



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO  
**ESCOLA POLITÉCNICA**  
**Curso de Engenharia Civil**  
Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas

ANÁLISE COMPARATIVA DE MÉTODOS UTILIZADOS NO CÁLCULO DA  
INTERAÇÃO SOLO-RADIER

MARCO ANTÔNIO AMANCIO RIBEIRO

Projeto de Graduação apresentado ao corpo docente do Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas da Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito para obtenção do título de Engenheira Civil.

Aprovado por:

---

Henrique Innecco Longo  
Prof. Associado, D.Sc., EP/UFRJ  
(Orientador)

---

Sergio Hampshire de Carvalho Santos  
Prof. Associado, D.Sc., EP/UFRJ  
(Co-orientador)

---

Francisco de Resende Lopes  
Prof. Titular, Ph.D, EP/UFRJ e COPPE

Março/2010

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus queridos pais, Carlos Antônio e Luzimar, e ao meu irmão, Carlos Eduardo, por todo amor, carinho e por darem as condições necessárias que me fizeram chegar até aqui.

Ao Professor Henrique Innecco Longo pela orientação, paciência e atenção dada a mim neste projeto.

Ao Professor Sergio Hampshire de Carvalho Santos pelas sugestões e orientações dadas para este trabalho.

Ao Professor Francisco de Resende Lopes por aceitar o convite para participar desta banca.

Aos colegas de trabalho da IESA Óleo e Gás S/A, por me proporcionarem a oportunidade de estagiar e pela grande experiência técnica e profissional que me acrescentam.

A todos os professores da UFRJ que me deram conhecimentos suficientes para que chegasse até aqui.

Aos amigos que fiz na UFRJ, e pelo fato de ter feito muitos, ficaria inaceitável citar alguns em especial, e que os levarei para sempre na minha vida.

A todos os outros amigos que não pertencem a minha vida acadêmica e profissional, e que mesmo assim torceram por mim nessa empreitada.

Aos funcionários do DME, em especial à Luzia e a Eunice pela atenção sempre dada aos alunos.

## RESUMO

Este trabalho tem por objetivo principal comparar os principais métodos de cálculo das solicitações de “radier” e assim como, projetar e detalhar o mesmo para alguns tipos de modelagem.

Será analisada uma estrutura de edificação com 20 pavimentos e fundação em radier com o auxílio do programa SAP2000. Além das cargas verticais será considerada também a ação do vento. O solo será considerado como um semi-espaço elástico linear, com quatro diferentes formas de consideração de fundação: uma com a fundação apoiada sobre molas para uma distribuição uniforme de acordo com a hipótese da Winkler (Caso 1), outra com a fundação apoiada sobre molas com uma distribuição de acordo com a matriz de rigidez condensada do solo de acordo com os trabalhos de Hampshire e Velloso (Caso 2), outra com a fundação apoiada em elementos sólidos com as propriedades elásticas do solo (Caso 3), e a última considerando uma modelagem de acordo com o Método das Diferenças Finitas (Caso 4).

Como resultado da análise, pode ser constatado que a metodologia desenvolvida por Hampshire e Velloso é bem representativa do comportamento real. Mesmo sendo uma metodologia que requer um processamento de matrizes com muitos elementos, é possível fazer simplificações que facilitam a utilização desse método para analisar estruturas com fundação em radier.

## SUMÁRIO

---

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>12</b>
<b>2. CONCEITO DE RADIER.....</b>	<b>14</b>
2.1. Definição.....	14
2.2. Classificações de Radier.....	14
2.3. Utilização.....	15
<b>3. APRESENTAÇÃO DO PROJETO EM QUESTÃO.....</b>	<b>15</b>
3.1. Apresentação do problema.....	15
3.2. Dados do projeto.....	15
3.2.1. Dados da superestrutura e da mesoestrutura.....	15
3.2.2. Dados da infraestrutura.....	17
3.2.3. Dados da fundação.....	17
3.3. Hipóteses de Cálculo.....	20
3.4. Carregamentos.....	22
3.4.1. Alvenaria.....	22
3.4.2. Sobrecarga.....	23
3.4.3. Revestimento.....	23
3.4.4. Vento.....	24
3.5. Combinações.....	28
<b>4. DESCRIÇÃO DOS MÉTODOS PARA ANÁLISE DE RADIER.....</b>	<b>29</b>
4.1. Método da Viga sobre Base Elástica.....	29
4.2. Método da Grelha sobre Base Elástica.....	30
4.3. Método do American Concrete Institute (ACI).....	30
4.4. Método das Diferenças Finitas (Caso 4).....	34
4.5. Método dos elementos finitos.....	38
4.5.1. MEF considerando o solo como sendo molas de coeficientes distribuídos uniformemente pela Hipótese de Winkler (Caso 1).....	39
4.5.2. MEF considerando o solo como sendo molas de coeficientes distribuídos pela Matriz de Rigidez Condensada do solo (Hampshire-Velloso) (Caso 2).....	39
4.5.3. MEF considerando o solo como sendo um Elemento Sólido discretizado (Caso 3).....	44
<b>5. COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS.....</b>	<b>44</b>
5.1. Comparação entre malhas para o Caso 1 (Hipótese de Winkler).....	45



5.2. Comparação entre malhas para o Caso 2 (Método de Hampshire-Velloso) .....	48
5.3. Comparação entre malhas para o Caso 3 (método considerando o solo como elementos sólidos) .....	50
5.4. Comparação entre malhas para o Caso 4 (Método das Diferenças Finitas) .....	52
5.5. Comparação entre os 4 Casos para malha 10x10 .....	54
5.6. Análise dos casos estudados.....	56
<b>6. ANÁLISE SIMPLIFICADA PARA DISTRIBUIÇÃO DOS COEFICIENTES DE MOLA DISTRIBUÍDOS PELA MATRIZ DE RIGIDEZ CONDENSADA DO SOLO (MÉTODO HAMPSHIRE-VELLOSO) .....</b>	<b>57</b>
<b>7. DIMENSIONAMENTO DO RADIER.....</b>	<b>59</b>
7.1. Verificação das pressões de contato (pressão no solo).....	59
7.2. Verificação da Flecha .....	60
7.3. Verificação do Puncionamento.....	61
7.3.1. Verificação da compressão do concreto no perímetro C .....	61
7.3.2. Verificação da punção no contorno C' sem armadura de puncionamento .....	62
7.3.3. Verificação da punção no contorno C' com armadura de puncionamento .....	62
7.3.4. Verificação da punção no contorno C'' .....	63
7.3.5. Tabelas para conferência do puncionamento .....	63
7.4. Cálculo das armaduras .....	69
<b>8. CONCLUSÃO.....</b>	<b>72</b>
<b>9. BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>73</b>
<b>9. ANEXOS.....</b>	<b>75</b>
9.1. ANEXO A.....	75
9.2. ANEXO B.....	79
9.2.1. Código fonte .....	79
9.2.2. Dados de saída .....	94

## LISTA DE FIGURAS

---

Figura 2-1 – Formas de radier .....	14
Figura 3-1 – Planta de arquitetura do pavimento térreo.....	16
Figura 3-2 – Planta de arquitetura do pavimento tipo .....	16
Figura 3-3 – Planta estrutural do pavimento tipo .....	17
Figura 3-4 – Bulbo de pressões para placa retangular .....	19
Figura 3-5 – Estrutura reticulada com elementos de barra e de placa (esbelta e espessa), apoiados em molas translacionais .....	21
Figura 3-6 – Estrutura reticulada com elementos de barra e de placa (esbelta e espessa), apoiados em elementos sólidos restringidos.....	21
Figura 3-7 – Carregamento de peso próprio das paredes sobre as vigas.....	22
Figura 3-8 – Carregamento de peso próprio das paredes sobre as lajes.....	23
Figura 3-9 – Carregamento de sobrecarga sobre as lajes em kN/m <sup>2</sup> .....	23
Figura 3-10 – Carregamento de peso próprio do revestimento sobre as lajes em kgf/m <sup>2</sup> .....	24
.....	24
Figura 3-11 – Distribuição das pressões efetivas como cargas horizontais lineares nos pavimentos nas direções X e Y respectivamente.....	24
Figura 3-12 – Carregamento de vento no pavimento térreo nas direções x e y.....	25
Figura 3-13 – Carregamento de vento do 1º ao 4º pavimento nas direções x e y.....	25
Figura 3-14 – Carregamento de vento no 5º pavimento nas direções x e y.....	26
Figura 3-15 – Carregamento de vento do 6º ao 9º pavimento nas direções x e y.....	26
Figura 3-16 – Carregamento de vento no 10º pavimento nas direções x e y.....	26
Figura 3-17 – Carregamento de vento do 11º ao 14º pavimento nas direções x e y.....	27
Figura 3-18 – Carregamento de vento no 15º pavimento nas direções x e y.....	27
Figura 3-19 – Carregamento de vento do 16º ao 19º pavimento nas direções x e y.....	27
Figura 3-20 – Carregamento de vento no 20º pavimento nas direções x e y.....	28
Figura 4-1 – Elementos de vigas nos sentidos X e Y .....	29
Figura 4-2 – Elementos de vigas formando uma grelha .....	30
Figura 4-3 – Convenção das coordenadas polares.....	33
Figura 4-4 – Convenção das coordenadas retangulares.....	34
Figura 4-5 – Contribuições de cada pilar para o ponto em estudo.....	34
Figura 4-6 – Diferentes casos de malha para consideração dos operadores centrais ...	36
Figura 4-7 – Tipos de coeficientes dos deslocamentos em função da posição do nó na malha.....	36

Figura 4-8 – Coeficientes dos deslocamentos em função da posição do nó na malha.	37
Figura 4-9 – Área de influência de um ponto nodal .....	40
Figura 4-10 – Significado dos valores $x$ e $r$ .....	41
Figura 4-11 – Deslocamentos verticais para carga em ponto genérico. ....	41
Figura 4-12 – Dimensões da placa segundo Wolf e Gazetas .....	42
Figura 4-13 – Dimensões da placa segundo Richart .....	43
Figura 4-14 – Ábaco para obtenção de $\beta_z$ e $\beta_x$ em função de $c$ e $d$ .....	43
Figura 5-1 – Eixos do radier.....	45
Figura 5-2 – Malha em análise do radier, medidas em centímetros. ....	45
Figura 5-3 – Momento $M_{11}$ (kNm/m) no eixo I do radier.....	46
Figura 5-4 – Momento $M_{22}$ (kNm/m) no eixo D do radier.....	46
Figura 5-5 – Deslocamentos verticais $\delta_v$ (cm) ) no eixo I do radier .....	46
Figura 5-6 – Deslocamentos verticais $\delta_v$ (cm) ) no eixo D do radier.....	47
Figura 5-7 – Momentos Fletores $M$ (kNm) na Viga V-7 (Eixo H) do 10º pavimento	47
Figura 5-8 – Flechas globais $\delta_v$ (cm) na Viga V-11 (Eixo B) do 10º pavimento .....	47
Figura 5-9 – Momento $M_{11}$ (kNm/m) no eixo I do radier.....	48
Figura 5-10 – Momento $M_{22}$ (kNm/m) no eixo D do radier.....	48
Figura 5-11 – Deslocamentos verticais $\delta_v$ (cm) ) no eixo I do radier .....	49
Figura 5-12 – Deslocamentos verticais $\delta_v$ (cm) ) no eixo D do radier.....	49
Figura 5-13 – Momentos Fletores $M$ (kNm) na Viga V-7 (Eixo H) do 10º pavimento	49
.....	49
Figura 5-14 – Flechas globais $\delta_v$ (cm) na Viga V-11 (Eixo B) do 10º pavimento .....	50
Figura 5-15 – Momento $M_{11}$ (kNm/m) no eixo I do radier.....	50
Figura 5-16 – Momento $M_{22}$ (kNm/m) no eixo D do radier.....	51
Figura 5-17 – Deslocamentos verticais $\delta_v$ (cm) ) no eixo I do radier .....	51
Figura 5-18 – Deslocamentos verticais $\delta_v$ (cm) ) no eixo D do radier.....	51
Figura 5-19 – Momentos Fletores $M$ (kNm) na Viga V-7 (Eixo H) do 10º pavimento	52
.....	52
Figura 5-20 – Flechas globais $\delta_v$ (cm) na Viga V-11 (Eixo B) do 10º pavimento .....	52
Figura 5-21 – Momento $M_{11}$ (kNm/m) no eixo I do radier.....	53
Figura 5-22 – Momento $M_{22}$ (kNm/m) no eixo D do radier.....	53
Figura 5-23 – Deslocamentos verticais $\delta_v$ (cm) ) no eixo I do radier .....	53

Figura 5-24 – Deslocamentos verticais $\delta_v$ (cm) ) no eixo I do radier .....	54
Figura 5-25 – Momento $M_{11}$ (kNm/m) no eixo I do radier.....	54
Figura 5-26 – Momento $M_{22}$ (kNm/m) no eixo D do radier.....	54
Figura 5-27 – Deslocamentos verticais $\delta_v$ (cm) ) no eixo I do radier .....	55
Figura 5-28 – Deslocamentos verticais $\delta_v$ (cm) ) no eixo D do radier.....	55
Figura 5-29 – Momentos Fletores $M$ (kNm) na Viga V-7 (Eixo H) do 10º pavimento .....	55
Figura 5-30 – Flechas globais $\delta_v$ (cm) na Viga V-11 (Eixo B) do 10º pavimento .....	56
Figura 6-1 – Malha simples do radier.....	57
Figura 6-2 – Coeficientes de mola para malha simples do radier .....	58
Figura 6-3 –Malha simples do radier refinada .....	58
Figura 6-4 –Coeficientes de mola para malha refinada do radier .....	58
Figura 7-1 – Momentos $M_{11}$ para $\frac{1}{4}$ do Radier .....	69
Figura 7-2 – Momentos $M_{22}$ para $\frac{1}{4}$ do Radier .....	69

## LISTA DE TABELAS

---

Tabela 3-1 – Módulos de elasticidade $E$ (MPa).....	18
Tabela 3-2 – Coeficientes de Poisson $\mu$ .....	18
Tabela 3-3 – Coeficiente $\alpha$ para correção da altura do bulbo de pressões em placas retangulares.....	19
Tabela 3-4 – Cargas horizontais lineares nos pavimentos nos sentidos X e Y respectivamente.....	25
Tabela 4-1 – Índices “ $a_i$ ” das expressões $\beta$ .....	44
Tabela 7-1 – Pressões Básicas para diferentes classes de solo, segundo NBR 6122/1996.....	59
Tabela 7-2 – Coeficiente $k$ .....	61
Tabela 7-3 – Dados iniciais para os cálculos da verificação ao puncionamento .....	63
Tabela 7-4 – Verificação da compressão no concreto no perímetro C.....	64
Tabela 7-5 – Verificação da punção no contorno C' sem armadura de punção .....	65
Tabela 7-6 – Verificação da punção no contorno C' com armadura de punção.....	66
Tabela 7-7 – Verificação da punção no contorno C" sem armadura de punção.....	67
Tabela 7-8 – Verificação da punção no contorno C" com armadura de punção .....	68
Tabela 7-9 – Armadura de flexão na direção X para momentos $M_{11}$ .....	70
Tabela 7-10 – Armadura de flexão na direção Y para momentos $M_{22}$ .....	71

## SIMBOLOGIA

### ***Letras Romanas***

$d$  – altura útil na espessura do radier;

$E$  – módulo de elasticidade;

$f_i$  – termo da matriz de flexibilidade, referente a uma carga unitária;

$F$  – carga horizontal aplicada em elemento finito de placa, a uma distancia  $r$  do ponto em estudo;

$F_{sd}$  – força normal de cálculo nos pilares, no ponto de interseção com o radier;

$h$  – espessura de elemento de placa;

$k_0$  – coeficiente de reação vertical

$K_i$  – coeficiente de mola na direção  $i$ ;

$M_i$  – momento fletor por metro em elemento de placa na direção  $i$ ;

$M_{sd}$  – momento fletor de cálculo nos pilares, no ponto de interseção com o radier;

$M_{xx}$  – momento fletor por metro na direção  $x$ , em elemento finito de placa;

$P$  – carga vertical aplicada em elemento finito de placa, a uma distancia  $r$  do ponto em estudo;

$q_k$  – pressão de contato em elemento de placa;

$Q_i$  – esforço cortante por metro em elemento de placa na direção  $i$ ;

$r$  – distancia de aplicação da carga  $P$  ou  $V$  em elemento finito de placa, ao ponto em estudo;

$S_I$  – carga linear uniformemente distribuída devido ao vento nas vigas externas dos pavimentos no setor I;

$c$  rigidez a flexão de elemento de placa;

$u$  – perímetro no contorno C;

$w$  – deslocamento vertical de ponto infinitesimal de elemento de placa, devido a uma carga  $P$ .

### ***Letras Gregas***

$\alpha$  – coeficiente para correção da altura do bulbo de pressões em placas retangulares;

$\beta$  – raio de rigidez efetiva de elemento de placa;

$\beta_i$  – coeficiente de Richart para obtenção dos coeficientes de mola em elemento de placa;

$\delta_i$  – deslocamento na direção  $i$  em elemento finito de placa, devido a uma carga aplicada;

$\delta_{\text{lim}}$  – flecha limite para radier;

$\delta_{\text{max}}$  – flecha máxima para radier;

$\mu$  – coeficiente de Poisson;

$\rho$  – taxa de armadura no radier;

$\sigma_{\text{max}}$  – tensão máxima no solo;

$\sigma_0$  – tensão básica do solo;

$\tau_{Sd}$  – tensão de puncionamento de cálculo;

$\tau_{Rd2}$  – tensão de puncionamento resistente no contorno C.

## 1. INTRODUÇÃO

Fundações em radier sempre foram pouco utilizadas nas construções, não só pela falta de hábito dos construtores, mas como também e principalmente, pelo fato da metodologia de cálculo ser desconhecida por muitos e daí ser julgada complexa.

Este trabalho tem por objetivo principal comparar os principais métodos de cálculo das estruturas com fundação em radier e assim como, projetar e detalhar o mesmo para alguns tipos de modelagens.

O Capítulo 2 define e classifica as fundações em radier, e determina as condições de utilização do mesmo.

O Capítulo 3 apresenta o projeto em questão, que nesse caso, se trata de um edifício residencial com fundação em radier. Apresentam-se os dados relacionados à superestrutura, mesoestrutura, infraestrutura e fundação, assim como os carregamentos considerados em toda a estrutura e as combinações no Estado Limite Ultimo (ELU) e no Estado Limite de Serviço (ELS). São definidos também os 3 casos que serão estudados e comparados.

O capítulo 4 apresenta e determina os mais variados métodos (uns já até em desuso) para o cálculo das solicitações em radier. São os seguintes métodos descritos:

- Método da Viga sobre Base Elástica;
- Método da Grelha sobre Base Elástica;
- Método do American Concrete Institute (ACI);
- Método das Diferenças Finitas (MDF);
- Método dos Elementos Finitos (MEF);
  - MEF considerando o solo como sendo molas de coeficientes distribuídos uniformemente pela Hipótese de Winkler;
  - MEF considerando o solo como sendo molas de coeficientes distribuídos pela Matriz de Rigidez Condensada do solo (método Hampshire-Velloso); e
  - MEF considerando o solo modelado com elementos sólidos.

O Capítulo 5 compara a metodologia mais utilizada atualmente, ou seja, do solo representado por molas de acordo com a Hipótese de Winkler (Caso 1), com a que o solo é representado por molas respeitando a metodologia de Hampshire-Velloso (Caso 2), com a que considera o solo como um semi-espaço elástico contínuo representado por elementos sólidos tridimensionais com propriedades elásticas (Caso 3) e com a que considera o solo representado pelo coeficiente de reação vertical, de acordo com o Método das Diferenças Finitas (Caso 4).



O Capítulo 6 mostra e exemplifica uma forma prática para a aplicação do método Hampshire-Velloso, que considera o solo como sendo um conjunto molas de coeficientes distribuídos pela matriz de rigidez condensada do solo.

No Capítulo 7, o radier é dimensionado, detalhado e verificado com situações que possam causar alguma forma de ruptura ou má utilização em serviço, que são as seguintes:

- verificação das pressões de contato (pressão no solo);
- verificação da flecha;
- verificação do puncionamento;
- detalhamento das armaduras.

## 2. CONCEITO DE RADIER

### 2.1. Definição

Segundo a NBR 6122/1996, radier é um elemento de fundação superficial que abrange todos os pilares da obra ou esteja submetido a carregamentos distribuídos (por exemplo: tanques, depósitos, silos, etc.)

Segundo o ACI 360R-92/1997, radier é uma laje continuamente suportada pelo solo, com carga total, quando distribuída, menor ou igual a 50% da capacidade de suporte admissível do solo.

### 2.2. Classificações de Radier

Quanto ao material:

- em concreto armado;
- em concreto protendido.

Quanto à forma estrutural:

- liso (Figura 2.1.a);
- com pedestais (cogumelos) (Figura 2.1.b);
- com vigas (Figura 2.1.c);
- em caixão (Figura 2.1.d);

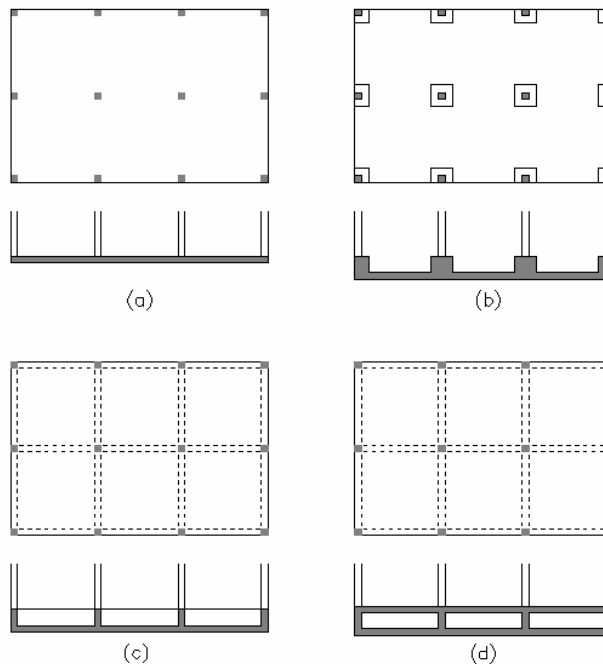


Figura 2-1 – Formas de radier

Quanto à rigidez do tabuleiro:

- rígidos;
- flexíveis.

### **2.3. Utilização**

Fundações em radier são utilizadas quando:

- quando se pretende projetar fundações rasas e resultam sapatas muito grandes ou até se sobrepõem;
- o solo tem baixa capacidade de carga e se tem a inviabilidade de execução de fundação profunda;
- se deseja uniformizar os recalques através de um radier rígido.

## **3. APRESENTAÇÃO DO PROJETO EM QUESTÃO**

### **3.1. Apresentação do problema**

Será analisada uma estrutura de fundação em radier. Para isto, será considerada a superestrutura do trabalho de Arai [7], analisada com fundações em sapatas. Como a intenção deste trabalho será apenas a análise, o estudo, e o dimensionamento do radier, as demais análises da superestrutura podem ser visto em Arai [7], como lançamento, pré-dimensionamento, cálculo dos carregamentos e combinações. A superestrutura será apresentada, assim como seus carregamentos e combinações, com o intuito meramente ilustrativo do problema.

### **3.2. Dados do projeto**

#### *3.2.1. Dados da superestrutura e da mesoestrutura*

Conforme Arai [7], a geometria em estudo é de uma edificação de 20 pavimentos, sendo o pavimento térreo de acesso, com 19 pavimentos tipo e uma laje de cobertura, com uma área em planta igual a 750 m<sup>2</sup>, e a altura de piso a piso igual a 3m. A estrutura é composta por 36 pilares distribuídos uniformemente com uma distância no sentido longitudinal de 6 m e no sentido vertical de 5m. Já o solo considerado para este estudo é do tipo areia compacta em toda a extensão da edificação. Na Figura 3.1 é apresentada a planta de arquitetura do pavimento térreo, enquanto na Figura 3.2 tem-se a planta do pavimento tipo.

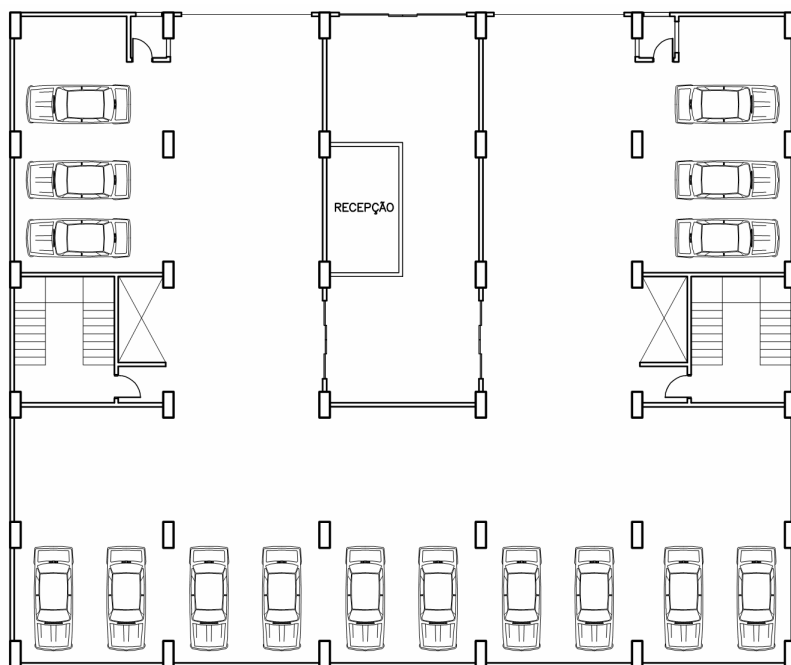


Figura 3-1 – Planta de arquitetura do pavimento térreo

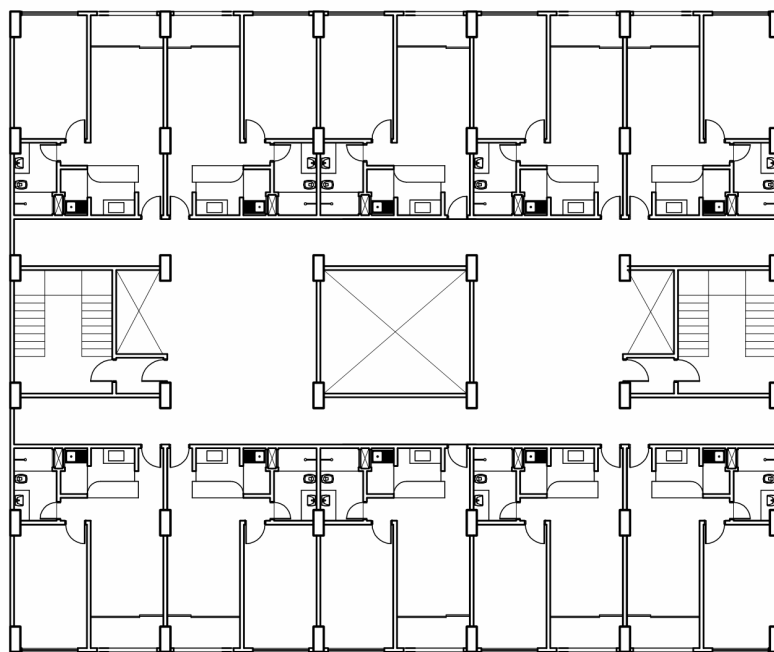


Figura 3-2 – Planta de arquitetura do pavimento tipo

A Figura 3.3 apresenta a planta do pavimento tipo adotada em todas as análises. O pavimento tipo é formado por lajes maciças de 15cm de espessura, vigas de 12x60cm, pilares de 40x100cm.

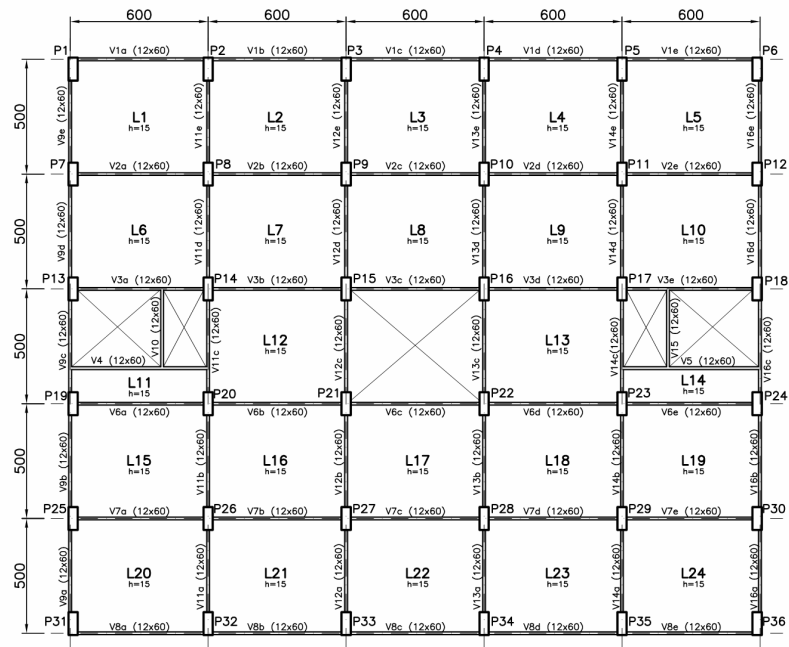


Figura 3-3 – Planta estrutural do pavimento tipo

A resistência à compressão característica do concreto adotado na superestrutura e na infraestrutura é de 30 MPa, e a tensão de escoamento do aço das armaduras é de 500 MPa.

### 3.2.2. Dados da infraestrutura

A infra-estrutura é constituída por pilares de 40x100cm de seção transversal e 150cm de comprimento, que ligam o pavimento térreo ao radier de 30x25m com 105cm de espessura, apoiado em areia compacta.

As propriedades do concreto do radier são as mesmas consideradas para os elementos da superestrutura e da mesoestrutura.

### 3.2.3. Dados da fundação

Foi considerado o radier assentado em areia compacta. Para os três casos (conforme item 3.3) estudados em questão, o solo foi considerado como sendo um semi-espaco elástico linear. As propriedades do solo para os três primeiros casos (Casos 1, 2 e 3), como módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson foram estimados conforme ABMS/ABEF [15], de acordo com a Tabela 3-1 e Tabela 3-2.

Tabela 3-1 – Módulos de elasticidade  $E$  (MPa).

SOLO	CONSISTÊNCIA OU COMPACTIDADE	BOWLES [1977]	SHERIF E KONIG [1975]	KÉDZI (1975)	VALORES SUGERIDOS
Argila	muito mole	0,3 - 3	-	0,35 - 3	1
	mole	2 - 4	1 - 2,5	2 - 5	2
	média	4,5 - 9	-	4 - 8	5
	rija	-	2,5 - 5	-	7
	muito rija	-	5 - 10	-	8
Argila	dura	7 - 20	-	7 - 10	15
	fofa	-	-	-	5
	pouco compacta	10 - 25	20 - 50	10 - 25	20
	medianam. compacta	-	50 - 100	-	50
	compacta	50 - 100	-	50 - 80	70
Argila com pedregulhos	muito compacta	-	-	-	90
	pouco compacta	50 - 140	-	-	50
Argila arenosa	compacta	80 - 200	-	100 - 200	120
	-	30 - 47,5	-	30 - 40	-
Silt	-	2 - 70	3 - 10	-	-
Areia Siltosa	-	-	-	7 - 20	-

Tabela 3-2 – Coeficientes de Poisson  $\mu$ .

SOLO	$\mu$
areia pouco compacta	0,2
areia compacta	0,4
silt	0,3-0,5
argila saturada	0,4 - 0,5
argila não saturada	0,1-0,3

Para os Casos 1 e 2, os valores dos coeficientes de mola translacionais do radier 30x25m em questão, são calculados conforme item 4.5.2 e no Anexo A deste trabalho, e dados a seguir:

$$K_x = 1,989 \cdot 10^6 \text{ kN/m} \quad (3-1)$$

$$K_y = 2,141 \cdot 10^6 \text{ kN/m} \quad (3-2)$$

$$K_z = 2,671 \cdot 10^6 \text{ kN/m} \quad (3-3)$$

E conseqüentemente, o coeficiente de reação vertical:

$$k_0 = \frac{K_z}{30m \times 25m} = 3,561 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^3 \quad (3-4)$$

Para o Caso 3, segundo o conceito de bulbo de pressões estudado em Mecânica dos Solos, a região limitada pela isóbara de 10% da pressão aplicada é denominada bulbo de pressões, e a partir dessa região as solicitações não influenciam significativamente. Segundo

Bowles [13], de acordo com a Figura 3.4, para placa quadrada, e corrigida a altura para placa retangular segundo Barata [20], conforme Tabela 3.3.

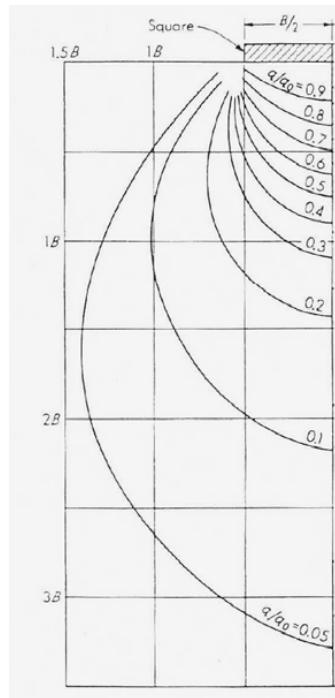


Figura 3-4 – Bulbo de pressões para placa retangular

Tabela 3-3 – Coeficiente  $\alpha$  para correção da altura do bulbo de pressões em placas retangulares

Relação L/B	Valor aproximado de $\alpha$
1	2,0
1,5	2,5
2	3,0
3	3,5
4	4,0
5	4,25
10	5,25
20	5,50
infinito	6,50

Para o radier de dimensões  $L=30\text{m}$  e  $B=25\text{m}$ , as dimensões da região sólida considerada deve ser a seguinte, para o afastamento da isóbara de 10% do bulbo de pressões:  $largura = 3 \cdot L$ ,  $comprimento = 3 \cdot B$  e  $profundidade = \alpha \cdot L$ , que para  $L/B = 1,2$  o  $\alpha = 2,2$ . Daí, foi-se considerado um  $\alpha = 5$  para maior dispersão das pressões verticais, ficando assim a dimensão da região sólida para o Caso 3 de  $90 \times 75 \times 150\text{m}$ , ou seja,  $3 \times L = 90\text{m}$ ,  $3 \times B = 75\text{m}$  e  $5 \times L = 150\text{m}$ . A malha desse sólido foi discretizada em função da malha do radier em estudo, com a finalidade de coincidir os nós dos sólidos do solo com os nós do elemento de placa do radier.

### 3.3. Hipóteses de Cálculo

A princípio serão analisados quatro tipos de modelagens no programa SAP2000 v12.0.0:

- **Caso 1:** Estrutura reticulada com elementos de barra (vigas e pilares) e de placa esbelta (lajes) com fundação em elemento de placa espessa, apoiada sobre molas translacionais, com distribuição uniforme dos coeficientes de acordo com a hipótese da Winkler, como na Figura 3-5 e conforme item 4.5.1;
- **Caso 2:** Estrutura reticulada em elementos de barra (vigas e pilares) e de placa esbelta (lajes) com fundação em elemento de placa espessa, apoiada sobre molas translacionais com distribuição dos coeficientes pela matriz de rigidez condensada do solo extraídos do programa “coef.molas.xmcd” em linguagem Mathcad que se encontra no Anexo A, como na Figura 3-5 e conforme item 4.5.2;
- **Caso 3:** Estrutura reticulada em elementos de barra (vigas e pilares) e de placa esbelta (lajes) com fundação em elemento de placa espessa, apoiada sobre elemento sólido discretizado (tridimensional com 8 nós) com propriedades elásticas de areia compacta ( $\mu = 0,40$  e  $E = 70MPa$ ), como na Figura 3-6 e conforme item 4.5.3;
- **Caso 4:** Será analisado uma modelagem no programa “Radier - MDF.bas” em linguagem QBasic, desenvolvido por Santos [11] que se encontra no Anexo A. Apenas a placa do radier é analisada pelo programa, de acordo com o “Método das Diferenças Finitas” citado no item 4.4. No programa são introduzidos como dados: as dimensões do radier, as propriedades do material do radier, o coeficiente de reação vertical do solo e as cargas verticais advindas dos pilares.

Para os Casos 1, 2 e 3 de análise, foi considerado o conceito de nó “mestre-escravos” nos nós das placas das lajes e do radier, chamado pelo programa de “constraints” do tipo “diaphragm”. Esse comando impõe a todos os nós selecionados que tenham o mesmo deslocamento no plano considerado. Esse comando simula a propriedade dessas placas de não terem deslocamentos distintos nesse plano, devido à alta rigidez nesse sentido.



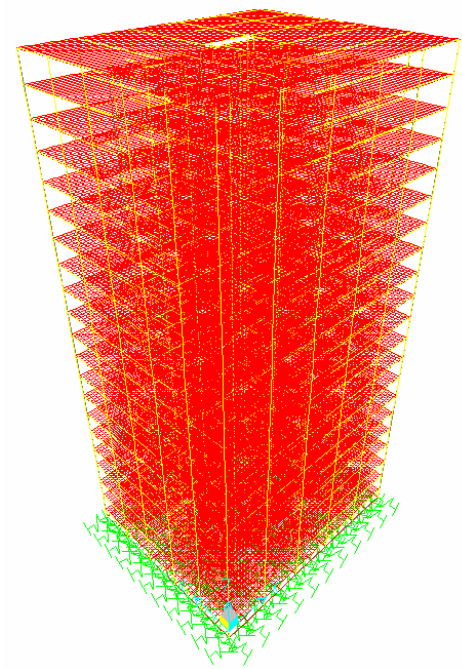


Figura 3-5 – Estrutura reticulada com elementos de barra e de placa (esbelta e espessa), apoiados em molas translacionais

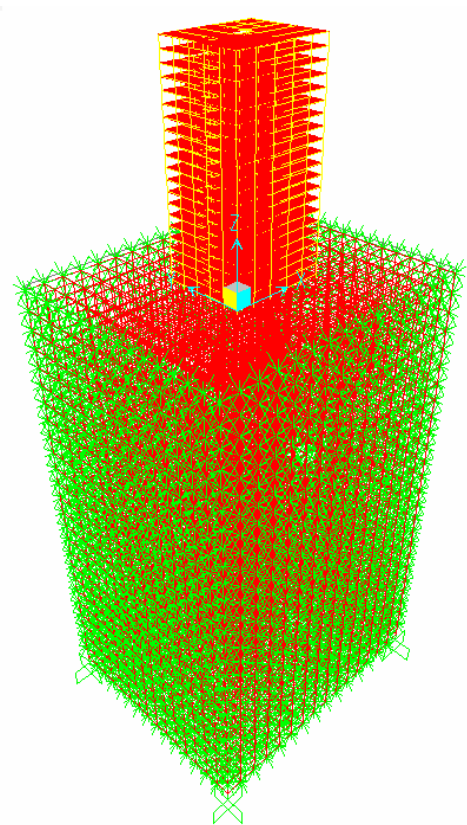


Figura 3-6 – Estrutura reticulada com elementos de barra e de placa (esbelta e espessa), apoiados em elementos sólidos restringidos.

### 3.4. Carregamentos

Os carregamentos verticais e horizontais adotados correspondem a valores usuais para edificações residenciais recomendadas pela NBR 6120:1980 [2]. As ações horizontais devidas ao vento foram calculadas de acordo com a NBR 6123:1988 [4]. Para mais detalhes consultar Arai [7].

Foram consideradas as seguintes cargas pontuais e carregamentos distribuídos no modelo:

- Carregamento de peso próprio das vigas, lajes e pilares, gerados automaticamente pelo SAP2000 v12.0.0;
- Carregamento distribuído sobre os elementos de barra, referente ao peso próprio da alvenaria sobre as vigas;
- Cargas pontuais sobre os nós das placas, referente ao peso próprio da alvenaria sobre as lajes;
- Carregamento distribuído sobre as placas, referente a sobrecarga nos pavimentos;
- Carregamento distribuído sobre as placas, referente ao peso próprio do revestimento de piso;
- Carregamento distribuído sobre os elementos de barra, referente a ação do vento nas duas direções x e y sobre as vigas externas;

#### 3.4.1. Alvenaria

Foi considerado um carregamento distribuído de 6,0 kN/m, de acordo com a Figura 3-7.

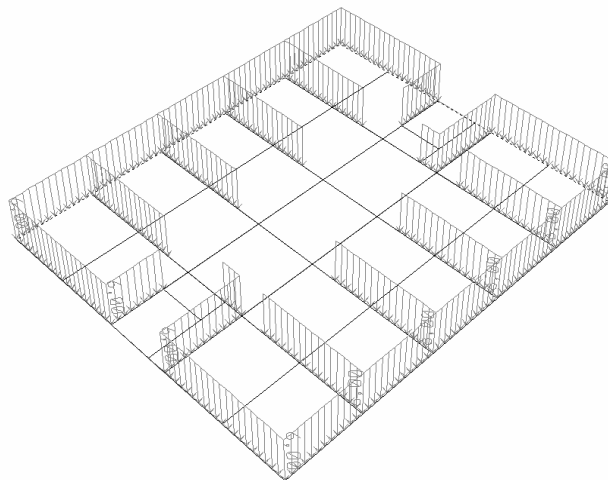


Figura 3-7 – Carregamento de peso próprio das paredes sobre as vigas.

Para o carregamento sobre as lajes foi considerado uma carga pontual de 3,0 kN a cada 50cm nos nós da malha de placa, conforme a Figura 3-8.

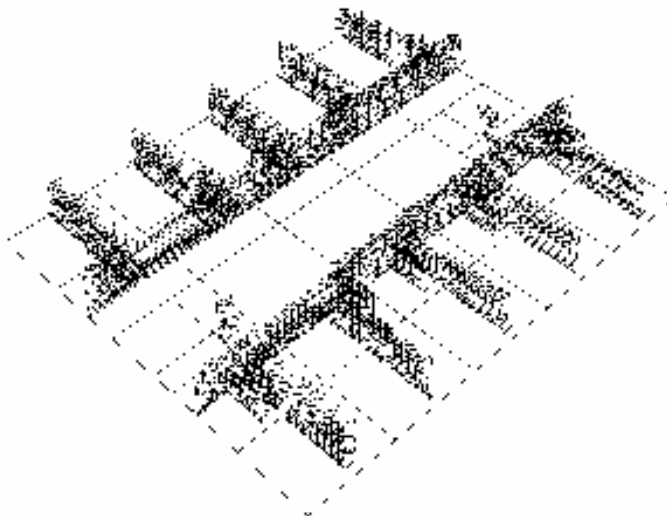


Figura 3-8 – Carregamento de peso próprio das paredes sobre as lajes.

#### 3.4.2. Sobrecarga

Foi considerada uma sobrecarga de 2kN/m<sup>2</sup> de acordo com NBR 6120:1980 [2], para edifícios residenciais, conforme a Figura 3-9.

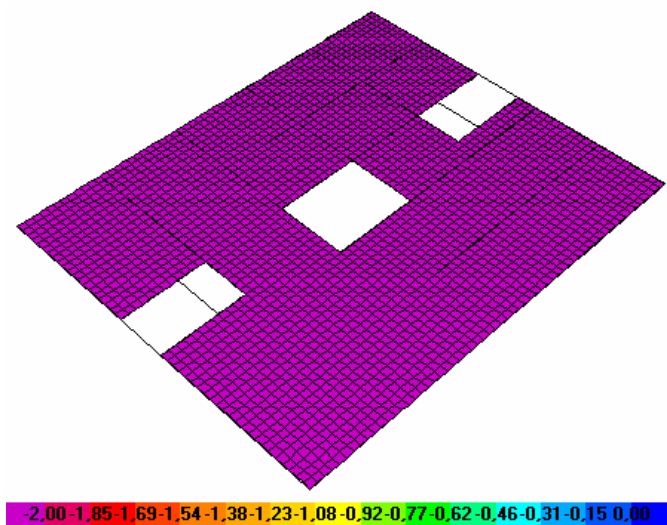


Figura 3-9 – Carregamento de sobrecarga sobre as lajes em kN/m<sup>2</sup>.

#### 3.4.3. Revestimento

Foi considerado o seguinte carregamento distribuído de 0,5kN/m<sup>2</sup>, conforme a Figura 3-10.

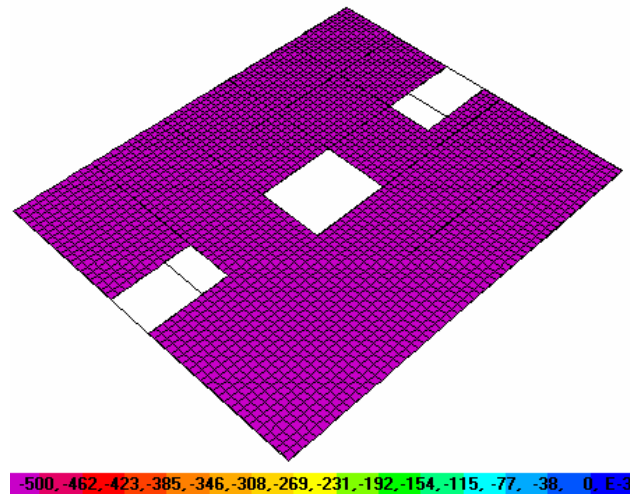


Figura 3-10 – Carregamento de peso próprio do revestimento sobre as lajes em kN/m<sup>2</sup>.

#### 3.4.4. Vento

De acordo com Arai [7], temos os seguintes carregamentos distribuídos por metro das vigas externas de acordo com a Figura 3-11 e a Tabela 3-4.

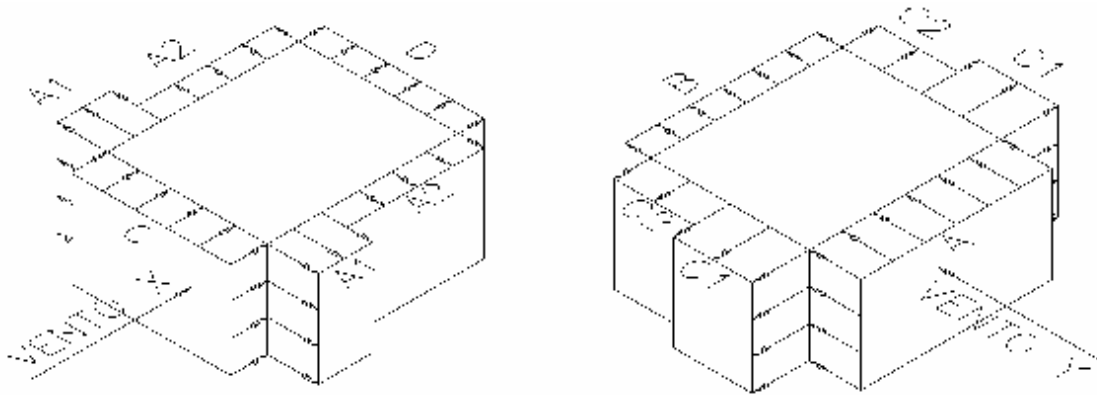


Tabela 3-4 – Cargas horizontais lineares nos pavimentos nos sentidos X e Y respectivamente

	$S_{A1}$ (kN/m)	$S_{A2}$ (kN/m)	$S_C$ (kN/m)	$S_D$ (kN/m)		$S_A$ (N/m)	$S_B$ (N/m)	$S_{C1}$ (N/m)	$S_{C2}$ (N/m)
Térreo	-0,6	-0,3	1,0	-0,3	Térreo	0,5	-0,7	-1,0	-0,7
1° ao 4°	-1,2	-0,5	1,9	-0,5	1° ao 4°	1,0	-1,4	-2,1	-1,4
5°	-1,3	-0,6	2,1	-0,6	5°	1,1	-1,5	-2,3	-1,5
6° ao 9°	-1,4	-0,6	2,3	-0,6	6° ao 9°	1,2	-1,6	-2,5	-1,6
10°	-1,5	-0,7	2,4	-0,7	10°	1,3	-1,7	-2,6	-1,7
11° ao 14°	-1,6	-0,7	2,5	-0,7	11° ao 14°	1,4	-1,8	-2,7	-1,8
15°	-1,7	-0,7	2,6	-0,7	15°	1,4	-1,9	-2,8	-1,9
16° ao 19°	-1,7	-0,7	2,7	-0,7	16° ao 19°	1,5	-2,0	-2,9	-2,0
20°	-0,9	-0,4	1,3	-0,4	20°	0,7	-1,0	-1,5	-1,0

A seguir serão apresentadas as cargas de vento por grupos de pavimento, de acordo com as Figuras 3.12 a 3.20.

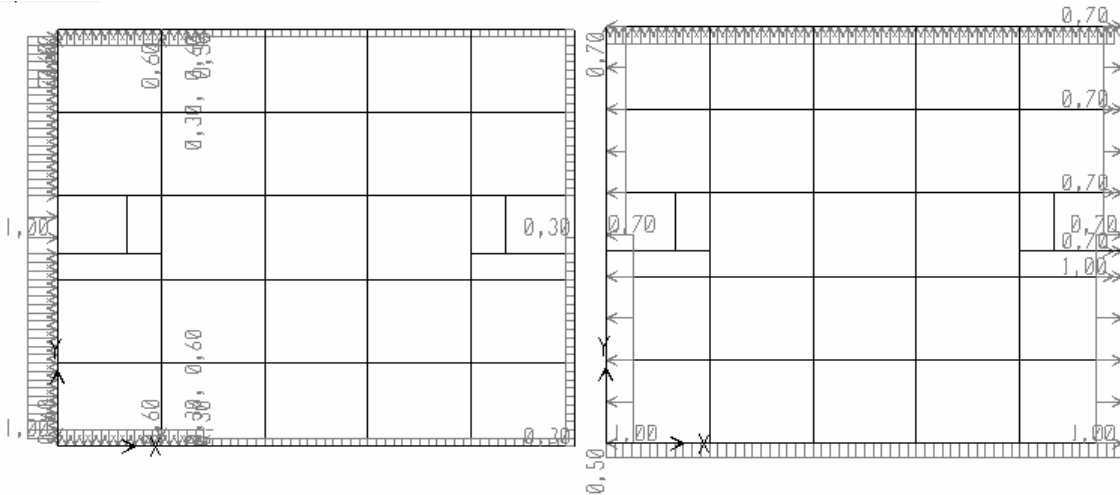


Figura 3-12 – Carregamento de vento no pavimento térreo nas direções x e y.

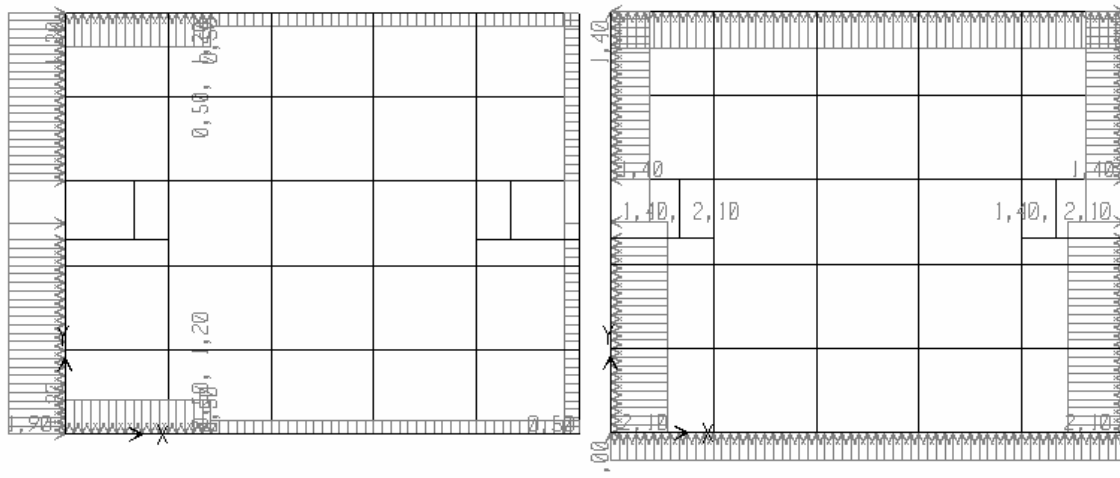


Figura 3-13 – Carregamento de vento do 1° ao 4° pavimento nas direções x e y.

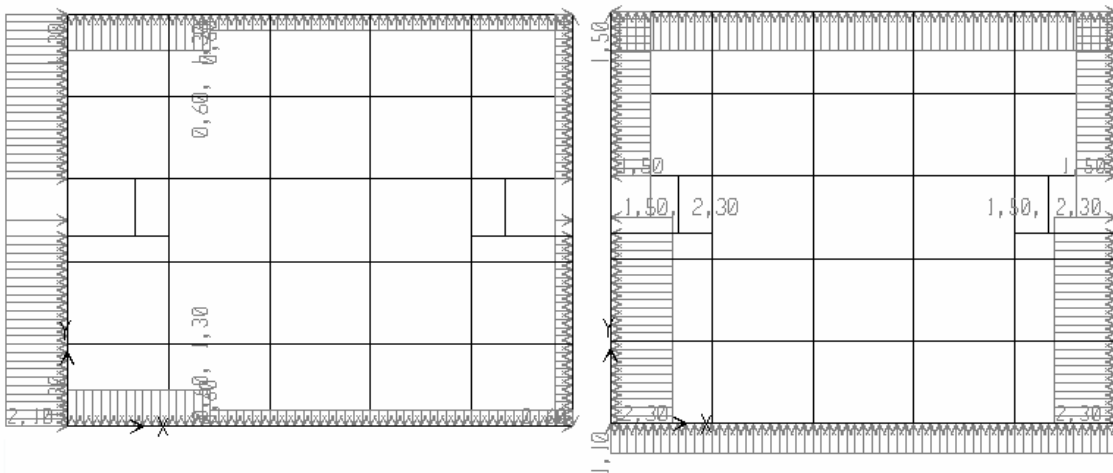


Figura 3-14 – Carregamento de vento no 5º pavimento nas direções x e y.

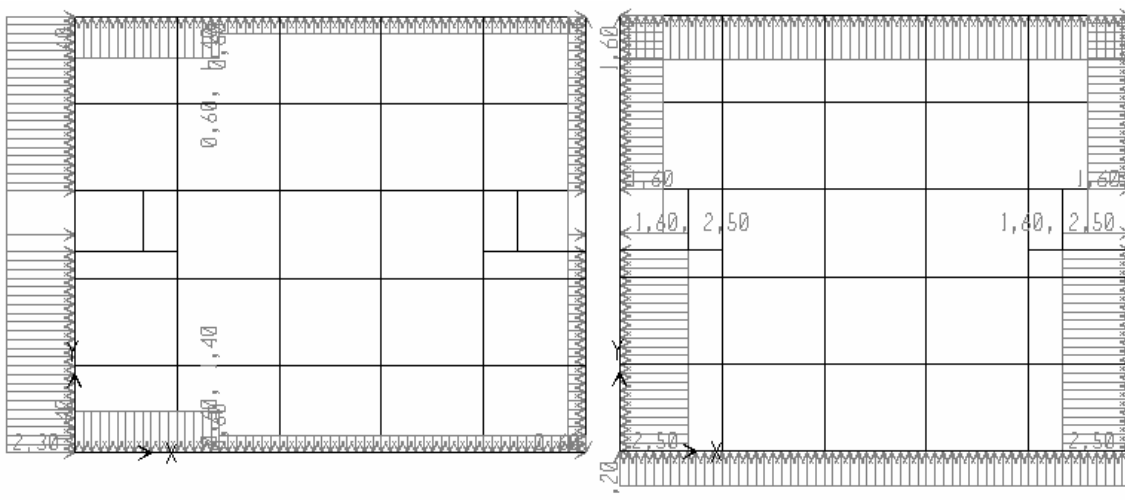


Figura 3-15 – Carregamento de vento do 6º ao 9º pavimento nas direções x e y.

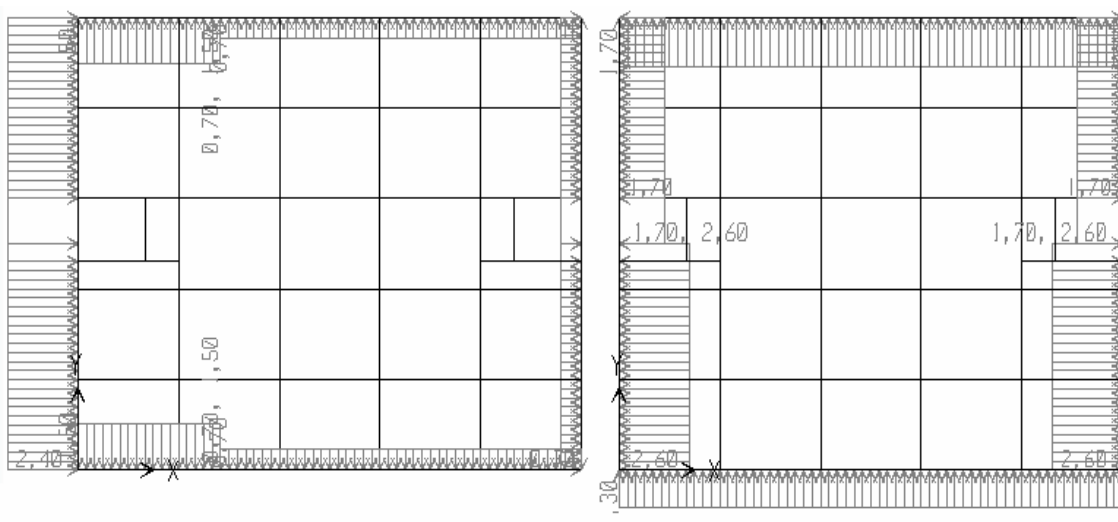


Figura 3-16 – Carregamento de vento no 10º pavimento nas direções x e y.

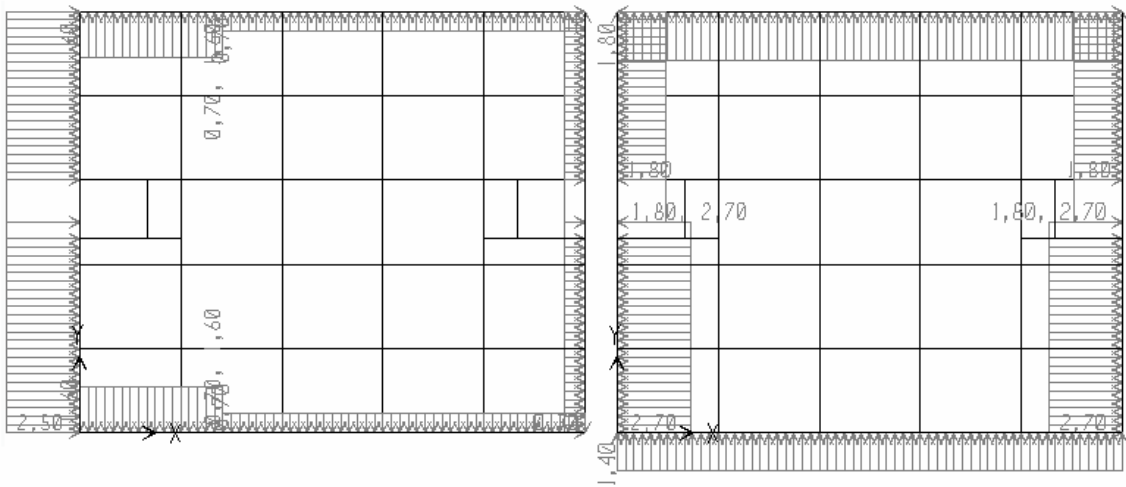


Figura 3-17 – Carregamento de vento do 11º ao 14º pavimento nas direções x e y.

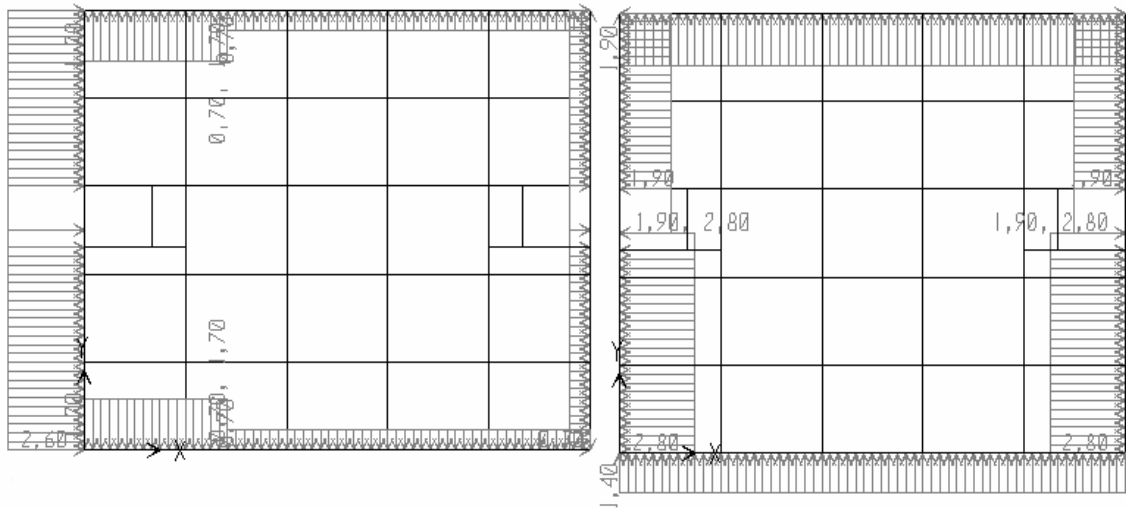


Figura 3-18 – Carregamento de vento no 15º pavimento nas direções x e y.

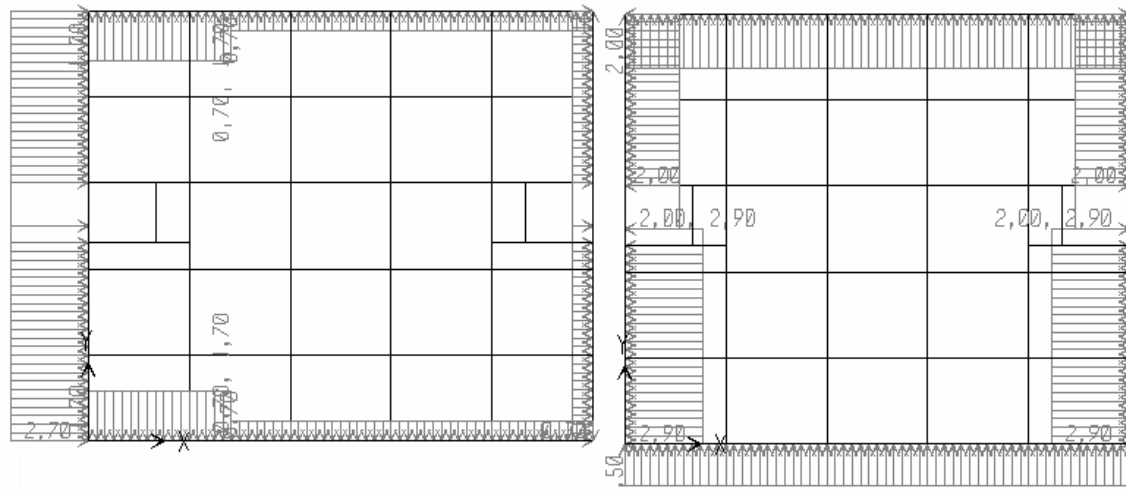


Figura 3-19 – Carregamento de vento do 16º ao 19º pavimento nas direções x e y.

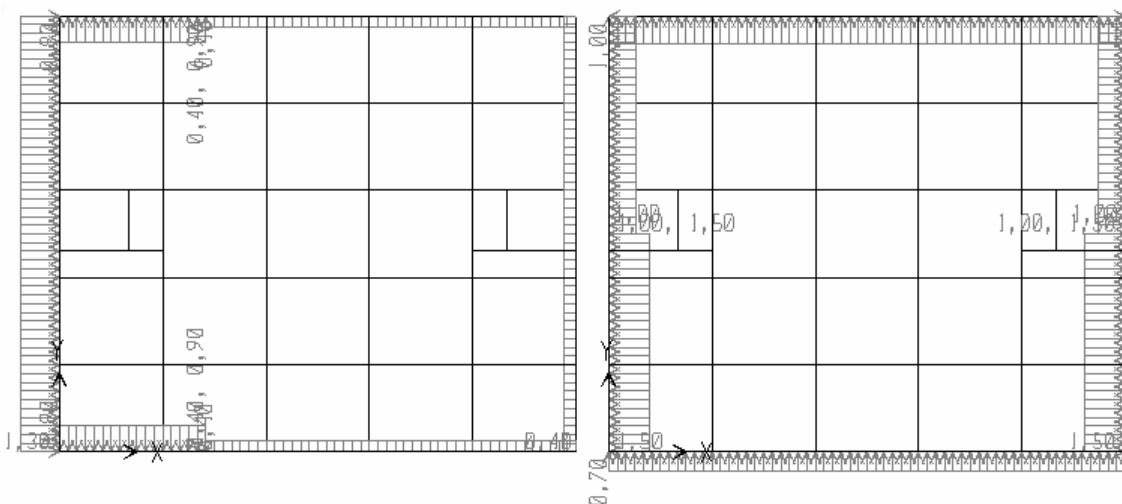


Figura 3-20 – Carregamento de vento no 20º pavimento nas direções x e y.

### 3.5. Combinações

De acordo com Arai [7], foram adotadas as seguintes combinações para o ELU (Estado Limite Último):

- ELU – 1:  $1,4 \cdot PP + 1,4 \cdot V_y^+ + 0,7 \cdot SC$
- ELU – 2:  $1,4 \cdot PP + 0,84 \cdot V_y^+ + 1,4 \cdot SC$
- ELU – 3:  $1,4 \cdot PP + 1,4 \cdot SC$

E para o ELS (Estado Limite de Serviço), foram adotadas as seguintes combinações:

- ELS – 1:  $1,0 \cdot PP + 0,3 \cdot V_y^+ + 0,3 \cdot SC$
- ELS – 2:  $1,0 \cdot PP + 0,4 \cdot SC$

onde:

$PP$  - Peso Próprio da Estrutura

$V_y^+$  - Vento na direção Y

$SC$  - Sobrecarga (carga acidental)

Não foi considerado o esforço de vento na direção X ( $V_x^+$ ) pelo fato de suas resultantes serem menores do que a em Y ( $V_y^+$ )



#### 4. DESCRIÇÃO DOS MÉTODOS PARA ANÁLISE DE RADIER

A seguir serão apresentadas as seguintes formas de cálculo para as solicitações em radier:

- Método da Viga sobre Base Elástica
- Método da Grelha sobre Base Elástica
- Método do American Concrete Institute (ACI)
- Método das Diferenças Finitas (MDF)
- Método dos Elementos Finitos (MEF)
  - MEF considerando o solo como sendo molas de coeficientes distribuídos uniformemente pela Hipótese de Winkler;
  - MEF considerando o solo como sendo molas de coeficientes distribuídos pela Matriz de Rigidez Condensada do solo (método Hampshire-Velloso); e
  - MEF considerando o solo como sendo um Elemento Sólido.

##### 4.1. Método da Viga sobre Base Elástica

Esse método é o mais simples e de fácil análise, pois o comportamento de placa é assimilado pela substituição da mesma por várias vigas independentes em um sentido, apoiadas em um meio elástico linear (molas), conforme a Figura 4.1.

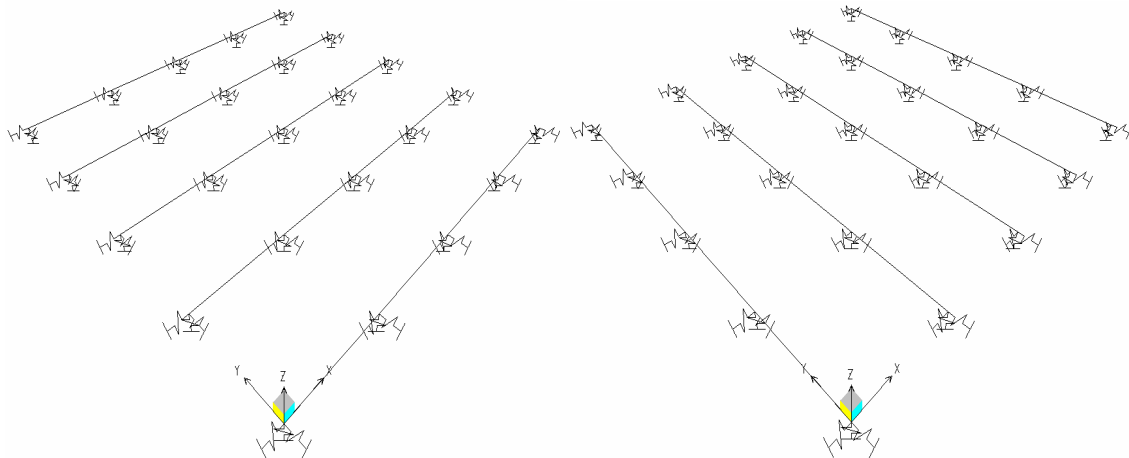


Figura 4-1 – Elementos de vigas nos sentidos X e Y

Essas vigas possuem as mesmas propriedades de material e as propriedades da seção transversal são tomadas como a área da faixa compreendida pela mesma. Primeiramente são analisadas as solicitações em um sentido e depois no outro.

De acordo com Santos [11] e Velloso e Lopes [16], esse modelo não é muito preciso pelo fato de não considerar a interação da rigidez entre as faixas (como ocorre na realidade).

O Método da Grelha sobre Base Elástica se comporta melhor, pelo fato de apresentar rigidez ao momento torsor.

#### 4.2. Método da Grelha sobre Base Elástica

Esse método é bem semelhante ao Método da Viga sobre Base Elástica, e se baseia nos mesmos princípios, só que nesse caso, se considera vários elementos de viga apoiados em um meio elástico linear (molas) e ligados entre suas faixas (conforme um reticulado), considerando-se uma rigidez à torção de acordo com a Figura 4.2..

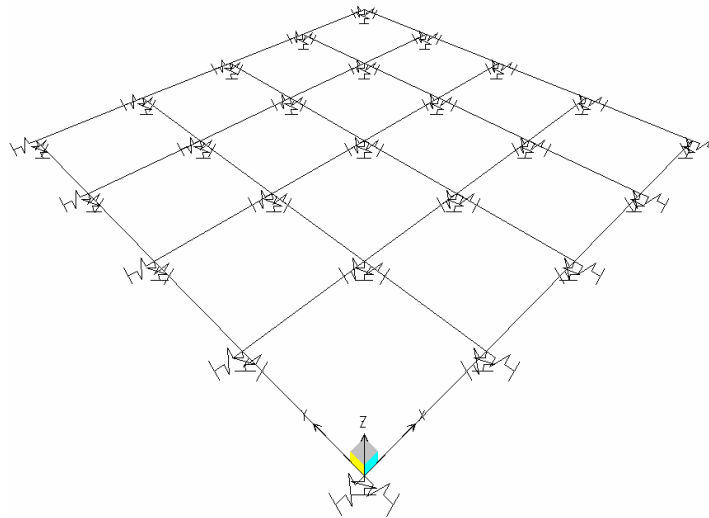


Figura 4-2 – Elementos de vigas formando uma grelha

Assim como no método anterior, as propriedades da seção transversal das vigas são tomadas como a área da faixa compreendida pela mesma, e as propriedades do material também, com exceção do peso específico do material que é tomado como metade, pelo fato das faixas se sobreporem.

#### 4.3. Método do American Concrete Institute (ACI)

O método da ACI foi desenvolvido primeiramente para o cálculo de pavimentos, porém cumprindo certos requisitos ele pode ser aplicado a placas delgadas apoiadas sobre base elástica. Esse método se baseia na solução de Westergaard.

A princípio, esse método, assim como o do Método das Diferenças Finitas, utiliza a equação diferencial dos deslocamentos de placa:

$$D \left( \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{2 \cdot \partial^4 w}{\partial x^2 \cdot \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + k_0 \cdot w = 0 \quad (4-1)$$

onde:

$$D = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)} = \text{rigidez a flexão de placa}$$

E - módulo de elasticidade do material da placa

$\mu$  - coeficiente de Poisson do material da placa

w - deslocamento do ponto em questão

$k_0$  - coeficiente de reação vertical do solo

Considerando então um modelo assimétrico, ou seja, com as propriedades do material, a forma e o carregamento iguais num mesmo raio de giração, temos (4-1) reescrita da seguinte forma:

$$D \cdot \left( \frac{\partial^4 w}{\partial r^4} + \frac{2 \cdot \partial^3 w}{r \cdot \partial r^3} - \frac{\partial^2 w}{r^2 \cdot \partial r^2} + \frac{\partial w}{r^3 \cdot \partial r} \right) + k_0 \cdot w = 0 \quad (4-2)$$

Definimos então para fins de cálculo, o parâmetro característico  $\beta$ , chamado de Raio de Rigidez Efetiva:

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{D}{k_0}} \quad (4-3)$$

Temos então, segundo Hetenyi [9], a solução de (4-2):

$$x = \frac{r}{\beta} \quad (4-4)$$

$$w = C_1 \cdot Z_1(x) + C_2 \cdot Z_2(x) + C_3 \cdot Z_3(x) + C_4 \cdot Z_4(x) \quad (4-5)$$

onde:

$C_1, C_2, C_3, C_4 = \text{constantes, e}$

$$Z_1(x) = 1 - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^4}{2!^2} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^8}{4!^2} - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{12}}{6!^2} + \dots \quad (4-6)$$

$$Z_2(x) = -\frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{1!^2} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^6}{3!^2} - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{10}}{5!^2} + \dots \quad (4-7)$$

$$Z_3(x) = \frac{Z_1(x)}{2} - \frac{2}{\pi} \cdot \left[ R_1 + \left( \log_e \frac{\gamma x}{2} \right) \cdot Z_2(x) \right] \quad (4-8)$$

$$Z_4(x) = \frac{Z_2(x)}{2} + \frac{2}{\pi} \cdot \left[ R_2 + \left( \log_e \frac{\gamma x}{2} \right) \cdot Z_1(x) \right] \quad (4-9)$$

e:

$$R_1 = \left( \frac{x}{2} \right)^2 - \frac{\varphi(3)}{3!^2} \cdot \left( \frac{x}{2} \right)^6 + \frac{\varphi(5)}{5!^2} \cdot \left( \frac{x}{2} \right)^{10} - \dots \quad (4-10)$$

$$R_2 = \frac{\varphi(2)}{2!^2} \cdot \left( \frac{x}{2} \right)^4 - \frac{\varphi(4)}{4!^2} \cdot \left( \frac{x}{2} \right)^8 + \frac{\varphi(6)}{6!^2} \cdot \left( \frac{x}{2} \right)^{12} - \dots \quad (4-11)$$

$$\varphi(n) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} \quad (4-12)$$

$$\log_e \gamma = 0,577216 \quad (4-13)$$

Para uma situação de modelo axissimétrico, apenas com carga concentrada, temos:

$$C_1 = C_2 = C_4 = 0 \quad (4-14)$$

$$w = C_3 \cdot Z_3(x) \quad (4-15)$$

Igualando a carga P com as pressões de contato, obtemos a constante  $C_3$ :

$$w = \frac{P \cdot \beta^2}{4 \cdot D} \cdot Z_3(x) \quad (4-16)$$

Daí, as rotações e as sollicitações são obtidas das equações diferenciais da teoria de placa:

$$M_r = -D \cdot \left( \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{\nu}{r} \cdot \frac{\partial w}{\partial r} \right) = -\frac{P}{4} \cdot \left[ Z_4(x) - (1-\nu) \cdot \frac{Z_3'(x)}{x} \right] \quad (4-17)$$

$$M_\theta = -D \cdot \left( \nu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial w}{\partial r} \right) = -\frac{P}{4} \cdot \left[ Z_4(x) + (1-\nu) \cdot \frac{Z_3'(x)}{x} \right] \quad (4-18)$$

$$Q_r = -D \cdot \left( \frac{\partial^3 w}{\partial r^3} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} - \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial w}{\partial r} \right) = -\frac{P}{4 \cdot \beta} \cdot Z_4'(x) \quad (4-19)$$

onde  $Z_3'(x)$  e  $Z_4'(x)$  são as primeiras derivadas de  $Z_3$  e de  $Z_4$ .

Um erro que ocorre para este método, é quando se deseja calcular os esforços no ponto de aplicação da carga concentrada, ou seja, pela formulação acima percebemos que para  $r = 0$ , os esforços gerados tendem para o infinito. Um recurso utilizado para contornar esse problema é sugerido por Selvadurai [12], que considera essa carga concentrada como sendo uma carga distribuída na área do pilar e daí, novamente são recalculados  $C_1, C_2, C_3$  e  $C_4$ , e definida uma nova formulação para os esforços como a seguir:

$$M_r(r=0) = M_\theta(r=0) = \frac{P \cdot (1 + \nu)}{4 \cdot \pi} \cdot \left( \log_e \frac{2 \cdot \beta}{r_0} + \frac{1}{2} - \xi \right) \quad \xi = 0,5772157 \quad (4-20)$$

$$Q_r(r=0) = \frac{P}{2 \cdot \pi \cdot r_0} \quad (4-21)$$

De acordo com Santos [11] e em Velloso e Lopes [16], pode-se perceber que para pontos distantes da carga concentrada de  $r \geq 5\beta$  as solicitações começam a ser amortecidas rapidamente tendendo a se anular. Por esse motivo, que esse método só funciona bem para placas sem pilares nas suas extremidades, ou seja, numa distancia menor que  $5\beta$  do bordo, para que as solicitações sejam nulas nos bordos conforme o modelo real.

A seguir, as solicitações nas coordenadas polares são convertidas para as retangulares de acordo com a convenção de sinais sugeridas por Timoshenko e Woinowsky-Krieger [22], conforme as Figuras 4.3 e 4.4.

$$M_x = M_r \cdot \cos^2 \theta + M_\theta \cdot \sin^2 \theta \quad (4-22)$$

$$M_y = M_r \cdot \sin^2 \theta + M_\theta \cdot \cos^2 \theta \quad (4-23)$$

$$Q_x = Q_r \cdot \cos \theta \quad (4-24)$$

$$Q_y = Q_r \cdot \sin \theta \quad (4-25)$$

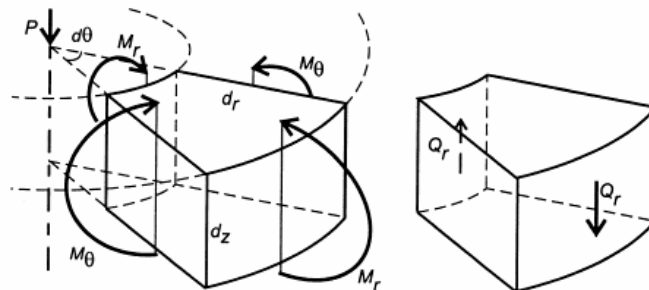


Figura 4-3 – Convenção das coordenadas polares.

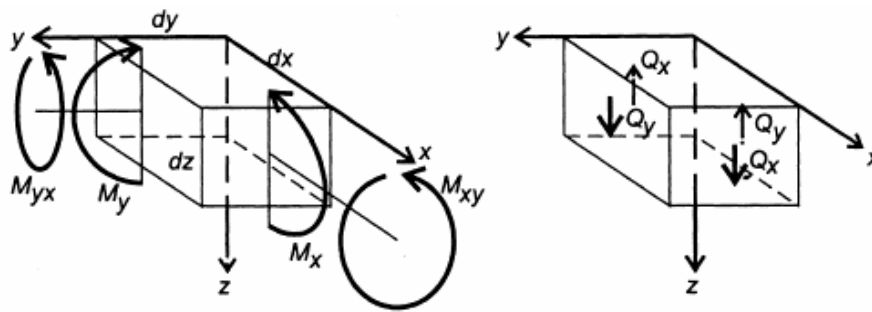


Figura 4-4 – Convenção das coordenadas retangulares.

Esses passos citados anteriormente são feitos para o cálculo das solicitações num ponto qualquer em função de uma carga somente, ou seja, para a contribuição de um pilar somente. Visto que para cada ponto devem ser somadas as contribuições de cada pilar.

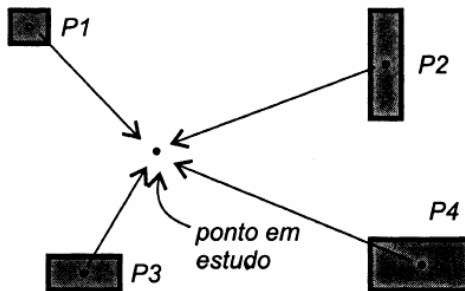


Figura 4-5 – Contribuições de cada pilar para o ponto em estudo.

#### 4.4. Método das Diferenças Finitas (Caso 4)

Esse método utiliza a equação diferencial da deformada de placa com carregamento distribuído  $p$  e carga concentrada  $P$ , para a análise de placa delgada apoiada em meio elástico linear.

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{2 \cdot \partial^4 w}{\partial x^2 \cdot \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{D} - \frac{k_0 \cdot w}{D} + \frac{P}{D \cdot \Delta x \cdot \Delta y} \quad (4-26)$$

onde:

$$D = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)} = (\text{Rigidez à flexão de placa}) \quad (4-27)$$

$E$  = Modulo de elasticidade do material da placa

$\mu$  = Coeficiente de Poisson do material da placa

$w$  = Deslocamento do ponto em questão

$k_0$  = Coeficiente de reação vertical do solo

As derivadas de  $w$  são substituídas de forma aproximada, por funções dos deslocamentos dos nós de malha, utilizando interpolação com operadores centrais:

$$\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_k = \frac{\Delta w_k}{\Delta x} = \frac{w_{k+1} - w_{k-1}}{2 \cdot \Delta x} \quad (4-28)$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_k = \frac{\Delta w_k}{\Delta y} = \frac{w_i - w_l}{2 \cdot \Delta y} \quad (4-29)$$

$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \cdot \partial y}\right)_k = \frac{\Delta^2 w_k}{\Delta x \cdot \Delta y} = \frac{w_{i+1} - w_{i-1} - w_{l+1} - w_{l-1}}{4 \cdot \Delta x \cdot \Delta y} \quad (4-30)$$

$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)_k = \frac{\Delta^2 w_k}{\Delta x^2} = \frac{w_{k+1} - 2w_k + w_{k-1}}{\Delta x^2} \quad (4-31)$$

$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)_k = \frac{\Delta^2 w_k}{\Delta y^2} = \frac{w_i - 2w_k + w_l}{\Delta y^2} \quad (4-32)$$

$$\left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3}\right)_k = \frac{\Delta^3 w_k}{\Delta x^3} = \frac{w_{k+2} - 2w_{k+1} + 2w_{k-1} - w_{k-2}}{2 \cdot \Delta x^3} \quad (4-33)$$

$$\left(\frac{\partial^3 w}{\partial y^3}\right)_k = \frac{\Delta^3 w_k}{\Delta y^3} = \frac{w_h - 2w_i + 2w_l - w_m}{2 \cdot \Delta y^3} \quad (4-34)$$

$$\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2}\right)_k = \frac{\Delta^4 w_k}{\Delta x^2 \Delta y^2} = \frac{4w_h - 2(w_{k+1} + w_{k-1} + w_l + w_i) + (w_{i-1} + w_{i+1} + w_{l+1} + w_{l-1})}{\Delta x^2 \Delta y^2} \quad (4-35)$$

$$\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}\right)_k = \frac{\Delta^4 w_k}{\Delta x^4} = \frac{w_{h+2} - 4w_{h+1} + 6w_h - 4w_{h-1} + w_{h-2}}{\Delta x^4} \quad (4-36)$$

$$\left(\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right)_k = \frac{\Delta^4 w_k}{\Delta y^4} = \frac{w_m - 4w_i + 6w_h - 4w_l + w_h}{\Delta y^4} \quad (4-37)$$

As interpolações são tomadas de acordo com a malha da Figura 4.6, ou seja, para cada situação de malha observada existe um conjunto de sistemas de operadores centrais.

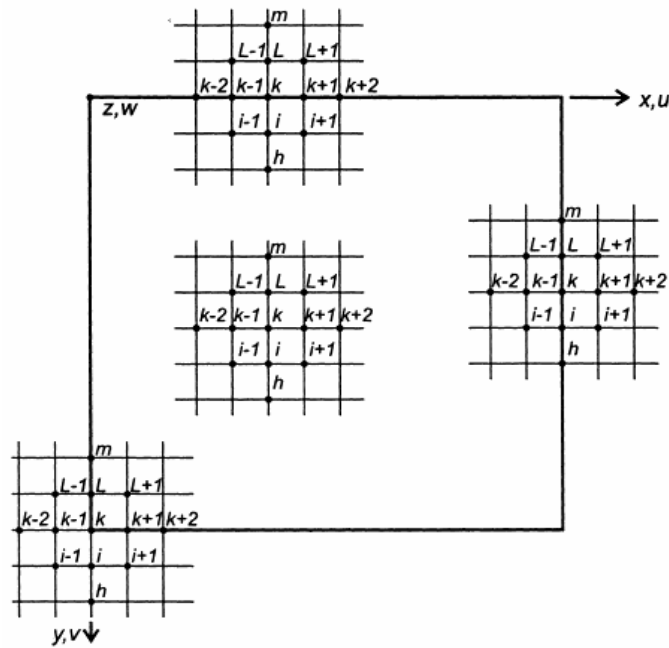


Figura 4-6 – Diferentes casos de malha para consideração dos operadores centrais

Para o caso de um ponto localizado no interior da placa, os operadores centrais foram resolvidos como citados acima. Daí são substituídos na equação diferencial da deformada de placa (4-26), e obtido uma expressão que contém um somatório de coeficientes que multiplicam aos deslocamentos dos pontos ao redor. Para cada ponto se obtém uma expressão, daí podemos formar um sistema de expressões de forma matricial do tipo:  $X_1.w_k + X_2.w_l + X_3.w_m + \dots$ , onde esses coeficientes são determinados conforme sua posição no interior da placa como nas figuras 4.7 e 4.8.

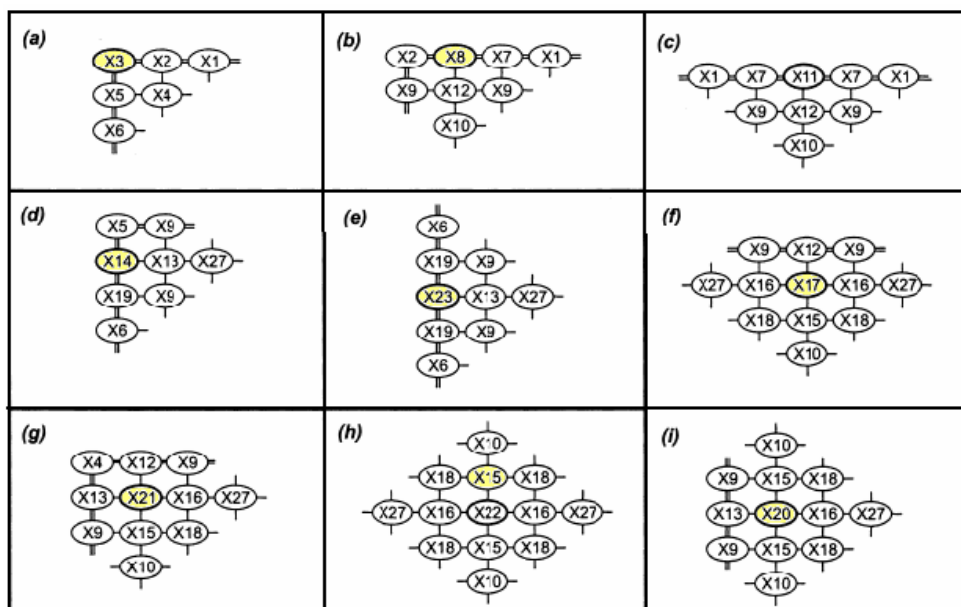


Figura 4-7 – Tipos de coeficientes dos deslocamentos em função da posição do nó na malha.



$X1 = \frac{1}{2r^4} (1 - \nu^2)$	$X2 = -\frac{1}{r^4} (1 - \nu^2) \cdot \frac{2}{r^2} (1 - \nu)$
$X3 = \frac{1}{2r^4} (1 - \nu^2) + \frac{2}{r^2} (1 - \nu) + \frac{1}{2} (1 - \nu^2)$	$X4 = \frac{2}{r^2} (1 - \nu)$
$X5 = -\frac{2}{r^2} (1 - \nu) \cdot (1 - \nu^2)$	$X6 = \frac{1}{2} (1 - \nu^2)$
$X7 = -\frac{2}{r^4} (1 - \nu^2) - \frac{2}{r^2} (1 - \nu)$	$X8 = \frac{5}{2r^4} (1 - \nu^2) + \frac{4}{r^2} (1 - \nu) + 1$
$X9 = \frac{1}{r^2} (2 - \nu)$	$X10 = 1$
$X11 = \frac{3}{r^4} (1 - \nu^2) + \frac{4}{r^2} (1 - \nu) + 1$	$X12 = -\frac{2}{r^2} (2 - \nu) - 2$
$X13 = -\frac{2}{r^4} \cdot \frac{2}{r^2} (2 - \nu)$	$X14 = \frac{1}{r^4} + \frac{4}{r^2} (1 - \nu) + \frac{5}{2} (1 - \nu^2)$
$X15 = -\frac{4}{r^2} - 4$	$X16 = -\frac{4}{r^4} \cdot \frac{4}{r^2}$
$X17 = \frac{6}{r^4} + \frac{8}{r^2} + 5$	$X18 = \frac{2}{r^2}$
$X19 = -\frac{2}{r^2} (1 - \nu) - 2(1 - \nu^2)$	$X20 = \frac{5}{r^4} + \frac{8}{r^2} + 6$
$X21 = \frac{5}{r^4} + \frac{8}{r^2} + 5$	$X22 = \frac{6}{r^4} + \frac{8}{r^2} + 6$
$X23 = \frac{1}{r^4} + \frac{4}{r^2} (1 - \nu) + 3(1 - \nu^2)$	$X27 = \frac{1}{r^4}$

Figura 4-8 – Coeficientes dos deslocamentos em função da posição do nó na malha.

Para um ponto localizado nas arestas ou nos cantos da placa, a forma de se obter os coeficientes multiplicadores é um pouco diferente, existindo duas formas: na primeira, são considerados pontos externos às arestas ou na segunda, que são adotados para os sistemas centrais, derivadas para frente ou para trás. Mais explicações sobre as resoluções pode ser visto em Santos [11] e em Velloso e Lopes [16].

Assim sendo, fica possível fazer o cálculo dos esforços internos na placa, aplicando-se equações de diferenças finitas centrais em função dos deslocamentos nos pontos da malha já calculados:

$$M_x = -D \cdot \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \Rightarrow M_{x,k} = D \cdot \left( \frac{-w_{k+1} + 2w_k - w_{k-1}}{\Delta x^2} + \nu \frac{-w_l + 2w_k - w_i}{\Delta y^2} \right) \quad (4-38)$$

$$M_y = -D \cdot \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Rightarrow M_{y,k} = D \left( \frac{-w_l + 2w_k - w_i}{\Delta y^2} + \nu \cdot \frac{-w_{k+1} + 2w_k - w_{k-1}}{\Delta x^2} \right) \quad (4-39)$$

$$M_{xy} = D \cdot (1-\nu) \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \Rightarrow M_{xy,k} = \frac{D \cdot (1-\nu)}{4 \cdot \Delta x \cdot \Delta y} \cdot (w_{l+1} - w_{l-1} - w_{i+1} - w_{i-1}) \quad (4-40)$$

$$Q_x = \left( \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{yx}}{\partial y} \right) \Rightarrow Q_{x,k} = \frac{M_{x,k+1} - M_{x,k-1}}{2 \cdot \Delta x} + \frac{M_{yx,i} - M_{yx,l}}{2 \cdot \Delta y} \quad (4-41)$$

$$Q_y = \left( \frac{\partial M_y}{\partial y} - \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} \right) \Rightarrow Q_{y,k} = \frac{M_{y,l} - M_{y,i}}{2 \cdot \Delta y} - \frac{M_{xy,k+1} - M_{xy,k-1}}{2 \cdot \Delta x} \quad (4-42)$$

Para os cálculos segundo o Método das Diferenças Finitas pode ser utilizado o programa “Radier.bat” programado por Santos [12] que se encontra no anexo B.

O método apresenta dificuldade quanto à programação quando a placa apresenta furos e reentrâncias, devido à dificuldade de cálculo dos operadores centrais para os mesmos, porém teoricamente é possível.

Quando a placa apresenta deslocamentos negativos (deslocamentos para cima), o programa “desconecta” os pontos que os contém e recalcula uma nova iteração, simulando o que acontece na realidade.

Esse método não é indicado para o cálculo de placas espessas, visto que a teoria desenvolvida é de placas delgadas.

#### 4.5. Método dos Elementos Finitos

Neste trabalho não será descrito como se aplica a teoria do Método dos Elementos Finitos, pelo fato de ser uma metodologia que já está consagrada no ramo da engenharia e por possuir muitas fontes de consulta sobre o mesmo.

O programa utilizado em questão foi o SAP2000 versão 12.0.0. O radier foi modelado com elementos de placas e o solo modelado como sendo um meio elástico linear. Para a modelagem do solo pode-se modelar da seguinte forma: modelando-o com molas ou como se fosse um elemento sólido reticulado. Para o caso de molas pode-se adotar dois tipos de distribuição de constantes de molas: no primeiro se distribui uniformemente conforme o modelo da hipótese de Winkler e no segundo, conforme Hampshire-Velloso que considera uma distribuição não uniforme, de acordo com a matriz de rigidez condensada do solo.

A seguir serão apresentados a metodologia de cálculo das três formas de cálculo:

- MEF considerando o solo como sendo molas de coeficientes distribuídos uniformemente pela Hipótese de Winkler;

- MEF considerando o solo como sendo molas de coeficientes distribuídos pela Matriz de Rigidez Condensada do solo (Hampshire-Velloso), e
- MEF considerando o solo como sendo um Elemento de Sólido Reticulado.

#### ***4.5.1. MEF considerando o solo como sendo molas de coeficientes distribuídos uniformemente pela Hipótese de Winkler (Caso 1)***

O radier será modelado como sendo um elemento de placa e o solo será modelado como sendo um conjunto de molas (meio elástico linear) obedecendo à Hipótese de Winkler. O modelo proposto por Winkler (1867) diz que num ponto  $k$  qualquer da placa, a pressão de contato  $q_k$  é diretamente proporcional ao seu deslocamento  $w_k$ , independente dos deslocamentos no restante da superfície do radier. Essa proporcionalidade se dá pela constante  $k_0$ , denominado coeficiente de reação vertical do solo, conforme a fórmula abaixo:

$$q_k = k_0 \cdot w_k \quad (4-43)$$

#### ***4.5.2. MEF considerando o solo como sendo molas de coeficientes distribuídos pela Matriz de Rigidez Condensada do solo (Hampshire-Velloso) (Caso 2)***

De acordo com Santos e Velloso [8], o princípio básico dessa teoria se baseia em considerar o solo como sendo um semiespaço homogêneo e elástico, que por sua vez pode ser representado por uma matriz de rigidez que relaciona forças aplicadas aos deslocamentos.

A matriz de rigidez do solo é obtida por inversão de sua matriz de flexibilidade. Para a obtenção da matriz de flexibilidade, a interface fundação-solo é discretizada em áreas retangulares. No centro de cada um desses retângulos se localizam os pontos nodais em que é posteriormente condensada a matriz de rigidez do solo. As áreas retangulares em torno dos pontos nodais são consideradas como as “áreas de influência” em que é admitido um campo de deslocamentos aproximadamente uniforme e igual ao do ponto nodal de acordo com a Figura 4.9.

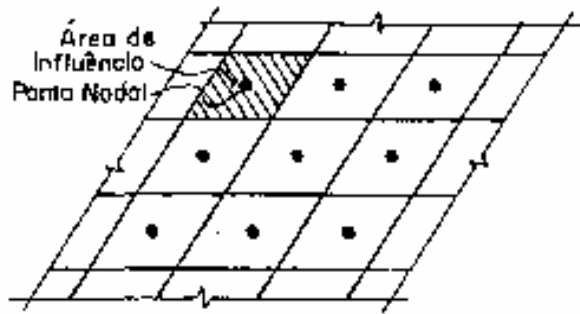


Figura 4-9 – Área de influência de um ponto nodal

Para a montagem da matriz de flexibilidade do solo considera-se o desacoplamento entre os três graus de liberdade translacionais de cada nó.

O deslocamento vertical de um ponto distante  $r$  do ponto de aplicação de uma carga vertical  $P$  é expresso pela Fórmula de Boussinesq:

$$\delta_v = \frac{P \cdot (1 - \nu)}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot G} \quad (4-44)$$

temos então, o termo da matriz de flexibilidade referente a uma carga  $P$  unitária:

$$f_v = \frac{(1 - \nu)}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot G} \quad (4-45)$$

onde:

$G$  - módulo de elasticidade transversal do solo.

$\nu$  - coeficiente de Poisson do solo.

O deslocamento horizontal de um ponto distante  $r$  do ponto de aplicação de uma carga horizontal  $F$  é expresso pela fórmula de Cerruti:

$$\delta_H = \frac{F \cdot (1 - \nu)}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot G} \cdot \left[ (1 - \nu) + \left( \frac{x^2}{r^2} \cdot \nu \right) \right] \quad (4-46)$$

temos então, o termo da matriz de flexibilidade referente a uma carga  $F$  unitária:

$$f_H = \frac{(1 - \nu)}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot G} \times \left[ (1 - \nu) + \left( \frac{x^2}{r^2} \cdot \nu \right) \right] \quad (4-47)$$

onde:

$x$  – distância do ponto de aplicação da força  $F$  até o ponto de onde se dá o deslocamento, na direção da força  $F$ , como na Figura 4-10.

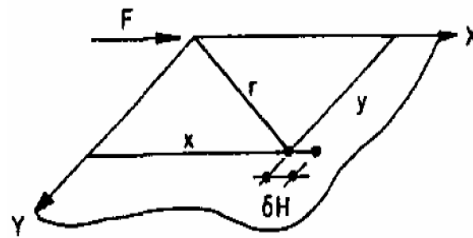


Figura 4-10 – Significado dos valores  $x$  e  $r$ .

Apresenta-se na Figura 4.11 uma curva típica de deslocamentos verticais  $\delta_v$  para uma carga aplicada em um ponto genérico, em função da distancia  $r$ .

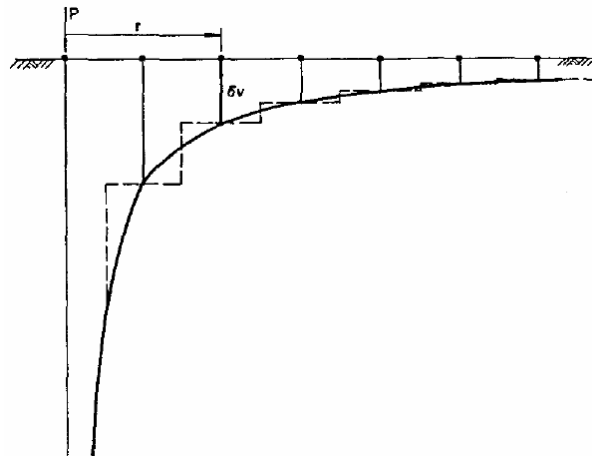


Figura 4-11 – Deslocamentos verticais para carga em ponto genérico.

Na Figura 4.11 procura-se também ilustrar a hipótese básica considerada para a obtenção da matriz de flexibilidade do solo: supor que os deslocamentos verticais em cada área de influência possam ser admitidos como aproximadamente constantes e iguais aos dos pontos nodais. Os deslocamentos dos pontos nodais podem ser considerados como valores médios dos deslocamentos em cada área de influência.

Este procedimento só pode ser empregado para a obtenção dos termos fora da diagonal principal visto que, para elementos da diagonal principal, o deslocamento tenderia ao infinito de acordo com a teoria. Para a obtenção dos termos da diagonal principal, ou seja, da correlação entre forças aplicadas em um ponto nodal e deslocamentos em sua respectiva área de influência são empregadas soluções analíticas conhecidas: coeficientes de rigidez de placas retangulares rígidas sob a ação de forças horizontais e verticais. Os termos diagonais da

matriz de flexibilidade são considerados como numericamente iguais ao inverso desses coeficientes de rigidez.

Os coeficientes de rigidez vertical e horizontal de uma placa de fundação rígida, de dimensões  $2b \times 2a$  como na Figura 4.13, podem ser expressos segundo Wolf e Gazetas [14].

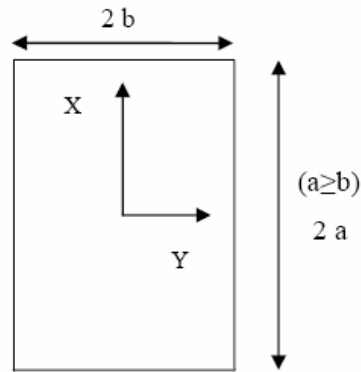


Figura 4-12 – Dimensões da placa segundo Wolf e Gazetas

$$K_x = \frac{G \cdot b}{2 - \nu} \left[ 6,8 \cdot \left( \frac{a}{b} \right)^{0,65} + 2,4 \right] \quad (4-48)$$

$$K_y = \frac{G \cdot b}{2 - \nu} \left[ 6,8\nu \left( \frac{a}{b} \right)^{0,65} + 0,8 \cdot \left( \frac{a}{b} \right) + 1,6 \right] \quad (4-49)$$

$$K_z = \frac{G \cdot b}{1 - \nu} \left[ 3,1 \cdot \left( \frac{a}{b} \right)^{0,75} + 1,6 \right] \quad (4-50)$$

que conduzem aos termos da matriz de flexibilidade:

$$\delta_x = \frac{2 - \nu}{G \cdot b \cdot \left[ 6,8 \cdot \left( \frac{a}{b} \right)^{0,65} + 2,4 \right]} \quad (4-51)$$

$$\delta_y = \frac{2 - \nu}{G \cdot b \cdot \left[ 6,8 \cdot \left( \frac{a}{b} \right)^{0,65} + 0,8 \cdot \left( \frac{a}{b} \right) + 1,6 \right]} \quad (4-52)$$

$$\delta_z = \frac{1 - \nu}{G \cdot b \cdot \left[ 3,1 \cdot \left( \frac{a}{b} \right)^{0,75} + 1,6 \right]} \quad (4-53)$$

Para a obtenção dos coeficientes de rigidez vertical e horizontal de uma placa de fundação rígida, de dimensões  $2d \times 2c$ , conforme figura 4.13, podem ser utilizados também as

expressões [5.54] e [4.55], segundo Richart [23], sendo que para os resultados obtidos com essas expressões apresentam erros em torno de 2 a 4 % se comparados com as de Wolf e Gazetas [14], que são as mais indicadas.

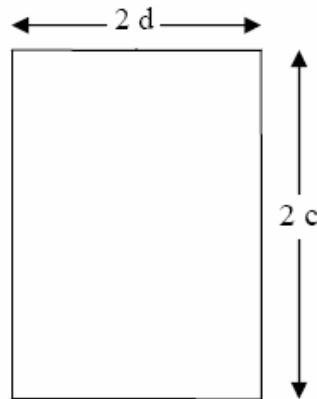


Figura 4-13 – Dimensões da placa segundo Richart

$$K_z = \frac{G}{1-\nu} \cdot \beta_z \cdot \sqrt{4 \cdot c \cdot d} \quad (4-54)$$

$$K_H = 4 \cdot (1+\nu) \cdot G \cdot \beta_x \cdot (c^2 + d^2) \cdot \sqrt{L \cdot b} \quad (4-55)$$

Os valores dos coeficientes  $\beta_z$  e  $\beta_x$  são obtidos segundo Richart [23], do ábaco da Figura 4.14.

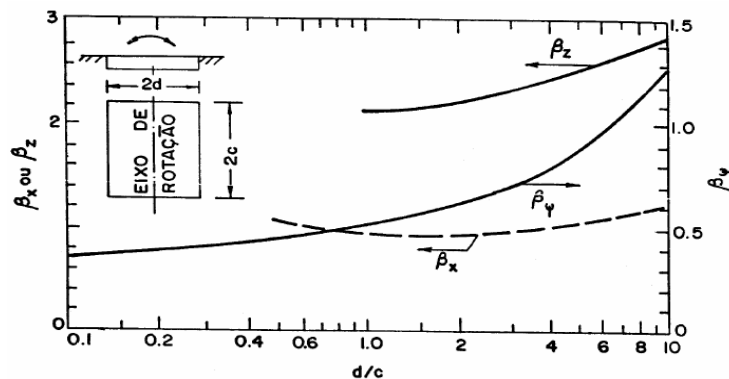


Figura 4-14 – Ábaco para obtenção de  $\beta_z$  e  $\beta_x$  em função de  $\underline{c}$  e  $\underline{d}$ .

Em vista da dificuldade de obtenção dos coeficientes  $\beta_z$  e  $\beta_x$  do ábaco da Figura 4.14, os mesmos podem ser obtidos da expressão abaixo, segundo Carvalho [18], com os  $\alpha_i$  na Tabela 4.1.

$$\beta = \sum_{i=0}^5 \alpha_i \times \left( \ln \frac{d}{c} \right)^i \quad (4-56)$$

Valores de "i":	Valores dos "a <sub>i</sub> ":		
	$\beta_z$	$\beta_x$	$\beta_v$
5	-0,091	-0,008445	-0,0036
4	0,624	0,03943	0,0061
3	-1,578	-0,04823	0,0405
2	1,843	0,06805	0,0276
1	-0,641	-0,04196	0,0824
0	2,16	0,9767	0,5

Tabela 4-1 – Índices "a<sub>i</sub>" das expressões  $\beta$ .

No Anexo A, é mostrado o programa desenvolvido em linguagem Mathcad para o cálculo dos coeficientes de mola de acordo com a metodologia descrita acima.

#### **4.5.3. MEF considerando o solo como sendo um Elemento Sólido discretizado (Caso 3)**

Este método considera o solo como sendo um semiespaço elástico linear simulado por elementos sólidos tridimensionais com oito nós. Para o caso que será estudado neste trabalho, as propriedades estimadas encontram-se no item 3.2.3.

## **5. COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS**

Foram analisados os momentos fletores M11 do radier no eixo I, os momentos fletores M22 do radier no eixo D, os deslocamentos verticais no radier nos eixos I e D, os momentos fletores na viga V7 (eixo H) do 10º pavimento e as flechas globais na viga V11 (eixo B) também do 10º pavimento, conforme a Figura 5.1. Para análise dos momentos, foi considerada a combinação ELU2 e para os deslocamentos verticais e as flechas, a combinação ELS3. Foram considerados quatro tipos de comparações, que são: malhas do Caso 1, malhas do Caso 2, malhas do Caso 3, malhas do Caso 4, e entre os quatro casos para a malha 10x10.



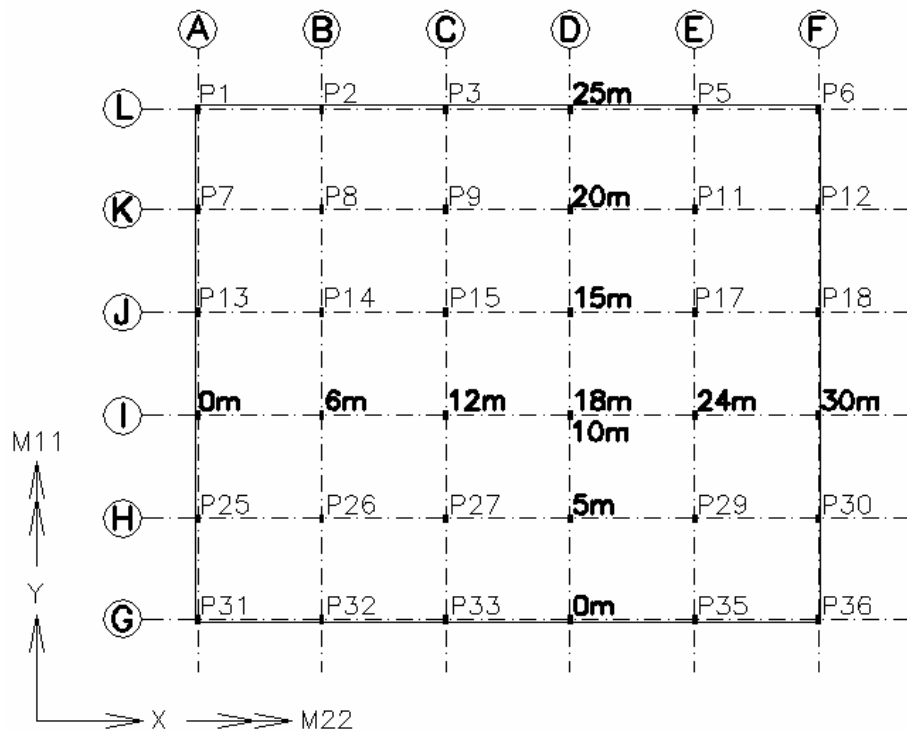


Figura 5-1 – Eixos do radier.

As malhas de elementos finitos do radier em análise são as seguintes, conforme a Figura 5.2: 5x5 (elementos de 6x5m), 10x10 (elementos de 3x2,5m) e 15x15 (elementos de 2x1,67m). Em todos os casos a malha 15x15 teve uma boa convergência quanto aos resultados das solicitações e flechas.

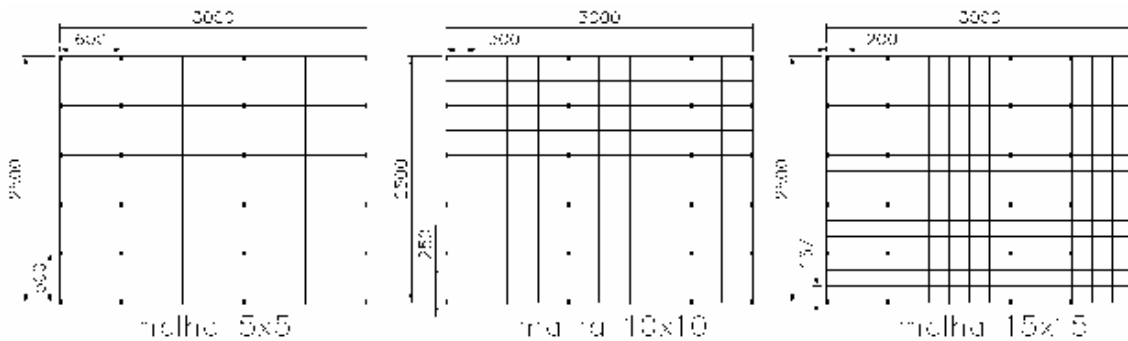


Figura 5-2 – Malha em análise do radier, medidas em centímetros.

### 5.1. Comparação entre malhas para o Caso 1 (Hipótese de Winkler)

O coeficiente de mola para placa foi dividido ponderadamente entre os nós com os seguintes pesos: peso 4 para os nós de canto, peso 2 para os de aresta e peso 1 para os demais. Não foi necessário analisar um refinamento maior pelo fato da malha 15x15 ter tido uma boa convergência dos resultados.

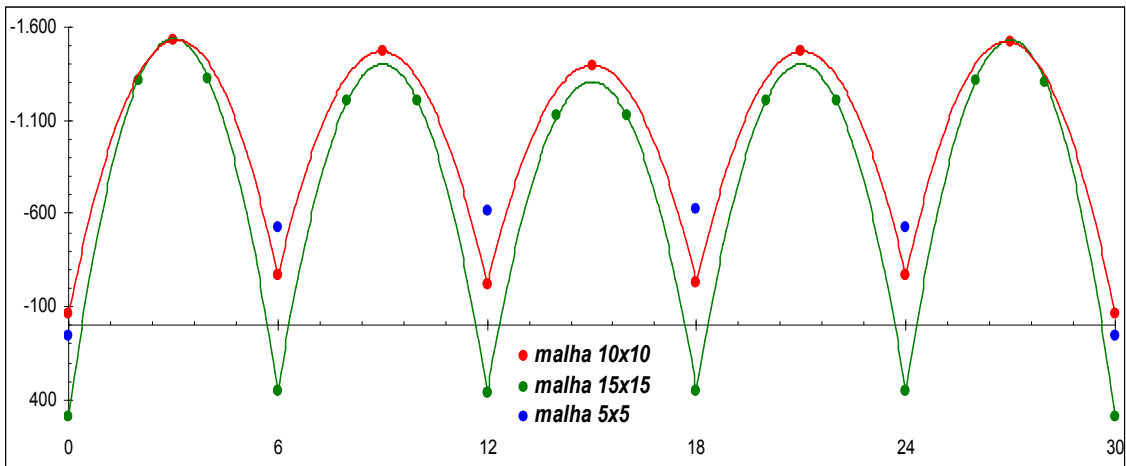


Figura 5-3 – Momento  $M_{11}$  (kNm/m) no eixo I do radier

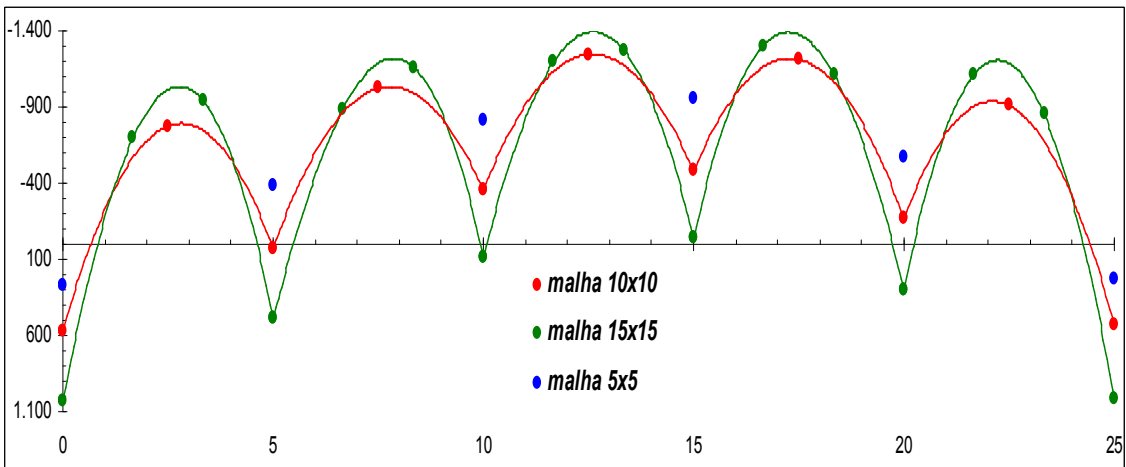


Figura 5-4 – Momento  $M_{22}$  (kNm/m) no eixo D do radier

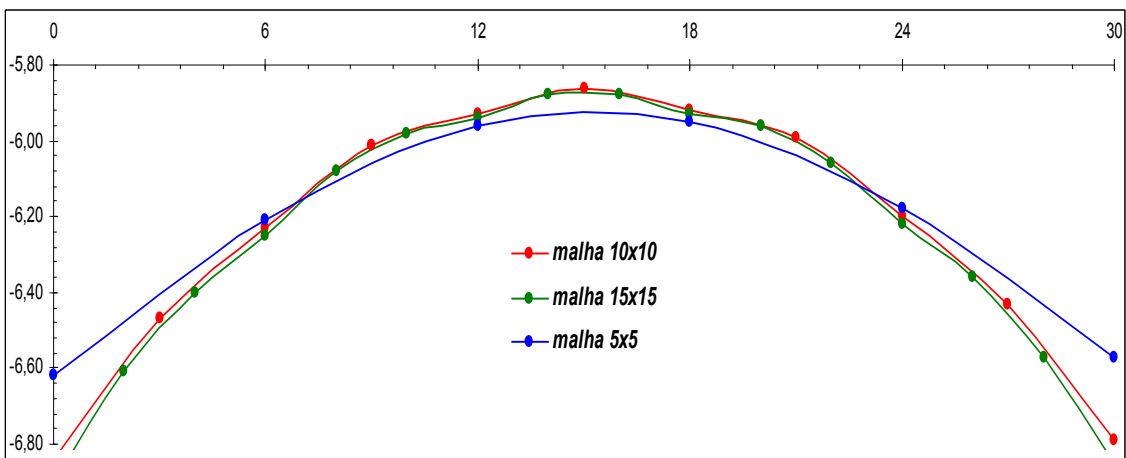


Figura 5-5 – Deslocamentos verticais  $\delta_v$  (cm) no eixo I do radier

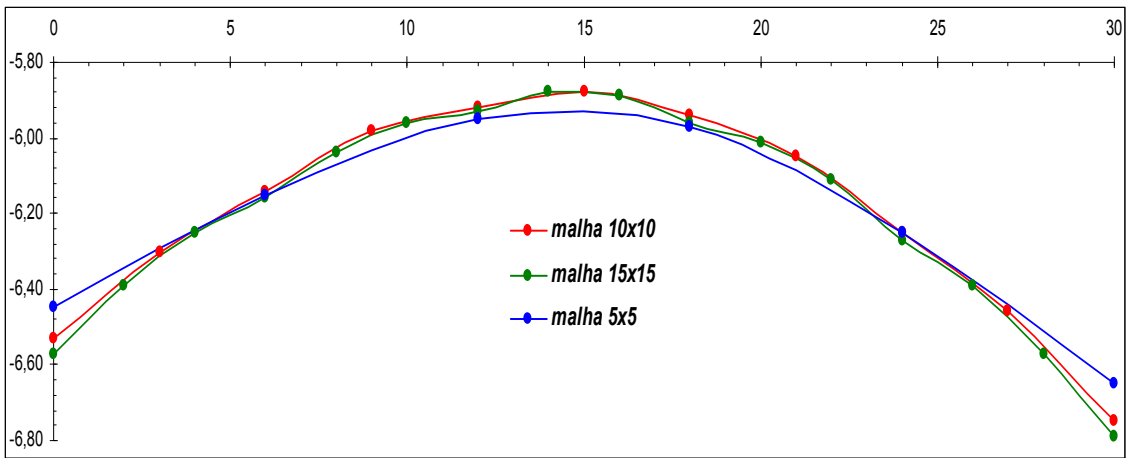


Figura 5-6 – Deslocamentos verticais  $\delta_v$  (cm) no eixo D do radier

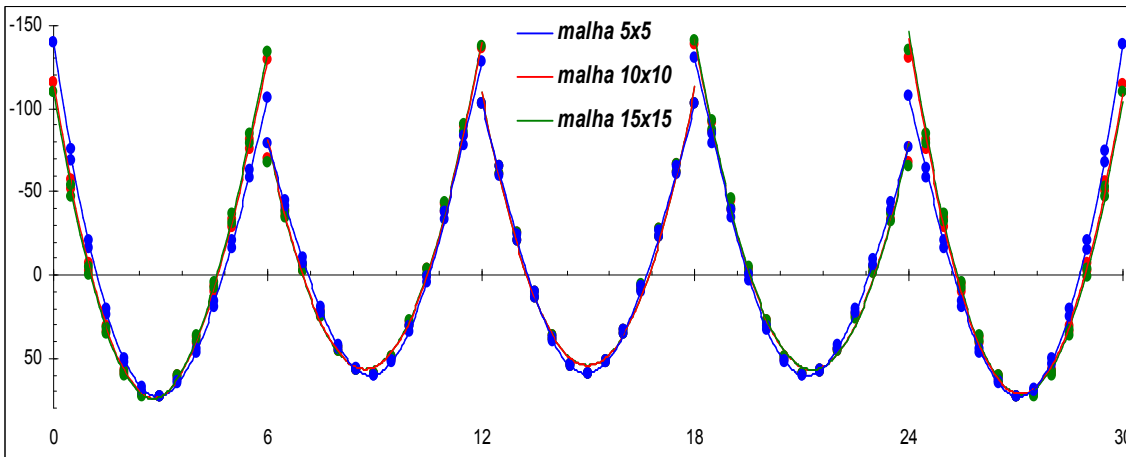


Figura 5-7 – Momentos Fletores  $M$  (kNm) na Viga V-7 (Eixo H) do 10º pavimento

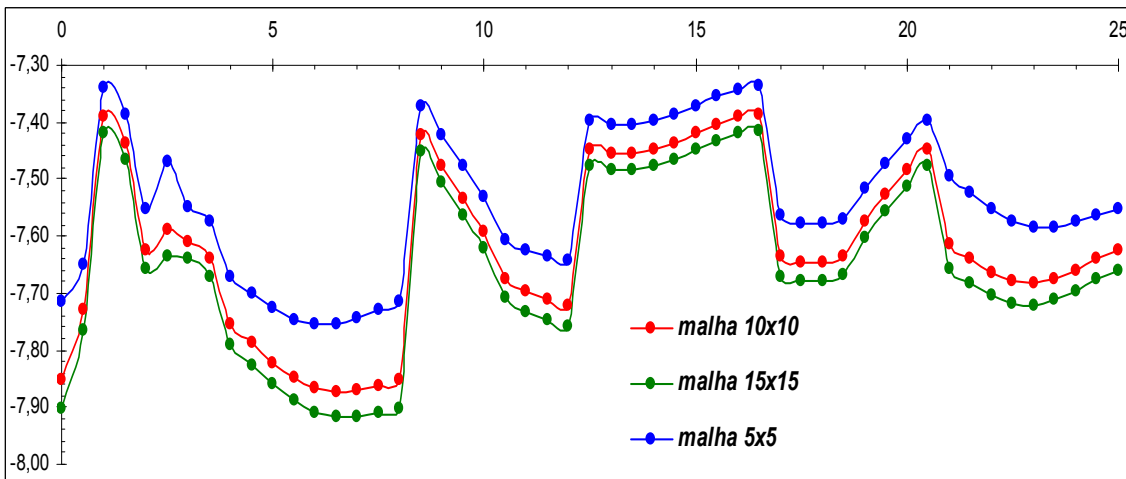


Figura 5-8 – Flechas globais  $\delta_v$  (cm) na Viga V-11 (Eixo B) do 10º pavimento

## 5.2. Comparação entre malhas para o Caso 2 (Método de Hampshire-Velloso)

Para o Caso 2 só foi possível analisar até a malha 15x15 por causa da inviabilidade do processo de “transferência” dos valores dos coeficientes de mola do programa “coef\_molas.xmcd” em Mathcad para o SAP2000 v12.0.0, que se deu manualmente. Foram determinados apenas  $\frac{1}{4}$  dos coeficientes da placa por causa da dupla simetria, sendo que a malha 15x15 foi preciso determinar 8x8 elementos com 3 graus de liberdade (3 translações e rotações liberadas). Daí para essa malha foram repassadas  $8 \times 8 \times 3 = 192$  coeficientes manualmente, que demandou bastante tempo. Na análise pelo programa em Mathcad, o tempo de processamento começa a se tornar inviável a partir de malhas 30x30, chegando a 6 horas. Uma forma de aplicação viável para a determinação dos coeficientes de molas distribuídos pela matriz de rigidez condensada do solo (método Hampshire-Velloso) será explicada no item 7.

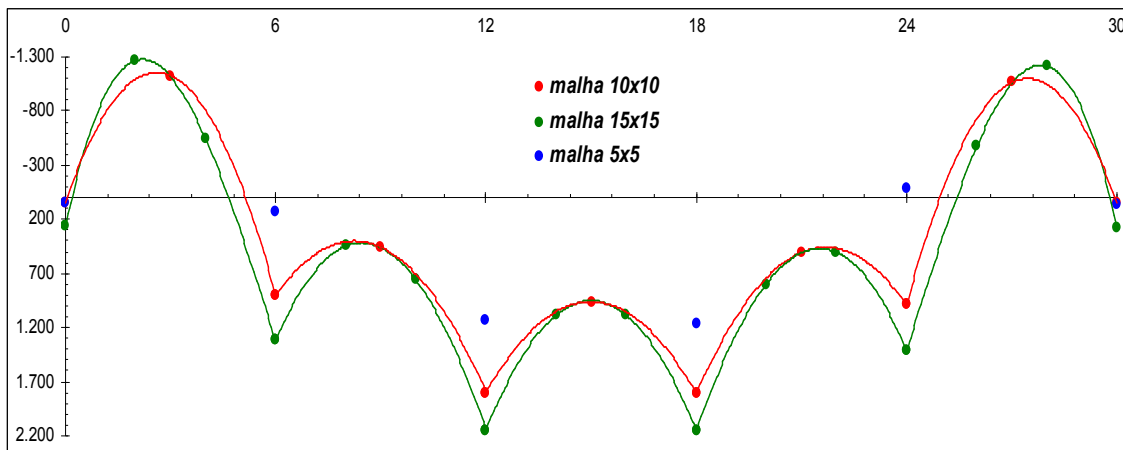


Figura 5-9 – Momento  $M_{11}$  (kNm/m) no eixo I do radier

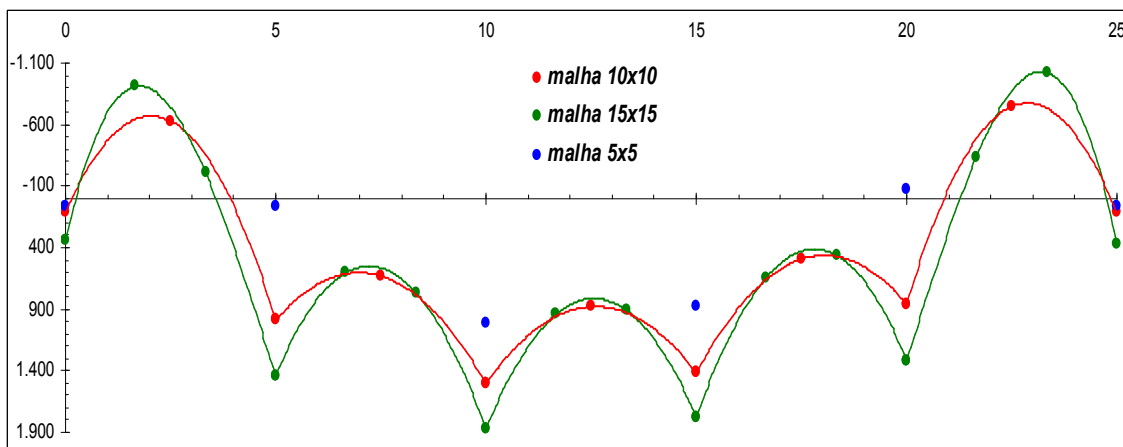


Figura 5-10 – Momento  $M_{22}$  (kNm/m) no eixo D do radier

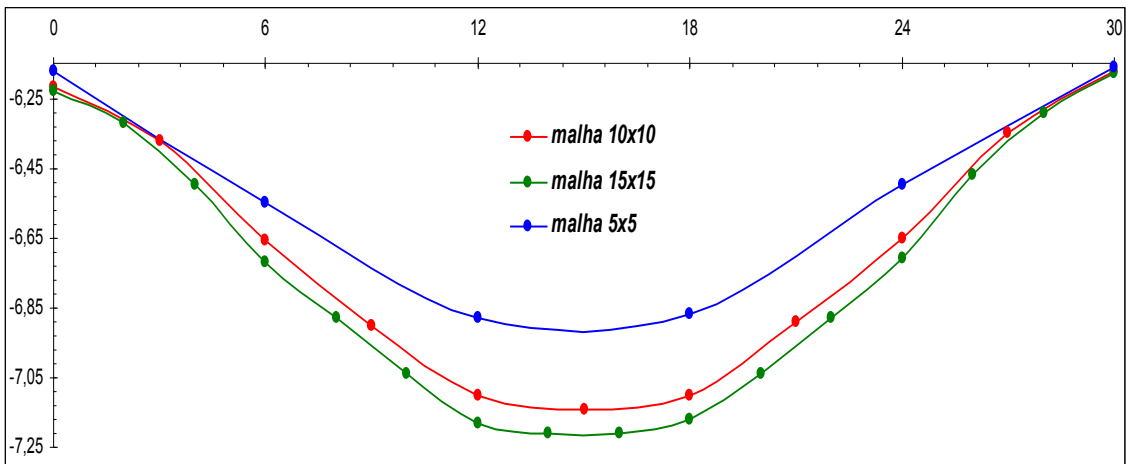


Figura 5-11 – Deslocamentos verticais  $\delta_V$  (cm) no eixo I do radier

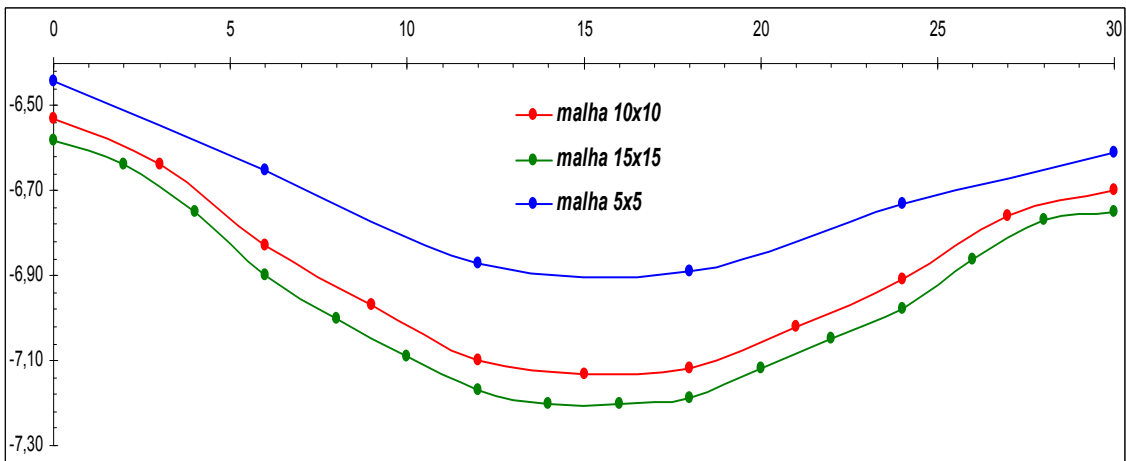


Figura 5-12 – Deslocamentos verticais  $\delta_V$  (cm) no eixo D do radier

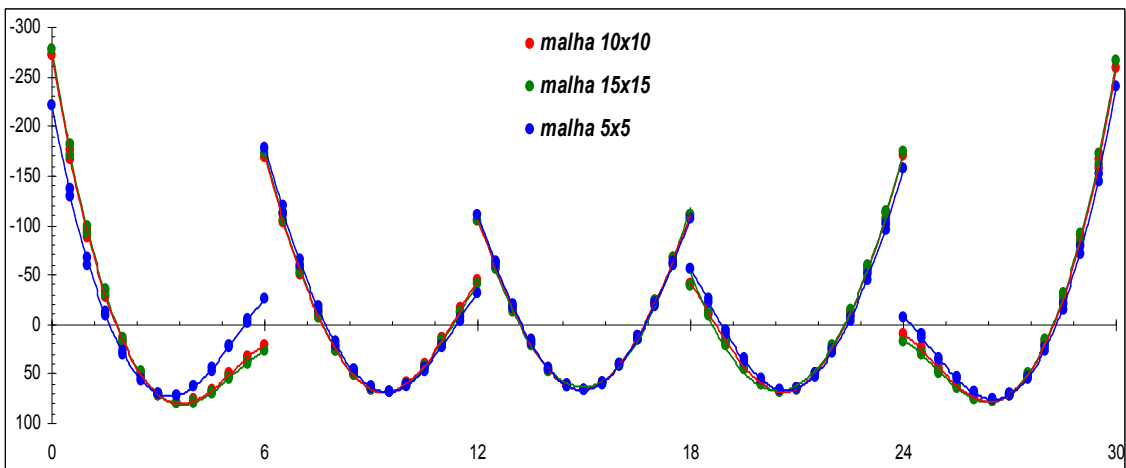


Figura 5-13 – Momentos Fletores  $M$  (kNm) na Viga V-7 (Eixo H) do 10º pavimento

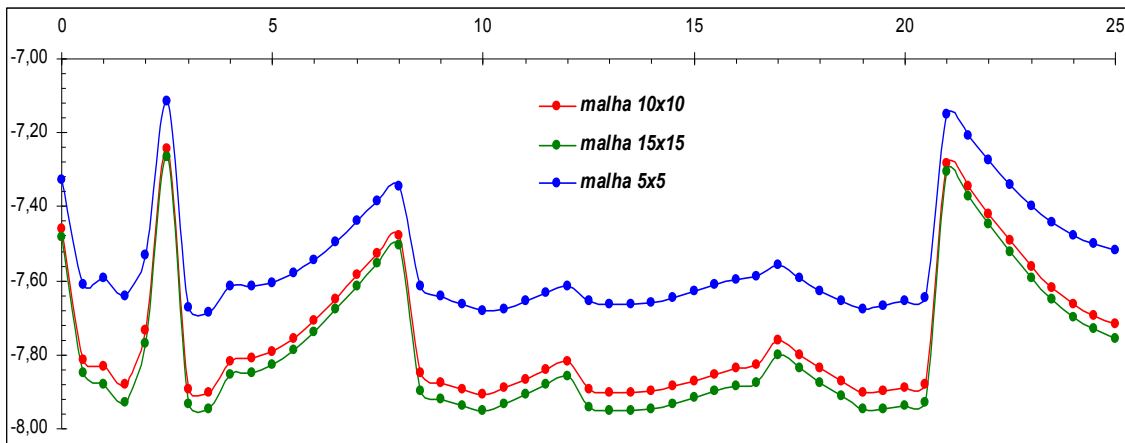


Figura 5-14 – Flechas globais  $\delta_v$  (cm) na Viga V-11 (Eixo B) do 10º pavimento

### 5.3. Comparação entre malhas para o Caso 3 (método considerando o solo como elementos sólidos)

Nesse caso só foi possível chegar até uma malha 10x10, devido ao grande número de elementos sólidos com de 45.000 elementos, além dos elementos da estrutura predial. A malha do sólido acompanha a do radier que é 10x10, daí:  $3 \times B = 30$ ,  $3 \times L = 30$  e  $5 \times B = 50$  que levou cerca de 5 horas de processamento. Já uma tentativa de rodagem de uma malha 15x15 com 91.125 elementos sólidos, em um sistema operacional de 64bits, com processamento duplo de 2.6 Ghz e memória cachê M2 de 4Mb, não foi suficiente. Essa tentativa durou cerca de 22 horas e foi interrompido pelo sistema.

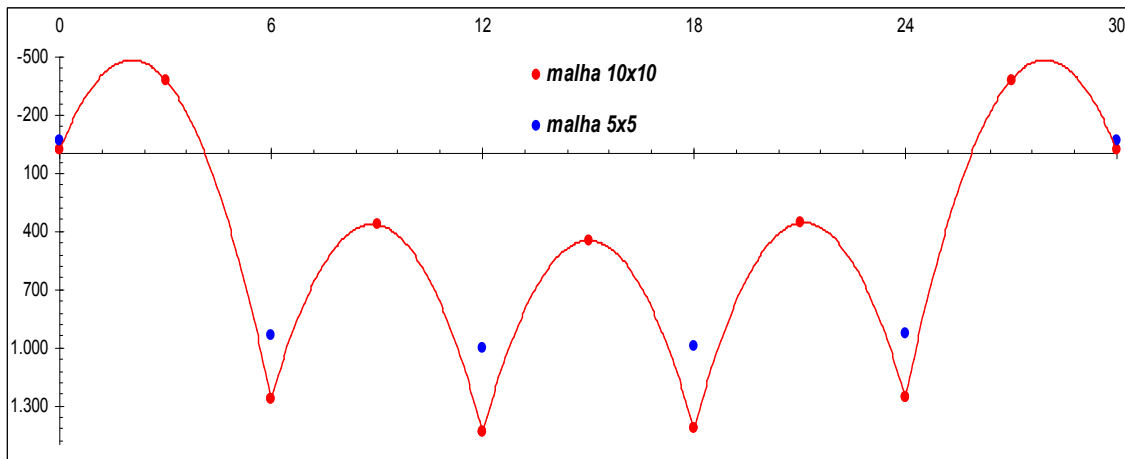


Figura 5-15 – Momento  $M_{11}$  (kNm/m) no eixo I do radier

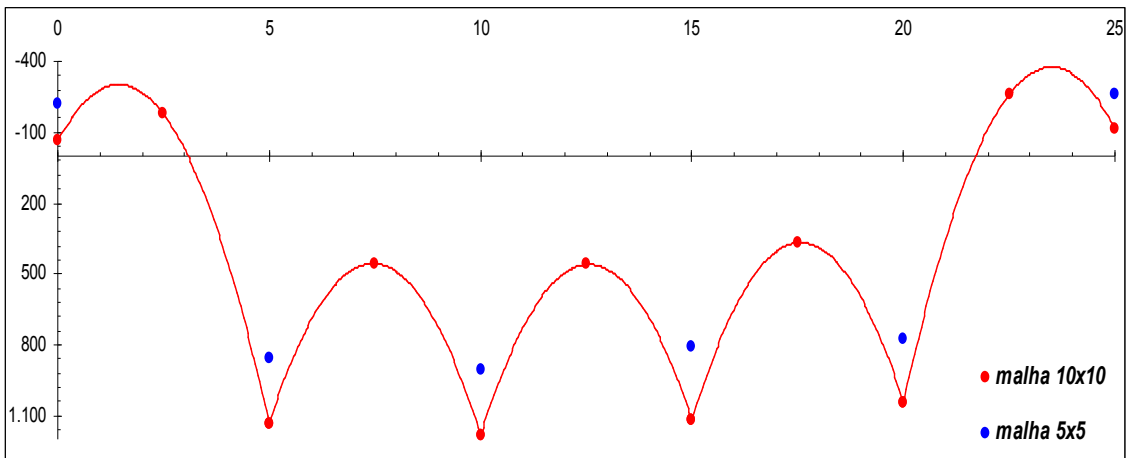


Figura 5-16 – Momento  $M_{22}$  (kNm/m) no eixo D do radier

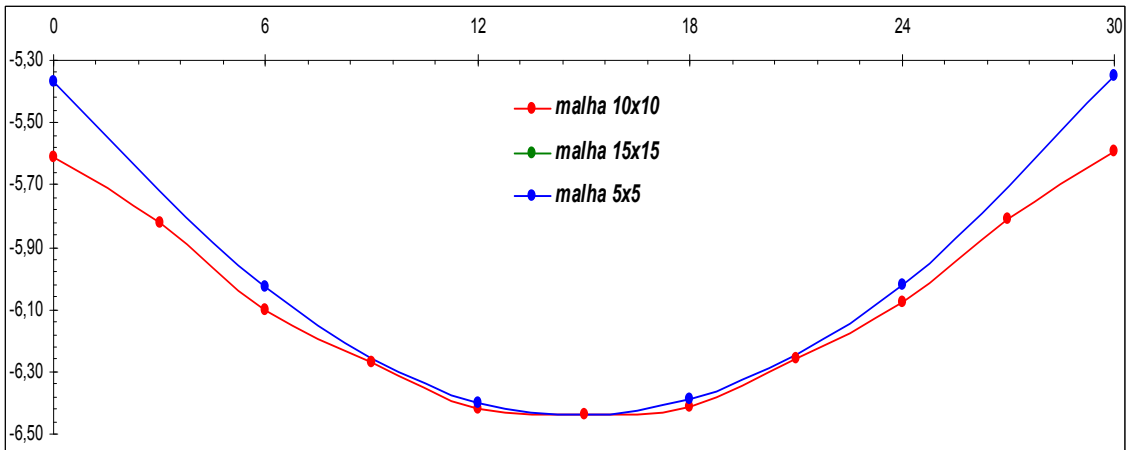


Figura 5-17 – Deslocamentos verticais  $\delta_v$  (cm) no eixo I do radier

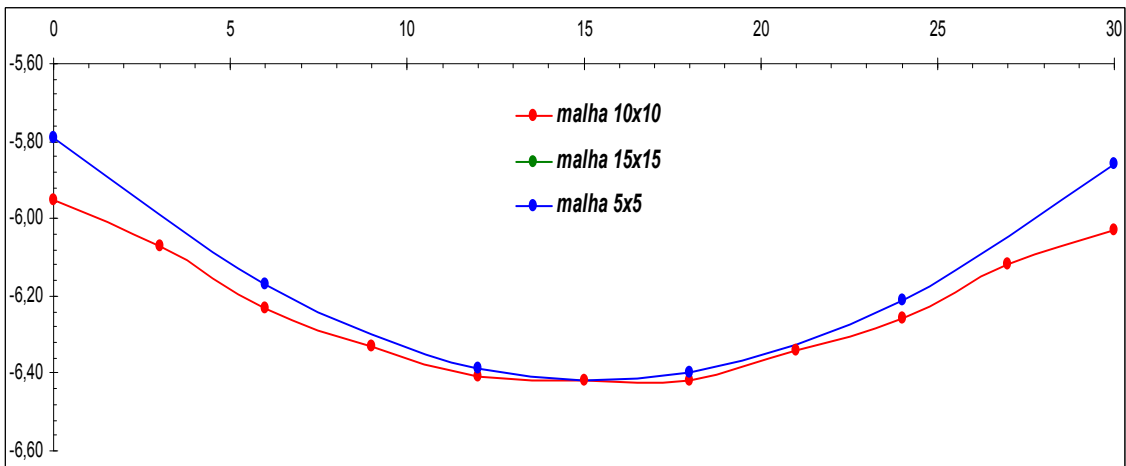


Figura 5-18 – Deslocamentos verticais  $\delta_v$  (cm) no eixo D do radier

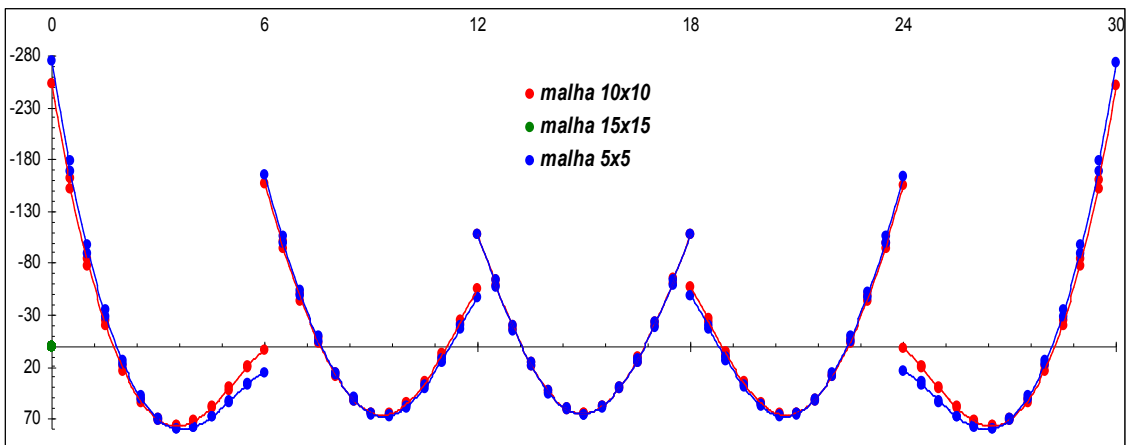


Figura 5-19 – Momentos Fletores  $M$  (kNm) na Viga V-7 (Eixo H) do 10º pavimento

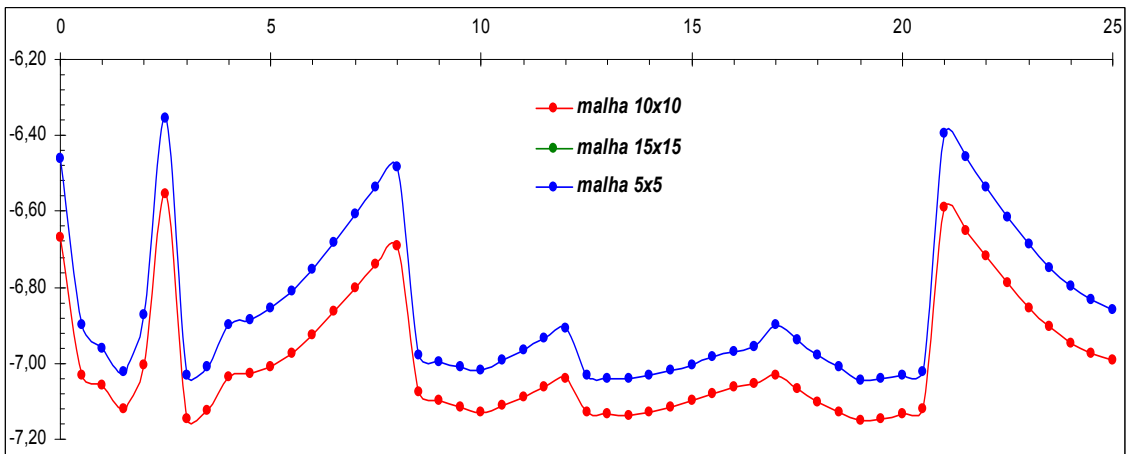


Figura 5-20 – Flechas globais  $\delta_v$  (cm) na Viga V-11 (Eixo B) do 10º pavimento

#### 5.4. Comparação entre malhas para o Caso 4 (Método das Diferenças Finitas)

Nesse caso foi utilizado o programa “Radier - MDF.bas” descrito em Santos [11] que se encontra no Anexo B, para a análise do radier de acordo com o Método das Diferenças Finitas. As análises foram feitas para malhas de até 10x10 divisões pelo fato do programa admitir malhas de até no máximo 14x18 divisões.



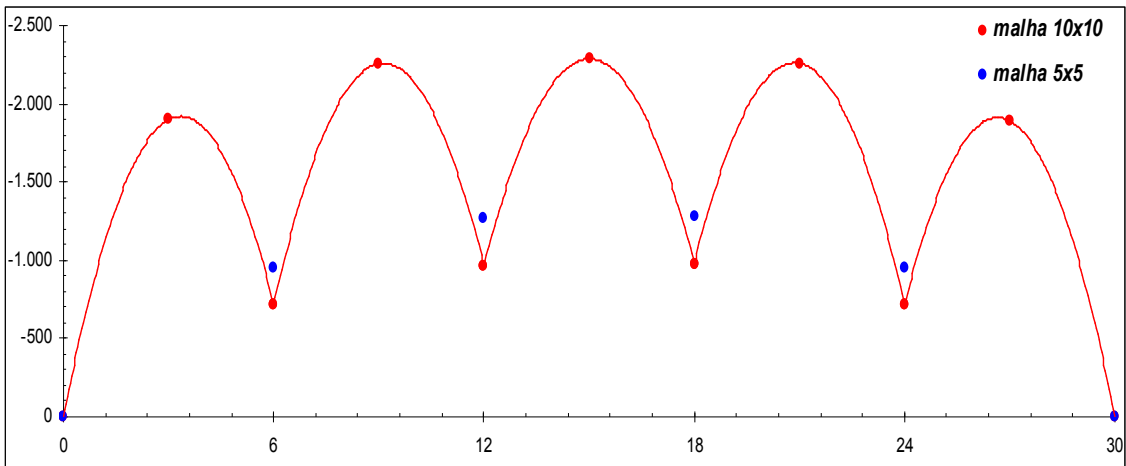


Figura 5-21 – Momento  $M_{11}$  (kNm/m) no eixo I do radier

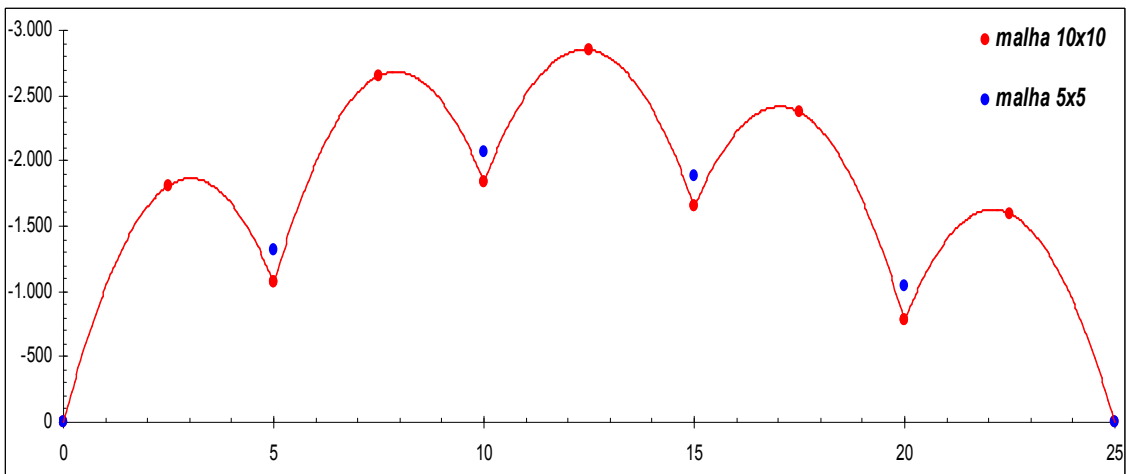


Figura 5-22 – Momento  $M_{22}$  (kNm/m) no eixo D do radier

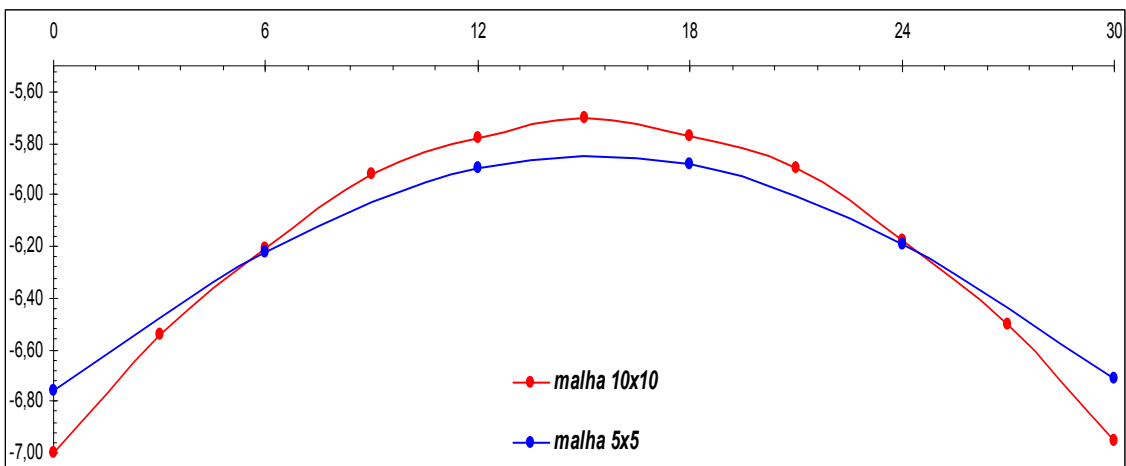


Figura 5-23 – Deslocamentos verticais  $\delta_v$  (cm) no eixo I do radier

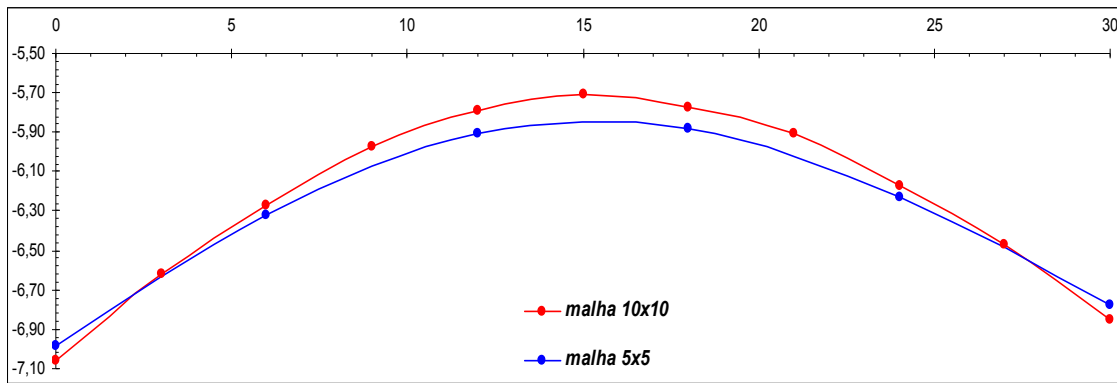


Figura 5-24 – Deslocamentos verticais  $\delta_v$  (cm) ) no eixo I do radier

### 5.5. Comparação entre os 4 Casos para malha 10x10

Devido à limitação imposta pelo processamento das malhas 15x15 do Caso 3 e do Caso 4, as comparações entre os métodos serão realizadas para a malha 10x10.

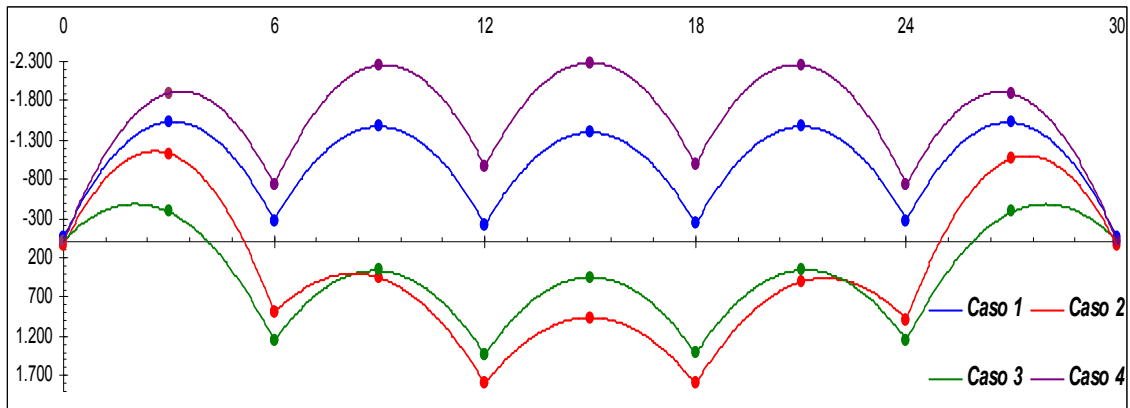


Figura 5-25 – Momento  $M_{11}$  (kNm/m) no eixo I do radier

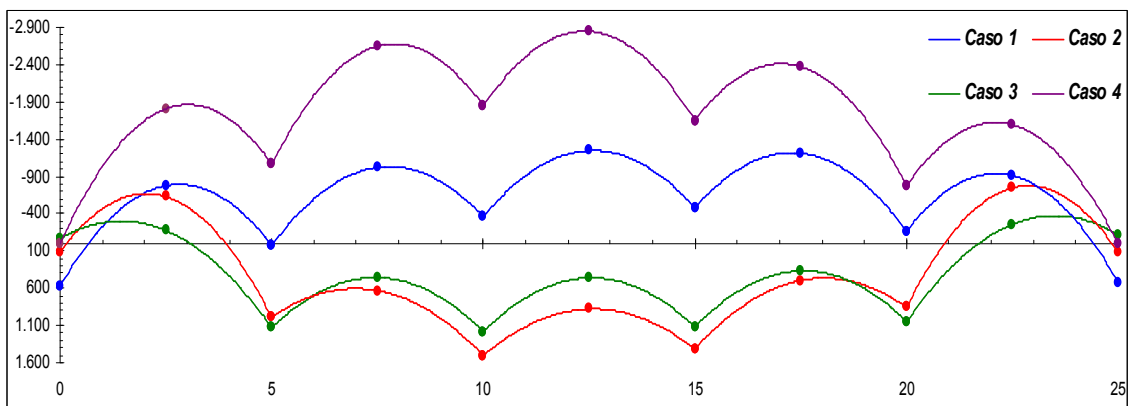


Figura 5-26 – Momento  $M_{22}$  (kNm/m) no eixo D do radier

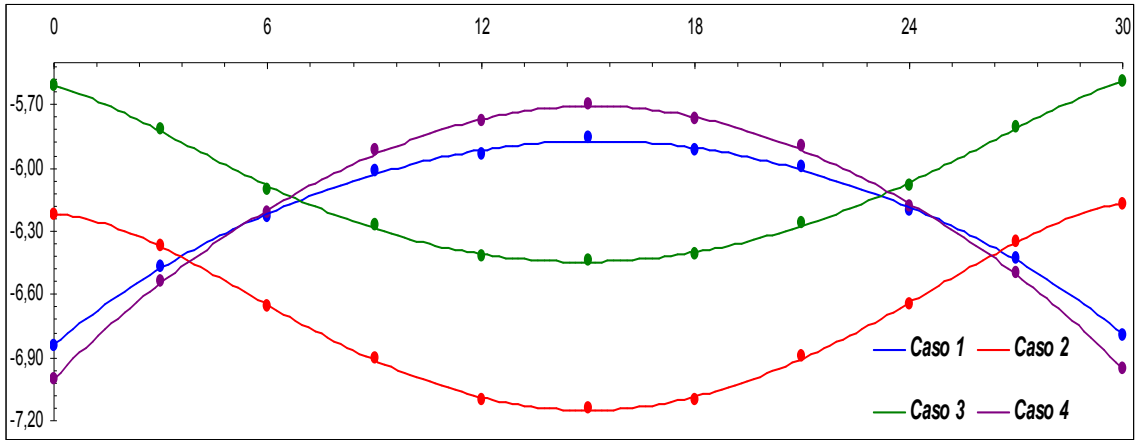


Figura 5-27 – Deslocamentos verticais  $\delta_v$  (cm) no eixo I do radier

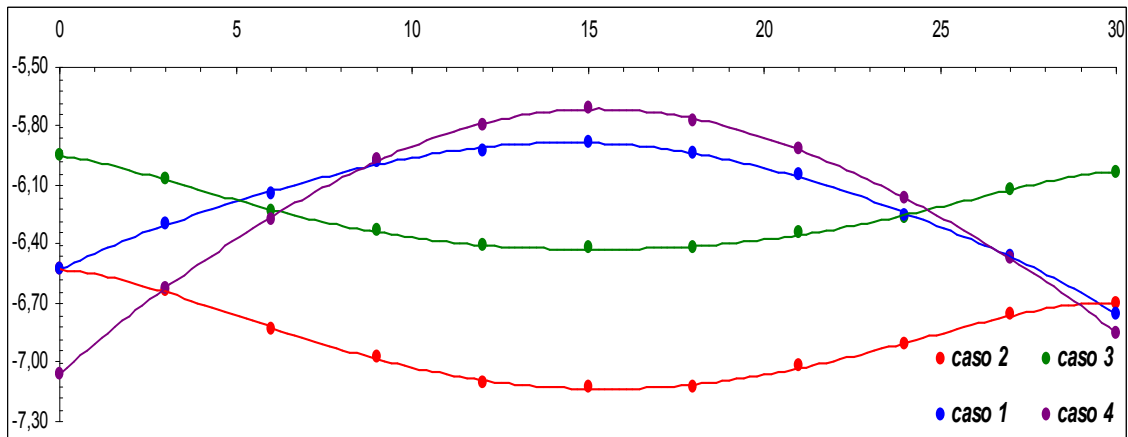


Figura 5-28 – Deslocamentos verticais  $\delta_v$  (cm) no eixo D do radier

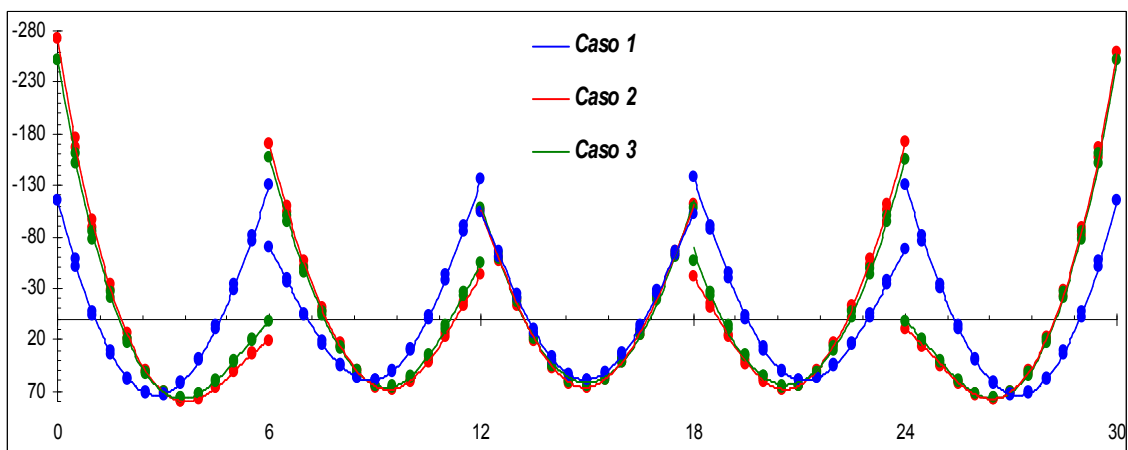


Figura 5-29 – Momentos Fletores  $M$  (kNm) na Viga V-7 (Eixo H) do 10º pavimento

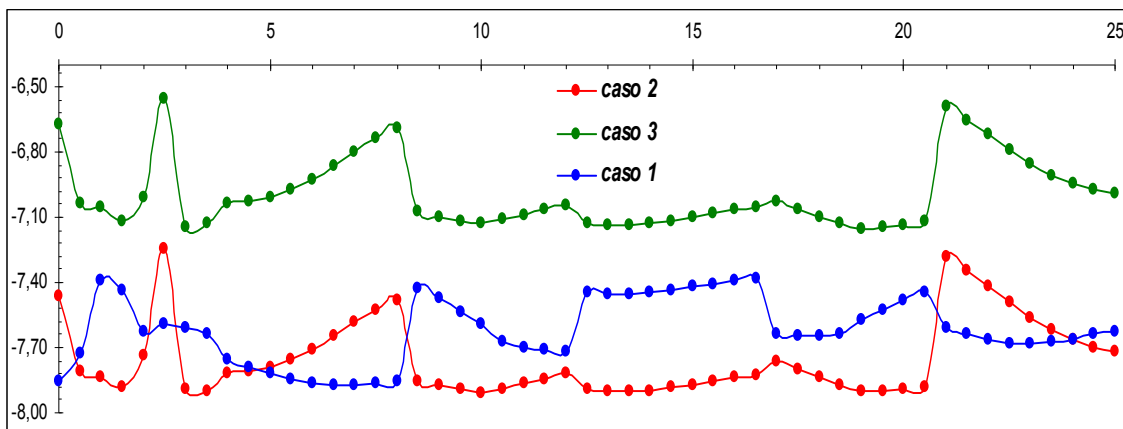


Figura 5-30 – Flechas globais  $\delta_v$  (cm) na Viga V-11 (Eixo B) do 10º pavimento

### 5.6. Análise dos casos estudados

Em todos os casos analisados, tanto os momentos fletores, os recalques e as flechas, tiveram uma boa convergência a partir de uma malha 15x15.

Para os momentos fletores na placa foi constatada a ocorrência de um aumento do “pico” dos momentos positivos nas regiões dos pilares, devido às cargas pontuais, que causam deslocamentos tendendo ao infinito em elementos de placa. Esta situação pode ser resolvida de duas formas: obtendo o valor no ponto onde fica aproximadamente o contorno do pilar no elemento finito ou discretizar a malha do radier em elementos finitos na dimensão da seção dos pilares, para ser obtido o valor na extremidade desse elemento.

De uma forma geral, na comparação entre os 4 métodos, pode ser notado que o método de Hampshire-Velloso (Caso 2) se aproxima bem do método julgado mais realista para semiespaço elástico linear (Caso 3). A análise pela Hipótese de Winkler (Caso 1) se aproximou bastante do Método das Diferenças Finitas, assim como esperado, mas com valores distantes e em até alguns trechos se comportando de maneira inversa do que acontece na realidade, tanto para momentos como para flechas.

Para o radier foi observado o seguinte:

- os momentos fletores para a Hipótese de Winkler (Caso 1) e para o MDF (Caso 4), se mantém negativos e praticamente constante ao longo da placa, e para os outros dois casos, os momentos são negativos nos extremos da placa e positivos no seu interior;

- os recalques para a Hipótese de Winkler (Caso 1) e para o MDF (Caso 4), apresentam-se máximos na extremidade da placa, e para os outros dois casos, apresentam-se máximos no interior da placa.

Para as vigas foi constatado:

- os momentos fletores para a Hipótese de Winkler (Caso 1), apresentam-se um pouco distante nos vãos extremos em relação aos dos outros dois métodos, e para o vão central, se comporta igual ao dos outros dois métodos;

- as flechas globais para a Hipótese de Winkler (Caso 1), ficaram com um aspecto inverso ao dos outros métodos.

## 6. ANÁLISE SIMPLIFICADA PARA DISTRIBUIÇÃO DOS COEFICIENTES DE MOLA DISTRIBUÍDOS PELA MATRIZ DE RIGIDEZ CONDENSADA DO SOLO (MÉTODO HAMPSHIRE-VELLOSO)

Podemos perceber, mesmo com o programa em Mathcad, que se encontra no Anexo A, a determinação dos coeficientes de molas de malhas muito discretizadas (acima de 30x30), ainda se torna inviável. Não só pela demanda de um grande tempo de processamento, mas também pelo fato de ser inviável a “transferência” manual dos valores dos coeficientes de mola do programa em Mathcad para um programa de análise estrutural por elementos finitos. Porém, pode-se fazer uma simplificação para o método que, para fins finais de solicitações e flechas, funciona muito bem.

Pode-se dividir o radier em estudo em uma malha simples, com processamento mais rápido e de fácil transferência, subdividindo essas seções em pequenas malhas. O objetivo é subdividir o coeficiente de mola de uma malha simples nessas pequenas áreas com proporcionalidade de pesos por área de influência, como o exemplo a seguir:

- **ETAPA 1** - Divisão do radier em malha “simples”:

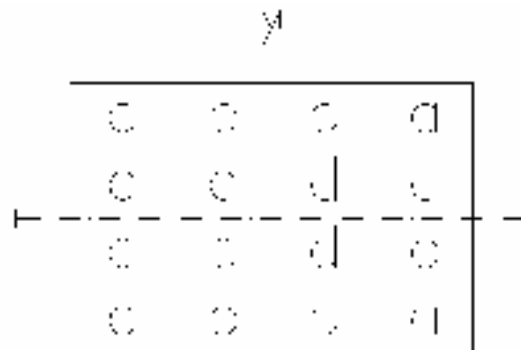


Figura 6-1 – Malha simples do radier

- **ETAPA 2** – Análise pelo programa “coef. molas.xmed” para a malha “simples”:

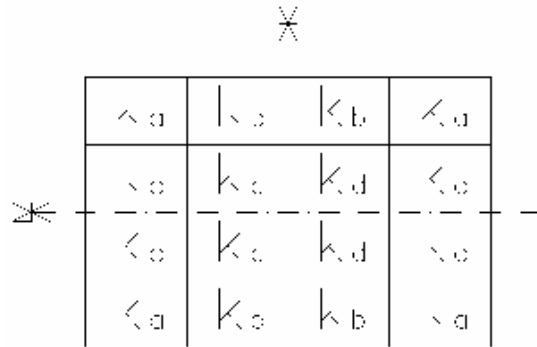


Figura 6-2 – Coeficientes de mola para malha simples do radier

- **ETAPA 3** - Divisão da malha “simples” em malha refinada

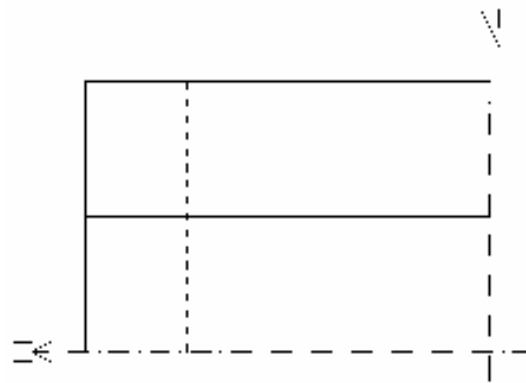


Figura 6-3 –Malha simples do radier refinada

- **ETAPA 4** – Subdivisão dos coeficientes de mola da malha “simples” na malha discretizada, em função dos pesos das áreas de influência:

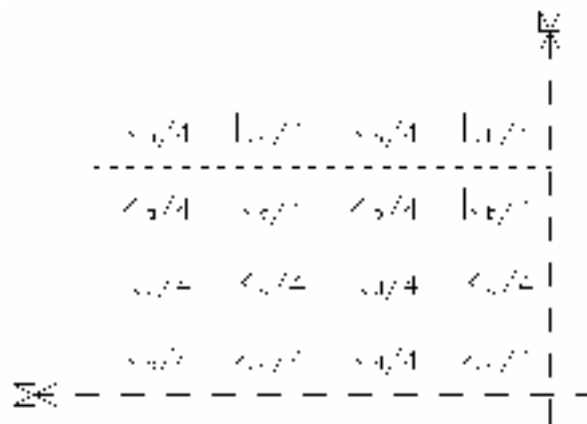


Figura 6-4 –Coeficientes de mola para malha refinada do radier

## 7. DIMENSIONAMENTO DO RADIER

Todas as verificações ligadas ao Estado Limite Último e ao Estado Limite de Serviço serão feitas para o Caso 2 (metodologia de Hampshire-Velloso). Para a verificação das pressões de contato, do puncionamento e do cálculo das armaduras serão consideradas as solicitações da combinação ELU2, por apresentar as solicitações máximas no ELU. Para a verificação da flecha, serão consideradas as da combinação ELS3 por apresentar as flechas máximas no ELS.

### 7.1. Verificação das pressões de contato (pressão no solo)

Para verificação das pressões de contato, foi calculada a tensão na pior situação de carregamento, que nesse caso foi para a região do pilar P8 do carregamento ELS3 do ELS, para a malha de 5x5 divisões. Para a tensão admissível foi considerada a tensão básica do solo da Tabela 7.1, conforme NBR 6122/1996.

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{b \cdot d} = \frac{7574,6kN}{6m \times 5m} = 0,252MPa \quad (7-1)$$

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_0 = 0,4MPa \quad (\text{OK!}) \quad (7-2)$$

onde:

$N$  - reação vertical máxima na mola de apoio

$b \cdot d$  - área de influência para  $N$

Tabela 7-1 – Pressões Básicas para diferentes classes de solo, segundo NBR 6122/1996

Classe	Descrição	Valores (kPa)
1	Rochas sólidas, maciças, sem interrupção ou sinal de decomposição	10,0
2	Rochas laminadas, com pequenas fissuras, estratificadas	1,0
3	Rochas alteradas ou em decomposição	ver nota c)
4	Solos granulares bem compactados - não saturados	1,0
5	Solos pedregulhosos compactados e muito compactados	0,8
6	Solos pedregulhosos fofos	0,3
7	Areias muito compactas	0,5
8	Areias compactas	0,4
9	Areias moderadamente compactas	0,3
10	Argilas duras	0,3
11	Argilas rijas	0,2
12	Argilas médias	0,1
13	Siltes rijos (muito compactos)	0,3
14	Siltes rijos (compactos)	0,2
15	Siltes médios (moderadamente compactos)	0,1

## 7.2. Verificação da Flecha

De acordo com a Tabela 13.2. “Limites para deslocamentos” da NBR6118/2003, a flecha máxima para “efeitos estruturais em serviço” em “pavimentos que devam permanecer planos” são os seguintes: a flecha limite para deslocamento total (combinação ELS3 do ELS) é de  $l/250$ , e para deslocamento logo após a construção (carregamento permanente sem ponderação – combinação PERMANENTE) é de  $l/600$ .

A maior flecha relativa obtida no radier no sentido X para a combinação ELS3, foi para o eixo D:

$$\delta_{\max} = \frac{0,0721 - 0,0618}{30} = 0,0003433 \cong \frac{1}{3000} \quad (7-3)$$

$$\delta_{\lim} = \frac{30}{350} \cong \frac{1}{12} \quad (7-4)$$

$$\delta_{\max} \leq \delta_{\lim} \quad (\text{OK!}) \quad (7-5)$$

A maior flecha relativa obtida no radier no sentido Y para a combinação ELS3, foi para o eixo I:

$$\delta_{\max} = \frac{0,0720 - 0,0658}{25} = 0,000248 \cong \frac{1}{4000} \quad (7-6)$$

$$\delta_{\lim} = \frac{25}{350} \cong \frac{1}{14} \quad (7-7)$$

$$\delta_{\max} \leq \delta_{\lim} \quad (\text{OK!}) \quad (7-8)$$

A maior flecha relativa obtida no radier no sentido X para a combinação PERMANENTE, foi para o eixo D:

$$\delta_{\max} = \frac{0,0683 - 0,0576}{30} = 0,000357 \cong \frac{1}{2800} \quad (7-9)$$

$$\delta_{\lim} = \frac{30}{600} = \frac{1}{20} \quad (7-10)$$

$$\delta_{\max} \leq \delta_{\lim} \quad (\text{OK!}) \quad (7-11)$$

A maior flecha relativa obtida no radier no sentido Y para a combinação PERMANENTE, foi para o eixo I:

$$\delta_{\max} = \frac{0,0680 - 0,0617}{25} = 0,000252 \cong \frac{1}{4000} \quad (7-12)$$

$$\delta_{\lim} = \frac{25}{600} = \frac{1}{24} \quad (7-13)$$



$$\delta_{\max} \leq \delta_{\lim} \quad (\text{OK!}) \quad (7-14)$$

### 7.3. Verificação do Puncionamento

Segundo Carvalho e Pinheiro [10], o princípio básico do puncionamento se baseia na verificação do cisalhamento em superfícies críticas perpendiculares ao plano médio de placas (superfícies de controle), obtidas pela multiplicação da altura da laje por um perímetro (contorno) crítico definido pela NBR 6118. As tensões atuantes nessas superfícies são comparadas com tensões resistentes para cada uma, para as situações de ligações sem e com armadura de punção. Segundo a NBR 6118, a verificação compreende em cinco passos básicos: determinação dos contornos críticos; cálculo das tensões solicitantes (atuantes) de cálculo; cálculo das tensões resistentes, verificações para quando não for prevista armadura de punção; e verificações para quando for prevista armadura de punção.

#### 7.3.1. Verificação da compressão do concreto no perímetro C

A tensão de puncionamento de cálculo no contorno C é dada por:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u \cdot d} + \frac{k \cdot M_{Sd}}{W_p \cdot d} \leq \tau_{Rd2} \quad (7-15)$$

sendo:

$\tau_{Rd2}$  - tensão resistente

$u = 2 \cdot (a + b)$  - perímetro do contorno C

onde  $k$  é o coeficiente que fornece a parcela de  $M_{Sd}$  transmitida ao pilar por cisalhamento, que depende da relação  $C_1/C_2$  de acordo com a Tabela 7.2, onde  $C_1$  é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força e  $C_2$  a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força.

Tabela 7-2 – Coeficiente  $k$

$C_1/C_2$	0,5	1,0	2,0	3,0
$k$	0,45	0,60	0,70	0,80

O valor de  $W_p$  para pilares retangulares no contorno C é:

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 \cdot C_2 \quad (7-16)$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd} \quad (7-17)$$

### 7.3.2. Verificação da punção no contorno C' sem armadura de puncionamento

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u \cdot d} + \frac{k \cdot M_{Sd}}{W_p \cdot d} \leq \tau_{Rd1} \quad (7-18)$$

sendo:

$\tau_{Rd2}$  - tensão resistente

$u = 2 \cdot (a + b) + 2 \cdot \pi \cdot (2 \cdot d)$  - perímetro do contorno C'

onde  $k$  é o mesmo calculado no item 7.3.1. e  $W_p$  para pilares retangulares no contorno C' é:

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 \cdot C_2 + 4 \cdot C_2 \cdot d + 16 \cdot d^2 + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot C_1 \quad (7-19)$$

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot \sqrt[3]{100 \cdot \rho \cdot f_{ck}} \quad (7-20)$$

### 7.3.3. Verificação da punção no contorno C' com armadura de puncionamento

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u \cdot d} + \frac{k \cdot M_{Sd}}{W_p \cdot d} \leq \tau_{Rd3} \quad (7-21)$$

sendo:

$\tau_{Rd3}$  - tensão resistente

$u = 2 \cdot (a + b) + 2 \cdot \pi \cdot (2 \cdot d)$  - perímetro do contorno C'

onde  $k$  e  $W_p$  são os mesmos calculados no item 7.3.1.

$$\tau_{Rd3} = 0,13 \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot \sqrt[3]{100 \cdot \rho \cdot f_{ck}} + 1,5 \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{yw} \cdot \text{sen} \alpha}{S_r \cdot u} \quad (7-22)$$

### 7.3.4. Verificação da punção no contorno C''

$$\tau''_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u'' \cdot d} + \frac{k \cdot M_{Sd}}{W'_p \cdot d} \leq \tau_{Rd1} \quad (7-23)$$

sendo:

$\tau_{Rd3}$  - tensão resistente

$u'' = 2 \cdot (a + b) + 2 \cdot \pi \cdot (4 \cdot d)$  - perímetro do contorno C'

### 7.3.5. Tabelas para conferência do punctionamento

Tabela 7-3 – Dados iniciais para os cálculos da verificação ao punctionamento

a (m)	b (m)	h (m)	cob (m)	d (m)	f <sub>ck</sub> (MPa)	A <sub>s_x</sub> (cm <sup>2</sup> /m)	A <sub>s_y</sub> (cm <sup>2</sup> /m)	ρ <sub>x</sub>	ρ <sub>y</sub>	ρ	A <sub>sw</sub> (cm)	S <sub>r</sub> (cm)	f <sub>ywd</sub> (Mpa)
0,40	1,00	1,30	0,06	1,24	30	20,00	30,00	0,0016	0,0024	0,0020	7,00	10,00	250

Tabela 7-4 – Verificação da compressão no concreto no perímetro C

Pilar	Posição	Combi- nação	F <sub>d</sub> (kN)	M <sub>d x</sub> (kNm)	M <sub>d y</sub> (kNm)	u (m²)	C <sub>1</sub> (m)	C <sub>2</sub> (m)	C <sub>1</sub> /C <sub>2</sub>	k	W <sub>p</sub>	T <sub>sd</sub> (kPa)	T <sub>Rd2</sub> (kPa)	T <sub>sd</sub> <T <sub>Rd2</sub>
P1	de canto	ELU2	5.202	241	88	1,4	1,00	0,40	2,50	0,75	0,90	3.956	5.091	OK
P2	lateral em x	ELU2	6.721	227	51	2,4	1,00	0,40	2,50	0,75	0,90	3.020	5.091	OK
P3	lateral em x	ELU2	6.451	232	19	2,4	1,00	0,40	2,50	0,75	0,90	2.910	5.091	OK
P4	lateral em x	ELU2	6.427	232	54	2,4	1,00	0,40	2,50	0,75	0,90	2.900	5.091	OK
P5	lateral em x	ELU2	6.783	231	74	2,4	1,00	0,40	2,50	0,75	0,90	3.049	5.091	OK
P6	de canto	ELU2	5.000	146	129	1,4	1,00	0,40	2,50	0,75	0,90	3.730	5.091	OK
P7	lateral em y	ELU2	6.453	1.329	171	1,8	1,00	0,40	2,50	0,75	0,90	4.740	5.091	OK
P8	interno	ELU2	7.673	240	88	2,8	1,00	0,40	2,50	0,75	0,90	2.970	5.091	OK
P9	interno	ELU2	7.432	254	34	2,8	1,00	0,40	2,50	0,75	0,90	2.895	5.091	OK
P10	interno	ELU2	7.362	258	57	2,8	1,00	0,40	2,50	0,75	0,90	2.873	5.091	OK
P11	interno	ELU2	7.706	256	95	2,8	1,00	0,40	2,50	0,75	0,90	2.995	5.091	OK
P12	lateral em y	ELU2	6.003	184	148	1,8	1,00	0,40	2,50	0,75	0,90	3.524	5.091	OK
P13	lateral em y	ELU2	5.281	961	244	1,8	1,00	0,40	2,50	0,75	0,90	3.772	5.091	OK
P14	interno	ELU2	6.359	150	96	2,8	1,00	0,40	2,50	0,75	0,90	2.420	5.091	OK
P15	interno	ELU2	5.662	177	31	2,8	1,00	0,40	2,50	0,75	0,90	2.192	5.091	OK
P16	interno	ELU2	5.618	183	41	2,8	1,00	0,40	2,50	0,75	0,90	2.181	5.091	OK
P17	interno	ELU2	6.411	169	95	2,8	1,00	0,40	2,50	0,75	0,90	2.455	5.091	OK
P18	lateral em y	ELU2	4.908	180	138	1,8	1,00	0,40	2,50	0,75	0,90	2.906	5.091	OK
P19	lateral em y	ELU2	5.718	93	172	1,8	0,40	1,00	0,40	0,45	0,48	3.372	5.091	OK
P20	interno	ELU2	6.728	50	96	2,8	0,40	1,00	0,40	0,45	0,48	2.518	5.091	OK
P21	interno	ELU2	5.678	47	35	2,8	1,00	0,40	2,50	0,75	0,90	2.088	5.091	OK
P22	interno	ELU2	5.638	52	34	2,8	1,00	0,40	2,50	0,75	0,90	2.078	5.091	OK
P23	interno	ELU2	6.826	68	77	2,8	0,40	1,00	0,40	0,45	0,48	2.535	5.091	OK
P24	lateral em y	ELU2	5.314	73	136	1,8	0,40	1,00	0,40	0,45	0,48	3.111	5.091	OK
P25	lateral em y	ELU2	6.306	702	47	1,8	1,00	0,40	2,50	0,75	0,90	4.130	5.091	OK
P26	interno	ELU2	7.553	64	101	2,8	0,40	1,00	0,40	0,45	0,48	2.820	5.091	OK
P27	interno	ELU2	7.275	61	50	2,8	1,00	0,40	2,50	0,75	0,90	2.676	5.091	OK
P28	interno	ELU2	7.212	55	37	2,8	1,00	0,40	2,50	0,75	0,90	2.648	5.091	OK
P29	interno	ELU2	7.671	48	72	2,8	0,40	1,00	0,40	0,45	0,48	2.835	5.091	OK
P30	lateral em y	ELU2	5.909	5	123	1,8	0,40	1,00	0,40	0,45	0,48	3.432	5.091	OK
P31	de canto	ELU2	4.827	109	229	1,4	0,40	1,00	0,40	0,45	0,48	3.700	5.091	OK
P32	lateral em x	ELU2	6.234	145	81	2,4	1,00	0,40	2,50	0,75	0,90	2.746	5.091	OK
P33	lateral em x	ELU2	5.973	144	49	2,4	1,00	0,40	2,50	0,75	0,90	2.635	5.091	OK
P34	lateral em x	ELU2	5.956	141	22	2,4	1,00	0,40	2,50	0,75	0,90	2.625	5.091	OK
P35	lateral em x	ELU2	6.315	140	43	2,4	1,00	0,40	2,50	0,75	0,90	2.776	5.091	OK
P36	de canto	ELU2	4.598	70	85	1,4	0,40	1,00	0,40	0,45	0,48	3.398	5.091	OK

Tabela 7-5 – Verificação da punção no contorno C' sem armadura de punção

Pilar	Posição	Combi- nação	F <sub>d</sub> (kN)	M <sub>d x</sub> (kNm)	M <sub>d y</sub> (kNm)	u' (m <sup>2</sup> )	C <sub>1</sub> (m)	C <sub>2</sub> (m)	C <sub>1</sub> /C <sub>2</sub>	k	W' <sub>p</sub>	T <sub>sd</sub> (kPa)	T <sub>Rd1</sub> (kPa)	T <sub>sd</sub> <T <sub>Rd1</sub>
P1	de canto	ELU2	5.202	241	88	4,5	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	1.173	368	Não Passa
P2	lateral em x	ELU2	6.721	227	51	8,6	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	795	368	Não Passa
P3	lateral em x	ELU2	6.451	232	19	8,6	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	763	368	Não Passa
P4	lateral em x	ELU2	6.427	232	54	8,6	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	760	368	Não Passa
P5	lateral em x	ELU2	6.783	231	74	8,6	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	802	368	Não Passa
P6	de canto	ELU2	5.000	146	129	4,5	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	1.124	368	Não Passa
P7	lateral em y	ELU2	6.453	1.329	171	8,0	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	854	368	Não Passa
P8	interno	ELU2	7.673	240	88	15,2	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	516	368	Não Passa
P9	interno	ELU2	7.432	254	34	15,2	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	500	368	Não Passa
P10	interno	ELU2	7.362	258	57	15,2	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	496	368	Não Passa
P11	interno	ELU2	7.706	256	95	15,2	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	519	368	Não Passa
P12	lateral em y	ELU2	6.003	184	148	8,0	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	762	368	Não Passa
P13	lateral em y	ELU2	5.281	961	244	8,0	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	695	368	Não Passa
P14	interno	ELU2	6.359	150	96	15,2	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	426	368	Não Passa
P15	interno	ELU2	5.662	177	31	15,2	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	381	368	Não Passa
P16	interno	ELU2	5.618	183	41	15,2	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	378	368	Não Passa
P17	interno	ELU2	6.411	169	95	15,2	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	430	368	Não Passa
P18	lateral em y	ELU2	4.908	180	138	8,0	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	624	368	Não Passa
P19	lateral em y	ELU2	5.718	93	172	8,0	0,40	1,00	0,40	0,45	22,6	724	368	Não Passa
P20	interno	ELU2	6.728	50	96	15,2	0,40	1,00	0,40	0,45	22,6	448	368	Não Passa
P21	interno	ELU2	5.678	47	35	15,2	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	378	368	Não Passa
P22	interno	ELU2	5.638	52	34	15,2	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	375	368	Não Passa
P23	interno	ELU2	6.826	68	77	15,2	0,40	1,00	0,40	0,45	22,6	454	368	Não Passa
P24	lateral em y	ELU2	5.314	73	136	8,0	0,40	1,00	0,40	0,45	22,6	672	368	Não Passa
P25	lateral em y	ELU2	6.306	702	47	8,0	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	816	368	Não Passa
P26	interno	ELU2	7.553	64	101	15,2	0,40	1,00	0,40	0,45	22,6	503	368	Não Passa
P27	interno	ELU2	7.275	61	50	15,2	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	484	368	Não Passa
P28	interno	ELU2	7.212	55	37	15,2	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	480	368	Não Passa
P29	interno	ELU2	7.671	48	72	15,2	0,40	1,00	0,40	0,45	22,6	510	368	Não Passa
P30	lateral em y	ELU2	5.909	5	123	8,0	0,40	1,00	0,40	0,45	22,6	747	368	Não Passa
P31	de canto	ELU2	4.827	109	229	4,5	0,40	1,00	0,40	0,45	22,6	1.086	368	Não Passa
P32	lateral em x	ELU2	6.234	145	81	8,6	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	735	368	Não Passa
P33	lateral em x	ELU2	5.973	144	49	8,6	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	704	368	Não Passa
P34	lateral em x	ELU2	5.956	141	22	8,6	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	702	368	Não Passa
P35	lateral em x	ELU2	6.315	140	43	8,6	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	744	368	Não Passa
P36	de canto	ELU2	4.598	70	85	4,5	0,40	1,00	0,40	0,45	22,6	1.031	368	Não Passa

Como as tensões no contorno C' não passam, foi preciso colocar armadura de puncionamento, conforme Tabela 7.6.

Tabela 7-6 – Verificação da punção no contorno C' com armadura de punção

Pilar	Posição	Combi- nação	F <sub>d</sub> (kN)	M <sub>d x</sub> (kNm)	M <sub>d y</sub> (kNm)	u' (m <sup>2</sup> )	C <sub>1</sub> (m)	C <sub>2</sub> (m)	C <sub>1</sub> /C <sub>2</sub>	k	W' <sub>p</sub>	T <sub>Sd</sub> (kPa)	T <sub>Rd3</sub> (kPa)	T <sub>Sd</sub> <T <sub>Rd3</sub>
P1	de canto	ELU2	5.202	241	88	4,51	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	1.173	1.380	OK
P2	lateral em x	ELU2	6.721	227	51	8,62	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	795	897	OK
P3	lateral em x	ELU2	6.451	232	19	8,62	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	763	897	OK
P4	lateral em x	ELU2	6.427	232	54	8,62	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	760	897	OK
P5	lateral em x	ELU2	6.783	231	74	8,62	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	802	897	OK
P6	de canto	ELU2	5.000	146	129	4,51	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	1.124	1.380	OK
P7	lateral em y	ELU2	6.453	1.329	171	8,02	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	854	937	OK
P8	interno	ELU2	7.673	240	88	15,24	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	516	667	OK
P9	interno	ELU2	7.432	254	34	15,24	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	500	667	OK
P10	interno	ELU2	7.362	258	57	15,24	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	496	667	OK
P11	interno	ELU2	7.706	256	95	15,24	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	519	667	OK
P12	lateral em y	ELU2	6.003	184	148	8,02	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	762	937	OK
P13	lateral em y	ELU2	5.281	961	244	8,02	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	695	937	OK
P14	interno	ELU2	6.359	150	96	15,24	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	426	667	OK
P15	interno	ELU2	5.662	177	31	15,24	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	381	667	OK
P16	interno	ELU2	5.618	183	41	15,24	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	378	667	OK
P17	interno	ELU2	6.411	169	95	15,24	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	430	667	OK
P18	lateral em y	ELU2	4.908	180	138	8,02	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	624	937	OK
P19	lateral em y	ELU2	5.718	93	172	8,02	0,40	1,00	0,40	0,45	22,6	724	937	OK
P20	interno	ELU2	6.728	50	96	15,24	0,40	1,00	0,40	0,45	22,6	448	667	OK
P21	interno	ELU2	5.678	47	35	15,24	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	378	667	OK
P22	interno	ELU2	5.638	52	34	15,24	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	375	667	OK
P23	interno	ELU2	6.826	68	77	15,24	0,40	1,00	0,40	0,45	22,6	454	667	OK
P24	lateral em y	ELU2	5.314	73	136	8,02	0,40	1,00	0,40	0,45	22,6	672	937	OK
P25	lateral em y	ELU2	6.306	702	47	8,02	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	816	937	OK
P26	interno	ELU2	7.553	64	101	15,24	0,40	1,00	0,40	0,45	22,6	503	667	OK
P27	interno	ELU2	7.275	61	50	15,24	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	484	667	OK
P28	interno	ELU2	7.212	55	37	15,24	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	480	667	OK
P29	interno	ELU2	7.671	48	72	15,24	0,40	1,00	0,40	0,45	22,6	510	667	OK
P30	lateral em y	ELU2	5.909	5	123	8,02	0,40	1,00	0,40	0,45	22,6	747	937	OK
P31	de canto	ELU2	4.827	109	229	4,51	0,40	1,00	0,40	0,45	22,6	1.086	1.380	OK
P32	lateral em x	ELU2	6.234	145	81	8,62	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	735	897	OK
P33	lateral em x	ELU2	5.973	144	49	8,62	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	704	897	OK
P34	lateral em x	ELU2	5.956	141	22	8,62	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	702	897	OK
P35	lateral em x	ELU2	6.315	140	43	8,62	1,00	0,40	2,50	0,75	24,4	744	897	OK
P36	de canto	ELU2	4.598	70	85	4,51	0,40	1,00	0,40	0,45	22,6	1.031	1.380	OK

Tabela 7-7 – Verificação da punção no contorno C'' sem armadura de punção

Pilar	Posição	Combi-nação	F <sub>d</sub> (kN)	M <sub>d x</sub> (kNm)	M <sub>d y</sub> (kNm)	u'' (m <sup>2</sup> )	C <sub>1</sub> (m)	C <sub>2</sub> (m)	C <sub>1</sub> /C <sub>2</sub>	k	W' <sub>p</sub>	T <sub>sd</sub> (kPa)	T <sub>Rd1</sub> (kPa)	T <sub>sd</sub> <T <sub>Rd1</sub>
P1	de canto	ELU2	5202	241	88	7,62	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	697	368	Não Passa
P2	lateral em x	ELU2	6721	227	51	14,84	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	465	368	Não Passa
P3	lateral em x	ELU2	6451	232	19	14,84	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	446	368	Não Passa
P4	lateral em x	ELU2	6427	232	54	14,84	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	445	368	Não Passa
P5	lateral em x	ELU2	6783	231	74	14,84	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	469	368	Não Passa
P6	de canto	ELU2	5000	146	129	7,62	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	667	368	Não Passa
P7	lateral em y	ELU2	6453	1329	171	14,24	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	499	368	Não Passa
P8	interno	ELU2	7673	240	88	27,68	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	287	368	OK
P9	interno	ELU2	7432	254	34	27,68	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	279	368	OK
P10	interno	ELU2	7362	258	57	27,68	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	277	368	OK
P11	interno	ELU2	7706	256	95	27,68	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	289	368	OK
P12	lateral em y	ELU2	6003	184	148	14,24	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	432	368	Não Passa
P13	lateral em y	ELU2	5281	961	244	14,24	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	404	368	Não Passa
P14	interno	ELU2	6359	150	96	27,68	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	237	368	OK
P15	interno	ELU2	5662	177	31	27,68	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	212	368	OK
P16	interno	ELU2	5618	183	41	27,68	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	211	368	OK
P17	interno	ELU2	6411	169	95	27,68	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	239	368	OK
P18	lateral em y	ELU2	4908	180	138	14,24	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	354	368	OK
P19	lateral em y	ELU2	5718	93	172	14,24	0,40	1,00	0,40	0,45	22,61	409	368	Não Passa
P20	interno	ELU2	6728	50	96	27,68	0,40	1,00	0,40	0,45	22,61	247	368	OK
P21	interno	ELU2	5678	47	35	27,68	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	209	368	OK
P22	interno	ELU2	5638	52	34	27,68	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	207	368	OK
P23	interno	ELU2	6826	68	77	27,68	0,40	1,00	0,40	0,45	22,61	251	368	OK
P24	lateral em y	ELU2	5314	73	136	14,24	0,40	1,00	0,40	0,45	22,61	380	368	Não Passa
P25	lateral em y	ELU2	6306	702	47	14,24	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	469	368	Não Passa
P26	interno	ELU2	7553	64	101	27,68	0,40	1,00	0,40	0,45	22,61	278	368	OK
P27	interno	ELU2	7275	61	50	27,68	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	267	368	OK
P28	interno	ELU2	7212	55	37	27,68	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	265	368	OK
P29	interno	ELU2	7671	48	72	27,68	0,40	1,00	0,40	0,45	22,61	281	368	OK
P30	lateral em y	ELU2	5909	5	123	14,24	0,40	1,00	0,40	0,45	22,61	422	368	Não Passa
P31	de canto	ELU2	4827	109	229	7,62	0,40	1,00	0,40	0,45	22,61	644	368	Não Passa
P32	lateral em x	ELU2	6234	145	81	14,84	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	429	368	Não Passa
P33	lateral em x	ELU2	5973	144	49	14,84	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	411	368	Não Passa
P34	lateral em x	ELU2	5956	141	22	14,84	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	410	368	Não Passa
P35	lateral em x	ELU2	6315	140	43	14,84	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	434	368	Não Passa
P36	de canto	ELU2	4598	70	85	7,62	0,40	1,00	0,40	0,45	22,61	611	368	Não Passa

Como as tensões no contorno C'' não passam, foi preciso colocar armadura de punção, conforme Tabela 7.8.

Tabela 7-8 – Verificação da punção no contorno C" com armadura de punção

Pilar	Posição	Combi- nação	F <sub>d</sub> (kN)	M <sub>d x</sub> (kNm)	M <sub>d y</sub> (kNm)	u" (m <sup>2</sup> )	C <sub>1</sub> (m)	C <sub>2</sub> (m)	C <sub>1</sub> /C <sub>2</sub>	k	W' <sub>p</sub>	T <sub>sd</sub> (kPa)	T <sub>Rd3</sub> (kPa)	T <sub>sd</sub> <T <sub>Rd3</sub>
P1	de canto	ELU2	5202	241	88	7,62	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	697	967	OK
P2	lateral em x	ELU2	6721	227	51	14,84	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	465	675	OK
P3	lateral em x	ELU2	6451	232	19	14,84	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	446	675	OK
P4	lateral em x	ELU2	6427	232	54	14,84	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	445	675	OK
P5	lateral em x	ELU2	6783	231	74	14,84	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	469	675	OK
P6	de canto	ELU2	5000	146	129	7,62	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	667	967	OK
P7	lateral em y	ELU2	6453	1329	171	14,24	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	499	688	OK
P8	interno	ELU2	7673	240	88	27,68	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	287	533	OK
P9	interno	ELU2	7432	254	34	27,68	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	279	533	OK
P10	interno	ELU2	7362	258	57	27,68	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	277	533	OK
P11	interno	ELU2	7706	256	95	27,68	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	289	533	OK
P12	lateral em y	ELU2	6003	184	148	14,24	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	432	688	OK
P13	lateral em y	ELU2	5281	961	244	14,24	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	404	688	OK
P14	interno	ELU2	6359	150	96	27,68	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	237	533	OK
P15	interno	ELU2	5662	177	31	27,68	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	212	533	OK
P16	interno	ELU2	5618	183	41	27,68	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	211	533	OK
P17	interno	ELU2	6411	169	95	27,68	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	239	533	OK
P18	lateral em y	ELU2	4908	180	138	14,24	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	354	688	OK
P19	lateral em y	ELU2	5718	93	172	14,24	0,40	1,00	0,40	0,45	22,61	409	688	OK
P20	interno	ELU2	6728	50	96	27,68	0,40	1,00	0,40	0,45	22,61	247	533	OK
P21	interno	ELU2	5678	47	35	27,68	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	209	533	OK
P22	interno	ELU2	5638	52	34	27,68	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	207	533	OK
P23	interno	ELU2	6826	68	77	27,68	0,40	1,00	0,40	0,45	22,61	251	533	OK
P24	lateral em y	ELU2	5314	73	136	14,24	0,40	1,00	0,40	0,45	22,61	380	688	OK
P25	lateral em y	ELU2	6306	702	47	14,24	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	469	688	OK
P26	interno	ELU2	7553	64	101	27,68	0,40	1,00	0,40	0,45	22,61	278	533	OK
P27	interno	ELU2	7275	61	50	27,68	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	267	533	OK
P28	interno	ELU2	7212	55	37	27,68	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	265	533	OK
P29	interno	ELU2	7671	48	72	27,68	0,40	1,00	0,40	0,45	22,61	281	533	OK
P30	lateral em y	ELU2	5909	5	123	14,24	0,40	1,00	0,40	0,45	22,61	422	688	OK
P31	de canto	ELU2	4827	109	229	7,62	0,40	1,00	0,40	0,45	22,61	644	967	OK
P32	lateral em x	ELU2	6234	145	81	14,84	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	429	675	OK
P33	lateral em x	ELU2	5973	144	49	14,84	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	411	675	OK
P34	lateral em x	ELU2	5956	141	22	14,84	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	410	675	OK
P35	lateral em x	ELU2	6315	140	43	14,84	1,00	0,40	2,50	0,75	24,39	434	675	OK
P36	de canto	ELU2	4598	70	85	7,62	0,40	1,00	0,40	0,45	22,61	611	967	OK



#### 7.4. Cálculo das armaduras

A seguir são apresentados os momentos  $M_{11}$  (kNm/m) para 1/4 da placa como na Figura 7.1, e os momentos  $M_{22}$  (kNm/m) também para 1/4 da placa como na Figura 7.2.

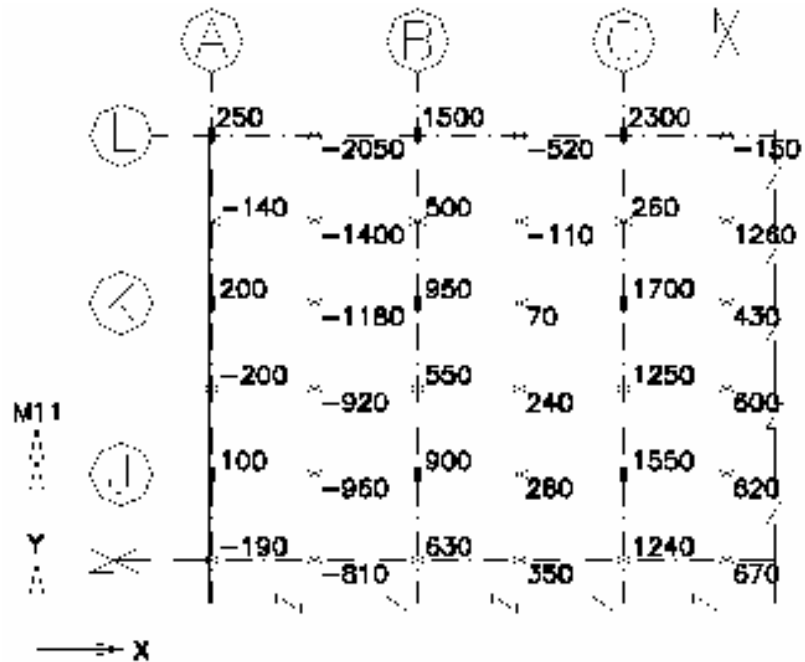


Figura 7-1 – Momentos  $M_{11}$  para 1/4 do Radier

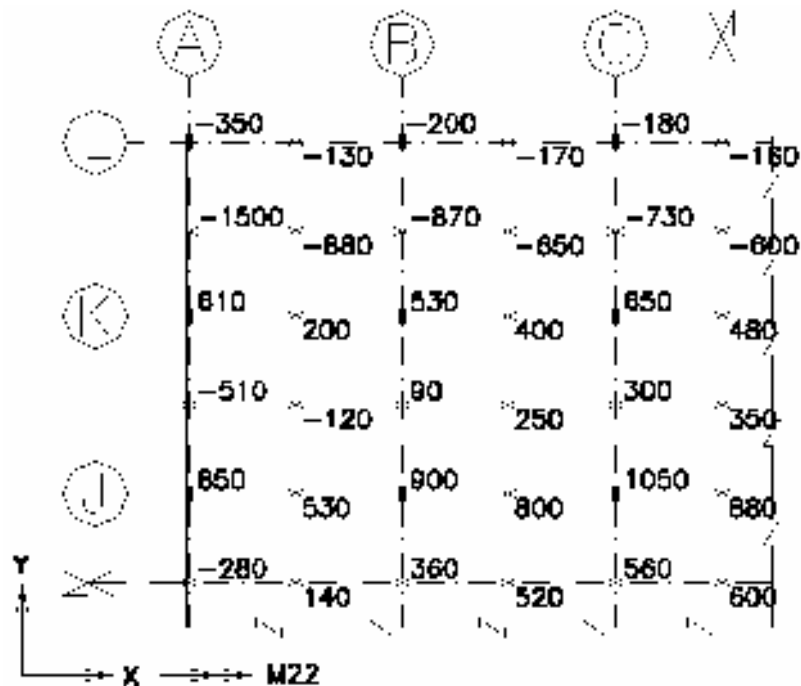


Figura 7-2 – Momentos  $M_{22}$  para 1/4 do Radier

Tabela 7-9 – Armadura de flexão na direção X para momentos  $M_{11}$ 

Pilar	$M_{d y} = M_{11}$ (kNm/m)	$k_{md}$	$k_x$	$k_z$	$A_s$ (cm <sup>2</sup> /m)	$A_s$ min (cm <sup>2</sup> /m)	$\phi_{barra}$ (mm)	$A_s$ cálculo
P1	250	0,012	0,018	0,993	5,8	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	-2.050	0,098	0,153	0,939	50,7	18,2	32	$\phi$ 32mm c/ 15cm
P2	1500	0,071	0,110	0,956	36,5	18,2	25	$\phi$ 25mm c/ 12,5cm
	-520	0,025	0,037	0,985	12,3	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
P3	2300	0,110	0,173	0,931	57,4	18,2	32	$\phi$ 32mm c/ 12,5cm
	-150	0,007	0,011	0,996	3,5	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	-140	0,007	0,010	0,996	3,3	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	-1400	0,067	0,102	0,959	33,9	18,2	25	$\phi$ 25mm c/ 12,5cm
	500	0,024	0,036	0,986	11,8	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	-110	0,005	0,008	0,997	2,6	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	260	0,012	0,018	0,993	6,1	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	1260	0,060	0,092	0,963	30,4	18,2	25	$\phi$ 25mm c/ 15cm
P7	200	0,010	0,014	0,994	4,7	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	-1180	0,056	0,086	0,966	28,4	18,2	25	$\phi$ 25mm c/ 15cm
P8	950	0,045	0,068	0,973	22,7	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 12,5cm
	70	0,003	0,005	0,998	1,6	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
P9	1700	0,081	0,125	0,950	41,6	18,2	32	$\phi$ 32mm c/ 17,5cm
	430	0,020	0,030	0,988	10,1	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	-200	0,010	0,014	0,994	4,7	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	-920	0,044	0,066	0,974	22,0	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 12,5cm
	550	0,026	0,039	0,984	13,0	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	240	0,011	0,017	0,993	5,6	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	1250	0,060	0,091	0,964	30,1	18,2	25	$\phi$ 25mm c/ 15cm
	600	0,029	0,043	0,983	14,2	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
P13	100	0,005	0,007	0,997	2,3	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	-960	0,046	0,069	0,972	22,9	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 12,5cm
P14	900	0,043	0,065	0,974	21,5	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 12,5cm
	280	0,013	0,020	0,992	6,6	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
P15	1550	0,074	0,114	0,955	37,7	18,2	25	$\phi$ 25mm c/ 12,5cm
	620	0,030	0,044	0,982	14,7	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	-190	0,009	0,013	0,995	4,4	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	-810	0,039	0,058	0,977	19,3	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	630	0,030	0,045	0,982	14,9	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	350	0,017	0,025	0,990	8,2	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	1240	0,059	0,090	0,964	29,9	18,2	25	$\phi$ 25mm c/ 15cm
	670	0,032	0,048	0,981	15,9	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm

Tabela 7-10 – Armadura de flexão na direção Y para momentos  $M_{22}$ 

Pilar	$M_{d y} = M_{22}$ (kNm/m)	$k_{md}$	$k_x$	$k_z$	$A_s$ (cm <sup>2</sup> /m)	$A_s \text{ min}$ (cm <sup>2</sup> /m)	$\phi_{\text{barra}}$ (mm)	$A_s \text{ cálculo}$
	-280	0,013	0,020	0,992	6,6	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
P13	850	0,040	0,061	0,976	20,2	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	-510	0,024	0,036	0,986	12,0	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
P7	610	0,029	0,043	0,983	14,4	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	-1500	0,071	0,110	0,956	36,5	18,2	25	$\phi$ 25mm c/ 12,5cm
P1	-350	0,017	0,025	0,990	8,2	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	140	0,007	0,010	0,996	3,3	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	530	0,025	0,038	0,985	12,5	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	-120	0,006	0,008	0,997	2,8	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	200	0,010	0,014	0,994	4,7	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	-880	0,042	0,063	0,975	21,0	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 12,5cm
	-130	0,006	0,009	0,996	3,0	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	360	0,017	0,025	0,990	8,4	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
P14	900	0,043	0,065	0,974	21,5	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 12,5cm
	90	0,004	0,006	0,997	2,1	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
P8	530	0,025	0,038	0,985	12,5	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	-870	0,041	0,062	0,975	20,7	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
P2	-200	0,010	0,014	0,994	4,7	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	520	0,025	0,037	0,985	12,3	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	800	0,038	0,057	0,977	19,0	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	250	0,012	0,018	0,993	5,8	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	400	0,019	0,028	0,989	9,4	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	-650	0,031	0,046	0,981	15,4	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	-170	0,008	0,012	0,995	4,0	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	560	0,027	0,040	0,984	13,2	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
P15	1050	0,050	0,076	0,970	25,2	18,2	25	$\phi$ 25mm c/ 17,5cm
	300	0,014	0,021	0,992	7,0	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
P9	650	0,031	0,046	0,981	15,4	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	-730	0,035	0,052	0,979	17,3	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
P3	-180	0,009	0,013	0,995	4,2	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	600	0,029	0,043	0,983	14,2	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	880	0,042	0,063	0,975	21,0	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 12,5cm
	350	0,017	0,025	0,990	8,2	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	480	0,023	0,034	0,986	11,3	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	-600	0,029	0,043	0,983	14,2	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm
	-160	0,008	0,011	0,995	3,7	18,2	20	$\phi$ 20mm c/ 15cm

## 8. CONCLUSÃO

O objetivo desse trabalho, primeiramente, foi de demonstrar os principais métodos de cálculo dos esforços no radier de uma estrutura, com o intuito de mostrar os pontos positivos e negativos de cada um e desmistificar a falsa impressão de que o seu cálculo possa ser dispendioso e complexo.

Na análise dos casos estudados, foi comprovada a validade da metodologia de Hampshire-Velloso (solo representado por coeficientes de mola distribuídos pela Matriz de Rigidez Condensada- Caso 2) se comparado com o modelo julgado o mais próximo do real para semi-espaco elástico linear (solo representado por sólidos pelo MEF – Caso 3), e a dispersão dos valores para o método baseado na hipótese de Winkler (Caso 1) e do Método das Diferenças Finitas.

## 9. BIBLIOGRAFIA

- [1] **ABNT, NBR 6118** – Projeto de estruturas de concreto – Procedimento, 2003.
- [2] **ABNT, NBR 6120** – Cargas para o cálculo de estruturas de edificações – Procedimento, 1980.
- [3] **ABNT, NBR 6122** – Projeto e execução de fundações – Procedimento, 1996.
- [4] **ABNT, NBR 6123** – Forças devidas a vento em edificações – Procedimento, 1988.
- [5] **ACI** - Design of slabs on grade, 360R-92, 1997
- [6] **ACI** - Suggested design procedures for combined footings and mats, Committee 436, 1966.
- [7] **Análise da influência do recalque das fundações superficiais na estrutura de um edifício** – Projeto final do curso de graduação em engenharia civil da UFRJ, Arai, Ana, outubro 2009.
- [8] **Análise de placas de fundação considerando a matriz de rigidez do solo condensada na superfície** – Artigo publicado para qualificação para doutorado Santos, Sérgio Hampshire de Carvalho e Velloso, Dirceu A.
- [9] **Beams on elastic foundation**, Hetényi, M.
- [10] **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado - vol.2** – Carvalho, Roberto Chust e Pinheiro, Libânio Miranda , 2009.
- [11] **Contribuição ao projeto de fundações em radier** - tese de conclusão do curso de Mestrado em engenharia civil pela COPPE/UFRJ - Santos, Mauro Jorge da Costa, 1987.
- [12] **Elastic analysis of soil-foudation interaction**, Selvadurai, A. P. S., 1979.
- [13] **Foundation analysis and design**, Bowles, J. E., 1988.
- [14] **Foundation vibration analysis using simple physical models** – Prentice Hall, Wolf, J. P., 1994.
- [15] **Fundações – Teoria e prática**, vários autores – ABMS/ABEF, PINI, 1996.
- [16] **Fundações - Volume 1**, Critérios de projeto – Investigação do subsolo – Fundações superficiais, Velloso, Dirceu A. e Lopes, Francisco R., 2004.
- [17] **Fundações de máquinas**, Hampshire, Sérgio H. de Carvalho Santos, 2009.
- [18] **Fundações de máquinas** – Dissertação de mestrado apresentada à Universidade Federal Fluminense (UFF), Carvalho, L. J., 1988.
- [19] **Projeto de estrutura de fundação em concreto do tipo radier** - Dissertação de conclusão do curso de mestrado em engenharia civil da UFAL, Dória, L.E.S., 2007.

- [20] **Propriedades mecânicas dos solos** – uma introdução ao projeto de fundações, Barata, F. E., 1984.
- [21] **SAP 2000** - Static and dynamic finite element analysis of structures, Computers and Structures, Inc., 1995.
- [22] **Theory of plates and shells**, Timoshenko, S. P. e Woinowsky-Krieger, S., 1959.
- [23] **Vibrations of soils and foundations**, Richart, F.E., Woods, R.D. e Hall Jr., J.R., 1970.

## 9. ANEXOS

### 9.1. ANEXO A

Será apresentado a seguir, um exemplo do arquivo “coef.molas.xmcd” desenvolvido no linguagem Mathcad14. Vale lembrar que arquivos em Matchcad, o corpo do programa é composto pela código fonte, dados de entrada e de saída todos juntos. As janelas amarelas são os dados de entrada e as cinzas são as de saída.

#### Dados Gerais

- do Radier:

Dimensão no eixo x:  $L := 30\text{m}$

Dimensão no eixo y:  $B := 25\text{m}$

Divisões no eixo x:  $\text{div}_L := 5$

Divisões no eixo y:  $\text{div}_B := 5$

- do Solo:

Coef. Poisson:  $\nu := 0.4$

Mod.Elasticidade:  $E := 70\text{MPa}$

Mod.Elastic.Transv.:  $G := \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} = 25.000 \cdot \text{MPa}$

- Condição Inicial:

$$\frac{L}{\text{div}_L} \geq \frac{B}{\text{div}_B} \quad \frac{L}{\text{div}_L} = 6\text{m} \quad \frac{B}{\text{div}_B} = 5\text{m}$$

#### Cálculo dos Coeficientes de Mola por Nó

ORIGIN := 1

```

k := i ← 1
      j ← 1
      for a ∈ 1..(div_L·div_B)
        x ← 1
        y ← 1
        for b ∈ 1..(div_L·div_B)
          if (i = x) ∧ (j = y)
            δxa,b ←  $\frac{2 - \nu}{G \cdot \left(\frac{B}{2 \cdot \text{div}_B}\right) \cdot \left[6.8 \cdot \left(\frac{L}{2 \cdot \text{div}_L}\right)^{0.65} \cdot \frac{B}{2 \cdot \text{div}_B} + 2.4\right]}$ 
            δya,b ←  $\frac{2 - \nu}{G \cdot \left(\frac{B}{2 \cdot \text{div}_B}\right) \cdot \left[6.8 \cdot \left(\frac{L}{2 \cdot \text{div}_L}\right)^{0.65} \cdot \frac{B}{2 \cdot \text{div}_B} + 0.8 \cdot \left(\frac{L}{2 \cdot \text{div}_L}\right) \cdot \frac{L}{2 \cdot \text{div}_B} + 1.6\right]}$ 

```

```

| | |  $\delta_{z_{a,b}} \leftarrow \frac{1 - \nu}{G \left( \frac{B}{2 \cdot \text{div}_B} \right) \cdot \left[ 3.1 \cdot \left( \frac{\frac{L}{2 \cdot \text{div}_L}}{\frac{B}{2 \cdot \text{div}_B}} \right)^{0.75} + 1.6 \right]}$ 
| | | otherwise
| | |  $d \leftarrow \sqrt{(i-x)^2 \cdot \left( \frac{B}{\text{div}_B} \right)^2 + (j-y)^2 \cdot \left( \frac{L}{\text{div}_L} \right)^2}$ 
| | |  $\delta_{x_{a,b}} \leftarrow \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot d \cdot G} \left[ 1 - \nu + \frac{(j-y)^2 \cdot \left( \frac{L}{\text{div}_L} \right)^2}{d^2} \cdot \nu \right]$ 
| | |  $\delta_{y_{a,b}} \leftarrow \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot d \cdot G} \left[ 1 - \nu + \frac{(j-y)^2 \cdot \left( \frac{B}{\text{div}_B} \right)^2}{d^2} \cdot \nu \right]$ 
| | |  $\delta_{z_{a,b}} \leftarrow \frac{1 - \nu}{2 \cdot \pi \cdot d \cdot G}$ 
| | | if y = div_L
| | | | x ← x + 1
| | | | y ← 0
| | | y ← y + 1
| | | if j = div_L
| | | | i ← i + 1
| | | | j ← 0
| | | j ← j + 1
|
|  $k_x \leftarrow \delta_x^{-1}$ 
|  $k_y \leftarrow \delta_y^{-1}$ 
|  $k_z \leftarrow \delta_z^{-1}$ 
| for a ∈ 1..(div_L·div_B)
| | SOMA_LINHAxa ← 0
| | SOMA_LINHAya ← 0
| | SOMA_LINHAza ← 0
| for a ∈ 1..(div_L·div_B)
| | for b ∈ 1..(div_L·div_B)
| | | SOMA_LINHAxa ← SOMA_LINHAxa + kxa,b
| | | SOMA_LINHAya ← SOMA_LINHAya + kya,b
| | | SOMA_LINHAza ← SOMA_LINHAza + kza,b
| t ← 1
| for i ∈ 1..div_B
| | for j ∈ 1..div_L

```



```

kkxi,j ← SOMA_LINHAxt
kkyi,j ← SOMA_LINHAyt
kkzi,j ← SOMA_LINHAzt
t ← t + 1
for i ∈ 1..(div_B + 1)
  for j ∈ 1..(div_L + 1)
    kkkxi,j ← 0
    kkkyi,j ← 0
    kkkzi,j ← 0
  for i ∈ 1..div_B
    for j ∈ 1..div_L
      kkkxi,j ← kkkxi,j +  $\frac{kk_{x_{i,j}}}{4}$ 
      kkkxi,j+1 ← kkkxi,j+1 +  $\frac{kk_{x_{i,j}}}{4}$ 
      kkkxi+1,j ← kkkxi+1,j +  $\frac{kk_{x_{i,j}}}{4}$ 
      kkkxi+1,j+1 ← kkkxi+1,j+1 +  $\frac{kk_{x_{i,j}}}{4}$ 
      kkkyi,j ← kkkyi,j +  $\frac{kk_{y_{i,j}}}{4}$ 
      kkkyi,j+1 ← kkkyi,j+1 +  $\frac{kk_{y_{i,j}}}{4}$ 
      kkkyi+1,j ← kkkyi+1,j +  $\frac{kk_{y_{i,j}}}{4}$ 
      kkkyi+1,j+1 ← kkkyi+1,j+1 +  $\frac{kk_{y_{i,j}}}{4}$ 
      kkkzi,j ← kkkzi,j +  $\frac{kk_{z_{i,j}}}{4}$ 
      kkkzi,j+1 ← kkkzi,j+1 +  $\frac{kk_{z_{i,j}}}{4}$ 
      kkkzi+1,j ← kkkzi+1,j +  $\frac{kk_{z_{i,j}}}{4}$ 

```

$$\begin{array}{l}
 \left| \begin{array}{l}
 \text{kkk}_{z_{i+1,j+1}} \leftarrow \text{kkk}_{z_{i+1,j+1}} + \frac{\text{kk}_{z_{i,j}}}{4} \\
 \mathbf{k} \leftarrow \text{augment}(\text{kkk}_x, \text{kkk}_y, \text{kkk}_z)
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

$$k_x := \text{submatrix}(\mathbf{k}, 1, \text{div}_B + 1, 1, \text{div}_L + 1)$$

$$k_y := \text{submatrix}(\mathbf{k}, 1, \text{div}_B + 1, \text{div}_L + 2, 2\text{div}_L + 2)$$

$$k_z := \text{submatrix}(\mathbf{k}, 1, \text{div}_B + 1, 2\text{div}_L + 3, 3\text{div}_L + 3)$$

$$K_x := \left\{ \begin{array}{l}
 \text{SOMA\_TUDO} \leftarrow 0 \\
 \text{for } a \in 1..(\text{div}_B + 1) \\
 \quad \text{for } b \in 1..(\text{div}_L + 1) \\
 \quad \quad \text{SOMA\_TUDO} \leftarrow \text{SOMA\_TUDO} + k_{x_{a,b}} \\
 \text{SOMA\_TUDO}
 \end{array} \right.$$

$$K_y := \left\{ \begin{array}{l}
 \text{SOMA\_TUDO} \leftarrow 0 \\
 \text{for } a \in 1..(\text{div}_B + 1) \\
 \quad \text{for } b \in 1..(\text{div}_L + 1) \\
 \quad \quad \text{SOMA\_TUDO} \leftarrow \text{SOMA\_TUDO} + k_{y_{a,b}} \\
 \text{SOMA\_TUDO}
 \end{array} \right.$$

$$K_z := \left\{ \begin{array}{l}
 \text{SOMA\_TUDO} \leftarrow 0 \\
 \text{for } a \in 1..(\text{div}_B + 1) \\
 \quad \text{for } b \in 1..(\text{div}_L + 1) \\
 \quad \quad \text{SOMA\_TUDO} \leftarrow \text{SOMA\_TUDO} + k_{z_{a,b}} \\
 \text{SOMA\_TUDO}
 \end{array} \right.$$

$$K_x = 2.002 \times 10^6 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$K_y = 2.132 \times 10^6 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$K_z = 2.687 \times 10^6 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$k_x = \left( \begin{array}{cccccc}
 3.736 \times 10^4 & 5.741 \times 10^4 & 4.105 \times 10^4 & 4.105 \times 10^4 & 5.741 \times 10^4 & 3.736 \times 10^4 \\
 6.258 \times 10^4 & 9.09 \times 10^4 & 5.908 \times 10^4 & 5.908 \times 10^4 & 9.09 \times 10^4 & 6.258 \times 10^4 \\
 4.988 \times 10^4 & 6.64 \times 10^4 & 3.592 \times 10^4 & 3.592 \times 10^4 & 6.64 \times 10^4 & 4.988 \times 10^4 \\
 4.988 \times 10^4 & 6.64 \times 10^4 & 3.592 \times 10^4 & 3.592 \times 10^4 & 6.64 \times 10^4 & 4.988 \times 10^4 \\
 6.258 \times 10^4 & 9.09 \times 10^4 & 5.908 \times 10^4 & 5.908 \times 10^4 & 9.09 \times 10^4 & 6.258 \times 10^4 \\
 3.736 \times 10^4 & 5.741 \times 10^4 & 4.105 \times 10^4 & 4.105 \times 10^4 & 5.741 \times 10^4 & 3.736 \times 10^4
 \end{array} \right) \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$k_y = \begin{pmatrix} 3.814 \times 10^4 & 6.08 \times 10^4 & 4.531 \times 10^4 & 4.531 \times 10^4 & 6.08 \times 10^4 & 3.814 \times 10^4 \\ 6.35 \times 10^4 & 9.652 \times 10^4 & 6.636 \times 10^4 & 6.636 \times 10^4 & 9.652 \times 10^4 & 6.35 \times 10^4 \\ 5.009 \times 10^4 & 7.061 \times 10^4 & 4.168 \times 10^4 & 4.168 \times 10^4 & 7.061 \times 10^4 & 5.009 \times 10^4 \\ 5.009 \times 10^4 & 7.061 \times 10^4 & 4.168 \times 10^4 & 4.168 \times 10^4 & 7.061 \times 10^4 & 5.009 \times 10^4 \\ 6.35 \times 10^4 & 9.652 \times 10^4 & 6.636 \times 10^4 & 6.636 \times 10^4 & 9.652 \times 10^4 & 6.35 \times 10^4 \\ 3.814 \times 10^4 & 6.08 \times 10^4 & 4.531 \times 10^4 & 4.531 \times 10^4 & 6.08 \times 10^4 & 3.814 \times 10^4 \end{pmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$k_z = \begin{pmatrix} 4.978 \times 10^4 & 8.148 \times 10^4 & 6.293 \times 10^4 & 6.293 \times 10^4 & 8.148 \times 10^4 & 4.978 \times 10^4 \\ 7.784 \times 10^4 & 1.218 \times 10^5 & 8.761 \times 10^4 & 8.761 \times 10^4 & 1.218 \times 10^5 & 7.784 \times 10^4 \\ 5.683 \times 10^4 & 8.23 \times 10^4 & 5.124 \times 10^4 & 5.124 \times 10^4 & 8.23 \times 10^4 & 5.683 \times 10^4 \\ 5.683 \times 10^4 & 8.23 \times 10^4 & 5.124 \times 10^4 & 5.124 \times 10^4 & 8.23 \times 10^4 & 5.683 \times 10^4 \\ 7.784 \times 10^4 & 1.218 \times 10^5 & 8.761 \times 10^4 & 8.761 \times 10^4 & 1.218 \times 10^5 & 7.784 \times 10^4 \\ 4.978 \times 10^4 & 8.148 \times 10^4 & 6.293 \times 10^4 & 6.293 \times 10^4 & 8.148 \times 10^4 & 4.978 \times 10^4 \end{pmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

## 9.2. ANEXO B

Será apresentado o código fonte do programa “Radier-MDF.bas” desenvolvido em linguagem QBasic, feito por Santos [11]. Será mostrado também um exemplo de cálculo apenas com o arquivo de saída, visto que o mesmo contém os dados de entrada.

### 9.2.1. Código fonte

```

10 REM CALCULO DE PLACAS SOBRE APOIO ELASTICO
11 INPUT "NOME DO ARQUIVO DE SAIDA"; n$
12 OPEN n$ FOR OUTPUT AS #1
13 PRINT #1, CHR$(14); "PLACA SOBRE APOIO ELASTICO - MDF
M.J.C.Santos Junho 87"
16 GOSUB 790
20 DIM W(19, 15), Y(285, 32), Z(27), X(285)
100 REM DADOS DE ENTRADA
110 INPUT "TITULO "; A$
120 INPUT "DIMENSAO NA DIRECAO X "; LX
125 IF LX <= 0! THEN 120
130 INPUT "DIMENSAO NA DIRECAO Y "; LY
135 IF LY <= 0! THEN 130

```

```

140 INPUT "DIVISOES NA DIRECAO X (>=4;<=14) "; M
150 IF M < 4 OR M > 14 THEN 140
160 INPUT "DIVISOES NA DIRECAO Y (>=4;<=18) "; n
170 IF n < 4 OR n > 18 THEN 160
180 INPUT "COEFICIENTE DE REACAO VERTICAL "; SM
185 IF SM < 0! THEN 180
190 INPUT "ESPESSURA DA PLACA "; T
195 IF T <= 0! THEN 190
200 INPUT "MODULO DE ELASTICIDADE "; E
201 IF E <= 0! THEN 200
210 INPUT "PESO ESPECIFICO "; G
215 IF G < 0! THEN 210
220 INPUT "COEFICIENTE POISSON "; XM
221 IF XM < 0! THEN 220
226 PRINT #1, "TITULO : "; A$: PRINT #1, : PRINT #1,
227 PRINT #1, "DIMENSAO NA DIRECAO X ="; LX
228 PRINT #1, "DIMENSAO NA DIRECAO Y ="; LY
229 PRINT #1, "DIVISOES NA DIRECAO X ="; M
230 PRINT #1, "DIVISOES NA DIRECAO Y ="; n
231 PRINT #1, "COEFICIENTE DE REACAO VERTICAL ="; SM
232 PRINT #1, "ESPESSURA DA PLACA ="; T
233 PRINT #1, "MODULO DE ELASTICIDADE ="; E
234 PRINT #1, "PESO ESPECIFICO ="; G
235 PRINT #1, "COEFICIENTE DE POISSON ="; XM
399 REM
400 REM CALCULO DAS CONSTANTES
401 REM
410 H = LY / n
420 R = LX / (M * H)
430 D = E * T ^ 3 / (12 * (1 - XM ^ 2))
440 DD = H ^ 2 / (D * R)
441 W = G * T * H ^ 2 * R
442 K = (M + 1) * (n + 1)
443 NN = 0
444 LO = 0

```

445  $C = D / ((R * H) ^ 2)$   
 446  $CC = XM * D / H ^ 2$   
 447  $F = D / H ^ 2$   
 448  $FF = XM * C$   
 450  $U1 = 1 - XM$   
 460  $U2 = 1 - XM ^ 2$   
 470  $R2 = R ^ 2$   
 480  $R4 = R ^ 4$   
 481  $ZZ = (D * (1 - XM)) / (4 * R * H ^ 2)$   
 490  $Z(1) = (.5 * U2) / R4$   
 500  $Z(2) = (-1 * U2 - 2 * U1 * R2) / R4$   
 510  $Z(3) = (.5 * U2 + 2 * U1 * R2 + .5 * U2 * R4) / R4$   
 520  $Z(4) = (2 * U1 * R2) / R4$   
 530  $Z(5) = (-2 * U1 * R2 - U2 * R4) / R4$   
 540  $Z(6) = (.5 * U2 * R4) / R4$   
 550  $Z(7) = (-2 * U2 - 2 * U1 * R2) / R4$   
 560  $Z(8) = (2.5 * U2 + 4 * U1 * R2 + R4) / R4$   
 570  $Z(9) = ((2 - XM) * R2) / R4$   
 580  $Z(10) = R4 / R4$   
 590  $Z(11) = (3 * U2 + 4 * U1 * R2 + R4) / R4$   
 600  $Z(12) = (-2 * (2 - XM) * R2 - 2 * R4) / R4$   
 610  $Z(13) = (-2 - 2 * (2 - XM) * R2) / R4$   
 620  $Z(14) = (1 + 4 * U1 * R2 + 2.5 * U2 * R4) / R4$   
 630  $Z(15) = (-4 * R2 - 4 * R4) / R4$   
 640  $Z(16) = (-4 - 4 * R2) / R4$   
 650  $Z(17) = (6 + 8 * R2 + 5 * R4) / R4$   
 660  $Z(18) = (2 * R2) / R4$   
 670  $Z(19) = (-2 * U1 * R2 - 2 * U2 * R4) / R4$   
 680  $Z(20) = (5 + 8 * R2 + 6 * R4) / R4$   
 690  $Z(21) = (5 + 8 * R2 + 5 * R4) / R4$   
 700  $Z(22) = (6 + 8 * R2 + 6 * R4) / R4$   
 710  $Z(23) = (1 + 4 * U1 * R2 + 3 * U2 * R4) / R4$   
 720  $Z(24) = (SM * H ^ 4 / D)$   
 730  $Z(25) = Z(24) / 4$   
 740  $Z(26) = Z(24) / 2$

```

741 Z(27) = 1! / R4
789 GOTO 800
790 REM
791 REM SUBROTINA PARA PULAR LINHAS
792 REM
793 PRINT #1, : PRINT #1,
795 RETURN
800 GOSUB 1000
805 GOSUB 950
810 GOSUB 1500
820 GOSUB 2500
830 GOSUB 3300
840 GOSUB 3800
850 GOSUB 4300
855 GOSUB 5000
860 GOSUB 4500
870 CLOSE
900 END
949 REM
950 REM SUBROTINA PARA TORNAR UNITARIO O VETOR X
951 REM
955 IF LO > 0 GOTO 990
960 FOR I = 1 TO K
970 X(I) = 1
980 NEXT I
990 RETURN
999 REM
1000 REM SUBROTINA CARGAS ARMAZENADAS NA COLUNA Y(I,2*M+4)
1001 REM
1005 IF LO > 0 GOTO 1290
1010 INPUT "NUMERO DE CARGAS CONCENTRADAS "; NQ
1011 IF NQ < 0 THEN 1010
1020 SP = 0
1040 FOR I = 1 TO K
1050 Y(I, 2 * M + 4) = 0

```

```

1060 NEXT I
1065 IF NQ = 0 THEN 1111
1070 FOR J = 1 TO NQ
1080 INPUT "NUMERO DO NO"; I
1081 INPUT "VALOR DA CARGA CONCENTRADA (positiva para baixo) "; P
1085 IF I <= K AND I > 0 THEN 1090
1086 PRINT "NUMERO DO NO ERRADO"
1087 GOTO 1080
1090 Y(I, 2 * M + 4) = Y(I, 2 * M + 4) + P * DD
1100 SP = SP + P
1110 NEXT J
1111 GOSUB 790
1114 PRINT #1, "NO", "CARGA CONCENTRADA "
1115 FOR I = 1 TO K
1116 PRINT #1, I, Y(I, 2 * M + 4) / DD
1117 NEXT I
1118 PRINT #1, "CARGA TOTAL ="; SP
1119 GOSUB 790
1121 PRINT #1, "NO", "CARGA DE PESO PROPRIO ( resultante )"
1122 SQ = 0
1130 FOR I = 1 TO n + 1
1140 FOR J = 1 TO M + 1
1150 I1 = (I - 1) * (M + 1) + J
1160 IF (I = 1 OR I = n + 1) AND (J = 1 OR J = M + 1) THEN 1215
1170 IF (I = 1 OR I = n + 1) AND (J > 1 AND J < M + 1) THEN 1250
1180 IF (I > 1 AND I < n + 1) AND (J = 1 OR J = M + 1) THEN 1250
1190 Y(I1, 2 * M + 4) = Y(I1, 2 * M + 4) + W * DD
1191 PRINT #1, I1, W
1200 SQ = SQ + W
1210 GOTO 1270
1215 Y(I1, 2 * M + 4) = Y(I1, 2 * M + 4) + (W / 4) * DD
1216 PRINT #1, I1, W / 4
1220 SQ = SQ + W / 4
1240 GOTO 1270
1250 Y(I1, 2 * M + 4) = Y(I1, 2 * M + 4) + (W / 2) * DD

```

```

1251 PRINT #1, I1, W / 2
1260 SQ = SQ + W / 2
1270 NEXT J
1280 NEXT I
1281 PRINT #1, "CARGA TOTAL DE PESO PROPRIO ="; SQ
1290 RETURN
1499 REM
1500 REM MONTAGEM DA MATRIZ DOS COEFICIENTES DE
DEFORMACAO
1501 REM
1510 LL = 1
1520 FOR I = 1 TO n + 1
1530 FOR J = 1 TO M + 1
1540 I1 = (I - 1) * (M + 1) + J
1550 GOSUB 2000
1560 KI = 1
1570 KJ = 1
1580 IF (LL >= 16 AND LL <= 25) THEN KI = -1
1590 IF (LL = 4 OR LL = 5 OR LL = 9 OR LL = 10 OR LL = 14) THEN KJ = -1
1591 IF (LL = 15 OR LL = 19 OR LL = 20 OR LL = 24 OR LL = 25) THEN KJ = -1
1592 ON LL GOTO 1595, 1603, 1613, 1603, 1595, 1625, 1636, 1649, 1636, 1625,
1664, 1676, 1690, 1676, 1664, 1625, 1636, 1649, 1636, 1625, 1595, 1603, 1613, 1603, 1595
1595 W(I, J) = Z(3) + Z(25)
1596 IF (X(I1) <= 0) THEN W(I, J) = Z(3)
1597 W(I, J + KJ) = Z(2)
1598 W(I, J + 2 * KJ) = Z(1)
1599 W(I + KI, J) = Z(5)
1600 W(I + KI, J + KJ) = Z(4)
1601 W(I + 2 * KI, J) = Z(6)
1602 GOTO 1710
1603 W(I, J) = Z(8) + Z(26)
1604 IF (X(I1) <= 0) THEN W(I, J) = Z(8)
1605 W(I, J + 2 * KJ) = Z(1)
1606 W(I, J + KJ) = Z(7)
1607 W(I, J - KJ) = Z(2)

```



1608  $W(I + KI, J) = Z(12)$   
1609  $W(I + KI, J + 1) = Z(9)$   
1610  $W(I + KI, J - 1) = Z(9)$   
1611  $W(I + 2 * KI, J) = Z(10)$   
1612 GOTO 1710  
1613  $W(I, J) = Z(11) + Z(26)$   
1614 IF  $(X(I1) \leq 0)$  THEN  $W(I, J) = Z(11)$   
1615  $W(I, J - 1) = Z(7)$   
1616  $W(I, J + 1) = Z(7)$   
1617  $W(I, J - 2) = Z(1)$   
1618  $W(I, J + 2) = Z(1)$   
1619  $W(I + KI, J) = Z(12)$   
1620  $W(I + KI, J - 1) = Z(9)$   
1621  $W(I + KI, J + 1) = Z(9)$   
1622  $W(I + 2 * KI, J) = Z(10)$   
1623 IF  $(J < M - 1)$  THEN  $LL = LL - 1$   
1624 GOTO 1710  
1625  $W(I, J) = Z(14) + Z(26)$   
1626 IF  $(X(I1) \leq 0)$  THEN  $W(I, J) = Z(14)$   
1627  $W(I - KI, J) = Z(5)$   
1628  $W(I + KI, J) = Z(19)$   
1629  $W(I + 2 * KI, J) = Z(6)$   
1630  $W(I, J + KJ) = Z(13)$   
1631  $W(I - 1, J + KJ) = Z(9)$   
1632  $W(I + 1, J + KJ) = Z(9)$   
1633  $W(I, J + 2 * KJ) = Z(27)$   
1635 GOTO 1710  
1636  $W(I, J) = Z(21) + Z(24)$   
1637 IF  $(X(I1) \leq 0)$  THEN  $W(I, J) = Z(21)$   
1638  $W(I, J + KJ) = Z(16)$   
1639  $W(I, J + 2 * KJ) = Z(27)$   
1640  $W(I, J - KJ) = Z(13)$   
1641  $W(I - KI, J) = Z(12)$   
1642  $W(I - KI, J + KJ) = Z(9)$   
1643  $W(I - KI, J - KJ) = Z(4)$

1644  $W(I + KI, J) = Z(15)$   
1645  $W(I + KI, J + KJ) = Z(18)$   
1646  $W(I + KI, J - KJ) = Z(9)$   
1647  $W(I + 2 * KI, J) = Z(10)$   
1648 GOTO 1710  
1649  $W(I, J) = Z(17) + Z(24)$   
1650 IF  $(X(I1) \leq 0)$  THEN  $W(I, J) = Z(17)$   
1651  $W(I, J - 1) = Z(16)$   
1652  $W(I, J + 1) = Z(16)$   
1653  $W(I, J - 2) = Z(27)$   
1654  $W(I, J + 2) = Z(27)$   
1655  $W(I - KI, J) = Z(12)$   
1656  $W(I - KI, J + 1) = Z(9)$   
1657  $W(I - KI, J - 1) = Z(9)$   
1658  $W(I + KI, J + 1) = Z(18)$   
1659  $W(I + KI, J - 1) = Z(18)$   
1660  $W(I + 2 * KI, J) = Z(10)$   
1661  $W(I + KI, J) = Z(15)$   
1662 IF  $(J < M - 1)$  THEN  $LL = LL - 1$   
1663 GOTO 1710  
1664  $W(I, J) = Z(23) + Z(26)$   
1665 IF  $(X(I1) \leq 0)$  THEN  $W(I, J) = Z(23)$   
1666  $W(I, J + KJ) = Z(13)$   
1667  $W(I, J + 2 * KJ) = Z(27)$   
1668  $W(I - 1, J) = Z(19)$   
1669  $W(I + 1, J) = Z(19)$   
1670  $W(I - 1, J + KJ) = Z(9)$   
1671  $W(I + 1, J + KJ) = Z(9)$   
1672  $W(I - 2, J) = Z(6)$   
1673  $W(I + 2, J) = Z(6)$   
1674 IF  $(J = M + 1$  AND  $I < n - 1)$  THEN  $LL = 10$   
1675 GOTO 1710  
1676  $W(I, J) = Z(20) + Z(24)$   
1677 IF  $(X(I1) \leq 0)$  THEN  $W(I, J) = Z(20)$   
1678  $W(I, J + KJ) = Z(16)$

```

1679 W(I, J + 2 * KJ) = Z(27)
1680 W(I, J - KJ) = Z(13)
1681 W(I - 1, J + KJ) = Z(18)
1682 W(I + 1, J + KJ) = Z(18)
1683 W(I + 1, J) = Z(15)
1684 W(I - 1, J) = Z(15)
1685 W(I - 2, J) = Z(10)
1686 W(I + 2, J) = Z(10)
1687 W(I - 1, J - KJ) = Z(9)
1688 W(I + 1, J - KJ) = Z(9)
1689 GOTO 1710
1690 W(I, J) = Z(22) + Z(24)
1691 IF (X(I1) <= 0) THEN W(I, J) = Z(22)
1692 W(I, J - 1) = Z(16)
1693 W(I, J + 1) = Z(16)
1694 W(I, J + 2) = Z(27)
1695 W(I, J - 2) = Z(27)
1696 W(I + 1, J - 1) = Z(18)
1697 W(I - 1, J + 1) = Z(18)
1698 W(I + 1, J + 1) = Z(18)
1699 W(I - 1, J - 1) = Z(18)
1700 W(I - 2, J) = Z(10)
1701 W(I + 2, J) = Z(10)
1702 W(I - 1, J) = Z(15)
1703 W(I + 1, J) = Z(15)
1704 IF (J < M - 1) THEN LL = LL - 1
1710 GOSUB 2100
1720 LL = LL + 1
1730 NEXT J
1740 NEXT I
1750 RETURN
1999 REM
2000 REM SUBROTINA PARA ZERAR A MATRIZ W
2001 REM
2010 FOR IJ = 1 TO n + 1

```

```

2020 FOR JI = 1 TO M + 1
2030 W(IJ, JI) = 0!
2040 NEXT JI
2050 NEXT IJ
2060 RETURN
2099 REM
2100 REM SUBROTINA PARA GERAR A MATRIZ Y DO SISTEMA DE
EQUACOES
2101 REM
2110 II = I
2115 JJ = J
2120 FOR JI = 1 TO 2 * M + 3
2125 IF II > n + 1 GOTO 2160
2130 Y(II, JI) = W(II, JJ)
2135 IF JJ < M + 1 GOTO 2150
2140 JJ = 0
2145 II = II + 1
2150 JJ = JJ + 1
2155 GOTO 2170
2160 Y(II, JI) = 0
2170 NEXT JI
2180 RETURN
2499 REM
2500 REM SUBROTINA PARA A RESOLUCAO DO SISTEMA DE EQUACOES-
METODO DE GAUSS
2501 REM ANALISE ESTRUTURAS RETICULADAS HUMBERTO SORIANO
2502 REM GRAVANDO OS TERMOS DE CARGA NA MATRIZ W
2503 REM
2504 FOR I = 1 TO n + 1
2505 FOR J = 1 TO M + 1
2506 II = (I - 1) * (M + 1) + J
2507 W(I, J) = Y(II, 2 * M + 4)
2508 NEXT J
2509 NEXT I
2520 REM FASE DE TRIANGULARIZACAO

```

```

2530 FOR L = 1 TO K - 1
2540 I2 = L + 2 * M + 2
2550 IF I2 > K THEN I2 = K
2560 REM TESTE DE ESTABILIDADE NUMERICA
2570 IF ABS(Y(L, 1)) > 0! GOTO 2620
2590 PRINT #1, "SUBROTINA NAO ADEQUADA PARA A RESOLUCAO DO
SISTEMA DE EQUACOES"
2610 STOP
2620 FOR I = L + 1 TO I2
2630 AU = Y(L, I - L + 1) / Y(L, 1)
2640 I3 = K - I + 1
2650 I4 = L + 2 * M + 3 - I
2660 IF I4 > I3 THEN I4 = I3
2670 FOR J = 1 TO I4
2680 Y(I, J) = Y(I, J) - AU * Y(L, J - L + I)
2690 NEXT J
2700 REM FASE DE SUBSTITUICAO
2710 Y(I, 2 * M + 4) = Y(I, 2 * M + 4) - AU * Y(L, 2 * M + 4)
2740 NEXT I
2750 NEXT L
2755 REM TESTE DA SINGULARIDADE DO SISTEMA
2756 IF ABS(Y(K, 1)) <= 0! GOTO 2590
2760 REM FASE DE RETROSUBSTITUICAO
2770 X(K) = Y(K, 2 * M + 4) / Y(K, 1)
2780 FOR I2 = 1 TO K - 1
2790 I = K - I2
2800 AU = Y(I, 2 * M + 4)
2810 I3 = I + 2 * M + 2
2820 IF I3 > K THEN I3 = K
2830 FOR KK = I + 1 TO I3
2840 AU = AU - Y(I, KK - I + 1) * X(KK)
2860 X(I) = AU / Y(I, 1)
2865 NEXT KK
2870 NEXT I2
3020 RETURN

```

```

3299 REM
3300 REM SUBROTINA PARA VERIFICAR OS DESLOCAMENTOS NODAIS
NEGATIVOS
3301 REM E INICIAR NOVA INTERACAO
3302 REM
3305 LL = 0
3310 FOR I = 1 TO K
3320 IF X(I) > 0 GOTO 3340
3330 LL = LL + 1
3340 NEXT I
3350 IF LL = NN GOTO 3410
3355 GOSUB 790
3360 PRINT #1, "PONTO", "DESLOCAMENTO - ITERACAO ="; LO + 1
3370 FOR I = 1 TO K
3380 PRINT #1, I, X(I)
3390 NEXT I
3395 LO = LO + 1
3396 NN = LL
3397 GOSUB 3600
3400 GOTO 800
3410 RETURN
3599 REM
3600 REM SUBROTINA PARA REGRAVAR OS TERMOS DE CARGA NA
MATRIZ Y(I,2*M+4)
3601 REM
3620 FOR I = 1 TO n + 1
3630 FOR J = 1 TO M + 1
3635 I1 = (I - 1) * (M + 1) + J
3640 Y(I1, 2 * M + 4) = W(I, J)
3650 NEXT J
3660 NEXT I
3680 RETURN
3799 REM
3800 REM SUBROTINA PARA CALCULO DOS MOMENTOS FLETORES
3801 REM ARMAZENADOS NAS COLUNAS Y(I,1) E Y(I,2)

```

```

3802 REM
3810 FOR I = 1 TO n + 1
3820 FOR J = 1 TO M + 1
3830 I1 = (I - 1) * (M + 1) + J
3840 W(I, J) = X(I1)
3850 NEXT J
3860 NEXT I
3870 FOR J = 1 TO n + 1
3880 FOR KK = 1 TO M + 1
3890 I1 = (J - 1) * (M + 1) + KK
3900 IF J = 1 OR J = n + 1 GOTO 3920
3910 IF J > 1 GOTO 4030
3920 IF KK = 1 OR KK = M + 1 GOTO 4000
3930 IF J = n + 1 GOTO 3970
3940 Y(I1, 1) = C * (W(J, KK - 1) - 2 * W(J, KK) + W(J, KK + 1)) + CC * (W(J + 2,
KK) - 2 * W(J + 1, KK) + W(J, KK))
3950 Y(I1, 2) = 0
3960 GOTO 4130
3970 Y(I1, 1) = C * (W(J, KK - 1) - 2 * W(J, KK) + W(J, KK + 1)) + CC * (W(J - 2,
KK) - 2 * W(J - 1, KK) + W(J, KK))
3980 Y(I1, 2) = 0
3990 GOTO 4130
4000 Y(I1, 1) = 0
4010 Y(I1, 2) = 0
4020 GOTO 4130
4030 IF KK = 1 GOTO 4080
4040 IF KK = M + 1 GOTO 4110
4050 Y(I1, 1) = C * (W(J, KK - 1) - 2 * W(J, KK) + W(J, KK + 1)) + CC * (W(J - 1,
KK) - 2 * W(J, KK) + W(J + 1, KK))
4060 Y(I1, 2) = F * (W(J - 1, KK) - 2 * W(J, KK) + W(J + 1, KK)) + FF * (W(J, KK -
1) - 2 * W(J, KK) + W(J, KK + 1))
4070 GOTO 4130
4080 Y(I1, 1) = 0
4090 Y(I1, 2) = F * (W(J - 1, KK) - 2 * W(J, KK) + W(J + 1, KK)) + FF * (W(J, KK +
2) - 2 * W(J, KK + 1) + W(J, KK))

```

```

4100 GOTO 4130
4110 Y(I1, 1) = 0
4120 Y(I1, 2) = F * (W(J - 1, KK) - 2 * W(J, KK) + W(J + 1, KK)) + FF * (W(J, KK -
2) - 2 * W(J, KK - 1) + W(J, KK))
4130 NEXT KK
4140 NEXT J
4150 RETURN
4299 REM
4300 REM SUBROTINA PARA CALCULO DAS REACOES E PRESSOES DO
SOLO
4301 REM ARMAZENADAS NAS COLUNAS Y(I,3),Y(I,4)
4302 REM
4310 SR = 0
4320 FOR I = 1 TO n + 1
4325 FOR J = 1 TO M + 1
4326 I1 = (I - 1) * (M + 1) + J
4330 LL = 1!
4340 Y(I1, 4) = X(I1) * SM
4345 IF X(I1) <= 0! THEN Y(I1, 4) = 0!
4350 IF (I = 1 OR I = n + 1) THEN LL = .5 * LL
4360 IF (J = 1 OR J = M + 1) THEN LL = .5 * LL
4370 Y(I1, 3) = LL * Y(I1, 4) * R * H ^ 2
4380 SR = SR + Y(I1, 3)
4385 NEXT J
4390 NEXT I
4400 RETURN
4499 REM
4500 REM SUBROTINA PARA IMPRESSAO DOS RESULTADOS
4501 REM
4502 GOSUB 790
4600 PRINT #1, "DESLOCAMENTOS VERTICAIS DOS NOS"
4601 PRINT #1, "-----"
4602 PRINT #1, "(POSITIVO: PARA BAIXO)": PRINT #1,
4603 PRINT #1, "PONTO", " DESLOCAMENTO"
4700 FOR I = 1 TO K

```



```

4710 PRINT #1, I, X(I)
4720 NEXT I
4730 GOSUB 790
4740 PRINT #1, "MOMENTOS FLETORES (POR FAIXA UNITARIA)"
4741 PRINT #1, "-----"
4742 PRINT #1, "(POSITIVO: TRACAO NA FACE INFERIOR)": PRINT #1,
4745 PRINT #1, TAB(1); "PONTO"; TAB(11); "MXX"; TAB(27); "MYX"
4750 FOR I = 1 TO K
4760 PRINT #1, TAB(1); I; TAB(11); -Y(I, 1); TAB(27); -Y(I, 2)
4770 NEXT I
4771 GOSUB 790
4775 PRINT #1, "MOMENTOS TORSORES (POR FAIXA UNITARIA)"
4776 PRINT #1, "-----": PRINT #1,
4777 PRINT #1, TAB(1); "PONTO"; TAB(11); "MXY"
4778 FOR I = 1 TO K
4779 PRINT #1, TAB(1); I; TAB(11); Y(I, 5)
4780 NEXT I
4781 GOSUB 790
4782 PRINT #1, "PRESSOES DE CONTATO"
4783 PRINT #1, "-----"
4784 PRINT #1, "(POSITIVO: COMPRESSAO)": PRINT #1,
4785 PRINT #1, TAB(1); "PONTO"; TAB(12); "PRESSAO"; TAB(31); "REACAO
NODAL"
4786 FOR I = 1 TO K
4790 PRINT #1, TAB(1); I; TAB(11); Y(I, 4); TAB(31); Y(I, 3)
4795 NEXT I
4800 PRINT #1, "REACAO TOTAL DO SOLO ="; SR
4820 RETURN
4999 REM
5000 REM SUBROTINA PARA CALCULO DOS MOMENTOS TORSORES
5001 REM ARMAZENADOS NA COLUNA Y(I,5)
5002 REM
5010 FOR I = 1 TO n + 1
5020 FOR J = 1 TO M + 1
5030 I1 = (I - 1) * (M + 1) + J

```

```

5040 IJ = 0
5050 JI = 0
5060 IF I = 1 THEN IJ = 1
5070 IF I = n + 1 THEN IJ = -1
5080 IF J = 1 THEN JI = 1
5090 IF J = M + 1 THEN JI = -1
5100 Y(I1, 5) = ZZ * (W(I - 1 + IJ, J - 1 + JI) - W(I - 1 + IJ, J + 1 + JI) - W(I + 1 + IJ,
J - 1 + JI) + W(I + 1 + IJ, J + 1 + JI))
5110 NEXT J
5120 NEXT I
5130 RETURN

```

### 9.2.2. *Dados de saída*

PLACA SOBRE APOIO ELASTICO - MDF      M.J.C.Santos Junho 87  
 TITULO : malha 5x5 - 150cm - ELU2  
 DIMENSAO NA DIRECAO X = 30  
 DIMENSAO NA DIRECAO Y = 25  
 DIVISOES NA DIRECAO X = 5  
 DIVISOES NA DIRECAO Y = 5  
 COEFICIENTE DE REACAO VERTICAL = 3561000  
 ESPESSURA DA PLACA = 1.5  
 MODULO DE ELASTICIDADE = 2.6072E+10  
 PESO ESPECIFICO = 25000  
 COEFICIENTE DE POISSON = .2

NO	CARGA CONCENTRADA
1	4362000
2	6410000
3	6590000
4	6578000
5	6391000
6	4345000
7	5536000

8	8181001
9	8454000
10	8377000
11	8070000
12	5425000
13	4746000
14	7233000
15	7033000
16	6993001
17	7155000
18	4688000
19	5303000
20	7895000
21	7101000
22	7062000
23	7884001
24	5295000
25	5542000
26	8209000
27	8400000
28	8328000
29	8202000
30	5541000
31	3795000
32	5790000
33	5954001
34	5944001
35	5786001
36	3794000

CARGA TOTAL = 2.32392E+08

NO	CARGA DE PESO PROPRIO ( resultante )
1	281250
2	562500
3	562500

4	562500
5	562500
6	281250
7	562500
8	1125000
9	1125000
10	1125000
11	1125000
12	562500
13	562500
14	1125000
15	1125000
16	1125000
17	1125000
18	562500
19	562500
20	1125000
21	1125000
22	1125000
23	1125000
24	562500
25	562500
26	1125000
27	1125000
28	1125000
29	1125000
30	562500
31	281250
32	562500
33	562500
34	562500
35	562500
36	281250

CARGA TOTAL DE PESO PROPRIO = 2.8125E+07

DESLOCAMENTOS VERTICAIS DOS NOS------(POSITIVO:  
PARA BAIXO)

PONTO	DESLOCAMENTO
1	.1198672
2	.1111872
3	.1065554
4	.1062868
5	.1104365
6	.1186661
7	.1080341
8	.1001932
9	9.576884E-02
10	9.551689E-02
11	9.949563E-02
12	.1069105
13	.1004992
14	9.310966E-02
15	8.865916E-02
16	8.844969E-02
17	9.253536E-02
18	.0995801
19	9.975788E-02
20	9.226278E-02
21	8.770743E-02
22	.0875479
23	9.184808E-02
24	9.909903E-02
25	.1044975
26	9.671415E-02
27	9.229448E-02
28	9.217518E-02
29	9.643019E-02
30	.1040477
31	.1123933
32	.1041331

33	9.970039E-02
34	9.962136E-02
35	.1039535
36	.1120942

MOMENTOS FLETORES (POR FAIXA UNITARIA)-----

(POSITIVO: TRACAO NA FACE INFERIOR)

PONTO	MXX	MYY
1	0	0
2	-1097907	0
3	-1150423	0
4	-1163702	0
5	-1108900	0
6	0	0
7	0	-1458250
8	-963851.8	-1339736
9	-1109960	-1300466
10	-1123905	-1310827
11	-972286.6	-1361992
12	0	-1497856
13	0	-2200335
14	-1004699	-2030214
15	-1276128	-2061414
16	-1288062	-2065986
17	-1011159	-2042164
18	0	-2218242
19	0	-1799373
20	-947495.1	-1743529
21	-1271135	-1878806
22	-1284099	-1878553
23	-948069.4	-1735178
24	0	-1784179
25	0	-1107038
26	-895031.7	-1049434
27	-1084681	-1043738

28	-1100369	-1046885
29	-893167.9	-1041314
30	0	-1089144
31	0	0
32	-993430	0
33	-1095995	0
34	-1108190	0
35	-987800.8	0
36	0	0

MOMENTOS TORSORES (POR FAIXA UNITARIA)-----

-PONTO	MX Y
1	74942.39
2	74942.39
3	12240.5
4	-245.8496
5	-63593.47
6	-63593.47
7	74942.39
8	74942.39
9	12240.5
10	-245.8496
11	-63593.47
12	-63593.47
13	10937.65
14	10937.65
15	-1964.52
16	21074.39
17	8023.119
18	8023.119
19	-18483.11
20	-18483.11
21	6161.036
22	13214.79
23	37791.41

24	37791.41
25	-32716.96
26	-32716.96
27	10342.76
28	5725.867
29	46933.37
30	46933.37
31	-32716.96
32	-32716.96
33	10342.76
34	5725.867
35	46933.37
36	46933.37

PRESSOES DE CONTATO------(POSITIVO: COMPRESSAO)

PONTO	PRESSAO	REACAO NODAL
-------	---------	--------------

1	426847.2	3201354
2	395937.4	5939062
3	379443.9	5691659
4	378487.3	5677310
5	393264.2	5898964
6	422569.8	3169274
7	384709.4	5770641
8	356788	1.070364E+07
9	341032.8	1.023099E+07
10	340135.7	1.020407E+07
11	354304	1.062912E+07
12	380708.2	5710623
13	357877.8	5368168
14	331563.5	9946905
15	315715.3	9471459
16	314969.4	9449082
17	329518.4	9885554
18	354604.8	5319072
19	355237.8	5328568



20	328547.8	9856434
21	312326.2	9369785
22	311758.1	9352742
23	327071	9812131
24	352891.7	5293375
25	372115.7	5581736
26	344399.1	1.033197E+07
27	328660.6	9859819
28	328235.8	9847075
29	343387.9	1.030164E+07
30	370514	5557710
31	400232.7	3001745
32	370818.1	5562271
33	355033.1	5325497
34	354751.7	5321275
35	370178.4	5552676
36	399167.3	2993755

REACAO TOTAL DO SOLO = 2.605171E+08