



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
ESCOLA POLITÉCNICA
Curso de Engenharia Civil
Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas

**DESENVOLVIMENTO DE FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS PARA
VERIFICAÇÃO DE RESISTÊNCIA À FLAMBAGEM
DE PAINÉIS ENRIJECIDOS DE AÇO.**

ALESSANDRO FERREIRA BATALHA

Projeto de Final de Curso apresentado ao corpo docente do Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas da Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito para obtenção do título de Engenheiro Civil.

Aprovado por:

Eduardo de Miranda Batista
Prof. Adjunto, D.Sc., DME / Escola Politécnica /
UFRJ (Orientador)

Gilberto Bruno Ellwanger
Prof. Adjunto, D.Sc., DME / Escola Politécnica /
UFRJ

Michèle Schubert Pfeil
Prof. Adjunto, D.Sc., DME / Escola Politécnica /
UFRJ

Abril / 2005

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo principal a apresentação de uma ferramenta computacional, desenvolvida em *Visual Basic 6.0*, destinada a verificar estruturas formadas por placas enrijecidas esbeltas de aço, submetidas ao fenômeno da flambagem local.

O desenvolvimento deste programa baseou-se nas recomendações da sociedade classificadora norueguesa *Det Norske Veritas* para verificação de resistência à flambagem em estruturas de painéis metálicos. A metodologia da norma DNV se baseia no critério dos estados limites e a avaliação de resistência à flambagem se baseia no método das larguras efetivas.

As recomendações da norma DNV [1] foram adotadas para este trabalho porque este está voltado para o dimensionamento e projeto de estruturas navais e *offshore*, os quais são submetidos à aprovação por sociedades classificadoras tal como a DNV.

ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO.....	3
2	DESCRIÇÃO DO PROBLEMA.....	4
2.1	ESTRUTURA TÍPICA DE UM PAINEL ENRIJECIDO	6
2.2	AVALIAÇÃO DE RESISTÊNCIA DA ESTRUTURA	7
2.2.1	Escoamento da seção transversal	7
2.2.2	Flambagem local de placas esbeltas	8
2.2.3	Flambagem de barras comprimidas	10
3	RECOMENDAÇÕES DE PROJETO.....	11
3.1	CONCEITO DE SOCIEDADE CLASSIFICADORA	11
3.2	MÉTODO DO ESTADO LIMITE ÚLTIMO.....	11
3.3	VALIDAÇÃO DO MÉTODO	12
4	PROGRAMA DE VERIFICAÇÃO DE RESISTÊNCIA.....	14
4.1	DADOS DE ENTRADA DO PROGRAMA.....	14
4.1.1	Dados de material e geometria.....	14
4.1.2	Dados de carregamentos	15
4.1.3	Seções transversais de enrijecedores e vigas	19
4.2	APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS	20
4.2.1	Placas não enrijecidas	20
4.2.1.1	Verificação de esbeltez	20
4.2.1.2	Verificação de resistência a pressões laterais.....	21
4.2.1.3	Verificação de resistência a tensões normais	21
4.2.2	Painéis enrijecidos	22
4.2.2.1	Forças equivalentes no painel enrijecido	23
4.2.2.2	Resistência da chapa entre enrijecedores	24
4.2.2.3	Parâmetros de resistência dos enrijecedores	24
4.2.2.4	Fórmulas de interação para compressão axial e pressão lateral	25
4.2.2.5	Verificação de resistência a esforço cortante	28
4.2.3	Vigas suportando painéis enrijecidos	28
4.2.3.1	Forças equivalentes nas vigas	29
4.2.3.2	Parâmetros de resistência das vigas	29
4.2.3.3	Fórmulas de interação para compressão axial e pressão lateral	29
4.2.3.4	Verificação de resistência a esforço cortante	29
4.2.4	Impressão de resultados	29
5	ESTUDO DE CASO.....	31
5.1	MODELAGEM VIA M.E.F.	33
5.1.1	Condições de contorno.....	34
5.1.2	Condições de carregamento	34
5.1.3	Resultados.....	35
5.1.3.1	Configuração deformada.....	35
5.1.3.2	Análise de tensões	37
5.2	VERIFICAÇÃO DE FLAMBAGEM	41
5.2.1	Cálculo Manual.....	41
5.2.1.1	Dados de entrada	41
5.2.1.2	Verificação de placas não enrijecidas	43
5.2.1.3	Flambagem de painéis enrijecidos	47

5.2.1.4	Flambagem de vigas suportando um painel enrijecido	62
5.2.1.5	Resultados obtidos	71
5.3	CÁLCULO AUTOMATIZADO.....	72
5.3.1	Arquivo de Entrada.....	72
5.3.2	Arquivo de Resultados.....	74
5.4	COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS.....	78
6	CONCLUSÃO	79
7	BIBLIOGRAFIA.....	80
	ANEXO A - RECOMMENDED PRACTICE - DNV-RP-C201 (Part 1)	81

1 INTRODUÇÃO

No projeto de estruturas navais e *offshore*, a necessidade de utilização de estruturas de placas esbeltas, em função da necessidade de redução de peso, faz com que o projetista se confronte constantemente com o problema da flambagem, tão usual em estruturas metálicas. Porém, a dificuldade de modelação deste problema torna necessário o desenvolvimento de ferramentas que facilitem este trabalho e otimizem o andamento do projeto.

Este trabalho tem por objetivo o desenvolvimento de uma ferramenta computacional para a verificação em estado limite último de estruturas esbeltas de painéis enrijecidos submetidas a modos de flambagem local e global, isolados ou em interação, atendendo aos critérios das sociedades classificadoras e normas de projeto vigentes. O cálculo das solicitações na estrutura deve ser realizado em associação com um *software* convencional para análise pelo Método de Elementos Finitos.

2 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

A metodologia deste trabalho visa a análise e o projeto de um painel enrijecido qualquer, voltada principalmente para o projeto de estruturas offshore, conforme mencionado anteriormente.

Podemos encontrar estruturas deste tipo compondo conveses e anteparas de navios, *decks* de helipontos, flutuadores laterais de plataformas (*blisters*), anteparas de tanques, elementos de grandes vigas de pontes, etc. Estes elementos estruturais estão constantemente submetidos a cargas de compressão axial, cisalhamento e pressões laterais, sejam elas hidrostáticas ou sobrecargas distribuídas sobre chapas de piso.

A prática de projetos de navios consiste na avaliação da estrutura global da embarcação, chamada de *viga-navio*, cujo comportamento se assemelha ao de uma viga auto-equilibrada conforme apresentado nas Figuras 2.1 e 2.2.

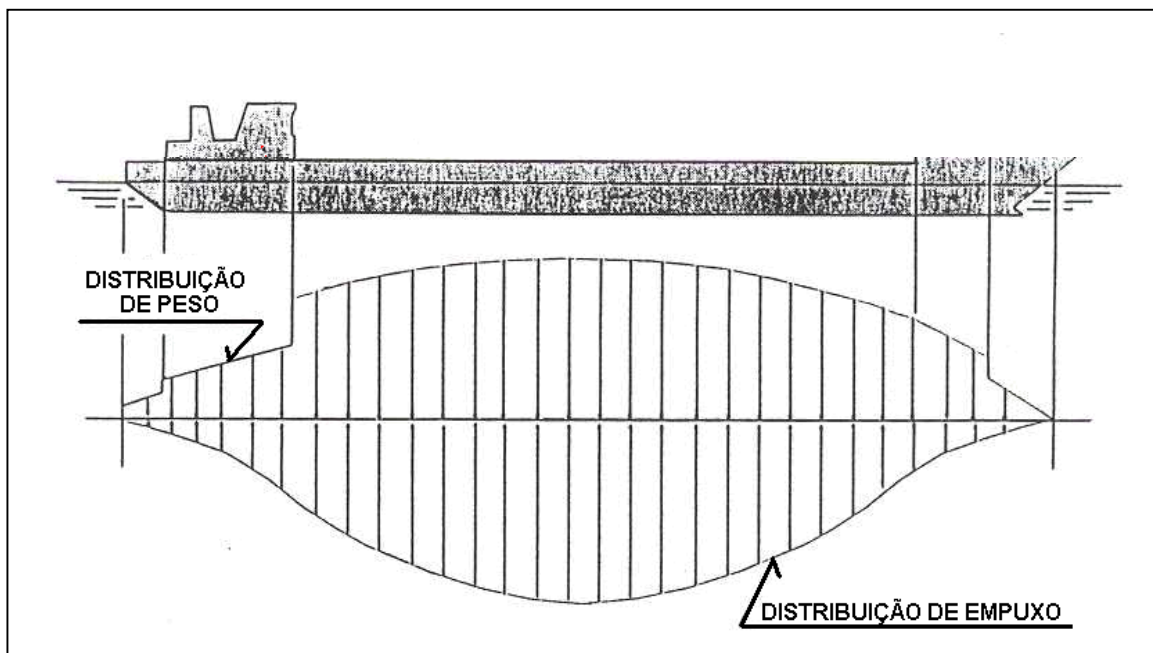


Figura 2.1 - Esquema da distribuição das cargas sobre uma viga-navio

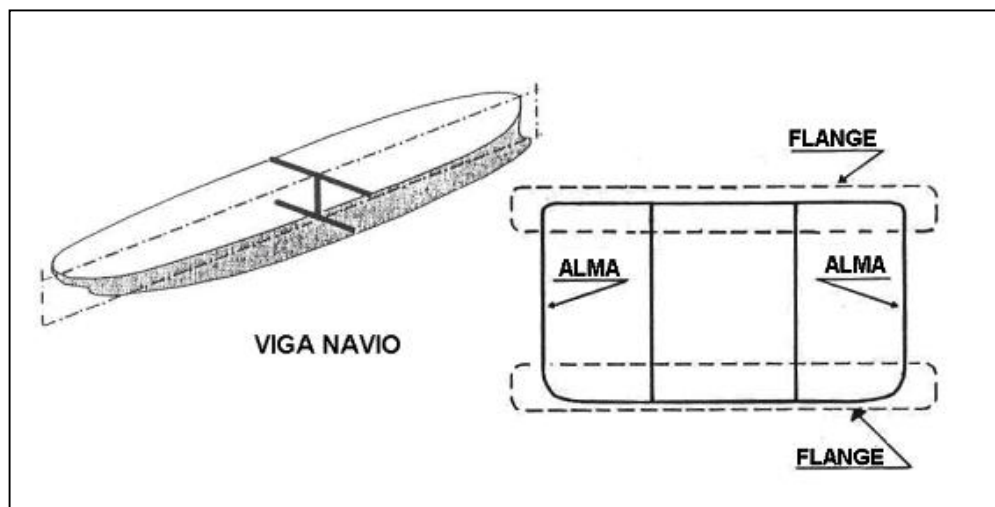


Figura 2.2 - Esquema de uma viga-navio

Um navio, em termos de mecanismo estrutural, pode ser considerado como uma viga de seção variável, cujos elementos de sua seção transversal são compostos por painéis enrijecidos de grandes dimensões. A figura 2.3 ilustra o detalhe de uma seção transversal típica de um navio.

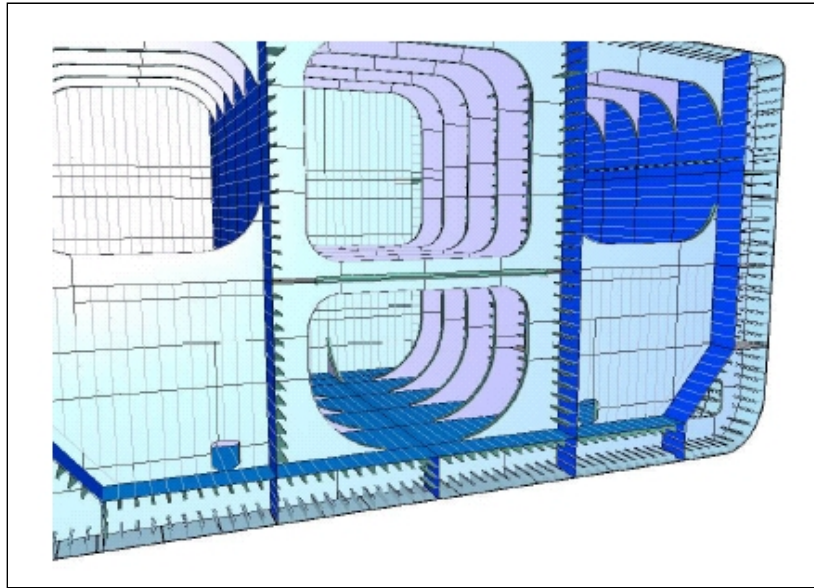


Figura 2.3 - Seção transversal típica de um navio

Em função das solicitações a que a viga-navio está submetida, os painéis que a compõem podem estar submetidos a tensões de tração ou de compressão, de forma análoga ao que acontece com uma viga convencional. A resistência longitudinal de uma viga-navio é avaliada segundo as deformações impostas à estrutura, conforme ilustrado na Figura 2.4.

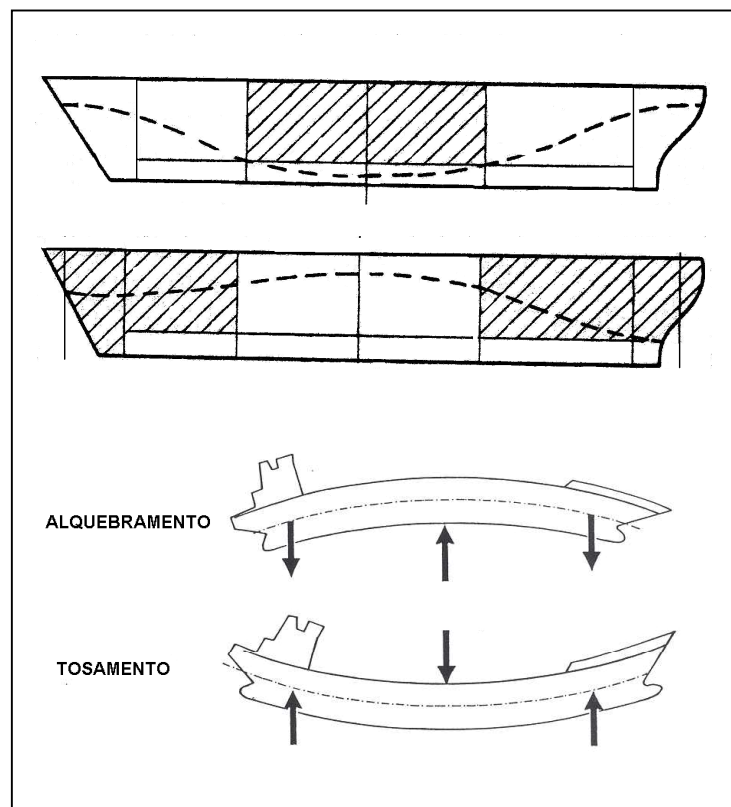


Figura 2.4 - Deformações impostas à viga-navio

A presença de esforços de compressão sobre a estrutura esbelta dos painéis que compõem a seção do navio, faz com que os mesmos sofram os efeitos do fenômeno da flambagem. A ausência de modelagem da estrutura para uma avaliação local, devido à dificuldade envolvida neste processo, muitas vezes conduz o projeto a premissas extremamente conservadoras com a finalidade de garantir a segurança frente à imprecisão das hipóteses adotadas.

Com o passar dos anos, a modernização das técnicas de construção e sofisticação dos materiais empregados, conduziu o projeto a estruturas cada vez mais esbeltas, em função da altíssima resistência dos novos materiais empregados. Por esta razão, possibilitada pela modernização dos *softwares* destinados a análise estrutural, foi observada a necessidade de uma avaliação local mais precisa da estrutura, visando o projeto de estruturas mais leves e eficientes do ponto de vista estrutural, hidrodinâmico e ainda, econômico.

Os conceitos e referências utilizados para descrever o problema estrutural naval, podem ser encontrados em CYRINO [2]. Apesar do foco deste trabalho ser o projeto de estruturas navais e *offshore*, os conceitos estudados aqui e adiante podem ser estendidos para qualquer tipo de estrutura de painéis enrijecidos submetidos aos efeitos da flambagem de placas esbeltas.

2.1 ESTRUTURA TÍPICA DE UM PAINEL ENRIJECIDO

A estrutura típica de um painel enrijecido é composta por chapas, enrijecedores e vigas conforme ilustram as figuras a seguir:

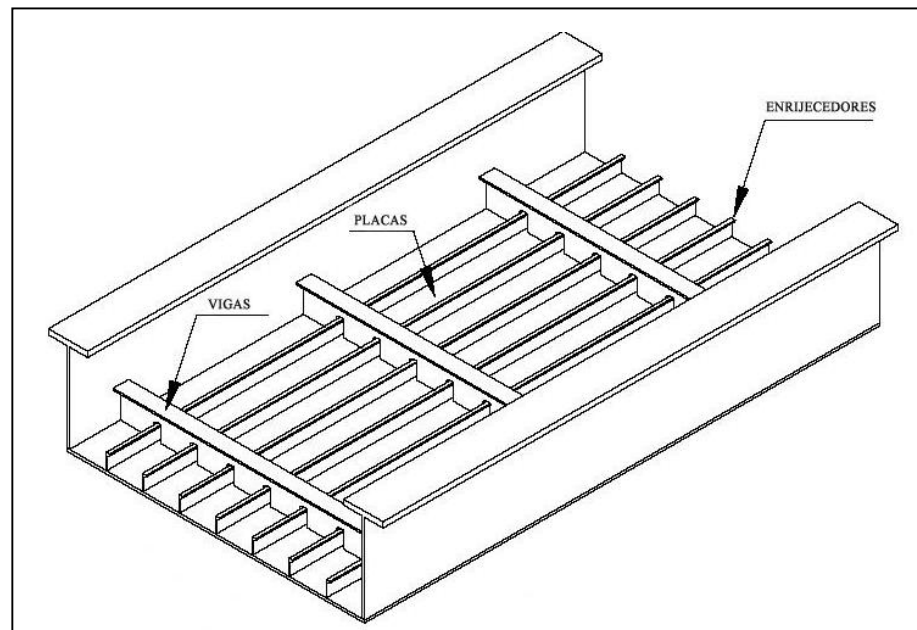


Figura 2.5 - Estrutura típica de um painel enrijecido

Estruturas menores também podem ser tratadas como painéis enrijecidos, tais como almas e flanges enrijecidos de grandes vigas com elementos (almas e flanges) de grande esbeltez.

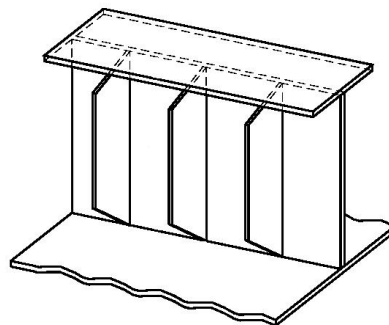


Figura 2.6 - Enrijecedores de alma para grandes vigas

Para vencer grandes vão as placas precisam ser enrijecidas nas direções transversais e longitudinais. As vigas absorvem os esforços transversais, os enrijecedores absorvem os esforços longitudinais e o conjunto *chapa-enrijecedor-viga* absorve as pressões e deformações laterais, bem como os esforços de cisalhamento. De acordo com o método adotado, cada elemento que compõe o painel deve ser avaliado separadamente segundo os critérios de flambagem local, larguras efetivas, flambagem lateral torsional (para o caso de vigas e enrijecedores) e todos devem atender aos critérios de tensões de escoamento. Mais detalhes a respeito dos critérios de avaliação da estrutura serão apresentados nos itens subseqüentes.

2.2 AVALIAÇÃO DE RESISTÊNCIA DA ESTRUTURA

Cada elemento que compõe a estrutura deve ser avaliado segundo três critérios distintos:

- Escoamento da seção transversal de placas submetidas à flexão devido a pressões laterais;
- Flambagem de placas esbeltas (elevada relação vão / espessura) devido a tensões normais ou de cisalhamento.
- Flambagem de barras comprimidas

2.2.1 Escoamento da seção transversal

O colapso por escoamento puro ocorre em placas muito espessas, onde a relação *largura da placa/espessura* é menor que 10 e seu comprimento também é pequeno. Com o auxílio do gráfico tensão-deformação (ver figura 2.7) ilustra-se o colapso por escoamento: a placa ao ser comprimida, por ser espessa, atinge a tensão de escoamento sem flambar.

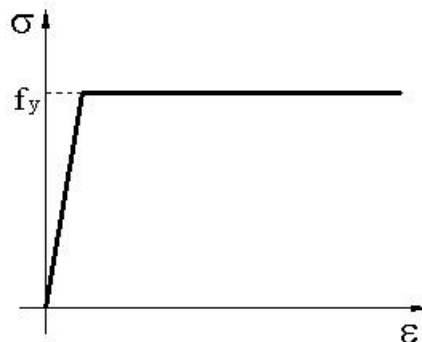


Figura 2.7 - Diagrama tensão-deformação simplificado

Com base na análise estrutural via método de elementos finitos, as tensões nas seções transversais de cada elemento do modelo devem ser avaliadas e sua resistência verificada em função do limite de escoamento do material adotado. Alguns exemplos de aços estruturais e características de material correntemente utilizados em projetos estruturais civis e navais são apresentados na tabela a seguir:

Aço	Limite de escoamento f_y (MPa)	Descrição
ASTM A36	250	Estrutural
ASTM A570 GR50	345	Estrutural
USI-SAC-350	350	Aço Patinável
NV-40	390	DNV - Alta resistência (HS)
NV-500	500	DNV - Resistência extra alta (EHS)
AH-36	355	Aço estrutural grau naval

Tabela 2.1- Aços estruturais e características de resistência

Os fatores de segurança e outros critérios de projeto serão apresentados no item 3 deste trabalho.

2.2.2 Flambagem local de placas esbeltas

Seja uma placa retangular comprimida, com largura b e comprimento a , apoiada em todo o seu contorno. Ao flambar, a placa apresentará uma deformada, como mostra a figura:

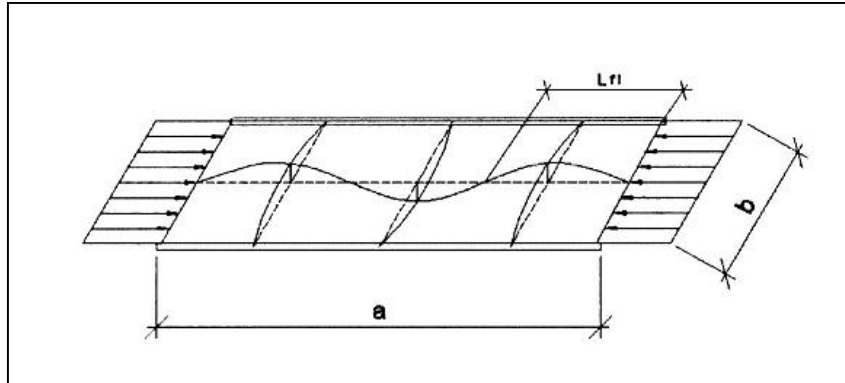


Figura 2.8 - Flambagem de uma placa retangular

A tensão crítica de uma placa quadrada comprimida - que pode ser estendida para uma placa retangular - é dada por:

$$f_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2) \left(\frac{b}{t}\right)^2} \quad (2.1)$$

onde k é o coeficiente de flambagem da placa e depende das dimensões, condição de bordo e carregamentos da mesma.

Diferentemente de barras comprimidas, que entram em colapso quando flambam, as placas esbeltas com seus bordos apoiados resistem a acréscimos de carga mesmo depois de ter atingido a tensão crítica, o que é conhecido como *Resistência Pós-flambagem* e é mais acentuado em placas com relação *largura/espessura* grande.

Segundo CARVALHO [3], o mecanismo desse fenômeno pode ser explicado discretizando uma placa em elementos verticais, que serão comprimidos, e em elementos horizontais tracionados, tais como numa grelha (ver figura 2.9).

Pode-se dizer que as barras horizontais amarram (cintam) as barras verticais. Longe dos apoios, as *cintas* têm menos poder de amarração e as barras verticais flambam mais facilmente. Junto aos apoios isso não acontece, porque as *cintas* são mais efetivas.

Aumentando a tensão de compressão, as barras centrais, atingindo a tensão crítica, visivelmente se deformarão, enquanto as barras junto aos apoios permanecem com pouca ou nenhuma deformação, embora apresentem tensões elevadas.

No momento da flambagem das barras verticais centrais, há uma redistribuição de tensões: observa-se uma diminuição do nível de tensões na parte central (um *afrouxamento*) com um acréscimo de tensões junto às laterais.

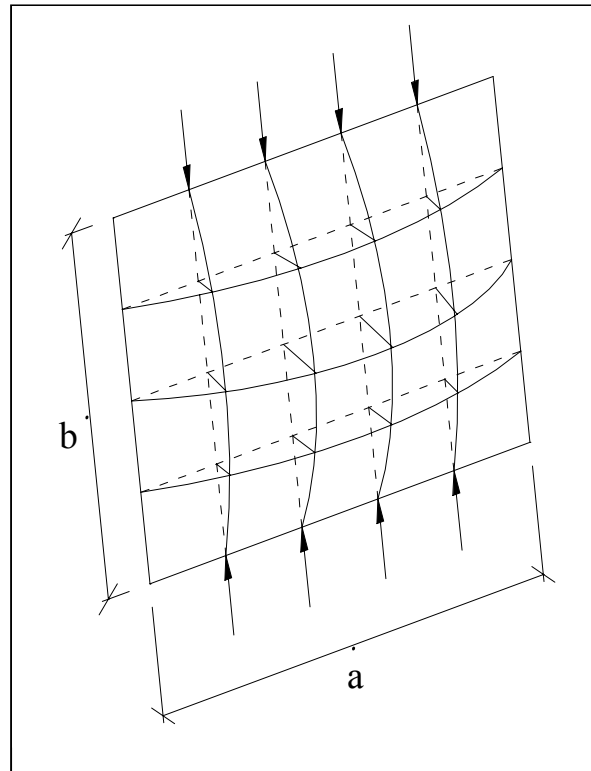
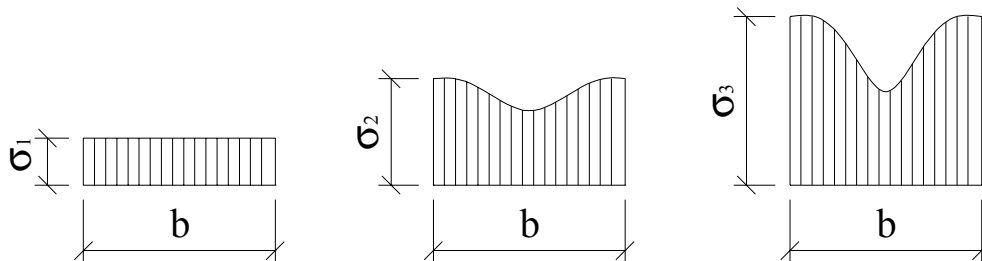


Figura 2.9 - Modelo de placa discretizada

Aumentando o nível da tensão, a placa continua resistindo - o que define a *Resistência Pós-flambagem* - até que as *cintas*, junto aos apoios, atinjam a tensão de escoamento. Neste momento, finalmente, ocorrerá o colapso da placa. Três estágios desse fenômeno podem ser apresentados com a ajuda de diagramas de tensão do centro da placa.



Tensão $\sigma_1 < f_{cr}$	Tensão $f_{cr} < \sigma_2 < f_v$	Tensão $\sigma_3 = f_v$
Distribuição uniforme de tensões	Ao atingir a tensão crítica, há uma redistribuição de tensões. A tensão na borda é maior que f_{cr} , mas ainda não atingiu f_v	A tensão na borda atinge a tensão de escoamento: a ruína da placa

Figura 2.10 - Estágios da flambagem de uma placa

A análise teórica da resistência pós-flambagem e ruína de placas comprimidas é extremamente complexa e para evitar este tipo de análise no dia-dia profissional, Von Kármán, conforme pode ser visto em BATISTA [4], propôs a substituição de tensões não-uniformes por tensões uniformes, divididas em dois trechos de cada lado do elemento, desconsiderando a parte central, já deformada lateralmente. Este é o conceito de *Largura Efetiva*.

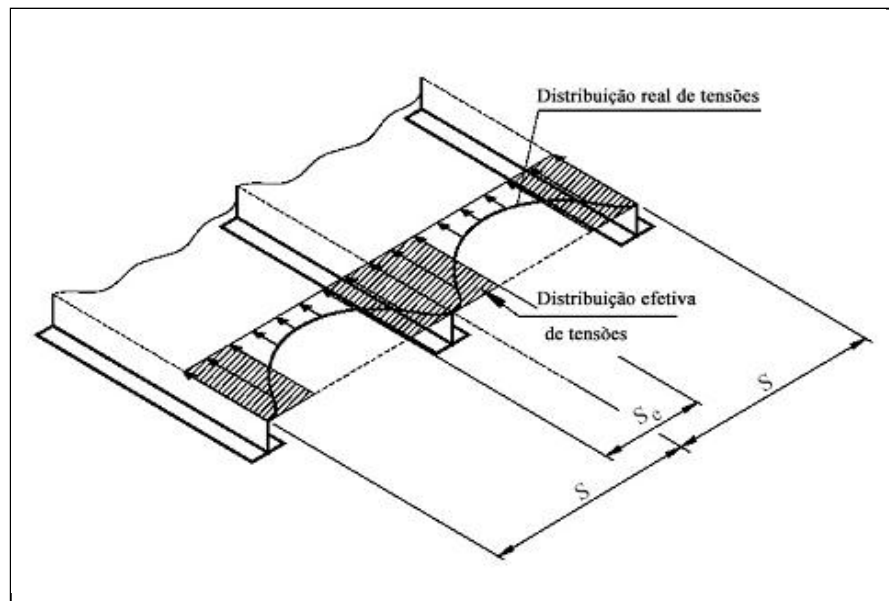


Figura 2.11 - Conceito de largura efetiva

Neste trabalho, as verificações de flambagem para placas não enrijecidas submetidas à compressão serão todas realizadas através do método das larguras efetivas. A redução na resistência da placa é expressa como um fator de redução referente à largura (efetiva) reduzida, que deve ser multiplicado pela tensão de escoamento de projeto para obter a resistência final de projeto do elemento.

2.2.3 Flambagem de barras comprimidas

As resistências das vigas e enrijecedores que sustentam e compõem o painel enrijecido serão avaliadas segundo o fenômeno da flambagem global e flambagem lateral torsional.

Barras com seção transversal do tipo caixão serão consideradas isentas de flambagem lateral torsional.

A seção transversal destes elementos, para fins de cálculo será considerada com uma largura colaborante para o flange superior, calculada segundo o método das larguras efetivas em função das dimensões e das tensões a que o painel estará submetido.

Serão considerados como vigas (*girders*), os elementos com dimensões e vãos significativamente maiores que os elementos dispostos ortogonalmente a estes, os quais serão denominados enrijecedores (*stiffeners*) e estes serão também dispostos segundo espaçamentos consideravelmente menores que os espaçamentos das vigas.

Para o cálculo da largura colaborante das vigas a norma DNV recomenda dois critérios distintos:

- **Método 1:** assume-se que o painel enrijecido (placa e enrijecedores) é efetivo contra esforços transversais de compressão. Neste método as placas isoladas (ver descrição das etapas de cálculo no item 4) e os enrijecedores serão calculados para resistir às cargas transversais;
- **Método 2:** assume-se que o painel enrijecido não é efetivo contra as cargas transversais de compressão. Neste método, o painel deve ser calculado desprezando-se as cargas transversais aos enrijecedores, levando em conta apenas às cargas axiais e laterais, conseqüentemente fazendo com que seja considerado que toda a carga transversal seja absorvida pelas vigas (que estão dispostas transversalmente aos enrijecedores), gerando menores larguras colaborantes e maiores cargas longitudinais nas vigas.

3 RECOMENDAÇÕES DE PROJETO

Conforme mencionado anteriormente, os critérios de dimensionamento adotados para este trabalho seguem as recomendações da norma da sociedade classificadora DNV [1] - *Buckling Strength of Plated Structures*.

A primeira parte desta norma encontra-se no anexo A deste trabalho para fácil referência (baixado do *web-site* www.dnv.com em setembro de 2003).

3.1 CONCEITO DE SOCIEDADE CLASSIFICADORA

As sociedades classificadoras surgiram em meados dos séculos XVII e XVIII, quando mercadores, armadores e seguradores de Londres encontravam-se em *pubs* e cafês para discutir negócios e destas discussões surgiam listas de navios com informações sobre o grau de risco assumido em segurar navios e suas cargas, assim como uma espécie de *ranking* com as embarcações mais seguras e os pré-requisitos de uma embarcação ideal.

Especialmente atingidas pelos inúmeros naufrágios e perdas das cargas, coube às Companhias Seguradoras a iniciativa de apoiar a criação de empresas independentes, cuja missão seria estabelecer os critérios de segurança e executar as inspeções nas embarcações, classificando-as então, de acordo com esses critérios.

Surgiram desta forma, as Sociedades Classificadoras cuja missão básica, desde sua criação até os dias de hoje, é informar ao público, através de seus livros de registros, sua apreciação de cada embarcação inspecionada.

Diante da evolução das técnicas de construção e dos instrumentos de cálculo postos à disposição dos engenheiros e, diante também, da crescente diversificação e especialização, as Sociedades Classificadoras evoluíram suas regras, concentrando a atenção na conceituação dos problemas envolvidos em cada projeto, estabelecendo a validade de métodos de análise e os limites a serem respeitados.

Atualmente, por lei, toda e qualquer embarcação ou estrutura *offshore* operando em águas brasileiras, como ocorre no resto do mundo, precisa ser certificada e aprovada por uma Sociedade Classificadora. Algumas das principais Sociedades Classificadoras do mundo são:

- ABS - American Bureau Of Shipping (EUA);
- BV - Bureau Veritas (França);
- DNV - Det Norske Veritas (Noruega);
- GL - Germanischer Lloyd (Alemanha);
- KR - Korean Register Of Shipping (Coreia);
- LR - Lloyd's Register Of Shipping (U.K);
- NK - Nippon Kaiji Kyokai (Japão);
- PRS - Polish Register Of Shipping (Polônia);
- RINA - Registro Italiano Navale (Itália);
- RS - Register Of Ships (ex USSR);
- CCS - China Classification Society (China).

A Norma DNV foi adotada por ser amplamente utilizada como referência no projeto de estruturas *offshore* e por possuir metodologias de cálculo próprias.

3.2 MÉTODO DO ESTADO LIMITE ÚLTIMO

Este documento propõe uma metodologia simplificada para a análise de resistência à flambagem em painéis enrijecidos baseado no método dos estados limites (ver referência em DNV [5]) ou *LRFD* (*Load and resistance factor design*). Este método faz uso de fatores de segurança para minoração da resistência de acordo com o material empregado (no caso $\gamma_M =$

1,15 para o aço) e majoração das cargas em função dos fatores de combinação e probabilidade de ocorrência das cargas aplicadas ao modelo.

Table D1 Load factors γ_f for ULS				
Combination of design loads	Load categories			
	G	Q	E	D
a)	1.3	1.3	0.7	1.0
b)	1.0	1.0	1.3	1.0

Load categories are: G = permanent load Q = variable functional load E = environmental load D = deformation load For description of load categories see Sec.3.

Tabela 3.1 - Fatores de majoração de cargas - extraídos de DNV [5]

Essa norma recomenda que a verificação do *estado limite de utilização*, no que diz respeito às deformações fora do plano da chapa, deve ser omitida se o vão menor da placa (ou painel) for menor que 120 vezes a espessura da chapa.

3.3 VALIDAÇÃO DO MÉTODO

A validade do método proposto e detalhado a seguir, terá maior garantia para o caso de placas retangulares e painéis enrijecidos com o vão dos enrijecedores maior que o espaçamento entre os mesmos ($l > s$). O mesmo se dá para o caso de vigas ortogonais aos enrijecedores e com dimensões da seção transversal significativamente maiores que as dimensões dos enrijecedores.

Neste trabalho todos os elementos que compõem as vigas e enrijecedores serão supostos isentos de flambagem local desde que obedeçam ao seguinte critério de esbeltez de acordo com recomendação da norma DNV [1]:

- Para flanges de vigas ou enrijecedores do tipo T ou L

$$c \leq 14 t_f \varepsilon \quad \text{para perfis soldados} \quad (3.1)$$

$$c \leq 15 t_f \varepsilon \quad \text{para perfis laminados} \quad (3.2)$$

- Para almas de vigas ou enrijecedores

$$h_w \leq 42 t_w \varepsilon \quad (3.3)$$

onde,

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \quad (3.4)$$

Os efeitos da flambagem local nestes elementos podem ser avaliados em análises mais refinadas, porém neste trabalho, a verificação de flambagem será realizada desprezando-se este fenômeno e sugerindo a adoção de enrijecedores de alma ou enrijecedores de flanges sempre que necessário, no caso de elementos muito esbeltos.

Para definição dos parâmetros envolvidos, ver figura 3.1.

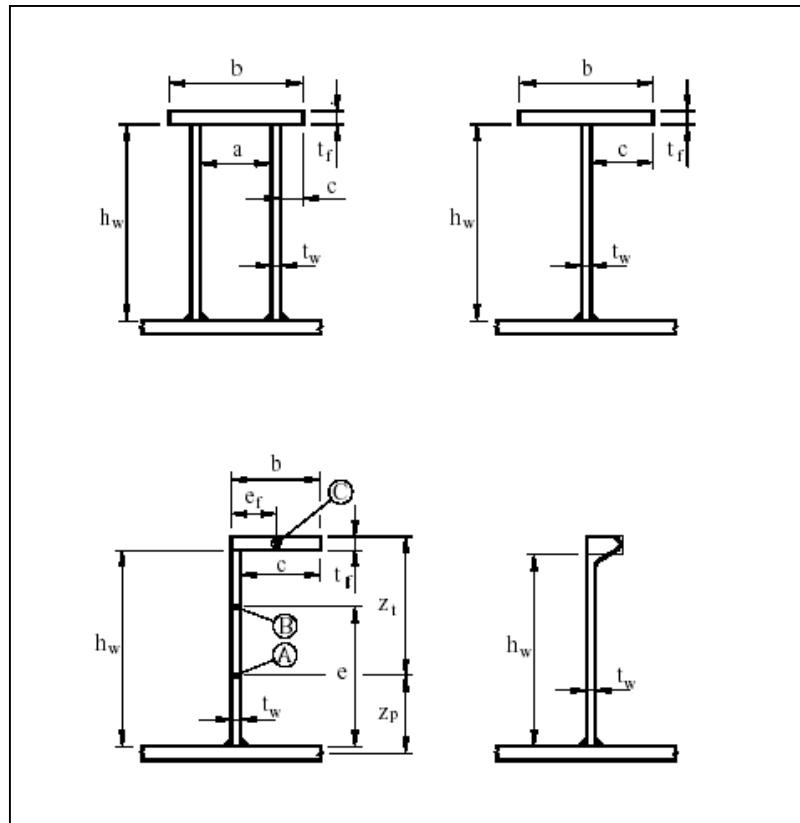


Figura 3.1 -Seções transversais típicas para vigas e enrijecedores

Para as análises propostas, as seguintes hipóteses de cálculo devem ser consideradas:

- Análise em regime elástico-linear;
- Verificação isenta de fadiga - O fenômeno da fadiga deve ser avaliado em análise separada, segundo critérios específicos.

4 PROGRAMA DE VERIFICAÇÃO DE RESISTÊNCIA

Batizado com o nome de *BPLATE 1.0 - Buckling Strength of Plated Structures*, foi criado um programa, desenvolvido em *Visual Basic 6.0*, com a finalidade de realizar as verificações propostas pela norma DNV.

Para tal, cada item foi devidamente programado e automatizado, possibilitando a entrada de dados de maneira rápida e simples através de uma interface gráfica. A entrada de dados se dá em três etapas: material e geometria; carregamentos; e propriedades das seções transversais.

4.1 DADOS DE ENTRADA DO PROGRAMA

A seguir serão apresentadas e explicadas todas as telas de entrada de dados do programa.

4.1.1 Dados de material e geometria

Neste item serão descritos todos os parâmetros informados ao programa, no que diz respeito a material utilizado e geometria do painel. A tela de entrada de dados do programa é apresentada na figura 4.1.

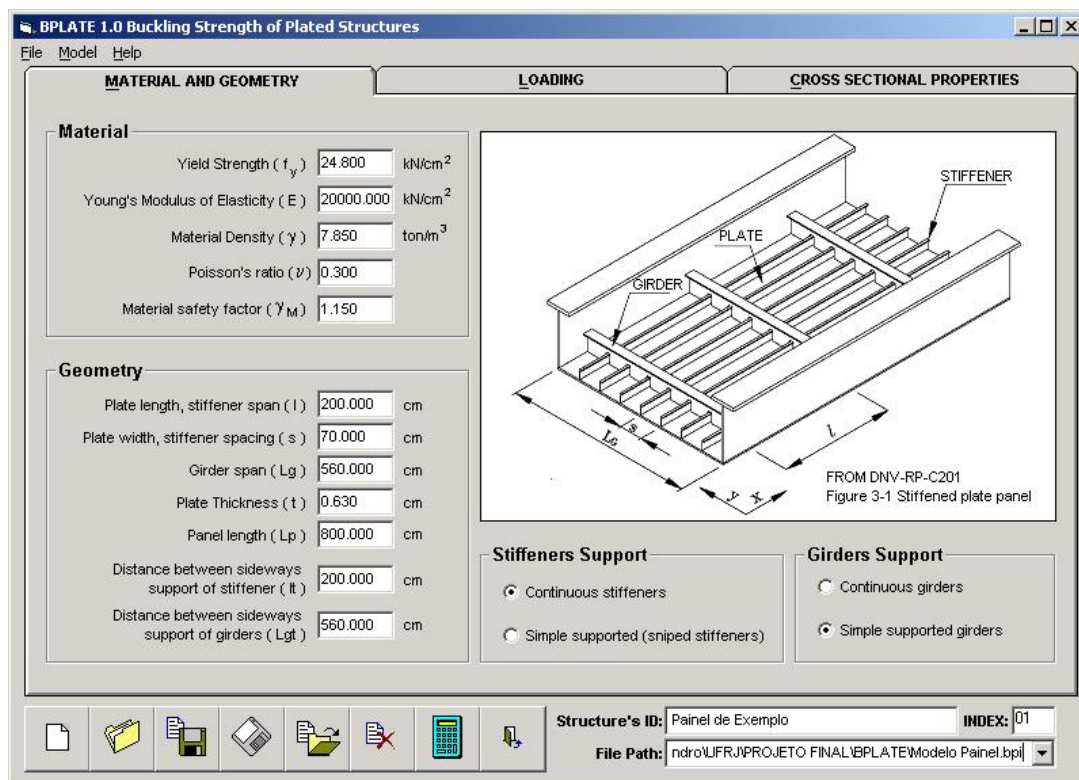


Figura 4.1 - Tela de entrada de dados do programa - material e geometria

Nesta tela serão definidos os seguintes parâmetros de material, adotados para todos os elementos da estrutura:

- Tensão de escoamento (f_y);
- Módulo de Elasticidade ou Módulo de Young (E);
- Densidade do material ou peso específico (γ);
- Coeficiente de Poisson (ν);
- Fator de segurança correspondente ao material utilizado (γ_M).

Serão ainda definidas todas as dimensões envolvidas na geometria do painel:

- Comprimento da placa isolada ou vão do enrijecedor (l);
- Largura da placa isolada ou espaçamento entre enrijecedores (s);
- Vão da viga (L_G);
- Espessura da chapa (t);
- Largura do painel (L_p);
- Distância entre suportes laterais do enrijecedor ou vão não contraventado (l_i);
- Distância entre suportes laterais da viga ou vão não contraventado (L_{Gi});

Será adotado um modelo simplificado de análise para as placas enrijecidas, onde os trechos de chapa entre enrijecedores serão considerados como placas isoladas, simplesmente apoiadas em seus quatro bordos e as vigas e enrijecedores serão avaliados separadamente.

A influência da rigidez das vigas e enrijecedores nas condições de bordo das placas isoladas será desprezada em função da complexidade desta avaliação. Portanto, para fins práticos a norma DNV adota um critério simplificado, porém conservador (a favor da segurança), para definir as condições de extremidade dos elementos dos painéis.

Enrijecedores podem ser considerados contínuos ao longo das vigas (com suas extremidades engastadas/soldadas na alma das vigas) ou simplesmente apoiados (simulando a situação em que os enrijecedores são interrompidos sem conexão com as vigas, como no caso de enrijecedores chanfrados). Da mesma forma as vigas podem ser consideradas contínuas (ou bi-engastadas) ou simplesmente apoiadas (ou bi-apoiadas).

Painéis com diferentes espaçamentos entre enrijecedores ou diferentes vãos, por exemplo, devem ter cada trecho calculado separadamente, como se fossem placas isoladas de diferentes painéis com as respectivas tensões primárias.

4.1.2 Dados de carregamentos

Na segunda tela serão introduzidos os carregamentos de projeto e outros parâmetros referentes a carregamentos e esforços. As cargas informadas ao programa já devem ser as cargas de projeto, ou seja, estas já devem estar devidamente afetadas por todos os fatores de majoração e fatores de combinação e probabilidade de acordo com o método do estado limite último (ou LRDF).

Os carregamentos são definidos de acordo com as figuras 4.2 e 4.3.

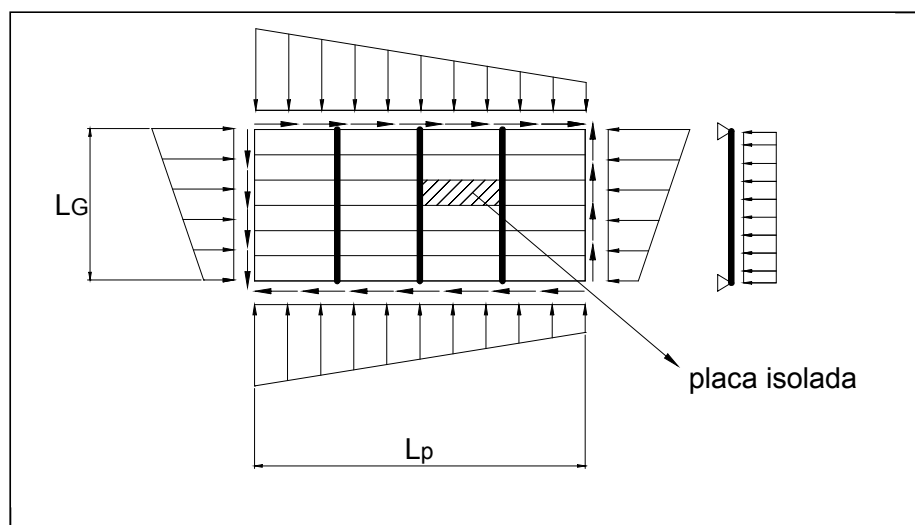


Figura 4.2 - Esquema das cargas aplicadas no painel

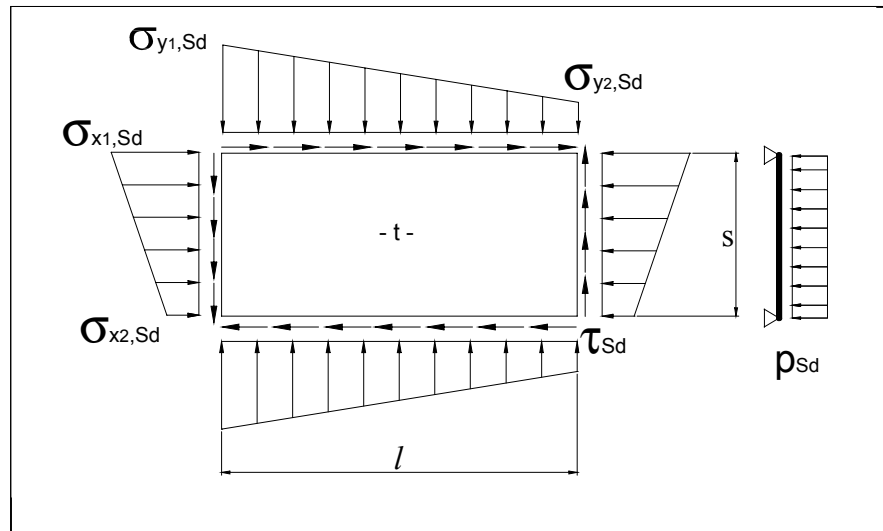


Figura 4.3 - Solicitações de projeto na placa isolada

- Tensão máxima longitudinal aos enrijecedores ($\sigma_{x1,Sd}$);
- Tensão longitudinal aos enrijecedores no bordo oposto ($\sigma_{x2,Sd}$);
- Fator de variação da tensão longitudinal (ψ)- parâmetro calculado automaticamente em função das cargas longitudinais introduzidas, ou introduzido manualmente, ocasionando atualização da tensão longitudinal no bordo oposto a máxima;
- Tensão máxima transversal aos enrijecedores ($\sigma_{y1,Sd}$);
- Tensão transversal aos enrijecedores no bordo oposto ($\sigma_{y2,Sd}$);
- Tensão transversal de cálculo ($\sigma_{y,Sd}$) - Os cálculos consideram uma carga transversal uniforme tomada da seguinte forma de acordo com a norma:

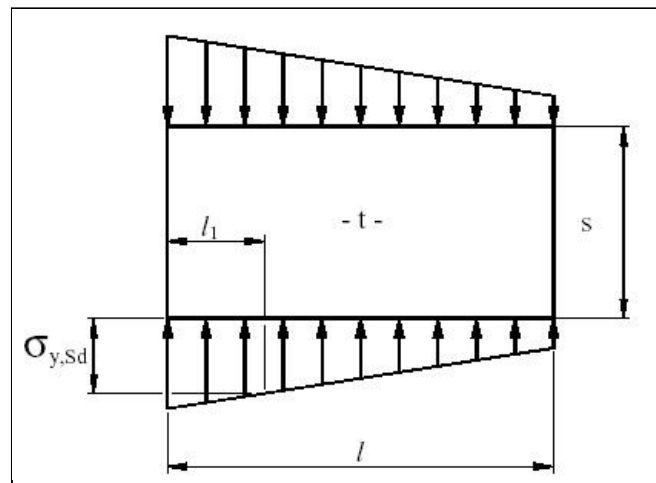


Figura 4.4 - Tensão transversal de cálculo

Onde: $l_1 =$ valor mínimo entre $0.25 l$ e $0.5 s$

- Tensão de cisalhamento (τ_{Sd});
- Pressão lateral uniforme no painel (p_{Sd});

Opcionalmente podem ser definidos carregamentos adicionais apenas para as vigas em caso de necessidade de avaliação de resistência da viga para cargas de momento fletor e esforço cortante maiores que aqueles gerados pela carga lateral no painel. Neste caso o programa avalia as cargas geradas e compara com as cargas adicionais e adota as de maior valor:

- Momento fletor na viga (M_{sd});
- Esforço cortante na viga (V_{sd}).

As cargas de projeto informadas ao programa devem ser as cargas aplicadas a um trecho de placa isolada qualquer. No caso de cargas variáveis ao longo do painel e espaçamentos e perfis de enrijecedores também diferentes no mesmo painel, o cálculo deve ser feito separadamente, em análises distintas para cada trecho de placa isolada e painel enrijecido com suas respectivas dimensões e suas respectivas cargas.

As cargas aplicadas nos enrijecedores, na etapa de análise de painel enrijecido (ver item 4.2.2) são definidas em função das tensões e pressões laterais na placa isolada. Detalhes sobre o cálculo destas forças podem ser vistos no item 4.2.2.1 deste documento.

As cargas de projeto sobre as vigas são as cargas aplicadas sobre todo o painel. A norma recomenda que para a tensão $\sigma_{x,sd}$ com variação linear ao longo do painel seja adotado o valor da tensão máxima num trecho de $0.25 L_G$ para cada lado do meio do vão da viga e para a tensão τ_{sd} seja adotado o valor do fluxo de cisalhamento médio sobre o painel. Porém, como são informadas ao programa apenas as tensões em um trecho qualquer de placa isolada, e não a variação ao longo de todo o painel, as tensões adotadas serão as tensões máximas no trecho escolhido, para o caso de cargas variáveis. Desta forma, deve ser selecionado para o dimensionamento da viga, o trecho de placa isolada que apresentar maiores solicitações. No caso de tensões uniformes ao longo de todo o painel, evidentemente, esta avaliação não se faz necessária. As forças equivalentes e pressões laterais adicionais na viga são calculadas de forma análoga ao realizado para os enrijecedores (ver item 4.2.3.1).

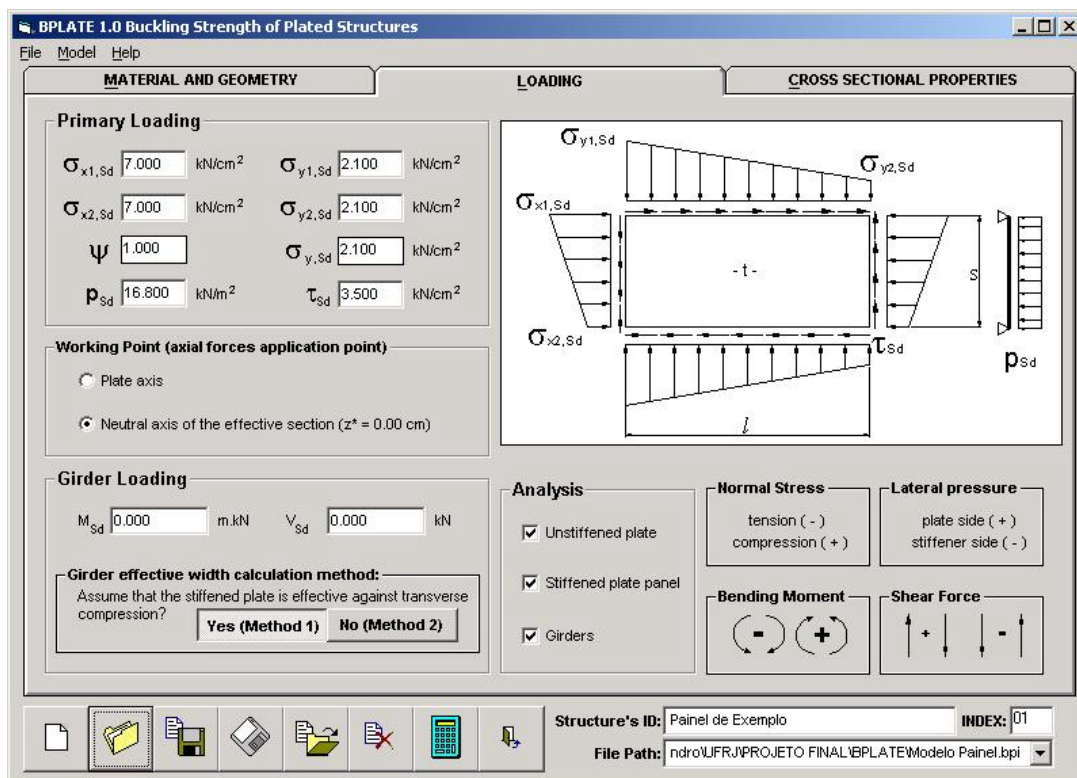


Figura 4.5 - Tela de entrada de dados do programa - carregamentos

Para as cargas aplicadas no plano da chapa deve ainda ser definido se o ponto de trabalho (*working point*) estará no eixo da placa ou na linha neutra da seção transversal do painel. Com isto será definido o parâmetro z^* de acordo com esquema da figura 4.6.

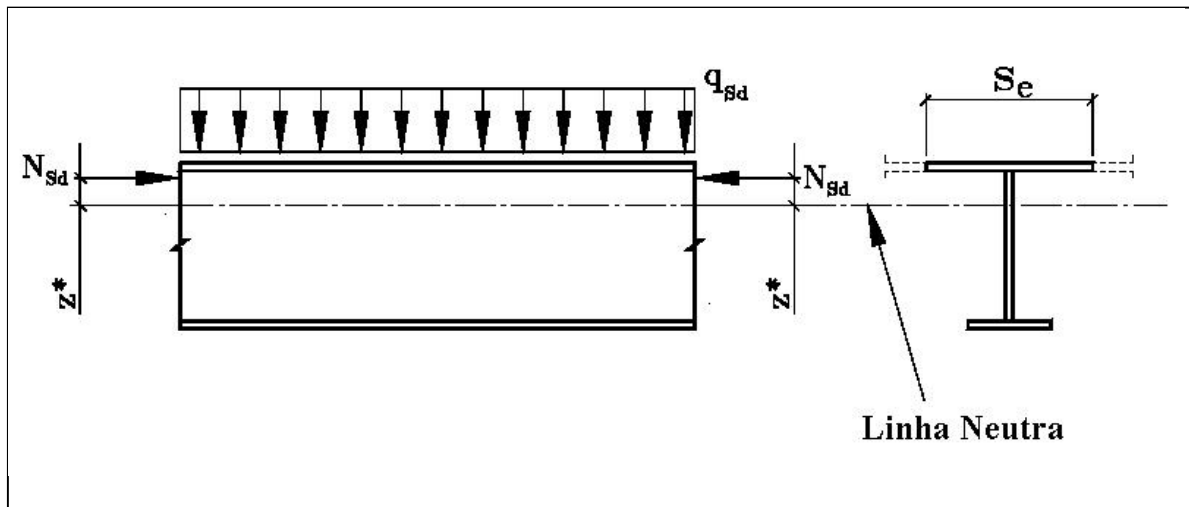


Figura 4.6 - Definição da distância z^* - sentido do valor positivo

Se as tensões longitudinais forem aplicadas em toda a seção transversal do painel, as cargas axiais devem ser aplicadas na linha neutra e o parâmetro z^* será igual a zero. Por outro lado, se as tensões longitudinais forem aplicadas apenas na chapa, as cargas axiais serão aplicadas no eixo da chapa e o parâmetro z^* será igual à distância que vai do eixo da placa até a linha neutra da seção.

O ponto de aplicação da carga axial é importante para o dimensionamento, pois a distância z^* corresponde a um braço de alavanca para a carga axial equivalente N_{sd} (ver definição e cálculo de N_{sd} nos itens 4.2.2.1 e 4.2.3.1), gerando assim um momento fletor na viga ou no enrijecedor. A norma DNV sugere que a aproximação $z^* = 0$ é aceitável, porém aqui será facultada ao usuário a opção entre as duas possibilidades apresentadas.

4.1.3 Seções transversais de enrijecedores e vigas

Nesta tela serão definidas as dimensões e tipos de seção transversal dos enrijecedores e vigas que compõem o painel.

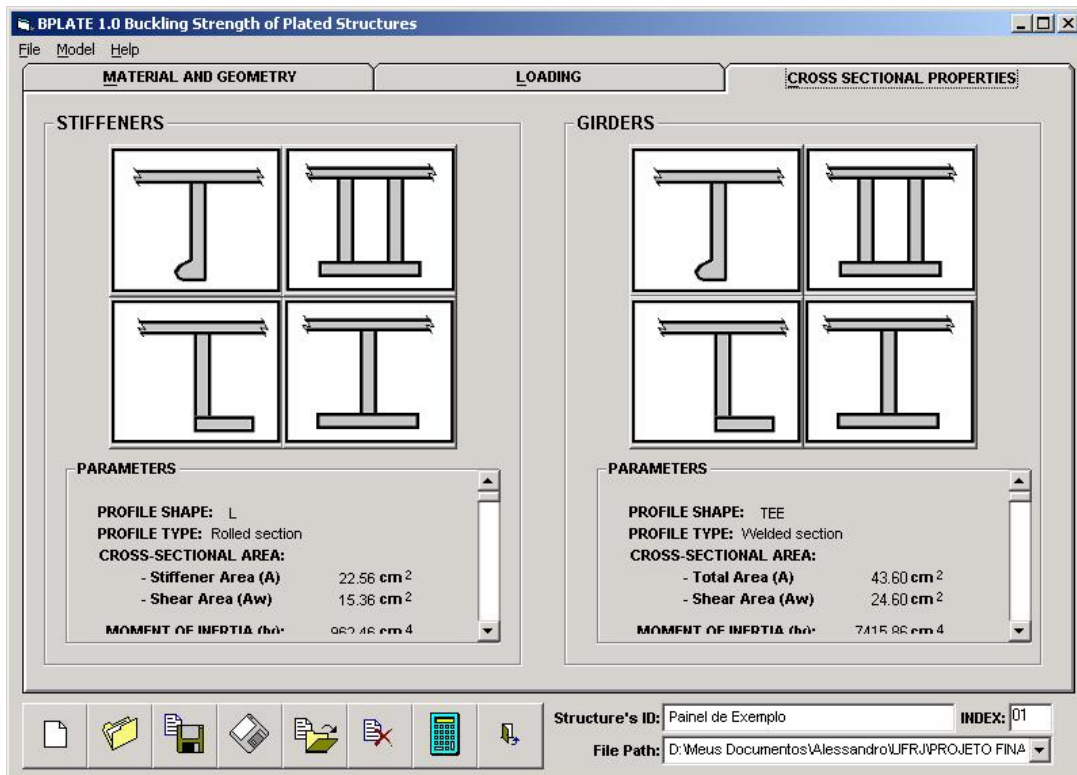


Figura 4.7 - Tela de entrada de dados do programa - definição do tipo de seção transversal

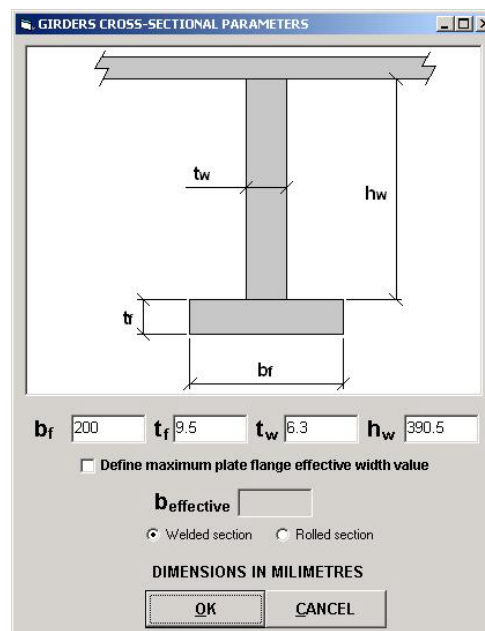


Figura 4.8 - Tela de entrada de dados do programa - dimensões da seção transversal

Além da definição das dimensões da seção transversal, nesta tela o usuário deverá definir se a seção é do tipo perfil soldado ou laminado e com base nesta informação a esbeltez da alma e do flange do perfil serão avaliadas com base nos critérios citados no item 3.3 deste trabalho e

será informada ao usuário a necessidade de adoção de enrijecedores de alma e/ou flanges para que seja evitada a flambagem local destes.

Nesta etapa também será possível definir um valor máximo para a largura colaborante do flange superior da viga ou enrijecedor, em função de algum limitante de projeto qualquer, como por exemplo um orifício na chapa do painel que impede que a chapa colabore na resistência numa determinada região.

Após a entrada de dados, o programa permite a geração de um arquivo para acessos futuros com todos os dados da estrutura criada, permitindo também a modelação de vários problemas em um único arquivo.

4.2 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

Após a introdução dos dados necessários o programa realiza as análises em três etapas distintas: placas não enrijecidas, painéis enrijecidos e vigas suportando painéis enrijecidos.

A seguir são apresentados exemplos de telas de resultados para todos os tipos de análise disponíveis.

4.2.1 Placas não enrijecidas

Nesta etapa são realizadas 3 verificações distintas: verificação de esbeltez, verificação de resistência a pressões laterais, verificação de resistência a tensões normais.

4.2.1.1 Verificação de esbeltez

Em função dos tipos de carregamentos a que a placa está submetida, a esbeltez da chapa é verificada em função do seguinte parâmetro de esbeltez:

$$\varepsilon = \sqrt{235 / f_y} \quad (4.1)$$

Para todos os casos de carga, são apresentadas a seguir as situações quando a verificação de flambagem não se faz necessária:

- a) Apenas tensões de tração e/ou pressão lateral

Quando a placa não está submetida à compressão axial, não é necessária a verificação de esbeltez, tampouco verificação de resistência a flambagem.

- b) Compressão longitudinal a maior dimensão da placa

$$\frac{s}{t} \leq 42 \varepsilon \quad (4.2)$$

- c) Compressão transversal a maior dimensão da placa

$$\frac{s}{t} \leq 5.4 \varepsilon \quad (4.3)$$

- d) Tensão de cisalhamento

$$\frac{s}{t} \leq 70 \varepsilon \quad (4.4)$$

- e) Carregamentos combinados

$$\frac{s}{t} \leq 5.4 \varepsilon \quad (4.5)$$

4.2.1.2 Verificação de resistência a pressões laterais

Baseado no item 5 da norma DNV [1] o programa calcula a resistência de projeto a pressões laterais. A verificação é baseada na teoria da *linha de escoamento* e leva em conta a redução do momento resistente ao longo da *linha de escoamento* em função das tensões normais aplicadas. A resistência reduzida é calculada em função da tensão equivalente de Von Mises que é obtida através da seguinte fórmula:

$$\sigma_{j,Sd} = \sqrt{\sigma_{x,Sd}^2 + \sigma_{y,Sd}^2 - \sigma_{x,Sd} \cdot \sigma_{y,Sd} + 3\tau_{Sd}^2} \quad (4.6)$$

O critério de *Von Mises*, segundo BEER [6], também conhecido como o critério da máxima energia de distorção, se baseia na determinação da energia de distorção de um certo material, quer dizer, da energia relacionada com mudanças na forma do material (em oposição à energia relacionada com mudanças de volume nesse material). Por esse critério, um componente estrutural estará em condições de segurança enquanto o maior valor de energia em distorção por unidade de volume de material permanecer abaixo da energia de distorção por unidade de volume necessária para provocar o escoamento no corpo de prova de mesmo material submetido a ensaio de tração.

4.2.1.3 Verificação de resistência a tensões normais

Com base no método das larguras efetivas, o programa calcula as resistências de projeto para cada uma das tensões normais aplicadas de acordo com o item 6 da norma DNV e em seguida utiliza a seguinte fórmula de interação (item 6.5 da norma):

$$\left(\frac{\sigma_{x,Sd}}{\sigma_{x,Rd}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{y,Sd}}{\sigma_{y,Rd}}\right)^2 - c_i \cdot \left(\frac{\sigma_{x,Sd}}{\sigma_{x,Rd}}\right) \cdot \left(\frac{\sigma_{y,Sd}}{\sigma_{y,Rd}}\right) + \left(\frac{\tau_{Sd}}{\tau_{Rd}}\right)^2 \leq 1.0 \quad (4.7)$$

onde,

$$c_i = 1 - \frac{s}{120 \cdot t} \quad \text{para } s/t \leq 120 \quad (4.8)$$

$$c_i = 0 \quad \text{para } s/t > 120 \quad (4.9)$$

$\sigma_{x,Rd}$ - Resistência de projeto a tensões normais longitudinais

$\sigma_{y,Rd}$ - Resistência de projeto a tensões normais transversais

τ_{Rd} - Resistência de projeto a tensões de cisalhamento

A figura 4.9 apresenta a tela de resultados do programa para a análise de placas não enrijecidas.

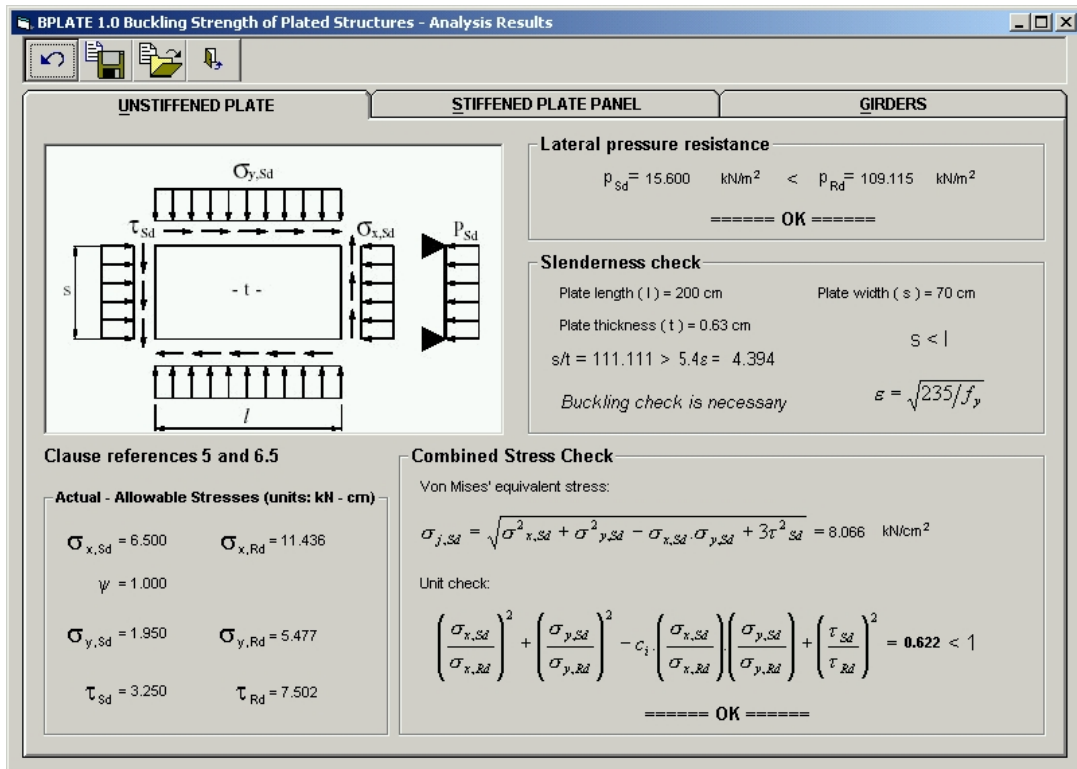


Figura 4.9 - Tela de resultados do programa - placas não enrijecidas

4.2.2 Painéis enrijecidos

Nesta etapa o programa calcula a resistência de um painel enrijecido em função da resistência dos enrijecedores do painel e da placa entre enrijecedores.

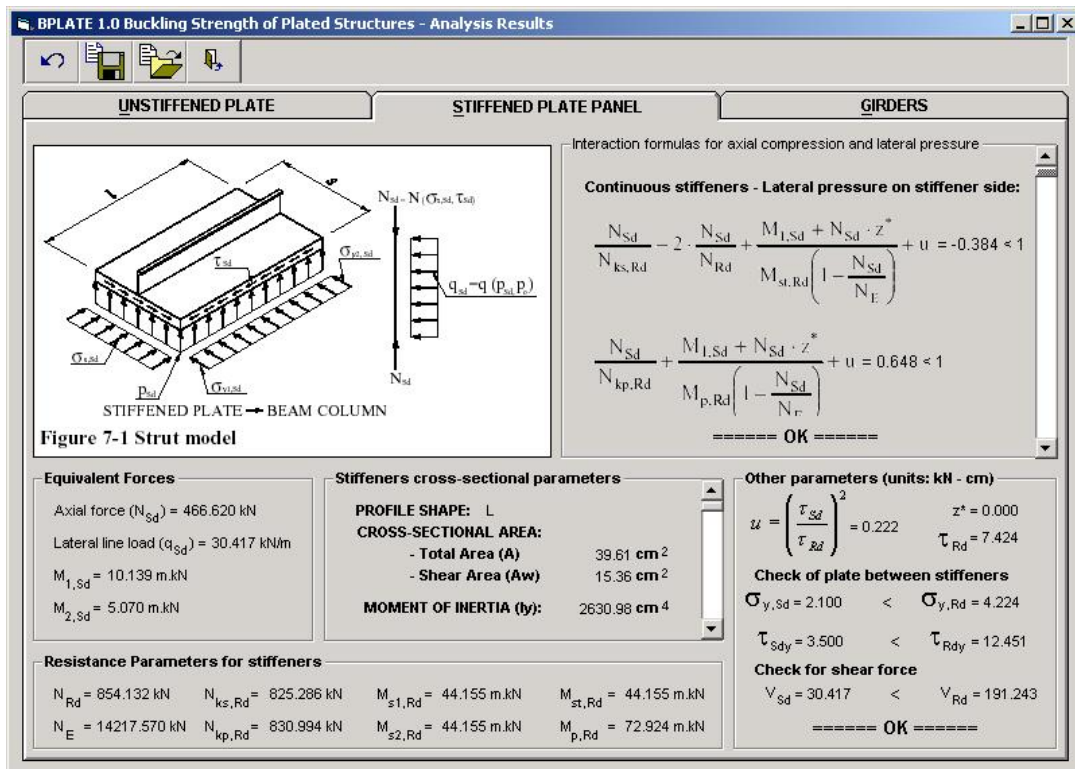


Figura 4.10 - Tela de resultados do programa - painéis enrijecidos

4.2.2.1 Forças equivalentes no painel enrijecido

Para o cálculo de resistência a flambagem dos enrijecedores, são calculadas forças equivalentes nestes elementos, em função das tensões normais e pressões laterais no painel enrijecido. A seguir, um resumo da metodologia de cálculo de cada uma destas forças.

a) Força axial

$$N_{sd} = \sigma_{x, sd} (A_s + st) + \tau_{tf} \cdot st \quad (4.10)$$

Onde,

A_s = área da seção transversal do enrijecedor

s = distância entre enrijecedores

t = espessura da placa

$\sigma_{x, sd}$ = tensão axial longitudinal no painel enrijecido (compressão no sentido positivo)

τ_{tf} = parâmetro referente ao saldo entre a tensão de cisalhamento aplicada no painel e a resistência ao cisalhamento da placa entre enrijecedores. Ou seja, a carga que não é absorvida pela placa é convertida em força no enrijecedor.

b) Carga distribuída uniforme

$$q_{sd} = (p_{sd} + p_o) s \quad (4.11)$$

Onde,

s = espaçamento entre enrijecedores

p_{sd} = Pressão lateral de projeto

p_o = Pressão lateral adicional

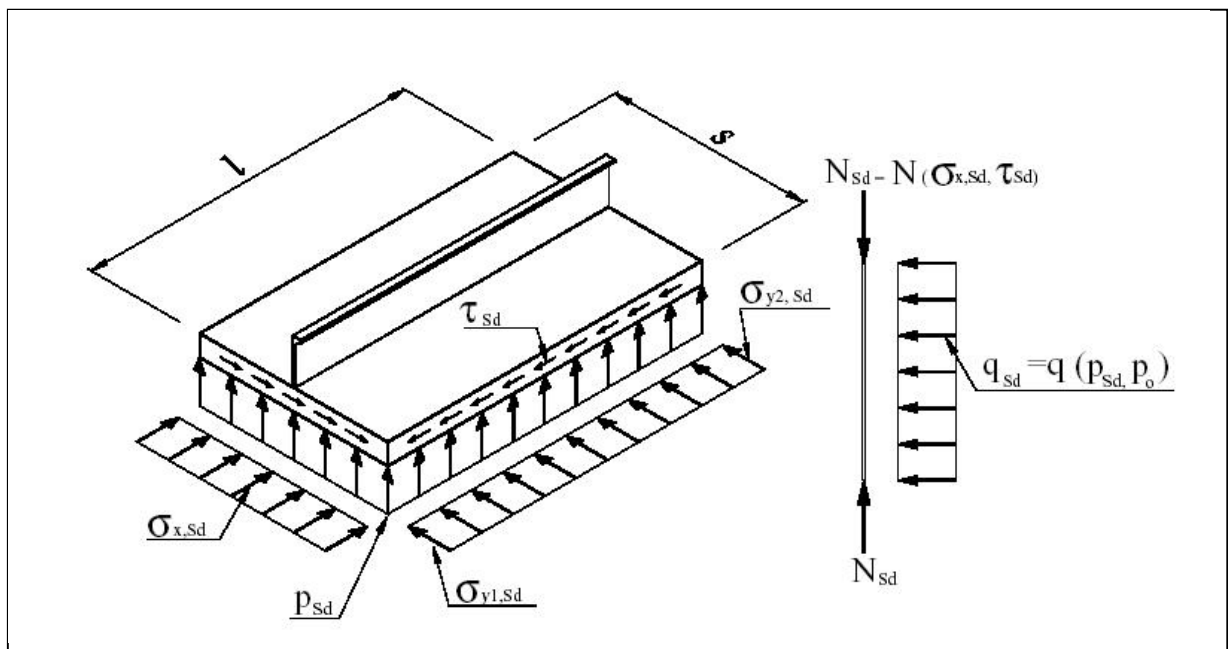


Figura 4.11 - Forças equivalentes no painel enrijecido

A pressão lateral adicional p_o é utilizada para levar em conta, entre outros, efeitos relacionados a imperfeições na chapa e deformações iniciais e deve ser aplicada sempre na direção da pressão lateral de projeto. Este parâmetro depende de fatores como: rigidez a

flexão do enrijecedor, condições de contorno (enrijecedores simplesmente apoiados ou contínuos), forma e magnitude das tensões normais e dimensões do painel.

Para as situações nas quais a carga de projeto p_{sd} é menor que a pressão adicional, o painel deve ser verificado com a carga p_o aplicada nas duas direções (ou seja, no lado da chapa - positivo - e no lado dos enrijecedores - negativo).

4.2.2.2 Resistência da chapa entre enrijecedores

Para a verificação de resistência do painel enrijecido, é necessária a verificação do trecho de chapa entre os enrijecedores. Nesta etapa, considera-se que o enrijecedor absorve toda a carga longitudinal do painel e que parte da carga transversal e do cisalhamento devem ser absorvidos pela placa. Em função do método adotado para o cálculo da largura efetiva da viga, conforme apresentado no item 2.2.3, o painel enrijecido pode ser considerado efetivo ou não contra as tensões normais transversais.

Se tanto o enrijecedor, quanto a placa entre enrijecedores forem aprovados em seus respectivos critérios de resistência na etapa de cálculo do painel enrijecido, a verificação de placa não enrijecida, conforme item 4.2.1 não se faz necessária.

4.2.2.3 Parâmetros de resistência dos enrijecedores

Para o cálculo da resistência final dos enrijecedores os seguintes parâmetros de resistência devem ser considerados;

- Resistência axial de projeto (N_{Rd}) - resistência do enrijecedor à compressão, até o limite de escoamento, isento de efeitos de flambagem;
- Carga crítica de Eüler (N_E) - resistência a flambagem global, segundo a teoria de Eüler;
- Resistência a flambagem induzida pelo lado do enrijecedor ($N_{ks,Rd}$) - resistência à compressão considerando as forças laterais aplicadas no lado do enrijecedor (pressão lateral negativa), induzindo deformações e flambagem no sentido desta força, conforme figura 4.12, considerando os efeitos de flambagem global e flambagem lateral torsional na redução da resistência característica;

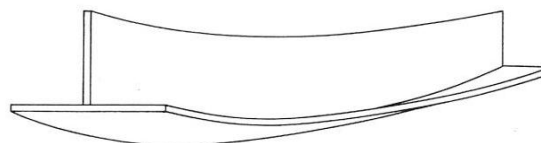


Figura 4.12 - Colapso induzido pelo lado do enrijecedor

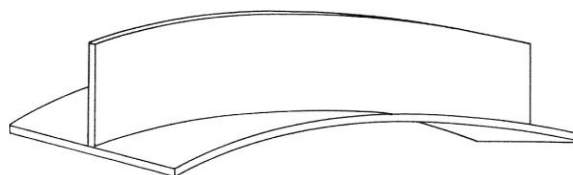


Figura 4.13 - Colapso induzido pelo lado da chapa

- Resistência a flambagem induzida pelo lado da chapa ($N_{kp,Rd}$) - análogo ao parâmetro $N_{ks,Rd}$, porém com deformações induzidas conforme demonstrado na figura 4.13, considerando as forças aplicadas no lado da chapa (pressão lateral positiva);
- Resistência de projeto à flexão no lado do enrijecedor ($M_{st,Rd}$) - resistência do enrijecedor aos momentos fletores, com o lado do enrijecedor tracionado;
- Resistência de projeto à flexão no lado da chapa ($M_{p,Rd}$) - resistência do enrijecedor aos momentos fletores, com o lado da chapa tracionado;

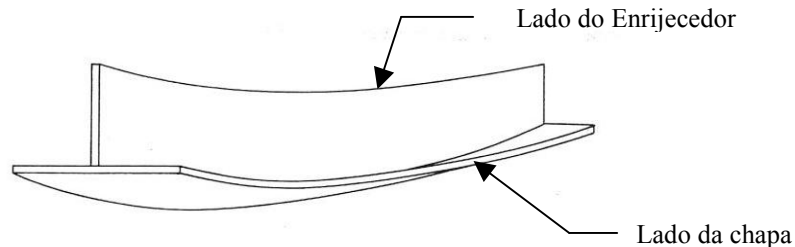


Figura 4.14 - Indicação de lado da chapa e lado do enrijecedor

- Resistência ao momento fletor nos apoios de enrijecedores contínuos ($M_{1,Sd}$) - resistência à flexão considerando, para o cálculo da flambagem lateral torsional, uma distância entre pontos de momento fletor nulo igual a 40% do vão do enrijecedor e pressão lateral no lado do enrijecedor;
- Resistência ao momento fletor no vão de enrijecedores contínuos ($M_{2,Sd}$) - análogo ao parâmetro $M_{1,Sd}$, porém considerando a distância entre pontos com momento fletor nulo igual a 80% do vão do enrijecedor.

4.2.2.4 Fórmulas de interação para compressão axial e pressão lateral

Para considerar os efeitos da combinação de esforços de compressão, flexão e cisalhamento, a norma DNV [1] propõe fórmulas de interação típicas para verificação do estado limite último de vigas-colunas de aço, que serão apresentadas nos itens que se seguem.

a) Enrijecedores contínuos

i) Para pressão lateral no lado da chapa

$$\frac{N_{Sd}}{N_{ks,Rd}} + \frac{M_{1,Sd} - N_{Sd} \cdot z^*}{M_{st,Rd} \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_E} \right)} + u \leq 1 \quad (4.12)$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{kp,Rd}} - 2 \cdot \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{M_{1,Sd} - N_{Sd} \cdot z^*}{M_{p,Rd} \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_E} \right)} + u \leq 1 \quad (4.13)$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{ks,Rd}} - 2 \cdot \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{M_{2,Sd} + N_{Sd} \cdot z^*}{M_{st,Rd} \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_E} \right)} + u \leq 1 \quad (4.14)$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{kp,Rd}} + \frac{M_{2,Sd} + N_{Sd} \cdot Z^*}{M_{p,Rd} \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_E}\right)} + u \leq 1 \quad (4.15)$$

ii) Para pressão lateral no lado do enrijecedor

$$\frac{N_{Sd}}{N_{ks,Rd}} - 2 \cdot \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{M_{1,Sd} + N_{Sd} \cdot Z^*}{M_{st,Rd} \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_E}\right)} + u \leq 1 \quad (4.16)$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{kp,Rd}} + \frac{M_{1,Sd} + N_{Sd} \cdot Z^*}{M_{p,Rd} \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_E}\right)} + u \leq 1 \quad (4.17)$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{ks,Rd}} + \frac{M_{2,Sd} - N_{Sd} \cdot Z^*}{M_{s2,Rd} \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_E}\right)} + u \leq 1 \quad (4.18)$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{kp,Rd}} - 2 \cdot \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{M_{2,Sd} - N_{Sd} \cdot Z^*}{M_{p,Rd} \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_E}\right)} + u \leq 1 \quad (4.19)$$

Onde,

$$u = \left(\frac{\tau_{Sd}}{\tau_{Rd}} \right)^2 \quad (4.20)$$

Quando as forças no enrijecedor, definidas de acordo com a equação 4.10, apresentarem o parâmetro τ_{if} diferente de zero, o parâmetro u é nulo. Ou seja, se as tensões de cisalhamento são totalmente absorvidas pelo enrijecedor, este deve ser verificado através do acréscimo da equação 4.20, caso contrário, a tensão que não é absorvida pelo enrijecedor é convertida em força na verificação da resistência e o parâmetro u é omitido nas fórmulas de interação.

Valor do máximo momento fletor nas extremidades dos vãos de enrijecedores contínuos:

$$M_{1,Sd} = \left| \frac{q_{Sd} l^2}{12} \right| \quad (4.21)$$

Valor do máximo momento fletor no meio dos vãos de enrijecedores contínuos:

$$M_{2,Sd} = \left| \frac{q_{Sd} l^2}{24} \right| \quad (4.22)$$

b) Enrijecedores simplesmente apoiados

i) Para pressão lateral no lado da chapa

$$\frac{N_{Sd}}{N_{ks,Rd}} - 2 \cdot \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{\left| \frac{q_{Sd} l^2}{8} \right| + N_{Sd} \cdot z^*}{M_{st,Rd} \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_E} \right)} + u \leq 1 \quad (4.23)$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{kp,Rd}} + \frac{\left| \frac{q_{Sd} l^2}{8} \right| + N_{Sd} \cdot z^*}{M_{p,Rd} \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_E} \right)} + u \leq 1 \quad (4.24)$$

ii) Para pressão lateral no lado do enrijecedor

se $\left| \frac{q_{Sd} l^2}{8} \right| \geq N_{Sd} \cdot z^*$ então:

$$\frac{N_{Sd}}{N_{ks,Rd}} + \frac{\left| \frac{q_{Sd} l^2}{8} \right| - N_{Sd} \cdot z^*}{M_{s2,Rd} \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_E} \right)} + u \leq 1 \quad (4.25)$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{kp,Rd}} - 2 \cdot \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{\left| \frac{q_{Sd} l^2}{8} \right| - N_{Sd} \cdot z^*}{M_{p,Rd} \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_E} \right)} + u \leq 1 \quad (4.26)$$

se $\left| \frac{q_{Sd} l^2}{8} \right| < N_{Sd} \cdot z^*$ então:

$$\frac{N_{Sd}}{N_{ks,Rd}} - 2 \cdot \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{N_{Sd} \cdot z^* - \left| \frac{q_{Sd} l^2}{8} \right|}{M_{st,Rd} \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_E} \right)} + u \leq 1 \quad (4.27)$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{kp,Rd}} + \frac{N_{Sd} \cdot z^* - \left| \frac{q_{Sd} l^2}{8} \right|}{M_{p,Rd} \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_E} \right)} + u \leq 1 \quad (4.28)$$

4.2.2.5 Verificação de resistência a esforço cortante

A força cortante no enrijecedor é calculada da seguinte forma:

$$V_{Sd} = \frac{q_{Sd}l}{2} \tag{4.29}$$

Esta força deve obedecer a seguinte relação:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd} = A_w \cdot \frac{f_y}{\gamma_M \sqrt{3}} \tag{4.30}$$

Onde A_w é área da seção transversal da alma do enrijecedor.

A norma DNV [1] recomenda que toda vez que $V_{Sd} > 0,5 V_{Rd}$, a área efetiva e o módulo de seção efetivo devem ser reduzido com a finalidade de levar em conta os efeitos das tensões combinadas na resistência à flexo-compressão das barras. Porém a norma DNV não apresenta um método para o cálculo deste efeito, apesar da recomendação.

4.2.3 Vigas suportando painéis enrijecidos

Nesta etapa é calculada a resistência das vigas que suportam o painel enrijecido. Os cálculos são realizados de forma análoga ao cálculo da resistência do painel enrijecido, como pode ser visto nos itens a seguir.

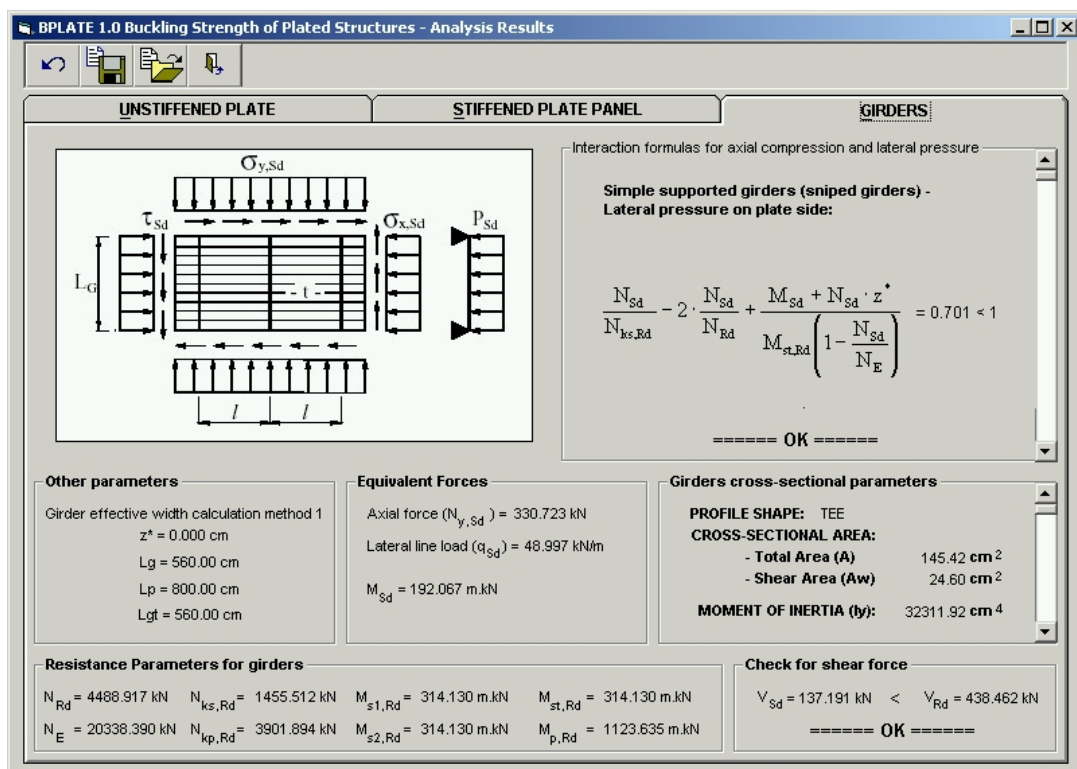


Figura 4.15 - Tela de resultados do programa - vigas suportando painéis enrijecidos

4.2.3.1 Forças equivalentes nas vigas

Assim como para os enrijecedores, as forças nas vigas que suportam o painel enrijecido são calculadas em função das tensões normais e da pressão lateral no painel. O esquema da aplicação e definição das forças equivalentes é realizado de modo análogo ao apresentado no item 4.2.2.1.

a) Força axial

$$N_{y,Sd} = \sigma_{y,Sd} (l \cdot t + A_G) \quad (4.31)$$

Onde,

l = espaçamento entre as vigas (vão dos enrijecedores)

t = espessura da chapa do painel

A_G = Área da seção transversal da viga

$\sigma_{y,Sd}$ = Tensão axial transversal máxima no painel (compressão no sentido positivo).

b) Carga distribuída uniforme

$$q_{Sd} = (p_{Sd} + p_o) \cdot l \quad (4.32)$$

Onde a definição e o cálculo do parâmetro p_o (pressão lateral adicional) e da carga distribuída uniforme q_{Sd} são análogos ao apresentado para o cálculo das forças equivalentes nos enrijecedores.

4.2.3.2 Parâmetros de resistência das vigas

Os parâmetros de resistência das vigas são calculados e definidos de forma análoga ao apresentado para os enrijecedores do painel.

4.2.3.3 Fórmulas de interação para compressão axial e pressão lateral

A verificação das vigas é realizada da mesma forma com que os enrijecedores são verificados. As fórmulas 4.12 a 4.19 e as fórmulas 4.23 a 4.28 devem ser adaptadas com os parâmetros de resistência e as solicitações das vigas e excluindo o parâmetro u (referente à resistência do painel a tensões de cisalhamento), pois os esforços de cisalhamento não são absorvidos pelas vigas.

4.2.3.4 Verificação de resistência a esforço cortante

Calculada de forma análoga ao cálculo para os enrijecedores.

4.2.4 Impressão de resultados

Nesta etapa o programa possibilita que o usuário gere um arquivo texto com a listagem de todas as análises e verificações realizadas. A tela ilustrada pela figura 4.16 é apresentada para seleção e impressão dos resultados.

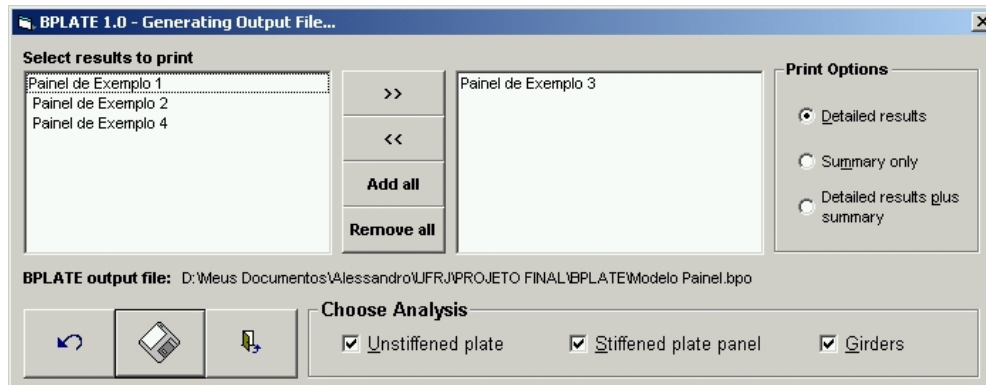


Figura 4.16 - Tela de resultados do programa -Opções de impressão de resultados

No item 5 deste trabalho serão apresentados um estudo de caso e os resultados da análise realizada para o modelo em questão. Um exemplo de impressão detalhada de resultados será apresentado no seu respectivo item.

É importante ressaltar que a grande maioria dos projetos de estruturas *offshore*, mesmo os realizados no Brasil, são aprovados e certificados por empresas estrangeiras, instaladas dentro e fora do país. Por esta razão o programa foi totalmente desenvolvido em inglês, com a finalidade de torná-lo internacionalizado e evitar problemas com relação à elaboração de relatórios e memórias de cálculo em inglês e facilitar uma eventual certificação do *software* para oficialização de seu uso como futura ferramenta de projeto.

5 ESTUDO DE CASO

Neste item será apresentado um estudo de caso, acompanhado de um cálculo manual realizado com auxílio do programa *Mathcad 2001 Professional* com o objetivo de validar os resultados obtidos através do cálculo automatizado do programa. Para tal, foi analisado um painel enrijecido com dimensões definidas conforme ilustrado nas figuras 5.1, 5.2 e 5.3.

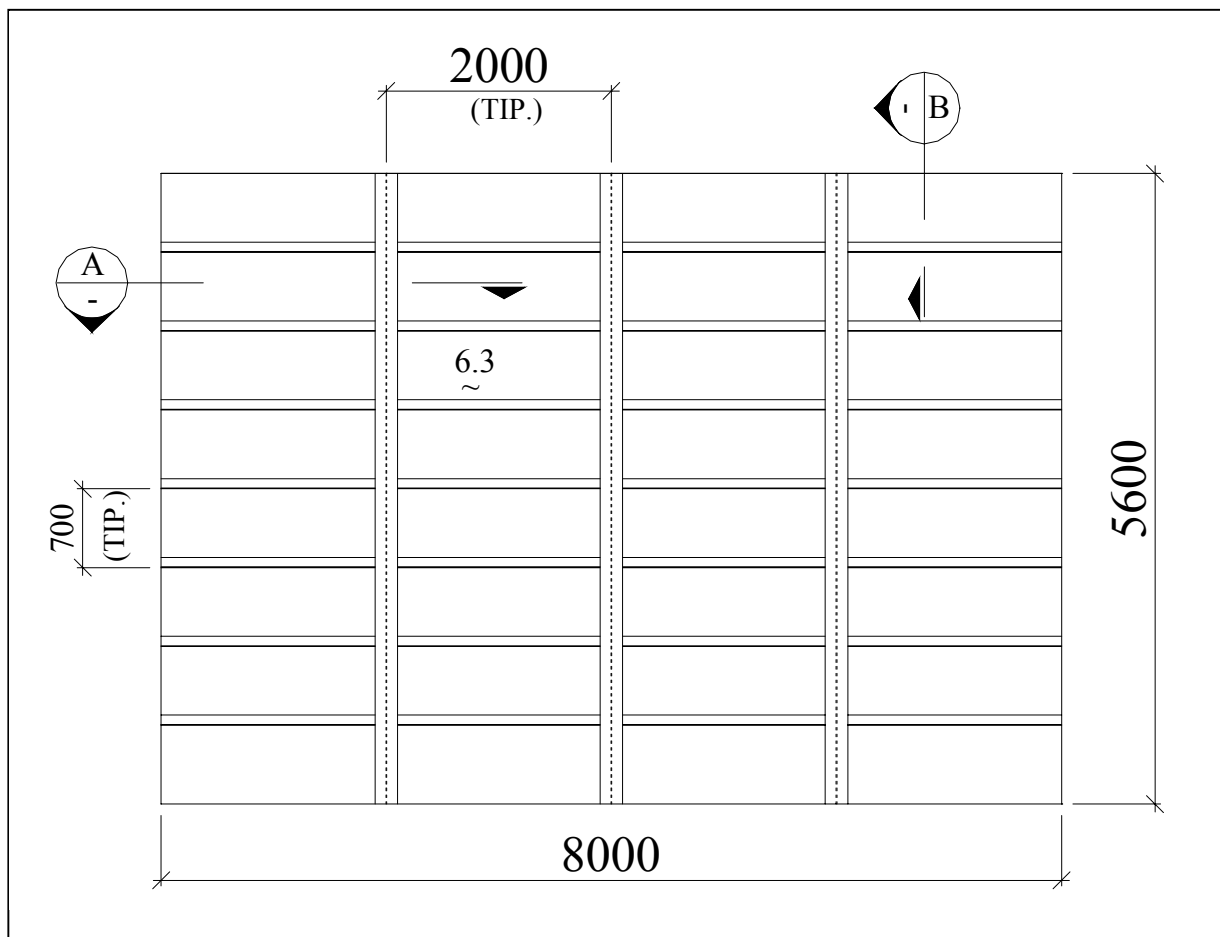


Figura 5.1 - Dimensões do exemplo de painel enrijecido (cotas em milímetros)

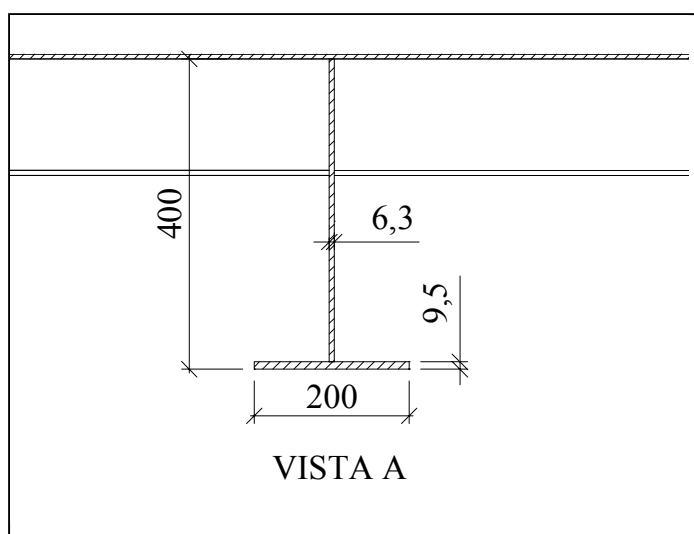


Figura 5.2 - Dimensões das vigas do painel enrijecido - vista A (cotas em milímetros)

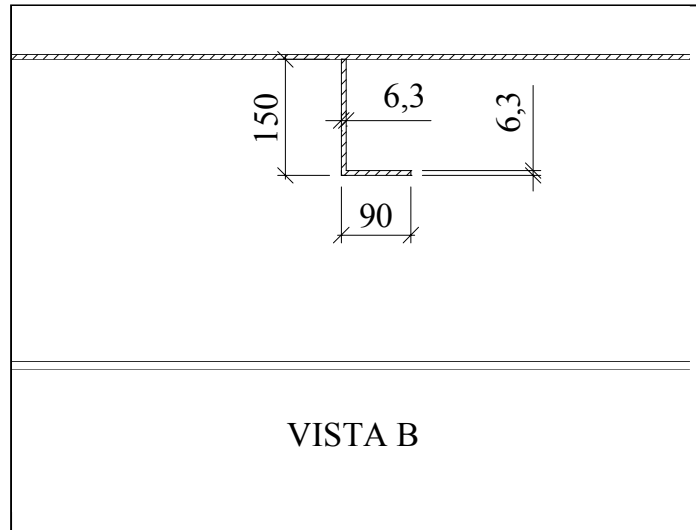


Figura 5.3 - Dimensões dos enrijecedores do painel - vista B (cotas em milímetros)

O painel enrijecido ilustrado acima está submetido a tensões normais e pressões laterais, de acordo com as figuras 5.4 e 5.5. As cargas aplicadas sobre o painel hipotético serão consideradas cargas permanentes. As tensões primárias serão aplicadas na linha neutra do painel e as pressões laterais serão aplicadas uniformemente sobre toda a superfície do painel, no lado da chapa.

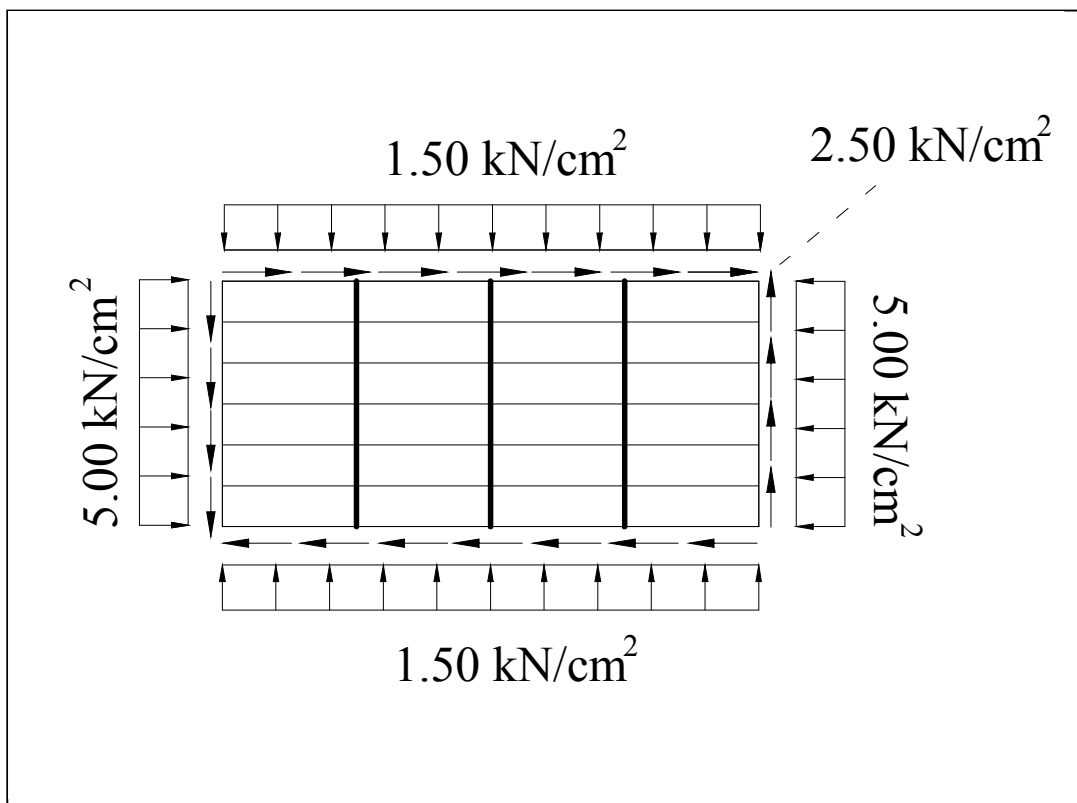


Figura 5.4 - Tensões primárias no painel

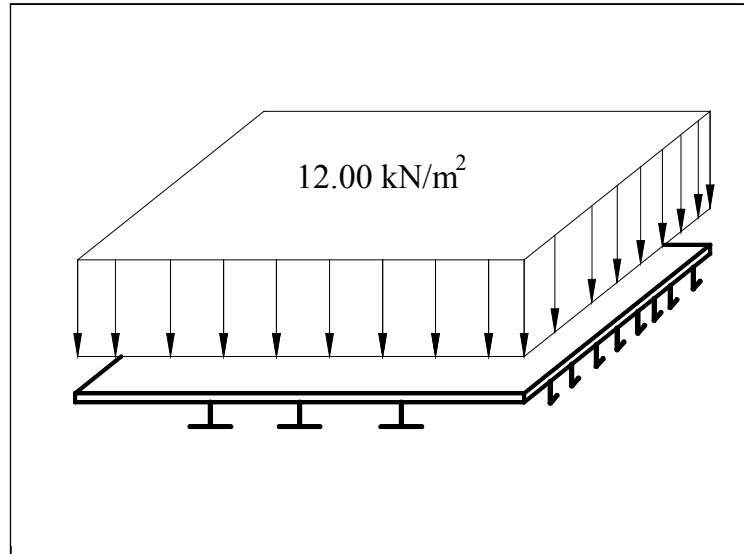


Figura 5.5 - Pressões laterais no painel enrijecido

As condições de contorno do painel devem simular o seguinte:

- Painel com os 4 bordos simplesmente apoiados;
- Vigas bi-apoiadas suportando o painel enrijecido;
- Enrijecedores contínuos ao longo das vigas, com suas extremidades engastadas na alma das vigas transversais.

As características do aço utilizado são as seguintes:

- Aço grau naval AH-36 ($f_y = 355 \text{ MPa}$);
- Módulo de elasticidade, $E = 200.000 \text{ MPa}$;
- Coeficiente de Poisson, $\nu = 0,30$;
- Massa específica do aço, $\gamma = 7,85 \text{ ton/m}^3$.

A verificação de resistência do painel será realizada em duas etapas distintas. Na primeira a estrutura será totalmente modelada pelo método dos elementos finitos e sua resistência será avaliada pelo critério do limite de escoamento do material; na segunda etapa, serão utilizados os critérios da norma DNV para avaliação de resistência a flambagem do conjunto.

5.1 MODELAGEM VIA M.E.F.

Para modelagem da estrutura foi utilizado o programa de análise estrutural e elementos finitos GTSTRUDL versão 28 (Georgia Technology Research Corporation) e foram utilizados elementos bi-dimensionais do tipo *SBHQ6* (*PLATE - Stretching and Bending Hybrid Quad with 6 d.o.f.*) com 6,3mm de espessura para as chapas, enrijecedores e alma das vigas e 9,5mm de espessura para o flange das vigas conforme dimensões do painel apresentadas no item 5. A figura 5.6 apresenta uma vista geral do modelo.

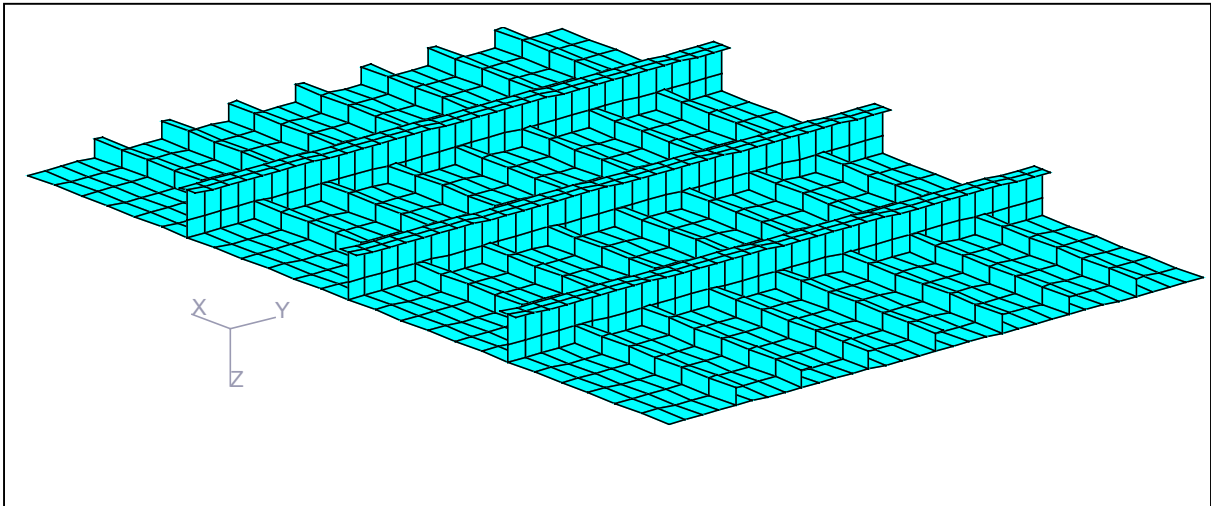


Figura 5.6 - Vista geral do modelo

5.1.1 Condições de contorno

Como condições de contorno foram adotadas restrições ao movimento vertical ao longo dos 4 bordos do painel e com o objetivo de prover estabilidade numérica ao modelo, foram modelados apoios nos quatro cantos do painel com uma constante de mola de valor extremamente baixo restringindo as translações no plano da chapa. Todas as rotações foram liberadas.

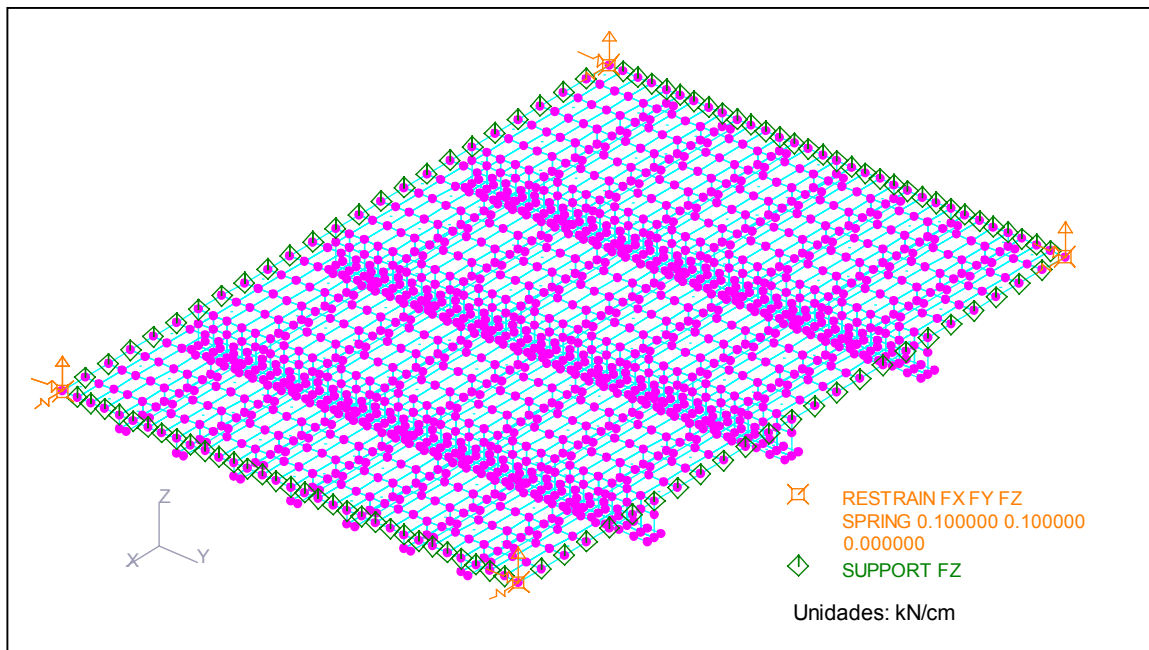


Figura 5.7 - Condições de contorno do modelo

5.1.2 Condições de carregamento

As tensões primárias no painel foram aplicadas em forma de cargas nodais e são definidas da seguinte forma:

- **S_x** - Tensões longitudinais uniformes ($\sigma_x = 5.00 \text{ kN/cm}^2$);
- **S_y** - Tensões Transversais uniformes ($\sigma_y = 1.5 \text{ kN/cm}^2$);
- **T_{xy}** - Tensões de cisalhamento ao longo da chapa do painel ($\tau_{xy} = 2.50 \text{ kN/cm}^2$);
- **P_{sd}** - Pressão lateral uniforme ($p_{sd} = 12 \text{ kN/m}^2$).

De acordo com o método dos estados limites, foi gerada a seguinte combinação de carregamento para o modelo:

$$\text{COMB} = 1.3 \text{ Sx} + 1.3 \text{ Sy} + 1.3 \text{ Txy} + 1.3 \text{ Psd}$$

A seguir, a listagem do somatório de cargas aplicadas ao modelo:

```
*****
*RESULTS OF LATEST ANALYSES*
*****

PROBLEM - UFRJ      TITLE - PAINEL ENRIJECIDO

ACTIVE UNITS  CM    KN    DEG  DEGC SEC

SUM OF REACTIONS ABOUT COORDINATE  X      0.000  Y      0.000  Z      0.000

LOADING      /-----FORCE-----//-----MOMENT-----/
              X FORCE      Y FORCE      Z FORCE      X MOMENT      Y MOMENT      Z MOMENT
Sx            -0.8114894E-09  0.1265798E-08  0.2419023E-08  -0.4557864E-04  -0.7962930E-07  -0.8613439E-05
Sy            0.3071091E-10  -0.9237396E-09  0.1876283E-09  0.5493454E-04  -0.5100773E-06  -0.2696084E-04
Psd           0.1820856E-08  0.4882355E-09  537.6000      150528.0      -215040.0      0.6094485E-03
Txy           0.2093134E-08  -0.7453174E-08  -0.3733097E-10  -0.3539413E-08  -0.1139814E-06  -0.6071989E-01
COMB          0.4073175E-08  -0.8609744E-08  698.8800      195686.4      -279552.0      -0.7818981E-01
```

5.1.3 Resultados

A seguir serão apresentados os principais resultados da análise.

5.1.3.1 Configuração deformada

A listagem computacional a seguir apresenta o resumo dos deslocamentos nodais máximos obtidos no modelo.

```
*****
*RESULTS OF LATEST ANALYSIS*
*****

PROBLEM - UFRJ      TITLE - PAINEL ENRIJECIDO

ACTIVE UNITS  CM    KN    DEG  DEGC SEC

****SUMMARY OF MAXIMUM GLOBAL DISPLACEMENTS****
INDEPENDENT IN EACH COORDINATE

=====
* RESULT *    MAXIMUM    LOAD    JOINT    *
=====*=====
* X-DISP *    0.207987E+00  COMB    801      *
* Y-DISP *    0.152280E+00  COMB    2123     *
* Z-DISP *   -0.851732E+00  COMB    361      *
=====
```

****SUMMARY OF MAXIMUM GLOBAL DISPLACEMENTS****
 SRSS VECTOR LENGTHS

RESULT	MAXIMUM	LOAD	JOINT
XYZ-DISP	0.852275E+00	COMB	365
XY-DISP	0.226119E+00	COMB	2123
XZ-DISP	0.852168E+00	COMB	365
YZ-DISP	0.851837E+00	COMB	365

A figura 5.8 ilustra a forma da configuração deformada apresentada pelo modelo para a combinação de carregamentos.

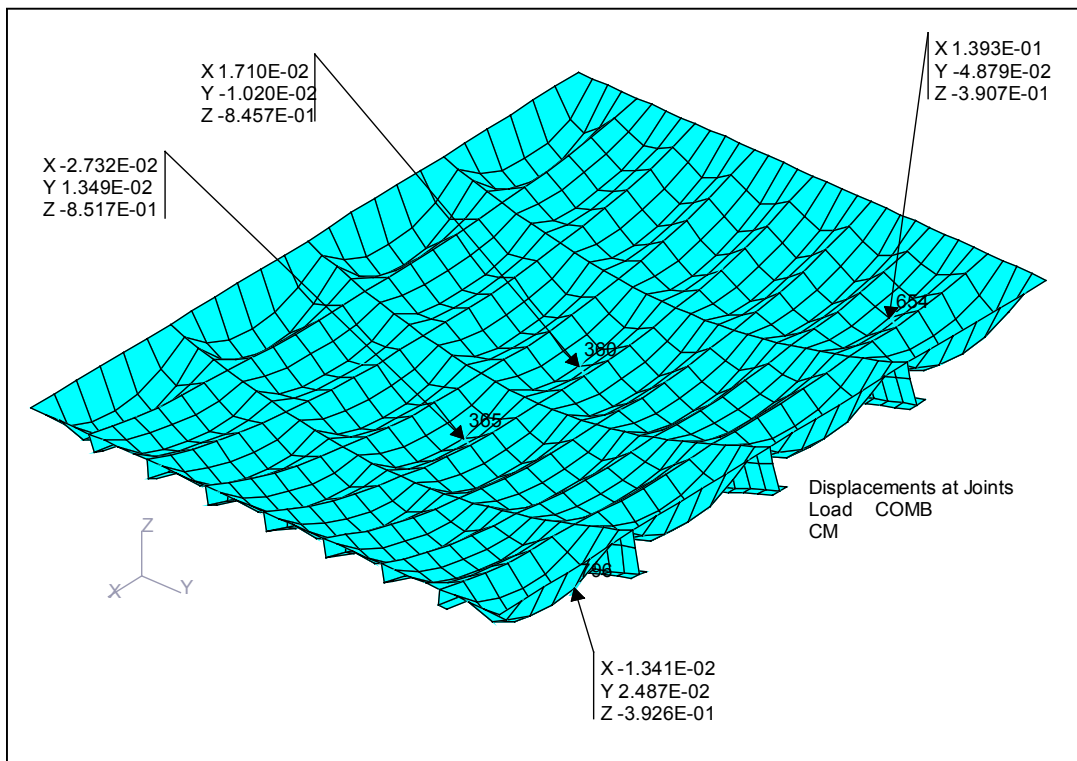


Figura 5.8 - Configuração deformada - combinação de carregamentos

Avaliando as deformações pelos estados limites de serviço, concluímos que a deflexão está dentro dos limites admissíveis, pois:

$$\delta_{\text{máx}} \leq \frac{L}{200} \tag{5.1}$$

Onde L é o vão da viga que suporta o painel. Da listagem computacional sabemos que a máxima deformação em todo o modelo é de 0.852cm, logo:

$$\delta_{\text{máx}} = 0.852\text{cm} \ll 560\text{cm}/200 = 2.80 \text{ cm} \quad \text{ok!}$$

Para uma avaliação mais refinada das deformações a que o painel real estaria submetido seria necessária uma análise não linear geométrica, onde as deformações verticais no painel influenciariam no braço de alavanca das cargas horizontais gerando momentos fletores no painel que gerariam maiores deformações. As cargas são aplicadas progressivamente, e as

solicitações obtidas em função das novas deformações. Devido à complexidade deste tipo de análise, de caráter não-linear, optou-se pelo método da norma DNV.

A figura 5.9 demonstra a configuração deformada da viga central que suporta o painel.

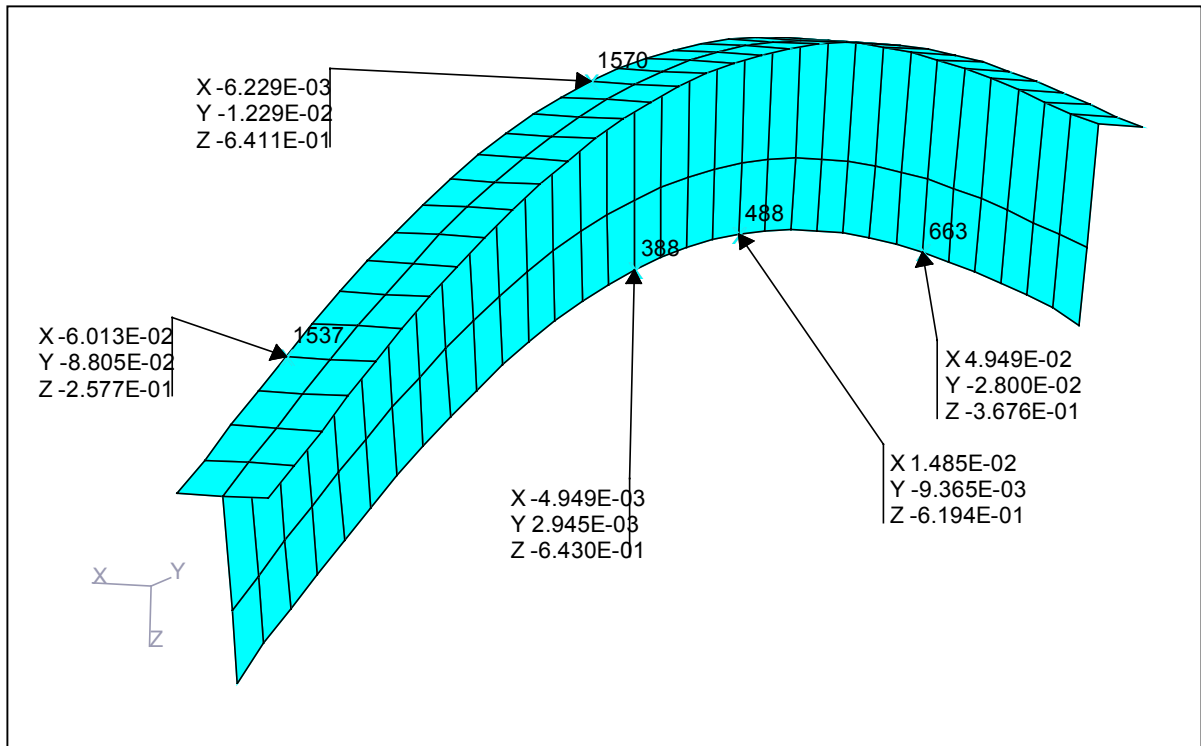


Figura 5.9 - Configuração deformada da viga central do painel

5.1.3.2 Análise de tensões

Para a avaliação de resistência da estrutura ao escoamento da seção transversal de seus elementos devemos adotar a seguinte tensão resistente de acordo com o método dos estados limites:

$$\sigma_{Rd} = \frac{f_y}{\gamma_M} \quad (5.2)$$

Neste item será realizada uma verificação de tensões segundo o critério de Von Mises (ver explicação sobre este critério no item 4.2.1.2) e a máxima tensão não deve exceder o seguinte limite:

$$\sigma_{\text{máx}} \leq \sigma_{Rd} = \frac{355 \text{ MPa}}{1.15} = 308.70 \text{ MPa} = 30.870 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

As figuras que se seguem apresentam uma análise detalhada das tensões obtidas no modelo segundo curvas de isotensões.

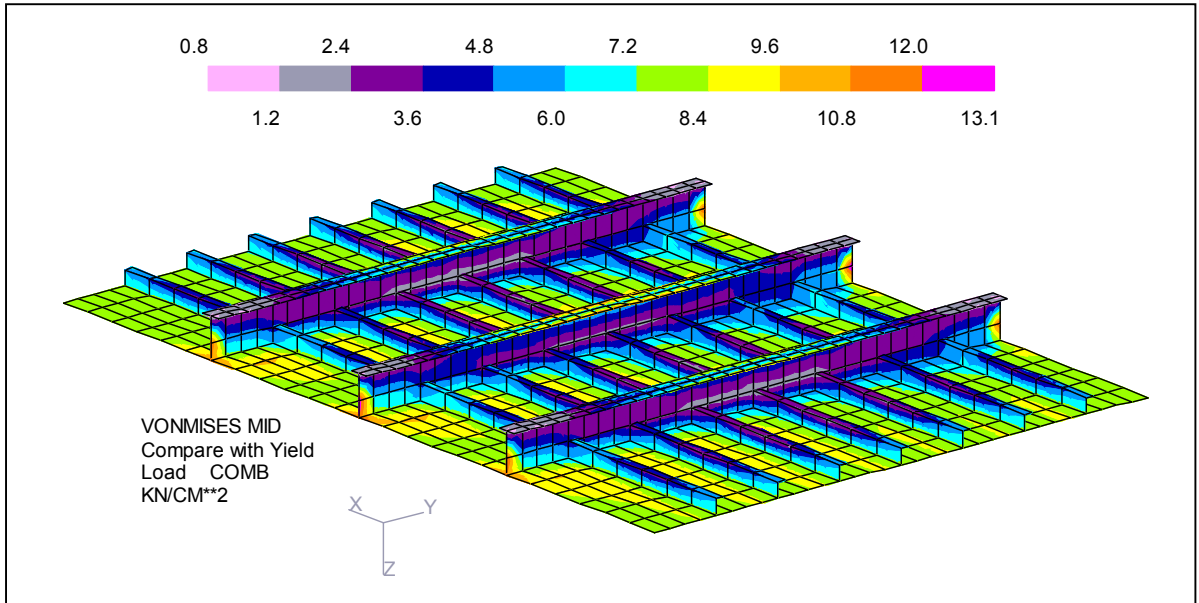


Figura 5.10 - Curvas de isotensões - vista geral

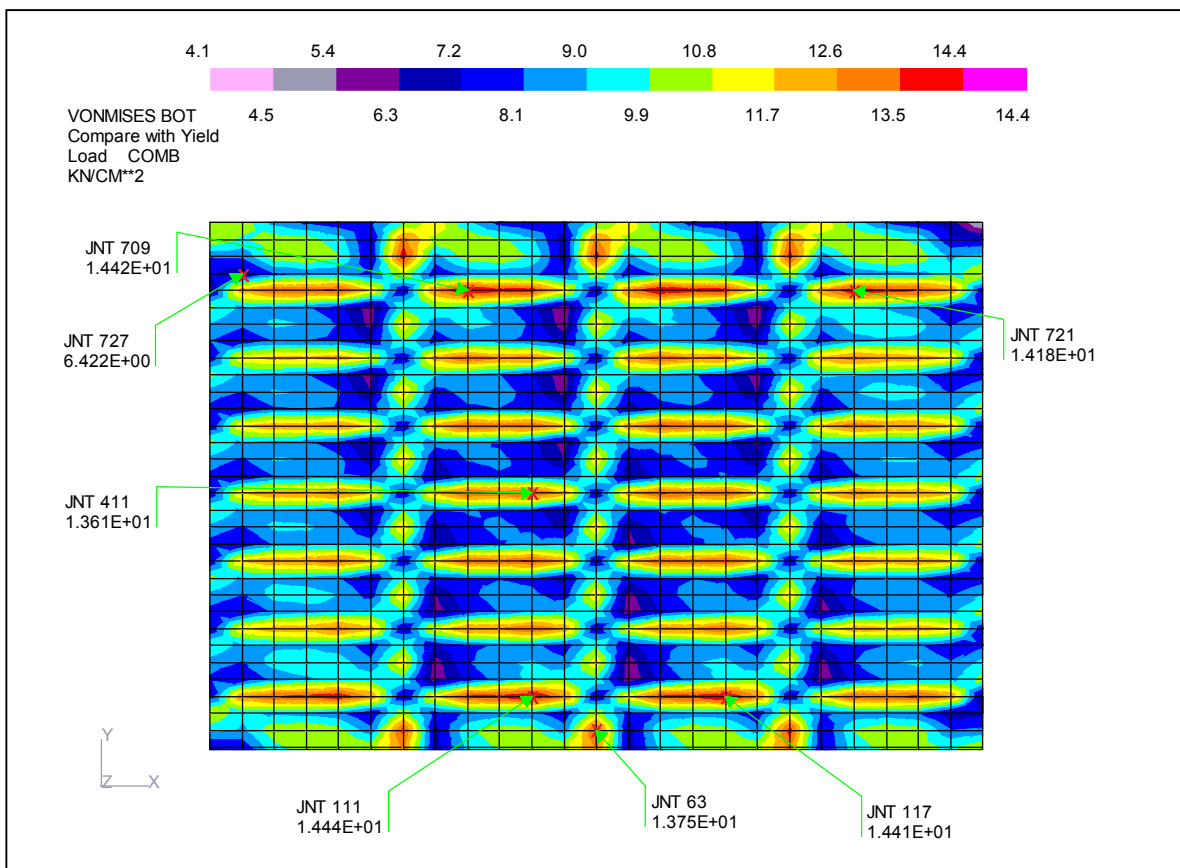


Figura 5.11 - Curvas de isotensões - vista da chapa (tensões nas fibras inferiores das placas)

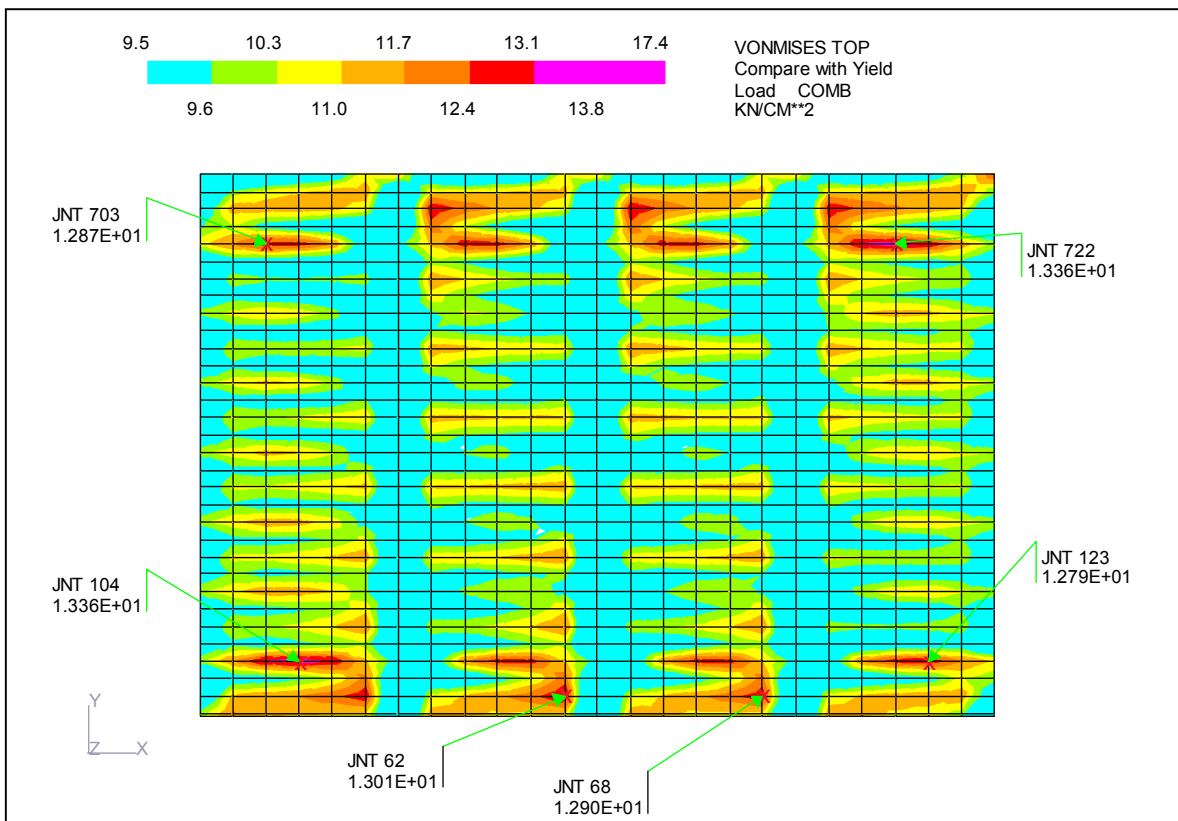


Figura 5.12 - Curvas de isotensões - vista da chapa (tensões nas fibras superiores das placas)

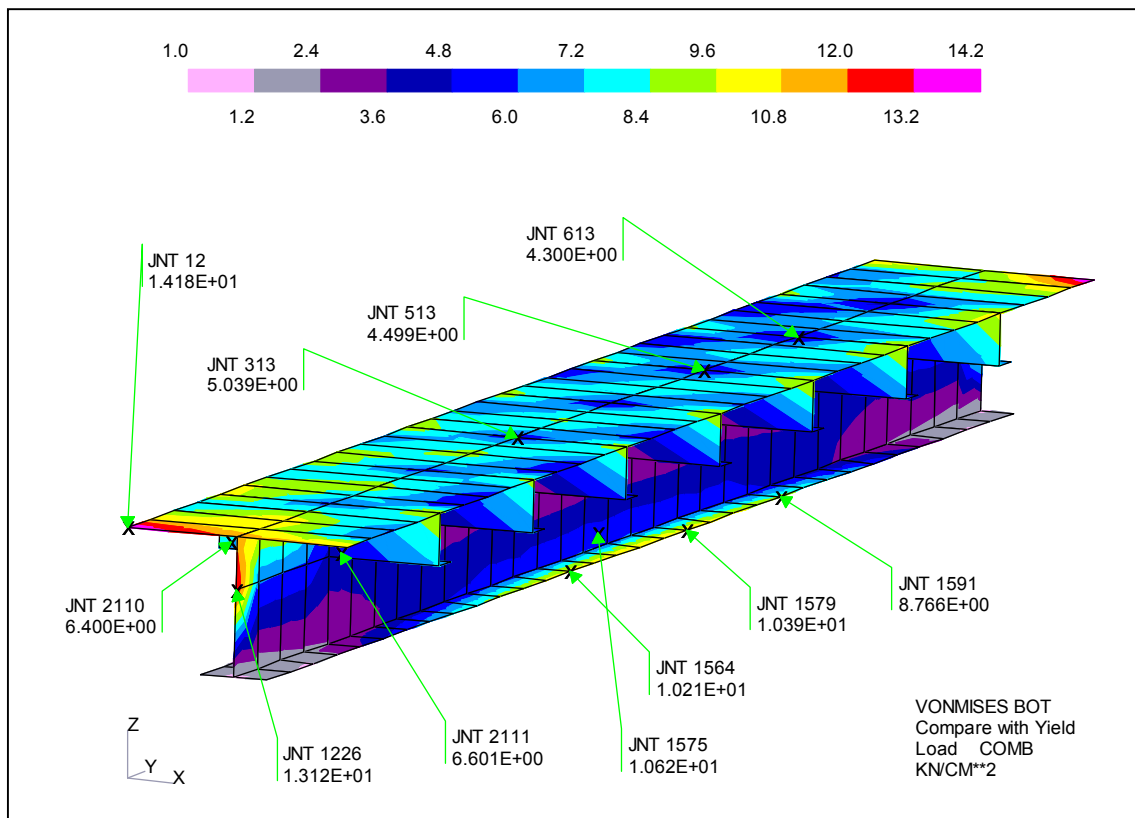


Figura 5.13 - Curvas de isotensões na viga central

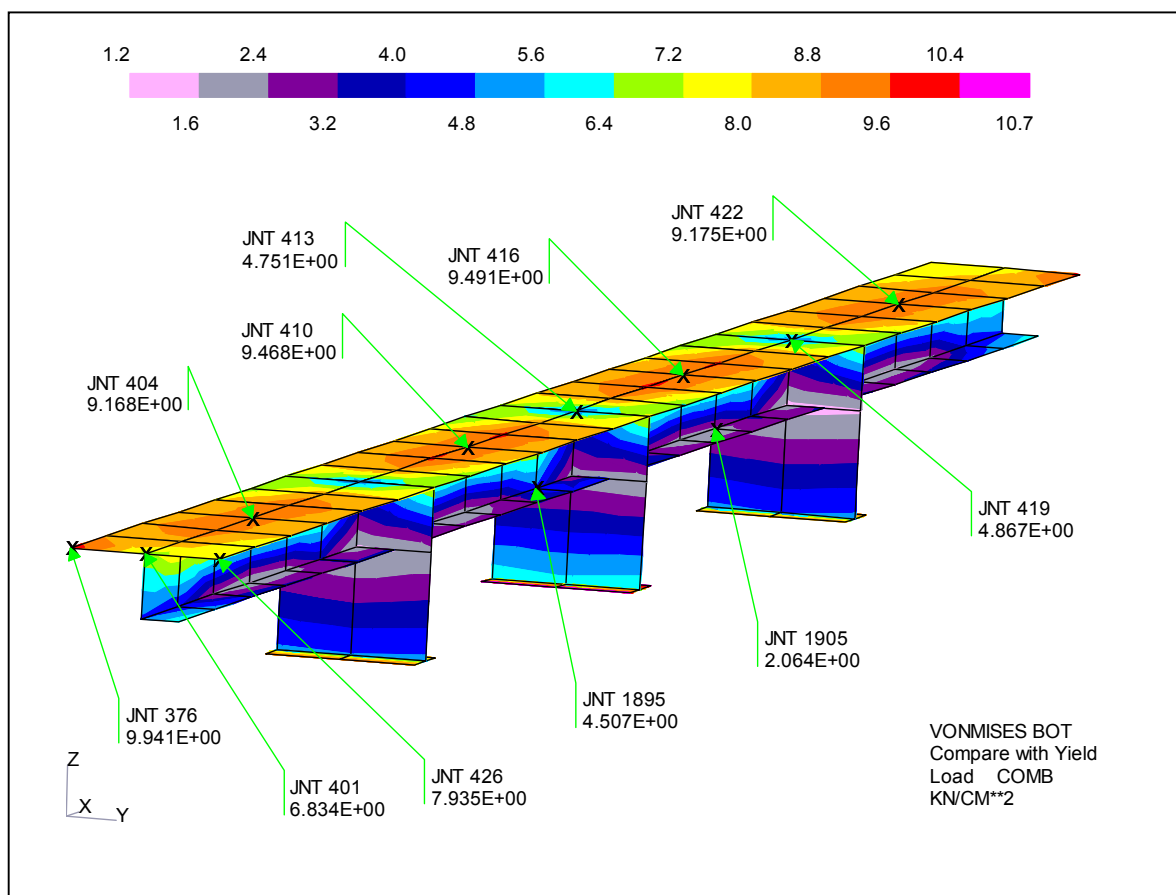


Figura 5.14 - Curvas de isotensões no enrijecedor central

A seguir é apresentada uma listagem gerada pelo programa para o sumário geral das tensões médias nas juntas dos elementos, segundo o critério de Von Mises, com os valores máximos e mínimos obtidos em todo o modelo. A tensão é calculada como a tensão média de todos os elementos com incidência no nó.

A diferença de tensão para elementos com incidência no mesmo nó se deve a fatores como a falta de discretização adequada, descontinuidades na geometria do modelo, perturbações provocadas pelas condições de contorno do modelo, a não utilização do elemento adequado, etc. Consideramos que o modelo possui precisão suficiente para o problema proposto e qualquer perturbação e/ou picos de tensão serão negligenciados e adotados como tensões reais. As tensões máximas em cada região serão utilizadas para a verificação de tensões.

```

=====
LOADING - COMB          Combinacao de carregamentos
=====

AVERAGE STRESSES

=====
* RESULT *   MAXIMUM   SURFACE   JOINT   *   MINIMUM   SURFACE   JOINT   *
*-----*   *-----*   *-----*   *-----*   *-----*   *-----*   *-----*   *
*          *          *          *          *          *          *          *
* SXX *   0.346643E+01   TOP   1305   * -0.112448E+02   TOP   770   *
* SYX *   0.107084E+02   TOP   1288   * -0.104344E+02   TOP   772   *
* SXY *   0.567795E+01  BOTTOM  25     * -0.357962E+01   TOP   1288  *
*          *          *          *          *          *          *          *
=====
    
```

VON MISES CRITERIA FOR TWO-DIMENSIONAL ELEMENTS BASED ON AVERAGE STRESSES
COMPARE WITH YIELD STRESS

```

=====
* RESULT * MAXIMUM SURFACE JOINT * MINIMUM SURFACE JOINT *
*-----*-----*-----*-----*-----*-----*-----*
* * * * * * * * * * * * * * * * *
* VONMISES * 0.131493E+02 TOP 1288 * 0.746386E+00 BOTTOM 1713 *
* * * * * * * * * * * * * * * * *
=====

```

De acordo com os resultados apresentados, podemos observar que a máxima tensão de Von Mises apresentada pelo modelo estrutural foi de 17.4 kN/cm² (ver figura 5.12). Comparando a tensão obtida com a tensão resistente, obtém-se a máxima razão de tensões no modelo.

$$\text{Máxima razão de tensões} = \frac{\sigma_{j,Sd}}{\sigma_{Rd}} = \frac{17.4}{30.87} = 0.564 < 1 \quad \text{ok!}$$

A tabela 5.1 apresenta as máximas tensões de Von Mises para cada região de interesse do modelo.

	CHAPA	ENRIJECEDORES	VIGAS
Tensão de Von Mises	17,400 kN/cm ²	9,950 kN/cm ²	14,200 kN/cm ²
Razão de tensões	0,564	0,322	0,460

Tabela 5.1 - Máximas razões de tensões no modelo

Com isto conclui-se que o painel está apto a resistir às solicitações impostas segundo o critério de escoamento.

5.2 VERIFICAÇÃO DE FLAMBAGEM

Neste item serão apresentados todos os cálculos de verificação de resistência a flambagem realizados para o exemplo proposto, segundo a norma DNV-RP-C201.

Com a finalidade de validar os cálculos efetuados pelo programa *BPLATE 1.0* e garantir a acuidade dos mesmos, serão apresentados dois cálculos distintos: o primeiro realizado manualmente, passo a passo, apresentando todas as etapas da análise e o segundo, automatizado, gerado automaticamente pelo programa e apresentado através de sua listagem computacional.

5.2.1 Cálculo Manual

O cálculo manual foi realizado com auxílio do programa *Mathcad 2001 Professional*, conforme mencionado anteriormente e contempla todas as etapas da metodologia proposta pela norma, apresentadas de forma detalhada para melhor avaliação do método.

5.2.1.1 Dados de entrada

a) Material

Aço grau naval AH-36

Tensão de escoamento: $f_y := 355\text{MPa}$

Coefficiente de Poisson: $\nu := 0.3$

Módulo de Young: $E := 200000\text{MPa}$

Módulo de Cisalhamento: $G := \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}$ $G := 76923\text{MPa}$.

Coefficiente de segurança: $\gamma_m := 1.15$

b) Geometria

Largura da chapa, vão dos enrijecedores: $l := 200.0\text{cm}$ Comprimento da chapa, espaçamento entre enrijecedores: $s := 70.0\text{cm}$ Espessura da chapa: $t := 0.63\text{cm}$ Vão da viga: $L_g := 560.0\text{cm}$ Comprimento do painel: $L_p := 800.0\text{cm}$ Distancia entre apoios laterais do enrijecedor (vão não contraventado): $l_t := 200.0\text{cm}$ Distancia entre apoios laterais da viga(vão não contraventado): $L_{gt} := 560.0\text{cm}$

Para a definição das condições de contorno das vigas e enrijecedores, foram criadas duas variáveis:

Enrijecedores contínuos: $mc := 13.3$ Vigas simplesmente apoiadas: $\text{ApoiadaViga} := 0$

Dimensões dos enrijecedores (perfis tipo L):

 $b_{fs} := 90.0\text{mm}$ largura do flange $t_{fs} := 6.3\text{mm}$ espessura do flange $t_{ws} := 6.3\text{mm}$ espessura da alma $h_{ws} := 143.7\text{mm}$ altura da alma

Dimensões das vigas (perfis tipo T):

 $b_{fg} := 200.0\text{mm}$ largura do flange $t_{fg} := 9.5\text{mm}$ espessura do flange $t_{wg} := 6.3\text{mm}$ espessura da alma $h_{wg} := 390.5\text{mm}$ altura da alma

c) Condições de carregamento

Tensões longitudinais: $\sigma_x := 5.00 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$ $\sigma_{x2} := 5.00 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$ Tensões transversais: $\sigma_{y1} := 1.5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$ $\sigma_{y2} := 1.5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$ Tensões de cisalhamento: $\tau := 2.50 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$ Pressão lateral na chapa: $p := 12.00 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

Para a obtenção das solicitações de projeto, as cargas devem ser afetadas de um fator de 1,3 segundo os critérios dos estados limites.

 $\sigma_{xsd} := 1.3 \cdot \sigma_x$ $\sigma_{x2sd} := 1.3 \cdot \sigma_{x2}$

$$\sigma_{xsd} = 6.500 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \quad \text{Tensão de compressão máxima de projeto no sentido longitudinal da chapa}$$

$$\sigma_{x2sd} = 6.500 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \quad \text{Tensão de longitudinal de projeto no bordo oposto}$$

$$\psi := \frac{\sigma_{x2sd}}{\sigma_{xsd}} \quad \psi = 1.000 \quad \text{Fator de variação da tensão longitudinal}$$

$$\sigma_{y1sd} := 1.3 \cdot \sigma_{y1} \quad \sigma_{y2sd} := 1.3 \cdot \sigma_{y2}$$

$$\sigma_{y1sd} = 1.950 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \quad \text{Tensão de compressão máxima no sentido transversal à chapa}$$

$$\sigma_{y2sd} = 1.950 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \quad \text{Tensão de compressão mínima no sentido transversal a chapa}$$

Cálculo da tensão transversal de projeto:

$$l_1 := \begin{cases} (0.25 \cdot l) & \text{if } (0.25 \cdot l) < (0.5 \cdot s) \\ (0.5 \cdot s) & \text{otherwise} \end{cases} \quad l_1 = 35\text{cm}$$

$$\sigma_{ysd} := \frac{(\sigma_{y2sd} - \sigma_{y1sd}) \cdot l_1}{l} + \sigma_{y1sd} \quad \sigma_{ysd} = 1.950 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau_{sd} := 1.3 \cdot \tau \quad \tau_{sd} = 3.250 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \quad \text{Tensão de cisalhamento}$$

$$p_{sd} := 1.3 \cdot p \quad p_{sd} = 15.600 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad \text{Pressão lateral de projeto}$$

A rigor, as solicitações de projeto no painel enrijecido deveriam ser obtidas da análise de tensões do modelo em elemento finitos. As tensões primárias em cada direção, na linha média da placa (apenas as tensões de membrana) deveriam ser avaliadas em cada trecho e utilizadas nesta análise. Porém, como as cargas aplicadas no modelo geram tensões solicitantes uniformes ao longo dos bordos longitudinais e transversais, simulando as tensões primárias exibidas na figura 5.4, não foi necessária a avaliação das tensões primárias segundo o método dos elementos finitos para obter estas solicitações.

5.2.1.2 Verificação de placas não enrijecidas

a) Verificação de esbeltez da chapa

$$\varepsilon := \sqrt{\frac{235 \cdot \text{MPa}}{f_y}} \quad \varepsilon = 0.814$$

$$\frac{s}{t} = 111.111 > 5.4 \cdot \varepsilon = 4.394 \quad \text{A verificação de flambagem é necessária}$$

b) Flambagem de placas não enrijecidas com tensões longitudinais uniformes

O índice de esbeltez da chapa é dado por:

$$\lambda_p := 0.525 \cdot \frac{s}{t} \cdot \sqrt{\frac{f_y}{E}} \quad \lambda_p = 2.458$$

Fator de redução devido a flambagem local da placa em função da compressão no sentido longitudinal:

$$C_x := \begin{cases} 1 & \text{if } \lambda_p \leq 0.673 \\ \frac{(\lambda_p - 0.22)}{\lambda_p^2} & \text{otherwise} \end{cases} \quad C_x = 0.370$$

$$\text{Tensão resistente de projeto:} \quad \sigma_{xRd} := C_x \cdot \frac{f_y}{\gamma_m} \quad \sigma_{xRd} = 11.436 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

c) Flambagem de placas não enrijecidas com tensões transversais uniformes

Cálculo do fator de redução devido à carga lateral:

$$h\alpha := \begin{cases} 0.05 \cdot \frac{s}{t} - 0.75 & \text{if } 0.05 \cdot \frac{s}{t} - 0.75 \geq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad h\alpha = 4.806$$

$$k_p := \begin{cases} 1 & \text{if } \text{psd} \leq 2 \cdot \left(\frac{t}{s}\right)^2 \cdot f_y \\ 1 - h\alpha \cdot \left[\frac{\text{psd}}{f_y} - 2 \cdot \left(\frac{t}{s}\right)^2 \right] & \text{otherwise} \end{cases} \quad k_p := \begin{cases} 0 & \text{if } k_p < 0 \\ k_p & \text{otherwise} \end{cases} \quad k_p = 1.000$$

Esbeltez da chapa no sentido transversal:

$$\lambda_c := 1.1 \cdot \frac{s}{t} \cdot \sqrt{\frac{f_y}{E}} \quad \lambda_c = 5.149 \quad \mu := 0.21 \cdot (\lambda_c - 0.2) \quad \mu = 1.039$$

$$\kappa := \begin{cases} 1.00 & \text{if } \lambda_c \leq 0.2 \\ \text{otherwise} \\ \begin{cases} \frac{1}{2 \cdot \lambda_c^2} + 0.07 & \text{if } \lambda_c \geq 2.0 \\ \frac{1}{2 \cdot \lambda_c^2} \cdot \left[1 + \mu + \lambda_c^2 - \sqrt{(1 + \mu + \lambda_c^2) - 4 \cdot \lambda_c^2} \right] & \text{otherwise} \end{cases} \end{cases}$$

$$\kappa = 0.089$$

Tensão resistente de projeto:

$$\sigma_{yR} := \left[\frac{1.3 \cdot t}{1} \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} + \kappa \cdot \left(1 - \frac{1.3 \cdot t}{1} \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} \right) \right] \cdot f_y \cdot k_p$$

$$\sigma_{yRd} := \frac{\sigma_{yR}}{\gamma_m} \quad \sigma_{yRd} = 5.477 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

c) Flambagem de placas não enrijecidas submetidas a cisalhamento

Coefficiente de flambagem

$$k_l := \begin{cases} 5.34 + 4 \cdot \left(\frac{s}{1} \right)^2 & \text{if } l \geq s \\ 5.34 \cdot \left(\frac{s}{1} \right)^2 + 4 & \text{otherwise} \end{cases} \quad k_l = 5.830$$

$$\text{Índice de esbeltez: } \lambda_w := 0.795 \cdot \frac{s}{t} \cdot \sqrt{\frac{f_y}{E \cdot k_l}} \quad \lambda_w = 1.541$$

Fator de redução das tensões admissíveis devido a flambagem por cisalhamento da chapa

$$C_\tau := \begin{cases} 1.00 & \text{if } \lambda_w \leq 0.8 \\ \text{otherwise} \\ \begin{cases} \frac{0.9}{\lambda_w} & \text{if } \lambda_w > 1.2 \\ 1.0 - 0.625 \cdot (\lambda_w - 0.8) & \text{otherwise} \end{cases} \end{cases} \quad C_\tau = 0.584$$

Tensão resistente de projeto para σ_{ysd} nula ou negativa:

$$\tau_{Rdt} := \frac{C_\tau}{\gamma_m} \cdot \frac{f_y}{\sqrt{3}} \quad \tau_{Rdt} = 10.407 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$C_{\tau c} := \begin{cases} 1.00 & \text{if } \lambda_w \leq 0.8 \\ \text{otherwise} \\ \begin{cases} \frac{1.0}{\lambda_w^2} & \text{if } \lambda_w > 1.25 \\ 1.0 - 0.8 \cdot (\lambda_w - 0.8) & \text{otherwise} \end{cases} \end{cases} \quad C_{\tau c} = 0.421$$

Tensão resistente de projeto para σ_{ysd} positiva (compressão):

$$\tau_{Rdc} := \frac{C_{\tau c}}{\gamma_m} \cdot \frac{f_y}{\sqrt{3}} \quad \tau_{Rdc} = 7.502 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau_{Rd} := \begin{cases} \tau_{Rdt} & \text{if } \sigma_{ysd} \leq 0 \\ \tau_{Rdc} & \text{otherwise} \end{cases}$$

A tensão normal no sentido transversal do painel é de compressão, logo:

$$\tau_{Rd} = 7.502 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

d) Formulas de interação para flambagem de placas carregadas biaxialmente e com cisalhamento:

Para o caso no cujas tensões são todas de compressão (positivas):

$$c_i := \begin{cases} 1 - \frac{s}{120 \cdot t} & \text{if } \frac{s}{t} \leq 120 \\ 0.00 & \text{otherwise} \end{cases} \quad c_i = 0.074$$

$$\left(\frac{\sigma_{xsd}}{\sigma_{xRd}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{ysd}}{\sigma_{yRd}} \right)^2 - c_i \cdot \left(\frac{\sigma_{xsd}}{\sigma_{xRd}} \right) \cdot \left(\frac{\sigma_{ysd}}{\sigma_{yRd}} \right) + \left(\frac{\tau_{sd}}{\tau_{Rd}} \right)^2 = 0.622 < 1 \quad \text{ok!}$$

e) Placas carregadas lateralmente

Para placas sujeitas a pressões laterais, em combinação com compressões no plano da chapa ou não, as tensões devem ser verificadas conforme demonstrado a seguir:

Tensão de Von Mises:

$$\sigma_{jsd} := \sqrt{\sigma_{xsd}^2 + \sigma_{ysd}^2 - \sigma_{xsd} \cdot \sigma_{ysd} + 3 \cdot \tau_{sd}^2} \quad \sigma_{jsd} = 8.066 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\psi_x := \frac{1 - \left(\frac{\sigma_{jsd}}{f_y} \right)^2}{\sqrt{1 - \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{\sigma_{ysd}}{f_y} \right)^2 - 3 \cdot \left(\frac{\tau_{sd}}{f_y} \right)^2}} \quad \psi_x = 0.962$$

$$\psi_y := \frac{1 - \left(\frac{\sigma_{jsd}}{f_y} \right)^2}{\sqrt{1 - \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{\sigma_{xsd}}{f_y} \right)^2 - 3 \cdot \left(\frac{\tau_{sd}}{f_y} \right)^2}} \quad \psi_y = 0.973$$

$$p_{Rd} := 4.0 \cdot \frac{f_y}{\gamma_m} \cdot \left(\frac{t}{s} \right)^2 \cdot \left[\psi_y + \left(\frac{s}{l} \right)^2 \cdot \psi_x \right]$$

$$p_{sd} = 15.600 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} < p_{Rd} = 109.115 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

ok!

5.2.1.3 Flambagem de painéis enrijecidos

a) Forças no painel idealizado

Cálculo das tensões cisalhantes críticas

Para a placa entre dois enrijecedores:

$$k_l = 5.830 \quad \tau_{cr1} := k_l \cdot 0.904 \cdot E \cdot \left(\frac{t}{s}\right)^2 \quad \tau_{cr1} = 8.538 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Tensão crítica de cisalhamento para a placa com os enrijecedores removidos:

$$k_g := \begin{cases} 5.34 + 4 \cdot \left(\frac{1}{L_g}\right)^2 & \text{if } l \leq L_g \\ 5.34 \cdot \left(\frac{1}{L_g}\right)^2 + 4 & \text{otherwise} \end{cases} \quad k_g = 5.850$$

$$\tau_{crg} := k_g \cdot 0.904 \cdot E \cdot \left(\frac{t}{1}\right)^2 \quad \tau_{crg} = 1.050 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau_{tf} := \begin{cases} \tau_{sd} - \tau_{crg} & \text{if } \tau_{sd} > \frac{\tau_{crl}}{\gamma_m} \\ 0.000 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} & \text{otherwise} \end{cases} \quad \tau_{tf} = 0.000 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Considerando que o método de cálculo da largura efetiva da viga é o método 1, ou seja, o painel enrijecido é efetivo contra as compressões transversais.

$$\text{Cálculo da área do enrijecedor:} \quad A_s := (b_{fs} \cdot t_{fs}) + (t_{ws} \cdot h_{ws}) \quad A_s = 14.723 \text{ cm}^2$$

Força axial equivalente:

$$N_{sd} := \sigma_{xsd} \cdot (A_s + s \cdot t) + \tau_{tf} \cdot s \cdot t \quad N_{sd} = 382.350 \text{ kN}$$

Cálculo dos parâmetros para definição da carga distribuída uniforme equivalente:

Calculo das propriedades geométricas do enrijecedor com a largura total da chapa do flange superior (sem cálculo de largura efetiva):

$$b_{i1} := b_{fs} \quad h_{i1} := t_{fs} \quad b_{i2} := t_{ws} \quad h_{i2} := h_{ws} \quad b_{i3} := s \quad h_{i3} := t$$

$$z_{acum} := 0 \text{ cm} \quad z_i := 0 \text{ cm}$$

$$A_{i1} := b_{i1} \cdot h_{i1} \quad z_{acum} := z_{acum} + h_{i1} \quad z_i := z_{acum} - \left(\frac{h_{i1}}{2}\right)$$

$$A_{Zi1} := A_{i1} \cdot z_i \quad I_{oi1} := b_{i1} \cdot \frac{(h_{i1})^3}{12} \quad I_{bi1} := I_{oi1} + (A_{i1} \cdot z_i^2)$$

$$z_i := 0 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned}
 A_{i2} &:= b_{i2} \cdot h_{i2} & z_{acum} &:= z_{acum} + h_{i2} & z_i &:= z_{acum} - \left(\frac{h_{i2}}{2} \right) \\
 AZ_{i2} &:= A_{i2} \cdot z & I_{oi2} &:= b_{i2} \cdot \frac{(h_{i2})^3}{12} & I_{bi2} &:= I_{oi2} + \left(A_{i2} \cdot z_i^2 \right) \\
 z_i &:= 0 \text{ cm} \\
 A_{i3} &:= b_{i3} \cdot h_{i3} & z_{acum} &:= z_{acum} + h_{i3} & z_i &:= z_{acum} - \left(\frac{h_{i3}}{2} \right) \\
 AZ_{i3} &:= A_{i3} \cdot z & I_{oi3} &:= b_{i3} \cdot \frac{(h_{i3})^3}{12} & I_{bi3} &:= I_{oi3} + \left(A_{i3} \cdot z_i^2 \right) \\
 A_s &:= A_{i1} + A_{i2} + A_{i3} & A_s &= 58.823 \text{ cm}^2 & & \text{Área da seção transversal do enrijecedor} \\
 & & & & & \text{e da placa entre enrijecedores} \\
 AZ &:= AZ_{i1} + AZ_{i2} + AZ_{i3} & AZ &= 747.928 \text{ cm}^3 \\
 I_o &:= I_{oi1} + I_{oi2} + I_{oi3} & I_o &= 157.433 \text{ cm}^4 \\
 I_{base} &:= I_{bi1} + I_{bi2} + I_{bi3} & I_{base} &= 11054.527 \text{ cm}^4 \\
 ht &:= z_{acum} & ht &= 15.630 \text{ cm} & & \text{altura total do enrijecedor} \\
 z_t &:= \frac{AZ}{A_s} \\
 z_t &= 12.715 \text{ cm} & & & & \text{distância do flange inferior ao centro de gravidade do enrijecedor} \\
 I_s &:= I_{base} - A_s \cdot z_t^2 & I_s &= 1544.733 \text{ cm}^4 & & \text{Momento de inércia do conjunto}
 \end{aligned}$$

Cálculo da largura efetiva da chapa colaborante (flange superior)

Fator de redução devido a compressões na direção longitudinal a chapa:

$$\lambda_p := 0.525 \cdot \frac{s}{t} \cdot \sqrt{\frac{f_y}{E}} \quad \lambda_p = 2.458$$

$$C_{xs} := \begin{cases} 1 & \text{if } \lambda_p \leq 0.673 \\ \frac{\lambda_p - 0.22}{\lambda_p^2} & \text{otherwise} \end{cases} \quad C_{xs} = 0.370$$

Fator de redução para compressão na direção transversal a chapa:

$$c_i := \begin{cases} 0 & \text{if } \frac{s}{t} > 120 \\ 1 - \frac{s}{120 \cdot t} & \text{otherwise} \end{cases} \quad c_i = 0.074$$

$$C_{ys1} := \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_{ysd}}{\sigma_{yR}} \right)^2 + c_i \cdot \left(\frac{\sigma_{xsd} \cdot \sigma_{ysd}}{C_{xs} \cdot f_y \cdot \sigma_{yR}} \right)} \quad C_{ys1} = 0.957$$

Fator de redução para tração na direção transversal a chapa:

$$Cys2 := \frac{1}{2} \cdot \left[\sqrt{4 - 3 \cdot \left(\frac{\sigma_{ysd}}{f_y} \right)^2} + \frac{\sigma_{ysd}}{f_y} \right] \quad Cys2 := \begin{cases} 1 & \text{if } Cys2 > 1 \\ Cys2 & \text{otherwise} \end{cases} \quad Cys2 = 1.000$$

$$Cys := \begin{cases} Cys1 & \text{if } \sigma_{ysd} > 0 \\ Cys2 & \text{otherwise} \end{cases} \quad Cys = 0.941$$

Largura efetiva:

$$Se := s \cdot Cxs \cdot Cys \quad Se = 24.813 \text{ cm}$$

Cálculo das propriedades geométricas do enrijecedor com a largura efetiva da chapa do flange superior:

$$b_{i1} := b_f \quad h_{i1} := t_f \quad b_{i2} := t_w \quad h_{i2} := h_w \quad b_{i3} := Se \quad h_{i3} := t$$

$$z_{acum} := 0 \text{ cm} \quad z_i := 0 \text{ cm}$$

$$A_{i1} := b_{i1} \cdot h_{i1} \quad z_{acum} := z_{acum} + h_{i1} \quad z_i := z_{acum} - \left(\frac{h_{i1}}{2} \right)$$

$$AZ_{i1} := A_{i1} \cdot z_i \quad I_{oi1} := b_{i1} \cdot \frac{(h_{i1})^3}{12} \quad I_{bi1} := I_{oi1} + (A_{i1} \cdot z_i^2)$$

$$z_i := 0 \text{ cm}$$

$$A_{i2} := b_{i2} \cdot h_{i2} \quad z_{acum} := z_{acum} + h_{i2} \quad z_i := z_{acum} - \left(\frac{h_{i2}}{2} \right)$$

$$AZ_{i2} := A_{i2} \cdot z_i \quad I_{oi2} := b_{i2} \cdot \frac{(h_{i2})^3}{12} \quad I_{bi2} := I_{oi2} + (A_{i2} \cdot z_i^2)$$

$$z_i := 0 \text{ cm}$$

$$A_{i3} := b_{i3} \cdot h_{i3} \quad z_{acum} := z_{acum} + h_{i3} \quad z_i := z_{acum} - \left(\frac{h_{i3}}{2} \right)$$

$$AZ_{i3} := A_{i3} \cdot z_i \quad I_{oi3} := b_{i3} \cdot \frac{(h_{i3})^3}{12} \quad I_{bi3} := I_{oi3} + (A_{i3} \cdot z_i^2)$$

$$A_e := A_{i1} + A_{i2} + A_{i3} \quad A_e = 30.355 \text{ cm}^2 \quad \text{Área da seção transversal do enrijecedor}$$

$$AZ := AZ_{i1} + AZ_{i2} + AZ_{i3} \quad AZ = 311.942 \text{ cm}^3$$

$$I_o := I_{oi1} + I_{oi2} + I_{oi3} \quad I_o = 156.491 \text{ cm}^4$$

$$I_{base} := I_{bi1} + I_{bi2} + I_{bi3} \quad I_{base} = 4376.471 \text{ cm}^4$$

$$ht := z_{acum} \quad ht = 15.630 \text{ cm} \quad \text{altura total do enrijecedor}$$

$$z_t := \frac{AZ}{A_e}$$

$$z_t = 10.276 \text{ cm} \quad \text{distância do flange inferior ao centro de gravidade do enrijecedor}$$

$$z_p := ht - z_t - \frac{t}{2}$$

$z_p = 5.039$ distância do eixo da chapa colaborante ao centro de gravidade do enrijecedor

$$I_e := I_{base} - A_e \cdot z_t^2 \quad I_e = 1170.831 \text{cm}^4 \quad \text{Momento de inércia efetiva do enrijecedor}$$

$$W_{es} := \frac{I_e}{z_t} \quad W_{es} = 113.934 \text{cm}^3 \quad \text{Módulo de seção efetivo (no lado do flange inferior)}$$

$$W_{ep} := \frac{I_e}{h_t - z_t} \quad W_{ep} = 218.699 \text{cm}^3 \quad \text{Módulo de seção efetivo (no lado placa)}$$

$$i_e := \sqrt{\frac{I_e}{A_e}} \quad i_e = 6.211 \text{cm} \quad \text{raio de giração efetivo}$$

Cálculo dos parâmetros para definição da pressão lateral adicional:

$$k_c := 2 \cdot \left(1 + \sqrt{1 + \frac{10.9 \cdot I_s}{t^3 \cdot s}} \right) \quad k_c = 64.063$$

$$C_o := \frac{W_{es} \cdot f_y \cdot m_c}{k_c \cdot E \cdot t^2 \cdot s} \quad C_o = 0.002$$

$$\psi_i := \frac{\sigma_{y2sd}}{\sigma_{y1sd}} \quad \psi_i = 1.000$$

$$p_o := \begin{cases} 0 & \text{if } \psi_i \leq -1.5 \\ (0.6 + 0.4 \cdot \psi_i) \cdot C_o \cdot \sigma_{y1sd} & \text{otherwise} \end{cases} \quad p_o = 29.468 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$p_{sd} = 15.600 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Como $p_o > p_{sd}$, o painel enrijecido deve ser verificado para a pressão lateral adicional aplicada nas duas direções.

Carga lateral uniforme de projeto:

- Pressão lateral no sentido oposto ao da pressão lateral de projeto (p_o negativa).

$$p_o = -29.468 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$q_{sd} := (p_o) \cdot s \quad q_{sd} = -29.468 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

- Pressão lateral no sentido da pressão lateral de projeto (p_o positiva).

$$p_o = 29.468 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$q_{sd} := (p_{sd} + p_o) \cdot s \quad q_{sd} = 31.548 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

A favor da segurança, para o caso de pressão adicional no lado dos enrijecedores, a pressão lateral de projeto será desconsiderada, pois estaria agindo no sentido que reduz a carga atuante. O projeto precisa prever situações na qual esta carga não estaria atuando e portanto a pressão lateral negativa solicitaria a estrutura com seu valor total.

A verificação de tensões será realizada em primeiro lugar para o caso de carga lateral negativa (sem a carga lateral de projeto) e em seguida para a carga lateral positiva.

c) Resistência do painel à tensão de cisalhamento

$$I_p := \frac{t^3 \cdot s}{10.9} \quad I_p = 1.606 \text{ cm}^4$$

$$\tau_{cr1} = 8.538 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau_{crs} := \frac{36 \cdot E}{s \cdot t \cdot I^2} \cdot \sqrt[4]{I_p \cdot I_s^3} \quad \tau_{crs} = 113.213 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

A resistência ao cisalhamento será a menor entre os três valores:

$$\begin{aligned} \tau_{Rdy} &:= \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_m} & \tau_{Rdl} &:= \frac{\tau_{cr1}}{\gamma_m} & \tau_{Rds} &:= \frac{\tau_{crs}}{\gamma_m} \\ \tau_{Rdy} &= 17.823 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} & \tau_{Rdl} &= 7.424 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} & \tau_{Rds} &= 98.446 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \\ \tau_{Rd} &:= \min(\tau_{Rdy}, \tau_{Rdl}, \tau_{Rds}) & \tau_{Rd} &= 7.424 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \end{aligned}$$

c) Resistência característica (f_k) - carga lateral negativa

Flambagem lateral torsional dos enrijecedores

$$\text{Área do flange inferior:} \quad A_f := b_{fs} \cdot t_{fs} \quad A_f = 5.670 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área da alma:} \quad A_w := h_{ws} \cdot t_{ws} \quad A_w = 9.053 \text{ cm}^2$$

$$\text{Excentricidade do flange:} \quad e_f := \frac{b_{fs}}{2} \quad e_f = 4.500 \text{ cm}$$

Inércia em torno do eixo vertical do enrijecedor (menor inércia - I_z):

$$I_z := \frac{1}{12} \cdot A_f \cdot b_{fs}^2 + (e_f^2) \cdot \frac{A_f}{1 + \frac{A_f}{A_w}} \quad I_z = 108.873 \text{ cm}^4$$

$$\beta := 1$$

$$f_{et} := \beta \cdot \left[\frac{A_w + \left(\frac{t_{fs}}{t_{ws}} \right)^2 \cdot A_f}{A_w + 3 \cdot A_f} \right] \cdot G \cdot \left(\frac{t_{ws}}{h_{ws}} \right)^2 + \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{\left(\frac{A_w}{3} + A_f \right) \cdot I_t^2}$$

$$f_{et} = 70.194 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Cálculo do fator de redução associado a flambagem lateral torsional (λ_t):

$$\lambda_t := \sqrt{\frac{f_y}{f_{et}}} \quad \lambda_t = 0.711$$

$$\mu := 0.35 \cdot (\lambda_t - 0.6) \quad \mu = 0.039$$

$$k_{ft} := \begin{cases} \frac{1 + \mu + \lambda_t^2 - \sqrt{(1 + \mu + \lambda_t^2)^2 - 4 \cdot \lambda_t^2}}{2 \cdot \lambda_t^2} & \text{if } \lambda_t > 0.6 \\ 1.0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Resistência a flambagem torsional:

$$f_T := k_{ft} \cdot f_y \quad f_T = 33.068 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Cálculo da resistência característica (f_r)

- Pressão lateral no lado da chapa:

$$f_{rp} := f_y \quad f_{rp} = 35.500 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

- Pressão lateral no lado do enrijecedor:

$$f_{rs} := \begin{cases} f_y & \text{if } \lambda_t \leq 0.6 \\ f_T & \text{otherwise} \end{cases} \quad f_{rs} = 33.068 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Cálculo do comprimento de flambagem (l_k)

- Para enrijecedores contínuos

Pressão lateral máxima (que ocasiona escoamento na fibra externa do enrijecedor) na região do suporte (p_f):

$$W_{\min} := \begin{cases} W_{ep} & \text{if } W_{ep} \leq W_{es} \\ W_{es} & \text{otherwise} \end{cases} \quad W_{\min} = 113.934 \text{cm}^3$$

$$p_f := \frac{12 \cdot W_{\min} \cdot f_y}{I^2 \cdot s \cdot \gamma_m} \quad p_f = 150.733 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$l_{kc} := l \cdot \left(1 - 0.5 \cdot \left| \frac{p_{sdi}}{p_f} \right| \right) \quad \text{onde } p_{sdi} \text{ é igual a zero.}$$

$$l_{kc} = 200.000 \text{cm}$$

- Para enrijecedores simplesmente apoiados

$$l_{ka} := l \quad l_{ka} = 200.000 \text{cm}$$

$$l_k := \begin{cases} l_{ka} & \text{if } m_c = 8.9 \\ l_{kc} & \text{otherwise} \end{cases} \quad l_k = 200.000 \text{cm}$$

$$\text{Carga crítica de Euler:} \quad f_E := \pi^2 \cdot E \cdot \left(\frac{i_e}{l_k} \right)^2 \quad f_E = 190.340 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Resistência característica final dos enrijecedores

- Para pressão lateral no lado da chapa:

$$\text{Índice de esbeltez reduzida: } \lambda := \sqrt{\frac{f_{rp}}{fE}} \quad \lambda = 0.432$$

$$\mu_p := \left(0.34 + 0.08 \cdot \frac{z_p}{i_e}\right) \cdot (\lambda - 0.2) \quad \mu_p = 0.094$$

$$k := \frac{1 + \mu_p + \lambda^2 - \sqrt{(1 + \mu_p + \lambda^2)^2 - 4 \cdot \lambda^2}}{2 \cdot \lambda^2} \quad k = 0.899$$

$$f_{kp} := \begin{cases} f_y & \text{if } \lambda \leq 0.2 \\ f_{rp} \cdot k & \text{otherwise} \end{cases} \quad f_{kp} = 31.902 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

- Para pressão lateral no lado do enrijecedor:

$$\text{Índice de esbeltez reduzida: } \lambda := \sqrt{\frac{f_{rs}}{fE}} \quad \lambda = 0.417$$

$$\mu_s := \left(0.34 + 0.08 \cdot \frac{z_t}{i_e}\right) \cdot (\lambda - 0.2) \quad \mu_s = 0.102$$

$$k := \frac{1 + \mu_s + \lambda^2 - \sqrt{(1 + \mu_s + \lambda^2)^2 - 4 \cdot \lambda^2}}{2 \cdot \lambda^2} \quad k = 0.892$$

$$f_{ks} := \begin{cases} f_y & \text{if } \lambda \leq 0.2 \\ f_{rs} \cdot k & \text{otherwise} \end{cases} \quad f_{ks} = 29.493 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

d) Parâmetros de resistência dos enrijecedores - carga lateral negativa

$$NR_d := A_e \cdot \frac{f_y}{\gamma_m} \quad NR_d = 937.053 \text{ kN}$$

$$N_{ksR_d} := A_e \cdot \frac{f_{ks}}{\gamma_m} \quad N_{ksR_d} = 778.501 \text{ kN}$$

$$N_{kpR_d} := A_e \cdot \frac{f_{kp}}{\gamma_m} \quad N_{kpR_d} = 842.078 \text{ kN}$$

$$NE := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot A_e}{\left(\frac{l_k}{i_e}\right)^2} \quad NE = 5777.820 \text{ kN}$$

Para o cálculo da resistência a momento fletor M_{sIRd} adota-se:

$$l_{t1} := \begin{cases} l_t & \text{if } l_t \leq 0.4 \cdot l \\ 0.4 \cdot l & \text{otherwise} \end{cases} \quad l_{t1} = 80.000 \text{ cm}$$

Cálculo de resistência a flambagem com o novo vão não contraventado do enrijecedor:

$$f_{et} := \beta \cdot \left[\frac{A_w + \left(\frac{t_{fs}}{t_{ws}} \right)^2 \cdot A_f}{A_w + 3 \cdot A_f} \right] \cdot G \cdot \left(\frac{t_{ws}}{h_{ws}} \right)^2 + \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{\left(\frac{A_w}{3} + A_f \right) \cdot l_{t1}^2} \quad f_{et} = 394.865 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Cálculo do fator de redução associado a flambagem lateral torsional (λ_t):

$$\lambda_t := \sqrt{\frac{f_y}{f_{et}}} \quad \lambda_t = 0.300$$

$$\mu := 0.35 \cdot (\lambda_t - 0.6) \quad \mu = -0.105$$

$$k_{ft} := \begin{cases} \frac{1 + \mu + \lambda_t^2 - \sqrt{(1 + \mu + \lambda_t^2)^2 - 4 \cdot \lambda_t^2}}{2 \cdot \lambda_t^2} & \text{if } \lambda_t > 0.6 \\ 1.0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Resistência a flambagem torsional:

$$f_{\Gamma} := k_{ft} \cdot f_y \quad f_{\Gamma} = 35.500 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Cálculo da resistência característica (f_{r1})

$$f_{r1} := \begin{cases} f_y & \text{if } \lambda_t \leq 0.6 \\ f_{\Gamma} & \text{otherwise} \end{cases} \quad f_{r1} = 35.500 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$M_{s1Rd} := W_{es} \cdot \frac{f_{r1}}{\gamma_m} \quad M_{s1Rd} = 35.171 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Para o cálculo da resistência a momento fletor M_{s2Rd} adota-se:

$$l_{t2} := \begin{cases} l_t & \text{if } l_t \leq 0.8 \cdot l \\ 0.8 \cdot l & \text{otherwise} \end{cases} \quad l_{t2} = 160.000 \text{ cm}$$

Cálculo de resistência a flambagem com o novo vão não contraventado do enrijecedor:

$$f_{et} := \beta \cdot \left[\frac{A_w + \left(\frac{t_{fs}}{t_{ws}} \right)^2 \cdot A_f}{A_w + 3 \cdot A_f} \right] \cdot G \cdot \left(\frac{t_{ws}}{h_{ws}} \right)^2 + \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{\left(\frac{A_w}{3} + A_f \right) \cdot l_{t2}^2} \quad f_{et} = 104.980 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Cálculo do fator de redução associado a flambagem lateral torsional (λ_t):

$$\lambda_t := \sqrt{\frac{f_y}{f_{et}}} \quad \lambda_t = 0.582$$

$$\mu := 0.35 \cdot (\lambda_t - 0.6) \quad \mu = -0.006$$

$$k_{ft} := \begin{cases} \frac{1 + \mu + \lambda t^2 - \sqrt{(1 + \mu + \lambda t^2)^2 - 4 \cdot \lambda t^2}}{2 \cdot \lambda t^2} & \text{if } \lambda t > 0.6 \\ 1.0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Resistência a flambagem torsional

$$f_T := k_{ft} \cdot f_y \quad f_T = 35.500 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Cálculo da resistência característica (f_r)

$$f_{r2} := \begin{cases} f_y & \text{if } \lambda t \leq 0.6 \\ f_T & \text{otherwise} \end{cases} \quad f_{r2} = 35.500 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$M_{s2Rd} := W_{es} \cdot \frac{f_{r2}}{\gamma_m} \quad M_{s2Rd} = 35.171 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{s1Rd} := W_{es} \cdot \frac{f_y}{\gamma_m} \quad M_{s1Rd} = 35.171 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{pRd} := W_{ep} \cdot \frac{f_y}{\gamma_m} \quad M_{pRd} = 67.512 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Resumo (todos os parâmetros):

$$\begin{array}{ll} NR_d = 937.053 \text{ kN} & M_{s1Rd} = 35.171 \text{ kN} \cdot \text{m} \\ N_{ksRd} = 778.501 \text{ kN} & M_{s2Rd} = 35.171 \text{ kN} \cdot \text{m} \\ N_{kpRd} = 842.078 \text{ kN} & M_{s1Rd} = 35.171 \text{ kN} \cdot \text{m} \\ NE = 5777.820 \text{ kN} & M_{pRd} = 67.512 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{array}$$

e) Fórmulas de interação para compressão axial e pressão lateral - carga lateral negativa

Enrijecedores contínuos com pressão lateral no lado da chapa:

$$u := \begin{cases} 0 & \text{if } \tau_{sd} > \frac{\tau_{cr1}}{\gamma_m} \\ \left(\frac{\tau_{sd}}{\tau_{Rd}} \right)^2 & \text{otherwise} \end{cases} \quad u = 0.192$$

Valor absoluto do máximo momento fletor nos apoios dos enrijecedores contínuos:

$$M_{1sd} := \left| \frac{q_{sd} \cdot l^2}{12} \right| \quad M_{1sd} = 6.876 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Valor absoluto do máximo momento fletor no vão dos enrijecedores contínuos:

$$M_{2sd} := \left| \frac{q_{sd} \cdot l^2}{24} \right| \quad M_{2sd} = 3.438 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Neste trabalho o ponto de aplicação da força axial será considerado na linha neutra do painel. Distância da linha neutra da seção efetiva do enrijecedor até o ponto de trabalho da força axial (ponto de aplicação da força): $z := 0.000\text{cm}$

As verificações de tensões devem ser realizadas para cada uma das fórmulas a seguir e o maior valor de razão de tensões deve ser adotado.

O parâmetro referente à razão de tensões é definido como UC em referência a expressão em inglês *unit check* utilizada no programa.

$$UC1 := \frac{Nsd}{NksRd} - 2 \cdot \frac{Nsd}{NRd} + \frac{M1sd + Nsd \cdot z}{MstRd \cdot \left(1 - \frac{Nsd}{NE}\right)} + u \quad UC1 = 0.076$$

$$UC2 := \frac{Nsd}{NkpRd} + \frac{M1sd + Nsd \cdot z}{MpRd \cdot \left(1 - \frac{Nsd}{NE}\right)} + u \quad UC2 = 0.755$$

$$UC3 := \frac{Nsd}{NksRd} + \frac{M2sd - Nsd \cdot z}{Ms2Rd \cdot \left(1 - \frac{Nsd}{NE}\right)} + u \quad UC3 = 0.787$$

$$UC4 := \frac{Nsd}{NkpRd} - 2 \cdot \frac{Nsd}{NRd} + \frac{M2sd - Nsd \cdot z}{MpRd \cdot \left(1 - \frac{Nsd}{NE}\right)} + u \quad UC4 = -0.116$$

$$UC_{max1} := \max(UC1, UC2, UC3, UC4) \quad UC_{max1} = 0.787$$

f) Resistência característica (f_k) - carga lateral positiva

Agora, será realizada a mesma verificação, porém com a carga lateral de projeto e a carga lateral adicional atuando juntas, no mesmo sentido.

Carga axial equivalente: $Nsd = 382.350\text{ kN}$

Carga lateral uniforme: $qsd = 31.548 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Flambagem lateral torsional dos enrijecedores

Área do flange inferior: $Af := b_{fs} \cdot t_{fs} \quad Af = 5.670\text{ cm}^2$

Área da alma: $Aw := h_{ws} \cdot t_{ws} \quad Aw = 9.053\text{ cm}^2$

Excentricidade do flange: $ef := \frac{b_{fs}}{2} \quad ef = 4.500\text{ cm}$

Inércia em torno do eixo vertical do enrijecedor (menor inércia - I_z):

$$I_z := \frac{1}{12} \cdot Af \cdot b_{fs}^2 + (ef^2) \cdot \frac{Af}{1 + \frac{Af}{Aw}} \quad I_z = 108.873\text{ cm}^4$$

$\beta := 1$

$$f_{et} := \beta \cdot \left[\frac{A_w + \left(\frac{tfs}{tws} \right)^2 \cdot A_f}{A_w + 3 \cdot A_f} \right] \cdot G \cdot \left(\frac{tws}{hws} \right)^2 + \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{\left(\frac{A_w}{3} + A_f \right) \cdot l_t^2} \quad f_{et} = 70.194 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Cálculo do fator de redução associado a flambagem lateral torsional (λ_t):

$$\lambda_t := \sqrt{\frac{f_y}{f_{et}}} \quad \lambda_t = 0.711 \quad \mu := 0.35 \cdot (\lambda_t - 0.6)$$

$$\mu = 0.039$$

$$k_{ft} := \begin{cases} \frac{1 + \mu + \lambda_t^2 - \sqrt{(1 + \mu + \lambda_t^2)^2 - 4 \cdot \lambda_t^2}}{2 \cdot \lambda_t^2} & \text{if } \lambda_t > 0.6 \\ 1.0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Resistência a flambagem torsional: $f_T := k_{ft} \cdot f_y \quad f_T = 33.068 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$

Cálculo da resistência característica (f_r)

- Pressão lateral no lado da chapa:

$$f_{rp} := f_y \quad f_{rp} = 35.500 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

- Pressão lateral no lado do enrijecedor:

$$f_{rs} := \begin{cases} f_y & \text{if } \lambda_t \leq 0.6 \\ f_T & \text{otherwise} \end{cases} \quad f_{rs} = 33.068 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Cálculo do comprimento de flambagem (l_k)

- Para enrijecedores contínuos

Pressão lateral máxima (que ocasiona escoamento na fibra externa do enrijecedor) na região do suporte (p_f):

$$W_{min} := \begin{cases} W_{ep} & \text{if } W_{ep} \leq W_{es} \\ W_{es} & \text{otherwise} \end{cases} \quad W_{min} = 113.934 \text{ cm}^3$$

$$p_f := \frac{12 \cdot W_{min}}{l^2 \cdot s} \cdot \frac{f_y}{\gamma_m} \quad p_f = 150.733 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$l_{kc} := l \cdot \left(1 - 0.5 \cdot \left| \frac{psd}{p_f} \right| \right) \quad l_{kc} = 189.651 \text{ cm}$$

onde psd é a pressão lateral de projeto 15.600 kN/m^2

- Para enrijecedores simplesmente apoiados

$$l_{ka} := l \quad l_{ka} = 200.000 \text{ cm}$$

$$l_k := \begin{cases} l_{ka} & \text{if } mc = 8.9 \\ l_{kc} & \text{otherwise} \end{cases} \quad l_k = 189.651 \text{ cm}$$

$$\text{Carga crítica de Euler:} \quad fE := \pi^2 \cdot E \cdot \left(\frac{ie}{lk} \right)^2 \quad fE = 211.681 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

- Para pressão lateral no lado da chapa:

$$\text{Índice de esbeltez reduzida:} \quad \lambda := \sqrt{\frac{frp}{fE}} \quad \lambda = 0.410$$

$$\mu_p := \left(0.34 + 0.08 \cdot \frac{z_p}{ie} \right) \cdot (\lambda - 0.2) \quad \mu_p = 0.085$$

$$k := \frac{1 + \mu_p + \lambda^2 - \sqrt{(1 + \mu_p + \lambda^2)^2 - 4 \cdot \lambda^2}}{2 \cdot \lambda^2} \quad k = 0.909$$

$$f_{kp} := \begin{cases} f_y & \text{if } \lambda \leq 0.2 \\ frp \cdot k & \text{otherwise} \end{cases} \quad f_{kp} = 32.270 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

- Para pressão lateral no lado do enrijecedor:

$$\text{Índice de esbeltez reduzida:} \quad \lambda := \sqrt{\frac{frs}{fE}} \quad \lambda = 0.395$$

$$\mu_s := \left(0.34 + 0.08 \cdot \frac{z_t}{ie} \right) \cdot (\lambda - 0.2) \quad \mu_s = 0.092$$

$$k := \frac{1 + \mu_s + \lambda^2 - \sqrt{(1 + \mu_s + \lambda^2)^2 - 4 \cdot \lambda^2}}{2 \cdot \lambda^2} \quad k = 0.903$$

$$f_{ks} := \begin{cases} f_y & \text{if } \lambda \leq 0.2 \\ frs \cdot k & \text{otherwise} \end{cases} \quad f_{ks} = 29.861 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

g) Parâmetros de resistência dos enrijecedores - carga lateral positiva

$$NRd := Ae \cdot \frac{f_y}{\gamma_m} \quad NRd = 937.053 \text{ kN}$$

$$NksRd := Ae \cdot \frac{f_{ks}}{\gamma_m} \quad NksRd = 788.218 \text{ kN}$$

$$NkpRd := Ae \cdot \frac{f_{kp}}{\gamma_m} \quad NkpRd = 851.794 \text{ kN}$$

$$NE := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot Ae}{\left(\frac{lk}{ie} \right)^2} \quad NE = 6425.631 \text{ kN}$$

Para o cálculo da resistência a momento fletor $M_s IRd$ adota-se:

$$l_{t1} := \begin{cases} l_t & \text{if } l_t \leq 0.4 \cdot l \\ 0.4 \cdot l & \text{otherwise} \end{cases} \quad l_{t1} = 80.000 \text{ cm}$$

Cálculo de resistência a flambagem com o novo vão não contraventado do enrijecedor:

$$f_{et} := \beta \cdot \left[\frac{A_w + \left(\frac{t_{fs}}{t_{ws}} \right)^2 \cdot A_f}{A_w + 3 \cdot A_f} \right] \cdot G \cdot \left(\frac{t_{ws}}{h_{ws}} \right)^2 + \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{\left(\frac{A_w}{3} + A_f \right) \cdot l_{t1}^2} \quad f_{et} = 394.865 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Cálculo do fator de redução associado a flambagem lateral torsional (λ_t):

$$\lambda_t := \sqrt{\frac{f_y}{f_{et}}} \quad \lambda_t = 0.300$$

$$\mu := 0.35 \cdot (\lambda_t - 0.6) \quad \mu = -0.105$$

$$k_{ft} := \begin{cases} \frac{1 + \mu + \lambda_t^2 - \sqrt{(1 + \mu + \lambda_t^2)^2 - 4 \cdot \lambda_t^2}}{2 \cdot \lambda_t^2} & \text{if } \lambda_t > 0.6 \\ 1.0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Resistência a flambagem torsional:

$$f_T := k_{ft} \cdot f_y \quad f_T = 35.500 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Cálculo da resistência característica (f_r)

$$f_{r1} := \begin{cases} f_y & \text{if } \lambda_t \leq 0.6 \\ f_T & \text{otherwise} \end{cases} \quad f_{r1} = 35.500 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$M_{s1Rd} := W_{es} \cdot \frac{f_{r1}}{\gamma_m} \quad M_{s1Rd} = 35.171 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Para o cálculo da resistência a momento fletor M_{s2Rd} adota-se:

$$l_{t2} := \begin{cases} l_t & \text{if } l_t \leq 0.8 \cdot l \\ 0.8 \cdot l & \text{otherwise} \end{cases} \quad l_{t2} = 160.000 \text{ cm}$$

Cálculo de resistência a flambagem com o novo vão não contraventado do enrijecedor:

$$f_{et} := \beta \cdot \left[\frac{A_w + \left(\frac{t_{fs}}{t_{ws}} \right)^2 \cdot A_f}{A_w + 3 \cdot A_f} \right] \cdot G \cdot \left(\frac{t_{ws}}{h_{ws}} \right)^2 + \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{\left(\frac{A_w}{3} + A_f \right) \cdot l_{t2}^2} \quad f_{et} = 104.980 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Cálculo do fator de redução associado a flambagem lateral torsional (λ_t):

$$\lambda_t := \sqrt{\frac{f_y}{f_{et}}} \quad \lambda_t = 0.582$$

$$\mu := 0.35 \cdot (\lambda_t - 0.6) \quad \mu = -0.006$$

$$k_{ft} := \begin{cases} \frac{1 + \mu + \lambda t^2 - \sqrt{(1 + \mu + \lambda t^2)^2 - 4 \cdot \lambda t^2}}{2 \cdot \lambda t^2} & \text{if } \lambda t > 0.6 \\ 1.0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Resistência a flambagem torsional:

$$f_{T} := k_{ft} \cdot f_y \quad f_T = 35.500 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Cálculo da resistência característica (fr)

$$f_{r2} := \begin{cases} f_y & \text{if } \lambda t \leq 0.6 \\ f_T & \text{otherwise} \end{cases} \quad f_{r2} = 35.500 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$M_{s2Rd} := W_{es} \cdot \frac{f_{r2}}{\gamma_m} \quad M_{s2Rd} = 35.171 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{s1Rd} := W_{es} \cdot \frac{f_y}{\gamma_m} \quad M_{s1Rd} = 35.171 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{pRd} := W_{ep} \cdot \frac{f_y}{\gamma_m} \quad M_{pRd} = 67.512 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Resumo (todos os parâmetros):

$$\begin{array}{ll} NRd = 937.053 \text{ kN} & Ms1Rd = 35.171 \text{ kN} \cdot \text{m} \\ NksRd = 788.218 \text{ kN} & Ms2Rd = 35.171 \text{ kN} \cdot \text{m} \\ NkpRd = 851.794 \text{ kN} & MstRd = 35.171 \text{ kN} \cdot \text{m} \\ NE = 6425.631 \text{ kN} & MpRd = 67.512 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{array}$$

h) Fórmulas de interação para compressão axial e pressão lateral - carga lateral positiva

Enrijecedores contínuos com pressão lateral no lado da chapa

$$u := \begin{cases} 0 & \text{if } \tau_{sd} > \frac{\tau_{cr1}}{\gamma_m} \\ \left(\frac{\tau_{sd}}{\tau_{Rd}} \right)^2 & \text{otherwise} \end{cases} \quad u = 0.192$$

Valor absoluto do máximo momento fletor nos apoios dos enrijecedores contínuos

$$M_{1sd} := \left| \frac{q_{sd} \cdot l^2}{12} \right| \quad M_{1sd} = 10.516 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Valor absoluto do máximo momento fletor no vão dos enrijecedores contínuos

$$M2sd := \left| \frac{qsd \cdot l^2}{24} \right| \quad M2sd = 5.258 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Neste trabalho o ponto de aplicação da força axial será considerado na linha neutra do painel:
 $z := 0.000 \text{ cm}$

$$UC1 := \frac{Nsd}{NksRd} + \frac{M1sd - Nsd \cdot z}{Ms1Rd \cdot \left(1 - \frac{Nsd}{NE}\right)} + u \quad UC1 = 0.995$$

$$UC2 := \frac{Nsd}{NkpRd} - 2 \cdot \frac{Nsd}{NRd} + \frac{M1sd - Nsd \cdot z}{MpRd \cdot \left(1 - \frac{Nsd}{NE}\right)} + u \quad UC2 = -0.010$$

$$UC3 := \frac{Nsd}{NksRd} - 2 \cdot \frac{Nsd}{NRd} + \frac{M2sd + Nsd \cdot z}{MstRd \cdot \left(1 - \frac{Nsd}{NE}\right)} + u \quad UC3 = 0.020$$

$$UC4 := \frac{Nsd}{NkpRd} + \frac{M2sd + Nsd \cdot z}{MpRd \cdot \left(1 - \frac{Nsd}{NE}\right)} + u \quad UC4 = 0.723$$

$$UCmax2 := \max(UC1, UC2, UC3, UC4) \quad UCmax2 = 0.995$$

h) Máxima razão de tensões

Será adotado o máximo entre os valores máximos encontrados para a pressão adicional positiva e negativa.

$$UC := \max(UCmax1, UCmax2) \quad UC = 0.995$$

A máxima razão de tensões é encontrada para o caso da pressão adicional no lado da chapa (pressão lateral positiva) e para a equação 7.50 da norma DNV.

i) Verificação do enrijecedor a esforço cortante:

$$Anet := Aw \quad Anet = 9.053 \text{ cm}^2$$

$$VRd := Anet \cdot \frac{fy}{\gamma_m \cdot \sqrt{3}} \quad VRd = 161.349 \text{ kN}$$

$$Vsd := \frac{qsd \cdot l}{2} \quad Vsd = 31.518 \text{ kN}$$

$Vsd < VRd$ ok!

j) Verificação da placa entre enrijecedores

$$\tau_{Rdy} := \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_m}$$

$$\tau_{Rdy} = 17.823 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau_{sd} = 3.250 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau_{sd} < \tau_{Rdy} \text{ ok!}$$

$$k_{sp} := \sqrt{1.0 - 3 \cdot \left(\frac{\tau_{sd}}{f_y} \right)^2}$$

$$k_{sp} = 0.987$$

$$k_{sp} \cdot \sigma_{yRd} = 5.408 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{ysd} = 1.950 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{ysd} < k_{sp} \cdot \sigma_{yRd} \text{ ok!}$$

Se esta verificação for realizada, não será necessária a verificação da placa isoladamente, conforme o capítulo 6 da norma, pois a compressão na direção longitudinal a placa é verificada através dos cálculos de largura efetiva do enrijecedor.

k) Flambagem local dos enrijecedores

Perfis laminados do tipo L

$$b_{fs} := 90.0\text{mm} \quad \text{largura do flange}$$

$$t_{fs} := 6.3\text{mm} \quad \text{espessura do flange}$$

$$t_{ws} := 6.3\text{mm} \quad \text{espessura da alma}$$

$$h_{ws} := 143.7\text{mm} \quad \text{altura da alma}$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{355}} = 0.8136$$

Flambagem local do flange

$$c = b_{fs} - t_{ws} = 90 - 6.3 = 83.7\text{mm}$$

$$15 \cdot t_f \cdot \varepsilon = 15 \cdot 6.3 \cdot 0.8136 = 76.89\text{mm}$$

$c = 83.7\text{mm} > 15 t_f \varepsilon = 76.89\text{mm}$ - **Flange muito esbelto. Adotar enrijecedores de flange para evitar os efeitos da flambagem local.**

Flambagem local da alma

$$42 \cdot t_f \cdot \varepsilon = 42 \cdot 6.3 \cdot 0.8136 = 215.28\text{mm}$$

$$h_w = 143.7\text{mm} < 42 t_f \varepsilon = 215.28 \text{ ok!}$$

5.2.1.4 *Flambagem de vigas suportando um painel enrijecido*

Neste item as tensões de projeto consideradas serão as tensões máximas em cada direção, desprezando as variações das mesmas.

$$\sigma_{xsd} := \max(\sigma_{x1sd}, \sigma_{x2sd})$$

$$\sigma_{xsd} = 6.500 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{ysd} := \max(\sigma_{y1sd}, \sigma_{y2sd}) \quad \sigma_{ysd} = 1.950 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

a) Largura efetiva das vigas (l_e)

A largura efetiva da viga será calculada conforme o Método 1 da norma DNV (ver item 2.2.3)

Fator de redução devido às tensões de compressão longitudinais aos enrijecedores.

$$C_{xs} = 0.370 \quad (\text{ver item 5.2.1.2})$$

$$f_{kx} := f_y \cdot C_{xs} \quad f_{kx} = 13.152 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$C_{xg} := \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_{xsd}}{f_{kx}} \right)^2} \quad C_{xg} = 0.869$$

Se a tensão transversal σ_y é de tração, devido a combinação das forças axiais e momentos fletores sobre o vão total da viga C_{yg} deve ser calculado como:

$$C_{ygt} := \frac{L_g}{1 \cdot \sqrt{4 - \left(\frac{L_g}{1} \right)^2}} \quad C_{ygt} := 1$$

$$C_{ygt} := \begin{cases} 1 & \text{if } C_{ygt} > 1 \\ C_{ygt} & \text{otherwise} \end{cases} \quad C_{ygt} = 1.000$$

Se a chapa colaborante está parcial ou completamente comprimida na direção transversal aos enrijecedores, C_{yg} deve ser calculado da seguinte forma:

$$c_i := \begin{cases} 0 & \text{if } \frac{s}{t} > 120 \\ 1 - \frac{s}{120 \cdot t} & \text{otherwise} \end{cases} \quad c_i = 0.074$$

$$C_{ygc} := \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_{ysd}}{\sigma_{yR}} \right)^2 + c_i \cdot \left(\frac{\sigma_{xsd} \cdot \sigma_{ysd}}{C_{xs} \cdot f_y \cdot \sigma_{yR}} \right)} \quad C_{ygc} = 0.957$$

$$C_{yg} := \begin{cases} C_{ygc} & \text{if } \sigma_{y1sd} > 0 \vee \sigma_{y2sd} > 0 \\ C_{ygt} & \text{otherwise} \end{cases} \quad C_{yg} = 0.957$$

$$C_{\tau g} := \sqrt{1 - 3 \cdot \left(\frac{\tau_{sd}}{f_y} \right)^2} \quad C_{\tau g} = 0.987$$

$$l_e := 1 \cdot C_{xg} \cdot C_{yg} \cdot C_{\tau g} \quad l_e = 164.252 \text{ cm}$$

Segundo recomendação da norma DNV, para vigas simplesmente apoiadas, a largura efetiva não deve ser tomada maior que $0.4L_G$, e para vigas contínuas a largura efetiva deve ser menor que $0.3L_G$.

$$le := \begin{cases} \text{if ApoiadaViga} = 0 & le = 164.252 \text{ cm} \\ \begin{cases} 0.4 \cdot Lg & \text{if } le > 0.4 \cdot Lg \\ le & \text{otherwise} \end{cases} \\ \text{otherwise} \\ \begin{cases} 0.3 \cdot Lg & \text{if } le > 0.3 \cdot Lg \\ le & \text{otherwise} \end{cases} \end{cases}$$

Calculo das propriedades geométricas da viga com a largura efetiva da chapa do flange superior:

$$b_{i1} := bf_{\xi} \quad h_{i1} := tf_{\xi} \quad b_{i2} := tw_{\xi} \quad h_{i2} := hw_{\xi} \quad b_{i3} := le \quad h_{i3} := t$$

$$z_i := 0 \text{ cm} \quad z_{acum} := 0 \text{ cm}$$

$$A_{i1} := b_{i1} \cdot h_{i1} \quad z_{acum} := z_{acum} + h_{i1} \quad z_i := z_{acum} - \left(\frac{h_{i1}}{2} \right)$$

$$AZ_{i1} := A_{i1} \cdot z_i \quad I_{oi1} := b_{i1} \cdot \frac{(h_{i1})^3}{12} \quad I_{bi1} := I_{oi1} + (A_{i1} \cdot z_i^2)$$

$$z_i := 0 \text{ cm}$$

$$A_{i2} := b_{i2} \cdot h_{i2} \quad z_{acum} := z_{acum} + h_{i2} \quad z_i := z_{acum} - \left(\frac{h_{i2}}{2} \right)$$

$$AZ_{i2} := A_{i2} \cdot z_i \quad I_{oi2} := b_{i2} \cdot \frac{(h_{i2})^3}{12} \quad I_{bi2} := I_{oi2} + (A_{i2} \cdot z_i^2)$$

$$z_i := 0 \text{ cm}$$

$$A_{i3} := b_{i3} \cdot h_{i3} \quad z_{acum} := z_{acum} + h_{i3} \quad z_i := z_{acum} - \left(\frac{h_{i3}}{2} \right)$$

$$AZ_{i3} := A_{i3} \cdot z_i \quad I_{oi3} := b_{i3} \cdot \frac{(h_{i3})^3}{12} \quad I_{bi3} := I_{oi3} + (A_{i3} \cdot z_i^2)$$

$$A_e := A_{i1} + A_{i2} + A_{i3} \quad A_e = 147.080 \text{ cm}^2 \quad \text{Área efetiva da seção transversal da viga}$$

$$AZ := AZ_{i1} + AZ_{i2} + AZ_{i3} \quad AZ = 4684.477 \text{ cm}^3$$

$$I_o := I_{oi1} + I_{oi2} + I_{oi3} \quad I_o = 3131.092 \text{ cm}^4$$

$$I_{base} := I_{bi1} + I_{bi2} + I_{bi3} \quad I_{base} = 181632.496 \text{ cm}^4$$

$$ht := z_{acum} \quad ht = 40.630 \text{ cm} \quad \text{altura total da viga}$$

$$z_t := \frac{AZ}{A_e}$$

$$z_t = 31.850 \text{ cm} \quad \text{distância do flange inferior ao centro de gravidade da viga}$$

$$z_p := ht - z_t - \frac{t}{2}$$

$$z_p = 8.465 \text{ cm} \quad \text{distância do eixo da chapa colaborante ao centro de gravidade da viga}$$

$$I_e := I_{base} - A_e \cdot z_t^2 \quad I_e = 32432.597 \text{ cm}^4 \quad \text{Momento de inércia efetivo da viga}$$

$$W_{eg} := \frac{I_e}{z_t} \quad W_{eg} = 1018.297 \text{cm}^3 \quad \text{Módulo de seção efetivo (no lado do flange inferior)}$$

$$W_{ep} := \frac{I_e}{h_t - z_t} \quad W_{ep} = 3693.856 \text{cm}^3 \quad \text{Módulo de seção efetivo (no lado placa)}$$

$$i_e := \sqrt{\frac{I_e}{A_e}} \quad i_e = 14.850 \text{cm} \quad \text{raio de giração efetivo}$$

b) Resistência característica (f_k)

Flambagem lateral torsional das vigas

$$\text{Área do flange inferior:} \quad A_f := b_f \cdot t_f \xi \quad A_f = 19.000 \text{cm}^2$$

$$\text{Área da alma:} \quad A_w := h_w \cdot t_w \xi \quad A_w = 24.601 \text{cm}^2$$

$$\text{Excentricidade do flange:} \quad e_f := 0 \text{cm} \quad \text{para vigas do tipo Tê}$$

Inércia em torno do eixo vertical da viga (menor inércia - I_z):

$$I_z := \frac{1}{12} \cdot A_f \cdot b_f \xi^2 \quad I_z = 633.333 \text{cm}^4 \quad \text{cálculo aproximado recomendado pela norma}$$

$$f_{ETG} := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{\left(A_f + \frac{A_w}{3} \right) \cdot L_g t^2} \quad f_{ETG} = 14.656 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\lambda_{TG} := \sqrt{\frac{f_y}{f_{ETG}}} \quad \lambda_{TG} = 1.556$$

$$\mu := 0.35 \cdot (\lambda_{TG} - 0.6) \quad \mu = 0.335$$

$$f_{TG} := \begin{cases} f_y & \text{if } \lambda_{TG} \leq 0.6 \\ f_y \cdot \left[\frac{1 + \mu + \lambda_{TG}^2 - \sqrt{(1 + \mu + \lambda_{TG}^2)^2 - 4 \cdot \lambda_{TG}^2}}{2 \cdot \lambda_{TG}^2} \right] & \text{otherwise} \end{cases} \quad f_{TG} = 12.114 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Cálculo da resistência característica (f_r)

- Pressão lateral no lado da chapa:

$$f_{rp} := f_y \quad f_{rp} = 35.500 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

- Pressão lateral no lado da viga:

$$f_{rg} := \begin{cases} f_y & \text{if } \lambda_{TG} \leq 0.6 \\ f_{TG} & \text{otherwise} \end{cases} \quad f_{rg} = 12.114 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Comprimento de flambagem

$$L_{gk} := L_{\xi} \quad L_{gk} = 560.000 \text{ cm}$$

$$\text{Carga crítica de Euler:} \quad f_E := \pi^2 \cdot E \cdot \left(\frac{i_e}{L_{gk}} \right)^2 \quad f_E = 138.798 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

- Para pressão lateral no lado da chapa:

$$\text{Índice de esbeltez reduzida:} \quad \lambda := \sqrt{\frac{f_{rp}}{f_E}} \quad \lambda = 0.506$$

$$\mu_p := \left(0.34 + 0.08 \cdot \frac{z_p}{i_e} \right) \cdot (\lambda - 0.2) \quad \mu_p = 0.118$$

$$k := \frac{1 + \mu_p + \lambda^2 - \sqrt{(1 + \mu_p + \lambda^2)^2 - 4 \cdot \lambda^2}}{2 \cdot \lambda^2} \quad k = 0.868$$

$$f_{kp} := \begin{cases} f_y & \text{if } \lambda \leq 0.2 \\ f_{rp} \cdot k & \text{otherwise} \end{cases} \quad f_{kp} = 30.828 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

- Para pressão lateral no lado da viga

$$\text{Índice de esbeltez reduzida:} \quad \lambda := \sqrt{\frac{f_{rg}}{f_E}} \quad \lambda = 0.295$$

$$\mu_g := \left(0.34 + 0.08 \cdot \frac{z_t}{i_e} \right) \cdot (\lambda - 0.2) \quad \mu_g = 0.049$$

$$k := \frac{1 + \mu_g + \lambda^2 - \sqrt{(1 + \mu_g + \lambda^2)^2 - 4 \cdot \lambda^2}}{2 \cdot \lambda^2} \quad k = 0.949$$

$$f_{kg} := \begin{cases} f_y & \text{if } \lambda \leq 0.2 \\ f_{rg} \cdot k & \text{otherwise} \end{cases} \quad f_{kg} = 11.502 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

c) Parâmetros de resistência para as vigas

$$\text{Área da viga:} \quad A_g := b_{fg} \cdot t_{fg} + h_{wg} \cdot t_{wg} \quad A_g = 43.602 \text{ cm}^2$$

$$N_{Rd} := (A_g + I_e \cdot t) \cdot \frac{f_y}{\gamma_m} \quad N_{Rd} = 4540.296 \text{ kN}$$

$$N_{ksRd} := (A_g + I_e \cdot t) \cdot \frac{f_{kg}}{\gamma_m} \quad N_{ksRd} = 1471.078 \text{ kN}$$

$$N_{kpRd} := (A_g + I_e \cdot t) \cdot \frac{f_{kp}}{\gamma_m} \quad N_{kpRd} = 3942.755 \text{ kN}$$

$$NE := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot Ae}{\left(\frac{Lgk}{ie}\right)^2} \quad NE = 20414.343 \text{ kN}$$

Para o cálculo da resistência a momento fletor $Ms1Rd$ adota-se:

$$Lgt1 := \begin{cases} Lgt & \text{if } Lgt \leq 0.4 \cdot Lg \\ 0.4 \cdot Lg & \text{otherwise} \end{cases} \quad Lgt1 = 224.000 \text{ cm}$$

Cálculo de resistência a flambagem com o novo vão não contraventado da viga:

$$f_{ETG} := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot Iz}{\left(Af + \frac{Aw}{3}\right) \cdot Lgt1^2} \quad f_{ETG} = 91.599 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Cálculo do fator de redução associado a flambagem lateral torsional (λ_{TG}):

$$\lambda_{TG} := \sqrt{\frac{fy}{f_{ETG}}} \quad \lambda_{TG} = 0.623$$

$$\mu := 0.35 \cdot (\lambda_{TG} - 0.6) \quad \mu = 0.008$$

$$f_{TG} := \begin{cases} fy & \text{if } \lambda_{TG} \leq 0.6 \\ fy \cdot \left[\frac{1 + \mu + \lambda_{TG}^2 - \sqrt{(1 + \mu + \lambda_{TG}^2)^2 - 4 \cdot \lambda_{TG}^2}}{2 \cdot \lambda_{TG}^2} \right] & \text{otherwise} \end{cases}$$

Resistência a flambagem torsional: $f_{TG} = 35.052 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$

Cálculo da resistência característica (fr)

$$fr1 := \begin{cases} fy & \text{if } \lambda_{TG} \leq 0.6 \\ f_{TG} & \text{otherwise} \end{cases} \quad fr1 = 35.052 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$Ms1Rd := Weg \cdot \frac{fr1}{\gamma_m} \quad Ms1Rd = 310.377 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Para o cálculo da resistência a momento fletor $Ms2Rd$ adota-se:

$$Lgt2 := \begin{cases} Lgt & \text{if } Lgt \leq 0.8 \cdot Lg \\ 0.8 \cdot Lg & \text{otherwise} \end{cases} \quad Lgt2 = 448.000 \text{ cm}$$

Cálculo de resistência a flambagem com o novo vão não contraventado da viga:

$$f_{ETG} := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot Iz}{\left(Af + \frac{Aw}{3}\right) \cdot Lgt2^2} \quad f_{ETG} = 22.900 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Cálculo do fator de redução associado a flambagem lateral torsional (λ_{TG}):

$$\lambda_{TG} := \sqrt{\frac{f_y}{f_{ETG}}} \quad \lambda_{TG} = 1.245$$

$$\mu := 0.35 \cdot (\lambda_{TG} - 0.6) \quad \mu = 0.226$$

$$f_{TG} := \begin{cases} f_y & \text{if } \lambda_{TG} \leq 0.6 \\ f_y \cdot \left[\frac{1 + \mu + \lambda_{TG}^2 - \sqrt{(1 + \mu + \lambda_{TG}^2)^2 - 4 \cdot \lambda_{TG}^2}}{2 \cdot \lambda_{TG}^2} \right] & \text{otherwise} \end{cases}$$

Resistência a flambagem torsional: $f_{TG} = 17.737 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$

Cálculo da resistência característica (f_r)

$$f_{r2} := \begin{cases} f_y & \text{if } \lambda_{TG} \leq 0.6 \\ f_{TG} & \text{otherwise} \end{cases} \quad f_{r2} = 17.737 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$M_{s2Rd} := W_{eg} \cdot \frac{f_{r2}}{\gamma_m} \quad M_{s2Rd} = 157.056 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{stRd} := W_{eg} \cdot \frac{f_y}{\gamma_m} \quad M_{stRd} = 314.344 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{pRd} := W_{ep} \cdot \frac{f_y}{\gamma_m} \quad M_{pRd} = 1140.277 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

d) Forças Equivalentes nas vigas

Para cálculo da carga distribuída uniforme aplicada sobre a viga, calcula-se uma carga lateral inicial, analogamente ao realizado para a análise dos enrijecedores.

$$\tau_{cel} := \frac{18 \cdot E}{t \cdot I^2} \cdot \left(\frac{t \cdot I_s}{s} \right)^{0.75} \quad \tau_{cel} = 102.855 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau_{ceg} := \frac{\tau_{cel} \cdot I^2}{L_p^2} \quad \tau_{ceg} = 6.428 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Tensão crítica de cisalhamento com os enrijecedores removidos (τ_{crg}):

$$\lambda_\tau := \sqrt{\frac{0.6 \cdot f_y}{\tau_{ceg}}} \quad \lambda_\tau = 1.820$$

$$\tau_{crg} := \begin{cases} 0.000 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} & \text{if } m_c = 8.9 \\ \begin{cases} 0.6 \cdot f_y & \text{if } \lambda_\tau \leq 1 \\ \frac{0.6 \cdot f_y}{\lambda_\tau^2} & \text{otherwise} \end{cases} & \text{otherwise} \end{cases} \quad \tau_{crg} = 6.428 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Se o enrijecedor não for contínuo através da viga, adotar $\tau_{crg} = 0$

Tensão crítica de cisalhamento do painel entre vigas (τ_{cr1}):

$$\lambda_{\tau} := \sqrt{\frac{0.6 \cdot f_y}{\tau_{cel}}} \quad \lambda_{\tau} = 0.455$$

$$\tau_{cr1} := \begin{cases} 0.6 \cdot f_y & \text{if } \lambda_{\tau} \leq 1 \\ \frac{0.6 \cdot f_y}{\lambda_{\tau}^2} & \text{otherwise} \end{cases} \quad \tau_{cr1} = 21.300 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{EG} := \pi^2 \cdot E \cdot \left(\frac{i_e}{L_{gk}} \right)^2 \quad f_{EG} = 138.798 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\lambda_G := \sqrt{\frac{f_y}{f_{EG}}} \quad \lambda_G = 0.506$$

$$Q := \begin{cases} 0 & \text{if } (\lambda_G - 0.2) < 0 \\ \text{otherwise} \\ \begin{cases} 1 & \text{if } (\lambda_G - 0.2) > 1 \\ (\lambda_G - 0.2) & \text{otherwise} \end{cases} \end{cases} \quad Q = 0.306$$

$$C := \begin{cases} 0 & \text{if } \tau_{sd} \leq \tau_{crg} \\ Q \cdot \left[7 - 5 \cdot \left(\frac{s}{l} \right)^2 \right] \cdot \left(\frac{\tau_{sd} - \tau_{crg}}{\tau_{cr1}} \right)^2 & \text{otherwise} \end{cases} \quad C = 0.000$$

- Para carga de compressão na direção x:

$$A_s := b_{fs} \cdot t_{fs} + h_{ws} \cdot t_{ws} \quad A_s = 14.723 \text{ cm}^2$$

$$p_{oc} := \frac{0.4 \cdot \left(t + \frac{A_s}{s} \right)}{h_{wg} \cdot \left(1 - \frac{s}{L_g} \right)} \cdot \left(\frac{f_y}{E} \right) \cdot \left(\frac{L_g}{l} \right)^2 \cdot (\sigma_{xsd} + C \cdot \tau_{sd}) \quad p_{oc} = 8.898 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

- p_o não deve ser menor que:

$$\text{Área do enrijecedor:} \quad A_s := b_{fs} \cdot t_{fs} + h_{ws} \cdot t_{ws} \quad A_s = 14.723 \text{ cm}^2$$

$$p_{oi} := 0.02 \cdot \frac{\left(t + \frac{A_s}{s} \right)}{l} \cdot (\sigma_{xsd} + C \cdot \tau_{sd}) \quad p_{oi} = 5.462 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$p_{oc} := \begin{cases} p_{oi} & \text{if } p_{oc} < p_{oi} \\ p_{oc} & \text{otherwise} \end{cases}$$

- Para carga de tração na direção x:

$$pot := \frac{0.4 \cdot \left(t + \frac{As}{s}\right)}{hwg \cdot \left(1 - \frac{s}{Lg}\right)} \cdot \frac{fy}{E} \cdot \left(\frac{Lg}{1}\right)^2 \cdot (C \cdot \tau_{sd})$$

$$po := \begin{cases} poc & \text{if } \sigma_{xsd} > 0 \\ pot & \text{otherwise} \end{cases} \quad po = 8.898 \frac{kN}{m^2}$$

Carga lateral uniforme:

$$qsd := (psd + po) \cdot l \quad qsd = 48.997 \frac{kN}{m}$$

Força axial equivalente:

$$Nysd := \sigma_{ysd} \cdot (l \cdot t + Ag) \quad Nysd = 330.723 \text{ kN}$$

e) *Fórmulas de interação para compressão axial e pressão lateral*

- Vigas simplesmente apoiadas com pressão lateral no lado da chapa

O ponto de aplicação da força axial será considerado na linha neutra da seção transversal da viga com a chapa colaborante

$$z := 0.000 \text{ cm}$$

Resumo (todos os parâmetros):

$$NRd = 4540.296 \text{ kN}$$

$$Ms1Rd = 310.377 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$NksRd = 1471.078 \text{ kN}$$

$$Ms2Rd = 157.056 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$NkpRd = 3942.755 \text{ kN}$$

$$MstRd = 314.344 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$NE = 20414.343 \text{ kN}$$

$$MpRd = 1140.277 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$UC1 := \frac{Nysd}{NksRd} - 2 \cdot \frac{Nysd}{NRd} + \frac{\left| \frac{qsd \cdot Lg^2}{8} \right| + Nysd \cdot z}{MstRd \cdot \left(1 - \frac{Nysd}{NE}\right)} \quad UC1 = 0.700$$

$$UC2 := \frac{Nysd}{NkpRd} + \frac{\left| \frac{qsd \cdot Lg^2}{8} \right| + Nysd \cdot z}{MpRd \cdot \left(1 - \frac{Nysd}{NE}\right)} \quad UC2 = 0.255$$

$$UC := \max(UC1, UC2) \quad UC = 0.700$$

f) Verificação da viga a esforço cortante:

$$Aw := hwg \cdot twg$$

$$Anet := Aw$$

$$Anet = 24.601 \text{ cm}^2$$

$$VRd := A_{net} \frac{f_y}{\gamma_m \cdot \sqrt{3}} \quad VRd = 438.462 \text{ kN}$$

$$V_{sd} := \frac{q_{sd} \cdot L_g}{2} \quad V_{sd} = 137.191 \text{ kN}$$

$V_{sd} < VRd$ ok!

g) Flambagem local das vigas

Perfis soldados do tipo T

$b_{fg} := 200.0 \text{ mm}$ largura do flange

$t_{fg} := 9.5 \text{ mm}$ espessura do flange

$t_{wg} := 6.3 \text{ mm}$ espessura da alma

$h_{wg} := 390.5 \text{ mm}$ altura da alma

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{355}} = 0.8136$$

Flambagem local do flange

$$c = \frac{b_{fg} - t_{wg}}{2} = \frac{200 - 6.3}{2} = 96.85 \text{ mm}$$

$$14 \cdot t_f \cdot \varepsilon = 14 \cdot 9.5 \cdot 0.8136 = 108.21 \text{ mm}$$

$c = 96.85 \text{ mm} < 14 t_f \varepsilon = 108.21 \text{ mm}$ ok!

Flambagem local da alma

$$42 \cdot t_f \cdot \varepsilon = 42 \cdot 6.3 \cdot 0.8136 = 215.28 \text{ mm}$$

$h_w = 390.5 \text{ mm} > 42 t_f \varepsilon = 215.28$ - **Alma muito esbelta. Adotar enrijecedores de alma para evitar a flambagem local!**

5.2.1.5 Resultados obtidos

Neste item será apresentado um sumário geral das verificações de resistência em cada etapa da análise do painel, com os valores máximos de razão de tensões obtidos para cada item, conforme apresentado na tabela 5.2.

	Placas não enrijecidas	Painéis enrijecidos	Vigas apoiando painéis enrijecidos
U.C. máximo	0,622	0,995	0,700

Tabela 5.2 - Máximas razões de tensões

Além destes valores, observamos também que foram realizadas análises para resistência a pressões laterais, resistência esforços cortantes, tensões de cisalhamento e outros. Todos os elementos que compõem o painel foram aprovados segundo o critério de resistência da norma DNV.

5.3 CÁLCULO AUTOMATIZADO

Neste item serão apresentados dois exemplos de arquivos de listagem do programa *BPLATE 1.0* para o problema em estudo: dados de entrada e impressão de resultados.

O exemplo proposto foi modelado e avaliado segundo os mesmos critérios e metodologia apresentados no item 5.2.

5.3.1 Arquivo de Entrada

Gerado com a extensão “.bpi”, este tipo de arquivo pode ser gerado manualmente, respeitando-se a seqüência de informações contida neste exemplo ou automaticamente, em função da entrada de dados realizada nas telas iniciais do programa, conforme apresentado no item 4.

```

*****
*           - UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO -           *
*   BPLATE 1.0 - Buckling Strength of Plated Structures - April 2005 *
*           Developed by: Alessandro Ferreira Batalha           *
*           Supervisioned by: Eduardo de Miranda Batista       *
*                                                                 *
*                   RECOMMENDED PRACTICE DNV-RP-C201           *
*           Buckling Strength of Plated Structures - October 2002 *
*****

INPUT FILE - Created in: 16-abril-2005 - 22:28 h
=====

$$ NUMBER OF STRUCTURES
1
$$ STRUCTURE'S ID
Estudo de caso - painel de exemplo

-----
$$ STRUCTURE'S INDEX
1
Estudo de caso - painel de exemplo

$$ GEOMETRY INPUT
$$ l - s - Lg - t - Lp - lt - Lgt (cm)
200.000  70.000  560.000  0.630  800.000  200.000  560.000

$$ MATERIAL INPUT
$$ fy (kN/cm2) - E (kN/cm2) - Material Density (ton/m3) - Poisson's Ratio - Material factor
35.500  20000.000  7.850  0.300  1.15

$$ STIFFENERS SUPPORT
$$ 0 - simple supported / 1 - continuous
1

$$ GIRDERS SUPPORT
$$ 0 - simple supported / 1 - continuous
0

$$ PRIMARY LOADING
$$ Sx (kN/cm2) - psi
$$ Sy1 (kN/cm2) - Sy2 (kN/cm2)
$$ Tau (kN/cm2) - p (kN/m2)
6.500  1.000
1.950  1.950

```

```

3.250      15.600

$$ WORKING POINT (axial forces application point)
$$ (0 - effective section neutral axis / 1 - plate axis)
0

$$ GIRDER LOADING
$$ Msd (kN.m) - Vsd (kN)
0.000      0.000

$$ STIFFENERS CROSS-SECTIONAL PARAMETERS
$$ SHAPE (L-1 / T-2 / BOX-3) or (BULB-4) or (NONE-0)
$$ TYPE (0 - Welded section / 1 - Rolled section)
$$ (hw - tw - bf - tf - Max beff) or (h - tw - weight - c - Max beff) or none
$$ dimensions in mm - weight in kg/m
1
1
143.700    6.300    90.000    6.300    0.000

$$ GIRDERS CROSS-SECTIONAL PARAMETERS
$$ SHAPE (L-1 / T-2 / BOX-3) or (BULB-4) or (NONE-0)
$$ TYPE (0 - Welded section / 1 - Rolled section)
$$ (hw - tw - bf - tf - Max beff) or (h - tw - weight - c - Max beff) or none
$$ dimensions in mm - weight in kg/m
2
0
390.500    6.300    200.000    9.500    0.000

$$ GIRDER EFFECTIVE WIDTH CALCULATION METHOD
$$ 1 - Method 1 / 2 - Method 2
1

$$ ANALYSIS SELECTION
$$ PLATES - PANELS - GIRDERS
$$ 1 - checked    0 - unchecked
$$ write without spaces - ex: 111
111

*****
*      END OF INPUT FILE      *
*****

```

5.3.2 Arquivo de Resultados

Gerado com a extensão “.bpo” sempre com o mesmo nome e diretório do arquivo de entrada, neste arquivo são apresentados todos os resultados e parâmetros relevantes para o cálculo.

```
*****
*           - UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO -           *
*   BPLATE 1.0 - Buckling Strength of Plated Structures - April 2005 *
*           Developed by: Alessandro Ferreira Batalha           *
*           Supervisioned by: Eduardo de Miranda Batista       *
*                                                                 *
*           RECOMMENDED PRACTICE DNV-RP-C201                   *
*           Buckling Strength of Plated Structures - October 2002 *
*****
```

OUTPUT FILE - Created in: 30-abril-2005 - 18:29 h

BUCKLING STRENGTH ANALYSIS

=====

TITLE: Estudo de caso - painel de exemplo

GENERAL DATA

Yield stress (fy):	35.500	kN/m ²
Young's modulus of elasticity (E):	20000.000	kN/m ²
Material density (gama):	7.850	ton/m ³
Poisson's ratio (v):	0.300	
Material safety factor (gama M):	1.150	

DESIGN STRESSES

Longitudinal stress (Sx,sd):	6.500	kN/cm ²
Longitudinal stress variation factor (psi):	1.000	
Larger transverse stress (Sy1,sd):	1.950	kN/cm ²
Smaller transverse stress (Sy2,sd):	1.950	kN/cm ²
Shear stress (Tau,sd):	3.250	kN/cm ²
Lateral pressure (psd):	15.600	kN/m ²
Von Mises' equivalent stress (Sj,sd):	8.066	kN/cm ²

BUCKLING OF UNSTIFFENED PLATES - Clause references 5 and 6.5

PLATE GEOMETRY

Thickness (t):	0.630	cm
Width (s):	70.000	cm
Length (l):	200.000	cm
Slenderness Check: $s/t = 111.111 > 5.4e = 4.394$		

DESIGN RESISTANCE

Longitudinal stress (Sx,Rd):	11.436	kN/cm ²
Transverse stress resistance (Sy,Rd):	5.477	kN/cm ²
Shear stress (Tau,Rd):	7.502	kN/cm ²

LATERAL LOAD RESISTANCE

Lateral pressure (psd) = 15.600 < 109.115 kN/m² => OK

STRESS CHECK

Combined Stress / Allowable Stress (Eq 6.18) = 0.622 < 1 => OK

BUCKLING OF STIFFENED PLATES - Clause Reference 7

PANEL GEOMETRY

Stiffener spacing (s):	70.000	cm
Stiffener span (l):	200.000	cm
Unbraced lateral length (lt):	200.000	cm

Continuous stiffeners

STIFFENERS PROFILE SHAPE:	L	
STIFFENERS PROFILE TYPE:	Rolled section	
Web height (hw):	143.70	mm
Web thickness (tw):	6.30	mm
Flange width (bf):	90.00	mm
Flange thickness (tw):	6.30	mm
Effective width (beff):	248.13	mm
Plate thickness (t):	6.30	mm

 WARNING: Flange stiffeners must be adopted to avoid local buckling.
 #####

CROSS SECTIONAL PROPERTIES

Total Area (A):	30.36	cm ²
Shear Area (Aw):	9.05	cm ²
Center of gravity/Neutral axis position		
- from inferior flange to plate (Zcg):	10.28	cm
Moment of Inertia (Iy):	1170.83	cm ⁴
Section Modulus on plate side (Wep):	218.70	cm ³
Section Modulus on stiffener side (Wes):	113.93	cm ³
Radius of gyration (ri):	6.21	cm

EQUIVALENT FORCES - item 7.2

Axial force (Nsd):	382.350	kN
Additional lateral pressure (po):	29.468	kN/m ²
Lateral line load (qsd):	31.548	kN/m
Largest support moment (M1sd):	10.516	m.kN
Largest field moment (M2sd):	5.258	m.kN
Shear force (Vsd):	31.548	kN

RESISTANCE PARAMETERS - item 7.7.3

Axial resistance (NRd):	937.053	kN
Euler buckling strength (NE):	6425.630	kN
Induced axial buckling resistance		
- stiffener side (Nks,rd):	788.218	kN
- plate side (Nkp,rd):	851.794	kN
Support bending moment resistance (Ms1,Rd):	35.171	m.kN
Field bending moment resistance (Ms2,Rd):	35.171	m.kN
Design bending moment resistance		
- stiffener side (Mst,Rd):	35.171	m.kN
- plate side (Mp,Rd):	67.512	m.kN
Shear stress resistance (Tau,Rd):	7.424	kN/cm ²

CHECK FOR SHEAR FORCE - item 7.8

Vsd = 31.548 < VRd = 161.349 kN => OK

RESISTANCE OF PLATE BETWEEN STIFFENERS - item 7.4

Tau, Sdy = 3.250	<	Tau, Rdy = 17.823	kN/cm2	=>	OK
Sy, sd = 1.950	<	Sy, Rd = 161.349	kN/cm2	=>	OK

INTERACTION FORMULAS FOR AXIAL COMPRESSION
AND LATERAL PRESSURE - ITEM 7.7

Maximum unit check (Eq 7.50): 0.995 < 1 => OK

BUCKLING OF GIRDERS - Clause Reference 8

PANEL GEOMETRY

Girder spacing (l):	200.000	cm
Girder span (Lg):	560.000	cm
Unbraced lateral length (Lgt):	560.000	cm
Panel length (Lp):	800.000	cm

Sniped girders (simple supported)

GIRDERS PROFILE SHAPE: TEE

STIFFENERS PROFILE TYPE: Welded section

Web height (hw):	390.50	mm
Web thickness (tw):	6.30	mm
Flange width (bf):	200.00	mm
Flange thickness (tw):	9.50	mm
Effective width (beff):	1642.52	mm
Plate thickness (t):	6.30	mm

WARNING: Web stiffeners must be adopted to avoid local buckling.
#####

CROSS SECTIONAL PROPERTIES

Total Area (A):	147.08	cm2
Shear Area (Aw):	24.60	cm2
Center of gravity/Neutral axis position		
- from inferior flange to plate (Zcg):	31.85	cm
Moment of Inertia (Iy):	32432.61	cm4
Section Modulus on plate side (Wep):	3693.86	cm3
Section Modulus on girder side (Weg):	1018.30	cm3
Radius of gyration (ri):	14.85	cm

Girder effective width calculation method 1:

- Plate panel is effective against transverse compression

GIRDER FORCES - item 8.2

Axial force (Nsd):	330.723	kN
Additional lateral pressure (po):	8.898	kN/m2
Lateral line load (qsd):	48.997	kN/m
Bending moment (Ms):	192.067	m.kN
Shear force (Vsd):	137.191	kN

RESISTANCE PARAMETERS - item 8.3

Axial resistance (NRd):	4540.296	kN
-------------------------	----------	----

Euler buckling strength (NE):	20414.350	kN
Induced axial buckling resistance		
- girder side (Nks,rd):	1471.078	kN
- plate side (Nkp,rd):	3942.755	kN
Support bending moment resistance (Ms1,Rd):	310.377	m.kN
Field bending moment resistance (Ms2,Rd):	157.057	m.kN
Design bending moment resistance		
- girder side (Mst,Rd):	314.344	m.kN
- plate side (Mp,Rd):	1140.278	m.kN

CHECK FOR SHEAR FORCE - item 7.8

$V_{Sd} = 137.191 < V_{Rd} = 438.462 \text{ kN} \Rightarrow \text{OK}$

INTERACTION FORMULAS FOR AXIAL COMPRESSION
AND LATERAL PRESSURE - ITEM 7.7

Maximum unit check (Eq 7.59): $0.700 < 1 \Rightarrow \text{OK}$

```
*****  
*      END OF OUTPUT FILE      *  
*****
```

5.4 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

A tabela 5.3 apresenta os resultados para cada um dos métodos utilizados.

	Critério de escoamento	Verificação segundo a norma DNV	
		Cálculo Manual	Cálculo automatizado
CHAPAS	0,564	0,622	0,622
ENRIJECEDORES	0,322	0,995	0,995
VIGAS	0,460	0,700	0,700

Tabela 5.3 - Máximas razões de tensões para cada método

Podemos observar que, segundo o critério de escoamento da seção transversal do elemento, a região dos enrijecedores do painel é a menos solicitada. As chapas, por outro lado, são os elementos mais solicitados. Porém, quando são adotados critérios que levam em conta os efeitos da flambagem sobre estes elementos a situação se inverte e os enrijecedores apresentam resultados muito próximos do seu limite de resistência.

Isso se deve ao fato de que a ocorrência da flambagem local elástica provoca redistribuição de esforços internos na estruturas, levando ao aumento dos esforços e das tensões nos enrijecedores, como elementos mais rígidos do sistema estrutural.

Observa-se também que foram identificados elementos das seções transversais das vigas e dos enrijecedores que apresentam esbeltez elevada e conseqüentemente a necessidade de avaliação segundo critérios de verificação de flambagem local de placas. Porém, assim como na norma DNV, é adotado no método a premissa de que todos os elementos são isentos deste fenômeno, assim, o programa sugere ao usuário a adoção de enrijecedores de alma ou de flange (ver exemplo na figura 2.6) para evitar a flambagem local. O dimensionamento destes elementos de enrijecimento deve ser avaliado em cálculo à parte.

Comparando os resultados obtidos pelo cálculo manual e o cálculo automático, efetuado pelo programa *BPLATE 1.0*, podemos observar que estes são rigorosamente iguais. Esta comparação pode ser feita através da observação dos valores dos parâmetros e resultados finais apresentados na listagem do programa. Algumas pequenas diferenças podem ser encontradas na segunda ou terceira casa decimal para os valores dos parâmetros de resistência, talvez devido a arredondamentos e diferenças de precisão numérica entre os programas utilizados para os cálculos (*Visual Basic* e *Mathcad*), porém esta diferença pode ser considerada desprezível.

6 CONCLUSÃO

Observando os resultados obtidos em cada uma das avaliações apresentadas, concluímos que os efeitos da flambagem em elementos de um painel enrijecido são de fundamental importância para o dimensionamento deste e não podem ser negligenciados.

A adoção de ferramentas e métodos simplificados para a análise de resistência à flambagem torna este trabalho muito mais rápido e simples, possibilitando maior eficiência e segurança no projeto de estruturas.

A ferramenta de cálculo aqui apresentada possui todos os requisitos para se tornar uma ferramenta de projeto muito eficiente, na medida que está baseada em uma metodologia de cálculo oriunda da teoria da estabilidade elástica, associada a critérios e modelos de estado limite último de colapso elasto-plástico de placas e placas enrijecidas. As prescrições de normas técnicas assim elaboradas pelas sociedades classificadoras constituem critérios em geral seguros e eficientes para avaliação de estruturas navais e *offshore*.

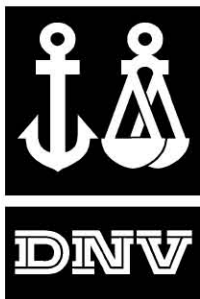
Como sugestão para trabalhos futuros podem ser citados os seguintes itens, entre outros:

- Estudar e implementar cálculos que possibilitem o emprego de painéis enrijecidos compostos por materiais diferentes do aço, como por exemplo, o alumínio;
- Implementar rotinas para avaliação de resistência considerando os efeitos da flambagem local de placa nos elementos dos perfis;
- Possibilitar o uso de condições de contorno intermediárias para vigas e enrijecedores (com engastamento parcial) e diferentes condições de bordo para as placas não enrijecidas;
- Possibilitar a definição de seções transversais com uma forma qualquer para as vigas e enrijecedores, diferentes dos quatro tipos básicos empregados;
- Implementar cálculo do painel enrijecido utilizando enrijecedores primários e secundários além das vigas suporte, sem a necessidade de avaliações separadas, otimizando o processo;
- Empregar o uso de estruturas cilíndricas enrijecidas;
- Considerar efeitos de corrosão do material;
- Avaliar resistência e concentração de tensões em função de orifícios na chapa.

7 BIBLIOGRAFIA

- [1] Det Norske Veritas, Recommended Practice DNV-RP-C201 - *Buckling Strength of plated structures*, 2002.
- [2] CYRINO, Julio Cesar Ramalho, *Apostila de Resistência estrutural do navio*, UFRJ, 2004.
- [3] CARVALHO, Paulo Roberto M. de, GRIGOLETTI, Gladimir, TAMAGNA, Alberto, ITURRIOZ, Ignácio. *Curso básico de perfis de aço formados a frio*, Porto Alegre, 2004.
- [4] BATISTA, Eduardo de M., *Curso paralelo: Perfis Formados a Frio, Princípios de Instabilidade Estrutural*, I Congresso Internacional da Construção Metálica, São Paulo, novembro de 2001.
- [5] Det Norske Veritas, Offshore Standard DNV-OS-C101 - Design of offshore steel structures, general (LRFD Method), 2002.
- [6] BEER, Ferdinand Pierre, JOHNSTON, Elwood Russell. *Resistência dos materiais*, Makron Books do Brasil Editora Ltda, 1989.
- [7] PFEIL, Walter, PFEIL, Michèle. *Estruturas de aço - Dimensionamento prático*, LTC Editora, Rio de Janeiro, 2000.
- [8] ABNT – NBR 14762 – *Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio – Procedimento*, Rio de Janeiro, 2002.
- [9] ABNT - NBR 8800 - *Projeto e execução de estruturas de aço de edifícios*, Rio de Janeiro, 1986.
- [10] GTStrudl - Georgia Technology Research Corporation, version 28.
- [11] Mathcad 2001 Professional.
- [12] Microsoft Visual Basic 6.0.

ANEXO A
RECOMMENDED PRACTICE
DNV-RP-C201
Buckling Strength of plated structures
(Part 1)



RECOMMENDED PRACTICE
DNV-RP-C201

BUCKLING STRENGTH OF
PLATED STRUCTURES

OCTOBER 2002

DET NORSKE VERITAS

FOREWORD

Det Norske Veritas (DNV) is an autonomous and independent foundation with the objectives of safeguarding life, property and the environment, at sea and onshore. DNV undertakes classification, certification, and other verification and consultancy services relating to quality of ships, offshore units and installations, and onshore industries worldwide, and carries out research in relation to these functions.

DNV Offshore Codes consist of a three level hierarchy of documents:

Offshore Service Specifications. Provide principles and procedures of DNV classification, certification, verification and consultancy services.

Offshore Standards. Provide technical provisions and acceptance criteria for general use by the offshore industry as well as the technical basis for DNV offshore services.

Recommended Practices. Provide proven technology and sound engineering practice as well as guidance for the higher level Offshore Service Specifications and Offshore Standards.

DNV Offshore Codes are offered within the following areas:

A) Qualification, Quality and Safety Methodology

B) Materials Technology

C) Structures

D) Systems

E) Special Facilities

F) Pipelines and Risers

G) Asset Operation

Comments may be sent by e-mail to rules@dnv.com

For subscription orders or information about subscription terms, please use distribution@dnv.com

Comprehensive information about DNV services, research and publications can be found at <http://www.dnv.com>, or can be obtained from DNV, Veritasveien 1, N-1322 Høvik, Norway; Tel +47 67 57 99 00, Fax +47 67 57 99 11.

© Det Norske Veritas. All rights reserved. No part of this publication may be reproduced or transmitted in any form or by any means, including photocopying and recording, without the prior written consent of Det Norske Veritas.

Printed in Norway

If any person suffers loss or damage which is proved to have been caused by any negligent act or omission of Det Norske Veritas, then Det Norske Veritas shall pay compensation to such person for his proved direct loss or damage. However, the compensation shall not exceed an amount equal to ten times the fee charged for the service in question, provided that the maximum compensation shall never exceed USD 2 million.

In this provision "Det Norske Veritas" shall mean the Foundation Det Norske Veritas as well as all its subsidiaries, directors, officers, employees, agents and any other acting on behalf of Det Norske Veritas.

CONTENTS

Part 1. Buckling Strength of Plated Structures - Conventional Buckling Code5

1	Introduction	5
1.1	General.....	5
1.2	Symbols.....	5
2	Safety format	6
3	General design considerations for flat plate structures	7
3.1	Introduction.....	7
3.2	Definitions.....	7
3.3	Failure modes.....	7
3.4	Tolerance requirements.....	7
3.5	Serviceability limit states.....	7
3.6	Validity.....	7
4	Analysis Strategies	10
4.1	General.....	10
4.2	Plated structure assumed to resist shear only.....	10
4.3	Consideration of shear lag effects.....	10
4.4	Determination of buckling resistance based upon linear elastic buckling stress.....	10
5	Lateral loaded plates	10
6	Buckling of unstiffened plates	11
6.1	General.....	11
6.2	Buckling of unstiffened plates under longitudinally uniform compression.....	11
6.3	Buckling of unstiffened plates with transverse compression.....	11
6.4	Buckling of unstiffened plate with shear.....	12
6.5	Buckling of unstiffened biaxially loaded plates with shear.....	12
6.6	Buckling of unstiffened plates with varying longitudinal stress. Internal compression elements.....	13
6.7	Buckling of outstand compression elements.....	14

6.8	Buckling of unstiffened plates with varying transverse stress.....	14
6.9	Buckling of unstiffened plate with longitudinal and transverse varying stress and with shear stress.....	14
7	Buckling of stiffened plates	16
7.1	General.....	16
7.2	Forces in the idealised stiffened plate.....	16
7.3	Effective plate width.....	17
7.4	Resistance of plate between stiffeners.....	17
7.5	Characteristic buckling strength of stiffeners.....	18
7.6	Resistance of stiffened panels to shear stresses.....	19
7.7	Interaction formulas for axial compression and lateral pressure.....	20
7.8	Check for shear force.....	21
8	Buckling of girders	22
8.1	General.....	22
8.2	Girder forces.....	22
8.3	Resistance parameters for girders.....	23
8.4	Effective widths of girders.....	23
8.5	Torsional buckling of girders.....	24
9	Local buckling of stiffeners, girders and brackets	25
9.1	Local buckling of stiffeners and girders.....	25
9.2	Buckling of brackets.....	25
10	Commentary	26

Part 2. Buckling Strength of Plated Structures - PULS Buckling Code .. 29

1	Introduction	29
1.1	General.....	29
1.2	Purpose.....	30
1.3	Theoretical background.....	30
1.4	Code principles.....	30
1.5	Safety formats.....	30
1.6	PULS VB program features.....	32
1.7	References.....	32

Introduction

This document describes two different, but equally acceptable methods, for buckling and ultimate strength assessment of plated structures.

The first method, as given in **Part 1**, is a conventional buckling code for stiffened and unstiffened panels of steel. It is an update and development of the stiffened flat plate part of previous DNV Classification Note No. 30.1 “Buckling Strength Analysis”. Recommendations are given for plates, stiffeners and girders.

The second method, as given in **Part 2**, is a computerised semi-analytical model called PULS (Panel Ultimate Limit State). It is based on a recognized non-linear plate theory, Rayleigh-Ritz discretizations of deflections and a numerical procedure for solving the equilibrium equations. The method is essentially geometrically non-linear with stress control in critical positions along plate edges and plate stiffener junction lines for handling material plasticity. The procedure provides estimates of the ultimate buckling capacity to be used in extreme load design (ULS philosophy). The buckling limit is also assessed as it may be of interest in problems related to functional requirements, i.e. for load conditions and structural parts in which elastic buckling and thereby large elastic displacements are not acceptable (SLS philosophy). The PULS code is supported by official stand alone DNV Software programs. It is also implemented as a postprocessor in other DNV programs.

Part 1.

Buckling Strength of Plated Structures - Conventional Buckling Code

1 Introduction

1.1 General

This document gives design recommendations to flat steel plate structures intended for marine structures. The RP is intended to supplement the DNV Offshore standards DNV-OS-C101 and is intended to be used for design of structures according to this standard.

1.2 Symbols

The following symbols apply to this document:

<p>A cross sectional area</p> <p>A_e effective area</p> <p>A_f cross sectional area of flange</p> <p>A_G cross-sectional area of girder</p> <p>A_s cross sectional area of stiffener</p> <p>A_w cross sectional area of web</p> <p>C factor</p> <p>C_x buckling factor for stresses in x-direction</p> <p>C_{xs} effective width factor due to stresses in x-direction</p> <p>C_{ys} effective width factor due to stresses in y-direction</p> <p>C_0 factor</p> <p>E Young's modulus of elasticity, $2.1 \cdot 10^5$MPa</p> <p>G shear modulus</p> <p>I moment of inertia</p> <p>I_p polar moment of inertia</p> <p>I_{po} polar moment of inertia = $\int r^2 dA$ where r is measured from the connection between the stiffener and the plate</p> <p>I_s moment of inertia of stiffener with full plate width</p> <p>I_z moment of inertia of stiffener about z-axis</p> <p>L length, distance</p> <p>L_P length of panel</p> <p>L_G length of girder</p> <p>L_{Gk} buckling length of girder</p> <p>L_{GT} distance between lateral support of girder</p> <p>L_{GT0} limiting distance between lateral support of girder</p> <p>$M_{p,Rd}$ design bending moment resistance on plate side</p> <p>$M_{pl,Rd}$ design plastic bending moment resistance</p> <p>M_{Rd} design bending moment resistance</p> <p>M_{Sd} design bending moment</p> <p>$M_{s,Rd}$ design bending moment resistance on stiffener side</p> <p>$M_{st,Rd}$ design bending moment resistance on stiffener side in tension</p>	<p>N_E Euler buckling strength</p> <p>$N_{ks,Rd}$ design stiffener induced axial buckling resistance</p> <p>$\bar{N}_{kp,Rd}$ design plate induced axial buckling resistance</p> <p>N_{Sd} design axial force</p> <p>P_{Sd} design lateral force</p> <p>Q Factor</p> <p>V_{Rd} design shear resistance</p> <p>V_{Sd} design shear force</p> <p>W elastic section modulus</p> <p>W_{eG} effective section modulus on girder flange side</p> <p>W_{ep} effective section modulus on plate side</p> <p>W_{es} effective section modulus on stiffener side</p> <p>b width of flange</p> <p>b_e effective width</p> <p>c length of plate outstand, Factor</p> <p>c_i interaction factor</p> <p>e_f flange eccentricity</p> <p>f_{cr} elastic plate buckling strength</p> <p>f_d design yield strength</p> <p>f_E Euler buckling strength</p> <p>f_{Epx} Euler buckling strength for plate due to longitudinal stresses</p> <p>f_{Epy} Euler buckling strength for plate due to transverse stresses</p> <p>f_{Ept} Euler buckling shear strength for plate</p> <p>f_{ET} torsional elastic buckling strength</p> <p>f_{ETG} torsional elastic buckling strength for girders</p> <p>f_{Ey}, f_{Ez} Euler buckling strength corresponding to the member y and z axis respectively</p> <p>f_k characteristic buckling strength</p> <p>f_r characteristic strength</p> <p>f_T characteristic torsional buckling strength</p> <p>f_{TG} characteristic torsional buckling strength for girders</p> <p>f_y characteristic yield strength</p> <p>h height</p> <p>h_w height of stiffener web</p> <p>h_{wG} height of girder web</p> <p>i radius of gyration</p> <p>i_e effective radius of gyration</p> <p>k, k_g buckling factor</p> <p>k_e factor</p> <p>k_p reduction factor for plate buckling due to lateral pressure</p> <p>k_σ buckling factor for unstiffened plates</p> <p>l length, element length</p> <p>l_e effective length</p> <p>C stiffener buckling length</p> <p>l_l length of longitudinal web stiffener</p> <p>l_t length of transverse web stiffener</p> <p>l_T distance between sideways support of stiffener</p> <p>l_1 length to reference point</p>
---	---

P_f	lateral pressure giving yield in outer-fibre of a continuous stiffener using elastic section modules
P_{sd}	design hydrostatic pressure, design lateral pressure
P_0	equivalent lateral pressure
q_{sd}	design lateral line load
r	radius, factor
s	plate width, stiffener spacing
s_e	effective width of stiffened plate
t	thickness
t_b	bracket thickness
t_f	flange thickness
t_w	web thickness
z_p, z_t	distance
Z	distance
β	Factor
γ_f	partial factor for actions
γ_M	resulting material factor
ε	Factor
$\bar{\lambda}$	reduced slenderness, column slenderness parameter
$\bar{\lambda}_e$	reduced equivalent slenderness
$\bar{\lambda}_G$	reduced slenderness
$\bar{\lambda}_p$	reduced plate slenderness
$\bar{\lambda}_T$	reduced torsional slenderness
$\bar{\lambda}_{TG}$	reduced torsional slenderness for girders
$\bar{\lambda}_\tau$	reduced slenderness
μ	coefficient, geometric parameter
ν	Poisson's ratio
$\sigma_{j,sd}$	design von Mises' equivalent stress
$\sigma_{y1,sd}$	larger design stress in the transverse direction, with tensile stresses taken as negative
$\sigma_{y2,sd}$	smaller design stress in the transverse direction, with tensile stresses taken as negative
τ_{ceg}, τ_{cel}	elastic buckling strength
τ_{erg}, τ_{erl}	critical shear stress
τ_{Rd}	design resistance shear stress
τ_{sd}	design shear stress
Ψ, Ψ_x, Ψ_y	factors

2 Safety format

This Recommended Practice is written in the load and resistance factor design format (LRFD format) to suit the DNV Offshore Standard OS-C101. This standard make use of material (resistance) and loadfactors as safety factors.

This Recommended Practice may be used in combination with a working stress design format (WSD) by the following method. For the formulas used in this standard use a material factor $\gamma_M = 1.15$. The checks should be made using a modified allowable usage factor taken as $UF \cdot 1.15$, where UF is the allowable usage factor according to the WSD standard.

3 General design considerations for flat plate structures

3.1 Introduction

The structural stability shall be checked for the structure as a whole and for each structural member.

Buckling strength analyses shall be based on the characteristic buckling strength for the most unfavourable buckling mode.

The characteristic buckling strength shall be based on the lower 5th percentile of test results. In lieu of more relevant information or more refined analysis, characteristic buckling strength may be obtained from this note.

3.2 Definitions

Notation of plate elements are shown in Figure 3-1. The plate panel may be the web or the flange of a beam, or a part of box girders, bulkheads, pontoons, hull or integrated plated decks.

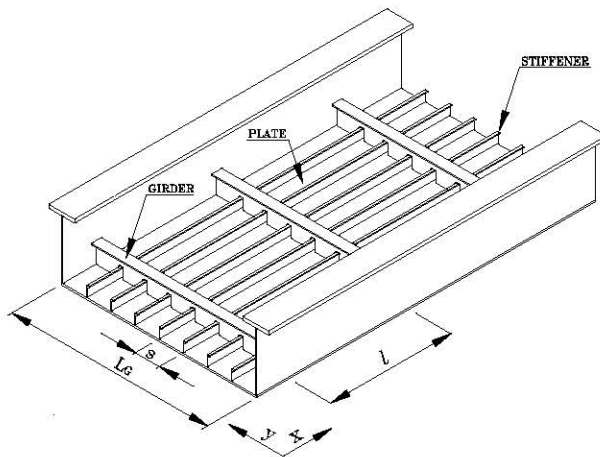


Figure 3-1 Stiffened plate panel

3.3 Failure modes

This recommended practice addresses failure modes for unstiffened and stiffened plates, which are not covered by the cross sectional check of members. (See DNV-OS-C101 Sec.5 A 400.) Such failure modes are:

- Yielding of plates in bending due to lateral load.
- Buckling of slender plates (high span to thickness ratio) due to in-plane compressive stresses or shear stresses.

Guidance for determining resistance is given both for individual plates (unstiffened plates), stiffened plates and for girders supporting stiffened plate panels. For stiffened panels the recommendations cover panel buckling, stiffener buckling as well as local buckling of stiffener and girder flanges, webs and brackets. See Table 3-1.

3.4 Tolerance requirements

The recommendations are applicable for structures built according to DNV-OS-C401 Fabrication and Testing of Offshore Structures or normal ship classification standards. See also Commentary Chapter 0.

3.5 Serviceability limit states

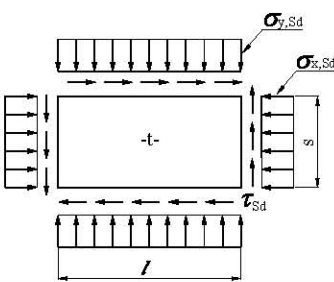
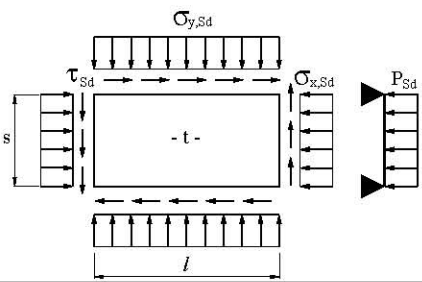
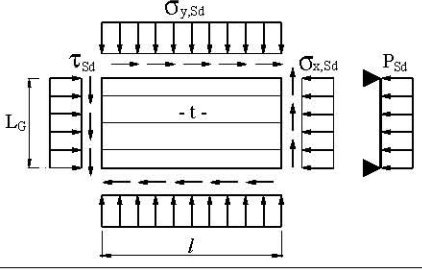
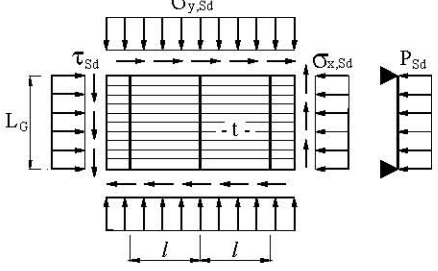
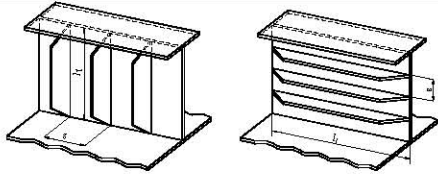
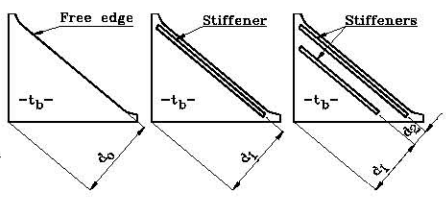
Check of serviceability limit states for slender plates related to out of plane deflection may normally be omitted if the smallest span of the plate is less than 120 times the plate thickness. See also Commentary to 6 in Chapter 10.

3.6 Validity

This Recommended Practice is best suited to rectangular plates and stiffened panels with stiffener length being larger than the stiffener spacing ($l > s$). It may also be used for girders being orthogonal to the stiffeners and with the girder having significant larger cross-sectional dimensions than the stiffeners.

Table 3-1 Reference table for buckling checks of plates				
Description	Load	Sketch	Clause reference	Limiting value
Unstiffened plate	Longitudinal compression		6.2	$s < l$ Buckling check not necessary if $\frac{s}{t} \leq 42 \epsilon$
Unstiffened plate	Transverse compression		6.3	$s < l$ Buckling check not necessary if $\frac{s}{t} \leq 5.4 \epsilon$
Unstiffened plate	Shear stress		6.4	$s < l$ Buckling check not necessary if $\frac{s}{t} \leq 70 \epsilon$
Unstiffened plate	Linear varying longitudinal compression		6.6	$s < l$ Buckling check not necessary if $\frac{s}{t} \leq 42 \epsilon$
Unstiffened plate	Linear varying transverse compression		6.8	$s < l$ Buckling check not necessary if $\frac{s}{t} \leq 5.4 \epsilon$

$\epsilon = \sqrt{235/f_y}$ $\epsilon = 1.0$ for $f_y = 235$ MPa $\epsilon = 0.814$ for $f_y = 355$ MPa

Description	Load	Sketch	Clause reference	Limiting value
Unstiffened plate	Combined longitudinal and transverse compression and shear		6.5	$s < l$ Buckling check not necessary if $\frac{s}{t} \leq 5.4\epsilon$
Unstiffened plate	Uniform lateral load and in-plane normal and shear stresses		5 and 6.5	$s < l$ Buckling check not necessary if $\frac{s}{t} \leq 5.4\epsilon$
Longitudinal stiffened plate panel	Longitudinal and transverse compression combined with shear and lateral load		7	
Girder supporting stiffened panel	Longitudinal and transverse compression combined with shear and lateral load		8	
Stiffeners to girder webs	Longitudinal and transverse compression combined with shear and lateral load		9.1	
Brackets			9.2	

$\epsilon = \sqrt{235/f_y}$ $\epsilon = 1.0$ for $f_y = 235$ MPa $\epsilon = 0.814$ for $f_y = 355$ MPa

4 Analysis Strategies

4.1 General

The design check of plated structures are normally made with linear elastic finite element analyses for determination of load effects. Flat plate structures will redistribute compressive stresses to the edges as the load approaches the resistance of the plate and the plate will cease to behave linearly. Linear finite element analyses will generally be adequate as long as the resistance is checked for the resultants from the integrated stresses in the analyses.

As slender plates under compressive loading will tend to redistribute stresses to the edges, an analysis where the part of the structure subject to buckling is given reduced stiffness may lead to more efficient structures. The adjoining structure need to be checked on the basis of the same model.

4.2 Plated structure assumed to resist shear only

The following design philosophy may be used for plate panels which main function is to carry in-plane shear loads. These plated structures may be analysed and checked by considering the plates as pure shear panels. Such panels may be decks or walls in topside modules. Then all axial membrane stresses need to be carried by the adjoining framing only which should be analysed and checked accordingly. The analysis may be carried out with the plate panels modelled with elements that are only given shear stiffness.

4.3 Consideration of shear lag effects

If the stresses are determined from beam theory, the effect of shear deformations of wide flanges need to be considered. See also Commentary to 7 in Chapter 10.

4.4 Determination of buckling resistance based upon linear elastic buckling stress

The buckling resistance may be based on linear elastic buckling stress provided the following effects are accounted for:

- Material non-linearities
- Imperfections
- Residual stresses
- Possible interaction between local and global buckling modes

See also Commentary Chapter 10.

5 Lateral loaded plates

For plates subjected to lateral pressure, either alone or in combination with in-plane stresses, the stresses may be checked by the following formula:

$$P_{sd} \leq 4.0 \frac{f_y}{\gamma_M} \left(\frac{t}{s} \right)^2 \left[\psi_y + \left(\frac{s}{l} \right)^2 \psi_x \right] \quad (5.1)$$

where

p_{sd} = design lateral pressure

$$\psi_y = \frac{1 - \left(\frac{\sigma_{j,sd}}{f_y} \right)^2}{\sqrt{1 - \frac{3}{4} \left(\frac{\sigma_{x,sd}}{f_y} \right)^2 - 3 \left(\frac{\tau_{sd}}{f_y} \right)^2}} \quad (5.2)$$

$$\psi_x = \frac{1 - \left(\frac{\sigma_{j,sd}}{f_y} \right)^2}{\sqrt{1 - \frac{3}{4} \left(\frac{\sigma_{y,sd}}{f_y} \right)^2 - 3 \left(\frac{\tau_{sd}}{f_y} \right)^2}} \quad (5.3)$$

$$\sigma_{j,sd} = \sqrt{\sigma_{x,sd}^2 + \sigma_{y,sd}^2 - \sigma_{x,sd} \cdot \sigma_{y,sd} + 3\tau_{sd}^2} \quad (5.4)$$

This formula for the design of a plate subjected to lateral pressure is based on yield-line theory, and accounts for the reduction of the moment resistance along the yield-line due to applied in-plane stresses. The reduced resistance is calculated based on von Mises' equivalent stress. It is emphasised that the formulation is based on a yield pattern assuming yield lines along all four edges, and will give uncertain results for cases where yield-lines can not be developed along all edges. Furthermore, since the formula does not take account of second-order effects, plates subjected to compressive stresses shall also fulfil the requirements of Chapter 6 and 7 whichever is relevant.

6 Buckling of unstiffened plates

6.1 General

This section presents recommendations for calculating the buckling resistance of unstiffened plates.

For plates that are part of a stiffened panel, the plate are checked as part of the buckling checks according to Chapter 7. Then additional check of the plate according to this section is not required.

Buckling checks of unstiffened plates in compression shall be made according to the effective width method. The reduction in plate resistance for in-plane compressive forces is expressed by a reduced (effective) width of the plate which is multiplied by the design yield strength to obtain the design resistance, see Figure 6-1.

See also Commentary Chapter 0.

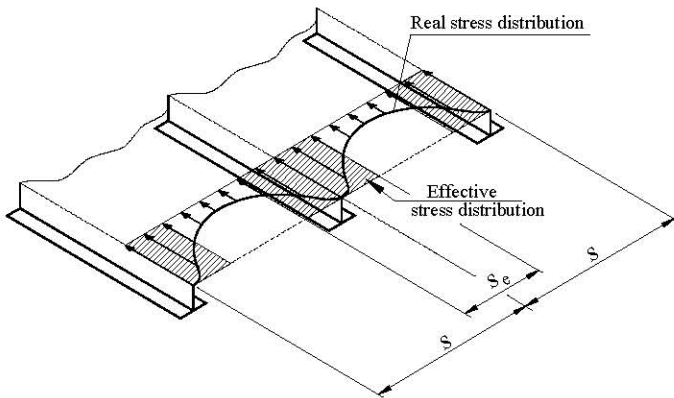


Figure 6-1 Effective width concept

6.2 Buckling of unstiffened plates under longitudinally uniform compression

The design buckling resistance of an unstiffened plate under longitudinal compression force may be calculated as:

$$\sigma_{x,Rd} = C_x \cdot \frac{f_y}{\gamma_M} \quad (6.1)$$

where

$$C_x = 1 \quad \text{when } \bar{\lambda}_p \leq 0.673 \quad (6.2)$$

$$C_x = \frac{(\bar{\lambda}_p - 0.22)}{\bar{\lambda}_p^2} \quad \text{when } \bar{\lambda}_p > 0.673$$

where $\bar{\lambda}_p$ is the plate slenderness given by:

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{f_{cr}}} = 0.525 \frac{s}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E}} \quad (6.3)$$

in which

s = plate width

t = plate thickness

f_{cr} = critical plate buckling strength

The resistance of the plate is satisfactory when:

$$\sigma_{x,Sd} \leq \sigma_{x,Rd} \quad (6.4)$$

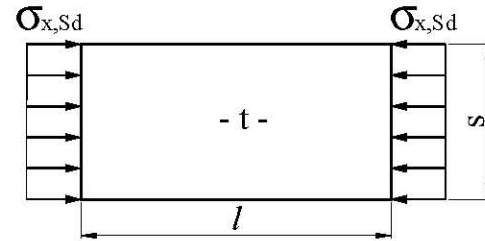


Figure 6-2 Plate with longitudinal compression

6.3 Buckling of unstiffened plates with transverse compression

The design buckling resistance of a plate under transverse compression force may be found from:

$$\sigma_{y,Rd} = \frac{\sigma_{y,R}}{\gamma_M} \quad (6.5)$$

$$\sigma_{y,R} = \left[\frac{1.3 \cdot t}{l} \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} + \kappa \cdot \left(1 - \frac{1.3 \cdot t}{l} \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} \right) \right] \cdot f_y \cdot k_p \quad (6.6)$$

where:

$$\kappa = 1.0 \quad \text{for } \lambda_c \leq 0.2 \quad (6.7)$$

$$\kappa = \frac{1}{2 \cdot \bar{\lambda}_c^2} \cdot \left(1 + \mu + \bar{\lambda}_c^2 - \sqrt{(1 + \mu + \bar{\lambda}_c^2)^2 - 4 \cdot \bar{\lambda}_c^2} \right) \quad \text{for } 0.2 < \bar{\lambda}_c < 2.0$$

$$\kappa = \frac{1}{2 \cdot \bar{\lambda}_c^2} + 0.07 \quad \text{for } \bar{\lambda}_c \geq 2.0$$

and $\bar{\lambda}_c$ is:

$$\bar{\lambda}_c = 1.1 \cdot \frac{s}{t} \cdot \sqrt{\frac{f_y}{E}} \quad (6.8)$$

and μ is:

$$\mu = 0.21 \cdot (\bar{\lambda}_c - 0.2) \quad (6.9)$$

t = plate thickness

l = plate length

s = plate width

The reduction factor due to lateral load k_p may, in lieu of more accurate results, be calculated as:

$$k_p = 1.0 \quad \text{for} \quad P_{Sd} \leq 2 \cdot \left(\frac{t}{s}\right)^2 \cdot f_y \quad (6.10)$$

otherwise

$$k_p = 1.0 - h_\alpha \cdot \left(\frac{P_{Sd}}{f_y} - 2 \cdot \left(\frac{t}{s}\right)^2\right), \quad \text{but } k_p \geq 0$$

where

$$h_\alpha = 0.05 \cdot \frac{s}{t} - 0.75 \quad \text{but } h_\alpha \geq 0 \quad (6.11)$$

The resistance of the plate is satisfactory when:

$$\sigma_{y,Sd} \leq \sigma_{y,Rd} \quad (6.12)$$

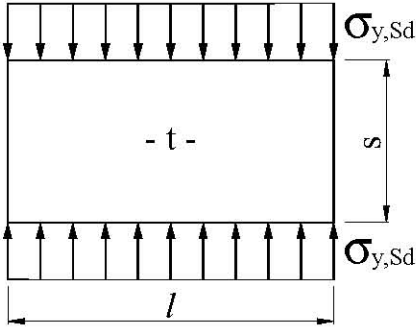


Figure 6-3 Plate with transverse compression

6.4 Buckling of unstiffened plate with shear

Shear buckling of a plate can be checked by

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd} \quad (6.13)$$

$$\tau_{Rd} = \frac{C_\tau}{\gamma_M} \cdot \frac{f_y}{\sqrt{3}} \quad (6.14)$$

where

$$C_\tau = 1.0 \quad \text{for} \quad \bar{\lambda}_w \leq 0.8 \quad (6.15)$$

$$C_\tau = 1.0 - 0.625 (\bar{\lambda}_w - 0.8), \quad \text{for } 0.8 < \bar{\lambda}_w \leq 1.2$$

$$C_\tau = \frac{0.9}{\bar{\lambda}_w}, \quad \text{for } \bar{\lambda}_w > 1.2$$

$$\bar{\lambda}_w = 0.795 \cdot \frac{s}{t} \cdot \sqrt{\frac{f_y}{E \cdot k_l}} \quad (6.16)$$

$$k_l = 5.34 + 4 \left(\frac{s}{l}\right)^2, \quad \text{for } l \geq s \quad (6.17)$$

$$= 5.34 \left(\frac{s}{l}\right)^2 + 4, \quad \text{for } l < s$$

6.5 Buckling of unstiffened biaxially loaded plates with shear

A plate subjected to biaxially loading with shear should fulfil the following requirement:

$$\left(\frac{\sigma_{x,Sd}}{\sigma_{x,Rd}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{y,Sd}}{\sigma_{y,Rd}}\right)^2 - c_i \cdot \left(\frac{\sigma_{x,Sd}}{\sigma_{x,Rd}}\right) \cdot \left(\frac{\sigma_{y,Sd}}{\sigma_{y,Rd}}\right) + \left(\frac{\tau_{Sd}}{\tau_{Rd}}\right)^2 \leq 1.0 \quad (6.18)$$

where if both $\sigma_{x,Sd}$ and $\sigma_{y,Sd}$ is compression (positive) then

$$c_i = 1 - \frac{s}{120 \cdot t} \quad \text{for } \frac{s}{t} \leq 120$$

$$c_i = 0 \quad \text{for } \frac{s}{t} > 120$$

If either of $\sigma_{x,Sd}$ and $\sigma_{y,Sd}$ or both is in tension (negative), then $c_i = 1.0$.

$\sigma_{x,Rd}$ is given by eq. (6.1) and $\sigma_{y,Rd}$ is given by eq. (6.5).

τ_{Rd} is given by eq. (6.19) in cases where $\sigma_{y,Sd}$ is positive (compression) and by eq. (6.14) in cases where $\sigma_{y,Sd}$ is zero or negative (in tension).

$$\tau_{Rd} = \frac{C_{\tau e}}{\gamma_M} \cdot \frac{f_y}{\sqrt{3}} \quad (6.19)$$

$$C_{\tau e} = 1.0 \quad \text{for} \quad \bar{\lambda}_w \leq 0.8 \quad (6.20)$$

$$C_{\tau e} = 1.0 - 0.8 \cdot (\bar{\lambda}_w - 0.8), \quad \text{for } 0.8 < \bar{\lambda}_w \leq 1.25$$

$$C_{\tau e} = \frac{1.0}{\bar{\lambda}_w^2}, \quad \text{for } \bar{\lambda}_w > 1.25$$

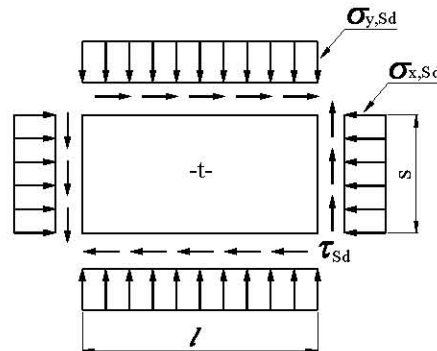


Figure 6-4 Biaxially loaded plate with shear

6.6 Buckling of unstiffened plates with varying longitudinal stress. Internal compression elements

The buckling resistance of an unstiffened plate with varying longitudinal stress may be found from:

$$\sigma_{x,Rd} = C_x \frac{f_y}{\gamma_M} \quad (6.21)$$

where

$$C_x = 1 \quad \text{when } \bar{\lambda}_p \leq 0.673 \quad (6.22)$$

$$C_x = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.055 \cdot (3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \quad \text{when } \bar{\lambda}_p > 0.673 \quad (6.23)$$

where $\bar{\lambda}_p$ is the plate slenderness given by:

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{f_{cr}}} = \frac{s}{t} \cdot \frac{1}{28.4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}} \quad (6.24)$$

in which

s = plate width

$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$ Stress ratio. σ_1 is largest stress with compressive stress taken as positive.

t = plate thickness

f_{cr} = critical plate buckling strength

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

$$k_\sigma = \frac{8.2}{1.05 + \psi} \quad \text{when } 0 \leq \psi \leq 1$$

$$= 7.81 - 6.29\psi + 9.78\psi^2 \quad \text{when } -1 \leq \psi < 0$$

$$= 5.98(1 - \psi)^2 \quad \text{when } -2 \leq \psi < -1$$

The resistance of the plate is satisfactory when:

$$\sigma_{x,Sd} \leq \sigma_{x,Rd} \quad (6.25)$$

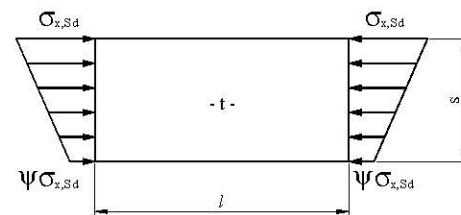


Figure 6-5 Plate with varying longitudinal stress

In order to perform cross sectional checks for members subjected to plate buckling the local buckling effects can be accounted for by checking the resistance by using the effective width according to Table 6-1.

Table 6-1 Effective width for internal compression plate elements		
Stress distribution (compression positive)		Effective width b_{eff}
	$\psi = 1$	$b_{eff} = C_x \cdot b$ $b_{e1} = 0.5 b_{eff}$ $b_{e2} = 0.5 b_{eff}$
	$1 > \psi > 0$	$b_{eff} = C_x \cdot b$ $b_{e1} = \frac{2}{5 - \psi} b_{eff}$ $b_{e2} = b_{eff} - b_{e1}$
	$\psi < 0$	$b_{eff} = C_x \cdot b_c = \frac{C_x \cdot b}{1 - \psi}$ $b_{e1} = 0.4 b_{eff}$ $b_{e2} = 0.6 b_{eff}$

6.7 Buckling of outstand compression elements

The buckling resistance of an outstand compression element with varying or constant longitudinal stress may be found from:

$$\sigma_{x,Rd} = C_x \frac{f_y}{\gamma_M} \quad (6.26)$$

where

$$C_x = 1 \quad \text{when } \bar{\lambda}_p \leq 0.749 \quad (6.27)$$

$$C_x = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.188}{\bar{\lambda}_p^2} \quad \text{when } \bar{\lambda}_p > 0.749 \quad (6.28)$$

where $\bar{\lambda}_p$ is the plate slenderness given by:

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{f_{cr}}} = \frac{s}{t} \cdot \frac{1}{28.4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}} \quad (6.29)$$

in which

s = plate width

t = plate thickness

f_{cr} = critical plate buckling strength

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

For outstand with largest compression stress at free edge:

$$k_\sigma = 0.57 - 0.21 \psi + 0.07 \psi^2 \quad \text{when } -3 \leq \psi \leq 1$$

For outstand with largest compression stress at supported edge:

$$k_\sigma = \frac{0.578}{0.34 + \psi} \quad \text{when } 0 \leq \psi \leq 1$$

$$k_\sigma = 1.7 - 5 \psi + 17.1 \psi^2 \quad \text{when } -1 \leq \psi < 0$$

Cross sectional checks of members subjected to plate buckling local buckling effects can be accounted for by checking the resistance by using the effective width according to Table 6-2 and Table 6-3 for outstand elements with largest compression stress at free edge or supported edge respectively.

6.8 Buckling of unstiffened plates with varying transverse stress

In case of linear varying transverse stress the capacity check can be done by use of the design stress value at a distance l_1 from the most stressed end of the plate, but not less than 0.75 of maximum $\sigma_{y,sd}$. The resistance $\sigma_{y,Rd}$ should be calculated from eq. (6.5).

l_1 = minimum of 0.25 l and 0.5 s

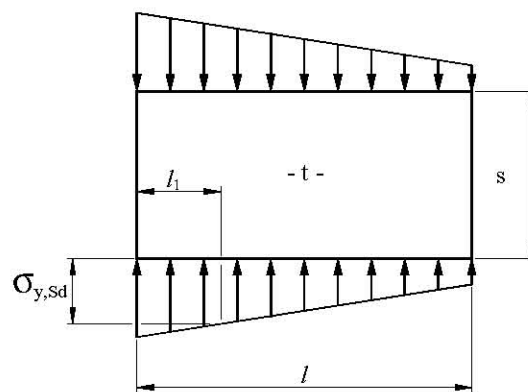


Figure 6-6 Linear varying stress in the transverse direction

6.9 Buckling of unstiffened plate with longitudinal and transverse varying stress and with shear stress

The check of combined varying loads may be done according to eq. (6.18) with the resistance calculated according to eq. (6.21) and eq. (6.5) using the stress point defined in sec. 6.8.

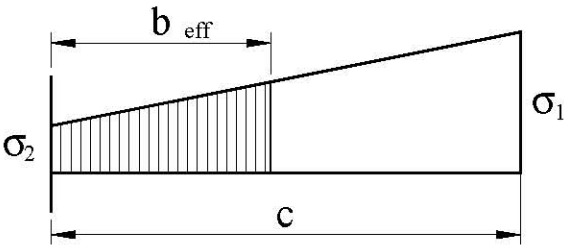
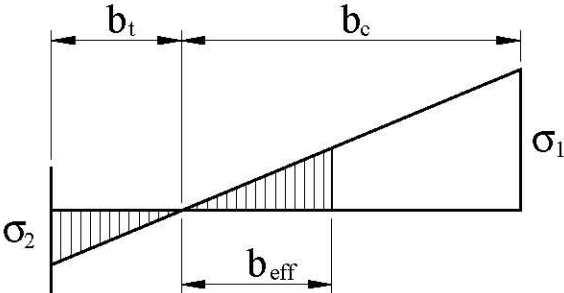
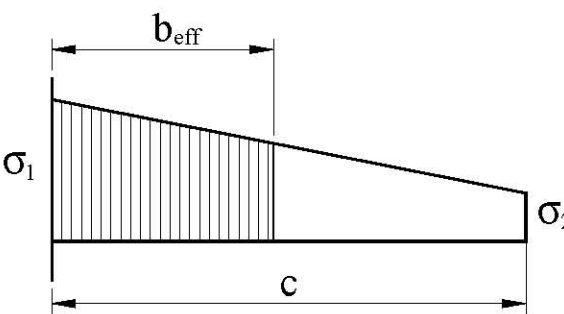
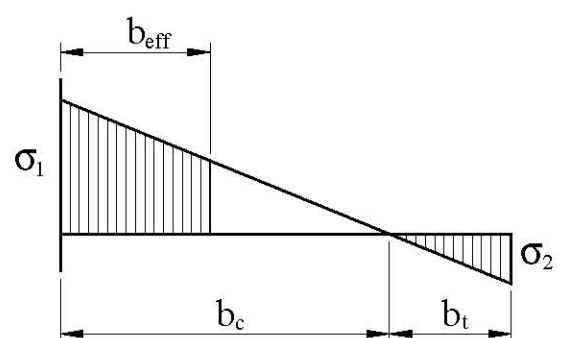
Table 6-2 Effective width for outstand compression plate elements with largest stress at free edge		
Stress distribution (compression positive)		Effective width b_{eff}
	$0 < \psi \leq 1$	$b_{\text{eff}} = C_x \cdot c$
	$\psi < 0$	$b_{\text{eff}} = C_x \cdot b_c = \frac{C_x \cdot c}{1 - \psi}$

Table 6-3 Effective width for outstand compression plate elements with largest stress at supported edge		
Stress distribution (compression positive)		Effective width b_{eff}
	$0 < \psi \leq 1$	$b_{\text{eff}} = C_x \cdot c$
	$\psi < 0$	$b_{\text{eff}} = C_x \cdot b_c = \frac{C_x \cdot c}{1 - \psi}$

7 Buckling of stiffened plates

7.1 General

This chapter deals with stiffened plate panels subjected to axial stress in two directions, shear stress and lateral load.

There are different formulas for stiffeners being continuous (or connected to frames with their full moment resistance) and simple supported (sniped) stiffeners.

An example of a stiffened plate panel is shown in Figure 3-1.

The stiffener cross section needs to fulfil requirements to avoid local buckling given in Chapter 9.

For shear lag effects see Commentary Chapter 10.

The plate between stiffeners will normally be checked implicitly by the stiffener check since plate buckling is accounted for by the effective width method. However, in cases where $\sigma_{y,sd}$ stress is the dominant stress it is necessary to check the plate resistance according to eq. (7.19).

For slender stiffened plates the load carrying resistance in the direction transverse to the stiffener may be neglected. Then $\sigma_{y,sd}$ stresses may be assumed to be carried solely by the girder. In such cases the effective girder flange may be determined by disregarding the stiffeners, and the stiffener with plate may be checked by neglecting $\sigma_{y,sd}$ stresses (method 2 in sec. 8.4). See also Commentary to 8 in Chapter 10.

7.2 Forces in the idealised stiffened plate

Stiffened plates subjected to combined forces, see Figure 7-1 should be designed to resist an equivalent axial force according to eq. (7.1) and an equivalent lateral load according to eq. (7.8).

The equivalent axial force should be taken as:

$$N_{sd} = \sigma_{x,sd} (A_s + st) + \tau_{tf} st \quad (7.1)$$

where

A_s = cross sectional area of stiffener

s = distance between stiffeners

t = plate thickness

$\sigma_{x,sd}$ = axial stress in plate and stiffener with compressive stresses as positive

$$\tau_{tf} = \tau_{sd} - \tau_{crf} \quad \text{for } \tau_{sd} > \frac{\tau_{crf}}{\gamma_M} \quad (7.2)$$

and tension field action is allowed

$$\tau_{tf} = 0 \quad \text{otherwise} \quad (7.3)$$

Assumption of tension field action implies that no (or negligible) resistance of the plate against transverse compression stresses (σ_y) can be assumed. See also Commentary Chapter 0.

τ_{crf} = critical shear stress for the plate with the stiffeners removed, according to eq. (7.4).

τ_{crf} = critical shear stress for the plate panel between two stiffeners, according to eq. (7.6).

$$\tau_{crf} = k_g \cdot 0.904 \cdot E \cdot \left(\frac{t}{l} \right)^2 \quad (7.4)$$

where :

$$k_g = 5.34 + 4 \left(\frac{l}{L_G} \right)^2, \quad \text{for } l \leq L_G \quad (7.5)$$

$$= 5.34 \left(\frac{l}{L_G} \right)^2 + 4, \quad \text{for } l > L_G$$

L_G = Girder length see Figure 3-1

$$\tau_{crf} = k_l \cdot 0.904 \cdot E \cdot \left(\frac{t}{s} \right)^2 \quad (7.6)$$

where:

$$k_l = 5.34 + 4 \left(\frac{s}{l} \right)^2, \quad \text{for } l \geq s \quad (7.7)$$

$$= 5.34 \left(\frac{s}{l} \right)^2 + 4, \quad \text{for } l < s$$

The equivalent lateral line load should be taken as:

$$q_{sd} = (p_{sd} + p_0) s \quad (7.8)$$

p_0 shall be applied in the direction of the external pressure p_{sd} . For situations where p_{sd} is less than p_0 , the stiffener need to be checked for p_0 applied in both directions (i.e. at plate side and stiffener side).

p_{sd} = design lateral pressure

s = stiffener spacing

$$p_0 = (0.6 + 0.4\psi) C_0 \sigma_{y1,sd} \quad \text{if } \psi > -1.5 \quad (7.9)$$

$$p_0 = 0 \quad \text{if } \psi \leq -1.5 \quad (7.10)$$

where

$$C_0 = \frac{W_{es} \cdot f_y \cdot m_c}{k_c \cdot E \cdot t^2 \cdot s} \quad (7.11)$$

$$\psi = \frac{\sigma_{y2,sd}}{\sigma_{y1,sd}}$$

- $\sigma_{y1,Sd}$ = larger design stress in the transverse direction, with tensile stresses taken as negative
- $\sigma_{y2,Sd}$ = smaller design stress in the transverse direction, with tensile stresses taken as negative
- W_{es} = section modulus for stiffener with effective plate at flange tip
- m_c = 13.3 for continuous stiffeners or,
= 8.9 for simple supported stiffeners (sniped stiffeners)

$$k_c = 2 \cdot \left(1 + \sqrt{1 + \frac{10.9 \cdot I_s}{t^3 \cdot s}} \right) \quad (7.12)$$

I_s = moment of inertia of stiffener with full plate width

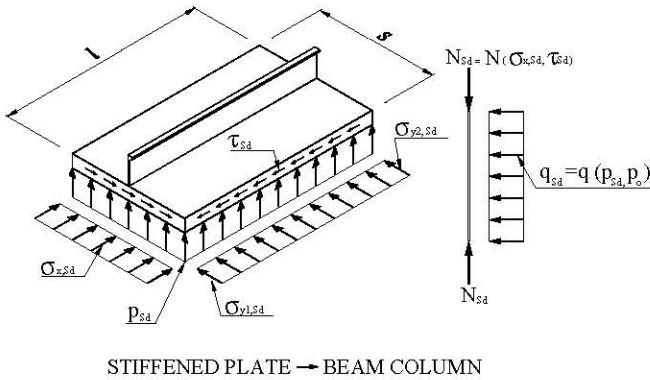


Figure 7-1 Strut model

7.3 Effective plate width

The effective plate width for a continuous stiffener subjected to longitudinal and transverse stress and shear is calculated as:

$$\frac{s_e}{s} = C_{xs} C_{ys} \quad (7.13)$$

The reduction factor due to stresses in the longitudinal direction, C_{xs} , is

$$C_{xs} = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.22}{\bar{\lambda}_p^2}, \quad \text{if } \bar{\lambda}_p > 0.673 \quad (7.14)$$

$$= 1.0, \quad \text{if } \bar{\lambda}_p \leq 0.673$$

where

$$\bar{\lambda}_p = 0.525 \frac{s}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E}} \quad (7.15)$$

and the reduction factor for compression stresses in the transverse direction, C_{ys} , is found from:

$$C_{ys} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_{y,Sd}}{\sigma_{y,R}} \right)^2} + c_i \left(\frac{\sigma_{x,Sd} \cdot \sigma_{y,Sd}}{C_{xs} \cdot f_y \cdot \sigma_{y,R}} \right) \quad (7.16)$$

where

$$c_i = 1 - \frac{s}{120 \cdot t} \quad \text{for } \frac{s}{t} \leq 120$$

$$c_i = 0 \quad \text{for } \frac{s}{t} > 120$$

$\sigma_{y,R}$ is calculated according to eq. (6.6).

In case of linear varying stress, $\sigma_{y,Sd}$ may be determined as described in sec. 6.8

The reduction factor for tension stresses in the transverse direction, C_{ys} , is calculated as:

$$C_{ys} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{4 - 3 \left(\frac{\sigma_{y,Sd}}{f_y} \right)^2} + \frac{\sigma_{y,Sd}}{f_y} \right), \quad \text{but } C_{ys} \leq 1.0 \quad (7.17)$$

Tensile stresses are defined as negative.

The effective width for varying stiffener spacing see Figure 7-2.

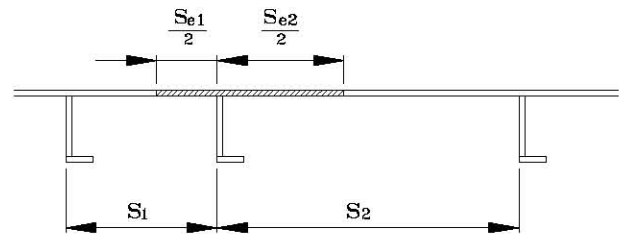


Figure 7-2 Effective widths for varying stiffener spacing

7.4 Resistance of plate between stiffeners

The plate between stiffeners shall be checked for:

$$\tau_{Rdy} = \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_M} \quad (7.18)$$

$$\sigma_{y,Sd} \leq k_{sp} \cdot \sigma_{y,Rd} \quad (7.19)$$

where:

$$k_{sp} = \sqrt{1.0 - 3 \cdot \left(\frac{\tau_{Sd}}{f_y} \right)^2} \quad (7.20)$$

and $\sigma_{y,Rd}$ is determined from eq. (6.5).

When this check and stiffener check according to sec. 7.7 is carried out it is not necessary to check the plate between stiffeners according to Chapter 6.

See also Commentary Chapter 10.

7.5 Characteristic buckling strength of stiffeners

7.5.1 General

The characteristic buckling strength for stiffeners may be found from:

$$\frac{f_k}{f_r} = 1 \quad \text{when } \bar{\lambda} \leq 0.2 \quad (7.21)$$

$$\frac{f_k}{f_r} = \frac{1 + \mu + \bar{\lambda}^2 - \sqrt{(1 + \mu + \bar{\lambda}^2)^2 - 4\bar{\lambda}^2}}{2\bar{\lambda}^2} \quad (7.22)$$

when $\bar{\lambda} > 0.2$

where

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{f_r}{f_E}} \quad (7.23)$$

$$f_E = \pi^2 E \left(\frac{i_e}{l_k} \right)^2 \quad (7.24)$$

for check at plate side

$$\mu = \left(0.34 + 0.08 \frac{z_p}{i_e} \right) (\bar{\lambda} - 0.2) \quad (7.25)$$

for check at stiffener side

$$\mu = \left(0.34 + 0.08 \frac{z_t}{i_e} \right) (\bar{\lambda} - 0.2) \quad (7.26)$$

where:

$$f_r = f_y \quad \text{for check at plate side}$$

$$f_r = f_y \quad \text{for check at stiffener side if } \bar{\lambda}_T \leq 0.6$$

$$f_r = f_T \quad \text{for check at stiffener side if } \bar{\lambda}_T > 0.6,$$

f_T may be calculated according to sec. 7.5.2

$$\bar{\lambda}_T \quad \text{see eq. (7.30)}$$

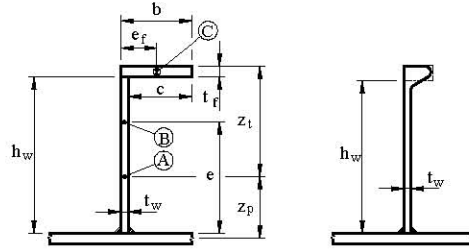
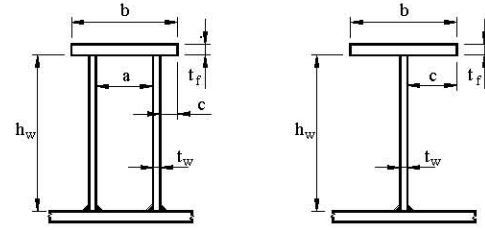
$$l_k \quad \text{see eq. (7.74)}$$

$$i_e = \sqrt{\frac{I_e}{A_e}}, \text{ effective radius of gyration}$$

I_e effective moment of inertia

A_e effective area

z_p, z_t is defined in Figure 7-3



A = centroid of stiffener with effective plate flange.
B = centroid of stiffener exclusive of any plate flange.
C = centroid of flange.

Figure 7-3 Cross-sectional parameters for stiffeners and girders

7.5.2 Torsional buckling of stiffeners

The torsional buckling strength may be calculated as:

$$\frac{f_T}{f_y} = 1.0 \quad \text{when } \bar{\lambda}_T \leq 0.6 \quad (7.27)$$

$$\frac{f_T}{f_y} = \frac{1 + \mu + \bar{\lambda}_T^2 - \sqrt{(1 + \mu + \bar{\lambda}_T^2)^2 - 4\bar{\lambda}_T^2}}{2\bar{\lambda}_T^2} \quad (7.28)$$

when $\bar{\lambda}_T > 0.6$

where

$$\mu = 0.35 (\bar{\lambda}_T - 0.6) \quad (7.29)$$

$$\bar{\lambda}_T = \sqrt{\frac{f_y}{f_{ET}}} \quad (7.30)$$

Generally f_{ET} may be calculated as:

$$f_{ET} = \beta \frac{GI_t}{I_{p0}} + \pi^2 \frac{Eh_s^2 I_z}{I_{p0} I_T^2} \quad (7.31)$$

For L- and T-stiffeners f_{ET} may be calculated as:

$$f_{ET} = \beta \frac{A_w + \left(\frac{t_f}{t_w} \right)^2 A_f}{A_w + 3A_f} G \left(\frac{t_w}{h_w} \right)^2 + \frac{\pi^2 E I_z}{\left(\frac{A_w}{3} + A_f \right) I_T^2} \quad (7.32)$$

$$I_z = \frac{1}{12} A_f b^2 + e_f^2 \frac{A_f}{1 + \frac{A_f}{A_w}} \quad (7.33)$$

For flatbar stiffeners f_{ET} may be calculated as:

$$f_{ET} = \left[\beta + 2 \left(\frac{h_w}{l_T} \right)^2 \right] \cdot G \left(\frac{t_w}{h_w} \right)^2 \quad (7.34)$$

where

$\beta = 1.0$,
or may for stocky plates alternatively be calculated as per eq. (7.35) for $s \leq l$

A_f = cross sectional area of flange

A_w = cross sectional area of web

G = shear modulus

I_{po} = polar moment of inertia = $\int r^2 dA$

where r is measured from the connection between the stiffener and the plate

I_t = stiffener torsional moment of inertia (St. Venant torsion)

I_z = moment of inertia of the stiffeners neutral axis normal to the plane of the plate

b = flange width

e_f = flange eccentricity, see Figure 7-3

h_w = web height

h_s = distance from stiffener toe (connection between stiffener and plate) to the shear centre of the stiffener

l_T = distance between sideways supports of stiffener, distance between tripping brackets (torsional buckling length).

t = plate thickness

t_f = thickness of flange

t_w = thickness of web

where

$$\beta = \frac{3C + 0.2}{C + 0.2} \quad (7.35)$$

$$C = \frac{h}{s} \left(\frac{t}{t_w} \right)^3 \sqrt{(1 - \eta)} \quad (7.36)$$

where:

$$\eta = \frac{\sigma_{j,Sd}}{f_{ep}} \quad \eta \leq 1.0 \quad (7.37)$$

$$\sigma_{j,Sd} = \sqrt{\sigma_{x,Sd}^2 + \sigma_{y,Sd}^2 - \sigma_{x,Sd} \sigma_{y,Sd} + 3\tau_{Sd}^2} \quad (7.38)$$

$$f_{ep} = \frac{f_y}{\sqrt{1 + \lambda_e^4}} \quad (7.39)$$

$$\lambda_e^2 = \frac{f_y}{\sigma_{j,Sd}} \left(\left(\frac{\sigma_{x,Sd}}{f_{Epx}} \right)^c + \left(\frac{\sigma_{y,Sd}}{f_{Epy}} \right)^c + \left(\frac{\tau_{Sd}}{\tau_{Ept}} \right)^c \right)^{\frac{1}{c}} \quad (7.40)$$

where

$$c = 2 - \frac{s}{l} \quad (7.41)$$

$$f_{Epx} = 3.62E \left(\frac{t}{s} \right)^2 \quad (7.42)$$

$$f_{Epy} = 0.9E \left(\frac{t}{s} \right)^2 \quad (7.43)$$

$$f_{Ept} = 5.0E \left(\frac{t}{s} \right)^2 \quad (7.44)$$

$\sigma_{x,Sd}$ and $\sigma_{y,Sd}$ should be set to zero if in tension

7.6 Resistance of stiffened panels to shear stresses

The resistance towards shear stresses τ_{Rd} is found as the minimum of τ_{Rdy} , τ_{Rdl} and τ_{Rds} according to the following:

$$\tau_{Rdy} = \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_M} \quad (7.45)$$

$$\tau_{Rdl} = \frac{\tau_{crl}}{\gamma_M} \quad (7.46)$$

$$\tau_{Rds} = \frac{\tau_{crs}}{\gamma_M} \quad (7.47)$$

where τ_{crl} is obtained from eq. (7.6) and τ_{crs} is obtained from:

$$\tau_{crs} = \frac{36 \cdot E}{s \cdot t \cdot I^2} \cdot \sqrt[4]{I_p \cdot I_s^3} \quad (7.48)$$

with:

$$I_p = \frac{t^3 \cdot s}{10.9} \quad (7.49)$$

and I_s = moment of inertia of stiffener with full plate width.

7.7 Interaction formulas for axial compression and lateral pressure

7.7.1 Continuous stiffeners

For continuous stiffeners the following four interaction equations need to be fulfilled in case of:

Lateral pressure on plate side:

$$\frac{N_{Sd}}{N_{ks,Rd}} + \frac{M_{1,Sd} - N_{Sd} \cdot z^*}{M_{s1,Rd} \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_E}\right)} + u \leq 1 \quad (7.50)$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{kp,Rd}} - 2 \cdot \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{M_{1,Sd} - N_{Sd} \cdot z^*}{M_{p,Rd} \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_E}\right)} + u \leq 1 \quad (7.51)$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{ks,Rd}} - 2 \cdot \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{M_{2,Sd} + N_{Sd} \cdot z^*}{M_{st,Rd} \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_E}\right)} + u \leq 1 \quad (7.52)$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{kp,Rd}} + \frac{M_{2,Sd} + N_{Sd} \cdot z^*}{M_{p,Rd} \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_E}\right)} + u \leq 1 \quad (7.53)$$

Lateral pressure on stiffener side:

$$\frac{N_{Sd}}{N_{ks,Rd}} - 2 \cdot \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{M_{1,Sd} + N_{Sd} \cdot z^*}{M_{st,Rd} \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_E}\right)} + u \leq 1 \quad (7.54)$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{kp,Rd}} + \frac{M_{1,Sd} + N_{Sd} \cdot z^*}{M_{p,Rd} \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_E}\right)} + u \leq 1 \quad (7.55)$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{ks,Rd}} + \frac{M_{2,Sd} - N_{Sd} \cdot z^*}{M_{s2,Rd} \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_E}\right)} + u \leq 1 \quad (7.56)$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{kp,Rd}} - 2 \cdot \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{M_{2,Sd} - N_{Sd} \cdot z^*}{M_{p,Rd} \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_E}\right)} + u \leq 1 \quad (7.57)$$

where

$$u = \left(\frac{\tau_{Sd}}{\tau_{Rd}} \right)^2 \quad (7.58)$$

When tension field action is assumed according to eq. (7.2) then $u = 0$.

For resistance parameters see sec. 7.7.3 for stiffener and sec. 8.3 for girders.

$M_{1,Sd} = \left| \frac{q_{Sd} l^2}{12} \right|$ for continuous stiffeners with equal spans and equal lateral pressure in all spans
= absolute value of the actual largest support moment for continuous stiffeners with unequal spans and/or unequal lateral pressure in adjacent spans

$M_{2,Sd} = \left| \frac{q_{Sd} l^2}{24} \right|$ for continuous stiffeners with equal spans and equal lateral pressure in all spans
= absolute value of the actual largest field moment for continuous stiffeners with unequal spans and/or unequal lateral pressure in adjacent spans

q_{sd} is given in eq. (7.8)

l = span length

z^* is the distance from the neutral axis of the effective section to the working point of the axial force. z^* may be varied in order to optimise the resistance. z^* should then be selected so the maximum utilisation found from the equations (7.50) to (7.53) or (7.54) to (7.57) is at its minimum, see also Commentary Chapter 0. The value of z^* is taken positive towards the plate. The simplification $z^* = 0$ is always allowed.

7.7.2 Simple supported stiffener (sniped stiffener)

Simple supported stiffener (sniped stiffener):

Lateral pressure on plate side:

$$\frac{N_{Sd}}{N_{ks,Rd}} - 2 \cdot \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{\left| \frac{q_{Sd} l^2}{8} \right| + N_{Sd} \cdot z^*}{M_{st,Rd} \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_E}\right)} + u \leq 1 \quad (7.59)$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{kp,Rd}} + \frac{\left| \frac{q_{Sd} l^2}{8} \right| + N_{Sd} \cdot z^*}{M_{p,Rd} \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_E}\right)} + u \leq 1 \quad (7.60)$$

Lateral pressure on stiffener side:

if $\frac{q_{Sd} l^2}{8} \geq N_{Sd} \cdot z^*$ then:

$$\frac{N_{Sd}}{N_{ks,Rd}} + \frac{\left| \frac{q_{Sd} l^2}{8} \right| - N_{Sd} \cdot z^*}{M_{s2,Rd} \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_E}\right)} + u \leq 1 \quad (7.61)$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{kp,Rd}} - 2 \cdot \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{\left| \frac{q_{Sd} l^2}{8} \right| - N_{Sd} \cdot z^*}{M_{p,Rd} \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_E}\right)} + u \leq 1 \quad (7.62)$$

if $\frac{q_{Sd} l^2}{8} < N_{Sd} \cdot z^*$ then:

$$\frac{N_{Sd}}{N_{ks,Rd}} - 2 \cdot \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{N_{Sd} \cdot z^* - \left| \frac{q_{Sd} l^2}{8} \right|}{M_{st,Rd} \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_E}\right)} + u \leq 1 \quad (7.63)$$

$$\frac{N_{Sd}}{N_{kp,Rd}} + \frac{N_{Sd} \cdot z^* - \left| \frac{q_{Sd} l^2}{8} \right|}{M_{p,Rd} \left(1 - \frac{N_{Sd}}{N_E}\right)} + u \leq 1 \quad (7.64)$$

l = span length is given in eq. (7.58)

q_{sd} is given in eq. (7.8)

z^* is the distance from the neutral axis of the effective section to the working point of the axial force, which for a sniped stiffener will be in the centre of the plate. The value of z^* is taken positive towards the plate.

7.7.3 Resistance parameters for stiffeners.

The following resistance parameters are used in the interaction equations for stiffeners:

$$N_{Rd} = A_e \frac{f_y}{\gamma_M} \quad (7.65)$$

$A_e = (A_s + s_e t)$ effective area of stiffener and plate

$A_s =$ cross sectional area of stiffener

$s_e =$ effective width, see sec. 7.3

$$N_{ks,Rd} = A_e \frac{f_k}{\gamma_M} \quad (7.66)$$

where f_k is calculated from sec. 7.5 using eq. (7.26)

$$N_{kp,Rd} = A_e \frac{f_k}{\gamma_M} \quad (7.67)$$

where f_k is calculated from sec. 7.5 using eq. (7.25)

$$M_{s1,Rd} = W_{es} \frac{f_r}{\gamma_M} \quad (7.68)$$

where f_r is calculated from sec. 7.5 for stiffener side using $l_T = 0.4 l$ or distance between lateral support if this is less.

$$M_{s2,Rd} = W_{es} \frac{f_r}{\gamma_M} \quad (7.69)$$

where f_r is calculated from sec. 7.5 for stiffener side using $l_T = 0.8 l$ or distance between lateral support if this is less.

$$M_{st,Rd} = W_{es} \frac{f_y}{\gamma_M} \quad (7.70)$$

$$M_{p,Rd} = W_{ep} \frac{f_y}{\gamma_M} \quad (7.71)$$

$W_{ep} = \frac{I_e}{z_p}$, effective elastic section modulus on plate side, see Figure 7-3.

$W_{es} = \frac{I_e}{z_t}$, effective elastic section modulus on stiffener side, see Figure 7-3.

$$N_E = \frac{\pi^2 E A_e}{\left(\frac{l_k}{i_e}\right)^2} \quad (7.72)$$

where

$$i_e = \sqrt{\frac{I_e}{A_e}} \quad (7.73)$$

For a continuous stiffener the buckling length may be calculated from the following equation:

$$l_k = l \left(1 - 0.5 \sqrt{\frac{p_{sd}}{p_f}} \right) \quad (7.74)$$

where p_{sd} is design lateral pressure and p_f is the lateral pressure giving yield in outer-fibre at support.

$$p_f = \frac{12W}{l^2 \cdot s} \frac{f_y}{\gamma_M} \quad (7.75)$$

$W =$ the smaller of W_{ep} and W_{es}

$l =$ span length

In case of varying lateral pressure, p_{sd} in eq. (7.74) should be taken as the minimum of the value in the adjoining spans.

For simple supported stiffener $l_k = 1.0 \cdot l$.

7.8 Check for shear force

The stiffener should in all sections satisfy:

$$V_{sd} \leq V_{Rd} = A_{net} \cdot \frac{f_y}{\gamma_M \sqrt{3}} \quad (7.76)$$

where:

$V_{sd} =$ design shear force

$V_{Rd} =$ design shear resistance

$A_{net} =$ net shear area (shear area minus cut outs)

If $V_{sd} > 0.5 V_{Rd}$ then the stiffener section modulus and effective area need to be reduced to account for the interaction of the shear with the moment and axial force in the stiffener.

8 Buckling of girders

8.1 General

The check for girders is similar to the check for stiffeners of stiffened plates in equations (7.50) to (7.57) or (7.59) to (7.62) for continuous or sniped girders, respectively. Forces shall be calculated according to sec. 8.2 and cross section properties according to 8.4. Girder resistance should be found from sec. 8.3. Torsional buckling of girders may be assessed according to sec. 8.5.

In the equations (7.50) to (7.57) or (7.59) to (7.62) $u = 0$ for girders.

Girders may be checked for shear forces similar to stiffeners see sec. 7.8.

8.2 Girder forces

The axial force should be taken as:

$$N_{y,sd} = \sigma_{y,sd} (t + A_g) \quad (8.1)$$

The lateral line load should be taken as:

$$q_{sd} = (p_{sd} + p_0) l \quad (8.2)$$

where

p_{sd} = design lateral pressure

p_0 = equivalent lateral pressure

A_g = cross sectional area of girder

The calculation of the additional equivalent lateral pressure due to longitudinal compression stresses and shear shall be calculated as follows:

For compression in the x-direction:

$$p_0 = \frac{0.4 \left(t + \frac{A_s}{s} \right) f_y \left(\frac{L_G}{l} \right)^2 (\sigma_{x,sd} + C\tau_{sd})}{h_{wG} \left(1 - \frac{s}{L_G} \right)} \quad (8.3)$$

But not less than $0.02 \frac{t + \frac{A_s}{s}}{l} (\sigma_{x,sd} + C\tau_{sd})$

where

$$C = Q \left(7 - 5 \left(\frac{s}{l} \right)^2 \right) \left(\frac{\tau_{sd} - \tau_{crG}}{\tau_{crI}} \right)^2 \quad \text{for } \tau_{sd} > \tau_{crG} \quad (8.4)$$

$$C = 0 \quad \text{for } \tau_{sd} \leq \tau_{crG} \quad (8.5)$$

$$Q = \bar{\lambda}_G - 0.2, \text{ but not less than 0 and not greater than 1.0}$$

$$\bar{\lambda}_G = \sqrt{\frac{f_y}{f_{EG}}} \quad f_{EG} \text{ is given in eq. (8.11)}$$

τ_{crG} = critical shear stress of panel with girders removed, calculated from eq.(8.6) with $\bar{\lambda}_t$ calculated using $\tau_{ce} = \tau_{ceg}$. If the stiffener is not continuous through the girder $\tau_{crG} = 0$.

τ_{crI} = critical shear stress of panel between girders calculated from eq. (8.6) with $\bar{\lambda}_t$ calculated using $\tau_{ce} = \tau_{cel}$

$$\tau_{cr} = 0.6f_y, \text{ for } \bar{\lambda}_t \leq 1 \quad (8.6)$$

$$= \frac{0.6}{\bar{\lambda}_t^2} f_y, \text{ for } \bar{\lambda}_t > 1$$

$$\bar{\lambda}_t = \sqrt{\frac{0.6f_y}{\tau_{ce}}}$$

with

$$\tau_{ceg} = \frac{\tau_{cel} \cdot l^2}{L_P^2}$$

$$\tau_{cel} = \frac{18E}{t l^2} \left(\frac{t I_s}{s} \right)^{0.75}$$

L_P = length of panel

h_{wG} = web height of girder

A_s = cross sectional area of stiffener

L_G = girder span

s = stiffener spacing

I_s = moment of inertia of stiffener with full plate width

For linear variation of $\sigma_{x,sd}$, the maximum value within $0.25L_G$ to each side of the midpoint of the span may be used.

τ_{sd} should correspond to the average shear flow over the panel.

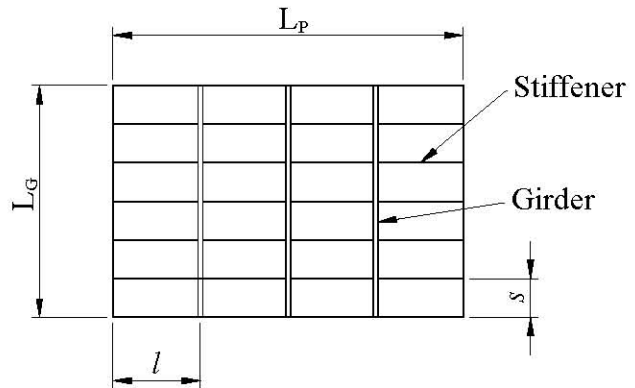


Figure 8-1 Panel geometry definitions

For tension in the x-direction:

$$P_0 = \frac{0.4 \left(t + \frac{A_s}{s} \right) f_y \left(\frac{L_G}{l} \right)^2 C \tau_{sd}}{h_{wG} \left(1 - \frac{s}{L_G} \right) E} \quad (8.7)$$

8.3 Resistance parameters for girders

The resistance of girders may be determined by the interaction formulas in sec. 7.7 using the following resistance

$$N_{Rd} = (A_G + I_e t) \frac{f_y}{\gamma_M} \quad (8.8)$$

$$N_{ks,Rd} = (A_G + I_e t) \frac{f_k}{\gamma_M} \quad (8.9)$$

where

f_k is calculated from sec. 7.5 using μ according to eq. (7.26).

$$N_{kp,Rd} = (A_G + I_e t) \frac{f_k}{\gamma_M} \quad (8.10)$$

where:

f_k is calculated from sec. 7.5 using μ according to eq. (7.25) using:

$f_r = f_y$ for check at plate side

$f_r = f_{TG}$ for check at girder flange side

$$f_{EG} = \pi^2 E \left(\frac{i_{Ge}}{L_{Gk}} \right)^2 \quad (8.11)$$

L_{Gk} = buckling length of girder equal L_G unless further evaluations are made

f_{TG} may be obtained from eq. (8.27)

A_G = cross sectional area of girder

I_e = effective width of girder plate, see sec. 8.4.

$$M_{s1,Rd} = W_{eG} \frac{f_r}{\gamma_M} \quad (8.12)$$

with f_r calculated using $l_t = 0.4 L_G$ or distance between lateral support if this is less.

$$M_{s2,Rd} = W_{eG} \frac{f_r}{\gamma_M} \quad (8.13)$$

with f_r calculated using $l_t = 0.8 L_G$ or distance between lateral support if this is less.

$$M_{st,Rd} = W_{eG} \frac{f_y}{\gamma_M} \quad (8.14)$$

$$M_{p,Rd} = W_{ep} \frac{f_y}{\gamma_M} \quad (8.15)$$

$W_{ep} = \frac{I_e}{z_p}$, effective elastic section modulus on plate side, see Figure 7-3

$W_{eG} = \frac{I_e}{z_t}$, effective elastic section modulus on girder flange side, see Figure 7-3

$$N_E = \frac{\pi^2 E A_{Ge}}{\left(\frac{L_{Gk}}{i_{Ge}} \right)^2} \quad (8.16)$$

where

$$i_{Ge} = \sqrt{\frac{I_{Ge}}{A_{Ge}}} \quad (8.17)$$

8.4 Effective widths of girders

8.4.1 General

The effective width for the plate of the girder is taken equal to:

$$\frac{l_e}{l} = C_{xG} \cdot C_{yG} \cdot C_{\tau G} \quad (8.18)$$

For the determination of the effective width the designer is given two options denoted method 1 and method 2. These methods are described in sec. 8.4.2 and 8.4.3 respectively:

8.4.2 Method 1

Calculation of the girder by assuming that the stiffened plate is effective against transverse compression (σ_y) stresses. See also Commentary Chapter 10 and sec. 7.1.

In this method the effective width may be calculated as:

$$C_{xG} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_{x,Sd}}{f_{kx}} \right)^2} \quad (8.19)$$

where:

$$f_{kx} = C_{xs} f_y \quad (8.20)$$

C_{xs} is found from eq. (7.14).

If the σ_y stress in the girder is in tension due to the combined girder axial force and bending moment over the total span of the girder C_{yG} may be calculated as:

$$C_{yG} = \frac{L_G}{l \cdot \sqrt{4 - \left(\frac{L_G}{l}\right)^2}} \quad C_{yG} \leq 1 \quad (8.21)$$

If the σ_y stress in the plate is partly or complete in compression C_{yG} may be found from eq. (7.16).

$$C_{\tau G} = \sqrt{1 - 3 \left(\frac{\tau_{sd}}{f_y}\right)^2} \quad (8.22)$$

l_e should not be taken larger than $0.3 L_G$ for continuous girders and $0.4 L_G$ for simple supported girders when calculating section modules W_{ep} and W_{eG} .

8.4.3 Method 2

Calculation of the girder by assuming that the stiffened plate is not effective against transverse compression stresses (σ_y). See also Commentary Chapter 10 and Sec. 7.1.

In this case the plate and stiffener can be checked with σ_y stresses equal to zero.

In method 2 the effective width for the girder should be calculated as if the stiffener was removed.

then:

$$C_{xG} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_{x,sd}}{f_y}\right)^2} \quad (8.23)$$

where

$\sigma_{x,sd}$ is based on total plate and stiffener area in x-direction.

$$C_{yG} = \frac{\bar{\lambda}_G - 0.22}{\bar{\lambda}_G^2} \quad \text{if } \bar{\lambda}_G > 0.673 \quad (8.24)$$

$$= 1.0, \quad \text{if } \bar{\lambda}_G \leq 0.673$$

where

$$\bar{\lambda}_G = 0.525 \frac{l}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E}} \quad (8.25)$$

$$C_{\tau G} = \sqrt{1 - 3 \left(\frac{\tau_{sd}}{f_y}\right)^2} \quad (8.26)$$

8.5 Torsional buckling of girders

The torsional buckling strength of girders may be determined as:

$$f_{TG} = f_y \quad \text{if } \bar{\lambda}_{TG} \leq 0.6 \quad (8.27)$$

$$f_{TG} = f_y \cdot \left(\frac{1 + \mu + \bar{\lambda}_{TG}^2 - \sqrt{(1 + \mu + \bar{\lambda}_{TG}^2)^2 - 4\bar{\lambda}_{TG}^2}}{2\bar{\lambda}_{TG}^2} \right) \quad \text{if } \bar{\lambda}_{TG} > 0.6$$

$$\bar{\lambda}_{TG} = \sqrt{\frac{f_y}{f_{ETG}}} \quad (8.28)$$

$$\mu = 0.35(\bar{\lambda}_T - 0.6) \quad (8.29)$$

where

$$f_{ETG} = \frac{\pi^2 EI_z}{\left(A_f + \frac{A_w}{3}\right) L_{GT}^2} \quad (8.30)$$

L_{GT} = distance between lateral supports

A_f, A_w = cross sectional area of flange and web of girder

I_z = moment of inertia of girder (exclusive of plate flange) about the neutral axis perpendicular to the plate

Torsional buckling need not to be considered if tripping brackets are provided so that the laterally unsupported length L_{GT} does not exceed the value L_{GT0} defined by:

$$\frac{L_{GT0}}{b} = C \sqrt{\frac{EA_f}{f_y \left(A_f + \frac{A_w}{3}\right)}} \quad (8.31)$$

where

b = flange width

C = 0.55 for symmetric flanges

1.10 for one sided flanges

Tripping brackets are to be designed for a lateral force P_{sd} which may be taken equal to (see Figure 8-2):

$$P_{sd} = 0.02 \sigma_{y,sd} \left(A_f + \frac{A_w}{3}\right) \quad (8.32)$$

$\sigma_{y,sd}$ = compressive stress in the free flange

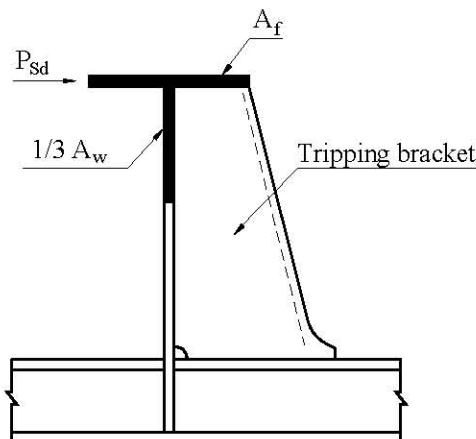


Figure 8-2 Definitions for tripping brackets

9 Local buckling of stiffeners, girders and brackets

9.1 Local buckling of stiffeners and girders

9.1.1 General

The methodology given in Chapter 7 and Chapter 8 is only valid for webs and flanges that satisfy the the following requirements or fulfils requirements to cross section type III defined in Appendix A of DNV-OS-C101.

Flange outstand for T or L stiffeners or girders should satisfy:

$$c \leq 14 t_f \varepsilon \quad \text{for welded sections} \quad (9.1)$$

$$c \leq 15 t_f \varepsilon \quad \text{for rolled sections}$$

For definition of c see Figure 7-3 .

Web of stiffeners and girders should satisfy:

$$h_w \leq 42 t_w \varepsilon \quad (9.2)$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

In lieu of more refined analysis such as in Chapter 7, web stiffeners should satisfy the requirements given in sec. 9.1.2 and sec. 9.1.3.

9.1.2 Transverse web stiffeners:

$$I_s > 0.3 l_t s^2 t_w \left(2.5 \frac{l_t}{s} - 2 \frac{s}{l_t} \right) \frac{f_y}{E} \quad (9.3)$$

I_s = moment of inertia of web stiffener with full web plate flange s

l_t = length of transverse web stiffener

s = distance between transverse web stiffeners

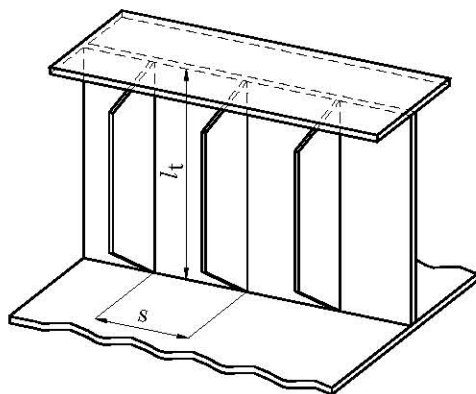


Figure 9-1 Definitions for transverse web stiffeners

9.1.3 Longitudinal web stiffener:

$$I_s > 0.25 l_l^2 (A_s + s t_w) \frac{f_y}{E} \quad (9.4)$$

I_s = moment of inertia of web stiffener with full web plate flange s .

A_s = cross sectional area of web stiffener exclusive web plating.

l_l = length of longitudinal web stiffener

s = distance between longitudinal web stiffeners

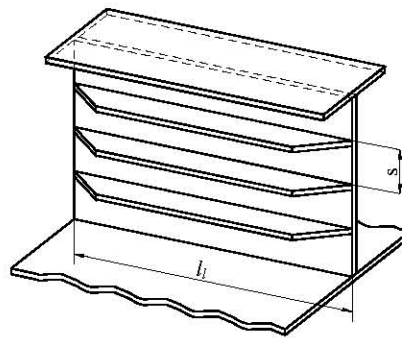


Figure 9-2 Definitions for longitudinal web stiffeners

9.2 Buckling of brackets

Brackets should be stiffened in such a way that:

$$d_0 \leq 0.7 t_b \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (9.5)$$

$$d_1 \leq 1.65 t_b \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (9.6)$$

$$d_2 \leq 1.35 t_b \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (9.7)$$

t_b = plate thickness of bracket.

Stiffeners as required in eq. (9.6) or eq. (9.7) may be designed in accordance with Chapter 7. See Figure 9-3.

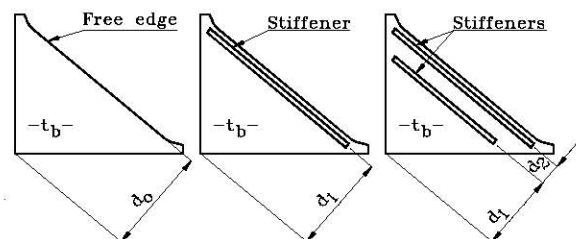


Figure 9-3 Definitions for brackets

10 Commentary

Commentary to 3.4 Tolerance requirements

An important factor for the buckling strength is the imperfections that are permitted. As a basis the formulas are developed on the basis that the imperfections are similar to what is allowed in the DNV-OS-C401 Fabrication and Testing of Offshore Structures. There are differences in this standard and what is allowed in DNV Classification Rules for Ships and IACS "Shipbuilding and Repair Quality Standard-Part A. However, the formulas is seen as being relevant for both typical ship with normal good practice and offshore structures even if an nonlinear FEM analysis of the panel including the worst combination of allowable imperfections may yield less resistance than obtain from the RP formulas. The reason why this is seen as acceptable is the following:

- The resistance of stiffened plate structures is dependent on imperfections in several elements. Both the imperfection size and pattern for both the plate and stiffener are important and it is less probable that they have their maximum at the same time.
- The resistance is dependent on more than one element. It is less probable that all elements have their most detrimental imperfection pattern and size at the same time.
- The importance of the imperfection is largest for small slenderness plate and stiffeners while the likelihood of deviations are largest for large slenderness plates.
- There are several supportive effects in a real stiffened plate structure that are disregarded in the resistance formulations that will in many cases mean a capacity reserve that is larger than the effect from imperfections.

For structures where these elements are less valid it may be necessary to evaluate the effect of imperfections separately. An example may be a short stocky sniped stiffener constructed according to ship rules fabrication tolerances and where redistribution of stresses are not possible. Ship rules tolerances are given with a tolerances that are independent of the member length. This will imply that the tolerances are larger than the basis for this Recommended Practise and the capacity of short members may be over-predicted.

Commentary to 4.4 Determination of buckling resistance based upon linear elastic buckling stress

Linear elastic buckling stress found from literature or by FEM eigenvalue analyses may be used as basis for determination of buckling resistance. In order to account for material non-linearity, residual stresses and imperfection a suitable buckling curve may be used by calculating the reduced slenderness parameter defined as:

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{f_{cr}}}$$

where f_{cr} is linearised buckling stress.

The linearised buckling stress should be carefully selected to be maximum compressive stress in the analysis. From the reduced slenderness a buckling resistance may be determined by using an appropriate buckling curve. Normally a column buckling curve as defined in eq. (7.21) and eq. (7.22) can be used unless it is evident that a plate buckling curve as defined in eq. (6.2) and eq. (6.6) or a shear buckling curve as in eq. (6.17) can be used.

In case of interaction effects e.g. between local and global buckling the interaction effects can be conservatively accounted for by calculated a combined linearised buckling stress according to the following formula:

$$\frac{1}{f_{crcomb}} = \frac{1}{f_{crglobal}} + \frac{1}{f_{crlocal}}$$

Commentary to 6 Buckling of unstiffened plates

Slender plates designed according to the effective width formula utilise the plates in the post critical range. This means that higher plate stresses than the buckling stress according to linear theory or the so-called critical buckling stress are allowed. Very slender plates, i.e. span to thickness ratio greater than 120, may need to be checked for serviceability limit states or fatigue limit states. Examples of failure modes in the serviceability limit states are reduced aesthetic appearance due to out of plane distortions or snap through if the plate is suddenly changing its out of plane deformation pattern. As the main source for the distortions will be due to welding during fabrication, the most effective way to prevent these phenomena is to limit the slenderness of the plate. The likelihood of fatigue cracking at the weld along the edges of the plate may increase for very slender plates if the in plane loading is dynamic. This stems from bending stresses in the plate created by out of plane deflection in a deflected plate with in plane loading. For plates with slenderness less than 120, ordinary fatigue checks where out of plane deflections of plate are disregarded will be sufficient.

Commentary to 7 Buckling of stiffened plates

For wide flanges the stresses in the longitudinal direction will vary due to shear deformations, (shear lag). For buckling check of flanges with longitudinal stiffeners shear lag effects may be neglected as long as the flange width is less than 0.2 L to each side of the web (bulkhead). L being length between points of counterflexure.

Commentary to 7.2 Forces in the idealised stiffened plate

With tension field action is understood the load carrying action in slender webs beyond the elastic buckling load.

Commentary to 7.4 Resistance of plate between stiffeners

If secondary stiffeners are used to stabilise the plate field between ordinary stiffeners the secondary stiffeners need to be checked as a plate stiffener and the ordinary stiffeners as girders according to sec. 7.5 and Chapter 8, respectively.

Commentary to 7.7 Interaction equations for axial compression and lateral pressure

The equations (7.50) and (7.51) may be seen as interaction formulas for the stiffener and plate side respectively for a section at the support. Equations (7.52) and (7.53) are likewise interaction checks at the mid-span of the stiffener. See also Figure 10-1.

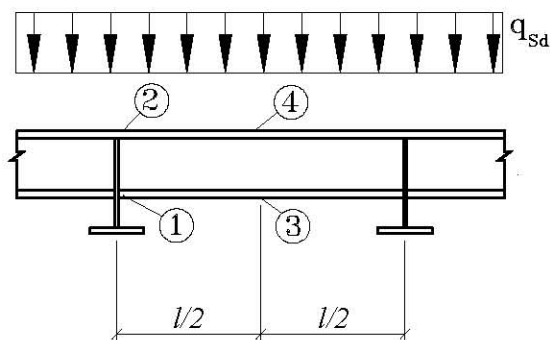


Figure 10-1 Check points for interaction equations

With the lateral load on the stiffener side, the stresses change sign and the equations (7.54) to (7.57) shall be used. The sections to be checked remain the same.

The eccentricity z^* is introduced in the equations to find the maximum resistance of the stiffened panel. In the ultimate limit state a continuous stiffened panel will carry the load in the axis giving the maximum load. For calculation of the forces and moments in the total structure, of which the stiffened panel is a part, the working point for the stiffened panel should correspond to the assumed value of z^* . In most cases the influence of variations in z^* on global forces and moments will be negligible. See also Figure 10-2.

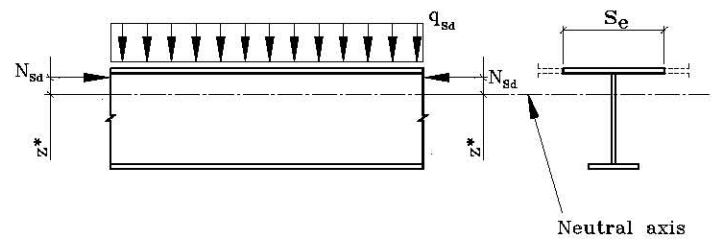


Figure 10-2 Definition of z^* . Positive value shown

The maximum capacity will be found for the value of z^* when the largest utilisation ratio found for the four equations is at its minimum. See Figure 10-3.

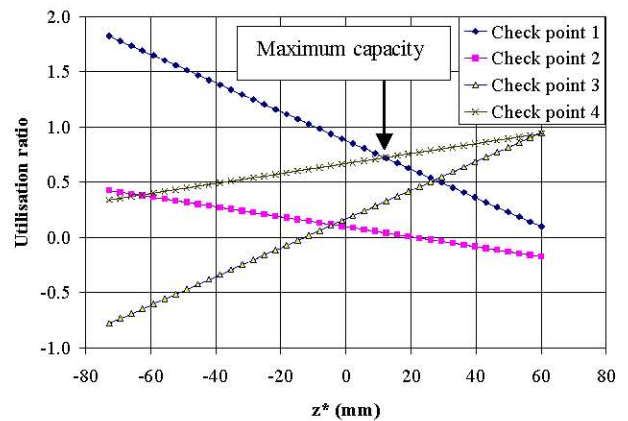


Figure 10-3 Utilisation ratios for the four interaction equations with varying z^*

Commentary to 8 Buckling of girders

When a stiffened panel supported by girders is subjected to lateral loads the moments from this load should be included in the check of the girder. If the girder is checked according to method 1, the stiffener and plate should also be checked for the σ_y stresses imposed by the bending of the girder. In method 2, the σ_y stresses imposed by the bending of the girder can be neglected when checking plate and stiffener.