se citar a ancoragem convencional (linhas de ancoragem assumindo configurações em catenária), a ancoragem *taut-leg* e a ancoragem vertical utilizando tendões.

Classifica-se o sistema de ancoragem quanto à disposição das linhas em relação à unidade flutuante.

A seguir, serão apresentados os tipos de configurações possíveis para as linhas de ancoragem e, posteriormente, as classificações adotadas para os distintos sistemas de ancoragem.

## **2.2 TIPOS DE CONFIGURAÇÕES DE LINHAS DE ANCORAGEM**

### **2.2.1 ANCORAGEM CONVENCIONAL**

A ancoragem do tipo convencional é caracterizada pela disposição das linhas de ancoragem em catenária apresentando trecho apoiado no solo, garantindo, assim, apenas a transmissão de esforços horizontais à fundação.

Tal fato possibilita a utilização de âncoras convencionais, que não resistem às componentes de forças verticais, porém a garantia da eficiência do sistema de ancoragem demanda trechos apoiados no solo com comprimentos consideráveis, de modo que uma parcela do carregamento transmitido pela unidade flutuante seja dissipada através do efeito do atrito linha-solo.

A necessidade de linhas de ancoragem com comprimentos elevados representa um acréscimo de peso próprio na unidade flutuante, tornando o projeto da mesma mais complexo e oneroso.

Verifica-se, então, que a utilização de âncoras convencionais apresenta a contrapartida de necessitar de um elevado raio de ancoragem (distância horizontal do centro da unidade flutuante à fundação), o que caracteriza uma desvantagem visto que pode haver um congestionamento entre as linhas de ancoragem e os sistemas submarinos de unidades flutuantes próximas.

### **2.2.2 ANCORAGEM TAUT-LEG**

O tipo de ancoragem *taut-leg* é caracterizado pela disposição das linhas de ancoragem em uma configuração que não apresenta trechos apoiados no leito marinho, uma vez que as mesmas se encontram mais tracionadas do que em um sistema convencional.

Sendo assim, o ângulo formado entre as linhas de ancoragem e o leito marinho é diferente de zero, exigindo que a fundação seja capaz de resistir a carregamentos com componentes horizontais e verticais. Tal fato impossibilita a utilização de âncoras convencionais, fazendo-se necessário empregar outros tipos de elementos de fundação, tais como as estacas de sucção, as estacas torpedo e as VLAs (*Vertical Load Anchor*).

A grande vantagem da configuração *taut-leg* em relação à convencional é a redução do raio de ancoragem e, conseqüentemente, do comprimento total da linha. Em um sistema convencional, o valor do raio de ancoragem possui a ordem de grandeza aproximada de duas a três vezes a profundidade da lâmina d'água, enquanto em um sistema *taut-leg* este pode ser aproximadamente tomado com valor igual à profundidade da lâmina d'água.

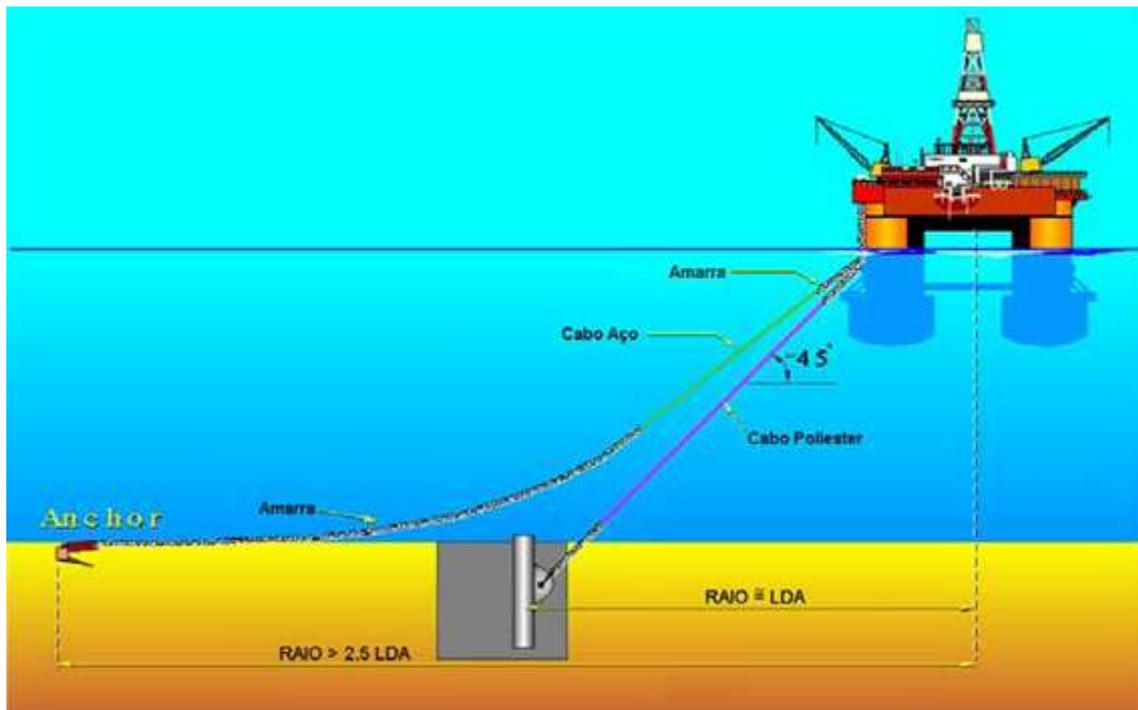


Figura 12 - Comparação entre o sistema de ancoragem convencional e o *taut-leg*

Ressalta-se, ainda, que o referido sistema confere uma rigidez maior do que a de um sistema convencional, reduzindo, assim, os *offsets* da unidade flutuante, o que representa uma vantagem do ponto de vista do projeto do sistema de *risers*.

### 2.2.3 ANCORAGEM VERTICAL

O tipo de ancoragem vertical é caracterizado pela disposição das linhas de ancoragem trabalhando como tendões verticais constantemente tracionados em decorrência da parcela do empuxo proveniente da parte submersa da unidade flutuante superar o peso próprio desta.

Os tendões conferem ao sistema uma rigidez elevada no plano vertical, enquanto a rigidez no plano horizontal é reduzida, sendo garantida pela componente horizontal da força de restauração quando da solicitação da linha no referido plano.

A ancoragem vertical é essencialmente utilizada em plataformas do tipo TLP (*Tension Leg Platform*), podendo ser também empregada em ancoragens de bóias e monobóias.

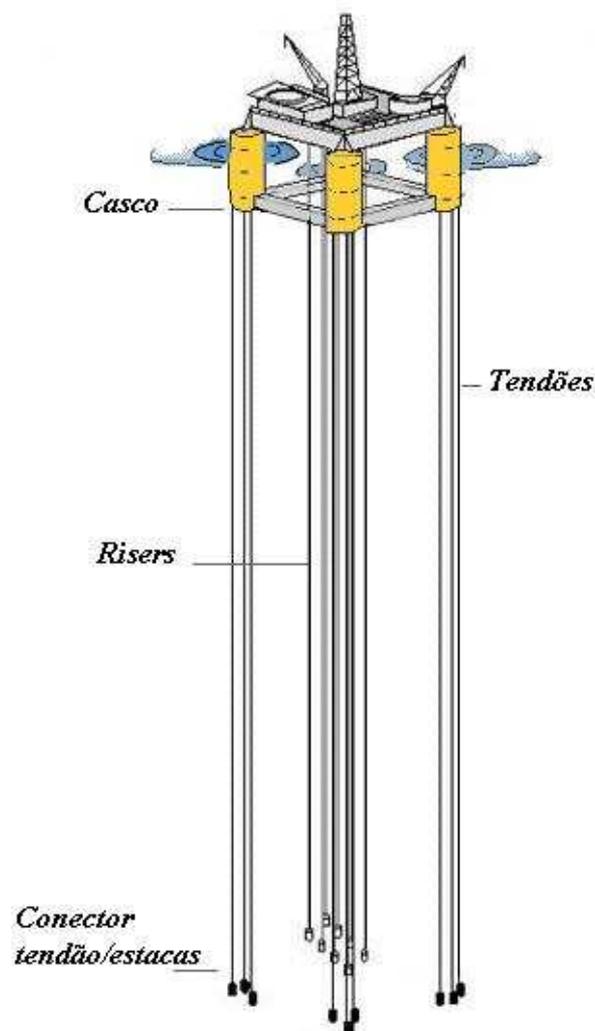


Figura 13 - Tendões de ancoragem vertical em uma TLP

## 2.3 TIPOS DE SISTEMAS DE ANCORAGEM

### 2.3.1 ANCORAGEM COM PONTO ÚNICO

A ancoragem com ponto único, também conhecida como SPM (*Single Point Mooring*), é caracterizada pela concentração das linhas de ancoragem em uma única posição da embarcação.

Este tipo de sistema é mais apropriado para navios do tipo FPSO (*Floating, Production, Storage and Offloading Unit*) e FSO (*Floating, Storage and Offloading Unit*), pois permite que a unidade flutuante gire livremente ao redor das linhas, alinhando-se com a direção das cargas ambientais predominantes e, conseqüentemente, reduzindo os esforços atuantes na mesma.

Neste sistema, podem-se distinguir três tipos de configuração predominantes: ancoragem com *turret* (interno e externo), CALM (*Catenary Anchor Leg Mooring*), SALM (*Single Anchor Leg Mooring*), os quais serão detalhados posteriormente, de acordo com a norma API RP 2SK [3]

#### a) ANCORAGEM COM TURRET

O sistema de ancoragem com *turret* é definido pela ligação de um conjunto de linhas de ancoragem a uma torre, podendo esta ser posicionada na proa, na popa (*turret* externo) ou internamente ao navio (*turret* interno), de modo que possibilite a livre rotação do mesmo em torno das linhas. Ressalta-se, ainda, que a estrutura de ligação das linhas pode estar posicionada acima ou abaixo do nível d'água.

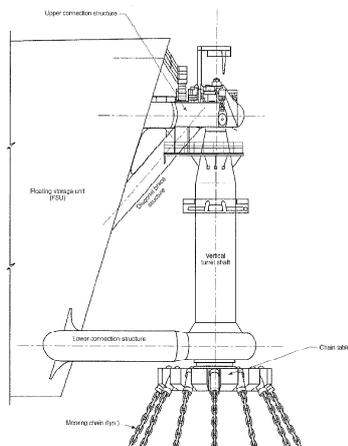


Figura 14 - Esquema do turret externo

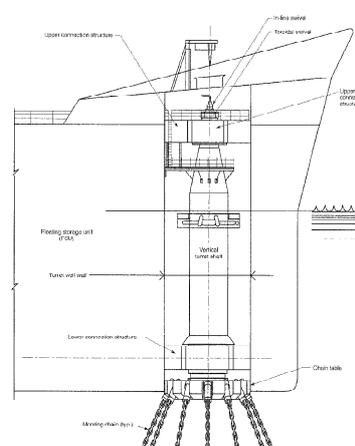


Figura 15 - Esquema do turret interno



Figura 16 - Turret externo do FPSO Falcon



Figura 17 - Turret interno do FPSO P-53

b) **CALM (Catenary Anchor Leg Mooring)**

O sistema CALM consiste de uma bóia de grandes dimensões que suporta um determinado número de linhas de ancoragem em catenária. A amarração ente a bóia e a unidade flutuante é feita por meio de um cabo, geralmente composto de material sintético, ou através de uma estrutura fixa.

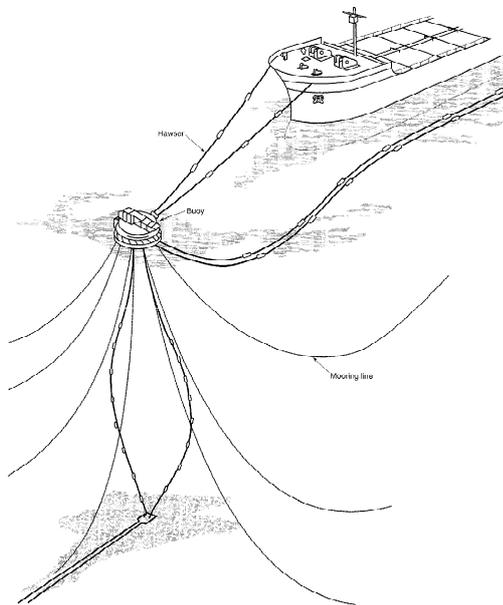


Figura 18 - CALM - ligação por meio de cabos

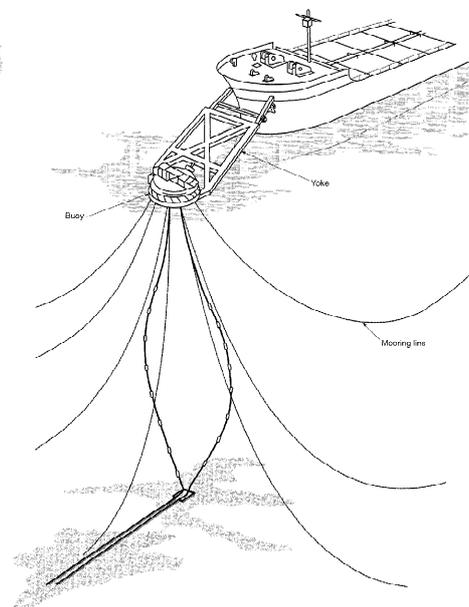


Figura 19 - CALM - ligação através de estrutura fixa

O sistema apresenta uma limitação na capacidade suporte de cargas ambientais em decorrência do fato de a bóia e a unidade flutuante apresentarem respostas distintas sob influência das ondas. Assim, em condições marítimas severas é necessário desconectar a embarcação da bóia.



Figura 20 - Navio utilizando sistema CALM com ligação por meio de estrutura fixa

Visando à redução desta limitação, estruturas rígidas de acoplamento dotadas de articulações são utilizadas para conectar a bóia à unidade, eliminando movimentos horizontais entre os mesmos. Pode-se, ainda, utilizar uma configuração com a estrutura de ligação submersa, conectada à unidade através de amarras, de modo menos rígido que a configuração anterior.

c) **SALM (Single Anchor Leg Mooring)**

O sistema SALM emprega um *riser* vertical com grande capacidade de flutuação na superfície ou, em alguns casos, é mantido por um *riser* pré-tracionado. Utiliza-se um *riser* tubular articulado, conectado à unidade através de uma forquilha rígida. Pode-se, ainda, utilizar uma configuração alternativa com amarras ligadas a uma bóia que é acoplada à unidade através de cabos.

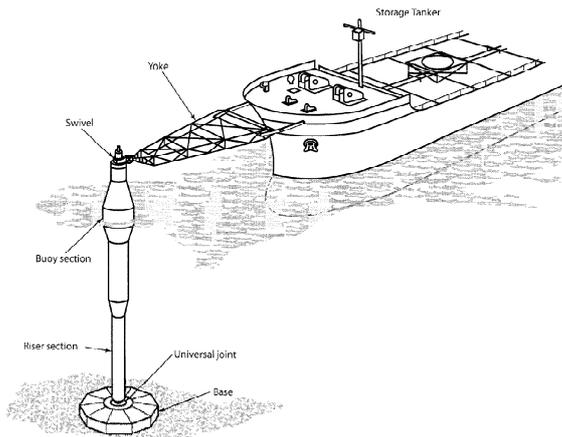


Figura 21 - SALM com riser pré-tracionado

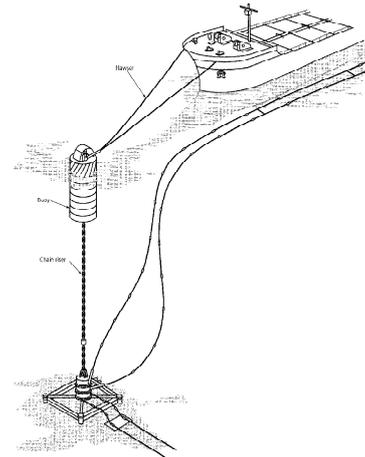


Figura 22 - SALM com flutuação através de bóia

O mecanismo de funcionamento do sistema é similar ao de um pêndulo invertido. Quando o sistema se desloca lateralmente, a força restauradora proveniente dos flutuadores tende a retificá-lo, colocando-o de volta na posição original.



Figura 23 - Navio utilizando o sistema SALM

### 2.3.2 ANCORAGEM DISTRIBUÍDA

A ancoragem distribuída, também conhecida como SM (*Spread Mooring*), é caracterizada pela distribuição das linhas de ancoragem em torno da embarcação, provendo à unidade flutuante capacidade de resistir a carregamentos ambientais atuantes em qualquer direção.

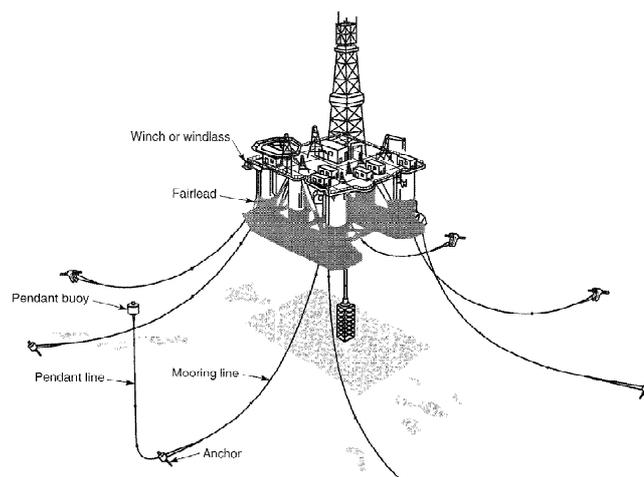


Figura 24 – Sistema de ancoragem distribuída

Uma configuração especial de ancoragem distribuída foi desenvolvida pela PETROBRAS para navios do tipo FPSO. Trata-se do sistema DICAS (*Differentiated Compliance Anchoring System*) [4], que se caracteriza por utilizar linhas de ancoragem com rigidezes diferentes na proa e na popa do navio. Obtém-se a diferença de rigidez através da disposição adequada das linhas com níveis de pré-tensão distintos, o que proporciona um alinhamento parcial do navio em relação às direções dos carregamentos ambientais mais severos.

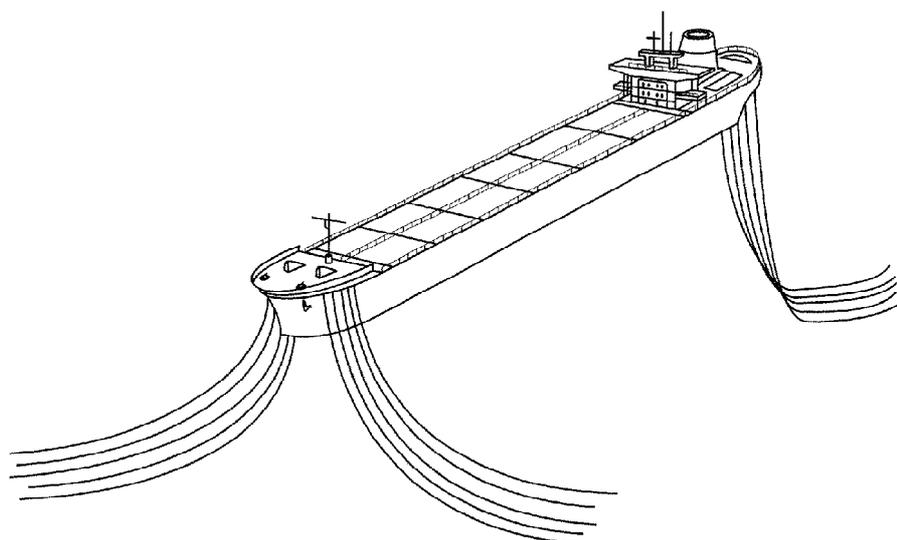


Figura 25 – Sistema de ancoragem DICAS

Ressalta-se que o sistema DICAS dispensa a utilização do *turret*, o que proporciona uma vantagem, apesar de o sistema apresentar *offsets* consideráveis, principalmente associados à guinada da embarcação (rotação em torno do eixo vertical).

### 2.3.3 ANCORAGEM COM POSICIONAMENTO DINÂMICO

O sistema de posicionamento dinâmico, também conhecido como DP (*Dynamic Positioning*) é caracterizado por utilizar propulsores e impulsadores laterais (*thrusters*) para manter a unidade flutuante na posição através do acionamento dos mesmos de modo que se compensem os efeitos dos carregamentos ambientais atuantes, tais como vento, onda e corrente.



*Figura 26 - Sistema de ancoragem com posicionamento dinâmico*

Este tipo de sistema pode ser utilizado isoladamente ou trabalhando em conjunto com algum outro sistema de ancoragem. A adoção de um sistema de posicionamento dinâmico é particularmente adequada para embarcações que apresentem grande mobilidade, ou seja, que permaneçam períodos de tempo reduzidos em determinado local, como por exemplo, na perfuração de poços ou realizando um TLD (Teste de Longa Duração).

## **2.4 COMPONENTES DOS SISTEMAS DE ANCORAGEM**

### **2.4.1 LINHAS DE ANCORAGEM**

As linhas de ancoragem podem ser compostas por um único trecho de um determinado material ou por uma associação de trechos de materiais distintos, sendo esta configuração determinada a partir das exigências a serem atendidas pelo sistema de ancoragem.

Dentre os materiais empregados nas linhas de ancoragem, podem-se citar as amarras, os cabos de aço e os cabos de materiais sintéticos, como a poliamida (comercialmente conhecido como *nylon*) e o poliéster.

A seguir, serão detalhadas as características de cada tipo de material usualmente utilizado na composição das linhas de ancoragem.

### **2.4.2 AMARRAS**

As amarras são formadas pela ligação consecutiva de elos fabricados a partir de barras de aço laminadas de seção circular. Os elos usuais são classificados como elos sem malhete e com malhete. Além destes, as amarras também podem contar com a presença de elementos acessórios, utilizados nas ligações e pontos de descontinuidade da linha.



*Figura 27 – Amarras compostas por elos sem malhete*

Dentre os elementos acessórios destacam-se: os elos alongados, os elos finais, as manilhas de conexão (*shackle*), o destorcedor (*swivel*), e as manilhas ou elos tipo *kenter* e pêra. Os elos alongados e finais são utilizados nas extremidades das amarras quando são feitas conexões utilizando manilhas; o *swivel* é utilizado na ligação das amarras com a fundação, impedindo que a torção naturalmente existente nas amarras seja transmitida, ocasionando uma tendência de rotação da fundação; os elos *kenter* e pêra são utilizados para fazer conexões entre trechos de amarras.

Quanto à classificação, as amarras destinadas a compor um sistema de ancoragem *offshore* são geralmente separadas em 6 categorias ou graus, que variam em escala crescente de resistência de acordo com a tração de ruptura das mesmas (Graus 2, 3, ORQ – *Oil Rig Quality*, ORQ +10%, ORQ +20%, 4). As diferentes resistências se devem ao grau de tratamento ao qual o aço utilizado é submetido na etapa de fabricação. Quanto à geometria, as amarras são classificadas de acordo com o diâmetro nominal da barra de aço utilizada para fabricar o elo.

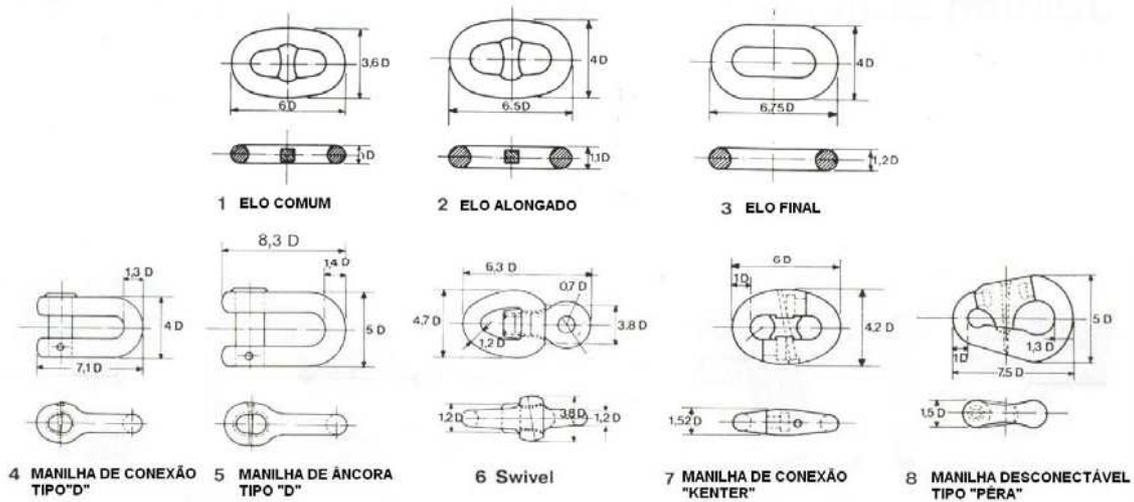


Figura 28 - Principais elementos acessórios das amarras

Segundo [5], em relação aos outros tipos de material empregados nas linhas, as amarras são as que apresentam a maior relação massa/resistência, ou seja, para uma dada tração de ruptura, a massa linear da amarra correspondente é consideravelmente superior à do cabo de aço ou sintético equivalente. Em relação aos cabos de aço, as amarras apresentam, em geral, uma massa linear de 3 a 5 vezes maior para uma mesma

tração de ruptura e, em relação aos cabos sintéticos, este valor é aproximadamente 30 vezes superior.

O fato de as amarras apresentarem uma massa linear elevada representa uma desvantagem em relação à utilização destas em sistemas de ancoragem de águas profundas e ultra-profundas. A utilização de uma linha de ancoragem composta somente por amarras é inviável nestes casos, pois o elevado peso próprio representa uma redução da capacidade de restauração da linha, bem como um acréscimo de peso na unidade flutuante, podendo comprometer a flutuabilidade da mesma.

Sendo assim, adotam-se, usualmente, trechos compostos por amarras nas extremidades das linhas de ancoragem ligadas às fundações. Esta prática é fundamentada no fato de as amarras apresentarem maior resistência à abrasão do que os cabos de aço e sintéticos, sendo, portanto, mais indicadas para compor o trecho que está em permanente contato com o solo.

Ressalta-se, ainda, que em relação aos trechos de contato entre a linha e o solo, a massa linear elevada das amarras representa uma vantagem destas em detrimento dos demais materiais já que a força de atrito elevada conduz a uma dissipação maior da força transmitida à fundação.

Em relação ao projeto de uma linha de ancoragem composta por amarras, além dos aspectos abordados anteriormente, a consideração dos efeitos de fadiga é essencial especialmente nos casos em que é necessário utilizar elementos acessórios de ligação, que correspondem a pontos fracos da linha, e nos casos de utilização de elos com malhetes, pois a solda também representa um ponto vulnerável no que diz respeito às cargas cíclicas, que dão origem às falhas por fadiga. Deve-se, portanto, minimizar o número de conexões em uma linha de ancoragem composta por amarras.

### **2.4.3 CABOS DE AÇO**

Os cabos de aço são formados por fios de aço enrolados e agrupados, formando o que se chama de perna. As pernas são enroladas em espirais em torno de um elemento central, denominado núcleo ou alma, em aço ou em outros tipos de materiais.

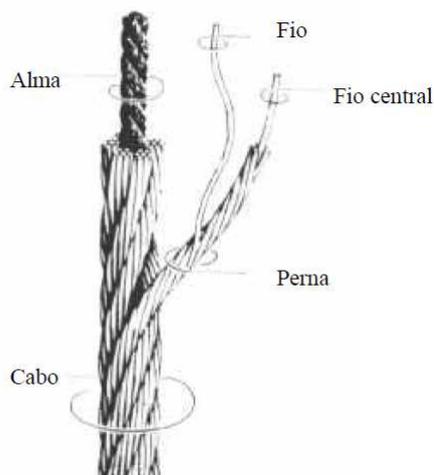


Figura 29 - Componentes do cabo de aço

Geralmente, a especificação dos cabos de aço consiste de dois números, como por exemplo, 6 x 19. O primeiro número fornece a quantidade de pernas torcidas e o segundo a quantidade de fios em cada perna.

A disposição dos fios de aço em cada perna e destas em relação ao núcleo pode variar, dando origem a uma classificação denominada torcedura do cabo. Os tipos convencionais de torcedura são: torcedura diagonal ou cruzada (*right regular lay*), na qual os fios de aço e as pernas são torcidos em sentidos opostos; torcedura paralela (*lang lay*), na qual os fios de aço e as pernas são torcidos em sentidos iguais. Existem, ainda, as configurações denominadas *spiral-strand* e *multi-strand*, assim denominadas por formarem arranjos com perna espiral e múltiplas pernas, respectivamente.

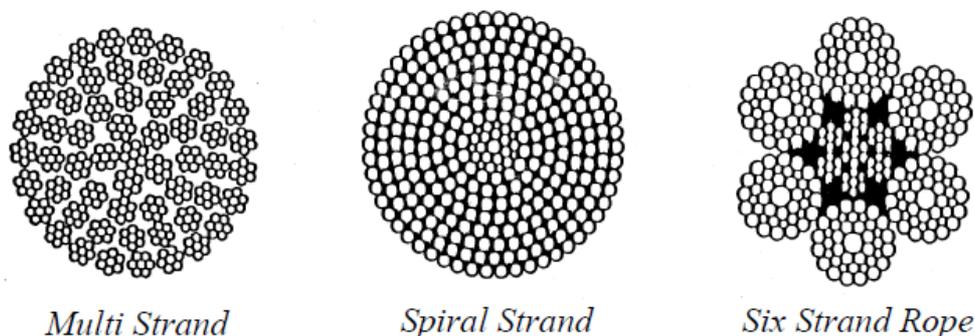


Figura 30 - Algumas configurações dos cabos de aço

A disposição dos fios e pernas influencia diretamente nas propriedades mecânicas dos cabos, principalmente no que diz respeito à resistência à tração, fadiga e corrosão.

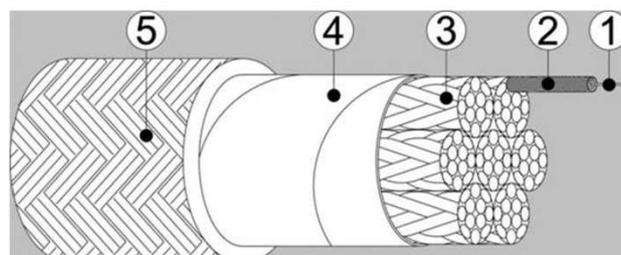
Os cabos de aço podem ser classificados de acordo com a resistência à tração do aço que compõe os fios destes, sendo:

- a) *Traction Steel* – 1200 a 1400 MPa
- b) *Mild Plow Steel* – 1400 a 1600 MPa
- c) *Plow Steel* – 1600 a 1800 MPa
- d) *Improved Plow Steel* – 1800 a 2000 MPa
- e) *Extra Improved Plow Steel* – 2000 a 2400 MPa
- f) *Extra Extra Improved Plow Steel* – 2400 a 2600 MPa

O núcleo ou alma do cabo pode ser composto por um cabo de aço independente (*Independent Wire Rope Core*), uma perna de aço (*Wire Strand Core*) ou de fibras naturais ou sintéticas (*Fiber*).

#### **2.4.4 CABOS DE MATERIAIS SINTÉTICOS**

Os cabos de materiais sintéticos são formados pela associação de fios trançados, formando cordas agrupadas, dando origem aos núcleos, que são dispostos em configurações específicas, formando o cabo propriamente dito. Geralmente, apresentam um revestimento protetor externo cuja função é prover resistência à abrasão, assegurando a integridade estrutural do mesmo.



- 1 – Fio básico: Fio de poliéster de alta tenacidade, com "marine finish";
- 2 – Perna da alma: composta por uma união de fios suavemente torcidos;
- 3 – Almas (sub-cabos): construção de 12 pernas e passo de trança alongado, provendo alta resistência e torque neutro ao cabo;
- 4 – Elemento filtrante: responsável pela retenção de partículas para o interior das almas;
- 5 – Capa trançada: a construção trançada tipo 32 x 3 une as almas num formato circular e provê proteção externa extra estas. Fios coloridos são utilizados na capa para efeitos de identificação do fabricante e matéria-prima.

*Figura 31 - Componentes de um cabo de poliéster*

Dentre os materiais sintéticos utilizados em sistemas de ancoragem temporários ou permanentes, destacam-se o poliéster (*polyethylene terephthalate*), a aramida (*aromatic polyamide*), o HMPE (*high modulus polyethylene*) e a poliamida (comercialmente conhecido como *nylon*).

Por apresentarem custo reduzido, baixa relação massa/resistência e boa resistência à fluência e fadiga, os cabos de poliéster têm sido considerados uma alternativa para compor as linhas de ancoragem. Ressalta-se, ainda, que os cabos de poliéster são os únicos de origem sintética até hoje instalados em sistemas de ancoragem permanentes e que o desenvolvimento desta tecnologia teve como país pioneiro o Brasil, através dos estudos realizados pela PETROBRAS.

Os materiais sintéticos apresentam propriedades mecânicas peculiares em virtude do comportamento viscoelástico, dentre as quais se destacam: módulo de elasticidade não constante, variando com a magnitude, duração, número e frequência de aplicação das cargas; fluência (*creep*). As referidas propriedades não-lineares dos materiais sintéticos demandam procedimentos de projeto distintos em relação aos adotados nas linhas de ancoragem formadas por cabos de aço, devendo os efeitos de relaxação e a necessidade de um nível mínimo de tração na linha ser considerados de maneira criteriosa.

Um aspecto relevante do projeto de linhas de ancoragem compostas por materiais sintéticos reside na baixa resistência à abrasão apresentada pelos mesmos, que limita a utilização destes em trechos que não estejam em contato direto com o solo, sejam apoiados ou embebidos no mesmo. Em relação ao fenômeno de relaxação da linha, o procedimento adotado para viabilizar a utilização dos materiais sintéticos é o acréscimo de tração na linha após a deformação sofrida durante o período inicial de operação do sistema de ancoragem.

#### **2.4.5 ELEMENTOS ACESSÓRIOS**

Além dos diversos tipos de cabos apresentados anteriormente, um sistema de ancoragem pode apresentar elementos acessórios tais como flutuadores, bóias e terminações.

Dentre os dispositivos de flutuação, pode-se citar o *clump weight*, que corresponde a um flutuador instalado na porção da amarra próxima ao leito marinho, cujas funções são: melhorar o desempenho do sistema, através do incremento na força de restauração e reduzir o custo, pois este se comporta como um substituto de um trecho da linha. Entretanto, a utilização do *clump weight* pode apresentar algumas contrapartidas no que diz respeito ao aumento do número de conexões e da complexidade dos procedimentos de instalação, além da possibilidade de introduzir distúrbios em relação ao comportamento dinâmico da linha e possibilidade de ocorrência de enterramento do mesmo.

Outro dispositivo utilizado é a bóia (*spring buoy*). Podendo estar localizada na superfície ou na subsuperfície, este elemento é responsável por suspender a linha de ancoragem, trazendo benefícios para o sistema, dentre estes: redução do peso da linha e conseqüente alívio na unidade flutuante; redução do *offset* da embarcação, através do incremento na força de restauração; aumento do espaçamento entre a linha de ancoragem e possíveis elementos submarinos. Assim como ocorre quando da utilização do *clump weight*, a presença da bóia pode gerar perturbações no sistema de ancoragem e aumentar a complexidade do mesmo.

As terminações, utilizadas para efetuar a conexão das extremidades da linha à unidade (*fairlead*) e à fundação, podem ser de diversos tipos tais como sapatilhas, olhais e soquetes.

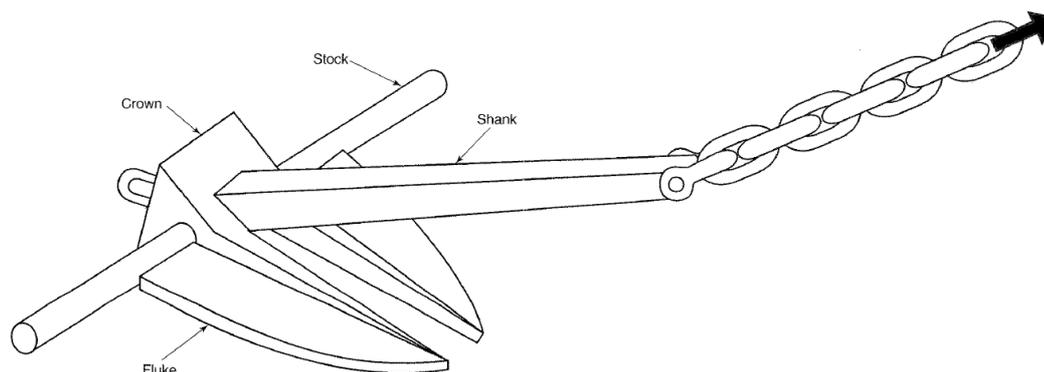
### **3. FUNDAÇÕES DE ESTRUTURAS OFFSHORE**

A seguir, são apresentadas as descrições dos principais tipos de fundações utilizadas nas estruturas marítimas flutuantes.

#### **3.1 FUNDAÇÕES PARA ANCORAGEM DE UNIDADES FLUTUANTES**

##### **3.1.1 ÂNCORA CONVENCIONAL**

De acordo com [6], a âncora convencional é geralmente constituída de uma haste (*shank*) fixa ou articulada, responsável por prover o ângulo necessário para a penetração e o enterramento da âncora no solo; de uma garra (*fluke*) cuja função é mobilizar a capacidade de carga do solo; de um cepo (*stock*) que é um braço transversal à haste, responsável por impedir a rotação da âncora quando do processo de assentamento e de uma coroa (*crown*), que conecta as respectivas partes, fornecendo rigidez ao conjunto.



*Figura 32 - Esquema de uma âncora convencional*

O processo de instalação é feito por arrasto com o auxílio de uma embarcação responsável por lançar a âncora e puxá-la, fazendo-a penetrar no solo. Este tipo de âncora não resiste a carregamentos com componentes verticais sendo, portanto, empregada em sistemas que utilizem ancoragem em catenária convencional.

A âncora convencional pode ser utilizada para ancorar plataformas semi-submersíveis de produção, MODUs (*Mobile Offshore Drilling Units*) e FPSOs.

### 3.1.2 VLA (Vertical Load Anchor)

Segundo [7], a âncora VLA se distingue da âncora convencional por substituir a haste por um conjunto de cabos associados a um dispositivo que permite a rotação da linha de ação da força transmitida pela unidade flutuante à âncora, fazendo com que esta incida perpendicularmente à placa, tornando possível resistir às componentes verticais de carga.



*Figura 33 - VLA Stevmanta*

O processo de instalação é feito por arrasto, com auxílio de uma embarcação, de maneira semelhante ao processo utilizado em âncoras convencionais, com a exceção da mudança da direção do carregamento quando a âncora estiver posicionada no local previsto.

Devido ao fato de apresentar resistência às componentes verticais das cargas transmitidas da unidade flutuante, a âncora VLA apresenta dificuldades para a desinstalação quando da mudança de localização da unidade. Sendo assim, este tipo de fundação é mais utilizado para ancorar unidades estacionárias de produção, conhecidas como UEPs.

### 3.1.3 ESTACA DE SUCCÃO (*Suction Pile*)

Conforme descrito em [8], a estaca de sucção é constituída de um cilindro de grande diâmetro, aberto no fundo e fechado no topo, apresentando, geralmente, uma relação entre o comprimento e o diâmetro ( $L/d$ ) na faixa de 3 a 6 e elevada razão entre o diâmetro e a espessura ( $d/t$ ), com valores entre 100 e 250.



*Figura 34 - Estaca de sucção utilizada na SPAR BUOY Perdido*

O processo de instalação é feito utilizando-se uma embarcação provida de guindaste ou através do lançamento da estaca pela popa. A estaca é guiada até o leito marinho e, ao atingi-lo, penetra parcialmente em função do peso próprio. Com o auxílio de um ROV (*Remotely Operated Vehicle*), uma bomba de sucção conectada ao topo da estaca remove a água do interior da mesma, reduzindo a pressão interna e gerando um diferencial de pressão que, ao superar o valor da resistência do solo, faz com que a estaca penetre no mesmo, finalizando o processo de cravação.

Devido ao sistema de instalação da estaca de sucção, esta apresenta capacidade de suportar cargas com componentes horizontais e verticais, tornando-se uma alternativa muito difundida entre os sistemas de ancoragem do tipo *taut-leg*. Pode-se, portanto, empregá-la na ancoragem de MODUs, semi-submersíveis de produção,

FPSOs, SPAR-BUOYS e TLPs. Ressalta-se, ainda, que a estaca de sucção foi inicialmente utilizada nas plataformas de gravidade.

### 3.1.4 **ESTACA TORPEDO**

A estaca torpedo é um projeto desenvolvido pela PETROBRAS e consiste de uma estaca tubular de aço preenchida com uma mistura de concreto e sucata de aço, provida de aletas e de um olhal na parte superior e com ponta cônica fechada. Apresenta uma relação entre o comprimento e o diâmetro ( $L/d$ ) da ordem de 10, sendo considerada uma estaca curta [9,10].



*Figura 35 - Estaca torpedo*

O processo de instalação é feito utilizando-se um rebocador para o transporte e lançamento da estaca e uma embarcação dotada de um ROV para o acompanhamento e monitoramento do processo. A estaca torpedo é baixada até certa profundidade e, então, é solta em queda livre. Ao atingir o solo com velocidade suficiente ocorre a penetração da estaca torpedo, finalizando o processo de instalação.

Em decorrência de possuir um olhal na parte superior, a estaca torpedo permite aplicação da carga de ancoragem em qualquer direção, devendo resistir, portanto, à componente vertical do carregamento. A estaca torpedo tem sido empregada em larga escala pela PETROBRAS na ancoragem de MODUs, semi-submersíveis de produção e FPSOs.

### **3.1.5 SEPLA (Suction Embedded Plate Anchor)**

A SEPLA é constituída por uma âncora de placa conectada a uma estaca de sucção cujo objetivo é auxiliar no processo de instalação, associando, assim, as vantagens da precisão da instalação da estaca de sucção com a eficiência geotécnica e baixo custo da âncora de placa.



*Figura 36 - Detalhe da ligação da âncora de placa à estaca de sucção - SEPLA*

O processo de instalação é feito através da conexão da âncora de placa, ligada à linha de ancoragem, na base da estaca de sucção. A estaca de sucção serve apenas para auxiliar no processo de cravação, sendo retirada do solo quando da finalização do mesmo. Ao atingir a profundidade de projeto, a linha de ancoragem é tracionada, fazendo com que a âncora seja desconectada da estaca de sucção e assuma a posição necessária para atender ao nível de tração desejado. O processo termina com a retirada da estaca de sucção.

## 4. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA

### 4.1 EQUAÇÃO DA CATENÁRIA COM UM ÚNICO TRAMO

Algumas estruturas da engenharia civil incluem cabos como parte dos sistemas de sustentação de cargas. Entre elas estão as pontes suspensas e as instalações de plataformas *offshore*, que incluem cabos de ancoragem. Em face de os cabos não terem peso insignificante, a tração no cabo e a curvatura variam ao longo do comprimento quando em uso, com o cabo assumindo a configuração geométrica denominada catenária [11].

A geometria básica de um cabo em catenária é mostrada na Figura 37. Observe que a extremidade inferior do cabo está localizada na origem do sistema de coordenadas adotado (0,0) e é tangente ao eixo de coordenadas horizontais naquele ponto. A extremidade superior do cabo está localizada na coordenada (X,Y).

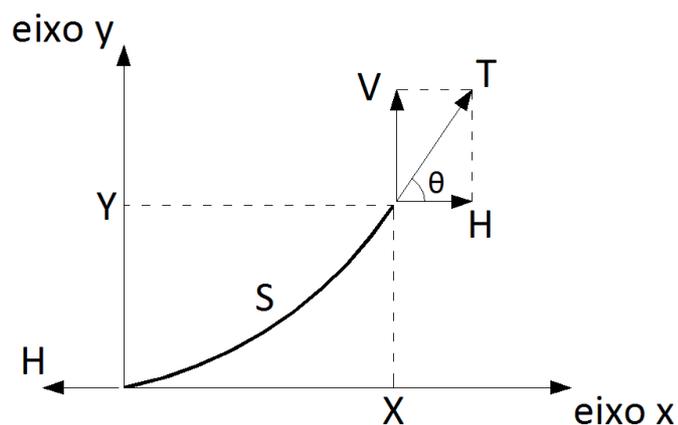


Figura 37 - Geometria básica de um cabo em catenária

As grandezas calculadas a seguir são denominadas:

T : Tração atuante no cabo;

H: Componente horizontal da tração;

V: Componente vertical da tração;

$\theta$  : Ângulo formado entre a tração atuante no cabo e o eixo horizontal de coordenadas;

$S$  : Comprimento suspenso do cabo;

$X$  : Projeção horizontal do comprimento suspenso do cabo;

$Y$  : Projeção vertical do comprimento suspenso do cabo;

$w$  : Peso submerso por unidade de comprimento do cabo;

Para desenvolver as equações que governam o comportamento de um cabo, considere o segmento de comprimento  $\Delta s$  que está mostrado na Figura 38. As equações de equilíbrio para este segmento do cabo são:

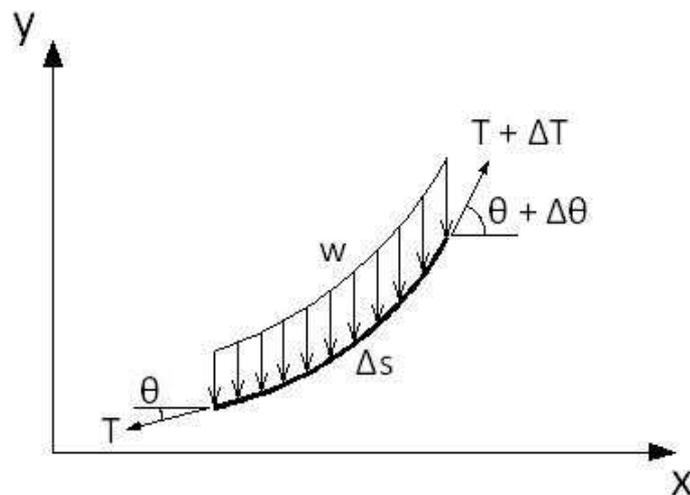


Figura 38 - Diagrama de corpo livre de um segmento da catenária

$$\sum F_x = (T + \Delta T) \cdot \cos(\theta + \Delta\theta) - T \cdot \cos\theta = 0 \quad (1.1)$$

$$\sum F_y = (T + \Delta T) \cdot \sin(\theta + \Delta\theta) - T \cdot \sin\theta - w \cdot \Delta s = 0 \quad (1.2)$$

Por conveniência de manipulação matemática, admite-se a seguinte função:

$$H(T, \theta) = T \cdot \cos\theta \quad (2)$$

Essa equação representa a componente horizontal da tração no cabo. Substituindo a Equação (2) na Equação (1.1), tem-se:

$$H(T + \Delta T, \theta + \Delta\theta) - H(T, \theta) = \Delta H = 0 \quad (3)$$

Ao longo do segmento  $\Delta s$ , então, a taxa de variação da força horizontal é:

$$\frac{dH}{ds} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta H}{\Delta s} \right) = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \left( \frac{0}{\Delta s} \right) = 0 \quad (4)$$

Em face de a função H, na forma definida na Equação (2), ser a componente horizontal da tração no cabo, pode-se concluir com base na Equação (4) que a componente horizontal da tração no cabo é constante ao longo do comprimento do mesmo, ou seja:

$$H = T \cdot \cos\theta \quad (5)$$

A partir dessa equação, pode-se concluir que para H ser constante, a tração no cabo, T, deve variar ao longo do comprimento.

Analisando a Equação (1.2), reorganizando e dividindo ambos os lados por  $\Delta\theta$ , tem-se:

$$\frac{(T + \Delta T) \cdot \text{sen}(\theta + \Delta\theta) - T \cdot \text{sen}\theta}{\Delta\theta} = \frac{w \cdot \Delta s}{\Delta\theta} \quad (6)$$

Calculando o limite dessa equação quando  $\Delta\theta$  tende a zero, encontra-se que:

$$\lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} \left[ \frac{(T + \Delta T) \cdot \text{sen}(\theta + \Delta\theta) - T \cdot \text{sen}\theta}{\Delta\theta} \right] = \lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} \left[ \frac{w \cdot \Delta s}{\Delta\theta} \right] \quad (7)$$

Que se torna

$$\frac{d}{d\theta} [T \cdot \text{sen}\theta] = w \cdot \frac{ds}{d\theta} \quad (8)$$

Mas, da Equação (5), sabe-se que:

$$T = \frac{H}{\cos\theta} \quad (9)$$

Portanto, a Equação (8) se torna:

$$\frac{d}{d\theta} [H \cdot \tan\theta] = H \cdot \sec^2\theta = w \cdot \frac{ds}{d\theta} \quad (10)$$

Reorganizando,

$$\frac{ds}{d\theta} = \frac{H}{w} \cdot \sec^2\theta \quad (11)$$

Por integração da Equação (11), encontra-se o comprimento suspenso do cabo como:

$$S = \int_0^s ds = \frac{H}{w} \cdot \int_0^\theta \sec^2\theta \cdot d\theta = \frac{H}{w} \cdot \tan\theta \quad (12)$$

Do Cálculo Diferencial, sabe-se que:

$$\cos\theta = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \left[ \frac{\Delta x}{\Delta s} \right] = \frac{dx}{ds} \quad (13.1)$$

$$\sen\theta = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \left[ \frac{\Delta y}{\Delta s} \right] = \frac{dy}{ds} \quad (13.2)$$

Aplicando a Regra da Cadeia às Equações (11) e (13), obtém-se:

$$\frac{dx}{d\theta} = \left[ \frac{H}{w} \right] \cdot \sec^2\theta \cdot \cos\theta = \left[ \frac{H}{w} \right] \cdot \sec\theta \quad (14.1)$$

$$\frac{dy}{d\theta} = \left[ \frac{H}{w} \right] \cdot \sec^2\theta \cdot \sen\theta \quad (14.2)$$

A integração da primeira dessas equações leva a:

$$X = \int_0^x dx = \frac{H}{w} \cdot \int_0^\theta \sec\theta \cdot d\theta \quad (15)$$

Que se reduz a:

$$X = \left[ \frac{H}{w} \right] \cdot \ln(\sec\theta + \tan\theta) \quad (16)$$

Essa é a projeção horizontal X do cabo, ou seja, a distância horizontal de uma extremidade à outra. A projeção vertical Y pode ser encontrada trabalhando com a expressão da Equação (14.2) e realizando a integração da forma que foi feita para obter a projeção X. O resultado é:

$$Y = \left[ \frac{H}{w} \right] \cdot (\sec\theta - 1) \quad (17)$$

Essas duas últimas equações são expressas em termos do ângulo  $\theta$  que provavelmente não é conhecido. Entretanto, o ângulo pode ser expresso em termos de outros parâmetros do cabo.

Da Equação (16):

$$e^{\frac{w \cdot X}{H}} = \sec\theta + \tan\theta \quad (18)$$

Da trigonometria, sabe-se que:

$$\sec^2\theta - \tan^2\theta = (\sec\theta + \tan\theta) \cdot (\sec\theta - \tan\theta) = 1 \quad (19)$$

Substituindo a Equação (18) na Equação (19), tem-se:

$$\sec\theta - \tan\theta = e^{-\frac{w \cdot X}{H}} \quad (20)$$

Adicionando as Equações (18) e (20), tem-se:

$$\sec\theta = \frac{1}{2} \cdot \left[ e^{\frac{w \cdot X}{H}} + e^{-\frac{w \cdot X}{H}} \right] = \cosh\left(\frac{w \cdot X}{H}\right) \quad (21)$$

Subtraindo a Equação (20) da Equação (18), encontra-se que:

$$\tan\theta = \frac{1}{2} \cdot \left[ e^{\frac{w \cdot X}{H}} - e^{-\frac{w \cdot X}{H}} \right] = \sinh\left(\frac{w \cdot X}{H}\right) \quad (22)$$

O comprimento do cabo é encontrado substituindo a Equação (22) na Equação (12). O resultado é:

$$S = \left[ \frac{H}{w} \right] \cdot \sinh \left( \frac{w \cdot X}{H} \right) \quad (23)$$

Substituindo a Equação (21) na Equação (17), encontra-se a projeção vertical do cabo, Y:

$$Y = \frac{H}{w} \cdot \left[ \cosh \left( \frac{w \cdot X}{H} \right) - 1 \right] \quad (24)$$

Finalmente, utilizando as Equações (21), (22) e (24), a projeção horizontal X do cabo é encontrada como sendo:

$$X = \frac{H}{w} \cdot \cosh^{-1} \left[ \frac{Y + \frac{H}{w}}{\frac{H}{w}} \right] \quad (25)$$

Ou, utilizando-se as Equações (21), (22) e (23):

$$X = \frac{H}{w} \cdot \sinh^{-1} \left[ \frac{S \cdot w}{H} \right] \quad (26)$$

A tração no cabo pode ser calculada por meio do Teorema de Pitágoras, utilizando-se as Equações (5), (13) e (26):

$$T = \sqrt{(w \cdot S)^2 + H^2} \quad (27)$$

Desta forma, a componente vertical da tração no cabo pode ser escrita como:

$$V = w \cdot S \quad (28)$$

As equações desenvolvidas anteriormente são suficientes para determinar as forças atuantes e a configuração geométrica de um cabo com a extremidade inferior tangente ao eixo horizontal das coordenadas.

Para calcular as referidas grandezas para um cabo cuja extremidade inferior não seja tangente ao eixo horizontal das coordenadas, ou seja, cuja inclinação inicial seja diferente de zero, deve-se determinar um cabo fictício, através do prolongamento do cabo original, cuja extremidade inferior seja tangente ao eixo horizontal das

coordenadas. A seguir, são calculadas as forças e projeções do cabo original com as equações acima apresentadas, conforme apresentado na Figura 39.

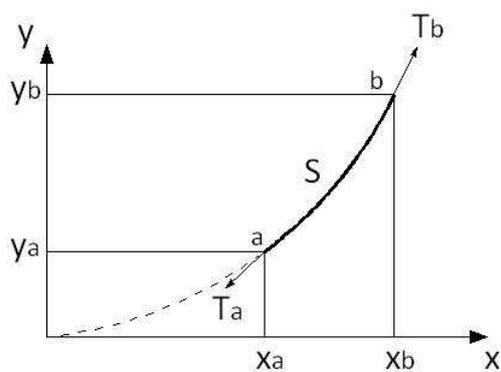


Figura 39 - Catenária com ângulo inicial diferente de zero

## **4.2 EQUAÇÃO DA CATENÁRIA COM 2 OU MAIS TRAMOS**

No cálculo das linhas de ancoragem compostas somente por um tramo, ou seja, cujas propriedades físicas e geométricas não sejam variáveis ao longo do comprimento, a obtenção dos parâmetros desconhecidos se dá diretamente através da aplicação das fórmulas apresentadas anteriormente.

Entretanto, para a determinação da configuração da catenária composta por diversos tramos, é necessário calcular cada um dos trechos distintos utilizando a formulação apresentada e efetuar uma compatibilização entre os tramos.

Conhecendo-se o comprimento de cada tramo da linha, podem-se calcular as projeções horizontais e verticais de cada trecho, assim como os ângulos que os respectivos formam com o eixo horizontal através das seguintes expressões descritas em [12]:

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left[ \tan \theta_0 + \frac{s_i \cdot w_i}{H} \right]$$

$$\Delta Y_i = \frac{H}{w_i} \cdot (\sec \theta_1 - \sec \theta_0)$$

$$\Delta X_i = \frac{H}{w_i} \cdot \ln \left[ \frac{\tan \left[ \frac{\pi}{4} + \frac{\theta_1}{2} \right]}{\tan \left[ \frac{\pi}{4} + \frac{\theta_0}{2} \right]} \right]$$

Onde:

$s_i$  : Comprimento do segmento;

$w_i$  : Peso submerso por unidade de comprimento do elemento;

$H$  : Componente horizontal da tração;

$\theta_0$  : Ângulo inicial do elemento em relação à horizontal;

$\theta_1$  : Ângulo final do elemento em relação à horizontal;

$\Delta Y_i$  : Projeção vertical do comprimento do segmento;

$\Delta X_i$  : Projeção horizontal do comprimento do segmento.

Supondo que haja (n) tramos distintos, a compatibilização dos mesmos deve ser feita de maneira que o ângulo final do tramo (i) seja o ângulo inicial do tramo (i+1) e assim sucessivamente até atingir o tramo (n-1). No n-ésimo segmento da catenária, a solução deve ser ajustada para que a soma das projeções verticais dos tramos seja igual à profundidade da lâmina d'água. O ajuste pode ser feito explicitando o comprimento do trecho, o ângulo final da linha e a projeção horizontal em função da projeção vertical, cujo valor é obtido pela diferença entre a profundidade da lâmina d'água e a soma das (n-1) projeções verticais.

Tem-se, então, para o tramo final:

$$\theta_f = \sec^{-1} \left[ \sec \theta_{f-1} + \frac{\Delta Y_f \cdot w_f}{H} \right]$$

$$s_f = \frac{H}{w_f} \cdot (\tan \theta_f - \tan \theta_{f-1})$$

$$\Delta X_f = \frac{H}{w_f} \cdot \ln \left[ \frac{\tan \left[ \frac{\pi}{4} + \frac{\theta_f}{2} \right]}{\tan \left[ \frac{\pi}{4} + \frac{\theta_{f-1}}{2} \right]} \right]$$

Onde:

$s_f$ : Comprimento do último segmento;

$w_f$ : Peso submerso por unidade de comprimento do último segmento;

H: Componente horizontal da tração;

$\theta_{f-1}$ : Ângulo inicial do elemento em relação à horizontal;

$\theta_f$ : Ângulo final do elemento em relação à horizontal;

$\Delta Y_f$ : Projeção vertical do comprimento do último segmento;

$\Delta X_f$ : Projeção horizontal do comprimento do último segmento.

Caso o ponto de conexão da linha com a unidade ancorada pela mesma não esteja submerso, é necessário acrescentar mais uma etapa à compatibilização dos diversos tramos. Neste caso, de posse da cota do ponto de conexão em relação à

superfície e, substituindo o peso submerso do segmento pelo peso sem descontar a parcela do empuxo, basta aplicar as fórmulas para o trecho final da linha apresentadas anteriormente.

#### **4.3 FORMULAÇÃO DO TRECHO APOIADO DA CATENÁRIA**

O trecho apoiado no solo contribuirá para o equilíbrio total da linha de ancoragem através da mobilização da força de atrito solo-linha. O valor da variação da tração ao longo do trecho apoiado é dado pela seguinte fórmula:

$$\Delta T = \mu \cdot w \cdot \Delta S$$

Onde:

$\mu$  : Coeficiente de atrito solo-linha;

$w$ : Peso submerso por unidade de comprimento do segmento apoiado no solo;

$\Delta S$ : Comprimento do segmento apoiado no solo.

#### **4.4 EQUAÇÕES DO TRECHO ENTERRADO DA CATENÁRIA COM UM ÚNICO TRAMO**

A análise do comportamento do trecho enterrado da linha de ancoragem descrito em [13] baseia-se em um método analítico capaz de fornecer soluções para linhas embebidas em solos coesivos e ancoradas tanto em fundações instaladas por cravação quanto por arrasto. O método também admite linhas com diversos tramos e variações nas propriedades do solo ao longo da profundidade.

A análise da configuração geométrica estática é feita a partir das equações de equilíbrio escritas em termos das coordenadas normais e tangenciais, conforme mostrado na Figura 40.

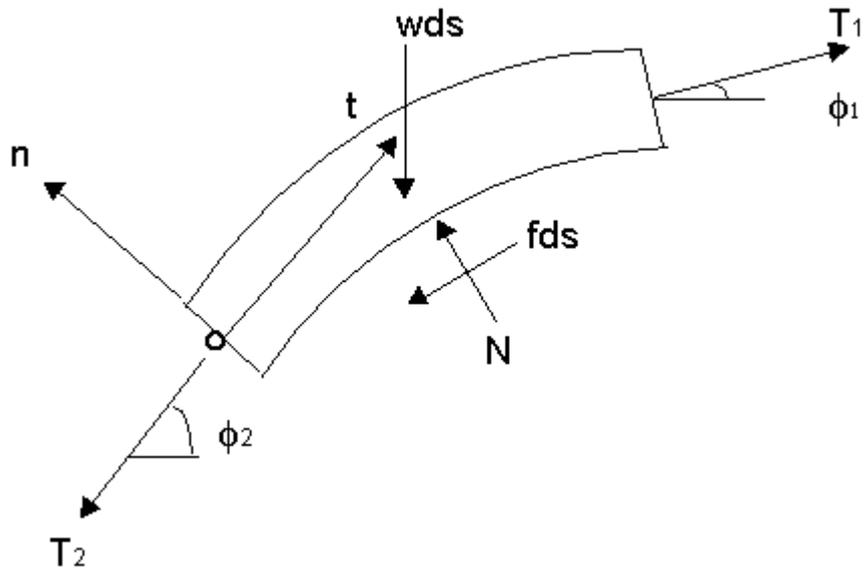


Figura 40 - Diagrama de corpo livre de um segmento enterrado da catenária

Escrevendo as equações de equilíbrio em relação ao sistema de coordenadas normal e tangencial, tem-se:

$$\sum F_t = 0$$

$$\sum F_n = 0$$

$$\sum M = 0$$

Desenvolvendo as equações de equilíbrio, tem-se:

$$T_2 = T_1 - (f + w \cdot \text{sen}\phi_1) \cdot ds$$

$$N = \frac{2 \cdot T_2 - f \cdot ds}{\tan\phi_1}$$

$$\phi_2 = \phi_1 + \frac{N - w \cdot ds \cdot \cos\phi_1}{T_2}$$

Onde:

$T_1$ : Tração inicial no elemento;

$T_2$ : Tração final no elemento;

$N$ : Força normal no elemento;

$fds$ : Força tangencial no elemento;

$wds$ : Peso do elemento;

$\phi_1$ : Ângulo inicial do elemento em relação à horizontal;

$\phi_2$ : Ângulo final do elemento em relação à horizontal.

A força tangencial por unidade de comprimento no elemento pode ser estimada considerando que a resistência não drenada do solo é integralmente mobilizada. Sendo assim, define-se:

$$f = (EWS).D.\alpha.\beta.S_u$$

Onde:

(EWS): Fator de conversão do diâmetro equivalente em área para os efeitos da força tangencial. O valor de EWS é obtido convertendo o diâmetro de um elo da amarra em uma área de um cilindro definido pelo círculo que abrange dois elos perpendiculares da amarra;

$$EWS = 3,6.\pi \quad \text{para amarras};$$

$$EWS = \pi \quad \text{para cabos};$$

$D$ : Diâmetro da linha ou de um elo da amarra;

$\alpha$ : Fator de conversão da adesão do solo. O valor de  $\alpha$  é obtido dividindo-se o valor da adesão linha-solo pela coesão do solo;

$\beta$ : Fator de conversão da área de contato linha-solo. O valor de  $\beta$  é obtido dividindo-se o valor da área de contato real entre a linha e o solo pela área do cilindro circunscrito à linha. No caso de amarras, o cilindro é definido pelo círculo que abrange dois elos perpendiculares da mesma. No caso de cabos, o cilindro é definido pelo diâmetro do cabo;

$S_u$ : Resistência não-drenada do solo.

A força normal pode ser estimada considerando-se que esta não exceda a capacidade de carga do solo (carga de ruptura). Sendo assim, define-se:

$$N < N_{max} = q \cdot ds$$

$$q = (EWB) \cdot D \cdot S_u \cdot N_c$$

Onde:

(EWB): Fator de conversão do diâmetro equivalente em área para os efeitos da força normal. O valor de EWB é obtido convertendo o diâmetro de um elo da amarra em uma área da projeção de um cilindro definido pelo círculo que abrange dois elos perpendiculares da amarra;

$$EWB = 3,6 \quad \text{para amarras;}$$

$$EWB = 1,0 \quad \text{para cabos;}$$

D: Diâmetro da linha ou de um elo da amarra;

$S_u$ : Resistência não-drenada do solo;

$N_c$ : Fator de capacidade de carga do solo.

#### **4.5 EQUACÕES DO TRECHO ENTERRADO DA CATENÁRIA COM 2 OU MAIS TRAMOS**

O cálculo da linha com tramos distintos na porção enterrada utiliza as mesmas equações apresentadas para o cálculo da linha com uma única propriedade física e geométrica, porém deve-se dividir a solução em tantas partes quantos forem os tramos existentes e compatibilizá-la nos pontos de transição de trechos com propriedades distintas.

## **5. DESCRIÇÃO DO PROGRAMA DESENVOLVIDO**

### **5.1 CONSIDERAÇÕES SOBRE O PROBLEMA ANALISADO**

Para a determinação dos esforços e da geometria de um cabo em catenária através da utilização das fórmulas fechadas apresentadas anteriormente é necessário conhecer o valor de alguns parâmetros iniciais de modo que se obtenham os demais com a aplicação direta das equações.

O presente trabalho pretende determinar a geometria e os esforços admitindo que se tenham como parâmetros de entrada o comprimento suspenso da catenária ( $S$ ) e a componente horizontal da tração ( $H$ ). De posse destes valores é possível determinar a projeção horizontal do trecho suspenso ( $X$ ), a projeção vertical do trecho suspenso ( $Y$ ), a tração no topo ( $T$ ) e o ângulo formado entre a tração atuante e o eixo horizontal de coordenadas ( $\theta$ ) através de utilização direta das equações.

No entanto, nem sempre os dados de entrada disponíveis para o problema são suficientes para resolvê-lo de maneira direta. Como exemplo, pode-se citar o caso em que não se conheça a componente horizontal da tração ( $H$ ), somente dispondo do comprimento suspenso ( $S$ ) ou da projeção vertical ( $Y$ ) e da projeção horizontal ( $H$ ) da catenária. Neste caso, em virtude da dependência das respectivas variáveis, conforme mostrado na dedução das equações, é necessário utilizar um processo iterativo para a determinação destes parâmetros.

Dentre os métodos utilizados para resolução deste tipo de problema, pode-se citar o Método de Newton-Raphson, que consiste de um método iterativo para obtenção de raízes de funções.

Outro aspecto que deve ser ressaltado é a não consideração da extensibilidade da linha. O presente trabalho não considera nas análises a extensibilidade do sistema de ancoragem, ou seja, as deformações sofridas pelos elementos são desprezadas. Para referências dos métodos de análise considerando a extensibilidade da linha, ver [14].

## **5.2 APRESENTAÇÃO DOS OBJETIVOS DO PROGRAMA**

Para a solução do problema da determinação da configuração geométrica e dos esforços de uma linha de ancoragem em catenária considerando-a desde o ponto de ancoragem ao de conexão com a unidade flutuante ancorada pela mesma é necessário desenvolver um algoritmo iterativo capaz de determinar a configuração de equilíbrio e atender às condições impostas inicialmente pelos dados de entrada.

Visando à análise deste tipo de problema, foi desenvolvido um programa em MATHCAD [2] capaz de fornecer as coordenadas, o ângulo formado com a horizontal e a tração da linha de ancoragem ponto a ponto, bem como as projeções horizontais e verticais da mesma. De posse dos dados de entrada citados no item 5.1, o programa plota gráficos com a geometria da linha, a variação da tração ao longo da profundidade e apresenta um resumo das grandezas calculadas para os pontos de interesse, sendo estes: ponto de conexão com a âncora, ponto de transição do solo para a água (leito marinho) e ponto de conexão com a unidade flutuante (*fairlead*).

A seguir, serão apresentados os procedimentos de cálculo para a determinação dos trechos enterrado e submerso da catenária, respectivamente, e será descrito o algoritmo utilizado para compatibilizar as soluções.

### 5.3 PROCEDIMENTO DE CÁLCULO PARA DETERMINAÇÃO DA CONFIGURAÇÃO DO TRECHO ENTERRADO DA CATENÁRIA

O processo de análise do trecho enterrado da catenária baseia-se na discretização da linha em elementos de comprimento previamente definidos e, de posse do ângulo que a linha forma com o leito marinho, da componente horizontal da tração nesse ponto (constante ao longo de toda linha conforme demonstrado pela Equação 4) e das propriedades físicas e geométricas da linha, inicia-se o procedimento de cálculo utilizando as equações anteriormente apresentadas.

Segue um fluxograma do processo:

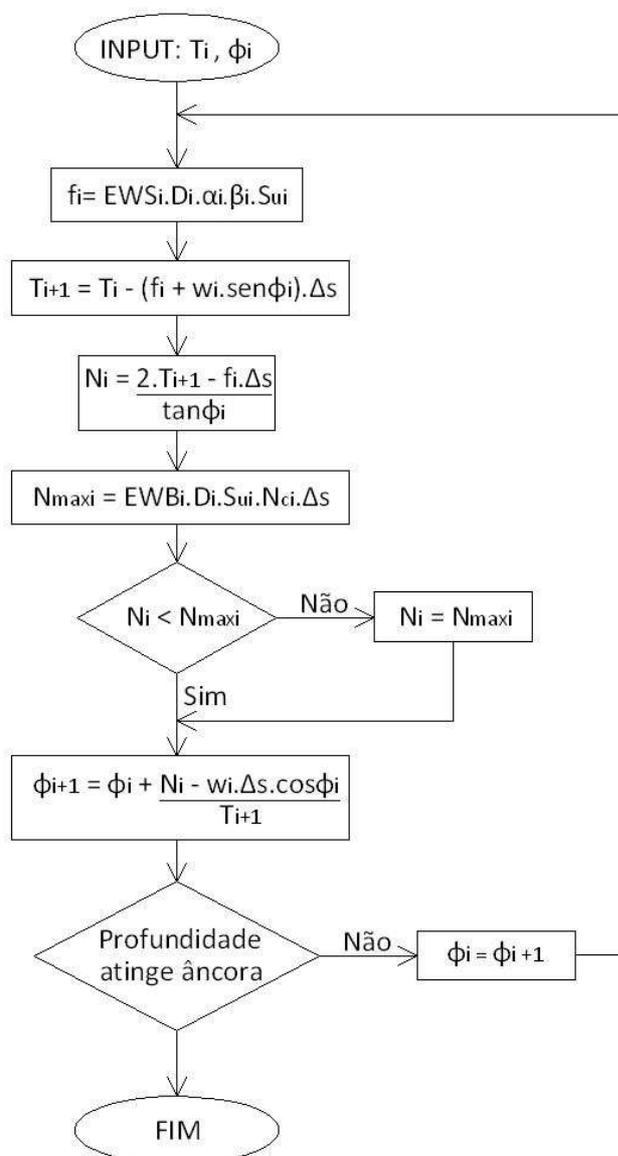


Figura 41 - Fluxograma dos cálculos do trecho enterrado da catenária

#### 5.4 PROCEDIMENTO DE CÁLCULO PARA DETERMINAÇÃO DA CONFIGURAÇÃO DO TRECHO SUBMERSO DA CATENÁRIA

O processo de análise do trecho submerso da catenária baseia-se no cálculo dos ângulos que a linha forma com a horizontal e das projeções nos pontos de transição de propriedades, compatibilizando a solução através da comparação da projeção vertical com a lâmina d'água fornecida como dado de entrada.

Segue um fluxograma do processo:

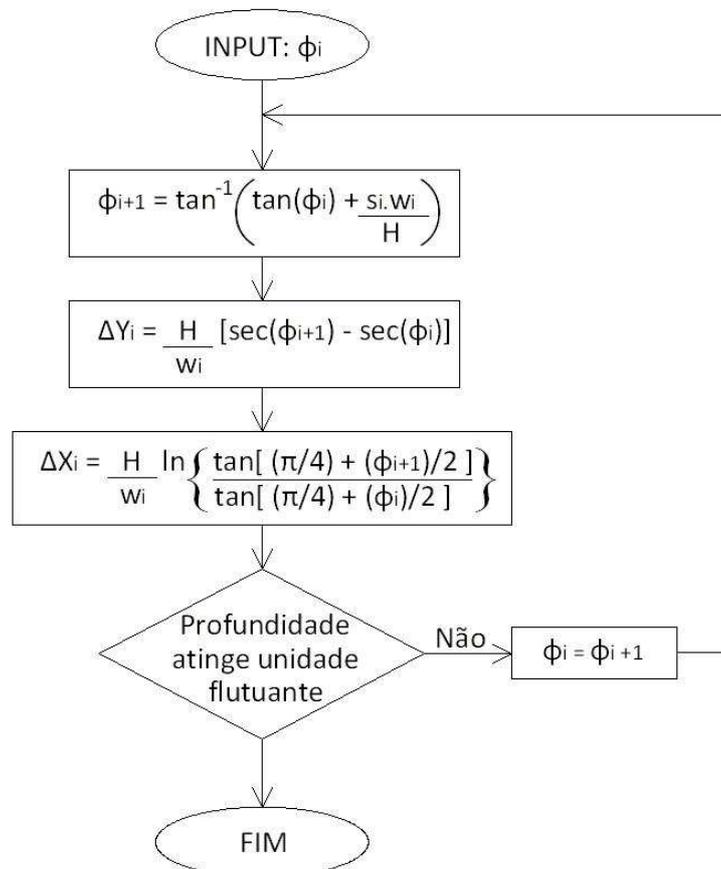


Figura 42 - Fluxograma dos cálculos do trecho submerso da catenária

## **5.5 PROCEDIMENTO PARA A COMPATIBILIZAÇÃO DA SOLUÇÃO**

Nos itens anteriores, foram apresentados os fluxogramas referentes aos procedimentos necessários para calcular cada trecho da linha separadamente, admitindo que o ângulo inicial (no presente trabalho tomado como o ângulo que a linha forma com a horizontal no leito marinho) seja um parâmetro de entrada. No entanto, o referido valor é desconhecido inicialmente, necessitando ser determinado através de tentativas.

Sendo o ângulo inicial uma grandeza a se determinar iterativamente, o procedimento adotado no programa consiste da atribuição de um valor inicial para o mesmo e do prosseguimento dos cálculos respeitando a seguinte seqüência:

- 1) Arbitra-se um ângulo inicial com valor próximo de zero (não se pode atribuir valor nulo, pois são gerados problemas numéricos em função das expressões utilizadas);
- 2) Calculam-se os valores dos ângulos, tração, comprimento e projeções referentes ao trecho enterrado da linha;
- 3) De posse do comprimento enterrado, identifica-se em qual segmento da linha encontra-se o ponto de transição solo-água;
- 4) Calcula-se o comprimento do trecho submerso da linha;
- 5) Calculam-se os ângulos, projeções e comprimentos de cada segmento de mudança de propriedades do trecho submerso;
- 6) Verifica-se o atendimento aos parâmetros de entrada como comprimento total da linha e lâmina d'água através do cálculo de um erro relativo entre os valores calculados e os valores fornecidos;
- 7) Compara-se o erro calculado com o valor da tolerância para a convergência (definida previamente pelo usuário);
- 8) Caso o valor do erro seja superior ao valor tolerado, dá-se um incremento ao ângulo inicial e os cálculos são refeitos para o novo ângulo. Caso o valor do erro seja inferior ao valor tolerado, o procedimento é encerrado.

## 5.6 ESTRUTURA DO PROGRAMA

O programa desenvolvido através dos procedimentos e métodos anteriormente citados é composto por dois arquivos em formato MATHCAD [2], denominados “Âncora – Pré-Processamento” e “Âncora – Pós-Processamento”.

O primeiro arquivo é destinado à entrada de dados e à busca pelo ângulo formado pela linha com a horizontal no leito marinho na posição de equilíbrio da mesma. Os dados de entrada são subdivididos em dados referentes à linha de ancoragem, ao solo e ao modelo de cálculo, conforme demonstrado a seguir:

### DADOS DE ENTRADA:

#### LINHA:

Tração (kN):  $T_1 :=$  ■

Lâmina d' água (m):  $Z_t :=$  ■

Ponto de conexão (m):  $Z_{con} :=$  ■

Número de segmentos:  $N_{linha} :=$  ■

#### Comprimento de cada segmento (m):

$S_1 :=$  ■       $S_2 :=$  ■       $S_3 :=$  ■       $S_4 :=$  ■       $S_5 :=$  ■

#### Diâmetro de cada segmento (m):

$D_1 :=$  ■       $D_2 :=$  ■       $D_3 :=$  ■       $D_4 :=$  ■       $D_5 :=$  ■

#### Peso submerso de cada segmento (kN/m):

$W_1 :=$  ■       $W_2 :=$  ■       $W_3 :=$  ■       $W_4 :=$  ■       $W_5 :=$  ■

#### Peso seco de cada segmento (kN/m):

$Wd_1 :=$  ■       $Wd_2 :=$  ■       $Wd_3 :=$  ■       $Wd_4 :=$  ■       $Wd_5 :=$  ■

#### Material de cada segmento (Cabo de Aço = 1, Amarra = 2, Cabo de Poliéster = 3):

$Mat_1 :=$  ■       $Mat_2 :=$  ■       $Mat_3 :=$  ■       $Mat_4 :=$  ■       $Mat_5 :=$  ■

SOLO:

Profundidade de assentamento da fundação (m):       $Z :=$  ■

Número de segmentos:       $N_{\text{solo}} :=$  ■

Profundidade de cada segmento (m):

$ZS_1 :=$  ■       $ZS_2 :=$  ■       $ZS_3 :=$  ■       $ZS_4 :=$  ■       $ZS_5 :=$  ■

Resistência não drenada do solo (kN/m<sup>2</sup>):

$SuTrans_1 :=$  ■       $SuTrans_2 :=$  ■       $SuTrans_3 :=$  ■       $SuTrans_4 :=$  ■       $SuTrans_5 :=$  ■

MODELO:

Comprimento dos elementos (m):       $\delta_s :=$  ■

Tolerância para convergência       $\varepsilon :=$  ■

O segundo arquivo é destinado ao pós-processamento e apresentação dos resultados.

## **6. EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO PROGRAMA**

### **6.1 PROCEDIMENTOS**

Para efeito de comparação dos resultados do programa desenvolvido, será analisado um caso real de linha de ancoragem. O modelo será submetido a diferentes valores de tração e os resultados obtidos serão comparados com dois programas de referência, sendo estes: DIGIN [15], desenvolvido pela Det Norske Veritas (DNV) e ÂNCORA, desenvolvido pelo pesquisador José Renato Mendes de Sousa, do Laboratório de Análise e Confiabilidade de Estruturas Offshore (LACEO/COPPE/UFRJ).

Segue a descrição do caso e as análises dos resultados.

### **6.2 DESCRIÇÃO DO CASO**

Trata-se de uma linha de ancoragem composta por três trechos distintos, sendo estes contados a partir do ponto de conexão com a âncora: amarra de 328 m de comprimento e 0,114 m de diâmetro; cabo de poliéster de 1925 m de comprimento e 0,192 m de diâmetro; amarra de 172 m de comprimento e 0,120 m de diâmetro, totalizando 2425 m de comprimento da linha de ancoragem.

A lâmina d'água em questão é de 1491 m, o ponto de conexão com a unidade flutuante está na superfície da água e a fundação assentada em argila a 15 m de profundidade, contados a partir do leito marinho.

O caso foi analisado para valores de tração de 6000 kN, 7000 kN e 8000 kN.

Segue um esquema ilustrativo do caso.

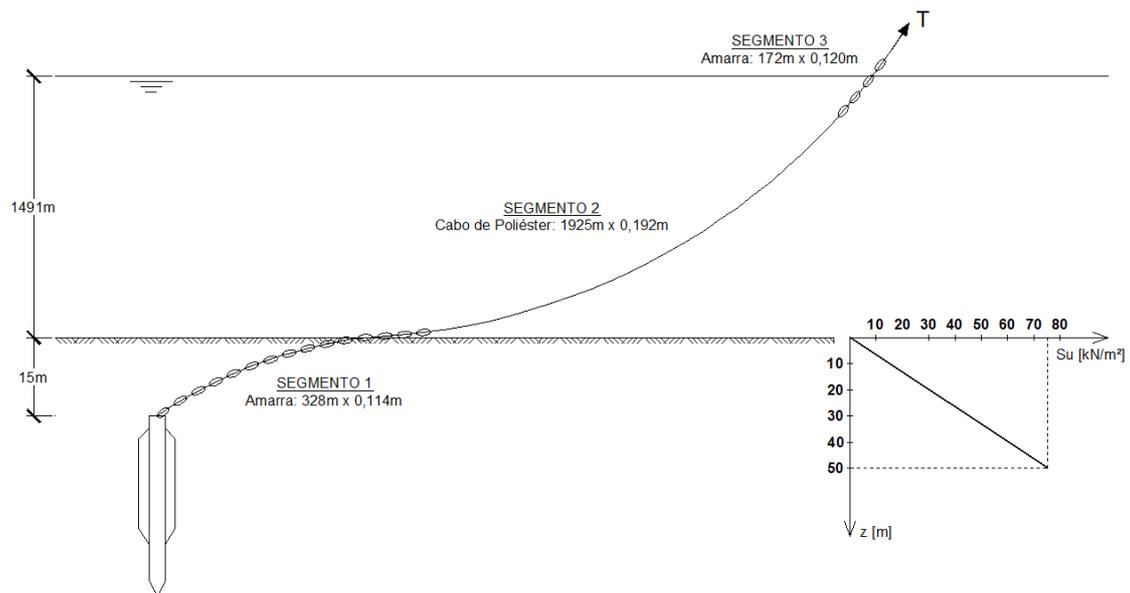


Figura 43 - Esquema ilustrativo da linha de ancoragem analisada

### **6.3 DADOS DO MODELO**

Lâmina d'água: 1491 m

Ponto de conexão: 0 m

Profundidade de assentamento da fundação: 15 m

Tração no leito marinho:

Caso 1: 6000 kN

Caso 2: 7000 kN

Caso 3: 8000 kN

Propriedades da linha:

Segmento 1: Tipo: Amarra

Diâmetro: 0,1140 m

Peso seco: 2,4300 kN/m

Peso submerso: 2,1141 kN/m

Rigidez axial:  $\infty$

Comprimento: 328 m

Segmento 2: Tipo: Cabo de poliéster  
Diâmetro: 0,1920 m  
Peso seco: 0,0800 kN/m  
Peso submerso: 0,0210 kN/m  
Rigidez axial:  $\infty$   
Comprimento: 1925 m

Segmento 3: Tipo: Amarra  
Diâmetro: 0,1200 m  
Peso seco: 2,6900 kN/m  
Peso submerso: 2,3403 kN/m  
Rigidez axial:  $\infty$   
Comprimento: 172 m

Propriedades do solo:

Ponto 1: Profundidade: 0m  
Resistência não-drenada: 0 kPa  
Ângulo de atrito interno: 0°  
Peso específico: 15 kN/m<sup>3</sup>

Ponto 2: Profundidade: 50 m  
Resistência não-drenada: 75 kPa  
Ângulo de atrito interno: 0°  
Peso específico: 15 kN/m<sup>3</sup>

Critério de convergência: Comprimento total da linha

## 6.4 RESULTADOS

CASO	TRAÇÃO E INCLINAÇÃO NO FAIRLEAD					
	MATHCAD		ÂNCORA (LACEO)		DIGIN (DNV)	
	TRAÇÃO (kN)	ÂNGULO (°)	TRAÇÃO (kN)	ÂNGULO (°)	TRAÇÃO (kN)	ÂNGULO (°)
1	6663,59	41,48	6658,91	41,48	6656,12	40,82
2	7663,25	41,07	7661,25	41,08	7656,96	40,31
3	8667,05	40,75	8664,44	40,76	8657,33	39,90

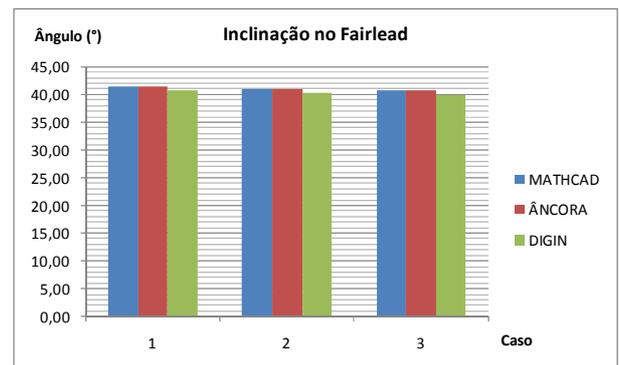
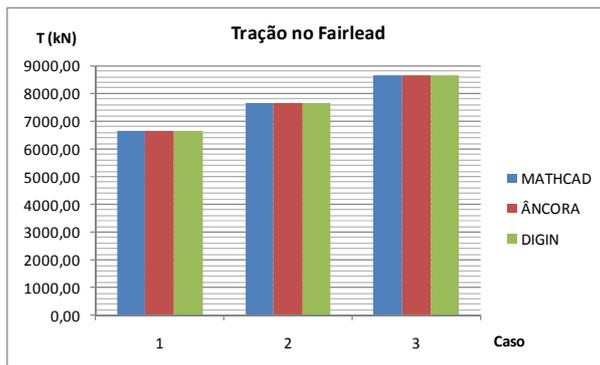


Figura 44 - Resultados e gráficos da tração e da inclinação da linha no fairlead

CASO	TRAÇÃO E INCLINAÇÃO NO SOLO					
	MATHCAD		ÂNCORA (LACEO)		DIGIN (DNV)	
	TRAÇÃO (kN)	ÂNGULO (°)	TRAÇÃO (kN)	ÂNGULO (°)	TRAÇÃO (kN)	ÂNGULO (°)
1	6000,00	33,69	6000,00	33,75	6001,25	32,93
2	7000,00	34,38	7000,00	34,41	7001,41	33,49
3	8000,00	34,84	8000,00	34,88	8000,54	33,89

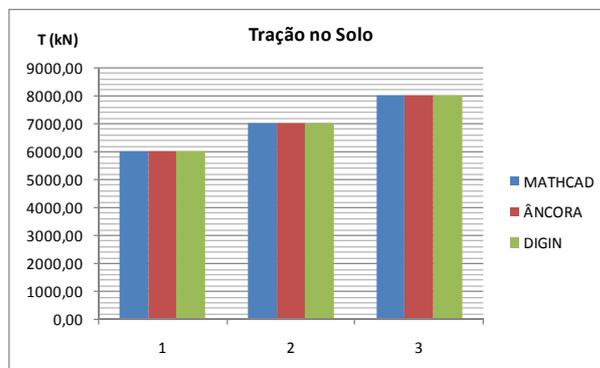


Figura 45 – Resultados e gráficos da tração e da inclinação da linha no solo

CASO	TRAÇÃO E INCLINAÇÃO NA FUNDAÇÃO					
	MATHCAD		ÂNCORA (LACEO)		DIGIN (DNV)	
	TRAÇÃO (kN)	ÂNGULO (°)	TRAÇÃO (kN)	ÂNGULO (°)	TRAÇÃO (kN)	ÂNGULO (°)
1	5714,96	40,83	5846,95	42,02	5971,54	41,35
2	6719,49	40,37	6847,22	41,57	6971,54	40,78
3	7719,27	40,07	7847,37	41,19	7971,54	40,30

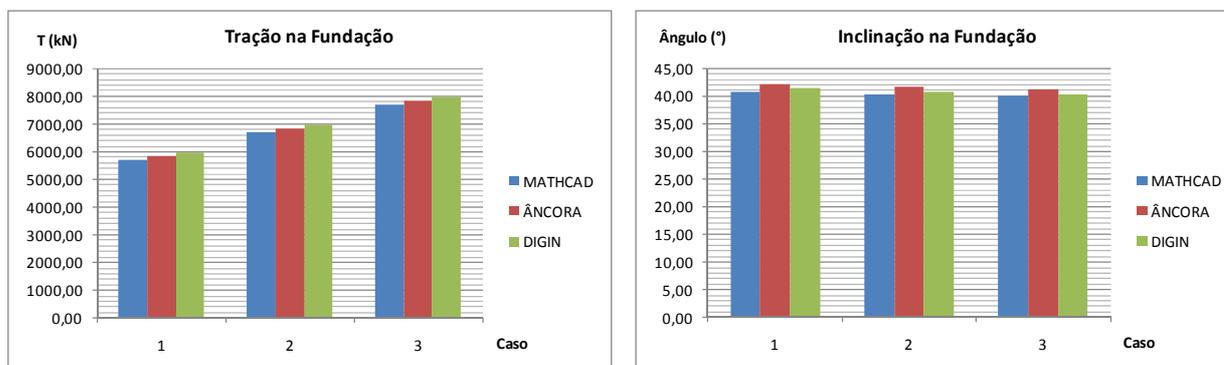


Figura 46 - Resultados e gráficos da tração e da inclinação da linha na fundação

CASO	COMPRIMENTO (m)								
	MATHCAD			ÂNCORA (LACEO)			DIGIN (DNV)		
	SUSPENSO	APOIADO	ENTERRADO	SUSPENSO	APOIADO	ENTERRADO	SUSPENSO	APOIADO	ENTERRADO
1	2400,68	0,00	26,00	2397,25	0,00	25,39	2437,00	0,00	25,80
2	2399,54	0,00	25,50	2397,86	0,00	25,20	2443,06	0,00	25,67
3	2401,50	0,00	25,40	2399,49	0,00	25,08	2449,08	0,00	25,60

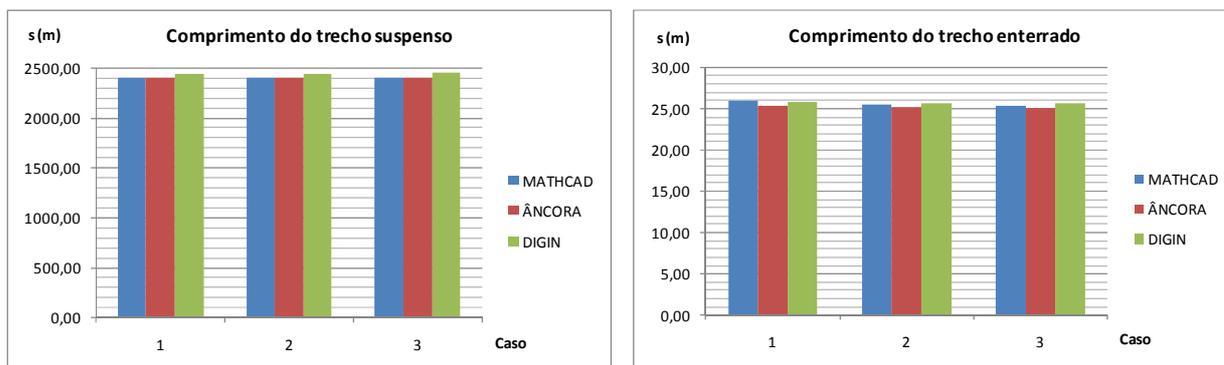


Figura 47 - Resultados e gráficos do comprimento da linha

CASO	PROJEÇÃO HORIZONTAL (m)								
	MATHCAD			ÂNCORA (LACEO)			DIGIN (DNV)		
	SUSPENSO	APOIADO	ENTERRADO	SUSPENSO	APOIADO	ENTERRADO	SUSPENSO	APOIADO	ENTERRADO
1	1880,98	0,00	21,44	1897,07	0,00	20,45	1927,12	0,00	20,96
2	1879,44	0,00	20,55	1897,76	0,00	20,24	1934,92	0,00	20,81
3	1882,26	0,00	20,41	1899,78	0,00	20,09	1942,62	0,00	20,72

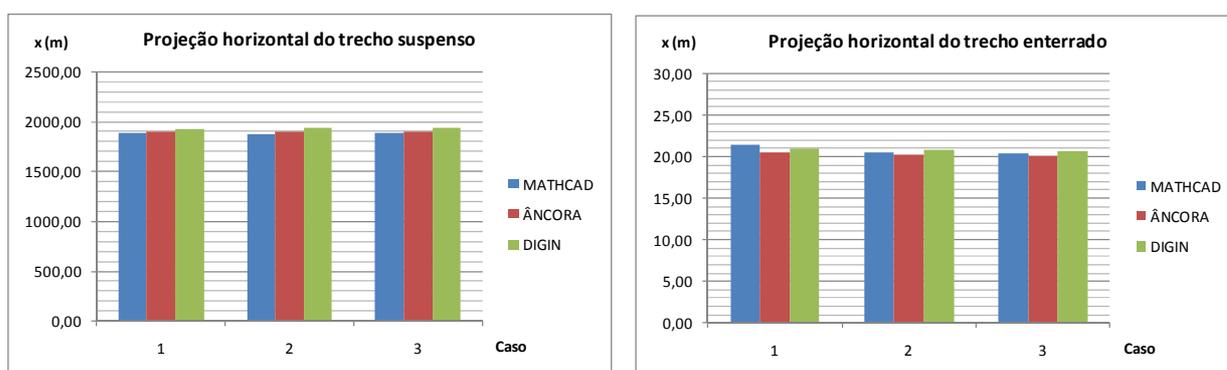


Figura 48 - Resultados e gráficos da projeção horizontal da linha

Os resultados apresentados mostram a tendência do comportamento da linha de ancoragem, mantendo-se o comprimento total, com a variação do nível de tração a qual a mesma é submetida.

Através dos gráficos da Figura 44, verifica-se que a inclinação da linha no ponto de conexão com a unidade flutuante decresce ligeiramente com o aumento do nível de tração. Em contrapartida, verifica-se, pelos gráficos da Figura 45, que este aumento ocasiona o crescimento do ângulo formado entre a linha e o solo na horizontal. Analisando a conexão com a fundação, constata-se, pelo padrão apresentado nos gráficos da Figura 46, que a elevação no nível de tração acarreta uma diminuição da inclinação da linha neste ponto.

Os gráficos relativos aos comprimentos e projeções dos trechos da linha refletem, ainda que de maneira pouco sensível devido ao reduzido número de casos e variações nos níveis de tração, a variação da inclinação da linha nos trechos analisados. Constata-se que o comprimento do trecho suspenso tende a aumentar ligeiramente com a elevação no nível de tração em decorrência do crescimento do ângulo formado entre a linha e o solo. Conseqüentemente, ocorre uma redução do comprimento do trecho

enterrado de modo a garantir o equilíbrio da linha e o atendimento ao critério de convergência do comprimento total fixo.

A seguir, são apresentados os gráficos correspondentes à configuração geométrica da linha e à variação da tração e da inclinação ao longo da mesma para os casos analisados.

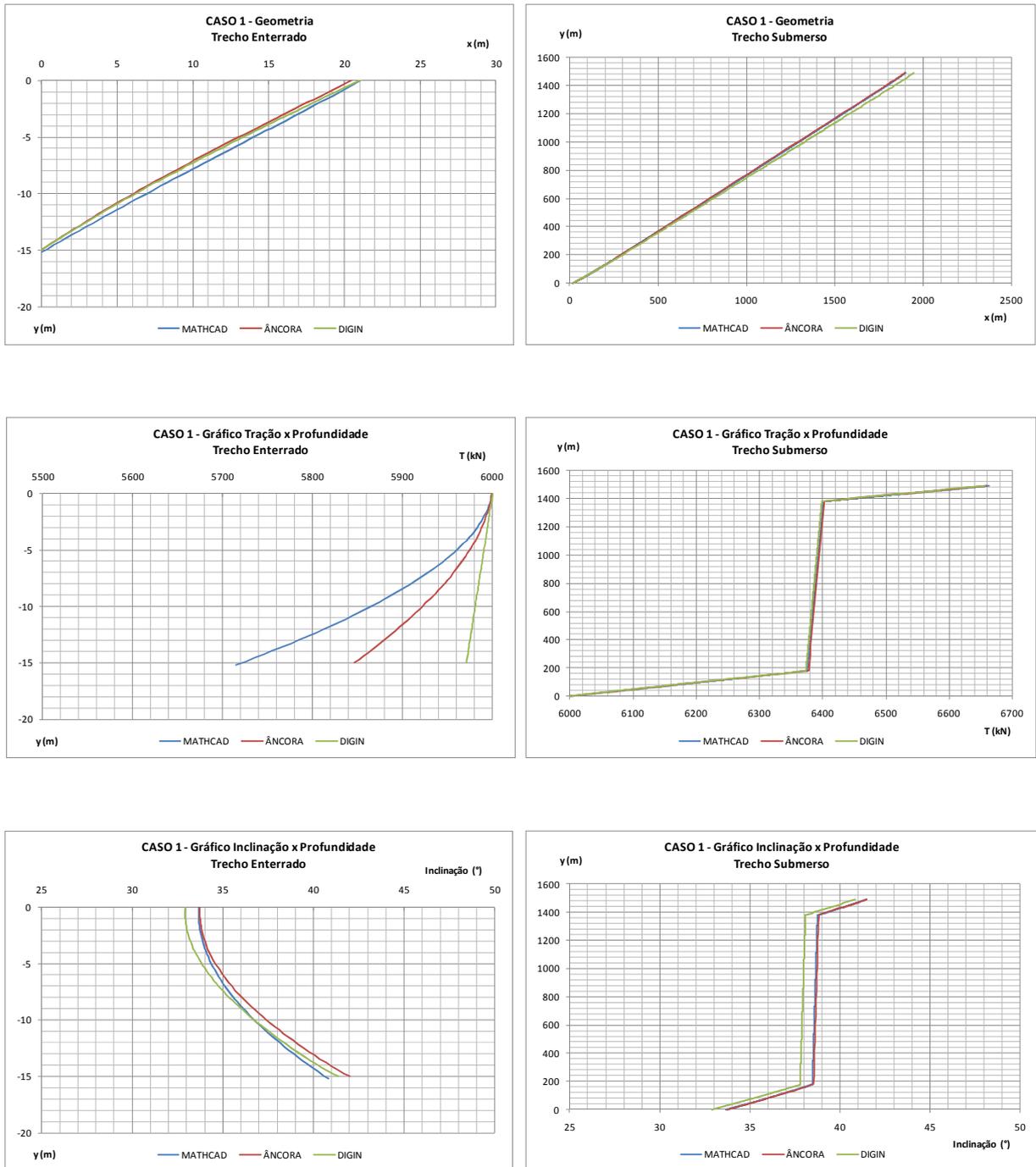


Figura 49 - Gráficos relativos à geometria e variação da tração e inclinação da linha com a profundidade para o Caso 1

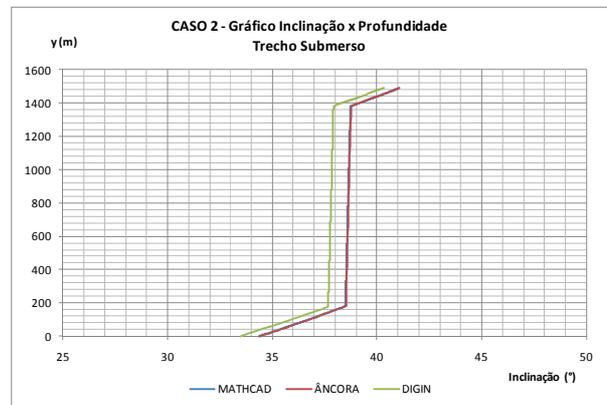
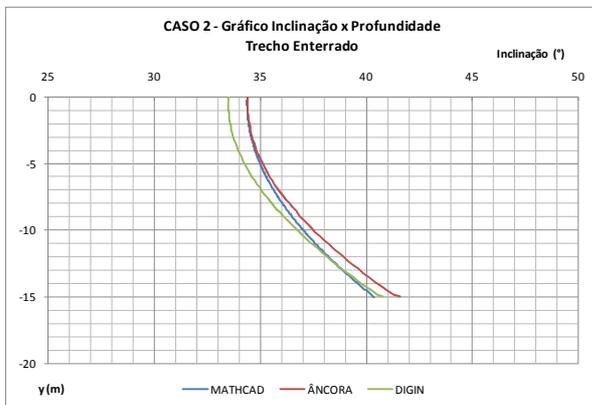
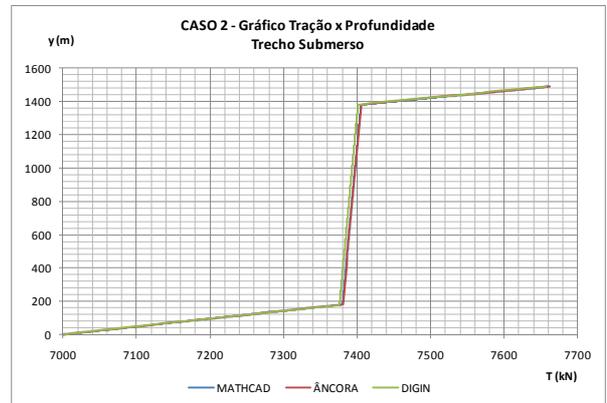
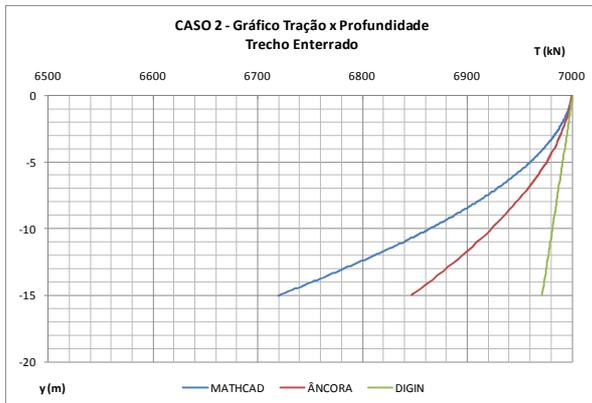
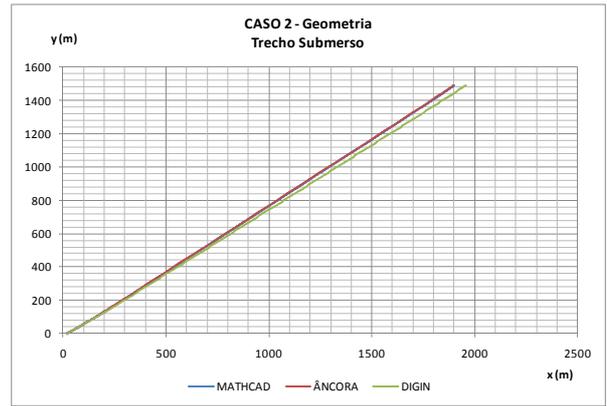
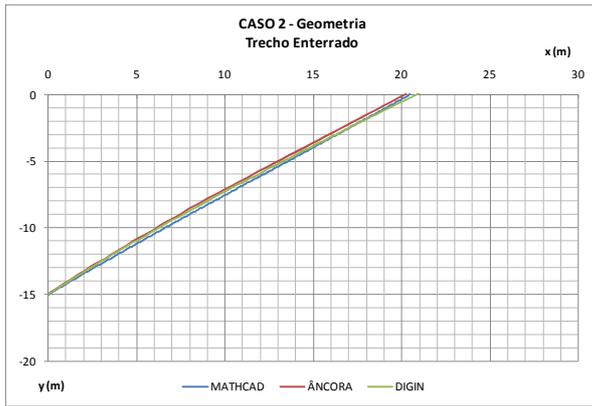


Figura 50 - Gráficos relativos à geometria e variação da tração e inclinação da linha com a profundidade para o Caso 2

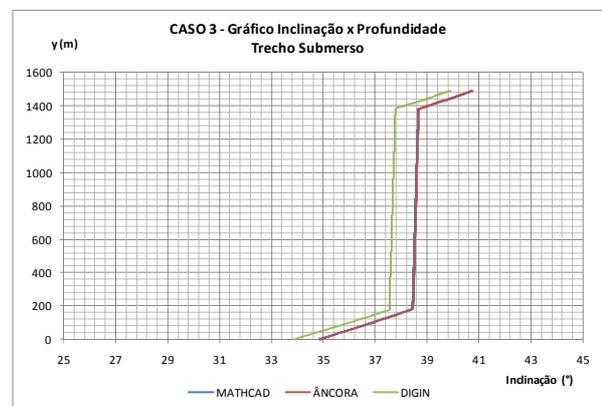
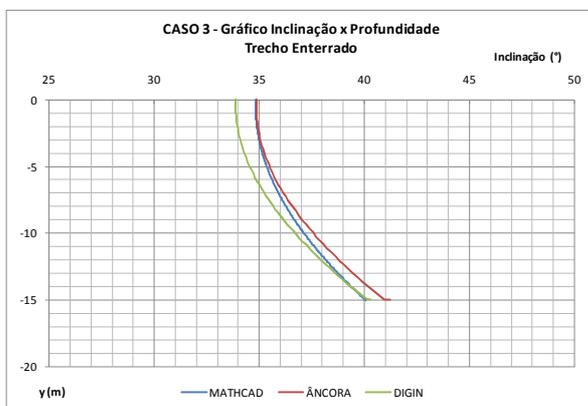
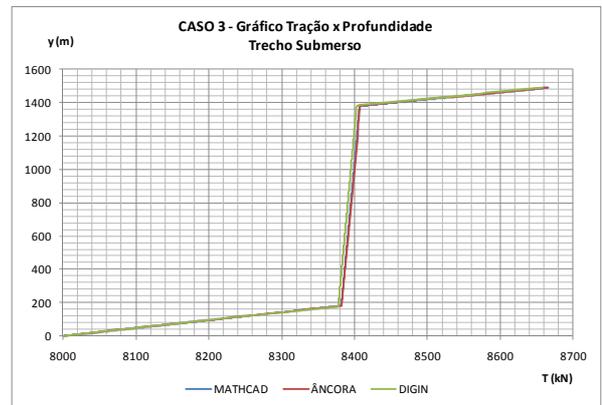
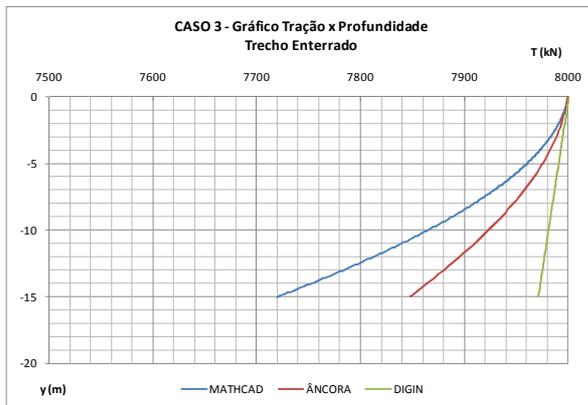
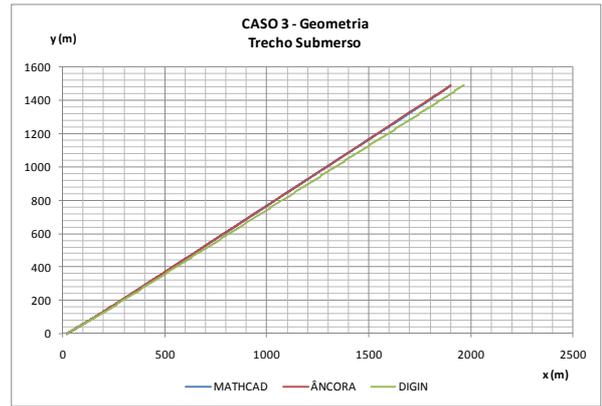
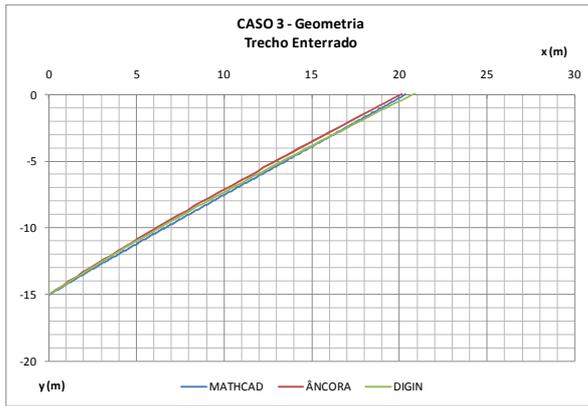


Figura 51 - Gráficos relativos à geometria e variação da tração e inclinação da linha com a profundidade para o Caso 3

Observando os resultados apresentados nos gráficos verifica-se, em relação à geometria, que o caso analisado corresponde a uma configuração em *taut-leg*, em que a linha se encontra retesada, sem trechos apoiados no solo.

O comportamento da linha no trecho enterrado, descrito pelo gráfico que relaciona a tração com a profundidade, demonstra a dissipação da força de tração atuante em virtude da mobilização da força de atrito decorrente da interação entre a linha e o solo.

Em relação ao trecho submerso da linha, pode-se notar claramente a diferença entre o comportamento dos trechos compostos por materiais diferentes. Verifica-se que em decorrência da elevada massa, os trechos correspondentes às amarras apresentam variação significativa do nível de tração ao longo da profundidade. Em contrapartida, o trecho correspondente ao cabo de poliéster apresenta ligeira variação da tração ao longo da profundidade em virtude da reduzida massa.

Analisando a variação do ângulo de inclinação ao longo da profundidade, constata-se que os ângulos formados pela linha tanto no trecho de conexão com a fundação quanto no trecho de conexão com a unidade flutuante (*fairlead*) são semelhantes, enquanto o ângulo formado entre a linha e o solo é ligeiramente menor do que estes.

Tal comportamento, embora de difícil visualização em decorrência da configuração retesada da linha analisada, reflete o esperado quando se trata da consideração do equilíbrio da mesma considerando o trecho enterrado, em que esta assume a configuração vulgarmente denominada de catenária invertida. Há, portanto, um ponto de inflexão no solo que garante a mudança da curvatura da linha entre o trecho submerso e enterrado.

### 6.4.1 COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS

Visando comparar os resultados obtidos com os diversos programas apresentam-se a seguir os valores dos erros relativos calculados para as grandezas analisadas.

CASO	ERRO RELATIVO DA TRAÇÃO E DA INCLINAÇÃO NO FAIRLEAD (%)					
	MATHCAD / ÂNCORA		MATHCAD / DIGIN		ÂNCORA / DIGIN	
	TRAÇÃO	ÂNGULO	TRAÇÃO	ÂNGULO	TRAÇÃO	ÂNGULO
1	0,07	0,00	0,11	1,61	0,04	1,62
2	0,03	0,02	0,08	1,89	0,06	1,91
3	0,03	0,04	0,11	2,12	0,08	2,16

CASO	ERRO RELATIVO DA TRAÇÃO E DA INCLINAÇÃO NO SOLO (%)					
	MATHCAD / ÂNCORA		MATHCAD / DIGIN		ÂNCORA / DIGIN	
	TRAÇÃO	ÂNGULO	TRAÇÃO	ÂNGULO	TRAÇÃO	ÂNGULO
1	0,00	0,18	0,02	2,31	0,02	2,49
2	0,00	0,10	0,02	2,65	0,02	2,75
3	0,00	0,13	0,01	2,79	0,01	2,92

CASO	ERRO RELATIVO DA TRAÇÃO E DA INCLINAÇÃO NA FUNDAÇÃO (%)					
	MATHCAD / ÂNCORA		MATHCAD / DIGIN		ÂNCORA / DIGIN	
	TRAÇÃO	ÂNGULO	TRAÇÃO	ÂNGULO	TRAÇÃO	ÂNGULO
1	2,26	2,83	4,30	1,26	2,09	1,62
2	1,87	2,88	3,62	1,00	1,78	1,94
3	1,63	2,71	3,16	0,56	1,56	2,21

CASO	ERRO RELATIVO DO COMPRIMENTO (%)								
	MATHCAD / ÂNCORA			MATHCAD / DIGIN			ÂNCORA / DIGIN		
	SUSPENSO	APOIADO	ENTERRADO	SUSPENSO	APOIADO	ENTERRADO	SUSPENSO	APOIADO	ENTERRADO
1	0,14	0,00	2,40	1,49	0,00	0,78	1,63	0,00	1,59
2	0,07	0,00	1,19	1,78	0,00	0,66	1,85	0,00	1,83
3	0,08	0,00	1,28	1,94	0,00	0,78	2,02	0,00	2,03

CASO	ERRO RELATIVO DA PROJEÇÃO HORIZONTAL (%)								
	MATHCAD / ÂNCORA			MATHCAD / DIGIN			ÂNCORA / DIGIN		
	SUSPENSO	APOIADO	ENTERRADO	SUSPENSO	APOIADO	ENTERRADO	SUSPENSO	APOIADO	ENTERRADO
1	0,85	0,00	4,83	2,39	0,00	2,28	1,56	0,00	2,43
2	0,97	0,00	1,52	2,87	0,00	1,26	1,92	0,00	2,74
3	0,92	0,00	1,59	3,11	0,00	1,50	2,21	0,00	3,04

Figura 52 - Erros relativos das grandezas calculadas

## **6.4.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS**

Através dos resultados apresentados anteriormente, constata-se que os erros relativos calculados apresentam valores reduzidos, da ordem máxima de 5%, sendo estes praticamente nulos em algumas grandezas. A diferença obtida entre alguns resultados pode ser justificada com base em considerações divergentes adotadas no desenvolvimento dos programas utilizados na análise.

Uma possível fonte de diferenças de resultados entre os programas reside na formulação matemática do problema do trecho enterrado da linha. As abordagens utilizadas pelos mesmos são baseadas em publicações distintas.

O programa desenvolvido pela DNV baseia-se na formulação proposta por [16] e considera condições de equilíbrio parcial do trecho enterrado da linha de ancoragem enquanto o programa em MATHCAD [2] e o programa ÂNCORA baseiam-se na formulação proposta por [13] e consideram condições de equilíbrio completo, permitindo um grau de liberdade adicional em cada elemento da linha de ancoragem.

Estas considerações refletem o comportamento distinto observado pelos gráficos que relacionam a tração e inclinação com a profundidade no trecho enterrado da linha. Os resultados obtidos com o programa em MATHCAD [2] e com o programa ÂNCORA demonstram uma variação não linear da tração ao longo da profundidade, enquanto os resultados obtidos através do DIGIN [15] apresentam uma variação praticamente linear.

Ressalta-se, ainda, que o programa DIGIN [15] considera a extensibilidade da linha de ancoragem, porém a formulação utilizada não foi apresentada na referência bibliográfica do mesmo. Em virtude de as considerações a respeito da extensibilidade serem desconhecidas, o programa em MATHCAD [2] e o programa ÂNCORA não consideram os efeitos da rigidez axial no cálculo do equilíbrio da linha. A não consideração da extensibilidade da linha nos cálculos pode ser uma das causas das diferenças de resultados obtidas no comprimento e projeção horizontal da mesma.

Aliado às diferentes formulações e considerações a respeito do problema, as diferenças entre os algoritmos utilizados no desenvolvimento dos programas podem gerar ligeiras variações nas respostas obtidas.

Deve-se, ainda, salientar que o programa em MATHCAD [2] apresenta restrições quanto à convergência e ao processamento dos cálculos quando comparado com a linguagem FORTRAN utilizada pelos programas ÂNCORA e DIGIN [15]. Espera-se, portanto, uma ligeira divergência adicional dos resultados, associada à limitação computacional apresentada pelas plataformas utilizadas na programação.

Apesar das diferenças verificadas, os resultados obtidos nos casos analisados foram semelhantes, o que comprova a validade da formulação e dos algoritmos utilizados na programação.

Portanto, o programa desenvolvido apresenta resultados confiáveis para a análise das linhas de ancoragem considerando os diversos tramos e o trecho enterrado da mesma.

## **7. CONCLUSÃO E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

Ao longo deste trabalho, foram apresentadas definições dos principais elementos integrantes de um sistema de ancoragem, além de alguns procedimentos de cálculo utilizados nas análises das linhas.

O objetivo principal foi o de estudar o comportamento da linha de ancoragem considerando os efeitos da interação solo-estrutura no equilíbrio da mesma a fim de determinar a geometria e os esforços ao longo desta, visando, principalmente, à definição da magnitude e direção da solicitação atuante na fundação.

Através dos resultados obtidos, pode-se considerar que o estudo contribuiu para a verificação e validação das formulações disponíveis a respeito do problema. Apesar de os resultados obtidos serem satisfatórios do ponto de vista da proximidade com valores calculados através de outras referências, existem diversas considerações que ainda podem ser feitas para aprimorar a solução do problema proposto.

Dentre os principais tópicos a serem citados para a continuidade dos estudos destacam-se: a consideração da extensibilidade da linha de ancoragem, ou seja, levar em conta a rigidez axial finita dos elementos da linha de ancoragem e, conseqüentemente, estimar os valores da deformação sofrida pela estrutura quando da solicitação da mesma; realizar um estudo de sensibilidade dos parâmetros relacionados ao solo na resposta da estrutura; realizar um estudo e implementar computacionalmente o problema da análise da linha de ancoragem utilizando âncoras assentadas por arrasto.

## **8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- [1] THOMAS, J.R., *Fundamentos de Engenharia de Petróleo*, 1 ed., Rio de Janeiro, RJ, Brasil, Editora Interciência, 2001.
- [2] MATHCAD 14.0, PTC, 2007.
- [3] API, API RP 2SK, *Recommended Practice for Planning, Designing and Analysis of Stationkeeping Systems for Floating Structures*, 2 ed., Washington, USA, American Petroleum Institute, 2005.
- [4] MASETTI, I.Q, *Análise Dinâmica de Navios Ancorados com Complacência Diferenciada*, Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1997.
- [5] LOUREIRO, R.R, *Análise Numérico-Experimental de Anomalia de Sistema de Ancoragem em Catenária Devido à Falha de Manilhas de Linha de Poliéster*, Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2007.
- [6] MELLO, J.R., BOGOSSIAN, F., “Fundações de Estruturas Offshore”. In: Hachich, W., Falconi, F. F., Saes, J. L., *et al.* (eds), *Fundações: Teoria e Prática*, 2 ed.,cap. 11, São Paulo, SP, Brasil, Editora Pini, 1998.
- [7] DEGENKAMP, G., RUINEN, R., “Installation of Vertical Loaded Anchors Using a Subsea Tensioning Device in Ultra-Deepwaters in the Gulf of Mexico”. In: *Proceedings of the Annual Offshore Technology Conference*, Paper 13274, Houston, Texas, USA, 30 April - 3 May 2001.
- [8] RANDOLPH, M., CASSIDY, M., GOUVERNEC, S., *et al.*, “Challenges of Offshore Geotechnical Engineering”, In: *State of the Art Paper*, 16th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Osaka, Japan, 2005.
- [9] AGUIAR, C.S, *Interação Solo-Estrutura de Fundações Offshore do Tipo Estaca*, Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2007.
- [10] COSTA, R.G.B, *Análise Paramétrica das Condições de Ancoragem de Plataformas Offshore Utilizando Estacas Torpedo a Partir de Modelos em Elementos Finitos*, Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2008.

- [11] McCORMAC, J.C., *Análise Estrutural Usando Métodos Clássicos e Métodos Matriciais*, 4 ed., Rio de Janeiro, RJ, Brasil, LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2009.
- [12] BANG, S., *Anchor Mooring Line Computer User's Manual for Chain-Soil Analysis Program*. In: Contractor Report CR-6108-OCN, Naval Facilities Engineering Service Center, Port Hueneme, California, USA, 1996.
- [13] BANG,S., HAN, H., TAYLOR, R.J., “ Development and Validation of Mooring Line Analysis in Cohesive Seafloor”. In: *Proceedings of the Tenth International Offshore and Polar Engineering Conference*, Seattle, USA, 2000.
- [14] LACERDA, T.A.G, *Análise de Sistemas de Ancoragem de Plataformas Flutuantes*, Projeto Final de Graduação, EP/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2005.
- [15] DNV, JIP, *Deep Water Anchors User's Manual DIGIN Ver.5.3*. In: Technical Report No-96-3637 Revision No.03, Det Norske Veritas, Norway, 1998.
- [16] VIVATRAT, V., *et al.*, “The Influence of Chain Friction on Anchor Pile Design”. In: *Proceedings of the Annual Offshore Technology Conference*, Houston, USA, 1982.