

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Escola Politécnica Curso de Engenharia Civil Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas

PASSARELAS EM VIGA RECTA SOB ACÇÃO DINÂMICA DO CAMINHAR DE PESSOAS

JOÃO RODRIGO SIMÕES BARREIROS DE VASCONCELOS

Projecto de Final de curso apresentado ao corpo docente do Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas da Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito para obtenção do título de Engenheiro Civil.

Aprovado por:

Michèle Schubert Pfeil Profa. Adjunta, D.Sc., EP/UFRJ (Orientadora)

> Francisco Costa Reis Prof. Adjunto, M.Sc., EP/UFRJ

> Luiz Eloy Vaz Prof. Titular, Dr-Ing., EP/UFRJ

Luís Volnei Sudati Sagrilo Prof. Adjunto, D.Sc., COPPE/UFRJ

Julho/2005

RESUMO

Pela relevância que os efeitos dinâmicos deveriam ter no projecto de pontes pedestres, três soluções estruturais, para vencerem três vãos diferentes, são apresentadas com o objectivo de se avaliarem as suas propriedades dinâmicas e discutirem as possibilidades de ocorrência de problemas de vibrações.

Discute-se também a resposta dinâmica de uma estrutura à actividade humana de Caminhar e avaliam-se os critérios que se recomenda sejam considerados no projecto.

Finalmente é discutida a síntese da resposta da estrutura ao caminhar de muitos transeuntes e verificados os seus efeitos, recorrendo a uma simulação de Monte Carlo.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais e irmão, João Vasconcelos, Isabel Vasconcelos e Guilherme Vasconcelos, por todo o apoio e carinho dedicado durante este período e acima de tudo por me terem proporcionado uma experiência inesquecível.

Ao meu grande amigo Nuno Soares, pelo companheirismo que demonstrou durante a realização deste trabalho.

Ao professor Eduardo Batista por todo o empenho que dedicou durante os diversos estágios desta experiência.

E, em especial, à minha Orientadora Michèle Pfeil pela amizade, ensinamentos, constantes incentivos e empenho que dedicou à realização deste trabalho.

ÍNDICE

CAPITULO I - INTRODUÇÃO				
I.1 - Motivação e Objectivos	1			
I.2 - Sistemas Estruturais e Materiais a Empregar na Concepção de Passarelas	2			
I.2.1 - As obras de arte e sua concepção	2			
I.2.2 - Pontes em Arco	4			
I.2.3 - Pontes de Tirantes	6			
I.2.4 - Pontes Suspensas	8			
I.2.5 - Pontes em Viga	10			
I.2.6 – Pontes em Lâmina	12			
I.3 - Vibrações em Passarelas devidas à Acção Humana	13			
I.3.1 Ponte Millennium	13			
I.3.2 Ponte Sun-Yu	18			
I.3.3 Ponte Aberferldy	20			
I.4 - Escopo do trabalho	21			
CAPÍTULO II - PROJECTOS TÍPICOS DE PASSARELAS EM VIGA RECTA				
II.1 – Considerações Gerais	23			
II.2 – Solução em Viga de Betão Armado Pré-Esforçado	27			
II.2.1 Características Geométricas da Secção Transversal	27			
II.2.2 Propriedades dos Materiais Utilizados	29			
II.2.3 Análise Transversal	29			

II.2.4 Análise Longitudinal	38
II. 3 – Solução em Viga de Aço	47
II.3.1 Características Geométricas e Materiais Utilizados	47
II.3.2 Análise Transversal	49
II.3.3 Análise Longitudinal	50
II.4 – Solução em Viga Mista Aço-Betão	58
II.4.1 Características Geométricas e Materiais Utilizados	58
II.4.2 Análise Transversal	59
II.4.3 Análise Longitudinal	59
II.5 – Propriedades Dinâmicas das Passarelas	69

CAPÍTULO III - RESPOSTA DINÂMICA DE PASSARELAS DEVIDO À ACTIVIDADE HUMANA (CAMINHAR)

III.1 – Descrição Matemática da Carga gerada pela Actividade Humana			
III.2 – Resposta Humana a Vibrações	80		
III.3 - Critérios de Conforto a serem considerados durante a fase de elaboração	de um		
projecto:	82		

III.3.1 - Limitação de frequências	82
III.3.2 - Rigidez Adequada	83
III.3.3 - Taxa de Amortecimento	84
III.3.4 - Aceleração Limite	85
III.4 - Critério Simplificado de Cálculo da Aceleração Causada por um Pedestre em Pass	arelas
III.4.1 - Cálculo do limite superior	85
III.4.2 - Cálculo sugerido nos códigos BS 5400 e ONT 83	88
III.4.3 - Cálculo sugerido por RAINER <i>et al</i> (1987)	90
III.5 – Efeito de muitos pedestres na Passarela	91
III.6 – Modelação Computacional de Passarela sob acção do caminhar de um pedestre	91
III.7 - Resposta de Passarela para o caminhar de um pedestre em ressonância	com a
Passarela.	96
CAPÍTULO IV - AVALIAÇÃO DE COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UMA PASSA	RELA
POR MEIO DE SIMULAÇÕES DE MONTE CARLO	
IV.1 – Introdução	99
🜲 Estrutura analisada	99
🜲 Variáveis aleatórias e respectivas distribuições de probabilidade	99
🜲 Nº de pedestres a deslocar-se ao longo da passarela	100
IV.2 – Metodologias para simulação da resposta dinâmica de passarelas para muitos	
pedestres	100
🜲 Geração de Cenários a partir das respostas individuais para diversas rela	ções de
f _{pessoa} /f _{estrutura}	100
IV.3 – Programa Pessoas	106
IV.4 – Resultados das Simulações	109
IV.5 - Critério de aceitação	112
CAPITULO V – COMENTÁRIOS FINAIS	113
ANEXO A – GRAU DE ENCASTRAMENTO ELÁSTICO	115
ANEXO B - ANÁLISE LONGITUDINAL DAS RESTANTES SOLUÇÕES DIMENSIONADAS	118
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS - ORDEM TÍTULO	126
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS - ORDEM AUTOR	129

I - INTRODUÇÃO

I.1 – MOTIVAÇÃO E OBJECTIVOS

O projecto de pontes tem constituído um dos ramos mais prestigiados da engenharia de estruturas. A designação de obra de arte tem vindo a ser aplicada ao longo dos tempos às vias de comunicações, tais como Pontes, Passarelas, etc...embora tal designação remonte ao tempo em que tais obras eram projectadas por artífices que utilizando a sua grande intuição de estática de construções idealizaram obras que hoje em dia merecem a designação de Obras de Arte.

A intuição e o empirismo deram lugar a partir do século XVIII à ciência e à técnica, mas nem mesmo tal evolução conseguiu reduzir a importância da intuição na Engenharia de Pontes. Há que demonstrar técnica e cientificamente a segurança e economia daquilo que se projecta, mas sem intuição não há concepção e sem concepção não há projecto.

O engenheiro projectista de pontes dispõe, hoje em dia, dos mais sofisticados métodos de análise da sua estrutura – analíticos, numéricos e experimentais.

Não obstante todos os métodos de cálculo disponíveis, a busca contínua por estruturas cada vez mais esbeltas, de mais fácil execução e resistentes às acções do ambiente, visando a redução dos custos de construção e manutenção das mesmas. As estruturas modernas são então mais leves e flexíveis e, por isso, mais susceptíveis às vibrações causadas por acções dinâmicas, tais como: movimento ritmado de pessoas, máquinas em movimento, vento e tráfego de veículos.

No caso específico de passarelas, são os próprios pedestres que introduzem elevados níveis de vibração, os quais, mesmo que não comprometam a segurança da estrutura, causam grande desconforto aos usuários, que acabam por evitar utilizar a estrutura.

Existem diversos relatos de passarelas nas quais se verificaram inúmeros problemas de vibração cuja solução passou pelo encerramento das mesmas de forma a solucionar os problemas descritos.

Apesar de o problema das acções dinâmicas ser real e completamente identificado, a maioria das passarelas é projectada para as acções estáticas. Isto deve-se à ausência de metodologias e critérios normativos que contemplem este aspecto. Assim, não é de estranhar, que se observem passarelas com níveis de vibração excessivas, inadequadas ao uso a que se destinam e que necessitam de ser reestruturadas de forma a acomodar as amplitudes nelas induzidas. Todavia, se estes aspectos fossem contemplados na fase de projecto da passarela, mediante uma análise dinâmica rigorosa, ou seja, considerando o efeito das cargas geradas pelas pessoas em movimento, estes problemas seriam de todo evitados.

Torna-se assim necessário o entendimento e a previsão realística da resposta estrutural à acção humana, por meio de uma análise dinâmica rigorosa de passarelas de forma a evitar problemas severos de serviço que possam reduzir o conforto dos pedestres até um nível inaceitável ou, numa situação extrema levar ao colapso da estrutura.

Assim, o objectivo do presente trabalho assenta nos seguintes itens:

Focalizando passarelas em viga recta, elaborar projectos típicos para identificar os sistemas vulneráveis à acção dinâmica devido ao caminhar das pessoas.

1

Desenvolver uma metodologia baseada em simulação numérica, para avaliação de comportamento dinâmico.

Como nota de rodapé de salientar que apesar da ainda existente desinformação em redor deste tema, cada vez mais o problema das vibrações em estruturas é real e a sua consideração imprescindível no dimensionamento das mesmas.

1.2 – Sistemas Estruturais e Materiais a Empregar na Concepção de Passarelas

I.2.1 - AS OBRAS DE ARTE E SUA CONCEPÇÃO

Na concepção da Superstrutura das obras de arte devem ser considerados os seguintes aspectos:

- O material estrutural
- O sistema estrutural longitudinal
- A secção transversal da superstrutura
- O sistema de Ligação da superstrutura aos pilares e encontros
- O processo construtivo a adoptar

MATERIAL ESTRUTURAL

Diferentes formas resistem a forças de maneiras diferentes tal como acontece com os materiais. Para conceber uma ponte "boa" e "segura", um engenheiro tem que conhecer as forças a que estão sujeitos cada um dos membros constituintes da estrutura. Deve conhecer as características de cada material quando submetido a diferentes estados de tensão. Por exemplo, deve escolher pilares e encontros de betão ou de pedra? O que nos leva a escolher um material em detrimento de outro? Basicamente, existem 4 razões que nos ajudam a escolher um material em prol de outro:

- Características físicas e mecânicas;
- Custo;
- Nível Tecnológico:
- Disponibilidade.

Em função destes parâmetros os engenheiros têm optado, ao longo da História, pelos seguintes tipos de pontes:

- Pontes em pedra natural ou alvenaria;
- Pontes em madeira (em Portugal apenas utilizadas em pontes provisórias);
- Pontes em betão armado (raro), betão armado pré-esforçado (as mais utilizadas actualmente em Portugal);
- Pontes metálicas em ferro (a maior parte das pontes antigas existentes em Portugal), em aço (a maioria das actuais) ou em alumínio;

- Pontes Mistas aço-betão (em geral hoje em dia mais competitivas do que as metálicas);
- Pontes de Fibras Poliméricas Reforçadas (A sua utilização sendo ainda limitada, dado o seu elevado custo, o mercado afecto a estas pontes começa hoje a ganhar especial relevo no domínio das pontes).

SISTEMA ESTRUTURAL LONGITUDINAL

A escolha do material estrutural é evidentemente muito influenciada pelo tipo de sistema estrutural longitudinal a adoptar. Alguns tipos de sistema estrutural adotados para pontes e passarelas são listados e ilustrados (nas Figuras. I.1.a-e) a seguir:

- ♣ Ponte em Viga (Simplesmente Apoiada, Viga Gerber, ou Viga Contínua);
- Ponte em Pórtico;
- Ponte em Arco;
- Ponte de cabos: Ponte Suspensa e Ponte de Tirantes.
- Ponte em Lâmina



Figura I.1 – Sistemas estruturais adoptados em pontes e passarelas: (a) Ponte em Viga; (b) Ponte em Arco; (c) Ponte Suspensa; (d) Ponte de Tirantes e (e) Ponte em Pórtico.

I.2.2 - PONTES EM ARCO

A essência das pontes em arco é que idealmente não deveria haver tendência para elas flectirem, exceptuando quando sujeitas a acções dinâmicas. Deveriam funcionar unicamente à compressão e por essa razão podem ser concebidas com materiais como: alvenaria, ferro fundido e betão, materiais que se comportam mal quando sujeitos a estados de tracção.

De certa fora, a ponte em arco, é uma das pontes mais simples, na medida em que se a construirmos contra rocha bruta (Bad rock), o único elemento estrutural de que necessitamos é o arco em si, não necessitando de mais nenhum elemento. A rocha vai funcionar como encontro da estrutura. Para tal é necessário que se corte a rocha com a forma exacta para que os dois elementos encaixem com ângulos correctos. Por vezes pode ser necessário dotar a estrutura de encontros maciços com o intuito de distribuir da forma mais uniforme possível a carga, pois de outra forma o arco pode simplesmente "penetrar e afundar-se no terreno".



Figura I.2 – Princípio Estrutural das Pontes em Arco

Isto é uma forma simplificada de definir uma ponte em arco porque a forma do arco anteriormente descrito é muito inconveniente e de facto impossível para a circulação de tráfego rodoviário. Assim, um arco real tem que ser munido de um tabuleiro plano, conforme ilustrado nas Figuras. I.3, que é sustentado superiormente (ponte em arco de tabuleiro inferior), ou inferiormente (ponte em arco de tabuleiro superior), ou ainda uma combinação dos dois.



Figura. I. 3.a) e b) - Pontes em arco de tabuleiro superior e inferior respectivamente.

Os impulsos (as reacções) ao nível do solo, não se destinam, pura e simplesmente a suster o peso do arco. O impulso (a reacção) é composto de uma parcela vertical que se destina a resistir ao peso do arco e por uma parcela horizontal que impede que o arco se afaste da sua configuração ideal, conforme ilustra a Figura I.4.



Figura I.4 – Equilíbrio de Forças numa Ponte em Arco

As pontes em arco têm sido feitas com materiais como: Pedra, Ferro Fundido, Madeira, Aço e Alumínio. As maiores pontes em arco são em aço, enquanto as mais pequenas podem ser concebidas em betão. As pontes em arco mais antigas eram concebidas em alvenaria, tijolo ou pedra, tendo como exemplo inúmeras pontes medievais e ancestrais.

ALGUNS EXEMPLOS DE PONTES EM ARCO.



Figura I.5 – Passarela Campo Volatin, Espanha (fonte: www.metalicapontes.com.br)



Figura I.6 – Outra perspectiva da passarela Campo Volatin, Espanha (fonte: www.metalicapontes.com.br)

I.2.3 – PONTES DE TIRANTES

A típica ponte de tirantes (Figura I.1d), não é mais do que uma viga contínua dotada de uma ou mais torres que nascem acima dos pilares e que se encontram colocadas no meio da extensão que pretendem vencer. A partir destas torres os cabos esticam – se para baixo na diagonal (usualmente para os dois lados) e suportam a viga.

Os cabos de aço são extremamente resistentes mas ao mesmo tempo extremamente flexíveis. Os cabos de aço são muito económicos na medida em que permitem uma estrutura esbelta e leve que é capaz de vencer grandes vãos. As propriedades únicas dos cabos, e da estrutura como um todo, fazem da concepção da ponte uma tarefa muito complexa. Quando se pretende vencer longos vãos, onde a influência do vento e da temperatura têm que ser considerados, os cálculos tornam-se demasiado complexos e é necessário recorrer ao auxílio de computadores e análises computacionais. A fabricação dos cabos das pontes em tirantes reveste-se igualmente de grande dificuldade.

Não existe uma classificação distinta em relação às pontes de tirantes. No entanto, elas podem ser distinguidas pelo número de tramos, número de torres, tipo de secção transversal da viga, número de cabos, etc. Há muitas variações em relação ao número e tipo de torres, bem como o número e arranjo dos cabos. As torres típicas geralmente utilizadas em pontes de tirantes podem ser: torres simples, duplas, em forma de porta e em forma de "A". As torres, na sua grande maioria, são de betão embora o aço também seja utilizado.

Os arranjos dos cabos também variam de sobremaneira (Figura I.7). As formas típicas de distribuição de cabos que podemos encontrar são: Cabo Único, Cabos em Leque, Cabos em Harpa e ainda um caso intermédio entre os cabos em leque e os cabos em harpa denominado por "Semi-Leque". Em alguns casos, apenas os cabos de um dos lados da torre estão ligados à viga, o outro lado encontra-se ancorado a uma fundação ou a um contra peso.



Figura. I.7 – Distribuições típicas dos cabos das pontes de tirantes (fonte: www.brantacan.co.uk)

O baixo peso próprio da estrutura, apesar de uma desvantagem, quando estamos perante um vento de forte intensidade, torna-se uma vantagem durante a ocorrência de um sismo. No entanto, se ocorrerem assentamentos de apoio durante o sismo ou ao longo do tempo, a ponte de tirantes pode sofrer danos irreparáveis, por isso, é necessário tomar precauções ao nível do planeamento das fundações. A aparência moderna, mas ao mesmo tempo simples, das pontes de tirantes torna-as uma solução atractiva e um marco distinto do local onde é implantada.

ALGUNS EXEMPLOS DE PONTES DE TIRANTES.



Figura I.8 – Passarela Trinity, Inglaterra (fonte: Structurae, fotógrafo: Bonifácio Barrio Hijosa).



Figura I.9 – Passarela "La Rosa", Espanha (fonte: Structurae, fotógrafo: António Gozalez Serrano).

I.2.4 – PONTES SUSPENSAS

De todos os tipos de pontes em utilização hoje em dia, as pontes suspensas são aquelas que permitem vencer maiores vãos. À primeira vista, as pontes suspensas e as pontes de tirantes podem parecer muito semelhantes, mas na verdade são muito diferentes. Ainda que as pontes suspensas estejam na fila da frente no que concerne a tecnologia de grandes vãos, elas são de facto um dos sistemas estruturais de pontes mais antigos. Alguns exemplos primitivos de pontes suspensas usavam cordas e fios de videira como cabos. O desenvolvimento dos metais, trouxe o uso das barras e correntes de ferro forjado. Mas foi com a introdução de cabos constituídos por fios de aço entrelaçado que vãos na casa dos 500 metros se tornaram uma realidade. Hoje em dia, a ponte de Akashi Kaikyo apresenta-se como a ponte com o maior vão central no mundo das pontes com cerca de 1.991 metros.

Uma típica ponte suspensa não é mais do que uma viga contínua dotada de uma ou mais torres erguidas a partir dos pilares no meio dos vãos. A viga ou elemento longitudinal principal, é geralmente uma estrutura treliçada ou em caixão, podendo para pequenos vãos ser uma viga de chapa fina, ou seja, ser constituída por elementos de pequena espessura. Nas duas extremidades da ponte estão colocadas grandes ancoragens ou contra pesos que se destinam a suportar o peso transmitido pelos cabos.



Eis um pequeno exemplo de uma ponte suspensa e dos seus elementos constituintes:

Figura I. 10 – Elementos de uma Ponte Suspensa (fonte: www.brantacan.co.uk)

Tal como a figura acima ilustra, uma ponte suspensa é constituída pelos seguintes elementos

- Torres;
- Cabos;
- Ancoragens;

- Pendurais;
- 🖌 E tabuleiro.

Os cabos principais são esticados desde a ancoragem localizada no topo da torre (s) até à ancoragem que se localiza na extremidade oposta. Os cabos passam por cima de uma estrutura especial designada por Sela (Figura I.11). A Sela permite que os cabos deslizem à medida que o carregamento puxa de um ou do outro lado e assim transfere o carregamento dos cabos para a torre. A imagem que se segue elucida a forma como as selas "transportam" os cabos no topo das torres



Figura I.11 – Representação esquemática de uma sela (fonte: www.brantacan.co.uk)

Algumas pontes suspensas não utilizam ancoragens, mas em vez disso ligam os cabos principais às extremidades das vigas. Este tipo de suspensão auto ancorada depende do peso da extremidade dos vãos para equilibrar o tramo central e ancorar o cabo.

A partir dos cabos principais, pequenos cabos conhecidos como pendurais são "pendurados" e fazem a ligação à viga principal. Consequentemente, ao contrário das pontes normais que "descansam" sobre os pilares e encontros, nas pontes suspensas, a viga ou caminho de rodados encontra-se suspensa por intermédio dos cabos principais. A maioria do peso da ponte e dos rodados que sobre ela circulam é suspenso por intermédio dos cabos.

As torres destinam-se a suportar os cabos. Estas, têm que ser rígidas o suficiente para suportar as forças descendentes provenientes dos cabos bem como as forças ascendentes das fundações mas ao mesmo tempo flexíveis de modo a permitir eventuais mudanças de comprimento dos cabos quando sujeitos a acções dinâmicas e variações de temperatura.



Figura I.12 – Forças actuantes ao nível do maciço das fundações (fonte: www.brantacan.co.uk)

Os maciços de ancoragem, têm que segurar a extremidade dos cabos que se encontram submetidos a grande tensão (esforços de tracção – Figura 1.12), por meio do seu peso ou então transmitindo a tensão para o solo. Na altura da construção da ponte, as ancoragens têm que incluir meios de ajuste do nível de tensão a que cada cordão está sujeito (por intermédio de macacos hidráulicos). O momento provocado pelo peso em torno do centro de rotação do maciço tem que ser superior ao provocado pela força no cabo em torno do mesmo ponto.

De notar, que os vários fios que constituem o cabo de aço e que se encontram entrelaçados constituindo um cabo único dividem-se num grande número ao entrarem no maciço de betão. Este tipo de ancoragem, pode ser utilizado quando as condições geotécnicas do terreno não são apropriadas para se utilizar uma ancoragem enterrada. Quando estamos na presença de rocha sã, o mecanismo formado pela sela e pelo sistema de ancoragem propriamente dito encontra-se inserido numa cavidade no solo.

Medidas especiais têm que ser tomadas para prevenir que a ponte vibre ou balance excessivamente quando submetida a ventos fortes.



ALGUNS EXEMPLOS DE PONTES SUSPENSAS

Figura I. 13 – Passarela Rosenstein, Estugarda, Alemanha (fonte: Structurae)

I.2.5 - PONTES EM VIGA

As pontes em viga representam as mais simples estruturas do ramo das pontes. Uma ponte em viga consiste num membro horizontal rígido denominado por viga que é apoiado nas extremidades, seja por meio de uma estrutura natural, tal como o banco de um rio, ou por meio do recurso a pilares. As vigas podem ser simplesmente apoiadas tal como descrito anteriormente ou contínuas com vários vãos.



Figuras I.14 a) e b) – Perfis tipo geralmente utilizados na concepção de pontes em viga. a) Secção em caixão; b) Secção em I.

Nas pontes modernas em viga de aço, as secções mais utilizadas são as vigas em I e as vigas em caixão (ver figuras I.14 a-b). As vigas em I são fáceis de projectar e de construir e funcionam bem na maior parte dos casos. Estas permitem que o material seja "concentrado" nos locais que permitem tirar maior vantagem do conjunto. Assim, os banzos superiores e inferiores destinam-se a resistir aos esforços de compressão e tracção, enquanto a alma resiste aos esforços de corte.

No entanto, se a ponte por algum motivo apresentar curvatura no plano horizontal, a viga começa a apresentar esforços de torsão. Ao adicionar-se uma segunda alma ao perfil, no caso das vigas em caixão, adiciona-se também mais estabilidade e aumenta a resistência aos esforços de torção. Este aspecto, torna as vigas em caixão a escolha ideal para pontes que apresentem curvaturas significativas.

No caso de uma ponte em viga treliçada, os membros superiores e inferiores da viga destinam-se a resistir aos esforços de compressão e tracção respectivamente, enquanto os elementos diagonais destinam-se a resistir aos esforços de corte.



ALGUNS EXEMPLOS DE PONTES EM VIGA

Figura I.15 – Passarela Mirabella, França (fonte: Structurae, fotógrafo: Nicolas Janberg).

I.2.6 – PONTES EM LÂMINA

O engenheiro alemão, Ulrich Finsterwalder, com base no conceito de uma estrutura suspensa, desenvolveu um novo conceito estrutural no qual o elemento portante é formado de cabos tensores penseis, com flecha muito reduzida, embutidos em uma laje de betão de pequena espessura formando o que se denomina de lâmina pré-esforçada (Pfeil, 1991). A Figura I.16 Ilustra este princípio estrutural.



Figura I.16 – Princípio estrutural da lâmina pré-esforçada, também denominada de fita pênsil (Pfeil, 1991).

Os esforços nos cabos são muito elevados de modo que o sistema só pode ser utilizado economicamente quando se dispões de maciços de ancoragem adequados.

ALGUNS EXEMPLOS DE PONTES EM LÂMINA



Figura I.17 – Em primeiro plano, Passarela Glacis apoiada em balanços dos pilares da ponte adjacente, em Ingolstadt, Alemanha (fonte; Structurae);

I.3 – VIBRAÇÕES EM PASSARELAS DEVIDAS À ACÇÃO HUMANA

A economia do projecto e da construção modernos dita que um determinado projecto é eficiente mediante a quantidade de volume de material empregue na concepção do mesmo. Este aspecto conduziu a estruturas cada vez mais esbeltas e flexíveis e consequentemente a estruturas mais sensíveis às vibrações humanas.

Neste ponto apresentam-se alguns relatos de estruturas modernas onde se verificaram problemas de vibração excessiva e quais as medidas adoptadas de forma a contornar o problema.

I.3.1 PONTE MILLENNIUM

Inaugurada oficialmente em 10 de Junho de 2000, sobre o Rio Tamisa a ponte Millennium constitui-se como a mais longa ponte suspensa para pedestres do mundo. Com 320 metros de comprimento, na sua estrutura complexa e inovadora, foram utilizadas as mais modernas tecnologias para superar os desafios do projecto.

A ponte utiliza suspensão lateral – uma inovação no campo da engenharia que permite que as pontes suspensas sejam construídas sem o auxílio de colunas de suporte.



Figura I.18 – Perspectiva da ponte Millennium (fonte: www.metalica.com.br)

No dia da sua abertura ao público milhares de pessoas atravessaram a mesma. A estrutura estava concebida para receber o peso das pessoas, no entanto, subitamente começou a desenvolver deslocamentos horizontais consideráveis e preocupantes. A ponte começou a deslocar-se e a torcer segundo oscilações regulares. O maior dos movimentos ocorreu no vão central onde o tabuleiro desenvolveu deslocamentos horizontais na casa dos 70 milímetros. A frequência das oscilações aumentou deixando as pessoas inquietas e enervadas.

Os projectistas insistiam que a ponte não ia cair, no entanto, como medida de precaução resolveram encerrá-la. Nesta fase eram duas as perguntas que ocupavam a mente dos projectistas (fonte: www.arup.com).

1. Afinal o que tinha corrido errado?

2. Quais as medidas a adoptar de forma a contornar o problema?

Descobriram que os pedestres eram os grandes responsáveis pelo que estava a suceder à ponte. Esta afirmação parece um pouco paradoxal uma vez que a grande finalidade da ponte é servir os pedestres, no entanto, tal correspondia inteiramente à realidade. De acordo com os responsáveis da ponte, tudo se passava do seguinte modo:



Quando um pedestre se desloca, em adição ao seu peso próprio, cria um padrão repetido de forças à medida que a sua massa se "ergue" e "cai". Isto cria uma força vertical flutuante de aproximadamente 250N que se repete à medida que damos novos passos.

Para além desta força, gera-se ainda uma pequena força horizontal causada pelo movimento da massa à medida que as pernas se separam. Esta força de aproximadamente 25 N está direccionada para o lado esquerdo quando o pedestre está apoiado no pé esquerdo e no sentido contrário quando o pedestre se apoia no pé direito repetindo-se esta sequência com o desenrolar dos passos (Figura I.19).

Figura I.19 (www.arup.com)

O balanço dos pedestres é altamente afectado pelos movimentos verticais, no entanto os pedestres são muito menos tolerantes aos movimentos horizontais. Se a superfície onde o pedestre se desloca oscilar no sentido horizontal, este tende a colocar os pés mais distantes de forma a conseguir estabilizar-se, o que acarreta um aumento da força horizontal. Para além disto o pedestre tende a sincronizar o seu movimento de acordo com a oscilação da superfície. Esta tendência para sincronizar o movimento de acordo com a oscilação da mesma leva a que cada passo que o pedestre dê contribua para o aumento da oscilação da estrutura. À medida que o movimento aumenta, o pedestre sente ainda mais necessidade para se deslocar em sintonia com a estrutura aumentando consequentemente a força horizontal por ele desenvolvida. Quando avaliamos este aspecto a uma escala macro, ou seja, quando consideramos o efeito conjunto de uma multidão, o efeito descrito é amplificado substancialmente. De facto, a maioria dos pedestres que se desloca sobre a superfície, tende a interagir com a mesma e a desenvolver movimentos laterais sincronizados, denominando-se este fenómeno como excitação lateral sincronizada.





Figura I.20 a) e b) respectivamente – descrição gráfica do fenómeno da excitação lateral sincronizada (www.arup.com).

A linha a vermelho simboliza a força excitadora lateral que tal como descrito anteriormente, tende a aumentar à medida que o movimento da superfície aumenta. Quanto maior o movimento, maior é a força lateral exercida pelo pedestre à medida que estes se deslocam.

Todas as estruturas têm uma característica de resistência natural denominada de amortecimento. A força de amortecimento é representada a azul e também aumenta no sentido do aumento das amplitudes do movimento. À medida que o número de pessoas aumenta, a força excitadora por elas criada aumenta substancialmente. No entanto, o amortecimento da estrutura permanece inalterado. Se garantirmos que a força excitadora seja inferior à força de amortecimento, então os movimentos induzidos na estrutura serão pequenos.

Se o número de pedestres aumentar de tal forma que a força excitadora seja superior à força de amortecimento da estrutura, ocorre o fenómeno da excitação lateral sincronizada e os movimentos laterais da estrutura aumentam drasticamente.

Este foi o fenómeno a que se assistiu na abertura da ponte Millennium. À medida que a estrutura começou a evidenciar deslocamentos, os pedestres tenderam a ajustar o seu passo de acordo com o ritmo lateral da ponte. Quantos mais pedestres sincronizaram o seu movimento com o deslocamento lateral da estrutura, maior foi o deslocamento da mesma, ou seja, os pedestres funcionaram como entidade ampliadora do deslocamento da estrutura.





Figura I.21 – Fenómeno da excitação lateral sincronizada (http://news.bbc.co.uk)

Para a solução deste problema duas abordagens distintas e plausíveis poderiam ser adoptadas:

- 1. Rigidificar a estrutura, de tal forma que a frequência da estrutura e a frequência dos pedestres não coincidisse.
- 2. Adoptar mecanismos de absorção de energia

Os projectistas colocaram de parte a primeira opção pois a resolução da mesma passaria por uma alteração substancial da forma e aspecto da ponte, indo contra os princípios que orientaram a concepção da estrutura.

Assim, como forma de solucionar o problema da ponte foram adoptados mecanismos de amortecimento passivo. Estes tinham como grandes benefícios por um lado a redução da resposta da estrutura às forças exteriores e por outro lado a sua colocação em nada afectava o aspecto final da estrutura, condição indispensável para a resolução do problema.

Foram adoptados dois tipos de amortecedores passivos: os amortecedores viscosos, semelhantes aos mecanismos de absorção de choque em viaturas, localizados sob a plataforma (em torno dos pilares e da "aterragem" sul) para controlar os movimentos laterais e os amortecedores dinâmicos sincronizados também fixados sob a plataforma e com o objectivo de reduzir os deslocamentos verticais. Apesar de o movimento vertical da estrutura ser admissível, estes últimos amortecedores foram adicionados à estrutura como forma de precaução, pois alguns investigadores sugeriram que o carregamento vertical sincronizado era também possível de ocorrer.



Figura I.22 - Modificações introduzidas na Ponte Millennium (fonte: www.arup.com)



Figura I.23 (a)

Elementos Metálicos colocados sobre o tabuleiro

Novos elementos metálicos foram instalados sobre o tabuleiro de alumínio. Estes novos elementos têm como função transferir o movimento do tabuleiro para os amortecedores viscosos.

Amortecedores viscosos

Os amortecedores viscosos foram instalados de forma a prevenir o fenómeno da excitação lateral sincronizada. À medida que o tabuleiro se desloca, os elementos metálicos transferem o movimento para os amortecedores viscosos que o absorvem. A energia é dissipada por extensão e compressão dos mesmos



Figura I.23 (b)

Atenuadores dinâmicos sincronizados (ADS)

atenuar os movimentos da mesma.

Os atenuadores dinâmicos sincronizados foram instalados de forma a reduzir o movimento vertical. Estes, não são mais do que pesos colocados sobre molas ajustadas que se movem em fase oposta ao do movimento da ponte de forma a



Figura I.24

Pilares – Amortecedores viscosos

Estes amortecedores, são talvez a parte a mais visível das modificações. Destinam-se por um lado a conectar a plataforma da ponte ao cais e por outro lado a adicionar amortecimento à estrutura de forma a neutralizar possíveis movimentos laterais e verticais.



Figura I.25 (a)



Figura I.25 (b)

Amortecedores ligados ao solo

Dois pares de amortecedores foram colocados entre a ponte e o solo localizados na rampa sul da ponte. Estes amortecedores têm como função adicionar amortecimento lateral para resistir aos movimentos do vão sul da mesma. O problema da ponte Millennium serviu de impulso para algo já há muito existente, mas que no entanto ainda poucos tinham consciência (pelo menos ao nível da graduação) – O papel fundamental das acções dinâmicas na concepção de uma estrutura.

1.3.2 PONTE SUN-YU EM ARCO, SEOUL, COREIA

Antes de iniciar a descrição da ponte propriamente dita, deve-se realçar que esta ponte muito provavelmente é a excepção à regra do que foi referido na introdução, pois a possibilidade de ocorrência de potenciais problemas de vibração foram considerados desde a fase inicial do projecto.

A ponte Sun-Yu (Figura I.26) que liga a extremidade sul de Seoul, a capital da Coreia, à ilha de Sun-Yu foi concebida como um símbolo estrutural para celebrar o novo milénio em Seoul (Structural Engineering International 1/2005). O principal conceito da ponte era a harmonia entre a tecnologia e a envolvente exterior. Para materializar o conceito do projecto, a ponte consistiu de duas partes completamente contrastantes. A parte principal da ponte consistia de um arco em betão sobre o qual os pedestres se deslocavam directamente de forma a atravessar o rio. O acesso à ponte, foi realizado por meio de uma estrutura metálica com um tabuleiro de madeira.



Figura I.26 – Perspectiva da Passarela Sun-Yu – fase construtiva, Coreia (Fonte; Structurae, fotógrafo: Alain Fournol).

Uma das grandes novidades desta ponte, em termos de engenharia, consistiu nos materiais utilizados na concepção da mesma. O arco principal foi construído recorrendo a betão reactivo em pó, RPC, constituiu-se como a primeira e mais longa ponte do mundo a utilizar RPC, com um vão na casa dos 120 metros. Este material inovador de betão de grande performance reforçado com fibras de aço permitiu a construção de uma solução muito esbelta e de grande durabilidade.

O RPC é um novo tipo de betão concebido com o intuito de permitir que materiais que apresentem pequenas descontinuidades tais como fissuras ou espaços porosos atinjam cargas últimas elevadíssimas e grande durabilidade. A capacidade de carga do RPC, é de longe superior à dos betões convencionais de grande performance, de tal forma que a resistência destes à compressão é três vezes superior à resistência dos betões convencionais, enquanto a sua capacidade para resistir ás deformações impostas pelo carregamento chega a atingir 10 vezes a capacidade dos betões convencionais. As fibras de aço embebidas no material, conferem grande ductilidade ao mesmo. Para se ter uma ideia das características de excelência deste material, de referir que após entrar em fase fendilhada, ou seja, o momento actuante ultrapassar o momento crítico, a resistência à tracção deste material mantém-se praticamente constante até fendas na casa dos 0,3mm e, ainda apresenta resistência à tracção quando as fendas aumentam até aos 2mm.

Tal como já referido, uma das preocupações na concepção desta ponte foram os eventuais problemas de vibração induzidos pelo atravessamento dos pedestres. De forma a satisfazer os critérios de conforto no que diz respeito à aceleração admissível, ou seja, acelerações verticais até 0,5m/s² e acelerações horizontais até valores da ordem dos 0,2 m/s² foram adoptados atenuadores dinâmicos sincronizados (ADS). Uma análise dinâmica rigorosa da estrutura, com base em modelos numéricos, indicou que as frequências associadas ao 1, 2 e 3 modos se situavam na zona de desconforto, abaixo dos 2Hz.

Foram adoptados 3 tipos de atenuadores: os atenuadores do tipo D1, D2 e D3. Os atenuadores do tipo D1 têm por função controlar as vibrações horizontais (1º modo de vibração da estrutura), enquanto os amortecedores do tipo D2 e D3 (Figura I.27) se destinam a controlar as vibrações verticais (2º e 3º modos de vibração da estrutura). Foram colocados dois atenuadores do tipo D2 nos quartos do vão enquanto no meio vão foram colocados dois atenuadores, um do tipo D1 e um do tipo D3.



Figura I.27 – Atenuadores do tipo D2 e D3 localizados no meio e nos quartos do vão – Função: Controlo das vibrações verticais (fonte: Bouygues-Construction)

Para além de todos estes cuidados, levados em conta durante a fase de concepção da estrutura, foram ainda efectuados testes preliminares de forma a determinar com exactidão as frequências, o coeficiente de amortecimento e as diversas acelerações obtidas mediante a excitação dos diferentes modos. As frequências naturais obtidas para o primeiro e terceiro

modos foram muito semelhantes ás obtidas por meio da análise numérica, o que corroborou a mesma e justificou a adopção dos ADS de forma a aumentar o amortecimento da estrutura. Já no caso do segundo modo, as acelerações obtidas por meio experimental diferiram das calculadas por meio da análise numérica, o que se justifica pelo elevado amortecimento associado ao modo 2 quando comparado com os restantes. Assim, como base nos resultados obtidos, foram removidos os atenuadores que se destinavam a amortecer as vibrações associadas ao segundo modo.

Em suma, o procedimento levado a cabo na concepção desta ponte serve de exemplo para futuras construções. Para além de uma análise estática, é necessário proceder a uma análise preliminar rigorosa dos efeitos dinâmicos de forma a prevenir eventuais problemas de vibração excessiva cujas consequências podem ser catastróficas.

I.3.3 PONTE PEDONAL DE ABERFELDY NA ESCÓCIA



A ponte pedonal de Aberfeldy na Escócia, construída em 1992, é a maior ponte de materiais compósitos do mundo, com um vão de aproximadamente 113 metros (Figura I.28).

Figura I.28 - Vistas da ponte pedonal de Aberfeldy

Esta ponte foi construída ao longo do rio Tay e destina-se a ligar as duas extremidades de um campo de golfe público. A sua construção representou uma grande inovação no uso de novos materiais estruturais e técnicas na engenharia civil (www.strongwell.com).

Esta é uma ponte de tirantes com um vão principal de 63 metros e dois vãos adjacentes com 25 metros cada. A ponte de cabos é suspensa por meio de duas torres com 18 metros de altura cada.

Os materiais utilizados na concepção da ponte foram: perfis pultrutidos de resina poliéster reforçada com fibra de vidro (GRP – "Glass Reinforced Polyester") para o tabuleiro e torres, fibras de aramida revestidas com polietileno ("Kevlar") para os estais.

Foram utilizadas técnicas únicas na colocação das torres, apenas possíveis dado o baixo peso específico dos diversos componentes da estrutura.

Na publicação de REYNOLDS (2003) são apresentados diversos resultados obtidos in situ relativos ás propriedades dinâmicas desta ponte (frequências naturais, modos de vibração, massa modais, amortecimento associado a cada modo). As frequências naturais, são iguais a 1,52 HZ, 1,86 Hz e 2,49 Hz respectivamente para o 1°, 2° e 3° modos de flexão vertical (Figura 1.29).



Figura I.29 – Modos de Vibração Vertical e correspondentes Frequências.

Com estes valores, a passarela estava sob risco de oferecer desconforto aos seus usuários devido a vibrações excessivas. Naturalmente, por se localizar num campo de golfe, não havia previsão de um grande fluxo de pessoas e talvez por isso não tenham existido registos de problemas estruturais. Entretanto, as análises realizadas por TEIXEIRA (2000) com auxílio de um modelo numérico calibrado experimentalmente, indicaram que um único pedestre caminhando em ressonância com o 1º modo produzia grandes amplitudes de vibração.

I.4 - ESCOPO DO TRABALHO

O presente trabalho está organizado em 4 capítulos, incluindo a introdução.

Do capítulo 2 consta a elaboração do estudo prévio de diversas soluções para uma obra de arte a construir com base numa análise estática. Numa segunda fase são avaliadas as propriedades dinâmicas das soluções encontradas e com base nos resultados obtidos identificam-se as gamas de vãos onde é expectável que ocorram problemas de natureza dinâmica.

O capítulo 3 consiste na modelação por meio de um programa de cálculo automático da carga gerada pela actividade humana de caminhar e avaliação dos seus efeitos sobre

passarelas simplesmente apoiadas. São ainda avaliados os critérios de conforto a serem considerados na fase de projecto de pontes de pedestres, de acordo com as regulamentações internacionais em vigor.

No capítulo 4 é efectuada a síntese do efeito de muitos pedestres a deslocarem-se sobre uma das passarelas dimensionadas no capítulo 2 por meio de Simulações de Monte Carlo e verificação dos efeitos destas cargas com base nos critérios de conforto recomendados nos códigos internacionais.

II. PROJECTOS TÍPICOS DE PASSARELAS EM VIGA RECTA

II.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Neste capítulo, apresenta-se um estudo de diversas soluções para uma obra de arte a construir com base numa análise estática e posterior estudo de viabilidade das mesmas.

As obras de arte em causa têm que vencer vãos de respectivamente 35,0 27,5 e 20,0 metros de comprimento e têm como função servir uma via pedonal. Vamos admitir que as mesmas se encontram localizadas num cenário urbano, acarretando os habituais problemas de Gabarit.

Para cada um dos três vãos serão desenvolvidos projectos de passarelas/pontes pedonais de três tipos:

- Construção em Betão Armado Pré-Esforçado;
- Construção Metálica;
- Construção Mista Aço Betão.

Com três projectos para cada tipo de construção pretende-se identificar as faixas de vãos para os quais cada uma das soluções pode apresentar problemas de vibração devidos ao caminhar de pedestres.

Regra geral, no panorama Português, as soluções mais económicas para os vãos correntes são as soluções em betão armado pré-esforçado, devido ao alto custo quer das soluções metálicas quer das soluções mistas, associado ao elevado custo do aço.



As figuras II.1, II.2 e II.3 ilustram os três tipos de sistemas a serem desenvolvidos.

Figura II.1 – Perspectiva da solução em betão armado pré-esforçado a adoptar



Figura II.2 – Perspectiva da solução em viga metálica a adoptar



Figura II.3 – Perspectiva da solução em viga mista a adoptar

CONDICIONAMENTOS

A concepção de uma obra de arte levanta uma série de condicionamentos que são importantes ressalvar e não se podem menosprezar. A função a que a ponte se destina – ponte pedonal munida de duas vias de circulação – obriga a uma análise cuidada de determinados tipos de parâmetros, como por exemplo: tipo de secção transversal a adoptar, espessura da laje do tabuleiro, entre outros. Para além da função da ponte, também as características

geotécnicas e topográficas do terreno, assim como, condições ambientais e climatéricas do local poderão condicionar a concepção da obra de arte.

Admite-se que a directriz da via pedonal é em linha recta. O perfil transversal da obra de arte tem uma largura de 3.5 metros, no caso da ponte com 35 metros de comprimento, e 2 metros de largura no caso das restantes soluções (20,0 e 27,5 metros de vão), integrando as vias de circulação outros elementos que serão mais à frente referenciados.

Em relação aos condicionamentos topográficos e geotécnicos, estes serão postos de parte, uma vez que apenas se pretende o pré-dimensionamento da superestrutura da obra de arte.

Antes de passar ao dimensionamento das diversas soluções propriamente dito, devese salientar que apenas se vai descrever de forma detalhada as passarelas com 35 metros de extensão, apresentando-se apenas os resultados obtidos nos restantes casos.

ELEMENTOS DA PONTE PEDONAL/PASSARELA

Os elementos integrados na passarela têm uma função específica para a sua utilização e integração no tabuleiro. Assim, a integração de *Guarda-Corpos* é feita por motivos de segurança – guardas metálicas ou de betão, colocadas junto ás vigas de bordadura. As guardas metálicas dão um aspecto mais leve e são por isso mais convenientes em pontes urbanas. A altura das guardas deve ser de, pelo menos 0,90 metros, sendo corrente utilizar-se guardas com cerca de 1.10 metros de altura (ver Figura II.2). No caso das passarelas em estudo utilizou-se guardas de segurança metálicas com 1.10 metros de altura. Seguem-se as vigas de bordadura, em betão pré-fabricado, fixas na borda da laje do tabuleiro em módulos de 2,0 metros de comprimento, tendo a função de fornecer um bom alinhamento das vigas de acabamento da laje do tabuleiro (Figura II.2).

No caso das passarelas em viga metálica, de forma a reduzir o peso próprio da laje de tabuleiro adoptou-se um tabuleiro em laje de isopor, conferindo-se assim, um aspecto mais leve à solução estrutural

A superfície do tabuleiro é dotada de inclinação transversal por razões de drenagem, no entanto, a consideração para este estudo prévio da inclinação do tabuleiro foi desprezada, ou seja, considerou-se nula.

ACCÕES

As acções consideradas num projecto de pontes são as Acções Permanentes, Acções Variáveis e as Acções de Acidente. Estas acções serão consideradas de acordo com o regulamento de segurança e acções de pontes e edifício vigente em Portugal (RSA, 1983).

Acções Permanentes

São todas aquelas que actuam em mais de 50 % da vida útil da estrutura, sendo englobados nesta categoria, o peso próprio do tabuleiro e a restante carga permanente, para a qual contribuem, as vigas de bordadura, os guarda-corpos e o tapete de rolamento dos pedestres.

- Peso próprio (PP) Função das características geométricas da secção adoptada As características geométricas serão definidos um pouco mais à frente;
- Restante Carga Permanente (RCP);
- Carga Permanente Peso Próprio (PP) + Restante Carga Permanente (RCP).

Acções Variáveis

SOBRECARGAS EM PASSADICOS

As sobrecargas a considerar para o estudo estrutural da ponte são as mencionadas no Artº. 47º do RSA:

"Nos passadiços deve considerar-se, actuando no pavimento e nas posições mais desfavoráveis para o elementos em estudo, uma sobrecarga uniformemente distribuída com valor característico igual a 4 KN/m².

Os valores reduzidos devem ser obtidos através dos seguintes coeficientes: $\psi_0 = 0,4$; $\psi_1 = 0,3$ e $\psi_2 = 0,2$."

VARIAÇÃO DE TEMPERATURA

Em relação às variações térmicas diferenciais, não existem no RSA, critérios a considerar para estas situações. No entanto, consideram-se os valores que se utilizam correntemente:

- $\Delta T = 10^{\circ}$ Valor Frequente
- $\Delta T = 5^{\circ}$ Valor Quase Permanente

As variações térmicas diferenciais são exclusivamente consideradas para a verificação aos estados limites de utilização.

Em relação a todas as outras acções variáveis, tais como a Acção do Vento, Sobrecarga dos Guarda-Corpos, Impulsos de Terra, Acção Sísmica, etc...a sua utilização vai ser negligenciada uma vez que apenas se pretende o dimensionamento da superstrutura, e como tal o efeito destas sobre o dimensionamento da mesma não tem influência tem.

II.2 SOLUÇÃO EM VIGA DE BETÃO ARMADO PRÉ-ESFORÇADO

II.2.1 GEOMETRIA

A geometria da secção transversal adoptada para esta solução ilustra-se na figura que em seguida se apresenta (Figura II.4). O posicionamento das vigas principais na secção transversal deve ser tal que não surjam esforços de torção nas vigas sob as cargas permanentes. No presente caso serão utilizadas duas vigas principais. Dada a largura do tabuleiro, para que estas não fiquem sujeitas à torção sob a acção das cargas permanentes, a resultante em cada metade do tabuleiro deve passar pelas vigas.



Tabela II.1 – Características estáticas da secção transversal adoptada

Solução em Laje Vigada de Betão Armado Pré-Esforçado						
$I_x(m^4)$	I _y (m⁴)	v _{sup} (m)	v _{inf} (m)	W _{sup} (m ³)	W _{inf} (m ³)	A (m ²)
0,212	1.507	0,515	0,76	0,412	0,279	1,29

Vão

Em relação à modelação dos vãos deverá definir-se com precisão o posicionamento e localização dos encontros, de forma a se identificar o vão total a vencer. O tipo de encontro e a sua localização dependem das condições topográficas e geotécnicas locais, para além do tipo de superstrutura, devendo conciliar-se a vertente económica com a solução estrutural

adequada. No presente caso, o vão a adoptar apresenta-se como um dos dados do problema. Estamos na presença de um vão simplesmente apoiado com 35 metros de comprimento.

A solução de laje vigada tem como grandes vantagens:

- Menor peso próprio que as soluções em caixão
- Simplicidade de cofragem e armadura
- Facilidade de betonagem
- Possibilidade de pré-fabricação

Os inconvenientes das soluções em laje vigada são:

- Capacidade limitada para absorver as tensões de compressão no banzo inferior – no presente caso este problema não se coloca uma vez que estamos na presença de um tramo simplesmente apoiado.
- Menor esbelteza que as soluções em caixão e as soluções metálicas e mistas.
- Resistência à torção limitada.

SECÇÃO TRANSVERSAL

Existem vários critérios para pré-dimensionar as vigas do tabuleiro da superstrutura:

- 1. Esbelteza (estrutural);
- 2. Resistência;
- 3. Proporção geométrica.

Para pré-dimensionar as vigas da nossa estrutura utilizou-se o critério de esbelteza. Assim como critério de pré-dimensionamento adoptou-se:

$$\frac{l}{h} = 14 \ a \ 25$$

Em que:

I – Vão da superstrutura

h – Altura/Espessura da superstrutura

Uma vez que o nível das cargas actuantes na passarela é baixo quando comparado por exemplo com uma ponte rodoviária utilizou-se o limite superior acima definido. Assim:

$$\frac{35}{h} = 25 \Rightarrow h = 1,4$$
 metros Para I = 35,0 metros

h = 1,1 metros Para I = 27,5 metros

h = 0.8 metros Para I = 20,0 metros

II.2.2 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS UTILIZADOS

Os materiais a utilizar na construção desta solução, uma vez que se tratar de uma obra em Betão Armado Pré-Esforçado, são o betão (solução estrutural e vigas de bordadura), varões de aço e cabos de pré-esforço com as características dadas na Tabela II.2:

Betão (B35)			
f _{cd} (MPa)	20		
f _{ctk} (MPa)	30		
f _{ctm} (MPa)	2,8		
т ₁ (MPa)	0,85		
т ₂ (MPa)	6		
E _{c,28} (GPa)	32		

Tabela II.2 Propriedades dos materiais estruturais adoptados na solução em betão préesforçado

Aço Varões (A400NR)			
f _{syd} (MPa)	348		
f _{syk} (MPa)	400		
E _s (GPa)	200		

Aço Pré-Esforço (A1600/1800)			
f _{psuk} (MPa)	1860		
F _{sp0,1k} (MPa)	1670		
f _{spyd} (MPa)	1452,2		
E _{sp} (GPa)	200		

II.2.3 ANÁLISE TRANSVERSAL - DIMENSIONAMENTO TRANSVERSAL DA LAJE DE TABULEIRO

Para a análise transversal do tabuleiro da ponte, utilizou-se a teoria elástica de placas, admitindo-se que se trata de uma placa longa elasticamente encastrada ao longo dos bordos longitudinais. Quer para a laje em consola, quer para a laje entre vigas, determinou-se o valor dos momentos máximos (+) e mínimos (-) de forma a quantificar, caso seja necessário o valor do pré-esforço. A priori, uma vez que a consola apresenta 0.65 metros de comprimento e a laje entre vigas apresenta 2,2 metros, será de prever não será necessário recorrer ao auxílio de pré-esforço em nenhum dos troços referidos.

As vantagens da utilização de pré-esforço são a utilização de tabuleiros mais esbeltos do que recorrendo a soluções de betão armado, em que é necessário que a altura útil das armaduras (d) seja maior que a excentricidade (e) dos cabos de pré-esforço, e ser mais eficaz em relação ao controlo de fendilhação das secções.



a) Esquema Estrutural para as cargas permanentes



.b) e c)Esquema estrutural para a laje em consola e interior respectivamente para a sobrecarga de utilização.

Figuras II.5 – Laje de tabuleiro: esquemas estruturais e cargas

As cargas actuantes na laje de tabuleiro estão indicadas na Tabela II.3.

	Carga (kN/m)			Carga (kN/m ²)
Peso Próprio Guarda Corpos	0,8		Peso Próprio Revestimento	1
Viga de Bordadura	1,13		Peso Próprio da Laje	2,5
		ſ	Sobrecarga de Utilização	4

Tabela II.3 – Cargas actuantes na laje de tabuleiro

Tal como já foi referido anteriormente, o posicionamento das vigas principais na secção transversal foi efectuada para que não surgissem esforços de torção nas vigas principais para

as cargas permanentes. O esquema estrutural da laje de tabuleiro para estas cargas está ilustrado na Figura II.5.a).

Para a acção da sobrecarga de utilização, o modelo de cálculo utilizado para a consola está ilustrado na Figura II.5.b), sendo o seu comprimento de vão igual a 0,65 metros definido entre a extremidade (esquerda) e o encastramento, coincidente com o eixo da viga (direita).

Para modelo de cálculo utilizado para a laje interior sob a acção das cargas de utilização, deduz-se que esta se encontra elasticamente encastrada ao longo do comprimento longitudinal da ponte conforme ilustrado na Figura II.5.c), sendo o grau de encastramento, \boldsymbol{k} , evidenciado no Anexo A, e igual a 0,494.



a) Diagrama de momentos flectores devido ás cargas permanentes



 b) e c) Diagrama de momentos flectores na consola e na laje interior respectivamente devido à actuação da sobrecarga

Figura II.6 – Diagrama de momentos flectores (a) cargas permanentes, (b) e (c) sobrecarga de utilização
O diagrama de momentos flectores devido ás cargas permanentes (Figura II.6.a) é de fácil resolução uma vez que se trata de um tramo isostático. Para o cálculo dos esforços devido à sobrecarga de utilização em sistemas contínuos de lajes, procede-se à análise isolada de cada painel. A consola vai de encontro ao raciocínio que se fez para as cargas permanentes, uma vez que se trata de um tramo isostático (Figura II.6.c). Já o caso da laje entre vigas é um pouco diferente. Por se tratar de uma laje apoiada elasticamente, conhecido o grau de encastramento elástico, *k*, os momentos flectores na laje podem ser estimados considerando uma interpolação linear entre os momentos obtidos para lajes com bordos encastrados e simplesmente apoiados, isto é:

 $M^{Enc.Elástico} = k * M_i^{E-E} + (1-k) * M_i^{A-A}$

Em que:

 M_i^{E-E} - Representa o momento-flector na secção que se pretende determinar considerando o tramo encastrado-encastrado;

 M_i^{A-A} - Representa o momento-flector na secção que se pretende determinar considerando o tramo apoiado-apoiado.



a) Diagrama de Esforço Transverso devido ás cargas permanentes



b) Diagrama Esforço Transverso devido à actuação da sobrecarga.

Figura II.7 – Diagrama de esforços transversos (a) cargas permanentes, (b) sobrecarga de utilização

Para além da sobrecarga de utilização, a temperatura é outra acção variável que se considera na análise da laje do tabuleiro uma vez que a laje entre almas é hiperestática. No entanto considerando o valor reduzido do grau de encastramento elástico, os esforços produzidos por esta acção serão insignificantes pelo que a sua contribuição foi desprezada.

NECESSIDADE DE PRÉ-ESFORÇO

Para a consola, o momento a calcular, para se quantificar o valor do pré-esforço necessário, é o momento resultante na secção crítica, ou seja, na zona do encastramento. De acordo com o artigo 68.3 do REBAP (Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-esforçado, 1984), a combinação para a determinação do pré-esforço é a combinação frequente de acções – Admitiu-se a situação mais desfavorável, isto é, considerou-se que a estrutura se encontra localizada num ambiente muito agressivo.

 $M_{freg} = M_{pp} + M_{rcp} + \psi_1 * M_{Sc} = 1,90 + 0.3 * 0,48 \approx 2,05 k Nm / m$

- M_{pp} Momento resultante do Peso próprio da Consola
- M_{rcp} Momento resultante das Restantes Cargas Permanentes
- M_{Sc} Momento resultante das Sobrecargas de Utilização
- M_{freq} Momento resultante para a Combinação Frequente

Note-se que a análise da consola é feita por metro de comprimento longitudinal.

Para a averiguação da necessidade de pré-esforço na consola calcula-se o valor do momento reduzido (μ) verificando se este assume valor superior a 0,25 (limite máximo aconselhável para lajes de betão armado).

$$M_{sd} = 1.35 * M_{freq} = 2,77 KNm/m$$

$$\mu = \frac{M_{sd}}{bd^2 f_{cd}} \to \mu = 0.01915 <<<<0,25,$$

Logo, tal como foi anteriormente referido, não se justifica a utilização de pré-esforço. Este aspecto deve-se fundamentalmente a estarmos na presença de uma ponte de pedestres que por natureza apresentam perfis transversais estreitos pelo que o nível de esforços devido ao peso próprio da laje, às restantes cargas permanentes e às sobrecargas são em geral pequenos.

Para o caso da laje entre vigas, efectuou-se o mesmo raciocínio calculando o valor do momento frequente nas secções críticas e aferindo da necessidade de pré-esforço das mesmas.

$$\mathbf{M}_{\text{freq.}} = \max \begin{cases} Encastramento : M_{freq} = -1,9 - 0.3 * 0,79 = -2,1kNm/m \\ \frac{1}{2} v \tilde{a} o : M_{freq} = 0,99 + 0,3 * 1,62 \approx 1,5kNm/m \end{cases}$$

Novamente, para a averiguação da necessidade de pré-esforço, calcula-se o valor máximo do momento flector reduzido, μ , e compara-se com o limite anteriormente referido.

$$M_{sd} = 1.35 * M_{freq} = 2,83 K N m / m$$

$$\mu = \frac{M_{sd}}{bd^2 f_{cd}} \to \mu = 0.0196 <<<<0,25$$

Logo, tal como à priori se esperava, não é necessário recorrer ao auxílio do pré-esforço no dimensionamento transversal da laje de tabuleiro.

ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS

ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE FLEXÃO

Para a verificação do E.L.Último de Flexão transversal das secções críticas utilizou-se a combinação de acções fundamental, com a sobrecarga de utilização a ser a variável de base.

O método utilizado foi o método do diagrama rectangular simplificado, equivalente ao diagrama parabólico de compressões na laje. Em linhas gerais, o método do diagrama rectangular simplificado consiste do seguinte: admite-se que a tensão nas armaduras é a tensão de cedência f_{syd} , e determina-se a posição (x) da Linha Neutra por equilíbrio de

momentos no ponto de aplicação das armaduras ordinárias. Posteriormente, calcula-se a força no aço (F_s) por equilíbrio de forças horizontais, e por conseguinte determinada a quantidade de armadura ordinária necessária para a verificação dos E. L. Últimos de flexão. A armadura adoptada é a máxima entre a armadura de cálculo e a mínima preconizada no artigo 137° do REBAP (1984).

O método do diagrama rectangular simplificado baseia-se nos seguintes pressupostos:

- Hipótese de Bernoulli;
- ϵ_c =3.5 ‰ (Extensão máxima de encurtamento no betão);
- ε_s⁺=10.0 ‰ (Deformação máxima de alongamento no Aço);
- σ_c se $\epsilon_c > 0 \iff o$ betão não resiste à tracção;

Para a verificação ao Estado Limite Último de flexão, o valor do momento flector actuante nas secções críticas foi calculado para a combinação fundamental de acções expressa no Regulamento de Segurança e Acções para Estruturas de Edifícios e Pontes (RSA, 1983): $M_{sd} = 1,35M_{cp} + 1,5M_{sc}[kN]$.

Tabela II.4 – Verificação aos Estados Limites Últimos de flexão transversal

Secções Críticas	M _{sd} (KN.m/m)	Fc (KN.m/m)	X (m)	As (cm²/m)	As. ^{min} (cm²/m)	Varões	Cedência das Armaduras
1/2 vão	3,77	51,68	0,0038	1,486	1.275	Φ8@30 (1,676 cm ² /m)	Verdadeiro ε _s ≥ε _{syd}
Consola	3,75	50,32	0,0037	1,447	1.275	Ф8@30 (1,676 cm²/m)	Verdadeiro ε _s ≥ε _{syd}

ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE ESFORÇO TRANSVERSO

A verificação da segurança ao Estado Limite último de esforço transverso é realizada de acordo com o que se encontra preconizado no artigo 53º do Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-Esforçado (REBAP, 1984).

A verificação ao esforço transverso é feita na secção em que este é maior ou seja, na secção da consola. Para se verificar a segurança nesta secção é necessário que:

 $V_{sd} \leq V_{rd}$

O valor de cálculo do esforço transverso resistente V_{rd} é obtido pela expressão:

$$V_{rd} = V_{cd} + V_{wd}$$

Em que:

 V_{cd} – Termo correctivo da teoria de Mörsh, quantificado pela expressão que em seguida se apresenta.

V_{wd} – Resistência das armaduras de esforço transverso segundo a mesma teoria.

O valor do esforço Transverso resistente, para lajes sem Armadura de Esforço Transverso, é dado por:

$$V_{rd} = V_{cd} = 0.6.(1.6 - d)\tau_1 b_w d$$

Em que:

τ₁ - Tensão cujo valor é dado no quadro VI do artigo 53.2º do REBAP;

b_w – Largura da alma da secção. No caso de lajes esta toma o valor unitário;

d - Altura útil da secção,

Assim:

 $V_{rd} = 0.6*(1.6-0.085)*0.85*10^3*1*0.085 = 39.665kN / m$

Uma vez que o valor do esforço transverso actuante definido para a combinação fundamental de acções ($V_{sd} = 1,35V_{cp} + 1,5V_{sc}$):

V_{sd} = 11,8 kN/m

Encontra-se verificada a condição de segurança, pois $V_{sd} \leq V_{rd}$

Para além desta condição, é ainda necessário verificar uma segunda condição preconizada no mesmo artigo:

$$V_{sd} \leq \tau_2 . b_w . d$$

Em que:

τ₂ - Tensão cujo valor é dado no quadro VII do artigo 53.4º do REBAP;

As restantes variáveis já foram anteriormente definidas.

Substituindo os valores das diferentes variáveis na inequação acima representada,

 $11,8kN / m \le 510kN / m$

Chegamos à conclusão que se encontra verificada a segurança ao E. L. Último de Esforço Transverso.

A verificação aos E. L. Utilização é necessária para garantir um bom comportamento das estruturas em situações correntes de serviço. Para a verificação da segurança em relação aos estados Limites de Utilização (fendilhação e deformação) interessa considerar, de acordo com o RSA, estados limites de muito curta duração, de curta duração e de longa duração. No presente caso considera-se que a obra de arte se encontra inserida no cenário mais desfavorável, isto é, que está inserida num ambiente muito agressivo, pelo que, verificação é feita para a Combinação de acções Rara (estado limite de muito curta duração).

ESTADOS LIMITES DE FENDILHAÇÃO

Os estados limites de fendilhação a considerar para assegurar a conveniente durabilidade das estruturas devem ser escolhidos tendo em conta a agressividade do ambiente e a sensibilidade das armaduras.

No presente caso, a segurança em relação ao estado limite de fendilhação considerase satisfeita se o valor característico da largura das fendas ao nível das armaduras mais traccionadas, não exceder o valor de **w** especificado no artigo 68º do REBAP.

O primeiro aspecto que importa averiguar é se a secção se encontra fendilhada, ou se, por conseguinte esta se encontra não fendilhada:

	Cargas Permanentes	Sobrecarga de Utilização	M ^{Raro} (kN.m/m)	M ^{cr} (kN.m/m)	M ^{raro} < M ^{cr} (kN.m/m)
M _{1/2v} ão (+) kNm/m	0,99	1,62	2,61	4,67	Fase não Fendilhada
M _{Consola} (-) kNm/m	-1,9	-0,79	-2,69	4,67	Fase não Fendilhada

Tabela II.4 – Verificação aos estados limites de fendilhação.

De acordo com a tabela acima apresentada, ambas as secções críticas encontram-se em fase não fendilhada pelo que os estados limites de fendilhação encontram-se automaticamente verificados. Era de esperar que a secção, como qualquer secção típica de betão armado trabalhasse em fase fendilhada. Este aspecto é sinónimo que a altura da laje adoptada é excessiva. No entanto, este valor foi definido à priori como mínimo admissível.

ESTADOS LIMITES DE DEFORMAÇÃO

Esta verificação não foi feita neste estudo prévio assumindo-se que o controlo indirecto da deformação foi tido em conta no dimensionamento da secção, mais propriamente na escolha da sua esbelteza.

II.2.4 ANÁLISE LONGITUDINAL

Para a análise longitudinal do tabuleiro foi adoptado um modelo em viga simplesmente apoiada sujeita às cargas indicadas na Tabela II.5.



Figura II.8 – Esquema estrutural adoptado para a análise longitudinal da viga

Elementos do Tabuleiro	Cargas por Unidade de Comprimento (kN/m)
Peso Próprio da Laje + Vigas (PP _{.laje} + PP _{vigas})	16,12
Guarda-Corpos	0,80
Viga de Bordadura	1,13
Peso Próprio do Revestimento (PP. _{rev})	1,75
Sobrecarga de Utilização (S.C)	7,00

Tabela II.5 – Cargas actuantes ao nível de cada uma das vigas do tabuleiro

Em rigor dever-se ia ter efectuado uma análise precisa da distribuição transversal de cargas - sobrecarga. De facto esta análise foi feita por recurso ao programa de cálculo automático. No entanto, constatou-se que o valor obtido não diferia substancialmente do valor obtido resultante de uma distribuição uniforme da mesma ao longo do comprimento da secção transversal, pelo que se adoptou uma distribuição uniforme para o valor da sobrecarga.

O valor da altura da secção definido pelo critério de esbelteza (h = 1,4 metros) serviu apenas de valor de arranque para a primeira iteração de um conjunto de verificações recursivas montadas numa folha de Excel com o objectivo de maximizar não só as características da secção transversal como também do valor do pré-esforço. Em linhas gerais, as directrizes da folha de Excel, contemplavam a verificação aos Estados Limites de Utilização, nomeadamente:

- Estado Limite de Descompressão;

- Estado Limite de Deformação;

- Verificação da Tensão Máxima de Compressão durante a fase de Serviço da Estrutura;

 Verificação da Tensão Máxima de Compressão durante a fase de Aplicação do Préesforço.

Nesta folha de cálculo encontram-se dois tipos de variáveis: as variáveis independentes e as variáveis dependentes. Nas variáveis independentes incluem-se a altura e a largura das vigas, uma vez que a posição das mesmas na secção transversal já havia sido definida anteriormente enquanto que das variáveis dependentes fazem parte o valor do préesforço a tempo infinito a aplicar à estrutura e novamente a largura da viga. Pode parecer um paradoxo apresentar a largura da viga como variável independente e ao mesmo tempo como variável dependente, no entanto este aspecto deve-se a que na folha de cálculo esta apresenta-se como variável independente na verificação das equações montadas. No entanto, o seu valor está sempre condicionado pelas dimensões da ancoragem e estas dependem da quantidade de pré-esforço a aplicar à estrutura

Mediante a verificação conjunta das diversas condições tornou-se possível optimizar não só o valor do pré-esforço como também as características geométricas da secção (ver Tabela II.1 e Figura II.4).

DETERMINAÇÃO DO VALOR DO PRÉ-ESFORÇO

O método utilizado para o dimensionamento do pré-esforço longitudinal baseou-se na escolha directa de um traçado de cabos único tendo em conta os seguintes aspectos:

1 – Traçado simples através de parábolas;

2 - Aproveitar as excentricidades máximas (e) nas zonas de momento máximo tendo em conta o diâmetro das bainhas ($|v-e|_{min} = 1,5 . \Phi$, sendo (v) a distância da fibra mais extrema à linha neutra da secção);

3 - As extremidades dos cabos situam-se sempre dentro do núcleo central da secção;

4 – Deverão ser respeitadas as restrições de ordem prática da construção e os limites correspondentes às dimensões das ancoragens e resistência do betão necessários para resistir às forças de ancoragem.

O REBAP estabelece como critério do valor da força P_{∞} a aplicar à estrutura o critério do "Estado Limite de Descompressão" (Art.69°) que diz:

"A segurança em relação ao estado limite de descompressão considera-se satisfeita se não existirem nas secções do elemento, tracções ao nível da fibra extrema que ficaria mais traccionada (ou menos comprimida) por efeito dos esforços actuantes, com exclusão do Pré-Esforço."

Neste artigo ainda está referido que a análise das secções deve ser feita considerandoas em fase não fendilhada descontando os vazios correspondentes à eventual existência de armaduras não aderentes e admitindo comportamento elástico perfeito dos materiais.

A combinação utilizada para o cálculo das referidas tensões foi a combinação frequente de acções apresentada no artigo 12 do RSA, pois considerou-se um ambiente muito agressivo garantindo assim que as armaduras de pré-esforço não sofram corrosão que comprometa significativamente a sua resistência (Art.68 do REBAP).

Assim para o cálculo do valor do pré-esforço utilizaram-se as equações fundamentais de tensões (estado limite de descompressão), para a verificação da descompressão na fibra inferior na secção do meio vão.

$$\sigma_{\inf} = \frac{M}{W_{\inf}} - \frac{P}{A} - \frac{P.e}{W_{\inf}} \le 0 \Longrightarrow P^{\min} = \frac{M_{sd}}{W_{\inf}} \left(\frac{1}{A} + \frac{e}{W_{\inf}}\right)$$

Depois de calculado o valor mínimo de P_{∞} pode-se obter o número mínimo de cordões de pré-esforço necessários para tal, considerando que a força de puxe de cada cabo não deve exceder 0.75*f_{spuk} (Art.36° do REBAP) e que a força de tensionamento de P'_o é obtida dividindo a força P_{∞} por 0.85*0.9 (10%. de perdas instantâneas e 15% de perdas diferidas), bastando então dividir P'_o por 0.75*f_{spuk}.

Em baixo apresenta-se a tabela com os cálculos referentes à determinação do préesforço:

Tabela II.6 – Determinação do valor de pré-esforço bem como do tipo e números de cabos a aplicar à secção.

			Nº de Cabos de Pré-esforço			
Esforços Actuantes		P ^{min} (kN)		Nº Cordões		Solução Adoptada
M _{Frea.} (kN.m)	V _{Freq.} (kN)	P _{min} infinito (kN)	P'₀ (kN)	0,6"N	0,6"S	Nº de Cabos e Cordões Adoptados
3354	383	4746	6204	32	32	2 Cabos 6 - 12 com 16 cordões



Tal como já referimos anteriormente, a escolha da largura das vigas principais foi condicionada pelo tamanho das ancoragens de pré-esforço a aplicar à estrutura. As dimensões das ancoragens permitiram definir um limite inferior para a largura das vigas. Consultando as folhas de apoio à disciplina de Pontes (Tabelas de Pontes, IST, 1974) é possível aferir que a dimensão das ancoragens correspondentes aos cabos de Pré-Esforço da unidade 6-12 apresentam uma superfície quadrada com dimensões A x A iguais a 300x300 mm². Este aspecto implicou que não pudesse colocar os dois cabos lado a lado tirando partido da máxima excentricidade dos mesmos, mas antes optassemos por colocá-los em níveis diferentes na secção transversal acarretando as eventuais perdas de resistência aliadas a este aspecto.

VERIFICAÇÃO DA SEGURAVICA AOS ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS DE FLEXÃO

Para a verificação de segurança aos Estados Limite Últimos, foi utilizada a combinação fundamental de acções preconizada pelo RSA sendo a sobrecarga a única variável de base. Para esta verificação considerou-se o pré-esforço do lado da resistência.

Para facilitar a determinação da distribuição de tensões ao longo da secção em estudo foi utilizado um modelo de viga em T. Esta viga terá o banzo do lado das compressões no betão cuja largura considerada foi uma largura efectiva calculada pela seguinte fórmula:

$$b_{eff} = \min \begin{cases} b_{viga} + 2*\frac{L_0}{10} = 0, 4 + 2*\frac{35}{10} = 7.4 metros \ge 1.75 metros \rightarrow \text{Im possível} \\ b_{viga} + 2*\frac{d_a}{2} = 0, 4 + 2*\frac{1,8}{2} = 2.2 metros \ge 1.75 metros \rightarrow \text{Im possível} \end{cases}$$

Em que:

 L_0 – distância entre pontos de momento nulo. No presente caso L_0 = 35 metros pois trata-se de uma viga simplesmente apoiada;

d_a – distância entre faces das almas.

Uma vez que a fórmula acima indicada conduzia a resultados impossíveis, fornecendo valores superiores a metade da largura da secção transversal, utilizei para largura efectiva das vigas metade da largura da secção. Assim, b_{eff} = 1.75 metros. A consideração de uma largura efectiva deve-se ao facto de a distribuição de tensões no banzo não ser uniforme, as zonas laterais do banzo deformam-se menos que a zona central da alma (devido à deformação por corte) – efeito de "Shear Lag". Por simplicidade considera-se uma largura efectiva onde se assume uma distribuição uniforme de tensões.

Procedeu-se então à verificação da segurança utilizando o método do diagrama rectangular simplificado que implica as seguintes hipóteses:

- As armaduras estão em cedência;
- A deformação do betão não seja inferior a -0,0035.

Este método é constituído pelos seguintes passos:



Figura II.10 – Aplicação do método do diagrama rectangular simplificado.

- (i) Através do equilíbrio de momentos ao nível das armaduras ordinárias (supondo à partida que a linha neutra se situa no banzo) obtém-se a posição da linha neutra:

$$\sum M_{As} = M_{sd} \Longrightarrow x = \dots m$$

Se X < $h_{banzo} \rightarrow OK$, caso contrário é necessário repetir o cálculo de X para ter em conta a área de betão comprimido na alma.

- (ii) Através do equilíbrio de forças obtém-se a quantidade de armadura necessária para tal equilíbrio:

 $\sum F = 0 \Leftrightarrow F_s = F_c - F_{sp}$. Se algum cabo não atingir a cedência será necessário adoptar um método iterativo (método geral).

A armadura adoptada para cada secção é a máxima entre a calculada e a mínima regulamentar (Art.90° REBAP).

Verificação aos Estados Limites de Últimos de Flexão								
Secção	M _{sd} (kN.m)	X _{L.N} (m)	F _c (kN)	F _{sp} (kN)	F _s (kN)	A _s ^{nec.} (cm²)	As ^{min} (cm ²)	Varões Adoptados
1/2 Vão	5701	0,83	6826,5	6505,7	320,8	9,2	7,5	3 Φ 20 (9.42 cm ²)

Antes de terminar a verificação ao Estado Limite Último de flexão é ainda necessário verificar a hipótese inicialmente admitida da cedência das armaduras.



Hipótese ε_c = 3.5‰

Determinação da Extensão ao nível das Armaduras Ordinárias:

$$\frac{0,0035}{0,833} = \frac{\varepsilon_s}{(1,275 - 0,025 - 0,833)} \Leftrightarrow \varepsilon_s = 0,0017 \Leftrightarrow \varepsilon_{syd}$$

Determinação da Extensão ao nível das Armaduras de Pré-esforço – $\Delta \epsilon_{sp}^{méd}$:

 $\frac{\Delta\varepsilon_{sp}}{0,490} = \frac{0,0035}{0,833} \Leftrightarrow \Delta\varepsilon_{sp} = 0,002058 \qquad \varepsilon_{p0} = \frac{p_{\infty}}{A_p E_p} = \frac{4773.6}{2*14*1.4*10^{-4}*200*10^6} = 0,006088$

Pelo que, $\varepsilon_{sp} = \Delta \varepsilon_{sp} + \varepsilon_{p0} = 6,08\% + 2,058\% \approx 8,1\% > \varepsilon_{pyd} = \frac{f_{pyd}}{E_p} = 0,00726 = 7,26\%.$

Os pressupostos estão de acordo com o que admitimos inicialmente.

VERIFICAÇÃO DA SEGURANCA AOS ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS DE ESFORÇO TRANSVERSO

Tal como para a verificação aos Estados Limites Últimos de esforço transverso na análise transversal da secção, esta verificação foi feita com base no artigo.53° do REBAP, utilizando como variável de base a sobrecarga de utilização. O procedimento é em tudo idêntico ao apresentado na análise transversal, com uma pequena nuance em relação ao termo corrector da teoria de Mörsh. De acordo com o artigo 53.2° alínea d), os valores de V_{cd} são obtidos multiplicando os valores determinados segundo a alínea a), (tal como anteriormente apresentado), pelo factor:

$$\beta = 1 + \frac{M_0}{M_{sd}}$$
, Em que:

 M_0 – Momento de Descompressão – É o momento que, aplicado à secção, anularia a tensão de compressão resultante do esforço normal actuante de cálculo e do pré-esforço de cálculo na fibra extrema da secção que, por acção exclusiva de M_{sd} , ficaria traccionada.

Ainda de acordo com a mesma alínea, o valor de β não deve ser tomado superior a 2.

O valor de M₀ é determinado de acordo com a seguinte expressão:

$$\sigma^{1/2v\bar{a}o}_{\inf} = \frac{M_0}{W_{\inf}} - \frac{P_{\infty}}{A} - \frac{P_{\infty} * e_{1/2v\bar{a}o}}{W_{\inf}} \Leftrightarrow M_0 = P_{\infty} * (\frac{W_{\inf}}{A} + e_{1/2v\bar{a}o}) = 3210,76kN.m$$

Assim, obtemos para valor de $\beta \approx 1 + \frac{3211}{5701} = 1,56 \le 2,00$

 $V_{cd} = \tau_1 b_w d.\beta = 611,22kN$. As variáveis representadas nesta expressão já foram definidas anteriormente, salientando apenas o valor da altura útil: d = h^{secção}-recobrimento- $\dot{Q}^{\text{estribo}}-\dot{Q}^{\text{varões}}/2 \approx h^{\text{secção}}-0,025$.

Como V_{sd} = 651,54, temos que V_{wd} = 651,54-611,22=40.42kN, o que dados os valores em causa, implica automaticamente a adopção da armadura mínima de esforço transverso.

 $\frac{A_{sw}}{s} = \rho \cdot b_w \cdot \sin \alpha * 100 = 0.10 * 0.4 * \sin 90^{\circ} * 100 = 4.0 cm^2 / 2estribos \Rightarrow 2.0 cm^2 / estribo \rightarrow \text{Armadura Adoptada}$ $= \cancel{0}8//0.25 \text{ (2,011 cm}^2\text{)}.$

VERIFICAÇÃO DA SEGURANCA AOS ESTADOS LIMITES DE UTILIZAÇÃO

ESTADO LIMITE DE FENDILHAÇÃO

De acordo com o artigo 68 do REBAP, no caso de estruturas dotadas de pré-esforço, os Estados Limites a considerar são o Estado Limite de descompressão e abertura de fendas expressas no quadro IX do mesmo artigo. O Estado Limite de descompressão já foi verificado para a determinação do valor do pré-esforço a aplicar.

A segurança em relação ao Estado Limite de largura de fendas considera-se satisfeita se o valor característico da largura da fendas, ao nível das armaduras mais traccionadas, não exceder o valor de *w* especificado no artigo 68.3° do REBAP. Nesta fase do estudo prévio admitiu-se que o controlo da largura de fendas foi efectuado mediante a adopção de pelo menos a armadura mínima (ver armadura adoptada nos estados limites últimos de flexão) e através da adopção dos diâmetros dos varões preconizados na Tabela 7.2 do Eurocódigo2.

VERIFICAÇÃO DA TENSÃO DE COMPRESSÃO

A verificação aos Estados Limites de fendilhação deve ser complementada por uma verificação de tensão máxima de compressão no betão, efectuada para as combinações raras de acções

O valor desta tensão é limitado a 0.8 f_{cd} , em que f_{cd} é o valor de cálculo da tensão de rotura. A verificação em causa deve ser feita admitindo comportamento elástico perfeito dos materiais e considerando a secção fendilhada consoante existam ou não tensões de tracção (calculadas em secção não fendilhada) de valor superior ao valor f_{ctm} definido no artigo 16°.

A verificação deste Estado Limite foi dividida em duas fases distintas. Uma primeira fase correspondente à fase de aplicação do pré-esforço e uma segunda fase correspondente à fase de serviço da estrutura. Nos quadros que se seguem apresentam-se estas duas fases e os resultados obtidos.

Tabela II.8 – Verificação aos Estados Lin	nites de fendilhação	durante a fase d	e aplicação do
q	oré-esforço.		

Verificação do Estado Limite de Utilização - Fase de Aplicação do Pré-esforço							
Secção	M _{Raro} (kN.m)	σ ^{sup} (MPa)	σ^{Sup} < 0,8 f _{cd} (MPa)	σ ^{int} (MPa)	σ^{inf} < 0,8 f _{cd} (MPa)		
1/2 vão	2469,140625	-7,323	Verifica os E.L.Fendilhação	-10,753	Verifica os E.L.Fendilhação		

Tabela II.9 – Verificação aos Estados Limites de fendilhação durante a fase de serviço da estrutura.

Verificação do Estado Limite de Utilização - Fase de Serviço da Estrutura							
Secção	M _{Raro} (kN.m)	σ ^{sup} (MPa)	σ ^{sup} < 0,8 f _{cd} (MPa)	σ ^{inf} (MPa)	σ^{lnf} < 0,8 f _{cd} (MPa)		
1/2 vão	4104,516	-15,956	Verifica os E.L.Fendilhação	5,243	Verifica os E.L.Fendilhação		

ESTADO LIMITE DE DEFORMAÇÃO

De acordo com o artigo 72.2 do REBAP a verificação da segurança em relação aos estados limites de deformação poderá limitar-se à consideração de um Estado Limite definido por uma flecha igual a $\frac{L}{400}$ do vão para as combinações frequentes de acções. Assim, determinou-se para a combinação frequente de acções a flecha associada e posteriormente comparou-se com o valor admissível.

45

$$\delta_{elástica} = \frac{(P_{Frequente} - P_{Equivalente.Pr\,\acute{e}-Esforço})L^4}{384EI}$$

Tabela II.10 – Parâmetros necessários para o cálculo da flecha elástica na fase de serviço.

Parâmetros Necessários Para o Cálculo da Flecha Elástica Durante a Fase Serviço						
L ^{viga} (m)	I _x ^{Viga} (m ⁴) P _{Frequente} (kN/m)		P _{equivalente} Pré-Esforço (kN/m)	E (GPa)		
35	2,12E-01	43,81	30,58	32		

Tabela II.11 – Verificação aos Estados Limites de deformação da estrutura.

Verificação de Segurança aos Estados Limites de Deformação						
δ ^{Frequente} (mm)	$\Delta^{\text{admissível}} = L/400$ (mm)	Verificação de Segurança $\delta < \delta^{admissível}$				
0,0381	0,0875	Verifica a Segurança em relação aos Estados Limites de Deformação				

Verificam-se assim os Estado Limite de Utilização para as secções condicionantes da estrutura e consequentemente de todas as secções da estrutura.

II.3 SOLUÇÃO EM VIGA DE AÇO

II.3.1 CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS E MATERIAIS UTILIZADOS

A Figura II.12 ilustra a solução em viga de aço adoptada.



Figura II.12 - Secção transversal da solução em viga de aço.

De forma a obter o conforto dos utilizadores, reduzindo a percepção visual do desnível relativamente ao arruamento inferior, foi adoptada uma sobrelargura do tabuleiro com duas faixas laterais de 0,25 cada, para o lado de fora dos guarda-corpos (Figura II.12).

Os materiais utilizados nesta solução são um pouco diferentes dos materiais utilizados na solução em viga mista. Isto porque, não faz qualquer sentido recorrer a uma viga metálica com laje em betão se pudermos em alternativa tirar partido da utilização conjunta dos dois materiais como acontece na solução mista. Entretanto, a solução em viga de Aço pode ser atractiva do ponto de vista estrutural no caso de se reduzir o peso próprio da mesma, através da adopção de um piso leve, por exemplo um piso em chapas de aço ou uma laje leve em betão, com preenchimento de blocos EPS (Isopor), solução adoptada no presente trabalho.

As características da Laje Leve adoptada estão ilustradas na Figura II.13.



Figura II.13 - Características geométricas da laje leve adoptada (fonte: www.kilaje.com.br)



Figura II.14 - Características geométricas da vigota e propriedades dos materiais constituintes (fonte: www.kilaje.com.br)

Este tipo de solução apresenta as seguintes vantagens relativamente à laje tradicional em Betão Armado:

- Eliminação do tablado de madeira;
- Redução do escoramento;
- Armadura positiva montada na fábrica;
- Maior rapidez na montagem da laje;

- Redução do custo de mão-de-obra;
- Menor consumo de Betão;
- ♣ Fácil transporte e manuseio;
- Inexistência de perdas por quebras;

Para além da laje leve, foi ainda utilizado o Aço estrutural. As características do Aço estrutural adoptadas encontram-se na Tabela II.12.

Características do Material Estrutural S355								
Processo de Fabrico	Classe do Aço	f _v (MPa)	Coeficiente de Poisson	E (MPa)	γ _{aço} (kN/m ³)			
Soldado	S355	355	0,3	210000	78,5			

II.3.2 ANÁLISE TRANSVERSAL

O dimensionamento transversal da laje de tabuleiro apresentou-se como uma tarefa de fácil resolução uma vez que o fabricante deste tipo de produto apresentava um quadro resumo dos vãos máximos (Tabela II.13) que as lajes conseguem vencer em função da sobrecarga tipo e das condições de fronteira das mesmas.

Tabela II.13 – Lajes com preenchimento de blocos EPS (fonte: www.kilaje.com.br)

	Peso próprio	Apoio Simples					Semi-Encastrada				
Altura da laje (cm)	(Kgf/m²)	Sobrecargas (Kgf/m²)									
, , ,	EPS (Isopor)	100	200	350	500	1000	100	200	350	500	1000
12	188	4.70	4.20	3.80	3.60	2.90	6,40	5.70	5.20	4.90	3.30

Tal como é possível constatar do quadro acima apresentado, para lajes com sobrecargas de utilização compreendidas entre 3,50 kN/m² e 5,00 kN/m² (no presente caso tem-se uma sobrecarga de utilização da ordem dos 4,00 kN/m²), o vão máximo que as mesmas conseguem vencer, considerando o caso mais desfavorável que corresponde ao caso em que a laje se encontra simplesmente apoiada, situa-se no intervalo [3,60;3,80] [m]. No presente caso, tal como é possível constatar da Figura II.12, a laje apresenta um vão máximo de 2,2 metros entre vigas principais e as condições de fronteira da mesma aproximam-se mais do caso de laje semi-encastrada, pelo que, é de concluir que é possível conceber a mesma com uma altura de 12 cm, cujo peso próprio é 1,84kN/m².

De facto, se observarmos com atenção o quadro II.13 concluímos que a altura da laje adoptada é excessiva. Para vencer o vão em causa poder-se ia recorrer a uma laje menos espessa. No entanto, o fabricante em causa não possuía lajes deste tipo com espessuras inferiores, razão pela qual se adoptou esta solução.

ESTADO LIMITES ÚLTIMOS/ESTADOS LIMITES DE UTILIZAÇÃO

Admitiu-se que tanto os Estados Limites Últimos como os Estados Limites de Utilização relativos à análise transversal do tabuleiro se encontram automaticamente verificados. Uma das grandes vantagens da utilização de soluções pré-fabricadas é o facto destas soluções já entrarem em linha de conta com estes estados para a concepção final da solução.

II.3.3 ANÁLISE LONGITUDINAL

Para a análise longitudinal do Tabuleiro foi adoptado um modelo em viga simplesmente apoiada (Figura II.15) sujeita ás cargas da Tabela II.14.



Figura II.15 – Esquema estrutural adoptado para a análise longitudinal da viga de aço

Elementos do Tabuleiro	Cargas por Unidade de Comprimento (kN/m)
Peso Próprio da Laje (PP _{.laje})	3,23
Guarda-Corpos	0,80
Peso Próprio do Revestimento (PP. _{rev})	1,75
Peso Próprio Vigas Principais (PP. _{Vigas})	3,07
Peso Próprio Contraventamentos (PP. _{Contr})	0,16
Sobrecarga de Utilização (S.C)	7,67

Tabela II.14 – Cargas actuantes ao nível de cada uma das vigas do tabuleiro.

No caso da análise longitudinal da viga de aço, foi efectuada uma análise rigorosa da distribuição transversal cargas através do programa de cálculo automático SAP2000. Tal como é possível constatar, a parcela absorvida por cada viga não difere substancialmente da obtida considerando uma distribuição uniforme da sobrecarga na secção transversal. Admitiu-se o cenário mais desfavorável, ou seja, considerou-se que a sobrecarga actua na totalidade da largura da secção transversal, algo que na realidade não se verifica (ver figuras II.2 e II.12).

A determinação dos Perfis de Aço a adoptar para a secção transversal foi elaborada mediante a verificação de Segurança em relação aos Estados Limites Últimos de Flexão e Esforço transverso e aos Estados Limites de Deformação, preconizados no Eurocódigo 3. De salientar que todo este processo levado a cabo de forma automatizada através de planilhas electrónicas teve como grande objectivo a maximização das características geométricas da solução transversal.

As características geométricas dos perfis metálicos adoptados para a secção transversal do tabuleiro encontram-se na Tabela II.15.

Tabela II.15 – Características dos perfis adoptados para a secção transversal.

Perfil	Massa	Área	W _{pl,y}	W _{el,y}	l _y	l _z	i _y	i _z	l _t
Adoptado	(kN/m)	(mm²)	(m ³)	(m ³)	(m ⁴)	(m ⁴)	(m)	(m)	(m ⁴)
VS1200 x 307	3,073	39150	1,96E- 02	1,81E- 02	1,08E-02	4,78E- 04	5,26E- 01	1,11E- 01	9,70E- 06

VERIFICAÇÃO AOS ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS DE FLEXÃO/ESFORÇO TRANSVERSO

Apresentam-se de seguida os critérios de projecto utilizados (Eurocódigo 3).

Para a verificação dos Estados Limites Últimos de esforço transverso, é necessário que o valor do esforço transverso actuante de cálculo seja menor ou igual que o esforço transverso resistente de cálculo:

 $V_{sd} \leq V_{pl,rd}$

Onde:

V_{pl,rd} – Valor da resistência plástica ao corte, dada por:

$$V_{pl,rd} = \frac{A_v f_y}{\sqrt{3} \gamma_{M0}}$$

Em que:

 $\gamma_{Mo} = 1,1;$

A_v – Área de corte. Para Perfis em I soldados a área de corte é dada pela seguinte expressão:

 $A_v = \sum (d.t_w)$

d - Atura da alma da secção;

tw - Espessura da alma da secção

No que diz respeito aos Estados Limite Últimos de flexão é necessário que o momento actuante de cálculo, calculado para a combinação fundamental de acções, preconizada no artigo 9 do RSA, seja menor ou igual que o momento resistente de cálculo.

$$M_{sd} \leq M_{rd}$$

Qualquer que seja o perfil adoptado para a secção transversal, esta será sempre uma secção muito esbelta, pelo que o valor de M_{rd}, não é mais do que a resistência da secção transversal a fenómenos de encurvadura global. Os fenómenos de instabilidade global que podem ocorrer numa barra são:

- Encurvadura por Flexão (varejamento) quando actua esforço axial de compressão;
- Encurvadura Lateral por Flexão-Torção (bambeamento) quando actua momento flector em torno do eixo de maior inércia.

No presente caso, uma vez que a solução na direcção longitudinal é simplesmente apoiada e o carregamento é transversal à mesma, o "único" esforço que vai actuar na estrutura resulta da flexão da mesma em torno da maior inércia. Assim, o fenómeno de instabilidade global associado à estrutura é o fenómeno de encurvadura lateral por flexão-torção.

Para além do conhecimento da combinação de esforços actuantes, é necessário conhecer os pontos de travamento da estrutura, isto é, a localização das secções intermédias onde se impedem os deslocamentos relevantes para o fenómeno em análise - definição do comportamento livre. Deste modo, foram adoptados travamentos distanciados de 5 em 5 metros no caso das soluções associadas aos vãos de 20 e 30 metros e uma distância de 5,5 metros no caso da solução associada ao vão de 27,5 metros.

A resistência à encurvadura lateral por Flexão-Torção é calculada de acordo com a expressão 5.48 do Eurocódigo 3:

$$M_{b,rd} = \frac{\chi_{LT}\beta_w W_{pl,y} f_y}{\gamma_{M1}}$$

Onde,

W_{pl,y} – Módulo de Flexão plástico em torno do eixo de maior inércia;

 γ_{M1} – Factor de segurança parcial que deve ser tomado com o valor de 1,1 qualquer que seja a classe da secção;

$$\beta w = \begin{cases} 1, \ \sec \zeta \widetilde{o} es \ classe \ 1 \ ou \ 2 \\ \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}, \ \sec \zeta \widetilde{o} es \ classe \ 3 \\ \frac{W_{eff,y}}{W_{pl,y}}, \ \sec \zeta \widetilde{o} es \ classe \ 4 \end{cases}$$

W_{el,y} – Módulo de Flexão Elástico em torno do eixo do maior inércia;

W_{eff,v} – Módulo de Flexão Efectivo em torno do eixo de maior inércia.

Assim, o primeiro parâmetro a determinar é a classificação da secção. A classificação de uma secção transversal faz-se classificando individualmente os seus elementos (paredes) comprimidos, através das Tabelas 5.3.i do Eurocódigo 3, reproduzida na Figura II.16, e a partir dos diagramas de tensões actuantes.

	Classificação da Secção									
Classe	Alma sujeita a Flexão	Classe	Banzo sujeito a Compressão							
Distribuição de Tensões no elemento (compressão Positiva)	fy + - fy	Distribuição de Tensões no elemento (compressão Positiva)	+ 							
Classe 1	(h ₁ /d) < 72ε	Classe 1	(c/t _f) < 10ε							
Classe 2	(h ₁ /d) < 83ε	Classe 2	(c/t _f) < 11ε							
Distribuição de Tensões no elemento (compressão Positiva) Classe 3	ty ty (h ₁ /d) < 124ε	Distribuição de Tensões no elemento (compressão Positiva) Classe 3	+ + - - - - - - - - - - - - - - - - - -							
h ₁ - altura livre da aln c - comprimento do b	na panzo saliente	d - espessura da alr t _f - espessura do ba	na nzo							

Figura II.16 – Reprodução das Tabelas 5.3.i do Eurocódigo 3 – Classificação dos elementos comprimidos do perfil metálico em relação à encurvadura local.

Tal como é possível constatar da figura acima apresentada, a classificação dos elementos comprimidos faz-se com base na esbelteza dos mesmos e envolve o parâmetro

adimensional $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$. A classificação da secção depende ainda do processo de fabrico do perfil.

: A classe do perfil metálico é a maior das classes dos seus elementos comprimidos.

Uma vez determinada a classe do perfil, está-se agora em condições de determinar os restantes parâmetros patentes na expressão do momento flector resistente.

 χ_{LT} – Factor de redução à encurvadura lateral por flexão-torção. O valor de χ_{LT} , pode ser determinado de acordo com a expressão 5.49 do Eurocódigo3, dada por:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \left[\phi_{LT}^2 - \overline{\lambda}_{LT}^2\right]^{0.5}}, \text{ Mas como é óbvio } \chi_{LT} \le 1,0$$

Na qual:

$$\phi_{LT} = 0.5 \left[1 + \sigma_{LT} \cdot (\overline{\lambda}_{LT} - 0.2) + \overline{\lambda}_{LT}^2 \right]$$

 σ_{LT} – Factor de imperfeição. Para perfis soldados o factor de imperfeição toma o valor de σ_{LT} = 0,21;

O valor de $\overline{\lambda}_{LT}$ é determinado de acordo com a seguinte expressão:

$$\overline{\lambda}_{LT} = \left[\frac{\beta_w W_{pl,y} f_y}{M_{cr}}\right] [\beta w]^{0.5}$$

No caso de vigas uniformes, simétricas em torno do eixo de menor inércia, que flectem em torno do eixo de maior inércia, o valor do momento Elástico Crítico associado ao fenómeno de encurvadura lateral por Flexão-Torção é dado pela fórmula geral (Anexo F do EC3):

$$M_{cr} = \frac{C_1 \pi^2 E I_z}{(KL)^2} \left\{ \left[\left(\frac{k}{k_w}\right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(KL)^2 G I t}{\pi 2 E I_z} + \left(C_2 Z_g - C_3 Z_j\right)^2 \right]^{0.5} - \left(C_2 Z_g - C_3 Z_j\right) \right\}$$

 L – Comprimento da Viga ou Segmento (Comprimento livre. No presente caso este valor refere-se à distância entre os contraventamentos da viga principal).

I_t – Inércia de Torção da Viga (≡J). Para secções de parede fina aberta $I_t = \frac{1}{3} \sum_i b_i t_i^3 [m^4]$ I_w – Constante de Empenamento ($\equiv \Gamma$). Para o caso de secções bi-simétricas o valor da constante de empenamento é dado pela seguinte expressão: $I_w = 0.5.(1-0.5)I_z.h_g^2$, em que h_g refere-se à distância entre os centros de corte dos banzos.

K (KL) – Coeficiente de encurvadura associado à flexão em torno do eixo de menor inércia. Adoptou-se a unidade como valor conservativo para K.

 K_w – Coeficiente que traduz o grau de impedimento ao empenamento nas secções extremas da viga. Conservadoramente, adoptou-se K_w = 1,0.

 $Z_g - \acute{E}$ a distância entre o ponto de aplicação da carga e o centro de corte da secção. Admitiu-se por hipótese que a carga transversal estava aplicada na face superior do banzo.

 Z_j – Traduz a influência da diferença de geometria entre o banzo comprimido e o banzo traccionado, No presente caso Z_i = 0.

 C_1, C_2, C_3 – Coeficientes cujos valores dependem da forma do diagrama de momentos actuantes no segmento de viga e do coeficiente de encurvadura K. O valor destes coeficientes é retirado da Tabela F.1.2 do Anexo F do Eurocódigo3.

Uma vez apresentada a metodologia a seguir, foi montada uma folha de cálculo em Excel cujo principal objectivo consistiu na Optimização das características geométricas da secção. As verificações realizadas estão resumidas na Tabela II.16 para o perfil seleccionado.

Solução Adoptada	Esfor Actua	rços intes	E. Cortante Resistente	Verificação Segurança	Interacção M-V	Resistência Encurvadura Lateral	Verificação Segurança
	M _{sd} (kN.m)	V _{sd} (kN)	V _{pl,rd} (kN)	V_{sd} < V_{rd}	$V_{sd}\!\leq\!0.5V_{ply,rd}$	M _{b,rd} (kNm)	$M_{b,rd}$ > M_{sd}
VS 1200 x 307	3590,9	410,4	2012,6	Verifica a Segurança	Não há Interacção	4455,8	Verifica a Segurança

Tabela II.16 – Verificação aos Estados Limites Últimos de flexão e esforço transverso na secção crítica

VERIFICAÇÃO AOS ESTADOS LIMITES UTILIZAÇÃO

De acordo com o Eurocódigo 3 os Estados Limites de Serviço a considerar para estruturas de aço são:

- Deformações ou Deflexões que possam afectar a aparência da estrutura ou o uso da estrutura;
- Vibração, oscilações ou deslocamentos que possam causar desconforto aos utilizadores ou danificar a estrutura;

Deformações ou deflexões, vibrações, oscilações ou deslocamentos que possam danificar os acabamentos ou elementos secundários da estrutura;

De forma a evitar exceder estes valores é necessário limitar as deformações, as deflexões e as vibrações. Exceptuando os casos em que os limites admissíveis são acordados entre o Dono de Obra, o Projectista e as autoridades competentes, devem-se aplicar os limites preconizados no Eurocódigo3.

ESTADOS LIMITES DE DEFORMAÇÃO

As estruturas de aço e os seus componentes, devem ser dimensionados de tal forma que as deformações estejam dentro dos limites considerados apropriados para o uso e ocupação para o qual a estrutura foi concebida.

A deformação máxima de uma viga simplesmente apoiada é calculada de acordo com a seguinte expressão:

 $\delta_{m\!\acute{a}x}=\delta_1+\delta_2-\delta_0$,

Onde:

 δ_{max} – Flecha no estado final relativamente à linha recta que une os apoios;

 δ_0 – Contra flecha da viga no estado não carregado (estado zero);

 δ_1 – Variação da flecha devido ás acções permanentes imediatamente após a sua aplicação (estado 1);

 δ_2 – Variação da flecha da viga devido ás acções variáveis acrescida de deformações diferidas devidas às acções Permanentes, (estado 2).



Figura II.17 – Deformação vertical a ser considerada nos estados limites de utilização

Os limites recomendados para a verificação aos Estados Limites de Utilização apresentam-se na Tabela 4.1 do Eurocódigo3. De referir que estes limites dizem respeito a deformações admissíveis em edifícios, no entanto, como não existe qualquer menção a limites

a aplicar a Pontes, recorreu-se a estes valores. Utilizou-se o limite que se aplica aos pavimentos em gerais, ou seja, $\delta_{máx} \leq \frac{L}{250}$ [m], para a combinação rara de acções.

Ainda no capítulo relativo aos Estados Limite de Utilização, o Eurocódigo 3 faz menção aos efeitos dinâmicos que as sobrecargas possam produzir sobre uma determinada estrutura. De acordo com o mesmo os efeitos dinâmicos a considerar no Estado Limite de Utilização são as vibrações e oscilações provocadas por ressonância humana.

Pode ler-se no ponto 4.3.2 do Eurocódigo 3 as medidas a tomar para controlar os efeitos dinâmicos sobre estruturas acessíveis ao público:

(1) "A oscilação e a vibração das estruturas sobre as quais o público pode passar devem ser limitadas de forma a evitar desconforto aos utentes."

(2)" No caso de pavimentos em que as pessoas circulem com frequência, como pavimentos de habitações, escritórios e instalações semelhantes, a frequência própria mínima do pavimento não deve ser inferior a 3 ciclos/segundo. Esta condição considerar-se-á satisfeita se o deslocamento total instantâneo $\delta_1 + \delta_2$ (calculado usando a combinação frequente) for inferior a 28 mm. Estes limites podem ser menos severos quando os valores de amortecimento elevados o justifiquem."

A Tabela II.17 sintetiza os passos seguidos e os limites adoptados para a verificação aos estados limites de utilização.

Verificação de Segurança aos Estados Limites de Utilização								
Perfil Adoptado	δ _{raro} (mm)	δ _{raro} Adm (mm)	V. Segurança δ ^{Freq.} <δ ^{adm.}	δ _{frequente} (mm)	δ _{frequente} adm (mm)	V.Segurança δ ^{Freq.} <δ ^{adm.}		
VS 1200 x 307	114,4	140,0	Verifica a Segurança	69,0	28,0	Não Verifica a Segurança		

Tabela II.17 – Verificação de segurança aos Estados Limites de Utilização.

Tal como é possível constatar esta solução verifica os Estados Limites de Utilização quando o Limite de deformação é L/250. No entanto, o mesmo não se passa quando o limite é 28mm. Considera-se este valor (assumindo a última frase do ponto (2) acima transcrito) demasiado severo/conservador, pelo que, deve ser tomado apenas como um valor de referência.

II.4 SOLUÇÃO EM VIGA MISTA AÇO-BETÃO

II.4.1 CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS E MATERIAIS UTILIZADOS

A construção em viga mista, caracteriza-se por possuir elementos estruturais com secção mista, isto é, secções resistentes em que o aço e o betão estão ligados e trabalham solidariamente, obtendo-se elementos estruturais com comportamento diferente dos materiais individuais.

A Figura II.18 ilustra a solução em viga mista aço-betão adoptada.



Figura II.18 - Secção transversal da solução em viga mista aço-betão.

Tal como foi referido anteriormente, a grande diferença entre os materiais adoptados na solução em viga de aço e na solução em Viga Mista reside precisamente no tabuleiro. Enquanto na solução em viga de aço foi adoptado um piso leve, no caso da solução em viga mista foi adoptado um tabuleiro em betão que nos permitisse tirar partido da interacção entre os dois materiais. No que diz respeito ás características do betão e dos varões de aço, adoptados, estas são exactamente as mesmas que foram apresentadas na Tabela II.2. Em relação ás características do aço estrutural adoptado estas são as apresentadas na Tabela II.12.



Figura II.19 – Características e Propriedades do conector tipo adoptado (fonte: "folhas de apoio à cadeira de Metálicas e Mistas, IST)

II.4.2 ANÁLISE TRANSVERSAL

A análise transversal da Laje de tabuleiro não foi efectuada de forma a não tornar o trabalho demasiado exaustivo. A metodologia a seguir para a análise transversal do tabuleiro seria exactamente a mesma seguida para a solução em betão armado pré-esforçado, modificando como é óbvio, as condições de fronteira do problema.

II.4.3 ANÁLISE LONGITUDINAL

De acordo com o ponto 4.1.2 e 5.2 do Eurocódigo 4 as vigas Mistas devem ser verificadas quanto:

- À resistência das secções transversais críticas;
- À resistência à encurvadura Lateral;
- À resistência ao corte longitudinal;
- Deformações.

A determinação das características dos Perfis de Aço a adoptar para a secção transversal foi efectuada mediante a verificação conjunta de todos os itens acima apresentados. A verificação da resistência da secção transversal foi dividida em duas fases distintas. Uma correspondente à fase de serviço da estrutura, ou seja, à fase em que os dois materiais funcionam em conjunto e a outra à fase em que o betão ainda não ganhou presa e por conseguinte o perfil metálico resiste isoladamente ás acções.

Uma vez mais, todo este processo foi levado a cabo por meio de planilhas electrónicas com o objectivo de optimizar as características geométricas da solução transversal.

As características geométricas dos perfis metálicos adoptados para a secção transversal do tabuleiro encontram-se na Tabela II.18.

Perfil	Massa	Área	W _{pl,v}	W _{el,v}	l _v	I _z	i _v	i _z	I _t
Adoptado	(kN/m)	(mm²)	(m ³)	(m ³)	(m⁴)	(m ⁴)	(m)	(m)	(m ⁴)
VS1 200 x 221	2,209	28140	1,33E-02	1,20E-02	7,21E-03	2,89E-04	5,06E-01	1,01E-01	2,39E-06

VERIFICAÇÃO AOS ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS DE FLEXÃO/ESFORÇO TRANSVERSO

- FASE EM QUE O BETÃO AINDA NÃO ADQUIRIU PRESA - FASE CONSTRUTIVA

Para a análise longitudinal do Tabuleiro, durante a fase em que o betão não adquiriu resistência suficiente, foi adoptado um modelo em viga simplesmente apoiada (Figura II.20) sujeita ás cargas da Tabela II.19



Figura II.20 – Esquema estrutural adoptado para a análise longitudinal da viga mista durante a fase construtiva.

Também no caso da viga mista, foi efectuada uma análise rigorosa da distribuição transversal de cargas mediante a utilização do programa de cálculo automático SAP2000. De realçar, que os resultados obtidos, uma vez mais, não diferem substancialmente dos obtidos considerando uma distribuição uniforme da sobrecarga. Admitiu-se, de acordo com o artigo 41 do RSA, que durante a fase construtiva da estrutura actua, uma sobrecarga construtiva de 1,0 kN/m².

Elementos do Tabuleiro	Cargas por Unidade de Comprimento (kN/m)
Peso Próprio da Laje (PP _{.laje})	4,37
Guarda-Corpos	-
Viga de Bordadura	-
Peso Próprio do Revestimento (PP. _{rev})	-
Peso Próprio Vigas Principais (PP. _{vigas})	2,21
Sobrecarga de Utilização (S.C)	1,85

Tabela II.19 – Cargas actuantes ao nível de cada uma das vigas do tabuleiro durante a fase construtiva

Durante esta fase da vida da estrutura, o betão ainda não adquiriu resistência suficiente, pelo que, todas as acções a que a estrutura vai estar sujeita, serão resistidas isoladamente pelo perfil metálico, ou seja, durante esta fase a solução em viga mista vai-se comportar de acordo com o descrito para a solução em Viga de Aço.

Assim, tudo o que foi descrito anteriormente para a solução em Viga de Aço é válido nesta fase da vida da estrutura. As verificações levadas a cabo nesta fase da vida da estrutura encontram-se nos quadros que se seguem.

Tabela II.20 – Verificação aos Estados Limites Últimos de flexão e esforço transverso na secção crítica durante a fase construtiva.

Solução	Esforços Actuantes		E. Cortante Verificação Interacção Resistente Segurança M-V		Interacção M-V	Resistência Encurvadura Lateral Verificaçã Segurand	
Adoptada	M _{sd} (kN.m)	$ \begin{array}{c c c c c c c } \hline & V_{sd} & V_{pl,rd} \\ \hline & (kN) & (kN) & V_{sd} < V_{rd} & V_{sd} \le 0.5 V_{ply} \end{array} $		$V_{sd}\!\leq\!0.5V_{ply,rd}$	M _{b,rd} (kNm)	$M_{b,rd}$ > M_{sd}	
VS 1200 x 221	1722,6	196,9	2133,2	Verifica a Segurança	Não há Interacção	2857,6	Verifica a Segurança

Verificação da Resistência da Secção Transversal Crítica – Fase de Serviço

O esquema estrutural adoptado durante a fase de serviço da estrutura, bem como as cargas aplicadas à mesma, apresentam-se respectivamente na Figura II.21 e Tabela II.21.



Figura II.21 – Esquema estrutural adoptado para a análise longitudinal da viga mista durante a fase de serviço da estrutura.

Tabela II.21 – Cargas actuantes ao nível de cada uma das vigas do tabuleiro durante a fase de serviço da estrutura.

Elementos do Tabuleiro	Cargas por Unidade de Comprimento (kN/m)
Peso Próprio da Laje (PP _{.laje})	4,37
Guarda-Corpos	0,80
Viga de Bordadura	1,13
Peso Próprio do Revestimento (PP. _{rev})	1,75
Peso Próprio Vigas Principais (PP. _{vigas})	2,21
Sobrecarga de Utilização (S.C)	7,38

Para a verificação de segurança da secção mista, é necessário que o esforços actuantes sejam menores ou iguais que os esforços resistentes da secção, ou seja:

$$V_{sd} \leq V_{rd}$$
 e $M_{sd} \leq M_{rd}$

Relativamente ao esforço de corte resistente, o valor deste é dado pela mesma expressão utilizada para o caso da viga de aço, uma vez que quem resiste ao esforço cortante é a alma do perfil de aço.

Apresentam-se de seguida os critérios de projecto utilizados (Eurocódigo 4).

Para determinar a resistência à flexão de uma secção mista, é necessário determinar a parcela de betão que efectivamente contribui para a resistência da secção, isto é, é necessário determinar as propriedades efectivas da mesma.

A flexibilidade de um banzo em corte no seu plano ("*Shear Lag*") deve ser tida em conta por meio da utilização de uma largura efectiva. De acordo com o Eurocódigo 4 "a largura efectiva total **b**_{eff} do banzo de betão associada a cada alma de aço deve ser considerada como a soma das larguras efectivas **b**_e da parte do banzo de cada lado do eixo médio da alma de aço (figura abaixo). A largura efectiva de cada parte deve ser considerada como $b_e = \frac{l_0}{8}$ mas não superior a **b**.



Figura II.22 – Vãos equivalentes, para a determinação da largura efectiva de uma banzo de betão

 b – A largura real deve ser considerada como metade da distância entre almas adjacentes, medida a meia altura do banzo de betão, com excepção de um bordo livre em que a largura real é a distância entre alma e o bordo livre.

 L_0 – Distância entre pontos de momento flector nulo. No presente caso, uma vez que a viga se encontra simplesmente apoiada L₀ = L.

$$b_{eff} = \min \begin{cases} \frac{L_0}{8} = \frac{35}{8} = 4.375m \\ be_1 + be_2 = 0.625 + \frac{2.25}{2} = 1.75m \end{cases} \Longrightarrow b_{eff} = 1.75metros$$

O valor de cálculo da resistência à flexão pode ser determinado por meio da teoria plástica apenas no caso de secções mistas efectivas da classe 1 ou da classe 2 enquanto que o dimensionamento elástico pode ser aplicado a secções transversais de qualquer classe.

No cálculo do momento flector resistente foram admitidas as seguintes hipóteses:

- A resistência à tracção do betão é desprezada;
- As secções transversais planas das partes de aço estrutural e de betão armado da viga mista mantêm-se planas.

Assim, tornou-se necessário determinar qual a classe da secção. Para tal efeito admitiu-se à priori que a secção mista pertencia à classe 1 ou à classe 2 e posteriormente, mediante a posição da linha neutra corroborou-se ou não a hipótese inicialmente admitida. Em caso afirmativo calculou-se o momento resistente plástico de acordo com o exposto no ponto 4.4.1.2 do Eurocódigo 4, cuja metodologia se apresenta em seguida. Em caso negativo determina-se o momento resistente elástico tal como descrito no ponto 4.4.1.4 do mesmo documento, reproduzido na Tabela II.22. Toda a metodologia é exposta em seguida:



Figura II.23 – Hipóteses para a posição da linha neutra

Tabela II.22 – Tipo de dimensionamento a aplicar à secção mista e consequente momento flector resistente.

Equilíbrio de Forças	Linha Neutra	Tipo de Dimensionamento	Momento Plástico Resistente M _{rd} (kN.m)
$R_c > R_s$	$x = LN_1$	Dimensionamento Plástico	$M_{pl,rd} = R_s \left[\frac{h}{2} + h_c \left(1 - \frac{R_s}{2R_c} \right) \right]$
$R_c = R_s$	$x = LN_2$	Dimensionamento Plástico	$M_{pl,rd} = R_s \left[\frac{h}{2} + \frac{h_c}{2} \right]$
$R_w < R_c < R_s$	x = LN ₃	Dimensionamento Plástico	$M_{pl,rd} = R_s \frac{h}{2} + R_c \frac{h_c}{2} - \frac{(R_s - R_c)^2}{4R_f} t_f$
$R_s > R_c < R_w$	x = LN ₄	(a)	$M_{pl,rd} = 1.11M_{ply,rd} \left(1 - \frac{R_c}{R_s}\right) + R_c \left(\frac{h + h_c}{2}\right)$

(a) - No caso da Linha neutra se encontrar na posição 4 é necessário, determinar com rigor a classe do perfil de aço tal como descrito no ponto 4.3.1 do Eurocódigo 4. Caso este seja da classe 1, da classe 2, ou esteja em consonância com o exposto no ponto 4.3.3.1. (3) do Eurocódigo 4 o valor do momento resistente é o correspondente à fórmula que se apresenta. Caso contrário, é porque a hipótese inicialmente admitida não é válida e portanto é necessário recorrer a um dimensionamento elástico da secção mista.

As propriedades elásticas de uma secção transversal mista devem ser expressas como as de uma secção transversal de aço equivalente, dividindo a contribuição do elemento de betão por um coeficiente de homogeneização, *n*, dado pela relação entre os módulos de elasticidade dos dois materiais. Uma vez homogeneizada a secção, a determinação da posição da linha neutra elástica é de fácil resolução, uma vez que a soma dos momentos estáticos em relação ao centro de gravidade da secção mista homogeneizada é nulo. Posteriormente determina-se o momento de inércia da secção homogeneizada e consequentemente o valor do momento flector resistente da secção mista. Toda a metodologia adoptada para a determinação do momento resistente da secção é apresentada na Tabela II.23 e na Figura II.24.

Tabela II.23 - Momento de inércia e consequente momento flector resistente em função da posição da linha neutra elástica.

Linha Neutra	Momento de Inércia Equivalente (m ⁴)	Momento Flector Resistente (kN.m)
$X_e \ge h_c$	$\frac{b_{eff}h_c^3}{12n} + \frac{b_{eff}h_c^3}{n}(X_e - \frac{h_c}{2}) + I_s + A_s(h_c + \frac{h}{2} - X_e)^2$	$\min \begin{cases} \frac{f_{cd} I_{eq} n}{X_e} \\ \frac{f_y I_{eq}}{h_c + h - X_e} \end{cases}$
$X_e < h_c$	$\frac{b_{eff} X_e^{3}}{3n} + I_s + A_s (h_c + \frac{h}{2} - X_e)^2$	$\min \begin{cases} \frac{f_{cd} I_{eq} n}{X_{e}} \\ \frac{f_{y} I_{eq}}{h_{c} + h - X_{e}} \end{cases}$



Figura II.24 – Hipóteses para a posição da linha neutra elástica

Tabela II.24 - Verificação aos Estados Limites Últimos de flexão e de esforço transverso durante a fase de serviço da estrutura.

Secção Mista	Esforços Actuantes		E. Cortante Resistente	Verificação Segurança	Interacção M-V	Resistência à Flexão da Secção	Verificação Segurança	
	M _{sd} (kN.m)	V _{sd} (kN)	V _{pl,rd} (kN)	V_{sd} < V_{rd}	$V_{sd}\!\leq\!0.5V_{ply,rd}$	M _{vi,rd} (kNm)	$M_{vi,rd}$ < M_{sd}	
VS 1200 x 221	3681,4	420,7	2056,9	Verifica a Segurança	Não há Interacção	5138,3	Verifica a Segurança	

VERIFICAÇÃO DA RESISTÊNCIA À ENCURVADURA LATERAL - FASE DE SERVIÇO

De acordo com o ponto 4.6.1 do Eurocódigo 4 um banzo que esteja ligado a uma laje de betão ou mista por meio de conexão de corte, pode ser considerado como sendo lateralmente estável se a largura total da laje não for inferior à altura do elemento de aço. No presente caso, a largura de betão é b_{eff} = 1,75 metros, valor superior à altura do perfil metálico adoptado, h=1,2 metros, pelo que durante fase de serviço não existe qualquer tipo de problema associado aos fenómenos mencionados.

VERIFICAÇÃO AO CORTE LONGITUDINAL - FASE DE SERVIÇO

Devem colocar-se conectores de corte e armaduras transversais em todo o comprimento da viga de modo a transmitir o esforço transverso longitudinal entre a laje de betão e a viga de aço no estado limite último, ignorando o efeito da aderência natural entre ambos.

O número de conectores a adoptar deve ser pelo menos igual ao valor de cálculo do esforço de corte longitudinal, determinado de acordo com o ponto 6.2 do Eurocódigo 4, dividido pela resistência de cálculo de um conector, P_{rd}, determinada de acordo com o ponto 6.3 ou 6.5 do mesmo documento. Em seguida apresenta-se um quadro síntese com todas a verificações efectuadas.



Figura II.25 – Superfícies de Rotura a considerar no cálculo da armadura transversal da laje

Tabela II.25 – quadro síntese com o número de conectores, espaçamento e armadura transversal adoptados.

			Superfície de Rotura S ₁			Superfície de Rotura S ₂		
Afastamento (a _f) Adoptado (mm)	Nº Conectores Adoptados	v _{sd} (kN/m)	v _{rd} (kN/m)	Verificação Segurança	Armadura (cm²/m)	v _{rd} (kN/m)	Verificação Segurança	Armadura (cm²/m)
600	58	96,9	83,3	Não Verifica Segurança	0,20	143,08	Verifica a segurança	-

Encontra-se assim verificada a segurança em relação aos Estados Limites Últimos da secção condicionante e por conseguinte, de todas as secções da estrutura.

ESTADOS LIMITES DE UTILIZAÇÃO

ESTADOS LIMITES DE DEFORMAÇÃO

As deformações não devem afectar desfavoravelmente a utilização, eficácia ou o aspecto da estrutura. Os elementos mistos devem ser dimensionados de modo que as flechas das vigas se mantenham dentro dos limites aceitáveis.

As flechas devidas a cargas aplicadas unicamente ao perfil metálico devem ser calculadas de acordo com o preconizado no Eurocódigo 3, tal como evidenciado anteriormente no caso da viga de aço. Inclui-se nesta parcela da flecha elástica a fase construtiva da viga mista, isto é, a fase em que o perfil metálico resiste isoladamente.

As flechas devidas a cargas aplicadas ao elemento misto devem ser calculadas adoptando uma análise elástica.

Assim, a flecha elástica da secção mista é expressa através da seguinte expressão:

$$\delta = \delta_{A,co} + \delta_{S.Mista} = \frac{5P_1L^4}{384EI_{Viga.A,co}} + \frac{5P_2L^4}{384EI_{Viga.Mista}}$$

Em que:

Iviga de aço – Inércia do perfil metálico;

Iviga mista – Inércia da secção mista homogeneizada;

P1 – Parcela da carga que é resistida isoladamente pelo perfil metálico;

P2 - Parcela da carga que é resistida pela secção mista.
No que diz respeito aos limites admissíveis a adoptar, o Eurocódigo 4, não faz qualquer menção remetendo para o Eurocódigo 3 tal tarefa. Assim, utilizou-se o limite que se aplica aos pavimentos em gerais, ou seja, $\delta_{máx} \leq \frac{L}{250}$ [m], para a combinação rara de acções.

Na Tabela II.26 apresenta-se a verificação aos Estados Limites de deformação do perfil seleccionado.

Verificação de Segurança aos Estados Limites de Deformação						
Secção Mista	δ _{raro} (mm)	δ _{raro} Adm (mm)	V. Segurança δ ^{Freq.} <δ ^{adm.}	δ _{frequente} (mm)	δ _{frequente} adm (mm)	V.Segurança δ ^{Freq.} <δ ^{adm.}
VS 1200 x 221	135,58	140,0	Verifica a Segurança	82,81	28,0	Não Verifica a Segurança

Tabela II.26 – Verificação de segurança aos Estados Limites de deformação.

Uma vez mais, a segurança em relação aos estados limites de deformação encontra-se satisfeita no caso de o limite admissível ser L/250, o mesmo não verificando quando o limite é 28mm. Tal como no caso da solução de aço, considera-se este valor demasiado penoso, pelo que apenas deve ser tomado como valor de referência.

ESTADOS LIMITES DE FENDILHAÇÃO

A fendilhação deve ser reduzida a um nível que não prejudique o adequado funcionamento e a durabilidade da estrutura ou que torne inaceitável o seu aspecto. A fendilhação é praticamente inevitável nos casos em que os elementos de betão armado das vigas mistas estão sujeitos a esforços de tracção. De acordo com o ponto 5.3 do Eurocódigo 4 a verificação deste Estado Limite passa pela determinação do cálculo da largura de fendas e posterior comparação com os valores preconizados no artigo 4.4.2.4 do Eurocódigo 2. Nesta fase do Estudo prévio admitiu-se que o controlo da largura de fendas foi efectuado mediante a adopção da armadura mínima (5.3.2 Eurocódigo 4), bem como adopção do espaçamento e diâmetros de varões (preconizados nos quadros 5.1 e 5.2 respectivamente no Eurocódigo 4).

II.5 PROPRIEDADES DINÂMICAS DAS PASSARELAS

Se um sistema estrutural é composto por várias massas que correspondem a outros tantos graus de liberdade, está-se perante um sistema com vários graus de liberdade. Seguindo a aproximação geral adoptada na análise da resposta dinâmica de sistemas com parâmetros discretos, o primeiro passo para determinar a resposta dinâmica de sistemas cujas características de inércia e/ou flexibilidade se encontram distribuídas no domínio do sistema, será a avaliação da configuração dos seus modos de vibração e frequências em regime livre não amortecido. A equação do movimento para a vibração livre de vigas prismáticas com propriedades de rigidez EI e massa por unidade de comprimento \overline{m} pode ser escrita da seguinte forma:

$$EI.\frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \frac{m}{\partial t^2} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0$$
⁽¹⁾

Dividindo a expressão acima apresentada por *EI* e utilizando numeração romana as derivadas em ordem a x e pontos para as derivadas em ordem ao *tempo* obtém-se uma expressão do tipo:

$$v^{iv} + \frac{m}{EI}\ddot{v} = 0 \tag{2}$$

A solução desta equação é obtida pela separação das variáveis, assumindo que a solução da equação é do género:

$$v(x,t) = \phi(x).Y(t) \tag{3}$$

Por outras palavras, assume-se que as configurações da resposta livre são obtidas pela multiplicação de uma constante de forma $\phi(x)$ cuja amplitude varia ao longo do tempo de acordo com Y(t). Substituindo (3) em (2), somos a conduzidos a:

$$\phi^{iv}(x).Y(t) + \frac{\overline{m}}{EI}\phi(x)\ddot{Y}(t) = 0$$

E dividindo todos os membros por $\phi(x).Y(t)$ chega-se à separação das variáveis como se pretendia.

$$\frac{\phi^{iv}(x)}{\phi(x)} + \frac{\overline{m}}{EI}\frac{Y(t)}{Y(t)} = 0$$
(4)

Uma vez que o primeiro termo da equação apenas depende de x e o segundo termo apenas depende de t, a equação pode ser satisfeita para valores arbitrários de x e t para os quais o valor de cada um dos termos seja igual a uma constante, isto é:

$$\frac{\phi^{iv}(x)}{\phi(x)} = \overline{C} = -\frac{\overline{m}}{EI}\frac{\overline{Y}(t)}{Y(t)}$$

Assim, são obtidas duas equações diferenciais, cada uma delas envolvendo uma variável independente. Igualando, por conveniência, a constante $\overline{C} = a^4$, estas duas equações podem ser escritas da seguinte forma:

$$\phi^{iv}(x) - a^4 \phi(x) = 0 \tag{5.a}$$

$$\ddot{Y}(t) + \omega^2 Y(t) = 0 \tag{5.b}$$

Em que,

$$\omega^{2} = \frac{a^{4}EI}{\overline{m}}$$
, Ou escrevendo a mesma equação em função de a:
 $\frac{\omega^{2}\overline{m}}{EI} = a^{4}$
(6)

A equação 5.b) não é mais do que a solução geral de sistemas de um grau de liberdade quando vibram em regime livre não amortecido. A solução desta equação é:

$$Y(t) = A\sin\omega t + B\cos\omega t \tag{7}$$

As constantes A e B dependem das condições iniciais de velocidade e deslocamento.

A equação 5.a) pode ser resolvida da forma usual assumindo que a solução geral é da forma:

$$\phi(x) = Ce^{SX} \tag{8}$$

Substituindo (8) em (5), explicitando a função em ordem a **s** e introduzindo as raízes da equação (5) em (8) é se conduzido a uma expressão exponencial como a seguir se exemplifica:

$$\phi(x) = C_1 e^{iax} + C_2 e^{-iax} + C_3 e^{ax} + C_4 e^{-ax}$$

Reescrevendo esta equação exponencial em função de termos trigonométricos e hiperbólicos equivalentes obtém-se:

$$\phi(x) = A_1 \sin ax + A_2 \cos ax + A_3 \sinh ax + A_4 \cosh ax \tag{9}$$

As quatro constantes acima representadas são determinadas mediante a verificação das condições de natureza estática (em termos do andamento dos esforços) e cinemática. De salientar que distribuições de esforços incompatíveis com o sistema real traduzem a existência de restrições artificiais que têm por efeito rigidificar o sistema ou, o que é o mesmo, aumentar a frequência da estrutura. No presente caso e uma vez que se está na presença de uma viga simplesmente apoiada a determinação destas constantes é de fácil resolução. Assim, as 4 expressões a utilizar para determinar o valor das constantes são:

Para x = 0
$$\rightarrow \begin{cases} \phi(0) = 0 \\ M(0) = EI\phi''(0) = 0 \end{cases}$$
 e para x = L $\rightarrow \begin{cases} \phi(L) = 0 \\ M(L) = EI\phi''(L) = 0 \end{cases}$

A Substituição das duas primeiras condições em (9), permite determinar o valor da segunda e da quarta constantes:

$$A_2 = A_4 = 0$$
 (9a)

Procedendo de forma idêntica em relação às restantes condições e substituindo o valor de A₂ e A₄ pelos valores acima evidenciados, chega-se ao seguinte sistema de equações:

 $2A_3 \sinh al = 0 \Rightarrow A_3 = 0 e \phi(L) = A_1 \sin al = 0$, a solução trivial desta segunda equação (A₁ = 0) é excluída, permitindo determinar as frequências da estrutura

$$\sin aL = 0 \Rightarrow aL = n\pi$$
, Com n = 0,1,2,..., ∞

As frequências da estrutura são obtida para $a = \frac{n\pi}{L}$. Como, por definição $\frac{\omega^2 \overline{m}}{EI} = a^4$, chega-se finalmente ao resultado que se pretendia obter, ou seja:

$$\omega_n = n^2 \pi^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} \tag{10}$$

As deformadas associadas ao diferentes modos de vibração são obtidas substituindo em (9), $A_2 = A_3 = A_4 = 0$, ficando apenas com

$$\phi_n(x) = A_1 \sin \frac{n\pi}{L} x \tag{11}$$

Em baixo são apresentados os resultados dos três primeiros modos de vibração, que na reposta da estrutura são aqueles que desempenham o papel mais importante.



Figura II.25 – Modos de vibração e frequências associadas para o caso de uma viga simplesmente apoiada.

O CEB (boletim nº209, 1991) apresenta uma fórmula simplificada para o cálculo da frequência fundamental de uma passarela, em função do vão da mesma. Esta fórmula foi obtida a partir de resultados experimentais em 67 passarelas de pedestres existentes em todo o mundo.

$$f_1 = 33,6L^{-0.73} \tag{12}$$

Outras fórmulas semelhantes foram deduzidas para a determinação das frequências fundamentais de passarelas construídas em betão, aço ou estruturas mistas. Estas são apresentadas na Tabela II.27.

Tabela II.27 – Fórmulas pa	a cálculo da frequência	fundamental de passarelas	(CEB, 1991).
----------------------------	-------------------------	---------------------------	--------------

Tipo de Construção	Frequência Fundamental (Hz)
Betão	f₁= 39L ^{-0.77}
Aço	f ₁ = 35L ^{-0.73}
Estrutura Mista	f ₁ = 42L ^{-0.84}

O cálculo das frequências fundamentais efectuado de acordo com as expressões da Tabela II.27 fornece resultados mais precisos do que o mesmo cálculo efectuado mediante a aplicação da expressão (12) uma vez que as expressões da Tabela II.27 têm em consideração o tipo de material estrutural utilizado na concepção da ponte, o que não se verifica no caso da expressão (12).

Estudos mostram que os problemas de vibração aumentam em passarelas com vãos a partir de 25 metros e em passarelas de aço com vãos a partir de 35 metros. Além disso, passarelas de pequenos vãos, com frequências naturais que são múltiplos da frequência do passo da actividade andar, também estão sujeitas a problemas de vibração.

Na Tabela II.28 apresentam-se os parâmetros necessários para o cálculo das frequências e o resultado das mesmas para as diversas soluções calculadas.

Tabela II.28 – Parâmetros necessários para o cálculo das frequências associadas aos três primeiros modos de vibração e respectivo valor para as diversas soluções calculadas de acordo com a expressão (10).

Tipo de Solução	Vão L (m)	E (GPa)	I (2 vigas) (m³)	Massa Total (ton/m)	f ₁ (Hz)	f ₂ (Hz)	f ₃ (Hz)
Betão	35,0	32	2,12E-01	3,96	1,68	6,71	15,11
Armado Pré-	27,5	32	4,68E-02	2,35	1,66	6,63	14,91
Esioiçauo	20,0	32	2,16E-02	1,91	2,36	9,45	21,27
	35,0	210	2,17E-02	2,02	1,92	7,67	17,32
Viga de Aço	27,5	210	5,37E-03	1,22	1,90	7,60	17,10
	20,0	210	2,16E-03	1,13	2,49	9,95	22,39
	35,0	210	2,60E-02	1,85	2,20	8,82	19,84
Viga Mista Aço-Betão	27,5	210	5,86E-03	1,16	2,14	8,55	19,25
	20,0	210	2,22E-03	1,05	2,61	10,44	23,49

Na Tabela II.29 apresenta-se uma comparação entre as frequências calculadas de acordo com a expressão (10) para as diversas soluções e o resultado que se obteria por aplicação das curvas de ajuste experimental dadas pela expressão (12) e Tabela II.27 (função do material estrutural da passarela). Com base nas frequências calculadas para cada uma das soluções construíram-se curvas polinomiais do terceiro grau (três pontos) estimando-se assim a frequência para vãos diferentes dos estudados. Na Figura II.26 apresentam-se a representação gráfica das curvas de interpolação associadas às diferentes soluções bem como a representação das curvas de ajuste experimental fornecidas pela equação (12) e Tabela II.27.

Tipo de Solução	Vão L (m)	Expressão (10) f ₁ (Hz)	Expressão (12) f ₁ = 33.6.L ^{-0.73}	Expressão (Tabela II.27) f ₁ = j .L ^{-k}
Betão	35	1,678	2,507	2,524
Armado Pré-	27,5	1,657	2,990	3,039
Esforçado	20	2,364	3,772	3,884
	35	1,925	2,507	2,612
Viga de Aco	27,5	1,900	2,990	3,114
, işo	20	2,487	3,772	3,929
	35	2,205	2,507	2,119
Viga Mista	27,5	2,139	2,990	2,595
, iço Dolao	20	2,610	3,772	3,391

Tabela II.29 – Comparação entre as frequências determinadas com base na expressão (10) e as obtidas com base na expressão (12) e Tabela II.27.

j, k – dependem do material estrutural da passarela.



Figura II.26 – Frequências fundamentais das diversas soluções calculadas e comparação com as fornecidas pela expressão (12) e Tabela II.27.

Tal como é possível constatar dos resultados acima apresentados, existe uma grande discrepância entre as frequências calculadas de acordo com a expressão (10) – expressão exacta, e as frequências calculadas de acordo com as expressões das curvas de ajuste experimental. As frequências obtidas de acordo com as curvas de ajuste experimental são na quase totalidade dos vãos estudados superiores às determinadas por meio da expressão exacta (10).

A utilização destas fórmulas como forma de quantificar a frequência fundamental de uma estrutura ainda que de grande utilização durante a execução de um estudo prévio merece algumas considerações:

- Na cálculo da frequência fundamental de acordo com a expressão (10) figuram 4 variáveis, enquanto que nas expressões das curvas de ajuste experimental apenas Figura o comprimento do vão da passarela. Na verdade, as expressões da Tabela II.27 dependem do tipo de material estrutural adoptado, ou seja, de forma indirecta é considerado o módulo de elasticidade, no entanto, as restantes variáveis são negligenciadas.

- Não existe qualquer informação em relação às pontes para as quais as expressões foram deduzidas, nomeadamente a ordem de grandeza das inércias envolvidas, a ordem de grandeza das massas e ainda quais as condições de fronteira das mesmas. Por exemplo, no que diz respeito ao cálculo da frequência da solução de betão com base na expressão (12) ou na expressão da Tabela II.27, fica-se sem perceber se estas se destinam a estruturas simples de betão armado ou a estruturas de betão armado pré-esforçado.

Se analisarmos em pormenor as diversas frequências do universo amostral (Bachmann, 1995), a partir do qual foram deduzidas as diversas expressões de carácter empírico verificamos que as frequências apresentam grande dispersão. A única conclusão que de facto se pode retirar dos resultados obtidos é que as expressões correspondentes ás curvas de ajuste experimental foram determinadas com base em estruturas menos flexíveis do que as por nós determinadas. Como tal, qualquer tipo de análise/comparação entre os resultados obtidos com base na expressão (10) e os resultados fornecidos pelas curvas de ajuste experimental é desajustado e inconclusivo.

Na maior parte dos casos, o problema da vibração induzida em passarelas não é mais do que um problema de movimento forçado causado pela actividade humana. A frequência média associada ao modo andar é de 2,0 Hz com um desvio padrão de 0,175 Hz. Isto significa que 95% das taxas associadas ao modo andar se situam no intervalo de 1,65 a 2,35 Hz (Bachmann, 1995). As frequências associadas ao segundo e ao terceiro harmónicos do modo andar são respectivamente 4,0Hz e 6,0Hz

Posto isto, com base nas frequências obtidas para cada um dos três projectos de cada solução ajustou-se uma curva polinomial do terceiro grau com o intuito de varrer o campo de frequências de cada solução e assim, identificar as faixas de vãos onde possíveis problemas de vibração possam ocorrer.

75

Na Figura II.25 apresentam-se as curvas de ajuste polinomial obtidas para cada solução bem como a faixa de frequências associadas ao primeiro e segundo harmónicos da actividade Caminhar.







Tal como é possível constatar da Figura II.27 para vão menores a 20 metros não é de esperar que ocorram problemas de vibração em qualquer das soluções, uma vez que as frequências correspondentes a estes vãos encontram-se fora da gama de valores associados tanto ao primeiro como ao segundo modos da actividade andar pelo que, apenas os modos superiores das estruturas serão excitados, e como tal a amplitude das acelerações será pequena.

Ainda com base no gráfico acima apresentado e analisando individualmente cada uma das soluções conclui-se:

No caso da solução em betão armado pré-esforçado, é de esperar que ocorram problemas de vibração para vãos pertencentes ao intervalo [20;27,5] [m], porque a frequência fundamental associada ás estruturas nesta gama de valores encontra-se contida na banda correspondente à actividade caminhar. O "ponto crítico" do intervalo referido situa-se na casa dos 23 metros uma vez que neste ponto, a frequência da estrutura coincide com a frequência média da actividade caminhar – situação mais desfavorável. Para vãos superiores a 27,5 metros a situação altera-se na medida em que as frequências associadas a estes vãos saem

fora do referido intervalo. Assim, para vãos superiores a 27,5 metros não é de esperar que ocorram problemas de vibração neste tipo de solução.

No que diz respeito ás soluções em viga de aço, é de esperar que surjam problemas de vibração para vãos superiores a 21 metros uma vez que a partir deste limite, a frequência fundamental da estrutura entra na faixa de valores associada ao modo caminhar. "O ponto crítico" destas soluções situa-se na casa dos 25 metros.

Raciocínio quase análogo aplica-se ás soluções em viga mista. Neste caso o limite a partir do qual é de esperar que ocorram problemas cifra-se na casa dos 23 metros. Ao contrário das soluções em viga de aço e betão armado pré-esforçado, este tipo de solução não possui um "ponto crítico", ou seja, a curva de ajuste polinomial nunca intercepta a frequência média associada ao modo caminhar, o que, de forma alguma implica uma menor susceptibilidade da estrutura aos fenómenos de vibração.

Em suma, é de concluir que não é expectável a ocorrência de problemas de vibração em qualquer das soluções encontradas para o vão de 20 metros, na medida em que a frequência das 3 soluções encontra-se fora da gama de valores correspondentes à actividade caminhar. A escolher uma delas, tendo apenas como critério de selecção a eventual possibilidade de ocorrência de fenómenos de vibração, escolheríamos a solução em viga mista por ser aquela cuja frequência fundamental mais se afasta dos limites anteriormente definidos.

Já no caso dos restantes vãos estudados, a escolha, com base no mesmo critério, passaria claramente pela adopção da solução em betão armado pré-esforçado. Isto não implica que os restantes projectos sejam inviáveis, longe disso. No entanto ao adoptar-se a solução em betão armado pré-esforçado estaríamos a reduzir à priori a magnitude dos fenómenos de vibração.

Em qualquer dos casos seria necessário efectuar uma análise dinâmica rigorosa das estruturas com o intuito de determinar as máximas acelerações expectáveis e posteriormente comparar os resultados obtidos com os máximos admissíveis de forma a averiguar a viabilidade dos projectos.

III RESPOSTA DINÂMICA DE PASSARELAS DEVIDO À ACTIVIDADE HUMANA (CAMINHAR)

Nesta fase do trabalho vai-se proceder à modelação, por meio de um programa de cálculo automático, da carga gerada pela actividade humana caminhar e avaliação dos seus efeitos sobre passarelas simplesmente apoiadas.

São ainda avaliados os critérios de conforto a serem considerados na fase de projecto de pontes de pedestres, de acordo com as regulamentações internacionais em vigor.

III.1 DESCRIÇÃO MATEMÁTICA DA CARGA GERADA PELA ACTIVIDADE HUMANA

O movimento de um ou vários pedestres sobre uma passarela induz nesta forças dinâmicas e, em alguns casos, vibrações que serão de maior ou menor intensidade consoante o tipo de actividade realizada: caminhar, correr, saltar, dançar, etc. Na Figura III.1 apresenta-se um registro experimental típico da variação no tempo da reacção de apoio de um piso rígido produzida pela força de contacto pedestre-piso durante um passo (Ohlsson, 1982; *apud* Varela, 2004).



Figura III.1 Força do passo e respectiva reacção do piso

Observa-se que a força de contacto é uma função contínua já que não existe perda de contacto do pedestre com a estrutura.

Como qualquer tipo de actividade periódica, a carga humana pode ser representada matematicamente como uma série de Fourier da seguinte forma:

$$F_{p}(t) = G + \sum_{i=1}^{n} G \alpha_{i} \left[sen(i.2\pi f_{p}t - \phi_{i}) \right]$$
(III.1)

Em que:

G - Peso de um Pedestre;

α_i - Coeficiente de Fourier do i-ésimo harmónico;

 $G\alpha_i$ – Amplitude da força do i-ésimo harmónico;

f_p – Frequência fundamental da actividade humana;

 ϕ_i - Diferença de fase do i-ésimo harmónico em relação ao harmónico da frequência fundamental;

i – Número do i-ésimo harmónico;

n - Número de harmónicos considerados;

t – Tempo.

De acordo com RAINER *et al* (1987), ALLEN (1993), BACHMANN *et al* (1995), entre outros, para modelar adequadamente o comportamento da actividade humana, são necessários os três primeiros harmónicos da Série de Fourier. A série de Fourier de 3 termos está ilustrada na Figura III.1. Observa-se que esta função representa bem a força associada ao modo caminhar mas exclui o pico transiente devido ao impacto do calcanhar no piso. Estudos sobre a influência do impacto do calcanhar podem ser encontrados em Varella (2004). No presente trabalho utiliza-se a representação da força do caminhar pela série de Fourier de 3 termos. Assim, expandindo a série da equação III.1 em três termos, substituindo $2.\pi.f_p$ pela frequência angular ω_p e colocando o peso em evidência, obtém-se a seguinte expressão para a função caminhar:

$$F_p(t) = G[1 + \alpha_1 sen\omega_p t + \alpha_2 sen(2\omega_p t - \phi_2) + \alpha_3 sen(3\omega_p - \phi_3)]$$
(III.2)

Os coeficiente de Fourier, α_i e os ângulos de fase, ϕ_i , para várias actividades humanas são apresentadas no boletim nº209 do CEB e foram obtidos a partir de ajustes com medições experimentais. Entretanto, de acordo com a pesquisa elaborada por Teixeira (2000), ainda há entre os invertigadores uma grande discordância entre os coeficientes de Fourier a adoptar, os quais dependem da densidade de pedestres e da frequência fundamental das mesmas. Muitos autores consideram que para simular correctamente o comportamento da actividade humana é necessário considerar o segundo e o terceiro harmónicos enquanto outros consideram que os coeficientes de ordem superior são insignificantes na resposta humana.

No presente trabalho apenas foram adoptados os coeficientes de Fourier, ângulos de fase e frequência fundamental preconizados na norma CEB (1991). Na Tabela III.1 apresentam-se os valores utilizados.

Tabela III.1 – Faixa de frequências, coeficientes de Fourier, ângulos de fase e densidade de pessoas considerada para a actividade caminhar (CEB, 1991).

Actividade	Faixa da Frequência Fundamental (Hz)	α ₁	α2	α ₃	Ø ₂	Ø ₃	Densidade de Projecto (pessoas/m ²)
Andar	1,6 a 2,4	0,4	0,1	0,1	π/2	π/2	1

III.2 RESPOSTA HUMANA A VIBRAÇÕES

A sensibilidade humana a vibrações é bastante apurada. O ser humano pode sentir vibrações com amplitudes tão baixas quanto 0,001 mm. No entanto, a resposta humana à vibração depende muito das circunstâncias em que a mesma ocorre, e da expectativa que se tem em relação à vibração. A sensação de desconforto é diferente por exemplo, quando se está sentado numa cadeira de escritório ou quando se está a conduzir um automóvel.

A sensibilidade humana depende dos seguintes factores:

- Posição do pedestre (sentado, em pé, deitado);
- Direcção de incidência da vibração em relação à espinha dorsal;
- Actividade realizada no momento da vibração (descanso, caminhar, correr);
- Expectativa em relação à vibração;
- Idade e sexo da pessoa;
- Frequência e horário de ocorrência da vibração;
- Tipo de amortecimento da vibração.

A intensidade de percepção da vibração depende dos seguintes factores:

- Amplitudes de deslocamento, velocidade e aceleração da vibração;
- Tempo de Exposição à vibração;
- Frequência da vibração.

A percepção da vibração é proporcional à aceleração quando a frequência de vibração está na faixa de 1Hz a 10 Hz e proporcional à velocidade quando está na faixa de 10Hz a 100Hz. Portanto, para pedestres a caminhar ou a correr sobre uma passarela, é importante verificar as amplitudes de aceleração da estrutura.

Um problema comum decorrente da vibração da passarela é o desconforto causado ao utilizador e o receio em relação à segurança da estrutura, podendo o mesmo, inclusive se

recusar a utilizá-la. Em geral, não existe perigo real de colapso, no entanto, o efeito da vibração em pedestres é um sério problema a ser considerado pelos engenheiros, que deve estar presente desde a fase inicial do projecto, sob pena de o resultado final se tornar uma autêntica catástrofe.

A norma ISO 2631/1 (ano:1985) propõe um gráfico para indicar o tempo limite de exposição a vibrações verticais em função da aceleração máxima da estrutura e do nível de desconforto humano considerado. Desta fazem parte três limites para o desconforto humano:

 $a \rightarrow Redução de conforto sentida em actividades como comer, ler e escrever;$

 $b \rightarrow$ Desconforto acabando por provocar fadiga e reduzindo a eficiência para realizar actividades (redução da eficiência); b = 3,15.a;

 $c \rightarrow M$ áxima vibração tolerável, a partir da qual a saúde e segurança humanas são postas em causa (limite tolerável); c = 6,30.a.

Na Tabela III.2 são apresentados os níveis de percepção para vibrações harmónicas verticais em função das amplitudes, considerando um pedestre em pé sobre a estrutura. Nesta tabela é possível observar os dados resultantes da combinação de valores obtidos por vários autores e também propostos na norma ISO2631/1 (ano:1985).

Tabela III.2 - Níveis de Percepção para Vibrações harmónicas verticais, considerando um pedestre em pé sobre a estrutura (Teixeira,2000)

	Nível de Percepção da Vibração	Frequência de 1Hz a 10Hz Aceleração máx. (m/s ²)
Dedee recultorites de	Pouco Perceptível	0,034
Combinação de Valores obtidos	Claramente Perceptível	0,10
por vários Autores (1995)	Desagradável	0,55
	Intolerável	1,80
ISO 2631/1 (ano:1985)	Limite de redução de Conforto	1,27
Tempo de Exposição = 2 min	Limite de redução de Eficiência	4,00
Frequência = 2 Hz	Limite Tolerável	8,00

Analisando os dados fornecidos no quadro acima há um aspecto que chama de imediato a atenção: a diferença entre os valores limite de cada uma das medidas de percepção. Uma vez mais é necessário ter alguma prudência na escolha dos limites a adoptar e compreender que no primeiro caso não há qualquer tipo de menção ao tempo de exposição enquanto que no segundo caso o tempo de exposição é fixo e vale 2 minutos.

III.3 CRITÉRIOS DE CONFORTO A SEREM CONSIDERADOS DURANTE A FASE DE ELABORAÇÃO DE UM PROJECTO

Na fase de projecto podem-se adoptar procedimentos para evitar que uma estrutura apresente problemas de vibração excessiva em serviço. No entanto convém salientar que não existem metodologias e critérios normativos que permitam de forma clara e objectiva dimensionar uma passarela/ponte tendo como base as acções dinâmicas. Assim, como forma de contornar o problema das acções dinâmicas pode-se adoptar uma das seguintes medidas (Bachmann, 1995):

- Controlo da Frequência Fundamental da estrutura;
- 4 Adopção de uma Rigidez adequada para a estrutura.
- Adopção do coeficiente de Amortecimento adequado,
- Controlo das Amplitudes das Acelerações ou Velocidades induzidas na Ponte;

III.3.1 - LIMITAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS

Tal como já foi referido anteriormente, o problema da vibração induzida em passarelas não é mais do que um problema de movimento forçado causado pela actividade humana. A frequência média associada ao modo caminhar é de 2,0 Hz com um desvio padrão de 0,175 Hz. Isto significa que 95% das taxas associadas ao modo caminhar se situam no intervalo de 1,65 a 2,35 Hz (Bachmann, 1995)

Regra geral, é apenas necessário um número finito de passos para atravessar uma passarela, número este, como é óbvio, dependente da extensão da mesma. Em consequência o movimento é frequentemente de natureza transiente, alcançando-se um estado não estacionário. Algumas passarelas, para não dizer a maioria, têm que acomodar pedestres que correm sobre as mesmas o que se traduz em taxas de frequências que podem ir até 3,5Hz, mas quase nunca ultrapassam este valor. As frequências associadas ao segundo e ao terceiro harmónicos do modo andar são respectivamente 4,0Hz e 6,0Hz. Apenas como carácter informativo de referir que os espectros de força associados aos homens e às mulheres são diferentes (Matsumoto, 1978).

Tendo em conta o que anteriormente foi referido, o controlo das frequências fundamentais pode ser realizado evitando que a frequência fundamental da passarela a ser projectada esteja na faixa de 1,6Hz a 4,5Hz, para não coincidir com as faixas de frequência do 1º e do 2º harmónicos da actividade andar, nem com a frequência fundamental do modo correr. Desta forma, para estruturas com frequência fundamental inferior a 1,6Hz, apenas os modos superiores da estrutura serão "excitados" e como tal a ordem de grandeza das vibrações induzidas serão consideravelmente menores, enquanto que estruturas com frequência fundamental superior a 4,5Hz não serão afectadas pela actividade humana. Postas as coisas nestes termos, parece fácil isolar os problemas dinâmicos da estrutura. No entanto, tal é completamente falso porque como se sabe a frequência fundamental de um estrutura depende

de inúmeros parâmetros que muitas das vezes são difíceis de alterar de forma a isolar este problema. Por exemplo, o vão da estrutura é algo que o projectista não pode alterar e como tal tem que aceitar à priori como um dado adquirido. Em relação à inércia da secção a questão é idêntica pois num mundo competitivo como o que actualmente se vive o grande objectivo é dimensionar de acordo com os regulamentos existentes mas sempre com o menor custo para a estrutura. Ora, como se sabe o dimensionamento de estruturas ainda não preconiza de uma forma concreta e precisa o problema da acção dinâmica pelo que é um aspecto que regra geral ainda não faz parte dos parâmetros de dimensionamento dos projectistas.

III.3.2 - RIGIDEZ DA ESTRUTURA

A Rigidez de uma ponte de pedestres (Força pontual que é necessário aplicar à estrutura de forma a induzir um deslocamento unitário na mesma) é um factor que pode ser avaliado com alguma precisão desde que a restrição oferecida pelos apoios e encontros estejam bem definidas.

De um modo geral, é necessário dotar as estruturas de betão de maior rigidez do que as estruturas de aço. A rigidez destas estruturas encontra-se geralmente compreendida entre 2 a 30 kN/mm (Bachmann, 1985). A Figura III.2 mostra como a resposta máxima de uma estrutura, em termos da aceleração máxima, varia com a rigidez da ponte para um pedestre que anda sobre a mesma com uma frequência natural f₁.



Figura III.2 Resposta de uma ponte em função da rigidez para um pedestre que anda com uma frequência f₁ (Bachmann, 1985).

Assim por exemplo, se o dono da obra impuser como limite máximo admissível 0,7 m/s², então, pode-se concluir pela análise da Figura III.2 que é necessário dotar a estrutura de uma rigidez superior a 8kN/mm de forma a evitar problemas de vibração.

III.3.3 - TAXA DE AMORTECIMENTO DA PASSARELA

O controlo do coeficiente de amortecimento pode ser feito a partir da escolha adequada do material a ser utilizado no projecto da passarela. Para além disto, a redução do coeficiente de impacto da carga e o aumento do amortecimento da estrutura podem ser obtidos com a adopção de pisos cujas características permitam absorver as acções dinâmicas induzidas pelos pedestres reduzindo assim as vibrações na estrutura (pisos de borracha).

As passarelas em aço e betão apresentam baixas taxa de amortecimento, conforme se pode observar na Tabela III.3. Os valores obtidos nesta tabela foram determinados a partir de medições feitas em 43 passarelas construídas no Reino Unido, quando sujeitas à acção de um pedestre que se deslocava em ressonância com cada uma delas (Boletim CEB nº209, 1991).

Tipo de Construção	Taxa de Amortecimento (ξ %)				
	mínima	média	máxima		
Betão Armado	0,8	1,3	2,0		
Betão Pré-Esforçado	0,5	1,0	1,7		
Estruturas Mistas	0,3	0,6	-		
Aço	0,2	0,4	-		

Tabela III.3 – Taxas de amortecimento prováveis para passarelas

A análise da Tabela III.3 mostra claramente que será de esperar mais problemas de vibração excessiva em passarelas feitas de aço do que passarelas feitas de betão. Esta conclusão teve origem no gráfico que se apresenta na Figura III.3. Por exemplo, definindo como limite máximo admissível para a aceleração vertical da estrutura 0,70 m/s², é possível constatar que para que não ocorram problemas de vibração excessiva é necessário que o coeficiente de amortecimento seja superior a 0,006 (decremento logarítmico de \approx 0,04).



Figura III.3 Resposta de uma ponte em função do amortecimento para um pedestre que anda com uma frequência f_1 (Bachmann, 1985).

III.3.4 - ACELERAÇÃO LIMITE EM PASSARELAS

No caso específico de passarelas há recomendações nos códigos BS5400 (1978) e ONT83 (1983), que limitam o nível de aceleração vertical da estrutura causado por pedestres em movimento. O código BS5400 (1978) indica o valor limite de serviço para a aceleração vertical dado pela seguinte expressão:

$$a_{máx} = 0.5 f_1^{0.5} \left[m / s^2 \right]$$
(III.3)

 f_1 = frequência fundamental da estrutura em Hz, que deve ser menor que 5 Hz.

A pior situação que se pode ter no caso de uma passarela é a frequência da estrutura coincidir com a frequência do passo do pedestre. Substituindo na expressão III.3 o valor da frequência fundamental, f₁, por 2,0 Hz, situação em que a frequência do pedestre está em ressonância com a frequência da estrutura, obtém-se para valor máximo admissível da aceleração da estrutura:

$$a_{\text{limite}} = 0.707 m/s^2$$
 (III.3.a)

O código ONT83 (1983) adopta o seguinte valor limite de serviço para a aceleração vertical:

$$a_{\lim ite} = 0.25 f_1 0.78 \left[m / s^2 \right]$$
 (III.4)

A equação proposta no código ONT83 (1983) é mais conservadora que a equação anterior, pois para $f_1 = 2$ Hz, tem-se:

$$a_{\text{limite}} = 0.429 m / s^2$$
 (III.4.a)

De referir, como nota de rodapé que as equações anteriores se referem à excitação provocada por uma pessoa.

III.4 CRITÉRIO SIMPLIFICADO DE CÁLCULO DA ACELERAÇÃO CAUSADA POR UM PEDESTRE EM PASSARELAS

III.4.1 CÁLCULO DO LIMITE SUPERIOR

Uma forma de obter o limite superior de resposta de uma estrutura devido à acção de um pedestre, passa por igualar a frequência natural da estrutura à frequência natural do pedestre, considerando o pedestre a "caminhar" no meio do vão sem se deslocar ao longo do tempo. Considera-se a passarela como um sistema de um grau de liberdade, de massa generalizada *m*, com frequência circular ω_1 , sujeita a uma força harmónica *F(t)*, com amplitude *Ga*, e frequência circular ω_p . O parâmetro *a*_i é escolhido consoante o harmónico da actividade caminhar ou correr com maior relevância para a excitação do modo fundamental da estrutura.

A equação geral do movimento vertical (y) da estrutura é dada por:

$$m \dot{y}(t) + c \dot{y}(t) + Ky(t) = F(t)$$
 (III.5)

Em que as variáveis apresentadas, representam:

y e y - Velocidade e aceleração verticais, respectivamente;

c - Coeficiente de amortecimento viscoso;

k - Rigidez do sistema.

F(t) é dada pelo primeiro harmónico da equação III.2.

$$F(t) = G\alpha sen\omega_p t \tag{II.2.a}$$

A resposta permanente do movimento é dada por:

$$y = \frac{G\alpha}{k} \frac{1}{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2} \Big[(1-\beta^2) sen \omega_p t - 2\xi\beta \cos \omega_p t \Big]$$
(III.6)

Onde: $\beta = \frac{\omega_p}{\omega_1}$

 ω_1 – Frequência circular fundamental não amortecida da estrutura;

 $\frac{G}{k} = y_{st}$ = Deslocamento estático vertical no meio do vão da passarela devido ao peso de um pedestre;

 ξ = Taxa de amortecimento do sistema (do modo de vibração associado à frequência natural ω_1).

A resposta permanente máxima da estrutura é então dada por:

$$y_{máx} = \alpha . y_{st} FAD \tag{III.7}$$

Sendo: $FAD = \frac{1}{\left[(1-\beta^2)^2 + 4\xi^2\beta^2\right]^{\frac{1}{2}}}$ = Factor de ampliação dinâmica da estrutura.

Para a condição de ressonância, ou seja, quando a frequência do pedestre é igual à frequência da estrutura, tem-se que $\omega_p = \omega_1$, e a resposta permanente do movimento toma a forma:

$$y = -\frac{G\alpha}{k} \frac{1}{2\xi} \cos \omega_p t \tag{III.8}$$

O deslocamento máximo do meio do vão da estrutura é obtido substituindo o valor do $\cos\omega_p t$ por 1, obtendo-se então o seguinte valor para o deslocamento máximo:

$$y_{máx} = -\frac{G\alpha}{k} \frac{1}{2\xi}$$
(III.7.a)

Para obter a resposta máxima da estrutura em termos da aceleração vertical do meio vão é necessário derivar duas vezes a equação (III.8) em ordem ao tempo e substituir o valor do co-seno pelo valor unitário.

$$a = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega_p^2 \frac{G\alpha}{k} \frac{1}{2\xi} \Longrightarrow a_{max} = \omega_p^2 y_{max}$$
(III.9)

Esta forma de obter a resposta máxima da estrutura, fornece um resultado muito conservador pois não entra em linha de conta com os seguintes factores:

- A variação da resposta devido ao efeito que o pedestre provoca na passarela à medida que se desloca ao longo da mesma; assume-se que o pedestre "anda sem deslocamento" no meio do vão da passarela, isto é, aplica-se uma carga estática majorada por um factor de carga dinâmica, que é o coeficiente de Fourier α_i.
- O número limitado de passos necessários para o pedestre atravessar a passarela que, muitas vezes é insuficiente para mobilizar toda a massa da estrutura em movimento harmónico.

Na Figura III.4 a curva experimental de acelerações máximas por unidade de força obtidas para diferentes valores de frequência da actividade caminhar é comparada com a curva de resposta em termos de inertância do sistema de um grau de liberdade equivalente, com taxa de amortecimento de 1,4% e frequência natural igual a 2,03Hz. As acelerações foram normalizadas em relação ao peso do pedestre multiplicado pelo coeficiente de Fourier da carga dinâmica aplicado para cada frequência da actividade caminhar considerada.





Pode-se constar da análise do gráfico que quando a frequência do pedestre está em ressonância com a frequência da estrutura, ou se encontra na vizinhança desta, a resposta permanente considerando o sistema de um grau de liberdade sujeito a uma força harmónica no meio vão, é bastante superior à mesma resposta quando obtida por meios de resultados experimentais. No entanto, acima e abaixo da vizinhança da frequência de ressonância, a resposta experimental é ligeiramente superior. Isto ocorre devido à resposta transiente incluída nas medições experimentais.

III.4.2 - CÁLCULO SUGERIDO NOS CÓDIGOS BS5400 E ONT83 PARA A RESPOSTA MÁXIMA DEVIDA A UM PEDESTRE

As normas BS5400 e ONT83 sugerem a equação III.10 para o cálculo da aceleração vertical máxima de um pedestre que se desloca em ressonância com a passarela. De referir o grau de aplicabilidade desta fórmula se limita a passarelas com o máximo 3 vãos.

$$a_{máx} = 4\pi^2 f_1^2 y_{st} K \Psi \left[m/s^2 \right]$$
(III.10)

Onde

 f_1 – frequência fundamental da estrutura $[H_z]$;

 y_{st} – deslocamento estático máximo [m] no meio do vão da passarela devido ao peso de um pedestre (700 N);

 ψ – Factor de resposta dinâmica obtido com base no gráfico que se apresenta na Figura III.5;

K – Factor de configuração. O factor de configuração toma o valor unitário para passarelas com vão únicos, 0.7 para passarelas com dois vãos e valores compreendidos no intervalo [0,6;0,9] para passarelas com três vãos. O valor da aceleração máxima fornecido por esta fórmula deve ser comparado com o máximo admissível calculado por meio das expressões III.3.a e III.4.a.



Figura III.5 – Factor de Resposta dinâmica em função do comprimento do vão e da taxa de amortecimento ξ da estrutura (Bachmann, 1985).

Uma análise da equação III.10 permite constatar que esta é em tudo semelhante à equação III.9, multiplicada pelo factor de resposta estática, $\boldsymbol{\psi}$, considerando o movimento do pedestre ao longo da passarela e o efeito do número limitado de passos.

Pode-se constatar da análise do gráfico correspondente ao factor de resposta dinâmica que o mesmo não é adimensional. Este gráfico diz respeito a uma situação específica de uma determinada estrutura com uma dada frequência natural para o caso de um pedestre que se desloca em ressonância com a mesma, a uma determinada velocidade.

Para a construção do gráfico do factor de resposta dinâmica considerou-se a carga produzida por um pedestre como a força dinâmica F(t) e a velocidade do pedestre traduzidas pelas seguintes expressões respectivamente:

$$F(t) = 180sen(2\pi . f_1 t) [N]$$
(III.11)

$$v = 0.9 f_1 [m/s]$$

O factor G α = 180N é válido para um valor do coeficiente α para uma pessoa de peso igual a 700N.

III.4.3 - CÁLCULO SUGERIDO POR RAINER ET AL (1987), PARA UM PEDESTRE

Um método mais detalhado e racional para o cálculo da resposta de pontes de pedestres é descrito da seguinte forma:

$$a = 4\pi^2 f_1^2 . y. \alpha. \Phi \left[m/s^2 \right]$$
(III.12)

Onde:

Φ = Factor de ampliação dinâmica para um pedestre, que é obtido por meio do gráfico da Figura III.6. Este valor tem em consideração os dois factores não contabilizados no método simplificado para cálculo da aceleração máxima da estrutura.



Figura III.6 – Curvas propostas por Rainer et al (1987) para a obtenção do factor de amplificação dinâmica \u03c6 em função do número de ciclos por vão e da taxa de amortecimento da estrutura.

A abcissa do gráfico da Figura III.6 corresponde ao número de ciclos por vão, que não é mais do que o número de passos que o pedestre necessita para atravessar a passarela multiplicado pelo número do harmónico da carga humana considerada.

O factor de ampliação Dinâmica Φ a ser considerado é menor que o factor de ampliação dinâmica FAD considerado na obtenção da resposta permanente de um sistema de

um grau de liberdade sujeito a uma carga harmónica. No entanto, à medida que o número de ciclos aumenta, o factor Φ tende para o valor de FAD.

A expressão acima apresentada para calcular o pico da aceleração máxima resultante da passagem de um pedestre na passarela, é idêntica à expressão preconizada na norma BS5400 e ONT83, mas com uma ligeira modificação.

O valor de pico calculado para a resposta da estrutura obtido da actividade caminhar é posteriormente comparado com o limite máximo admissível dado pelas normas BS5400 e ONT83.

Este método para calcular a resposta máxima induzida por um pedestre, tem a vantagem de permitir a introdução dos coeficientes de Fourier das funções de força associadas tanto ao modo caminhar como ao modo correr. Para além disso, pode ser aplicado para qualquer harmónico das actividades caminhar e correr, pois as suas curvas são obtidas para um valor unitário do coeficiente da carga dinâmica α .

III.5 EFEITO DE MUITOS PEDESTRES NA PASSARELA

É necessário levar em conta algumas considerações para determinar a resposta máxima da estrutura no caso da entrada aleatória de diversos pedestres com frequência fundamentais também aleatórias. Se adoptarmos uma distribuição de Poisson para o tempo de entrada de cada pedestre pode-se adoptar um coeficiente de ampliação equivalente, *m*, dado pela raiz quadrada do número de pedestres que se deslocam ao longo da passarela tal como se apresenta na equação III.10 (Matsumoto, 1978).

$$F_{ampliação} = m = \sqrt{n} \tag{III.13}$$

Posteriormente, este factor de ampliação é aplicado à resposta provocada por um único pedestre, obtendo-se assim a resposta global da estrutura. Não existe confirmação experimental da validade desta expressão, apesar de alguns estudos efectuados por meio de simulações computacionais corroborarem a expressão apresentada.

III.6 MODELAÇÃO COMPUTACIONAL DA PASSARELA SOB A ACÇÃO DO CAMINHAR DE UM PEDESTRE

Neste item foi modelada a resposta dinâmica de uma passarela devido ao atravessamento de um pedestre de forma a averiguar a validade dos resultados fornecidos pelo programa de cálculo automático SAP2000 por comparação com os resultados obtidos por Teixeira (2000).

A passarela em questão apresenta 30 metros de comprimento e uma frequência fundamental f₁ igual a 2,0 Hz. A análise da passarela foi efectuada mediante a utilização de um

modelo unidimensional por meio de elemento de barra. Para a secção transversal da passarela foram adoptados dois perfis em I de aço, cuja altura representava aproximadamente $\frac{1}{15}$ do comprimento do vão. As propriedades estáticas das vigas de aço utilizadas para modelar a passarela são dadas na Tabela III.4.

Área dois Perfis
(cm²)Inércia dois Perfis
(cm⁴)Módulo de
Elasticidade (kN/m²)4062368,5x10³205x106

Tabela III.4 – Propriedades físicas e geométricas da passarela.

A massa específica da passarela foi adoptada, de modo a que a frequência fundamental desta fosse igual a 2,0 Hz.

$$\omega_1 = \pi^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} \Rightarrow \overline{m} = \frac{EI.\pi^4}{L_4 \omega_1^2} \Rightarrow \overline{m} = 3,698 \quad ton/m$$

No modelo esta massa foi aplicada concentrada nos nós. Para esta análise considerouse a passarela com taxa de amortecimento ξ igual a 0,005 e a força dinâmica provocada pelo pedestre dada pela equação III.2. Antes de passar à descrição da modelação propriamente dita é necessário salientar as hipóteses adoptadas para a modelação da estrutura:

- Considerou-se que o sentido de entrada do pedestre se fazia da esquerda para a direita, no entanto a adopção do sentido inverso, não alteraria em nada a resposta máxima da estrutura;
- Peso do pedestre igual a 0,75 kN;
- Frequência circular do pedestre em ressonância com a frequência da estrutura, ou seja, ω_p = 12,56 rad/s;
- Comprimento do passo igual a 0,7 metros. De notar que podia ter sido adoptado qualquer valor contido no intervalo [0,7;0,9] [m].
- Foram adoptados os coeficientes de Fourier e ângulos de fase da Tabela III.1.

Posto isto, efectuou-se a vibração livre do modelo da passarela e averiguou-se se a frequência da mesma estava de acordo com a frequência de cálculo adoptada por hipótese, ou se por conseguinte, seria necessário proceder ao reajuste do valor da massa obtido matematicamente. O resultado obtido de acordo com o programa foi altamente satisfatório, pois obteve-se para a frequência fundamental da estrutura o valor de f₁ = 1,999 Hz.

Para considerar a carga humana a deslocar-se ao longo da passarela, a estrutura foi discretizada em elementos de comprimento igual ao passo do pedestre. Assim e tendo em conta que a estrutura apresenta uma extensão de 30 metros de comprimento e que o

comprimento do passo é igual a 0,7 metros foi necessário discretizar a estrutura em 45 nós, ou seja, em 44 segmentos:

 n° Segmentos = $\frac{30}{0,7}$ = 42,85 \Rightarrow 42 Segmentos com 0,7 metros de largura, sobrando dois

segmentos com 0,3 metros cada.

A Figura III.7 apresenta o modelo da passarela e a numeração adoptada para os diferentes nós da estrutura. A numeração inicia-se no segundo nó da estrutura e termina no penúltimo, isto porque quando o pedestre se encontra sobre os nós de extremidade, a força induzida por este vai directamente para os sistemas de apoios não induzindo qualquer aceleração na estrutura.



Figura III.7 – Modelo da viga e numeração nodal.

As figuras III.8 ilustram o procedimento adoptado para se analisar a passarela sob a acção do caminhar de um pedestre utilizando o programa de cálculo automático SAP2000. Como o programa não permite a variação ao longo do tempo da distribuição espacial da carga, a análise foi realizada por sobreposição ao longo do tempo das respostas (em termos de deslocamento e aceleração no meio do vão) devidas às forças dinâmicas representativas do passo do pedestre. A cada passo foi associado um caso de carregamento para o qual a carga foi aplicada em um determinado nó, sendo a variação da sua intensidade no decorrer do tempo fornecida por uma tabela de força x tempo. Assim, o primeiro caso de carga corresponde ao primeiro passo do pedestre, associado ao nó 1 com a função de força ilustrada na Figura III.8.a. A força devida ao segundo passo está aplicada no nó 2 já que a viga foi discretizada em a mesma forma da força devida ao primeiro passo, porém, tem início no tempo t = 0,5s (Figura III.8.b). São necessários 43 casos de carga para definir completamente a passagem do pedestre.



Figura III.8.a,b e c – Função força do passo do pedestre associada aos nós: 1, 2 e 43 (último).

A Tabela III.5 indica os valores da função força do 1º passo do pedestre no decorrer do tempo.

Tempo (s)	Load 1	Tempo (s)	Load 1
<i>t</i> (s)	$F_p(t)$ (kN)	<i>t</i> (s)	$F_p(t)$ (kN)
0,000	0,6000	0,275	0,6407
0,025	0,7379	0,300	0,5273
0,050	0,9263	0,325	0,4591
0,075	1,0872	0,350	0,4647
0,100	1,1567	0,375	0,5250
0,125	1,1250	0,400	0,5860
0,150	1,0353	0,425	0,6018
0,175	0,9446	0,450	0,5737
0,200	0,8800	0,475	0,5525
0,225	0,8261	0,500	0,6000
0,250	0,7500	$0,5 < t \le 22$	0,0000

Tabela III.5 – Função força x tempo do 1º passo do pedestre.

Tal como se pode constatar desta tabela, a variável tempo, da função força do passo tem como limite superior t = 22 segundos, correspondendo este valor ao instante em que o pedestre abandona a passarela, ou seja, o pedestre necessita de exactamente 22 segundos para atravessar a passarela.

$$t^{Atravessamento} = n^{\circ} Segmentos * \frac{1}{f_p} = 44 * 0,5 = 22 segundos$$

Da análise da mesma tabela é ainda possível verificar que a função força do passo do pedestre apresenta valores diferentes de zero para t $\leq 0,5$ segundos correspondendo este limite ao instante em que a força do passo se transfere do primeiro para o segundo nó. A unidade principal da variável tempo é 0,025 segundos. É necessário recorrer a uma unidade principal pequena de forma a não perder os principais picos da função força do passo e por conseguinte não obter uma reposta subestimada da estrutura.

A determinação da resposta global da estrutura consistiu na determinação individual e independente da resposta da estrutura associada à aplicação individual de cada uma das forças nodais anteriormente descritas e numa fase posterior realizada a sobreposição das diferentes respostas individuais. Isto pode ser feito de forma automática no programa de cálculo automático definindo um caso de análise do tipo "História no Tempo" onde se combinam as respostas associadas a cada uma das forças aplicadas nos diferentes nós. Na Figura III.9 pode-se observar de forma mais clara o procedimento adoptado.

Analysis Case Name Sobreposicao	Set Def Name	Analysis Case Type	•
Initial Conditions Cero Initial Conditions - Start from Unstress Continue from State at End of Modal Histo Important Note: Loads from this previous current case	ry	Analysis Type C Linear Nonlinear Time History Motion	Time History Type Modal Direct Integration Type
Modal Analysis Case Use Modes from Case	MODAL	C Periodic	¥ 01000
Load Type Load Name Function Load LOAD1 LOAD1 Load LOAD1 LOAD1 Load LOAD1 LOAD1 Load LOAD3 LOAD3 Load LOAD3 LOAD3 Load LOAD4 LOAD4 LOAD5 VOAD5 Load VOAD5 VOAD6	on Scale Factor 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1.	Add Modify Delete	

Figura III.9 - Definição da sobreposição dos diferentes casos de carga.

III.7 RESULTADOS OBTIDOS PARA A ACÇÃO DE UM PEDESTRE EM RESSONÂNCIA COM A PASSARELA

A Figura III.10 apresenta a aceleração no meio do vão da passarela com 30 metros de comprimento, com frequência fundamental f_1 igual a 2.0 Hz, quando um pedestre se desloca em ressonância com a mesma.



Figura III.10 – Aceleração vertical no meio do vão da passarela com 30 metros de comprimento devidas a um pedestre que se desloca em ressonância com a estrutura

Assim, obteve-se para a resposta máxima da estrutura uma aceleração de **0.2613** m/s^2 . Comparando este resultado com o resultado fornecido por Teixeira (2000) - $a_{max} = 0,275$ m/s², concluí-se que a análise e resultados fornecidos pelo Programa de Cálculo automático foram bastante satisfatórios uma vez que o erro cometido situou-se na casa dos 5%.

$$erro_{cometido} = \frac{0,275 - 0,2613}{0,2613} * 100 = 5,24\%$$

Outro parâmetro que permitiu corroborar a boa modelação e resultados obtidos pelo programa de cálculo automático foi o cálculo do factor de ampliação dinâmica, ϕ da equação III.13 obtido para a estrutura e posterior comparação com o da Figura III.6.

O deslocamento estático da estrutura quando um pedestre se encontra a meio vão é dado pela seguinte expressão:

$$y_{estático} = \frac{PL^3}{48EI} = \frac{0.75 * 30^3}{48 * 205 x 10^6 * 2.37 x 10^{-2}} = 8,68 x 10^{-5} m$$

Tem se então:

$$\phi = \frac{a_{máx}}{4\pi^2 f_1^2 \alpha . y_{st}} = \frac{0.2613}{4\pi^2 * 2^2 * 0.4 * 8.68 * 10^{-5}} \approx 48$$



Figura III.11 – Comparação entre o resultado obtido e extraído do gráfico da Figura III.6

Comparando o resultado obtido com o extraído da Figura III.6, tal como representado na Figura III.11, verifica-se que o valor obtido para o factor de ampliação dinâmica está bastante próximo do resultado esperado (igual a 51 no gráfico da Figura III.6).

Posto isto, é de concluir que os resultados fornecidos pelo programa de cálculo automático foram bastante satisfatórios.

Dada a validade dos resultados obtidos foi ainda realizada a análise do efeito do coeficiente de amortecimento na resposta da estrutura. Assim, reanalisou-se a estrutura, substituindo o valor do coeficiente de amortecimento, por 1%.

Como era de esperar, o valor da aceleração máxima da estrutura reduz-se substancialmente. Neste caso, a redução da aceleração máxima da estrutura cifra-se na casa dos 33 %.

$$\%_{redução-aceleração} = \frac{2.613 - 1.959}{1.959} * 100 \approx 33.4\%$$

Este resultado mostra claramente o papel fundamental que o coeficiente de amortecimento desempenha na resposta da estrutura, e mostra ainda que um controlo adequado do mesmo pode isolar os problemas dinâmicos evitando assim um mau comportamento da estrutura durante a fase de serviço.

IV Avaliação do Comportamento Dinâmico de Passarela por meio de simulação de Monte Carlo

IV.1 INTRODUÇÃO

Uma vez conhecida a resposta dinâmica de uma passarela devido ao caminhar de um pedestre (item III.7), o grande objectivo deste novo capítulo é a síntese do efeito de muitos pedestres a deslocarem-se sobre uma das passarelas dimensionadas anteriormente por meio de Simulações de Monte Carlo.

Quando se usa a palavra simulação está-se a referir a qualquer método analítico que pretenda traduzir a realidade, especialmente quando outros tipos de análise são demasiado complexos para o efeito. Sem a ajuda da simulação a análise de uma determinada realidade apenas nos permitiria obter o resultado mais provável ou quanto muito o valor médio. É nesta linha de raciocínio que surge a Simulação de Monte Carlo.

No método de Monte Carlo, o cálculo analítico da densidade de probabilidade e dos parâmetros associados a um certo estado-limite (no caso o estado limite de vibrações excessivas em passarelas) é substituído pela análise estatística de um grande número de avaliações da função estado-limite (no caso o valor máximo de aceleração) efectuadas a partir de conjuntos de valores possíveis das variáveis aleatórias envolvidas (Schneider, 1997).

Assim o processo de selecção aleatório é repetido muitas vezes de forma a criar cenários múltiplos. Cada vez que um conjunto de valores é seleccionado aleatoriamente, gera-se um cenário possível e respectiva solução. Juntos, estes cenários dão uma escala das soluções possíveis, algumas de que são mais prováveis e algumas menos prováveis. Quando repetida para muitos cenários (10.000 ou mais), a solução média dará uma resposta (www.visionengineer.com).

Foi escolhida para o caso a passarela de aço correspondente ao vão de 35 metros por ser a estrutura cuja frequência principal mais se aproximava da frequência fundamental associada ao modo caminhar, e por conseguinte, ser a passarela onde era de esperar maiores problemas dinâmicos. Com o intuito de simular os cenários mais desfavoráveis, a massa da estrutura foi ajustada de modo a que a frequência da estrutura igualasse a frequência média associada ao modo Caminhar. Assim, tomou-se $f_e = 2,0$ Hz.

Os dados referentes à estrutura são considerados conhecidos: vão, frequência natural do primeiro modo, taxa de amortecimento, etc.

As variáveis aleatórias associadas à descrição das cargas devidas às pedestres são:

- O número de pedestres que atravessam a passarela;
- O peso de cada pedestre (G);
- A frequência do passo do pedestre (f_p);
- O comprimento do passo do pedestre;

- Sentido do caminhar (de uma extremidade à outra da passarela);
- Tempo de entrada na passarela (Tent);

Como o objectivo da simulação é obter-se a estatística de valores extremos de aceleração, todos os cenários foram gerados considerando-se um número máximo de pedestres atravessando a passarela em caminhar normal. Admitindo-se que a distância que separa dois pedestres que se deslocam consecutivamente é de dois metros, obtém-se 17 conjuntos de pedestres ($\frac{35}{2} \approx 17$) a deslocarem-se ao longo da passarela. Por outro lado, dada a grande largura do tabuleiro (largura útil de rodagem igual a 2,8 metros) é possível que três pedestres se desloquem em sintonia. Assim, o número máximo de pedestres que se podem deslocar ao mesmo tempo na passarela é 51 (17*3 = 51) pedestres.

O comprimento do passo (I) dos pedestres varia entre 0,7 e 0,9 metros (Varella, 2004). De acordo com os resultados obtidos por Teixeira (2000) a aceleração máxima de uma passarela de 30 metros devida a um pedestre com I = 0,90 m foi 15 % menor do que aquela devida a um pedestre com I = 0,70 m, ambos com as mesmas frequências. Esta variação foi considerada pequena face ás variações devidas à frequência do passo e por isso o comprimento I do passo foi tomado igual ao valor médio, ou seja, 0,8 m.

Em relação ao sentido de travessia adoptou-se um único sentido já que o fluxo em ambos os sentidos em geral produz reduções de velocidade dos pedestres e com isso não se configurariam cenários para extremos de aceleração da passarela.

As variáveis tomadas como aleatórias nas simulações são, então, o peso dos pedestres e o seu tempo de entrada, ambas com distribuições uniformes de probabilidade e a frequência do passo f_p com distribuição normal.

IV.2 – Metodologias para Simulação da resposta dinâmica da passarela para muitos Pedestres

As etapas cumpridas para se determinar a aceleração máxima da passarela sob acção de muitos pedestres podem ser resumidas a seguir:

 a) Determinação da resposta da passarela para travessia de um pedestre de peso G unitário com as seguintes frequências f_p normalizadas em relação à frequência da estrutura f_e:

1,15	1,10	1,05	1,04	1,03	1,02	1,01	1,00
0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,90	0,85	

 b) Geração de números aleatórios, realizações das variáveis aleatórias do problema; peso G_i de cada pedestre, tempo de entrada Tent,_i e frequência de cada pedestre f_{pi}, sendo i =1,51 pedestres; c) Sobreposição das correspondentes respostas individuais da alínea (a) multiplicadas pelos pesos dos pedestres e desfasadas no tempo em função do tempo de entrada;

d) Determinação da aceleração máxima.

As etapas (a) até (d) configuram a simulação de um possível cenário para extremos de aceleração vertical e são repetidas um número muito grande de vezes para que se possa posteriormente realizar uma análise estatística da aceleração máxima.

Para as etapas (b) a (d) foi elaborado um programa em linguagem Fortran, aqui denominado PESSOAS.

RESPOSTA PARA 1 PEDESTRE COM DIFERENTES RELAÇÕES DE FREQUÊNCIA F₂/F₅

O primeiro passo para a resolução da alínea (a) passou pela modelação da estrutura mediante a utilização do programa de cálculo automático SAP2000. A metodologia seguida foi exactamente a mesma descrita no Capítulo III.

Para esta análise considerou-se a passarela com taxa de amortecimento ξ igual a 0,005 e a força dinâmica provocada pelo pedestre expressa de acordo com a equação III.2. O peso do pedestre foi arbitrado, por conveniência, igual à unidade, G = 1.0 kN.

Para considerar a carga humana a deslocar-se ao longo da estrutura foi necessário, uma vez mais, discretizar a mesma em nós sequenciais. Assim e tendo em conta que a estrutura apresenta uma extensão de 35 metros de comprimento e que o comprimento do passo é igual a 0,8 metros foi necessário discretizar a estrutura em 46 nós, ou seja, em 45 segmentos.

 $N^{\circ}Segmentos = \frac{35}{0,8} = 43,75 \Rightarrow 43$ Segmentos com 0,8 metros de largura, mais dois

segmentos extremos com 0,3 metros cada.

O procedimento é o mesmo descrito no Capítulo III com a seguinte diferença:

No capítulo anterior foi determinada a resposta global da estrutura em termos de Aceleração vs Tempo quando o pedestre se deslocava em ressonância com a mesma e neste capítulo foram determinadas as respostas para diversas relações entre a frequência fundamental do pedestre e a frequência da estrutura. Em termos práticos, a grande diferença em termos de modelação consiste em introduzir novas funções Fp(t) consoante a relação entre a frequência do pedestre e a frequência da estrutura, ou seja, associar a cada força nodal unitária uma função Fp(t) que vai depender da frequência do pedestre.

A Tabela IV.1 e a Figura IV.1 apresentam as respostas em termos de aceleração máxima da estrutura obtendo-se os seguintes resultados:

f _p ∕f _e	A _{máx} (m/s²)	ldentificação do Arquivo
1,15	0,059	F115
1,10	0,082	F110
1,05	0,155	F105
1,04	0,210	F104
1,03	0,293	F103
1,02	0,422	F102
1,01	0,581	F101
1,00	0,648	F1

f _p /f _e	A _{máx} (m/s²)	Identificação do Arquivo
0,99	0,555	F99
0,98	0,407	F98
0,97	0,271	F97
0,96	0,186	F96
0,95	0,133	F95
0,90	0,066	F90
0,85	0,042	F85



Figura IV.1 – Aceleração máxima induzida por um pedestre numa passarela (2 Hz) para diversas frequências associadas ao modo andar

Tal como é possível constatar da análise da Figura IV.1, pequenas variações na razão entre a frequência do pedestre e a frequência da estrutura diminuem substancialmente as amplitudes da resposta.

Tabela IV.1 – Aceleração máxima da estrutura em função da frequência do pedestre; Identificação do nome do arquivo onde foram armazenados os resultados.

De realçar que os resultados apresentados na Tabela IV.1 e no Gráfico IV.1 foram determinados para um peso do pedestre igual à unidade. Ainda Tabela IV.1 é possível identificar uma terceira coluna denominada por "NOME DO ARQUIVO". Esta coluna identifica os nomes dos ficheiros onde foram armazenadas as várias respostas obtidas para as diversas relações entre as frequências da estrutura e do pedestre. Estas respostas vão servir, como se verá um pouco mais à frente, de base para a determinação da resposta da estrutura devido à entrada aleatória de pedestres na passarela.

As figuras IV.2a-o apresentam os gráficos da aceleração da estrutura vs Tempo associados ás diversas relações entre a frequência da estrutura e do pedestre:



a) $f_p/f_e = 1,15$



b) $f_p/f_e = 1,10$

c) $f_p/f_e = 1,05$


d)
$$f_p/f_e = 1.04$$

e) $f_p/f_e = 1,03$



f) $f_p/f_e = 1,02$

g) $f_p/f_e = 1.01$









k)
$$f_p/f_e = 0.97$$



I) $f_p/f_e = 0.96$





n) $f_p/f_e = 0,90$



Figura IV.2 – Representação gráfica da aceleração máxima da passarela para diversas relações $de \ f_{\rm p}/f_{\rm e}.$

Para a análise do efeito da entrada aleatória de pessoas na passarela, elaborou-se um programa auxiliar denominado PESSOAS em linguagem Fortran. Tendo como dados de entrada o número de pedestres e o número de cenários, o programa gera um conjunto de números aleatórios para cada pedestre, cujas variáveis são:

- Tempo de entrada do pedestre na passarela TENT [s];
- Peso da pedestre PESO [kN];
- Frequência fundamental da pedestre FP [Hz].

Nesta primeira fase considerou-se o número de cenários, NCEN, igual a 1. Tal como já foi anteriormente referido, na geração dos números aleatórios adoptou-se uma distribuição probabilística normal para as frequências fundamentais dos pedestres (verificadas experimentalmente por Matsumoto (1978)) e distribuições uniformes para o tempo de entrada e para o peso dos pedestres que foram limitadas em faixas de valores possíveis. As faixas de valores consideradas apresentam-se na Tabela IV.2

Tabela IV.2 – Faixas de valores consideradas para as variáveis aleatórias

Variável Aleatória	Unidade	Faixa Considerada	Distribuição de Probabilidade
Tempo de Entrada (TENT)	S	0 ≤ TENT ≤ 30	Uniforme
Peso de um Pedestre (PESO)	kN	0,60 ≤ PESO ≤ 0,90	Uniforme
Frequência Fundamental dos Pedestres (FP)	Hz	1,6 ≤ FP ≤ 2,4	Normal

O limite superior da variável tempo de entrada foi determinado considerando o caso extremo do primeiro pedestre a entrar na passarela o fazer com uma frequência de 1,6 Hz. Neste caso o pedestre demoraria cerca 28,1 segundos a atravessar a passarela

 $(Tempo = n^{\circ}Segmentos*\frac{1}{f_p} = 45*\frac{1}{1,6} = 28,1 \ segundos)$ o que em números redondos dá origem aos 30

segundos considerados.

Para as distribuições uniforme de probabilidade utilizou-se o algoritmo gerador de números aleatórios do Fortran (RAND) que fornece números entre 0 e 1. Os números aleatórios da distribuição normal para a frequência f_p foram gerados em planilha de Excel e lidos pelo programa

Para cada um dos 51 pedestres tem-se então uma frequência fundamental, f_{pi}, um tempo de entrada, Tent_i, e um Peso, P_i, do seguinte modo:

 $f_{pi} = x$, tal que 1,6 Hz $\leq X \leq 2,4$ Hz

 $Peso_i = Peso_{min} + j.(Peso_{max} - Peso_{min})$

Em que:

i – Identificação do pedestre que se desloca ao longo da passarela;

j, k – Números aleatórios entre [0;1] gerados pelo programa;

Em seguida, o programa calcula a razão de frequências dividindo f_{pi} pelo valor da frequência da estrutura, f_e, que neste caso é 2 Hz. Com o resultado é feita a selecção de um dos ficheiros relacionados na Tabela IV.1 de acordo com a relação f_p/f_e que mais se aproxima da razão obtida (por exemplo se a razão de frequências for 0,9725 o programa selecciona o ficheiro correspondente à razão f_p/f_e = 0,97). Ainda de salientar que para qualquer valor da relação f_p/f_e \leq 0,85 o programa vai conservadoramente seleccionar o ficheiro correspondente a f_p/f_e = 0,85. Isto porque se atendermos ao gráfico da Figura IV.4, constata-se que a aceleração induzida na estrutura para uma relação de f_p/f_e = 0,85 já é tão baixa comparativamente com as outras relações apresentadas que considerar valores inferiores a este limite, pouco ou nada vai alterar a resposta final da estrutura. Raciocino análogo se aplica para qualquer valor de relação f_p/f_e \geq 1,15. Neste caso o programa selecciona o ficheiro correspondente a f_p/f_e = 1,15.

A resposta final da estrutura vai ser dada pela seguinte expressão:

$$a(t) = \sum_{i=1}^{51} Peso_i * a(Tent_i)$$

Onde a(Tent_i) é a resposta em aceleração de um pedestre dada no ficheiro correspondente à relação de frequências desfasada pelo tempo de entrada, Tent_i.

A Figura IV.3 apresenta o resultado em termos de aceleração da passarela no meio do vão para a travessia de dois pedestres com os seguintes dados

Pedestre 1 $G_1 = 0,63 \text{ kN}$ $f_{p1} = 2,22 \text{ Hz}$ Tent_1 = 0,0007 sPedestres 2 $G_2 = 0,87 \text{ kN}$ $f_{p2} = 1,85 \text{ Hz}$ Tent_2 = 18,0406 s

Calculando as relações de frequência obtém-se os valores 0,875 e 0,920 para os pedestres 1 e 2 respectivamente. As respostas individuais para estes dois casos encontram-se na Figura IV.2.f) as quais são respectivamente multiplicadas por G1 e G2 e combinadas com as desfasagens devidas aos tempos de entrada resultando na resposta da Figura IV.3



Figura IV.3 – Resposta da passarela devido ao atravessamento de dois pedestres com pesos, frequências próprias e tempos de entrada aleatórios.

O valor máximo da resposta obtida para o atravessamento dos dois pedestres foi de: $a_{máx}$ = 0,058 m/s².

Na Figura IV.4 ilustra-se a resposta referente à travessia de 51 pedestres, o que corresponde a um cenário. Neste caso o valor máximo de aceleração no meio do vão foi de $a_{máx} = 1,26 \text{ m/s}^2$.





IV.4 RESULTADO DAS SIMULAÇÕES

Para a Geração dos 100, 200, 1000 e 2000 cenários mudou-se um dos dados de input do programa, igualando a variável NCEN a 100, 200, 1000 e finamente a 2000. Determinou-se a aceleração máxima de cada um dos cenários e por conseguinte a máxima resposta absoluta da estrutura e construíram-se histogramas com os resultados obtidos para determinar qual o tipo de distribuição que melhor se ajustava aos resultados obtidos.



Nas figuras IV.5-8 e correspondentes Tabelas IV.3 apresentam-se os resultados obtidos.

Figura IV.5 – Histograma construído com base no resultado obtido para NCEN = 100.



Figura IV.6 – Histograma construído com base no resultado obtido para NCEN = 200.



Figura IV.7 – Histograma construído com base no resultado obtido para NCEN = 1000.



Figura IV.8 – Histograma construído com base no resultado obtido para NCEN = 2000.

Nº de Cenários Considerado (NCEN)	Média Aceleração (m/s ²)	Desvio Padrão Aceleração (m/s²)	Máxima aceleração verificada NCEN (m/s ²)
100	1,34	0,40	2,45
200	1,38	0,40	2,48
1000	1,37	0,38	2,65
2000	1,40	0,40	3,75

Tabela IV.3 – Características das distribuições construídas com base nos NCEN.

Pela análise das figuras IV.5-8 constata-se que à medida que o número de cenários aumenta, os resultados tendem a estabilizar em torno da distribuição que representa a resposta da passarela. Observa-se que este tende para distribuições típicas de valores extremos tais como: distribuições de Gumbel e de Weibul.

Observa-se na Tabela IV.3 que os valores médios das acelerações máximas parecem estabilizar-se em torno de valores que rondam 1,4 m/s², valor este que será utilizado mais adiante para avaliar a adequação de passarela ao Estado Limite de Utilização

Com base nos resultados obtidos, conclui-se que são necessários mais estudos que permitam determinar qual o tipo de distribuição que melhor representa a resposta em causa e consequentemente o valor característico da aceleração.

Uma decisão conclusiva deverá sempre levar em conta o período de retorno associado ao valor médio das acelerações máximas, o qual depende de inúmeros factores tais como: localização da passarela, fluxo de pessoas espectável, etc.

O critério de aceitação da passarela dependerá sempre do que o dono de obra (por motu próprio ou imposto) definir como sendo o limite a aplicar à estrutura. No presente trabalho, uma vez que não existe qualquer entidade que defina qual o critério a adoptar, utilizou-se o valor médio das acelerações máximas verificadas nos NCEN e comparou-se com os limites preconizados nos códigos em vigor

Adoptando-se os limites prescritos na norma ISSO 2631/1 (1985) consta-se que, o Limite Tolerável é cumprido em larga margem (Tabela III.2 – $a_{máx} = 8,00 \text{ m/s}^2$). Não se verifica uma redução da Eficiência do Pedestre ($a_{máx} = 4,00 \text{ m/s}^2$). O valor médio que ronda 1,4 m/s² excede ligeiramente o Limite de Redução de Conforto ($a_{máx} = 1,27 \text{ m/s}^2$) o que, em princípio, atestaria o bom comportamento em serviço da passarela.

Em sociedades mais sensíveis e rigorosas, um critério razoável a adoptar seria o do limite de percepção ($a_{max} = 0,10 \text{ m/s}^2$). Nesse caso, a passarela por nós dimensionada estaria claramente fora do limite admissível e como tal, seria necessário redimensionar a passarela de forma a satisfazer os limites em questão.

V COMENTÁRIOS FINAIS

Desenvolveram-se e analisaram-se neste trabalho projectos típicos de passarelas com o objectivo de identificar quais os sistemas vulneráveis à acção dinâmica dos pedestres. Desenvolveu-se ainda uma metodologia baseada em simulação numérica para avaliar o comportamento dinâmico de uma das passarelas dimensionadas.

As conclusões, tendo como base de referência a eventual possibilidade de ocorrência de fenómenos de vibração nos projectos desenvolvidos de passarelas em viga recta com duas vigas principais e são apresentadas na Tabela IV.4:

Tabela IV.4 – Soluções a adoptar em função dos vãos das passarelas.

L ≤ 20 [m]	Qualquer das soluções estudadas é válida, no entanto a solução em viga mista Aço-Betão por ser aquela cuja frequência fundamental mais se afasta do intervalo de frequências associadas ao modo caminhar, seria a solução a adoptar.
20 [m] ≤ L ≤ 23 [m]	Para vãos compreendidos entre os 20 e os 23 metros a escolha passaria claramente pela adopção da solução em viga mista. Nesta faixa de vãos é a única solução cujas frequências fundamentais se encontram fora do intervalo de frequências associados ao modo caminhar.
23 [m] ≤ L ≤ 27,5 [m]	Nesta gama de vãos não existe uma escolha óbvia em relação à solução a adoptar. Seria necessário efectuar uma análise dinâmica rigorosa das diferentes soluções a fim de aferir qual a mais viável do ponto de vista dinâmico.
L≥27,5 [m]	Neste caso a escolha passaria claramente pela adopção das soluções em betão armado pré-esforçado, na medida em que esta é a única solução cujas frequências fundamentais se encontram fora do referido intervalo.

Em qualquer dos casos seria necessário efectuar uma análise dinâmica rigorosa das estruturas com o intuito de determinar as máximas acelerações expectáveis e posteriormente comparar os resultados obtidos com os máximos admissíveis de forma a averiguar a viabilidade dos projectos.

A escolha final deverá passar sempre pela comparação entre os aspectos técnicos (Análises Estáticas e Dinâmicas) e os de natureza económica das diversas soluções.

Na resposta dinâmica de uma passarela à actividade caminhar conclui-se com base no valor médio das acelerações máximas registadas e utilizando os limites preconizados na norma ISO2631/1 (1985) que não é expectável que ocorram problemas de vibração excessiva na passarela analisada.

No caso de se adoptar o limite de percepção conclui-se que a passarela não é adequada ao uso a que se destina e como tal é necessário proceder a uma reformulação da mesma de forma a solucionar este problema.

No entanto, uma decisão conclusiva em relação ao critério de aceitação da passarela dependerá do dono da obra e do período de retorno associado ao valor médio das acelerações máximas.

Com as simulações da travessia de pedestres e seus efeitos dinâmicos numa das passarelas dimensionadas, apresentou-se uma metodologia para avaliação do comportamento da mesma no Estado Limite de vibrações excessivas. Diversos ajustes e melhoramentos podem ser sugeridos em relação a esta metodologia:

- Incluir o efeito Transiente da força devido ao pedestre (efeito de calcanhar);
- Incluir novas variáveis aleatórias tais como: Comprimento do Passo, Número de pedestres a atravessar a passarela e sentido de entrada dos mesmos;
- Estudar em pormenor a distribuição de probabilidades das acelerações máximas;
- Analisar questões referentes ao tráfego dos pedestres tais como possibilidade de ultrapassagem.



Figura A.1 – Encastramento elástico da laje de tabuleiro

Considere-se o caso da Figura Acima em que se despreza o efeito das consolas e se pretende calcular o grau de encastramento elástico da laje entre vigas principais. As rotações de torção das vigas consideram-se impedidas nas secções das carlingas (ver Figura anterior) à distância de L.

Designando:

 EI_1 – rigidez de flexão da laje de tabuleiro em que E é o módulo de elasticidade e I o momento de inércia por unidade de comprimento.

 GJ_v – a rigidez de torção das vigas, em que G é o módulo de distorção.

 J_v – factor de rigidez à torção.

A incógnita hiperestática é o momento X, absorvido por torção nas vigas e por flexão transversal da laje.

Calcula-se pelo método das forças o valor de X, para a actuação duma sobrecarga uniforme p =1 kN distribuída em toda a área da laje, entre secções de carlingas. Na Figura abaixo indica-se a combinação de diagramas M e T para a determinação dos valores $e_0 e e_x$.



Figura A.2 – Diagramas de momentos flectores M e torsores T

Pelo Teorema dos Trabalhos Virtuais

$$e_0 = \frac{1}{EI_1} \int_0^b M \overline{M} dx = \frac{1}{EI_1} * \frac{1}{3} * 1 * \frac{pb^2}{8} * b = \frac{pb^3}{24EI1}$$

Calculando ex, por exemplo, pelo Teorema de Mohr da Resistência dos Materiais

$$e_x = e_{1x} + e_{2x} = \frac{1}{EI1} * \frac{b}{2} + \frac{1}{GJv} * \frac{L}{2} * \frac{1}{2} * \frac{XL}{2} = \left(\frac{b}{2EI_1} + \frac{L^2}{8GJ_v}\right) * X$$

Por compatibilidade e tomando P=1 na primeira equação tem-se que:

$$e_x = e_0 \rightarrow X = \frac{b^3}{3\frac{EI_1}{GJ_v}L^2 + 12b}$$

Definindo-se o grau de encastramento elástico **k** como a relação entre o momento hiperestático X e o momento de encastramento perfeito.

$$k = \frac{X}{\frac{pb^2}{12}}$$

Pelo que,

$$k = \frac{1}{1 + \frac{EI_1}{GJ_v} \frac{L^2}{4b}}$$

Para o betão $v \approx 0.2$ pelo que,

$$\frac{E}{G} = 2(1+\nu) = 2,4$$

O que conduz a

$$\alpha = \frac{1}{1 + 0.6 \frac{I_1}{J_v} \frac{L^2}{b}}$$

No presente caso, tem-se:

$$I_{1} = \frac{0.10^{3} * 1}{12} = 0.000083333m^{4}$$
$$J_{V} = \frac{1.275 * 0.4^{3}}{3} = 0.0272m^{4}$$
$$b = 2.2m$$
$$L = 35m$$

Pelo que $\alpha = 0,494$.

ANEXO B – ANÁLISE LONGITUDINAL DAS RESTANTES SOLUÇÕES DIMENSIONADAS

SOLUÇÃO EM BETÃO ARMADO PRÉ-ESFORÇADO - L = 27,5 METROS

ESTADO LIMITE DE DESCOMPRESSÃO

Tabela B.1 – Determinação do valor de pré-esforço bem como do tipo e números de cabos a aplicar à secção.

						Nº de Cabos de Pré-esforço
Esforços Actuantes P ^{min} (kN)		Nº Cordões		Solução Adoptada		
M _{Freq.} (kN.m)	V _{Freq.} (kN)	P _{min} ^{infinito} (kN)	P'₀ (kN)	0,6"N	0,6"S	№ de Cabos e Cordões Adoptados
1226	178	2543	3325	18	18	1 Cabos 6 - 12 com 18 cordões 0,6´´N

VERIFICAÇÃO DA SEGURANCA AOS ESTADOS LIMITES DE UTILIZAÇÃO

VERIFICAÇÃO DA TENSÃO DE COMPRESSÃO

Tabela B.2 – Verificação aos estados limites de fendilhação durante a fase de aplicação do préesforço.

Verificação do Estado Limite de Utilização - Fase de Aplicação do Pré-esforço						
Secção	M _{Raro} (kN.m)	σ ^{sup} (MPa)	σ^{Sup} < 0,8 f _{cd} (MPa)	σ ^{int} (MPa)	σ^{inf} < 0,8 f _{cd} (MPa)	
1/2 vão	836,0	-5,22	Verifica os E.L.Fendilhação	-14,07	Verifica os E.L.Fendilhação	

Tabela B.3 – Verificação aos estados limites de fendilhação durante a fase de serviço da estrutura.

Verificação do Estado Limite de Utilização - Fase de Serviço da Estrutura						
Secção	M _{Raro} (kN.m)	σ ^{sup} (MPa)	σ^{sup} < 0,8 f _{cd} (MPa)	σ ^{inf} (MPa)	σ^{lnf} < 0,8 f _{cd} (MPa)	
1/2 vão	1491,1	-15,97	Verifica os E.L.Fendilhação	4,02	Verifica os E.L.Fendilhação	

VERIFICAÇÃO ESTADO LIMITE DE DEFORMAÇÃO

Tabela B.4 – Parâmetros necessários para o cálculo da flecha elástica na fase de serviço.

Parâmetros Necessários Para o Cálculo da Flecha Elástica Durante a Fase Serviço						
L ^{viga} (m)	I _x ^{Viga} (m ⁴)	P _{Frequente} (kN/m)	P _{equivalente Pré-Esforço} (kN/m) E (G			
27,5	4,68E-02	25,9	19,5	32		

Tabela B.5 – Verificação aos estados limites de deformação da estrutura.

Verificação de Segurança Aos Estados Limites de Deformação						
δ ^{Frequente} (mm)	$\Delta^{\text{admissível}} = L/400$ (mm) Verificação de Segurança $\delta < \delta^{\text{admissível}}$					
0,0318	0,0687	Verifica a Segurança em relação aos Estados Limites de Deformação				

SOLUÇÃO EM BETÃO ARMADO PRÉ-ESFORÇADO - L = 20,0 METROS

ESTADO LIMITE DE DESCOMPRESSÃO

Tabela B.6 – Determinação do valor de pré-esforço bem como do tipo e números de cabos a aplicar à secção.

						Nº de Cabos de Pré-esforço
Esforços Actuantes		P ^{min} (kN)		Nº Cordões		Solução Adoptada
M _{Freq.} (kN.m)	V _{Freq.} (kN)	P _{min} infinito (kN)	P'₀ (kN)	0,6"N	0,6"S	Nº de Cabos e Cordões Adoptados
538	107	1472	1924	10	10	1 Cabos 6 – 7 com 10cordões 0,6´´N

VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA AOS ESTADOS LIMITES DE UTILIZAÇÃO

VERIFICAÇÃO DA TENSÃO DE COMPRESSÃO

Tabela B.7 – Verificação aos estados limites de fendilhação durante a fase de aplicação do préesforço.

Verificação do Estado Limite de Utilização - Fase de Aplicação do Pré-esforço						
Secção	M _{Raro} (kN.m)	σ ^{sup} (MPa)	σ^{Sup} < 0,8 f _{cd} (MPa)	σ ^{int} (MPa)	σ^{inf} < 0,8 f _{cd} (MPa)	
1/2 vão	331,2	-3,60	Verifica os E.L.Fendilhação	-11,39	Verifica os E.L.Fendilhação	

Tabela B.8 – Verificação aos estados limites de fendilhação durante a fase de serviço da estrutura.

Verificação do Estado Limite de Utilização - Fase de Serviço da Estrutura						
Secção	M _{Raro} (kN.m)	σ ^{sup} (MPa)	σ^{sup} < 0,8 f _{cd} (MPa)	σ ^{inf} (MPa)	σ^{lnf} < 0,8 f _{cd} (MPa)	
1/2 vão	1491,1	-12,30	Verifica os E.L.Fendilhação	4,88	Verifica os E.L.Fendilhação	

VERIFICAÇÃO ESTADO LIMITE DE DEFORMAÇÃO

Tabela B.9 – Parâmetros necessários para o cálculo da flecha elástica na fase de serviço.

Parâmetros Necessários Para o Cálculo da Flecha Elástica Durante a Fase Serviço						
L ^{Viga} (m)	I_x^{Viga} (m ⁴)	P _{Frequente} (kN/m)	P _{equivalente Pré-Esforço} (kN/m)	E (GPa)		
20	2,16E-02	21,51	15,67	32		

Tabela B.10 – Verificação aos estados limites de deformação da estrutura.

Verificação de Segurança Aos Estados Limites de Deformação								
δ ^{Frequente} (mm)	$\Delta^{\rm admissível} = L/400$ (mm)	Verificação de Segurança $\delta < \delta^{admissível}$						
0,0176	0,0500	Verifica a Segurança em relação aos Estados Limites de Deformação						

SOLUÇÃO EM VIGA METÁLICA - L = 27,5 METROS

VERIFICAÇÃO AOS ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS DE FLEXÃO/ESFORÇO TRANSVERSO

Tabela B.11 – Verificação aos estados limites últimos de flexão e esforço transverso na secção

crítica

Solução Adoptada	Esfo Actua	Esforços E. C Actuantes Res		Verificação Segurança	Interacção M-V	Resistência Encurvadura Lateral	Verificação Segurança
	M _{sd} (kN.m)	V _{sd} (kN)	V _{pl,rd} (kN)	V_{sd} < V_{rd}	$V_{sd}\!\leq\!0.5V_{ply,rd}$	M _{b,rd} (kNm)	$M_{b,rd}$ > M_{sd}
VS 800 x 173	1297,9	188,8	1118,0	Verifica a Segurança	Não há Interacção	1301,2	Verifica a Segurança

VERIFICAÇÃO AOS ESTADOS LIMITES UTILIZAÇÃO

VERIFICAÇÃO ESTADO LIMITE DE DEFORMAÇÃO

Tabela B.12 – Parâmetros necessários para o cálculo da flecha elástica na fase de serviço.

Parâmetros	Parâmetros Necessários Para o Cálculo da Flecha Elástica Durante a Fase de Serviço								
L (m)	lv ^{Viga} (m ⁴)	P _{raro} (kN/m)	P _{frequente} (kN/m)	E (Gpa)					
27,5 2,68E-03 7,96 4,94 210									

Tabela B.13 – Verificação de segurança aos estados limites de utilização.

Verificação de Segurança aos Estados Limites de Utilização								
Perfil Adoptado	$ \begin{array}{c c} & & \\ \mbox{Perfil} & \delta_{raro} & \delta_{raro} & V. \mbox{Segurança} \\ \mbox{loptado} & (mm) & (mm) & \delta^{Freq.} < \delta^{adm.} & \delta_{frequente} & \delta_{frequente} & V. \mbox{Segurança} \\ \mbox{Mmm} & \delta^{Freq.} < \delta^{adm.} & Mmm & \delta^{Freq.} < \delta^{adm.} \\ \end{array} $							
VS 800 x 173	105,2	110	Verifica a Segurança	65,2	28	Não Verifica a Segurança		

SOLUÇÃO EM VIGA METÁLICA - L = 20,0 METROS

VERIFICAÇÃO AOS ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS DE FLEXÃO/ESFORÇO TRANSVERSO

Tabela B.14 – Verificação aos estados limites últimos de flexão e esforço transverso na secção

crítica

Solução Adoptada	Esforços Actuantes		E. Cortante Resistente	Verificação Segurança	Interacção M-V	Resistência Encurvadura Lateral	Verificação Segurança
	M _{sd} (kN.m)	V _{sd} (kN)	V _{pl,rd} (kN)	V_{sd} < V_{rd}	$V_{sd}\!\leq\!0.5V_{ply,rd}$	M _{b,rd} (kNm)	$M_{b,rd}$ > M_{sd}
VS 600 x 125	654,1	130,8	837,7	Verifica a Segurança	Não há Interacção	716,3	Verifica a Segurança

VERIFICAÇÃO AOS ESTADOS LIMITES UTILIZAÇÃO

VERIFICAÇÃO ESTADO LIMITE DE DEFORMAÇÃO

Tabela B.12 – Parâmetros necessários para o cálculo da flecha elástica na fase de serviço.

Parâmetros	Parâmetros Necessários Para o Cálculo da Flecha Elástica Durante a Fase de Serviço								
L (m)	lv ^{Viga} (m⁴)	P _{raro} (kN/m)	P _{frequente} (kN/m)	E (Gpa)					
20,0 1,08E-03 7,96 4,94 210									

Tabela B.13 – Verificação de segurança aos estados limites de utilização.

Verificação de Segurança aos Estados Limites de Utilização								
Perfil Adoptado	$ \begin{array}{c c} \mbox{Perfil} & \delta_{raro} & \delta_{raro}^{Adm} & V. \mbox{Segurança} & \delta_{frequente} & \delta_{frequente} & V. \mbox{Segurança} & \delta_{frequente} & \delta_{frequente} & V. \mbox{Segurança} & \delta_{Freq.} < \delta^{adm.} & \delta^{Freq.} & \delta^{Freq.} < \delta^{adm.} & \delta^{Freq.} < \delta^{adm.} & \delta^{Freq.} < \delta^{adm.} & \delta^{Freq.} & \delta^{Freq$							
VS 600 x 125	73,1	80	Verifica a Segurança	45,3	28	Não Verifica a Segurança		

VERIFICAÇÃO AOS ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS DE FLEXÃO/ESFORÇO TRANSVERSO - FASE EM QUE O BETÃO AINDA NÃO ADQUIRIU PREDA - FASE CONSTRUTIVA

Tabela B.14 – Verificação aos estados limites últimos de flexão e esforço transverso na secção crítica durante a fase construtiva.

Solução	Esforços Actuantes		E. Cortante Resistente	Verificação Segurança	Interacção M-V	Resistência Encurvadura Lateral	Verificação Segurança
Adoptada	M _{sd} (kN.m)	V _{sd} (kN)	V _{pl,rd} (kN)	V_{sd} < V_{rd}	$V_{sd}\!\leq\!0.5V_{ply,rd}$	M _{b,rd} (kNm)	$M_{b,rd}$ > M_{sd}
VS 700 x 137	666,8	97,0	987,8	Verifica a Segurança	Não há Interacção	860,16	Verifica a Segurança

VERIFICAÇÃO DA RESISTÊNCIA DA SECÇÃO TRANSVERSAL CRÍTICA - FASE DE SERVIÇO

Tabela B.15 - Verificação aos estados limites últimos de flexão e de esforço transverso durante a fase de serviço da estrutura.

Secção	Esfor Actua	rços ntes	E. Cortante Resistente	Verificação Segurança	Interacção M-V	Resistência à Flexão da Secção	Verificação Segurança
Mista	M _{sd} (kN.m)	V _{sd} (kN)	V _{pl,rd} (kN)	V_{sd} < V_{rd}	$V_{sd}\!\leq\!0.5V_{ply,rd}$	M _{vi,rd} (kNm)	$M_{vi,rd}$ < M_{sd}
VS 700 x 137	1465,8	213,2	986,8	Verifica a Segurança	Verifica a Não há Segurança Interacção		Verifica a Segurança

ESTADOS LIMITES DE UTILIZAÇÃO

ESTADOS LIMITES DE DEFORMAÇÃO

Tabela B.16 – Parâmetros Necessários Para o Cálculo da Flecha Elástica do Elemento Misto

Parâmetros Necessários Para o Cálculo da Flecha Elástica do Elemento Misto									
% Interacção	beff (m)	n=(Es/Ec)	I _{eq} (m ⁴)	lviga (m ⁴)	P ^{raro} 1 (kN/m)	P ^{raro} 2 (kN/m)	P ^{frequente} 1 (kN/m)	P ^{frequente} 2 (kN/m)	
100	1	6,562	2,9E-03	1,6E-03	2,5	7,1	2,5	2,9	

Verificação de Segurança aos Estados Limites de Deformação								
Secção Mista	δ _{raro} (mm)	$ \begin{array}{c c} \overline{\delta}_{raro} & \overline{\delta}_{raro}^{Adm} & V. \ Segurança \\ (mm) & (mm) & \overline{\delta}^{Freq.} < \overline{\delta}^{adm.} & (mm) & \overline{\delta}_{frequente}^{frequente} & V. \ Segurança \\ (mm) & \overline{\delta}^{Freq.} < \overline{\delta}^{adm.} \end{array} $						
VS 700 x 137	105,4	110	Verifica a Segurança	75,8	28	Não Verifica a Segurança		

Solução em Viga Mista Aço-Betão - L = 20,0 metros

VERIFICAÇÃO AOS ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS DE FLEXÃO/ESFORÇO TRANSVERSO - FASE EM QUE O BETÃO AINDA NÃO ADQUIRIU PREDA - FASE CONSTRUTIVA

Tabela B.18 – Verificação aos estados limites últimos de flexão e esforço transverso na secção crítica durante a fase construtiva.

Solução	Esforços E Actuantes I		E. Cortante Resistente	Verificação Segurança	Interacção M-V	Resistência Encurvadura Lateral	Verificação Segurança
Adoptada	M _{sd} (kN.m)	V _{sd} (kN)	V _{pl,rd} (kN)	V_{sd} < V_{rd}	$V_{sd}\!\leq\!0.5V_{ply,rd}$	M _{b,rd} (kNm)	$M_{b,rd}$ > M_{sd}
VS 500 x 86	305,8	61,2	604,2	Verifica a Segurança	Não há Interacção	356,9	Verifica a Segurança

VERIFICAÇÃO DA RESISTÊNCIA DA SECÇÃO TRANSVERSAL CRÍTICA - FASE DE SERVIÇO

Tabela B.19 - Verificação aos estados limites últimos de flexão e de esforço transverso durante a fase de serviço da estrutura.

Secção Mista	Esforços Actuantes		E. Cortante Resistente	Verificação Segurança	Interacção M-V	Resistência à Flexão da Secção	Verificação Segurança	
	M _{sd} (kN.m)	V _{sd} (kN)	V _{pl,rd} (kN)	$V_{sd} < V_{rd}$	$V_{sd}\!\leq\!0.5V_{\text{ply,rd}}$	M _{vi,rd} (kNm)	$M_{vi,rd}$ < M_{sd}	
VS 500 x 86	740,8	148,1	549,3	Verifica a Segurança	Não há Interacção	957,9	Verifica a Segurança	

ESTADOS LIMITES DE UTILIZAÇÃO

ESTADOS LIMITES DE DEFORMAÇÃO

Tabela B.20 – Parâmetros Necessários Para o Cálculo da Flecha Elástica do Elemento Misto

Parâmetros Necessários Para o Cálculo da Flecha Elástica do Elemento Misto									
% Interacção	beff (m)	n=(Es/Ec)	l _{eq} (m4)	I _{viga} (m4)	P ^{raro} 1 (kN/m)	P ^{raro} 2 (kN/m)	P ^{frequente} 1 (kN/m)	P ^{frequente} 2 (kN/m)	
100	1	6,562	1,1E-03	5,2E-04	2,5	7,1	2,5	2,9	

Tabela B.21 – Verificação de Segurança aos estados limites de deformação.

Verificação de Segurança aos Estados Limites de Deformação							
Secção Mista	δ _{raro} (mm)	δ _{raro} Adm (mm)	V. Segurança δ ^{Freq.} <δ ^{adm.}	δ _{frequente} (mm)	δ _{frequente} adm (mm)	V.Segurança δ ^{Freq.} <δ ^{adm.}	
VS 500 x 86	69,44	80	Verifica a Segurança	56,5	28	Não Verifica a Segurança	

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS – ORDEM TÍTULO

REBAP – Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-Esforçado, Colecção Regulamentos, Porto editora, Porto, Portugal, 1984.

RSA – Regulamento de Segurança e Acções para Estruturas de Edifícios e Pontes, Colecção Regulamentos, Porto Editora, Porto, Portugal, 1983.

CEN, EUROCODE 3 – Design of steel and concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings, Bruxelles, 1992.

CEN, EUROCODE 4 – Design of composite steel and concrete structures, Bruxelles, 1992.

Estabilidade Estrutural, REIS, A., CAMOTIM, D., McGraw-Hill, Lisboa, 2001.

Folhas da Disciplina de Pontes, REIS, A, IST, Lisboa, Portugal, 2002.

Tabelas de Pontes, REIS, A, IST, Lisboa, Portugal, 2002.

Tabelas Técnicas, REIS, A.; FARINHA, J. S.; FARINHA , M.; FARINHA J.P., Edições Técnicas de Lisboa, E.T.L, Lisboa, 2003.

Dinâmica e Engenharia Sísmica, OLIVEIRA, C., IST, Lisboa, Portugal, 2002.

Passarelas Estaiadas de Materiais Novos e Convencionais Sob a Acção de cargas Dinâmicas Humanas, TEIXEIRA, A. M., Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2000.

Modelo Teórico Experimental para Análise de Vibrações Induzidas por Pessoas Caminhando sobre Lajes de Edifícios, VARELA, W., Tese de Doutoramento, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2004.

Vibration Problems in Structures: Pratical Guidelines, BACHMANN, H.; AMMAN, W.; FLORIAN, D., Berlin, Birkhäuser, 1995.

Dynamic Loading and Response of Footbridges, RAINER, J.H.; PERNICA G.; ALLEN D.F., Canadian Journal od Civil Engineering, Canada, 1987.

Durch Menschen verursachte dynamische Lasten und deren Auswirkungen auf Balkentragwerke (Main-induced Dynamic Forces and Response of Beam Structures), BAUMANN, K.; BACHMANN, H., Institute für Baustatik und Konstruktion, Zürich, Versuchbericht n.7501-4, Birkhäuser Verlag Basel, 1987.

Design Criterion for Vibrations to Walking, ALLEN, D. E.; MURRAY, T. M., Engineering Journal, AISC, fourth quarter, pp.117-129,1993.

BS5400 - Steel Concrete and Composite Bridges: Specification for Loads, Part 2, Appendix c, British Standard Institution, London, 1978.

ONT83 - Ontario Highway Bridge Design Code 1983 and Commentary, Ministry of Transportation and Communication, Highway Engineering Division, Toronto, Canada, 1983.

CEB – Comité Euro-International du Beton, "Vibrations Problems in Structures – Practical Guidelines", Bulletin d'information nº 209, Vienne, 1991.

Concreto Protendido – Processos Construtivos, Perdas de Protensão, PFEIL, W., Editora Didática e Cinetífica Ltda, 1991, Rio de Janeiro.

Dynamic Desing of Footbridges, MATSUMOTO, Y.; NISHIOKA, T.; SHIOJIRI H. *et all.*, International Association od Bridge and Structural Engineering, IABSE, 1978.

SITES DE INTERNET CONSULTADOS:

http://www.design-technology.org/ http://www.brantacan.co.uk http://www.pbs.org http://pghbridges.com. http://www.dabotek.dk http://www.bardaglea.org.uk http://www.matsuo-bridge.co.jp http://www.pbs.org http://www.flickr.com http://www.arup.com http://news.bbc.co.uk http://www.metalica.com.br http://www.analyticalultracentrifugation.com http://www.visionengineer.com http://www.decisioneering.com http://www.conart.com.br http://www.institutodeengenharia.org.br http://www.structurae.net/

http://www.bouygues-construction.com

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS – ORDEM DE AUTOR

REBAP – Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-Esforçado, Colecção Regulamentos, Porto editora, Porto, Portugal, 1984.

RSA – Regulamento de Segurança e Acções para Estruturas de Edifícios e Pontes, Colecção Regulamentos, Porto Editora, Porto, Portugal, 1983.

CEN, EUROCODE 3 – Design of steel and concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings, Bruxelles, 1992.

CEN, EUROCODE 4 – Design of composite steel and concrete structures, Bruxelles, 1992.

BS5400 - Steel Concrete and Composite Bridges: Specification for Loads, Part 2, Appendix c, British Standard Institution, London, 1978.

ONT83 - Ontario Highway Bridge Design Code 1983 and Commentary, Ministry of Transportation and Communication, Highway Engineering Division, Toronto, Canada, 1983.

CEB – Comité Euro-International du Beton, "Vibrations Problems in Structures – Practical Guidelines", Bulletin d'information nº 209, Vienne, 1991.

REIS, A., CAMOTIM, D., Estabilidade Estrutural, McGraw-Hill, Lisboa, 2001.

REIS, A., Folhas da Disciplina de Pontes, IST, Lisboa, Portugal, 2002.

REIS, A., Tabelas de Pontes, IST, Lisboa, Portugal, 2002.

REIS, A.; FARINHA, J. S.; FARINHA, M.; FARINHA J.P., **Tabelas Técnicas**, Edições Técnicas de Lisboa, E.T.L, Lisboa, 2003.

OLIVEIRA, C., Dinâmica e Engenharia Sísmica, IST, Lisboa, Portugal, 2002.

TEIXEIRA, A. M., **Passarelas Estaiadas de Materiais Novos e Convencionais Sob a Acção de cargas Dinâmicas Humanas**, Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2000.

VARELA, W., Modelo Teórico Experimental para Análise de Vibrações Induzidas por Pessoas Caminhando sobre Lajes de Edifícios, Tese de Doutoramento, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2004.

BACHMANN, H.; AMMAN, W.; FLORIAN, D., Vibration Problems in Structures: Pratical Guidelines, Berlin, Birkhäuser, 1995.

RAINER, J.H.; PERNICA G.; ALLEN D.F., **Dynamic Loading and Response of Footbridges**, Canadian Journal od Civil Engineering, Canada, 1987.

BAUMANN, K.; BACHMANN, H., **Durch Menschen verursachte dynamische Lasten und deren Auswirkungen auf Balkentragwerke (Main-induced Dynamic Forces and Response of Beam Structures)**, Institute für Baustatik und Konstruktion, Zürich, Versuchbericht n.7501-4, Birkhäuser Verlag Basel, 1987.

ALLEN, D. E.; MURRAY, T. M., **Design Criterion for Vibrations to Walking**, Engineering Journal, AISC, fourth quarter, pp.117-129,1993.

PFEIL, W., **Concreto Protendido – Processos Construtivos, Perdas de Protensão**, Editora Didática e Cinetífica Ltda, 1991, Rio de Janeiro.

MATSUMOTO, Y.; NISHIOKA, T.; SHIOJIRI H. *et all.*, **Dynamic Desing of Footbridges**, International Association od Bridge and Structural Engineering, IABSE, 1978.

SITES DE INTERNET CONSULTADOS:

http://www.design-technology.org/ http://www.brantacan.co.uk http://www.pbs.org http://pghbridges.com. http://www.dabotek.dk http://www.bardaglea.org.uk http://www.matsuo-bridge.co.jp http://www.pbs.org http://www.flickr.com http://www.arup.com http://news.bbc.co.uk http://www.metalica.com.br http://www.analyticalultracentrifugation.com http://www.visionengineer.com http://www.decisioneering.com http://www.conart.com.br http://www.institutodeengenharia.org.br http://www.structurae.net/ http://www.bouygues-construction.com