



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO**

Departamento de Engenharia Mecânica

DEM/POLI/UFRJ



USO DE ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÕES PARA MITIGAÇÃO DE  
DIFICULDADES CAUSADAS PELA DOENÇA DE PARKINSON

Vinicius Lima Monteiro

PROJETO FINAL SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO MECÂNICO.

Aprovado por:

---

Prof. Fernando Augusto de Noronha Castro Pinto, Dr.Ing.

---

Prof. Jules Ghislain Slama, DSc

---

Prof. Daniel Alves Castello, DSc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL.

FEVEREIRO DE 2013

## **Agradecimentos**

Em primeiro lugar agradeço a Deus, Senhor da minha vida que me iluminou, me concedeu saúde e a oportunidade para que eu pudesse chegar até a esse momento.

A minha amada noiva pelo amor, carinho, incentivo e dedicação incondicional, em todos os momentos de dificuldade para que eu pudesse concluir este trabalho.

Aos meus queridos pais pelo amor, apoio, ao longo de toda minha jornada como estudante.

Ao meu padrinho, por todo seu apoio ao longo da elaboração do trabalho.

Ao meu orientador Dr-Ing Fernando pela atenção, paciência e compreensão ao transcorrer desse trabalho.

# ÍNDICE

<b>CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
1.1 Motivação.....	1
1.2 Objetivos.....	3
<b>CAPÍTULO 2 – INTRODUÇÃO.....</b>	<b>4</b>
2.1 Introdução.....	4
2.2 Sintomas.....	4
2.2.1 Tremor das Mãos.....	5
2.3 Tratamento.....	5
<b>CAPÍTULO 3 – PROJETO DO ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÃO..</b>	<b>7</b>
3.1 Descrição do ADV.....	7
3.2 Dimensões do ADV.....	8
3.2.1 Dimensões da mola.....	9
3.3 Fixação das molas.....	9
3.4 Fechamento do Dispositivo ADV.....	11
<b>CAPÍTULO 4 – ABSORVEDOR DINMÂMICO DE VIBRAÇÕES.....</b>	<b>15</b>
4.1 Sistema com um grau de liberdade.....	15
4.2 Função Resposta em frequência de um sistema de um grau de liberdade.....	17
4.3 Teoria Clássica do ADV.....	19
4.4 Função Resposta em frequência de um sistema com dois graus de liberdade.....	21
4.4.1 Sistema com dois graus de liberdade não amortecido.....	22
4.4.2 Sistema com dois graus de liberdade com um amortecimento viscoso.....	25

4.4.3	Sistema com dois graus de liberdade com dois amortecimentos viscosos...	27
4.5	Simulações Numéricas.....	29
4.5.1	Simulação sem o ADV.....	30
4.5.2	Simulação com o ADV.....	33
4.6	Modelagem da Rigidez Equivalente.....	39
4.7	Modelagem da Rigidez em Elementos Finitos.....	46
4.7.1	Simulação em elementos finitos utilizando o SimulationXpress.....	47
4.7.2	Rigidez equivalente do Absorvedor Dinâmico de Vibrações.....	51
<b>CAPÍTULO 5 – ESTUDO PARAMÉTRICO.....</b>		<b>53</b>
5.1	Discussão do Modelo.....	53
5.2	Dispositivo Absorvedor Dinâmico de Vibrações.....	54
5.3	Discussão sobre os valores dos parâmetros.....	55
5.3.1	Massa do braço.....	55
5.3.2	Massa do ADV.....	57
5.3.3	Rigidez e Amortecimento do braço.....	57
5.3.4	Rigidez e Amortecimento do ADV.....	58
5.3.5	Frequência e Amplitude de excitação.....	58
5.4	Validação dos parâmetros estimados.....	58
<b>CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES.....</b>		<b>63</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>		<b>64</b>
<b>ANEXO – DESENHOS DE FABRICAÇÃO.....</b>		<b>65</b>

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 Motivação

O estudo das vibrações mecânicas é um dos tópicos fundamentais para a engenharia mecânica, a partir do mesmo, é possível a verificação de problemas como, por exemplo, os estruturais. Existem diversos exemplos, da consequência em onde o projeto não contou com uma análise adequada das vibrações, que é o caso da ponte Tacoma Narrows, construída nos Estados Unidos em 1940 que colapsou em menos de um ano após a sua inauguração.

A análise das vibrações pode ser usada também, a fim de reduzir, o nível de vibração, a níveis aceitáveis ou até mesmo reduzindo-os consideravelmente. Como é o caso de elementos de transmissão (engrenagens, p. ex.), onde há a presença de níveis de vibração apreciáveis.

O estudo destes níveis de vibração é característico, de problemas de engenharia clássicos como os exemplos supracitados. Entretanto o estudo e análise das vibrações abrangem um universo mais amplo. Ela pode ser utilizada também para o bem-estar de pessoas que sofrem de doenças onde a presença de níveis de vibrações é considerável, que o caso da doença de Parkinson ou mal de Parkinson [1].

A Doença de Parkinson (DP) foi descrita pela primeira vez por James Parkinson em 1817, e caracteriza-se por ser uma doença degenerativa, que atinge o sistema nervoso central, é causada principalmente pela morte de neurônios. A DP atinge cerca de 0,1% - 0,2% da população, sendo sua maior incidência nos idosos [2].

Os principais sintomas de manifestação motora são: tremor em repouso, cerca de 4Hz, bradicinesia, ou seja, lentidão dos movimentos, rigidez muscular e anormalidades posturais [2].

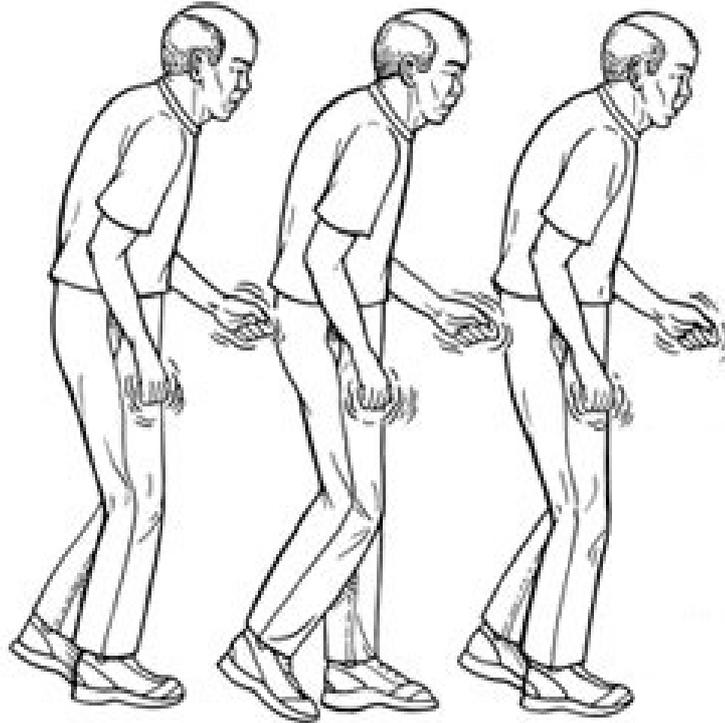


Figura 1.1.1 – Figura ilustrativa dos sintomas da Doença de Parkinson

Os distúrbios correlatos já mencionados interferem decisivamente na vida social dos indivíduos portadores da DP, atos motores comuns como fazer a higiene corporal, vestir-se e alimentar-se se torna cada vez mais difícil à medida que a doença evolui. Principalmente o movimento de manusear talheres, pois os sintomas da DP tornam os músculos enrijecidos e com muitos tremores [3].

Por estas razões, encontrar maneiras de se atenuar o sofrimento dessas pessoas é fundamental, e certamente, reduzir os níveis vibracionais dos tremores sem o uso de medicamentos é uma medida essencial para o aumento da qualidade de vida dos portadores da DP.

## **1.2 - Objetivos**

O controle de vibrações é tradicionalmente feito através do uso de elementos passivos como as molas e amortecedores. A utilização destes elementos visa o aumento da rigidez e a dissipação de energia como forma de reduzir os níveis de vibração. Com o avanço das pesquisas na área de vibrações foi possível combinar estes elementos como forma de otimizar a redução de vibração. Com estas combinações teve origem um dispositivo, absorvedor dinâmico de vibrações.

O objetivo do presente trabalho é desenvolver um modelo de absorvedor dinâmico de vibrações, que visa atenuar as vibrações geradas pelos tremores da Doença de Parkinson. Desta maneira promover uma melhor qualidade de vida aos portadores da DP.

## CAPÍTULO 2

### DOENÇA DE PARKINSON

#### 2.1 - Introdução

A Doença de Parkinson (DP), descrita por James Parkinson em 1817, é uma doença neurológica. A DP atinge a toda a população mundial, sem qualquer distinção quanto a classe econômica ou grupos étnicos. A incidência da DP aumenta conforme o avançar da idade.

A DP é uma doença degenerativa cujas alterações no paciente ocorrem devido principalmente da morte de determinados neurônios chamados *neurônios dopaminérgicos*.

#### 2.2 – Sintomas

Os principais sintomas apresentados na DP são as alterações motoras, que incluem o tremor de repouso, bradicinesia, ou seja, lentidão dos movimentos, a rigidez e alteração do equilíbrio. O início dos sintomas é lento e gradual.

Alguns sintomas podem aparecer antes das manifestações motoras, como diminuição do olfato, sintomas depressivos, alterações do sono e constipação intestinal.

O tremor aparece na maioria dos pacientes como um sintoma inicial, que afeta principalmente as mãos, mas podendo porventura aparecer em outros membros como nas pernas e no queixo. Ocorre principalmente quando o portador da DP está em repouso e com os membros relaxados e melhora com os movimentos. Os tremores podem piorar com a ansiedade e o cansaço.

### **2.2.1 – Tremor das Mãos**

Dentre os sintomas descritos acima inicialmente, sem dúvida alguma, o tremor nas mãos é um dos problemas que trazem grande desconforto aos pacientes portadores da Doença de Parkinson.

Os tremores ocorrem com maior intensidade, normalmente, durante o repouso, diminuindo sua intensidade conforme os portadores da DP se movimentam. Porém estes tremores causam inúmeras situações constrangedoras aos portadores de DP como por exemplo efetuar tarefas simples do dia a dia, como abrir a porta de casa, manusear talheres. Fazendo assim com que os portadores da doença se sintam excluídos da sociedade, deixando de comparecer a eventos familiares, como festas, jantares, acentuando assim os sintomas da doença, e com isso o aparecimento de outras doenças como a depressão.

A frequência de vibração das mãos ocorre em cerca de 4Hz, sendo avaliada clinicamente.

### **2.3 – Tratamento**

O tratamento da DP ainda é um campo a ser vastamente estudado pela medicina. Porém existem alguns tipos de tratamentos, bastante utilizados atualmente.

O principal método de tratamento de um portador de DP é do uso de drogas medicinais para atenuação dos sintomas causados pela DP. Dente as drogas utilizadas no tratamento a mais utilizada é a levedopa.

A levedopa é muito utilizada, pois ela atua no reestabelecimento, ao menos parcial, da transmissão dopaminérgica, ou seja, ela atua na neurotransmissão da dopamina.

No final da década de sessenta o uso da levedopa revolucionou o tratamento da DP, pois pacientes em estado grave, confinados a uma cadeira de rodas conseguiram recuperar a mobilidade utilizando a droga.

Porém o uso da levedopa apresenta uma série de efeitos colaterais. Como a intolerância gastrointestinal, distúrbios psiquiátricos e hipotensão ortostática (queda de pressão arterial quando mudamos da posição sentado, para em pé, podendo causar desmaios).

Os tratamentos não medicamentosos incluem a fisioterapia, e atualmente o procedimento cirúrgico, que são vantajosos para pacientes intolerantes aos medicamentos. Porém os custos de uma cirurgia deste porte são altíssimos e ainda existe o risco de infecção ou falhas nos equipamentos, podendo deixar sequelas definitivas.

## CAPÍTULO 3

### PROJETO DO ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÃO

O objetivo do presente capítulo é descrever de maneira sucinta o projeto do absorvedor dinâmico de vibrações (ADV), apresentando como o mesmo foi construído e detalhando cada parte do mesmo.

#### 3.1 – Descrição do ADV

O ADV foi projetado em um formato de uma pulseira para que ele pudesse facilmente ser colocado na mão de uma pessoa, ele possui molas e uma massa característica que com os tremores provenientes da Doença de Parkinson fará com que a esses tremores sejam atenuados.

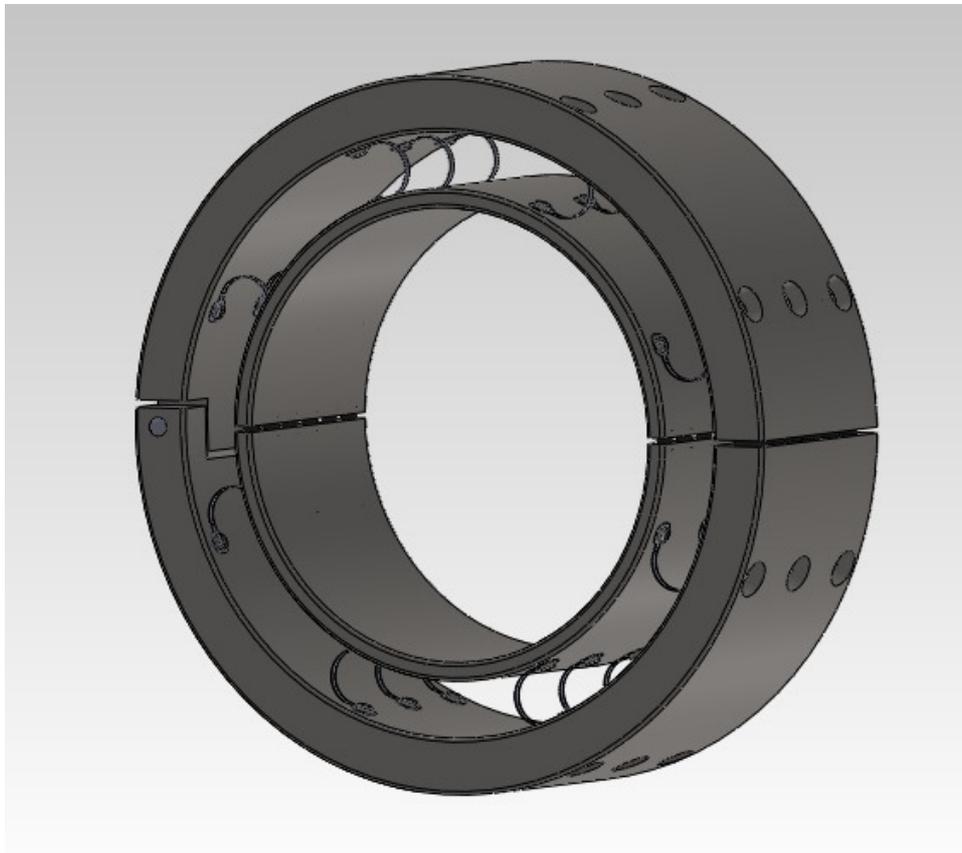


Figura 3.1.1 – Dispositivo ADV

Como mostra a figura 3.1.1 e fora mencionado anteriormente o dispositivo ADV foi projetado em forma de uma pulseira contando molas dipostas de maneira simétrica em torno de uma circunferência, um total de vinte e quatro molas aparafusadas ao longo do dispositivo.

Estas molas também foram projetadas de maneira a se adaptar ao dispositivo ADV, possui formato de uma de uma semicircunferência e com abas nas pontas permitindo uma fácil instalação através de porcas e parafusos.

### 3.2 Dimensões do ADV

A seguir vamos apresentar as dimensões do ADV de maneira sucinta, pois o mesmo será feita de maneira completa nos desenhos mecânicos apresentados no ANEXO.

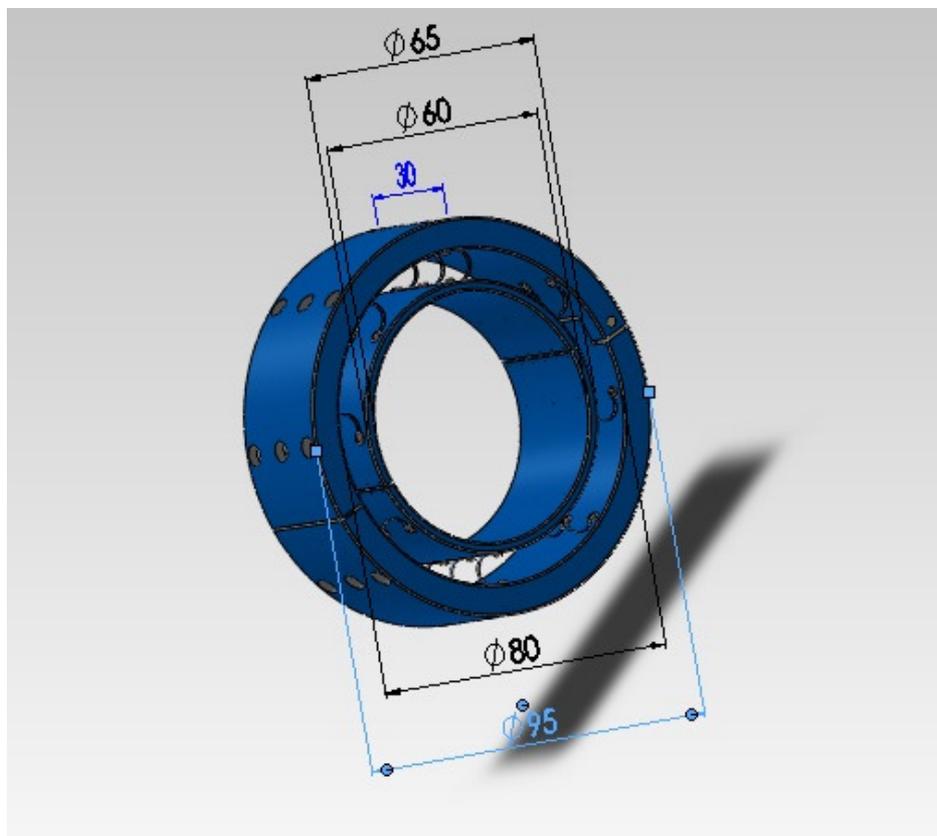


Figura 3.2.1 – Ilustração do ADV com suas dimensões parte frontal

A medida da profundidade da peça que não pode ser enxergada na Figura 3.2.1 é de trinta milímetros.

### 3.2.1 Dimensões da Mola

Estas molas também foram projetadas de maneira a se adaptar ao dispositivo ADV, possui formato de uma de uma semicircunferência e com abas nas pontas permitindo uma fácil instalação através de porcas e parafusos.

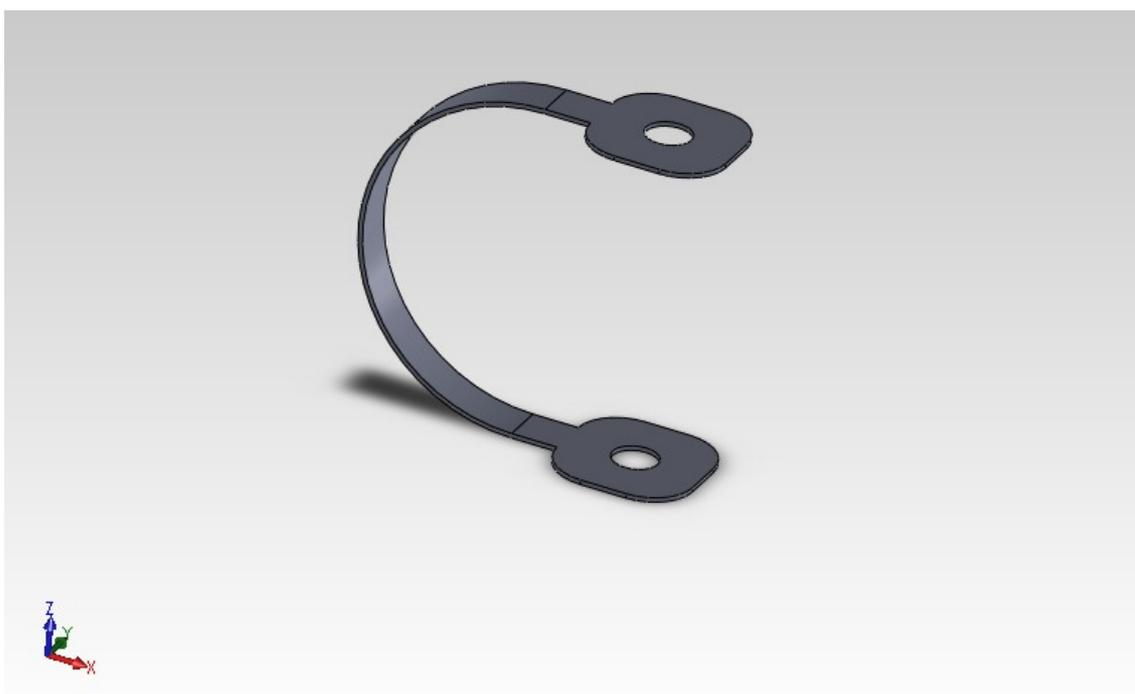


Figura 3.2.1.1 – Mola utilizada no ADV

A mola descrita acima é composta do material Aço SAE 1070, é feita de uma chapa de aço de 0,1 *mm* de espessura, facilmente encontrada no mercado, possui também uma largura de 1 *mm* e uma altura de 7,4 *mm*, dimensões estas devidamente calculadas nos capítulos posteriores, visando a maior eficácia na atenuação das vibrações provenientes dos tremores dos portadores da DP.

### 3.3 Fixação das Molas

A fixação das molas é feita através de parafusos e porcas que são afixados ao longo do dispositivo ADV.

Os parafusos e as porcas possuem dimensões normatizadas do tipo M1-0.25x2 na parte interna do ADV e na parte externa ADV afixadas com parafusos do tipo M1-0.25x6 e porca sextavada M1x0.25 encontrados em catálogo [4].

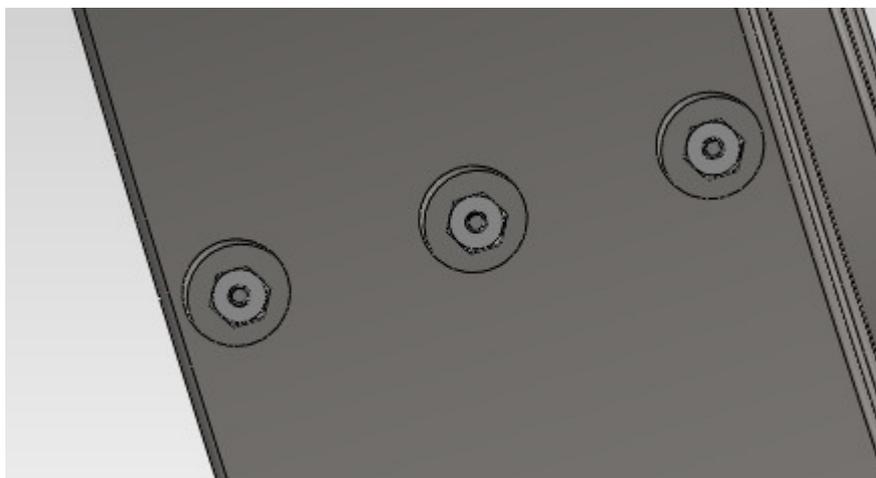


Figura 3.3.1 – Ilustração de como as molas são afixadas na parte externa (porca)

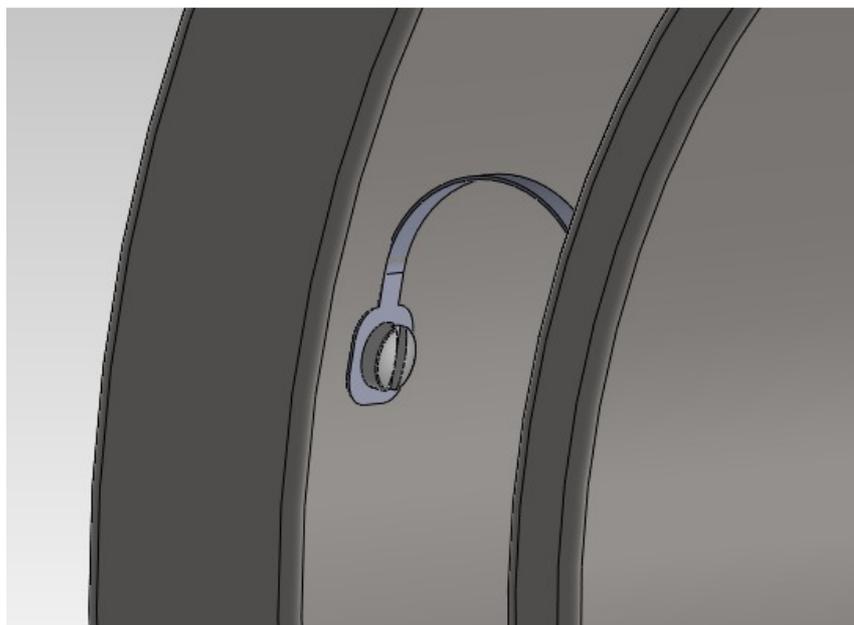


Figura 3.3.2 – Ilustração de como as molas são afixadas na parte externa (parafuso)

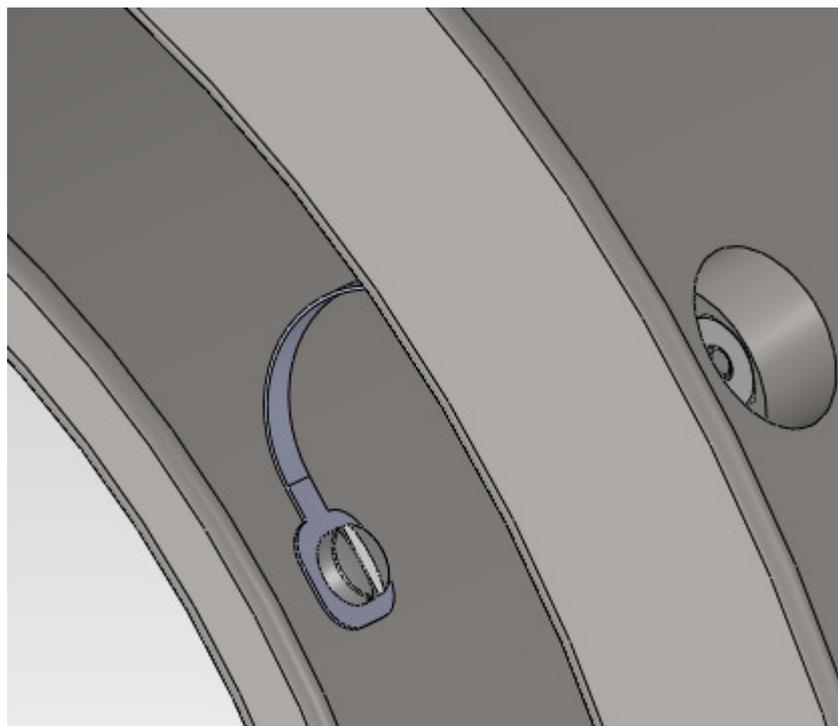


Figura 3.3.3 - Ilustração de como as molas são afixadas na parte interna (parafuso)

As figuras acima ilustram como as molas são afixadas no ADV, mostrando inicialmente a parte externa, nas Figura 3.3.1 e Figura 3.3.2 e parte interna na Figura 3.3.3.

### **3.4 – Fechamento do dispositivo ADV**

O dispositivo ADV trabalha com uma espécie de pulseira, que abre e fecha conforme a necessidade do seu usuário.

Foi escolhido para fazer o fechamento da pulseira pequenas pastilhas de ímãs dispostos ao longo do dispositivo ADV.

O fechamento do dispositivo ADV possui um pino rebatido de aço SAE 1020 para que o movimento de abre-fecha seja feito com facilidade

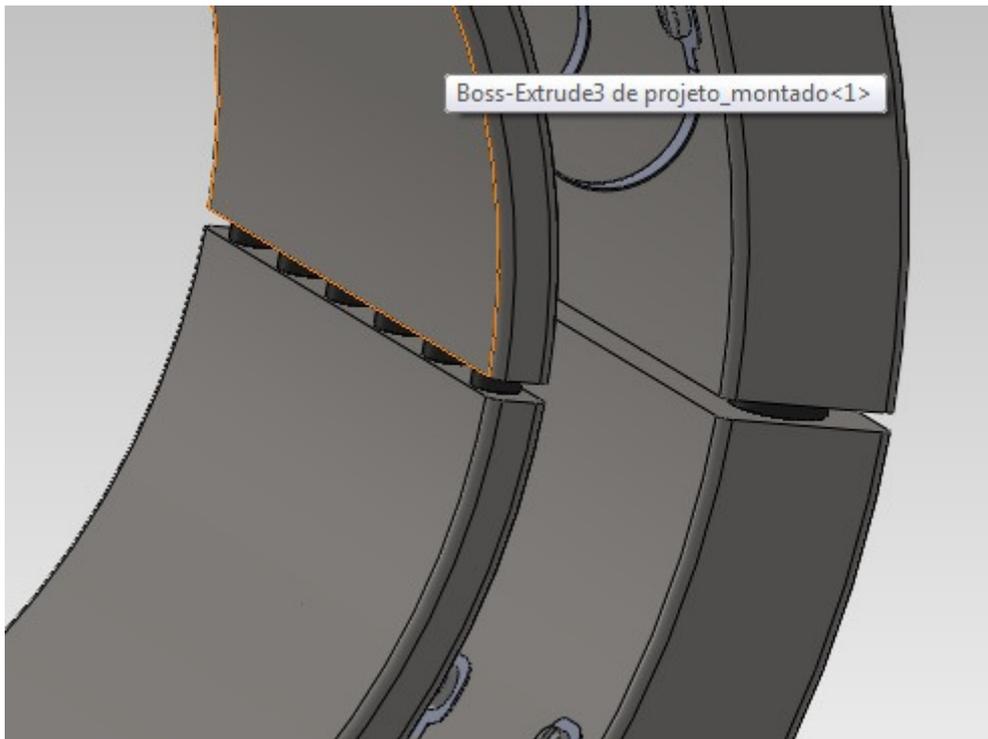


Figura 3.4.1 – Fechamento da pulseira com ímãs na partes interna e externa

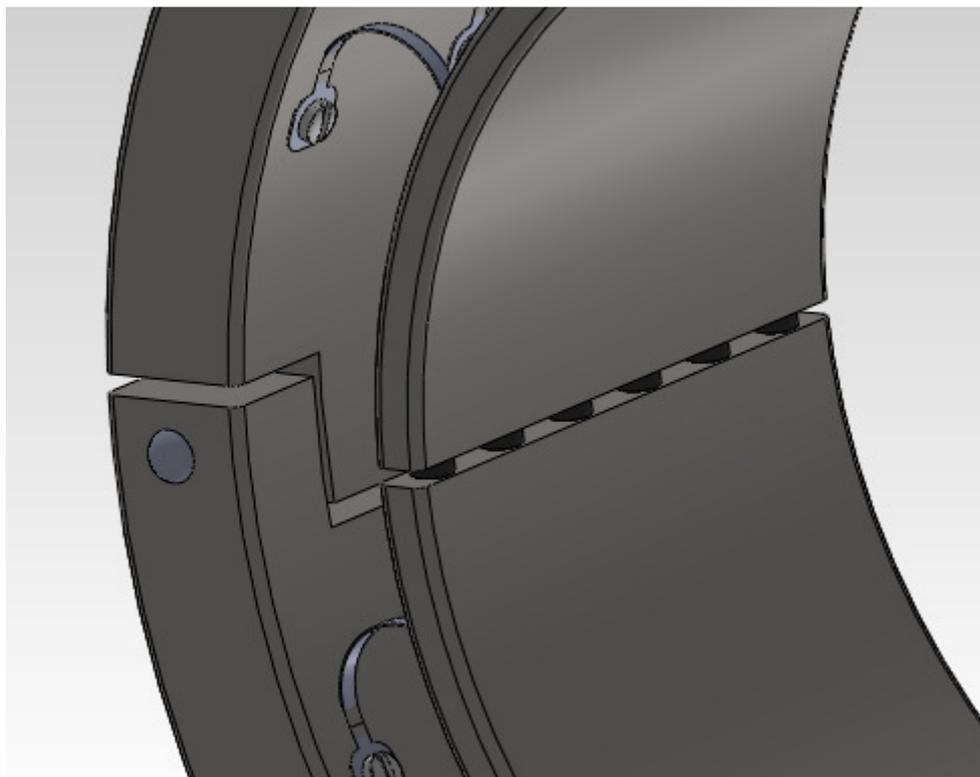


Figura 3.4.2 – Fechamento da pulseira com ímãs na parte interna

Estes ímãs são ímãs de neodímio N35 em formato de uma pastilha, os ímãs da parte externa possuem um diâmetro de 4 mm e 2.5 mm de comprimento e os ímãs da parte interna possuem a metade do diâmetro, ou seja, 2 mm e mesmo comprimento.

No total temos doze ímãs na parte interna e seis ímãs na parte externa do ADV. Cada ímã deste tipo exerce as seguintes forças [5]. O ímã da parte interna sustenta uma força de aproximadamente 1 N cada um e os ímãs externos como são maiores apresentam uma força de aproximadamente 4,5 N, ou seja, como temos 12 ímãs da parte interna e 6 ímãs da parte externa, podemos calcular a força que os ímãs exercem.

Calculando de acordo com explicitado acima obtemos:

$$F_{ímãs} = 39 \text{ N}$$

A questão que deve ser respondida agora é se essa força é suficiente para manter fechado. Mediante a algumas simulações numéricas que serão calculadas posteriormente é possível calcular a força que atua no ADV.

Força no ADV [N]

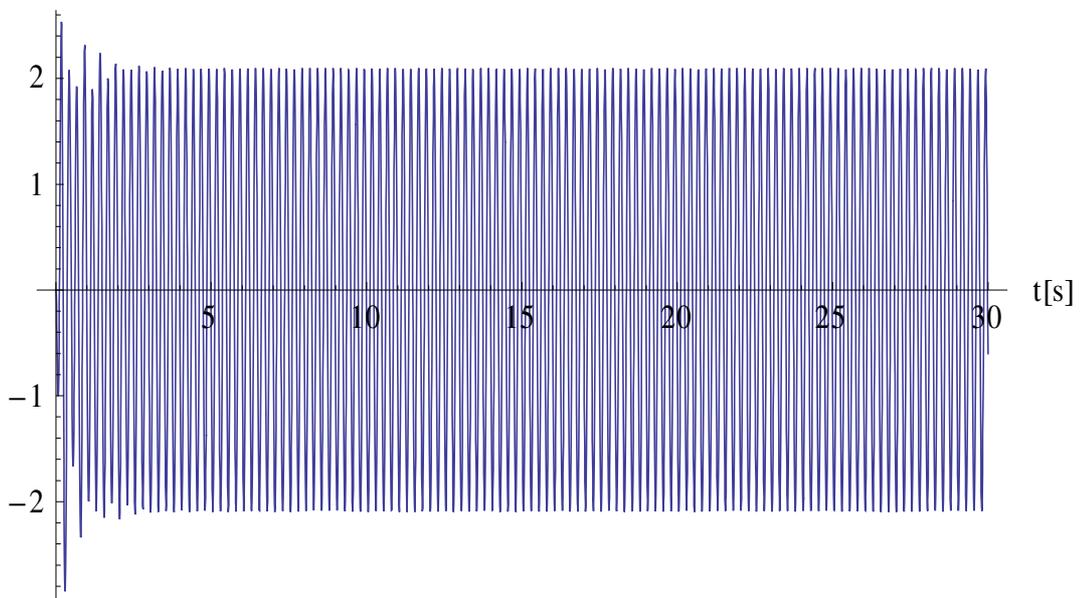


Figura 3.4.3 – Força atuante na mola em função do tempo

Mediante a interpretação do gráfico da Figura 3.4.3, é fácil ver que força máxima atuando nas molas é muito menor que a força que os ímãs fazem para fechar o dispositivo do ADV, ou seja, os ímãs escolhidos exercem forças muito superiores as necessárias para se manter fechado o dispositivo ADV.

## CAPÍTULO 4

### ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÕES

O Absorvedor dinâmico de vibrações, consiste em utilizar de um incremento de uma massa com uma uma mola com uma rigidez e amortecimento afim com este sistema secundário (Absorvedor) atenuar as vibrações de um sistema primário, atenuando vibrações indesejáveis para o bom funcionamento de um sistema [6].

#### 4.1 – Sistema com um grau de liberdade

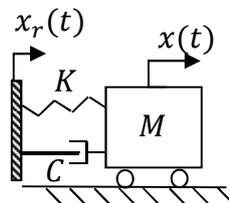


Figura 4.1.1 – Sistema massa mola – amortecedor

Onde:

$M$  é a massa do braço;

$K$  é a rigidez do braço;

$C$  é o coeficiente de amortecimento do braço;

$x_r$  é a coordenada de forçamento;

$x$  é a coordenada da posição do braço;

Fazendo o diagrama de corpo livre

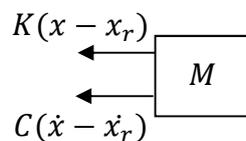


Figura 4.1.2 – Diagrama de corpo livre do sistema massa mola amortecedor

Aplicando a Lei de Newton:

$$M\ddot{x} = -K(x - x_r) - C(\dot{x} - \dot{x}_r)$$

Rearranjando obtêm-se

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = C\dot{x}_r + Kx_r$$

Seja o termo de forçamento:

$$x_r = A \exp(j\Omega t)$$

Onde:

$A$  é a amplitude da coordenada de forçamento;

$\Omega$  é a frequência de forçamento

Substituindo o a expressão de  $x_r(t)$ , obtemos:

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = (j\Omega C + K)A \exp(\Omega t)$$

Simplificando obtém-se:

$$\ddot{x} + 2\xi\omega_n \dot{x} + \omega_n^2 x = (2\xi\omega_n j + \omega_n^2)A \exp(\Omega t)$$

Onde:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}}$$

$$\xi = \frac{C}{2 M \omega_n}$$

## 4.2 - Função Resposta em Frequência de um sistema de um grau de liberdade:

A equação de movimento anteriormente deduzida:

$$\ddot{x} + 2\xi\omega_n \dot{x} + \omega_n^2 x = (2\xi\omega_n j + \omega_n^2)A \exp(j\Omega t)$$

Supondo:

$$x = \hat{x} \exp(j\Omega t)$$

Obtêm-se,

$$\{-\Omega^2 + j(2\xi\omega_n\Omega) + \omega_n^2\} \hat{x} \exp(j\Omega t) = (2\xi\omega_n j + \omega_n^2)A \exp(j\Omega t)$$

Rearranjando os termos:

$$\frac{\hat{x}}{A} = \frac{1 + j(2\xi r)}{(1 - r^2) + j(2\xi r)}$$

Onde:

$$r = \frac{\Omega}{\omega_n}$$

O módulo da amplitude:

$$\left| \frac{\hat{x}}{A} \right| = \sqrt{\frac{1 + (2\xi r)^2}{(1 - r^2)^2 + (2\xi r)^2}}$$

Finalmente é possível plotar os gráficos da função resposta em frequência

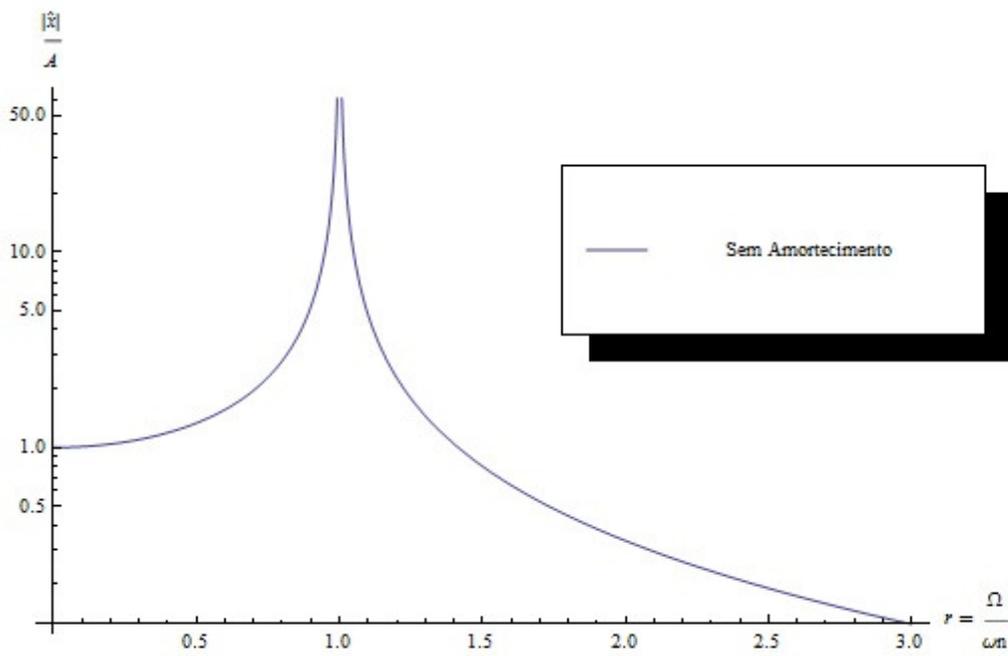


Figura 4.2.1 – Sistema sem ADV e com amortecimento nulo

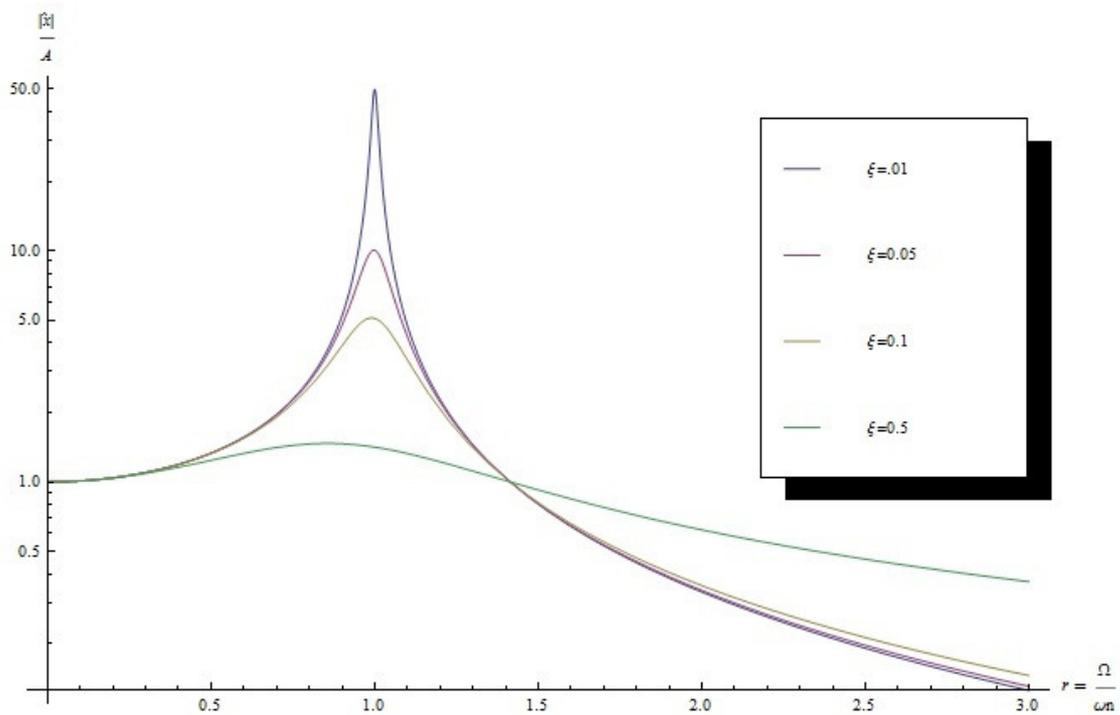


Figura 4.2.2 – Sistema sem ADV com amortecimento viscoso

### 4.3 – Teoria Clássica do ADV

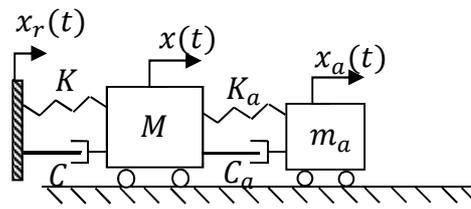


Figura 4.3.1-Sistema massa-mola-amortecedor com dois graus de liberdade

Onde:

$M$  é a massa do braço;

$m_a$  é massa do amortecedor de vibrações;

$K$  é a rigidez do braço;

$K_a$  é a rigidez do dispositivo amortecedor de vibrações;

$C$  é o coeficiente de amortecimento do braço;

$C_a$  é o coeficiente de amortecimento do dispositivo amortecedor de vibrações;

$x_r$  é a coordenada de forçamento;

$x$  é a coordenada da posição do braço;

$x_a$  é a coordenada da posição do dispositivo amortecedor de vibrações.

Fazendo o diagrama de corpo livre de cada um dos corpos

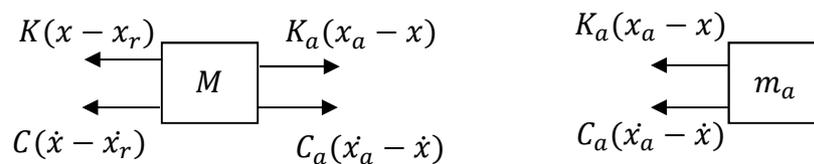


Figura 4.3.2 – Diagrama de corpo livre do sistema de dois graus de liberdade

Aplicando a lei de Newton para ambos os corpos temos:

$$M\ddot{x} = -K(x - x_r) - C(\dot{x} - \dot{x}_r) + K_a(x_a - x) + C_a(\dot{x}_a - \dot{x})$$

$$m_a\ddot{x} = -K_a(x_a - x) - C_a(\dot{x}_a - \dot{x})$$

Rearranjando na forma matricial obtemos:

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & m_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{x}_a \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (C + C_a) & -C_a \\ -C_a & C_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_a \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (K + K_a) & -K_a \\ -K_a & K_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ x_a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} C\dot{x}_r + Kx_r \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Seja o termo de forçamento:

$$x_r = A \exp(j\Omega t)$$

Onde:

$A$  é a amplitude da coordenada de forçamento;

$\Omega$  é a frequência de forçamento.

Substituindo o a expressão de  $x_r(t)$ , obtemos:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & m_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{x}_a \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (C + C_a) & -C_a \\ -C_a & C_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_a \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (K + K_a) & -K_a \\ -K_a & K_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ x_a \end{Bmatrix} \\ & = \begin{Bmatrix} CA \Omega \exp(\Omega t) + KA \exp(\Omega t) \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

Rearranjando o termo de forçamento para:

$$f_0 \exp(j\Omega t - \alpha)$$

Onde:

$$f_0 = A \sqrt{K^2 + (\Omega C)^2}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left( -\frac{\Omega C}{K} \right)$$

O que dá:

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & m_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \dot{x}_a \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (C + C_a) & -C_a \\ -C_a & C_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_a \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (K + K_a) & -K_a \\ -K_a & K_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ x_a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_0 \exp(j\Omega t - \alpha) \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Para calcular as frequências e os modos de vibração, é possível fazer uma análise de vibração livre, ou seja, vamos calcular as frequências e modos naturais considerando a matriz de amortecimento e o forçamento nulos [7]:

A partir do cálculo do determinante de  $[K] - \omega^2[M]$

Onde:

$[K]$  é a matriz de rigidez

$[M]$  é a matriz de massa

$$\det \begin{bmatrix} (K + K_a) - \omega^2 & -K_a \\ -K_a & K_a - \omega^2 \end{bmatrix} = 0$$

Obtemos os autovalores, ou seja, as frequências naturais e partir daí os modos de vibração associados.

#### 4.4 - Função Resposta em Frequência de um sistema de dois graus de liberdade:

Utilizando as equações desenvolvidas no tópico anterior podemos a calcular a função resposta em frequência do sistema a ser a analisado.

Como anteriormente citadas as equações de movimento são:

$$M \ddot{x} + (C + C_a)\dot{x} - C_a\dot{x}_a + (K + K_a)x - K_a x_a = C\dot{x}_r + Kx_r$$

$$m_a\ddot{x}_a - C_a\dot{x} + C_a\dot{x}_a - K_ax + K_ax_a = 0$$

Supondo:

$$x = \hat{x} \exp(j\Omega t);$$

$$x_a = \hat{x}_a \exp(j\Omega t);$$

$$x_r = \hat{x}_r \exp(j\Omega t).$$

Onde:

$\Omega$  é frequência de excitação;

$j = \sqrt{-1}$  é a raiz imaginária

#### 4.4.1 – Sistema de dois graus de liberdade não amortecido:

$$M \ddot{x} + (K + K_a) x - K_a x_a = K x_r$$

$$m_a \ddot{x}_a - K_a x + K_a x_a = 0$$

Substituindo os valores de  $x$ ,  $x_a$  e  $x_r$ :

$$\{-M \Omega^2 \hat{x} + (K + K_a) \hat{x} - K_a \hat{x}_a\} \exp(j\Omega t) = K A \exp(j\Omega t)$$

$$\{-m_a \Omega^2 \hat{x}_a - K_a \hat{x} + K_a \hat{x}_a\} \exp(j\Omega t) = 0$$

Rearranjando termo a termo obtemos o seguinte par de equações:

$$\begin{cases} (K + K_a - M \Omega^2) \hat{x} - K_a \hat{x}_a = K A \\ -K_a \hat{x} + (K_a - m_a \Omega^2) \hat{x}_a = 0 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema de equações lineares é fácil encontrar os valores de  $\hat{x}$  e  $\hat{x}_a$ :

$$\frac{\hat{x}}{A} = \frac{(f^2 - r^2)}{\{(f^2 - r^2)(1 + \mu f^2 - r^2) - \mu f^4\}}$$

$$\frac{\hat{x}_a}{A} = \frac{f^2}{\{(f^2 - r^2)(1 + \mu f^2 - r^2) - \mu f^4\}}$$

Onde:

$f = \frac{\omega_n}{\omega_a}$ , é o fator de sintonização; .

$\mu = \frac{m_a}{M}$ , é a razão das massas;

$r = \frac{\Omega}{\omega_n}$ , é a frequência de excitação normalizada;

$A$  é a amplitude de excitação

O módulo das amplitudes é dado por:

$$\frac{|\hat{x}|}{A} = \sqrt{\frac{(f^2 - r^2)^2}{\{(f^2 - r^2)(1 + \mu f^2 - r^2) - \mu f^4\}^2}}$$

E,

$$\frac{|\hat{x}_a|}{A} = \sqrt{\frac{(f^2)^2}{\{(f^2 - r^2)(1 + \mu f^2 - r^2) - \mu f^4\}^2}}$$

Com a utilização do ADV não amortecido podemos verificar nos gráficos das funções resposta em frequência, que é possível atenuar a amplitude de vibração no ponto de atenuação máxima ( $r = 1$ ).

Finalmente os gráficos das funções resposta em frequência:

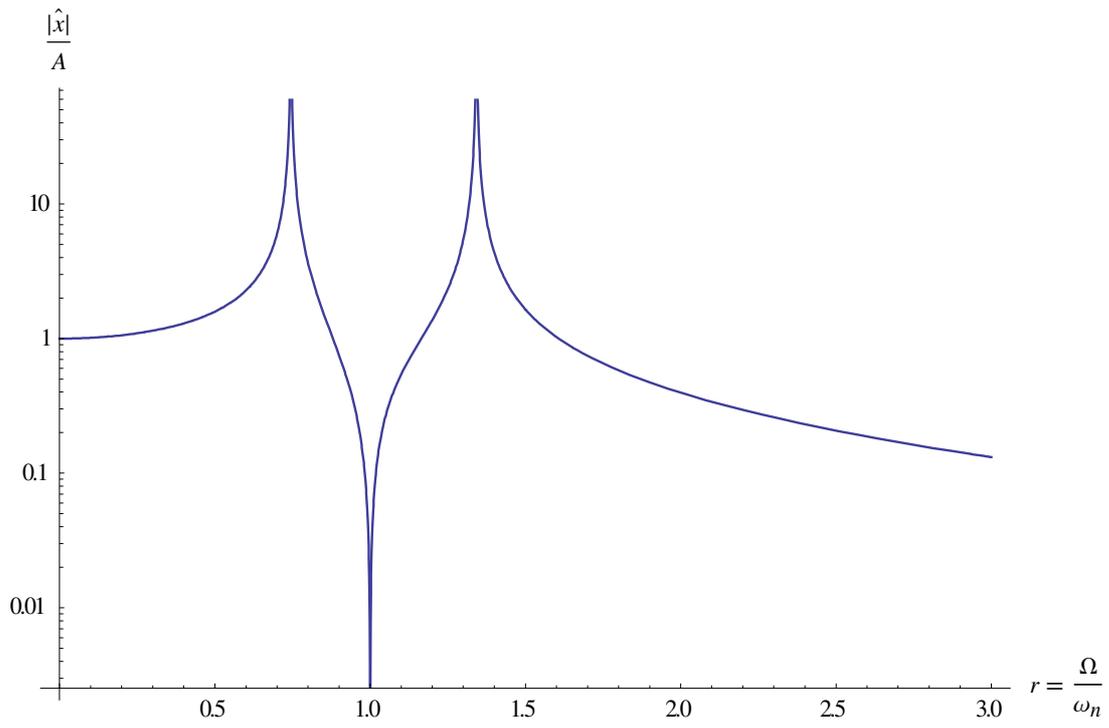


Figura 4.4.1.1 – Função Resposta em Frequência sem Amortecimento

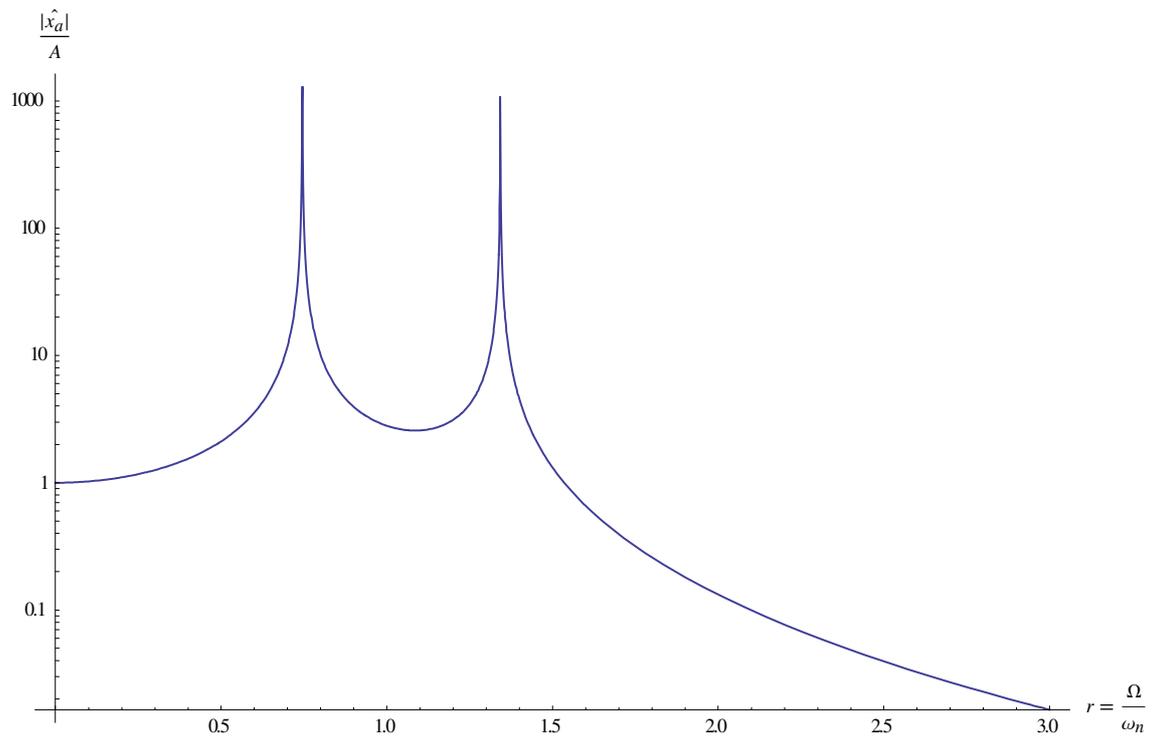


Figura 4.4.1.2 – Função Resposta em Frequência sem Amortecimento

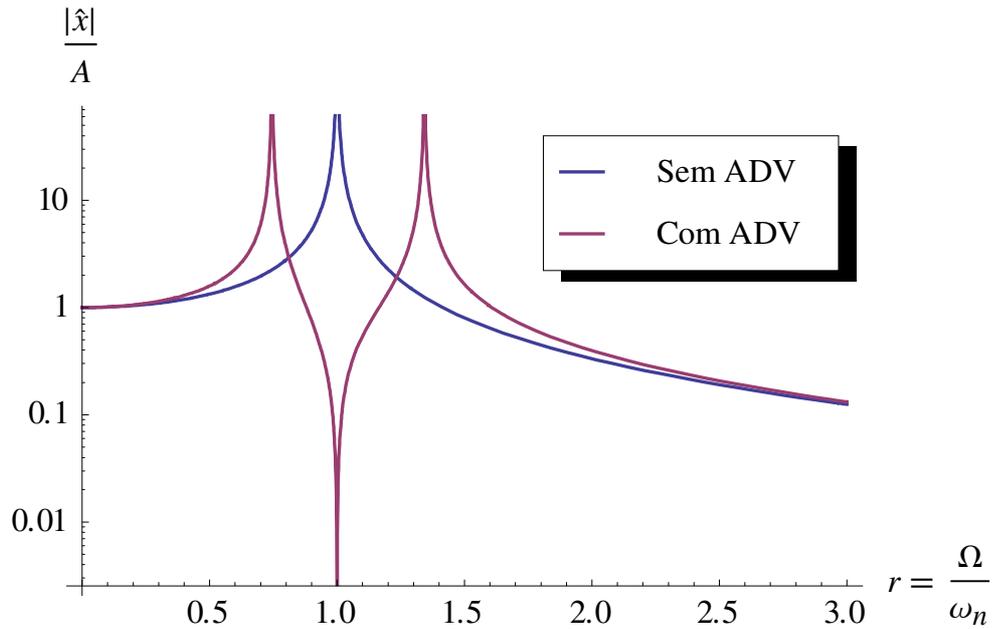


Figura 4.4.1.3 – Função Resposta em Frequência com e sem ADV

#### 4.4.2 - Sistema de dois graus de liberdade com um amortecimento viscoso:

$$M \ddot{x} + C_a \dot{x} - C_a \dot{x}_a + (K + K_a) x - K_a x_a = K x_r$$

$$m_a \ddot{x}_a - C_a \dot{x} + C_a \dot{x}_a - K_a x + K_a x_a = 0$$

Substituindo os valores de  $x$ ,  $x_a$  e  $x_r$ :

$$\{-M\Omega^2 \hat{x} + j\Omega C_a \hat{x} - j\Omega C_a \hat{x}_a + (K + K_a) \hat{x} - K_a \hat{x}_a\} \exp(j\Omega t) = KA \exp(j\Omega t)$$

$$\{-m_a \Omega^2 \hat{x} - j\Omega C_a \hat{x} + j\Omega C_a \hat{x}_a - K_a \hat{x} + K_a \hat{x}_a\} \exp(j\Omega t) = 0$$

Rearranjando termo a termo obtemos o seguinte par de equações:

$$\begin{cases} (K + K_a + j\Omega C_a - M \Omega^2) \hat{x} - (j\Omega C_a + K_a) \hat{x}_a = KA \\ -(K_a + j\Omega C_a) \hat{x} + (K_a + j\Omega C_a - m_a \Omega^2) \hat{x}_a = 0 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema de equações lineares e calculando os módulos  $|\hat{x}|$  e  $|\hat{x}_a|$ , obtém-se:

$$\frac{|\hat{x}|}{A} = \sqrt{\frac{(2\xi r)^2 + (r^2 - f^2)^2}{(2\xi r)^2(r^2 - 1 + \mu r^2)^2 + [\mu r^2 f^2 - (r^2 - 1)(r^2 - f^2)]^2}}$$

E

$$\frac{|\hat{x}_a|}{A} = \sqrt{\frac{(2\xi r)^2 + (f^2)^2}{(2\xi r)^2(r^2 - 1 + \mu r^2)^2 + [\mu r^2 f^2 - (r^2 - 1)(r^2 - f^2)]^2}}$$

Diferentemente do que acontece no caso não amortecido, com o amortecimento viscoso existe a influência do amortecimento para ajustar o ponto onde essa atenuação é máxima.

Finalmente os gráficos das funções resposta em frequência para sistemas com amortecimento viscoso:

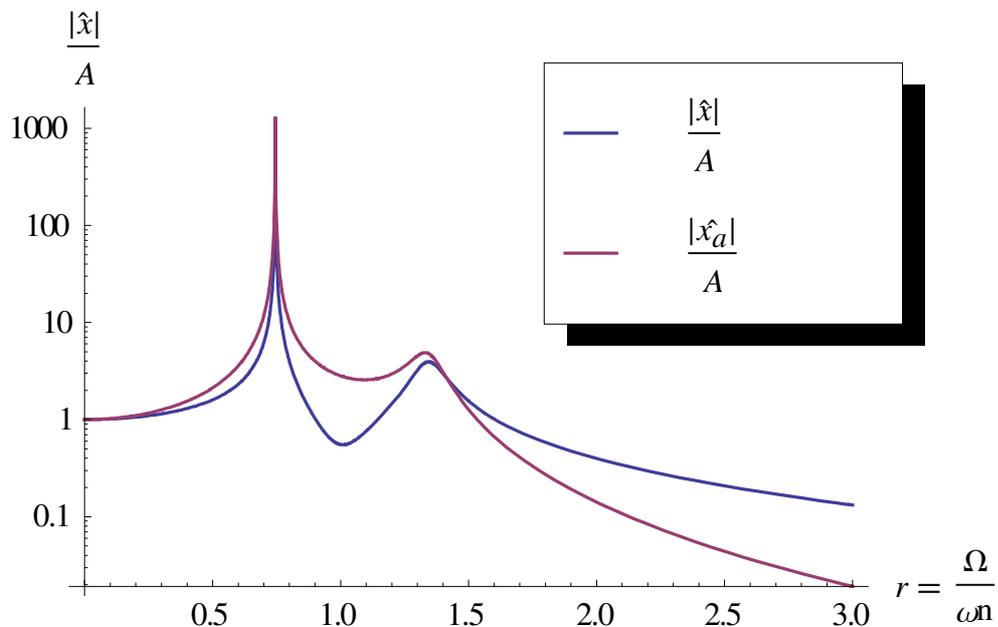


Figura 4.4.2.1 – Função Resposta em Frequência com Amortecimento

#### 4.4.3 - Sistema de dois graus de liberdade com dois amortecimentos viscosos:

$$M \ddot{x} + (C + C_a)\dot{x} - C_a\dot{x}_a + (K + K_a)x - K_a x_a = C\dot{x}_r + Kx_r$$

$$m_a\ddot{x}_a - C_a\dot{x} + C_a\dot{x}_a - K_ax + K_ax_a = 0$$

$$\{-M \Omega^2 \hat{x} + j\Omega(C + C_a) \hat{x} - j\Omega C_a \hat{x}_a + (K + K_a)\hat{x} - K_a \hat{x}_a\} \exp(j\Omega t)$$

$$= \{jC\Omega A + KA\} \exp(j\Omega t)$$

$$\{-m_a \Omega^2 \hat{x}_a - j\Omega C_a \hat{x} + j\Omega C_a \hat{x}_a - K\hat{x} + K\hat{x}_a\} \exp(j\Omega t) = 0$$

Rearranjando termo a termo obtemos o seguinte par de equações:

$$\begin{cases} (K + K_a + j\Omega(C + C_a) - M \Omega^2) \hat{x} - (j\Omega C_a + K_a) \hat{x}_a = (K + j\Omega C)A \\ -(K_a + j\Omega C_a) \hat{x} + (K_a + j\Omega C_a - m_a \Omega^2) \hat{x}_a = 0 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema de equações lineares e calculando os módulos  $|\hat{x}|$  e  $|\hat{x}_a|$ , obtém-se:

se:

$$\frac{\hat{x}}{A}$$

$$= \frac{(f^2 - r^2)^2 + 4fr^2(2r^2 + f(1 - 2r^2\mu + (f + r^2\mu)))\xi^2 + 16f^2r^4\xi^4}{\sqrt{r^2 - r^4 + f^2((-1 + r^2(1 + \mu)))^2 + 4r^2(f^4 + r^4 + 2fr^4\mu + f^2(1 + r^4(1 + \mu)^2 - 2r^2(2 + \mu))\xi^2 + 16f^2r^4\xi^4}}$$

$$\frac{\hat{x}_a}{A}$$

$$= \frac{f^2(1 + 4r^2\xi^2)(f^2 + 4r^2\xi^2)}{\sqrt{r^2 - r^4 + f^2((-1 + r^2(1 + \mu)))^2 + 4r^2(f^4 + r^4 + 2fr^4\mu + f^2(1 + r^4(1 + \mu)^2 - 2r^2(2 + \mu))\xi^2 + 16f^2r^4\xi^4}}$$

Finalmente os gráficos das funções resposta em frequência para sistemas com amortecimento viscoso:

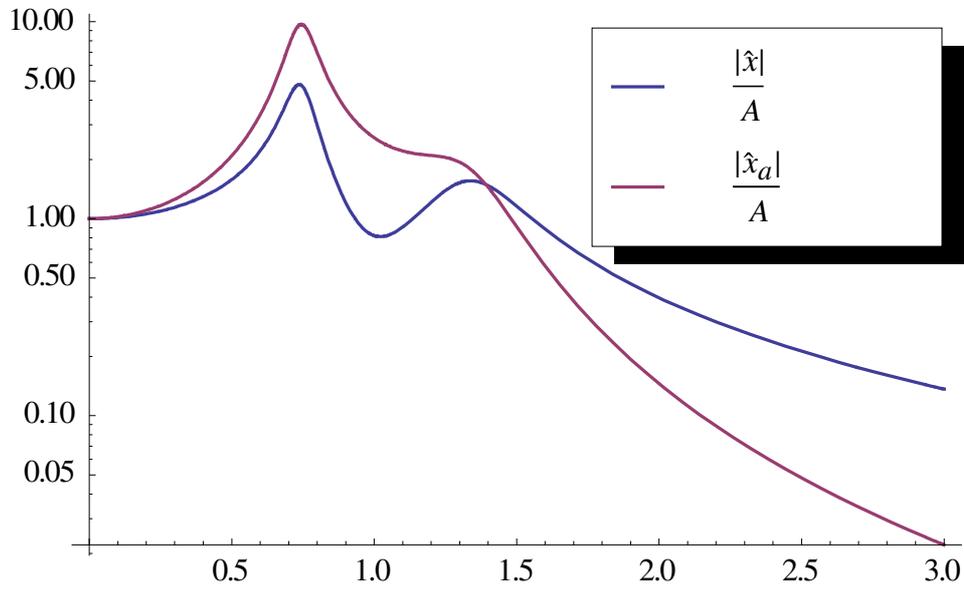


Figura 4.4.2.2 – Função Resposta em Frequência com amortecimento no sistema do primário (braço) e no ADV

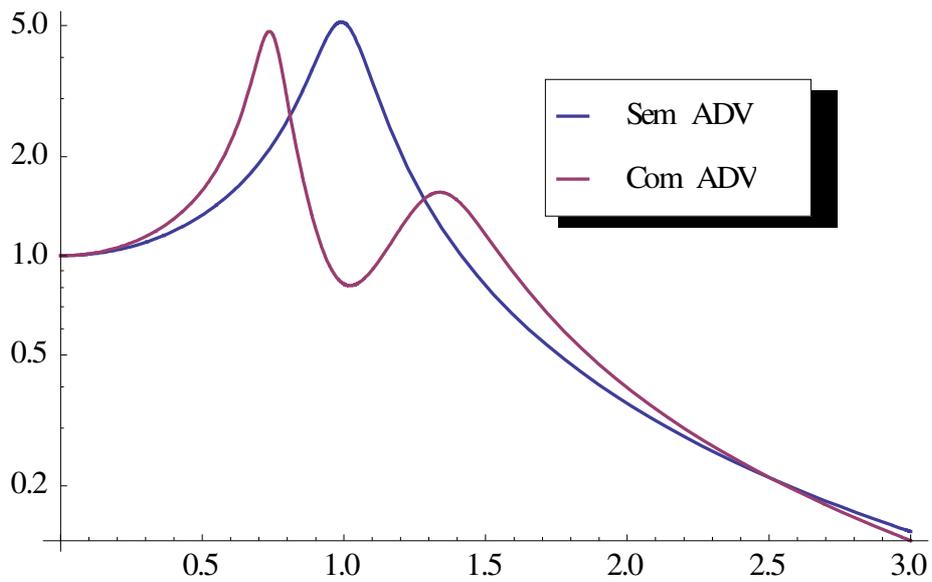


Figura 4.4.2.3 – Função Resposta em Frequência com e sem ADV

#### 4.5 – Simulações Numéricas

No presente capítulo, uma série de simulações numéricas será feita a fim de calcular as respostas no tempo do sistema do absorvedor dinâmico de vibrações adotado.

O sistema considerado como antes já mencionado será para atenuar vibrações de tremores de pacientes com Doença de Parkinson.

Utilizaremos a frequência de excitação uma frequência de 4 Hz aproximadamente que corresponde a vibração do braço de um Parkinsoniano em repouso.

A partir disto, consideraremos os seguintes dados para o cálculo das vibrações: Massa do braço, massa do ADV, rigidez do braço, rigidez do ADV, constante de amortecimento do braço, constante de amortecimento do ADV e a frequência circular de excitação e amplitude de vibração respectivamente:

$$M = 1,4 \text{ kg}$$

$$m_a = 0,5 \text{ kg}$$

$$K = 410 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$K_a = 510 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$C = 4,79 \frac{\text{N s}}{\text{m}}$$

$$C_a = 3,20 \frac{\text{N s}}{\text{m}}$$

$$\Omega = 8\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$A = 8 \text{ mm}$$

#### 4.5.1 – Simulação sem o ADV

Inicialmente faremos a simulação para a resposta no tempo do sistema sem o Absorvedor Dinâmico de Vibrações, ou seja, analisaremos a resposta no tempo do braço de um parkinsoniano vibrando sem quaisquer dispositivo de atenuação.

Ou seja, analisaremos os comportamento de um massa mola amortecedor com um grau de liberdade.

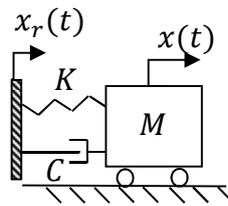


Figura 4.5.1.1 – Sistema sem ADV

Utilizando os dados mencionados acima obtemos a seguinte resposta no tempo:

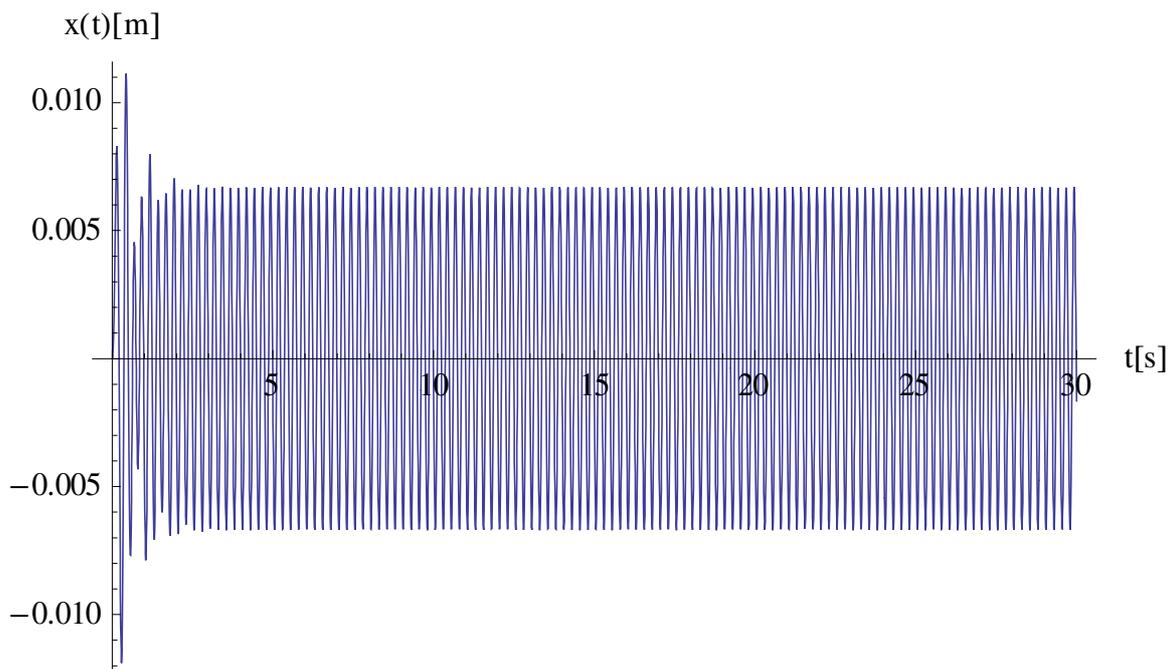


Figura 4.5.1.2 – Resposta no tempo de um sistema sem ADV

É trivial notar no gráfico acima que o sistema possui uma fase transitente e outra permanente, a partir do instante  $t = 3$  s aproximadamente o regime torna-as e permanente.

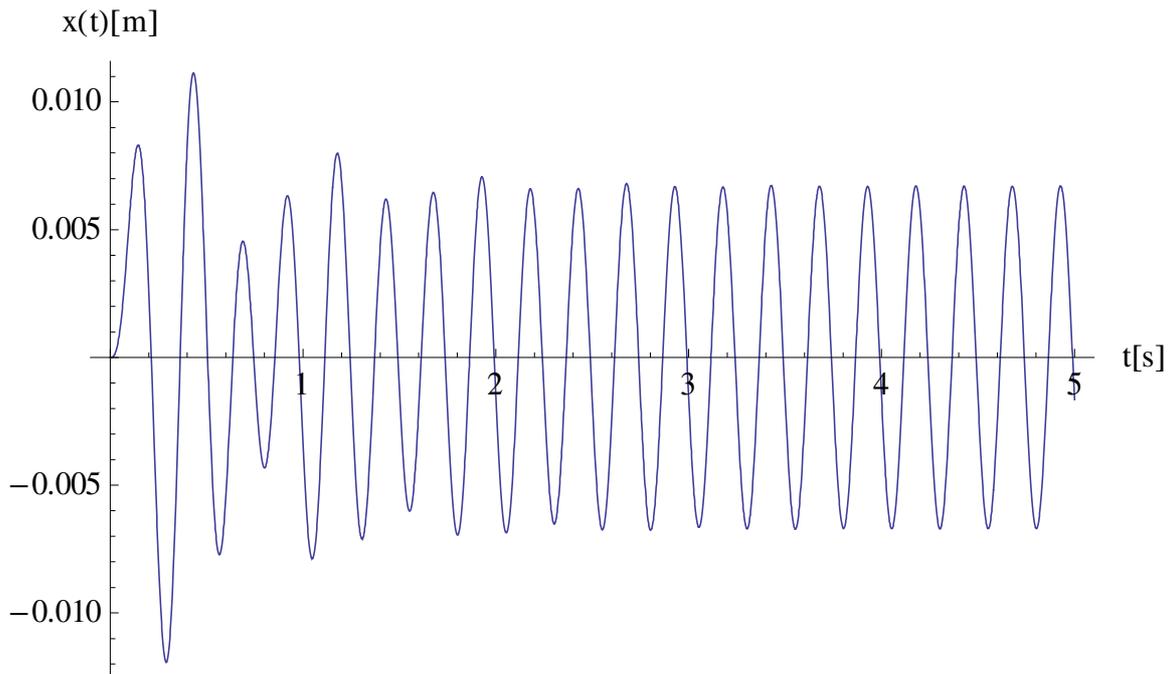


Figura 4.5.1.3 – Resposta no tempo de um sistema sem ADV – Transiente

O gráfico acima mostra como se comporta inicialmente o sistema sem o ADV, ele começa com o um regime transiente, porém logo se estabiliza.

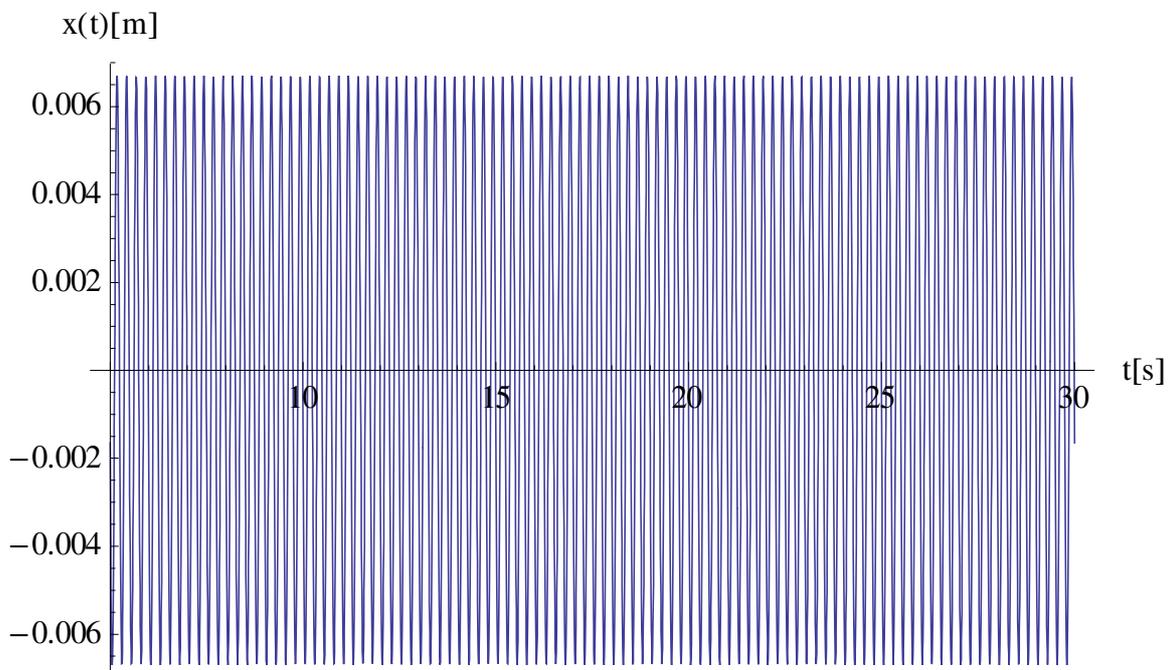


Figura 4.5.1.4 - Resposta no tempo de um sistema sem ADV – Regime permanente

O gráfico da Figura 4.5.1.4 mostra o regime permanente do sistema sem o ADV, o gráfico foi plotado a partir do instante  $t = 5$  s.

A partir dos dados obtidos podemos obter os valores máximos e mínimos no regime permanente.

Para garantir maior acurácia de que o sistema realmente está em regime permanente vamos considerar que o mesmo se estabelece a partir do  $t = 10$  s

Calculando estes valores chegamos aos valores de máximo e mínimo obtido e a partir destes valores calcular o valor pico a pico.

A expressão do valor pico a pico é dada por:

$$V_{pp} = X_{max} - X_{min}$$

Onde:

$V_{pp}$  é o valor pico a pico;

$X_{max}$  é o valor máximo da resposta no tempo em regime permanente;

$X_{min}$  é o valor mínimo da resposta no tempo em regime permanente.

Então, calculando os valores máximo e mínimo chegamos à:

$$X_{max} = 0,00670238 \text{ m}$$

$$X_{min} = -0,00670238 \text{ m}$$

Daí,

$$V_{pp} = 0,0134048 \text{ m}$$

Ou,

$$V_{pp} = 13,4048 \text{ mm}$$

#### 4.5.2 – Simulação com o ADV.

Neste tópico vamos inserir a o Absorvedor Dinâmico de Vibrações ao sistema para atenuar as vibrações do Parkinsoniano. Obter as respostas no tempo e através do mesmo comparar com a vibração sem a o ADV.

Ou seja, vamos analisar a resposta no tempo para um sistema massa mola amortecedor com dois graus de liberdade.

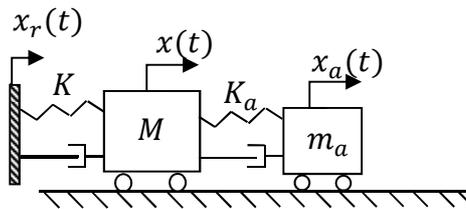


Figura 4.5.2.1 – Sistema com ADV

Com os valores de já mencionados no início do tópico 3.5 obtemos a seguinte resposta no tempo:

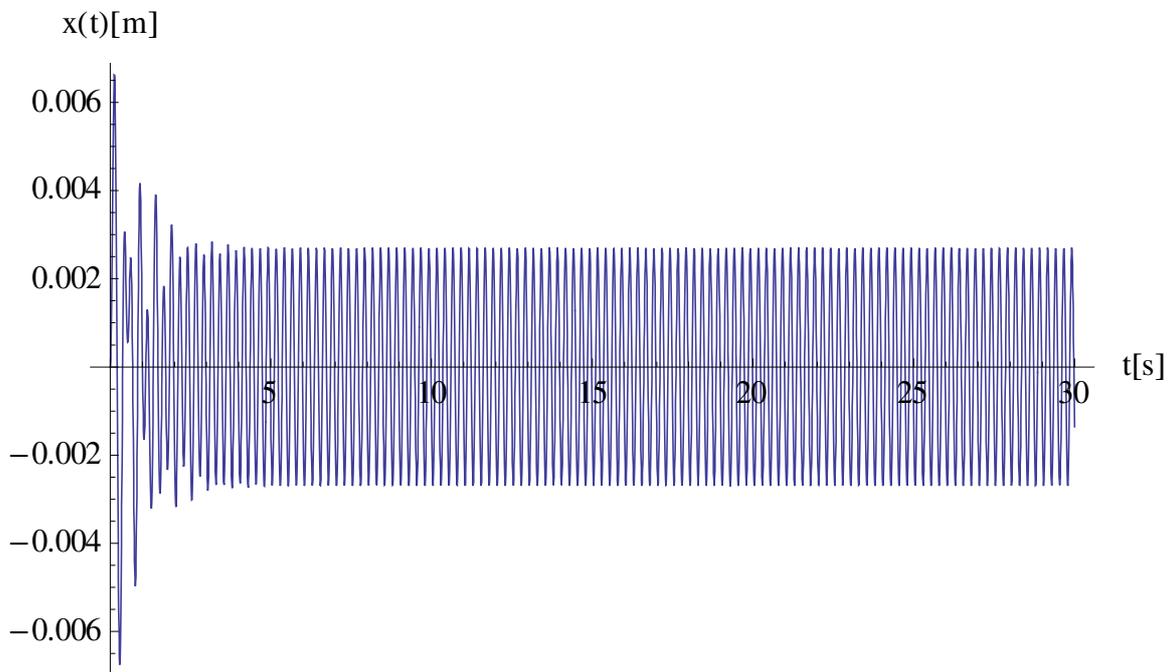


Figura 4.5.2.2 – Resposta no tempo do sistema com ADV

Neste caso o gráfico da resposta no tempo já demonstra uma fase transiente um pouco maior do que caso sem o ADV, porém o regime permanente, rapidamente se estabelece.

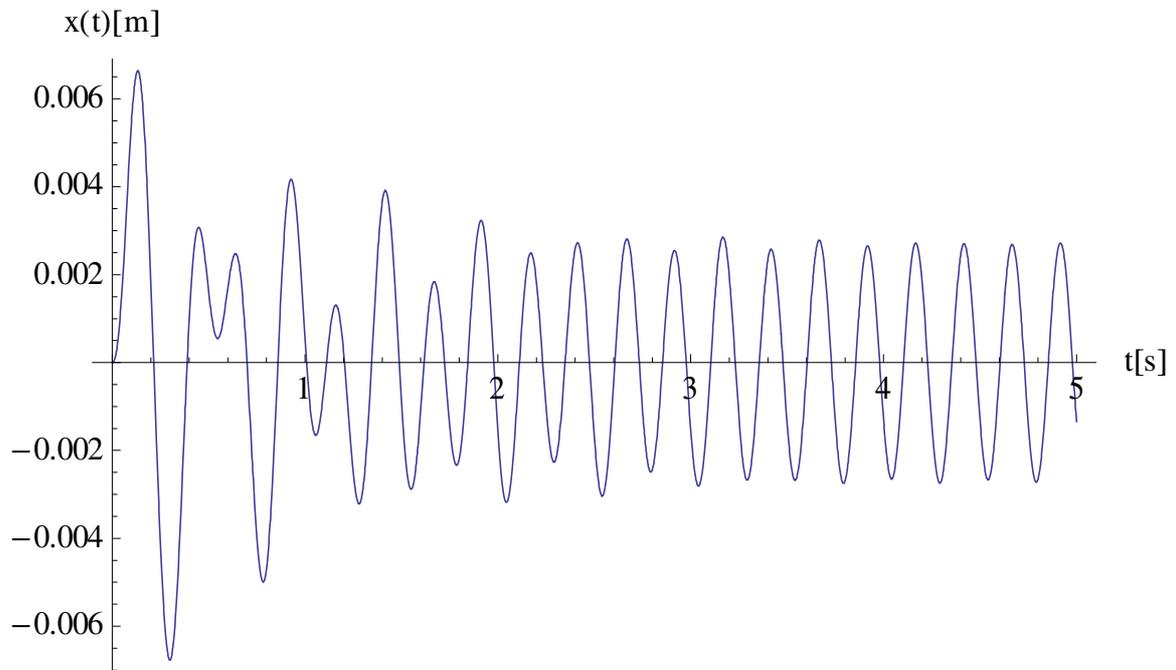


Figura 4.5.2.3 – Resposta no tempo do sistema com ADV – Transiente

A Figura 4.5.2.3 mostra como o sistema como absorvedor se comporta com o ADV no regime transiente, mais uma vez o gráfico mostra como o sistema reage logo entrando em regime permanente.

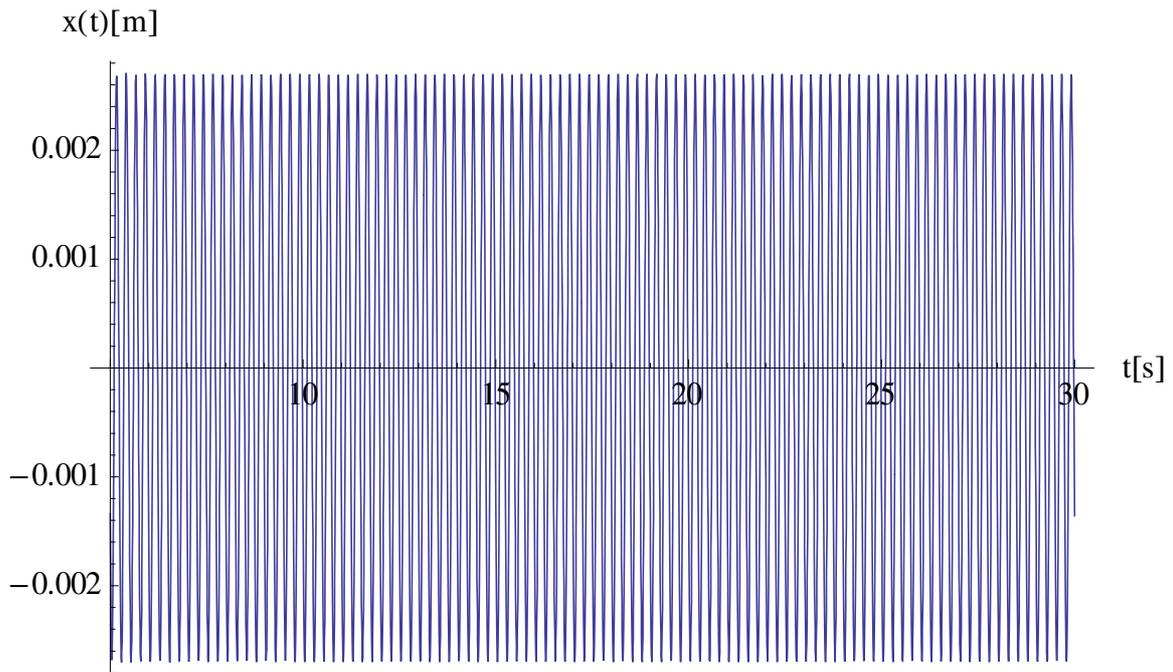


Figura 4.5.2.4 – Resposta no tempo do sistema com ADV – Regime permanente

O gráfico da Figura 4.5.2.4 mostra o regime permanente do sistema sem o ADV, o gráfico foi plotado a partir do instante  $t = 5$  s.

Analisando os gráficos das Figura 4.5.1.4 e Figura 4.5.2.4, ou seja, as respostas no tempo do sistema sem e com o ADV. É possível visualizar que os valores das amplitudes obtidas na Figura 4.5.2.4 é consideravelmente menor de que na Figura 4.5.1.4. Uma maneira de compararmos os reais valores é calculando também o valor pico a pico da curva da Figura 4.5.2.4, ou seja, do sistema com o ADV. Porém para melhor visualização, primeiramente vamos plotar os gráficos das curvas superpostos.

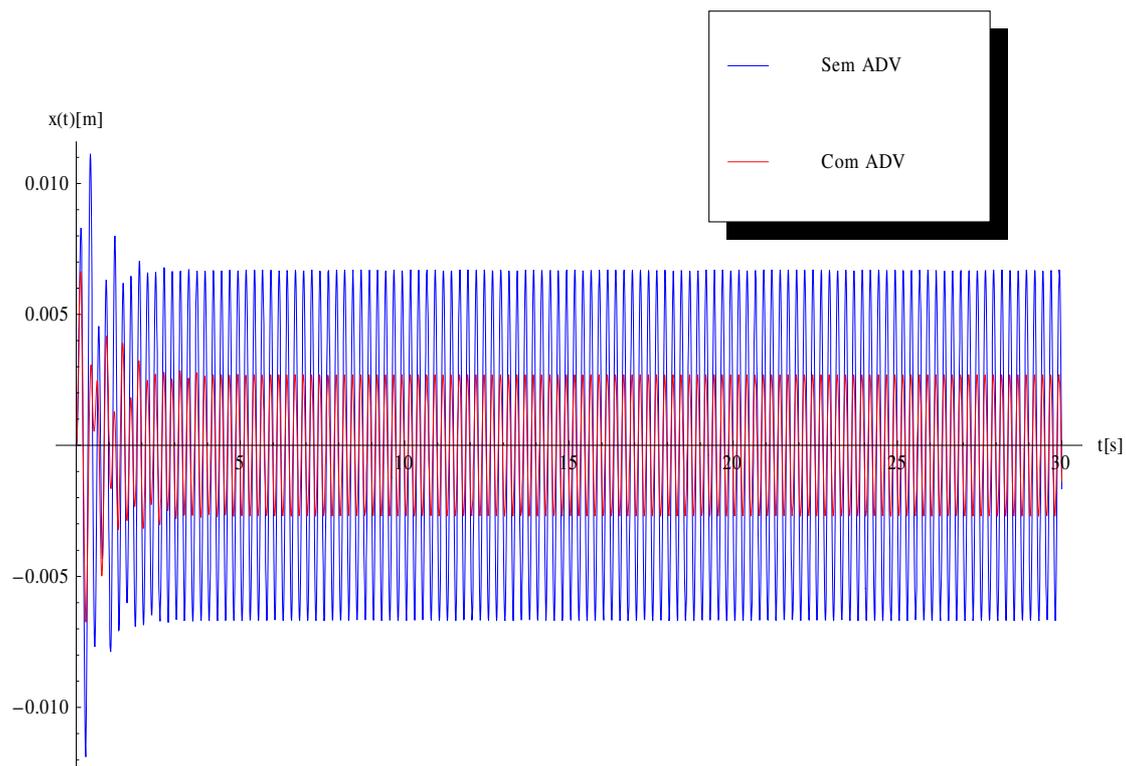


Figura 4.5.2.5 – Respostas no tempo Com e Sem o ADV

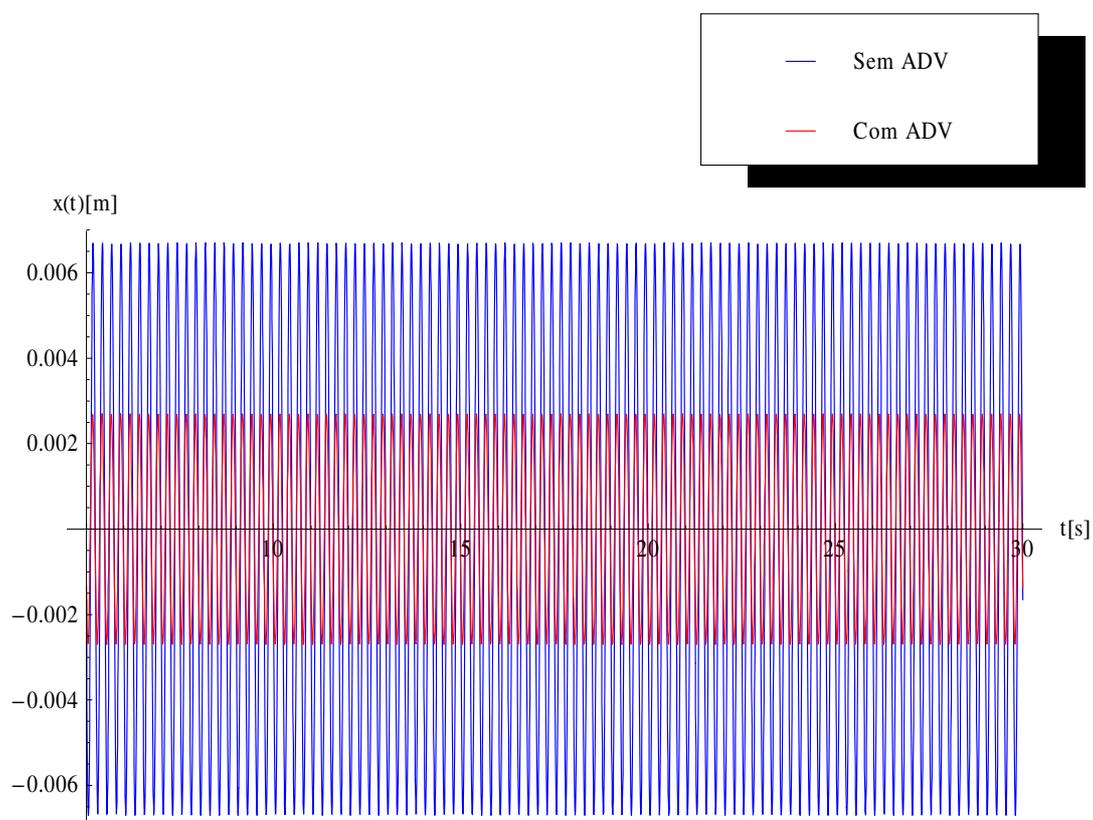


Figura 4.5.2.6 – Respostas no tempo Com e Sem o ADV-Regime permanente

Conforme as expectativas os gráficos das Figura 4.5.2.5 e Figura 4.5.2.6 mostram uma sensível atenuação da amplitude de vibrações para o caso em que é colocado o dispositivo ADV.

Adotando o mesmo procedimento do tópico 4.5.1 vamos calcular o valor pico a pico do sistema com o ADV. Para que tenhamos uma medida de comparação de quanto efetivamente foi reduzido o as amplitudes de vibração para o sistema sem o ADV.

Para garantir maior acurácia de que o sistema realmente está em regime permanente vamos considerar que o mesmo se estabelece a partir do  $t = 10$  s.

Calculando estes valores chegamos aos valores de máximo e mínimo obtido e a partir destes valores calcular o valor pico a pico.

$$V_{pp} = X_{max} - X_{min}$$

Então, calculando os valores máximo e mínimo chegamos à:

$$X_{max} = 0,00270144 \text{ m}$$

$$X_{min} = -0.00270149 \text{ m}$$

Daí,

$$V_{pp} = 0,00540293 \text{ m}$$

Ou,

$$V_{pp} = 5,40293 \text{ mm}$$

Agora que possuímos os valores pico a pico de cada sistema, com e sem o ADV podemos chegar a conclusão de quanto o ADV associado atenua neste caso.

No presente caso chegou-se a dois valores de valor pico a pico, então para termos uma medida percentual, relativa de quanto é a atenuação do ADV. Fazemos a seguinte consideração:

$$\delta = \frac{V_{pp} (\text{Sem ADV}) - V_{pp} (\text{Com ADV})}{V_{pp} (\text{Sem ADV})}$$

Onde:

$\delta$  é o percentual relativo de atenuação da amplitude de vibração

O que resulta em:

$$\delta = 0,5968$$

Ou ainda:

$$\delta \approx 60\%$$

Ou seja, conseguimos através da implementação de um ADV de vibrações no sistema apresentado uma redução da atenuação em 60% do valor inicial.

#### 4.6 - Modelagem da Rigidez Equivalente

Considere o respectivo modelo para representar o dispositivo onde os seguimentos que unem os vértices ao centro da circunferência são as molas em seu tamanho original:

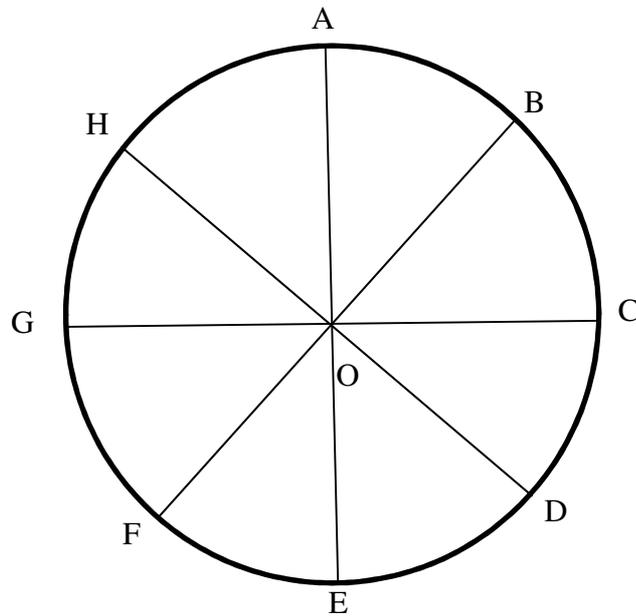


Figura 4.6.1 – Modelo do ADV não deformado

Considere a circunferência com um raio  $R$ , onde os seguimentos:

$$\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO} = \overline{EO} = \overline{FO} = \overline{GO} = \overline{HO} = R$$

Considerando a configuração deformada:

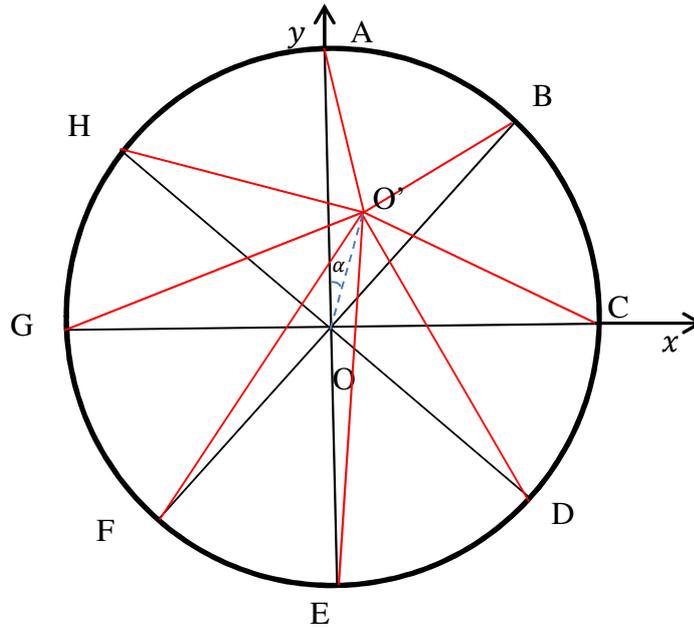


Figura 4.6.2 – Modelo do ADV configuração deformada

$$\overline{OO'} = d$$

$$\widehat{AOO'} = \alpha$$

A partir dos dados acima mencionados e inserindo um eixo cartesiano a figura, podemos obter os valores de cada ponto:

$$A = (0, R)$$

$$B = \left( \frac{R}{\sqrt{2}}, \frac{R}{\sqrt{2}} \right)$$

$$C = (R, 0)$$

$$D = \left( \frac{R}{\sqrt{2}}, -\frac{R}{\sqrt{2}} \right)$$

$$E = (0, -R)$$

$$F = \left( -\frac{R}{\sqrt{2}}, -\frac{R}{\sqrt{2}} \right)$$

$$G = (-R, 0)$$

$$H = \left( -\frac{R}{\sqrt{2}}, \frac{R}{\sqrt{2}} \right)$$

$$O' = (d \sin \alpha, d \cos \alpha)$$

A partir disto podemos calcular os valores das novas distâncias na configuração deformada:

Ou seja,

$$\begin{aligned}\overline{AO'} &= x_1 = \sqrt{(0 - d \sin \alpha)^2 + (R - d \cos \alpha)^2} \\ \overline{BO'} &= x_2 = \sqrt{\left(\frac{R}{\sqrt{2}} - d \sin \alpha\right)^2 + \left(\frac{R}{\sqrt{2}} - d \cos \alpha\right)^2} \\ \overline{CO'} &= x_3 = \sqrt{(R - d \sin \alpha)^2 + (0 - d \cos \alpha)^2} \\ \overline{DO'} &= x_4 = \sqrt{\left(\frac{R}{\sqrt{2}} - d \sin \alpha\right)^2 + \left(\frac{R}{\sqrt{2}} - d \cos \alpha\right)^2} \\ \overline{EO'} &= x_5 = \sqrt{(0 - d \sin \alpha)^2 + (-R - d \cos \alpha)^2} \\ \overline{FO'} &= x_6 = \sqrt{\left(-\frac{R}{\sqrt{2}} - d \sin \alpha\right)^2 + \left(-\frac{R}{\sqrt{2}} - d \cos \alpha\right)^2} \\ \overline{GO'} &= x_7 = \sqrt{(-R - d \sin \alpha)^2 + (0 - d \cos \alpha)^2} \\ \overline{HO'} &= x_8 = \sqrt{\left(-\frac{R}{\sqrt{2}} - d \sin \alpha\right)^2 + \left(\frac{R}{\sqrt{2}} - d \cos \alpha\right)^2}\end{aligned}$$

Desenvolvendo os valores acima podemos calcular as variações de distância entre a forma original e a deformada:

O que nos dá os seguintes valores:

$$\begin{aligned}\Delta x_1 &= \sqrt{d^2 + R^2 - 2dR \cos \alpha} - R \\ \Delta x_2 &= \sqrt{d^2 + R^2 - \sqrt{2}dR(\cos \alpha + \sin \alpha)} - R \\ \Delta x_3 &= \sqrt{d^2 + R^2 - 2dR \sin \alpha} - R \\ \Delta x_4 &= \sqrt{d^2 + R^2 + \sqrt{2}dR(\cos \alpha - \sin \alpha)} - R\end{aligned}$$

$$\Delta x_5 = \sqrt{d^2 + R^2 + 2dR \cos \alpha} - R$$

$$\Delta x_6 = \sqrt{d^2 + R^2 + \sqrt{2}dR(\cos \alpha + \sin \alpha)} - R$$

$$\Delta x_7 = \sqrt{d^2 + R^2 + 2dR \sin \alpha} - R$$

$$\Delta x_8 = \sqrt{d^2 + R^2 + \sqrt{2}dR(-\cos \alpha + \sin \alpha)} - R$$

:

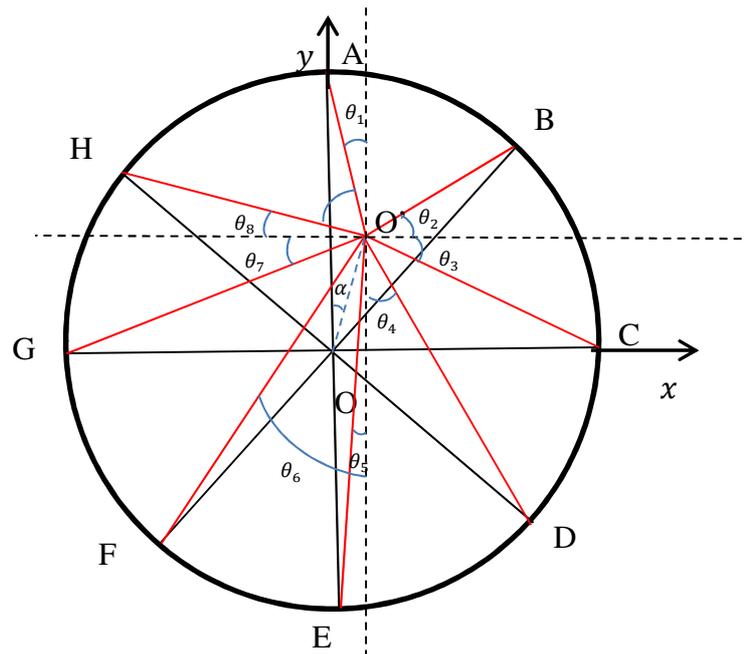


Figura 4.6.3- Modelo de ADV configuração deformada

Trançando duas perpendiculares que passam pelo ponto  $O'$  podemos determinar as forças atuantes em cada mola bem como a resultante das forças atuantes:

Calculando inicialmente os valores de seno e cosseno de cada ângulo:

$$\sin \theta_1 = \frac{d \sin \alpha}{x_1} \quad , \quad \cos \theta_1 = \frac{(R-d \cos \alpha)}{x_1}$$

$$\sin \theta_2 = \frac{\frac{R}{\sqrt{2}} - d \cos \alpha}{x_2} \quad , \quad \cos \theta_2 = \frac{\frac{R}{\sqrt{2}} - d \sin \alpha}{x_2}$$

$$\sin \theta_3 = \frac{d \cos \alpha}{x_3} \quad , \quad \cos \theta_3 = \frac{R-d \sin \alpha}{x_3}$$

$$\sin \theta_4 = \frac{\frac{R}{\sqrt{2}} - d \sin \alpha}{x_4}, \quad \cos \theta_4 = \frac{\frac{R}{\sqrt{2}} + d \cos \alpha}{x_4}$$

$$\sin \theta_5 = \frac{d \sin \alpha}{x_5}, \quad \cos \theta_5 = \frac{R + d \cos \alpha}{x_5}$$

$$\sin \theta_6 = \frac{\frac{R}{\sqrt{2}} + d \sin \alpha}{x_6}, \quad \cos \theta_6 = \frac{\frac{R}{\sqrt{2}} + d \cos \alpha}{x_6}$$

$$\sin \theta_7 = \frac{d \cos \alpha}{x_7}, \quad \cos \theta_7 = \frac{R + d \sin \alpha}{x_7}$$

$$\sin \theta_8 = \frac{\frac{R}{\sqrt{2}} - d \cos \alpha}{x_8}, \quad \cos \theta_8 = \frac{\frac{R}{\sqrt{2}} + d \sin \alpha}{x_8}$$

A partir dos valores calculados acima podemos calcular a Força resultante:

$$\mathbf{Fr} = (Fr_x, Fr_y)$$

Calculando as componentes da força resultante:

$$\begin{aligned} Fr_x = & -F_1 \sin \theta_1 + F_2 \cos \theta_2 + F_3 \cos \theta_3 + F_4 \sin \theta_4 - F_5 \sin \theta_5 \\ & - F_6 \sin \theta_6 - F_7 \cos \theta_7 + F_8 \cos \theta_8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Fr_y = & F_1 \cos \theta_1 + F_2 \sin \theta_2 - F_3 \sin \theta_3 - F_4 \cos \theta_4 - F_5 \cos \theta_5 \\ & - F_6 \cos \theta_6 - F_7 \sin \theta_7 + F_8 \sin \theta_8 \end{aligned}$$

Onde:

$$F_j = K \Delta x_j \text{ para } j = 1, 2, 3 \dots 8;$$

$K$  é a Rigidez da mola

Substituindo estes valores:

$$\begin{aligned} Fr_x = & -K \Delta x_1 \sin \theta_1 + K \Delta x_2 \cos \theta_2 + K \Delta x_3 \cos \theta_3 + K \Delta x_4 \sin \theta_4 - K \Delta x_5 \sin \theta_5 \\ & - K \Delta x_6 \sin \theta_6 - K \Delta x_7 \cos \theta_7 + K \Delta x_8 \cos \theta_8 \end{aligned}$$

$$Fr_y = K\Delta x_1 \cos \theta_1 + K\Delta x_2 \sin \theta_2 - K\Delta x_3 \sin \theta_3 - K\Delta x_4 \cos \theta_4 - K\Delta x_5 \cos \theta_5 \\ - K\Delta x_6 \cos \theta_6 - K\Delta x_7 \sin \theta_7 + K\Delta x_8 \sin \theta_8$$

O módulo da força resultante:

$$\|\mathbf{Fr}\| = Fr = \sqrt{Fr_x^2 + Fr_y^2}$$

É sabido também que:

$$Fr = -K_{eq}d$$

Considerando os valores de  $d \ll R$ , podemos expandir o valor  $Fr$  em Série de Taylor:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} (x - x_0)^n$$

Onde:

$x_0$  é um ponto arbitrário, em torno de qual a série é expandida

$f^{(n)}(x_0)$  é a enésima derivada de  $f(x)$ , no ponto  $x = x_0$ ;

No presente caso faremos a expansão de  $Fr(d)$  em torno de  $x_0 = d = 0$

Tomando os dois primeiros termos da expansão e simplificando os termos obtemos:

$$Fr = -4Kd$$

Comparando com a expressão anterior da força resultante podemos concluir que:

$$K_{eq} = 4K$$

A partir da expressão completa de  $Fr$  é possível plotar podemos concluir também que a constante equivalente é praticamente constante à medida que o valor de  $d$  aumenta:

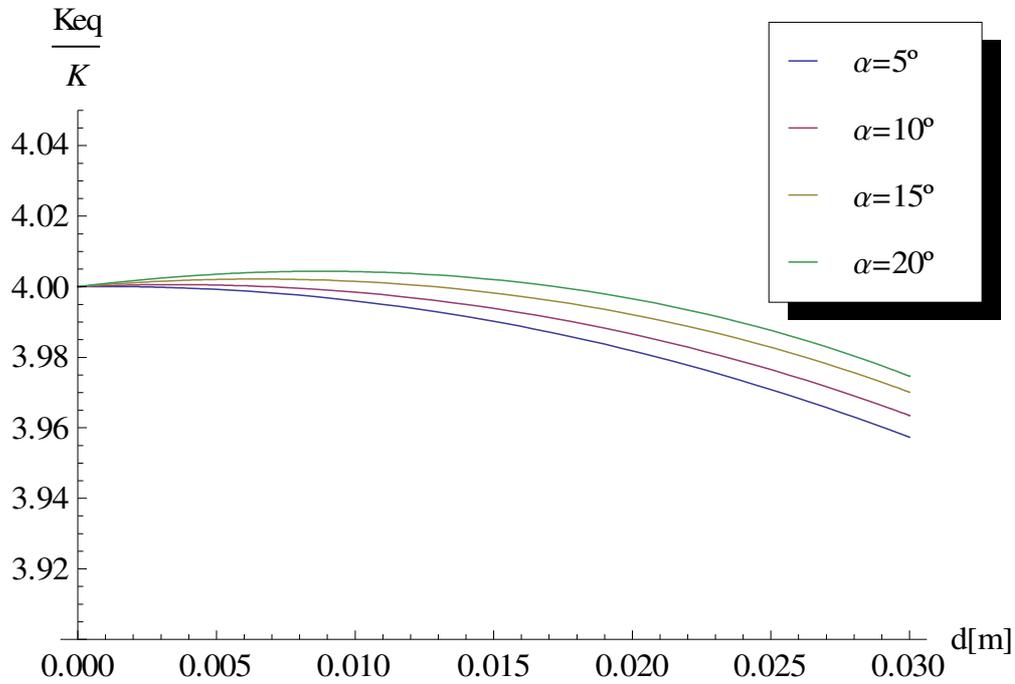


Figura 4.6.4

A partir dos gráficos plotados na Figura 3.6.1, podemos observar que o valor da rigidez permanece aproximadamente constante à medida que a distancia aumenta, independentemente da variação do ângulo  $\alpha$ . Logo podemos concluir que é razoável a aproximação considerada a partir do desenvolvimento da Série de Taylor.

#### 4.7 – Modelagem da Rigidez em Elementos Finitos

Para a determinação da rigidez da mola utilizada no absorvedor dinâmico de vibrações, foi utilizada uma modelagem em elementos finitos.

Através da plataforma “SimulationXpress” contida no programa “SolidWorks”, foi possível desenvolver uma modelagem simples para o cálculo da rigidez da mola.

Inicialmente foi feita a simples modelagem do desenho da mola no SolidWorks.

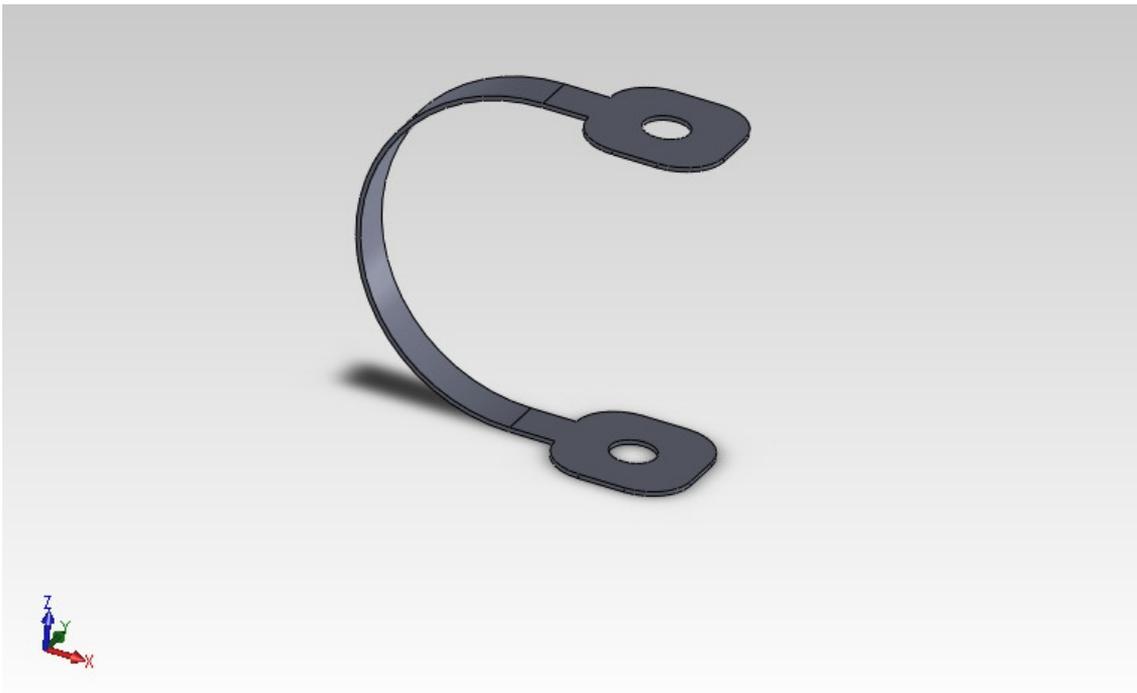


Figura 4.7.1 – Desenho da mola utilizada

A partir disto foi feita uma modelagem a fim de se determinar a deformação da mola a partir de uma carga pré-determinada e a partir disto calcular a rigidez da mola.

Ou seja, é sabido que a relação constitutiva linear da mola é dada por:

$$f = Kx$$

Conhecendo o valor da variação de deslocamento  $x$  e a força empregada no modelo, é trivial determinar o valor da constante de rigidez  $K$ .

Ou seja,

$$K = \frac{f}{x}$$

Conhecida estas etapas a serem feitas na simulação podemos passar a descrição do modelo simulado no SimulationXpress.

#### **4.7.1 – Simulação em elementos finitos utilizando o SimulationXpress.**

Inicialmente é considerar alguns fatores para iniciarmos a simulação. Como o material a ser utilizado e o tipo de modelo adotado.

Para o nosso caso utilizamos as seguintes suposições:

Tabela 1 – Informações do Modelo

Material	Aço SAE 1070
Tipo de Modelo	Linear elástico isotrópico
Limite de escoamento	$6,204 \times 10^8 \frac{N}{m^2}$

Em seguida é necessário definir os locais onde a peça modelada é fixa e onde ela pode se mover.

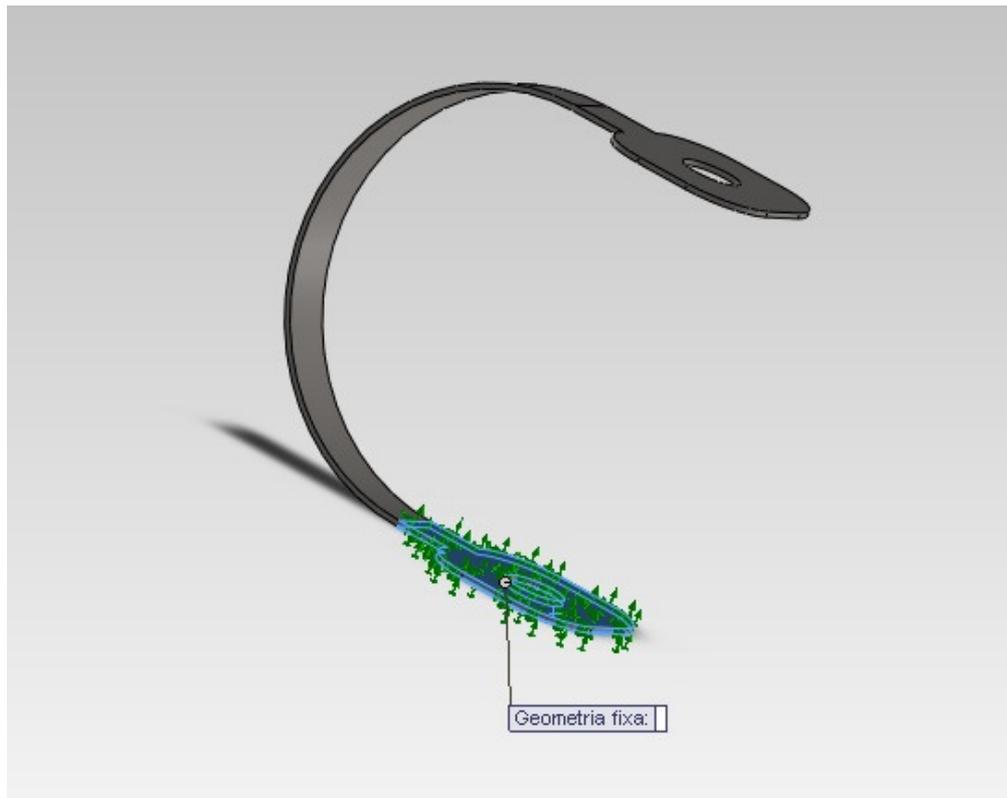


Figura 4.7.1.1 – Geometria fixa

Como mostra a figura acima, foi selecionado onde a peça não pode se mover. Uma das faces foi escolhida para não se mover.

Após a seleção de onde a geometria é fixa, é necessário selecionar a carga a ser aplicada sobre o modelo e a posição da carga.

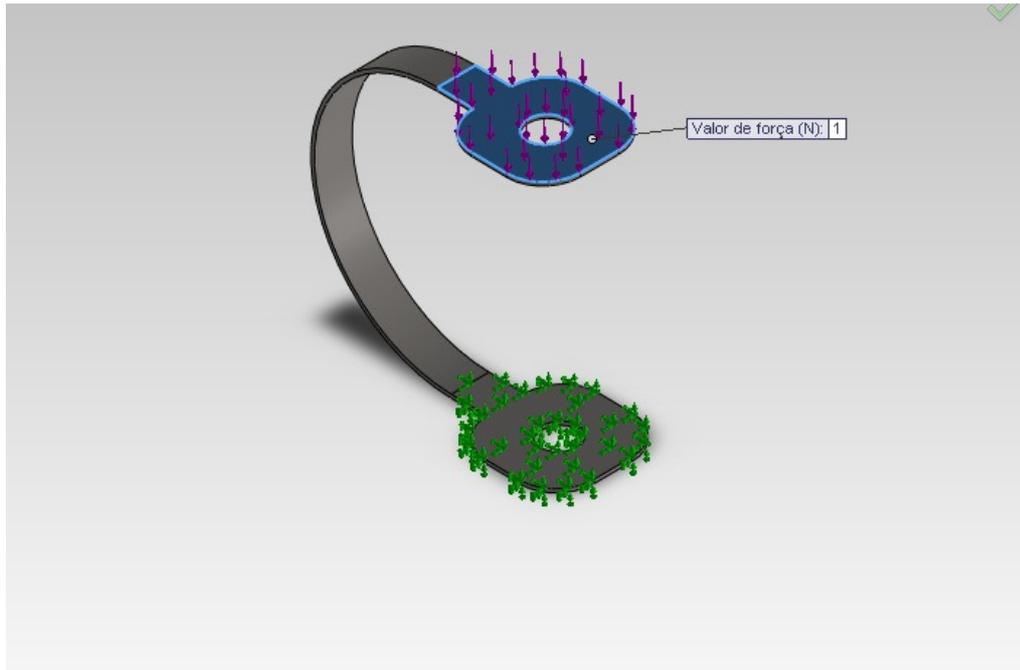


Figura 4.7.1.2- Posição e Módulo da força

Foi escolhida a face oposta para ser colocada a força, uma força normal a face e de módulo  $f = 1 \text{ N}$ . A partir destas considerações iniciais podemos executar a simulação e obter os dados desejados.

Algumas informações sobre a malha:

Tabela 2 – Informações sobre a malha

Tipo de malha	Malha sólida
Gerador de malhas usado:	Malha com base em curvatura
Qualidade da malha	Alta
Total de Nós	15001
Total de Elementos	7070

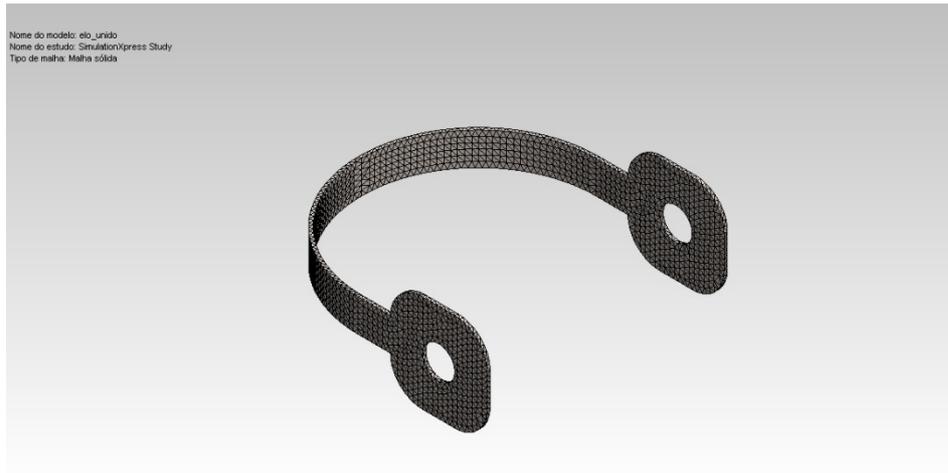


Figura 4.7.4 – Ilustração do tipo de malha utilizada

Finalmente, após a executarmos a simulação podemos obter os resultados desejados.

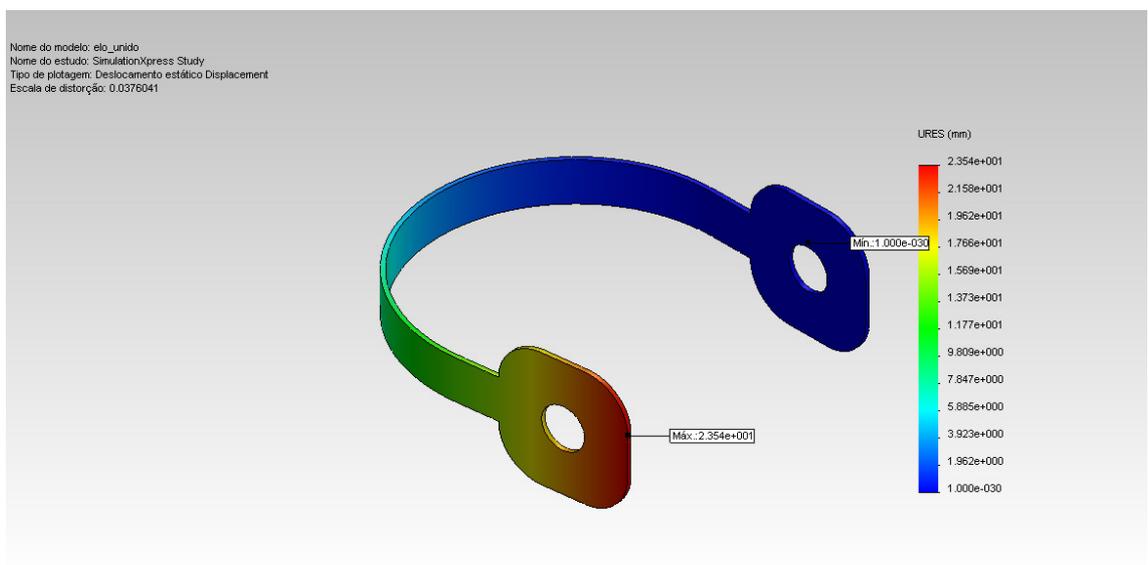


Figura 4.7.6 – Ilustração do deslocamento da peça

A partir da figura acima podemos ver como se comporta a peça quando é submetida a uma carga de 1 N normal a face furo na extremidade oposta a parte fixa, conforme descrito anteriormente.

A partir do gráfico da Figura 4.7.6 é fácil identificar o valor máximo do deslocamento da peça. É trivial concluir que o valor máximo encontrado se dá na extremidade onde a carga foi aplicada.

O valor máximo encontrado foi  $x = 23,541 \text{ mm}$  localizado no nó 621.

A partir disto é fácil determinar o valor da rigidez da mola.

Utilizando a relação constitutiva linear da mola:

$$K = \frac{f}{x}$$

Ou seja,

$$K_{mola} = \frac{1 \text{ N}}{23,541 \text{ mm}}$$

O que nos dá:

$$K_{mola} = 42,479 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

#### **4.7.2 – Rigidez Equivalente do Absorvedor Dinâmico de Vibrações.**

O sistema do dispositivo projetado como absorvedor dinâmico de vibrações, possui um conjunto de molas sendo necessário assim. O cálculo da rigidez equivalente teórico da rigidez equivalente do sistema já foi considerado anteriormente.

O resultado encontrado anteriormente para o sistema foi:

$$K_{eq} = 4 K_{mola}$$

Porém não podemos considerar a rigidez da mola somente o valor calculado anteriormente. Pois a mola está em paralelo com outras duas, ou seja, três molas em paralelo no dispositivo ADV.

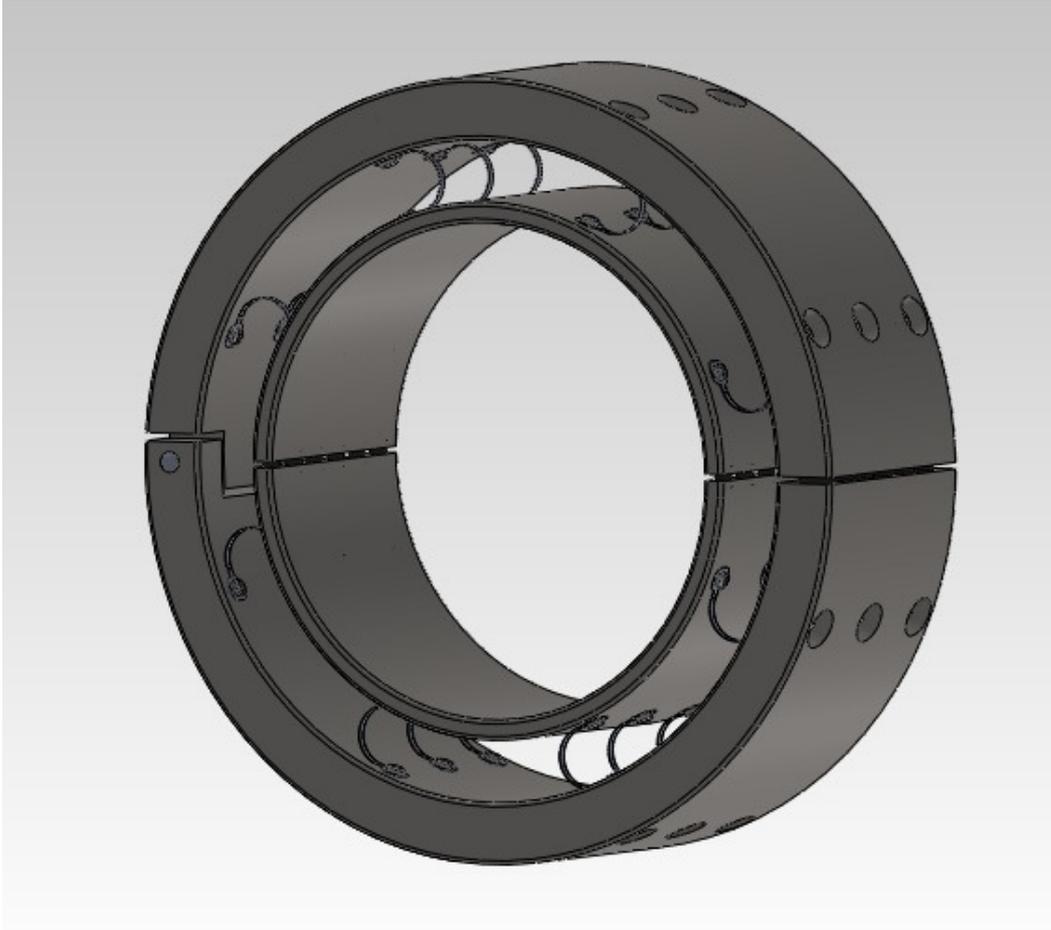


Figura 4.5.7 – Figura do ADV mostrando a posição das molas

Desta maneira, com as molas em paralelo é fácil identificar a rigidez equivalente de todo o dispositivo.

$$K_{eq} = 4 (K_{mola} + K_{mola} + K_{mola})$$

Daí obtém-se:

$$K_{eq} = 12 K_{mola}$$

Substituindo o valor da rigidez da mola obtemos:

$$K_{eq} = 509,748 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

## CAPÍTULO 5

### ESTUDO PARAMÉTRICO

No presente capítulo vamos fazer um estudo paramétrico dos dados utilizados como dados na simulação dos casos estudados neste trabalho.

#### 5.1 - Discussão do modelo

O modelo adotado no presente trabalho foi o de um sistema de um absorvedor dinâmico vibrações representado por um sistema massa-mola-amortecedor de dois graus de liberdade.

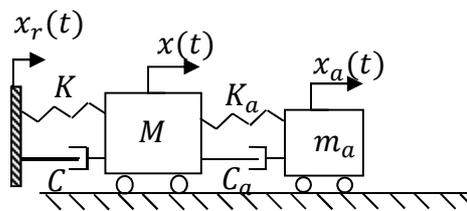


Figura 5.1.1 – Sistema massa-mola-amortecedor dois graus de liberdade

O modelo descrito acima tem por objetivo descrever o comportamento de um braço, com tremores característicos de um paciente com Doença de Parkinson e acoplado a ele um dispositivo absorvedor de vibrações.



Figura 5.1.2 – Figura esquemática de um braço com o ADV

A Figura 5.1.2 é o esquema de um braço com o dispositivo ADV, onde no modelo anteriormente adotado, podemos descrever os dados da seguinte forma:

A coordenada  $x_r(t)$  representa o movimento entre o braço e o antebraço, ou seja, é a coordenada de excitação do antebraço.

Os valores de  $K$  e  $C$  são os valores da constante de rigidez de amortecimento do braço que une o braço ao antebraço.

Os valores de  $K_a$  e  $C_a$  são os valores da constante de rigidez de amortecimento das molas que constituem o dispositivo absorvedor dinâmico de vibrações

O valor de  $M$  é a massa do conjunto antebraço – mão.

O valor de  $m_a$  é o valor da massa do dispositivo absorvedor dinâmico de vibrações;

O valor de  $x(t)$  é a coordenada que representa o movimento do braço.

O valor de  $x_a(t)$  é a coordenada que representa o movimento do ADV.

## **5.2 – Dispositivo Absorvedor dinâmico de vibrações**

Como já descrito anteriormente é um dispositivo absorvedor dinâmico de vibrações, foi projetado para atenuar as vibrações de pessoas portadoras da Doença de Parkinson.

Como ilustrado na Figura 4.1.2 um dispositivo ADV foi instalado no antebraço do portador de DP, para tal adaptação, foi projetado uma espécie de pulseira com molas para efetuar tal atenuação.

## **5.3 – Discussão sobre os valores dos parâmetros.**

Como já mencionado neste trabalho os valores adotados dos parâmetros foram os seguintes:

$$M = 1,4 \text{ kg}$$

$$m_a = 0,5 \text{ kg}$$

$$K = 410 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$K_a = 510 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$C = 4,79 \frac{\text{N s}}{\text{m}}$$

$$C_a = 3,20 \frac{\text{N s}}{\text{m}}$$

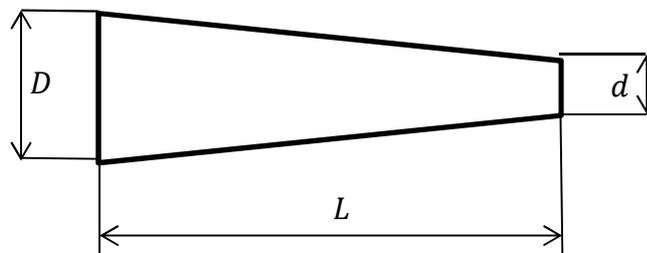
$$\Omega = 8\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$A = 8 \text{ mm}$$

Faremos agora uma breve digressão sobre a estimativa de cada um dos parâmetros.

### 5.3.1 – Massa do braço

O valor da massa  $M$  pôde ser calculada através de uma estimativa, calculando-se inicialmente o volume de um tronco de cone e depois multiplica-se pela massa específica média do corpo humano.



Onde:

$D$  é o diâmetro da base maior

$d$  é o diâmetro da base menor

$L$  é a altura do cone

Sabendo que o volume de um tronco de pirâmide é dado por:

$$V_{tronco} = \frac{\pi L}{12} (D^2 + Dd + d^2)$$

Utilizando os seguintes valores obtemos:

$$D = 10 \text{ cm}$$

$$d = 6 \text{ cm}$$

$$L = 25 \text{ cm}$$

Substituindo nos valores da expressão do volume do tronco obtemos:

$$V_{tronco} = 1282,8 \text{ cm}^3$$

Conhecendo o valor médio da massa específica do corpo humano  $\rho = 1,05 \frac{g}{cm^3}$  [4] é

fácil calcular o valor da massa  $M$

$$M = \rho V_{tronco}$$

Substituindo os valores obtêm-se:

$$M = 1346,94 \text{ g}$$

O que aproximadamente:

$$M = 1,4 \text{ kg}$$

### 5.3.2 – Massa do ADV

A massa do ADV foi escolhida como um parâmetro de projeto chegou-se a este valor depois de inúmeras simulações, a massa do ADV é um dos fatores determinantes para atenuação, com uma massa maior que a escolhida ( $m_a = 0.5 \text{ kg}$ ) conseguiríamos chegar a valores mais altos de atenuação, porém este valor foi considerado ótimo, pois com valores mais de massa mais altos do que este o dispositivo ADV ficaria demasiadamente pesado, além do mais trata-se de pessoas doentes.

### 5.3.3 – Rigidez e Amortecimento do braço

Chegou-se ao valor da estimativa da constante de rigidez de conseqüentemente da constante de amortecimento do através de uma experiência muito simples:

Conhecendo-se o valor de uma massa pré-estabelecida, em nosso caso, uma massa de cinco quilos. Segurando essa massa na com a mão é possível medir a deflexão do braço, e a partir dessa mesma deflexão medida podemos calcular a sua rigidez.

Para o nosso caso específico anotou-se uma deflexão  $\Delta x = 0,12 \text{ m}$

Dáí obtém-se:

$$K = \frac{mg}{\Delta x}$$

Encontramos:

$$K = 410 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

A partir disto é fácil encontrar o valor do amortecimento, sabendo que o valor do amortecimento se dá conforme a seguinte expressão:

$$C = 2\xi\omega_n M$$

Utilizando o valor de  $\xi = 0.1$

Obtemos:

$$C = 4,79 \frac{N s}{m}$$

### **5.3.4 – Rigidez e Amortecimento do ADV**

A Rigidez do ADV foi calculada através de um modelo de elementos finitos, pois não se trata de uma mola comum. O valor foi projetado para atuar na atenuação de vibrações do portador da DP de maneira ótima, levando-se em consideração aos limites do material e o tamanho do ADV.

### **5.3.5 – Frequência e amplitude de excitação.**

A frequência de excitação é simplesmente a frequência em que os Parkinsonianos têm os seus tremores que é na faixa de 4Hz, calculando-se a frequência circular chega-se facilmente ao valor de  $\Omega = 8\pi$  rad/s.

A amplitude de excitação é a estimativa de uma vibração média do braço de um Parkinsoniano, onde se considerou o valor  $8\text{ mm}$  um valor médio para execução das simulações.

## **5.4 – Validação dos Parâmetros Estimados**

No presente tópico apresentaremos a simulação do mesmo modelo rodado anteriormente, porém com alterando-se alguns dados, com a finalidade de demonstrar que os parâmetros estimados estão dentro da faixa considerada ótima.

Vamos alterar os parâmetros passíveis de alteração, ou seja, o massa do ADV, a rigidez do ADV e conseqüentemente a constante de amortecimento que varia com a massa e rigidez do ADV.

Considere os seguintes parâmetros de simulação:

$$m_a = 0,1 \text{ kg}$$

$$K_a = 1000 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$C_a = 2 \frac{\text{Ns}}{\text{m}}$$

Ou seja, foi reduzida a massa do ADV e aumentada a rigidez do ADV, e consequentemente alterada a constante de amortecimento, sendo todos os outros parâmetros mantidos.

Executando a simulação obtemos a seguinte resposta no tempo:

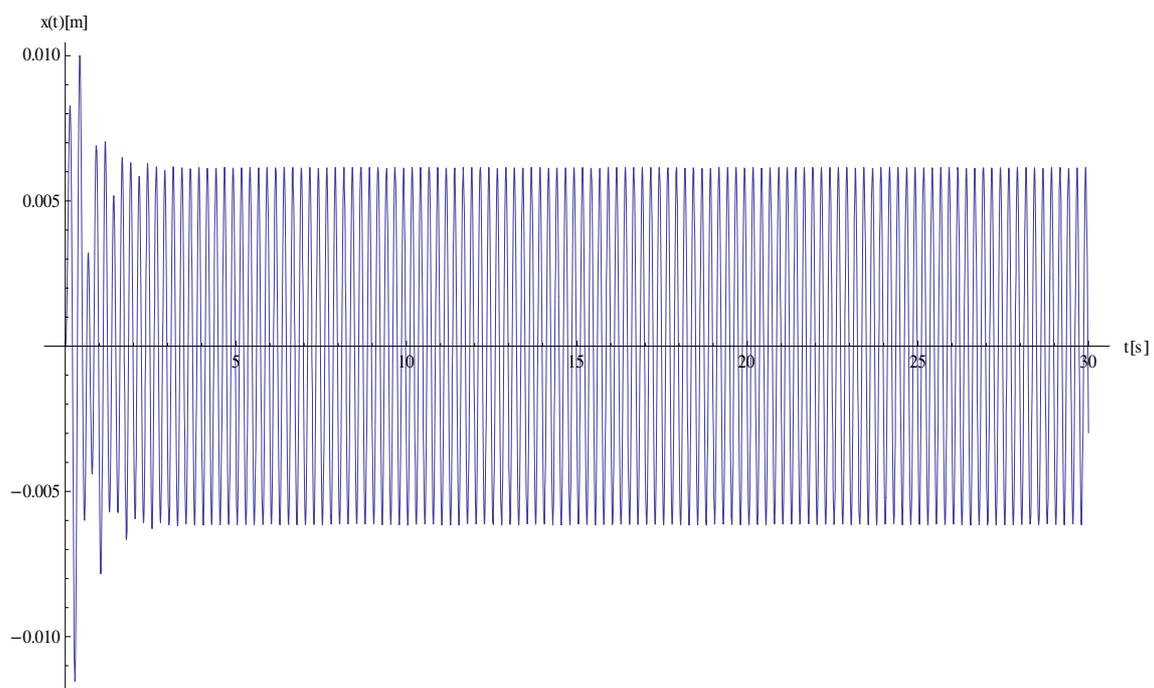


Figura 5.4.1 – Resposta no tempo com ADV (Modificado)

Encontramos da mesma maneira que na simulação efetuada inicialmente a resposta no tempo é possível notar um tempo inicial de aproximadamente  $t = 3\text{ s}$  de regime transiente, e posteriormente instaura-se o regime permanente.

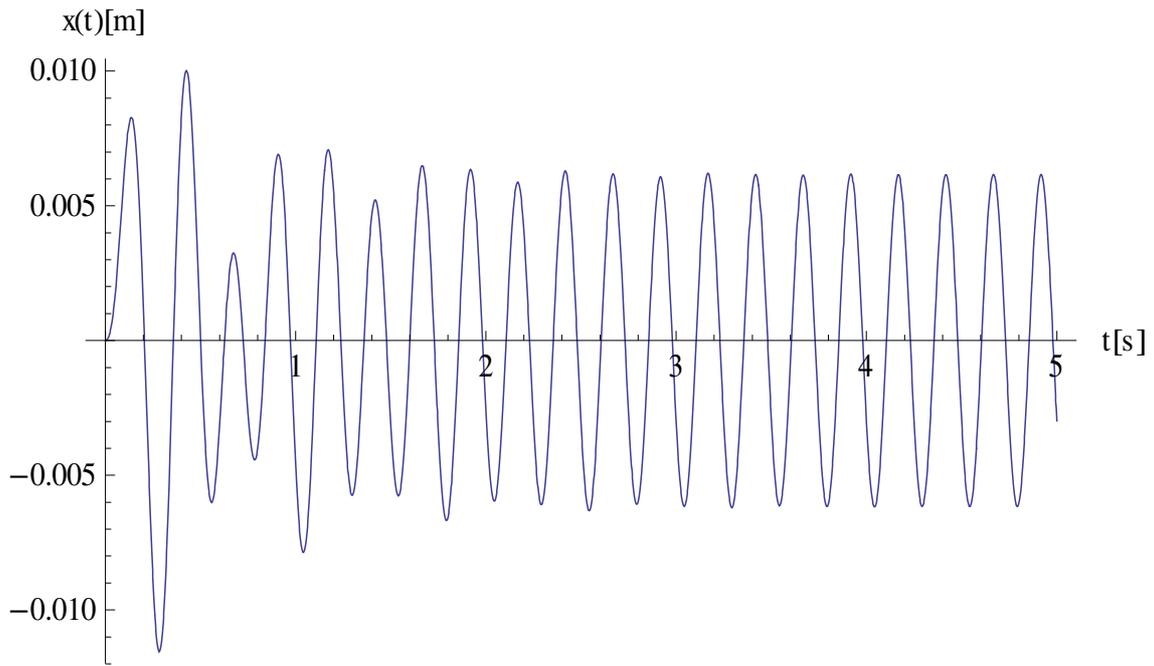


Figura 5.4.2 – Resposta no tempo em Regime Transiente

Utilizando os resultados obtidos anteriormente para o caso sem o ADV, e comparando com os dados obtidos com os novos parâmetros.

Considere o gráfico da resposta no tempo do sistema com o ADV e sem o ADV:

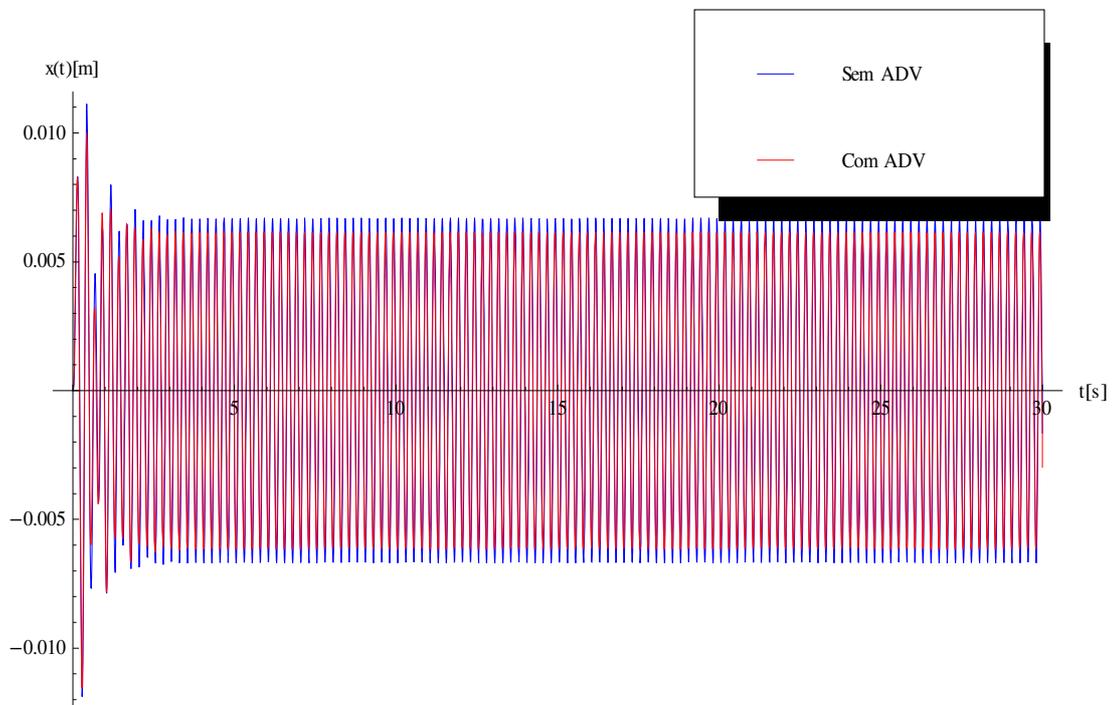


Figura 5.4.3 – Comparação da Resposta no tempo sem ADV e com ADV

Analisando o gráfico da Figura 5.4.3 é trivial notar que o modelo apresentado com novos parâmetros não apresenta níveis de atenuação tão expressivos quanto os apresentados anteriormente.

Para ter maior medida de comparação, faremos com o cálculo do valor pico a pico para cada um dos casos no regime permanente, ou seja, tomaremos os valores entre os instantes  $t = 10 \text{ s}$  e  $t = 30 \text{ s}$ .

$$V_{pp} = X_{max} - X_{min}$$

Então, calculando os valores máximo e mínimo chegamos à:

$$X_{max} = 0,00615922 \text{ m}$$

$$X_{min} = -0,00615922 \text{ m}$$

Daí,

$$V_{pp} = 0,0123184$$

Ou,

$$V_{pp} = 12,3184 \text{ mm}$$

Agora que possuímos os valores pico a pico de cada sistema, com e sem o ADV podemos chegar a conclusão de quanto o ADV associado atenua neste caso.

No presente caso chegou-se a dois valores de valor pico a pico, então para termos uma medida percentual, relativa de quanto é a atenuação do ADV. Fazemos a seguinte consideração:

$$\delta = \frac{V_{pp} \text{ (Sem ADV)} - V_{pp} \text{ (Com ADV)}}{V_{pp} \text{ (Sem ADV)}}$$

Onde:

$\delta$  é o percentual relativo de atenuação da amplitude de vibração

O que resulta em:

$$\delta = 0,08125$$

Ou ainda:

$$\delta \approx 8,1\%$$

Ou seja, através de uma escolha mal condicionada dos parâmetros podemos perceber que a atenuação varia bruscamente, pois no caso inicialmente conseguimos uma atenuação de cerca de 60% e no presente caso esta atenuação limitou-se a somente 8,1%.

E possível ainda concluir que os parâmetros antes utilizados são considerados no projeto do dispositivo absorvedor dinâmico de vibrações são ótimos, pois dentro de um limite de possibilidades do material, da geometria do dispositivo e também da massa que necessitaria ser carregada pelo portador da Doença de Parkinson o ADV apresentou uma significativa atenuação nas vibrações apresentadas.

## CAPÍTULO 6

### CONCLUSÕES

Neste trabalho foi projetado um absorvedor dinâmico de vibrações. Foi adotado um modelo com um sistema massa-mola-amortecedor com dois graus de liberdade para simular os tremores de uma pessoa com Doença de Parkinson utilizando um dispositivo ADV para atenuar tais tremores.

Foram feitas simulações de maneira a escolher parâmetros que atenuassem a vibração provenientes de tremores de pacientes portadores Doença de Parkinson. Através destas chegou-se a conclusão que é possível atenuar de maneira significativa estes tremores a partir de uma escolha bem condicionada. Chegou-se a valores de cerca de 60% menores de vibração, tornando assim o dispositivo absorvedor de vibrações consideravelmente eficiente.

Porém por outro lado vimos também que a escolha mal condicionada de parâmetros pode levar a resultados pífios. Com uma alteração nos parâmetros de simulação chegou-se também a valores em cerca de 8% de atenuação, tornando o dispositivo absorvedor de vibrações bastante ineficiente.

Conclui-se então que o projeto do absorvedor de vibrações é eficiente desde que seja feito o estudo e escolha de parâmetros adequados para a solução do problema.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Disponível em <[http://pt.wikipedia.org/wiki/Doen%C3%A7a\\_de\\_Parkinson](http://pt.wikipedia.org/wiki/Doen%C3%A7a_de_Parkinson)>  
Acesso em 06 out. 2012.
- [2] Disponível em <[http://portal.saude.gov.br/portal/arquivos/pdf/pcdt\\_doenca\\_parkinson\\_livro\\_2010.pdf](http://portal.saude.gov.br/portal/arquivos/pdf/pcdt_doenca_parkinson_livro_2010.pdf)> Acesso em 08 out. 2012.
- [3] Disponível em <[http://www.nutricaoempauta.com.br/lista\\_artigo.php?cod=398](http://www.nutricaoempauta.com.br/lista_artigo.php?cod=398)>  
Acesso em 15 nov. 2012.
- [4] Disponível em <<http://www.mcmaster.com/#catalog/119/3038/=lj68lh>> Acesso em  
18 fev. 2013.
- [5] Disponível em <[http://portal.saude.gov.br/portal/arquivos/pdf/pcdt\\_doenca\\_parkinson\\_livro\\_2010.pdf](http://portal.saude.gov.br/portal/arquivos/pdf/pcdt_doenca_parkinson_livro_2010.pdf)> Acesso em 08 out. 2012.
- [6] RIPPER NETO, A. P., Vibrações Mecânicas. 1ed. Rio de Janeiro, E-papers, 2007.
- [7] RAO S.S., Mechanical Vibrations. 5ed, Miami, Prentice Hall, 2010.
- [8] DUARTE, M., “Princípios Físicos da Interação entre Ser Humano e Ambiente Aquático”, USP, São Paulo, pp 7, 2004.

## **ANEXO – DESENHOS DE FABRICAÇÃO**