

Relatórios Coppead é uma publicação do Instituto COPPEAD de Administração da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)

Comissão de Pesquisa

Angela Rocha
Rebecca Arkader
Ricardo Leal

Gerência de Publicações

Simone da Rocha Weitzel

Editoração Eletrônica

Adriana Baptista Pereira

Revisão e Copidesque

Maria Emília Barcellos da Silva

Referenciação e Ficha catalográfica

Ana Rita Mendonça de Moura

Ribeiro, Tulio Silvio.

Estrutura fractal em mercados emergentes / Tulio Silvio Ribeiro; Ricardo P. C. Leal - Rio de Janeiro: UFRJ/COPPEAD, 2001.
14 p.; 27 cm. -- (Relatórios COPPEAD, 342).

ISBN 85-7508-037-7

ISSN 1518-3335

1. Finanças. I. Leal, Ricardo Pereira Câmara. II. Título. III. Série.

CDD - 332

Pedidos para Biblioteca

Caixa Postal 68514 – Ilha do Fundão
21941-970 – Rio de Janeiro – RJ
Telefone: 21-2598-9837
Telefax: 21-2598-9835
e-mail: biblioteca@coppead.ufrj.br
Home-page: <http://www.coppead.ufrj.br>

Estrutura Fractal em Mercados Emergentes

Tulio Silva Ribeiro

Ricardo P. C. Leal

A Teoria de Eficiência do Mercado é uma das bases da moderna teoria de finanças. Segundo ela, o comportamento aleatório na variação dos preços é decorrente do fluxo randômico de informações não antecipadas. Um de seus paradigmas define que a distribuição dos retornos dos preços, em um mercado eficiente, além de aleatória, é normalmente realizada.

Neste artigo, avaliamos a hipótese de o processo estocástico dos retornos de diversos mercados emergentes da Ásia e das Américas seguirem um processo não-normal alfa-estável. Através de estimativas dos parâmetros da distribuição e de simulações, encontramos evidências de que esses retornos realmente seriam melhor descritos por essa classe de distribuições, também conhecidas como distribuições fractais. Nesse ambiente, grandes flutuações podem ocorrer com maior frequência; a variabilidade é maior, assim como a probabilidade de perdas substanciais. Fundamentos do mercado, baseados na Teoria de Eficiência e na hipótese de normalidade, desde a teoria moderna do portfólio à metodologia de Black-Scholes, são significativamente impactados por tais fatos.

1 INTRODUÇÃO

A Teoria de Eficiência do Mercado é uma das bases da moderna teoria de finanças. Segundo ela, o comportamento aleatório na variação dos preços é decorrente do fluxo randômico de informações não antecipadas. Um de seus paradigmas define a distribuição dos retornos dos preços, em um mercado eficiente, além de aleatória, normalmente distribuída.

Esse processo estocástico dos retornos é objeto de estudos há décadas _ anterior, inclusive, à formulação da teoria citada acima. Bachelier (1900) desenvolveu o modelo pioneiro, no qual as variações nos preços de um ativo eram variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.), com variância finita, e, de acordo com o Teorema do Limite Central, essas variações poderiam ser descritas por uma distribuição normal. Posteriormente, Osborne (1959) refinou esses resultados, de modo que os retornos seriam caracterizados por uma distribuição log-normal.

$$\log[P(t+dt) - \log[P(t)]] \sim N(\mu dt, \sigma^2 dt)$$

Diversos estudos questionaram essa hipótese e empiricamente se verificou que os retornos apresentavam distribuições assimétricas e leptocúrticas incompatíveis com uma distribuição gaussiana. Grandes desvios foram também bastante frequentes, um fato subestimado segundo esta distribuição. Mandelbrot (1963) observou que a distribuição dos retornos seria melhor descrita por uma distribuição alfa-estável. Essa classe de distribuições, desenvolvida por Lévy (1925), é uma generalização do Teorema do Limite Central para a soma de variáveis aleatórias i.i.d., sem restrições em relação ao segundo momento. Um de seus casos especiais é a distribuição de Gauss.

Subseqüentemente, diversos estudos foram feitos e confirmaram a hipótese alfa-estável em diversos mercados. Como exemplo, cita-se Fama (1965a e b), Walter (1990 e 1991), Zajdenweber (1994), Belkacem (1996) e Groslambert e Kassibrakis (1999) para ações e índices de ações, Corazza et al. (1997), Cornew, Town e Crowson (1984) e Walter (1994), para diferentes mercados futuros.

A hipótese de que um mercado segue uma distribuição não-normal alfa-estável tem diversas conseqüências. Nesse ambiente, grandes flutuações podem ocorrer com maior frequência, a variabilidade é maior, assim como a probabilidade de perdas substanciais. Segundo Corazza et al. (1997), fundamentos do mercado, baseados na Teoria de Eficiência e na hipótese de normalidade, como a teoria moderna do portfólio e a metodologia de Black-Scholes, são significativamente impactados por tais fatos.

Essas observações são ainda mais pertinentes quando relacionadas a mercados emergentes. Segundo a definição estabelecida pelo IFC (1999), como a maioria das economias de baixa e média renda *per capita* são consideradas em desenvolvimento (sem levar em conta o estágio particular de desenvolvimento de cada uma), os mercados de capitais em países em desenvolvimento são considerados emergentes. Esses mercados ainda estão num processo de integração ao cenário global (Bekaert, 1993), e as suas economias possuem significativas diferenças em relação às de países desenvolvidos, sofrendo, nas duas últimas décadas, diversas reformas políticas e estruturais. Além disso, é sabido que apresentam maior volatilidade e as recentes crises, como as de 1997-1999, têm mostrado que podem gerar riscos substanciais. A distribuição dos retornos reflete tais fatos.

Neste artigo, avaliamos a hipótese de que os retornos desses mercados podem ser melhor descritos por uma distribuição alfa-estável, em amostras que cobrem um período

de aproximadamente 18 anos, para alguns dos maiores mercados emergentes na Ásia e da América Latina, mais Hong Kong, Cingapura, Alemanha, Japão, Inglaterra e Estados Unidos. Incluímos na análise, também, os índices Morgan Stanley World Index, Far East Index, Latin American Index e Emerging Markets Index.

2 METODOLOGIA E DADOS

2.1 Distribuições Alfa-Estáveis

Segundo o Teorema do Limite Central, a soma parcial $P_n \equiv \sum_{i=1}^n x_i$ para variáveis aleatórias x_i i.i.d., no caso dos x_i 's possuírem segundo momento finito, teria uma distribuição de Gauss no limite $n \rightarrow \infty$. Lévy generalizou o Teorema do Limite Central não impondo nenhuma restrição ao segundo momento. Nesse caso, o único limite não-trivial possível para P_n seria uma distribuição alfa-estável.

Exceto para casos especiais, como o das distribuições de Gauss e de Cauchy, as distribuições estáveis não possuem fórmulas fechadas; geralmente são expressas pela transformação de Fourier ou por funções características.

Existem diversas parametrizações para distribuições alfa-estáveis. A mais usual atualmente (ver Samorodnitsky e Taqqu, 1994) é a seguinte:

$$X \sim S_1(\alpha, \beta, \gamma, \delta) \Leftrightarrow$$

$$E \exp(itX) = \begin{cases} \exp \left\{ -\gamma^\alpha |t|^\alpha \left[1 - i\beta \left(\tan \frac{\pi\alpha}{2} \right) (\text{sign}(t)) \right] + i\delta t \right\} & \alpha \neq 1 \\ \exp \left\{ -\gamma |t| \left[1 - i\beta \frac{\pi}{2} (\text{sign}(t)) \ln |t| \right] + i\delta t \right\} & \alpha = 1 \end{cases}$$

$\alpha \in (0, 2]$, $\beta \in [-1, 1]$, $\gamma \geq 0$ e $\delta \in R$, onde R é o conjunto dos números reais.

As distribuições estáveis são caracterizadas pelos quatro parâmetros $\alpha, \beta, \gamma, \delta$; γ é o parâmetro de escala, e δ , o de locação. O parâmetro de locação corresponde à expectativa da média para $\alpha > 1$. Quando $\alpha = 2$, o desvio padrão da distribuição corresponde a $\gamma/\sqrt{2}$.

Os parâmetros α e β são relativamente mais importantes do que os demais e determinam a sua forma de distribuição. β é o parâmetro de assimetria e varia entre -1 e 1 . Quando tem o valor 0 , a distribuição é simétrica; α é o parâmetro de estabilidade ou expoente característico e varia entre 0 e 2 ; $\alpha = 2$ corresponde a uma distribuição gaussiana. Esse parâmetro determina a altura das caudas e a curtose em δ . Quanto menor for α , mais gordas são as caudas. Uma distribuição tem caudas gordas se elas forem mais pesadas que a exponencial. Para $\alpha < 2$, as distribuições alfa-estáveis têm uma cauda (quando $\alpha < 1$ e $\beta = \pm 1$), ou ambas as caudas, que são assintoticamente "power laws" com caudas gordas. Como consequência, existe variância finita somente para $\alpha = 2$, e média finita, somente para $\alpha > 1$.

Por esses motivos, muitos são levados a rejeitar a hipótese de uma distribuição alfa-estável não-gaussiana. Nesse caso, vale distinguir entre variância da população e da amostra.

- i. Variância da População:

$$\sigma^2 = E(X - \mu)^2$$

- ii. Variância da Amostra:

$$s_n^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

A primeira é uma integral em um intervalo infinito, que é finita somente se as caudas da distribuição não forem gordas, enquanto (ii) é uma soma finita, sendo, portanto sempre possível de calcular, *a posteriori*, a variância de uma amostra. Com o aumento da amostra, no entanto, verifica-se que essa variância não converge (Peters 1994). A variância é uma das medidas de dispersão, não apropriada para todos os problemas. Os mesmos comentários são pertinentes em relação à média.

Dentre as diversas propriedades dessa classe de distribuições, duas merecem destaque. Na distribuição de Gauss, a soma de duas variáveis aleatórias normais é uma variável aleatória normal. Assim, se X é normal, para X_1 e X_2 cópias independentes de X e qualquer constante positiva a e b ,

$$aX_1 + bX_2 \stackrel{d}{=} cX + d,$$

do mesmo modo para distribuições alfa-estáveis, desde que possuam o mesmo α e β . A outra propriedade é a de auto-similaridade. Assim, α , β e δ devem ser constantes em diferentes escalas, ou seja, não mudam independentemente da frequência dos dados. Tal

característica levou essa classe de distribuições a ser referida também como distribuições fractais.

2.2 Dados

Nossos dados consistem do valor de fechamento, em dólares americanos, para alguns dos maiores mercados emergentes, segundo a classificação do IFC. Analisamos os índices Hang Seng (Hong Kong), Singapore Straits Industrial (Cingapura), SIBI General (Argentina), IBOVESPA (Brasil), IGPA (Chile), Bombay SE 30 (Índia), Korea SE Composite Index (Coreia do Sul), Kuala Lumpur Composite Index (Malásia), IPYC (México), Manila Composite Index (Filipinas), Taiwan SE Weighted Index (Taiwan), Bangkok SET Index (Tailândia), Johannesburg SE All Share (África do Sul) e Jakarta Composite (Indonésia). Incluímos na análise, também, os índices Standard & Poor's 500 (EUA), Nikkei 225 (Japão), FTSE All Shares (Inglaterra), DAX 30 (Alemanha) e os índices regionais da Morgan Stanley: World Index, Far East Index, Latin American Index e Emerging Markets Index. Os índices citados não incluem dividendos e foram coletados na base de dados DATASTREAM.

Os períodos analisados variam devido à dificuldade de se conseguirem séries longas para mercados emergentes. A maior amostra foi a do IBOVESPA brasileiro, cobrindo de 05/02/1982 a 31/12/1999, a menor amostra, do Jakarta Composite da Indonésia, de 29/12/1989 a 31/12/1999. Eliminamos os valores correspondentes a dias de não-negociação.

Para a análise, transformamos os índices diários em taxas diárias de retorno na forma logarítmica. Dividimos cada amostra em diversas amostras, com 500 observações, no tempo de, aproximadamente, 2 anos. Essa separação foi feita do fim para o começo, de modo que, para todos os índices, terminasse no mesmo dia. A amostra parcial, referente ao início, inevitavelmente, teria menos de 500 observações e foi eliminada. Para haver consistência nas análises, alteramos as amostras totais originais de modo que iniciassem no mesmo dia da amostra parcial inicial. Os períodos utilizados podem ser vistos no apêndice.

2.3 Metodologia

Antes de estimarmos os parâmetros para as amostras, primeiramente verificamos se todas eram unimodais. Caso existissem múltiplas modas, então não poderia haver um processo alfa-estável. Fizemos, portanto, gráficos de densidade suavizados para todas as

amostras totais e parciais. Como o observado em Nolan (1999), “a largura do *kernel* geralmente sugerida de $2n^{-1/3}$, funcionava razoavelmente quando as caudas não eram muito pesadas, algo como $\alpha > 1,5$, mas não funcionava bem para caudas mais pesadas”. Nesses casos procuramos utilizar a menor largura do *kernel* possível, suficiente para não mostrar oscilações de pontos individuais. Não verificamos múltiplas modas em nenhuma das amostras.

Para estimar os parâmetros das distribuições, utilizamos o método de máxima verossimilhança, inicialmente proposto por Dumochel (1971), implementado no programa STABLE, desenvolvido por John P. Nolan. Esse método, dentre outras vantagens, nos oferece intervalos de confiança. Utilizamos, também, uma outra parametrização para a função característica, uma variação da parametrização (M) de Zolotarev (1986):

$$X \sim S_0(\alpha, \beta, \gamma, \delta) \Leftrightarrow$$

$$E \exp(itX) = \begin{cases} \exp \left\{ -\gamma^\alpha |t|^\alpha \left[1 + i\beta \left(\tan \frac{\pi\alpha}{2} \right) (\text{sign}(t)) (\gamma^\alpha |t|^{1-\alpha} - 1) \right] + i\delta t \right\} & \alpha \neq 1 \\ \exp \left\{ -\gamma |t| \left[1 + i\beta \frac{\pi}{2} (\text{sign}(t)) (\ln|t| + \ln \gamma) \right] + i\delta t \right\} & \alpha = 1 \end{cases}$$

$\alpha \in (0, 2]$, $\beta \in [-1, 1]$, $\gamma \geq 0$ e $\delta \in \mathbb{R}$, onde \mathbb{R} é o conjunto dos números reais.

A vantagem do uso dessa representação é que a função característica – e as correspondentes densidades e funções de distribuição – são conjuntamente contínuas nos quatro parâmetros, o que não pode ser verificado na outra parametrização $S_1(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$. Além disso, α e β possuem um significado mais claro como medidas de peso das caudas e de assimetria (Nolan, 1999).

Verificamos, então, o ajuste do método de máxima verossimilhança. Utilizamos o pp-plot proposto em Michael (1983), pois o convencional tende a enfatizar o comportamento da distribuição na moda, distorcendo a curva nas caudas. Este pp-plot apresenta melhores resultados na verificação dos ajustes nas caudas.

Em seguida, comparamos os resultados com as estimativas pelo método de *quantis* (McCulloch, 1986). Caso diferissem significativamente, haveria indícios de que não seria uma distribuição alfa-estável.

Por fim, utilizamos os parâmetros estimados dos períodos parciais de cada série para gerar valores aleatórios com amostras de mesmo tamanho ($n=500$). Reunimos as amostras geradas em uma amostra total e reestimamos os parâmetros da distribuição resultante.

3 RESULTADOS EMPÍRICOS

A tabela 1 apresentou estimativas para α e β nos diferentes mercados, comparando as estimativas pelos diferentes métodos. Em nenhum caso, encontramos diferenças que justificassem rejeitar a hipótese alfa-estável. Os índices relativos a países desenvolvidos obtiveram os maiores parâmetros de estabilidade, mas, ainda assim, com uma diferença significativa para a hipótese gaussiana de $\alpha = 2$. No caso de mercados emergentes, essa diferença foi ainda mais notável. Todos apresentaram $\alpha < 1,65$, sendo o menor referente à Indonésia, igual a 1,09.

A tabela 2 apresentou estimativas para os dois parâmetros estudados em cada amostra parcial. Vale ressaltar o comportamento do expoente característico face às crises globais. Nos períodos referentes às mesmas, percebeu-se que o α foi significativamente mais baixo em diversos mercados, resultado das freqüentes e grandes flutuações. No período, de 1996 a 1998 (período 9), todos os mercados, exceto os das Américas, apresentaram essa característica. Tal comportamento da distribuição ao longo do tempo e a sua relação com o mercado mereceria ser investigado, mas fugiria ao escopo deste artigo.

Como os parâmetros flutuam no tempo, realizamos simulações com a amostra total. A tabela 1 mostra uma comparação entre o α estimado a partir dos dados empíricos e o alfa-estimado a partir da amostra cujos valores foram gerados de acordo com os parâmetros das amostras parciais. Os resultados mostram que, apesar dos parâmetros variarem em diversos períodos no tempo, o processo estocástico dos retornos na amostra total é bem caracterizada por um processo alfa-estável. Os resultados seguramente seriam mais precisos caso tivéssemos feito um maior número de iterações: com apenas uma iteração, houve convergência.

4 RESUMO E CONCLUSÃO

Este trabalho estudou a hipótese de que o processo estocástico dos retornos para mercados emergentes seria um processo alfa-estável. Os retornos em dólar foram examinados durante o período de 1982-1999. A hipótese de normalidade para mercados desenvolvidos é questionável e, para mercados emergentes, é ainda mais irreal. Para estes, encontramos parâmetros de estabilidade menores que 1,65 e tão baixos quanto 1,08, muito menores que o valor 2 para a distribuição normal.

Não se pode deixar de lado as consequências da verificação da hipótese alfa-estável para as práticas atuais de mercado. Fundamentos desde a Teoria dos Mercados Eficientes até a metodologia de Black-Scholes, por exemplo, são impactadas por esses resultados. Nesse ambiente, grandes flutuações podem ocorrer com maior frequência, a variabilidade é maior, assim como a probabilidade de perdas substanciais. O paradigma da normalidade pode estar subestimando os riscos.

5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BACHELIER, L. *Téorie de la Speculation*, *Annales de l'Écoles Normale Supérieure*, p. 21-86, 1900.

BEKAERT, G. *Market integration and investment barriers in emerging markets, em portfolio investments in developing countries*. Washington, D. C.: World Bank, 1993. p. 221-251. (World Bank Discussion Papers, 228).

BELKACEM, L. *Processus stables et applications en finance*. 1996. Thèse de doctorat en Sciences Mathématiques - Université Paris IX Dauphine.

CORAZZA, M.; MALLIARIS, A. G.; NARDELLI, C. Searching for fractal structures in agricultural futures markets. *Journal of Futures Markets*, v. 17, n. 4, p. 433-473, 1997.

CORNEW, R.; TOWN, D.; CROWSON, L. Stable distribution, futures prices and the measurement of trading performance. *The Journal of Futures Markets*, n. 4, p. 531-557, 1984.

DUMOCHEL, W. H. Stable distributions in statistical inference. 1971. Ph.D. Dissertation - Department of Statistics, Yale University.

FAMA, E. F. The behavior of stock market prices. *Journal of Business*, n. 38, p. 34-105, 1965a.

FAMA, E. F. Portfolio analysis in a stable Paretian market. *Management Science*, n. 11, p. 404-419, 1965b.

GROSLAMBERT, B.; KASSIBRAKIS, S. The alpha-stable hypothesis: an alternative to the distribution of emerging market returns. *Emerging Markets Quarterly*, p. 21-38, Spring 1999.

INTERNATIONAL FINANCE CORPORATION. *Emerging stock markets fact book 1999*. Washington, D.C: World Bank/IFC/MIGA, 1999.

LÉVY, P. Calcul des probabilités. Paris: Gauthier-Villars, 1925.

MANDELBROT, B. B. The variation of certain speculative prices. *Journal of Business*, v. 36, p. 394-419, 1963.

MCCULLOCH, J. H. Simple consistent estimators of stable distribution parameters, *Commun. Statist. Simula*, v. 15, n. 4, p. 1109-1136, 1986.

MICHAEL, J. R. The stabilized probability plot. *Biometrika*, n. 70, p.11-17, 1983.

NOLAN, J. P. *Fitting data and assessing goodness-of-Fit with stable distributions*. [S. l.]: Department of Mathematics and Statistics, American University, 1999.

OSBORNE, M. F. M. Brownian motion in the stock market. *Operations Research*, n. 7, p. 145-173, 1959.

PETERS, E. Fractal market analysis. New York: Wiley, 1994.

SAMORODNITSKY, G.; TAQQU, M. S. *Stable non-Gaussian random processes*. New York: Chapman and Hall, 1994.

WALTER, C. Lévy-stable distributions and fractal structure on the Paris market. *AFIR Inter. Colloq.*, Paris, n. 3, p. 242-259, 1990.

WALTER, C. L'utilisation des lois Levy-stable en finance: une solution possible au problème posée par les discontinuités des trajectoires boursières. *Bulletin de L'Institut des Actuaire Français*, n. 329, p. 3-32; n. 350, p. 4-23, 1991.

WALTER, C. Les structures des hasards en economie: efficience des marchés, lois stables et processus fractals. 1994. Thèse de doctorat ès Science Economiques - Institut d'Etudes Politiques, Paris.

ZAJDENWEBER, D. Self-Similar properties of the CAC40 Index. *Revue d'Economie Politique*, n. 104, p. 407-434, 1994.

ZOLOTAREV, V. M. One-dimensional stable distributions. *Amer. Math. Soc. Transl. of Math. Monographs*, v. 65, 1986. Traduzido do original russo 1983 Amer. Math. Soc., Providence, RI.

Tabela 1 - Estimativas para α e β nos diferentes mercados, comparando as estimativas por máxima verossimilhança, pelo método de *quantis* e da amostra gerada a partir dos resultados parciais (Simulação). A tabela está em ordem crescente de α estimado por máxima verossimilhança.

Países	Máxima Verossimilhança					Quantis		Simulação		
	alfa	IC Inf.	IC Sup.	Beta	IC(+/-)	Alfa	Beta	Alfa	IC Inf.	IC Sup.
Inglaterra	1.734	1.691	1.777	-0.155	0.136	1.733	-0.155	1.746	1.703	1.789
Alemanha	1.665	1.620	1.710	-0.061	0.117	1.665	-0.061	1.699	1.654	1.744
Filipinas	1.635	1.317	1.413	0.028	0.079	1.365	0.028	1.419	1.371	1.468
MSCI World	1.604	1.558	1.651	0.004	0.105	1.604	-0.001	1.649	1.603	1.695
África do Sul	1.544	1.491	1.596	0.004	0.109	1.544	0.004	1.563	1.511	1.616
MSCI Latin America	1.541	1.485	1.598	0.008	0.112	1.541	-0.184	1.560	1.503	1.616
Estados Unidos	1.531	1.484	1.577	0.006	0.094	1.531	0.006	1.611	1.565	1.658
Brasil	1.516	1.469	1.562	-0.115	0.089	1.516	-0.115	1.502	1.456	1.548
México	1.506	1.460	1.552	-0.073	0.089	1.468	-0.090	1.429	1.382	1.475
Cingapura	1.501	1.449	1.554	-0.042	0.101	1.501	-0.042	1.441	1.388	1.494
MSCI Emerging	1.500	1.444	1.557	-0.203	0.104	1.500	-0.203	1.509	1.453	1.566
India	1.495	1.446	1.544	0.117	0.092	1.495	0.117	1.520	1.471	1.569
MSCI Far East	1.476	1.427	1.525	0.042	0.091	1.476	0.042	1.570	1.520	1.619
Hong Kong	1.465	1.412	1.517	-0.035	0.096	1.465	-0.035	1.493	1.440	1.545
Japão	1.460	1.414	1.506	-0.043	0.084	1.460	-0.043	1.486	1.440	1.532
Coréia do Sul	1.414	1.365	1.462	0.055	0.084	1.414	0.055	1.423	1.374	1.472
Malásia	1.393	1.350	1.441	-0.017	0.078	1.395	-0.017	1.451	1.405	1.496
Taiwan	1.393	1.344	1.441	-0.059	0.081	1.393	-0.059	1.376	1.327	1.424
Chile	1.382	1.336	1.428	0.029	0.076	1.382	0.029	1.369	1.323	1.414
Argentina	1.363	1.315	1.412	0.020	0.079	1.363	0.020	1.381	1.333	1.429
Tailândia	1.278	1.231	1.325	-0.046	0.071	1.278	-0.046	1.321	1.275	1.368
Indonésia	1.090	1.036	1.144	-0.038	0.075	1.090	-0.038	1.087	1.033	1.141

Tabela 2 - Estimativas para o α em cada amostra parcial de cada mercado, a variação de α no tempo. A tabela está organizada em ordem alfabética, índices MSCI ao fim.

	Período								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Alemanha	2.00	1.80	1.57	1.87	1.61	1.88	1.90	1.61	1.56
Argentina		1.67	1.59	1.46	1.57	1.73	1.49	1.72	1.41
Brasil	1.59	1.61	1.89	1.85	1.81	1.84	1.58	1.45	1.57
Chile	1.19	1.33	1.62	1.45	1.03	1.30	1.65	1.94	1.53
Cingapura			1.68	1.62	1.54	1.61	1.65	1.44	1.63
Coréia do Sul		1.53	1.68	1.85	1.31	1.69	1.65	1.38	1.59
Estados Unidos	1.67	1.78	1.36	1.50	1.68	1.54	1.61	1.60	1.86
Filipinas		1.14	1.32	1.50	1.58	1.68	1.75	1.37	1.44
Hong Kong			1.61	1.56	1.77	1.54	1.68	1.35	1.60
Índia		1.33	1.44	1.70	1.52	1.62	1.70	1.61	1.64
Indonésia					1.36	1.43	1.49	1.10	1.42
Japão	1.84	1.54	1.65	1.59	1.54	1.44	1.48	1.43	1.72
Malásia	1.75	1.46	1.62	1.34	1.40	1.47	1.66	1.22	1.47
México	1.19	1.57	1.41	1.38	1.74	1.66	1.38	1.66	1.72
Tailândia		1.50	1.36	1.56	1.46	1.59	1.62	1.30	1.51
Taiwan		1.65	1.43	1.86	2.00	1.42	1.55	1.44	1.49
MSCI Emerging				1.87	1.44	1.67	1.55	1.44	1.73
MSCI Far East		1.67	1.61	1.49	1.64	1.64	1.84	1.42	1.67
MSCI Latin America				1.61	1.73	1.87	1.52	1.39	1.57
MSCI World	1.74	1.95	1.61	1.81	1.55	1.70	1.78	1.51	1.66