



Universidade Federal
do Rio de Janeiro

Escola Politécnica

ESTUDO DE DESEMPENHO DO PLANADOR ASTIR III CLASSE STANDARD
PELO MÉTODO DA COLOCAÇÃO A PARTIR DA TEORIA DA LINHA DE
SUSTENTAÇÃO DE PRANDTL

Bruno Henrique Salvador Amorim

Projeto de Graduação apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica da Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheiro.

Orientador: Gustavo César Rachid Bodstein

Rio de Janeiro

Abril de 2013



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
Departamento de Engenharia Mecânica
DEM/POLI/UFRJ



ESTUDO DE DESEMPENHO DO PLANADOR ASTIR III CLASSE STANDARD
PELO MÉTODO DA COLOCAÇÃO A PARTIR DA TEORIA DA LINHA DE
SUSTENTAÇÃO DE PRANDTL

BRUNO HENRIQUE SALVADOR AMORIM

PROJETO FINAL SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO MECÂNICO.

Aprovado por:

Prof. Gustavo César Rachid Bodstein, Ph.D.

Prof. Fernando Augusto de Noronha Castro Pinto, Dr.Ing.

Prof. Nísio de Carvalho Lobo Brum, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

ABRIL DE 2013

Amorim, Bruno Henrique Salvador

Estudo de desempenho do planador Astir III Classe *Standard* pelo método da colocação a partir da teoria da linha de sustentação de Prandtl/ Bruno Henrique Salvador Amorim. – Rio de Janeiro: UFRJ/ Escola Politécnica, 2013.

X, 99 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Gustavo César Rachid Bodstein

Projeto de Graduação – UFRJ/ Escola Politécnica/Curso de Engenharia Mecânica, 2013.

Referências Bibliográficas: p. 87.

1. Aeronaves Planadoras. 2. Astir III Classe *Standard*. 3. Método da Colocação. I. Bodstein, Gustavo. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Curso de Engenharia Mecânica. III. Título.

*“E nossa história
Não estará
Pelo avesso assim
Sem final feliz
Teremos coisas bonitas pra contar
E até lá
Vamos viver
Temos muito ainda por fazer
Não olhe pra trás
Apenas começamos
O mundo começa agora, ahh!
Apenas começamos.”*

Renato Russo.

Agradecimentos

À minha família que sempre me deu suporte e apoio para a realização dos meus sonhos. Meu pai, Jove Cláudio Ferreira Amorim, que mesmo não estando mais comigo fisicamente, acredito que olha por mim e me dá forças para seguir em frente e a fazer sempre a escolha correta. À Minha mãe, Terezinha de Jesus M. S. Amorim, que sempre esteve ao meu lado, como uma amiga, me educando e me ajudando a ser uma pessoa melhor. À Minha irmã, Cláudia Salvador Amorim, que para mim é um exemplo de dedicação, força de vontade e amor ao trabalho, que me contagia na busca de novos conhecimentos. Ao meu irmão, Marcos Alexandre Salvador Amorim, que sempre foi para mim um exemplo a se seguir, e graças a nossa vivência acredito que ambos amadurecemos e, hoje, tomando caminhos diferentes vamos em busca da vida que sonhamos. Ao meu grande amigo, Cesário Ribeiro de Arruda, que já faz parte da minha vida há tanto tempo, e ao longo desses anos me ajudou muito na minha trajetória, me incentivando e dando todo o suporte que eu precisava. À minha namorada, Karina Tabet Muñoz, que hoje me faz a pessoa mais feliz do mundo, me ajudando, me ensinando e me cobrando. Sem dúvida um exemplo de pessoa, inteligente, meiga e carinhosa, a qual pretendo passar o resto da minha vida. Aos meus amigos, Leonardo Corrêa e Elisa Ramone que são pessoas maravilhosas, e que sem dúvida vão ficar para a vida inteira. Obrigado mais uma vez pela amizade durante todos esses anos que passamos, e agora uma nova etapa começa. Ao meu professor orientador Gustavo Bodstein, que para mim é um exemplo de professor, muito didático e justo, e me ajudou bastante na formulação desse projeto.

Resumo do projeto de graduação apresentado ao DEM/UFRJ como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Engenheiro Mecânico.

ESTUDO DE DESEMPENHO DO PLANADOR ASTIR III CLASSE STANDARD
PELO MÉTODO DA COLOCAÇÃO A PARTIR DA TEORIA DA LINHA DE
SUSTENTAÇÃO DE PRANDTL

Bruno Henrique Salvador Amorim

Abril/2013

Orientador: Gustavo César Rachid Bodstein

Curso: Engenharia Mecânica

O presente trabalho consiste no estudo de desempenho de um planador usado em competições da classe *standard* chamado Astir. Para tal, os valores dos coeficientes adimensionais aerodinâmicos são calculados para a asa dessa aeronave, e um estudo de desempenho é feito a partir de uma formulação teórica. Além disso, os valores encontrados de melhor desempenho são comparados aos dados fornecidos pelo fabricante.

O projeto tem como fundamento a teoria da linha de sustentação de Prandtl, utilizada para modelar a sustentação gerada na asa de aeronaves. A solução utilizada para essa teoria é o chamado “método da colocação”, que é a solução clássica. Para validar a solução apresentada, o método é comparado à uma solução alternativa apresentada em um artigo da *Journal Aircraft*.

Abstract of Undergraduate Project presented to DEM/UFRJ as a part of fulfillment of the requirements for the degree of Engineer.

PERFORMANCE STUDY OF THE GLIDER ASTIR III STANDARD CLASS BY
THE COLLOCATION METHOD FROM PRANDTL'S LIFTING-LINE THEORY

Bruno Henrique Salvador Amorim

April/2013

Advisor: Gustavo César Rachid Bodstein

Course: Mechanical Engineering

This paper presents a performance study of a glider used in the standard class competition named Astir. The values of dimensionless aerodynamic coefficients are calculated for the wing of the aircraft, and a performance study is made from a theoretical formulation. Furthermore, the values found for best performance are compared to data provided by the manufacturer.

The project is based on Prandtl's lifting-line theory, used to model the lift generated on the wing aircraft. The solution used for this theory is called the "collocation method", which is the classical solution. To validate the proposed solution, the method is compared to an alternative solution presented in a Journal of Aircraft's article.

SUMÁRIO

ÍNDICE DE FIGURAS	xi
ÍNDICE DE TABELAS	xiv
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Motivação	1
1.2 Objetivos	1
2 PLANADORES	3
2.1 Apresentação	3
2.2 Histórico	4
2.3 Componentes e Sistemas	5
2.3.1 Fuselagem	5
2.3.2 Asas e Componentes	6
2.3.3 Cauda e Componentes	8
2.4 Instrumentos de Medição	10
2.4.1 Indicador de Velocidade	11
2.4.2 Altímetro	13
2.4.3 Variômetro	13
2.4.4 Bússola Magnética	14
2.4.5 Medidor de Força G	14
2.4.6 Medidor de Temperatura Externa	15
2.4.7 Rádio Comunicador e Liberador de Cabo Reboque	16
2.5 Teorias de Voo	16
2.5.1 Decolagem	16
2.5.2 Voo sobre Térmicas	18
2.5.3 Voo sobre Colina	19
2.5.4 Voo sobre Ondas Estacionárias	20
2.6 Aerodinâmica de Voo	20
2.6.1 O Aerofólio	21
2.6.2 Coeficientes Aerodinâmicos Adimensionais	23
2.6.3 Centro de Pressão	24
2.6.4 O Formato de Asa	24
2.7 Performance e Desempenho	28

2.7.1	Hodógrafo	31
2.8	Classes de Competição	33
2.9	Planador GROB G 102 – ASTIR CLASS STANDARD III	34
2.9.1	Motivação	34
2.9.2	Dados Técnicos	35
2.9.3	Equipamentos	35
2.9.4	Performance	36
3	TEORIA E MODELAGEM MATEMÁTICA	38
3.1	Comentários Gerais	38
3.2	Escoamentos Sobre Asas Infinitas	38
3.2.1	Condições de Contorno	41
3.2.2	Teoria de Aerofólio Fino	43
3.2.3	Análise em Aerofólio Simétrico	45
3.2.4	Análise em Aerofólio Assimétrico	46
3.3	Escoamento Sobre Asas Finitas	48
3.3.1	O Efeito Downwash e Arrasto Induzido	48
3.3.2	Teoria Clássica da Linha de Sustentação	50
3.4	Distribuição Elíptica de Circulação	55
3.5	Distribuição Geral de Circulação	58
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	61
4.1	Modelagem Matemática do Planador ASTIR III Classe Standard	61
4.2	Validação do Método	66
4.3	Análise de Resultados	68
4.4	Comparações com o Planador	73
4.5	Análises Gerais	74
4.6	Discussões e Críticas ao Modelo	77
4.6.1	Discussões sobre CL	77
4.6.2	Discussões sobre CD	79
4.6.3	Discussões sobre CL/CD e Velocidade Respectiva	80
4.6.4	Discussões sobre CL^3/CD^2 e Razão de Descida	82
4.7	Outras Análises Interessantes	82
4.7.1	O Efeito Stall	82
4.7.2	Estudo da Otimização de Planadores	83

5	CONCLUSÕES	85
6	BIBLIOGRAFIA	87
	APÊNDICE A	88
	A.1 Análise de Resultados para Quatro Termos	88
	A.2 Análise de Resultados para Cinco Termos.....	91
	A.3 Análise de Resultados para Seis Termos.....	93
	A.4 Análise de Resultados para Sete Termos	96

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1: Ornitóptero de Leonardo Da Vinci	4
Figura 2.2: Otto Lilienthal em seu voo.....	5
Figura 2.3: Disposição de Ailerons e Flaps [Fonte: Adaptado de BERTIN (1998)].....	6
Figura 2.4: Rolagem [Fonte: Adaptado de THOMAS (1999)]	7
Figura 2.5: Cauda do planador	8
Figura 2.6: Movimento de arfagem [Fonte: Adaptado de THOMAS (1999)]	9
Figura 2.7: Movimento de guinada [Fonte: Adaptado de THOMAS (1999)].....	9
Figura 2.8: Sistema pitot-estático [Fonte: Adaptado FEDERAL (2009)].....	11
Figura 2.9: Indicador de Velocidade	12
Figura 2.10: Altímetro	13
Figura 2.11: Variômetro mecânico.....	14
Figura 2.12: Medidor de Força G [Fonte: Adaptado FEDERAL (2009)].....	15
Figura 2.13: Medidor de Temperatura [Fonte: Adaptado FEDERAL (2009)].....	16
Figura 2.14: Formação das térmicas [Fonte: FEDERAL (2009)]	18
Figura 2.15: Voo sobre térmicas [Fonte: FEDERAL (2009)].....	19
Figura 2.16: Formação dos ventos de colina [Fonte: Adaptado FEDERAL (2009)]	20
Figura 2.17: Forças em um Aerofólio [Fonte: ANDERSON (1991)]	22
Figura 2.18: Formato de Asas mais Comuns [Fonte: Adaptado FEDERAL (2009)].....	25
Figura 2.19: Asa com enflechamento [Fonte: BERTIN (1998)]	26
Figura 2.20: Forças sobre um avião em regime permanente.....	28
Figura 2.21: Forças em um planador.....	29
Figura 2.22: Hodógrafo [Fonte: Adaptado FEDERAL (2009)]	31
Figura 2.23: Hodógrafo para ventos frontais [Fonte: Adaptado FEDERAL (2009)].....	32
Figura 2.24: Hodógrafo para ventos em descida [Fonte: Adaptado FEDERAL (2009)]	32
Figura 2.25: Desempenhos com e sem água de lastro [Fonte: Adaptado FEDERAL (2009)]	33
Figura 2.26: Planador ASTIR Classe Standard	35
Figura 2.27: Curva Polar de Performance [Fonte: Manual Grob102].....	37
Figura 3.1: Distribuição de sustentação ao longo da asa [Fonte: ANDERSON (1991)]	38
Figura 3.2: Distribuição de velocidade na camada limite	39
Figura 3.3: Folha de Vorticidade [Fonte: BERTIN (1998)].....	40

Figura 3.4: Velocidade tangencial através de uma folha de vorticidade [Fonte: BERTIN (1998)]	40
Figura 3.5: Pontos de Estagnação [Fonte: ANDERSON (1991)]	42
Figura 3.6: Folha de vorticidade na linha de corda [Fonte: Adaptado de BERTIN (1998)]	43
Figura 3.7: Cálculo da velocidade induzida [Fonte: BERTIN (1998)]	44
Figura 3.8: Comparação do modelo teórico com o experimental para um aerofólio NACA 0012 [Fonte: BERTIN (1998)]	46
Figura 3.9: Vórtices de ponta de asa [Fonte: BERTIN (1998)]	48
Figura 3.10: Efeito do downwash sobre uma seção de aerofólio [Fonte: Adaptado de ANDERSON (1991)]	49
Figura 3.11: Vórtice ferradura [Fonte: Adaptado de ANDERSON (1991)]	51
Figura 3.12: Superposição finita de vórtices ferradura [Fonte: ANDERSON (1991)] ..	52
Figura 3.13: Superposição de infinitos vórtices ferradura [Fonte: ANDERSON (1991)]	52
Figura 3.14: Distribuição simétrica de circulação para 5 termos [Fonte: Adaptado de BERTIN (1998)]	59
Figura 4.1: Aerofólio modelo Eppler 603 [Fonte: Airfoiltools.com]	63
Figura 4.2: Gráfico dos coeficientes de arrasto	65
Figura 4.3: Gráfico comparativo dos modelos	67
Figura 4.4: Gráfico $CL \times \alpha$ para 3 e 8 termos	70
Figura 4.5: Gráfico $CD \times \alpha$ para 3 e 8 termos	70
Figura 4.6: Gráfico $CL/CD \times \alpha$ para 3 e 8 termos	71
Figura 4.7: Gráfico $CL^3/CD^2 \times \alpha$ para 3 e 8 termos	72
Figura 4.8: Gráfico $V \times \alpha$ para 3 e 8 termos	73
Figura 4.9: Gráfico $RD \times \alpha$ para 3 e 8 termos	73
Figura 4.10: Evolução de CL para $\alpha = 3,3^\circ$	75
Figura 4.11: Evolução de CD para $\alpha = 3,3^\circ$	76
Figura 4.12: Evolução de CL/CD para $\alpha = 3,3^\circ$	76
Figura 4.13: Evolução de CL^3/CD^2 para $\alpha = 3,3^\circ$	76
Figura 4.14: Evolução de V para $\alpha = 3,3^\circ$	77
Figura 4.15: Evolução de RD para $\alpha = 3,3$	77
Figura 4.16: Gráfico comparativo dos coeficientes de sustentação 2D e 3D	78

Figura 4.17: Relação entre os coeficientes de sustentação 2D e 3D [Fonte: BERTIN (1998)]	79
Figura 4.18: Gráfico C_d , C_{Di} , C_D x α para série de oito termos	80
Figura 4.19: Ângulo de torção	81
Figura 4.20: Efeito da razão de aspecto sobre o arrasto	83
Figura 4.21: Efeito da razão de aspecto no arrasto para $CL = 0,69$ ($\alpha = 3,3^\circ$)	84
Figura A.1: Gráfico CL x α para 4 termos.....	89
Figura A.2: Gráfico CD x α para 4 termos	89
Figura A.3: Gráfico CL/CD x α para 4 termos	89
Figura A.4: Gráfico CL^3/CD^2 x α para 4 termos	90
Figura A.5: Gráfico V x α para 4 termos.....	90
Figura A.6: Gráfico RD x α para 4 termos	90
Figura A.7: Gráfico CL x α para 5 termos.....	91
Figura A.8: Gráfico CD x α para 5 termos	92
Figura A.9: Gráfico CL/CD x α para 5 termos	92
Figura A.10: Gráfico CL^3/CD^2 x α para 5 termos	92
Figura A.11: Gráfico V x α para 5 termos.....	93
Figura A.12: Gráfico RD x α para 5 termos	93
Figura A.13: Gráfico CL x α para 6 termos.....	94
Figura A.14: Gráfico CD x α para 6 termos	95
Figura A.15: Gráfico CL/CD x α para 6 termos.....	95
Figura A.16: Gráfico CL^3/CD^2 x α para 6 termos	95
Figura A.17: Gráfico V x α para 6 termos.....	96
Figura A.18: Gráfico RD x α para 6 termos	96
Figura A.19: Gráfico CL x α para 7 termos.....	97
Figura A.20: Gráfico CD x α para 7 termos	98
Figura A.21: Gráfico CL x α para 7 termos.....	98
Figura A.22: Gráfico CL x α para 7 termos.....	98
Figura A.23: Gráfico CL x α para 7 termos.....	99
Figura A.24: Gráfico CL x α para 7 termos.....	99

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1: Dados técnicos do planador	35
Tabela 2.2: Dados de performance	37
Tabela 4.1: Método da colocação para 3 termos	62
Tabela 4.2: Valores encontrados para a série de Fourier para $\alpha=4^\circ$	63
Tabela 4.3: Resultados finais para $\alpha=4^\circ$	63
Tabela 4.4: Valores do simulador Xfoil para o aerofólio Eppler 603	65
Tabela 4.5: Dados obtidos pelo método de RASMUSSEN e SMITH (1999).....	67
Tabela 4.6: Dados obtidos pelo método da colocação de BERTIN (1998).....	67
Tabela 4.7: Resultado da série de três termos	69
Tabela 4.8: Resultados da série de oito termos	69
Tabela 4.9: Comparação dos dados teóricos para série de oito termos com os dados experimentais do planador.....	74
Tabela 4.10: Erros para cada série.....	74
Tabela 4.11: Resultados das séries para $\alpha = 3.3^\circ$	75
Tabela A.1: Resultados da série de quatro termos.....	88
Tabela A.2: Resultados da série de cinco termos	91
Tabela A.3: Resultados da série de seis termos.....	93
Tabela A.4: Resultados da série de sete termos.....	96

1 INTRODUÇÃO

1.1 Motivação

O uso de planadores teve principal importância no início da era da aviação, seja nos fins bélicos, de instrução de pilotos ou na prática de esportes. A implementação deste método de voo deu origem a todo o estudo que hoje é voltado para esta área.

O planador por ser uma aeronave geralmente sem motor, é muito utilizado para pilotos iniciantes que não possuem experiência em voo, como por exemplos os cadetes da academia de força aérea brasileira (AFA). Além disso, o uso dessas aeronaves hoje em dia também é utilizado na prática de esportes, no chamado voo à vela. Existem diversas classes de competições nessa modalidade de voo, sendo organizados anualmente diversas competições.

Os planadores tiveram também grande importância durante a segunda guerra mundial. Por serem aeronaves extremamente silenciosas, permitia a invasão de territórios sem que a tropa inimiga notasse sua presença. Entretanto, é inegável o principal problema dessa aeronave quando usada para fins bélicos, o fato de serem muito lentas. Com os avanços na área eles perderam espaço para aviões monomotores e helicópteros.

1.2 Objetivos

Os objetivos deste trabalho consistem em apresentar os conceitos mais importantes sobre a aerodinâmica de planadores, suas características físicas, e avaliar seu desempenho em voo. Especificamente é feita uma análise da teoria clássica da linha de sustentação de Prandtl aplicada a um planador comercial denominado ASTIR, a partir do método da colocação.

Os objetivos seguintes são:

- Implementar a teoria da linha de sustentação de Prandtl para o planador ASTIR, a partir do método da colocação de BERTIN (1998)
- Analisar as características aerodinâmicas do planador ASTIR com base na teoria e comparar com os dados experimentais encontrados no manual do planador
- Comparar o método clássico de BERTIN (1998) com a solução encontrada por RASMUSSEN e SMITH (1999)

2 PLANADORES

2.1 Apresentação

O termo planador se aplica geralmente a aviação não motorizada, que utiliza como força motriz a gravidade e as reações aerodinâmicas. Seguindo a etimologia, planador é tudo aquilo que plana utilizando essas reações às suas superfícies fixas, obtendo forças necessárias para vencer a gravidade.

Os planadores por geralmente não possuírem nenhum sistema de propulsão, devem se manter no ar o maior tempo possível ou andar a maior distância pelos seus próprios atributos. Dado esse fato, percebe-se que deve ser uma aeronave extremamente leve e lisa, diminuindo o arrasto.

Diferente dos aviões convencionais, eles possuem características únicas que as diferenciam das outras aeronaves, que são: dimensões de fuselagem bem menores semelhantes aos monomotores e asas extremamente longas e de pequeno comprimento de corda.

Como a maioria das outras aeronaves, os planadores são projetados para ter um revestimento que seja o mais liso possível para permitir ao aparelho deslizar mais facilmente pelo ar. Os primeiros planadores eram construídos de madeira com revestimento de tela. As versões posteriores foram construídas com revestimento estrutural de alumínio, sendo mais leves e esguios. Contudo, as emendas e os rebites necessários ao revestimento de alumínio produzem arrasto. Em muitos planadores modernos a construção com materiais compostos, como fibra de vidro e fibra de carbono, está rapidamente substituindo o alumínio. Os materiais compostos permitem os projetistas de aeronaves criar estruturas sem rebites nem emendas, com formas que produzem menos arrasto.

2.2 Histórico

A história da aviação começa no século XV, com os esboços de Leonardo Da Vinci. A partir do estudo anatômico das asas dos pássaros, Da Vinci projetou o ornitóptero, um aparelho feito com asas acopladas aos braços, o primeiro paraquedas e o primeiro helicóptero. Em suas mais de cinco mil páginas de anotações sobre o voo, ele resolveu vários problemas, como o cálculo da área de sustentação necessária para elevar um homem. O italiano nunca tirou seus projetos do papel, mas, no século XX, um de seus planadores foi construído e funcionou. Antes de Da Vinci, a exploração do ar resumia-se a dois tipos de iniciativas. De um lado estavam os inventores que criavam objetos capazes de planar. Em 600 a.C, os chineses criaram as primeiras pipas, e 200 anos depois o físico grego Árquitas construiu um pombo de madeira cheio de ar, capaz de voar por até 180 metros. De outro lado, havia pessoas tentando chegar ao ar em aparelhos que imitavam os movimentos dos pássaros. Foi o caso do monge beneditino inglês Oliver de Malmesbury, que em 1050 saltou da torre de um mosteiro usando asas feitas de madeira e tecido. Ele acabou morrendo com a queda.



Figura 2.1: Ornitóptero de Leonardo Da Vinci

É importante perceber, que toda a aviação começa com o planeio, a partir do momento em que se é conquistado esse método de voo, então se começa a ser estudado maneiras de implementar máquinas motoras no mesmo. Levando para esse lado, pode se dizer

que o verdadeiro pai da aviação planada foi o alemão Otto Lilienthal (1848 – 1896), que desde pequeno se alimentou do desejo de voar.

Ele se tornou o primeiro homem a conseguir fazer voos planados com enorme sucesso, realizando mais de dois mil voos. Otto sempre se baseou no voo dos pássaros, publicando em 1889 o livro “Voo dos Pássaros Como a Base a Aviação”. Em um dos seus primeiros voos, o alemão conseguiu um alcance de 25 metros e depois já estava conseguindo sobrevoar 250 metros.



Figura 2.2: Otto Lilienthal em seu voo

Otto deixou um verdadeiro legado para a aviação, levando Alberto Santos Dumont a conseguir levantar voo com a primeira aeronave então conhecida, o 14-bis.

2.3 Componentes e Sistemas

2.3.1 Fuselagem

A fuselagem é o próprio corpo da aeronave e pode ser fabricada em madeira, ferro, alumínio, fibra de vidro, fibra de carbono ou também uma combinação destes materiais.

Nela se localiza o “cockpit” que é o lugar onde o piloto fica para controlar a aeronave,

junto com os sistemas de controle de voo. Além disso, a fuselagem é o local onde as asas e a cauda do planador se acoplam para dar o formato final da aeronave.

2.3.2 Asas e Componentes

A asa é o principal meio pelo qual o planador adquire sua sustentação. Nela são acoplados componentes que realizam as manobras necessárias para o voo planado, que são controlados pelo piloto no cockpit.

Os principais sistemas de controle nas asas nos planadores são:

- Ailerons
- Spoilers

Os ailerons estão localizados no bordo de fuga da asa e mais próximos das pontas, e controlam o movimento da aeronave ao redor de seu eixo longitudinal, promovendo a chamada rolagem. Estes ailerons se encontram nas duas asas e se movem em direções contrárias.

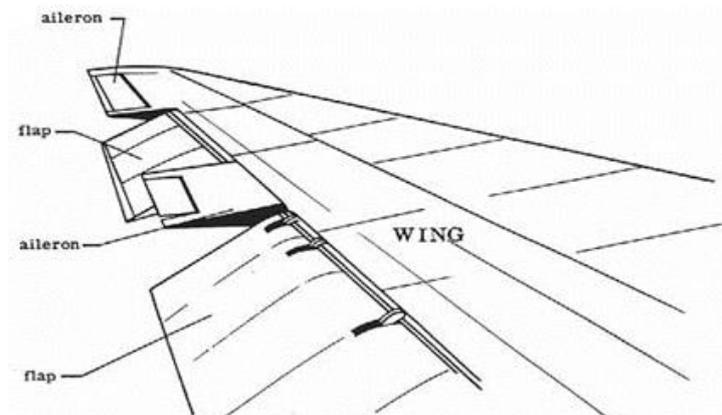


Figura 2.3: Disposição de Ailerons e Flaps [Fonte: Adaptado de BERTIN (1998)]

Por exemplo, quando o piloto quer rolar o planador para direita, o aileron da asa direita se deflete para cima, enquanto que o aileron da asa esquerda deflete para baixo. Quando isto ocorre, a asa direita perde sustentação e a asa esquerda ganha, fazendo então a rolagem para a direita da aeronave, como mostra a figura 2.4.

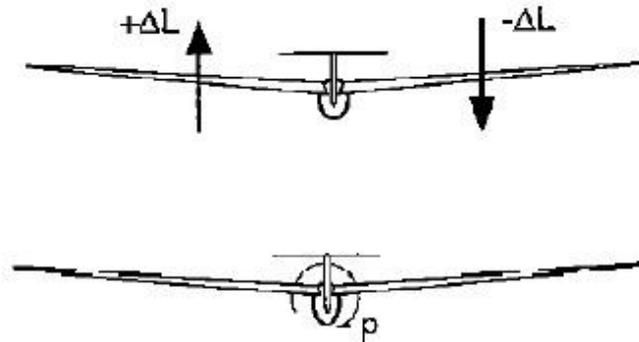


Figura 2.4: Rolagem [Fonte: Adaptado de THOMAS (1999)]

Os spoilers são mecanismos de perda de sustentação, ou seja, quando se quer perder altitude devido a algum problema ou até mesmo na aterrissagem, é necessário o uso desse equipamento. Eles se localizam na parte superior da asa e tem o papel de interromper a passagem de ar.

Existem também mecanismos que visam o ganho de sustentação da aeronave, porém não são encontrados normalmente em planadores, que são os flaps. Os flaps estão localizados no bordo de fuga das asas e podem ser utilizados para aumentar a sustentação, arrasto ou razão de descida. A posição do flap, diz que tipo de situação irá acontecer. Por exemplo, se o flap for colocado para baixo, de modo a aumentar a linha de curvatura do aerofólio iremos ter um aumento de sustentação e também de arrasto. Se no caso ele for colocado para cima, teremos uma perda de sustentação e um aumento

de arrasto. Este mecanismo é o mais interessante, pois possui diversas formas de manuseio.

2.3.3 Cauda e Componentes

A cauda contém, assim como a asa, partes móveis e fixas, como mostra a figura 2.5. As partes fixas consistem nos estabilizadores verticais e horizontais que tendem a deixar o planador mais estável em sua passagem pelo ar, e não serão parte do estudo.

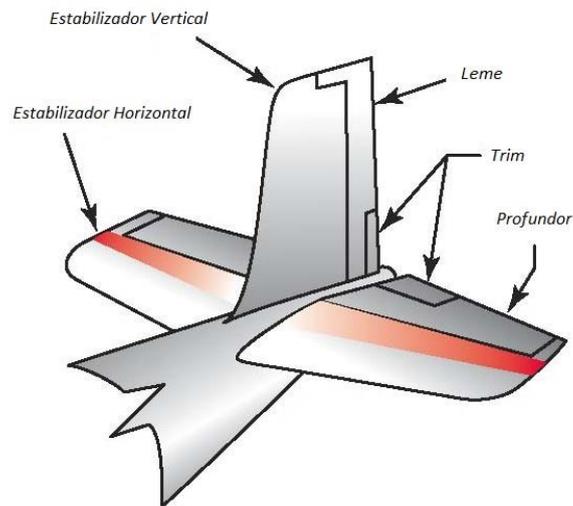


Figura 2.5: Cauda do planador

As partes móveis consistem em:

- Profundor
- Leme
- Trim

O profundor está localizado atrás do estabilizador horizontal, e tem como principal função fazer a aeronave rodar em torno do eixo lateral, conhecido como pitch ou arfagem. Durante o voo o profundor é responsável pelo movimento do nariz do planador, fazendo-o subir ou descer.

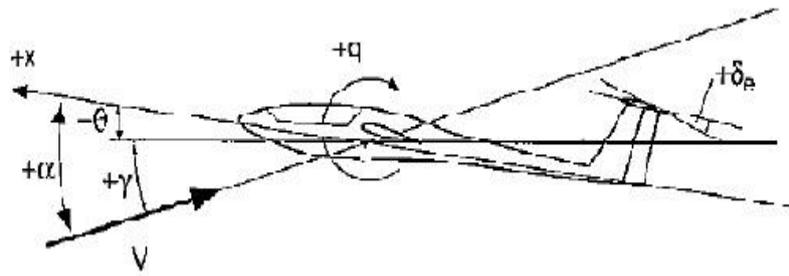


Figura 2.6: Movimento de arfagem [Fonte: Adaptado de THOMAS (1999)]

O leme está localizado atrás do estabilizador vertical, e tem como principal função fazer a aeronave rodar em torno do eixo vertical, movimento conhecido como “yaw” ou simplesmente guinada. Ele é utilizado junto com ailerons e o profundor durante manobras.

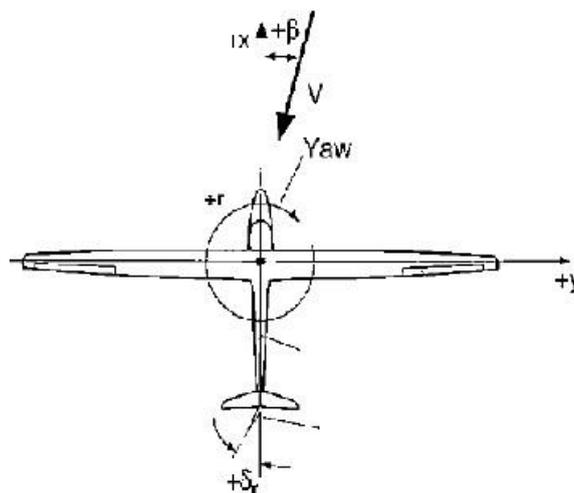


Figura 2.7: Movimento de guinada [Fonte: Adaptado de THOMAS (1999)]

O trim, ou sistemas de trim, são utilizados para diminuir a força necessária do piloto para uma manobra. Eles servem para diminuir a pressão sobre os controladores, de modo que o esforço feito pelo piloto para movê-lo fique menor. Um exemplo desse sistema é a chamada aba de profundor trim, que facilita o movimento do profundor atrás do estabilizador horizontal.

2.4 Instrumentos de Medição

Nesta seção será demonstrado o interior do cockpit, explicando o funcionamento de cada instrumento e sua influencia no voo planado. Há certa variação da quantidade de medidores de planador para planador de acordo com seu grau de modernidade.

Os instrumentos têm como principal função mostrar ao piloto informações da direção, velocidade, altitude e performance do planador. Esses instrumentos são categorizados de acordo com seu método de operação. Os principais instrumentos são:

- Altímetro
- Variômetro
- Indicador de Velocidade
- Bússola Magnética
- Indicador de Força G
- Medidor de Temperatura Externa
- Rádio Comunicador
- Liberador de Cabo Reboque

Os três primeiros instrumentos são resultado do sistema “pitot-estático” (figura 2.8), que consiste em um tubo de pitot e um respiradouro estático (porta estática). O funcionamento desse sistema consiste na obtenção de dois tipos de pressão: estática e dinâmica, a partir das linhas pressão estática e de impacto. A linha de pressão de impacto, que é obtida devido ao movimento do planador para frente, é obtida através do tubo de pitot que é colocado no nariz do planador ou no estabilizador vertical alinhado

com o vento relativo. Essa localização minimiza distúrbios e turbulências causados pelo movimento do planador no ar.



Figura 2.8: Sistema pitot-estático [Fonte: Adaptado FEDERAL (2009)]

A linha pressão estática é obtida através do respiradouro estático, que pode ser colocado ao lado da fuselagem ou em um tubo montado no estabilizador vertical. Planadores que usam o sistema na fuselagem, apresentam normalmente dois respiradouros, um em cada lado para minimizar os erros de medição devido a mudanças no movimento do planador.

2.4.1 Indicador de Velocidade

O indicador de velocidade mostra a velocidade do planador em movimento no ar. Alguns indicadores possuem um sistema de cor de arcos que descreve as variações de velocidade permissíveis no ar.

O indicador de velocidade é o único instrumento que depende dos dois componentes, o tubo de pitot e o respiradouro. Quando a pressão nos dois é a mesma, significa que a velocidade indicada é zero. Quando a pressão no tubo de pitot aumenta e se torna maior que a pressão estática, a velocidade no indicador começa a aumentar progressivamente.

Existem três tipos de velocidade que devemos entender: a velocidade indicada, a velocidade calibrada e a velocidade real.

A velocidade indicada é a velocidade que é lida diretamente do painel, que pode conter erros devido a variações na densidade da atmosfera, erro de instalação ou erro de instrumento.

A velocidade calibrada é a velocidade indicada corrigida do erro de instalação e do instrumento. Embora os fabricantes afirmem que os erros são mínimos, é impossível remover todos os erros. A certas velocidades e com flaps e spoilers abertos, o erro pode ser significantes e estes geralmente são maiores a baixas velocidades. É importante sempre se voltar para a carta de calibração para corrigir os possíveis erros, que pode ser encontrada no manual do planador ou até mesmo no próprio indicador, por cores diferenciadas nos arcos.

A velocidade real, como próprio nome diz é a velocidade real do planador. Essa velocidade normalmente não consegue ser calculada, pois ela é somente encontrada quando estamos em condições de atmosfera padrão. Como a densidade do ar decai com a altitude, significa que o planador deve ter uma velocidade maior para promover a mesma diferença de pressão entre o tubo de pitot e o respiradouro.



Figura 2.9: Indicador de Velocidade

Existem muitas velocidades nesse painel que o piloto deve ter cuidado para não ultrapassar e algumas variações que permitem o piloto fazer manobras.

2.4.2 Altímetro

O altímetro é o instrumento que faz a medição da altura do planador em relação ao nível do mar. Como ele é o único instrumento que indica a altura do planador, ele é considerado como um dos principais. Para usar o altímetro de maneira correta, é preciso conhecer seu princípio de funcionamento.

O altímetro funciona basicamente com a ajuda de um barômetro, que mede a pressão da atmosfera local e apresenta a indicação de altitude em pés. Ele utiliza somente a pressão estática do respiradouro para seu funcionamento.

Assim como o indicador de velocidade, o altímetro também possui alguns termos que devem ser conhecidos pelo piloto: Altitude indicada, real, absoluta, de pressão e de densidade.



Figura 2.10: Altímetro

2.4.3 Variômetro

O variômetro é o instrumento que mostra ao piloto informações sobre a performance do planador enquanto voa na atmosfera. Ele trabalha no mesmo princípio do altímetro, porém ele indica razões de subida e descida da aeronave.

Um planador pode possuir dois tipos de variômetro: o elétrico e o mecânico. A razão clara é para caso haja alguma falha em algum dos dois.

Variômetros elétricos oferecem muitas vantagens sobre os mecânicos, como por exemplo respostas mais rápidas de descida e subida, e também sinais audíveis.



Figura 2.11: Variômetro mecânico

2.4.4 Bússola Magnética

A bússola magnética que é o único instrumento de direção do planador, é muito simples em sua construção. Este instrumento não mais segue o sistema pitot-estático, sendo totalmente independente. O funcionamento consiste no de uma bússola comum. As linhas de magnetismo que vêm dos polos, traçam a direção em que o piloto está indo.

A bússola, assim como os outros instrumentos, pode possuir erros de medição e o piloto deve ficar atento para poder corrigi-los de maneira segura.

2.4.5 Medidor de Força G

Outro instrumento que pode ser montado no painel do planador é o medidor de força G. Esse tem como objetivo medir as cargas impostas no planador durante um voo. Durante uma viagem, em um voo não acelerado em ar calmo, um planador experimenta um fator de força de 1G (1.0 vezes o valor da força da gravidade). Durante voos acrobáticos ou de ar turbulento, o medidor ultrapassa essa medida que vem de acelerações impostas no planador.

As cargas de força G são classificadas como positivas ou negativas. Cargas positivas são sentidas quando levantamos o nariz do planador em subida rapidamente, chamado “pitching up”. Analogamente as cargas negativas são sentidas quando abaixamos o nariz do avião em descida rapidamente, chamado “pitching down” ou também quando estamos em descida em voo invertido, quando se está, por exemplo, em uma manobra de “looping”. Todos os planadores possuem um máximo de carga positiva e negativa que podem suportar, e estas se encontram normalmente no manual do planador. Caso esse limite seja ultrapassado, podem existir diversos danos na estrutura do planador.



Figura 2.12: Medidor de Força G [Fonte: Adaptado FEDERAL (2009)]

O medidor é muito importante quando estamos fazendo manobras ou em ar bastante turbulento, permitindo ao piloto tomar a melhor decisão durante o voo.

2.4.6 Medidor de Temperatura Externa

O medidor de temperatura como próprio nome diz, faz a medição da temperatura do ar externo ao planador. A temperatura sempre é graduada tanto em graus Celsius quanto em Fahrenheit. Com auxílio desta temperatura, é possível tomar decisões importantes, pois se a temperatura estiver muito baixa existe a possibilidade de ocorrer o congelamento de certos sistemas do planador e válvulas, que podem ocasionar a queda do mesmo.



Figura 2.13: Medidor de Temperatura [Fonte: Adaptado FEDERAL (2009)]

2.4.7 Rádio Comunicador e Liberador de Cabo Reboque

Estes dois componentes básicos do planador, são de extrema importância para o funcionamento do mesmo.

O rádio comunicador sem dúvida é um dos principais mecanismos de segurança e controle de voo para o piloto. Sem ele é impossível se fazer uma viagem segura.

O liberador de cabo reboque serve para soltar o planador do avião rebocador e dar prosseguimento ao voo.

2.5 Teorias de Voo

2.5.1 Decolagem

Sem um motor, o primeiro problema do planador é deixar o solo e ganhar altitude. A maneira mais comum de lançamento é o reboque aéreo. Um avião reboca o planador usando um cabo de aço. O piloto do planador controla um mecanismo de desengate de ação rápida localizado no nariz do planador, e solta o cabo quando na altitude desejada.

Logo após o desengate, o planador e o avião tomam direções opostas e o planador

começa seu voo não motorizado. O rebocador então está livre para retornar ao aeroporto e se preparar para novo reboque.

Um outro método popular de lançamento é por guincho. Um motor aciona um grande guincho no solo e um longo cabo liga o guincho a um outro mecanismo de desengate localizado na parte inferior do planador. Quando o guincho é acionado, o planador é puxado pelo solo na direção do guincho e decola, subindo rapidamente. Quando o planador sobe, o piloto pode soltar o cabo do guincho como num avião rebocador e continuar seu voo.

Existem também os chamados planadores motores, que são planadores providos de motor que conseguem realizar o seu auto lançamento. Além disso, durante o voo o planador motor pode se utilizar deste artifício para ganhar mais velocidade. Mas e quanto aos planadores convencionais que não possuem esse artifício, como eles conseguem permanecer tanto tempo viajando no ar sem qualquer propulsão?

A chave para permanecer no ar por maiores períodos é conseguir alguma ajuda da mãe natureza sempre que possível. Quando um planador desce devagar em relação ao ar que o circunda, o que aconteceria se esse ar se movesse para cima mais rápido do que o planador desce? É como tentar remar um caiaque rio acima, embora você possa cortar a água a uma velocidade respeitável, na realidade não está fazendo nenhum progresso em relação à margem. O mesmo acontece com os planadores. Se você está descendo a 1m/s, mas o ar em volta da aeronave está subindo a 2m/s, na verdade você está ganhando altitude.

Existem três tipos principais de ar ascendentes usados por pilotos de planadores para aumentar o tempo de voo: térmicas, ventos de colina e ondas estacionárias. E serão agora o alvo do nosso estudo.

2.5.2 Voo sobre Térmicas

É a fonte de ascensão mais comum usada no voo planador em geral. As térmicas são elevações de massas de ar na forma de circulações produzidas por convecção. São criadas através do aquecimento da superfície devido à radiação solar. A radiação solar aquece o solo, fazendo com que a massa de ar imediatamente acima do solo seja aquecida também. O ar aquecido se torna menos denso do que o ar em seu redor, fazendo com que a massa de ar mais quente suba. A massa de ar para de subir quando esfriada a mesma temperatura do ar em seu redor.

Térmicas são geralmente indicadas pela presença de nuvens do tipo cumulus. Cumulus são nuvens que possuem a aparência de algodão. A sua presença indica geralmente um bom tempo.

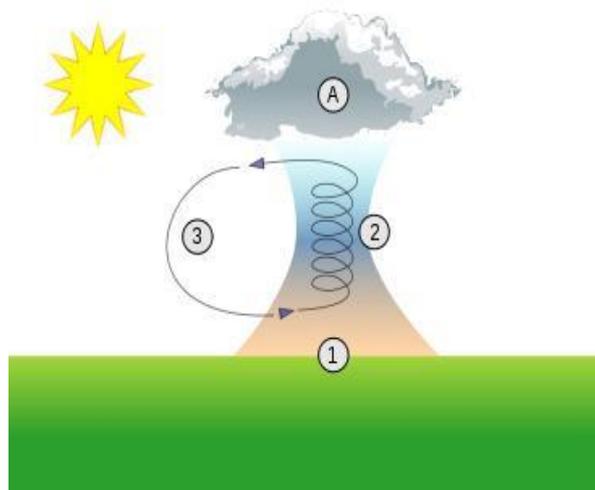


Figura 2.14: Formação das térmicas [Fonte: FEDERAL (2009)]

Com isso, os pilotos de planadores procuram essas nuvens em seu estágio de desenvolvimento, fase em que produzem maior sustentação. Nuvens com aparência dispersa produzem menor sustentação ou até mesmo zonas de descida quando a nuvem

se dissipa. É comum também se identificar térmicas por meios de aves que usam bastante a planagem, como por exemplo o urubu.

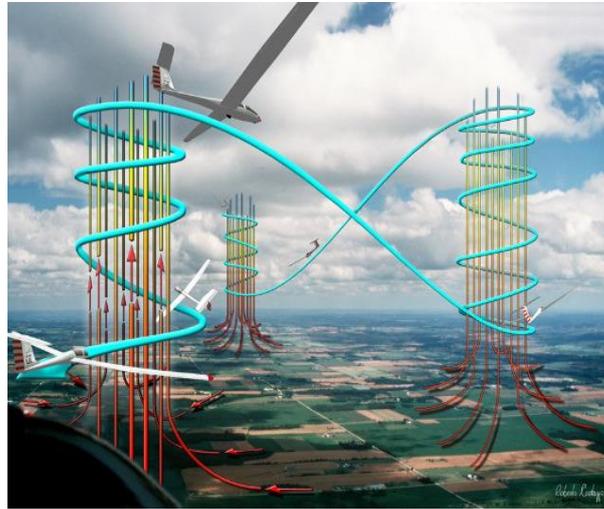


Figura 2.15: Voo sobre térmicas [Fonte: FEDERAL (2009)]

2.5.3 Voo sobre Colina

Voo de colina se refere ao uso de movimentos ascendentes do vento produzidos ao contornar um obstáculo geográfico, como por exemplo colinas, montanhas e planaltos.

A sustentação devido ao voo de colina é a fonte de ascensão mais fácil de ser identificada. Porém nem todas as topografias produzem boa sustentação. Algumas topografias fazem com que os ventos sejam defletidos lateralmente, produzindo pouca ou nenhuma sustentação. A sustentação pode ser estendida de duas a três vezes o tamanho do obstáculo.

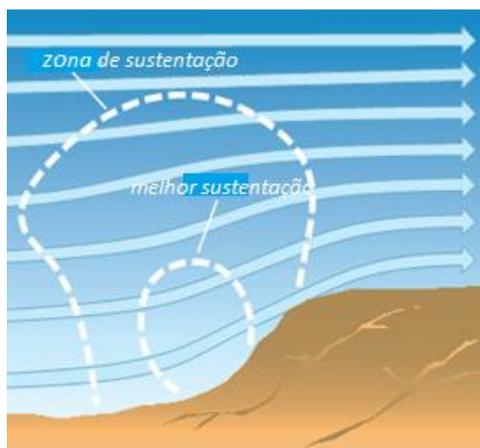


Figura 2.16: Formação dos ventos de colina [Fonte: Adaptado FEDERAL (2009)]

2.5.4 Voo sobre Ondas Estacionárias

Ondas estacionárias são ondulações de um fluxo de ar na atmosfera. A forma mais comum são ondas orográficas (ondas criadas a partir de relevos geográficos). São formadas devido a mudanças periódicas de pressão atmosférica, temperatura e altura em fluxo laminar de ar causadas por uma perturbação vertical, por exemplo de origem geográfica. A perturbação força um movimento ondulatório. Uma comum analogia que ajuda a visualizar as ondas é de água escoando em pequenos rios. Uma rocha submersa causará ondas a jusante do escoamento. É importante salientar que as ondas atmosféricas são muito mais complexas que as da analogia e que nem sempre ventos soprando através de montanhas formarão ondas estacionárias.

2.6 Aerodinâmica de Voo

Nesta seção é abordado um pouco da teoria de voo de planadores, como por exemplo o entendimento do aerofólio em si, da aerodinâmica da asa, os adimensionais mais importantes e o estudo físico do voo do planador. Primeiramente analisaremos a teoria do ponto de vista bidimensional.

2.6.1 O Aerofólio

O aerofólio sem dúvida é a parte mais importante de uma aeronave. Entender bem o funcionamento deste equipamento nos permitirá fazer os futuros cálculos necessários para o desenvolvimento de um planador.

O aerofólio corresponde à seção bidimensional de uma asa, quando visualizamos um corte plano vertical paralelo à linha de centro da aeronave.

Segundo ANDERSON (1991), as forças e momentos que surgem devido a um escoamento sobre o aerofólio, estarão sempre relacionados com a pressão e a tensão de cisalhamento existentes. Quando integrarmos esses dois componentes ao longo da superfície do aerofólio, encontraremos duas forças importantes: **N**, que é a componente normal perpendicular à corda do aerofólio, e **A** que é a força axial devido ao cisalhamento feito pelo escoamento sobre o aerofólio.

Para uma facilitação de cálculos, é conveniente mudarmos o referencial das forças adotadas para um referencial fora do corpo, ou seja, utilizando os eixos vertical e horizontal.

A seguir a ilustração mostrará todas as forças envolvidas quando este aerofólio é submetido a um escoamento.

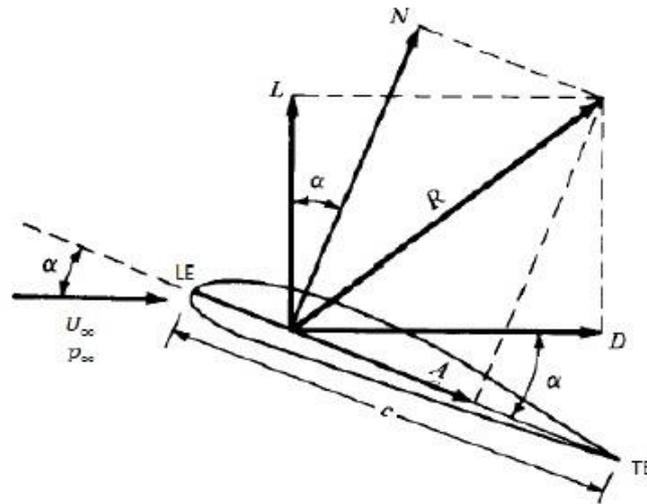


Figura 2.17: Forças em um Aerofólio [Fonte: ANDERSON (1991)]

Na figura 2.17, vemos um exemplo de aerofólio, onde:

- α é ângulo de ataque, o ângulo que o escoamento faz com a corda do aerofólio.
- **LE** (“*leading edge*”) é o bordo de ataque.
- **TE** (“*trailing edge*”) é o bordo de fuga.
- c é a corda do aerofólio, medida entre os pontos LE e TE.
- U_∞ é a velocidade do escoamento.
- ρ é a densidade do ar.
- **R** é a resultante das forças atuantes.
- **N** é a componente vertical da resultante, no referencial do aerofólio.
- **A** é a componente horizontal da resultante, no referencial do aerofólio.
- **L** (“*lift*”) é a força de sustentação.
- **D** (“*drag*”) é a força de arrasto.

A partir dessa ilustração, podemos ver claramente que a força de sustentação e arrasto, são encontradas a partir das outras forças já mencionadas:

$$L = N \cos \alpha - A \sin \alpha \quad (2.1)$$

$$D = N \sin \alpha + A \cos \alpha$$

2.6.2 Coeficientes Aerodinâmicos Adimensionais

O estudo da aerodinâmica em aerofólios, assim como em diversas áreas de mecânica dos fluidos, é feito através de termos adimensionais. O objetivo desses coeficientes é expressar um significado físico através de um número que é sem dimensão. Um exemplo de coeficiente adimensional é o número de *Reynolds*, que é uma relação entre forças de inércia e forças viscosas, e a partir deste número é possível determinar que tipo de escoamento estamos lidando: laminar ou turbulento.

Para os coeficientes é importante saber além dos termos já mencionados que: a é a velocidade do som no ar e q_∞ é a pressão dinâmica, que pode ser calculada como:

$$q_\infty = \frac{\rho U_\infty^2}{2} \quad (2.2)$$

Abaixo estão os coeficientes aerodinâmicos mais importantes:

- Número de Reynolds: $Re = \frac{\rho U_\infty l}{\mu} \quad (2.3)$

- Número de Mach: $M = \frac{U_\infty}{a} \quad (2.4)$

- Coeficiente de Sustentação: $C_L = \frac{L}{q_\infty S} \quad (2.5)$

- Coeficiente de Arrasto: $C_D = \frac{D}{q_\infty S} \quad (2.6)$

- Coeficiente de Pressão: $C_P = \frac{P - P_\infty}{q_\infty} \quad (2.7)$

- Coeficiente de Momento: $C_M = \frac{M}{q_\infty S l} \quad (2.8)$

Para o perfil do aerofólio, usaremos uma notação de modo que os coeficientes serão calculados em função da linha de corda. Assim temos:

$$C_l = \frac{L'}{q_\infty c} \quad (2.9)$$

$$C_d = \frac{D'}{q_\infty c} \quad (2.10)$$

$$C_m = \frac{M'}{q_\infty c l} \quad (2.11)$$

e se analisarmos a equação (2.1), teremos:

$$L' = N' \cos \alpha - A' \sin \alpha \quad (2.12)$$

$$D' = N' \sin \alpha + A' \cos \alpha$$

2.6.3 Centro de Pressão

O centro de pressão é o local onde a força resultante \mathbf{R} atua sobre o aerofólio, ou, alternativamente, é o ponto sobre o corpo em torno do qual o momento aerodinâmico é nulo. Ou seja, podemos definir o centro de pressão a partir da equação:

$$X_{cp} = -\frac{M'_{LE}}{N'} \quad (2.13)$$

onde M'_{LE} é o momento aplicado no bordo de ataque.

Se levarmos em consideração que sempre tratamos o ângulo de ataque como um ângulo muito pequeno, é possível dizer que: $\sin(\alpha) = 0$ e $\cos(\alpha) = 1$. Desta forma, a equação se resume a:

$$X_{cp} = -\frac{M'_{LE}}{L'} \quad (2.14)$$

2.6.4 O Formato de Asa

Agora que já se conhece um pouco sobre a teoria bidimensional, é importante saber como ela influencia na própria asa, ou seja, como essa teoria é modificada quando tratamos de um espaço tridimensional.

As asas mais comuns utilizadas nos planadores são: Elíptica, retangular, trapezoidal e enflechada.

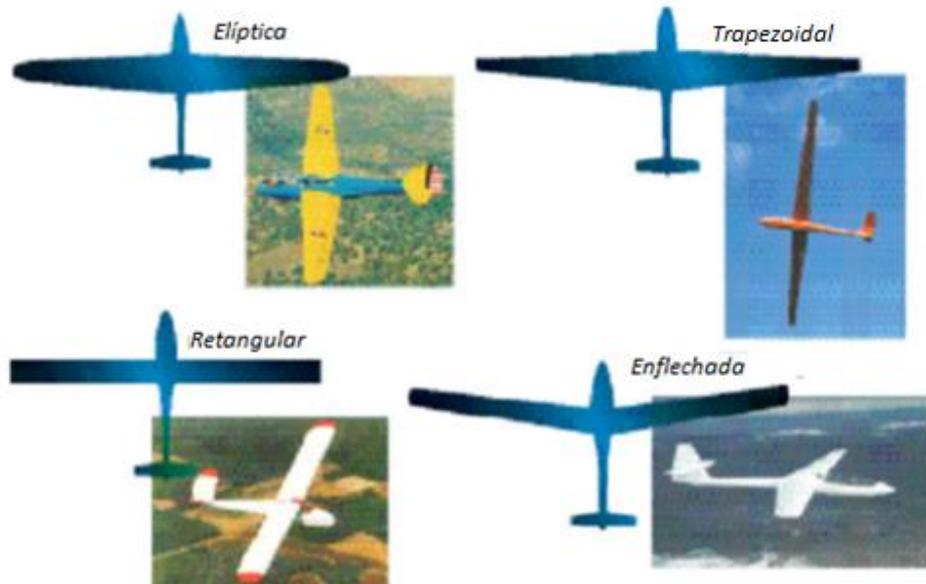


Figura 2.18: Formato de Asas mais Comuns [Fonte: Adaptado FEDERAL (2009)]

Pode-se dizer que a asa elíptica possui o melhor desempenho dentre as demais, por produzir menos arrasto induzido, assunto que será abordado mais à frente. Porém, essas asas são de difícil fabricação e o custo é elevado. Logo, a solução foi transformá-la em uma asa trapezoidal, que possuem também bom desempenho e é mais fácil de ser fabricada.

A asa retangular é a asa que produz mais arrasto induzido e é que possui menor desempenho dentre as demais, porém pode-se dizer que ela é a mais segura, por não caracterizar o efeito “stall” nas suas pontas.

As asas contêm várias características importantes que variam de uma para outra, que são: comprimento, razão de aspecto, razão de afilamento, variação de aerofólio, ângulo diedral, ângulo de enflechamento e torção geométrica. Cada uma dessas características

altera a performance do planador, variando a sustentação e o arrasto produzidos nos mesmos.

Segundo BERTIN (1998), a nomenclatura da asa pode ser descrita da seguinte maneira:

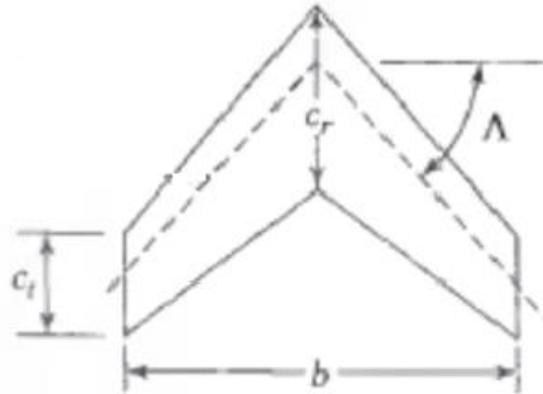


Figura 2.19: Asa com enflechamento [Fonte: BERTIN (1998)]

- **b** (“wing span”) é a envergadura da asa, medida de ponta a ponta.
- **Cr** (“root chord”) é o valor da corda colada à fuselagem do planador.
- **Ct** (“tip chord”) é o valor da corda na ponta da asa.
- **S** (“wing area”) é o valor da área total das asas.
- **Λ** (“sweep angle”) é o valor do ângulo de enflechamento.

A partir dessa nomenclatura, como em qualquer outra boa análise é importante determinar os adimensionais relevantes para a aviação, que são: razão de aspecto e a razão de afilamento.

A razão de aspecto é uma das principais características a serem observadas no planador e, matematicamente, pode ser determinada como

$$AR = \frac{b^2}{S} \quad (2.15)$$

essa razão é calculada somente devido a partes físicas do planador e é útil na determinação das características aerodinâmicas e de peso estrutural. Razões de aspecto típicas variam de 35 para planadores de alta performance e 2 para jatos supersônicos.

Outra razão importante é a de afilamento, que pode ser descrita como:

$$\lambda = \frac{Ct}{Cr} \quad (2.16)$$

a razão afeta diretamente a distribuição de sustentação ao longo da envergadura da asa, fazendo-a mais uniforme.. Uma asa retangular possui razão de afilamento 1.0, enquanto que uma asa delta possui razão 0.

Como existe o afilamento é interessante calcular qual seria o valor médio dessa corda, para cálculos como o número de *Reynolds* por exemplo. Esse valor é chamado “MAC” que significa “*mean aerodynamich chord*”, ou corda aerodinâmica média. Este, segundo BERTIN (1998), pode ser determinado como:

$$MAC = \frac{2}{3} Cr \left(\frac{\lambda^2 + \lambda + 1}{\lambda + 1} \right) \quad (2.17)$$

Muitas asas além das características tradicionais que foram comentadas acima, ainda podem possuir outras importantes em sua construção. Um exemplo disso é o ângulo diedral, que é o ângulo formado entre um plano horizontal contendo Cr e um plano a meio caminho entre as superfícies superior e inferior da asa. Além disso temos também o ângulo de torção que é o ângulo que a asa apresenta ao longo de sua envergadura, e pode haver também variação do perfil do aerofólio ao longo dessa envergadura para aumentar o desempenho.

2.7 Performance e Desempenho

Quando se discute a performance de um planador, sempre há de se pensar em duas características principais:

- Em que condições o planador consegue maior alcance
- Em que condições o planador permanece mais tempo no ar

Essas duas características são fruto da aerodinâmica do planador, mais especificamente de seus coeficientes de sustentação e arrasto.

Antes de analisar o planador, é interessante vermos como funciona em um avião normal para fazer uma analogia.

Podemos ver a partir da figura 2.20 a existência de dois novos eixos além do horizontal, chamados de “ X_s ” e “ X_b ”. O eixo X_s , é o eixo que indica a trajetória do avião, enquanto que o eixo X_b está sempre alinhado com a fuselagem do mesmo.

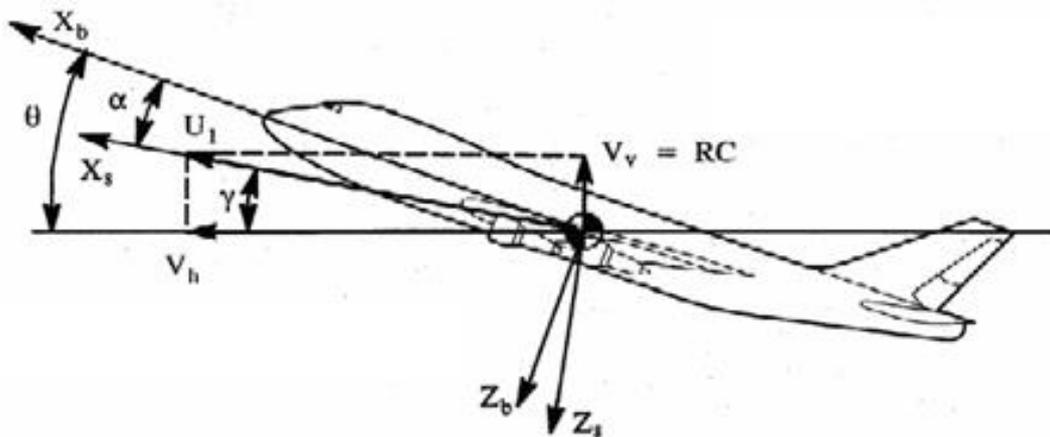


Figura 2.20: Forças sobre um avião em regime permanente

A partir desses novos eixos, pode-se encontrar então dois novos ângulos além do ângulo de ataque, chamados: Ângulo de arfagem (“pitch”) e ângulo de trajetória (“path”). O ângulo de arfagem é o formado entre o eixo da aeronave e a horizontal, enquanto que o

ângulo de trajetória é o ângulo feito entre o eixo da trajetória e a horizontal. Já o ângulo de ataque, será sempre formado entre o eixo principal do avião e o eixo da trajetória, caso não haja torção geométrica.

Como já foi dito anteriormente, os planadores convencionais são desprovidos de potência, e, portanto estão sempre em movimento descendente.

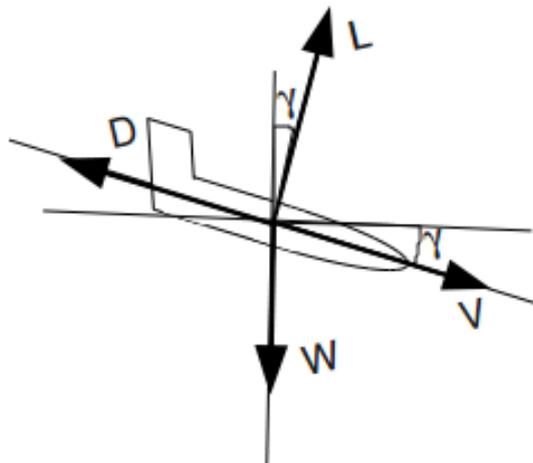


Figura 2.21: Forças em um planador

A figura 2.21 mostra um planador em pleno voo, porém neste caso ele está com seu nariz inclinado na mesma direção de sua trajetória. Esta é uma ilustração somente para facilitar a visualização das forças, pois um planador tende sempre a se manter com seu eixo na posição horizontal, ou seja, em um voo nivelado.

Fazendo agora uma análise de forças sobre o planador, pode-se tirar as seguintes conclusões:

$$C_D \frac{1}{2} \rho S V^2 = W \sin -\gamma \quad (2.18)$$

$$C_L \frac{1}{2} \rho S V^2 = W \cos -\gamma \quad (2.19)$$

$$\operatorname{tg}(-\gamma) = \frac{C_D}{C_L} \quad (2.20)$$

Assim pode-se notar que o menor ângulo de trajetória, ou seja, aquele em que a aeronave apresenta maior alcance é função direta entre C_D e C_L , e, além disso, que a velocidade do planador também varia em função desses termos.

$$V = \sqrt{\frac{W}{C_L \frac{1}{2} \rho S}} \cos -\gamma \quad (2.21)$$

Olhando para a velocidade de descida, também chamada de razão de descida, pode-se chegar a conclusão que:

$$RD = V \sin -\gamma = V \frac{C_D}{C_L} \cos -\gamma = \sqrt{\frac{W}{\frac{1}{2} \rho S} \frac{C_D^2}{C_L^3}} \cos^3 -\gamma \quad (2.22)$$

e para ângulos pequenos de trajetória, tem-se:

$$RD = V \sin -\gamma = \sqrt{\frac{W}{\frac{1}{2} \rho S} \frac{C_D^2}{C_L^3}} \quad (2.23)$$

Em outras palavras, pode-se dizer que quanto maior for a relação C_L^3/C_D^2 , menor será a razão de descida.

Resumindo esta seção, duas conclusões muito importantes podem ser averiguadas e que serão utilizadas mais a frente para o cálculo de desempenho de um planador comercial:

- Quanto maior a relação C_L/C_D , menor o ângulo de trajetória, e consequentemente maior será o alcance da aeronave.
- Quanto maior a relação C_L^3/C_D^2 , menor será a razão de descida, e consequentemente maior será o tempo que o planador permanece no ar.

2.7.1 Hodógrafo

No manual do planador existem muitas informações importantes sobre o voo livre, ou seja, sobre uma massa de ar estagnado. Em particular, existe o chamado Hodógrafo, aparelho que visa informar ao piloto em que velocidades o avião possui maior desempenho. Neste gráfico são plotadas as velocidades verticais e horizontais, e o ângulo de trajetória é simplesmente o ângulo obtido entre a horizontal e a velocidade resultante.

A velocidade de maior autonomia é o ponto máximo da curva polar, e o maior alcance é representado pela tangente da curva, como mostrado na figura 2.22.

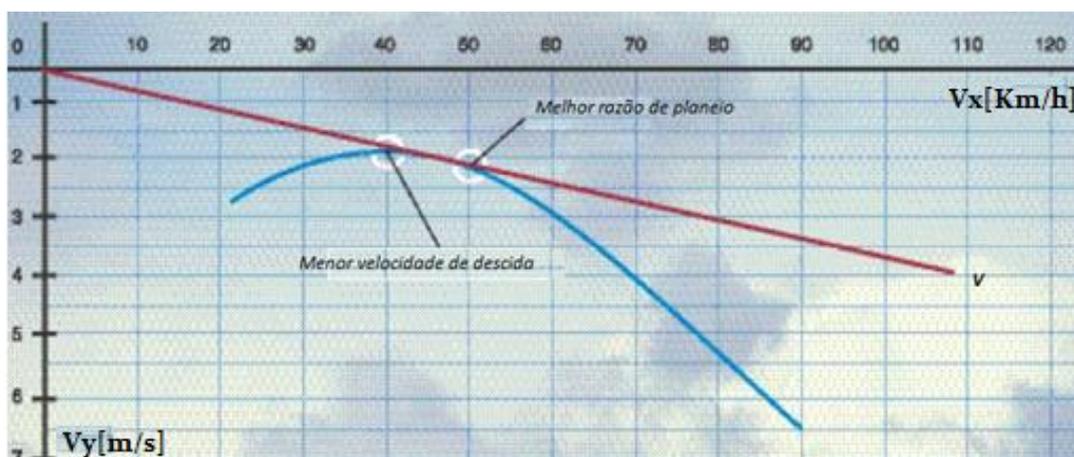


Figura 2.22: Hodógrafo [Fonte: Adaptado FEDERAL (2009)]

Além disso, após a construção da curva de desempenho do planador, é possível determinar quais serão as velocidades de melhor razão de planeio em caso de ventos adversos.

Por exemplo, quando existe um vento frontal de 20 nós, pode-se fazer a seguinte geometria:

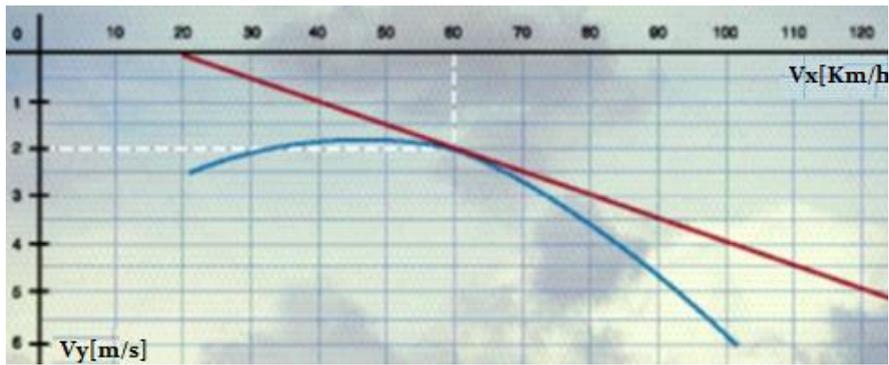


Figura 2.23: Hodógrafo para ventos frontais [Fonte: Adaptado FEDERAL (2009)]

Outro exemplo seria quando planador está recebendo ventos sobre suas asas para baixo na velocidade de 3 nós e, a partir daí, outra tangente terá de ser traçada:

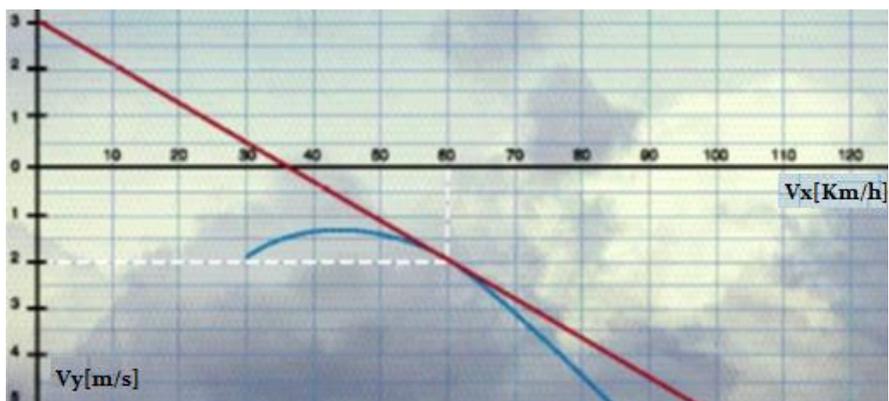


Figura 2.24: Hodógrafo para ventos em descida [Fonte: Adaptado FEDERAL (2009)]

A tangente agora é traçada a partir da velocidade vertical de 3 nós, e assim é obtido o valor da nova razão de planeio e em que velocidade o piloto deve colocar o planador.

Obviamente não há como o piloto verificar tais parâmetros em pleno voo, por isso são instalados marcadores no variômetro da aeronave, que indicam com que velocidade o piloto deve se manter em determinada situação.

Além dessas técnicas, é importante perceber a diferença que se dá ao colocar mais ou menos peso na aeronave. Segundo FEDERAL (2009), muitos planadores usam a

chamada “água de lastro” para poderem aumentar o seu desempenho, visto que a curva do hodógrafo é deslocada para a direita como mostra a figura 2.25.

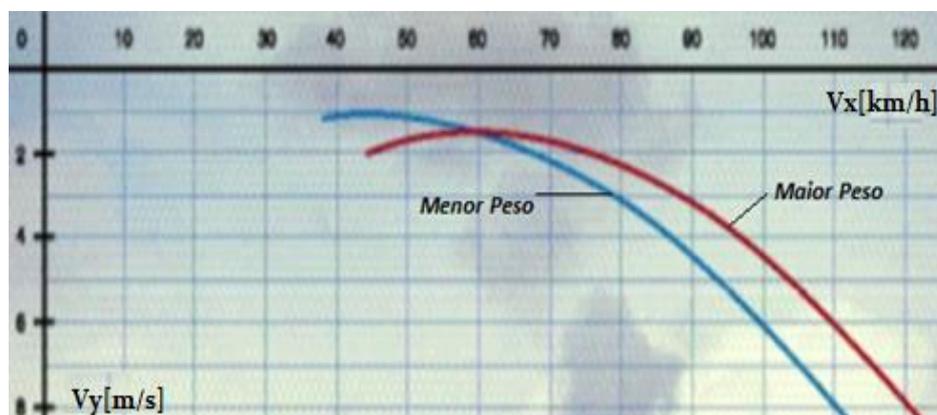


Figura 2.25: Desempenhos com e sem água de lastro [Fonte: Adaptado FEDERAL (2009)]

Ou seja, colocando a água de lastro, podemos verificar que a reta tangente será alcançada para uma velocidade maior, o que possibilita o planador a viajar mais rapidamente e com uma razão de planeio melhor que a anterior.

O uso dos flaps também está ligado ao desempenho do planador. Como já mencionado antes, esse mecanismo faz com que a aeronave tenha um ganho ou perda de sustentação de acordo com a sua colocação. No caso do hodógrafo, o uso do flap acarretaria em um aumento de desempenho, assim como a água de lastro.

2.8 Classes de Competição

Como já foi comentado anteriormente, o uso de planadores se resume a esportistas e competidores. Nesse contexto, existem dois órgãos responsáveis pelo gerenciamento da prática. O primeiro órgão, IGC (*International Gliding Commission*), que governa todos os esportes de planeio, que consistem além dos planadores, em parapentes, asas-deltas e outros esportes planados. O outro, FAI (*Fédération Aéronautique Internationale*),

governa apenas os planadores, realizando campeonatos internacionais e guardando recordes e emblemas.

A FAI, divide os modelos de planadores em sete classes, que são:

- Open Class
- Standard Class
- 15 metre Class
- 18 metre Class
- 20 metre Two-Seater Class
- Club Class
- World Class

As classes se diferenciam principalmente pelo seu comprimento de asa, peso e número de assentos. Será apresentado agora a ficha técnica de um planador da classe standard e mais a frente será feita uma análise de seu desempenho.

2.9 Planador GROB G 102 – ASTIR CLASS STANDARD III

2.9.1 Motivação

A principal motivação para a escolha desse planador, foi primeiramente a facilidade na obtenção dos dados. Pelos planadores serem aeronaves muito restritas a esportistas, a sua fabricação é de pequena escala e o manual desses e suas especificações são extremamente difíceis de serem conseguidas. Segundo, é um planador de alta performance moderno, ou seja, fabricado em fibra vidro e carbono com alta razão de aspecto.



Figura 2.26: Planador ASTIR Classe Standard

2.9.2 Dados Técnicos

A seguir serão expostos dados técnicos do planador em questão.

Tabela 2.1: Dados técnicos do planador

Envergadura	15.00	[m]
Afilamento	0.44	[]
Altura	1.26	[m]
Razão de Aspecto	18.20	[]
Área da Asa	12.40	[m ²]
Massa	380.00	[kg]

2.9.3 Equipamentos

Alguns dos equipamentos disponíveis mais importantes no planador são:

1. Controlador (Manche)
2. Pedais de Leme

3. Freios (spoilers ou dive brakes)
4. Liberador de cabo
5. Controlador do trem de pouso
6. Indicador de Velocidade (até 300 km/h)
7. Altímetro
8. Bússola magnética
9. Variômetro
10. Medidor de Força G
11. Medidor de temperatura
12. Rádio comunicador

2.9.4 Performance

A parte de maior interesse nesse manual é a performance, visto que nos próximos capítulos é feita uma modelagem em cima desse planador, para comparar os dados teóricos obtidos com os experimentais.

Como foi dito anteriormente, existem dois fatores importantes que devem ser lembrados quando fala-se de performance, que é a velocidade de melhor alcance e a velocidade de menor descida. Ambos estão disponíveis nesse planador a partir de curvas experimentais.

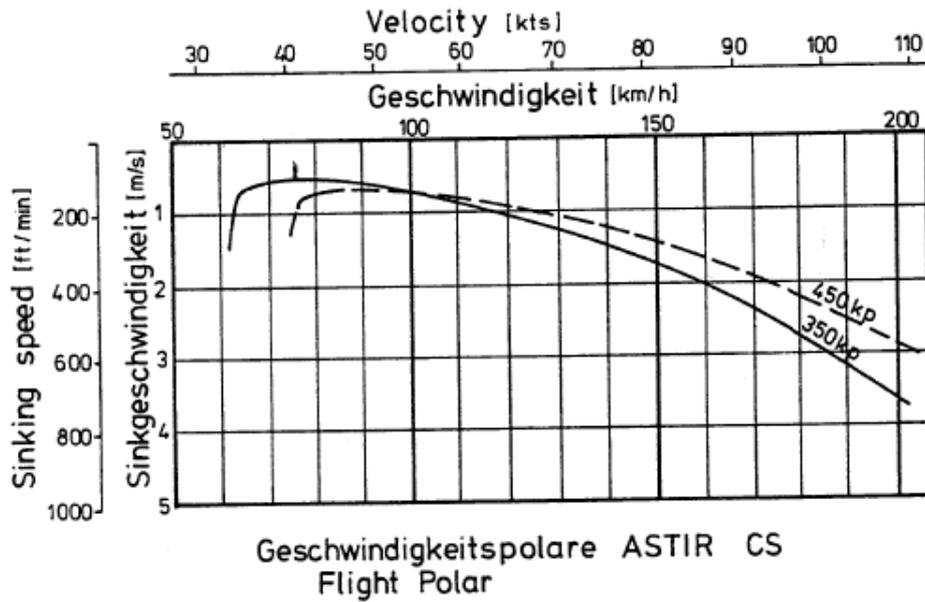


Figura 2.27: Curva Polar de Performance [Fonte: Manual Grob102]

A figura 2.26 mostra como varia a curva polar para valores de 350 e 450 kg. Apesar disso, o próprio fabricante nos informa o valor para uma massa de 380 kg, que no caso é o peso real do planador:

Tabela 2.2: Dados de performance

Melhor Razão de Planeio	36.00	
na velocidade de	92.00	km/h
Menor razão de descida	0.62	m/s
na velocidade de	76.00	km/h

Os valores para 450 kg são para o planador com peso adicional, que seria a chamada água de lastro, que já foi comentada anteriormente. Contudo, não será objeto de estudo para esse projeto.

3 TEORIA E MODELAGEM MATEMÁTICA

3.1 Comentários Gerais

Fala-se muito de sustentação, mas como esta ocorre? A essência da sustentação é um fenômeno chamado circulação, que é literalmente a circulação de fluido ao redor de uma seção de aerofólio. Essa circulação se segue em toda a asa, porém de maneiras diferentes quando alteramos as características da mesma.

Quando a circulação é analisada ao redor de uma asa, pode-se perceber que se essa for uma asa infinita e sem variação angular, o valor da circulação será uma constante ao longo da envergadura. Porém, em um caso real onde a asa é finita, não é possível que isso aconteça.

Analisando uma asa desde a sua raiz, é possível perceber que a circulação ao longo da envergadura terá um decaimento próximo a ponta das asas, e conseqüentemente o valor da sustentação também seguirá essa tendência.

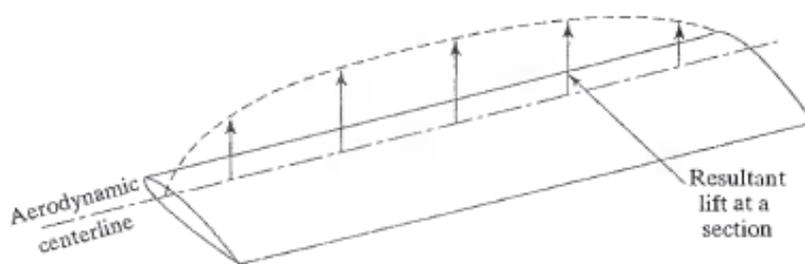


Figura 3.1: Distribuição de sustentação ao longo da asa [Fonte: ANDERSON (1991)]

3.2 Escoamentos Sobre Asas Infinitas

Descrever o escoamento sobre asas infinitas é o mesmo que descrever um escoamento bidimensional. Porém, é conveniente utilizar essa denotação pois no próximo capítulo serão discutidas as asas finitas.

Quando imaginamos um escoamento sobre um aerofólio invíscido, incompressível e em regime permanente, pode-se modelar como será a distribuição de velocidade ao seu redor. Tomando como referência somente a parte superior do aerofólio, podemos dizer que devido à teoria viscosa haverá o aparecimento de uma camada fina, a chamada camada limite. Essa camada é a região do escoamento onde os efeitos viscosos são importantes. Desta maneira, a distribuição de velocidade sofrerá uma mudança significativa em seu formato como mostra a figura 3.2, onde δ é a espessura dessa camada limite.

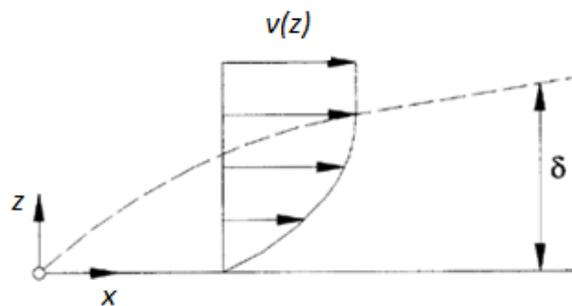


Figura 3.2: Distribuição de velocidade na camada limite

Dito isso, pode-se agora pensar pela teoria de Bernoulli, que o aparecimento dessa variação de velocidade no próprio escoamento ocasionará um diferencial de pressão no mesmo, e a partir disso, haverá uma migração do fluxo de maior pressão para o de menor pressão. O surgimento desse diferencial de pressão resulta no aparecimento de um vórtice, que terá sentido de rotação horário.

Como a asa possui envergadura infinita, pode-se dizer que esses vórtices possuem filamentos que se seguem ao longo da asa, ou em outras palavras, pode-se dizer que existe uma folha de vorticidade.

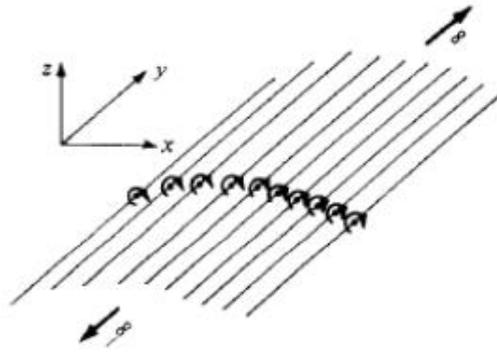


Figura 3.3: Folha de Vorticidade [Fonte: BERTIN (1998)]

Como a superfície do aerofólio se assemelha bastante à sua linha de curvatura, é conveniente supor que essa folha de vorticidade será ao longo dessa linha.

Sendo γ uma parcela infinitesimal dessa vorticidade, é possível calcular a circulação ao longo de toda a linha de curvatura integrando este valor, obtendo-se Γ . É correto dizer que quanto maior for a intensidade dos filamentos de vórtice, maior será o valor da circulação.

A questão agora passa a ser tentar modelar da melhor maneira possível como será essa distribuição de vorticidade ao longo da linha de curvatura do aerofólio, e será o objetivo.

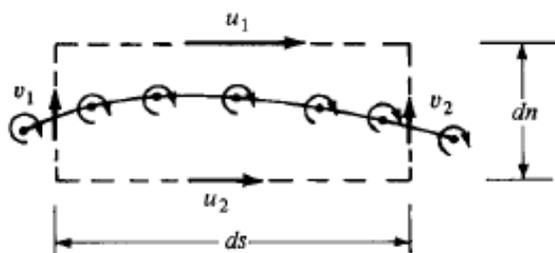


Figura 3.4: Velocidade tangencial através de uma folha de vorticidade [Fonte: BERTIN (1998)]

Analisando a superfície de controle da figura 3.4, pode-se perceber que a força dessa região da folha de vorticidade, vale:

$$d\Gamma = (u_1 - u_2)ds + (v_1 - v_2)dn \quad (3.1)$$

e sabendo que a força de cada filamento é

$$d\Gamma = \gamma ds \quad (3.2)$$

podemos dizer que, supondo a variação da velocidade na direção normal é zero, devido a não penetrabilidade, o valor de γ será

$$\gamma = u_1 - u_2 \quad (3.3)$$

Essa equação é muito importante. Ela diz que o valor do diferencial de velocidade no eixo horizontal em uma folha de vorticidade é igual ao valor da força local da folha.

Logo, pode-se escrevê-la como:

$$\Gamma = \int_a^b U ds \quad (3.4)$$

3.2.1 Condições de Contorno

Para fazer uma modelagem mais precisa dessa distribuição de vorticidade, é preciso entender as condições de contorno que se aplicam no problema.

Uma delas é a condição de Kutta, que explica que em regime permanente a velocidade no bordo de fuga do aerofólio é a mesma tanto na superfície superior quanto na superfície inferior. Em outras palavras isso implica que o diferencial de pressão passa a ser zero e conseqüentemente a vorticidade nesse ponto é nula. Matematicamente a expressão da condição de Kutta pode ser descrita como:

$$\gamma(TE) = 0 \quad \text{ou} \quad V(TE) = 0 \quad (3.5)$$

Analisando mais a fundo o que essa condição afirma, pode-se dizer que antes de ocorrer a circulação, havia um ponto de estagnação que se formava na superfície superior do aerofólio. A presença desse ponto de estagnação, fez o fluido descolar e criar um primeiro vórtice, chamado vórtice inicial. Passado esse fenômeno, o ponto de estagnação passa a se localizar agora no bordo de fuga, e a condição de Kutta se aplica (figura 3.5).

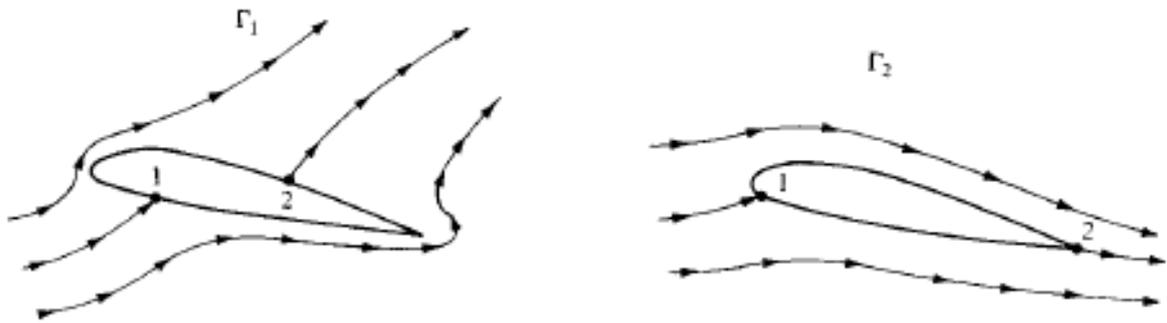


Figura 3.5: Pontos de Estagnação [Fonte: ANDERSON (1991)]

Além disso, para fazer essa modelagem foi preciso adicionar mais uma condição de contorno, a de não penetrabilidade. Essa se resume em dizer que o escoamento ao redor da seção não pode penetrar na linha de curvatura, pois esta passou a ser uma linha de corrente. Ou seja, matematicamente falando, pode-se dizer que

$$Un + w'(s) = 0 \quad (3.6)$$

onde w' é a velocidade induzida pela folha de vorticidade em um dado ponto sobre a superfície.

A partir dessa nova condição, é possível verificar que para calcular a velocidade induzida ao longo da linha de curvatura do aerofólio (camber line), fica muito trabalhoso e fora de questão. Foi postulada então uma hipótese de que o escoamento é feito sobre um aerofólio fino, onde a linha de curvatura se aproxima bastante da linha de

corda, podendo então afirmar que a folha de vorticidade se transfere para essa região, como mostra a figura 3.6.

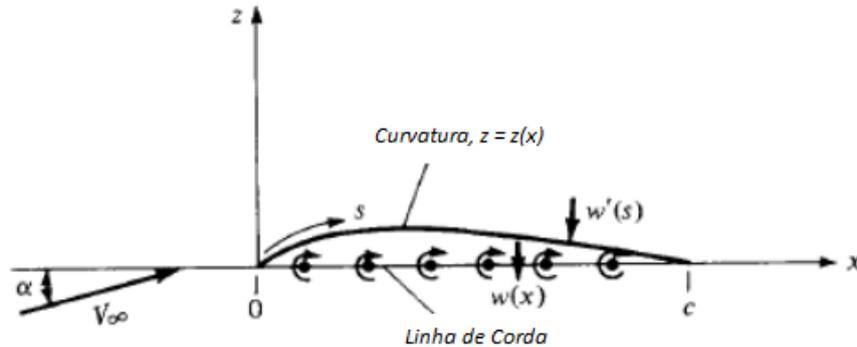


Figura 3.6: Folha de vorticidade na linha de corda [Fonte: Adaptado de BERTIN (1998)]

Ao fazer isso, pode-se chegar então a conclusão de que a velocidade induzida ao longo do eixo x , será:

$$w'(s) = w'(x) \quad (3.7)$$

Além disso, é correto afirmar que a velocidade normal a essa folha de vorticidade, pode ser descrita como:

$$U_{\infty,n} = U_{\infty} \left(\alpha - \frac{dz}{dx} \right) \quad (3.8)$$

supondo ângulos pequenos e dz/dx a variação do perfil do aerofólio ao longo da direção x .

3.2.2 Teoria de Aerofólio Fino

A teoria de aerofólio fino é no final de contas uma conclusão de tudo que vem se falando até agora neste capítulo. Ela envolve as equações de vorticidade que estávamos lidando, as condições de contorno e a hipótese criada por Prandtl.

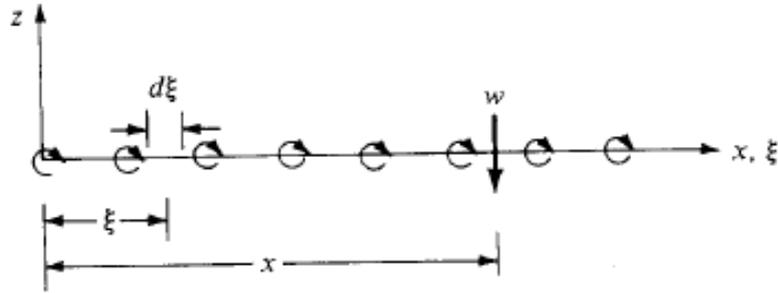


Figura 3.7: Cálculo da velocidade induzida [Fonte: BERTIN (1998)]

Analisando atentamente a figura 3.7, é visto que para uma seção de folha de força $\gamma d\xi$, a uma distância ξ do bordo de ataque, a velocidade induzida será:

$$dw = -\frac{\gamma(\xi)d\xi}{2\pi(x - \xi)} \quad , \quad (3.9)$$

integrando a velocidade ao longo da corda

$$w(x) = -\int_0^c \frac{\gamma(\xi)d\xi}{2\pi(x - \xi)} \quad (3.10)$$

e associando esta à velocidade do fluxo, teremos finalmente a equação fundamental da teoria de aerofólio fino:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^c \frac{\gamma(\xi)d\xi}{2\pi(x - \xi)} = U_\infty \left(\alpha - \frac{dz}{dx} \right) \quad (3.11)$$

Deve-se reparar que ξ é somente uma variável auxiliar na integração que varia de zero ao valor da corda c . Como α e dz/dx são valores tipicamente dados, podemos dizer que a única variável a ser encontrada é a força da folha de vorticidade $\gamma(\xi)$.

3.2.3 Análise em Aerofólio Simétrico

Fazendo a análise de um caso particular onde o aerofólio é simétrico, e fazendo as substituições para coordenadas polares, pode-se dizer que o valor da força será:

$$\gamma(\theta) = \frac{2\alpha U_\infty (1 + \cos \theta)}{\sin \theta} \quad (3.12)$$

Resolvendo a equação integral, chega-se a conclusão que o valor da circulação integrado de 0 a π será:

$$\Gamma = \alpha c U_\infty \int_0^\pi (1 + \cos \theta) d\theta = \pi \alpha c U_\infty \quad (3.13)$$

A partir desse valor, é possível agora fazer uma análise da força de sustentação e dos parâmetros adimensionais. Pelo teorema de Kutta-Jokowsky, o valor da sustentação por unidade de comprimento igual a

$$L' = \rho_\infty U_\infty \Gamma = \pi \alpha c \rho_\infty U_\infty^2 \quad (3.14)$$

e, da mesma maneira, o coeficiente de sustentação será:

$$Cl = 2\pi\alpha \quad (3.15)$$

onde 2π é o valor do coeficiente angular da reta gerada pelo gráfico Cl por α , cujo significado é muito importante.

Essa teoria pode ser comparada com modelos experimentais, como é visto na figura 3.8.

A comparação é um modelo muito bom para ser usado, pois reflete bem os dados obtidos experimentalmente em um túnel de vento.

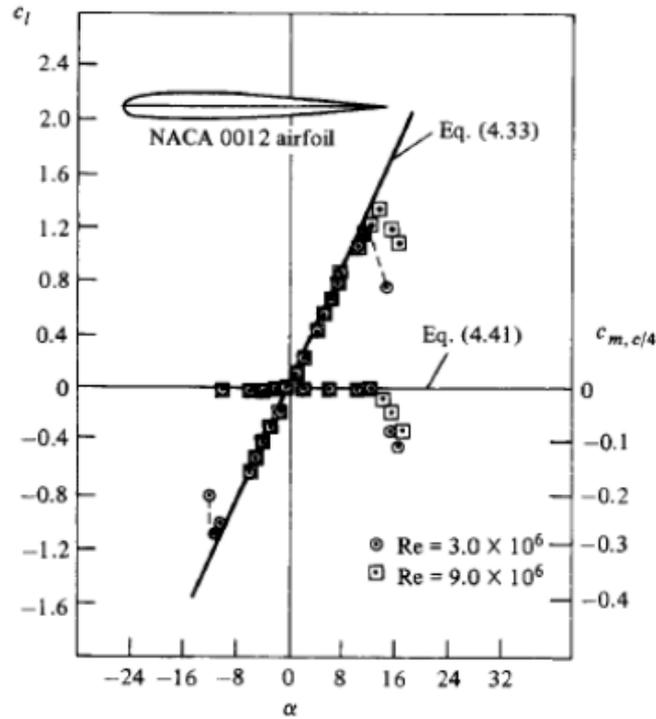


Figura 3.8: Comparação do modelo teórico com o experimental para um aerofólio NACA 0012 [Fonte: BERTIN (1998)]

3.2.4 Análise em Aerofólio Assimétrico

Fazendo uma análise agora de um aerofólio assimétrico, podemos dizer que essa será uma generalização do que foi encontrado para o simétrico.

Para um aerofólio assimétrico, o valor de dz/dx é diferente de zero e, portanto, a curvatura também deverá ser modelada. Pensando novamente em coordenadas polares, pode-se pensar em uma distribuição de vorticidade como sendo:

$$\gamma(\theta) = 2U_\infty \left(A_0 \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\theta \right) \quad (3.16)$$

Fazendo as substituições necessárias e utilizando as condições de contorno, Prandtl consegue obter as equações fundamentais para um aerofólio qualquer. Primeiramente ele chega a conclusão de que o coeficiente de sustentação pode ser escrito como:

$$Cl = 2\pi(\alpha - \alpha_{L=0}) \quad (3.17)$$

onde 2π pode ser entendido como o coeficiente angular da reta de um aerofólio simétrico. O valor $\alpha_{L=0}$ é o valor de α para o qual a sustentação vale zero, pois se estamos lidando com o aerofólio assimétrico o ângulo de zero graus produz sustentação, enquanto que no aerofólio simétrico a sustentação é nula. Além disso, ele diz que esse ângulo pode ser calculado da seguinte forma:

$$\alpha_{L=0} = -\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{dz}{dx} (\cos \theta_0 - 1) d\theta_0 \quad (3.18)$$

Existem também os outros coeficientes adimensionais importantes que podem ser calculados a partir dessa teoria. O valor do coeficiente de momento em relação a um quarto de corda pode ser expresso como:

$$C_{m.c/4} = \frac{\pi}{4} (A_2 - A_1) \quad (3.19)$$

onde os valores de A_n podem ser calculados como:

$$A_n = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{dz}{dx} \cos n\theta_0 d\theta_0 \quad (3.20)$$

Deve-se notar que para um aerofólio simétrico o valor do coeficiente de momento em relação a um quarto de corda é nulo, pelo fato de que o centro de pressão se localiza sobre este ponto.

Um ponto muito importante, é que esta teoria não prevê nenhum tipo de arrasto. Os valores obtidos para os mesmos são obtidos sempre experimentalmente e podem ser da forma de fricção ou de pressão. O primeiro se deve exclusivamente à rugosidade do

aerofólio, é o atrito convencional que lidamos em quase todas as situações. O outro um pouco mais complexo reflete o arrasto que se tem devido ao descolamento da camada limite do aerofólio. Esse descolamento gera a chamada “esteira”, que produz um diferencial de pressão no aerofólio, causando o arrasto.

3.3 Escoamento Sobre Asas Finitas

Falaremos um pouco agora sobre o escoamento em asas finitas. Em geral, a teoria que envolve esse tipo de asa se assemelha bastante à teoria que foi dita anteriormente, porém devemos lembrar que estávamos lidando com uma teoria bidimensional, onde o formato da asa era contínuo e infinito ao longo da sua envergadura. Agora devemos pensar em um escoamento tridimensional, onde o formato da asa na direção y , terá papel fundamental na sua modelagem e principalmente sobre o arrasto produzido.

3.3.1 O Efeito Downwash e Arrasto Induzido

A primeira diferença que notamos quando lidamos com esse tipo de asa, é que estas não são mais infinitas, possuem pontas. Essas pontas levam ao aparecimento de vórtices, que são criados a partir do diferencial de pressão entre as superfícies.

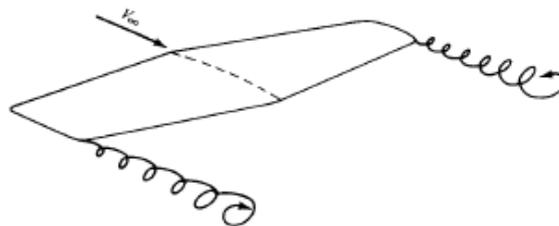


Figura 3.9: Vórtices de ponta de asa [Fonte: BERTIN (1998)]

Esses vórtices, por sua natureza, induzem um fluxo de ar em sua vizinhança (lei de Biot-Savart), chamado “*downwash*”. Este então se combina com a velocidade de fluxo livre em cada seção de aerofólio da asa e essa combinação gera um fluxo de ar relativo local. Essa combinação de fluxos cria uma perturbação no aerofólio, e esta dá origem ao

ângulo de ataque induzido α_i . Esse ângulo de ataque se soma com o ângulo de ataque efetivo α_{eff} , que o próprio aerofólio faz com o fluxo de ar livre, e o resultado dá origem ao novo ângulo de ataque geométrico α . Portanto,

$$\alpha = \alpha_{eff} + \alpha_i \quad (3.21)$$

é a nova equação que devemos adotar para cada seção de aerofólio ao longo da asa.

O efeito desse fenômeno sobre as aeronaves é muito importante, pois ele é o responsável pelo principal tipo de arrasto que existe em planadores, chamado arrasto induzido.

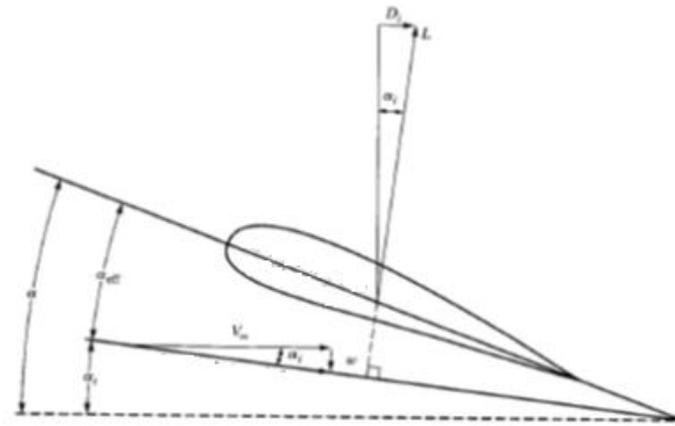


Figura 3.10: Efeito do downwash sobre uma seção de aerofólio [Fonte: Adaptado de ANDERSON (1991)]

Tendo visto isso, podemos agora matematicamente calcular o arrasto total em uma asa:

$$CD = Cd + CD_i \quad (3.22)$$

onde Cd é o coeficiente de arrasto da seção do aerofólio obtido por valores experimentais, e CD_i é o coeficiente de arrasto induzido.

3.3.2 Teoria Clássica da Linha de Sustentação

A teoria clássica visa criar um modelo matemático para poder compreender melhor sobre as características da asa e de um avião. Durante a primeira guerra mundial, Prandtl desenvolveu essa teoria que ainda é utilizada até hoje no desenvolvimento de aeronaves. Com base nos conceitos que foram colocados na seção anterior, podemos dizer que o efeito provocado pelas pontas das asas é muito grande, e que se estende até quando vamos calcular a sustentação de um aerofólio.

Analisando a distribuição de vorticidade que se encontra em uma asa, é possível perceber que na verdade existirá tanto uma variação no sentido da corda do aerofólio, quanto no sentido da envergadura da asa. Com isso, pode-se entender que existirá uma superfície de sustentação, onde os valores de circulação irão variar tanto na direção x quanto na direção y . Ou seja, teremos um valor resultante que será a soma vetorial dos filamentos de vórtice:

$$\vec{\gamma}_x + \vec{\gamma}_y = \vec{\gamma}_R$$

Para evitar esse tipo de modelagem, Prandtl então postulou a hipótese de que estamos lidando com uma asa de razão de aspecto elevada. Dito isso, é possível perceber que pela equação (2.15), teremos um formato de asa muito alongado e com pequeno comprimento de corda, e isso implica que na verdade, os valores de vorticidade ao longo do eixo horizontal poderão ser desprezados e conseqüentemente teremos somente o eixo y para ser analisado. Essa hipótese deu então origem a chamada teoria da linha de sustentação.

Entendendo um pouco sobre a teoria de Prandtl, pode-se dizer que primeiramente ele errou ao afirmar a existência de um filamento de vórtice, que então seria o filamento chamado de vórtice ferradura, devido ao seu formato peculiar. Prandtl fez essa

suposição ao unir os filamentos de vórtices criados a partir do modelo de asa infinita e finita, como mostra a figura 3.11.

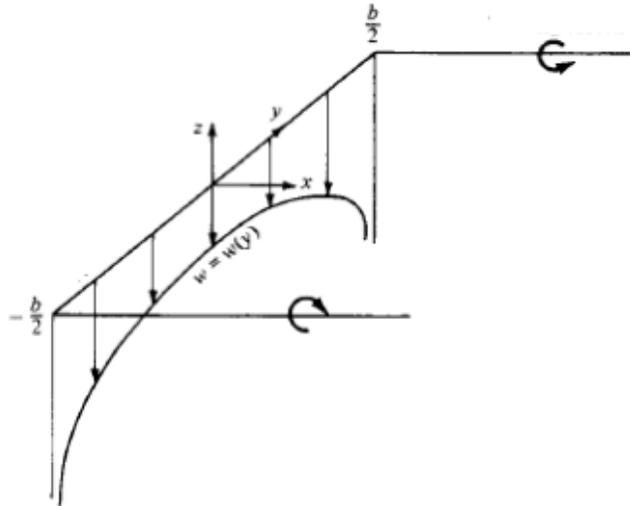


Figura 3.11: Vórtice ferradura [Fonte: Adaptado de ANDERSON (1991)]

Dessa maneira, utilizando a lei de Biot-Savart, Prandtl calculou o valor da velocidade induzida ao longo da envergadura $w(y)$:

$$w(y) = -\frac{\Gamma}{4\pi} \frac{b}{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - y^2} \quad (3.23)$$

Porém analisando essa fórmula, vemos que ela não retrata bem o que acontece com a velocidade induzida nas pontas das asas, possuindo um valor infinito errôneo.

Depois de muitos anos de estudo, Prandtl então resolveu o problema dizendo que na verdade não existe somente um vórtice ferradura, mas sim uma infinidade destes em direção ao centro, que superpostos constituem a linha de sustentação.

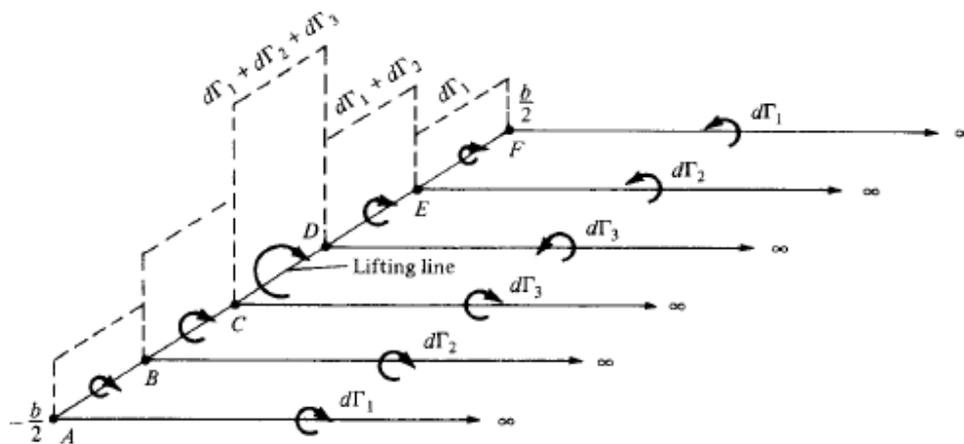


Figura 3.12: Superposição finita de vórtices ferradura [Fonte: ANDERSON (1991)]

Além disso, como consequência dessa distribuição de vórtices, é possível perceber que a circulação será função desses vórtices ferradura, de modo que quanto mais próximo do centro da linha maior será a quantidade de ferraduras e que por sua vez causará uma maior circulação.

Na ilustração da figura 3.12, é possível perceber que a circulação será o somatório das forças dos vórtices ferradura localizados na linha de sustentação, possuindo valor mínimo nas pontas e valor máximo no centro.

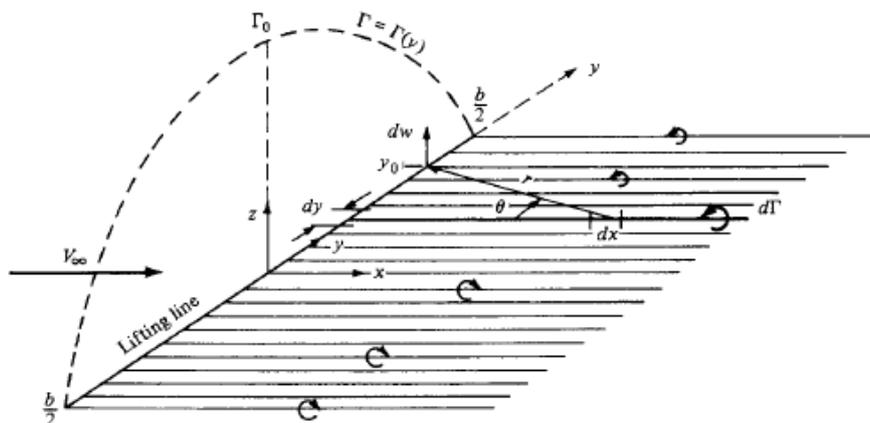


Figura 3.13: Superposição de infinitos vórtices ferradura [Fonte: ANDERSON (1991)]

Quando analisamos um esquema de infinitos vórtices ferradura como vemos na figura 3.13, temos uma distribuição mais arredondada da circulação, podendo ser tratada como uma distribuição elíptica que é tratada mais a frente.

A partir dessa nova solução, é postulada então uma nova fórmula de se calcular a velocidade induzida em um ponto específico:

$$w(y_0) = -\frac{1}{4\pi} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\left(\frac{d\Gamma}{dy}\right)}{y_0 - y} dy \quad (3.24)$$

Outro fator importante que foi introduzido na seção anterior foi o ângulo de ataque induzido. Tomando a figura 3.10 como referência, podemos dizer pela geometria da mesma que:

$$\alpha_i = \tan^{-1}\left(-\frac{w(y_0)}{U_\infty}\right) \quad (3.25)$$

e para ângulos pequenos, assumir que

$$\alpha_i = -\frac{w(y_0)}{U_\infty} \quad (3.26)$$

Substituindo a equação (3.24) na equação (3.26), podemos então escrever:

$$\alpha_i(y_0) = \frac{1}{4\pi U_\infty} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\left(\frac{d\Gamma}{dy}\right)}{y_0 - y} dy \quad (3.27)$$

Ainda analisando a figura 3.10, podemos também tentar calcular o ângulo de ataque efetivo como

$$\alpha_{eff} = \frac{\Gamma(y_0)}{\pi U_\infty c(y_0)} + \alpha_{L=0} \quad (3.28)$$

Substituindo as equações (3.27) e (3.28) na equação (3.21) obtemos

$$\alpha = \frac{\Gamma(y_0)}{\pi U_\infty c(y_0)} + \alpha_{L=0} + \frac{1}{4\pi U_\infty} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\left(\frac{d\Gamma}{dy}\right)}{y_0 - y} dy \quad (3.29)$$

A solução encontrada por Prandtl é válida e totalmente verdadeira, porém ainda não sabemos como calcular o valor da circulação para um dado ponto. Esse método é resolvido quando modelamos a circulação de uma maneira eficiente, de forma que identifique bem o comportamento da mesma ao longo da envergadura. Até lá, podemos tentar calcular os coeficientes de sustentação e arrasto sem ainda conhecer o valor da circulação.

Pela lei de Kutta-Jokowski, sabemos que a sustentação em uma seção de aerofólio pode ser escrita como

$$L'(y_0) = \rho U_\infty \Gamma(y_0) \quad , \quad (3.30)$$

e se quisermos encontrar o valor na asa inteira, o valor da sustentação será

$$L = \rho U_\infty \int_{-b/2}^{b/2} \Gamma(y) dy \quad (3.31)$$

e finalmente em termos adimensionais, teremos

$$CL = \frac{L}{q_\infty S} = \frac{2}{U_\infty S} \int_{-b/2}^{b/2} \Gamma(y) dy \quad (3.32)$$

Outro fator importante a ser calculado é o arrasto induzido, e podemos dizer seu valor será, por unidade de comprimento igual a

$$D'_i = L'_i \sin \alpha_i \quad , \quad (3.33)$$

e, analogamente à sustentação, o arrasto induzido sobre a asa será

$$D'_i = \rho U_\infty \int_{-b/2}^{b/2} \Gamma(y) \alpha_i(y) dy \quad (3.34)$$

onde o coeficiente de arrasto induzido terá valor

$$CD_i = \frac{D_i}{q_\infty S} = \frac{2}{U_\infty S} \int_{-b/2}^{b/2} \Gamma(y) \alpha_i(y) dy \quad (3.35)$$

Assim, conseguimos calcular os valores de sustentação e arrasto em uma asa, porém ainda não sabemos como calcular a função $\Gamma(y)$, que é a função da circulação ao longo da asa. Para tal, vamos fazer uma suposição de que a circulação apresenta uma distribuição elíptica.

3.4 Distribuição Elíptica de Circulação

Nessa seção, analisaremos um caso particular de circulação, supondo uma distribuição elíptica. Sendo assim, a circulação terá um comportamento igual a

$$\Gamma(y) = \Gamma_0 \sqrt{1 - \left(\frac{2y}{b}\right)^2} \quad , \quad (3.36)$$

onde Γ_0 é o maior valor da circulação, no centro da asa.

Como o a sustentação está diretamente ligada à circulação, não há erro algum em dizer que é uma distribuição elíptica de sustentação também, sendo escrita como

$$L'(y) = \rho U_\infty \Gamma_0 \sqrt{1 - \left(\frac{2y}{b}\right)^2} \quad (3.37)$$

A partir dessa distribuição, é possível agora calcular mais precisamente os valores da seção anterior. Vamos primeiramente calcular o valor do downwash, que será

$$w(y_0) = \frac{\Gamma_0}{\pi b^2} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{y}{\left(1 - \frac{4y^2}{b^2}\right)^{\frac{1}{2}} (y_0 - y)} dy \quad (3.38)$$

fazendo uma simples substituição para facilitar a integral, podemos dizer que

$$\begin{aligned} y &= \frac{b}{2} \cos\theta \\ dy &= -\frac{b}{2} \sin\theta d\theta \end{aligned} \quad , \quad (3.39)$$

logo, a integral passa a ser

$$w(\theta_0) = -\frac{\Gamma_0}{2\pi b} \int_0^\pi \frac{\cos\theta}{\cos\theta - \cos\theta_0} d\theta \quad , \quad (3.40)$$

e resolvendo a equação, temos que

$$w(\theta_0) = -\frac{\Gamma_0}{2b} \quad (3.41)$$

O que é interessante, pois a partir dessa suposição é possível dizer que o valor do downwash é constante ao longo da envergadura para uma distribuição elíptica.

Além disso, podemos calcular agora o valor de α_i a partir da equação (3.25), que será

$$\alpha_i = -\frac{w}{U_\infty} = \frac{\Gamma_0}{2bU_\infty} \quad (3.42)$$

Assim podemos dizer que o ângulo de ataque induzido também é uma constante ao longo da envergadura na distribuição elíptica.

Fazendo a mesma substituição para agora calcularmos o valor da sustentação, teremos

$$L(\theta) = \rho U_\infty \Gamma_0 \frac{b}{2} \int_0^\pi \sin^2\theta d\theta = \rho U_\infty \Gamma_0 \frac{b}{4} \pi \quad (3.43)$$

Resolvendo a equação (3.43) para Γ_0 e substituindo L, teremos

$$\Gamma_0 = \frac{2U_\infty SC_L}{b\pi} \quad (3.44)$$

e substituindo a equação (3.44) na (3.42), obtemos

$$\alpha_i = \frac{SC_L}{\pi b^2} \quad (3.45)$$

Um fator importante que podemos acrescentar à equação é a razão de aspecto, vinda da equação (2.15). Unindo então teremos uma relação muito importante

$$\alpha_i = \frac{C_L}{\pi AR} \quad (3.46)$$

Como já sabemos, o valor de α_i é uma constante, e se analisarmos novamente o arrasto induzido veremos que o coeficiente poderá ser determinado de uma maneira mais eficaz

$$CD_i = \frac{2\alpha_i \Gamma_0 b}{U_\infty S^2} \int_0^\pi \sin^2 \theta d\theta = \frac{\pi \alpha_i \Gamma_0 b}{2U_\infty S} \quad (3.47)$$

Substituindo as equações (3.44) e (3.46) na equação (3.47) encontramos

$$CD_i = \frac{C_L^2}{\pi AR} \quad (3.48)$$

A equação (3.48) é um resultado muito importante. Vemos que nela o coeficiente de atrito induzido está ligado ao coeficiente de sustentação, o que na verdade não é nenhuma surpresa. O atrito induzido é uma consequência dos vórtices de ponta de asa, que são por sua vez consequência da diferença de pressão entre a superfície inferior e superior. Como a própria sustentação é função dessa diferença, nada mais justo do que eles estarem correlacionados.

O atrito induzido então pode ser chamado de atrito devido à sustentação, ou seja, é o preço que se paga para se gerar sustentação. Em toda a aviação, é preciso ter cautela na geração de sustentação pois sempre teremos o arrasto em contra partida.

Além disso, outra questão importante é que o coeficiente é inversamente proporcional a razão de aspecto, ou seja, se o avião deseja diminuir bastante o atrito induzido ele precisa ter uma alta razão de aspecto. Por esse motivo os planadores são geralmente aeronaves de alta razão de aspecto, com asas muito alongadas, pois o maior tipo de arrasto envolvido em sua performance é o induzido.

3.5 Distribuição Geral de Circulação

Após analisarmos como seria uma distribuição elíptica, iremos fazer agora uma generalização desse modelo matemático, para qualquer tipo de distribuição.

BERTIN (1998) desenvolveu essa teoria afirmando que a distribuição de circulação ao longo da asa, pode ser feita como uma série de Fourier de N termos:

$$\Gamma(\theta) = 4sU_{\infty} \sum_i^N A_n \sin n\theta \quad (3.49)$$

supondo novamente que estamos lidando com coordenadas polares.

Um esboço dessa representação matemática pode ser entendida melhor pela figura 3.14, onde somente os termos ímpares entram na equação, por ser uma distribuição simétrica.

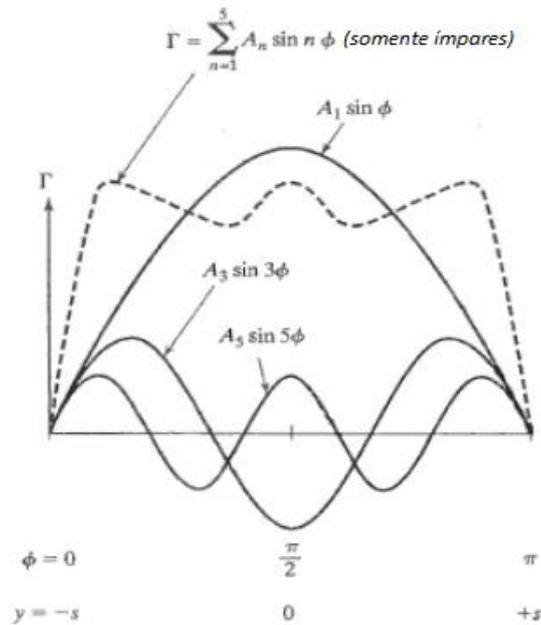


Figura 3.14: Distribuição simétrica de circulação para 5 termos [Fonte: Adaptado de BERTIN (1998)]

Fazendo as substituições necessárias, ele então chega a uma fórmula geral para essa nova modelagem, chamando-a de “monoplane equation”:

$$\mu(\alpha - \alpha_{L=0}) \sin \theta = \sum A_n \sin n\theta (\mu n + \sin \theta) \quad (3.50)$$

onde

$$\mu = \frac{ca_0}{8s} \quad (3.51)$$

e

$$a_0 = \frac{dCl}{d\alpha} \quad (3.52)$$

A partir dessas informações, já é possível fazer o cálculo dos coeficientes de sustentação e arrasto para a asa.

Sabendo que a sustentação vale:

$$L = \int_{-s}^{+s} \rho_{\infty} U_{\infty} \Gamma(y) dy = \int_0^{\pi} \rho_{\infty} U_{\infty} s \Gamma(\theta) \sin \theta d\theta \quad (3.53)$$

pode-se concluir, que o valor de seu coeficiente será igual a:

$$C_L = A_1 \pi AR \quad (3.54)$$

Vemos então que agora o coeficiente de sustentação não depende mais exclusivamente do valor do ângulo de arrasto induzido, mas sim de coeficiente da série de Fourier.

Analogamente podemos pensar que, supondo o arrasto induzido:

$$D_i = - \int_{-s}^{+s} \rho_{\infty} w \Gamma dy \quad (3.55)$$

o valor do coeficiente de arrasto será:

$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi AR} (1 + \delta) \quad , \quad (3.56)$$

onde δ é o fator de arrasto induzido, que pode ser calculado como:

$$\delta = \frac{3A_3^2}{A_1^2} + \frac{5A_5^2}{A_1^2} + \frac{7A_7^2}{A_1^2} + \dots \quad (3.57)$$

Novamente vimos que o coeficiente de arrasto induzido está intimamente ligado ao coeficiente de sustentação, porém agora temos a presença de um fator de arrasto induzido. Esse fator tem o valor de zero para o caso em que lidamos novamente com a distribuição elíptica.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Modelagem Matemática do Planador ASTIR III Classe Standard

A partir da teoria explicitada no capítulo anterior, é feita agora uma análise sobre o planador ASTIR III da classe *Standard*.

A equação base para esses cálculos é a “monoplane equation” (equação 3.50), também chamado de método da colocação, que foi exposta acima a partir da teoria de BERTIN (1998). Com esse método, será feita uma análise da série de Fourier variando de 3 a 8 termos, e uma comparação com os dados experimentais. A resolução é feita a partir de uma programação no software Microsoft Excel.

Primeiramente é importante fazer o cálculo do termo μ a partir da equação (3.51). Como o valor da corda varia ao longo da envergadura podemos dizer que na verdade o valor de μ não será uma constante, mas sim variará de acordo com a seção de asa que estamos analisando. Podemos dizer então que o valor será função de θ :

$$\mu = \frac{a_0[1 + (\lambda - 1) \cos \theta]}{2(1 + \lambda)AR} \quad (4.2)$$

Com os dados técnicos fornecidos e assumindo a_0 como 2π , como postulado na teoria bidimensional, chegamos a:

$$\mu = 0.11267(1 - 0,56 \cos \theta) \quad (4.3)$$

Pensando agora na série de Fourier, podemos imaginar uma distribuição mais simples de três termos. Sendo assim a asa será dividida em três seções, ou seja, o valor de θ irá variar entre 30, 60 e 90 graus. Podemos agora fazer uma tabela com os principais valores que serão requeridos para montar a série de Fourier:

Tabela 4.1: Método da colocação para 3 termos

Seção	Φ	$\text{Cos}\Phi$	$\text{Sen}\Phi$	$\text{Sen}3\Phi$	$\text{Sen}5\Phi$	μ
1	30	0.86603	0.50000	1.00000	0.50000	0.06155
2	60	0.50000	0.86603	0.00000	-0.86603	0.08631
3	90	0.00000	1.00000	-1.00000	1.00000	0.12013

Com os valores de μ já encontrados, podemos agora montar a série de Fourier para a primeira seção. Vamos supor um ângulo de ataque de 4° para exemplificar:

$$0.00416 = 0.28077A1 + 0.68464A3 + 0.40387A5 \quad (4.4)$$

Escrevendo os valores acima na forma matricial, teremos:

$$[B] = [V] * [A] \quad (4.5)$$

onde [B] é a matriz dos resultados, [V] é a matriz dos valores que são multiplicados pelos termos e [A] é a matriz correspondente aos termos.

$$\begin{bmatrix} 0.00416 \\ 0.01011 \\ 0.01625 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.28077 & 0.68464 & 0.40387 \\ 0.82474 & 0.00000 & -1.12372 \\ 1.12013 & -1.36039 & 1.60065 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} A1 \\ A3 \\ A5 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Logo, um método trivial de descobrir os valores dos termos seria realizar a seguinte operação matricial:

$$[A] = [V]^{-1} * [B] \quad (4.7)$$

onde $[V]^{-1}$ é o valor da matriz inversa dos valores. O próprio software realiza operação e obtém os seguintes resultados:

$$[V]^{-1} = \begin{bmatrix} 0.57732 & 0.62135 & 0.29055 \\ 0.97391 & 0.00112 & -0.24495 \\ 0.42372 & -0.43387 & 0.21324 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

e por consequência, temos os valores dos termos A1, A3 e A5:

Tabela 4.2: Valores encontrados para a série de Fourier para $\alpha=4^\circ$

A1	1.3406E-02
A3	8.5061E-05
A5	8.4232E-04

Agora que já possuímos os termos, é possível calcular os coeficientes de sustentação e de arrasto induzido

Tabela 4.3: Resultados finais para $\alpha=4^\circ$

CL	0.767
CDi	0.010

O valor do arrasto total é uma questão importante a ser tratada. Devemos agora nos voltar para o perfil do aerofólio da asa, e descobrir os valores de arrasto parasita e arrasto de pressão.

É possível encontrar o modelo do aerofólio utilizado no manual do planador: Eppler 603 (figura 3.15).

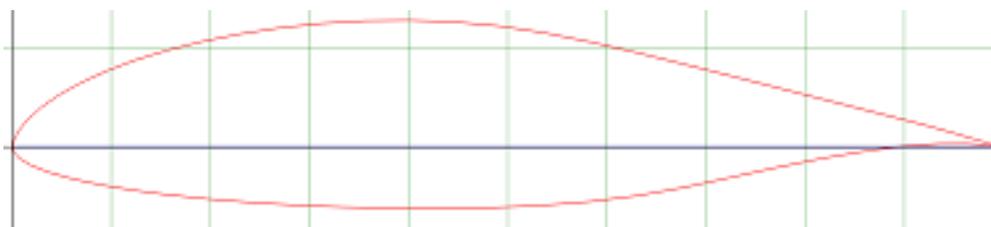


Figura 4.1: Aerofólio modelo Eppler 603 [Fonte: Airfoiltools.com]

Como não se encontram valores experimentais na literatura para este modelo de aerofólio, optaremos pela opção de utilizar um software comercial de CFD, chamado Xfoil. [Fonte: <http://airfoiltools.com/airfoil/details?airfoil=e603-il>].

Antes de coletarmos os dados, devemos fazer uma estimativa no número de *Reynolds*. Como a asa possui afilamento, o comprimento de corda que iremos utilizar na equação será do M.A.C, de acordo com equação (2.17). Portanto, resolvendo a equação encontraremos:

$$MAC = 0,778 \text{ m} \quad (4.9)$$

A velocidade do escoamento será escolhida de acordo com os dados de performance do planador, encontrados na tabela (2.1).

Como a velocidade de melhor alcance vale 92 km/h, podemos supor então que o planador irá sempre procurar manter essa velocidade, e portanto será uma boa estimativa. Calculando o valor teremos:

$$Re = \frac{25,56 * 0,778}{1,42 * 10^{-5}} = 1,4 * 10^6 \quad (4.10)$$

Feita a estimativa, podemos agora utilizar os valores fornecidos pelo simulador. Como o este não fornece valores para esse número de Reynolds, utilizaremos o que mais se aproxima: $1,0 \times 10^6$.

Tomando os ângulos mais importantes, temos os seguintes valores:

Tabela 4.4: Valores do simulador Xfoil para o aerofólio Eppler 603

Alpha	Cl	Cdf	Cdp	Cd
-8	-0.3762	0.0067	0.0076	0.0143
-6	-0.2208	0.0068	0.005	0.0118
-4	-0.0257	0.0058	0.0032	0.009
-2	0.2074	0.0047	0.0028	0.0075
0	0.4426	0.0047	0.0036	0.0083
2	0.679	0.0048	0.0036	0.0084
4	0.9098	0.0048	0.0038	0.0086
6	1.1327	0.0046	0.0042	0.0088
8	1.3262	0.0046	0.0053	0.0099
10	1.3945	0.0052	0.0093	0.0145
12	1.3843	0.0056	0.0219	0.0275
14	1.4036	0.0057	0.0374	0.0431

O simulador apenas nos fornece valores do arrasto de pressão e do arrasto total no perfil. Porém, é possível fazer uma análise também do arrasto de fricção, pois este é a diferença entre o total e o de pressão. Os valores já estão expostos na tabela acima.

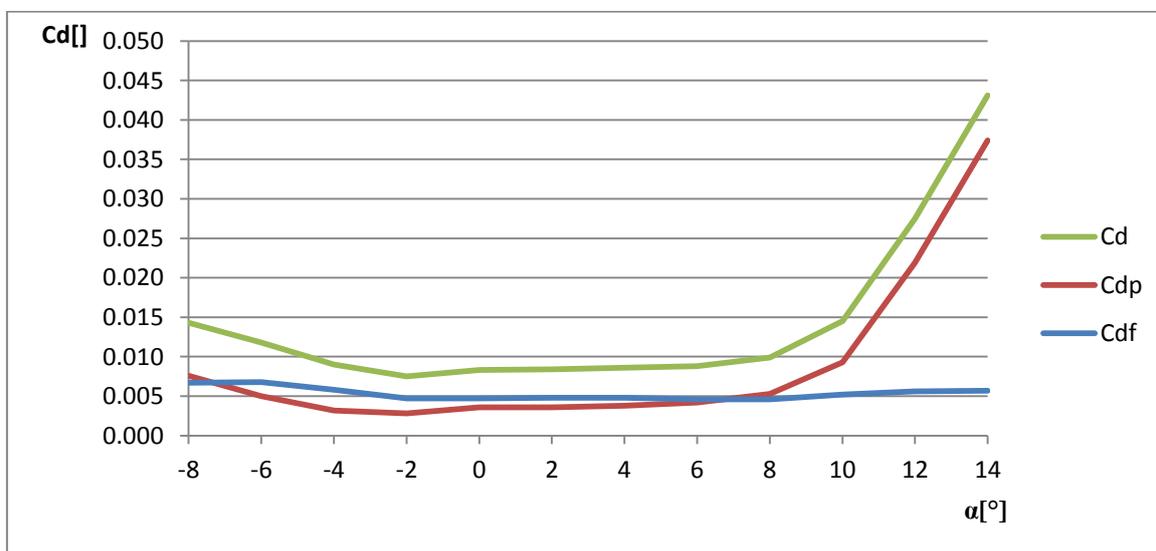


Figura 4.2: Gráfico dos coeficientes de arrasto

Fazendo uma análise gráfica desses coeficientes, é possível perceber que para ângulos muito pequenos, o valor do arrasto de fricção se sobrepõe ao valor de arrasto de pressão.

Isso se deve porque para esse tipo ângulo a camada limite praticamente não se descolou do bordo de fuga, e o arrasto de pressão é muito pequeno. Já para ângulos maiores é possível perceber que o valor do coeficiente de fricção se mantém enquanto que o de pressão aumenta significativamente, atingindo outra ordem de grandeza.

4.2 Validação do Método

O método da colocação sugerido por BERTIN (1998) é o método clássico da solução da equação da linha de sustentação de Prandtl. Ao analisar alternativas ao método, podemos identificar uma delas que foi desenvolvida por RASMUSSEN e SMITH (1999).

Em seu artigo, eles propuseram outra solução para a teoria clássica de Prandtl e compararam com o método da colocação que foi visto anteriormente. Para esta comparação, eles utilizaram uma asa com afilamento de 0,4 e razão de aspecto 9 que são valores clássicos para o método.

Nosso intuito agora é comparar os resultados a partir do modelo criado por eles para validar os resultados obtidos no nosso nas mesmas condições.

Tabela 4.5: Dados obtidos pelo método de RASMUSSEN e SMITH (1999)

Número de Termos	4	5	6	7	8
A1	0.81137	0.81076	0.81072	0.81061	0.81061
A3	0.01262	0.01168	0.01149	0.01135	0.01132
A5	0.04437	0.04223	0.04200	0.04172	0.04169
A7	0.00926	0.00702	0.00655	0.00622	0.00617
A9		0.00910	0.00859	0.00793	0.00786
A11			0.00197	0.00124	0.00112
A13				0.00272	0.00258
A15					0.00052
Delta	0.0166	0.0158	0.0156	0.0153	0.0152

O valor de delta é na verdade o fator de arrasto induzido provocado pela asa. Se usarmos essas condições em nosso modelo, iremos encontrar os seguintes resultados:

Tabela 4.6: Dados obtidos pelo método da colocação de BERTIN (1998)

Número de Termos	4	5	6	7	8
Delta	0.0139	0.0150	0.0153	0.0154	0.0154

Fazendo agora uma comparação gráfica entre os dois métodos, teremos:

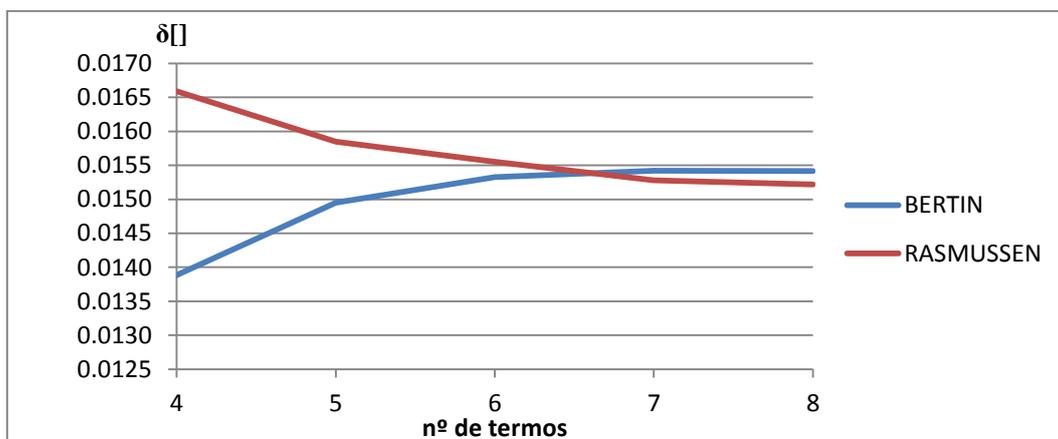


Figura 4.3: Gráfico comparativo dos modelos

A partir da análise do gráfico, podemos verificar que ambos os métodos apresentam valores finais bem próximos, convergindo para uma assíntota. Além disso, podemos verificar que a teoria proposta por RASMUSSEN (1999), após o oitavo termo ainda não apresenta convergência, enquanto que o método clássico já convergiu no sétimo termo.

Podemos verificar então que o método clássico apresenta melhor precisão, e por conta disso converge mais rapidamente para a assíntota. Ainda assim, podemos dizer também que a verificação desse método alternativo nos ajuda a comprovar que o nosso método tem embasamento e produz resultados satisfatórios.

4.3 Análise de Resultados

A partir de agora serão expostos os resultados obtidos pela teoria clássica. Depois disso, faremos discussões sobre o que foi exposto e críticas sobre o modelo.

Os valores a serem descobertos deverão ter relação com os dados experimentais do planador, ou seja, como a performance do planador relaciona ângulo de planeio, velocidade e razão de descida. Temos que ter em mente que os valores procurados devem ter relação com esses termos. A partir disso, podemos dizer que pelas equações (2.20) e (2.22), será de grande ajuda calcularmos os valores de CL/CD e CL^3/CD^2 e ver a sua variação de acordo com o ângulo de ataque.

A análise de termos agora é feita entre 3 e 8 termos, porém será exposto aqui somente os valores dos extremos. Os valores dos apresentados pelos demais termos se encontram no APÊNDICE A.

Tabela 4.7: Resultado da série de três termos

alpha	CL	CDi	CD	CL/CD	CL ³ /CD ²	V(km/h)	V(m/s)	RD(m/s)
-8	-0.420	0.003	0.017	-24.087	-243.875			
-6	-0.223	0.001	0.013	-17.546	-68.510			
-4	-0.025	0.000	0.009	-2.744	-0.186			
-2	0.173	0.001	0.008	21.543	80.332	191.315	53.143	2.467
0	0.371	0.002	0.011	34.490	441.214	130.693	36.304	1.053
2	0.569	0.006	0.014	40.138	916.215	105.544	29.318	0.730
4	0.767	0.010	0.019	40.174	1237.119	90.911	25.253	0.629
6	0.964	0.017	0.025	37.985	1391.403	81.052	22.515	0.593
8	1.162	0.024	0.034	34.191	1358.549	73.833	20.509	0.600
10	1.360	0.033	0.047	28.637	1115.296	68.252	18.959	0.662
12	1.558	0.043	0.071	22.007	754.473	63.772	17.714	0.805
14	1.756	0.055	0.098	17.900	562.540	60.072	16.687	0.932

Ao fazermos a mesma análise para a série de oito termos, teremos os seguintes resultados:

Tabela 4.8: Resultados da série de oito termos

alpha	CL	Cdi	CD	CL/CD	CL ³ /CD ²	V(km/h)	V(m/s)	RD(m/s)
-8	-0.417	0.003	0.017	-23.896	-238.115			
-6	-0.221	0.001	0.013	-17.406	-66.889			
-4	-0.025	0.000	0.009	-2.722	-0.182			
-2	0.172	0.001	0.008	21.372	78.430	192.08	53.36	2.50
0	0.368	0.002	0.011	34.217	430.803	131.22	36.45	1.07
2	0.564	0.006	0.014	39.822	894.665	105.97	29.44	0.74
4	0.760	0.010	0.019	39.859	1208.097	91.28	25.35	0.64
6	0.957	0.017	0.025	37.688	1358.822	81.38	22.60	0.60
8	1.153	0.024	0.034	33.924	1326.769	74.13	20.59	0.61
10	1.349	0.033	0.047	28.414	1089.200	68.53	19.03	0.67
12	1.545	0.043	0.071	21.835	736.793	64.03	17.79	0.81
14	1.742	0.055	0.098	17.760	549.345	60.31	16.75	0.94

A partir desses resultados, podemos plotar alguns gráficos para melhor análise:

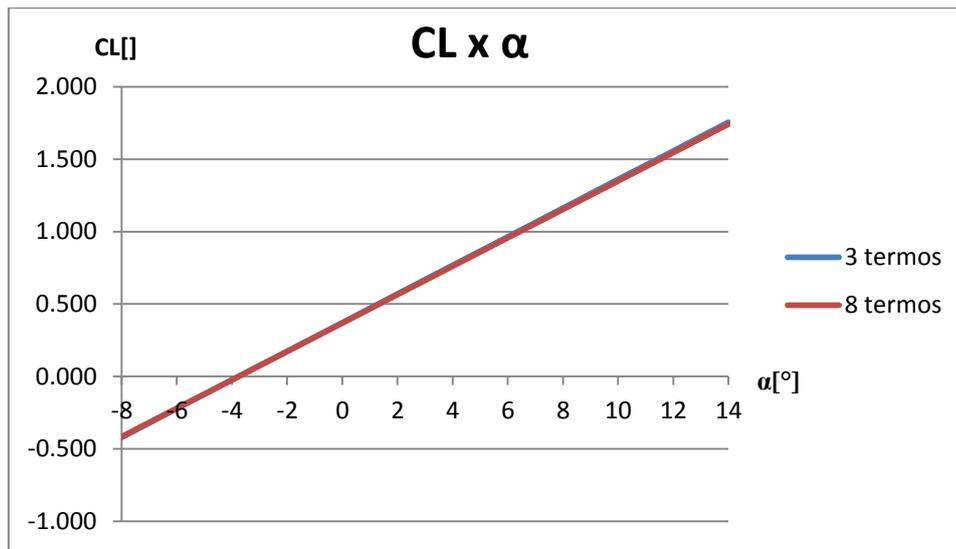


Figura 4.4: Gráfico CL x α para 3 e 8 termos

Podemos perceber que o gráfico do coeficiente de sustentação apresenta pequena diferença quando comparamos os valores de 3 e 8 termos. Utilizando o valor de 4° como referência, vemos que existe um erro equivalente a 0.8%, considerado pequeno. Portanto a podemos supor que para o cálculo do coeficiente de sustentação, a série de 3 termos já resultaria em valores satisfatórios.

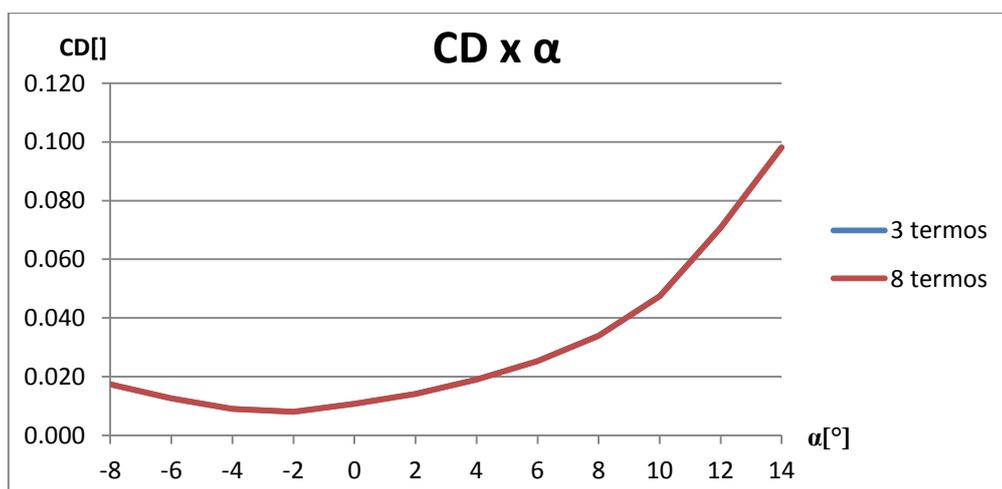


Figura 4.5: Gráfico CD x α para 3 e 8 termos

O coeficiente de arrasto calculado é o valor do arrasto bidimensional com o arrasto induzido. É possível perceber que os valores do coeficiente segue uma tendência

parabólica, apresentando um mínimo aproximado para as duas soluções de 0,007 no ângulo de $-3,5^\circ$.

Ao analisarmos o ângulo de 4° para fazer uma comparação, teremos um erro aproximado de 0,01%, sendo considerado também muito pequeno.

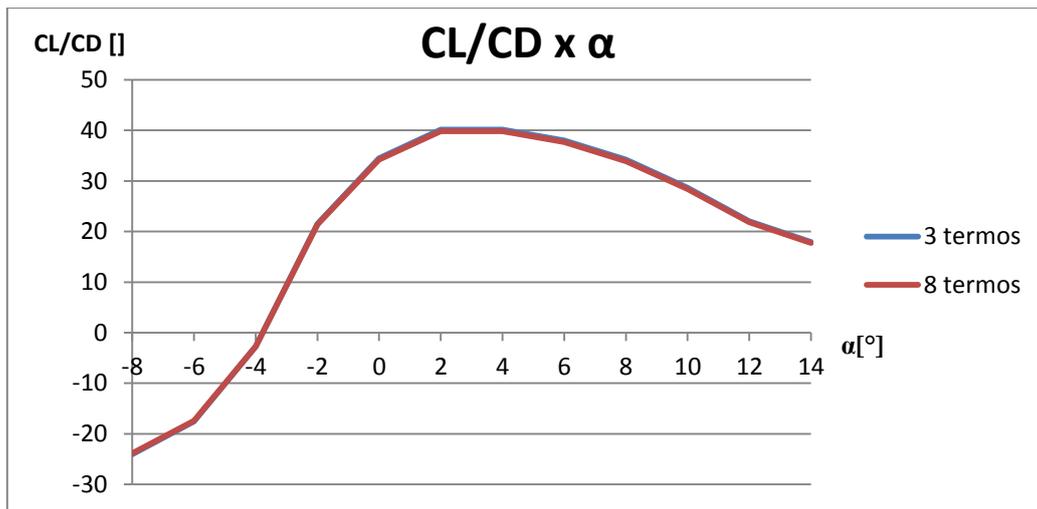


Figura 4.6: Gráfico CL/CD x α para 3 e 8 termos

Os valores de CL/CD são importantes uma vez que o melhor ângulo de planeio está diretamente ligado ao comportamento desta curva. Analisando a equação (2.20), percebemos que o ângulo de planeio será mínimo quando o valor de CL/CD for máximo. Sendo assim, podemos perceber que o ângulo de ataque cujo este fenômeno acontece é de $3,3^\circ$. Portanto pode-se considerar que esse ângulo será de extrema utilidade na comparação com o planador ASTIR.

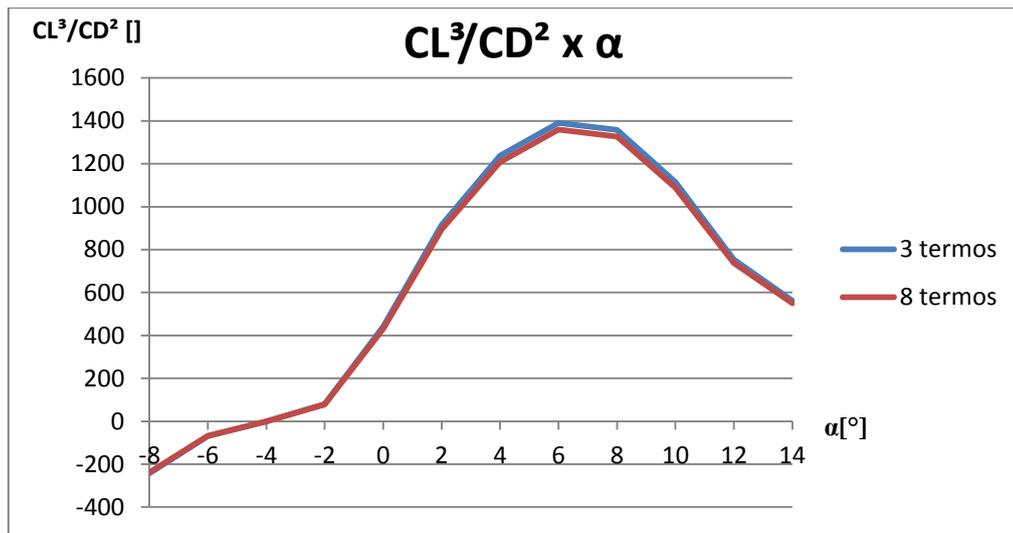


Figura 4.7: Gráfico $CL^3/CD^2 \times \alpha$ para 3 e 8 termos

Pode-se perceber que, diferente dos demais gráficos apresentados, o gráfico acima apresenta uma maior divergência quando comparamos as séries de 3 e 8 termos. Isso se deve pois os valores estão sendo elevados a potências, o que faz aumentar o erro relativo, possuindo valor aproximado de 2,4%

Analogamente ao gráfico anterior em que avalia-se CL/CD , os valores expostos agora avaliam o comportamento de CL^3/CD^2 . De acordo com a equação (2.22), vemos que quando temos o valor máximo dessa função, indiretamente estamos também calculando em que momento teremos a menor razão de descida para o planador, que também é desejado no desempenho. Dito isso, é possível perceber que a menor razão de descida ocorrerá para um ângulo de 7,2°.

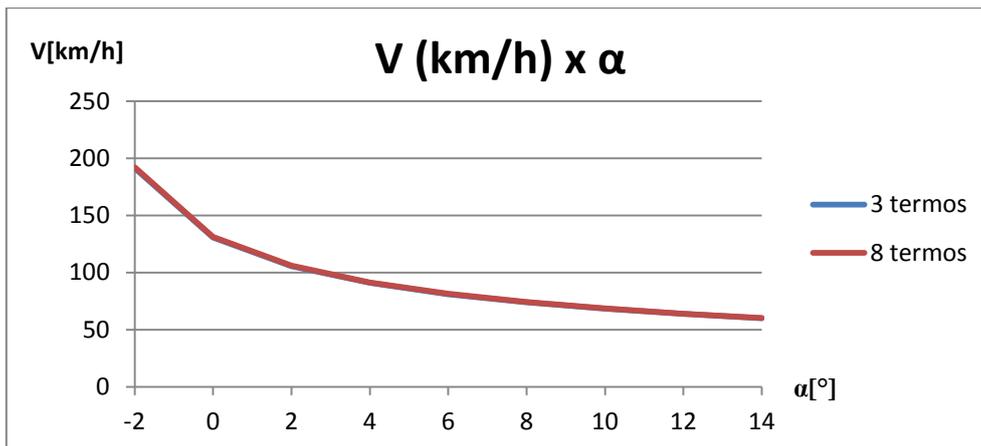


Figura 4.8: Gráfico V x α para 3 e 8 termos

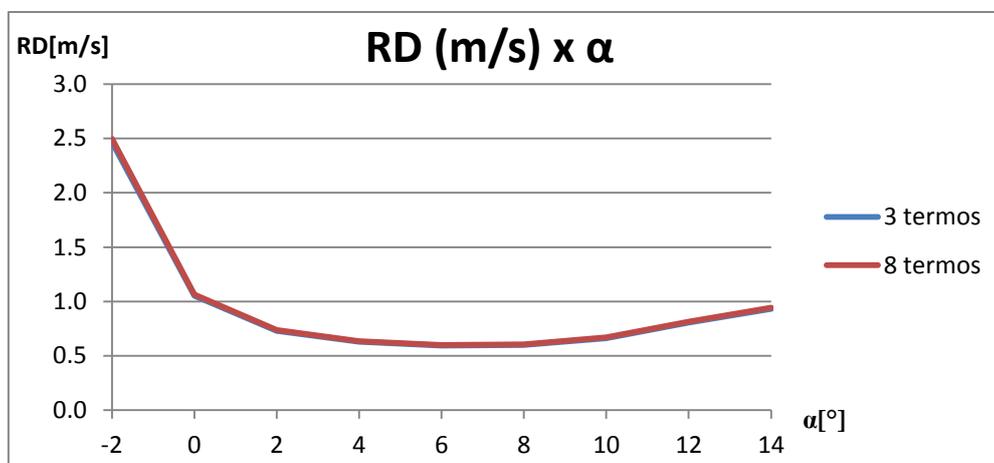


Figura 4.9: Gráfico RD x α para 3 e 8 termos

Os valores da velocidade e razão de descida são plotados a partir das equações comentadas anteriormente. É possível perceber que a velocidade é tanto menor quanto maior for o ângulo de ataque. Enquanto que a razão de descida apresenta um valor mínimo no ângulo de $7,2^\circ$, como mencionado.

4.4 Comparações com o Planador

Como já havíamos colocado antes, a nossa principal meta é comparar os dados de desempenho do planador que está sendo analisado. Como os resultados convergem para a série de oito termos, podemos fazer a comparação a partir desses resultados:

Tabela 4.9: Comparação dos dados teóricos para série de oito termos com os dados experimentais do planador

Comparações	Teórico	Dados do Fabricante	ϵ
Melhor Ângulo de Planeio	40.1	36	11.26%
na velocidade de (km/h)	95.7	92	4.02%
Menor razão de Descida (m/s)	0.6	0.62	3.88%
na velocidade de (km/h)	76.8	76	1.04%

Além disso, podemos notar também que os ângulos de ataque em que ocorrem o melhor razão de planeio e menor razão de descida são: $3,3^\circ$ e $7,2^\circ$.

Os erros obtidos pela diferença entre os valores teórico/experimentais são expostos na tabela abaixo de acordo com o número de termos.

Tabela 4.10: Erros para cada série

Erros	3	4	5	6	7	8
Melhor Ângulo de Planeio	12.14%	11.69%	11.45%	11.33%	11.28%	11.26%
na velocidade de (km/h)	3.61%	3.78%	3.89%	3.95%	3.99%	4.02%
Menor razão de Descida (m/s)	5.01%	4.45%	4.14%	3.99%	3.92%	3.88%
na velocidade de (km/h)	0.63%	0.81%	0.91%	0.97%	1.01%	1.04%

Podemos verificar pela tabela que em algumas características o erro era menor quando utilizávamos a série de três termos e em outras esse erro diminuiu quando chegamos a oito termos, porém ainda possui valores altos.

4.5 Análises Gerais

O objetivo do estudo agora é fazer uma análise sobre os resultados e como eles evoluíram de acordo com o número de termos. Para tal será considerado o ângulo de ataque de $3,3^\circ$, que é um dos ângulos notáveis.

Os resultados obtidos são expostos na tabela abaixo:

Tabela 4.11: Resultados das séries para $\alpha = 3,3^\circ$

3.3	Número de Termos	3	4	5	6	7	8
	CL	0.697	0.695	0.694	0.693	0.692	0.692
	CDi	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009
	CDT	0.017	0.017	0.017	0.017	0.017	0.017
	CL/CD	40.370	40.209	40.122	40.080	40.062	40.053
	CL ³ /CD ²	1136.396	1123.513	1116.438	1112.752	1110.838	1109.713
	Delta	0.020	0.028	0.032	0.035	0.036	0.036
	V (km/h)	95.32	95.48	95.58	95.63	95.67	95.70
	RD (m/s)	0.66	0.66	0.66	0.66	0.66	0.66

Os resultados podem ser melhor observados nos gráficos a seguir:

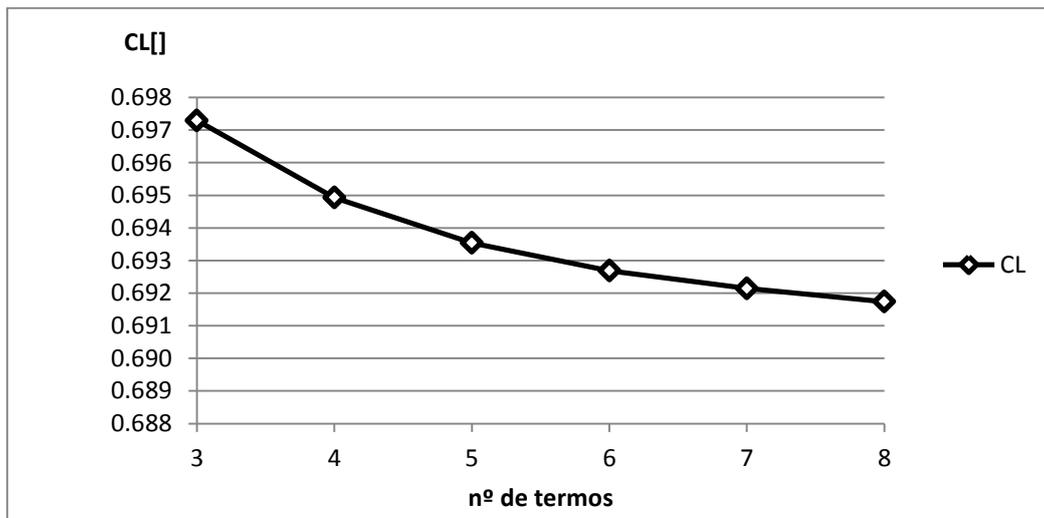


Figura 4.10: Evolução de CL para $\alpha = 3,3^\circ$

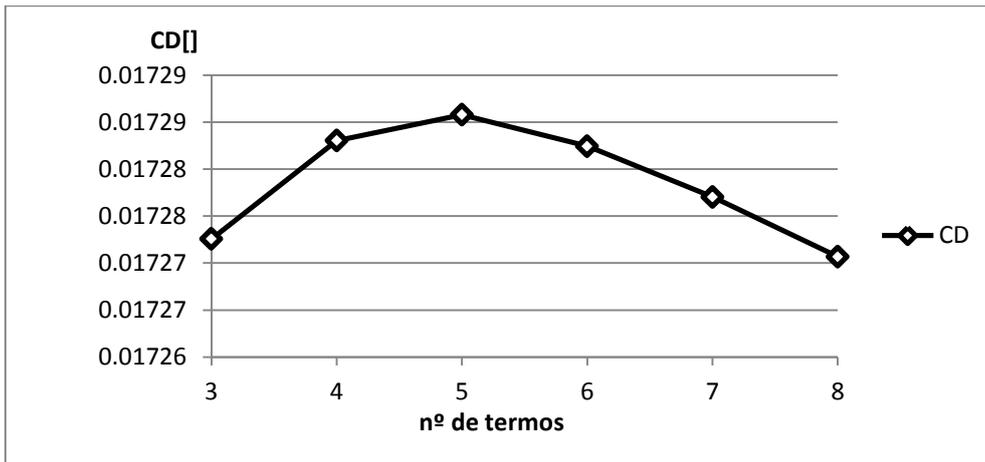


Figura 4.11: Evolução de CD para $\alpha = 3,3^\circ$

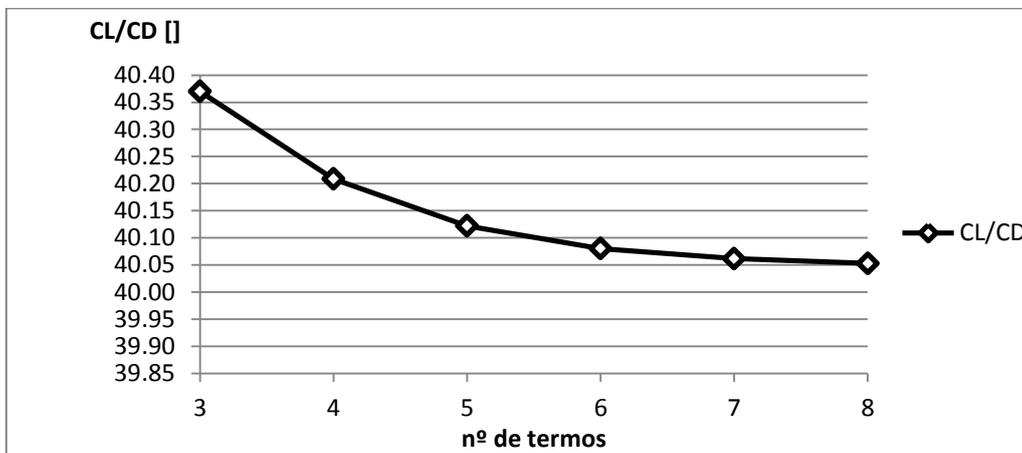


Figura 4.12: Evolução de CL/CD para $\alpha = 3,3^\circ$

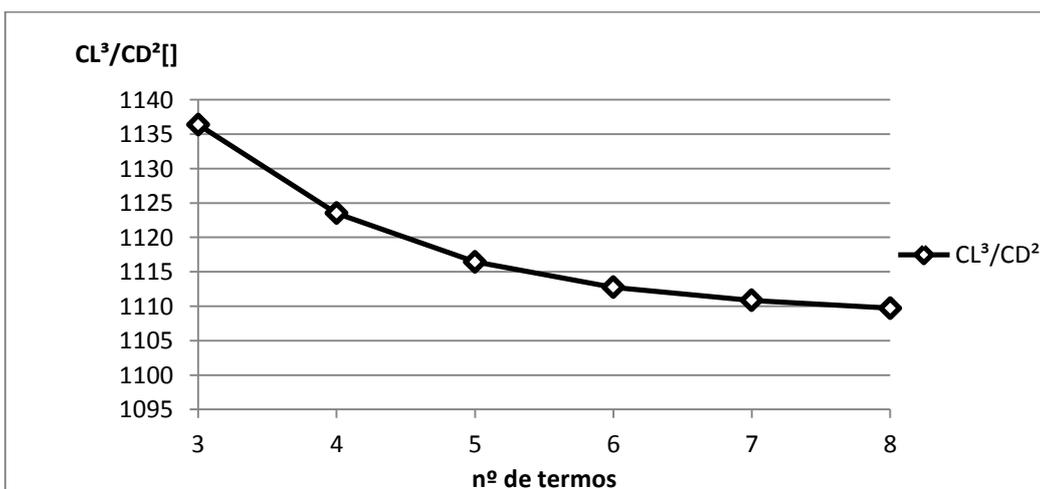


Figura 4.13: Evolução de CL³/CD² para $\alpha = 3,3^\circ$

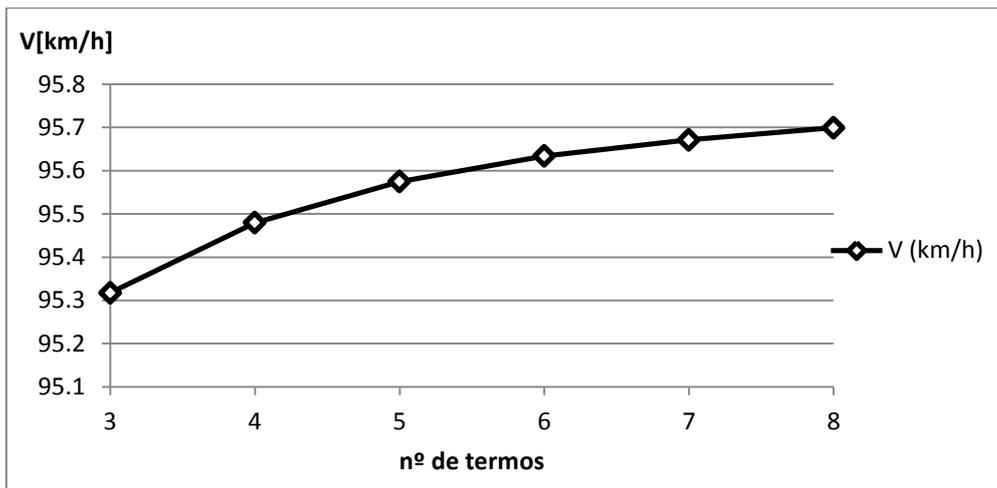


Figura 4.14: Evolução de V para $\alpha = 3,3^\circ$

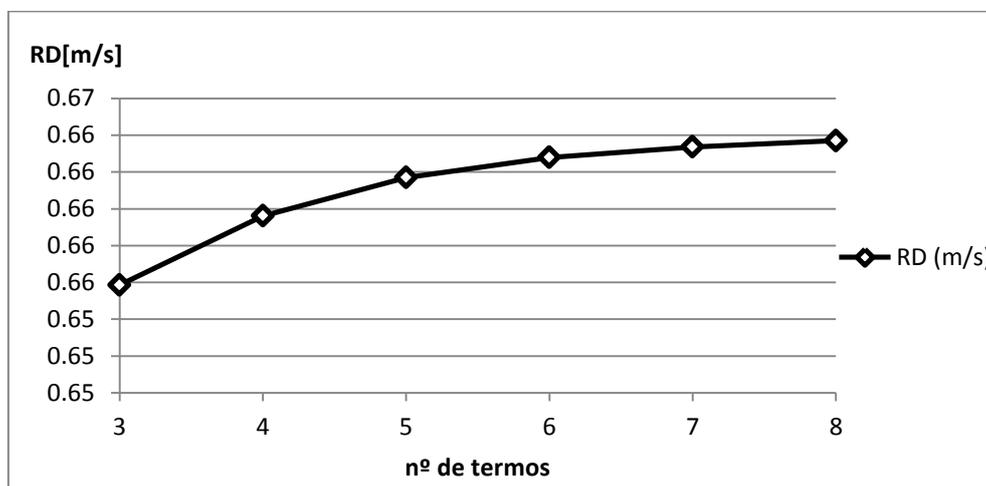


Figura 4.15: Evolução de RD para $\alpha = 3,3$

Verificamos que há uma tendência assintótica para todos os gráficos, exceto para CD.

4.6 Discussões e Críticas ao Modelo

Agora que foram expostos os resultados obtidos pela teoria, podemos fazer discussões sobre os diferentes coeficientes calculados e sobre a comparação feita com o planador.

4.6.1 Discussões sobre CL

Uma das principais críticas a serem feitas ao método da colocação se diz ao respeito do coeficiente de sustentação. Por se tratar de uma teoria não viscosa, ou seja, que não leva em consideração os efeitos de camada limite, o coeficiente evoluiu tanto quanto o

ângulo de ataque, não possuindo um valor máximo. Essa teoria faz com que o coeficiente não assuma seu valor real para ângulos de ataques relativamente grandes.

Além disso, podemos dizer também que por se tratar de uma teoria para as asas do planador, não reflete bem o valor total do coeficiente de sustentação sobre a aeronave como um todo, visto que a própria fuselagem e o profundor têm parcela significativa em sua composição.

Apesar de tudo, pode-se dizer que para a teoria que se segue o coeficiente atingiu um valor esperado. Fazendo uma comparação com o coeficiente para um aerofólio bidimensional, teremos:

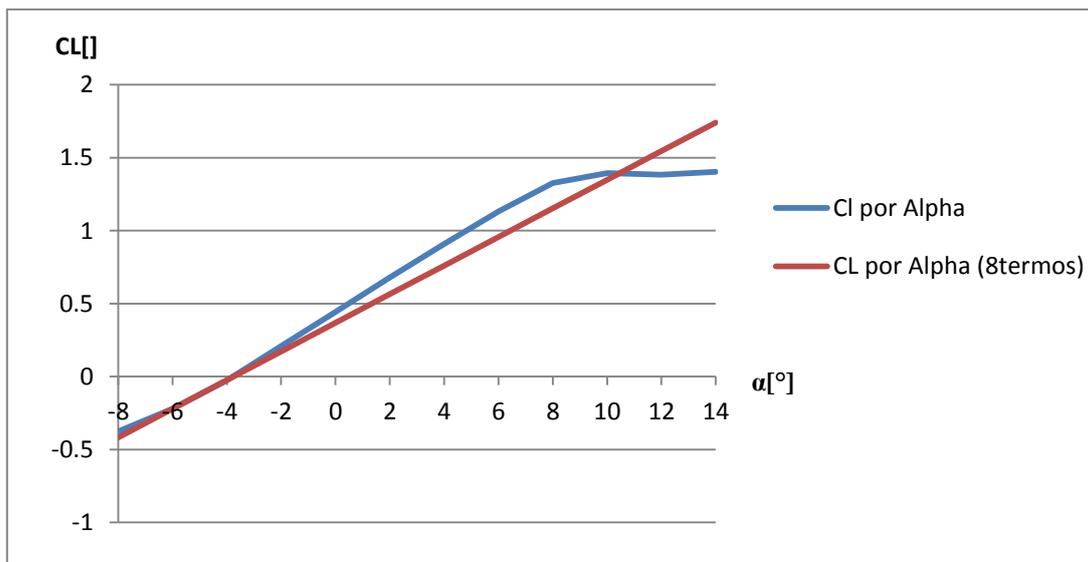


Figura 4.16: Gráfico comparativo dos coeficientes de sustentação 2D e 3D

Como podemos ver, os gráficos se assemelham bastante, porém possuem uma certa variação quando o ângulo de ataque aumenta. Isso na verdade já era previsto por Prandtl, como mostra a figura 4.45.

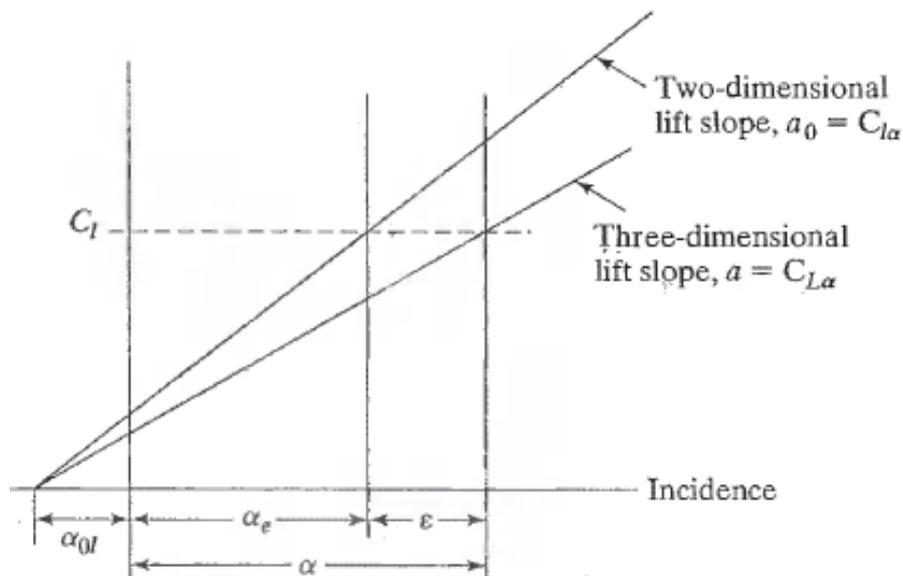


Figura 4.17: Relação entre os coeficientes de sustentação 2D e 3D [Fonte: BERTIN (1998)]

Prandtl então prevê que existirá uma pequena diferença entre os coeficientes devido ao ângulo de arrasto induzido.

Portanto pode-se dizer que apesar de coeficiente de sustentação não ser o mais preciso para a aeronave inteira, ele cumpre bem seu papel quando olhamos para as asas. A principal crítica na verdade é por se tratar de uma teoria não viscosa, ou seja, não conseguiremos prever quando ocorrerá o *stall*.

4.6.2 Discussões sobre CD

Como já mencionado anteriormente, o valor de CD foi calculado somando os arrastos parasitas, de pressão e induzido. O método da colocação prevê somente os valores para o atrito induzido, porém com os dados do aerofólio em questão pôde ser feito um cálculo mais preciso para cada ângulo de ataque.

Apesar disso, novamente devemos pensar que como estamos lidando com uma teoria de asa, o atrito correspondente às demais partes da aeronave não são levadas em

consideração, ou seja, quando tentamos fazer uma comparação com a performance do planador, não obtivemos muita precisão.

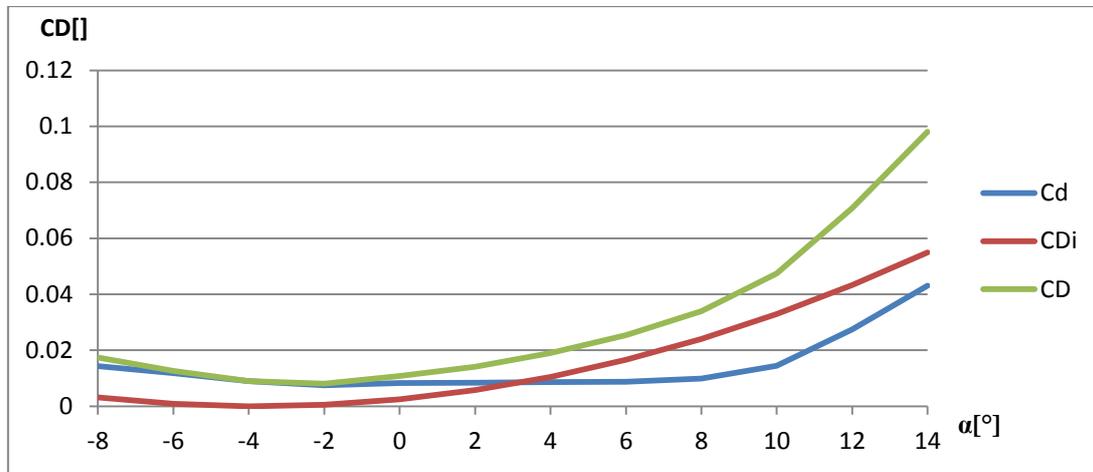


Figura 4.18: Gráfico C_d , CD_i , CD x α para série de oito termos

A estimativa que estamos fazendo é boa mas não suficiente. Para fazer uma mais precisa para toda a aeronave, seria necessário adicionar o valor do arrasto parasita produzido por todo o planador.

4.6.3 Discussões sobre CL/CD e Velocidade Respectiva

Pode-se dizer que o valor de CL/CD obtido foi bastante razoável considerando-se as críticas feitas anteriormente. Admitindo os valores dados pelo fabricante, é evidente que existe um erro considerável de 11,26% para série de oito termos, mas que se considera pequeno pelas aproximações feitas.

Para as séries que foram expostas os resultados, o valor máximo que CL/CD convergiu em oito termos foi de 40 para um ângulo de ataque de 3,3°. Além disso, o valor da velocidade no qual essa razão é maior vale 95,7 km/h, se aproximando bastante da velocidade experimental em que isso ocorre, 92,0 km/h.

Considerando que o planador possui valor de 36 para a razão de planeio, de acordo com equação (2.20) podemos descobrir que o ângulo de trajetória para essa situação é de:

$$\gamma = 1,59^\circ \quad (4.1)$$

Como o planador sempre se mantém em voo nivelado, ou seja, sempre com seu eixo paralelo à linha do horizonte, pode-se dizer que o ângulo de trajetória será igual ao ângulo de ataque. Porém, a partir do manual do planador, descobrimos que existe uma torção angular no valor de 2° em suas asas.

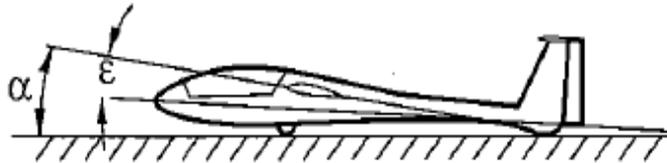


Figura 4.19: Ângulo de torção

Portanto, podemos dizer que o ângulo de ataque para essa situação de melhor CL/CD será a soma desses:

$$\alpha = \gamma + 2 \quad (4.2)$$

A partir dessa operação, podemos identificar que o ângulo de ataque onde ocorre melhor razão de planeio é $3,65^\circ$, que se aproxima bastante do que foi sugerido pela teoria de BERTIN (1998).

Os valores descobertos então para a razão de planeio superam as expectativas quando pensamos que estamos lidando apenas com uma teoria para asa do planador. Ao se aproximar bastante desse ângulo de ataque, e produzir maior razão de planeio em uma velocidade bem próxima da esperada, podemos dizer que a teoria se aplica bem ao estudo do planador.

4.6.4 Discussões sobre CL^3/CD^2 e Razão de Descida

Quando pensamos na razão de descida, indiretamente estamos pensando em como a razão CL^3/CD^2 se comporta, de acordo com a equação (2.23). Como já foi discutido anteriormente, os valores de CL e CD não são precisos, pois esta é uma teoria de asa não viscosa, ou seja, quando temos esses valores elevados a certas potências, o erro tende a aumentar.

De certa forma, os resultados atingidos foram bem razoáveis, obtemos para um ângulo de ataque de $7,2^\circ$ uma razão de descida no valor de $0,60$ m/s, se aproximando bem do valor experimental que é $0,62$ m/s. Além disso, a velocidade se aproximou quase que com exatidão à velocidade experimental, assumindo valor de $76,8$ km/h com um erro de $1,04\%$ apenas.

4.7 Outras Análises Interessantes

4.7.1 O Efeito Stall

O efeito do *stall*, muito comentado sempre quando falamos da indústria aeronáutica, é um fenômeno que ocorre devido ao aumento do ângulo de ataque da aeronave. Esse aumento faz com que a camada limite, que antes estava junto a superfície do aerofólio, se descole, fazendo com que diminua a circulação e também que haja um aumento grande no arrasto de esteira.

Ele ocorre porque normalmente quando se quer ganhar altitude, usamos o movimento de *pitch* para o avião levantar seu nariz, fazendo o ângulo de ataque também aumentar. Além disso, percebemos que o ângulo de ataque tem influência significativa do ângulo de planeio, e este por fim, sofre influência diretamente da velocidade do planador. Ou seja, é importante, além de nos preocupar com o ângulo de arfagem, nos preocupar também com a velocidade que o planador está sendo conduzido.

A relação de *stall* e velocidade é muito ampla. Quando analisamos um planador, normalmente estamos lidando com ele em voo livre, voando horizontalmente em ar estagnado. Nessas condições, o próprio manual do planador fornece qual a velocidade mínima que o planador pode viajar sem que ocorra o *stall*. Caso o planador não esteja nessas condições, é importante sempre ter cuidado com o quanto se vai aumentar o ângulo de arfagem, para que este fenômeno não ocorra.

4.7.2 Estudo da Otimização de Planadores

Para o projeto de um planador ser bem desenvolvido, muitos fatores devem ser levados em consideração. Um dos mais importantes a serem estudados é a razão de aspecto da asa.

O projetista deve sempre se importar em fazer a asa com menor arrasto possível, e isso dependerá tanto dela, quanto do arrasto das outras partes do planador. Por exemplo, de acordo com THOMAS (1999), existe uma razão de aspecto ótima para cada aeronave para produzir o máximo de sustentação possível, como mostra a figura 4.48:

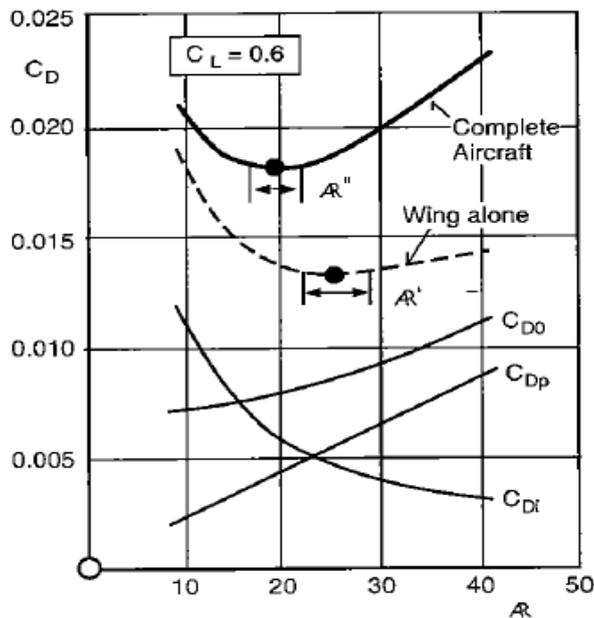


Figura 4.20: Efeito da razão de aspecto sobre o arrasto

Em nosso experimento, não estamos interessados em projetar um planador, mas se quiséssemos fazer uma análise nesse segmento, teríamos a seguinte configuração:

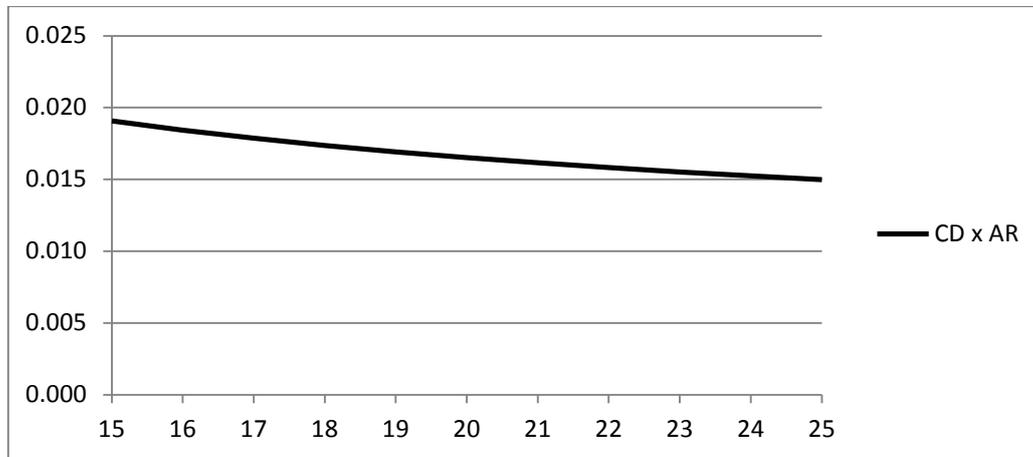


Figura 4.21: Efeito da razão de aspecto no arrasto para $CL = 0,69$ ($\alpha = 3,3^\circ$)

A partir do gráfico acima, podemos ver que pelos arrastos calculados ao longo da asa, uma melhor configuração para a aeronave se aproximaria a uma razão de aspecto de 25, onde o valor de CD passa a ser quase assintótico. Contudo, devemos lembrar que não estamos considerando o arrasto parasita da aeronave, não podendo ter certeza então se essa seria a melhor razão.

Além disso, outros fatores são levados em consideração durante o projeto, que podem variar entre o custo da aeronave em sua fabricação, ou até mesmo em que classe a aeronave gostaria de competir, pois possuindo razão de aspecto elevada, a aeronave provavelmente mudaria de classe.

5 CONCLUSÕES

O objetivo do trabalho atual consistiu na implementação do método da colocação de BERTIN (1998) para um planador comercial denominado ASTIR, na comparação dos resultados calculados com os do planador e também na comparação do método com um modelo alternativo de RASMUSSEN e SMITH (1999) para a solução da teoria da linha de sustentação de Prandtl.

Com relação aos resultados, podemos ver claramente que o valor que mais se aproxima da realidade é o valor do coeficiente de sustentação. Isso se deve ao fato de que as velocidades correspondentes à melhor razão de planeio e melhor razão de descida, que dependem deste valor, de acordo com a equação (2.21), se aproximaram muito bem da realidade. A maior crítica que pode ser feita ao coeficiente e a modelagem utilizada, é de que o mesmo não revela o aparecimento do stall. Uma sugestão interessante para um trabalho futuro seria de analisar a asa como um todo em outra teoria viscosa.

Um dos principais motivos para a divergência entre os valores obtidos é o coeficiente de arrasto. Este que foi modelado juntamente a dados experimentais do aerofólio, não apresenta o valor do arrasto parasita da aeronave. Podemos perceber que a razão de planeio ficou acima do esperado, ou seja, se tivéssemos a parcela responsável pelo arrasto parasita, provavelmente esta modelagem se aproximaria melhor da realidade. Para trabalhos futuros seria interessante então a análise mais detalhada do coeficiente de arrasto, discriminando cada parte da aeronave e calculando o atrito correspondente para cada seção.

Por fim, é interessante ressaltar que com o estudo desse planador, foi possível entender bastante do projeto de um modelo. Verificamos que para gerar a curva polar de velocidade, que foi a qual nos baseamos em todo o projeto, o planador deve se

comportar de maneira nivelada, de modo que seu eixo principal seja paralelo ao horizonte. Como ângulos de trajetória para o planador sempre variam entre 1° e 3° , verificamos que o ângulo de ataque sempre será de pequena magnitude, podendo ser igual ao ângulo de trajetória, ou em nosso caso, ser maior que esse devido à torção angular das asas. Mesmo sendo maior, podemos dizer que o ângulo de ataque sempre estará dentro de uma margem entre 1° e 4° quando tratamos da melhor razão de planeio.

Dado esse fato, podemos dizer que os planadores são aeronaves que buscam ter melhor desempenho em ângulos relativamente baixos, e sua performance é baseada nisso. Como a aeronave não possui um sistema que controla o ângulo de ataque, o piloto sempre estará nivelado e apenas controlará a velocidade do mesmo para obter melhor desempenho. Ou seja, é proposital o ângulo de ataque para melhor razão de planeio ser tão pequeno, pois caso contrário o piloto não conseguiria ter ideia de quanto deveria aumentar a angulação para conseguir este fenômeno.

Concluindo, podemos perceber que o projeto de um planador requer muito conhecimento e dedicação para obtenção dos dados experimentais. Essa teoria, mesmo não se aproximando com exatidão desses valores, podemos dizer que foi bastante satisfatória pois nos ensinou muito sobre essas aeronaves.

6 BIBLIOGRAFIA

ANDERSON, J. D., 1991, *Fundamentals of Aerodynamics*, McGraw-Hill Book Company, 2nd edition.

BERTIN, J. J., CUMMINGS, R. M., 1998, *Aerodynamics for Engineers*, Pearson Education International, 3rd edition.

BODSTEIN, G. C. R., *Notas de Aula – EEK700 Tópicos Especiais em Mecânica dos Fluidos*, em Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2011.

FEDERAL, A. A., 2009, *Glider Flying Handbook*, Aviation Supplies & Academics, Inc.

QUILICI, A. I., *Estudo de modelos de turbulência em um aerofólio NACA 0012 entre números de Reynolds da ordem de 10^3 a 10^6 utilizando software comercial de CFD*, Projeto Final, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2011.

RASMUSSEN, M. L., SMITH, D. E., 1999, “*Lifting-line theory for arbitrarily shaped wings*”, *Journal of Aircraft*, v. 36, n. 2 (March), pp.340-348.

THOMAS, F., MILGRAM, J., 1999, *Fundamentals of Sailplane Design*, Judah Milgram, 3rd edition.

APÊNDICE A

RESULTADOS ENCONTRADOS DE 4 A 7 TERMOS PARA O MÉTODO DA COLOCAÇÃO

A.1 Análise de Resultados para Quatro Termos

Analisando o modelo da série de quatro termos, podemos chegar aos seguintes resultados mostrados na tabela abaixo:

Tabela A.1: Resultados da série de quatro termos

alpha	CL	Cdi	CD	CL/CD	CL ³ /CD ²	V(km/h)	V(m/s)	RD(m/s)
-8	-0.419	0.003	0.017	-24.000	-241.297			
-6	-0.222	0.001	0.013	-17.485	-67.804			
-4	-0.025	0.000	0.009	-2.735	-0.184			
-2	0.172	0.001	0.008	21.468	79.504	191.64	53.23	2.48
0	0.370	0.002	0.011	34.364	436.501	130.92	36.37	1.06
2	0.567	0.006	0.014	39.982	906.036	105.72	29.37	0.73
4	0.764	0.010	0.019	40.011	1222.956	91.07	25.30	0.63
6	0.961	0.017	0.025	37.826	1375.127	81.19	22.55	0.60
8	1.158	0.024	0.034	34.045	1342.479	73.96	20.54	0.60
10	1.355	0.033	0.048	28.516	1102.140	68.37	18.99	0.67
12	1.552	0.043	0.071	21.917	745.723	63.88	17.74	0.81
14	1.750	0.055	0.098	17.828	556.084	60.17	16.71	0.94

A partir dos resultados, podemos fazer a plotagem dos gráficos a seguir:

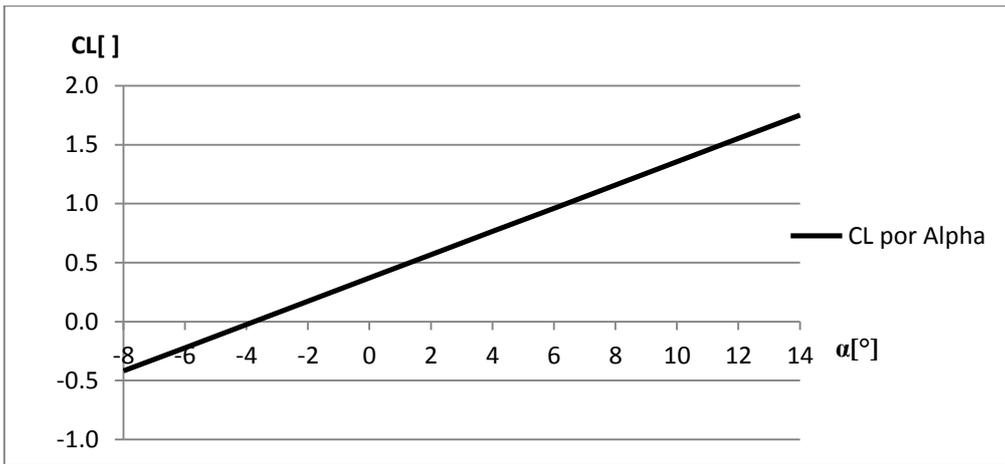


Figura A.1: Gráfico CL x α para 4 termos

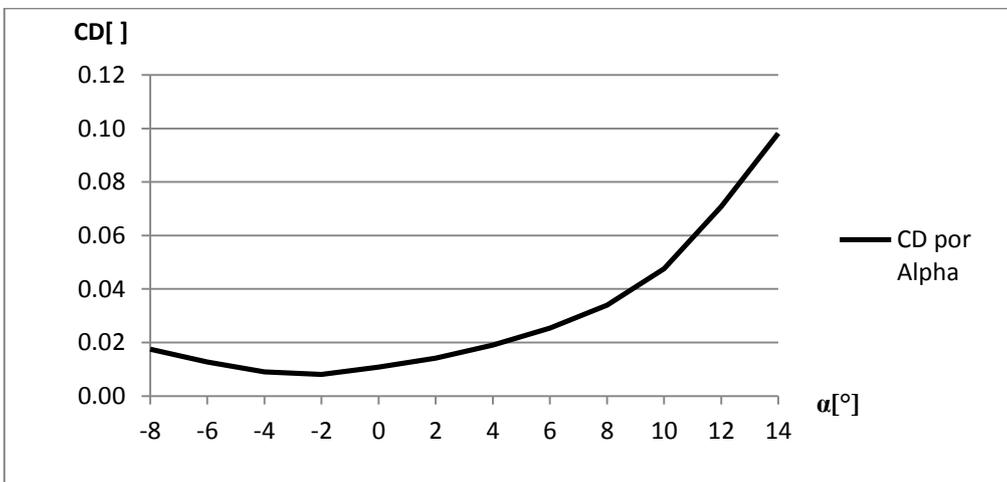


Figura A.2: Gráfico CD x α para 4 termos

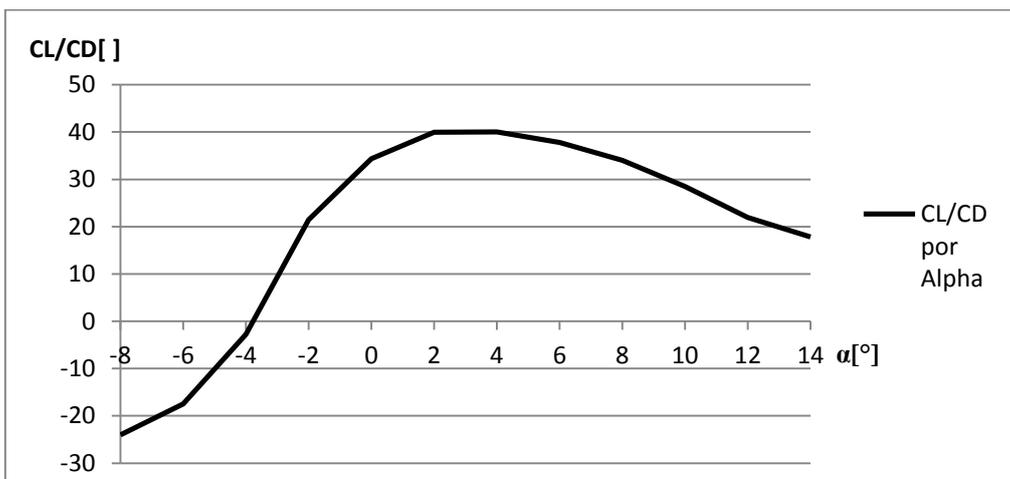


Figura A.3: Gráfico CL/CD x α para 4 termos

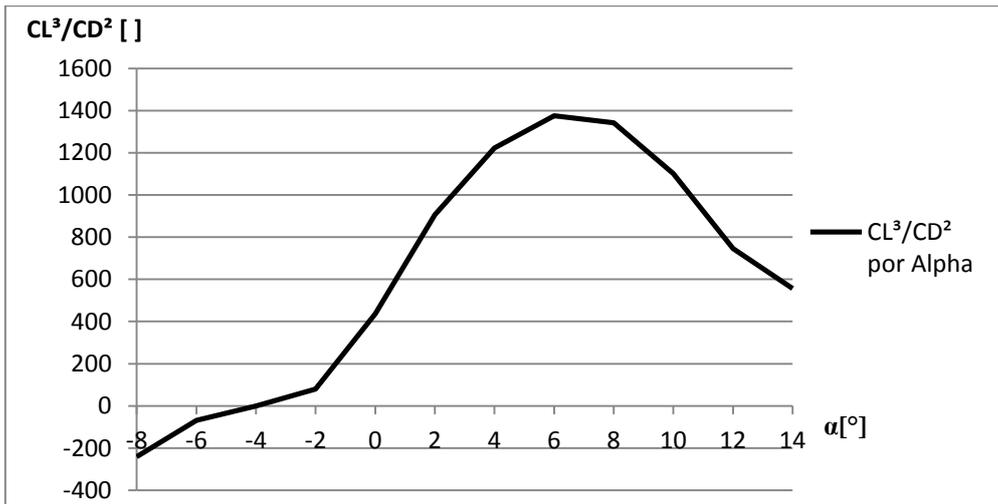


Figura A.4: Gráfico CL^3/CD^2 x α para 4 termos

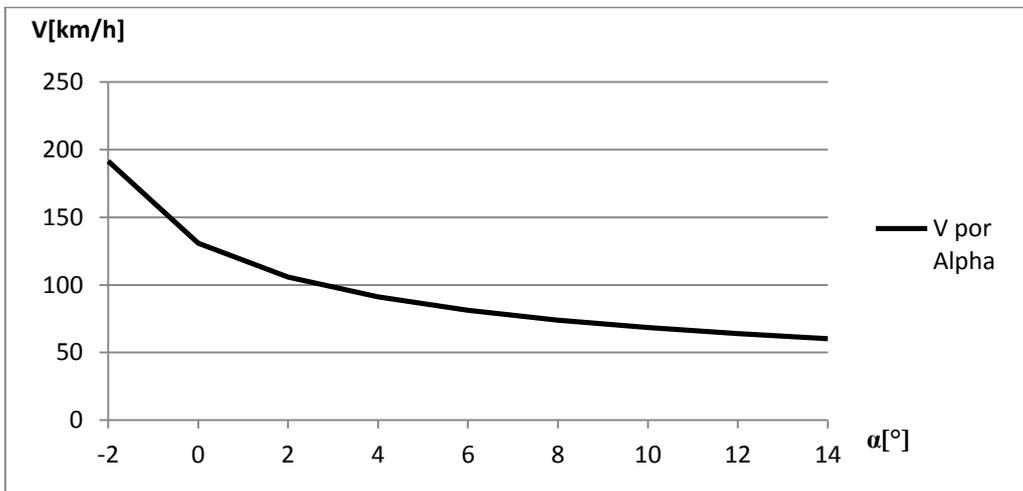


Figura A.5: Gráfico V x α para 4 termos

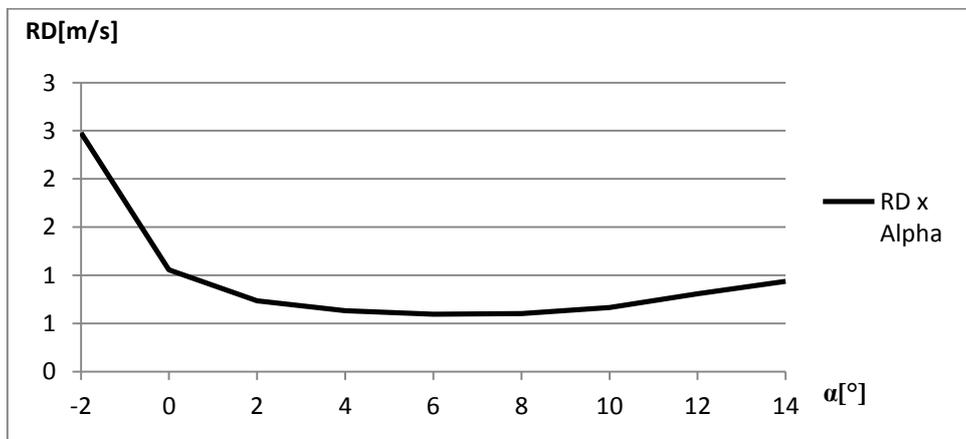


Figura A.6: Gráfico RD x α para 4 termos

A.2 Análise de Resultados para Cinco Termos

Analisando o modelo da série de cinco termos, podemos chegar aos seguintes resultados mostrados na tabela abaixo:

Tabela A.2: Resultados da série de cinco termos

alpha	CL	Cdi	CD	CL/CD	CL ³ /CD ²	V(km/h)	V(m/s)	RD(m/s)
-8	-0.418	0.003	0.017	-23.950	-239.826			
-6	-0.221	0.001	0.013	-17.450	-67.396			
-4	-0.025	0.000	0.009	-2.729	-0.183			
-2	0.172	0.001	0.008	21.425	79.026	191.83	53.29	2.49
0	0.369	0.002	0.011	34.293	433.827	131.05	36.40	1.06
2	0.566	0.006	0.014	39.897	900.384	105.83	29.40	0.74
4	0.762	0.010	0.019	39.924	1215.218	91.16	25.32	0.63
6	0.959	0.017	0.025	37.743	1366.336	81.27	22.58	0.60
8	1.156	0.024	0.034	33.970	1333.850	74.03	20.56	0.61
10	1.353	0.033	0.048	28.453	1095.066	68.44	19.01	0.67
12	1.549	0.043	0.071	21.869	740.975	63.94	17.76	0.81
14	1.746	0.055	0.098	17.789	552.562	60.23	16.73	0.94

A partir dos resultados, podemos fazer a plotagem dos gráficos a seguir:



Figura A.7: Gráfico CL x α para 5 termos

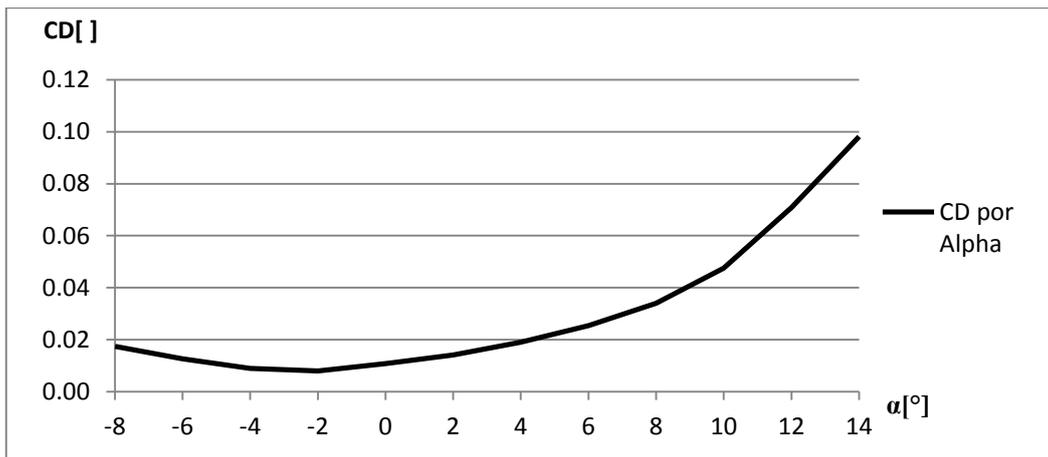


Figura A.8: Gráfico CD x α para 5 termos

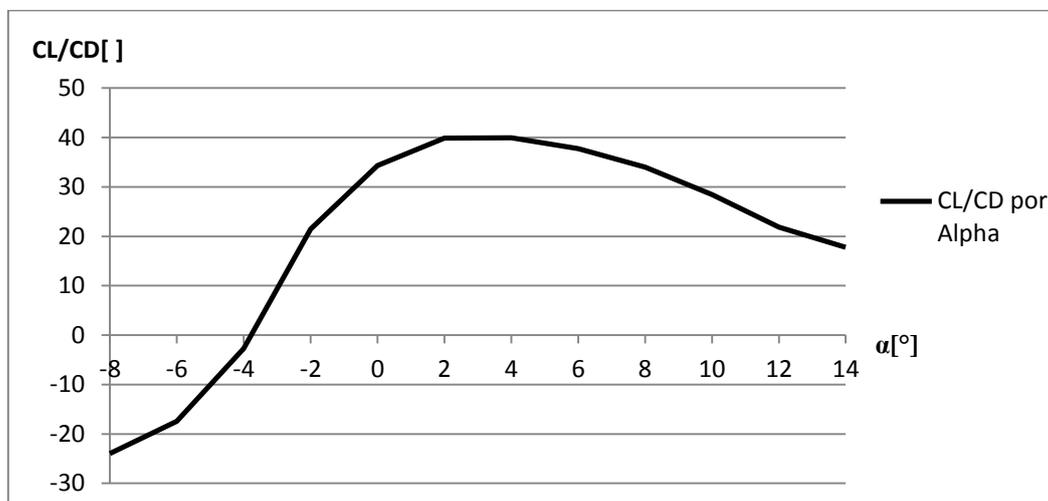


Figura A.9: Gráfico CL/CD x α para 5 termos

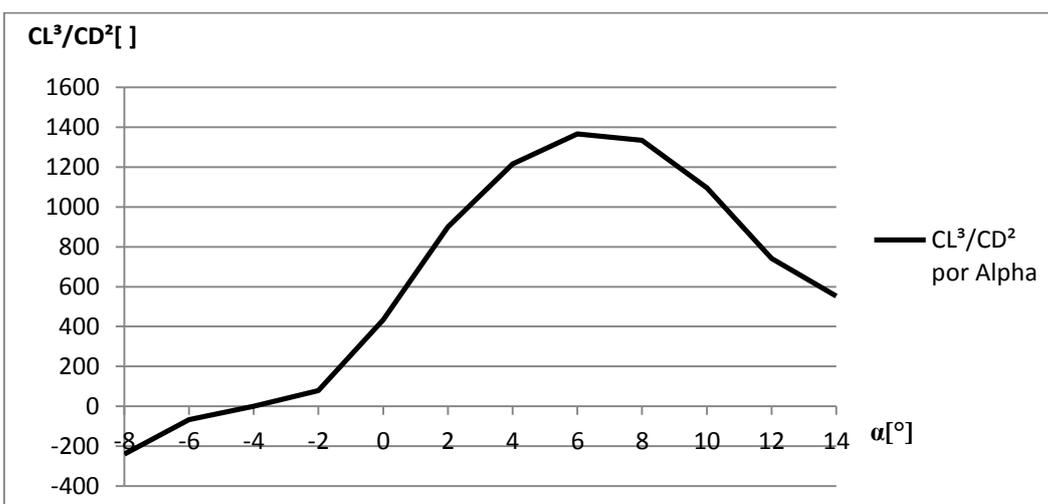


Figura A.10: Gráfico CL³/CD² x α para 5 termos

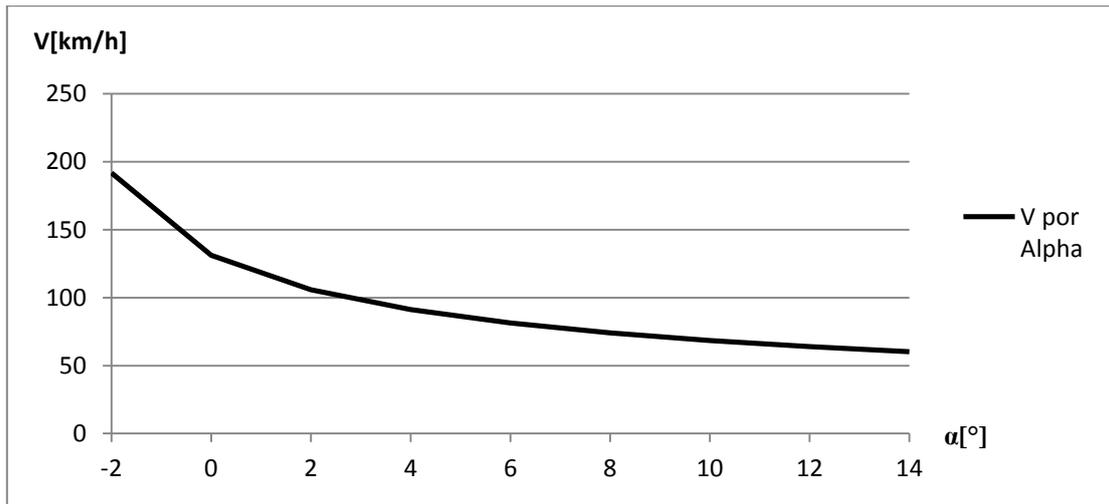


Figura A.11: Gráfico V x α para 5 termos

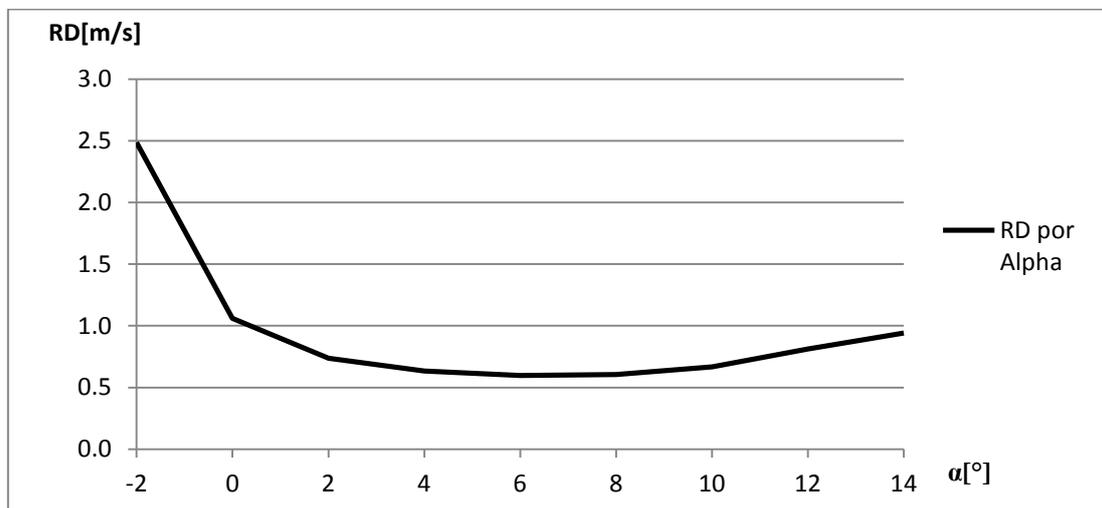


Figura A.12: Gráfico RD x α para 5 termos

A.3 Análise de Resultados para Seis Termos

Analisando o modelo da série de seis termos, podemos chegar aos seguintes resultados mostrados na tabela abaixo:

Tabela A.3: Resultados da série de seis termos

alpha	CL	Cdi	CD	CL/CD	CL ³ /CD ²	V(km/h)	V(m/s)	RD(m/s)
-8	-0.418	0.003	0.017	-23.923	-238.975			
-6	-0.221	0.001	0.013	-17.429	-67.151			
-4	-0.025	0.000	0.009	-2.726	-0.183			
-2	0.172	0.001	0.008	21.399	78.738	191.95	53.32	2.49
0	0.368	0.002	0.011	34.254	432.303	131.13	36.42	1.06
2	0.565	0.006	0.014	39.854	897.346	105.89	29.42	0.74
4	0.761	0.010	0.019	39.883	1211.250	91.21	25.34	0.64
6	0.958	0.017	0.025	37.706	1361.984	81.32	22.59	0.60
8	1.154	0.024	0.034	33.937	1329.658	74.08	20.58	0.61
10	1.351	0.033	0.048	28.426	1091.612	68.48	19.02	0.67
12	1.547	0.043	0.071	21.847	738.591	63.98	17.77	0.81
14	1.744	0.055	0.098	17.771	550.762	60.27	16.74	0.94

A partir dos resultados, podemos fazer a plotagem dos gráficos a seguir:

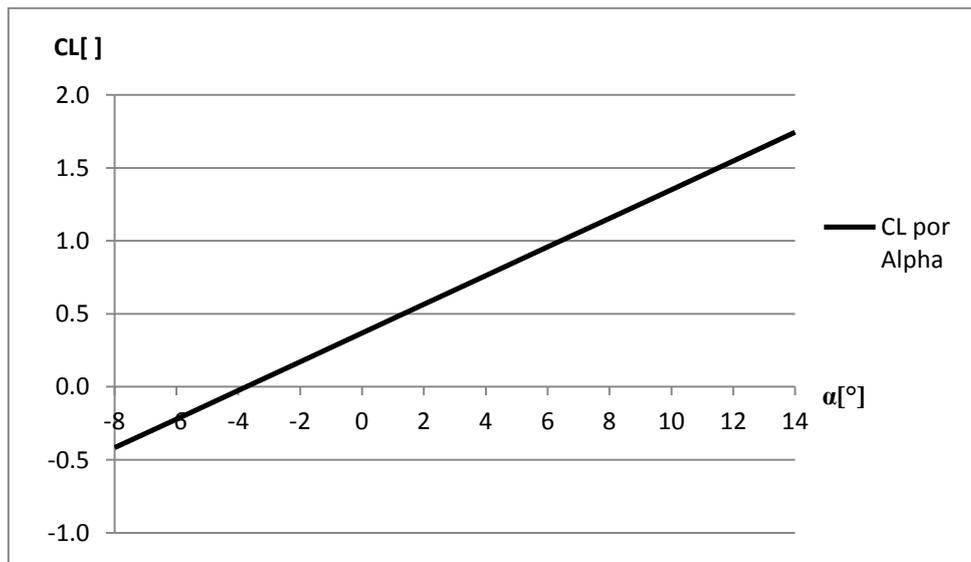


Figura A.13: Gráfico CL x α para 6 termos

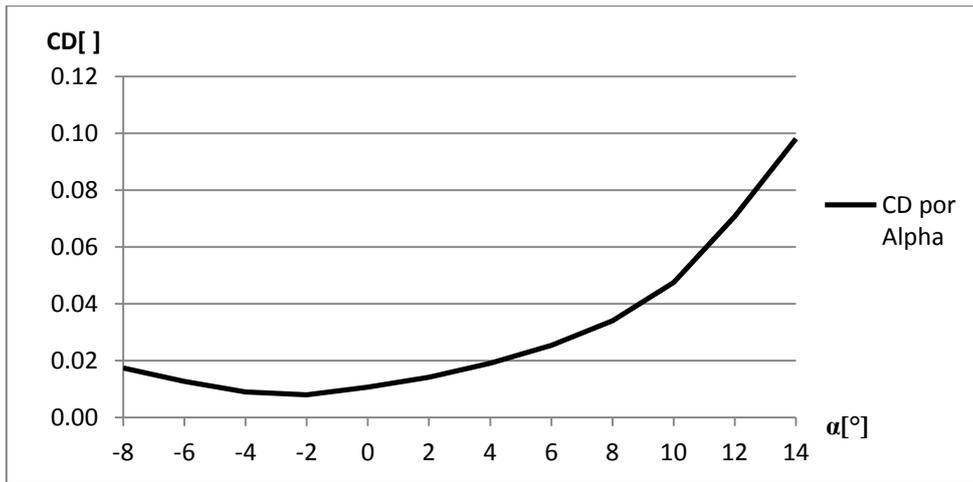


Figura A.14: Gráfico CD x α para 6 termos

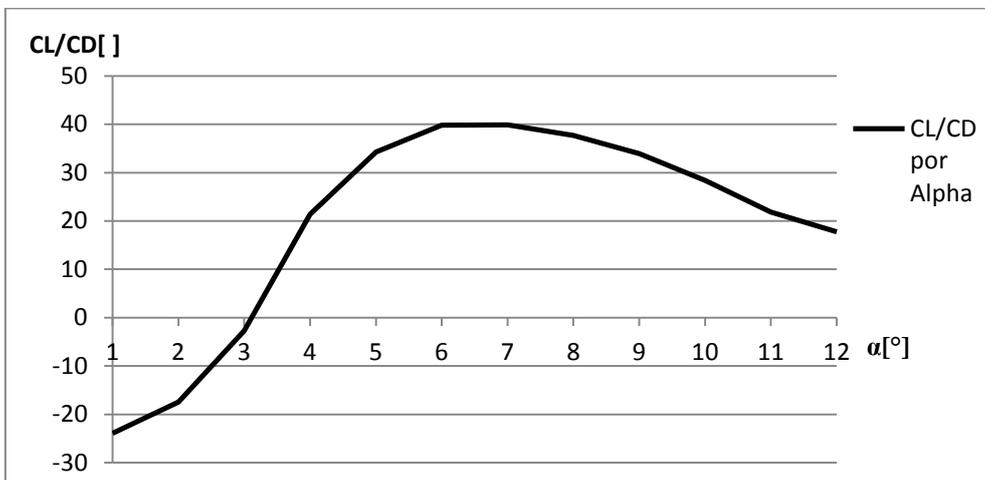


Figura A.15: Gráfico CL/CD x α para 6 termos

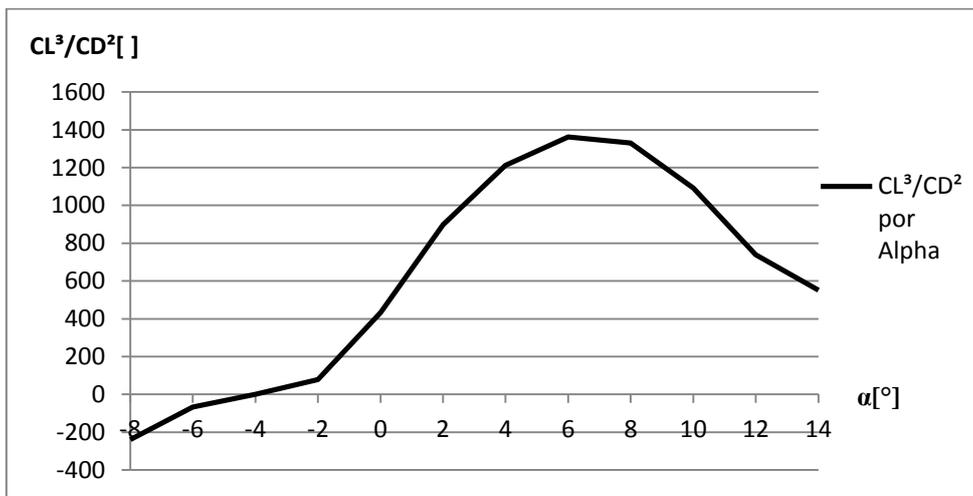


Figura A.16: Gráfico CL³/CD² x α para 6 termos

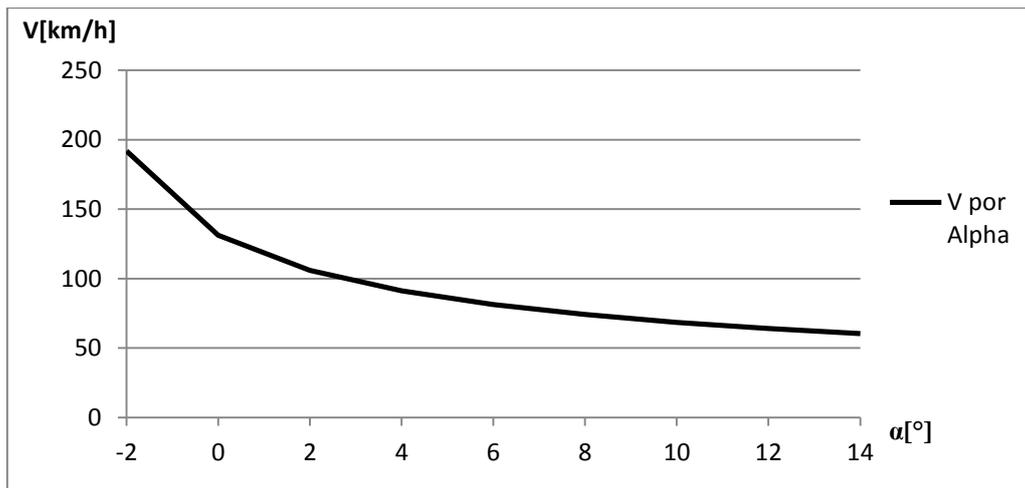


Figura A.17: Gráfico V x α para 6 termos

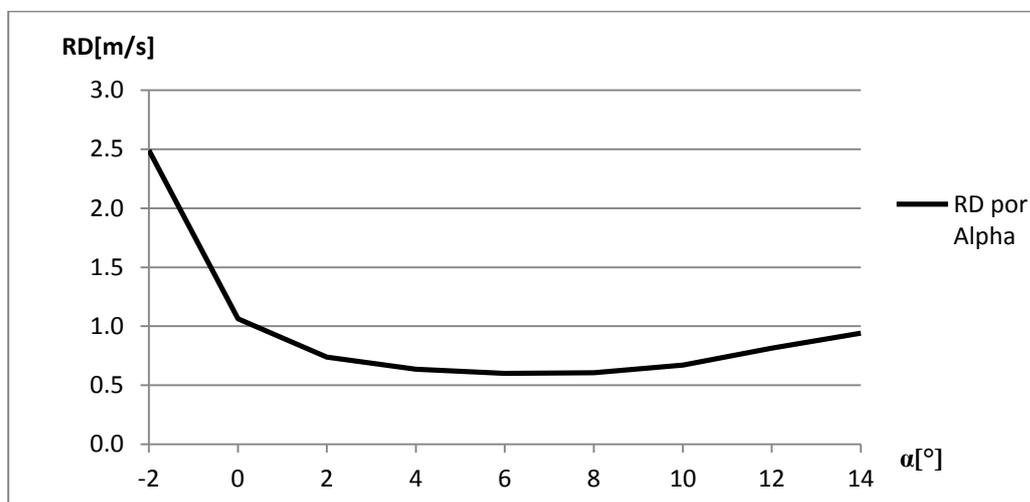


Figura A.18: Gráfico RD x α para 6 termos

A.4 Análise de Resultados para Sete Termos

Analisando o modelo da série de seis termos, podemos chegar aos seguintes resultados mostrados na tabela abaixo:

Tabela A.4: Resultados da série de sete termos

alpha	CL	Cdi	CD	CL/CD	CL ³ /CD ²	V(km/h)	V(m/s)	RD(m/s)
-8	-0.417	0.003	0.017	-23.907	-238.469			
-6	-0.221	0.001	0.013	-17.416	-66.999			
-4	-0.025	0.000	0.009	-2.724	-0.182			
-2	0.172	0.001	0.008	21.383	78.560	192.02	53.34	2.49
0	0.368	0.002	0.011	34.232	431.413	131.18	36.44	1.06
2	0.565	0.006	0.014	39.833	895.697	105.94	29.43	0.74
4	0.761	0.010	0.019	39.866	1209.238	91.25	25.35	0.64
6	0.957	0.017	0.025	37.692	1359.899	81.35	22.60	0.60
8	1.154	0.024	0.034	33.926	1327.713	74.11	20.59	0.61
10	1.350	0.033	0.048	28.416	1089.997	68.51	19.03	0.67
12	1.546	0.043	0.071	21.838	737.422	64.01	17.78	0.81
14	1.743	0.055	0.098	17.763	549.855	60.29	16.75	0.94

A partir dos resultados, podemos fazer a plotagem dos gráficos a seguir:

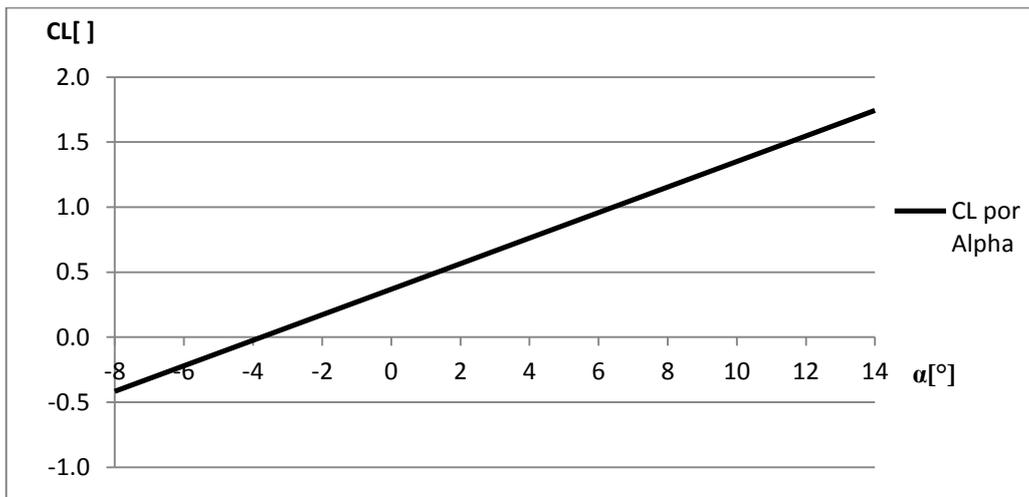


Figura A.19: Gráfico CL x α para 7 termos

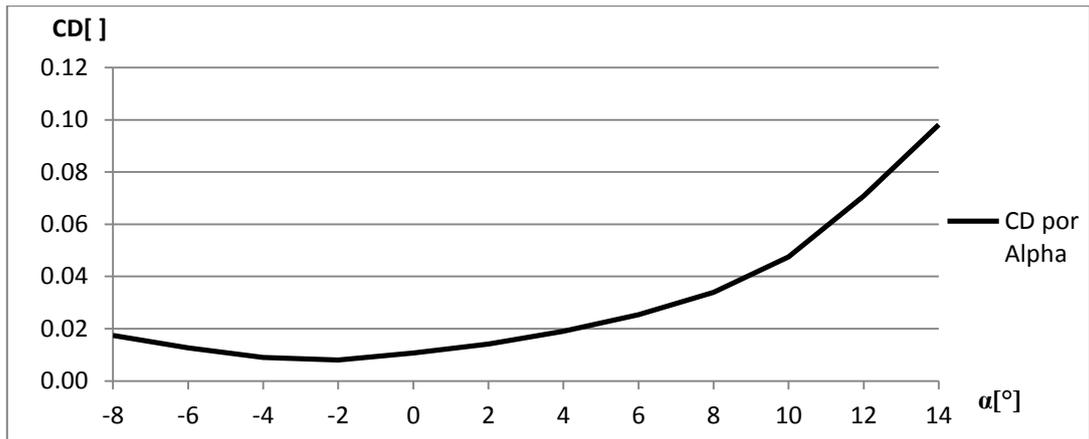


Figura A.20: Gráfico CD x α para 7 termos

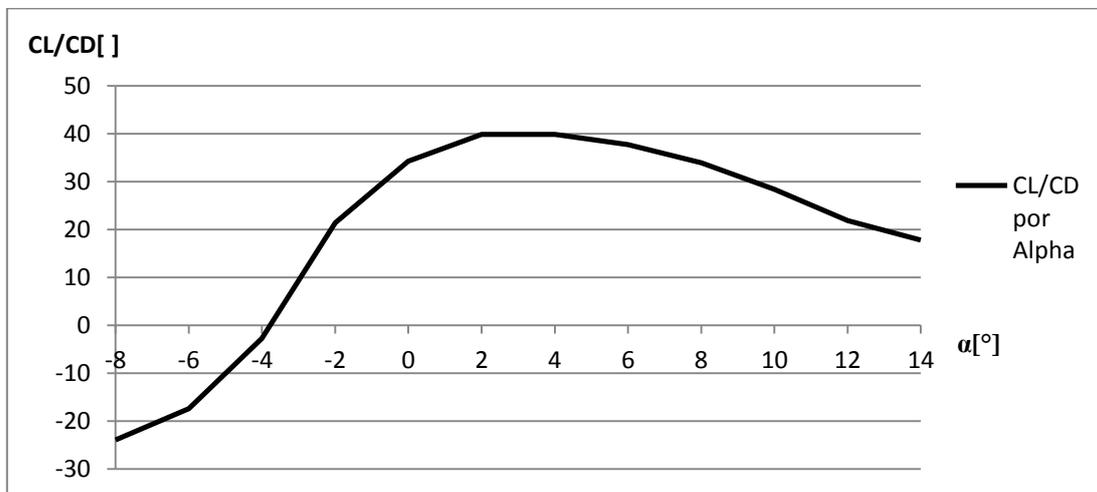


Figura A.21: Gráfico CL x α para 7 termos

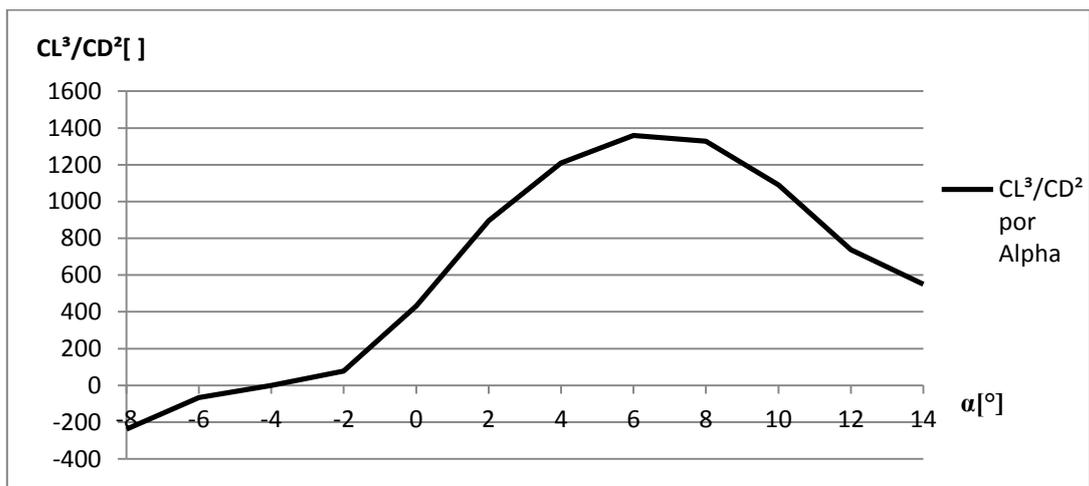


Figura A.22: Gráfico CL x α para 7 termos

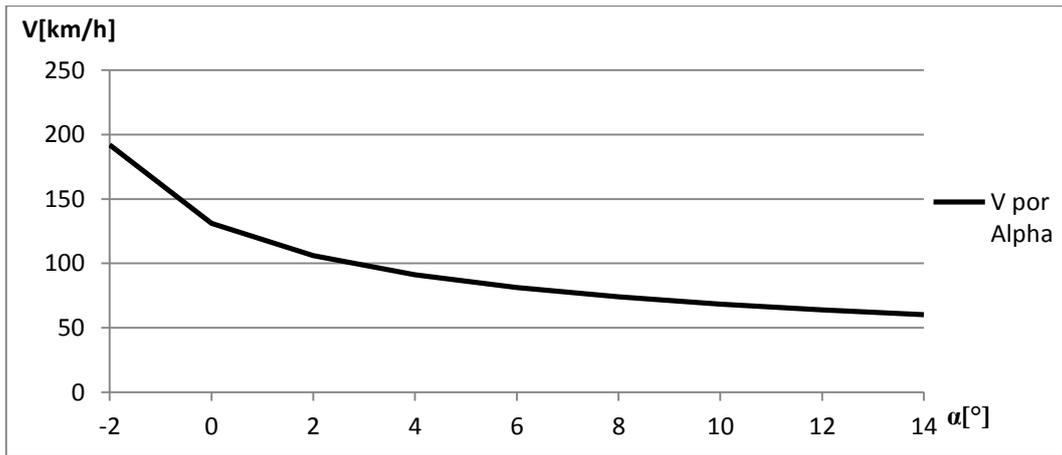


Figura A.23: Gráfico CL x α para 7 termos

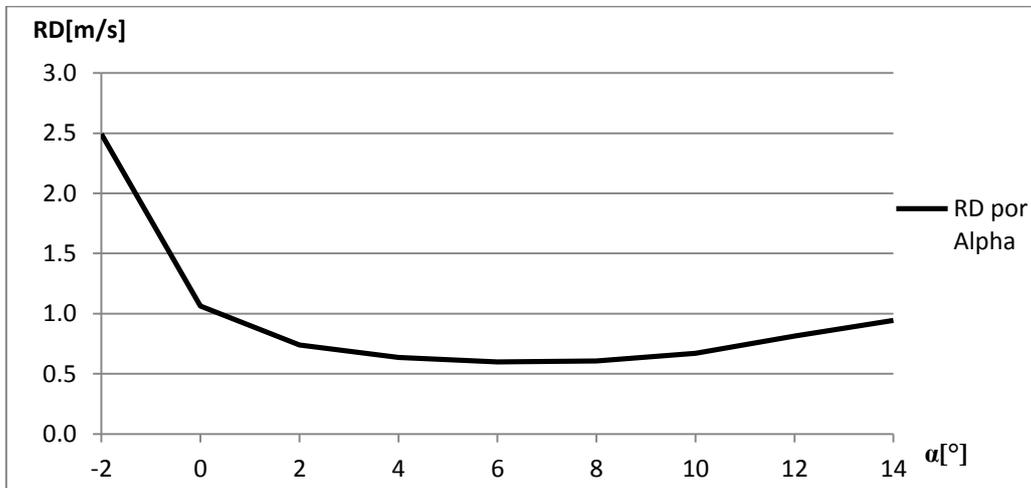


Figura A.24: Gráfico CL x α para 7 termos