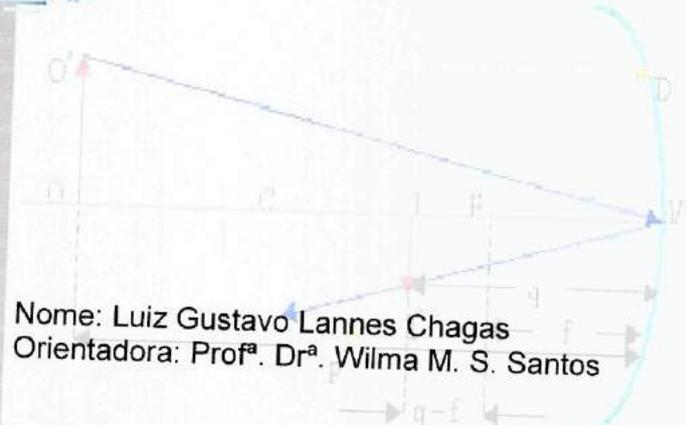
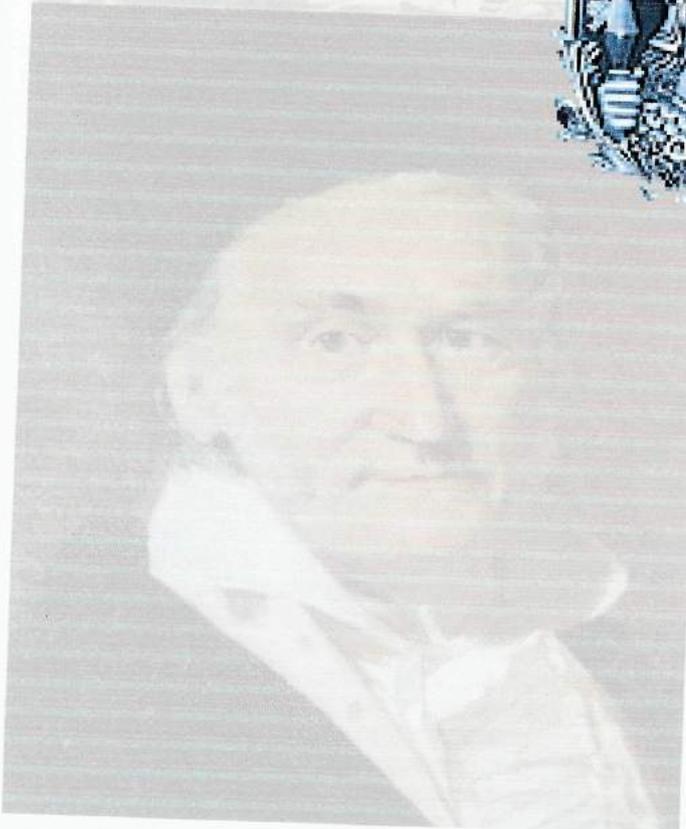
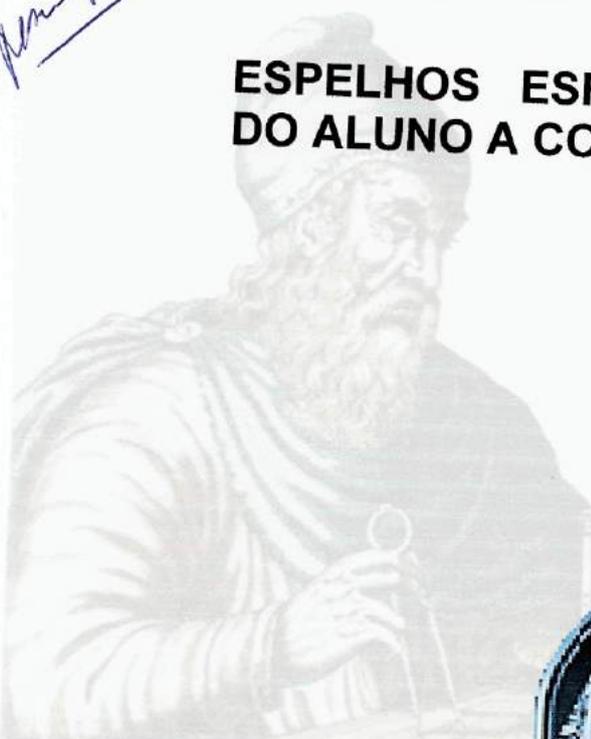


Inscrição  
14/03/07  
5124/07  
Apresentado

# ESPELHOS ESFÉRICOS: DO COTIDIANO DO ALUNO A CONCEITUAÇÃO CIENTÍFICA



Nome: Luiz Gustavo Lannes Chagas  
Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Wilma M. S. Santos

Rio de Janeiro  
Dezembro 2007

23/2007

I. F. U. F. R. J.  
**BIBLIOTECA**  
REGISTR.      DATA  
23/2007

Chagas, Luiz Gustavo Lannes.  
Espelhos Esféricos: do cotidiano do aluno a conceituação científica.  
Luiz Gustavo Lannes Chagas. Rio de Janeiro, RJ 2007.

58f.

Orientador: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Wilma Machado Soares Santos  
Monografia – Instituto de Física  
Universidade Federal do Rio de Janeiro

**Luiz Gustavo Lannes Chagas**

## **ESPELHOS ESFÉRICOS: DO COTIDIANO DO ALUNO A CONCEITUAÇÃO CIENTÍFICA**

Monografia apresentada ao Instituto de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito parcial à obtenção do Título de Licenciado em Física.

### **COMISSÃO EXAMINADORA**

---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Wilma Machado Soares Santos  
Universidade Federal do Rio de Janeiro

---

Prof. Dr. Marcos Binderly Gaspar  
Universidade Federal do Rio de Janeiro

---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Penha Maria Cardoso Dias  
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Rio de Janeiro, 05 dezembro de 2007

*“O conhecimento humano e o poder humano são um só, pois onde a causa não é conhecida, o efeito não pode ser produzido. A natureza, para ser comandada deve ser obedecida... A sutileza da natureza é muitas vezes maior do que a sutileza dos sentidos e da compreensão.*

Francis Bacon  
Filosofo e político inglês – 1561-1626

## **Agradecimentos**

Inicialmente agradeço a Deus por permitir a minha existência e orientação para aprender e crescer um pouco a cada dia.

A meus pais que sempre me apoiaram e nunca mediram esforços para meu crescimento enquanto ser humano.

A minha querida Flavia, por seu carinho e amor. Obrigado pela sua presença e apoio em todos os momentos difíceis que passamos nessa longa trajetória.

A Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Wilma Machado Soares Santos, pela amizade e compreensão, pelo apoio nos momentos difíceis em que minha profissão absorveu todo meu tempo. Nunca mediu esforços para me orientar nas inúmeras etapas deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Marcos Binderly Gaspar que me auxiliou na confecção do mapa conceitual.

A Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Penha Maria Cardoso Dias que teve uma participação significativa na fundamentação teórica deste trabalho.

Ao amigo Catarino Nunes de Almeida que me auxiliou na estrutura física dos experimentos.

Aos amigos Soráia Berbat e José Carlos que me apoiaram e orientaram nas aulas e na aplicação dos experimentos.

A direção do Colégio Estadual Nilo Peçanha, onde foi aplicado este trabalho.

Obrigado !

## Sumário

### Resumo

### Capítulo 1

1. Introdução .....	9
---------------------	---

### Capítulo 2

2. Aspectos Metodológicos .....	11
2.1. Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel .....	11
2.2. Levantamento dos Conhecimentos Prévios e Identificação dos Subsunoçores .....	14
2.3. Questionário .....	17
2.4. Mapa Conceitual .....	19

### Capítulo 3

3. Fundamentos Teóricos .....	20
3.1. Introdução .....	20
3.2. Construção de imagens em espelhos esféricos .....	22
3.3. Determinação analítica das características das imagens .....	26

### Capítulo 4

4. Experimentos .....	31
4.1. Formação de imagem real sem anteparo .....	31
4.2. Formação de imagens com espelho côncavo .....	34
4.3. Paralaxe .....	44
4.4. Formação de imagens com espelho convexo .....	45

## **Capítulo 5**

5. Plano de Aula .....	49
------------------------	----

## **Capítulo 6**

6. Considerações Finais .....	53
-------------------------------	----

Referências .....	57
-------------------	----

## Resumo

A idéia de construir experimentos que facilitassem a compreensão da Física teve início quando ainda estava no ensino médio e foi concretizada nas aulas de Instrumentação para o Ensino de Física.

A partir do conhecimento adquirido foi escolhida a metodologia aplicada no trabalho, Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, e também confeccionados o questionário aplicado para o levantamento dos conhecimentos prévios e identificação dos subsunçores e questionário conclusivo.

Foram construídos três experimentos para o estudo dos espelhos esféricos: o primeiro experimento demonstra a formação de imagem real sem anteparo o segundo demonstra a formação de imagens através de um espelho côncavo e o terceiro demonstra a formação de imagens através de um espelho convexo. Quase todos os materiais utilizados nesses experimentos foram de baixo custo.

Com base nas respostas do questionário aplicado para o levantamento dos conhecimentos prévios e identificação dos subsunçores, foram construídos esses experimentos e depois aplicados em uma turma de primeiro ano do ensino médio. Foram utilizados dois tempos de 50 minutos sendo que o primeiro tempo foi reservado para a parte teórica e o segundo para a parte prática. Na parte teórica foram abordados os elementos de um espelho esférico, construção de imagens em espelhos esféricos, determinação analítica das características das imagens; todos os exemplos citados em sala de aula foram acompanhados de desenhos no quadro negro. Na parte prática após uma breve explicação sobre o manuseio dos experimentos os alunos em grupo montaram os mesmos, e aplicaram os conhecimentos adquiridos na parte teórica.

O tempo disponibilizado para realização da aula teórica e prática não foi suficiente, mas o resultado apresentado pelos alunos através do questionário conclusivo foi satisfatório.

## Capítulo 1

### 1. Introdução

O presente trabalho tem o objetivo de apresentar uma proposta de ensino de óptica (espelhos esféricos), utilizando materiais de fácil acesso que estão presente no cotidiano do aluno e tendo como consequência uma aula prática na qual os alunos irão verificar experimentalmente os conceitos ensinados na aula teórica.

Este trabalho foi desenvolvido na Escola Estadual Nilo Peçanha, localizada no município de São Gonçalo, Estado do Rio de Janeiro, com uma turma de primeiro ano do ensino médio, sob orientação da professora da turma Soráia Berbat e do professor José Carlos. A escolha desta turma teve haver com a sua formação híbrida, pois havia alunos oriundos de escolas particulares, escolas municipais, alunos de outras escolas estaduais além dos que já pertenciam a Escola Estadual Nilo Peçanha.

O trabalho está baseado na Unidade Temática 2 do Tema 3 do PCN + (Ensino Médio) [1], destacando as seguintes estratégias para ação:

- O mundo vivencial, inserindo o cotidiano do aluno no tema abordado.
- Concepção de mundo dos alunos, aproveitamento da bagagem cultural para construção do conhecimento.
- O sentido da experimentação, presença em todo processo de desenvolvimento das competências em Física, garantindo a construção do conhecimento pelo próprio aluno.

A escolha desse tema em especial está relacionada ao fato da dificuldade na aquisição de materiais para montagem de experimentos de óptica (espelhos esféricos) e além disso, tem-se em Óptica, ou melhor, na Óptica Geométrica que é ministrada no ensino médio, um conteúdo via de regra sem sentido para os estudantes, restrito ao formalismo dos diagramas de raio utilizados para a descrição de propriedades da luz – reflexão, refração, formação de imagens, difração.

É importante considerar que apenas uma pequena parcela dos estudantes que completam o ensino médio continuará seus estudos na Universidade, ou estará envolvida em atividades que apresentem necessidade de conhecimento operacional em Física. Assim, o ensino de Física que se reduz à mera apresentação de seu formalismo e solução de certos problemas padrão não contribuirão para que aluno

alcance as habilidades e competências que são necessárias para seu desenvolvimento como cidadão.

Esta monografia foi organizada em sete capítulos :

O capítulo 1 – Fornece uma visão geral do trabalho.

O capítulo 2 – Descreve a Teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel. Neste capítulo estão os gráficos gerados a partir das respostas ao questionário para levantamento dos conhecimentos prévios.

No Capítulo 3 – A parte teórica está repleta de figuras para auxiliar na compreensão dos conceitos da óptica geométrica.

Na confecção e aplicação destes experimentos estão detalhados no capítulo 4, incluindo fotos e relação de materiais utilizados.

Um plano de aula é apresentado no capítulo 5 que foi utilizado para aplicação da aula teórica e da prática.

O Capítulo 6 enfatiza a aplicação do trabalho e expõe as dificuldades encontradas.

Este trabalho foi apresentado no V Encontro de Licenciatura de Física do Instituto de Física – UFRJ [12]. , realizado em 09 de novembro de 2005, na forma de painel com o seguinte título Espelhos Côncavos: do cotidiano do aluno a conceituação científica e no VII Encontro de Licenciatura de Física do Instituto de Física – UFRJ [13]. , realizado em 05 de novembro de 2007, na forma de painel com o seguinte título Espelhos Côncavos : uma proposta para a determinação da distância focal .

## Capítulo 2

### 2. Aspectos Metodológicos

#### 2.1. Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel

O embasamento educacional que norteia este trabalho é a Teoria Cognitiva Construtivista de David Ausubel [2], que é a interação do conteúdo aprendido numa edificação mental ordenada. A estrutura cognitiva representa todo um conteúdo informacional armazenado por um indivíduo, organizado de uma certa forma em qualquer modalidade do conhecimento. O conteúdo previamente assimilado pelo indivíduo representa um forte influenciador do processo de aprendizagem. Novos dados serão assimilados e armazenados na razão direta da qualidade da estrutura cognitiva prévia do aprendiz. Esse conhecimento anterior resultará num “ponto de ancoragem” onde as novas informações irão encontrar um modo de se integrar com aquilo que o indivíduo já conhece.

Essa experiência cognitiva porém, não se influencia apenas unilateralmente. Apesar da estrutura prévia orientar o modo de assimilação de novos dados, estes também influenciam o conteúdo atributivo do conhecimento já armazenado, resultando numa interação evolutiva entre “novos” e “velhos” dados. Esse processo de associação de informações inter-relacionadas denomina-se Aprendizagem Significativa.

Ausubel reconhece a existência da Aprendizagem Mecânica, que é aquela que encontra muito pouca ou nenhuma informação prévia na estrutura cognitiva a qual possa se relacionar, sendo então armazenada de maneira arbitrária. Em geral envolve conceitos com um alto ou total teor de novidade para o aprendiz, mas no momento em que é mecanicamente assimilada, passa a se integrar ou criar novas estruturas cognitivas.

Dessa forma a Aprendizagem Significativa proposta por Ausubel é diferente da Aprendizagem Mecânica, ou Arbitrária, pois constrói um método mais simples, prático e eficiente. Muitas vezes um indivíduo pode aprender algo mecanicamente e só mais tarde percebe que este se relaciona com algum conhecimento anterior. No

caso ocorreu então um esforço e tempo demasiado para assimilar conceitos que seriam mais facilmente compreendidos se encontrassem uma “âncora”, ou um conceito subsunçor, existente na estrutura cognitiva.

O subsunçor é uma estrutura específica ao qual uma nova informação pode se integrar à estrutura cognitiva, que é altamente organizada e detentora de uma hierarquia conceitual que armazena experiências prévias do aprendiz [3].

Uma grande questão levantada pela Teoria de Ausubel diz respeito a origem dos subsunçores. Se eles não estiverem presentes para viabilizar a Aprendizagem Significativa, como é possível criá-los?

Segundo Ausubel a Aprendizagem Mecânica é necessária e inevitável no caso de conceitos inteiramente novos para o aprendiz, mas posteriormente ela passará a se transformar em Significativa. Para acelerar esse processo Ausubel propõe os organizadores prévios, âncoras criadas para ampliar Estrutura Cognitiva, interligando conceitos aparentemente não relacionáveis através da abstração. [4]

Para que ocorra uma Aprendizagem Significativa, segundo Ausubel, é necessário que:

- O material a ser assimilado seja potencialmente significativo, ou seja, não arbitrário em si. Mesmo materiais arbitrários então, podem ser tornados significativos através de organizadores prévios.
- Exista um conteúdo mínimo na estrutura cognitiva do indivíduo, com subsunçores em suficiência para suprir as necessidades relacionais.
- O aprendiz apresente uma disposição para o relacionamento e não para simplesmente memorizá-lo mecanicamente muitas vezes até simulando uma associação. Muito comum em estudantes acostumados a métodos de ensino, exercício e avaliação repetitivos e rigidamente padronizados [5].

O conceito básico da teoria de Ausubel é o de aprendizagem significativa. A aprendizagem é dita significativa, quando uma nova informação (conceito, idéia, proposição) adquire significados para o aprendiz através de uma espécie de ancoragem em aspectos relevantes da estrutura cognitiva preexistente do indivíduo, i.e., em conceitos, idéias, proposições já existentes em sua estrutura de conhecimento (ou de significados) com determinado grau de clareza, estabilidade e diferenciação. Esses aspectos relevantes da estrutura cognitiva que servem de ancoradouro para a nova informação são chamados “subsunçores”. O termo ancorar, útil como uma primeira idéia do que é aprendizagem significativa, enfatiza

uma interação entre o novo conhecimento e o já existente, na qual ambos se modificam. [3]

À medida que o conhecimento prévio serve de base para a atribuição de significados à nova informação, ele também se modifica, i.e., os subsunçores vão adquirindo novos significados, se tornando mais diferenciados, mais estáveis. Novos subsunçores vão se formando; subsunçores vão interagindo entre si. A estrutura cognitiva está constantemente se reestruturando durante a aprendizagem significativa. O processo é dinâmico; o conhecimento vai sendo construído. Na aprendizagem significativa o novo conhecimento nunca é internalizado de maneira literal, porque no momento em que passa a ter significado para o aprendiz entra em cena o componente idiossincrático da significação. Aprender significativamente implica atribuir significados e estes têm sempre componentes pessoais. Aprendizagem sem atribuição de significados pessoais, sem relação com o conhecimento preexistente, é mecânica, não significativa. Na aprendizagem mecânica, o novo conhecimento é armazenado de maneira arbitrária e literal na mente do indivíduo. O que não significa que esse conhecimento é armazenado em um vácuo cognitivo, mas sim que ele não interage significativamente com a estrutura cognitiva preexistente, não adquire significado. Durante um certo período de tempo, a pessoa é inclusive capaz de reproduzir o que foi aprendido mecanicamente, mas não significa nada para ela.

Diferenciação progressiva: no curso da aprendizagem significativa, os conceitos que interagem com o novo conhecimento e servem de base para atribuição de novos significados vão também se modificando em função dessa interação, i.e., vão adquirindo novos significados e se diferenciando progressivamente. Imagine-se o conceito de "conservação"; sua aquisição diferenciada em ciências é progressiva: à medida que o aprendiz vai aprendendo significativamente o que é conservação da energia, conservação da carga elétrica, conservação da quantidade de movimento, o subsunçor "conservação" vai se tornando cada vez mais elaborado, mais diferenciado, mais capaz de servir de âncora para a atribuição de significados a novos conhecimentos. Este processo característico da dinâmica da estrutura cognitiva chama-se diferenciação progressiva.

Reconciliação integrativa: outro processo que ocorre no curso da aprendizagem significativa é o estabelecimento de relações entre idéias, conceitos,

proposições já estabelecidas na estrutura cognitivas, i.e., relações entre subsunçores. Elementos existentes na estrutura cognitiva com determinado grau de clareza, estabilidade e diferenciação são percebidos como relacionados, adquirem novos significados e levam a uma reorganização da estrutura cognitiva.

A reconciliação integrativa e a diferenciação progressiva são dois processos relacionados que ocorrem no curso da aprendizagem significativa. Toda aprendizagem que resulta em reconciliação integrativa resultará também em diferenciação progressiva adicional de conceitos e proposições. A reconciliação integrativa é uma forma de diferenciação progressiva da estrutura cognitiva. É um processo cujo resultado é o explícito delineamento de diferenças e similaridades entre idéias relacionadas. [5]

## 2.2. Levantamentos dos conhecimentos prévios e identificação dos subsunçores.

Para identificarmos os subsunçores e utilizarmos o método de Ausubel, foi aplicado um questionário sobre espelhos esféricos, aos 31 alunos da turma 1002, 1ª série do Ensino Médio da Escola Estadual Nilo Peçanha, sob a orientação da professora da turma Soráia Berbat. Foram levantados os seguintes dados:



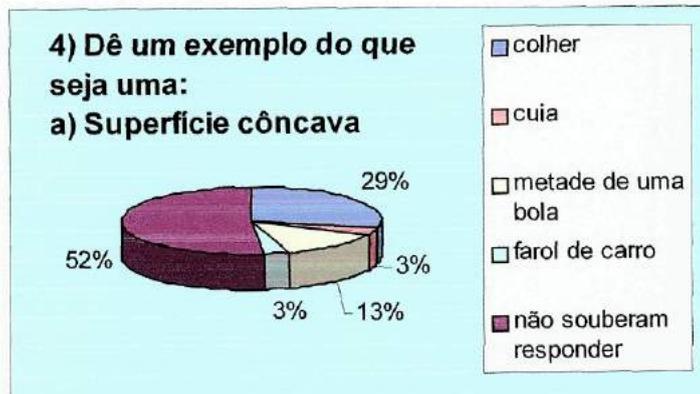
**Subsunçores:** reflexão da luz



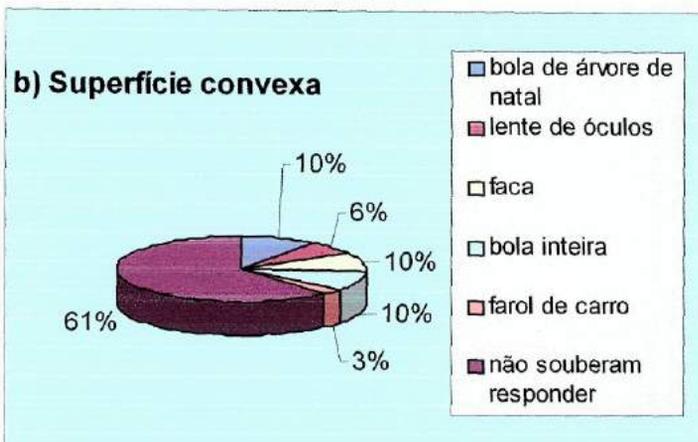
**Subsunçores:** luz se propaga em linha reta



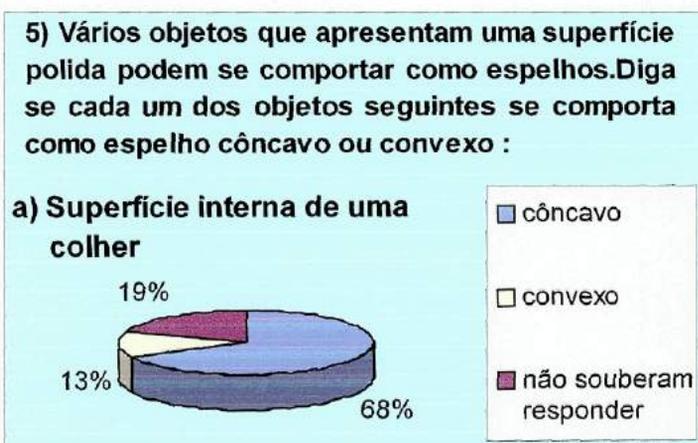
**Subsunçores:** imagem virtual



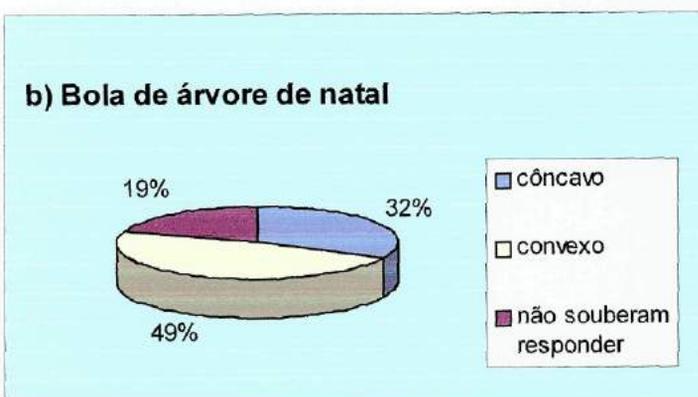
**Subsunçores:** identificação de superfícies côncavas



**Subsunçores:** identificação de superfícies côncavas.



**Subsunçores:** identificação da forma da colher (côncava e convexa)



**Subsunçores:** identificação da forma da bola de árvore de natal (convexo)



**Subsunçores:** identificação da forma do espelho interno de um carro (côncavo)

### 2.3. Questionário - Gabarito

1. Uma pessoa pode ver sua imagem formada em um espelho porquê?

**Por que o espelho reflete a luz.**

2. A luz se propaga:

- a) em linha curva;
- b) somente no ar;
- c) num só sentido;
- d) em linha reta;

3. A imagem formada "**dentro do espelho plano**", na sua opinião é uma imagem **real** ou **virtual** ?

**Virtual. Porque é uma imagem que parece que está atrás do espelho e também porque não pode ser capturada por um anteparo.**

4. Dê um exemplo do que seja uma superfície **côncava** e uma superfície **convexa**.

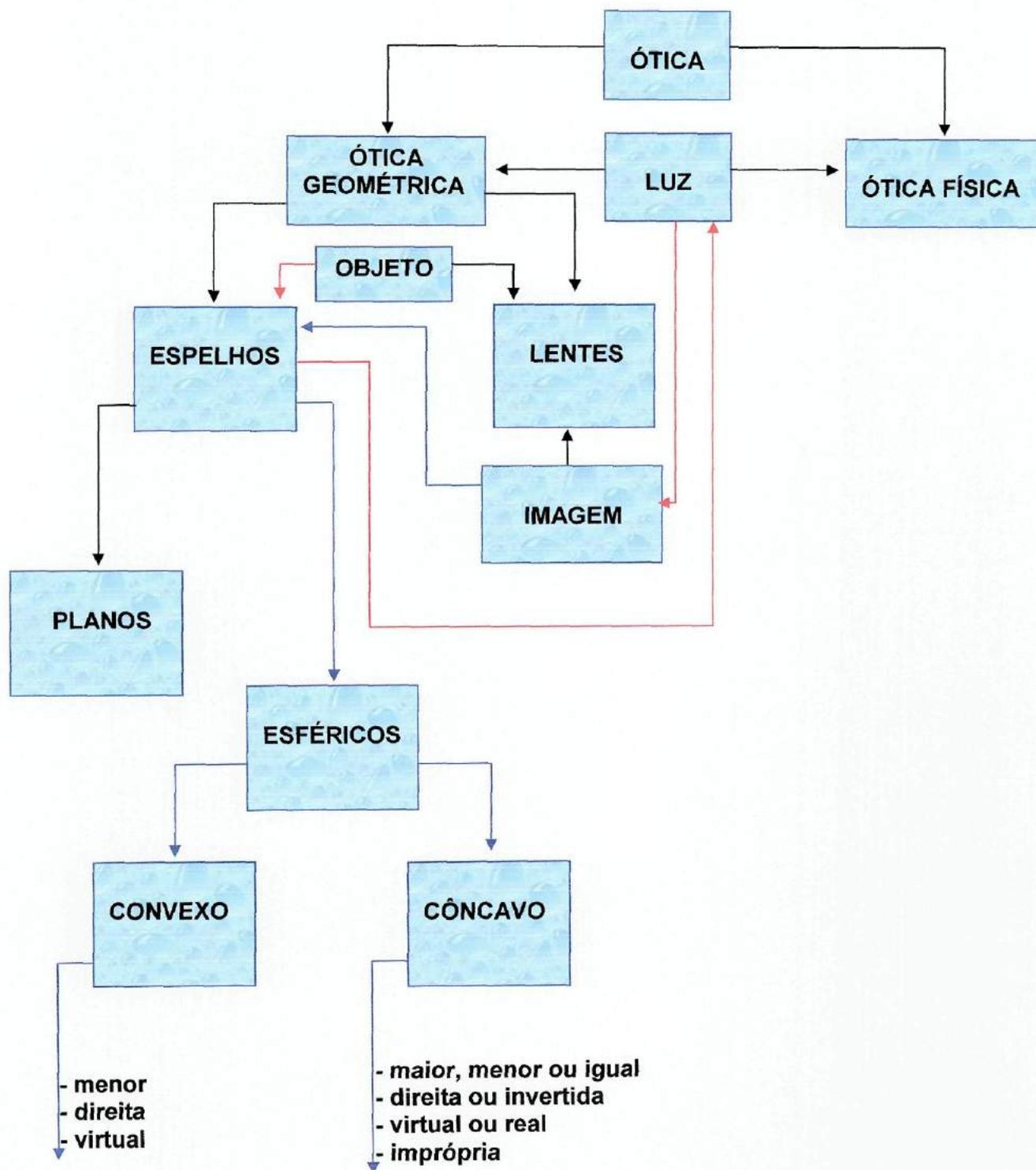
**O aluno poderia utilizar a questão nº 5 como resposta, ou responder com outro exemplo do seu conhecimento.**

5. Vários objetos que apresentam uma superfície polida podem se comportar como espelhos. Diga se cada um dos objetos seguintes se comporta como espelho côncavo ou convexo:

- a) Superfície interna de uma colher. **(côncava)**
- b) Bola de árvore de Natal. **(convexa)**
- c) Espelho interno do farol de um automóvel. **(côncava)**

## 2.4. Mapa Conceitual.

Este mapa conceitual sobre os tópicos abordados no trabalho foi elaborado com o objetivo de estruturar os conceitos teóricos formais ensinados aos alunos.



## Capítulo 3

### 3. Fundamentos Teóricos

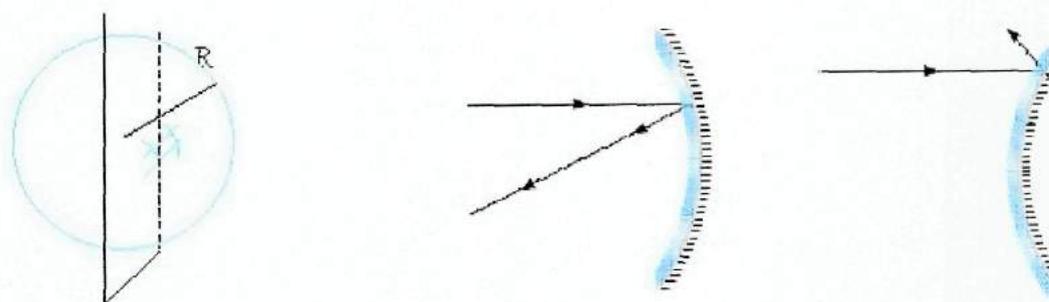
Este capítulo foi baseado nos tópicos dos livros amplamente usados no ensino médio. [7,8]

#### 3.1. Introdução.

##### Espelhos esféricos côncavos e convexos

Você já observou como é um holofote? Ele é constituído de um espelho esférico e a lâmpada está situada em um ponto tal que os raios refletem paralelos ao eixo principal do espelho. Vamos ver como acontece essa reflexão.

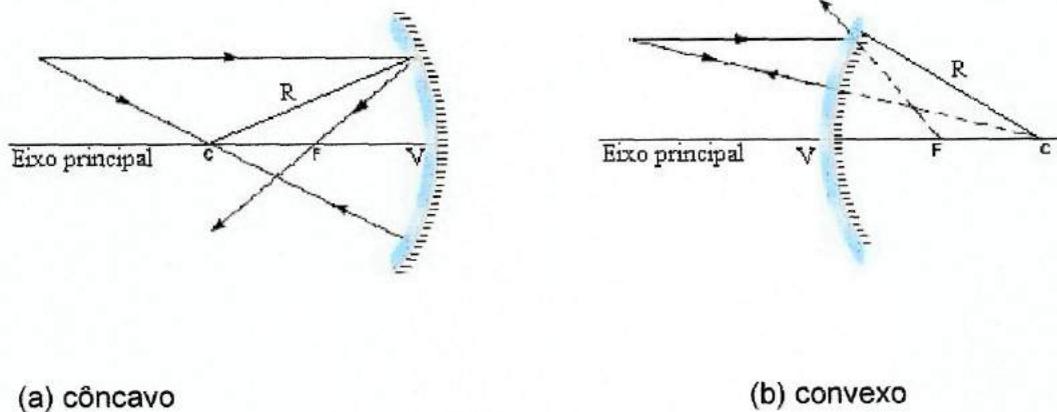
Considere uma esfera de raio  $R$  cortada por um plano longitudinal (figura 3.1a). Dessa forma você obtém uma calota esférica. Quando a superfície interna for a refletora, tem-se um espelho esférico côncavo de raio  $R$  (figura 3.1b), e quando a superfície externa for a refletora, tem-se um espelho esférico convexo de raio  $R$  (figura 3.1c).



(a) Obtenção da calota esférica      (b) Espelho côncavo      (c) Espelho convexo

Figura 3.1- Esquema de Espelhos Esféricos

- **Elementos de um espelho esférico**



(a) côncavo

(b) convexo

Figura 3.2 - Elementos de um espelho esférico.

Os elementos de um espelho esférico (figura 3.2) são:

C  $\Rightarrow$  centro de curvatura (centro da esfera que originou o espelho)

V  $\Rightarrow$  vértice do espelho (pólo da calota)

Eixo principal do espelho  $\Rightarrow$  reta que passa por CV

R  $\Rightarrow$  raio de curvatura do espelho (raio da esfera que originou o espelho)

F  $\Rightarrow$  foco do espelho

Para determinarmos a localização do foco do espelho basta considerarmos raios que incidam no espelho proveniente de um objeto situado no infinito. Estes raios são paralelos e, quando refletem (lei da reflexão), passam pelo foco. Observe que o foco para espelho esférico convexo (figura 3.2b) é obtido na intersecção dos prolongamentos dos raios refletidos com o eixo principal. Fisicamente o foco seria o local onde estaria localizada a imagem de um objeto situado no infinito.

Geometricamente podemos verificar que a distância focal ( $f = FV$ ) é igual à metade do raio de curvatura ( $R = CV$ ). (figura 3.3)

$$f = R / 2$$

A circunferência, assim como a esfera, tem uma propriedade geométrica que facilita o traçado dos raios incidentes e refletidos. Segundo essa propriedade, toda reta que passa pelo centro da circunferência ou da esfera é perpendicular a essa circunferência ou à superfície da esfera. Em outras palavras, a normal à superfície de qualquer espelho esférico passa obrigatoriamente pelo centro de curvatura. Assim, para traçar um raio refletido  $r$ , a partir do raio incidente  $i$ , basta unir o ponto de incidência  $I$  ao centro de curvatura  $C$ , obtendo-se a normal, para em seguida aplicar a Lei da Reflexão (figura 3.3).

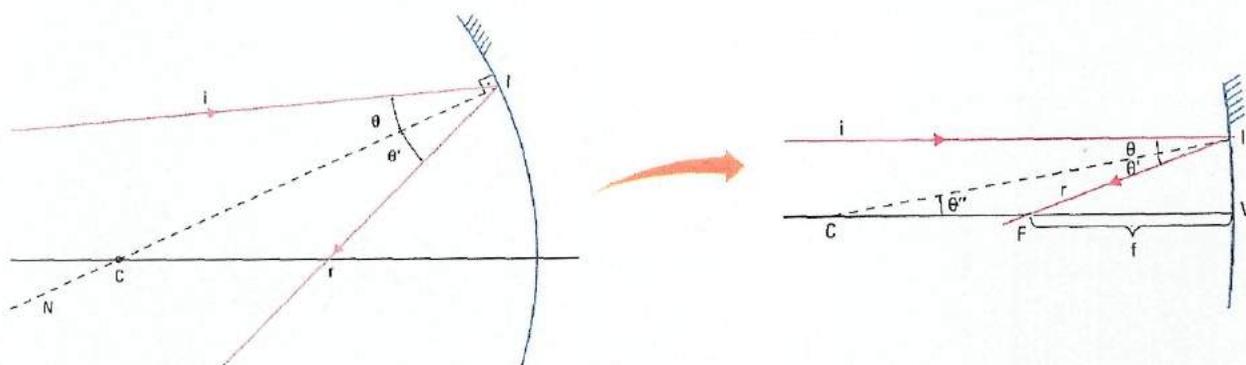


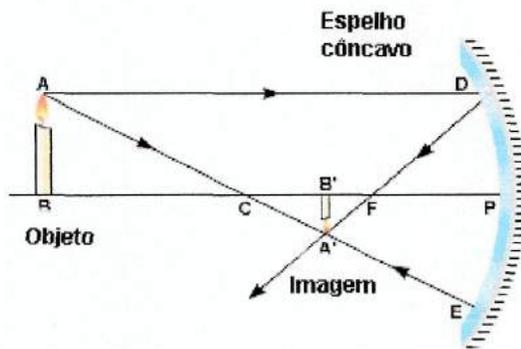
Figura 3.3 – Para traçar  $r$ , basta fazer  $\theta = \theta'$ , sendo  $\theta$  o ângulo entre o raio incidente  $i$  e a normal  $N$  Direção do raio de curvatura. À superfície do espelho. Nos espelhos esféricos, a normal passa sempre pelo centro de curvatura  $C$ .

### 3.2. Construção de imagens em espelhos esféricos

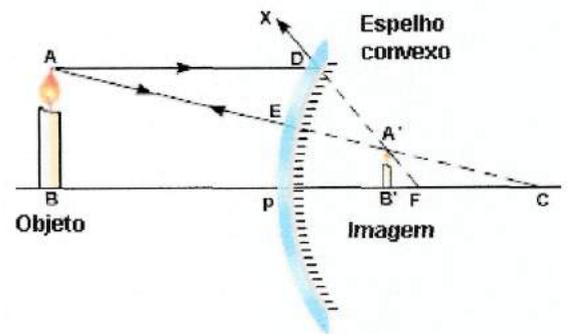
São utilizados três raios básicos para a construção de imagens (figura 3.4):

- 1) Raio que incide paralelo ao eixo principal, reflete passando pelo foco.
- 2) Raio que incide passando pelo foco, reflete paralelo ao eixo principal.

3) Raio que incide passando pelo centro de curvatura, reflete sobre si mesmo.



(a) espelho esférico côncavo



(b) espelho esférico convexo

Figura 3.4 Esquema para construção de imagens.

Na figura 3.4a, a imagem  $I_1'$  foi obtida na intersecção dos raios refletidos e ela se forma na frente do espelho. Essa imagem é denominada imagem real e ela precisa de um anteparo para ser vista. Na tela do cinema a imagem que você vê é real (a tela está servindo como anteparo). As características da imagem fornecida neste caso pelo espelho côncavo para o objeto situado antes do centro de curvatura são:

Natureza: real

Orientação: invertida

Tamanho: menor que o do objeto

Posição: entre o centro de curvatura (C) e o foco (F)

Dependendo da posição do objeto na frente de um espelho côncavo, a imagem pode apresentar outras características, como veremos a seguir.

Na figura 3.4b, a imagem  $I_2'$  foi obtida no prolongamento dos raios refletidos e ela se forma atrás do espelho. Esse tipo de imagem, como já vimos em espelhos planos, é uma imagem virtual. O espelho convexo é usado como espelho retrovisor ou como instrumento de observação em entradas de edifício porque aumenta o campo visual.

Independente da posição que o objeto se situa na frente do espelho convexo, as características da imagem fornecida de um objeto real são sempre as mesmas, que são:

Natureza: virtual

Orientação: direita

Tamanho: menor que o do objeto

Posição: entre o foco (F) e o vértice (V)

Vamos construir a imagem fornecida por um espelho côncavo colocando o objeto em outras posições:

- **Objeto sobre o centro de curvatura (C) (figura 3.5)**

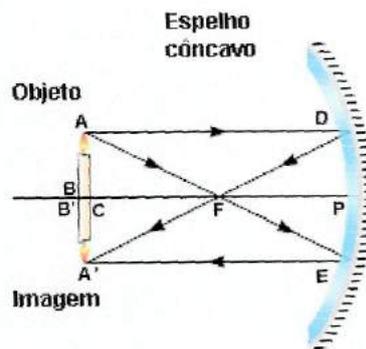


Figura 3.5 - Objeto sobre o centro de curvatura.

Natureza: real

Orientação: invertida

Tamanho: igual ao do objeto

Posição: sobre o centro de curvatura

- Objeto entre o centro de curvatura (C) e o foco (F) (figura 3.6)

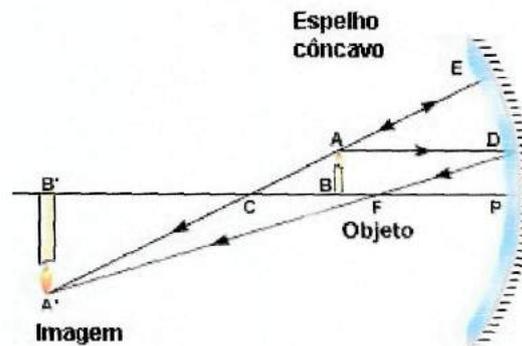


Figura 3.6 - Objeto entre o centro de curvatura (C) e foco (F)

Natureza: real

Orientação: invertida

Tamanho: maior que o objeto

Posição: antes do centro de curvatura

- Objeto sobre o foco (F) (figura 3.7)

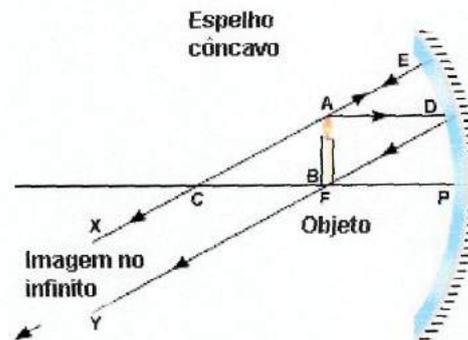


Figura 3.7- Objeto sobre o foco (F)

Natureza: imprópria

Posição: no infinito

- Objeto entre o foco (F) e o vértice (V) (figura 3.8)

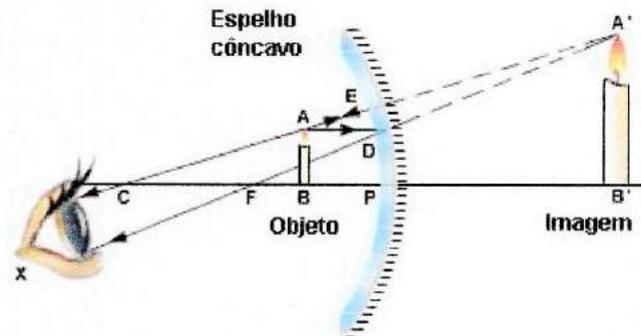


Figura 3.8 - Objeto entre o foco (F) e o vértice (V)

Natureza: virtual

Orientação: direita

Tamanho: maior que o do objeto

Posição: depois do vértice

Observação: Nesta situação o espelho esférico côncavo funciona como espelho de aumento.

### 3.3. Determinação analítica das características das imagens

- Equação de Gauss

A equação de Gauss (Carl Friedrich Gauss) relaciona a distância objeto (p), a distância imagem (q) e a distância focal (f). É dada pela expressão:

Equação de Gauss

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

## A matemática das condições de Gauss

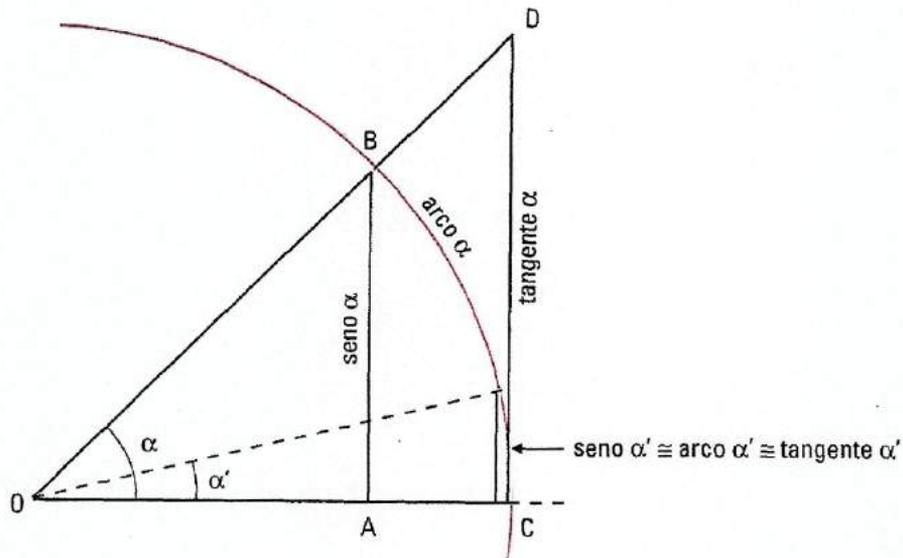


Figura 3.9 - O seno, o arco e a tangente têm valores praticamente iguais para ângulos muito pequenos.

A idéia básica das condições de Gauss está numa simples aproximação; para ângulos menores que  $10^\circ$ , os valores do seno, da tangente e do próprio ângulo, medido em radianos, são praticamente iguais. Isso fica claro no círculo trigonométrico representado na figura 3.9. Observe os segmentos que representam o seno de  $\alpha$ , AB, a tangente de  $\alpha$ , CD, e o arco BC, que corresponde à medida do ângulo  $\alpha$  em radianos. Eles tomam-se praticamente iguais quando o ângulo for muito pequeno (veja os valores para  $\alpha'$ ).

A tabela abaixo ilustra numericamente essa observação:

$\alpha$ (graus)	$\alpha$ (radianos)	sen $\alpha$	tg $\alpha$
10	0,1745	0,1736	0,1763
5	0,08727	0,08715	0,08748
1	0,01745	0,01745	0,01745

Note que, para  $\alpha = 10^\circ$ , o valor do ângulo em radianos coincide com o valor do seno e da tangente até a segunda casa decimal; para  $\alpha = 5^\circ$ , a coincidência chega a terceira casa decimal e, para  $\alpha = 1^\circ$ , a coincidência ultrapassa a quinta casa decimal. Essas aproximações serão usadas em quase todas as deduções deste trabalho e as expressões deduzidas só serão válidas dentro dessas condições, ou seja, quando os valores do ângulo em radianos e do seno e da tangente desse ângulo forem aproximadamente iguais.

Vamos demonstrar a equação de Gauss:

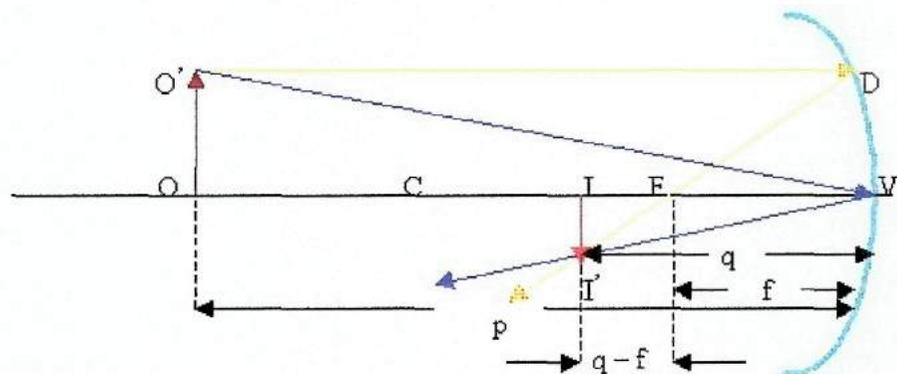


Figura 3.10 - Construção da imagem fornecida por um espelho esférico côncavo

Da figura 3.10 temos:

$OV = p \Rightarrow$  distância objeto

$IV = q \Rightarrow$  distância imagem

$FV = f \Rightarrow$  distância focal

$IF = q - f$

$OO' \Rightarrow$  tamanho objeto

$II' \Rightarrow$  tamanho imagem

Os triângulos  $O'OV$  e  $I'I V$  (figura 3.10) são semelhantes porque possuem dois ângulos iguais. Como são semelhantes, os seus lados são proporcionais:

$II' / OO' = q / p$ , que é a equação da ampliação:

$$A = -II' / OO' = -q / p$$

Nas condições de estigmatismo de Gauss, que são válidas para espelhos com ângulo de abertura (ângulo  $\alpha$ ) menor do que  $10^\circ$  (parte curva DV do espelho se aproxima de uma superfície plana), e os raios incidentes sejam paraxiais, ou seja, tenham pequena inclinação em relação ao eixo principal. (figura 3.11)

$OO' = DV$

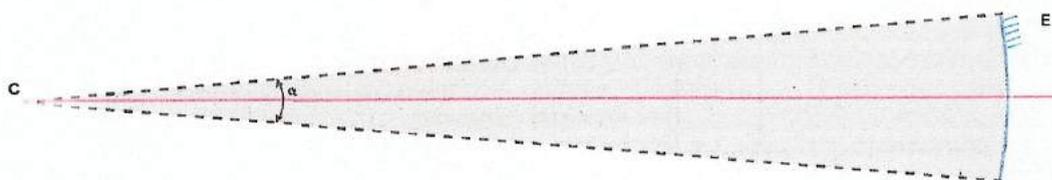


Figura 3.11 – condições de estigmatismo de Gauss, onde **C** é o centro de curvatura e o **E** é o espelho esférico e o  $\alpha$  é o ângulo de abertura.

Os triângulos  $FCl'$  e  $FVD$  são semelhantes porque possuem ângulos opostos pelo vértice iguais e ângulos que são retos. Da semelhança dos triângulos temos que seus lados são proporcionais:

$$II' / OO' = (q - f) / f$$

Comparando com a equação da ampliação, obtemos:

$$(q - f) / f = q / p$$

$$q p - f p = f q$$

Dividindo os dois membros por  $(p q f)$ , obtemos:

$$1/f - 1/q = 1/p$$

Obtendo finalmente a equação de Gauss:

$$1/p + 1/q = 1/f$$

- **Referencial de Gauss - Convenção**

O referencial de Gauss será o vértice do espelho, ou seja, as distâncias imagem, objeto e focal serão medidas a partir do vértice.

Convenção para as distâncias medidas no sentido da luz incidente serão positivas e no sentido oposto negativas. Esta convenção é válida para espelhos esféricos côncavos e convexos (figura 3.12).

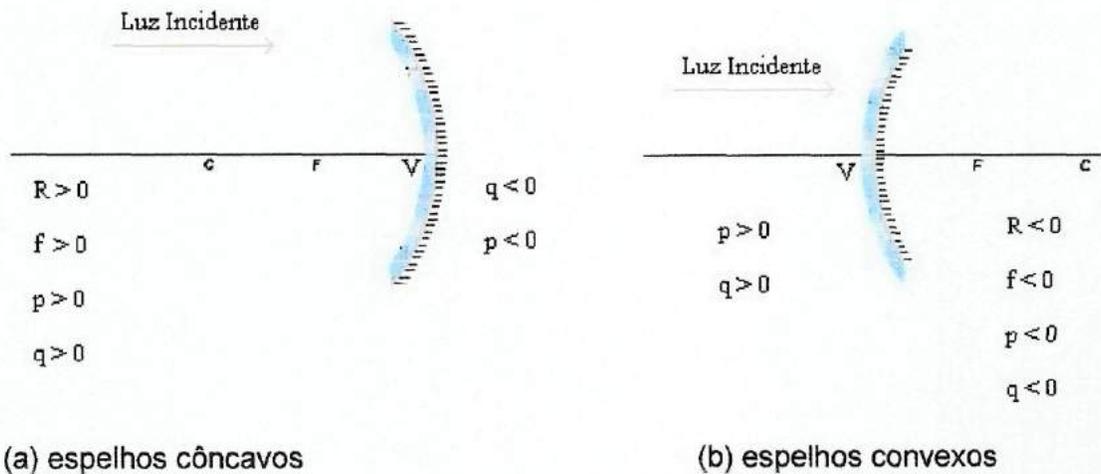


Figura 3.12 – Convenção de Gauss

De uma forma geral temos:

- I. Raios de curvatura e distâncias focais de espelho côncavo são positivos e de espelhos convexos negativos.
- II. Distâncias de objetos e imagens reais são positivas e de objetos e imagens virtuais negativas.
- III. Imagem direita é positiva e invertida negativa.

## Capítulo 4

### 4. Experimentos

Todos os experimentos expostos neste capítulo foram construídos por mim com a colaboração de um amigo serralheiro, Catarino Nunes de Almeida, que autorizou o uso de sua oficina para a confecção dos componentes de ferro e alumínio que compõem os experimentos.

Estes instrumentos foram confeccionados objetivando facilitar as aulas de ótica geométrica em particular a de espelhos esféricos.

Os mesmos forma aplicados em uma turma de primeiro ano do ensino médio da Escola Estadual Nilo Peçanha com o apoio da professora Soráia Berbat e do professor José Carlos.

A experimento que demonstra a formação de imagens no espelho côncavo, foi apresentado no V ENLIF em novembro de 2005 [11] e no VII ENLIF em novembro de 2007 [12].

#### 4.1. Formação de imagem real sem anteparo

##### 4.1.1. Material utilizado

- 02 espelhos côncavos com as mesmas dimensões, porém um deles com uma abertura circular em torno do vértice;
- 01 objeto pequeno para gerar a imagem. (objeto: em média com  $2\text{ cm}^3$ );
- 01 caixa de alumínio para proteger os espelhos (largura: 28 cm – profundidade: 28 cm - altura: 10 cm);

#### 4.1.2. Procedimento:

Monte dois espelhos côncavos, um sobre o outro, concêntricos, o espelho que possui um orifício ficará na parte de cima. Coloque o objeto no foco do espelho superior (vértice do espelho inferior), de modo que os raios provenientes dele sejam refletidos paralelamente ao eixo do espelho superior. Esses raios, quando se refletem no espelho inferior, formam uma imagem real no foco deste, logo acima da abertura no espelho superior. Parece que o objeto está lá - mas é somente sua imagem...

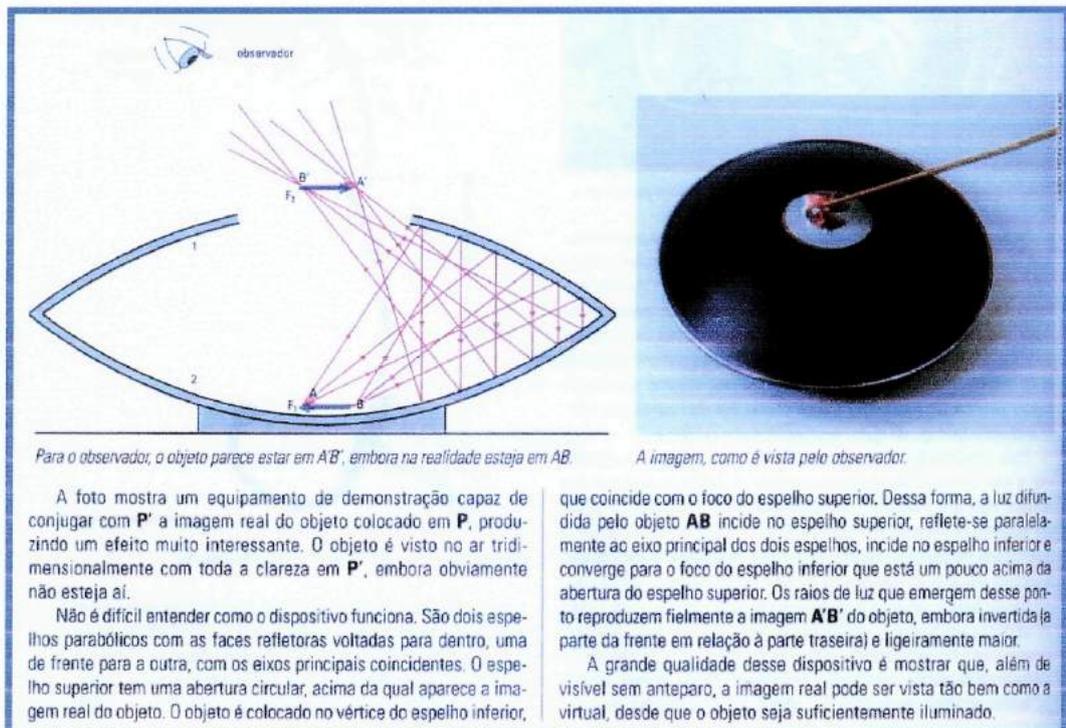


Figura 4.1 – GASPAR, A. *Física*, Editora Ática, 2003, 3 volumes; em vol.2, “Ondas, Óptica e Termodinâmica”

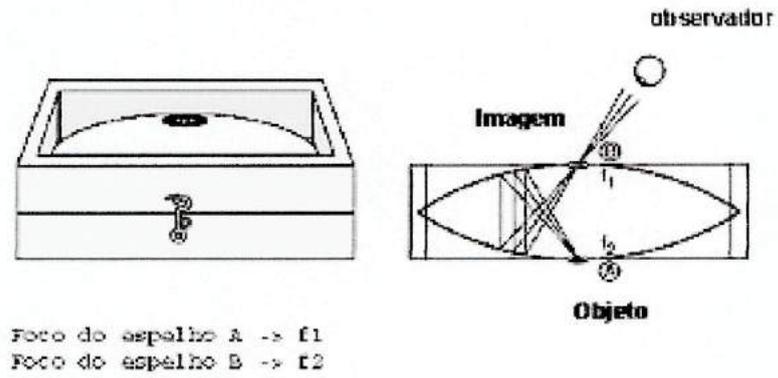


Figura 4.2 – Esquema da formação da imagem.



Figura 4.3 – Foto da caixa construída mostrando a imagem real de um porquinho sendo formada na abertura circular da caixa.



Figura 4.4 – Foto da estrutura da caixa: com os dois espelhos e o objeto (porquinho), posicionado no centro espelho inferior.

#### 4.2. Formação de imagens com espelho côncavo.

##### Objetivos:

- 1) Observar a projeção de imagens reais formadas por espelhos côncavos
- 2) Calcular a distância focal dos espelhos utilizando a Equação de Gauss
- 3) Verificar a validade da **Equação da Ampliação** para os espelhos esféricos (caso de imagem real).

#### 4.2.1. Material utilizado

Para a construção de 1 trilho ótico foram usados os materiais:

- 01 metro de tubo de PVC 60mm de diâmetro
- 01 metro e  $\frac{1}{2}$  de tubo de PVC  $\frac{3}{4}$
- 02 ímãs (que são utilizados dentro de HD de computadores)
- 01 haste de metal de 60 cm de comprimento
- 04 parafusos com porca formato borboleta
- 01 transformador de 127 V para 12V
- 01 lâmpada de lanterna de automóvel de 12 V
- 01 lâmpada com luz negra
- 01 caneta laser
- 02 metros de fio duplo
- 01 tomada elétrica macho
- 01 interruptor de abajur

#### 4.2.2. Procedimento: Vamos medir o valor aproximado da **distância focal dos espelhos côncavos**

- Fixe a caneta laser no tubo apontador. (figura 4.5)
- Com o parafuso, ajuste a posição da caneta laser no tubo apontador e acione o botão de disparo do laser, conforme mostrado na Figura 4.6.
- O laser refletirá convergindo sobre o foco do espelho no eixo principal, conforme mostrado na Figura 4.7.
- Nesse ponto, aproximadamente, está situado o foco do espelho.
- Com o auxílio de uma régua, meça a distância focal do espelho.
- Anote esse valor, para utilizá-lo posteriormente.

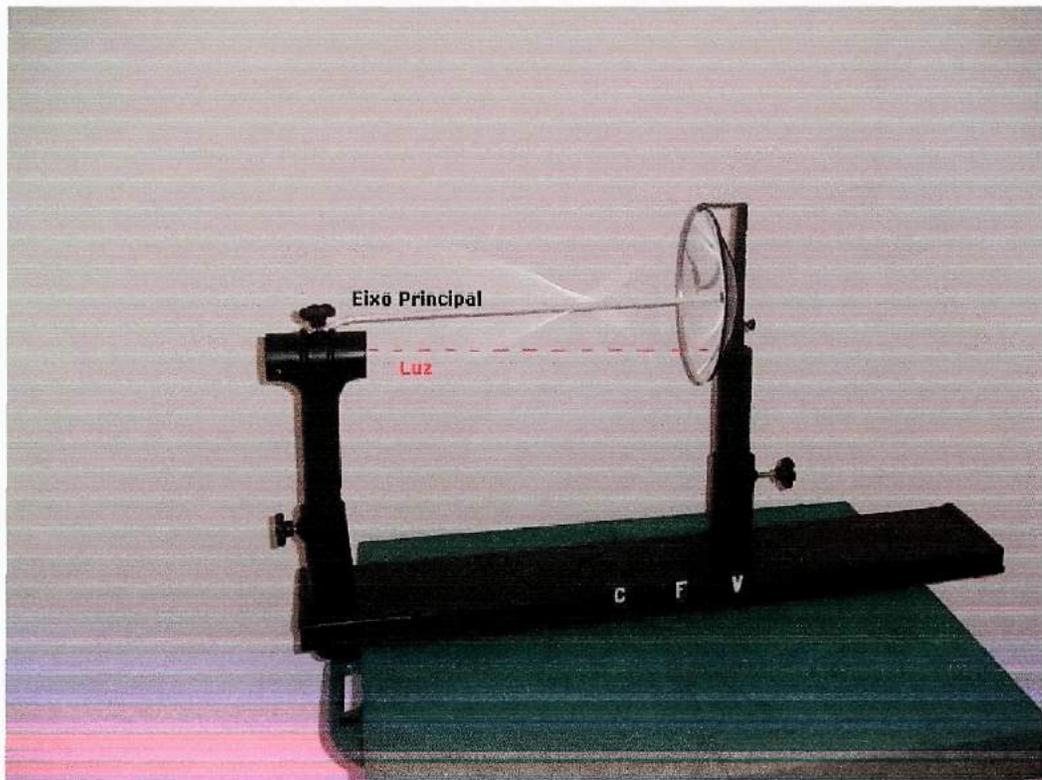


Figura 4.5 Foto do equipamento construído mostrando a disposição da fonte de luz e do trilho óptico com o eixo principal e o espelho côncavo.



Figura 4.6 – Foto mostrando o tubo apontador, o laser e o botão para o acionamento do laser

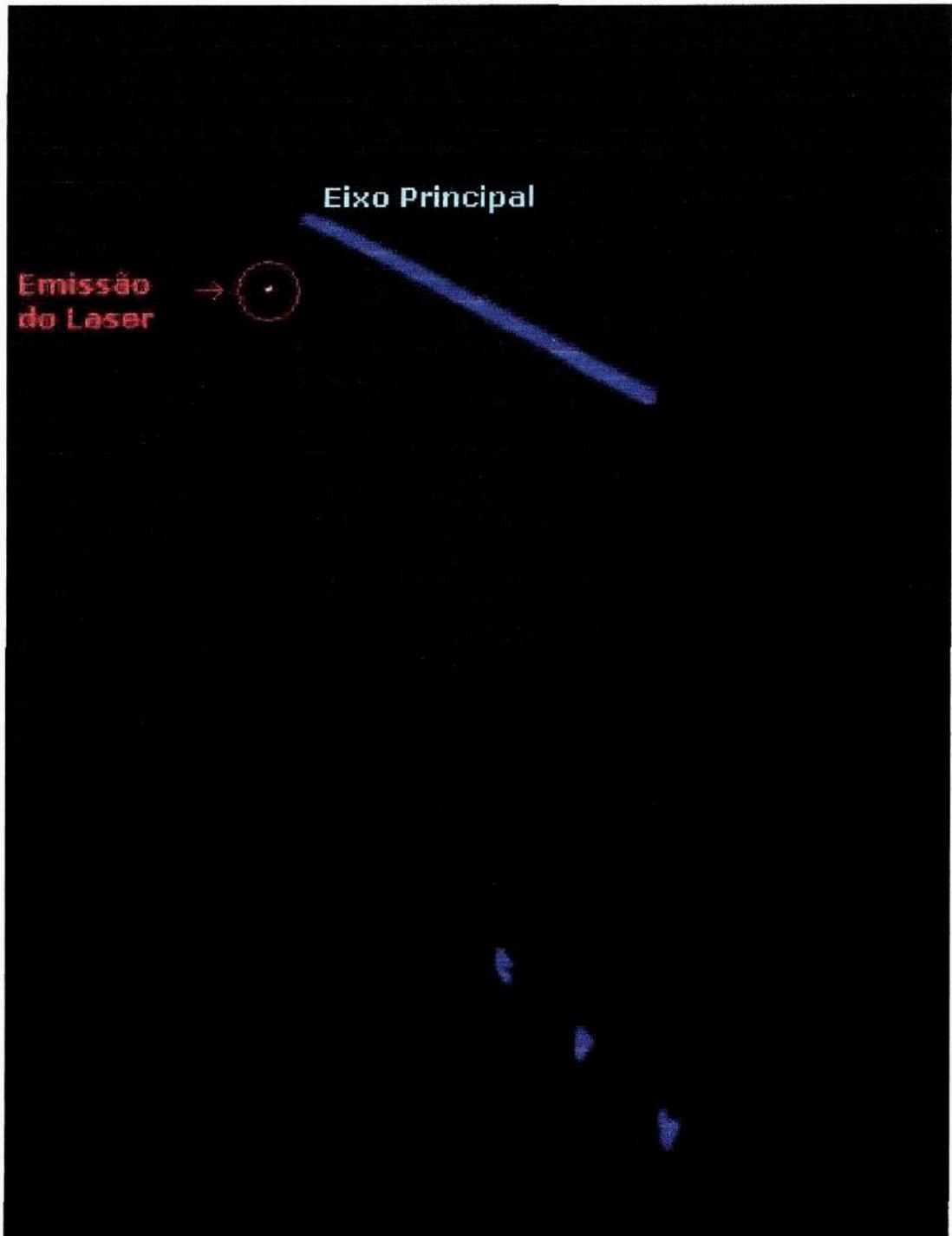


Figura 4.7 – Foto no momento em que o laser é acionado

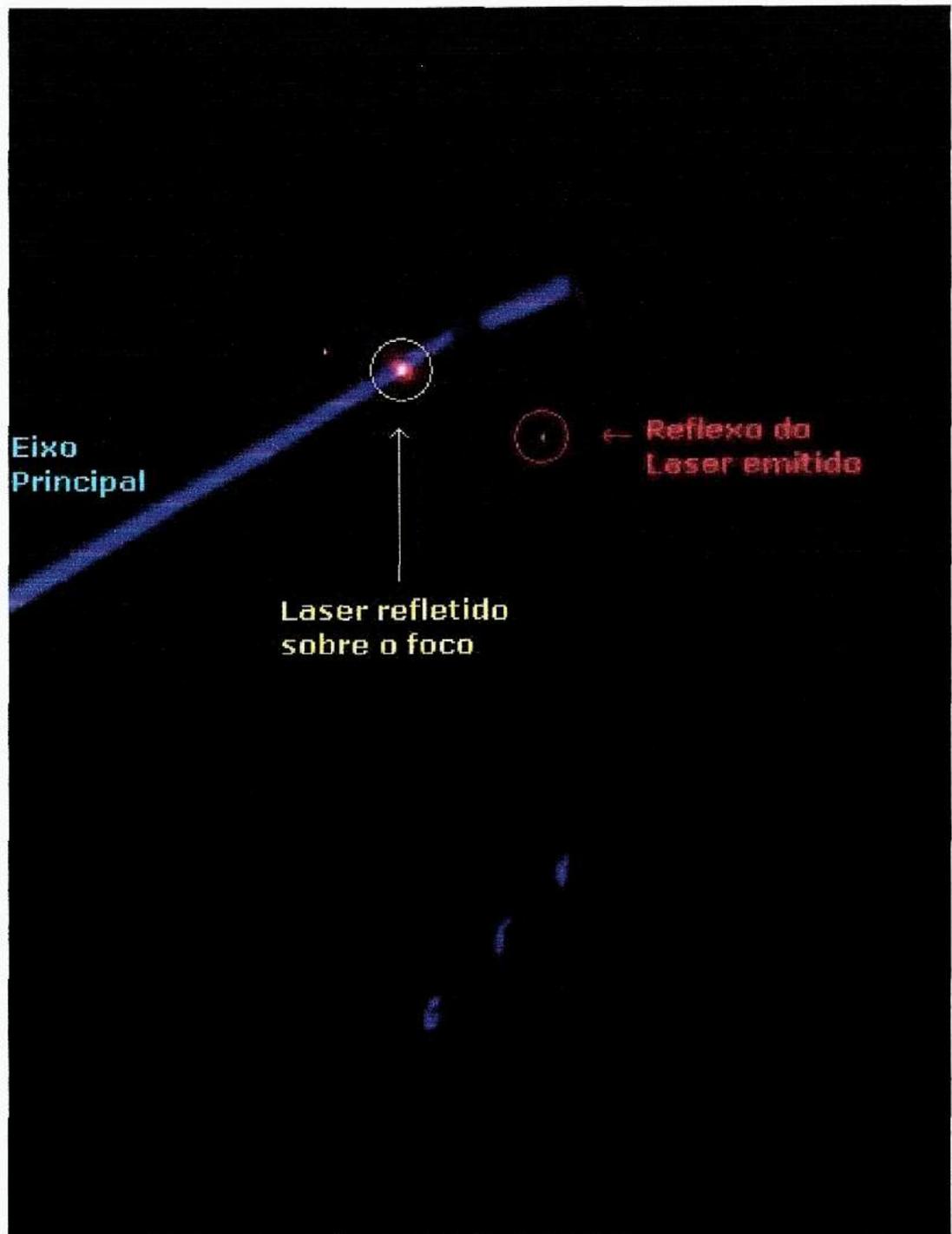


Figura 4.8 – Foto do laser incidindo no espelho e sendo refletido sobre o foco.

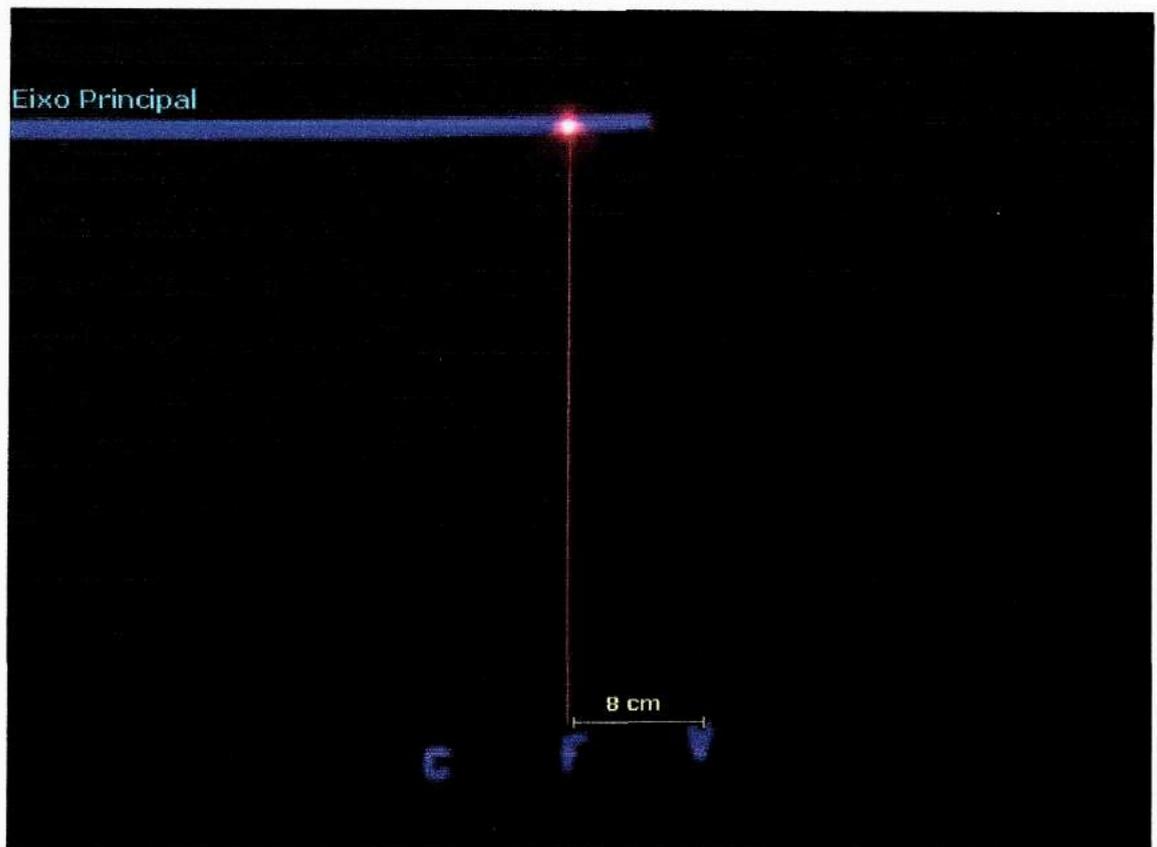


Figura 4.9 – Foto da medida da distância focal.

#### 4.2.3. Procedimento:

- Fixe uma folha de papel branco sobre o anteparo.
- Coloque o anteparo fora do trilho, conforme mostra a Figura 4.10
- Procure direcionar o espelho para o anteparo, a fim de projetar a imagem sobre ele.
- Movimente o anteparo até obter uma imagem nítida.
- Meça as distâncias do objeto ao espelho ( $p$ ) e da imagem ao espelho ( $q$ ).
- Utilizando a **equação de Gauss**, calcule a distância focal do espelho (observe a **convenção de sinais**).
- Repita essa experiência, pelo menos mais quatro vezes.

- Tabela dos dados experimentais

N	Distancia focal
1	8,5
2	8,0
3	7,8
4	8,0

- Ao final, calcule o valor médio entre todas as medidas da distância focal do espelho.
- Quanto maior for o número de medidas, maior será a precisão do resultado.
- Compare esse resultado com aquele obtido na experiência anterior.
- Repita a experiência mais uma vez, medindo, além das distâncias  $p$  e  $q$ , as alturas do objeto ( $OO'$ ) e da imagem ( $II'$ ).
- Observe que a relação  $II'/OO'$  deve ser aproximadamente igual a  $-p/q$  (**Equação da Ampliação para os espelhos esféricos**).
- Verifique que, ao aproximarmos o objeto do espelho a imagem vai aumentando e, ao mesmo tempo, vai ficando cada vez mais distante do espelho.
- Colocando o objeto sobre o foco do espelho, a imagem estará situada no infinito.
- Colocando o objeto entre o espelho e seu foco, a imagem formada deixa de ser real e passa a ser virtual .
- Nesse caso, semelhante ao que ocorre ao espelho plano, a imagem está localizada atrás do espelho côncavo e não pode mais ser projetada. Verifique.
- Você poderá observar essa imagem colocando seu olho no lugar do anteparo e olhando diretamente para o espelho.

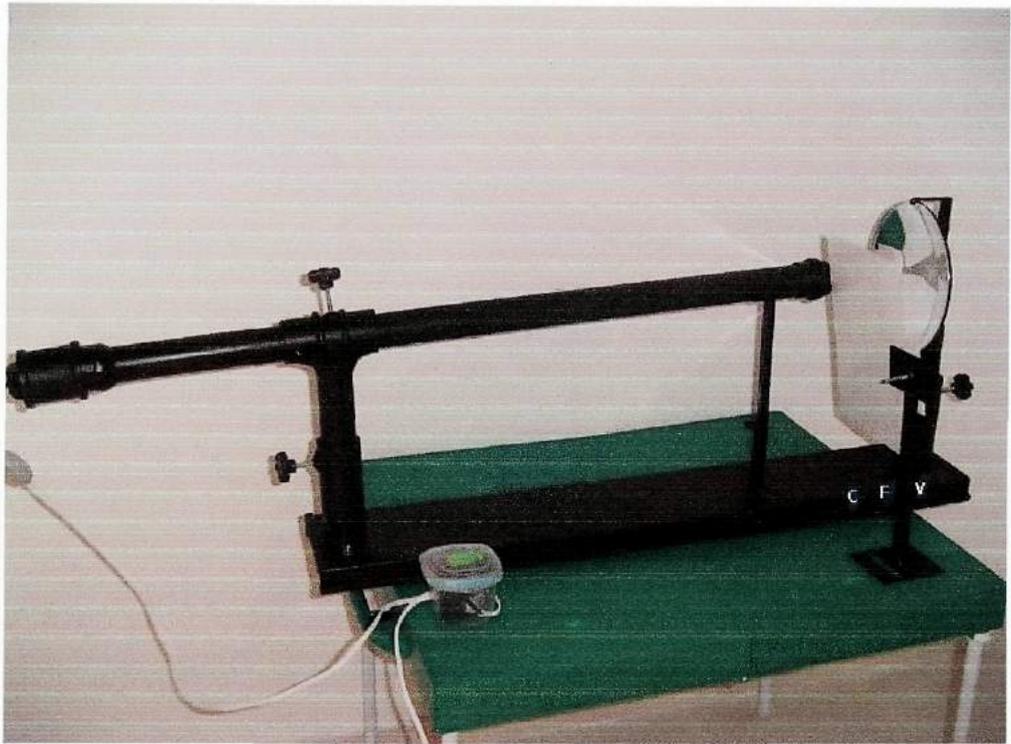


Figura 4.10 – Foto da disposição do trilho óptico com fonte de luz, diafragma "F" e espelho côncavo e posicionamento do anteparo ao lado do trilho.

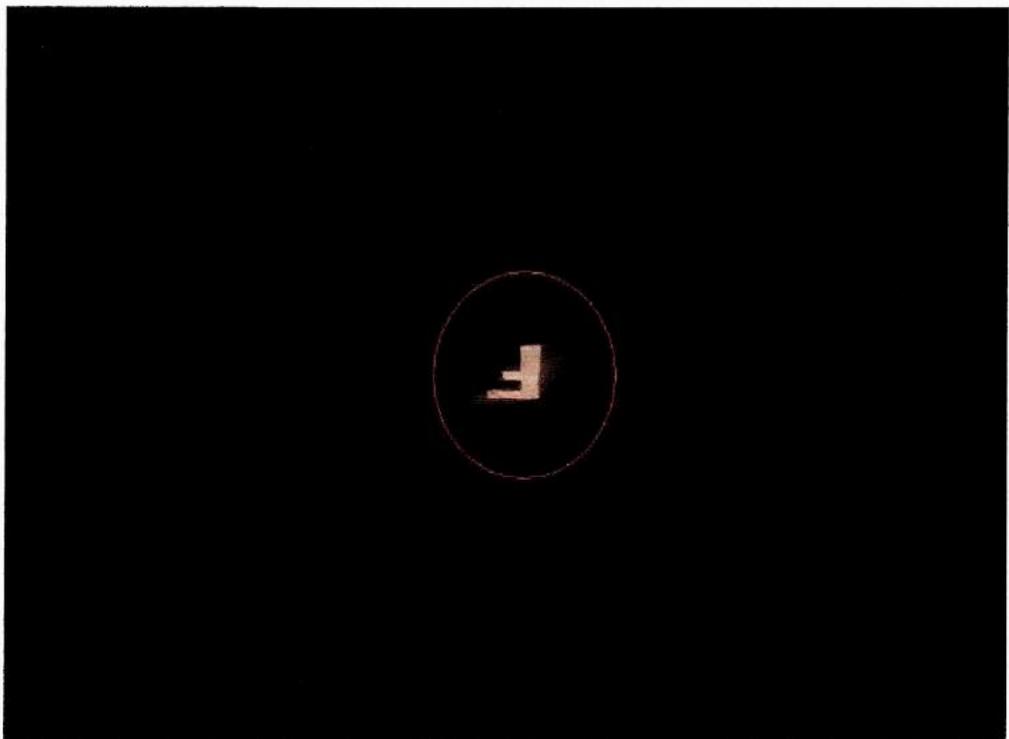


Figura 4.11– Foto da Imagem real, menor e invertida ; objeto antes do centro de curvatura.

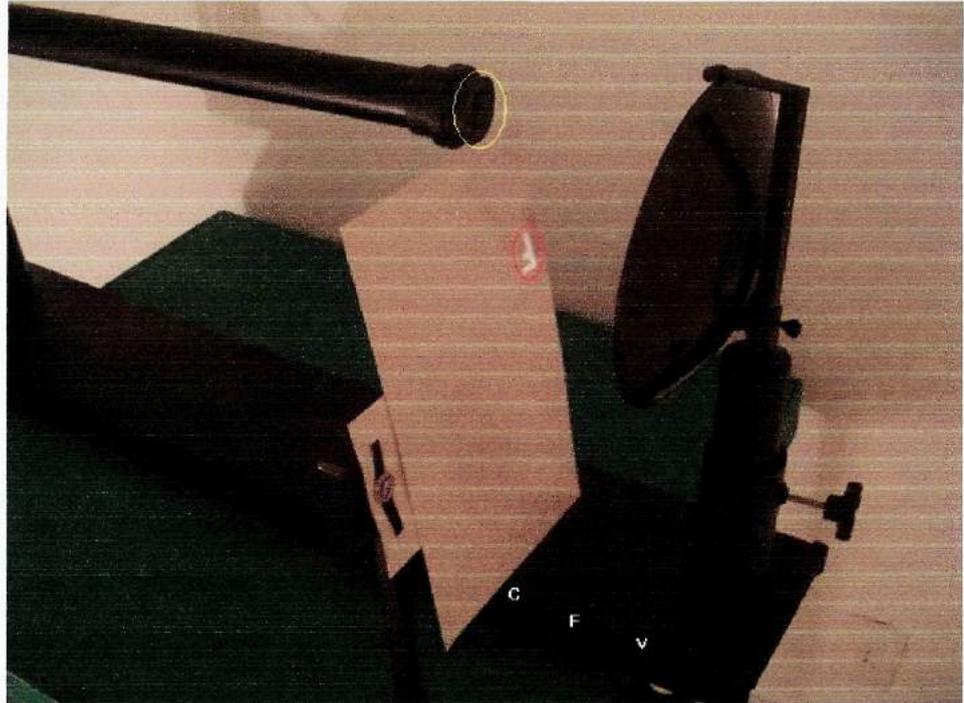


Figura 4.12 – Foto das posições do objeto (amarelo) e da imagem (vermelho) na experiência.

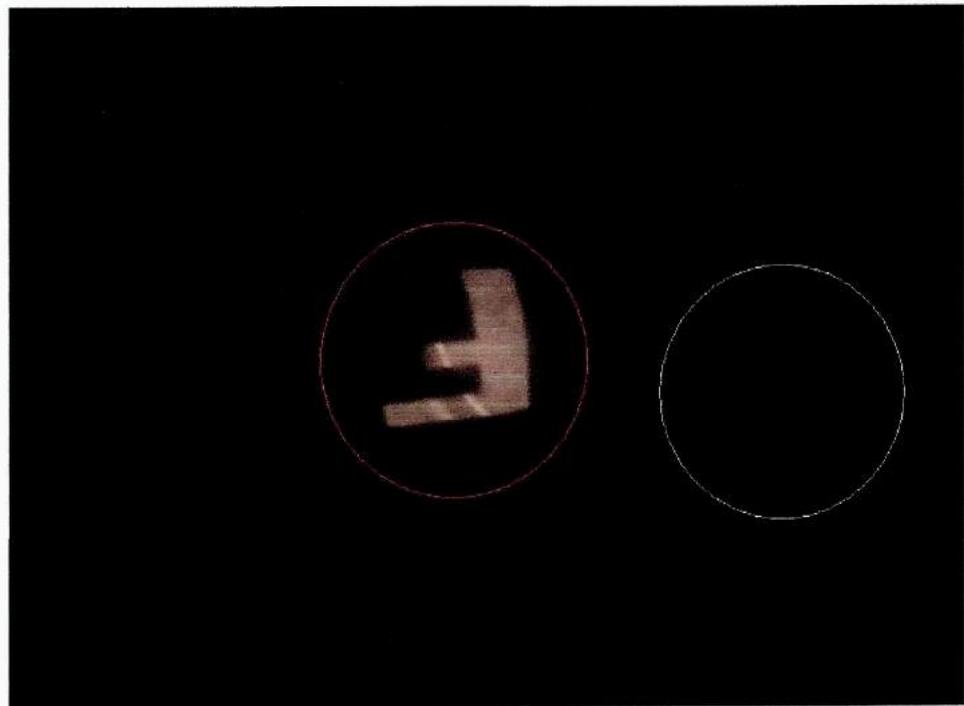


Figura 4.13 – Foto da Imagem real, mesmo tamanho e invertida; objeto sobre o centro de curvatura.

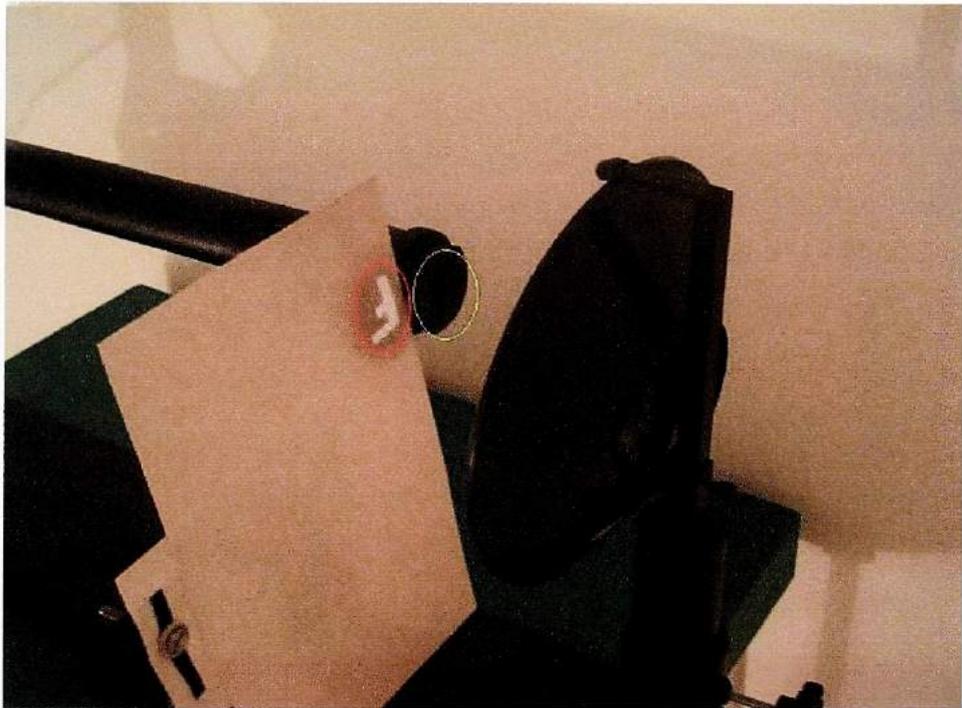


Figura 4.14 – Foto das posições do objeto (amarelo) e da imagem (vermelho) na experiência.

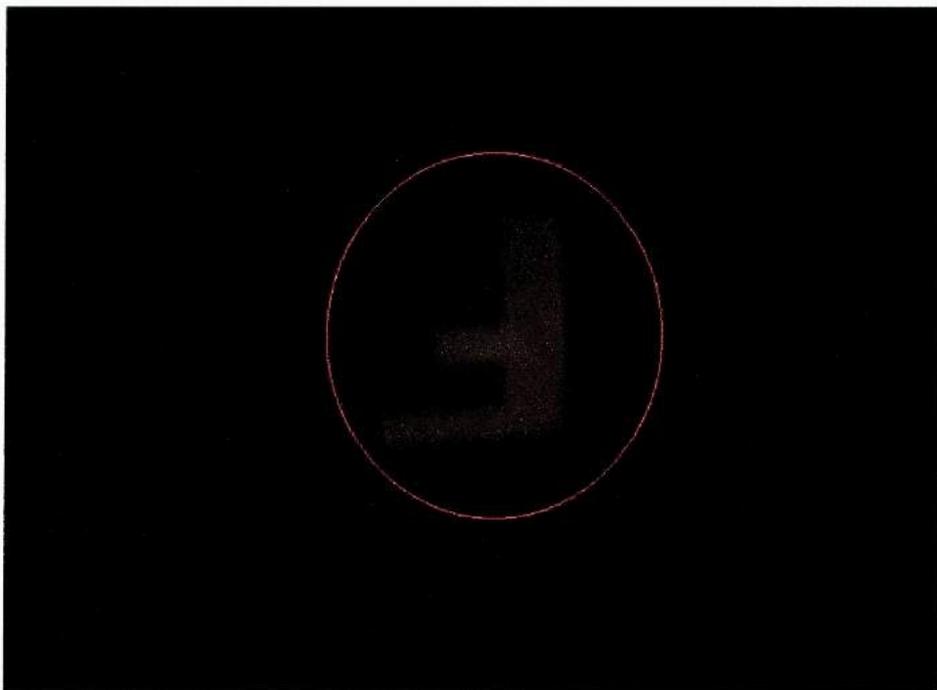


Figura 4.15 – Foto da imagem real, maior e invertida; objeto entre o centro de curvatura e o foco.



Figura 4.16 – Foto das posições do objeto (amarelo) e da imagem (vermelho) na experiência.

### 4.3. Paralaxe

#### Objetivos:

- 1) Observar o fenômeno da paralaxe

#### 4.3.1. Material utilizado

- Dois lápis ou duas canetas.

#### 4.3.2. Procedimento:

- Segure dois lápis alinhados como mostra a figura 4.17 (para facilitar, feche um de seus olhos).

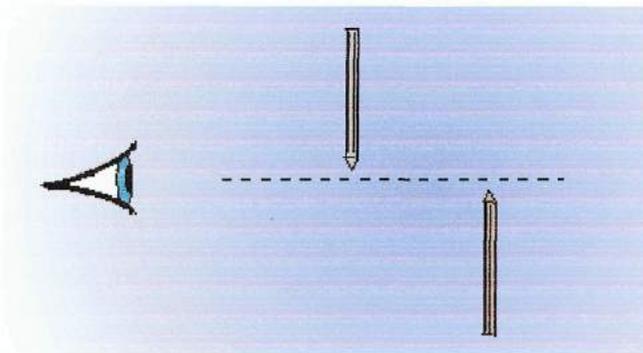


Figura 4.17 - Esquema do alinhamento dos lápis com o olho.

- Mexendo a cabeça de um lado para o outro, os lápis saem de alinhamento aparente (eles se cruzam). Verifique.
- Esse fenômeno se chama **paralaxe**.
- Agora, procure aproximar os lápis um do outro e observe que a paralaxe deixa de existir quando ambos estão a uma mesma distância do seu olho.
- O conceito de paralaxe é particularmente importante na Astronomia. Um exemplo é a paralaxe entre as estrelas devido ao movimento da terra ao redor do sol.
- A paralaxe é o deslocamento aparente na posição de um objeto, em relação a um ponto de referência, causado por uma mudança na posição de observação.

#### 4.4. Formação de imagens com espelho convexo.

##### Objetivos:

- 1) Observar as imagens formadas por um espelho convexo
- 2) Calcular a distância focal dos espelhos utilizando a equação de Gauss.

##### 4.4.1. Material utilizado:

- 02 metros de tubo de PVC  $\frac{1}{2}$
- 06 joelhos com rosca de  $\frac{1}{2}$
- 03 T com rosca de  $\frac{1}{2}$
- 01 luva de  $\frac{1}{2}$

- 03 bujões de  $\frac{1}{2}$
- 01 espelho de 30 cm de diâmetro
- 01 tubo de alumínio de 10 cm de diâmetro e 60 cm de comprimento
- 01 braçadeira 13X16
- 02 rolos de fita adesiva colorida (azul e amarela)
- 01 parafuso com uma porca comum
- 02 ventosas

#### 4.4.2. Procedimento

- Monte o experimento, como ilustra a figura 4.18, abaixo

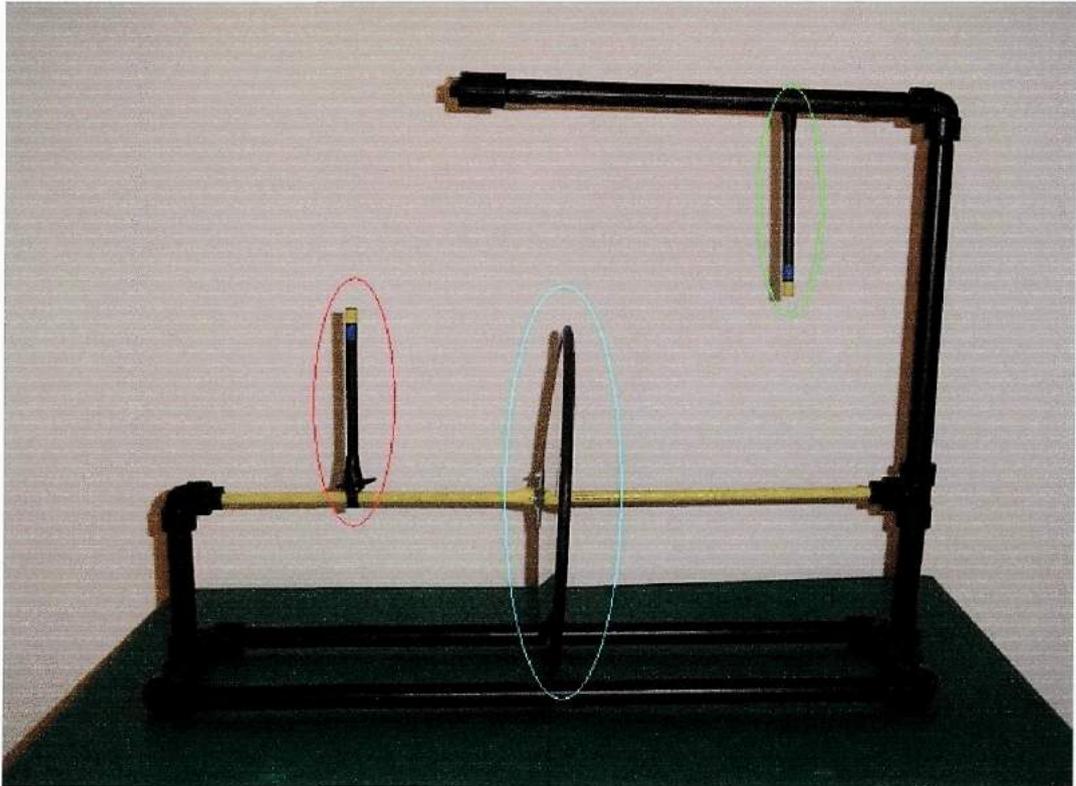


Figura 4.18 - Disposição do objeto (bastão circundado de vermelho), do espelho convexo (circundado de azul) e do bastão auxiliar (circundado de verde), sobre a base tubular.

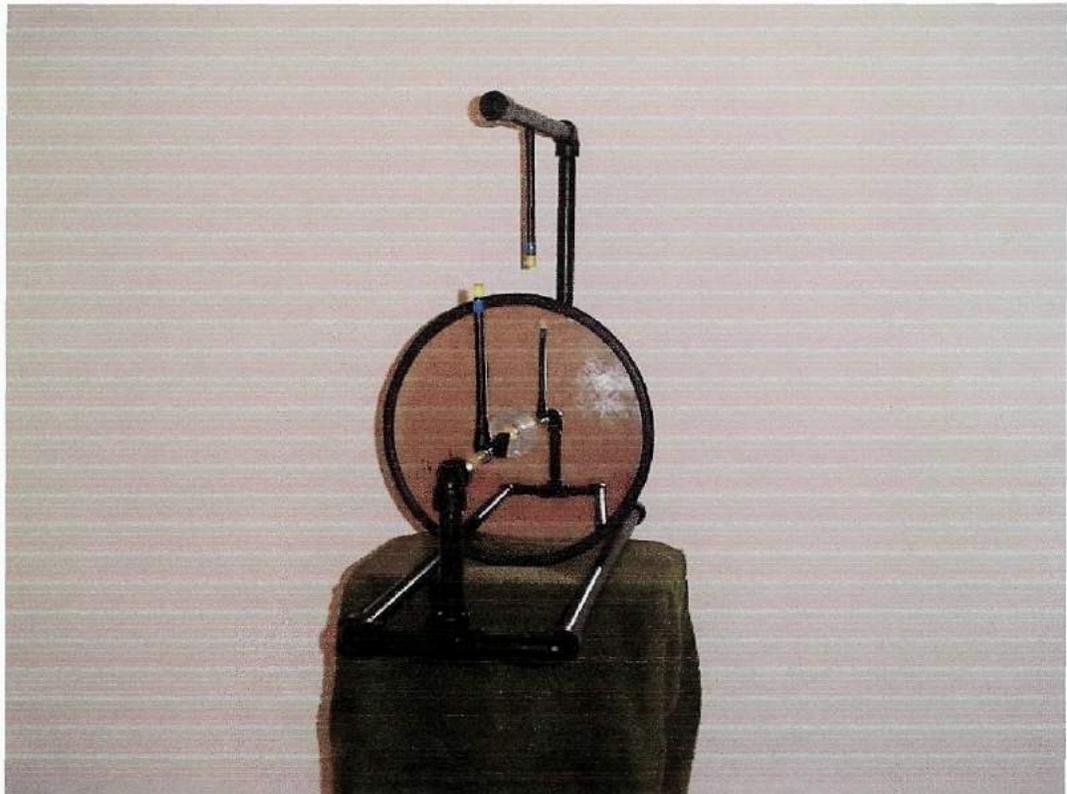


Figura 4.19 - Visão frontal do experimento

- O bastão será o nosso objeto.
- Varie a distância do objeto ao espelho e observe que a imagem será sempre virtual, direita e menor que o objeto.
- Vamos determinar a posição da imagem através do método da **paralaxe**.
- Coloque um bastão auxiliar atrás do espelho.
- Olhando para o espelho, você verá a imagem do objeto (do primeiro bastão), e acima do espelho, observará a ponta do bastão auxiliar.
- Movimente o bastão auxiliar até que não haja mais paralaxe entre a ponta do bastão auxiliar e a imagem do objeto.
- Nesse momento, o bastão auxiliar e a imagem do objeto estarão sobrepostos, e assim, podemos medir a distância (**q**) entre a imagem e o espelho.
- Meça as distâncias da imagem ao espelho (**q**) e do objeto ao espelho (**p**).
- Utilizando a lei de Gauss, calcule a distância focal do espelho.

- Repita a experiência pelo menos mais quatro vezes.

- Tabela dos dados experimentais

<b>N</b>	<b>Distancia focal</b>
1	15,5
2	16,0
3	15,0
4	16,5

- Calcule o valor médio entre as medidas da distância focal do espelho.

## Capítulo 5

### 5. Plano de aula.

Referente a 2 aulas de 50 minutos cada uma. As aulas foram aplicadas no primeiro ano do ensino médio do Colégio Nilo Peçanha sob a orientação da professora Soráia Berbat e do professor José Carlos, para 33 alunos.

#### 5.1. Tema

A aula está inserida dentro do tema de construção gráfica de imagens de espelhos esféricos, baseada na unidade 2 (formação e detecção de imagens) do tema 3 (som, imagem e informação) do PCN+.

#### 5.2. Pressupostos Conceituais Necessários

O aluno já aprendeu em aula anterior os conceitos de óptica geométrica, tais como raio luminoso, reversibilidade dos raios luminosos, propagação retilínea da luz, independência dos raios luminosos, influência do meio na propagação raios luminosos, reflexão da luz e espelhos planos.

#### 5.3. Objetivos experimentais

Ao final da aula, o aluno deverá estar apto a:

- Identificar espelhos côncavos e convexos no dia a dia
- Caracterizar imagem e ponto objeto, conjugados por um espelho esférico a partir dos experimentos
- Identificar o foco dos espelhos esféricos
- Construir graficamente as imagens de espelhos esféricos
- Caracterizar a equação de conjugação de espelhos esféricos

#### **5.4. Conteúdos**

Os conteúdos do programa abordados na aula são:

- Espelhos côncavo e convexo
- Estrutura dos espelhos
- Construção de imagens
- Equação de Gauss
- Relação entre altura do objeto e imagem -> Amplificação
- Paralaxe

#### **5.5. Estratégias**

##### **a . Motivação (10 min)**

Um bate-papo inicial liga a aula ao corpo da óptica geométrica como um todo. Depois é enumerado algum objeto que é encontrado no nosso cotidiano e que tem uma ligação estreita com a aula em questão (farol de carro, bola de árvore de natal, colher, espelho de aumento, antena parabólica), todos esses objetos que poderão ser exemplos no estudo de espelhos esféricos.

Aplicação de um questionário de conhecimentos prévios.

##### **b. Introdução Histórica (10 min)**

É realizado uma prática com os alunos utilizando espelhos de aumento domésticos (estética) e com espelhos de retrovisor de carro (côncavo e convexo), dando início a uma introdução histórica citando o do incêndio dos navios romanos que cercavam Siracusa, utilizando a reflexão dos raios solares em gigantescos espelhos concebidos pelo gênio inventivo de Arquimedes.

### **c. Aplicação Experimental (30 min)**

Foram utilizados quatro experimentos, o primeiro é o de associação de espelhos côncavos que constrói uma imagem real tridimensional, o segundo experimento é o trilho ótico que possibilita a verificação experimental na construção de imagens de espelhos côncavos inclusive à determinação do foco do espelho, terceiro experimento consiste em verificar o fenômeno da paralaxe utilizando 2 canetas e o quarto experimento é uma estrutura tubular que fixa um espelho convexo e possibilita a verificação experimental da construção da imagem inclusive com a determinação da posição da mesma. Esses experimentos foram manuseados pelos próprios alunos sob a orientação do professor.

No experimento do trilho ótico, mas particularmente na construção de imagens de espelhos côncavos foi atribuída a tarefa aos grupos de alunos de realizarem um relatório constando quatro medições de ( $p$  – distancia do objeto ao espelho e  $q$  – distancia da imagem ao espelho) para cada imagem formada. Comparar os resultados dos grupos e sugestões para melhoria do experimento.

### **d. Desenvolvimento Teórico (40 min)**

Serão mostrados as formas dos espelhos e seus elementos (centro de curvatura, vértice, foco, raio de curvatura, eixo principal). Define-se o comportamento do raio luz ao incidir em uma superfície côncava ou convexa. Construção das imagens a partir de desenhos bidimensionais no quadro. Enuncia-se a equação de Gauss e caracteriza-se a relação entre a altura do objeto e altura da imagem.

### **e. Conclusão (10min)**

Aplicação de um pequeno questionário (Questões conclusivas) para consolidação da matéria e retirada de alguma dúvida. Chamar a atenção para os exercícios do livro texto, a serem discutidos ao início da próxima aula.

### Questões conclusivas

1. A imagem formada por um espelho esférico côncavo de um objeto frontal sobre o centro de curvatura do mesmo é:

- a) real, invertida e ampliada;
- b) real, invertida e diminuída;
- c) real, direita e ampliada;
- d) real, invertida e de mesmo tamanho do objeto;
- e) virtual, invertida e de mesmo tamanho do objeto;

2. Para examinar o dente de uma pessoa, o dentista utiliza um pequeno espelho. Esse espelho permite que o dentista enxergue detalhes do dente (**imagem ampliada e direita**). Tendo em vista essas informações, responda:

- a) O espelho deve ser plano, côncavo ou convexo? **côncavo**
- b) A distância do dente ao espelho deve ser maior ou menor que a sua distância focal? **menor**

### 5.6. Avaliação

A avaliação será feita através da observação do envolvimento do aluno com atividade de aplicação (subjetiva) e da aplicação do questionário e resolução dos exercícios do livro texto e corrigidos na próxima aula (objetiva).

### 5.7. Material Necessário

- Espelho utilizado em salão de beleza
- Espelho de retrovisor de automóvel
- Trilho ótico
- Caixa de proteção para os espelhos

## Capítulo 6

### 6. Considerações Finais

Procurou-se, neste trabalho, discutir a real possibilidade de obtenção de materiais com menor valor em relação aos encontrados no mercado, para auxiliar a educação científica no ensino médio. Para tanto, considerou-se questões metodológicas derivadas de pesquisas na área de Didática das Ciências.

A partir desta fundamentação e de estudo histórico e filosófico, foram elaborados os experimentos expostos neste trabalho.

Iniciei a parte experimental com o experimento que possibilita a visualização de uma imagem real tridimensional, e foi uma boa escolha, pois os alunos ficaram admirados e começaram a surgir as dúvidas quanto ao fenômeno óptico que eles estavam presenciando, oportunidade para os próprios alunos construírem o conhecimento baseando-se nos fundamentos teóricos, no experimento e com a orientação dos professores.

No segundo experimento o mais interessante relatado pelos alunos foi a possibilidade de utilização do trilho óptico além da apresentação dos desenhos na sua forma planificada. Os alunos puderam manusear do trilho óptico sob a orientação dos professores, todos os dados que eram extraídos do experimento era anotados numa tabela (ver capítulo 4) no caderno para posterior verificação com o modelo teórico. Um ponto que também prendeu a atenção dos alunos foi o cálculo da distancia focal, pois foi necessário escurecer o máximo possível a sala para que o efeito da luz negra na parte branca do experimento ficasse mais evidenciado e assim facilitaria a visualização e o cálculo da distancia focal no momento que o laser incidisse no espelho e depois refletisse sobre o eixo principal.

O terceiro experimento teve o objetivo de demonstrar o que é paralaxe e exemplificar a sua utilização com o quarto experimento, mas percebi que foi um conceito difícil para os alunos compreenderem, e essa parte do experimento ficou prejudicada também pelo tempo.

Estes experimentos foram utilizados por outros professores em situações na sala de aula e em feira de ciências, mas não foi realizado nenhum levantamento de dados em relação a essas aplicações, apenas os mesmos fizeram comentários positivos em relação ao trabalho, houve também interesse em reproduzi-los.

Ao final dos experimentos foi aplicado um questionário conclusivo que consta no item anterior, Plano de aula. Com as respostas dos alunos foi possível fazer 3 gráficos no excel, mostrando que mesmo com algumas dificuldades, como exemplo o tempo, o resultado foi satisfatório. Segue abaixo os gráficos:

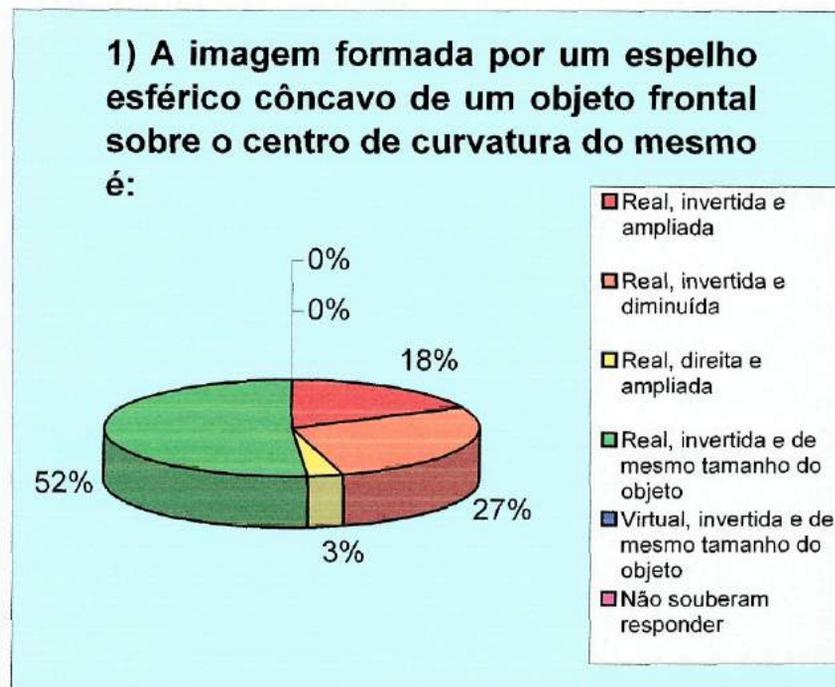


Gráfico 6.1

O gráfico 6.1 mostra que mais de 50% dos alunos acertou a resposta, 55% erraram somente o tamanho da imagem e o resultado mais significativo foi que todos acertaram que a imagem seria real.

**2) Para examinar o dente de uma pessoa, o dentista utiliza um pequeno espelho. Esse espelho permite que o dentista enxergue detalhes do dente (imagem ampliada e direita). Tendo em vista essas afirmações, responda:**

a) O espelho deve ser plano, côncavo ou convexo ?

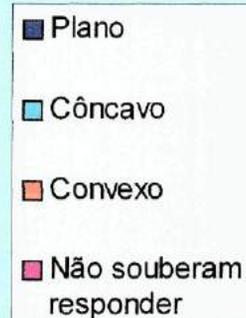
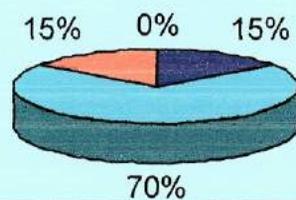


Gráfico 6.2

O percentual significativo de 70% que é observado no gráfico 6.2, passa a idéia que a maioria dos alunos entendeu a formação de imagem nos espelhos esféricos, e além disso puderam verificar com a questão uma aplicação prática deste conhecimento.

**2) Para examinar o dente de uma pessoa, o dentista utiliza um pequeno espelho. Esse espelho permite que o dentista enxergue detalhes do dente (imagem ampliada e direita). Tendo em vista essas afirmações, responda:**

b) À distância do dente ao espelho deve ser maior ou menor que a sua distância focal ?

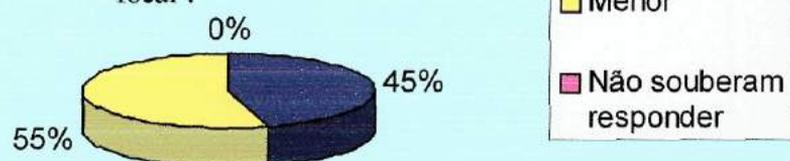


Gráfico 6.3

No gráfico 6.3, 55% conseguiram identificar alguns conceitos como foco e distância focal para poder resolver a questão, mais uma resposta em que mais da metade da turma acertou a questão.

## Referências

- [1] PCN + Ensino Médio Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias – MEC 1999.
- [2] AUSUBEL, D., NOVAK, J.D., HANESIAN, H. *Psicologia Educacional*, ed. Interamericana, 2ª edição, 1980.
- [3] AUSUBEL, D. P. *Aquisição e retenção de conhecimentos: Uma perspectiva cognitiva*, ed. Plátamo, 2003.
- [4] MOREIRA, M.A. e MASINI, E.F.S. *A Aprendizagem Significativa. A Teoria de David Ausubel*, Editora Moraes, 1982.
- [5] MOREIRA, M.A. *Construtivismo: Significados, Concepções Errôneas e uma Proposta*, VIII Reunión Nacional de Educación en la Física, Rosario, Argentina, 1993.
- [6] BASSALO, J.M.F. “*Nascimentos da física*”, vol 17 nº 1, Revista Brasileira de Ensino de Física Dez. 1995
- [7] GASPAR, A. “*Física*”, vol.2 - Ondas, Óptica e Termodinâmica, ed. Ática, 1ª edição, 2003.
- [8] RAMALHO JR., F., FERRANO, N. G., SOARES, P. A. de T. “*Os Fundamentos da Física*”, vol. 2 – Termologia, Óptica e Ondas, ed. Moderna, 6ª edição, 1993.
- [9] <http://educar.sc.usp.br/optica/>, capturado em 10/06/2005.
- [10] <http://br.geocities.com/saladefisica8/optica/construcao.htm> /, capturado em 10/06/2005.

[11] CHAGAS, L.G.L. e SANTOS, W.M.S. "*Espelhos côncavos: do cotidiano do aluno a conceituação científica*" - V ENLIF, Encontro de Licenciatura de Física do IF-UFRJ Nov 2005.

[12] CHAGAS, L.G.L. e SANTOS, W.M.S. "*Espelhos côncavos: uma proposta para a determinação da distância focal*" - VII ENLIF, Encontro de Licenciatura de Física do IF-UFRJ Nov 2007.