



ESTUDO SOBRE A OCORRÊNCIA DE RESSONÂNCIAS PARAMÉTRICAS  
NUMA PLATAFORMA TLWP PRÓXIMA A UM FPSO EM ONDAS  
IRREGULARES

Julio César Pérez Tipiana

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Oceânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Oceânica.

Orientador: Marcelo de Almeida Santos Neves

Rio de Janeiro  
Fevereiro de 2017

ESTUDO SOBRE A OCORRÊNCIA DE RESSONÂNCIAS PARAMÉTRICAS  
NUMA PLATAFORMA TLWP PRÓXIMA A UM FPSO EM ONDAS  
IRREGULARES

Julio César Pérez Tipiana

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO  
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA  
(COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE  
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE  
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA OCEÂNICA.

Examinada por:

---

Prof. Marcelo de Almeida Santos Neves, Ph. D.

---

Prof. Claudio Alexis Rodríguez Castillo, D. Sc.

---

Prof. Fabrício Nogueira Corrêa, D. Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL  
FEVEREIRO DE 2017

Tipiana, Julio César Pérez

Estudo sobre a Ocorrência de Ressonâncias Paramétricas numa Plataforma TLWP Próxima a um FPSO em Ondas Irregulares / Julio César Pérez Tipiana. - Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2017.

XVII, 102 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Marcelo de Almeida Santos Neves

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Oceânica, 2017.

Referências Bibliográficas: p. 84 - 86.

1. Ressonância Paramétrica. 2. Acoplamento Não Linear. 3. Ergodicidade. I. Neves, Marcelo de Almeida Santos. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Oceânica. III. Título.

A minha família, por seu constante apoio. Em especial a minha mãe, por ser meu maior exemplo de pessoa e por seu grande amor.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, quero agradecer a Deus por todas as bênçãos que tem me dado. Por ser meu porto seguro nos momentos mais difíceis da minha vida.

Ao professor Marcelo de Almeida Santos Neves, pelo seu apoio e paciência durante toda a etapa do mestrado.

Aos professores do Programa de Engenharia Oceânica da COPPE/UFRJ, pelos ensinamentos; aos meus amigos e colegas, pelo companheirismo, em especial ao Leonidas Mauricio e Abigail Machado, por todo o apoio durante minha etapa de mestrado.

A minha família, pela compreensão e paciência durante todo este tempo que me afastei dela. Também quero agradecer a minha segunda família, Licurgo Tayar, pelo seu constante carinho e apoio.

E por ultimo, porém não menos importante, ao Programa de Engenharia Oceânica da COPPE e à agência de fomento FAPERJ, pelo suporte financeiro.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

ESTUDO SOBRE A OCORRÊNCIA DE RESSONÂNCIAS PARAMÉTRICAS  
NUMA PLATAFORMA TLWP PRÓXIMA A UM FPSO EM ONDAS  
IRREGULARES

Julio César Pérez Tipiana

Fevereiro/2017

Orientador: Marcelo de Almeida Santos Neves

Programa: Engenharia Oceânica

A seguinte dissertação é uma continuação de estudos feitos envolvendo fenômenos observados nos testes experimentais de uma plataforma TLWP acoplada a um FPSO. Os testes foram realizados em modelos reduzidos. Os resultados para onda regular mostraram que o sistema apresenta ampliações excessivas de *yaw* para um faixa de períodos e altura de onda. Estes fenômenos foram estudados por Cruz (2010) e Rivera (2012). Este último mostrou que este comportamento deve-se a excitações internas do sistema TLWP-FPSO induzidas pelo movimento de *sway*.

Na campanha experimental também se realizaram vários testes para um mar irregular. Os resultados então obtidos mostraram que o movimento de *yaw* não apresentavam incrementos de amplitude como o teste em mar regular, o que levou à hipótese de que nos testes experimentais tal aspecto pode não ter sido suficientemente examinada. Para verificar isto, se desenvolveu um modelo numérico capaz de reproduzir as respostas das plataformas para um estado de mar. Se realizaram várias análises numéricas com o mesmo estado de mar, isto é, mesma altura significativa e período pico, mas com diferentes fases aleatórias. Os resultados obtidos mostram que o sistema é fortemente não ergódico e também apresenta ressonâncias paramétricas.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

A STUDY ON PARAMETRIC RESONANCES OF A TLWP IN CLOSE  
PROXIMITY TO A FPSO IN IRREGULAR WAVES

Julio César Pérez Tipiana

February/2017

Advisor: Marcelo de Almeida Santos Neves

Department: Ocean Engineering

The present dissertation is a continuation of studies done on observed phenomena during experimental tests of a TLWP platform coupled with a FPSO. The tests were performed on scaled models. The results from regular sea states show that the system presents excessive amplifications for a band of wave periods and heights in the yaw direction. These phenomena were studied by Cruz (2010) and Rivera (2012). Rivera showed that the unstable behavior is caused by internal system excitations of the TLWP-FPSO induced by sway movement.

A test was also performed in an irregular sea. The results of this test pointed out that the yaw motion does not present increments of amplitude like in the regular sea state tests, which led to the hypothesis that the experimental tests in irregular sea was not sufficient to draw conclusions. To verify this, a numerical model was developed capable of reproducing the platforms' responses for a given sea state. Various numerical analyses were done with the same sea state, that is, same significant wave height and peak period, but with different random phases. The obtained results show that the system is strongly non ergodic and also presents parametric resonances.

# INDICE

|  |    |
|--|----|
| 1.INTRODUÇÃO.....  | 1  |
| 1.1 Generalidades .....  | 2  |
| 1.2 Estabilidade dinâmica.....   | 5  |
| 1.3 Excitação paramétrica .....  | 5  |
| 1.4 Processos estocásticos .....   | 5  |
| 1.4.1 Processos estacionários .....  | 6  |
| 1.4.1.1 Processo estacionário de 1ª ordem .....                            | 7  |
| 1.4.1.2 Processo estacionário de 2ª ordem .....                            | 7  |
| 1.4.2 Ergodicidade.....  | 8  |
| 1.5 Estado da arte .....   | 9  |
| 1.6 Caso analisado.....  | 12 |
| 1.7 Objetivos e Conteúdo da tese .....                                     | 18 |
| 2.MODELO MATEMÁTICO .....  | 19 |
| 2.1 Metodologias de análise acoplada e desacoplada.....                    | 19 |
| 2.1.1 Análise acoplada .....   | 19 |
| 2.1.2 Análise desacoplada .....  | 20 |
| 2.2 Sistema de referências .....   | 21 |
| 2.3 Equação de movimento de 12 graus de liberdade .....                    | 22 |
| 2.4 Redução das equações de movimento (sistema 7x7) .....                  | 23 |
| 2.4.1 Massas adicionais e forças de excitações .....                       | 24 |
| 2.4.2 Amortecimento.....   | 25 |
| 2.4.2.1 Amortecimento linear ( $B_L$ ).....                                | 25 |
| 2.4.2.2 Amortecimento não linear ( $B_{NL}$ ).....                         | 26 |
| 2.4.3 Restaurações.....  | 29 |
| 2.4.3.1 Restaurações hidrostáticas e das amarrações da FPSO.....           | 30 |
| 2.4.3.2 Forças e momento de restauração nos cabos de conexão M7 e M8... 31 |    |

|         |   |    |
|---------|---|----|
| 2.4.3.3 | Forças e momento de restauração da amarração oblíqua da TLWP ..       | 36 |
| 2.4.3.4 | Forças e momento de restauração dos tendões TLWP.....                 | 38 |
| 2.4.3.5 | Efeito da passagem da onda na tração dos tendões TLWP.....            | 43 |
| 2.5     | Restaurações não lineares da TLWP – 3a ordem .....                    | 44 |
| 3.      | METODOLOGIA DE ANÁLISE COM MAR IRREGULAR .....                        | 47 |
| 3.1     | Espectro de mar tipo JONSWAP .....                                    | 47 |
| 3.2     | Funções de transferências.....  | 48 |
| 3.3     | Espectros e séries das excitações da onda .....                       | 50 |
| 3.4     | Massas adicionais, amortecimento e restaurações em mar irregular..... | 51 |
| 4.      | ESTUDO NUMÉRICO .....   | 53 |
| 4.1     | Runge Kutta de 4a ordem (RK4).....                                    | 56 |
| 4.2     | Análise numérica.....   | 58 |
| 4.3     | Análise dos resultados .....  | 68 |
| 4.4     | Comparação dos resultados numéricos e ensaios.....                    | 76 |
| 4.5     | Investigação adicional relativa ao Caso 1. ....                       | 78 |
| 5.      | CONCLUSÕES .....  | 81 |
| 5.1     | Generalidades .....   | 81 |
| 5.2     | Conclusões.....   | 82 |
| 5.3     | Trabalhos futuros.....  | 83 |
| 6.      | REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....                                      | 84 |
| 7.      | APÊNDICE A .....  | 87 |
| 8.      | APÊNDICE B.....   | 91 |

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Geral

- $C_{xyz}$  - sistema de referência da TLWP
- $C1x_1y_1z_1$  - sistema de referência do FPSO
- $g$  - aceleração da gravidade
- $G, G_1$  - centros de gravidade da TLWP e FPSO, respectivamente.
- $t$  - tempo
- $x, y, z, x_1, y_1, z_1$  - deslocamentos translacionais das plataformas TLWP e FPSO  
(surge, sway e heave)
- $\phi, \theta, \psi, \phi_1, \theta_1, \psi_1$  - deslocamentos angulares das plataformas TLWP e FPSO (roll,  
pitch e yaw)

### CAPITULO 1

- $H_{1/3}$  - altura significativa do mar irregular
- $T_p$  - período pico do mar irregular
- $\chi$  - ângulo de incidência da onda

### CAPITULO 2

- $C_d$  - coeficiente de arrasto do FPSO
- $C_{dc}$  - coeficiente de arrasto da coluna
- $C_{dt}$  - coeficiente de arrasto do tendão
- $C_{dp}$  - coeficiente de arrasto do pontoon
- $h$  - altura do pontoon

|                    |   |
|--------------------|---|
| $J_{xz}, J_{zx}$   | - produto de inércia entre os eixos x e z da TLWP.                    |
| $J_{zz}, J_{x1x1}$ | - momento de inércia em yaw da TLWP e surge da FPSO, respectivamente. |
| $L_p$              | - comprimento do pontoon  |
| $m, m1$            | - massa da TLWP e da FPSO, respectivamente.                           |
| $R$                | - distância desde o centro da coluna à origem da plataforma           |
| $S$                | - área representativa do FPSO   |
| $S_c$              | - área representativa da coluna                                       |
| $S_t$              | - área representativa do tendão                                       |
| $S_p$              | - área representativa do pontoon                                      |
| $\beta$            | - ângulo local do elemento em relação à origem da plataforma          |
| $\rho$             | - massa específica da água de mar                                     |

### **Coefficientes de massa adicional**

|  |   |
|--|---|
| $X_{\ddot{x}}, Y_{\ddot{y}}, N_{\ddot{z}}$   | - coeficientes de massa adicional em surge, sway e yaw da TLWP, respectivamente |
| $X_{\ddot{x}1}, X_{\ddot{y}1}, X_{\ddot{z}1}, X_{\ddot{\phi}1}, X_{\ddot{y}}, X_{\ddot{\psi}}$ | - coeficientes de massa adicional nos modos acoplados de surge da TLWP          |
| $Y_{\ddot{x}1}, Y_{\ddot{y}1}, Y_{\ddot{z}1}, Y_{\ddot{\phi}1}, Y_{\ddot{x}}, Y_{\ddot{\psi}}$ | - coeficientes de massa adicional nos modos acoplados de sway da TLWP           |
| $N_{\ddot{x}1}, N_{\ddot{y}1}, N_{\ddot{z}1}, N_{\ddot{\phi}1}, N_{\ddot{x}}, N_{\ddot{y}}$    | - coeficientes de massa adicional nos modos acoplados de yaw da TLWP            |

$X1_{\dot{x}1}, Y1_{\dot{y}1}, Z1_{\dot{z}1}, K1_{\ddot{\phi}1}$  - coeficientes de massa adicional em surge, sway, heave e roll da FPSO, respectivamente

$X1_{\ddot{y}1}, X1_{\ddot{z}1}, X1_{\ddot{\phi}1}, X1_{\ddot{x}}, X1_{\ddot{y}}, X1_{\ddot{\psi}}$  - coeficientes de massa adicional nos modos acoplados de surge da FPSO

$Y1_{\ddot{x}1}, Y1_{\ddot{z}1}, Y1_{\ddot{\phi}1}, Y1_{\ddot{x}}, Y1_{\ddot{y}}, Y1_{\ddot{\psi}}$  - coeficientes de massa adicional nos modos acoplados de sway da FPSO

$Z1_{\ddot{x}1}, Z1_{\ddot{y}1}, Z1_{\ddot{\phi}1}, Z1_{\ddot{x}}, Z1_{\ddot{y}}, Z1_{\ddot{\psi}}$  - coeficientes de massa adicional nos modos acoplados de heave da FPSO

$K1_{\ddot{x}1}, K1_{\ddot{y}1}, K1_{\ddot{z}1}, K1_{\ddot{x}}, K1_{\ddot{y}}, Z1_{\ddot{\psi}}$  - coeficientes de massa adicional nos modos acoplados de heave da FPSO

### **Força de excitação da onda**

$K1_w$  - momento de excitação da onda em roll da FPSO

$N1_w$  - momento de excitação da onda em yaw da TLWP

$X_w, Y_w$  - força de excitação da onda em surge e sway da TLWP

$X1_w, Y1_w, Z1_w$  - força de excitação da onda em surge, sway e heave da FPSO

### **Coefficientes de amortecimento linear**

$X_{\dot{x}}, Y_{\dot{y}}, N_{\dot{z}}$  - coeficientes de amortecimento linear em surge, sway e yaw da TLWP, respectivamente

$X_{\dot{x}1}, X_{\dot{y}1}, X_{\dot{z}1}, X_{\dot{\phi}1}, X_{\dot{y}}, X_{\dot{\psi}}$  - coeficientes de amortecimento linear nos modos acoplados de surge da TLWP

$Y_{\dot{x}1}, Y_{\dot{y}1}, Y_{\dot{z}1}, Y_{\dot{\phi}1}, Y_{\dot{x}}, Y_{\dot{\psi}}$  - coeficientes de amortecimento linear nos modos acoplados de sway da TLWP

$N_{\dot{x}1}, N_{\dot{y}1}, N_{\dot{z}1}, N_{\dot{\phi}1}, N_{\dot{x}}, N_{\dot{y}}$  - coeficientes de amortecimento linear nos modos acoplados de yaw da TLWP

$X1_{\dot{x}1}, Y1_{\dot{y}1}, Z1_{\dot{z}1}, K1_{\dot{\phi}1}$  - coeficientes de amortecimento linear em surge, sway, heave e roll da FPSO, respectivamente

$X1_{\dot{y}1}, X1_{\dot{z}1}, X1_{\dot{\phi}1}, X1_{\dot{x}}, X1_{\dot{y}}, X1_{\dot{\psi}}$  - coeficientes de amortecimento linear nos modos acoplados de surge da FPSO

$Y1_{\dot{x}1}, Y1_{\dot{z}1}, Y1_{\dot{\phi}1}, Y1_{\dot{x}}, Y1_{\dot{y}}, Y1_{\dot{\psi}}$  - coeficientes de amortecimento linear nos modos acoplados de sway da FPSO

$Z1_{\dot{x}1}, Z1_{\dot{y}1}, Z1_{\dot{\phi}1}, Z1_{\dot{x}}, Z1_{\dot{y}}, Z1_{\dot{\psi}}$  - coeficientes de amortecimento linear nos modos acoplados de heave da FPSO

$K1_{\dot{x}1}, K1_{\dot{y}1}, K1_{\dot{z}1}, KZ1_{\dot{x}}, K1_{\dot{y}}, K1_{\dot{\psi}}$  - coeficientes de amortecimento linear nos modos acoplados de roll da FPSO

### **Coefficientes de amortecimento não linear**

$X, Y, N$  - coeficientes de amortecimento não linear em surge, sway e yaw da TLWP, respectivamente

$X1, Y1, K1$  - coeficientes de amortecimento não linear em surge, sway e roll da FPSO, respectivamente

### **Restaurações da FPSO**

$A_{WL}$  - área de flutuação

$EA$  - rigidez axial do cabo

$GM$  - altura metacêntrica

$k_i$  - constante de rigidez individual para cada cabo na direção de interesse

|           |  |
|-----------|--|
| $L$       | - comprimento inicial do cabo de amarração             |
| $T$       | - pré-tensão do cabo                                   |
| $\beta_0$ | - ângulo inicial entre o cabo e a direção de interesse |
| $\nabla$  | - volume de deslocamento da FPSO                       |

### **Restaurações da TLWP**

|       |  |
|-------|--|
| $a$   | - semi-distância entre colunas                                   |
| $A_w$ | - amplitude da onda  |
| $B_t$ | - semi-boca da plataforma  |
| $dL$  | - variação de comprimento da linha de amarração                  |
| $dx$  | - variação do comprimento da linha em surge                      |
| $dy$  | - variação do comprimento da linha em sway                       |
| $dz$  | - variação do comprimento da linha em heave                      |
| $d_0$ | - comprimento inicial do cabo de conexão                         |
| $F$   | - tração total na linha de conexão                               |
| $f_9$ | - função de transferência da força vertical da onda sobre a TLWP |
| $k$   | - constante de rigidez dos tendões                               |
| $k_c$ | - constante de rigidez do cabo de conexão                        |
| $k_h$ | - constante de rigidez do cabo de amarração da TLWP              |
| $L_0$ | - comprimento inicial da linha de amarração                      |
| $L_F$ | - comprimento final da linha de amarração                        |

|               |  |
|---------------|--|
| $p_t$         | - pré-tensão da linha de amarração                               |
| $R_f$         | - semi-boca da FPSO  |
| $R_h$         | - distância do centro da TLWP ao ponto de amarração              |
| $R_t$         | - distância do centro da TLWP ao ponto de conexão                |
| $s$           | - separação entre cabo de conexão e eixo $y$                     |
| $t$           | - tempo  |
| $T_0$         | - tensão inicial dos tendões                                     |
| $Z_{w0}$      | - amplitude da força vertical da onda sobre a TLWP               |
| $\alpha$      | - ângulo inicial do tendão da TLWP                               |
| $\alpha_c$    | - ângulo inicial do cabo de conexão da TLWP                      |
| $\beta_h$     | - ângulo inicial do cabo de amarração da TLWP com o eixo $y$     |
| $\gamma_{wz}$ | - ângulo de fase da força vertical da onda sobre a TLWP          |
| $\delta_h$    | - ângulo inicial do centro da TLWP ao ponto de amarração         |
| $\theta$      | - ângulo instantâneo entre o cabo amarração da TLWP e o eixo $y$ |
| $\omega_w$    | - frequência de excitação da onda                                |

### **Coefficientes de restauração da TLWP**

|                    |  |
|--------------------|--|
| $X_x, Y_y, N_\psi$ | - linear em surge, sway e yaw, respectivamente   |
| $X_\psi, N_x$      | - linear entre os modos acoplados de surge e yaw |
| $Y_{yy}$           | - de segunda ordem em sway                       |

|  |  |
|--|--|
| $X_{xy}, X_{y\psi}$  | - de segunda ordem em surge                    |
| $Y_{xx}, Y_{x\psi}, Y_{\psi\psi}$  | - de segunda ordem em sway                     |
| $N_{xy}, N_{y\psi}$  | - de segunda ordem em yaw                      |
| $X_{xxx}, X_{xx\psi}, X_{yyx}, X_{yy\psi}, X_{\psi\psi x}, X_{\psi\psi\psi}$ | - de terceira ordem em surge                   |
| $Y_{yyy}, Y_{xyy}, Y_{\psi\psi y}, Y_{xy\psi}$                               | - de terceira ordem em sway                    |
| $N_{xxx}, N_{xx\psi}, N_{yyx}, N_{yy\psi}, N_{\psi\psi x}, N_{\psi\psi\psi}$ | - de terceira ordem em yaw                     |
| $X_{\zeta x}$  | - de segunda ordem em surge (passagem da onda) |
| $Y_{\zeta y}$  | - de segunda ordem em sway (passagem da onda)  |
| $N_{\zeta\psi}$  | - de segunda ordem em yaw (passagem da onda)   |

### **CAPITULO 3**

#### **Espectro de JONSWAP**

|                     |   |
|---------------------|---|
| $f$                 | - frequência em hertz   |
| $f_0$               | - função de transferência da força vertical da onda sobre a TLWP                        |
| $H_{1/3}$           | - altura da onda significativa  |
| $RAO_{X_{\zeta x}}$ | - função de transferência da força de passagem da onda em surge da TLWP                 |
| $S_{\zeta}$         | - espectro do mar   |
| $S_{fi}$            | - espectros de forças ou momentos de excitação linear nos diferentes modos de interesse |
| $S_{X_{\zeta x}}$   | - espectro de força de passagem da onda em surge da TLWP                                |
| $T$                 | - período de excitação da onda  |

- $T_p$  - período de pico do espectro
- $w$  - frequência do mar
- $X_{\zeta_x}, Y_{\zeta_y}, N_{\zeta_x}$  - função de transferência da força de passagem da onda em surge, sway e yaw da TLWP
- $\gamma$  - fator de intensificação do pico

#### **CAPITULO 4**

- $F_{f7}, F_{f8}$  - série temporal da força de excitação da onda em surge e sway da TLWP
- $F_{f12}$  - série temporal do momento de excitação da onda em yaw da TLWP
- $h$  - passo de tempo
- $S_{f7}, S_{f8}$  - espectros de forças de excitação da onda linear em surge e sway da TLWP
- $S_{f12}$  - espectros de momento de excitação da onda linear em yaw da TLWP dos modos de surge, sway e yaw da TLWP

# CAPÍTULO:

## 1. INTRODUÇÃO

Um dos grandes desafios da indústria offshore, em águas profundas, é a produção de petróleo de forma segura. As plataformas TLP (Tension Leg Platform), também conhecidas como plataformas de pernas atirantadas leves, foram desenvolvidas com o fim de superar estas limitações. Os movimentos verticais (heave, pitch e roll) são restritos pelos tendões e a restauração no plano horizontal (surge, sway e yaw) é devida basicamente à elevada rigidez vertical e rotacional do sistema, que reduz os períodos naturais destes graus de liberdade, deixando-os abaixo dos períodos de maior energia da onda. Deste modo elas evitam ao máximo os movimentos ressonantes clássicos dos modos verticais e horizontais.

Outro grande desafio dá-se quando a plataforma de produção não consegue descarregar o petróleo por meio de oleodutos para a costa. Neste caso é necessário o uso de duas unidades próximas para o desenvolvimento da produção. Utilizando-se a plataforma TLWP próxima ao casco do tipo FPSO (Floating Production Storage and Offloading), tem-se um sistema capaz de produzir e armazenar o petróleo. No entanto, a proximidade destes dois corpos e o uso das necessárias amarrações pode alterar o comportamento do sistema. Isso demanda uma maior análise no estudo do novo arranjo.

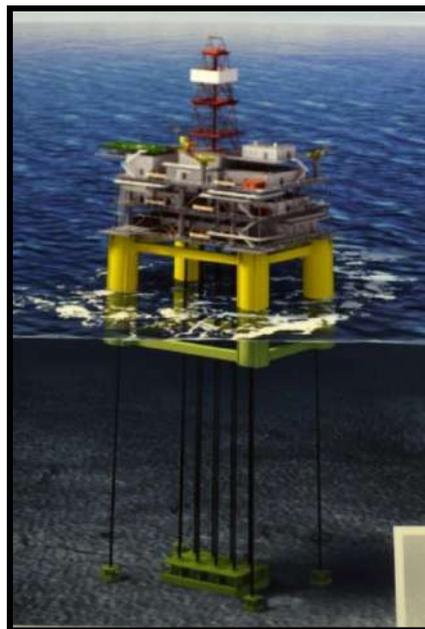
O modelo proposto é um exemplo deste novo arranjo, trata-se de dois corpos (TLWP-FPSO) acoplados, alterando isto o comportamento dinâmico do sistema. Ensaios realizados no NMRI (National Maritime Research Institute- Japão), com modelos reduzidos, revelaram para ondas regulares grandes amplificações ressonantes no movimento de yaw, enquanto em ondas irregulares de través, os testes revelaram que o sistema não apresenta movimentos consideráveis nos deslocamentos de surge e yaw da TLWP e sim no deslocamento de sway, isto devido à incidência da onda. Já no FPSO se tem amplitudes de oscilação em ROLL consideráveis, mas sem afetar a operação.

Nesta investigação realizam-se análises numéricas para obter as respostas das plataformas, para mar irregular de través. Os resultados obtidos serão comparados com os dados que se tem dos testes experimentais. O objetivo é verificar as suas ergodicidades. Tendo-se como hipótese, a ser verificada, que nos testes experimentais tal aspecto pode não ter sido suficientemente examinado.

## 1.1 Generalidades

Na atualidade, os novos projetos de sistemas offshore procuram diminuir os custos de exploração e produção de petróleo, tendo em conta que esta diminuição de custo não implique uma redução na segurança de operação. Estes novos projetos também enfrentam grandes desafios, como a produção segura de petróleo em águas profundas. Para superar estes desafios se desenvolveram vários tipos de plataformas e em algumas ocasiões se faz uso combinando delas. A seguir se faz referência de duas plataformas, as quais são utilizadas para o desenvolvimento deste projeto.

A primeira é uma plataforma tipo TLP (Tension Leg Platform), ou também conhecidas como plataformas de pernas atirantada. É uma estrutura flutuante ancorada verticalmente e usada para a exploração ou produção de petróleo em águas profundas. Na Figura 1.1 se apresenta uma plataforma do tipo TLP convencional, composta de quatro colunas circulares, quatro pontões retangulares e uma superestrutura (topside).



**Figura 1.1** Plataforma tipo TLP (Ref. ISI Engenharia)

Sua estrutura é bastante semelhante à da plataforma semissubmersível. Porém, sua ancoragem ao fundo mar é diferente. É ancorado no fundo marinho por meio de tubos de aços ou tendões. Os tendões estão permanentemente tensionados, devido a que o empuxo é maior que o peso da plataforma, o que reduz severamente os movimentos verticais (heave, pitch e roll). As restaurações no plano horizontal (surge, sway e yaw) são devidas basicamente à elevada rigidez vertical e rotacional do sistema, que reduz os períodos naturais destes graus de liberdade, deixando-os baixo dos períodos de maior energia da onda. Deste modo elas evitam ao máximo os movimentos ressonantes dos modos verticais e horizontais.

A vantagem de utilizar uma plataforma do tipo TLP é que pode usar-se o tipo de completação seca (a completação compreende todas as atividades necessárias realizadas após a perfuração). Isto permite o posicionamento da cabeça do poço na plataforma, facilitando os trabalhos de limpeza, manutenção, acesso ao poço, intervenções, etc. A TLWP (Tension Leg Well-head Platform) é uma TLP simplificada que apenas suporta as cabeças dos poços e não possui planta de processamento. Por tanto, necessita operar em conjunto com a plataforma FPSO.

Os períodos naturais dos modos verticais de uma TLP convencional estão na ordem de 2s a 5s, e dos modos horizontais na ordem dos 100s. A Figura 1.2 mostra o espectro de energia de um mar típico, cujo período pico encontra-se ao redor dos 14 segundos. Na figura são localizadas as frequências naturais para cada grau de liberdade da TLP. Observa-se que para a faixa de frequências de excitação da onda significativa, os modos horizontais não apresentam ressonância para a primeira ordem, mas poderia acontecer para a força de deriva lenta, como notado por Rivera (2012). Para outros espectros, cujo período pico de mar seja menor a 14 segundo, os movimentos verticais da TLP teriam maior excitação por parte de ondas, mas as intensidades das forças não seria prejudiciais para a operação desta.

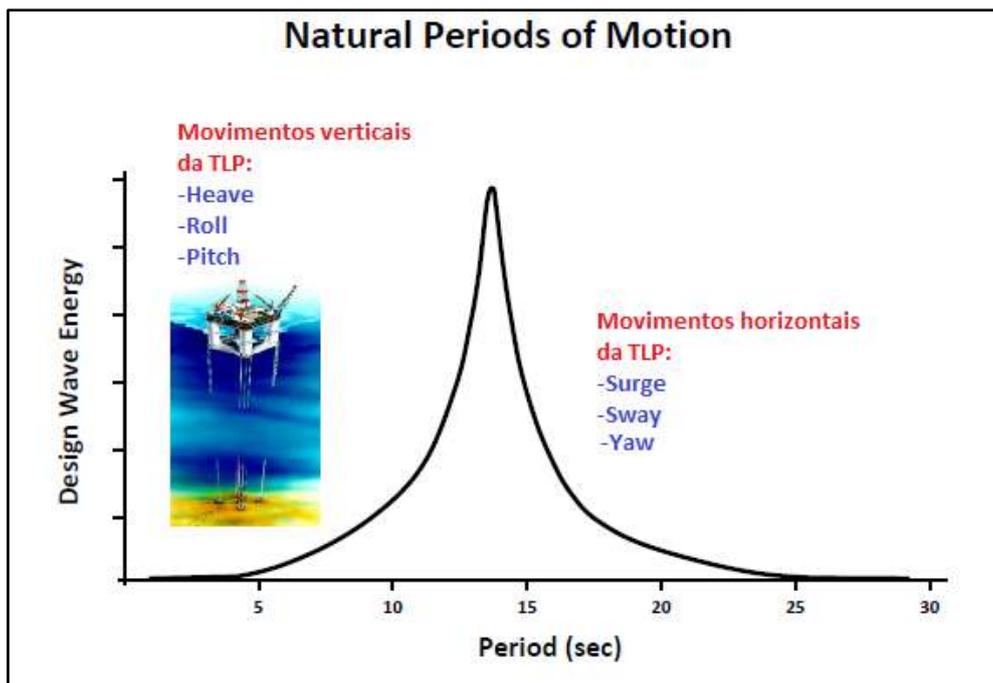


Figura 1.2 Períodos naturais dos modos verticais e horizontais da TLP (Ref. FloaTEC)

A segunda plataforma é do tipo FPSO (Floating Production Storage and Offloadig), é um navio de grande porte, com capacidade para produzir, processar e armazenar petróleo e gás natural. Em geral são navios-tanques convertidos para realizar as funções mencionadas anteriormente. Nele são instaladas plantas de processo para separar e tratar os fluidos produzidos pelos poços. O petróleo produzido pode ser armazenado nos tanques do próprio navio e/ou transferido para terra através de navios aliviadores ou oleodutos. Na Figura 1.3 se ilustra uma plataforma do tipo FPSO.



Figura 1.3 Plataforma tipo FPSO (ref. *Petroleum Safety Authority Norway*).

O uso destas plataformas tem vantagens quando se precisa trabalhar em águas profundas. A TLWP pode operar até 1500 metros de profundidade, enquanto a FPSO a

mais de 2000 metros. Na Figura 1.4 podem-se apreciar as profundidades de operações dos diferentes tipos de plataformas.

|                 |  |   |   |                        |  |
|-----------------|--|---|---|------------------------|--|
| <b>Fixa</b>     | <b>Autoelevável</b><br>(ou autoelevatória<br>ou jack-up) | <b>Semissubmersível</b>   | <b>FPSO</b>   | <b>FPSO Monocoluna</b> | <b>TLWP</b><br>(plataforma de<br>pernas atirantadas) |
| Até 300 metros. | Até 150 metros.  | Mais de 2.000 metros (pode ser instalada em grandes profundidades graças aos sistemas de ancoragem modernos). | Mais de 2.000 metros (pode ser instalada em grandes profundidades graças aos sistemas de ancoragem modernos). | Mais de 2.000 metros.  | Até 1.500 metros.                                    |

**Figura 1.4 Profundidade de operações dos diferentes tipos de plataformas (Ref. PETROBRAS).**

## 1.2 Estabilidade dinâmica

A estabilidade dinâmica é definida como a tendência que as amplitudes do movimento, de um corpo perturbado, apresentam para atingir a condição de equilíbrio ou uma nova posição estacionária de movimento, isto depois de ter decorrido algum tempo após a força de excitação externa ter cessado.

## 1.3 Excitação paramétrica

Pode descrever-se como sistemas dinâmicos, onde um ou mais dos parâmetros que definem o sistema são variáveis no tempo. A variação temporal dos parâmetros de uma equação de movimento pode causar instabilidade ou estabilidade.

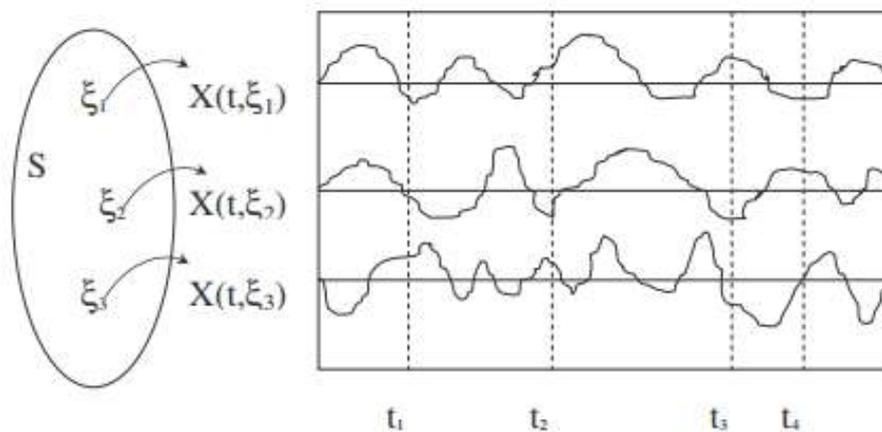
É importante resaltar que uma excitação interna nas equações paramétricas pode gerar instabilidade e grandes respostas de amplitudes. Isto se conhece como ressonância paramétrica.

## 1.4 Processos estocásticos

Um processo estocástico é uma coleção de variáveis aleatórias que, em geral, são utilizados para estudar a evolução de fenômenos (ou sistemas) que são observados

ao longo do tempo. Assim, ao invés de descrevermos o sistema de equações determinísticas (como por exemplo, as equações diferenciais ordinárias), em que dada uma condição inicial, conhecemos toda a evolução do sistema, vamos utilizar processos estocásticos, para o qual, dada uma condição inicial, temos diversas trajetórias possíveis para a evolução do sistema, que se dão através de mecanismos aleatórios.

Seja  $X(t, \xi)$  uma variável aleatória, onde  $\xi$  pertence a  $S$ , e  $S$  é um espaço de amostragem; e  $t$  é uma variável temporal. Ao conjunto dos possíveis resultados de  $X(t, \xi)$  pode-se chamar de processo aleatório ou estocástico. Ver Figura 1.5.



**Figura 1.5 Resultados de um processo aleatório  $X(t, \xi)$  (Ynoguti, 2011).**

Uma vez que um processo estocástico é um conjunto de variáveis aleatórias, pode definir-se para cada uma das suas variáveis ou para cada par das suas variáveis os seguintes conjuntos de parâmetros: média, autocorrelação e variância.

Duas propriedades estatísticas são importantes na análise dos processos estocásticos. Estas são: a estacionariedade e ergodicidade.

### 1.4.1 Processos estacionários

Um processo estocástico é estacionário se suas propriedades estatísticas são invariantes a qualquer translação da origem dos tempos. Isto significa que os processos  $X(t)$  e  $X(t+c)$  têm as mesmas estatísticas qualquer seja  $c$ .

Um processo pode não ser estacionário no sentido estrito, mas pode ainda apresentar estacionariedade para as estatísticas de primeira e segunda ordem. Quando isto acontece, temos um processo estocástico estacionário no sentido amplo.

#### 1.4.1.1 Processo estacionário de 1ª ordem

Diz-se que um processo estacionário é de 1ª ordem se sua função de densidade de probabilidade não muda com o tempo. Ver equação (1.1).

$$f_x(x, t) = f_x(x, t + c) \quad (1.1)$$

Isto é válido para qualquer valor de  $t$  e  $c$ . Assim temos que  $f_x(x, t) = f_x(x, t+c)$  é independente do tempo. Daqui resulta que a média temporal do processo é constante.

$$E[X(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_x(x) dx = \mu = \text{constante} \quad (1.2)$$

#### 1.4.1.2 Processo estacionário de 2ª ordem

De modo análogo, se diz que um processo estocástico é estacionário de 2ª ordem se sua função de densidade de probabilidade conjunta bidimensional satisfaz para todos os  $t_1, t_2$  e  $c$  a seguinte igualdade:

$$f_x(x_1, x_2, t_1, t_2) = f_x(x_1, x_2, t_1 + c, t_2 + c) \quad (1.3)$$

A expressão anterior é só apenas dependente da diferença do tempo  $t_2 - t_1 = \tau$ .

Neste caso a função de autocorrelação só depende de  $\tau$  e, portanto:

$$R_{xx}(t_1, t_2) = R_{xx}(t_1, t_1 + \tau) = E[X(t_1)X(t_1 + \tau)] = R_{xx}(\tau) \quad (1.4)$$

## 1.4.2 Ergodicidade

Com o definido até agora nós poderemos definir a média de um conjunto de um processo estocástico. Mas também poderemos definir as médias temporais para cada função amostra como se apresenta abaixo:

$$\overline{x(t)} = \bar{x} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt \quad (1.5)$$

Similarmente, poderemos definir a função de autocorrelação temporal para cada amostra:

$$\mathcal{R}_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cdot x(t + \tau) dt \quad (1.6)$$

Diz-se que um processo é ergodico se a média do conjunto de amostras ( $R_{xx}$ , definido em (1.4)) é igual à média temporal de qualquer função-amostra ( $\mathcal{R}_{xx}$ , definido em (1.6)). Analogamente acontece com a autocorrelação. Então, temos:

$$E[X(t)] = \bar{x}$$

$$R_{xx}(\tau) = \mathcal{R}_{xx}(\tau)$$

(1.7)

Pelo fato de uma média temporal não poder ser uma função do tempo, é evidente que um processo ergódico é necessariamente um processo estacionário, mas o inverso não é verdadeiro. Na Figura 1.6 tem-se um diagrama com a classificação dos processos estocásticos quanto à estacionariedade e ergodicidade.



**Figura 1.6 Classificação dos processos estocásticos (Guimarães, 2007).**

É difícil testar se um processo é ergódico ou não, pois precisamos testar as médias de conjunto e temporais para todas as ordens possíveis. Na prática, muitos dos processos estacionários são usualmente ergódicos com relação à média e à função de autocorrelação.

A noção de ergodicidade é de muita importância, já que se sabemos que um processo é ergódico basta determinar as estatísticas de uma dada função-amostra e tomá-las como representativas para o conjunto.

## **1.5 Estado da arte**

As plataformas tipo TLP são consideradas uma opção muito vantajosa sempre que se objetive uma minimização dos movimentos verticais. Por isso é de muita importância seu estudo.

Um dos primeiros estudos do comportamento hidrodinâmico das plataformas tipo TLP foi feito por Denise e Heaf (1979). O objetivo era determinar o movimento da estrutura sob a ação das ondas e calcular as forças nas pernas de amarração. Eles desenvolveram dois modelos matemáticos complementares para estudar o comportamento da TLP. O primeiro modelo, baseado na teoria linear de difração-radiação. Com ele os operadores de amplitude de resposta são obtidos para os movimentos e as trações da linha de amarração em uma gama de períodos de onda e direções. A importância dos termos de acoplamento devido aos componentes de inércia, amortecimento e rigidez da amarração é mostrada. As limitações da análise linear convencional são descritas. O segundo modelo apresenta uma simulação não linear

entregando a resposta diretamente no domínio do tempo em seis graus de liberdade. Nesta nova análise obtêm-se aumentos significativos nos movimentos e tensões na linha de amarração.

Diferente ao trabalho anterior, o qual considerava onda senoidal (Airy), no trabalho de Faltinsen (1993) são discutidas cargas de ondas não lineares de alta frequência e baixa frequência em estruturas offshore de grande volume. As cargas de alta frequência podem causar o springing e ringing na TLP. As cargas de baixa frequência causam importantes oscilações de deriva lenta e para uma estrutura de grande volume com pequena área de plano de flotação causa também variando lentamente as oscilações de inclinação, oscilação e rotação. Modelos matemáticos para movimentos de deriva lenta de sistemas de produção flutuantes são discutidos e pontos fracos são ressaltados. Uma fonte principal de erro é devido ao amortecimento. As cargas hidrodinâmicas nos risers também são discutidas.

Depois deles têm-se outros trabalhos com a tentativa de explicar as respostas e efeitos predominantes das plataformas tipo TLP.

Tudo isto no cenário internacional. Já no cenário nacional, a Petrobras encomendou ao instituto NMRI (National Maritime Research Institute- Japão), em 2008, a realização de ensaios de um sistema formado pelas plataformas TLWP e o FPSO, estes acoplados por dois cabos de conexão. Os ensaios realizados em ondas regulares mostraram que para uma faixa de períodos e altura de onda a TWLP apresenta movimentos instáveis para o movimento de yaw. Já nos ensaios em ondas irregulares, o sistema não apresentou movimentos consideráveis nos deslocamentos de surge e yaw da TLWP e sim no deslocamento de sway, isto devido à incidência da onda, mas não é prejudicial para a operação. Já no FPSO se teve amplitudes de oscilação consideráveis em ROLL, mas não tão intensos a ponto de afetar a operação.

Continuando com os estudos realizados no NMRI, Cruz (2010) apresenta um modelo numérico não linear (no amortecimento) acoplado e sujeito a ondas regulares, o qual consegue simular a dinâmica observada no ensaio da TLWP acoplada com a FPSO. Conseguiu reproduzir em grande parte os resultados obtidos experimentalmente

em termos de amplitudes, períodos e correlações, com algumas ressalvas para a faixa de frequências nas quais acontecem os grandes movimentos de yaw.

Com a tentativa de entender melhor os fenômenos observados em ondas regulares no NMRI, Rivera (2012) continuou analisando o trabalho de Cruz (2010), fornecendo ferramentas que explicam os movimentos instáveis do movimento de yaw da TLWP. Conseguiu uma boa reprodução dos movimentos, além de captar as transferências de energia entre os modos de sway e yaw. Também conseguiu reproduzir mapas de estabilidades indicando as faixas de período e amplitude de onda onde a TLWP apresenta movimentos instáveis. O presente trabalho continuará a análise do sistema estudado anteriormente. Mas na presente investigação vamos estudar a resposta das plataformas em mar irregular de través e verificar as ergodicidades das respostas.

Existem numerosos estudos sobre ressonância paramétrica em navios, especificamente do roll paramétrico, vide Neves e Rodríguez (2005, 2006a, 2006b, 2007). Estes numerosos aportes são de grande importância para nosso estudo. A seguir apresenta-se três trabalhos de grande importância para esta pesquisa, sem restar importância aos outros trabalhos de ressonância que não são apresentados nesta dissertação.

Rodríguez (2004) desenvolveu um modelo analítico não linear de terceira ordem para estudar a ressonância paramétrica em navios. Nele são apresentadas as equações de movimentos acoplados de três graus de liberdade, isto é, em heave, roll e pitch, e não linearidades no amortecimento do roll. Este modelo consegue explicar analiticamente fenômenos observados em testes experimentais e numéricos, o que modelos de segunda ordem não conseguem reproduzir de forma exata. Uma de essas características são a rigidez adicional e a existência de super-harmônicos.

Rodríguez (2010) em base à teoria exposta no seu trabalho de mestrado, trabalho exposto no parágrafo anterior, estendeu a análise para um modelo de 6 graus de liberdade, incluindo os modos horizontais de forma linear. Além disso, adicionou mais uma metodologia para determinar os coeficientes de restauração. Para validar o modelo proposto foram analisados numericamente e experimentalmente três navios de diferentes tamanhos (pequeno, mediano e um de maior tamanho) e uma plataforma tipo

SPAR, deixando em evidencia a potencialidade desse modelo para reproduzir a dinâmica dos corpos em ondas, tendo em conta algumas considerações no análise para cada tipo de corpo flutuante. Ademais no trabalho ficou evidente o caráter não ergódico do roll paramétrico.

Rodríguez et al. (2016) elabora um algoritmo no domínio do tempo para avaliar o roll paramétrico em mar irregular. Este modelo considera o acoplamento não linear entre heave, roll e pitch. A metodologia proposta é baseada no método do painel 3D, no qual as forças hidrostáticas e da onda induzida são determinadas na atual superfície do corpo. A metodologia proposta é aplicada a um navio porta contentor em mar de proa. Apesar de algumas simplificações nas equações de movimento o modelo não linear é capaz de refletir as não ergodicidades do roll paramétrico. Ao mesmo tempo mostra as respostas fracamente ergódicas em heave e pitch.

## 1.6 Caso analisado

O sistema aqui estudado é formado pelas plataformas TLWP e o FPSO. Elas devem manter a distância de modo que possam operar de forma segura e permitir o transbordo de óleo da TLWP para o FPSO. Para manter a distância entre elas se fez uso de duas linhas de amarração para a TLWP, quatro linhas de amarração para o FPSO e dois cabos de conexão entre elas. Vide Figura 1.7 e 1.8. As características do FPSO são apresentadas na Tabela 1.1 e as da TLWP na Tabela 1.2.

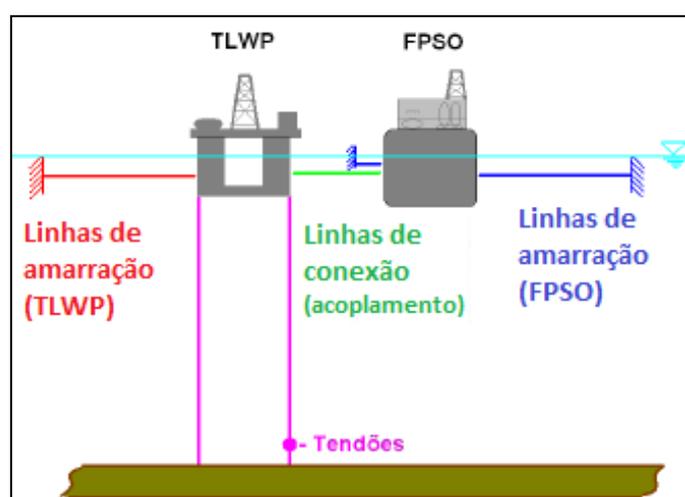


Figura 1.7 Configuração do sistema, vista lateral (Cruz, 2010)

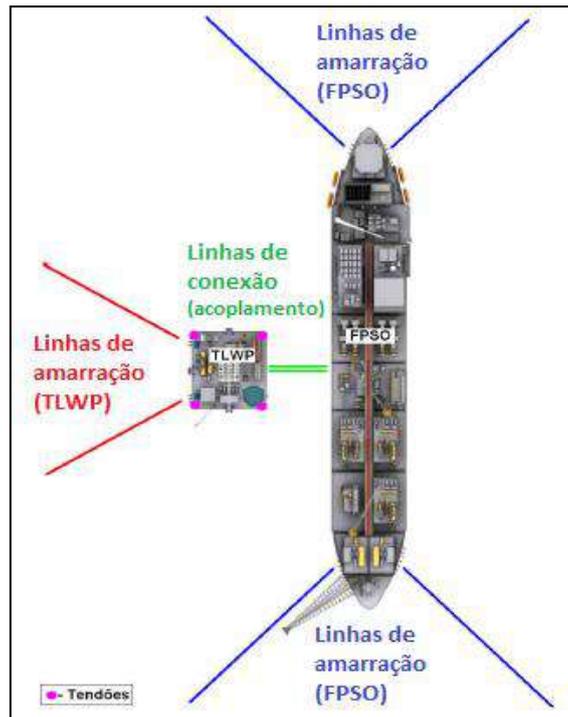


Figura 1.8 Configuração do sistema, vista superior (Cruz, 2010)

Tabela 1.1 Característica do FPSO

| <b>Escala (1:100)</b>                                 | <b>Real</b> |
|---|-------------|
| L: Comprimento Total (m)                              | 303.4       |
| Lpp: Comprimento entre perpendiculares (m)            | 297.0       |
| B: Boca (m)   | 53.8        |
| H: Pontal (m)   | 27.5        |
| D: Calado (m)   | 19.3        |
| Deslocamento (ton)                                    | 232000      |
| Deslocamento (m <sup>3</sup> )                        | 232000      |
| LCG: Posição longitudinal do centro de gravidade (m)* | 7.5         |
| TCG: Posição transversal do centro de gravidade (m)*  | 0.0         |
| VCG: Posição vertical do centro de gravidade (m)*     | 14.7        |
| GMt: Altura metacêntrica transversal (m)              | 11.8        |
| GMI: Altura metacêntrica longitudinal (m)             | 365.4       |
| Rxx: Raio de giração longitudinal (m)**               | 15.3        |
| Ryy: Raio de giração transversal (m)**                | 68.0        |
| Rzz: Raio de giração vertical (m)**                   | 65.2        |
| Tn33 (s): Período de afundamento (heave)              | 11.70       |
| Tn44 (s): Período de jogo (roll)                      | 10.20       |
| Tn55 (s): Período de arfagem (pitch)                  | 10.70       |

\*Referência: quilha à meia nau X positivo na proa e Z para cima

\*\*Referência: CG da unidade

**Tabela 1.2 Característica da TLWP**

| <b>Escala (1:100)</b>                                 | <b>Real</b> |
|---|-------------|
| L: Comprimento (m)                                    | 55.0        |
| B: Boca (m)   | 55.0        |
| H: Pontal (m)   | 39.3        |
| D: Calado (m)   | 25.0        |
| Dc: Diâmetro das colunas (m)                          | 17.0        |
| Hp: Altura do pontoon (m)                             | 10.0        |
| Lp: Largura do pontoon (m)                            | 10.0        |
| Deslocamento (ton)                                    | 20000       |
| Deslocamento (m <sup>3</sup> )                        | 32000       |
| Pré-tração (kN)                                       | 127000      |
| LCG: Posição longitudinal do centro de gravidade (m)* | 0.0         |
| TCG: Posição transversal do centro de gravidade (m)*  | -0.9        |
| VCG: Posição vertical do centro de gravidade (m)*     | 31.4        |
| Rxx: Raio de giração longitudinal (m)**               | 22.7        |
| Ryy: Raio de giração transversal (m)**                | 22.4        |
| Rzz: Raio de giração vertical (m)**                   | 20.0        |

\*Referência: quilha à meia nau X positivo na proa e Z para cima

\*\*Referência: CG da unidade

A Figura 1.9 ilustra as amarrações horizontais da FPSO (M1 a M4), os tendões (T1 a T4) e as amarrações horizontais da TLWP (M5 e M6) e as duas linhas de conexão (M7 e M8) entre as plataformas. As características e orientações das amarrações estão indicadas na Tabela 1.3.

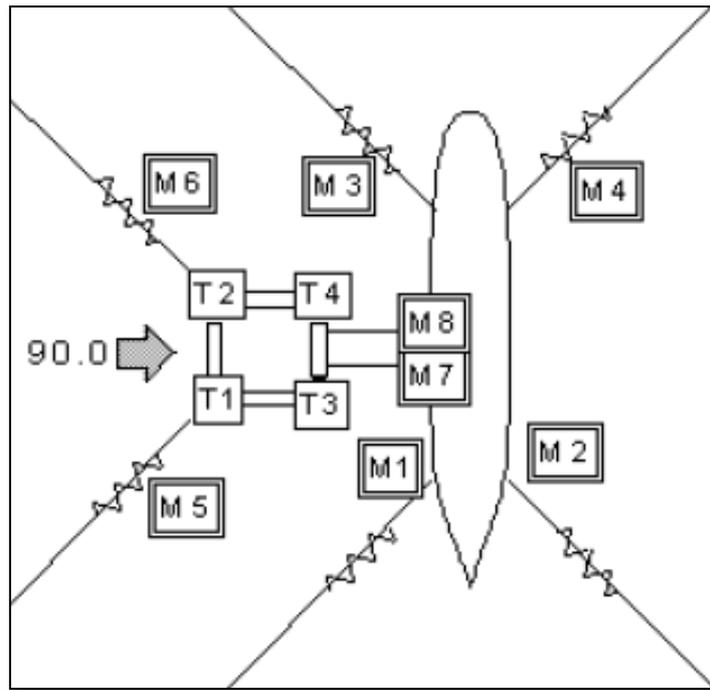


Figura 1.9 Arranjo das amarrações do sistema. Maeda et al. (2008)

Tabela 1.3 Características das amarrações

| Linha     | Unidade | Ângulo  | Escala Real |               |
|-----------|---------|---------|-------------|---------------|
|           |         |         | Pré-tração  | Rigidez axial |
|           |         | [°]     | [kN]        | [kN/m]        |
| M1        | FPSO    | 314     | 10000       | 111,5         |
| M2        | FPSO    | 51      | 17000       | 223,0         |
| M3        | FPSO    | 226     | 10000       | 111,5         |
| M4        | FPSO    | 129     | 17000       | 223,0         |
| M5        | TLWP    | 292     | 6500        | 130,0         |
| M6        | TLWP    | 248     | 6500        | 130,0         |
| M7 e M8   | Conexão | Transv. | 6000        | 15813         |
| T1 até T4 | TLWP    | -       | 31750       | 33370         |

\*Ângulo local a partir da proa (x+) com orientação vertical positiva (z+)

Para o sistema definido anteriormente realizaram-se ensaios com modelos reduzidos (escala 1:100), em ondas regulares e irregulares, no NMRI (National Maritime Research Institute- Japão), Maeda et al. (2008). Os resultados obtidos em ondas regulares foram analisados por Rivera (2012) no seu trabalho de dissertação. Ele consegue desenvolver um código que é capaz de reproduzir com boa precisão os fenômenos observados nos teste, além de conseguir as repostas das plataformas para

outras combinações de períodos e alturas de onda. O foco de estudo será os ensaios em ondas irregulares (mar extremo), mas sem desconsiderar os efeitos observados em ondas regulares. Para os testes de mar extremo se realizou um ensaio para cada ângulo de incidência. Ver Figura 1.11. O espectro de mar utilizado é do tipo JONSWAP, cuja altura significativa e período de pico igual a 0.078m e 1.556 segundos (Na escala real esses valores são 7.8m e 15.56 segundos), respectivamente. Ver Tabela 1.4 e Figura 1.10.

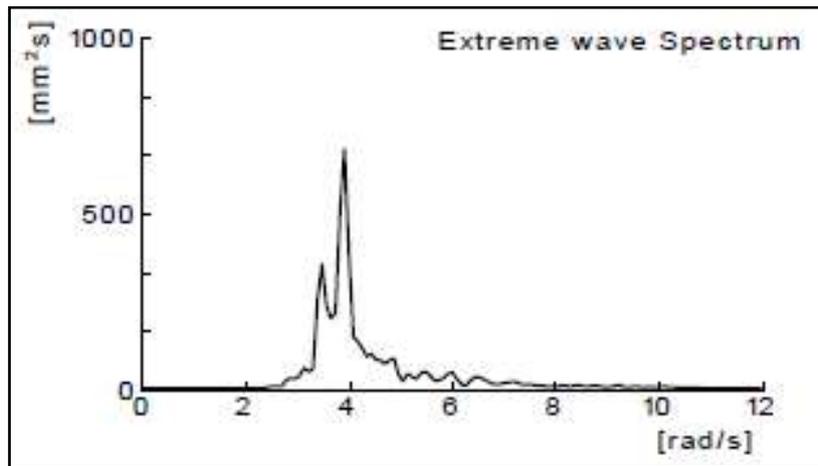


Figura 1.10 Espectro experimental medido – Mar irregular. Maeda et al. (2008)

Tabela 1.4 Condições ensaiadas. Maeda et al. (2008)

| $\chi$ :<br>Ângulo de incidência [°] | Modelo    |                | Protótipo |               |
|--------------------------------------|-----------|----------------|-----------|---------------|
|                                      | $T_p$ (s) | $H_{1/3}$ (mm) | $T_p$ (s) | $H_{1/3}$ (m) |
| -90                                  | 1.56      | 78             | 15.6      | 7.8           |
| -60                                  |           |                |           |               |
| -30                                  |           |                |           |               |
| 0                                    |           |                |           |               |
| +30                                  |           |                |           |               |
| +60                                  |           |                |           |               |
| +90                                  |           |                |           |               |

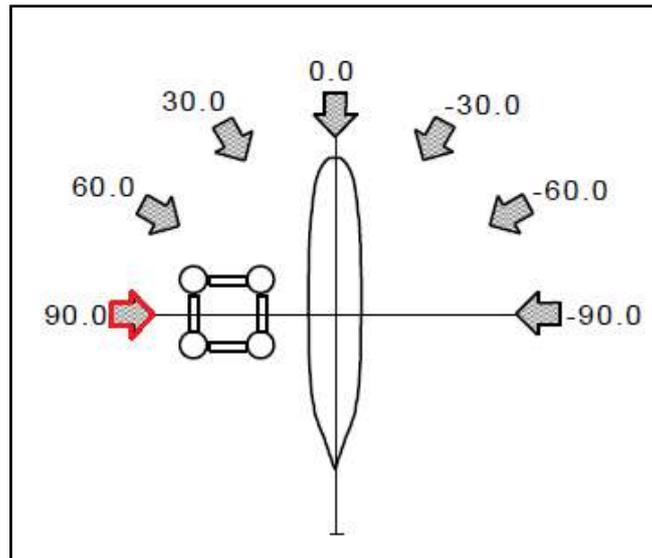


Figura 1.11 Direção de incidência da onda. Maeda et al. (2008)

Para as condições mencionadas anteriormente, foram determinados os desvios padrão dos movimentos angulares das plataformas, para cada ângulo de incidência das ondas irregulares. Vide Figura 1.12 e 1.13. Nelas pode-se perceber que a FPSO exibe movimentos consideráveis de roll para ondas de través (+90° e -90°), por tanto vamos limitar nosso estudo para ondas de través (+90°), que é o caso mais crítico.

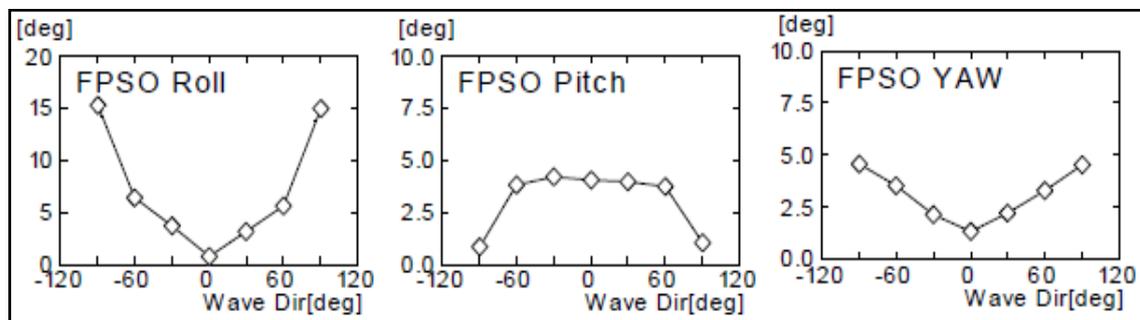


Figura 1.12 Desvio padrão das respostas experimentais por direção da onda- FPSO (Maeda, 2008).

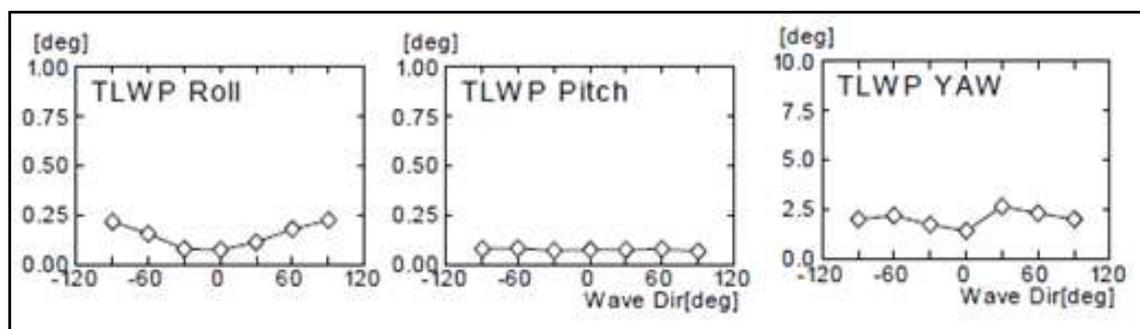


Figura 1.13 Desvio padrão das respostas experimentais por direção da onda- TLWP (Maeda, 2008).

## **1.7 Objetivos e Conteúdo da tese**

Os trabalhos realizados por Cruz (2010) e Rivera (2012), feitos em ondas regulares, conseguiram reproduzir em boa parte os fenômenos observados nos ensaios experimentais em mar regular, além de explicar as razões pelas quais se produzem os movimentos ressonantes e mapear e quantificar as instabilidades do movimento.

Devido aos resultados obtidos para ondas irregulares, onde o sistema não apresenta amplificações em suas respostas, e ao pouco número de realizações de testes é que se decide analisar os estudos feitos no NMRI. Para isto, elabora-se um código numérico para mar irregular, baseado no modelo matemático desenvolvido pelos autores mencionados no parágrafo anterior e na metodologia de Rodriguez (2016) para mar irregular. Este código deve ser capaz de reproduzir os movimentos de repostas das plataformas e verificar as suas ergodicidades. Para verificar este último, realizaremos a quantidade necessária de simulações numéricas até determinar um CASO parecido com o obtido no NMRI. Finalmente se determinará os espectros de resposta para os modos da TLWP, de cada realização, e se analisará as ergodicidades destas.

## **CAPÍTULO:**

### **2. MODELO MATEMÁTICO**

Neste capítulo se apresenta a equação matemática que governa o sistema dos dois corpos acoplados. O modelo matemático para ondas regulares é o mesmo desenvolvido por Rivera (2012). Será fundamentalmente repetido aqui para fins de dar unicidade ao desenvolvimento matemático. Em princípio, trata-se de um sistema não linear de 12 graus de liberdade, que logo será reduzido a um de 7 graus, as justificações estão contidas neste capítulo. O modelo considera termos não lineares no amortecimento e nas restaurações. As restaurações são expandidas até a 3ª ordem, fazendo uso das Séries de Taylor. Também se descreve como são obtidas todas as variáveis que compõem as equações do movimento. Mas antes de descrever o mencionado anteriormente se definirá as metodologias de análise que podem ser aplicadas para estes tipos de unidades flutuantes, o qual pode ser acoplada o desacoplada, sendo este último utilizado no desenvolvimento das equações.

#### **2.1 Metodologias de análise acoplada e desacoplada**

Para uma correta representação dos movimentos das unidades flutuantes devem-se considerar todos os efeitos, incluindo as não lineares, de que cada uma das partes que compõem o sistema, como por exemplo: Para a TLP, seus tendões e risers rígidos; para FPSO, suas linhas de amarrações e risers; etc. A seguir apresentam-se os métodos de análise acoplada e desacoplada, sendo o mais tradicional a metodologia desacoplada.

##### **2.1.1 Análise acoplada**

Numa análise acoplada o sistema completo de equações da unidade flutuante, assim como das linhas de ancoragem, amarrações e/ou risers é resolvido simultaneamente por meio de uma análise não-linear no domínio do tempo. Nesta

análise, cada deslocamento do casco é aplicado no topo da linha de ancoragem, amarrações ou risers, para esse novo deslocamento é determinado as forças, usando elementos finitos, no topo de cada um desses elementos, para o calculo dessas forças se tem em conta as cargas de onda, o peso delas, as correntezas, o amortecimento, etc. Essas forças são aplicadas como forças externas à unidade flutuante e novamente determina-se o novo deslocamento da unidade e este novo deslocamento aplica-se às linhas de ancoragem ou e/ou outros elementos para determinar as forças no topo e ser inseridas novamente na unidade flutuante e assim para cada instante do tempo.

### **2.1.2 Análise desacoplada**

Esta análise é a mais tradicional, porém menos sofisticado que a análise acoplada, onde os movimentos da unidade flutuante e seus efeitos nas linhas de ancoragem, amarrações e/ou risers são analisados, separadamente, em duas etapas, conforme:

- 1) Simulação dos movimentos da unidade flutuante;
- 2) Análise dinâmica das linhas de ancoragem, amarrações e/ou risers aplicando-se os movimentos calculados na etapa 1 nos pontos de conexão das linhas de ancoragem / risers.

Em uma análise desacoplada os efeitos das linhas de ancoragem, amarrações e/ou risers são considerados quase-estaticamente por meio de molas não-lineares, isto é, forças de restauração quase-estáticas nas equações de movimento da unidade flutuante. Todos os outros efeitos acoplados, como a contribuição do amortecimento e cargas de correnteza nas linhas de ancoragem, amarrações e/ou risers, são considerados na análise baseados em avaliações separadas (Brandão, 2008). Este tipo de análise precisa de menor tempo computacional que a análise acoplada, mas as simplificações para alguns sistema pode conduzir para resultados não validos.

O arranjo das plataformas foi mostrado na Figura 1.7 e 1.8, nelas pode-se apreciar que as linhas de amarrações e os cabos de conexões encontram-se fora da água, além disso, nos testes não foram considerados nenhum tipo de risers, pelo qual, este tipo de análise será aplicado no estudo das plataformas.

## 2.2 Sistema de referências

O sistema está composto por dois corpos acoplados, um deles é a plataforma do tipo TLWP, posicionada ao lado do FPSO (a 50 metros de distância na escala real). Para facilitar a solução da equação de movimento se faz uso de dois sistemas de referências inerciais, um para cada corpo, ambos considerados para águas calmas e fixo no espaço. O primeiro tem como origem o ponto C, localizado no centro geométrico do plano de flutuação da TLWP, e eixos x, y e z. O segundo tem como origem o ponto C1, localizado no centro de gravidade do FPSO, e eixos x1, y1 e z1. Os eixos dos movimentos de heave, surge e sway, de ambos sistemas, são paralelos e no mesmo sentido; sendo o eixo de heave positivo para cima, o de surge positivo para proa e o de sway para o bombordo. Na Figura 2.1 pode-se observar o esquema dos sistemas de referências.

O centro de gravidade da plataforma TLWP está localizado em  $y_G = -0.9\text{m}$ , inserindo assimetria inercial na estrutura e acoplamentos entre os modos horizontais de surge e yaw desta plataforma.

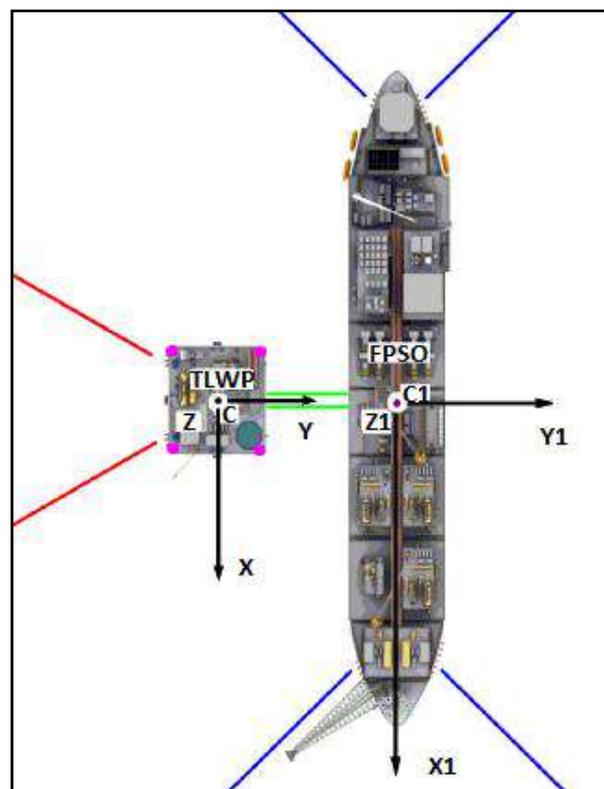


Figura 2.1 Sistemas de referência da TLWP e FPSO. (Rivera 2012)

### 2.3 Equação de movimento de 12 graus de liberdade

A equação que representa o movimento dinâmico do sistema está formada por termos lineares e não lineares, apresentados na forma vetorial, conforme a Eq (2.1) abaixo. O segundo termo considera o amortecimento não linear, devido aos efeitos viscosos e os efeitos devido às linhas de amarrações e conexão. Em princípio o sistema tem 12 graus de liberdade e o seguinte formato:

$$(\tilde{M} + \tilde{A})\vec{s} + \tilde{B}_L\dot{\vec{s}} + \tilde{B}_{NL}(\dot{\vec{s}}) + \vec{C}_r(\vec{s}, \zeta) = \vec{C}_{ext-w}(t) \quad (2.1)$$

onde:

- $\tilde{M}$ : é uma matriz 12x12 que descreve as características inerciais dos dois cascos.
- $\tilde{A}$ : também é uma matriz 12x12 que descreve as reações hidrodinâmicas lineares dependentes das acelerações das plataformas. Seus elementos correspondem às chamadas massas adicionais.
- $\tilde{B}_L$ : matriz 12x12 que descreve as reações hidrodinâmicas lineares dependentes das velocidades das plataformas. É também conhecida como matriz dos amortecimentos lineares.
- $\tilde{B}_{NL}$ : também é uma matriz 12x12 que descreve as reações hidrodinâmicas não lineares dissipativas, devidas a efeitos viscosos, dependentes das velocidades das plataformas.
- $\vec{C}_r$ : é um vetor 12x1 que descreve as forças e momentos restaurativos não lineares dependentes dos movimentos relativos entre a plataforma e as amarrações. Ademais, considera o efeito não linear da passagem da onda nos tendões.
- $\vec{C}_{ext-w}(t)$ : é um vetor que representa a excitação externa linear da onda.
- $\vec{s}(t)$ : é o vetor deslocamento.

onde o vetor deslocamento é definido como:

$$\vec{s}(t) = [x_1 \quad y_1 \quad z_1 \quad \phi_1 \quad \theta_1 \quad \psi_1 \quad x \quad y \quad z \quad \phi \quad \theta \quad \psi]^T$$

Este vetor representa os movimentos das plataformas com respeito aos sistemas de referência definidos anteriormente. Os seis primeiros graus de liberdade são do FPSO e os últimos seis da TLWP, tal como está definido na Tabela 2.1.

**Tabela 2.1 Definição dos deslocamentos**

|    |            |   |            |
|----|------------|---|------------|
| x1 | Surge FPSO | x | Surge TLWP |
| y1 | Sway FPSO  | y | Sway TLWP  |
| z1 | Heave FPSO | z | Heave TLWP |
| Ø1 | Roll FPSO  | ø | Roll TLWP  |
| θ1 | Pitch FPSO | θ | Pitch TLWP |
| ψ1 | Yaw FPSO   | ψ | Yaw TLWP   |

#### 2.4 Redução das equações de movimento (sistema 7x7)

Algumas simplificações podem ser consideradas no sistema da Eq (2.1), sem perda de generalidade. Observando-se os resultados experimentais e levando em conta algumas considerações podemos reduzir o sistema anterior a outro de menor grau. Esta redução facilitará a resolução do problema e economizará tempo computacional na obtenção de resultados. A seguir se faz referência das considerações levadas em conta para a redução do sistema de 12 graus de liberdade:

- Os modos verticais da TLWP são praticamente nulos (heave, roll e pitch) pela pré-tensão dos tendões. Assume-se que o plano de flutuação da plataforma permanece na mesma vertical.
- Ao restringir o modelo para ondas de través, os modos de pitch e yaw da FPSO são minimamente excitados pela onda. Ademais, a conexão entre as unidades está próxima ao centro de gravidade longitudinal e ao plano de flutuação da estrutura, levando à não consideração desses deslocamentos. Ver Rivera (2012).
- A partir dos resultados conseguidos nos ensaios, pode-se considerar os movimentos de heave e roll da FPSO desacoplados da linha de conexão e dos

outros modos de oscilação, existindo somente o acoplamento hidrodinâmico entre essa plataforma e os outros modos de oscilação. Ver Rivera (2012).

Com as simplificações dadas anteriormente, a equação fica restrita então para um sistema de sete graus de liberdade:

$$(\tilde{M} + \tilde{A})\vec{s} + \tilde{B}_L\vec{s} + \tilde{B}_{NL}(\vec{s}) + \tilde{C}_r(\vec{s}, \zeta) = \tilde{C}_{ext-w}(t)$$

onde o novo vetor de deslocamento é definido como:

$$\vec{s}(t) = [x_1 \ y_1 \ z_1 \ \theta_1 \ x \ y \ \psi]$$

Onde os quatros primeiros graus de liberdade pertencem ao FPSO e os últimos três à plataforma TLWP. Vide Tabela 2.1.

Onde a matriz de massa inercial do sistema fica definida como:

$$\bar{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} m1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{x1x1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m & 0 & J_{xz} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_{zx} & 0 & J_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

A seguir se define como são obtidos cada uma das variáveis restantes da equação anterior.

#### 2.4.1 Massas adicionais e forças de excitações

$\bar{A}$  agora é uma matriz 7x7 que representa as massas adicionais hidrodinâmicas. Os valores da matriz são obtidos através do programa de difração-radiação WAMIT (2006). A matriz fica definida como:

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} X1_{\ddot{x}1} & X1_{\ddot{y}1} & X1_{\ddot{z}1} & X1_{\ddot{\phi}1} & X1_{\ddot{x}} & X1_{\ddot{y}} & X1_{\ddot{\psi}} \\ Y1_{\ddot{x}1} & Y1_{\ddot{y}1} & Y1_{\ddot{z}1} & Y1_{\ddot{\phi}1} & Y1_{\ddot{x}} & Y1_{\ddot{y}} & Y1_{\ddot{\psi}} \\ Z1_{\ddot{x}1} & Z1_{\ddot{y}1} & Z1_{\ddot{z}1} & Z1_{\ddot{\phi}1} & Z1_{\ddot{x}} & Z1_{\ddot{y}} & Z1_{\ddot{\psi}} \\ K1_{\ddot{x}1} & K1_{\ddot{y}1} & K1_{\ddot{z}1} & K1_{\ddot{\phi}1} & K1_{\ddot{x}} & K1_{\ddot{y}} & K1_{\ddot{\psi}} \\ X_{\ddot{x}1} & X_{\ddot{y}1} & X_{\ddot{z}1} & X_{\ddot{\phi}1} & X_{\ddot{x}} & X_{\ddot{y}} & X_{\ddot{\psi}} \\ Y_{\ddot{x}1} & Y_{\ddot{y}1} & Y_{\ddot{z}1} & Y_{\ddot{\phi}1} & Y_{\ddot{x}} & Y_{\ddot{y}} & Y_{\ddot{\psi}} \\ N_{\ddot{x}1} & N_{\ddot{y}1} & N_{\ddot{z}1} & N_{\ddot{\phi}1} & N_{\ddot{x}} & N_{\ddot{y}} & N_{\ddot{\psi}} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$\vec{C}_{ext-w}(t)$  é um vetor 7x1 que representa a excitação externa da onda linear, composta pelos termos de Froude-Krilov e de difração da onda. Os valores do vetor são também obtidos através do programa de difração-radiação WAMIT (2006). O vetor fica definido como:

$$\bar{\mathbf{C}}_{ext-w}(\mathbf{t}) = \begin{bmatrix} X1_w(t) \\ Y1_w(t) \\ Z1_w(t) \\ K1_w(t) \\ X_w(t) \\ Y_w(t) \\ N_w(t) \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

## 2.4.2 Amortecimento

É composto por duas parcelas. A primeira ( $\mathbf{B}_L$ ), é linear. A segunda ( $\mathbf{B}_{NL}$ ), não linear e representa, como indicado anteriormente, os efeitos viscosos devidos aos movimentos das plataformas.

### 2.4.2.1 Amortecimento linear ( $\mathbf{B}_L$ )

Descrevem as reações hidrodinâmicas lineares dependentes das velocidades das plataformas. Os valores são determinados usando o enfoque da teoria potencial através do programa WAMIT (2006).

$$\bar{B}_L = \begin{bmatrix} X1_{\dot{x}1} & X1_{\dot{y}1} & X1_{\dot{z}1} & X1_{\dot{\phi}1} & X1_{\dot{x}} & X1_{\dot{y}} & X1_{\dot{\psi}} \\ Y1_{\dot{x}1} & Y1_{\dot{y}1} & Y1_{\dot{z}1} & Y1_{\dot{\phi}1} & Y1_{\dot{x}} & Y1_{\dot{y}} & Y1_{\dot{\psi}} \\ Z1_{\dot{x}1} & Z1_{\dot{y}1} & Z1_{\dot{z}1} & Z1_{\dot{\phi}1} & Z1_{\dot{x}} & Z1_{\dot{y}} & Z1_{\dot{\psi}} \\ K1_{\dot{x}1} & K1_{\dot{y}1} & K1_{\dot{z}1} & K1_{\dot{\phi}1} & K1_{\dot{x}} & K1_{\dot{y}} & K1_{\dot{\psi}} \\ X_{\dot{x}1} & X_{\dot{y}1} & X_{\dot{z}1} & X_{\dot{\phi}1} & X_{\dot{x}} & X_{\dot{y}} & X_{\dot{\psi}} \\ Y_{\dot{x}1} & Y_{\dot{y}1} & Y_{\dot{z}1} & Y_{\dot{\phi}1} & Y_{\dot{x}} & Y_{\dot{y}} & Y_{\dot{\psi}} \\ N_{\dot{x}1} & N_{\dot{y}1} & N_{\dot{z}1} & N_{\dot{\phi}1} & N_{\dot{x}} & N_{\dot{y}} & N_{\dot{\psi}} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

#### 2.4.2.2 Amortecimento não linear ( $B_{NL}$ )

Descrevem as reações hidrodinâmicas não lineares, devido aos efeitos viscosos, dependentes das velocidades das plataformas. Para nosso projeto, estes efeitos viscosos serão considerados em 6 graus de liberdade, dos sete, excluindo o movimento em heave do FPSO. Para determinar os valores se faz uso dos termos quadráticos de arrasto da formulação de Morison. A formulação foi aplicada aos tendões, colunas e pontões da TLWP e os movimentos horizontais e roll do FPSO. Estas ações são calculadas tomando em conta a posição instantânea do corpo.

A seguir mostram-se as formulações e considerações empregadas em cada grau de liberdade das plataformas. Estas foram obtidas do trabalho de Rivera (2012). Para maior informação vide Cruz (2010) e Rivera (2012).

##### Colunas da TLWP

Assumindo um deslocamento angular  $\Psi$  com correspondente velocidade de yaw  $\dot{\psi}$  e velocidades lineares  $\dot{x}$  e  $\dot{y}$ , as forças e momentos de arrasto para cada coluna são expressos como:

$$X(\dot{x}, \dot{y}, \dot{\psi}) = -\frac{1}{2} \rho S_c C_{dc} [\dot{x} - \dot{\psi} R \sin(\psi + \beta)] \left\{ \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{\psi}^2 R^2 - 2\dot{\psi} R [\dot{y} \cos(\psi + \beta) - \dot{x} \sin(\psi + \beta)] \right\}^{1/2}$$

$$Y(\dot{x}, \dot{y}, \dot{\psi}) = -\frac{1}{2} \rho S_c C_{dc} [\dot{y} + \dot{\psi} R \cos(\psi + \beta)] \left\{ \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{\psi}^2 R^2 - 2\dot{\psi} R [\dot{y} \cos(\psi + \beta) - \dot{x} \sin(\psi + \beta)] \right\}^{1/2}$$

$$N(\dot{x}, \dot{y}, \dot{\psi}) = -\frac{1}{2} \rho S_c C_{dc} [\dot{\psi} R^2 + \dot{y} R \cos(\psi + \beta) - \dot{x} R \sin(\psi + \beta)] \\ \left\{ \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{\psi}^2 R^2 - 2\dot{\psi} R [\dot{y} \cos(\psi + \beta) - \dot{x} \sin(\psi + \beta)] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (2.6)$$

onde:

$\rho$ : massa específica.

$S_c$ : área representativa.

$C_{dc}$ : coeficiente de arrasto da coluna.

$R$ : distância desde o centro da coluna à origem da unidade.

$\beta = n \frac{\pi}{4}$ : ângulo local do elemento em relação à referência da TLWP.  $n=1,3,5$  e7.

Finalmente, estas são adicionadas para se obter as forças e momento de arrasto total nas colunas.

### Tendões da TLWP

O procedimento é semelhante ao processo anterior. Só que a força ao longo do comprimento do tendão foi integrada, devido a que a velocidade local varia de zero, no fundo marinho, até o máximo na TLWP. Como resultado, a força total em cada tendão fica sendo um terço da força na coluna, Cruz (2010):

$$X(\dot{x}, \dot{y}, \dot{\psi}) = -\frac{1}{6} \rho S_t C_{dt} [\dot{x} - \dot{\psi} R \sin(\psi + \beta)] \\ \left\{ \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{\psi}^2 R^2 - 2\dot{\psi} R [\dot{y} \cos(\psi + \beta) - \dot{x} \sin(\psi + \beta)] \right\}^{\frac{1}{2}} \\ Y(\dot{x}, \dot{y}, \dot{\psi}) = -\frac{1}{6} \rho S_t C_{dt} [\dot{y} + \dot{\psi} R \cos(\psi + \beta)] \\ \left\{ \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{\psi}^2 R^2 - 2\dot{\psi} R [\dot{y} \cos(\psi + \beta) - \dot{x} \sin(\psi + \beta)] \right\}^{\frac{1}{2}} \\ N(\dot{x}, \dot{y}, \dot{\psi}) = -\frac{1}{6} \rho S_t C_{dt} [\dot{\psi} R^2 + \dot{y} R \cos(\psi + \beta) - \dot{x} R \sin(\psi + \beta)] \\ \left\{ \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{\psi}^2 R^2 - 2\dot{\psi} R [\dot{y} \cos(\psi + \beta) - \dot{x} \sin(\psi + \beta)] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (2.7)$$

onde  $C_{dc}$  é o coeficiente de arrasto do tendão,  $S_t$  é a área representativa e as outras variáveis já foram definidas linhas acima.

Finalmente, estas são adicionadas para obter as forças e momento de arrasto total nos tendões.

### Pontões da TLWP

Para facilitar os cálculos de forças e momento não se considera o termo acoplado entre as velocidades linear e angular. Faz-se uso de uma matriz de transformação para transportar as velocidades de translação e as forças de arrasto do sistema local ao global. Assim o momento de arrasto e as forças locais de surge e sway são respectivamente:

$$N(\psi) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\rho S_p L_p^3 C_{dp}}{32} \dot{\psi} |\dot{\psi}|$$

$$X(\dot{x})_{local} = -\rho h L_p C_{dp} \dot{x}_{local} |\dot{x}_{local}|$$

$$Y(\dot{y})_{local} = -\rho h L_p C_{dp} \dot{y}_{local} |\dot{y}_{local}|$$

(2.8)

onde a matriz de transformação é definida como:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{local} \\ \dot{y}_{local} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix}$$

(2.9)

e as forças de arrasto no sistema global como:

$$\begin{bmatrix} X(\dot{x}) \\ Y(\dot{y}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X(\dot{x})_{local} \\ Y(\dot{y})_{local} \end{bmatrix}$$

(2.10)

A variável  $C_{dp}$  é o coeficiente de arrasto do pontão,  $S_p$  é a área representativa e as outras variáveis já foram definidas anteriormente.

## Movimentos horizontais da FPSO

Para o cálculo do amortecimento quadrático da FPSO, os coeficientes de arrasto ( $C_d$ ) foram obtidos experimentalmente através de ensaios do sistema cativo do casco sujeito à ação de corrente. Assim, a força do arrasto é dada, Rivera (2012):

$$X_1(\dot{x}_1) = -0.5\rho SC_d \dot{x}_1 |\dot{x}_1|$$

$$Y_1(\dot{y}_1) = -0.5\rho SC_d \dot{y}_1 |\dot{y}_1|$$

(2.11)

## Movimento de roll da FPSO

Para o amortecimento quadrático, foi considerado um amortecimento linear extra de 1.5% do amortecimento crítico para representar os efeitos viscosos. Esta porcentagem foi obtida ajustando a curva de resposta teórica do roll com a curva experimental de resposta em roll da FPSO quando sujeita à ação de ondas regulares na direção de través [1].

Finalmente, temos a matriz de amortecimento não linear definida como:

$$\bar{B}_{NL} = \begin{bmatrix} X1(\dot{x}_1) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y1(\dot{y}_1) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K1^*(\dot{\phi}_1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X(\dot{x}, \dot{y}, \dot{\psi}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Y(\dot{x}, \dot{y}, \dot{\psi}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N(\dot{x}, \dot{y}, \dot{\psi}) \end{bmatrix}$$

(2.12)

### 2.4.3 Restaurações

Estão compostas por forças e momentos causados por efeitos hidrostáticos e as amarrações individuais. A TLWP só apresenta forças e momentos de restauração devido às amarrações horizontais, linhas de conexão e os tendões, este último considera os

efeitos da passagem da onda. As forças e momentos de restaurações hidrostáticas foram anulados ao desconsiderar-se os movimentos verticais. As forças e momentos de restauração hidrostática na FPSO são considerados lineares. Restaurações horizontais e verticais devidas às amarrações são consideradas não lineares.

Seguindo a numeração mostrada na Figura 1.9 para os cabos e a simbologia mostrada nas Figuras 2.2 e 2.3 para as distâncias e ângulos, prossegue-se à modelação usada por Rivera (2012) para conseguir as equações de forças e momentos de restauração da TLWP e do FPSO. Para maior detalhe vide Rivera (2012).

### 2.4.3.1 Restaurações hidrostáticas e das amarrações da FPSO

Para os coeficientes de restauração dos quatros graus de liberdade da FPSO são considerados os critérios adotados por Rivera (2012), que os considera lineares. E nos modos horizontais consideram-se as contribuições da pré-tensão e a elasticidade da linha de amarração. A constante de rigidez individual para cada cabo e direção de interesse é calculada. Posteriormente, são adicionadas para obter-se a constante de restauração do modo de interesse. As restaurações dos modos verticais estão baseadas no princípio da hidrostática.

Assim, os valores simbólicos dos coeficientes de restauração da plataforma FPSO são:

$$\begin{aligned}
 k_i &= -\left(\frac{T \sin^2 \beta_0}{L} + EA \cos^2 \beta_0\right) \\
 X1_{x1} &= \sum_{i=M1\dots M4} k_{x-i} = -\sum_{i=M1}^{M4} \left(\frac{T \sin^2 \beta_0}{L} + EA \cos^2 \beta_0\right) \\
 Y1_{y1} &= \sum_{i=M1\dots M4} k_{y-i} = -\sum_{i=M1}^{M4} \left(\frac{T \sin^2 \beta_0}{L} + EA \cos^2 \beta_0\right) \\
 Z1_{z1} &= A_{w1} \rho g \\
 K1_{\phi1} &= GM \nabla \rho g
 \end{aligned}
 \tag{2.13}$$

onde:

T: pré-tensão do cabo.

$\beta_0$ : ângulo inicial entre o cabo e a direção de interesse.

EA: rigidez axial do cabo.

L: comprimento inicial do cabo de amarração.

$k_i$ : constante de rigidez individual para cada cabo na direção de interesse.

#### 2.4.3.2 Forças e momento de restauração nos cabos de conexão M7 e M8

Modela-se a ação dos cabos de conexão como arranjados no ensaio com os modelos reduzidos.

Geometria do arranjo:

$B_t = \frac{1}{2} \cdot 55m$       Semi-boca da plataforma TLWP.

$s = 3m$       Separação entre cabo de conexão e eixo y.

$R_t = \sqrt{s^2 + B_t^2}m$       Distância do centro da plataforma ao ponto de conexão.

$\alpha_c = \arctan\left(\frac{s}{B_t}\right)$       Ângulo inicial do cabo de conexão.

$R_f = \frac{1}{2} \cdot 53,8m$       Semi-boca da plataforma FPSO.

$k_c = 15813 \text{ kN/m}$       Constante de rigidez do cabo de conexão.

$d_0 = 50m$       Comprimento inicial do cabo de conexão.

$pt = 6000kN$       Pré- tensão do cabo de conexão.

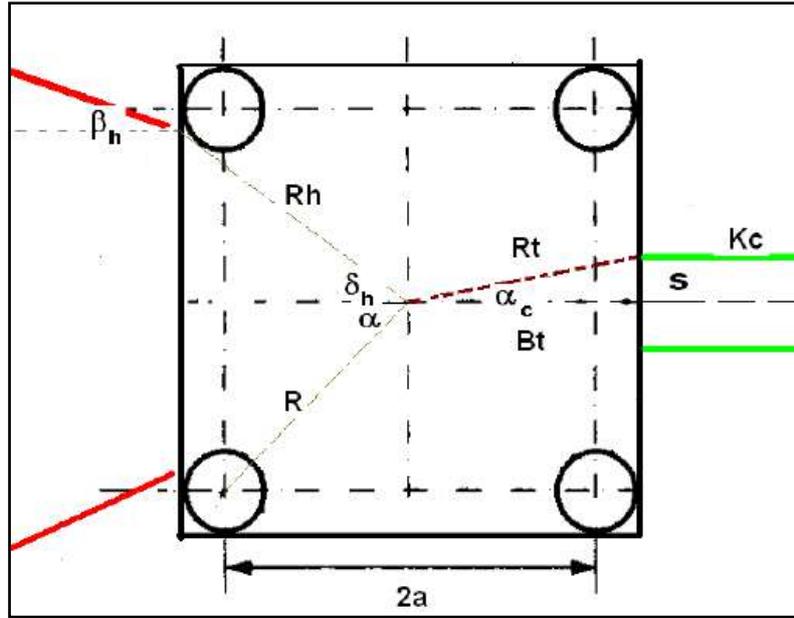


Figura 2.2 Simbologia de distâncias e ângulos na TLWP (Rivera, 2012)

### Força em surge e sway

A força de surge (X) dos cabos de conexão sobre a plataforma TLWP é de igual magnitude, mas oposta à força sobre a FPSO (X1). O mesmo acontece com as forças de sway (Y e Y1). Assim, as forças em surge e sway ficam definidas da seguinte maneira:

$$X = -X_1 \tag{2.14}$$

$$X_1 = X_{1-M7} + X_{1-M8}$$

$$X_{1-M7} = -F_{M7} \cdot \frac{dx_{M7}}{L_{FM7}}$$

$$X_{1-M8} = -F_{M8} \cdot \frac{dx_{M8}}{L_{FM8}}$$

$$\tag{2.15}$$

$$Y = -Y_1$$

$$\tag{2.16}$$

$$Y_1 = Y_{1-M7} + Y_{1-M8}$$

$$Y_{1-M7} = -F_{M7} \cdot \frac{dy_{M7}}{L_{FM7}}$$

$$Y_{1-M8} = -F_{M8} \cdot \frac{dy_{M8}}{L_{FM8}}$$

(2.17)

onde:

$X_{1-M7}$ : tensão em surge no cabo M7.

$X_{1-M8}$ : tensão em surge no cabo M8.

$Y_{1-M7}$ : tensão em sway no cabo M7.

$Y_{1-M8}$ : tensão em sway no cabo M8.

Como os cabos não trabalham em compressão cumpre-se:

$$\text{Se: } F_{M7} < 0 \rightarrow F_{M7} = 0$$

$$\text{Se: } F_{M8} < 0 \rightarrow F_{M8} = 0$$

(2.18)

Para os outros casos a tensão total em cada cabo é a soma da pré-tensão mais a tensão devida à variação do comprimento:

$$F_{M7} = pt + k_c \cdot dL_{M7}$$

$$F_{M8} = pt + k_c \cdot dL_{M8}$$

(2.19)

onde:

$$dL_{M7} = L_{FM7} - d_0$$

$$dL_{M8} = L_{FM8} - d_0$$

(2.20)

$$L_{FM7} = \sqrt{dx_{M7}^2 + dy_{M7}^2 + dz^2}$$

$$L_{FM8} = \sqrt{dx_{M8}^2 + dy_{M8}^2 + dz^2}$$
(2.21)

$$dx_{M7} = x_1 - x + R_t \cdot (\sin(\psi - \alpha_c) + \sin \alpha_c)$$

$$dx_{M8} = x_1 - x + R_t \cdot (\sin(\psi + \alpha_c) - \sin \alpha_c)$$
(2.22)

$$dy_{M7} = d_0 + y_1 - y + R_t \cdot (\cos \alpha_c - \cos(\psi - \alpha_c))$$

$$dy_{M8} = d_0 + y_1 - y + R_t \cdot (\cos \alpha_c - \cos(\psi + \alpha_c))$$
(2.23)

e em heave, dado que não se considera o pitch da FPSO, a variação é única para os dois cabos:

$$dz = z_1 - R_f \cdot \sin(\phi_1)$$
(2.24)

onde:

$dL_{M7}$  e  $dL_{M8}$ : variação do comprimento de cada cabo de conexão.

$L_{FM7}$  e  $L_{FM8}$ : comprimento final de cada de conexão.

$dx_{M7}$  e  $dx_{M8}$ : variação do comprimento em surge de cada cabo de conexão.

$dy_{M7}$  e  $dy_{M8}$ : variação do comprimento em sway de cada cabo de conexão.

## Momento em yaw

Seja  $N$  a resultante dos momentos produzidos nos cabos M7 e M8 para deslocamentos positivos em surge e sway e um giro positivo em yaw:

$$N = N_{M7} + N_{M8}$$

$$N_{M7} = -R_t \cdot F_{M7} \cdot \left( \frac{dx_{M7}}{L_{FM7}} \cdot \cos(\psi - \alpha_c) + \frac{dy_{M7}}{L_{FM7}} \cdot \sin(\psi - \alpha_c) \right)$$

$$N_{M8} = -R_t \cdot F_{M8} \cdot \left( \frac{dx_{M8}}{L_{FM8}} \cdot \cos(\psi + \alpha_c) + \frac{dy_{M8}}{L_{FM8}} \cdot \sin(\psi + \alpha_c) \right)$$

(2.25)

onde:

$N_{M7}$ : momento produzido no cabo M7.

$N_{M8}$ : momento produzido no cabo M8.

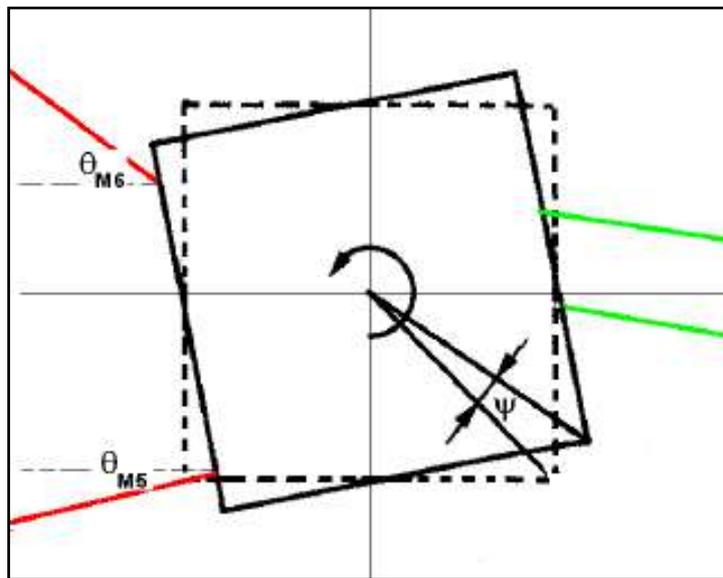


Figura 2.3 Simbologia de ângulo na TLWP (Rivera, 2012)

### 2.4.3.3 Forças e momento de restauração da amarração oblíqua da TLWP

A modelação segue os critérios feitos pelo Rivera (2012). Isto é, considerando-se pré-tensões, ângulos e distâncias iniciais correspondentes ao sistema no equilíbrio. As expressões de forças e momento estão derivadas considerando-se um deslocamento positivo em surge e sway, e um giro anti-horário positivo em yaw.

Geometria do arranjo:

$R_h = 33.9m$  Distância do centro da plataforma ao ponto de amarração.

$L_{0M5} = L_{0M6} = 750m$  Comprimento inicial do cabo M5 e cabo M6.

$T_{0M5} = T_{0M6} = 65000kN$  Tensão inicial do cabo M5 e cabo M6.

$k_h = 130kN/m$  Constante de rigidez do cabo de amarração.

$\delta_h = 0.6323 rad$  Ângulo inicial do centro ao ponto de amarração

$\beta_h = 0.3840 rad$  Ângulo inicial do cabo de amarração com o eixo y

A tensão total de cada cabo de amarração é a soma da pré-tensão mais a tensão devida à variação de comprimento:

$$T_{M5} = T_{0M5} + k_h \cdot dL_{M5}$$

$$T_{M6} = T_{0M6} + k_h \cdot dL_{M6}$$

(2.26)

onde:

$$dL_{M5} = L_{FM5} - L_{0M5}$$

$$dL_{M6} = L_{FM6} - L_{0M6}$$

(2.27)

$$\begin{aligned}
L_{FM5} &= \left\{ [L_{0M5} \cdot \sin \beta_h - x - R_h \cdot (\sin(\delta_h + \psi) - \sin \delta_h)]^2 \right. \\
&\quad \left. + [L_{0M5} \cdot \cos \beta_h + y + R_h \cdot (\cos \delta_h - \cos(\delta_h + \psi))]^2 \right\}^{0.5} \\
L_{FM6} &= \left\{ [L_{0M6} \cdot \sin \beta_h + x + R_h \cdot (\sin \delta_h - \sin(\delta_h - \psi))]^2 \right. \\
&\quad \left. + [L_{0M6} \cdot \cos \beta_h + y + R_h \cdot (\cos \delta_h - \cos(\delta_h - \psi))]^2 \right\}^{0.5}
\end{aligned} \tag{2.28}$$

onde as variáveis são definidas como:

$dL_{M5}$  e  $dL_{M6}$ : Variação de comprimento de cada cabo.

$L_{FM5}$  e  $L_{FM6}$ : Comprimento final de cada linha de amarração.

Ademais os ângulos instantâneos estão em função do deslocamento em surge, sway e do giro em yaw. Ademais, também dependem do comprimento do cabo e ângulos iniciais.

$$\begin{aligned}
\sin \theta_{M5} &= \frac{L_{0M5} \cdot \sin \beta_h - x - R_h \cdot (\sin(\delta_h + \psi) - \sin \delta_h)}{L_{FM5}} \\
\cos \theta_{M5} &= \frac{L_{0M5} \cdot \cos \beta_h + y + R_h \cdot (\cos \delta_h - \cos(\delta_h + \psi))}{L_{FM5}} \\
\sin \theta_{M6} &= \frac{L_{0M6} \cdot \sin \beta_h + x + R_h \cdot (\sin \delta_h - \sin(\delta_h - \psi))}{L_{FM5}} \\
\cos \theta_{M6} &= \frac{L_{0M6} \cdot \cos \beta_h + y + R_h \cdot (\cos \delta_h - \cos(\delta_h - \psi))}{L_{FM5}}
\end{aligned} \tag{2.29}$$

### Força em surge e sway

Para ambas direções a força resultante é a soma das contribuições dos cabos M5 e M6 em surge. Note-se que em surge as pré-tensões são opostas e se estariam anulando, e para sway as pré-tensões estão se adicionando. Assim,

$$X = T_{M5} \cdot \sin \theta_{M5} - T_{M6} \cdot \sin \theta_{M6} \quad (2.30)$$

$$Y = -T_{M5} \cdot \cos \theta_{M5} - T_{M6} \cdot \cos \theta_{M6} + 2T_{0M5} \cdot \cos \beta_h \quad (2.31)$$

### Momento em yaw

O momento total é a soma de momentos produzidos por cada cabo:

$$N = T_{M6} \cdot \cos \theta_{M6} \cdot R_h \cdot \sin(\delta_h - \psi) - T_{M6} \cdot \sin \theta_{M6} \cdot R_h \cdot \cos(\delta_h - \psi) - T_{M5} \cdot \cos \theta_{M5} \cdot R_h \cdot \sin(\delta_h + \psi) + T_{M5} \cdot \sin \theta_{M5} \cdot R_h \cdot \cos(\delta_h + \psi) + 2 T_{0M5} \cdot R_h \cdot (\cos \beta_h \cdot \cos \delta_h + \sin \beta_h \cdot \sin \delta_h) \sin \psi \quad (2.32)$$

#### 2.4.3.4 Forças e momento de restauração dos tendões TLWP

A modelação também segue os procedimentos feitos pelo Rivera (2012), onde forças e momento de restauração são derivados em situação de águas calmas. Assim, a componente vertical da tensão instantânea vai permanecer com o valor da pré-tensão do equilíbrio. Também considera-se as pré-tensões, os ângulos e distâncias iniciais correspondentes ao equilíbrio. As expressões de forças e momento estão derivadas considerando um deslocamento positivo em surge e sway, e um giro anti-horário positivo em yaw.

Geometria do arranjo:

$T_0 = 31570kN$  Pré-tensão dos tendões.

$L_0 = 975m$  Comprimento inicial dos tendões.

$k = 33370kN/m$  Constante de rigidez dos tendões.

$a = 19m$  Semi-distância entre colunas.

$$R = a\sqrt{2}$$

$\alpha = \frac{\pi}{4}$  Ângulo inicial à coluna.

### Força em surge e sway

A força total em surge e sway é a soma das forças produzidas pelos quatro tendões na direção x e y, respectivamente:

$$X = X_{T1} + X_{T2} + X_{T3} + X_{T4} \quad (2.33)$$

$$Y = Y_{T1} + Y_{T2} + Y_{T3} + Y_{T4} \quad (2.34)$$

onde:

$X_{T1}$ ,  $X_{T2}$ ,  $X_{T3}$  e  $X_{T4}$ : São as forças em surge devido ao tendão T1, T2, T3 e T4, respectivamente.

$Y_{T1}$ ,  $Y_{T2}$ ,  $Y_{T3}$  e  $Y_{T4}$ : São as forças em sway devido ao tendão T1, T2, T3 e T4, respectivamente.

A seguir mostram-se as expressões para determinar as forças em surge e sway de cada tendão:

### Componentes das forças do tendão T1

$$X_{T1} = (T_0 + k.dL_{T1}) \frac{dx_{T1}}{L_{FT1}}$$

$$Y_{T1} = (T_0 + k.dL_{T1}) \frac{dy_{T1}}{L_{FT1}}$$

(2.35)

onde:

$$\begin{aligned} dx_{T1} &= x + a\sqrt{2} \cdot (\sin(\alpha + \psi) - \sin \alpha) \\ dy_{T1} &= y + a\sqrt{2} \cdot (\cos \alpha - \cos(\alpha + \psi)) \end{aligned} \tag{2.36}$$

$$L_{FT1} = \sqrt{L_0^2 + dx_{T1}^2 + dy_{T1}^2} \tag{2.37}$$

$$dL_{T1} = L_{FT1} - L_0 \tag{2.38}$$

onde:

$dx_{T1}$  e  $dy_{T1}$ : são as deformações em x e y, respectivamente.

$L_{FT1}$ : comprimento final do tendão T1

$dL_{T1}$ : variação do comprimento do tendão.

### Componentes das forças do tendão T2

$$\begin{aligned} X_{T2} &= (T_0 + k \cdot dL_{T2}) \frac{dx_{T2}}{L_{FT2}} \\ Y_{T2} &= (T_0 + k \cdot dL_{T2}) \frac{dy_{T2}}{L_{FT2}} \end{aligned} \tag{2.39}$$

onde:

$$\begin{aligned} dx_{T2} &= x + a\sqrt{2} \cdot (\sin \alpha - \sin(\alpha - \psi)) \\ dy_{T2} &= y + a\sqrt{2} \cdot (\cos \alpha - \cos(\alpha - \psi)) \end{aligned} \tag{2.40}$$

$$L_{FT2} = \sqrt{L_0^2 + dx_{T2}^2 + dy_{T2}^2} \quad (2.41)$$

$$dL_{T2} = L_{FT2} - L_0 \quad (2.42)$$

onde:

$dx_{T2}$  e  $dy_{T2}$ : são as deformações em x e y, respectivamente.

$L_{FT2}$ : comprimento final do tendão T2

$dL_{T2}$ : variação do comprimento do tendão.

### Componentes das forças do tendão T3

$$X_{T3} = (T_0 + k.dL_{T3}) \frac{dx_{T3}}{L_{FT3}}$$

$$Y_{T3} = (T_0 + k.dL_{T3}) \frac{dy_{T3}}{L_{FT3}} \quad (2.43)$$

onde:

$$dx_{T3} = x + a\sqrt{2} \cdot (\sin \alpha - \sin(\alpha + \psi))$$

$$dy_{T3} = y + a\sqrt{2} \cdot (\cos(\alpha + \psi) - \cos \alpha)$$

(2.44)

$$L_{FT3} = \sqrt{L_0^2 + dx_{T3}^2 + dy_{T3}^2} \quad (2.45)$$

$$dL_{T3} = L_{FT3} - L_0 \quad (2.46)$$

onde:

$dx_{T3}$  e  $dy_{T3}$ : são as deformações em x e y, respectivamente.

$L_{FT3}$ : comprimento final do tendão T3

$dL_{T3}$ : variação do comprimento do tendão.

#### Componentes das forças do tendão T4

$$X_{T4} = (T_0 + k.dL_{T4}) \frac{dx_{T4}}{L_{FT4}}$$

$$Y_{T4} = (T_0 + k.dL_{T4}) \frac{dy_{T4}}{L_{FT4}}$$

(2.47)

onde:

$$dx_{T4} = x + a\sqrt{2} \cdot (\sin(\alpha - \psi) - \sin \alpha)$$

$$dy_{T4} = y + a\sqrt{2} \cdot (\cos(\alpha - \psi) - \cos \alpha)$$

(2.48)

$$L_{FT4} = \sqrt{L_0^2 + dx_{T4}^2 + dy_{T4}^2}$$

(2.49)

$$dL_{T4} = L_{FT4} - L_0$$

(2.50)

onde:

$dx_{T4}$  e  $dy_{T4}$ : são as deformações em x e y, respectivamente.

$L_{FT4}$ : comprimento final do tendão T4

$dL_{T4}$ : variação do comprimento do tendão.

### **Momento em yaw**

O momento total é a soma dos momentos produzidos pelos quatro tendões:

$$N = N_{T1} + N_{T2} + N_{T3} + N_{T4} \quad (2.51)$$

onde:

$N_{T1}$ ,  $N_{T2}$ ,  $N_{T3}$  e  $N_{T4}$ : São os momentos devido ao tendão T1, T2, T3 e T4, respectivamente.

O momento produzido por cada tendão deve-se ao produto da tensão restauradora no eixo x e y pelo seu braço de alavanca R, respectivamente. Ver equação (2.52).

$$\begin{aligned} N_{T1} &= a\sqrt{2} \cdot \sin(\alpha + \psi) \cdot Y_{T1} + a\sqrt{2} \cdot \cos(\alpha + \psi) \cdot X_{T1} \\ N_{T2} &= -a\sqrt{2} \sin(\alpha - \psi) \cdot Y_{T2} + a\sqrt{2} \cos(\alpha - \psi) \cdot X_{T2} \\ N_{T3} &= -a\sqrt{2} \sin(\alpha + \psi) \cdot Y_{T3} - a\sqrt{2} \cos(\alpha + \psi) \cdot X_{T3} \\ N_{T4} &= a\sqrt{2} \cdot \sin(\alpha - \psi) \cdot Y_{T4} - a\sqrt{2} \cdot \cos(\alpha - \psi) \cdot X_{T4} \end{aligned} \quad (2.52)$$

#### **2.4.3.5 Efeito da passagem da onda na tração dos tendões TLWP**

Ao estar o sistema submetido a ondas, a TLWP não só apresenta forças e momentos devido à pré-tensão dos tendões, senão também devido aos efeitos causados pela passagem a onda. A força que estaria suportando cada tendão é definida como:

$$T(t) = T_0 + T_{onda} \quad (2.53)$$

onde  $T_{onda}$  é a contribuição vertical devida à passagem da onda, definida como:

$$T_{onda} = \frac{Z_w(t)}{4} \quad (2.54)$$

onde:

$$Z_w(t) = f_9(w_w) \cdot A_w \cdot \cos(\omega_w t + \gamma_{wz}) \quad (2.55)$$

$Z_{w0}$ : Amplitude da força vertical.

$A_w$ : Amplitude da onda.

$f_9$ : função de transferência em heave.

## 2.5 Restaurações não lineares da TLWP – 3a ordem

As formulações mostradas nos itens 2.4.3.2, 2.4.3.3 e 2.4.3.4 são expandidas, usando o programa MAPLE, em termos de séries de Taylor até terceira ordem, tomadas com respeito à posição de equilíbrio inicial para cada tipo de amarração, e finalmente adicionadas. Dado que os movimentos de interesse são o surge, sway e yaw da TLWP assume-se que a FPSO está fixa na posição de equilíbrio para a avaliação das ações da conexão.

A seguir são mostradas as ações restaurativas não lineares, seguindo uma nomenclatura similar à usada em Neves e Rodríguez (2007).

$$\vec{C}_r(\vec{s}, \zeta) = \vec{C}^{(1)}_{r(s)} + (\vec{C}^{(2)}_{r(s)} + \vec{C}^{(2)}_{\zeta(s)}) + \vec{C}^{(3)}_{r(s)} \quad (2.56)$$

onde supra-índices 1, 2 e 3 referem-se a termos de restauração de primeira, segunda e terceira ordem, respectivamente;

$$X^{(1)}_{r(s)} = X_x x + X_\psi \psi$$

$$Y^{(1)}_{r(s)} = Y_y y$$

$$N^{(1)}_{r(s)} = N_x x + N_\psi \psi$$

(2.57)

$$X^{(3)}_{r(s)} = \frac{1}{6} [X_{xxx} x^3 + 3X_{xx\psi} x^2 \psi + 3X_{yyx} y^2 x + 3X_{yy\psi} y^2 \psi + 3X_{\psi\psi x} \psi^2 x + X_{\psi\psi\psi} \psi^3]$$

$$Y^{(3)}_{r(s)} = \frac{1}{6} [Y_{yyy} y^3 + 3Y_{xxy} x^2 y + 3Y_{\psi\psi y} \psi^2 y + 6Y_{xy\psi} xy \psi]$$

$$N^{(3)}_{r(s)} = \frac{1}{6} [N_{xxx} x^3 + 3N_{xx\psi} x^2 \psi + 3N_{yyx} y^2 x + 3N_{yy\psi} y^2 \psi + 3N_{\psi\psi x} \psi^2 x + N_{\psi\psi\psi} \psi^3]$$

(2.58)

Os efeitos de segunda ordem são compostos de dois termos. O sub-índice ( $\vec{s}$ ) refere-se a deslocamentos, enquanto ( $\zeta$ ) refere-se ao efeito da passagem da onda nos tendões. De acordo com as derivações das Séries de Taylor temos, respectivamente:

$$X^{(2)}_{r(s)} = X_{xy} xy + X_{y\psi} y\psi$$

$$Y^{(2)}_{r(s)} = \frac{1}{2} [Y_{xx} x^2 + 2Y_{x\psi} x\psi + Y_{\psi\psi} y^2 + Y_{\psi\psi} \psi^2]$$

$$N^{(2)}_{r(s)} = N_{xy} xy + N_{y\psi} y\psi$$

(2.59)

$$X^{(2)}_{r(\zeta)} = X_{\zeta x}(t)x$$

$$Y^{(2)}_{r(\zeta)} = Y_{\zeta y}(t)y$$

$$N^{(2)}_{r(\zeta)} = N_{\zeta x}(t)\psi$$

(2.60)

onde  $X_{\zeta x}$ ,  $Y_{\zeta y}$  e  $N_{\zeta \psi}$  são os coeficientes de restaurações de segunda ordem, devido à passagem da onda, e dependem da frequência do mar.

$$X_{\zeta x}(t) = \frac{Z_w(t)}{L_0} \quad Y_{\zeta y}(t) = \frac{Z_w(t)}{L_0} \quad N_{\zeta \psi}(t) = \frac{Z_w(t)2a^2}{L_0} \quad (2.61)$$

e onde  $Z_w(t)$  é a força vertical, devido à passagem de onda, para cada frequência e definida como:

$$Z_w(t) = Z_{w0} \cos(\omega_w t + \gamma_{wz}) \quad (2.62)$$

No apêndice A mostram-se os valores dos coeficientes de restaurações das equações (2.57 - 2.59). Estes valores foram verificados e obtidos do trabalho de Rivera (2012).

## CAPÍTULO:

### 3. METODOLOGIA DE ANÁLISE PARA MAR IRREGULAR

Apresenta-se a metodologia usada para mar irregular. Se utilizará o espectro de mar irregular medido nos ensaios e as funções de transferência, dentro da faixa de frequências estudada, para obter as séries temporais das forças e momentos de excitação nos diferentes graus de liberdade. Também serão obtidas as séries temporais das forças e momentos devido à passagem da onda. Estes procedimentos serão utilizados no capítulo 4 para obter as respostas do sistema.

#### 3.1 Espectro de mar tipo JONSWAP

O estudo do sistema foi feito sobre um espectro de mar do tipo JONSWAP, cuja altura significativa e período pico são iguais a 7.8m e 15.56 segundos, respectivamente. Faz-se uso da formulação (3.1) para determinar o espectro de mar utilizado nos ensaios. Vide Figura 3.1

$$S_{\zeta}(f) = \alpha H^2_{1/3} T_p (T_p f)^{-5} \exp \left\{ -\frac{5}{4} (T_p f)^{-4} \right\} \gamma^A \quad (3.1)$$

onde:

$$\alpha = 0.0624 / (0.23 + 0.036\gamma - 0.185(1.9 + \gamma)^{-1})$$

$$\gamma = 3.3$$

$$A = \exp(-(T_p f - 1)^2 / 2\sigma^2)$$

$$\sigma = \begin{cases} 0.07 & (f \leq 1/T_p) \\ 0.09 & (f > 1/T_p) \end{cases}$$

$H_{1/3}$ : altura significativa

$T_p$ : período de pico do espectro

$f$ : frequência

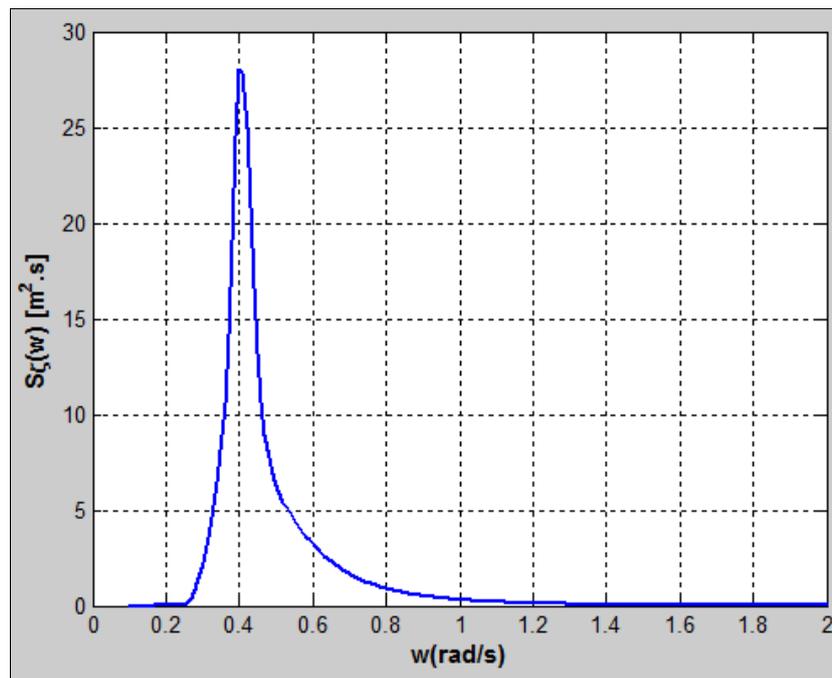


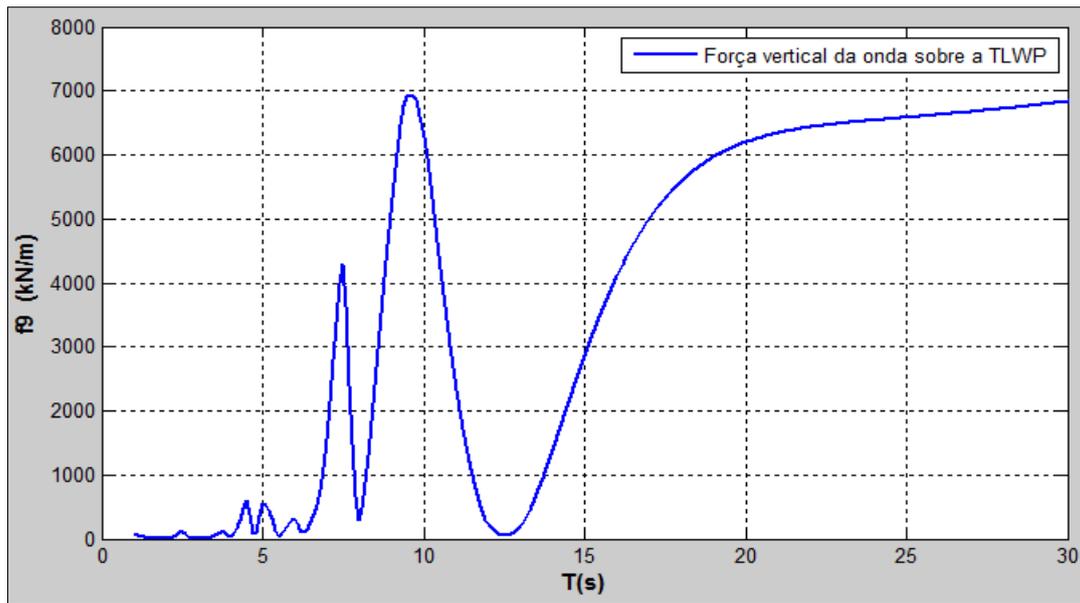
Figura 3.1 Espectro de mar tipo JONSWAP

### 3.2 Funções de transferências

Também chamado de Operador de Amplitude de Resposta ou RAO.

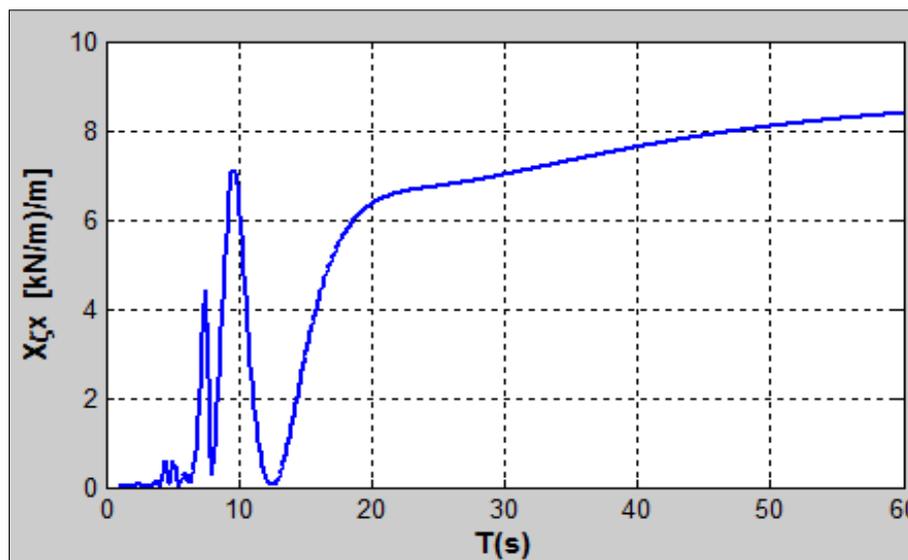
Os RAOs das forças e momentos devido à excitação da onda linear, para a faixa de frequência trabalhado, podem ser representados como se mostra na Figura 3.2.

Na figura 3.2 pode-se determinar o módulo da força vertical da onda, sobre a TLWP, para cada frequência. Na faixa de interesse, de 12s a 15s, a força vertical é pequena. Os outros RAOs de forças e momentos da excitação da onda sobre o sistema se mostram no apêndice B.



**Figura 3.2 Função de transferência da força em heave da TLWP**

Os operadores de amplitudes de respostas das forças e momentos gerados devido à passagem da onda, nos tendões e nos modos de surge, sway e yaw, podem seguir a mesma representação, sendo estas proporcionais ao RAO da força vertical da onda sobre a plataforma TLWP (força em heave); isto foi mostrado na equação (2.61). Na Figura 3.3 mostra-se o operador de amplitude de resposta para força devida da passagem da onda em surge. Os operadores de amplitudes de respostas para a força em sway e momentos em yaw são apresentados no apêndice B.



**Figura 3.3 Operador de amplitude de resposta devido à passagem da onda em surge na TLWP**

### 3.3 Espectros e séries das excitações da onda

Para o desenvolvimento deste subcapítulo são levadas em conta as considerações feitas no trabalho de Rodríguez et al. (2016). Onde sob a abordagem linear as excitações da onda podem ser expressas no domínio da frequência em termos de espectro, isto é obtido como o produto da função de transferência com o espectro do mar.

Seguindo a metodologia proposta pelos autores anteriormente citados, para mar irregular podemos expressar os espectros de forças e momentos de excitação (linear) como:

$$S_{f_w}(\omega) = [RAO_{f_w}(\omega)]^2 * S_{\zeta}(\omega) \quad (3.2)$$

onde:

$RAO_{f_w}(\omega)$ : é a amplitude da função de transferência da força de excitação do mar para cada grau de liberdade.

$S_{f_w}(\omega)$ : é o espectro da excitação da onda na direção de interesse.

Para as restaurações devidas à passagem da onda as quais são proporcionais ao quadrado da amplitude da onda pode ser obtido apartir de uma função de transferência quadrática (QTF), multiplicado pelo espectro do mar, do tipo: A seguir se faz um exemplo para o modo de surge:

$$S_{X_{\zeta x}}(\omega) = QTF_{X_{\zeta x}}(\omega) * S_{\zeta}(\omega) \quad (3.3)$$

onde:

$RAO_{X_{\zeta x}}$ : é o operador de amplitude de resposta devido à passagem da onda nos tendões em surge.

$S_{X_{\zeta x}}(\omega)$ : espectro do operador de amplitude de resposta devido à passagem da onda para surge.

Logo depois de se obter os espectros das excitações da onda faz-se uso de Análise de Fourier para gerar as séries temporais de cada excitação. As diversas séries temporais podem ser obtidas da seguinte expressão geral:

$$\gamma(t) = \sum_{n=1}^N \gamma_{a_n} * \cos(\omega t + \varepsilon_n + \alpha_n) \quad (3.4)$$

onde:

$$\gamma_{a_n} = \sqrt{2S_\gamma(\omega) \cdot \delta\omega} \quad (3.5)$$

- $\gamma_{a_n}$ : Amplitude das forças e momentos de excitação da onda ou para as forças devido ao passagem da onda.
- $\varepsilon_n$ : Representa as fases das forças de excitação da onda ou dos coeficientes devidos à passagem da onda.
- $\alpha_n$ : São variáveis aleatórias independentes, com distribuição uniforme no intervalo  $[0;2\pi]$ .

### 3.4 Massas adicionais, amortecimento e restaurações em mar irregular.

As massas adicionais e os amortecimentos para os sete graus de liberdade podem ser determinados, em princípio, por convolução, de tal forma os efeitos da memória fluida são considerados no calculo dos coeficientes hidrodinâmicos. Porém, usando o enfoque de Celis (2008), esses coeficientes podem ser considerados constantes para nosso trabalho. Isto se deve a que os efeitos da memória têm pouca influencia nos resultados. Assim, os coeficientes para os graus de liberdade de surge, sway e heave da FPSO; e surge, sway e yaw da TLWP são determinados para a frequência pico do mar; e os coeficientes de roll da FPSO, para a frequência natural. Para maiores detalhes, ver Celis (2008).

No capítulo anterior as forças e momentos de restauração total foram expandidas em Série de Taylor até 3ª ordem. Os valores dos coeficientes para cada grau de

liberdade são apresentados no apêndice A. Para obter as forças e momentos em cada direção é só substituir os deslocamentos de translação e rotação para cada instante do tempo.

Finalmente faz-se uso de algum método numérico para resolver a equação não linear de movimento no domínio do tempo. No capítulo seguinte se descreve o método numérico utilizado para a solução da equação de movimento do sistema acoplado.

## **CAPÍTULO:**

### **4. ESTUDO NUMÉRICO**

Depois de apresentados o modelo matemático e a metodologia para mar irregular, prossegue-se com a descrição do simulador numérico utilizado para reproduzir o comportamento do sistema sob a ação de ondas irregulares de través, incidentes pelo lado da plataforma TLWP. Finalmente, os resultados serão analisados, com o objetivo de determinar se o sistema dinâmico apresenta ergodicidade em cada grau de liberdade.

Antes de descrever o simulador numérico se determinará os espectros das forças e momentos de excitação da onda, e operadores de amplitude devido à passagem da onda. Para isso vamos multiplicar o espectro do mar com os RAOs ao quadrado, ambos obtidos no capítulo anterior. Nas Figuras 4.1, 4.2 e 4.3 mostram-se alguns espectros de forças e momento de excitação da onda na TLWP. Na Figura 4.1 o valor pico do espectro da força de surge encontra-se na mesma faixa de frequência do período pico do mar e que os valores significativos se encontram numa faixa estreita como a faixa do espectro do mar. Vide Figura 3.1. O mesmo acontece com o espectro da força de sway e o espectro do momento de yaw, ver Figuras 4.2 e 4.3, respectivamente. Os outros espectros são apresentados no subcapítulo 2 do apêndice B.

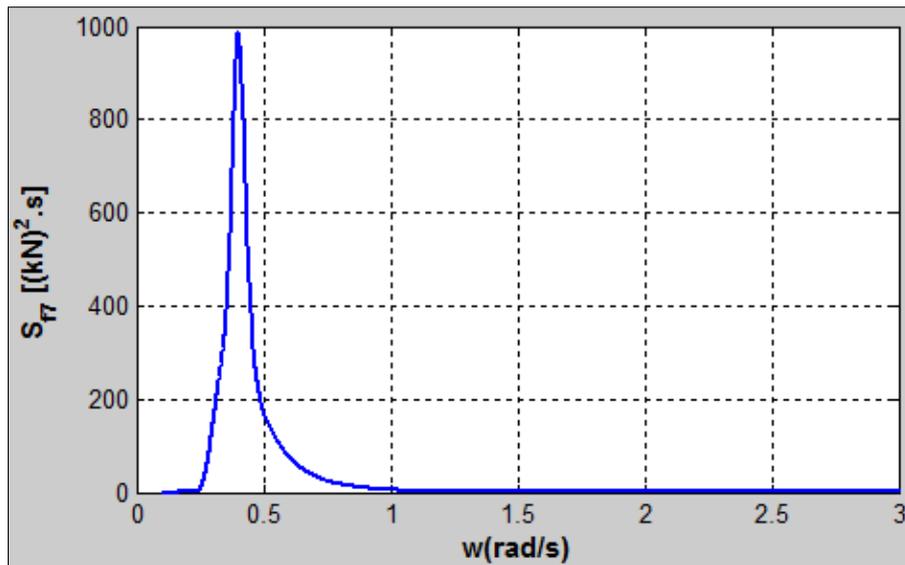


Figura 4.1 Espectro da força de excitação da onda em surge da TLWP

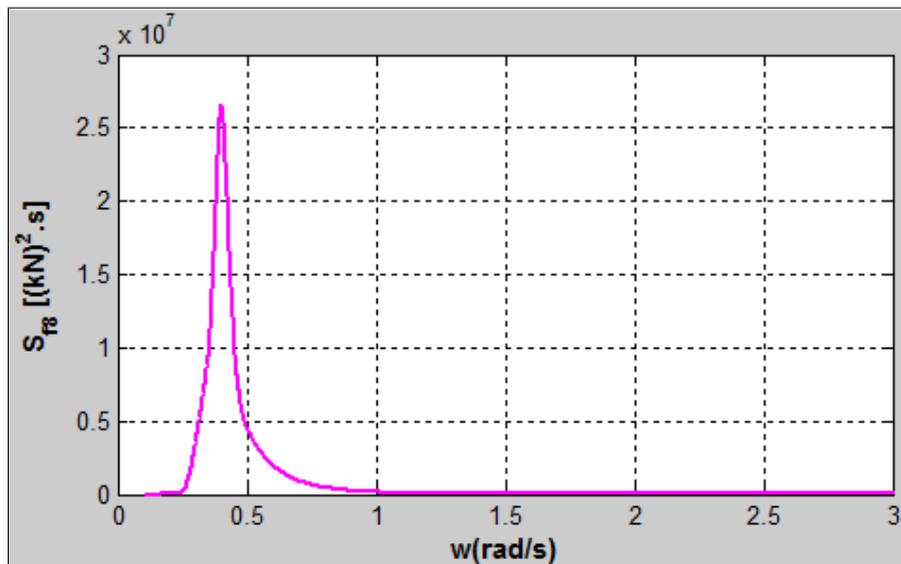
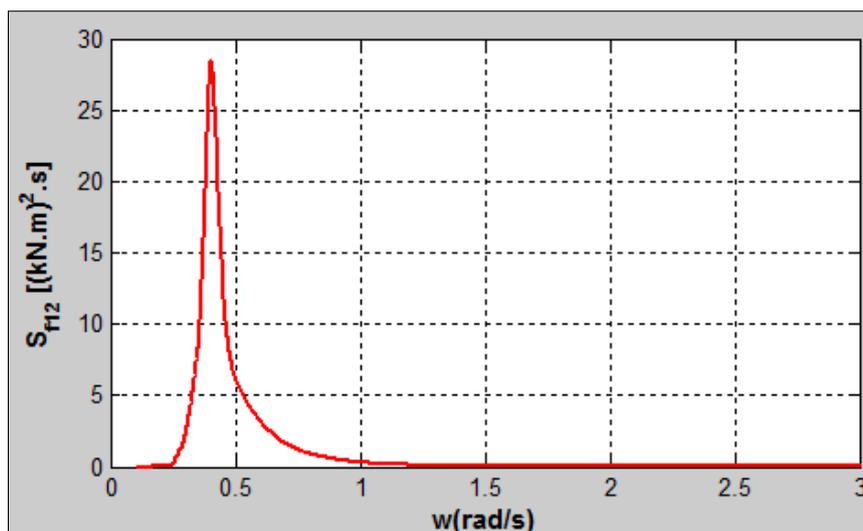


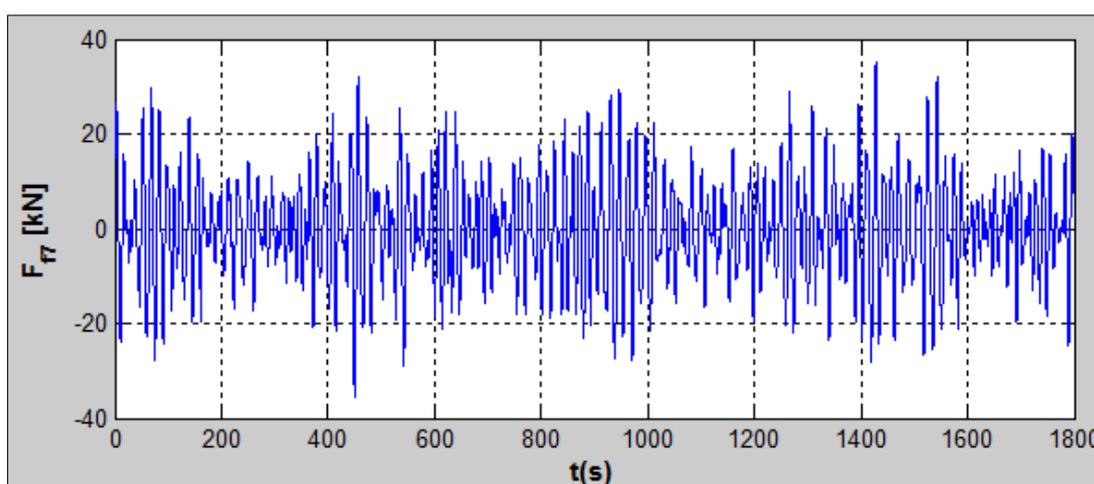
Figura 4.2 Espectro da força de excitação da onda em sway da TLWP



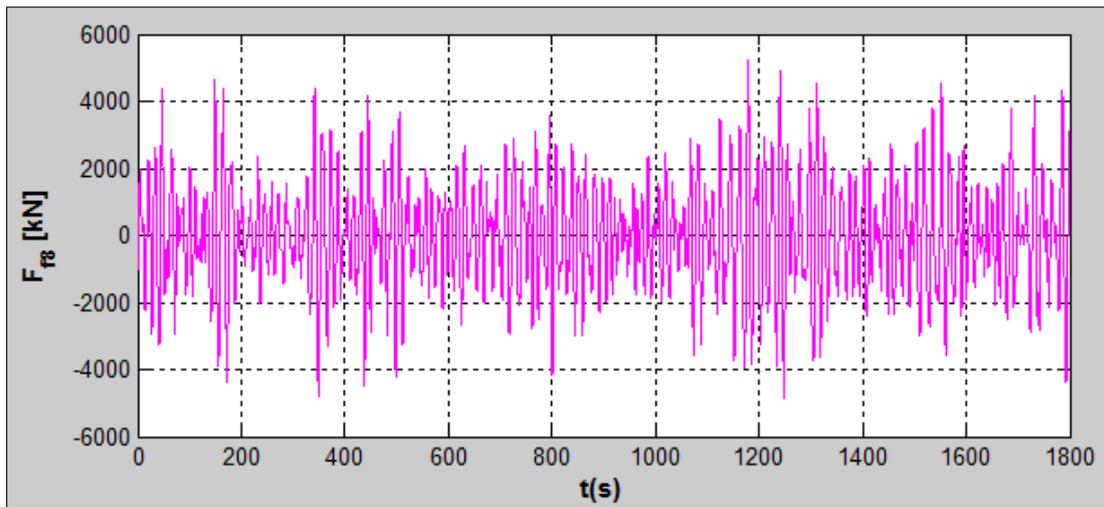
**Figura 4.3** Espectro do momento de excitação da onda em yaw da TLWP

Para os três modos de resposta da TLWP o valor pico encontra-se na mesma faixa de frequência que o mar de excitação. Ver Figura 3.1.

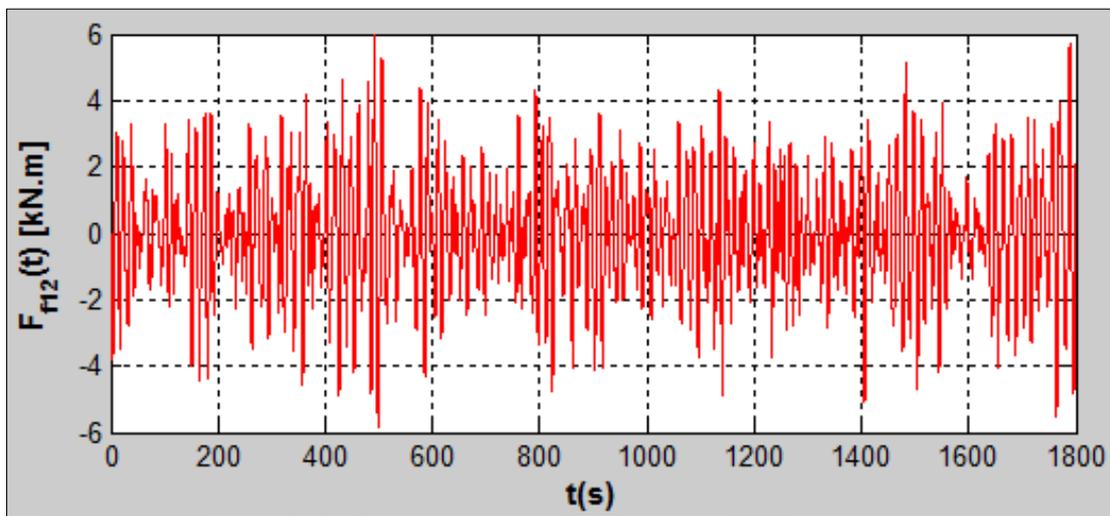
Aplicamos Análise de Fourier (ver metodologia no capítulo 3) aos espectros obtidos anteriormente para obter suas séries temporais, respectivamente. Vide as Figuras 4.4, 4.5 e 4.6 da TLWP. As outras séries temporais são apresentadas no subcapítulo 2 do apêndice B. É importante mencionar que para a elaboração destas séries temporais o espectro do mar foi discretizado em 591 componentes, correspondendo a um passo de aproximadamente  $\Delta\omega=0.0105$  rad/s.



**Figura 4.4** Série temporal da força da onda em surge da TLWP



**Figura 4.5** Série temporal da força da onda em sway da TLWP



**Figura 4.6** Série temporal do momento da onda em yaw da TLWP

Os mesmos procedimentos são realizados para as forças e momentos de excitação da onda da FPSO e para os operadores de amplitude de resposta devido à passagem da onda. As figuras são apresentadas no subcapítulo 3 do apêndice B.

#### **4.1 Runge Kutta de 4a ordem (RK4).**

A integração no tempo das equações do movimento será feito com o método numérico Runge Kutta 4ª ordem, vide Rodríguez et al. (2016). Isto é, as equações de segunda ordem são reduzidas e integradas como sendo dois conjuntos de equações de primeira ordem. Isto permite uma maior rapidez na obtenção dos resultados.

A primeira equação de primeira ordem representa a derivada do vetor deslocamento. Assume-se que as velocidades e deslocamentos iniciais são nulas e os valores das massas adicionais e amortecimentos são constantes (ver capítulo anterior). As forças e momentos de excitação da onda, para cada instante do tempo, já foram definidos nas séries temporais do capítulo anterior. Com os dados assumidos anteriormente e fazendo-se uso da formulação (4.1), determina-se a derivada do vetor deslocamento no tempo  $t_{i+1}$ :

$$\begin{aligned}\ddot{s} &= f(t, \dot{s}) \\ \dot{s}_{i+1} &= \dot{s}_i + \frac{1}{6}h(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)\end{aligned}\tag{4.1}$$

onde:

$$\begin{aligned}k_1 &= f(t, \dot{s}) \\ k_2 &= f\left(t + \frac{h}{2}, \dot{s} + \frac{1}{2}k_1h\right) \\ k_3 &= f\left(t + \frac{h}{2}, \dot{s} + \frac{1}{2}k_2h\right) \\ k_4 &= f(t + h, \dot{s} + k_3h) \\ \vec{s}(t) &= [x_1 \ y_1 \ z_1 \ \theta_1 \ x \ y \ \psi]^T \text{ (vetor deslocamento)}\end{aligned}$$

A segunda equação de primeira ordem representa o vetor deslocamentos das plataformas e segue a mesma metodologia aplicada para a primeira equação de primeira ordem. Fazemos uso da formulação (4.2) para determinar o vetor deslocamento no tempo  $t_{i+1}$ , tal como se mostra a seguir:

$$\begin{aligned}\dot{s} &= f(t, s) \\ s_{i+1} &= s_i + \frac{1}{6}h(k_{11} + 2k_{22} + 2k_{33} + k_{44})\end{aligned}\tag{4.2}$$

onde:

$$k_{11} = f(t, s)$$

$$k_{22} = f\left(t + \frac{h}{2}, s + \frac{1}{2}k_{11}h\right)$$

$$k_{33} = f\left(t + \frac{h}{2}, s + \frac{1}{2}k_{22}h\right)$$

$$k_{44} = f(t + h, s + k_{33}h)$$

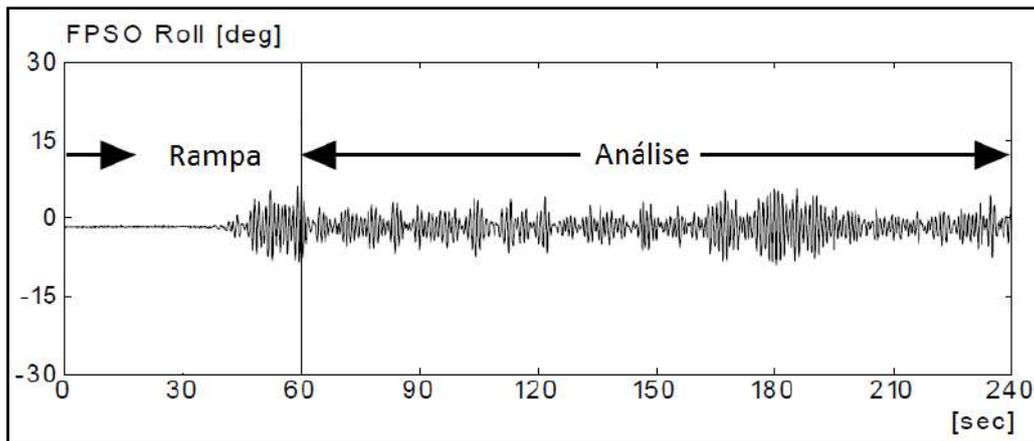
Esses processos são realizados uma e outra vez até o tempo desejado na simulação numérica. Os resultados das respostas de cada grau de liberdade são apresentados numa série temporal.

Em resumo, podemos resolver a equação de movimento no domínio do tempo. Com o fim de verificar as ergodicidades das respostas, realizaremos diferentes simulações com o mesmo espectro do mar, definido no capítulo 3.1, sendo que em cada simulação diferentes fases aleatórias serão consideradas. Logo as características das séries temporais correspondentes serão analisadas estocasticamente.

## 4.2 Análise numérica

O método numérico descrito anteriormente permite integrar a equação de movimento com menor tempo computacional e boa precisão. Os dados de entrada do simulador são as sete equações de movimento, tempo de simulação, rampa inicial, altura significativa e o período pico do mar irregular. O passo do tempo de análise é 0.5 segundos. O efeito da rampa foi estudado por Rivera (2012) e mostrou que não afeta as amplitudes de respostas.

Um exemplo de como se avaliará os resultados da série temporal é mostrado na Figura 4.7, ela foi obtida dos testes realizados no NMRI para os modelos em escala. Onde a primeira quarta parte do tempo de simulação é considerada como o tempo da rampa. Essa zona é também chamada como zona transiente e os efeitos das forças externas ficam proporcionais ao tempo da rampa. A partir da quarta parte do tempo da simulação (nesse caso 60 segundos) em diante são levados em conta para a análise das respostas da plataforma TLWP.



**Figura 4.7 Exemplo de medição da serie temporal - Maeda et al. (2008)**

Para o tempo de simulação de 1800 segundos realizaram-se 960 estados de mar (8 blocos de 120 realizações). Cada estado de mar tem a mesma altura significativa e período de pico, mas diferentes fases aleatórias. Mas antes de mostrar os resultados se ressalta que os estudos sobre as ergocidades das respostas são feitas só para a plataforma tipo TLWP, já que os fenômenos observados nos testes feitos no NMRI foram mais relevantes do que no FPSO.

Um dos objetivos destas 960 realizações é conseguir estados de mar onde o sistema TLWP e FPSO apresentam amplitudes de resposta pequenas, tal que as plataformas possam trabalhar de forma segura, com isto será mostrado que os resultados do NMRI são possíveis de acontecer para alguns estados de mar. Outro objetivo é mostrar que também podem acontecer grandes amplificações nas respostas TLWP, como foi evidenciado nos testes de ondas regulares.

Analisaram-se as séries temporais obtidas das 960 realizações, para cada grau de liberdade da TLWP. Como resultado, foram agrupadas em 3 CASOS típicos. O CASO 1 confirma os resultados obtidos no NMRI, isto é, o sistema apresenta pequenas amplitudes de respostas e não existe evidencia de ressonância paramétrica. O CASO 2 e 3 é oposto ao primeiro caso, aqui se tem grandes amplitudes de resposta para o movimento de yaw, isto é devido á ressonância paramétrica. A diferença entre o CASO 2 e 3 será explicado mais adiante.

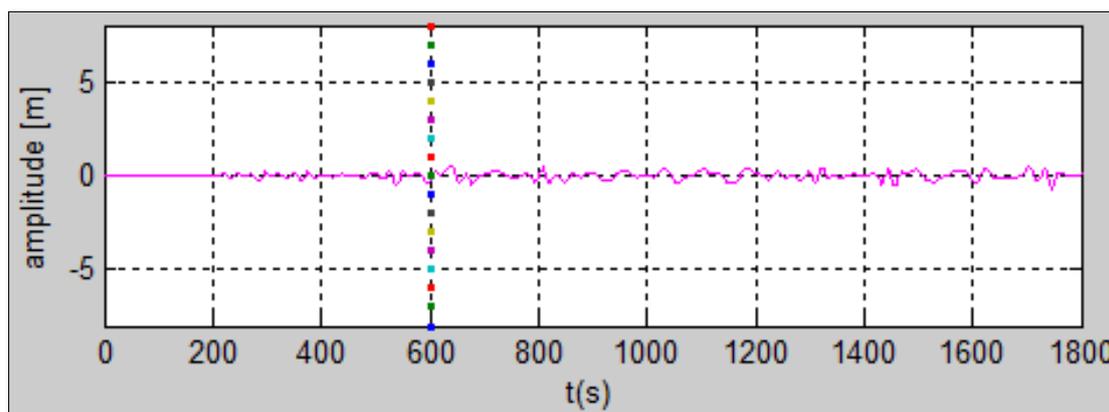
Antes de mostrar os três CASOS, mostra-se na Tabela 4.2 um resumo de quantas vezes se repetiu cada um deles. Também mostra-se a porcentagem da ocorrência de cada caso, sendo o CASO 1 de baixa probabilidade de acontecer. Algo muito importante de ressaltar é que alguns estados de mar podem ter sido repetidos dentro dos 8 blocos de realizações (960 realizações).

**Tabela 4.1 Ocorrência de cada CASO**

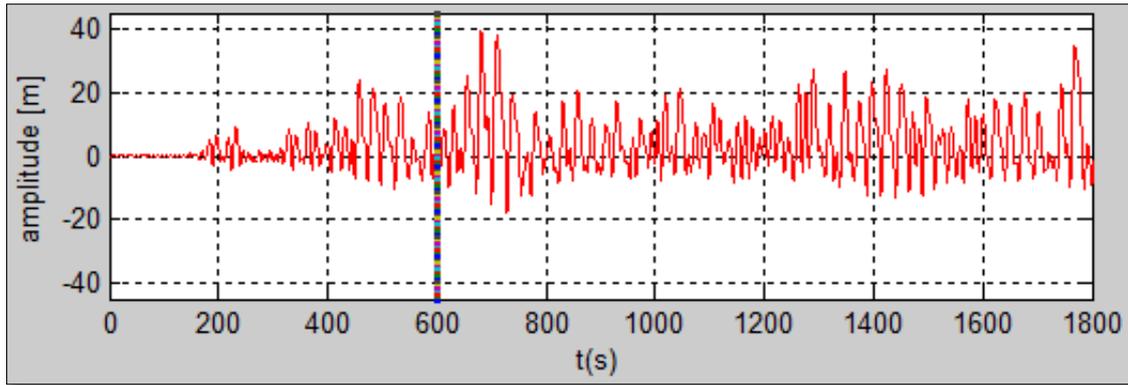
| TIPO         | REPETIÇÕES | PORCENTAGEM |
|--------------|------------|-------------|
| CASO 1       | 1          | 0,10%       |
| CASO 2       | 37         | 3,85%       |
| CASO 3       | 922        | 96,04%      |
| <b>TOTAL</b> | <b>960</b> | <b>100%</b> |

### CASO 1

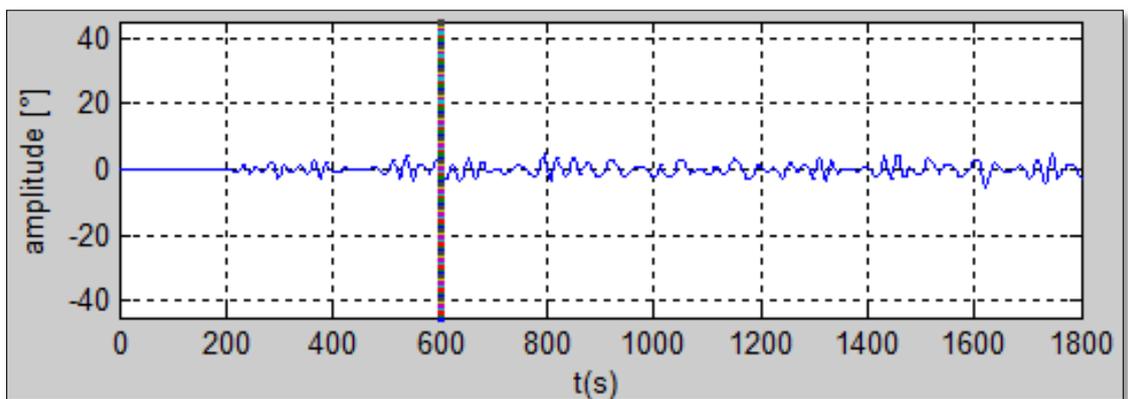
As Figuras 4.8-4.10 correspondem a exemplos de séries temporais das respostas de surge, sway e yaw da TLWP, respectivamente. As amplitudes de respostas dos modos de surge e yaw são relativamente pequenas e não afetam, em princípio, a operação da plataforma. Ver Figura 4.8 e 4.10, respectivamente. No entanto, a resposta de sway apresenta grandes amplitudes e são assimétricas com respeito ao eixo horizontal. Ver Figura 4.9. Essa assimetria deve-se ao sentido de excitação da onda incidente. Ver Figura 1.9.



**Figura 4.8 Série temporal de surge da TLWP – CASO 1**



**Figura 4.9** Série temporal de sway da TLWP – CASO 1



**Figura 4.10** Série temporal de yaw da TLWP – CASO 1

As Figuras 4.11-4.13 correspondem aos espectros das séries temporais dos modos de surge, sway e yaw obtidos acima, respectivamente. Em termos qualitativos, os valores picos dos espectros de surge e yaw são pequenos em comparação com o valor pico de sway, e estão ao redor da frequência de 0.1 rad/s. Ver Figura 4.11 e 4.13. O valor pico do espectro de sway encontra-se ao redor de 0.23 rad/s, perto da frequência natural de yaw ( $\omega_n=0,227\text{rad/s}$ ). Além disso, tem outro valor pico, pouco significativo, ao redor da frequência de excitação da onda.

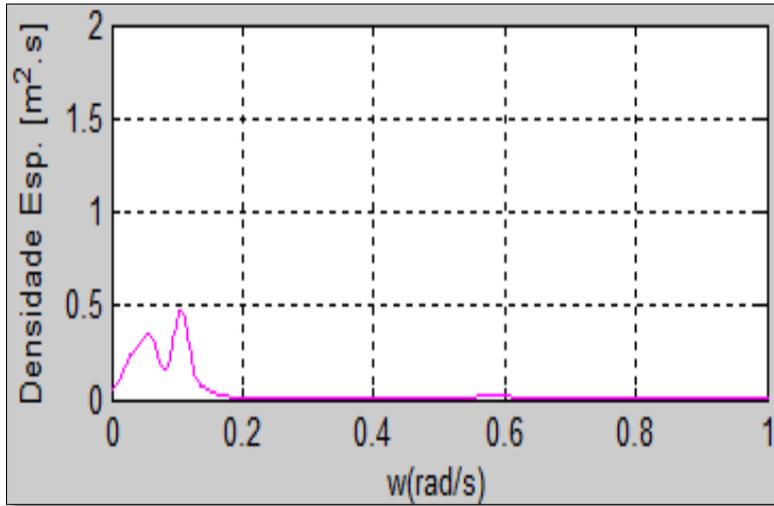


Figura 4.11 Espectro de resposta de surge – CASO 1

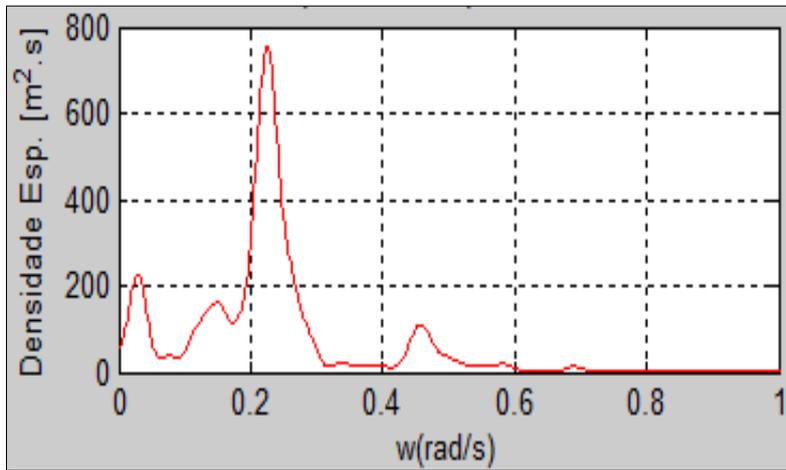


Figura 4.12 Espectro de resposta de sway – CASO 1

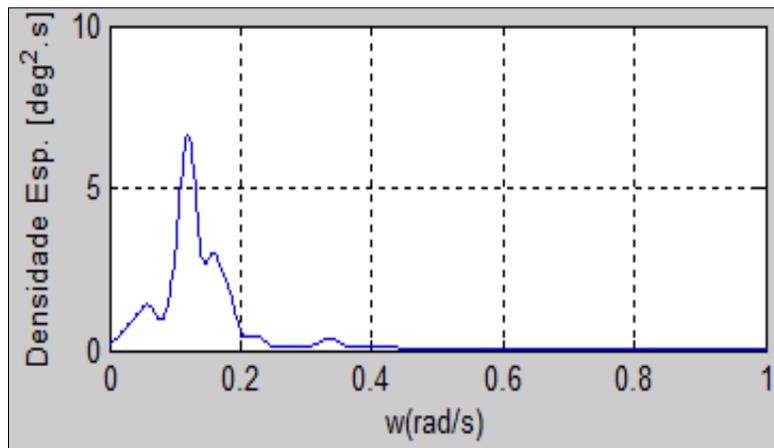


Figura 4.13 Espectro de resposta de yaw – CASO 1

## CASO 2

As Figuras 4.14-4.16 correspondem a exemplos das séries temporais das respostas dos modos de surge, sway e yaw da TLWP, respectivamente. Comparando a resposta de surge do CASO 1 com o CASO 2, se tem um aumento na amplitude de resposta, mas considera-se como não perigosa para a operação da plataforma. Ver Figura 4.14. Já na resposta de sway, se tem uma diminuição do CASO 1 para o CASO 2. Ver Figura 4.15. E a variação mais importante acontece na resposta de yaw, se tem um aumento significativo na amplitude de resposta e o valor fica quase constante até o final da simulação. Essa resposta considera-se prejudicial para a operação da plataforma em mar irregular. Ver Figura 4.16.

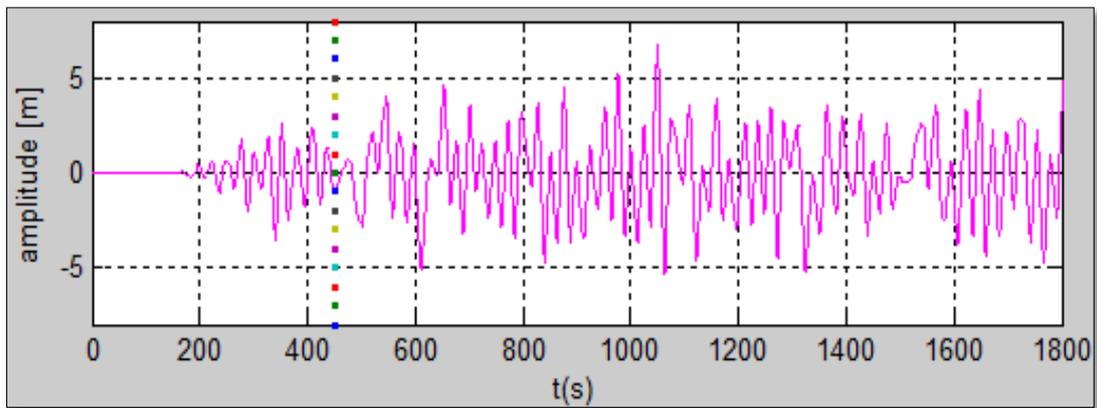


Figura 4.14 Série temporal de surge da TLWP - CASO 2

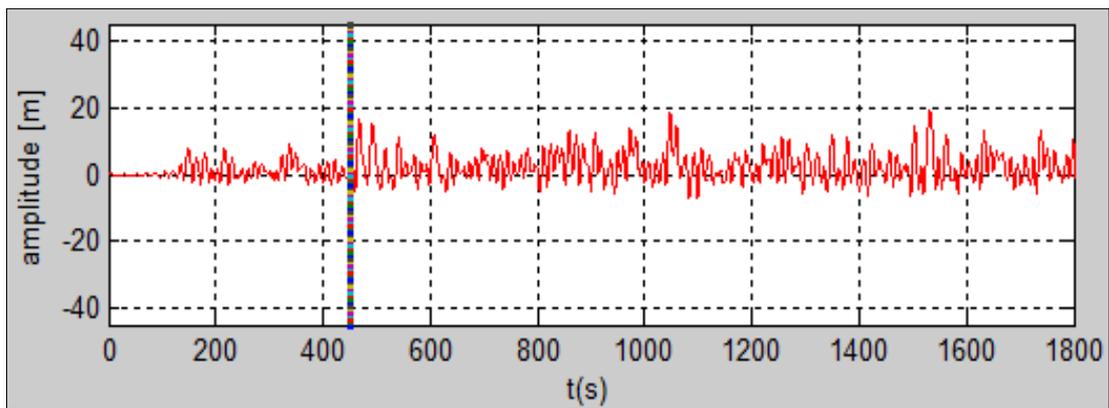
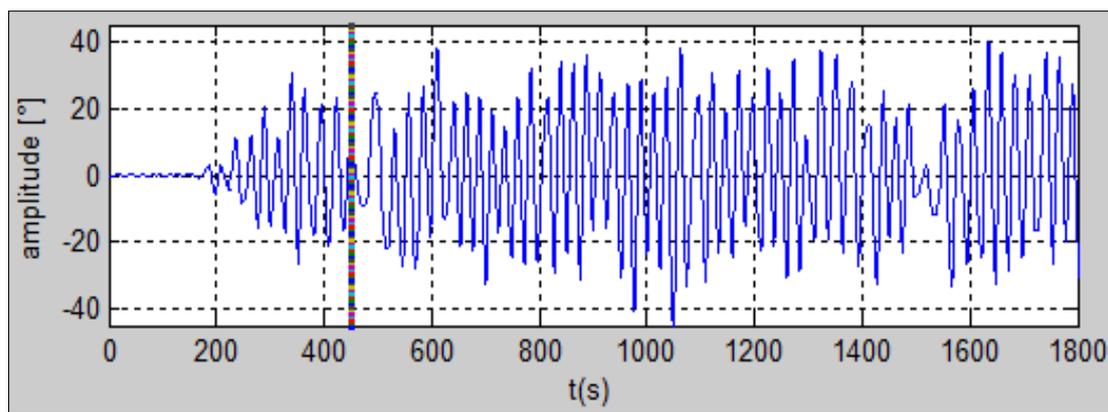


Figura 4.15 Série temporal de sway da TLWP - CASO 2



**Figura 4.16** Série temporal de yaw da TLWP - CASO 2

As Figuras 4.17-4.19 correspondem aos espectros das séries temporais dos modos de surge, sway e yaw obtidos acima, respectivamente. O espectro de surge do CASO 2 tem duas frequências significativas, uma na mesma frequência do CASO 1 (0,10 rad/s); a segunda, ao redor da frequência natural de yaw (0,23 rad/s). Nessa última encontra-se o valor pico do espectro, que é muito maior do CASO 1, isto é, se tem um ganho de energia do CASO 1 para o CASO 2. Ver Figura 4.17. Já no espectro de sway vemos que temos uma perda de energia. Tem-se duas frequências significativas e os valores picos deles são muito próximos. A primeira está próxima à frequência natural de yaw (0,23 rad/s); e a segunda é 0,41 rad/s, que se deve à onda de excitação. Ver Figura 4.18. No caso do yaw, vemos que temos um ganho de energia. O valor pico do espectro de resposta de yaw é muito maior que o CASO 1 e o seu período de oscilação está próximo ao dobro do período pico do mar. Isto mostra que estaríamos frente a um caso de ressonância paramétrica, o que tem como resultado a amplificação nas amplitudes das respostas.

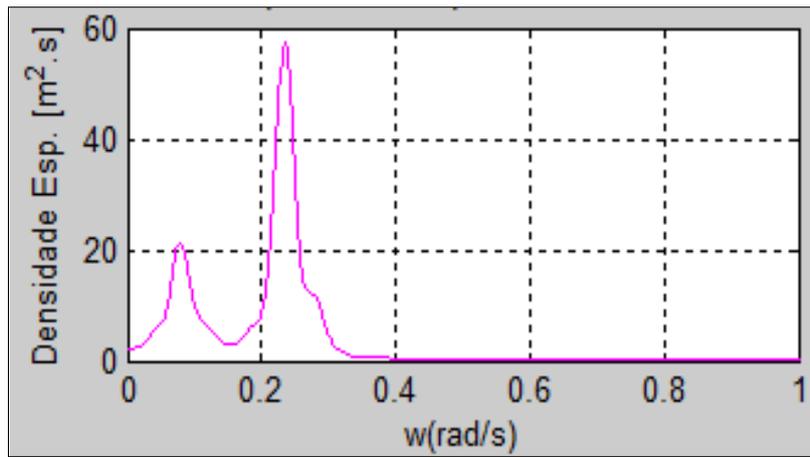


Figura 4.17 Espectro de resposta de surge – CASO 2

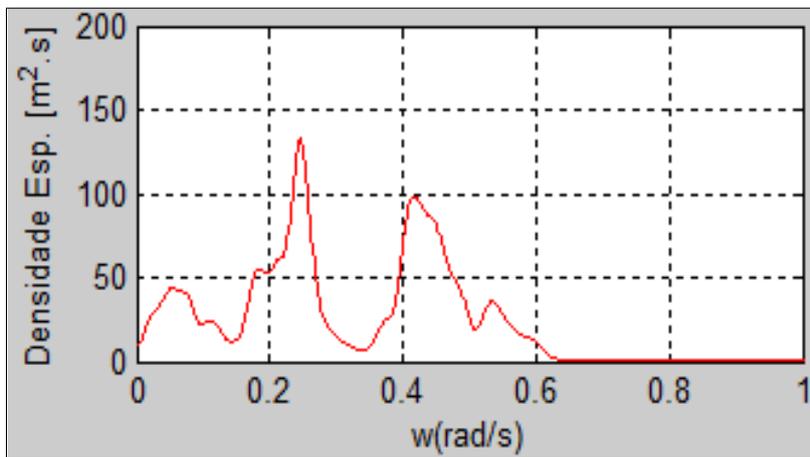


Figura 4.18 Espectro de resposta de sway – CASO 2

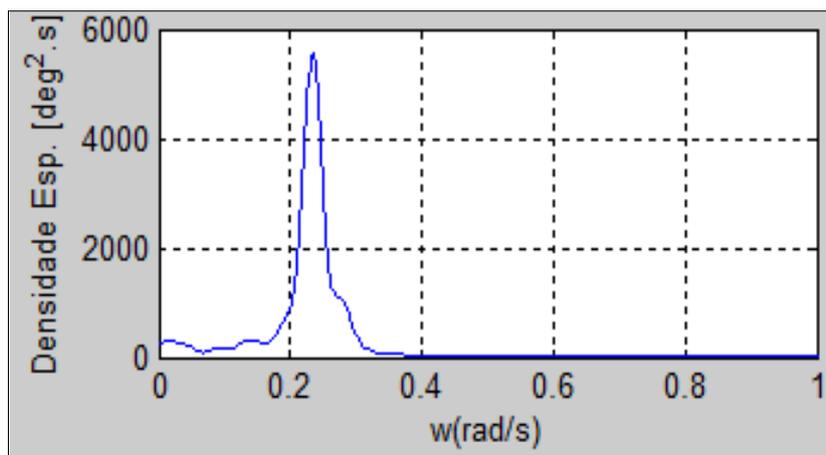


Figura 4.19 Espectro de resposta de yaw – CASO 2

### CASO 3

Já no CASO 3, as Figuras 4.20-4.22 correspondem às séries temporais das respostas de surge, sway e yaw da TLWP, respectivamente. As amplitudes de respostas do movimento de surge são parecidas ao CASO 2, isto é, também se tem um ganho de energia do CASO 1 para o CASO3. Ver Figura 4.20. Para os outros modos também se tem algo parecido ao CASO 2. Ver Figura 14.21 e 4.22. Nos três modos de oscilação as amplitudes de resposta, na faixa de tempo de análise, oscilam de grandes amplitudes a pequenas amplitudes. Sendo que os modos de surge e yaw tem o mesmo comportamento, enquanto o sway tem o comportamento inverso, isto é, quando as amplitudes de surge e yaw aumentam, o sway diminui, e quando as amplitudes de surge e yaw diminuem, o sway aumenta. Isto mostra o acoplamento que existe entre os modos de surge e yaw e a troca de energia que existe entre esses dois modos e sway.

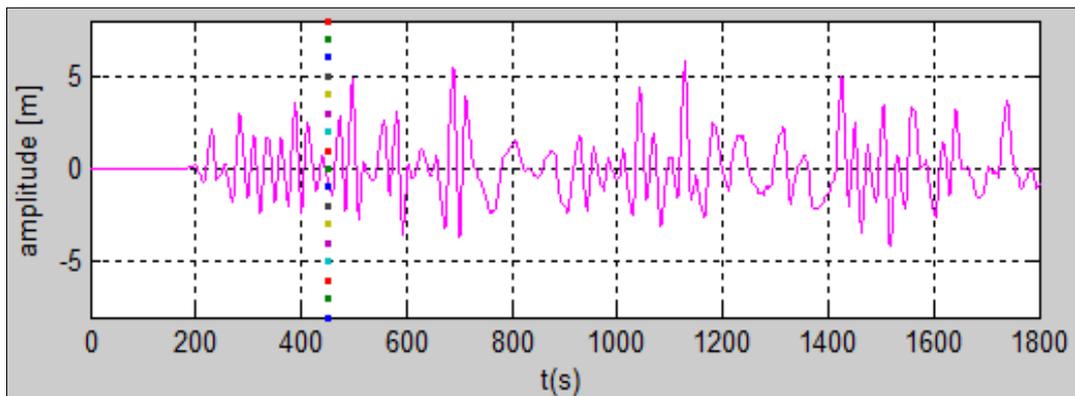


Figura 4.20 Série temporal de surge da TLWP - CASO 3

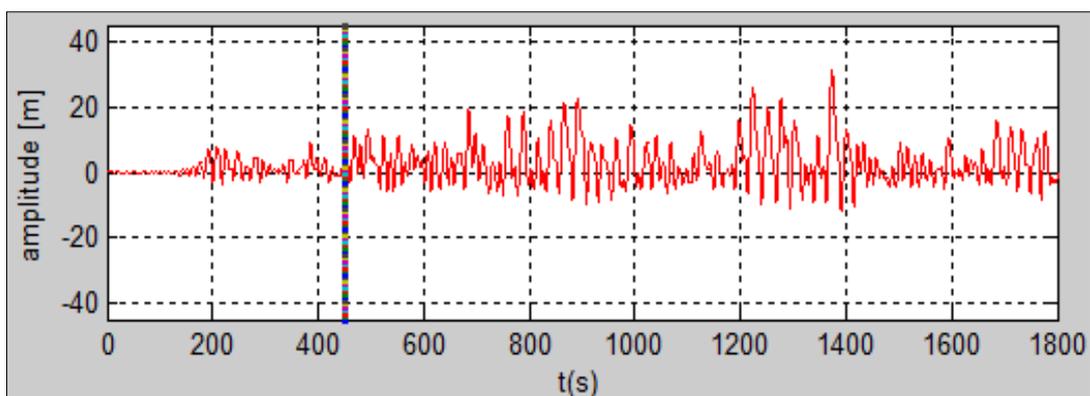
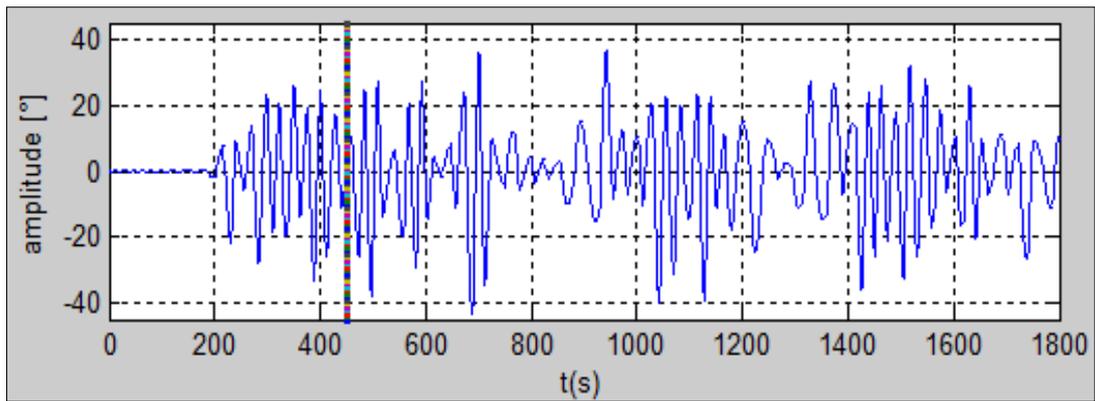
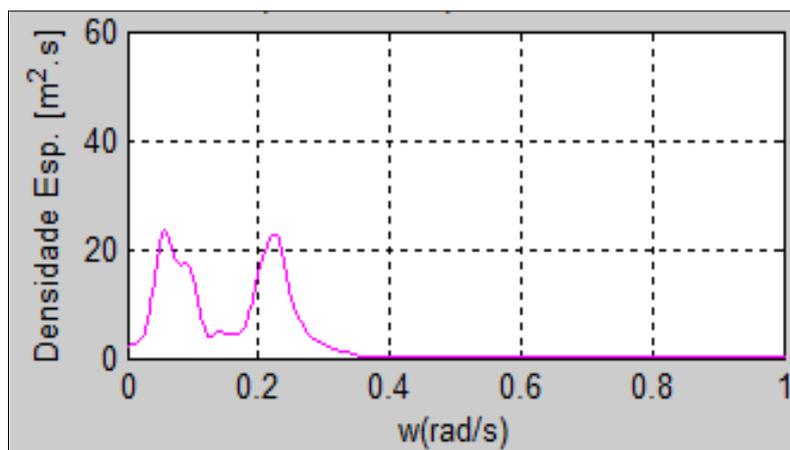


Figura 4.21 Série temporal de sway da TLWP - CASO 3



**Figura 4.22** Série temporal de yaw da TLWP - CASO 3

As Figuras 4.23-4.25 correspondem aos espectros de respostas das séries temporais de surge, sway e yaw obtidas acima, respectivamente. Os dois valores picos do espectro de resposta de surge são próximos, isto deve-se ao comportamento oscilatória da amplitude de resposta, e oscilam ao redor da mesma frequência do espectro de surge do CASO 2, isto é, ao redor de 0,1 rad/s. e 0,23 rad/s. Esta última é um valor próximo à frequência natural de yaw. Ver Figura 4.23. No espectro de resposta de sway também se tem duas frequências significativas, ao redor de 0,23 e 0,41 rad/s, sendo que o valor maior encontra-se na frequência menor. A frequência 0,23 rad/s é próximo ao período natural de yaw e a frequência de 0,41 rad/s deve-se à onda de excitação. Ver Figura 4.24. O valor pico do espectro de yaw é aproximadamente a metade do CASO 2 e oscila ao redor da mesma frequência, isto é, 0,23 rad/s. Esse valor é muito próximo à frequência natural do modo de yaw, o que origina ressonância paramétrica neste modo de oscilação. Ver Figura 4.25.



**Figura 4.23** Espectro de resposta de surge – CASO 3

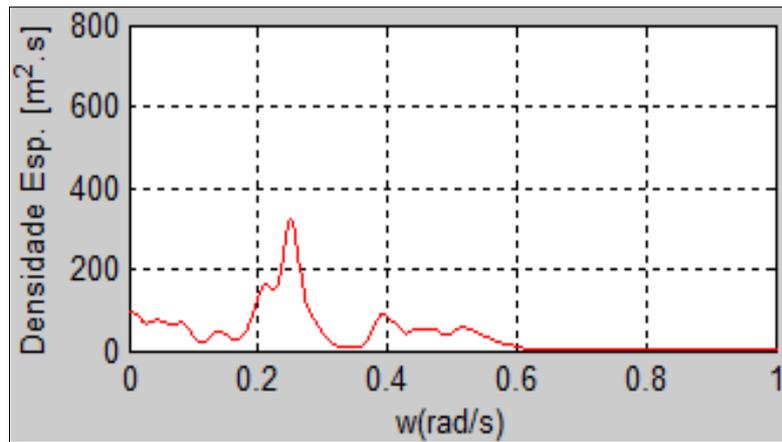


Figura 4.24 Espectro de resposta de sway – CASO 3

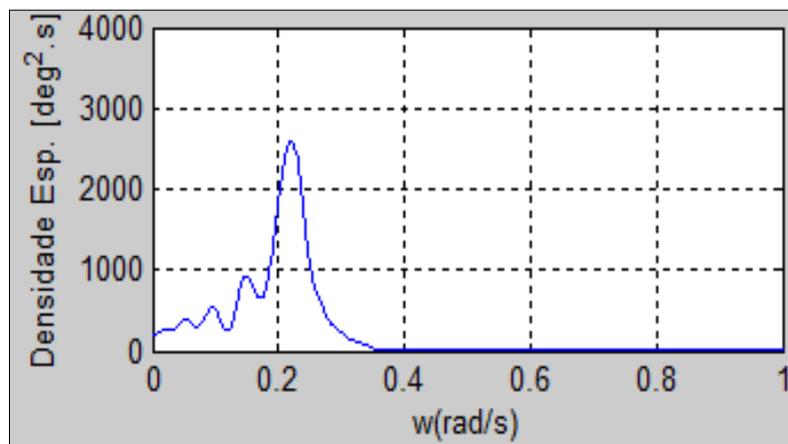


Figura 4.25 Espectro de resposta de yaw – CASO 3

### 4.3 Análise dos resultados

Nas Tabelas A.1 e A.2, mostradas no apêndice A e calculadas por Rivera (2012), pode-se apreciar como as amarrações oblíquas e as linhas de conexão estão acoplando os modos de surge e yaw com os termos de primeira ordem  $X_\psi$  e  $N_x$ . Esse efeito pode ser apreciado nas Figuras 4.26 e 4.27, onde se apresenta o modo de surge e yaw num mesmo gráfico para o CASO 1 e em outro gráfico para o CASO 2. Em termos qualitativos, podemos observar que quando se tem uma amplificação na resposta ou ganho de energia de yaw também acontece em surge, só que com menor intensidade; isto evidencia o acoplamento entre os dois movimentos observados no trabalho de Rivera (2012).

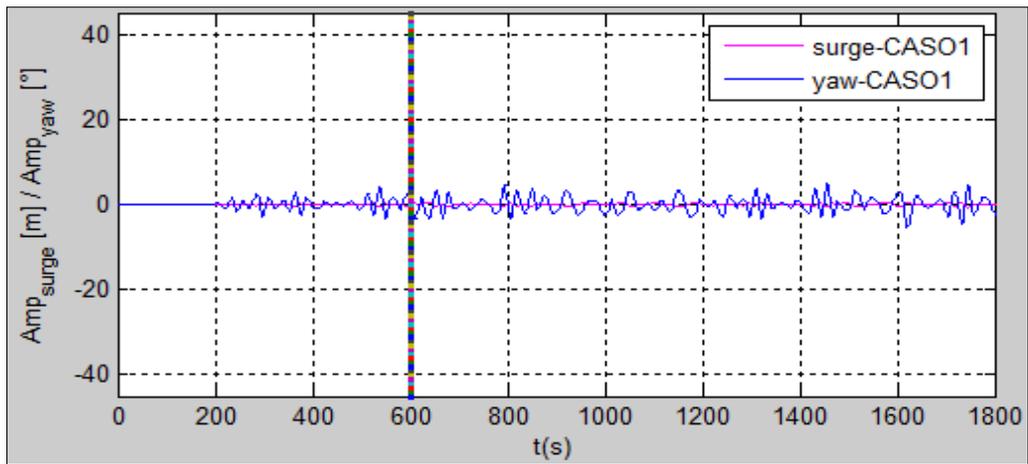


Figura 4.26 Série temporal de surge e yaw - CASO 1

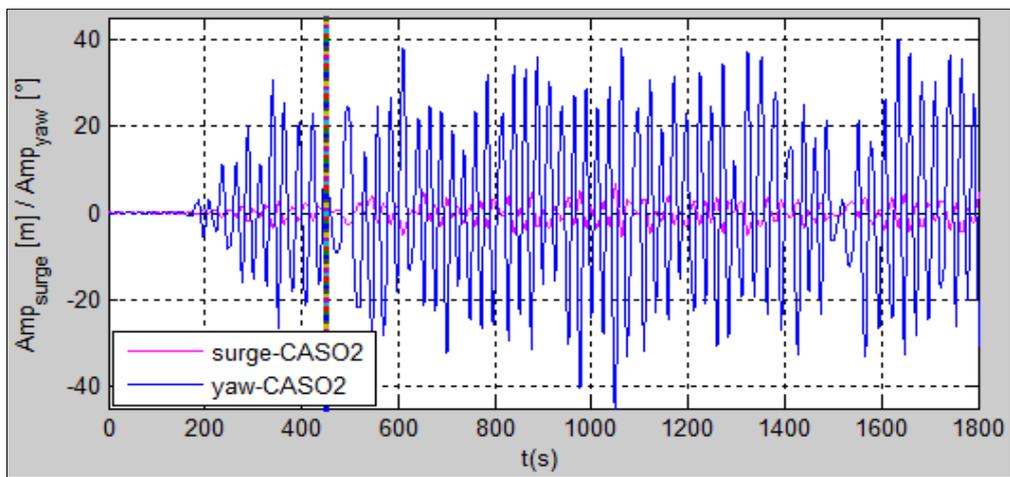


Figura 4.27 Série temporal de surge e yaw - CASO 2

Das Figuras 4.28 e 4.29 mais uma vez pode-se observar como os modos de surge e yaw estão acopladas. Vemos em ambos casos que a distribuição de energia tem o mesmo comportamento; além disso, o valor pico dos modos de *surge* e *yaw*, para cada caso, encontram-se na mesma faixa de frequência.

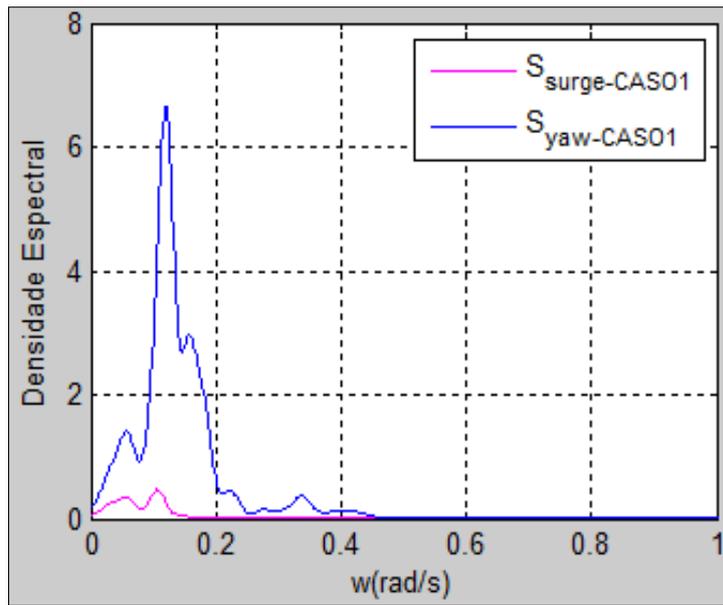


Figura 4.28 Espectro de resposta de surge e yaw - CASO 1

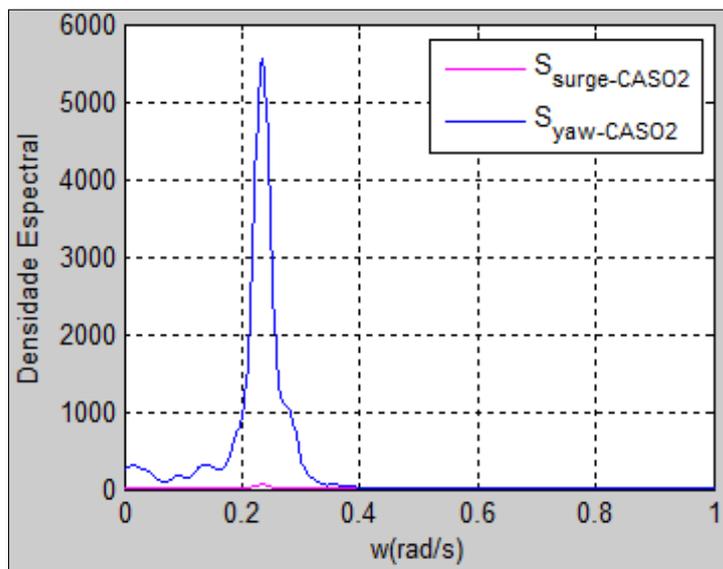
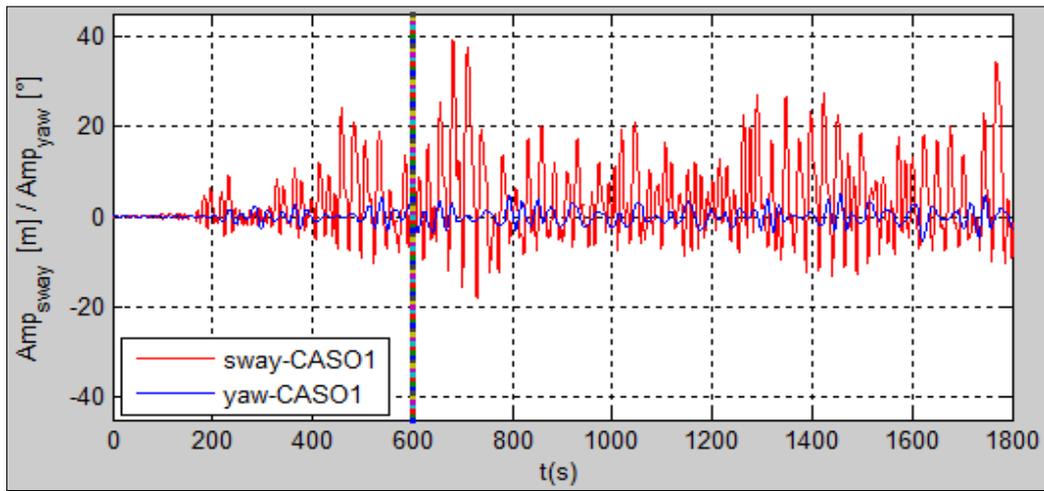


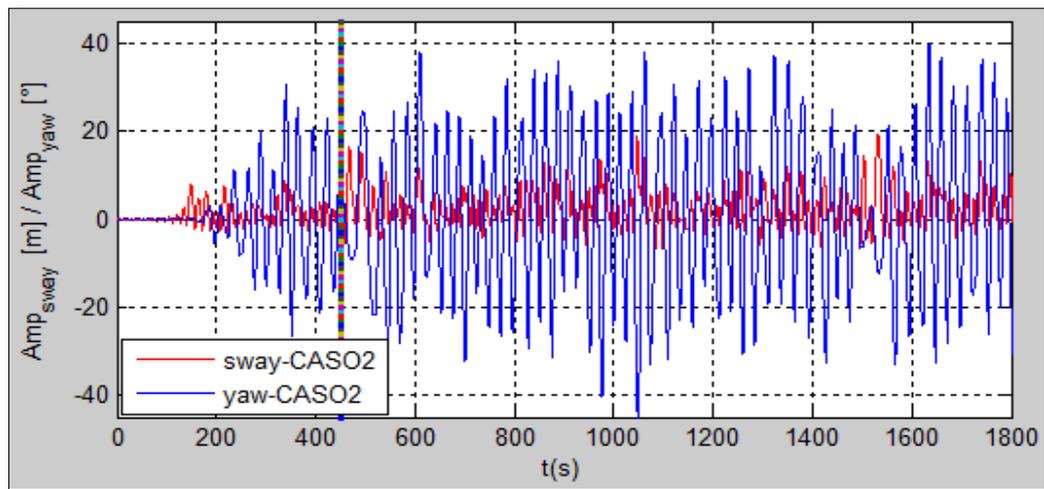
Figura 4.29 Espectro de resposta de surge e yaw - CASO 2

Agora vamos juntar num mesmo gráfico a resposta de sway e yaw do CASO 1 e em outro gráfico o CASO 2. Ver Figuras 4.30 e 4.31, respectivamente. Olhando a resposta de sway das Figuras 4.30 e 4.31 pode-se ver que existe uma redução na amplitude de resposta ou perda de energia, mas acontece o caso inverso para a resposta em yaw. Essa mudança de amplitude entre os dois modos deve-se à troca de energia que existe entre um grau de liberdade e o outro. Como o modo de surge está acoplado ao modo de yaw, ele também ganha energia, e como consequência sua amplitude de

resposta aumenta. Ver Figura 4.27. O coeficiente  $N_{y\psi}$  da equação (2.59), na direção de yaw, é responsável pela transferência do movimento externamente excitado de sway ao movimento internamente excitado de yaw. Por outro lado, o termo  $Y_{\psi\psi}\psi^2$  da equação (2,59), na direção de sway, é responsável pela redução no movimento de sway que acontece quando se amplificam as oscilações em yaw. A mesma transferência de energia de um grau de liberdade para outro pode-se apreciar no trabalho feito por Rivera (2012) em mar regular.



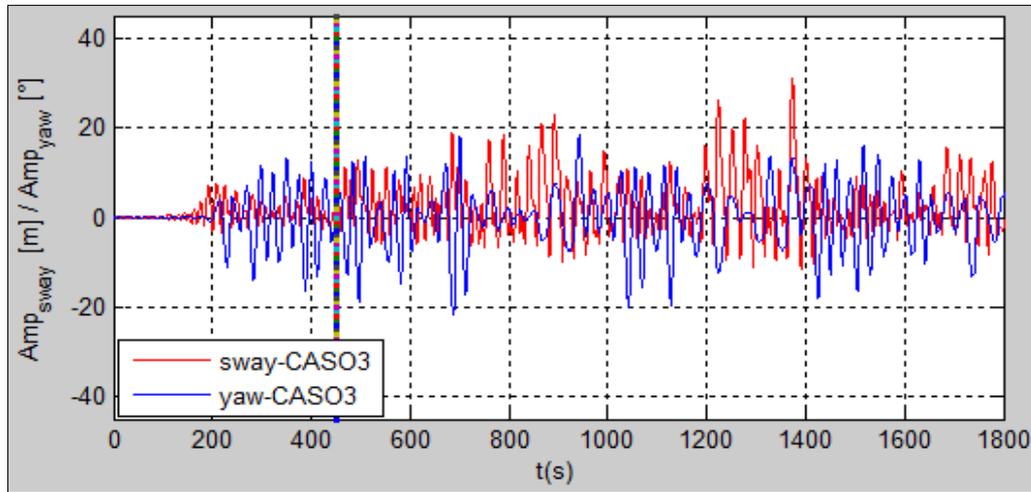
**Figura 4.30** Série temporal de sway e yaw - CASO 1



**Figura 4.31** Série temporal de sway e yaw - CASO 2

Na Figura 4.32 pode-se apreciar mais uma vez a transferência de energia alternada entre um modo e o outro (para uma melhor apreciação da troca de energia reduz na metade a resposta de yaw). Isto mostra que existem duas zonas de estabilidade,

quando o modo de sway oscila com grandes amplitudes o modo de yaw oscila com pequenas amplitudes, e quando o modo de yaw oscila em grandes amplitudes o modo de sway oscila com pequenas amplitudes.



**Figura 4.32** Série temporal de sway e yaw - CASO 3

Do mesmo jeito que o acoplamento mostrado entre os modos surge e yaw, ver Figuras 4.26 e 4.27, pode-se mostrar, mais uma vez, através das Figuras 4.33 e 4.34 que os modos de sway e yaw estão acoplados. Vemos como a distribuição de energia tem o mesmo comportamento ao longo da frequência; além disso, o valor significativo para ambos modos encontra-se na mesma faixa de frequência. Também pode-se apreciar como o valor significativo da resposta de yaw oscila no dobro do período de pico do mar de excitação ( $T_{mar}=15,56$  s), o qual estaria dando origem à ressonância paramétrica.

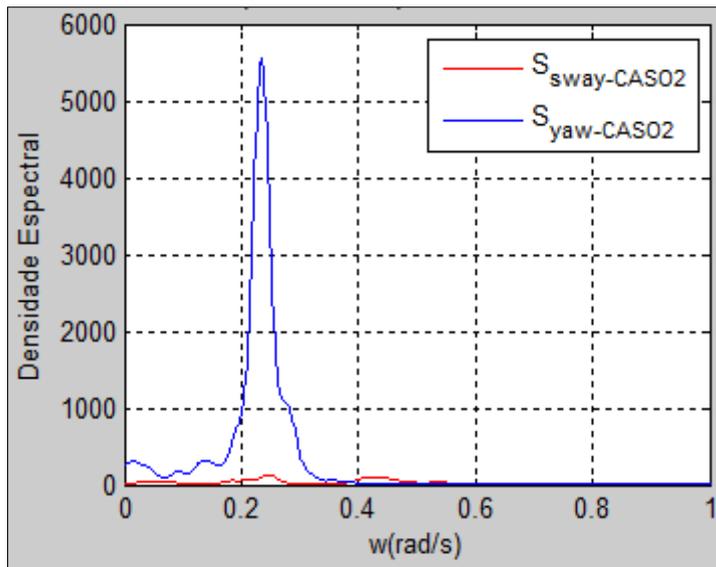


Figura 4.33 Espectro de resposta de sway e yaw - CASO 2

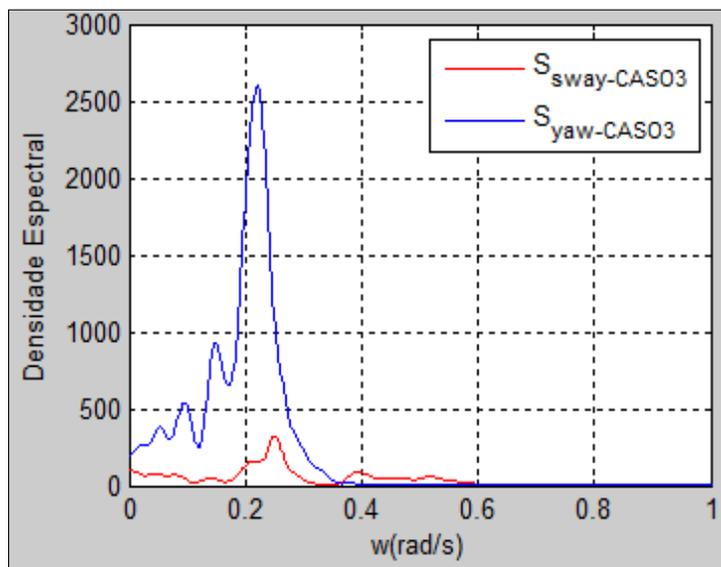


Figura 4.34 Espectro de resposta de sway e yaw - CASO 3

As Figuras 4.35-4.37 correspondem aos espectros de surge, sway e yaw dos três casos, respectivamente. Nelas pode-se apreciar novamente a perda de energia de sway do CASO 1 e os ganhos de energia dos modos de surge e yaw para os CASOS 2 e 3. Mais uma vez, mostra-se o acoplamento entre os movimentos. Além disso, mostra-se que os três modos de oscilação são fortemente não ergódicos, isto se observa nas distribuições e variações de energia, dos três casos, em cada modo de oscilação.

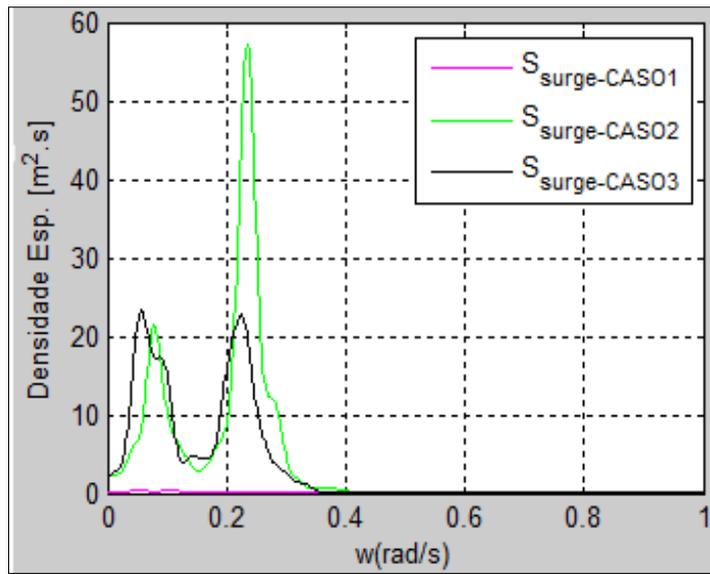


Figura 4.35 Espectro de resposta de surge - CASO 1-2-3

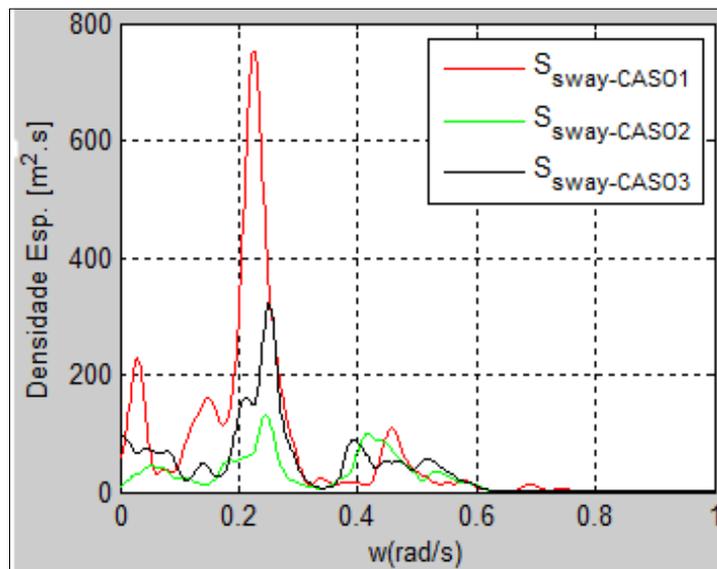
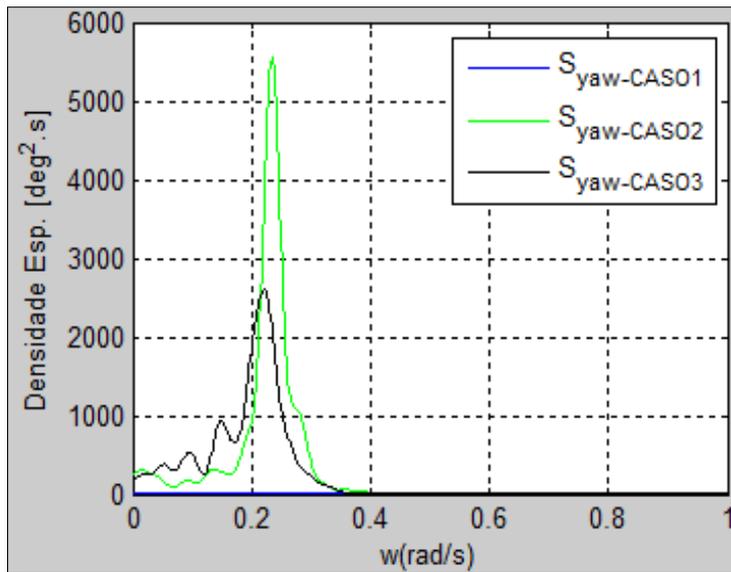


Figura 4.36 Espectro de resposta de sway - CASO 1-2-3



**Figura 4.37** Espectro de resposta de yaw - CASO 1-2-3

Na Tabela 4.1 se faz um resumo dos valores significativos (valores pico da densidade espectral) para cada modo de resposta e suas respectivas frequências.

**Tabela 4.2** Valor significativo e frequência pico dos modos de resposta

|               | VALOR SIGNIFICATIVO |         |      | FREQUÊNCIA PICO (rad/s) |           |      |
|---------------|---------------------|---------|------|-------------------------|-----------|------|
|               | surge               | sway    | yaw  | surge                   | sway      | yaw  |
| <b>CASO 1</b> | 0,5                 | 750/100 | 7    | 0,1                     | 0,23/0,41 | 0,1  |
| <b>CASO 2</b> | 20/55               | 130/100 | 5500 | 0,1/0,23                | 0,23/0,41 | 0,23 |
| <b>CASO 3</b> | 22/22               | 320/95  | 2500 | 0,1/0,23                | 0,23/0,40 | 0,23 |

Na Tabela 4.1 pode-se apreciar, mais uma vez, como o modo sway está acoplado ao yaw e esse último ao modo surge. Nos CASOS 2 e 3 o modo de yaw oscila sempre no dobro do período de pico do mar de excitação ( $T_{mar}=15,56$  s) e perto do seu período natural ( $T_{n\psi}=27,7$  s), o que origina ressonância paramétrica no seu modo.

Com a tentativa de conseguir mais estados de mar que possam representar os ensaios feitos no NMRI; realizaram-se mais ensaios numéricos, mas com um tempo de análise de 600 segundos, devido ao alto tempo computacional para analisar cada estado de mar. Em média uma simulação de um estado de mar leva 10 minutos. As séries temporais, espectros de respostas e resumo dos dados obtidos serão apresentados no subcapítulo 4.5 deste capítulo.

#### 4.4 Comparação dos resultados numéricos e ensaios

O ensaio, para mar irregular incidindo a  $+90^\circ$ , realizado no NMRI revelou que a resposta do modo de yaw é estável. Também determinou, para esse estado de mar, que a distância mínima entre as plataformas foi aproximadamente 0.2 metros (20m em escala real).

A Figura 4.38 mostra a mínima distancia entre a TLWP e o FPSO medida nos ensaios para diferentes ângulos de incidências e condições de carga. Os eixos horizontal e vertical fazem referência à direção da onda incidente e distância entre as plataformas, respectivamente. Para nosso caso de análise, onde a onda incide a  $+90^\circ$ , a distância mínima é aproximadamente 0.1m na escala do modelo (10m na escala real), e se dá no Caso 1 e é representada por um ponto vermelho. Este ponto indica o quão próximas ficaram as plataformas nos ensaios do simulador numérico (CASO 1).

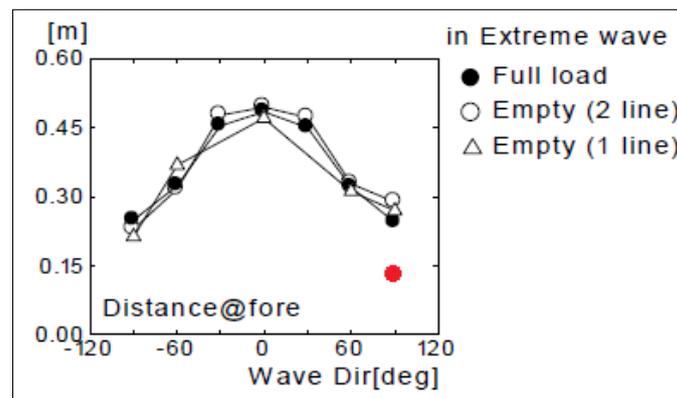


Figura 4.38 Distância mínima entre a TLWP e o FPSO em mar irregular. Maeda et al (2008)

Na Figura 4.39 mostra-se o valor significativo do movimento em yaw determinado no ensaio a escala no NMRI. Novamente o ponto vermelho representa o valor obtido no simulador numérico para o Caso 1. Esse ponto vermelho representa a média significativa das amplitudes de resposta em yaw, e vê-se que é um valor pequeno. Tal resultado levou ao NMRI a concluir que não haveria risco operacional dos sistemas em mar irregular, o que não é confirmado pelos presentes estudos.

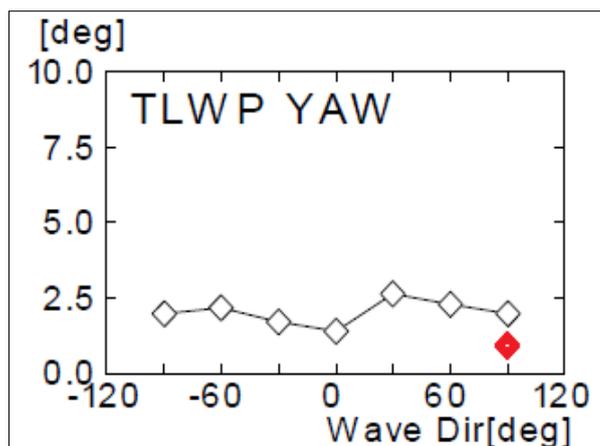


Figura 4.39 Valores significativos do movimento de yaw - Maeda et al (2008)

Comparando os dados respectivos do valor significativo e distância de separação entre as plataformas da Figura 4.38 e 4.39 pode-se dizer que o ensaio realizado no NMRI poderia aproximar-se ao estado de mar do CASO 1. Na Tabela 3 mostra-se o valor significativo do movimento em yaw ( $\alpha$ ) e a mínima distância entre a TLWP e o FPSO para os três tipos de CASOS e o ensaio.

Tabela 4.3 Valor significativo e distancia entre a TLWP e o FPSO

| Nº | simulador    | ensaio       | simulador | ensaio |
|----|--------------|--------------|-----------|--------|
|    | $\alpha$ (°) | $\alpha$ (°) | d (m)     | d (m)  |
| 1  | 0,93         | 2,1          | 10        | 21     |
| 2  | 24,33        | -            | 26        | -      |
| 3  | 20,38        | -            | 16        | -      |

onde:

d: distância mínima entre a TLWP e o FPSO.

$\alpha$ : valor significativo dos deslocamentos angulares de yaw.

Como observação final, nota-se que os resultados obtidos mostram que o simulador é capaz de reproduzir os efeitos conseguidos por Rivera (2012), além de mostrar que é possível obter um estado de mar, com  $T_p=15.56$  e  $H_{onda}=7.8$  m, onde não acontece ressonância paramétrica, que foi o caso obtido nos testes experimentais no NMRI.

#### 4.5 Investigação adicional relativa ao Caso 1.

Com a finalidade de mostrar que outros casos, como o obtido nos testes experimentais e na simulação numérica anterior, são possíveis de acontecer, se realizaram 600 simulações adicionais com um tempo de análise de 600 segundos. O foco destas análises é mostrar que o Caso 1 pode acontecer para outros estados de mar de diferentes fases aleatórias e não vamos entrar a fundo nos resultados obtidos, isto já foi analisado no início deste capítulo.

A seguir mostra-se os resultado obtido do Caso 1 para um análise de 600 segundos:

##### CASO 1

As Figuras 4.40-4.42 correspondem às séries temporais das respostas de surge, sway e yaw da TLWP, respectivamente. Para esse estado de mar, vemos novamente que as amplitudes de resposta de surge e yaw são pequenas e não afetaria a operação da TLWP. Ver Figura 4.40 e 4.42, respectivamente. Já na resposta de sway, vemos que acontece algo similar ao CASO 1 de 1800 segundos de análise, isto é, grandes amplitudes de resposta e assimétrico ao eixo horizontal. Ver figura 4.41.

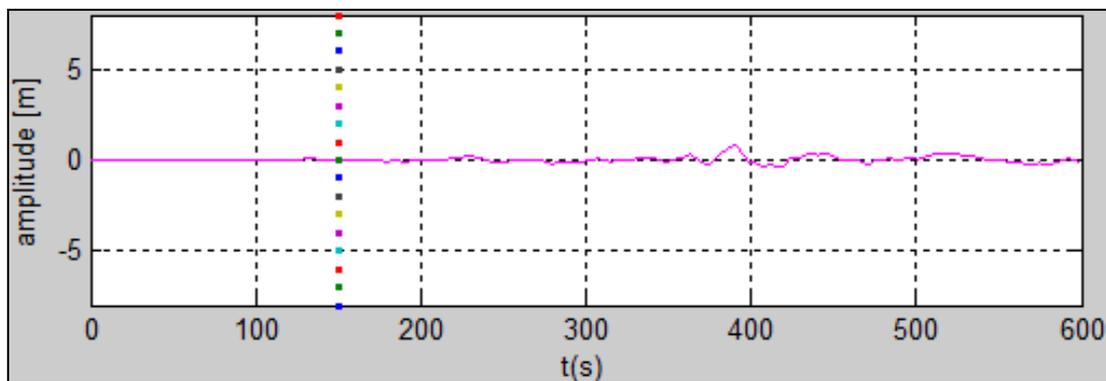


Figura 4.40 Série temporal de surge da TLWP – CASO 1

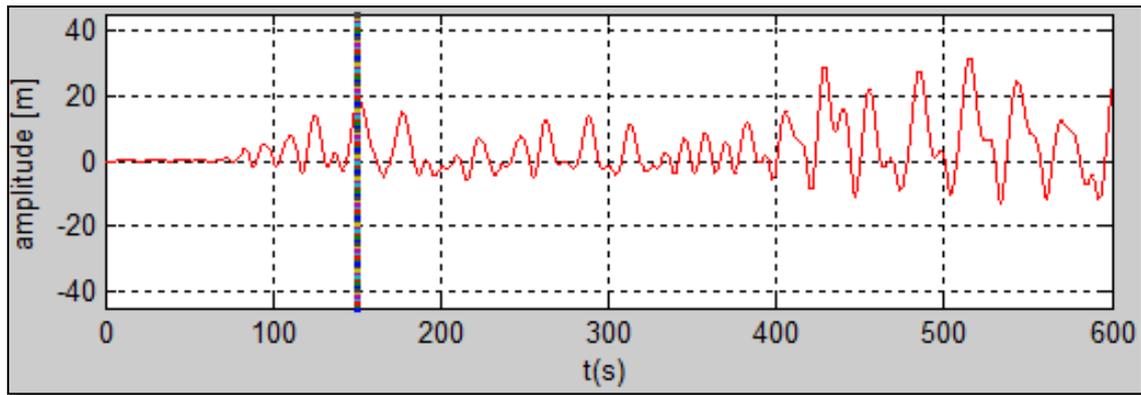


Figura 4.41 Série temporal de sway da TLWP – CASO 1

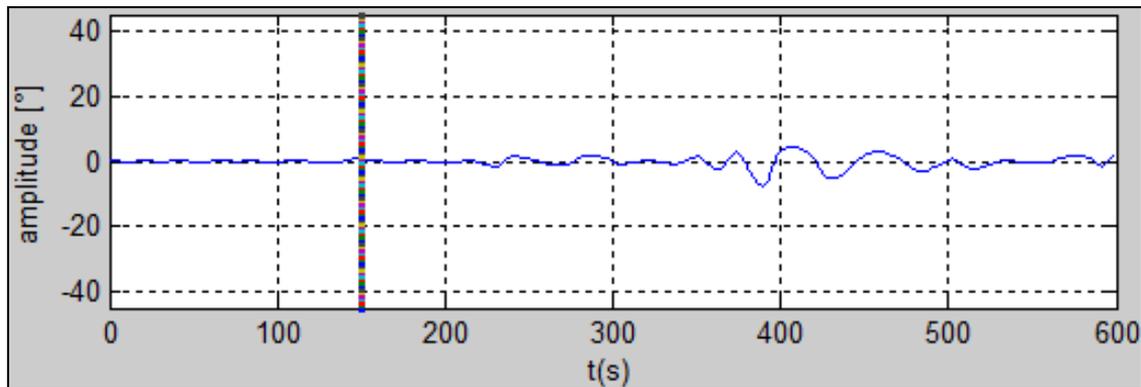


Figura 4.42 Série temporal de yaw da TLWP – CASO 1

As Figuras 4.43-4.45 correspondem aos espectros das séries temporais dos modos de surge, sway e yaw obtidos acima, respectivamente. Novamente, as frequências dos valores picos para cada um dos três modos de oscilação encontram-se ao redor das mesmas frequências do CASO 1 anterior, isto é, estão ao redor da frequência de 0.1 rad/s, ver Figura 4.43 e 4.45, e o valor pico do espectro de sway encontra-se ao redor de 0.23 rad/s, perto da frequência natural de yaw ( $\omega_n=0,227\text{rad/s}$ ).

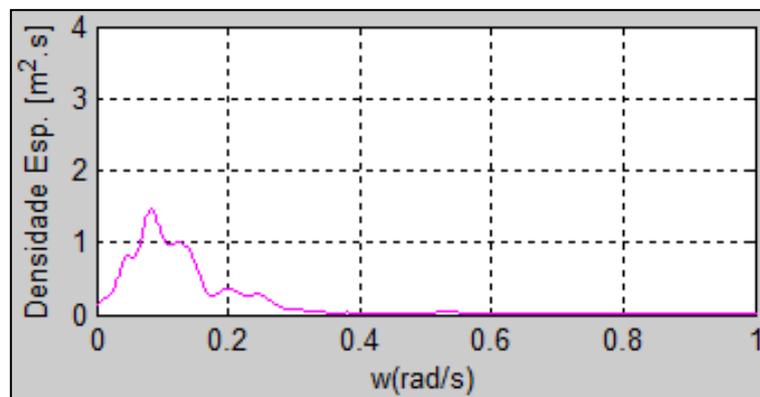


Figura 4.43 Espectro de resposta de surge – CASO 1

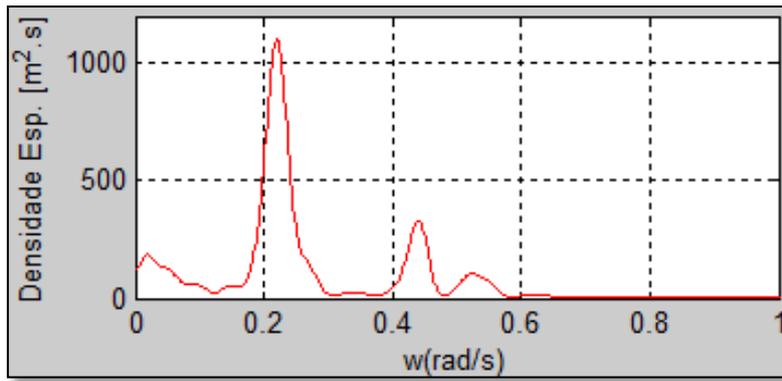


Figura 4.44 Espectro de resposta de sway – CASO 1

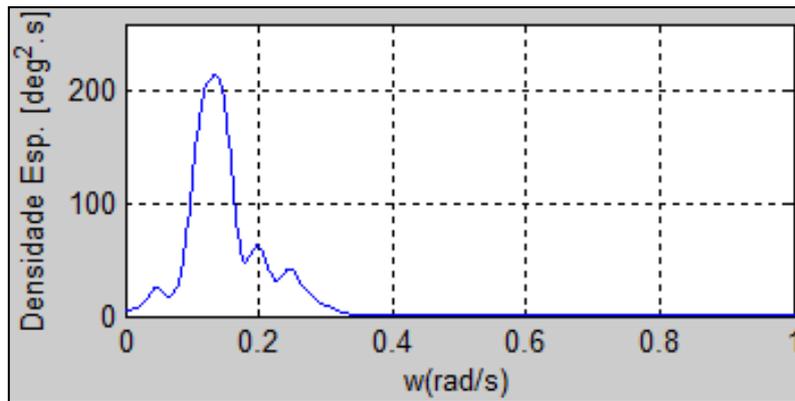


Figura 4.45 Espectro de resposta de yaw – CASO 1

Com os resultados obtidos nesta secção, vemos que existem outros estados de mar onde a resposta de yaw não apresenta grandes amplitudes. Isto mostra que os resultados obtidos nos testes experimentais no NMRI são efetivamente possíveis de acontecer.

# CAPÍTULO:

## 5. CONCLUSÕES

### 5.1 Generalidades

Os testes realizados em ondas regulares de través no NMRI revelaram movimentos instáveis do yaw, isto é, grandes amplificações nas amplitudes de respostas, para uma faixa de período e amplitude de onda. Cruz (2010) e Rivera (2012) estudaram esses fenômenos com a finalidade de explicar o motivo pelo qual acontecem estas amplificações de resposta. Rivera (2012) elaborou um modelo matemático não linear para explicar o comportamento instável do sistema. Ele conseguiu reproduzir com boa acuidade os fenômenos observados nos testes e mostrou que as grandes amplificações nas respostas de yaw devem-se ao acoplamento existente entre este modo e o modo de sway. Isto deve-se às conexões e linhas de amarrações. O modo de sway, ao alcançar algum nível de energia, excita o modo de yaw na sua frequência natural, dando origem a amplificação paramétrica.

No entanto, surpreendentemente, o ensaio de mar irregular para onda de través do mesmo sistema não apresentou amplificações de respostas em nenhum grau de liberdade. Isso nos motivou a realizar um estudo mais abrangente do sistema em mar irregular com o objetivo de validar ou não as conclusões apresentadas pelo NMRI. Para isto, elaborou-se um modelo numérico baseado nas equações de movimento desenvolvida por Rivera (2012) para ondas regulares, assim como na metodologia de Rodriguez (2016) para mar irregular.

Com o modelo desenvolvido realizaram-se 960 análises do sistema, isto é, desenvolveram-se 960 estados de mar cujos espectros são do tipo JONSWAP e a altura significativa é de 7.8m, o período pico é 15.56 segundos, e as fases para gerar cada estado de mar foram escolhidas aleatoriamente. Para cada estado de mar a equação de movimento foi resolvida e obtiveram-se as séries temporais de cada grau de liberdade da TLWP. Os resultados obtidos foram agrupados em três CASOS particulares. O

CASO 1 confirma os resultados obtidos no NMRI, isto é, o sistema apresenta pequenas amplitudes de respostas e não existe evidência de ressonância paramétrica. O CASO 2 e 3 é oposto ao primeiro caso, aqui se tem grandes amplitudes de resposta para o movimento de yaw, isto é devido á ressonância paramétrica deste modo. A diferença entre o CASO 2 e 3 é que no primeiro CASO as amplitudes de yaw oscilam de grandes a pequenas amplitudes ao longo do tempo, enquanto no CASO 3 as amplitudes de resposta de yaw sempre são de grandes valores, aproximadamente 35°. Os três CASOS foram analisados e as conclusões são apresentas a seguir.

## 5.2 Conclusões

O estudo realizado com o modelo numérico consegue reproduzir os efeitos de troca de energia entre um modo e outro, o acoplamento entre sway e yaw, o acoplamento entre surge e yaw, e como o yaw leva o surge a oscilar com maiores amplitudes quando é excitado parametricamente em sway.

O modelo numérico também consegue mostrar que podem existir uma ou duas zonas de estabilidade. Tem-se duas zonas de estabilidade no CASO 3, onde se tem uma amplificação e redução alternada das amplitudes de respostas.

Dos espectros de sway e yaw dos CASOS 2 e 3 e da Tabela 4.1 pode-se ver como o modo de yaw oscila no dobro do período de excitação e perto do seu período natural. Isto caracteriza a ressonância paramétrica desse modo de oscilação e que as amplitudes de respostas são prejudiciais para a operação das plataformas. Além disso, na Tabela 4.2 pode-se ver que o caso de ressonância paramétrica é a mais provável de acontecer.

O CASO 1 mostra que os resultados obtidos no NMRI são possíveis de acontecer, mas que a probabilidade é baixa. O que nos leva a ser cuidadosos na hora de realizar ensaios em mar irregular quando se tem um sistema com não linearidade marcantes.

Nas Figuras 4.35-4.37, dos espectros de repostas dos três modos, pode-se concluir que os três modos são fortemente não ergódicos. Isto aprecia-se na variação de

energia entre cada um dos casos. Além disso, mostra os acoplamentos que existem entre cada um dos modos.

Por último, o simulador numérico consegue reproduzir os efeitos determinados por Rivera (2012) em mar regular. Mostra que as não linearidades podem levar a originar ressonância paramétrica. Também como os cabos de conexão e as linhas de amarre influenciam nos acoplamento entre os modos, sendo os cabos de conexão o maior responsável por isso.

### **5.3 Trabalhos futuros**

Recomenda-se nos trabalhos futuros:

- Ser mais cuidadoso nos estudos de sistemas não-lineares para mar irregular, isto é, realizar maior números de ensaios para concluir se o sistema é estável ou não. Além disso, poderíamos incluir os outros graus de liberdade não considerado das plataformas, isso poderia refinar los cálculos obtidos ou trazer alguma outra informação.
- Nesse trabalho se considerou o amortecimento e a massa adicional constante, os valores foram obtidos para a frequência de excitação da onda, isto foi baseado nos estudos de Celis (2008). Seria interessante resolver a equação de movimento considerar a memória fluida do sistema, isto poderia trazer talvez novas informações nas respostas do sistema.
- Além das recomendações dadas anteriormente, seria recomendável resolver a equação de movimento considerando-se as forças de deriva (media e lenta), se essas forças de deriva poderiam influenciar nas respostas de surge e yaw.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Brandão, L. A. (2008). *Análise Acoplada dos Movimentos de uma Unidade Flutuante e da Dinâmica dos sistemas de Ancoragem e Risers*. Tese de M.Sc., COPPE - Eng. Oceânica, Universidade Federal de Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.

Carvalho, L. F. (2013). *Estudo do Acoplamento Hidrodinâmico entre Embarcações Operando Side-by-Side*. Tese de M.Sc., COPPE - Eng. Oceânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.

CELIS, M. A. (2008). *Análise da Influência da Memória fluida em Balanço Paramétrico*. Tese de M.Sc., COPPE - Eng. Oceânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.

CRUZ, R. E. (2010). *Simulação Dinâmica de Dois Corpos Flutuantes Acoplados Sujeitos à Ação de Ondas Regulares*. Tese de M.Sc., COPPE - Eng. Oceânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.

GUIMARÃES, D. A. (2007). Probabilidade, Estatística e Processos Estocásticos. *Notas de Aulas, Instituto Nacional de Telecomunicações - Inatel*. Minas Gerais, Brasil.

MAEDA, K., UTO, S., KURODA, T., & KANADA, S. (2008). *TLWP-FPSO Coupled Modeled Tests in NMRI*. National Maritime Research Institute-Japan. Report OCN-07-03.

NEVES, M. A. S.; RODRIGUEZ, C. A. (2005). A Non-Linear Mathematical Model of Higher Order for Strong Parametric Resonance of the Roll Motion of Ships in Waves. *Marine Systems & Ocean Technology - Journal of SOBENA*, vol. 1 (no. 2), Sociedade Brasileira de Engenharia Naval. Rio de Janeiro, Brazil.

NEVES, M. A. S.; RODRIGUEZ, C. A. (2006b). An Investigation of Roll Parametric Resonance in Regular Waves. In: *Proceedings of the 9th International Conference on Stability of Ships and Ocean Vehicles (STAB'2006)*, vol.1. Rio de Janeiro, Brazil.

NEVES, M. A. S.; RODRIGUEZ, C. A. (2007). Influence of Non-Linearities on the Limits of Stability of Ships Rolling in Head Seas. *Ocean Engineering* , vol. 34 , no. 11.

NEVES, M. A. S.; RODRIGUEZ, C. A. (2006a). On Unstable Ship Motions Resulting from Strong Non-Linear Coupling. *Ocean Engineering* , vol. 33 , no. 14.

NEVES, M. A. S.; RODRIGUEZ, C. A.; POLO, J. C. (2016). A Time-Efficient Approach for Nonlinear Hydrostatic and Froude-Krylov Forces for Parametric Roll Assessment in irregular Seas. Rio de Janeiro , Brasil.

PETROBRAS. (2014). Acesso em 2016, disponível em PETROBRAS: <http://www.petrobras.com.br/infograficos/tipos-de-plataformas/desktop/index.html#>

*petrogasnews.wordpress*. (s.d.). Acesso em 2016, disponível em petrogasnews: <https://petrogasnews.wordpress.com/2011/03/06/tipos-de-plataformas-de-petroleo/>

*Petroleum Safety Authority Norway*. (2016). Acesso em 2016, disponível em psa: <http://www.psa.no/news/consent-to-use-alvheim-fpso-on-the-alvheim-field-article4353-878.html>

Rampazzo, F. P. (2011). *Estudo de Viabilidade do Sistema de Ancoragem de uma Unidade Flutuante de Produção e Armazenamento "FPSO" Acoplada a um Sistema de complementação seca "TLWP"*. Universidade de São Paulo, Engenharia naval e oceânica, São Paulo, Brasil.

RIVERA, L. A. (2012). *Estudo Sobre A Ocorrência De Ressonâncias Paramétricas Em Uma Plataforma TLWP Próxima A Um FPSO Em Ondas Regulares*. Tese de M.Sc, COPPE - Eng. Oceânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

RODRIGUEZ, C. A. (2004). *Estabilidade Dinâmica do Navio: Um Modelo Não-Linear de Terceira Ordem*. Tese de M.Sc., COPPE - Eng. Oceânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

RODRIGUEZ, C. A. (2010). *Sobre a Dinâmica não Linear do Balanço Paramétrico*. Tese de D.Sc., COPPE - Eng. Oceânica. Rio de Janeiro, RJ, Brasil: Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Schwarz, M. (2014). *Análise da Operação entre uma plataforma Flotel e um FPSO com Foco nos Limites Operacionais da Passarela de Conexão (Gangway)*. Tese M.Sc., COPPE - Eng. Oceânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.

WAMIT. (2006). *Wamit User Manual*. MIT.

YNOGUTI, C. A. (2011). *Probabilidade, Estatística e Processos Estocásticos. Apostilha. Universidade de São Paulo* . São Paulo, Brasil.

## 7. APÊNDICE A

### Coeficientes das restaurações não lineares da TLWP

Os coeficientes das equações (2.57 – 2.59) são apresentados nas Tabelas A.1-A.3. Os valores foram obtidos depois de substituir, na expansão das Séries de Taylor, as constantes de ângulos, comprimentos, pré-tensões, constantes de rigidez, etc.

Tabela A. 1 Coeficientes de restauração devido à conexão (Rivera, 2012)

|                  |            | X         | Y         | N            |
|------------------|------------|-----------|-----------|--------------|
| <b>1ra Ordem</b> | x          | -240,00   |           | 6600,00      |
|                  | y          |           | -31626,00 |              |
|                  | $\psi$     | 6600,00   |           | -796134,00   |
|                  |            |           |           |              |
| <b>2da Ordem</b> | $x^2$      |           | 313,86    |              |
|                  | xy         | 672,27    |           | -17262,00    |
|                  | $x\psi$    |           | -17262,00 |              |
|                  | $y^2$      |           |           |              |
|                  | $y\psi$    | -17262,00 |           | 1344428,25   |
|                  | $\psi^2$   |           | 672214,13 |              |
|                  |            |           |           |              |
| <b>3ra Ordem</b> | $x^3$      | -6,28     |           | 172,62       |
|                  | $x^2.y$    |           | 12,55     |              |
|                  | $x^2.\psi$ | 517,87    |           | -22760,00    |
|                  | $y^3$      |           |           |              |
|                  | $y^2.x$    | 12,55     |           | -345,25      |
|                  | $y^2.\psi$ | -345,25   |           | 9494,30      |
|                  | $\psi^3$   | 360871,00 |           | -27756920,00 |
|                  | $\psi^2.x$ | -22760,00 |           | 1062612,00   |
|                  | $\psi^2.y$ |           | 9494,30   |              |
|                  | $x.y.\psi$ |           | -690,50   |              |

Tabela A. 2 Coeficientes de restauração devido às amarrações oblíqua (Rivera, 2012)

|                  |            | X       | Y        | N          |
|------------------|------------|---------|----------|------------|
| <b>1ra Ordem</b> | x          | -51,39  |          | 283,39     |
|                  | y          |         | -226,00  |            |
|                  | $\psi$     | 283,39  |          | -36763,00  |
| <b>2da Ordem</b> | $x^2$      |         | -0,09    |            |
|                  | xy         | -0,17   |          | -8,58      |
|                  | $x\psi$    |         | -8,58    |            |
|                  | $y^2$      |         | -0,06    |            |
|                  | $y\psi$    | -8,58   |          | -8257,70   |
|                  | $\psi^2$   |         | -4128,80 |            |
| <b>3ra Ordem</b> | $x^3$      | 0,00    |          | -0,01      |
|                  | $x^2.y$    |         | 0,00     |            |
|                  | $x^2.\psi$ |         |          | -6,18      |
|                  | $y^3$      |         | 0,00     |            |
|                  | $y^2.x$    | 0,00    |          | 0,01       |
|                  | $y^2.\psi$ | 0,01    |          | 0,66       |
|                  | $\psi^3$   | -223,02 |          | -126660,00 |
|                  | $\psi^2.x$ | -6,18   |          | -669,05    |
|                  | $\psi^2.y$ |         | 0,66     |            |
|                  | $x.y.\psi$ |         | 0,01     |            |

Tabela A. 3 Coeficientes de restauração devido aos tendões (Rivera, 2012)

|                  |            | X       | Y       | N         |
|------------------|------------|---------|---------|-----------|
| <b>1ra Ordem</b> | x          | -130,26 |         |           |
|                  | y          |         | -130,26 |           |
|                  | $\psi$     |         |         | -94045,13 |
| <b>2da Ordem</b> | $x^2$      |         |         |           |
|                  | xy         |         |         |           |
|                  | $x\psi$    |         |         |           |
|                  | $y^2$      |         |         |           |
|                  | $y\psi$    |         |         |           |
|                  | $\psi^2$   |         |         |           |
| <b>3ra Ordem</b> | $x^3$      | -0,07   |         |           |
|                  | $x^2.y$    |         | -0,07   |           |
|                  | $x^2.\psi$ |         |         | -101,28   |
|                  | $y^3$      |         | -0,07   |           |
|                  | $y^2.x$    | -0,07   |         |           |
|                  | $y^2.\psi$ |         |         | -101,28   |
|                  | $\psi^3$   |         |         | -20887,59 |
|                  | $\psi^2.x$ | -101,28 |         |           |
|                  | $\psi^2.y$ |         | -101,28 |           |
|                  | $x.y.\psi$ |         |         |           |

Nas Figuras A.1 – A.3 mostram-se as comparações feitas por Rivera (2012) entre o modelo numérico e a modelagem analítica de terceira ordem das forças e momentos restaurativos das amarrações. Pode-se observar que o modelo de terceira ordem representa eficientemente as não linearidades do problema físico das restaurações até grandes ângulos.

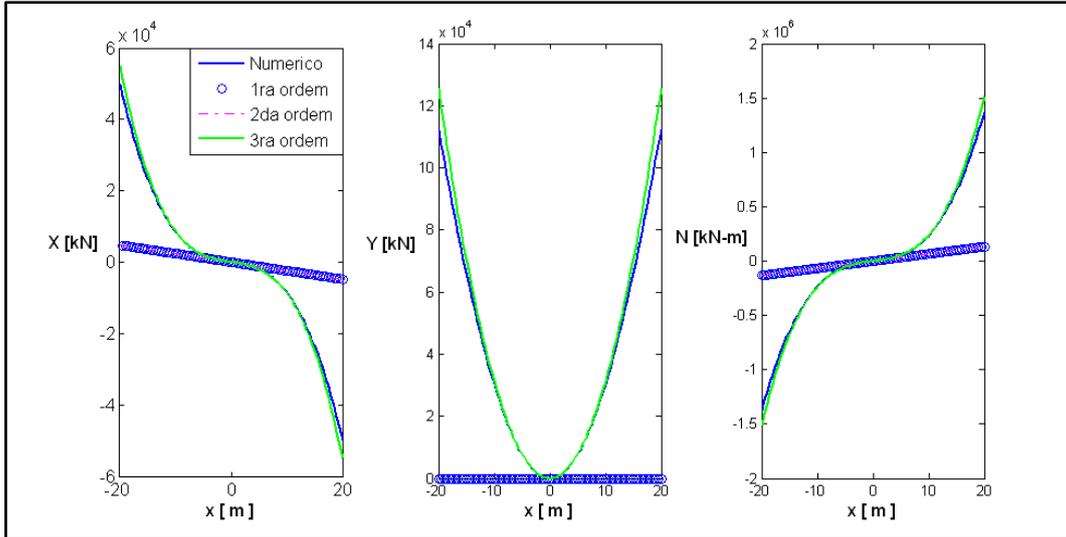


Figura A. 1 Dependência das forças e momento devido ao surge na conexão (Rivera, 2012)

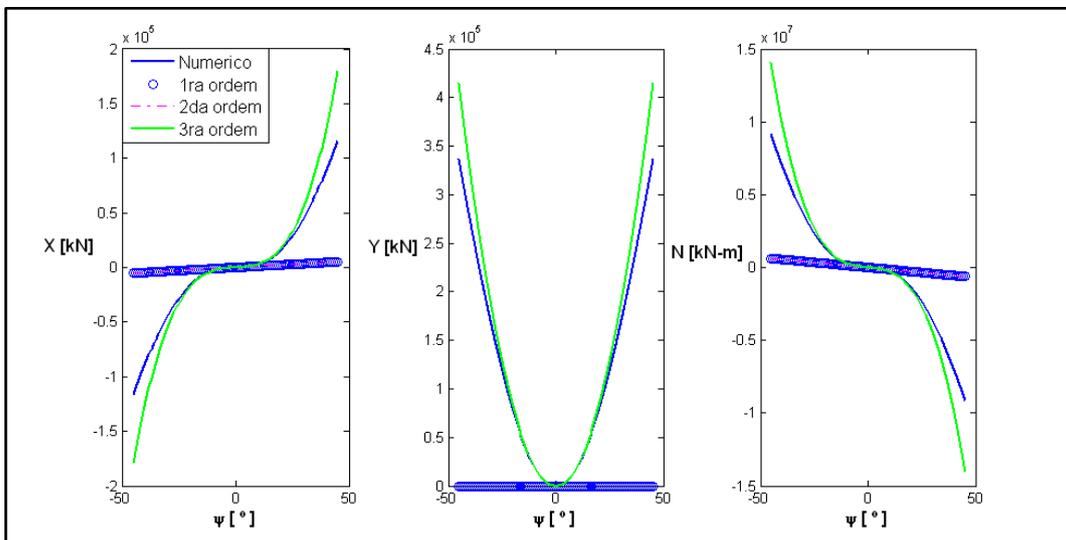


Figura A. 2 Dependência das forças e momento devido ao yaw na conexão (Rivera, 2012)

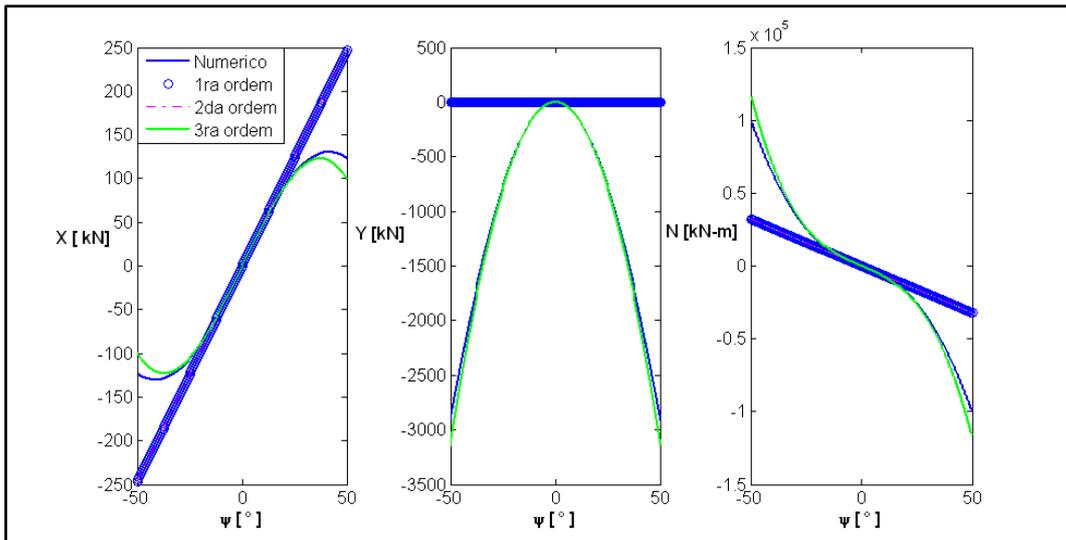


Figura A. 3 Dependência das forças e momento devido ao yaw na amarração oblíqua (Rivera, 2012)

## 8. APÊNDICE B

### 1. Funções de transferências das forças e momentos

Os módulos das forças, em surge, sway e heave; e momentos, em roll, da FPSO devido à excitação da onda linear, para a faixa de frequência trabalhado, são apresentados nas Figuras B.1–B.4, respectivamente.

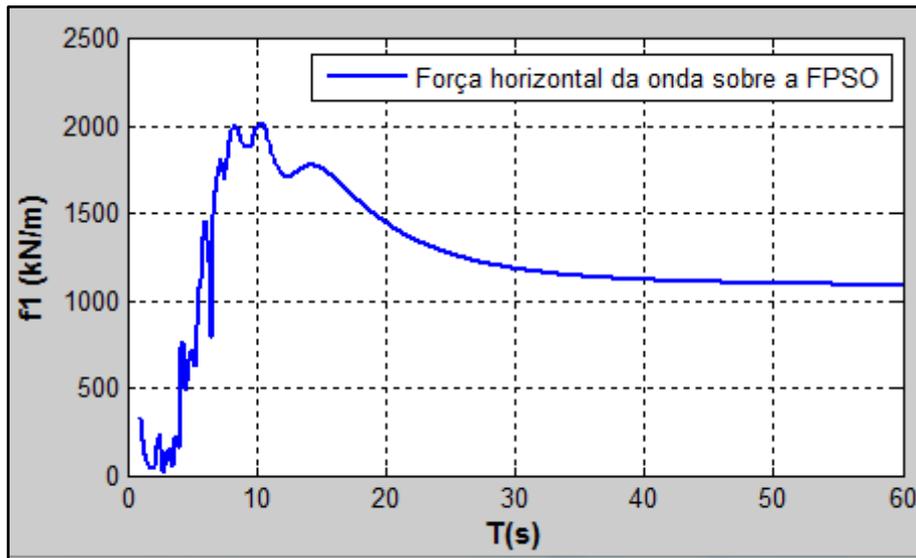


Figura B. 1 Função de transferência da força em surge da FPSO

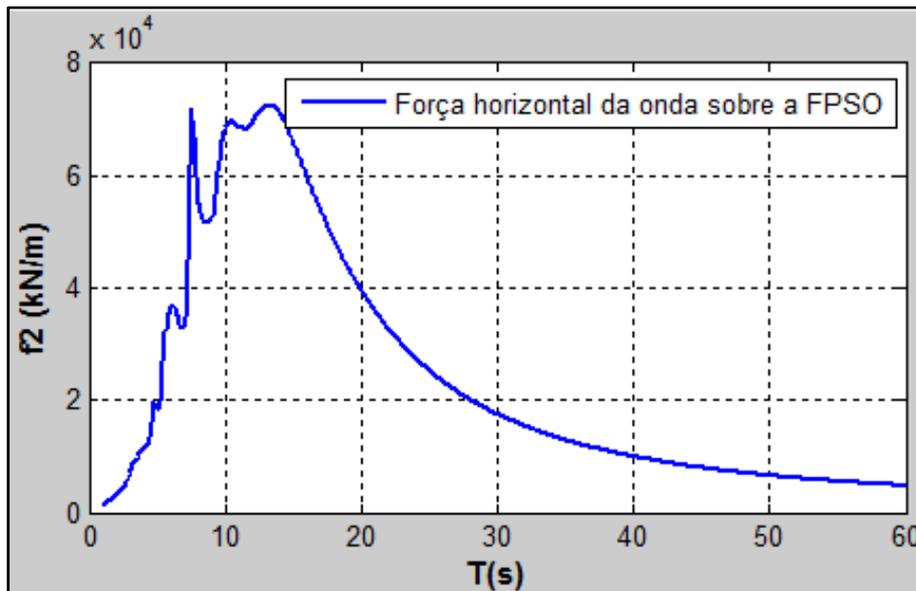


Figura B. 2 Função de transferência da força em sway da FPSO

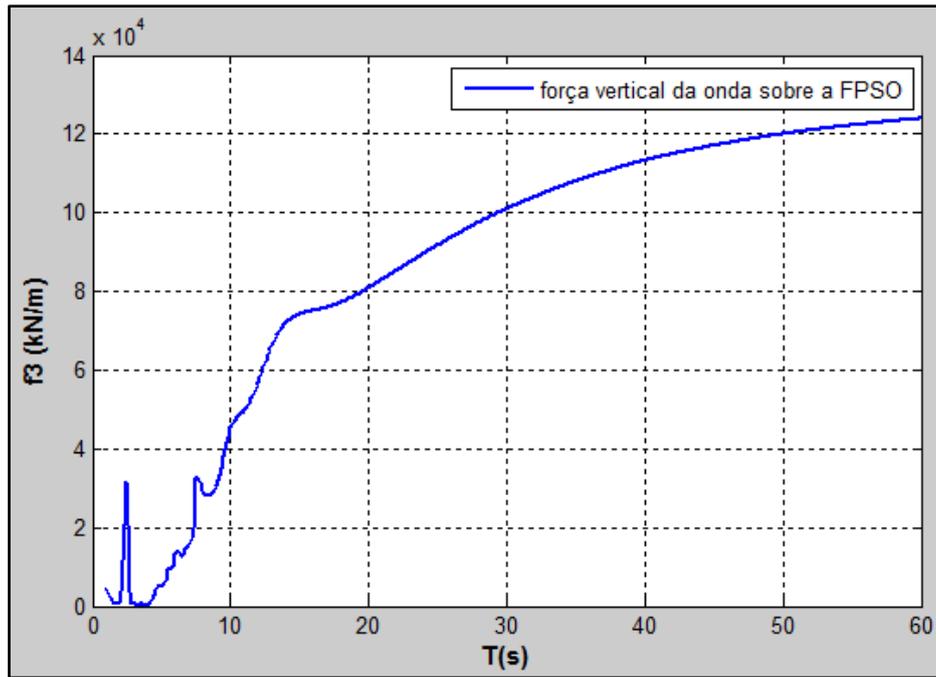


Figura B. 3 Função de transferência da força em heave da FPSO

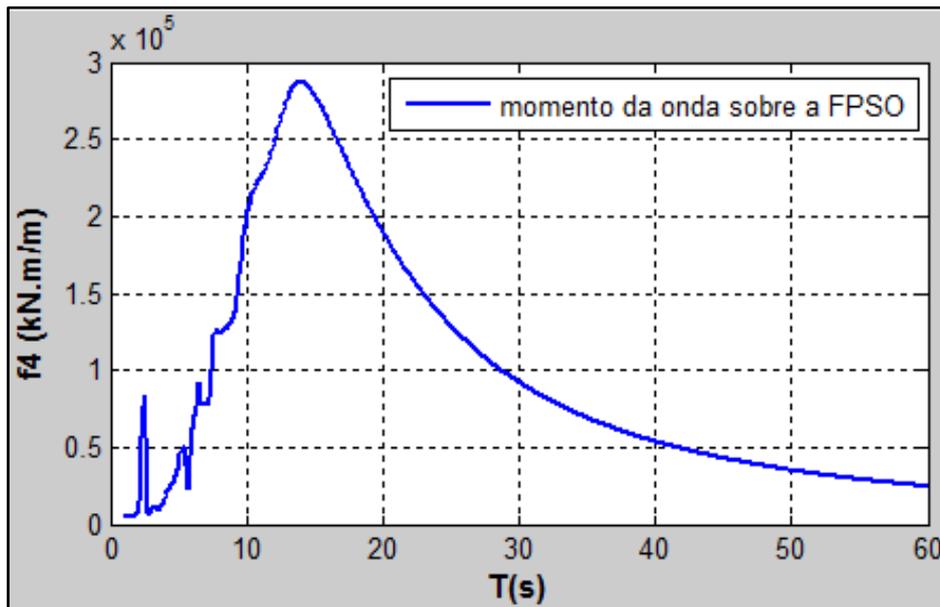


Figura B. 4 Função de transferência do momento em roll da FPSO

Os módulos das forças, em surge e sway; e momentos, em yaw, da TLWP devido à excitação da onda linear, para a faixa de frequência trabalhada, são apresentados nas Figuras B.5–B.7, respectivamente.

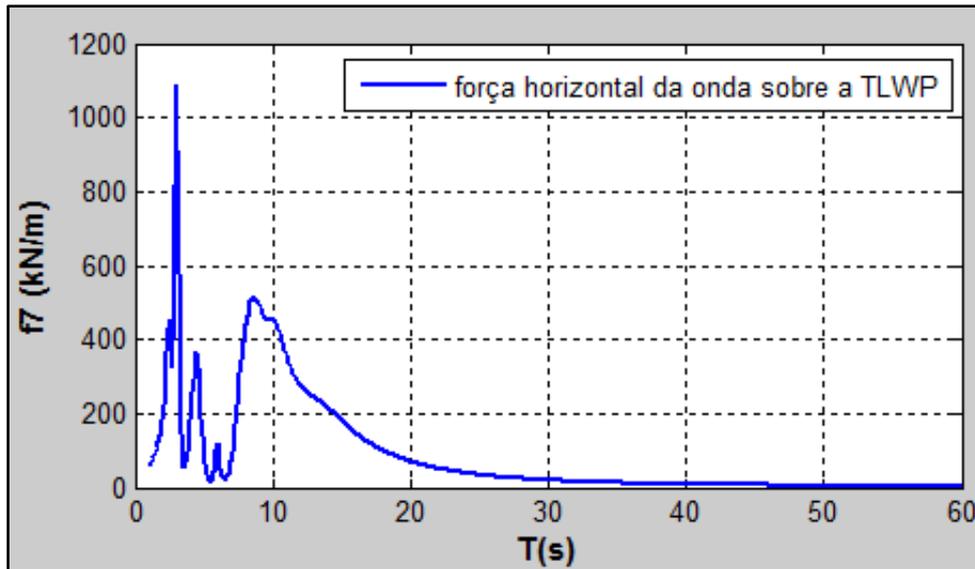


Figura B. 5 Função de transferência da força em surge da TLWP

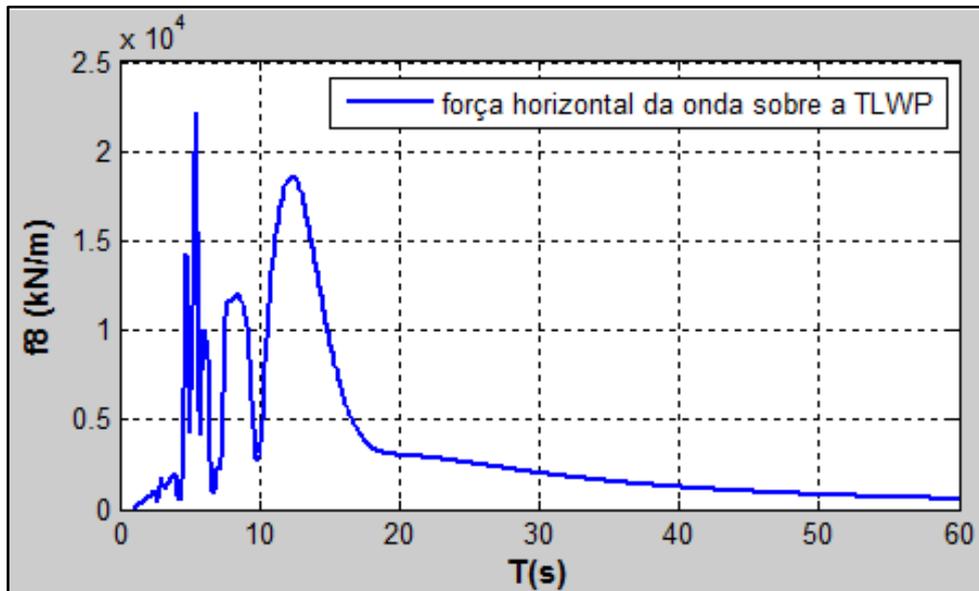


Figura B. 6 Função de transferência da força em sway da TLWP

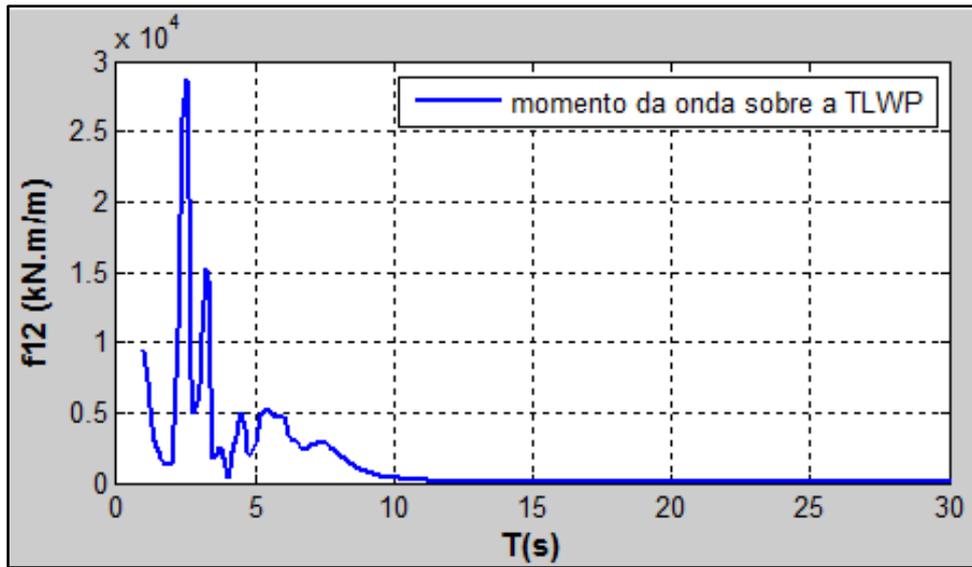


Figura B. 7 Função de transferência do momento em yaw da TLWP

Nas Figuras B.8 e B.9 são apresentados os operadores de amplitudes da força em sway, e o momento em yaw devido à passagem de onda, respectivamente.

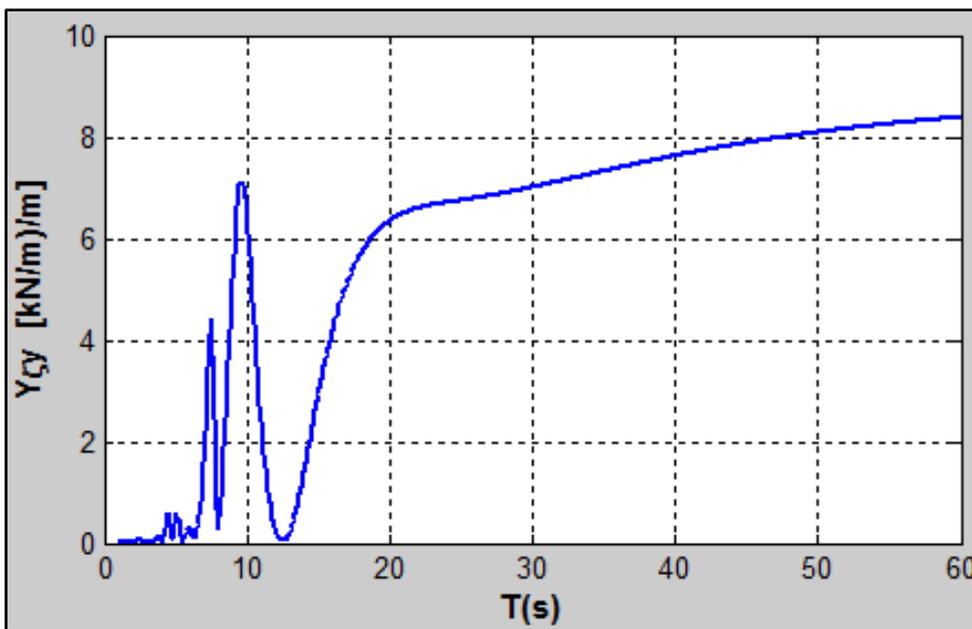


Figura B. 8 Operador de amplitude de resposta devido à passagem da onda em sway da TLWP

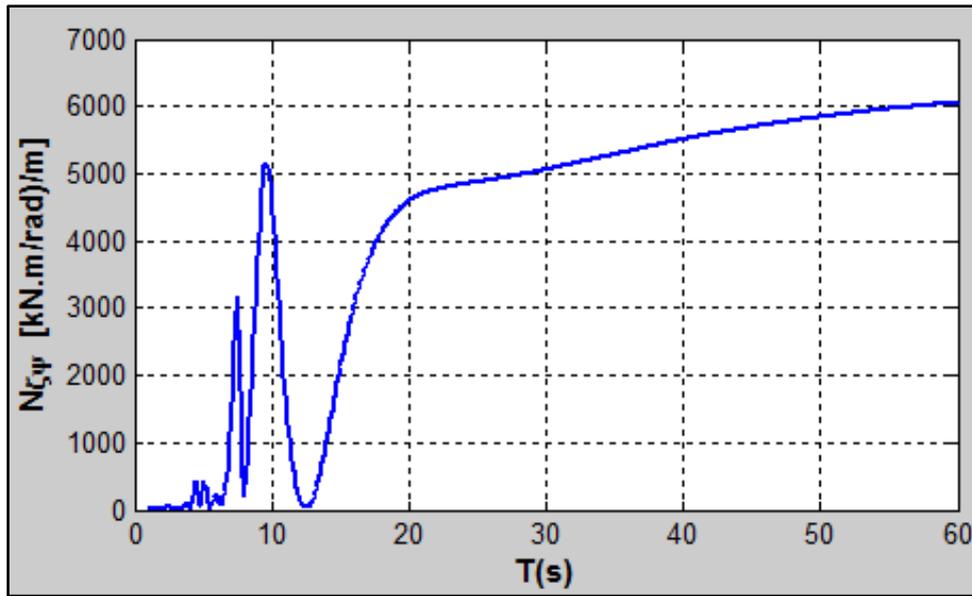


Figura B. 9 Operador de amplitude de resposta devido à passagem da onda em yaw da TLWP

## 2. Espectros e suas series temporais das forças de excitação da onda na FPSO

Nas Figuras B.10-B.13 são apresentados os espectros da força de excitação da onda em surge, sway e heave; e o momento em roll na FPSO, respectivamente.

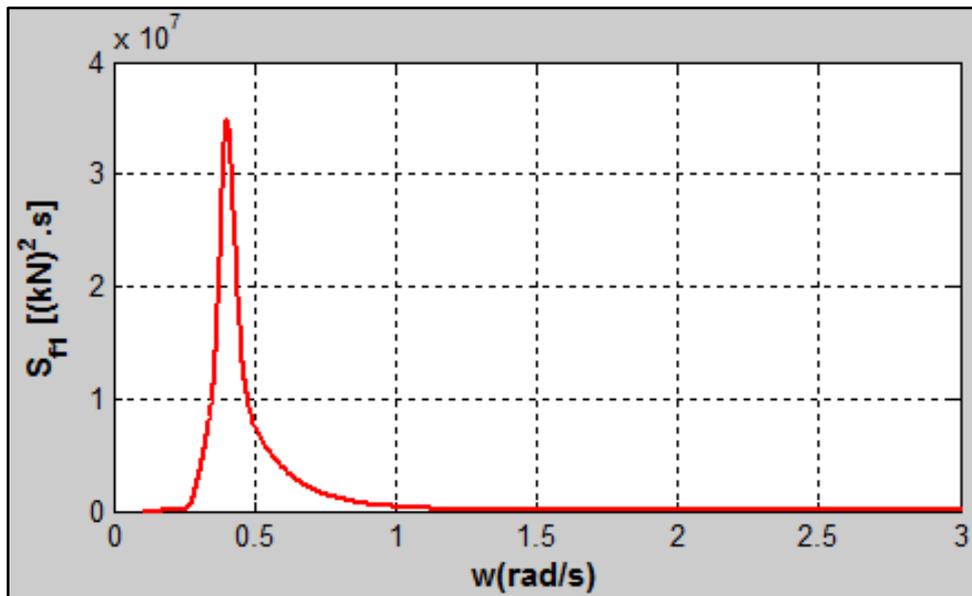


Figura B. 10 Espectro da força de excitação da onda em surge da FPSO

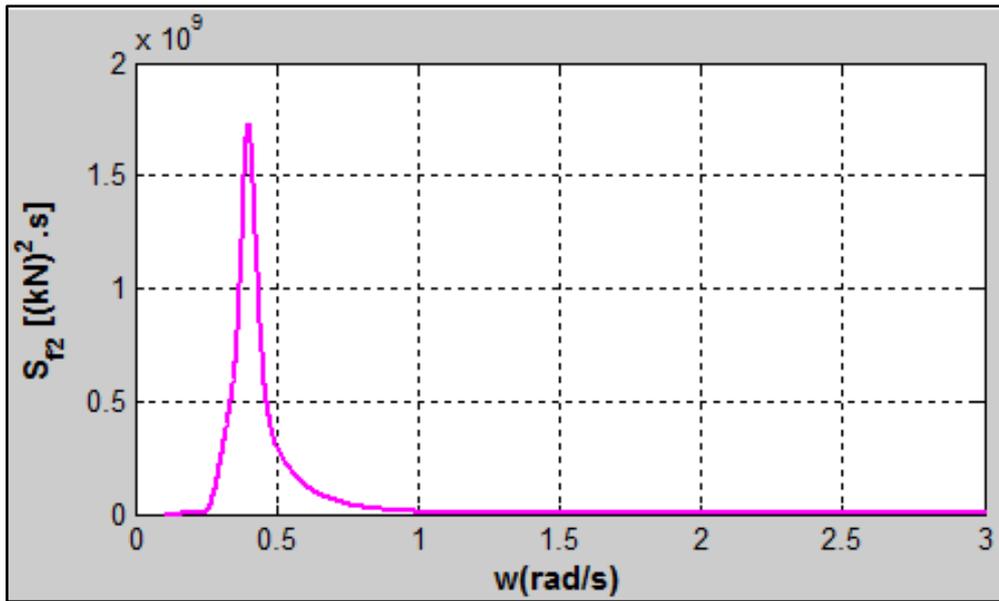


Figura B. 11 Espectro da força de excitação da onda em sway da FPSO

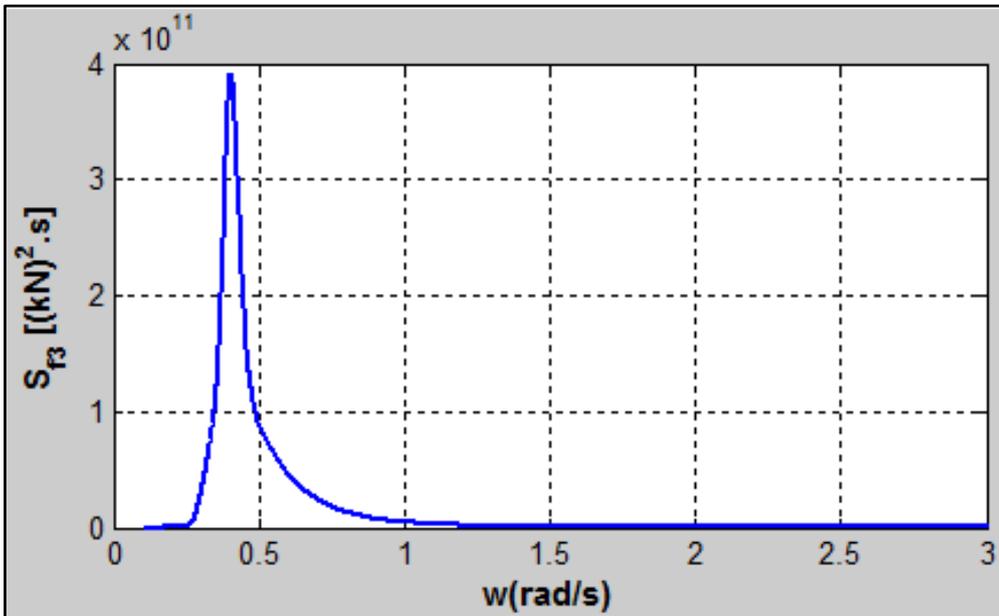
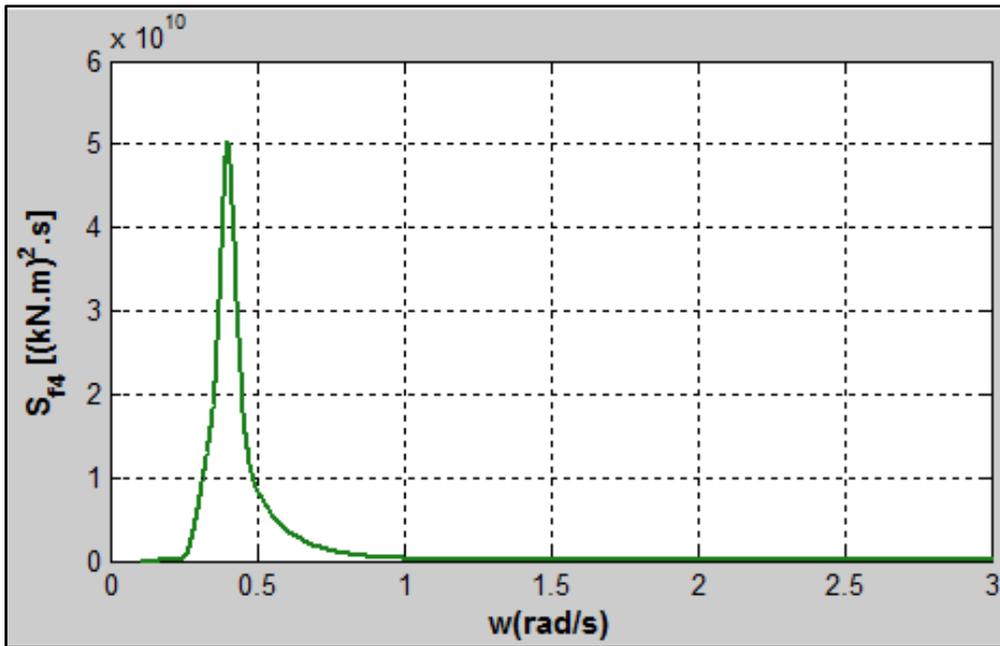
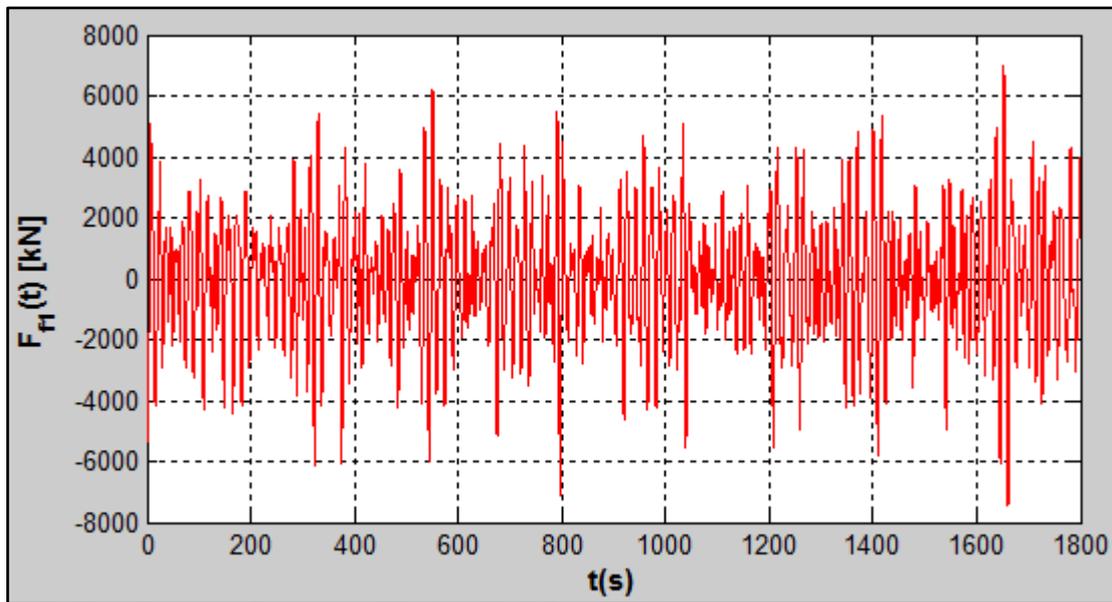


Figura B. 12 Espectro da força de excitação da onda em heave da FPSO



**Figura B. 13** Espectro do momento de excitação da onda em roll da FPSO

Nas Figuras B.14-B.17 são apresentados as séries temporais da força de excitação da onda em surge, sway e heave; e do momento em roll na FPSO, respectivamente.



**Figura B. 14** Serie temporal da força de excitação da onda em surge da FPSO

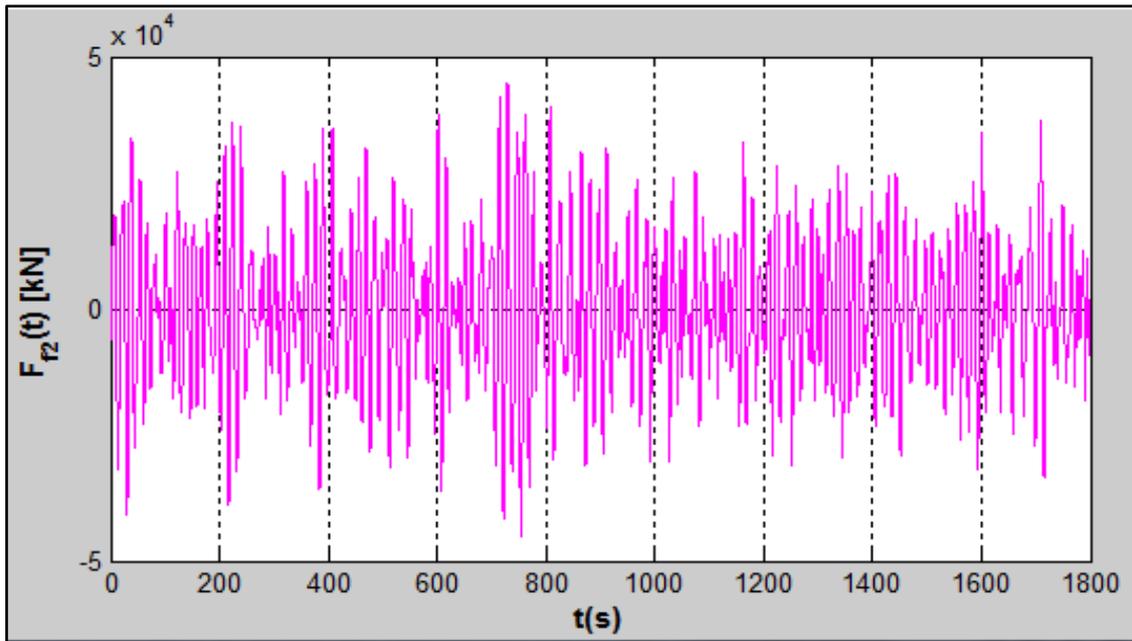


Figura B. 15 Serie temporal da força de excitação da onda em sway da FPSO

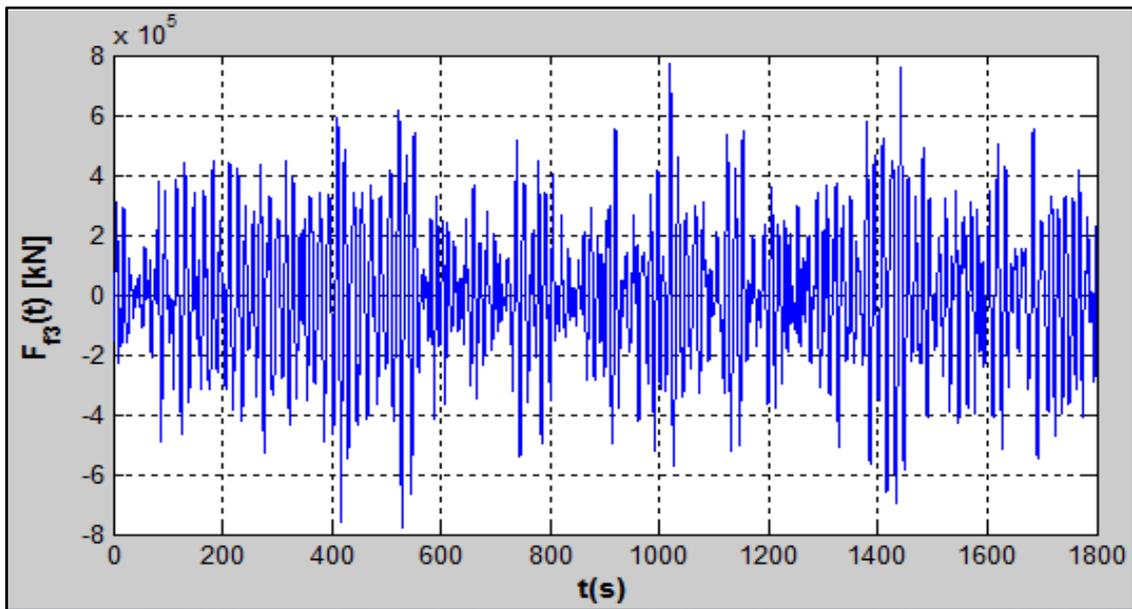


Figura B. 16 Serie temporal da força de excitação da onda em heave da FPSO

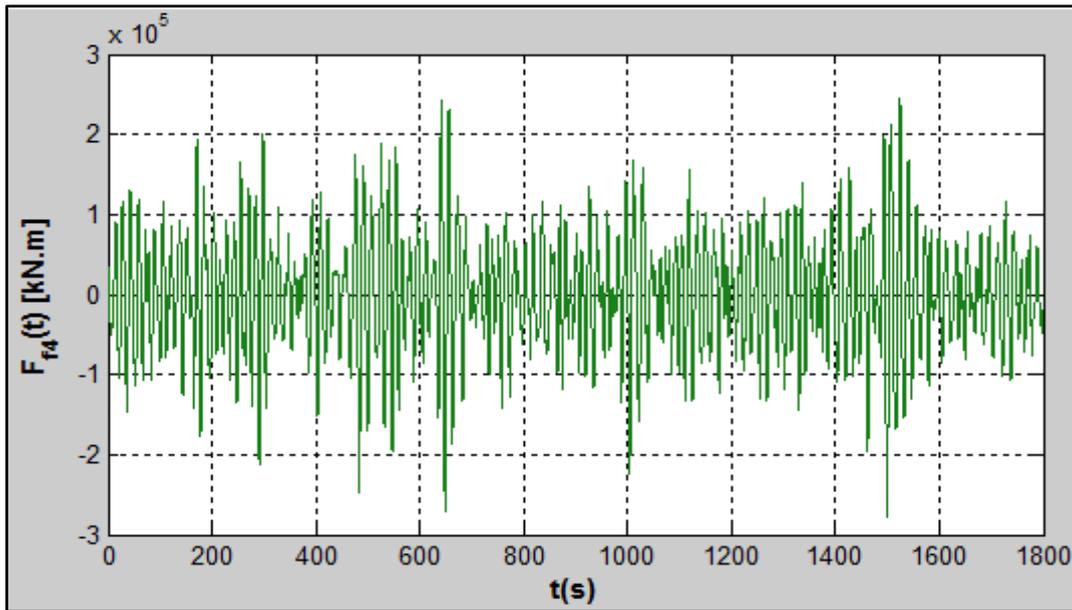


Figura B. 17 Serie temporal do momento de excitação da onda em roll da FPSO

### 3. Espectros e suas series temporais dos operadores de amplitude de resposta devido à passagem da onda

Nas Figuras B.18 - B.20 são apresentados os espectros dos operadores de amplitude de respostas devido á passagem da onda em surge, sway e yaw.

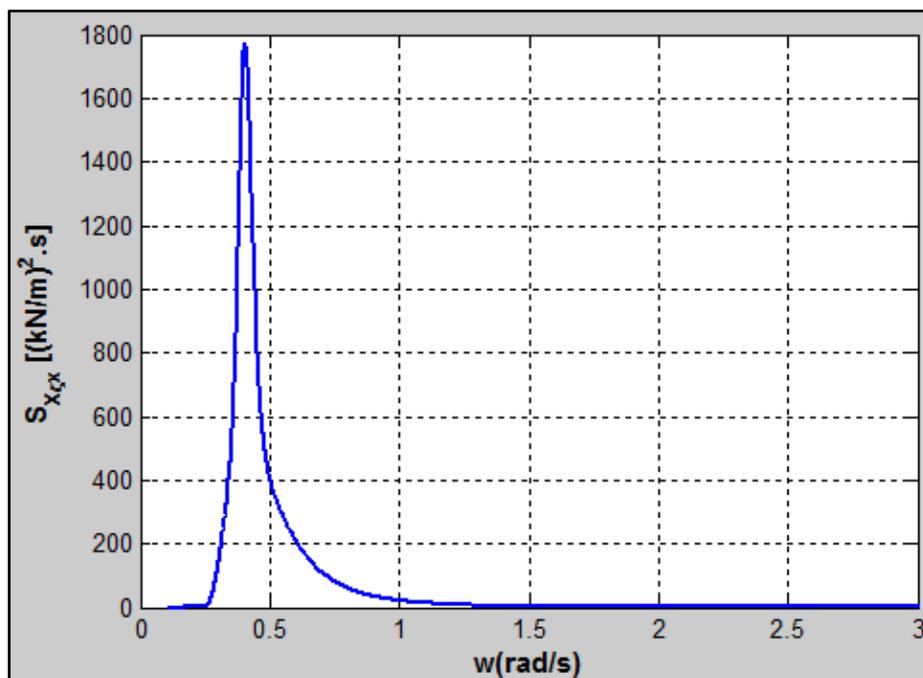


Figura B. 18 Espectro do operador de amplitude de resposta devido á passagem da onda em surge

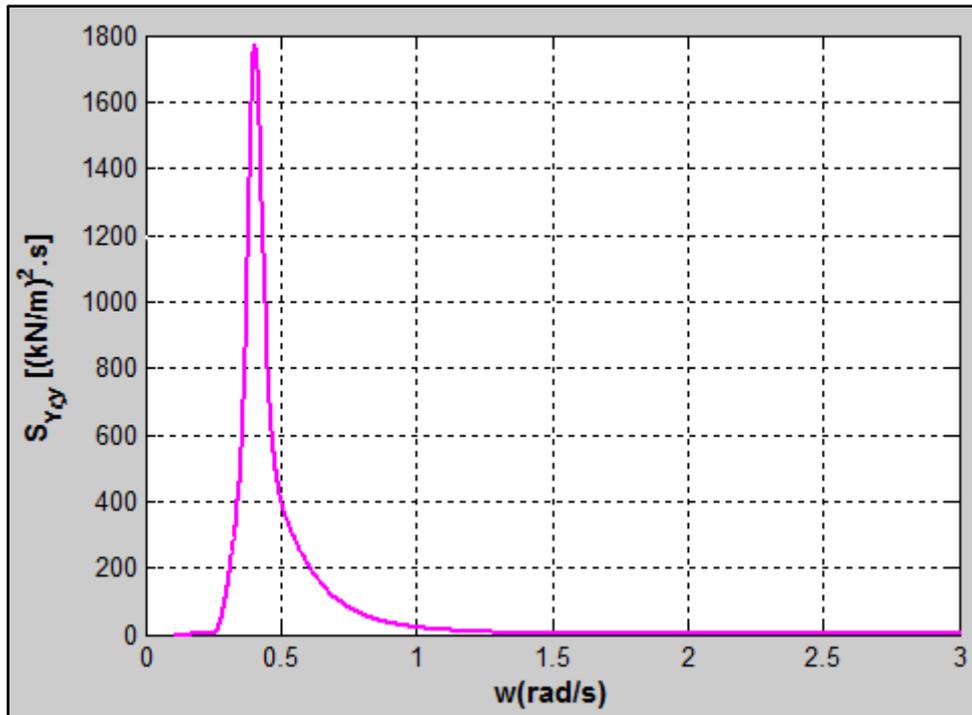


Figura B. 19 Espectro do operador de amplitude de resposta devido á passagem da onda em sway

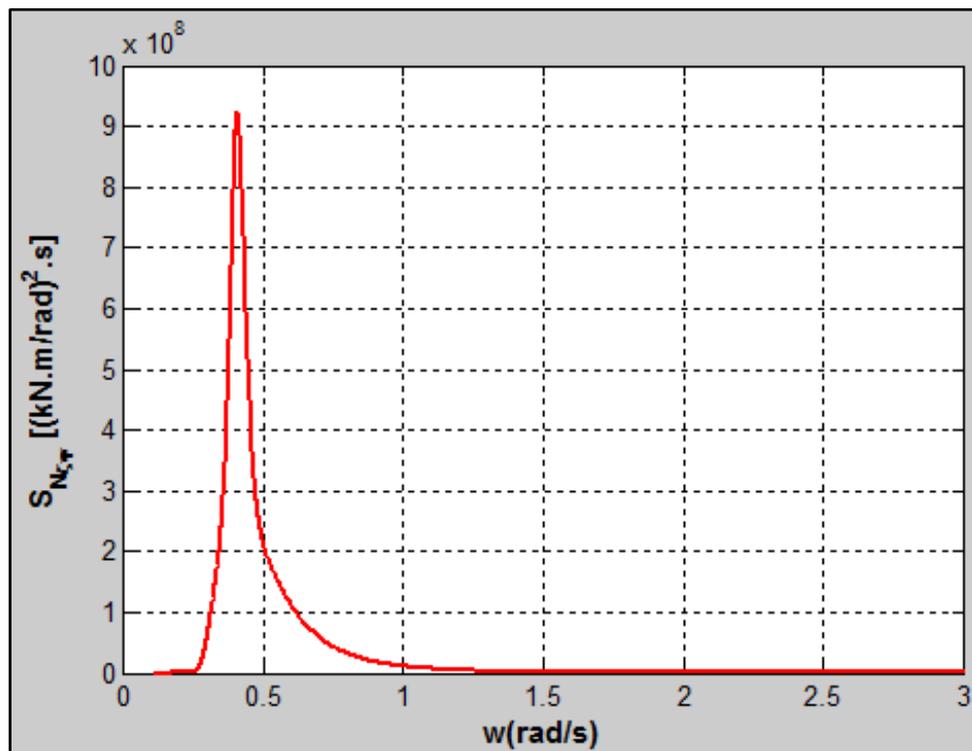


Figura B. 20 Espectro do operador de amplitude de resposta devido á passagem da onda em yaw

Nas Figuras B.21-B.23 são apresentados as séries temporais dos operadores de amplitudes de respostas devido à passagem da onda em surge, sway yaw, respectivamente.

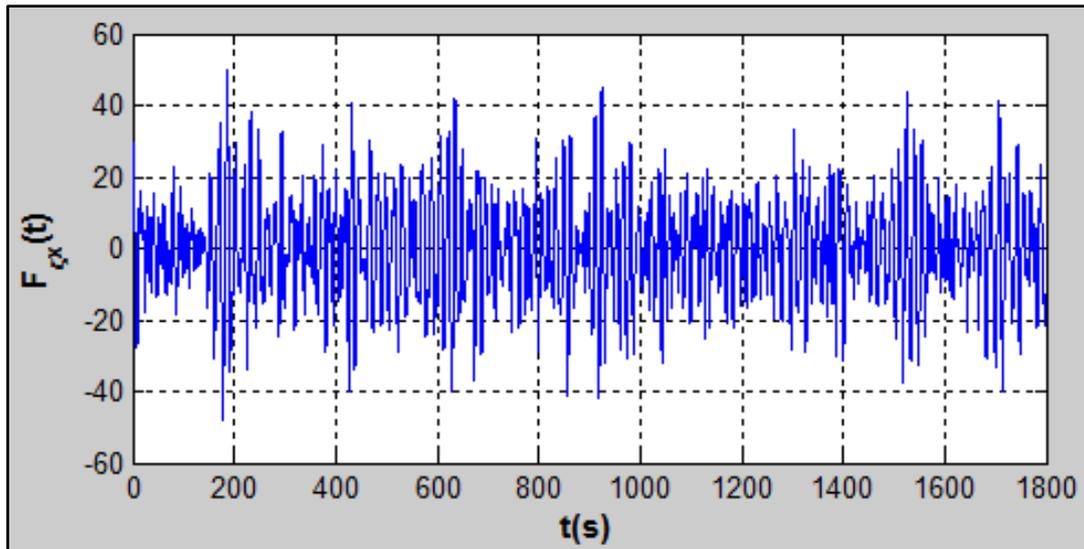


Figura B. 21 Série temporal do operador de amplitude de resposta devido à passagem da onda em surge

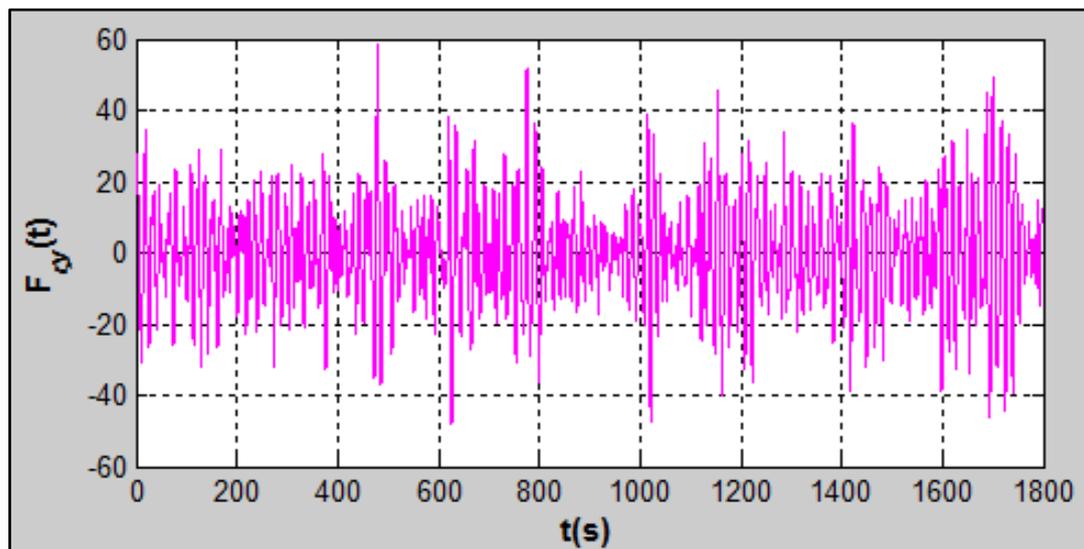


Figura B. 22 Série temporal do operador de amplitude de resposta devido à passagem da onda em sway

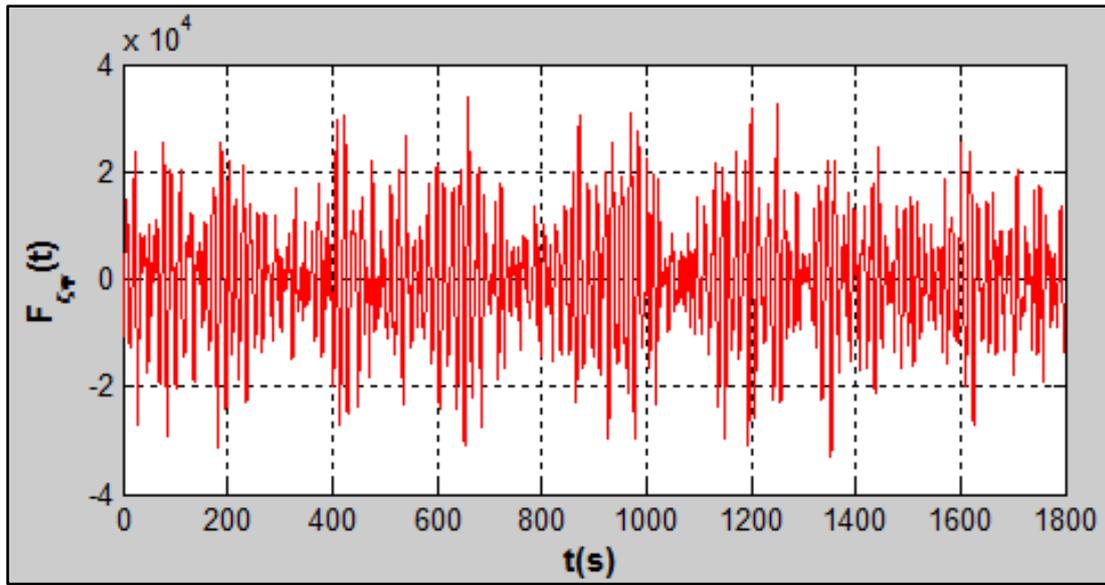


Figura B. 23 Série temporal do operador de amplitude de resposta devido à passagem da onda em  
yaw