



Universidade Federal
do Rio de Janeiro

Escola Politécnica

ANÁLISE DE CURTO CIRCUITO INTERNO EM UM MOTOR DE INDUÇÃO

BRUNO PULIER DA SILVA

PROJETO DE GRADUAÇÃO APRESENTADO AO CURSO DE
ENGENHARIA ELÉTRICA DA ESCOLA POLITÉCNICA,
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO, COMO
PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS À OBTENÇÃO DO
TÍTULO DE ENGENHEIRO.

ORIENTADOR: ANTÔNIO CARLOS FERREIRA

RIO DE JANEIRO

AGOSTO DE 2013

ANÁLISE DE CURTO CIRCUITO INTERNO EM UM MOTOR DE INDUÇÃO

BRUNO PULIER DA SILVA

PROJETO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO ELETRICISTA.

Examinado por:

Prof: Antônio Carlos Ferreira

(Orientador)

Prof: Antônio Carlos Siqueira de Lima

Prof: Robson Francisco da Silva Dias

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

AGOSTO de 2013

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a meus pais Rita e Genésio por todo apoio e incentivo que me deram durante não só todo meu curso de graduação, como toda minha vida estudantil, sem os quais este sonho não se tornaria realidade.

Gostaria de agradecer também a minha namorada Mariana, também colega de turma, que contribuiu muito para minha formação me incentivado e ajudando nos estudos desta longa jornada de graduação.

Agradeço também ao professor Antônio Carlos Ferreira por sua paciência e dedicação em me auxiliar neste projeto estando sempre à disposição para esclarecimento de inúmeras dúvidas que surgiram ao longo deste trabalho e me orientando como prosseguir.

Agradeço aos professores Antônio Carlos Siqueira de Lima e Robson Francisco da Silva Dias por aceitarem participar desta banca examinadora a fim de concluir esta última etapa neste curso.

Atenciosamente,
Bruno Pulier da Silva

SILVA, BRUNO PULIER

ANÁLISE DE CURTO CIRCUITO INTERNO EM UM MOTOR DE INDUÇÃO/
BRUNO PULIER DA SILVA - RIO DE JANEIRO: UFRJ/ESCOLA
POLITÉCNICA, 2013.

ORIENTADOR: Antonio Carlos Ferreira

PROJETO DE GRADUAÇÃO – UFRJ/ESCOLA POLITÉCNICA/
CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA, 2013.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

1. Electric Machinery. 2. IEEE Transactions on Power Apparatus
and Systems. 3. Electric Machinery Fundamentals. 4. Análise da
operação de um motor de indução com enrolamento Dahlander

RESUMO DO PROJETO DE GRADUAÇÃO APRESENTADO À ESCOLA POLITÉCNICA/ UFRJ
COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO
GRAU DE ENGENHEIRO ELETRICISTA.

ANÁLISE DE CURTO CIRCUITO INTERNO EM UM MOTOR DE INDUÇÃO

BRUNO PULIER DA SILVA

AGOSTO/2013

ORIENTADOR: Antônio Carlos Ferreira

CURSO: ENGENHARIA ELÉTRICA

O objetivo deste trabalho é realizar um estudo comparativo de um motor de indução trifásico em condições normais de funcionamento, em curto-circuito do tipo fase-fase e em curto-circuito do tipo fase-neutro.

Em todas as simulações foi utilizado um motor de indução trifásico, com dois enrolamentos por fase e rotor do tipo gaiola de esquilo. O motor utilizado neste estudo foi modelado através do método de análise harmônica de distribuição de condutores baseado no desenvolvimento da série de Fourier, o qual permite representar a distribuição dos condutores ao longo do estator e do rotor do motor. Este método foi utilizado também para o cálculo das impedâncias mútuas e próprias do estator e do rotor.

Após a realização da modelagem matemática do motor de indução proposto neste trabalho, foi observado o comportamento do mesmo em condições normais de funcionamento. Em seguida, foi simulada a aplicação de um curto-circuito do tipo fase-fase entre os enrolamentos 1 e 2 das fases A e B. A etapa seguinte foi simular a aplicação de um curto-circuito do tipo fase-neutro entre os enrolamentos 1 e 2 entre a fase A e o neutro. Em todas as etapas foram obtidos os dados de conjugado e correntes de fase e de sequência do motor.

Como principal desdobramento deste trabalho, houve o desenvolvimento de uma ferramenta capaz de auxiliar em estudos de curtos-circuitos internos no estator,

assim como em estudos de detecção de falta e ajustes de proteção em motores de indução trifásicos com rotor do tipo gaiola de esquilo.

Índice

1. Introdução	8
2. Motor de indução: resumo teórico	9
2.1. Aspectos construtivos	9
2.2. Princípio de funcionamento	11
2.3. Enrolamento	12
2.3.1. Enrolamento de dupla camada	13
2.3.2. Passo de um motor	14
3. Método de análise harmônica de distribuição dos condutores	16
3.1. Apresentação do método	16
3.1.1. Distribuição dos condutores no estator	16
3.1.2. Densidade de corrente no enrolamento do estator	26
3.1.3. Campo magnético produzido pelo estator	27
3.1.4. Campo elétrico induzido pelo estator	30
3.1.5. FEM induzida pelo campo do estator	30
3.1.6. Distribuição dos condutores no rotor	35
3.1.7. Densidade de corrente no rotor	36
3.1.8. Mudança de referencial para o rotor	37
3.1.9. Campos magnético e elétrico no referencial do rotor	38
3.1.10. FEM induzida no rotor pelo estator	39
3.1.11. FEM induzida no rotor pelo rotor	40
3.1.12. FEM induzida no estator pelo rotor	44
3.1.13. Equações de balanço de tensão	46
3.1.14. Cálculo do conjugado da máquina	47
4. Aplicação do método para o modelo proposto	48
4.1. Apresentação do modelo	48
4.2. Simulações no Matlab	50
4.2.1. Distribuição dos condutores	50
4.2.2. Motor sem curto circuito	53
4.2.3. Motor em curto circuito	56
4.2.4. Comparação dos gráficos	71
5. Considerações Finais	78
6. Bibliografia	79
7. Anexo:	80

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho tem por objetivo analisar o desempenho de um motor de indução trifásico em condições normais e em situações de curto-circuito no estator. Esta análise é baseada no comportamento das correntes e do conjugado de cada situação simulada.

Os estudos foram realizados utilizando simulação na ferramenta MatLab de um motor de indução trifásico com dois enrolamentos por fase e rotor do tipo gaiola de esquilo, considerando os efeitos da distribuição harmônica no modelo tanto para a simulação em condições normais quanto para a simulação em curto-circuito.

Neste modelo foram aplicados os tipos de curto-circuito fase-fase e fase-neutro, ambos entre os enrolamentos, representados por impedâncias de acoplamento conectadas ao estator.

No capítulo dois será apresentada uma breve revisão dos conceitos e características de funcionamento e construtivas relevantes para este trabalho.

O capítulo três explica o método de análise harmônica de distribuição de condutores e sua utilização para o modelo proposto. Este conceito será aplicado na distribuição dos condutores no estator e no rotor de acordo com os harmônicos considerados.

A aplicação do modelo proposto está apresentada no capítulo quatro. Neste capítulo estão representadas as etapas de distribuição de condutores, comportamento em condições normais de funcionamento do motor de indução e durante aplicação da falta no modelo.

No capítulo cinco será apresentada a conclusão deste trabalho de comparação e análise do motor de indução trifásico em condições normais de funcionamento e em falta.

2. MOTOR DE INDUÇÃO: RESUMO TEÓRICO

Este capítulo tem por objetivo descrever o funcionamento e principais características do motor de indução. Este motor tem como característica um funcionamento simples, tornando sua construção fácil e barata.

2.1. ASPECTOS CONSTRUTIVOS

O motor de indução é composto por diversos componentes, tais como rolamentos, o rotor, estator e carcaça dos quais teremos como foco neste projeto o rotor e estator.

O motor de indução é assim chamado devido ao seu princípio de funcionamento, pois possui os condutores do rotor curto circuitados entre si permitindo que uma corrente induzida pelo campo magnético o percorra. Este campo magnético é gerado pelas correntes alternadas que percorrem as bobinas do estator, que por sua vez ficam conectadas a rede trifásica.

O estator é composto de chapas de aço elétrico de pequena espessura justapostas, estas chapas possuem ranhuras que são responsáveis por alojar os condutores das bobinas, que geralmente são feitas de cobre.

Os enrolamentos do estator do motor de indução são essencialmente iguais ao de um motor síncrono. Porém, quando comparados os enrolamentos do rotor, os dois tipos de motores possuem características diferentes, no caso do motor de indução os enrolamentos do rotor são eletricamente curto-circuitados e normalmente não possuem conexões externas, diferentemente do que ocorre no caso do motor síncrono.

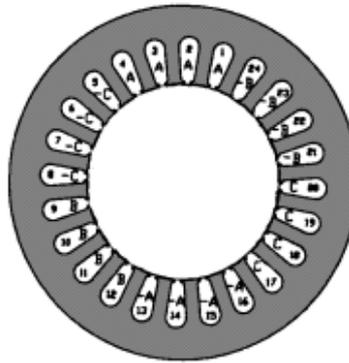


Figura 1 – Estator do motor de indução

Existem dois tipos de construção de rotor para o motor de indução, o tipo bobinado (também chamado de enrolado) e o tipo gaiola de esquilo. Segue abaixo descrição sobre os dois casos:

O rotor bobinado é formado por enrolamentos que se assemelham com o do estator possuindo o mesmo número de polos, os terminais destes enrolamentos são conectados a anéis deslizantes isolados montados sobre o eixo e escovas de carvão que ficam sobre esses anéis permitem que essas conexões fiquem acessíveis externamente. Este tipo de máquina não é muito utilizado, sendo encontrada apenas em alguns raros casos mais específicos.

No caso do rotor gaiola de esquilo os condutores são na realidade barras de alumínio fundidas nas ranhuras do rotor e curto-circuitadas por anéis também de alumínio fundidos em cada extremidade de seu rotor como mostrado abaixo:

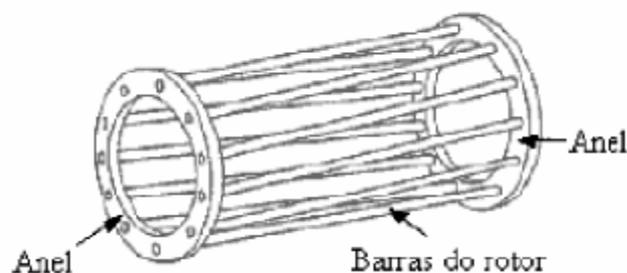


Figura 2 - Condutores rotor gaiola de esquilo

Um ponto importante é que o número de ranhuras por pólo e por fase do estator deve ser diferente do número de ranhuras do rotor. Caso contrário, se o

número de ranhuras fosse igual e em repouso ficassem emparelhadas, causaria uma redução significativa da relutância e, assim, impediria o rotor de girar.

Devido às vantagens em sua construção de simplicidade e robustez o motor de indução de gaiola de esquilo torna-se mais barato e confiável, devido a isto é o mais usado entre as máquinas de indução e por este motivo foi selecionado para ser usado também neste projeto.

2.2. PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO

O motor de indução trifásico do tipo gaiola de esquilo, que será usado em todo este trabalho, é uma máquina de corrente alternada, com estator formado por três bobinas por fase defasadas fisicamente em 120°. Devido às características da quantidade de fases do motor, que é trifásico, também temos uma defasagem elétrica de 120°. Este tipo de motor de indução pode conter uma quantidade maior de bobinas, no entanto, para fins de simplificação, serão consideradas apenas três.

Seu princípio de funcionamento consiste em um campo magnético girante produzido pela corrente alternada que circula nas bobinas do estator. Este campo magnético gira a uma velocidade que chamamos de velocidade síncrona (n_s). Esta velocidade é dada por 1:

$$n_s = 120 \frac{f}{p} \quad (1)$$

Onde f é a frequência da rede, que está definida em Hertz, p é a quantidade de polos da máquina e n_s é a velocidade síncrona medida em rpm.

O campo magnético girante induz correntes nos condutores do rotor e estas correntes por sua vez produzem um campo magnético que reage com o campo do estator de forma a tentar minimizar a corrente induzida produzindo assim um conjugado, como o rotor é a peça móvel desta máquina ele se movimenta na direção imposta por esta força.

Devido ao campo do estator estar sempre em movimento girante o rotor, por sua vez, também se mantém girando sempre tentando atingir a velocidade síncrona, a fim de tentar zerar a indução da corrente em seus condutores. No entanto, devido às

características intrínsecas do motor de indução, isto não ocorre, pois existe o atrito normal da máquina e o movimento cessa apenas quando as bobinas do estator são desenergizadas.

A diferença entre a velocidade síncrona do campo do estator da máquina e a velocidade do rotor é comumente chamada de escorregamento, podemos facilmente calculá-la utilizando 2:

$$s = \frac{n_s - n_R}{n_s} \quad (2)$$

Onde:

n_R é a velocidade do rotor definida em rpm;

n_s é a velocidade síncrona definida em rpm.

Devido a essa redução de velocidade o escorregamento significa perda para o motor, pois uma parte da potência elétrica absorvida não está sendo transformada em potência mecânica, por isso é interessante reduzi-lo ao máximo, pois assim irá diminuir as perdas e assim aumentando o rendimento da máquina.

2.3. ENROLAMENTO

O enrolamento de um motor de indução, também chamado de bobinas do estator, é considerado uma parte simples da máquina, porém de grande importância por ter influência significativa no seu funcionamento. Existem diversos tipos de enrolamentos, pois são projetados de acordo com o número de bobinas por fase do motor, sua distribuição pelas ranhuras e, até mesmo, de como são as ranhuras. Em geral, os tipos de enrolamentos de motores trifásicos são do tipo em espiral e imbricado.

O enrolamento em espiral como o próprio nome já sugere é aquele enrolamento onde as bobinas são enroladas em forma de espiral este é um enrolamento pouco usado.

O enrolamento imbricado é onde a segunda bobina é deslocada para o lado de uma ranhura em relação à primeira bobina e assim seguindo sucessivamente por todas as bobinas e por todas as fases.

A localização das bobinas de fase no estator está relacionada ao número de polos do motor.

Para entendermos melhor as diferenças com relação à distribuição de condutores é importante que seja mostrado o conceito de passo de um motor que será visto mais adiante.

2.3.1. ENROLAMENTO DE DUPLA CAMADA

O estator de motores de indução pode ser de camada simples onde cada ranhura possui apenas um lado de uma bobina ou de dupla camada onde cada ranhura possui dois lados de bobinas.

O enrolamento de dupla camada são usados em praticamente todos os motores disponíveis no mercado com exceção de alguns pequenos motores com menos de 10kW. Veja na figura abaixo um exemplo de dupla camada.

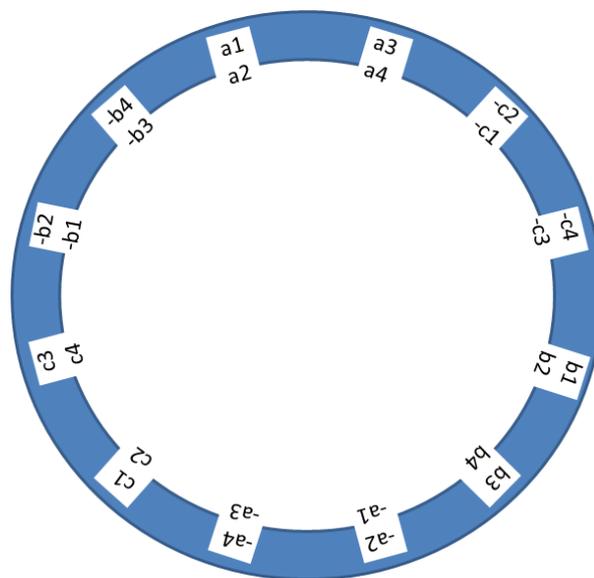


Figura 3 - Enrolamento de dupla camada

Como pode ser observado, a bobina é passada por uma ranhura pela parte mais interior e pela parte mais externa em outra. Os lados de bobinas de uma mesma fase que estão em ranhuras adjacentes (exemplo: a1 e a3) formam o chamado cinturão de fase.

apenas 5 ranhuras, ou seja, $5/6$ do passo pleno que corresponde a 150° elétricos. Isso pode ser feito girando-se duas ou mais ranhuras onde cada vez mais o passo da máquina irá diminuir.

Com o passo encurtado um ponto que deve se ter atenção é no isolamento das bobinas que deverão ser melhor isoladas, pois em uma mesma ranhura há condutores de fases diferentes. Apesar deste problema apresentado este tipo é o mais usado, pois permite que se obtenha forças eletromotrizes bem mais próxima de solenoides, economia de material condutor, uma vez que as bobinas são menores, redução da indutância, pois as bobinas são menores e diminuição das impedâncias devido a uma menor ação das mútuas por existirem condutores de fases diferentes em uma mesma ranhura.

3. MÉTODO DE ANÁLISE HARMÔNICA DE DISTRIBUIÇÃO DOS CONDUTORES

Neste capítulo será apresentado o método de análise harmônica de distribuição dos condutores que é uma das principais ferramentas utilizadas ao longo deste trabalho.

Este método tem como objetivo modelar as distribuições dos condutores ao longo do estator e do rotor, permitindo que seja considerada a influência dos harmônicos necessários para cada caso.

No caso da máquina aqui proposta este método será utilizado para que se possa obter uma representação matemática da posição dos condutores que constituem as duas bobinas por fase ao logo do estator e os condutores (barras metálicas) ao longo do rotor. Esta modelagem também será utilizada no cálculo das impedâncias mútuas e próprias do motor de indução utilizado neste trabalho.

3.1. APRESENTAÇÃO DO MÉTODO

Para melhor entendimento do método iniciaremos pelo estator e de forma mais simplificada utilizando apenas uma bobina de uma só fase e após isto será ampliado o mesmo conceito para os demais enrolamentos e em seguida para demais fases.

3.1.1. DISTRIBUIÇÃO DOS CONDUTORES NO ESTATOR

Para que se tenha uma melhor visão do sistema trabalharemos com o estator de forma linear como mostrado na figura abaixo:



Figura 5 - Estator do motor representado de forma linear

Como já mencionado anteriormente iniciaremos a apresentação do método aplicando-o para apenas uma bobina de uma única fase desta forma podemos representá-la matematicamente como mostrado abaixo:

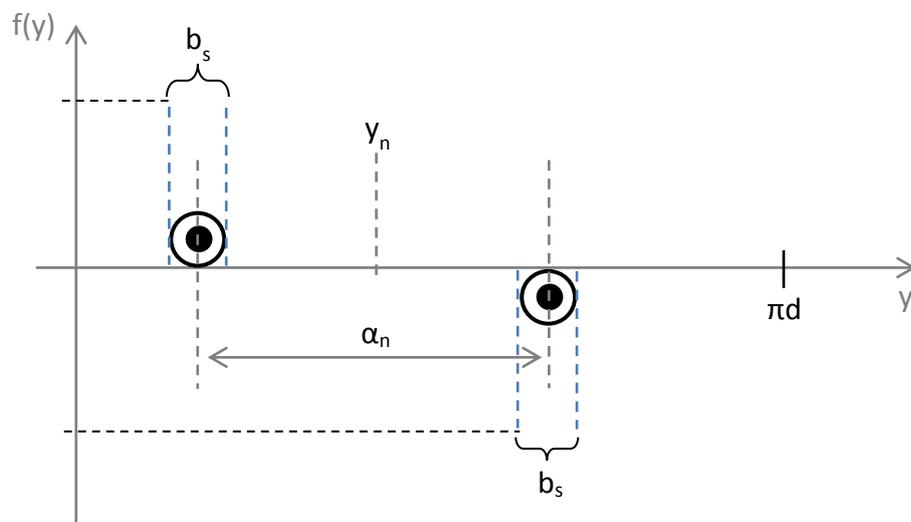


Figura 6 - Distribuição de condutores para apenas 1 enrolamento

Onde:

N é o número de espiras;

b_s é a abertura da ranhura;

α_n é a distância entre os dois lados de uma mesma bobina;

y_n é a posição relativa do centro da bobina;

$f(y)$ é a altura da ranhura.

Com isso podemos escrever que:

$$f(y) = \begin{cases} \frac{N}{b_s}, se & y_n - \frac{\alpha_n}{2} - \frac{b_s}{2} \leq y \leq y_n - \frac{\alpha_n}{2} + \frac{b_s}{2} \\ -\frac{N}{b_s}, se & y_n + \frac{\alpha_n}{2} - \frac{b_s}{2} \leq y \leq y_n + \frac{\alpha_n}{2} + \frac{b_s}{2} \end{cases} \quad (3)$$

Assim podemos representar matematicamente a distribuição de condutores através de um somatório infinito de harmônicos dado pela decomposição por série de Fourier como mostrado abaixo:

$$C(y) = \sum_k \bar{C}^k e^{-jky} \quad (4)$$

Nesta equação k é o número de onda para cada componente harmônico e este é dado de acordo com o número de polos para o harmônico respectivo sendo:

$$k = \frac{2v}{d} \quad (5)$$

Onde v é o número de par de polos para cada componente harmônico sendo dado por:

$$v = n \frac{N_p}{2} \quad (6)$$

Onde n o número do harmônico selecionado e N_p o número de polos do motor em questão.

Do somatório da distribuição de condutores temos que:

$$\bar{C}^k = \frac{1}{\pi d} \int_0^{\pi d} f(y) e^{-jky} dy \quad (7)$$

Aplicando para uma única bobina teremos:

$$\bar{C}^k = \frac{1}{\pi d} \left(\int_{y_n - \frac{\alpha_n}{2} - \frac{b_s}{2}}^{y_n - \frac{\alpha_n}{2} + \frac{b_s}{2}} \frac{N}{b_s} e^{jky} dy - \int_{y_n + \frac{\alpha_n}{2} - \frac{b_s}{2}}^{y_n + \frac{\alpha_n}{2} + \frac{b_s}{2}} \frac{N}{b_s} e^{jky} dy \right) \quad (8)$$

Resolvendo as integrais chegamos ao seguinte resultado:

$$\bar{C}^k = -\frac{jN}{\pi db_s k} e^{jky_n} \cdot 2j \text{sen}\left(k \frac{b_s}{2}\right) - 2j \text{sen}\left(k \frac{\alpha_n}{2}\right) \quad (9)$$

Sendo K_{bs}^k o fator de comprimento de abertura do rotor que é igual a:

$$K_{bs}^k = \frac{\text{sen}\left(k \frac{b_s}{2}\right)}{k \frac{b_s}{2}} \quad (10)$$

Fazendo a substituição temos:

$$\bar{C}^k = -j \frac{2}{\pi d} N K_{bs}^k \text{sen}\left(k \frac{\alpha_n}{2}\right) e^{jky_n} \quad (11)$$

Sendo esta a expressão para distribuição de um enrolamento de uma fase.

Em seguida será estendido este conceito para a distribuição de um enrolamento de uma fase como mostrado na figura 7:

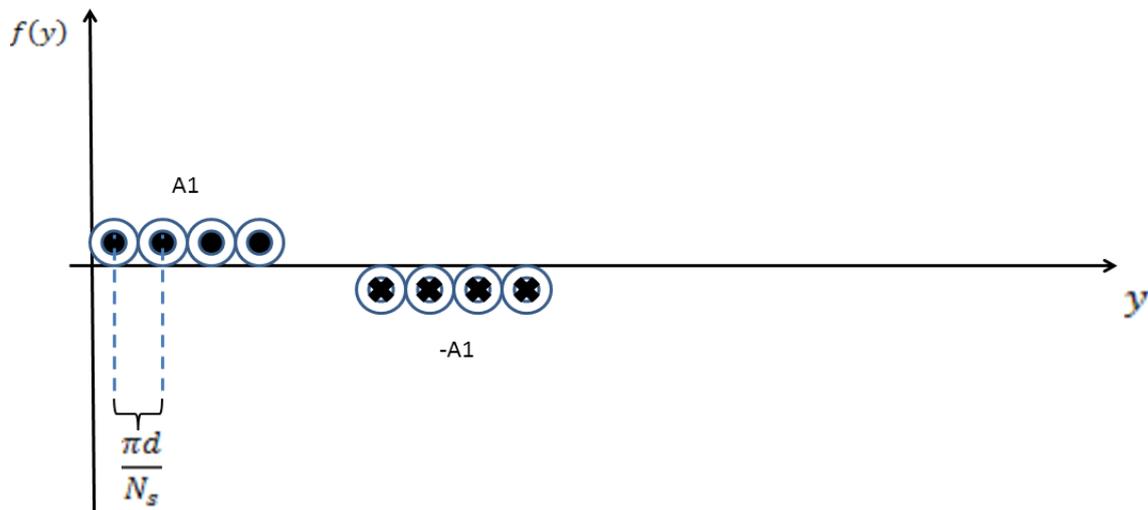


Figura 7 - Distribuição de condutores para o enrolamento A1

Onde:

N_s é o número de ranhuras do estator;

d é o diâmetro interno do estator.

Assim estendendo o método mostrado acima podemos representar a distribuição dos condutores para um enrolamento de fase, pela soma da distribuição dos condutores de cada bobina nele contido. Sendo assim teremos:

$$\bar{C}^k = -j \frac{2}{\pi d} N K_{bs}^k \text{sen} \left(k \frac{\alpha_n}{2} \right) \sum_{n=1}^{\frac{N_s}{3N_p}} e^{-jk y_n} \quad (12)$$

Sendo a posição das bobinas dada por:

$$y_n = (n - 1) \frac{\pi d}{N_s} + y_0 \quad (13)$$

Teremos que para o enrolamento A1:

$$\bar{C}_{a1}^k = -j \frac{2}{\pi d} N K_{bs}^k \text{sen} \left(k \frac{\alpha_n}{2} \right) \sum_{n=1}^{\frac{N_s}{3N_p}} e^{jk \left[(n-1) \frac{\pi d}{N_s} + y_0 \right]} \quad (14)$$

Fazendo o somatório chegamos a:

$$\bar{C}_{a1}^k = -j \frac{2}{\pi d} N K_{bs}^k \text{sen} \left(k \frac{\alpha_n}{2} \right) \frac{\text{sen} \left(\frac{v\pi}{3N_p} \right)}{\text{sen} \left(\frac{v\pi}{N_s} \right)} e^{j \left(\frac{v\pi}{3N_p} - \frac{v\pi}{N_s} + k y_0 \right)} \quad (15)$$

Sendo:

$$v = \frac{kd}{2} \quad (16)$$

Onde:

d é o diâmetro médio do entreferro

v é 'harmônica referida por k ' x 'número de pares de polos

A seguir este conceito será estendido para uma fase que neste caso inclui 2 (dois) enrolamentos como mostra a figura 9.

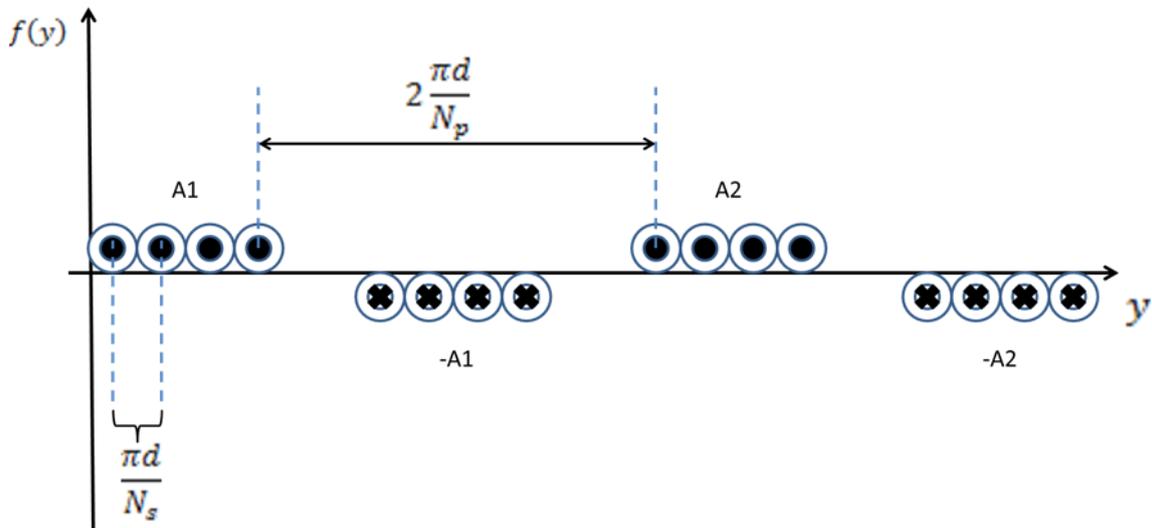


Figura 8 - Distribuição de condutores para uma fase

Onde:

N_s é o número de ranhuras do estator

N_p é o número de polos do motor

Somando a distribuição de condutores para cada enrolamento com suas respectivas defasagens teremos:

$$\bar{C}_{s1}^k = -j \frac{2}{\pi d} N K_{bs}^k \text{sen} \left(k \frac{\alpha_n}{2} \right) \frac{\text{sen} \left(\frac{v\pi}{3N_p} \right)}{\text{sen} \left(\frac{v\pi}{N_s} \right)} e^{j \left(\frac{v\pi}{3N_p} - \frac{v\pi}{N_s} + ky_0 \right)} e^{jky_0} \sum_{i=1}^{\frac{N_p}{2}} e^{jk \left[2(i-1) \frac{\pi d}{N_p} \right]} \quad (17)$$

Desenvolvendo o somatório obtém-se:

$$\bar{C}_{s1}^k = -j \frac{Np}{\pi d} N K_{bs}^k \text{sen} \left(k \frac{\alpha_n}{2} \right) \frac{\text{sen} \left(\frac{v\pi}{3Np} \right)}{\text{sen} \left(\frac{v\pi}{N_s} \right)} e^{j \left(\frac{v\pi}{3Np} - \frac{v\pi}{N_s} \right)} e^{jk y_0} \quad (18)$$

Sendo $v = n \frac{Np}{2}$ onde n é um número inteiro

Definindo-se fator de distribuição como:

$$K_D^v = \frac{\text{sen} \left(\frac{mv\beta}{2} \right)}{m \text{sen} \left(\frac{v\beta}{2} \right)} \quad (19)$$

Sendo:

$$\beta = \frac{2\pi}{N_s} \quad (20)$$

$$m = \frac{N_s}{3N_p} \quad (21)$$

Substituindo na equação obtém-se:

$$\frac{v\pi}{3N_p} = \frac{v\pi}{N_s} \frac{N_s}{3N_p} \quad (22)$$

Temos:

$$\frac{\text{sen} \left(\frac{v\pi}{3N_p} \right)}{\text{sen} \left(\frac{v\pi}{N_s} \right)} = \frac{N_s}{3N_p} K_D^v \quad (23)$$

Sendo:

$$K_p^k = \text{sen}\left(k \frac{v\alpha_n}{2d}\right) \rightarrow \text{Fator de passo sendo } \alpha_n \text{ o ângulo polar}$$

$$K_w^k = K_D^k \cdot K_p^k \rightarrow \text{Fator de enrolamento}$$

$$N_{ph} = N \frac{N_s}{3} \rightarrow \text{Número de espiras em série por fase}$$

Substituindo na equação acima teremos:

$$\boxed{\bar{C}_{s1}^k = -j \frac{1}{\pi d} N_{ph} K_{bs}^k K_w^k e^{j\left(\frac{v\pi}{3N_p} - \frac{v\pi}{N_s}\right)} e^{jk y_0}} \quad (24)$$

Assim teremos que:

$$C_A(y) = \sum_k \bar{C}_A^k e^{-jky} \quad (25)$$

$$C_B(y) = \sum_k \bar{C}_B^k e^{-jky} \quad (26)$$

$$C_C(y) = \sum_k \bar{C}_C^k e^{-jky} \quad (27)$$

Considerando que está sendo usado um sistema trifásico balanceado podemos assumir que as fases estão defasadas de 2/3 do passo polar segundo sua distribuição no estator. Assim definindo a fase A como referência podemos escrever para o primeiro enrolamento que:

$$C_{A1}(y) = C_{B1}\left(y + \frac{2\pi d}{3N_p}\right) \quad (28)$$

Assim:

$$\sum_k \bar{C}_{A1}^k e^{-jky} = \sum_k \bar{C}_{B1}^k e^{-jk\left(y + \frac{2\pi d}{3N_P}\right)} \quad (29)$$

Logo:

$$\bar{C}_{A1}^k = \bar{C}_{B1}^k e^{j\frac{2k\pi d}{3N_P}} \quad (30)$$

Analogamente para a fase C teremos:

$$C_{A1}(y) = C_{C1}\left(y - \frac{2\pi d}{3N_P}\right) \quad (31)$$

Assim:

$$\sum_k \bar{C}_{A1}^k e^{-jky} = \sum_k \bar{C}_{C1}^k e^{-jk\left(y - \frac{2\pi d}{3N_P}\right)} \quad (32)$$

Logo:

$$\bar{C}_{A1}^k = \bar{C}_{C1}^k e^{-j\frac{2k\pi d}{3N_P}} \quad (33)$$

Sendo:

$$\frac{2k\pi d}{3N_P} = \frac{4\pi v}{3N_P} = n \frac{2\pi}{3} \quad (34)$$

Sendo n um número inteiro temos que:

$$\bar{C}_{B1}^k = \bar{C}_{A1}^k e^{jn\frac{2\pi}{3}} \quad (35)$$

Analogamente temos:

$$\bar{C}_{C1}^k = \bar{C}_{A1}^k e^{-jn\frac{2\pi}{3}} \quad (36)$$

Tomando a fase A como referência podemos escrever:

$$C_{A1}(y) = \sum_k \bar{C}_S^k e^{-jky} \quad (37)$$

$$C_{B1}(y) = \sum_k \bar{C}_S^k e^{-j\left(ky - n\frac{2\pi}{3}\right)} \quad (38)$$

$$C_{C1}(y) = \sum_k \bar{C}_S^k e^{-j\left(ky + n\frac{2\pi}{3}\right)} \quad (39)$$

Para o segundo enrolamento pode ser utilizado o mesmo princípio apenas incluindo a defasagem conforme o passo polar. Sendo assim podemos afirmar que:

$$C_{A2}(y) = \sum_k \bar{C}_S^k e^{-j\left(ky + k\frac{\pi d}{N_P}\right)} \quad (40)$$

$$C_{B2}(y) = \sum_k \bar{C}_S^k e^{-j\left(ky - n\frac{2\pi}{3} + k\frac{\pi d}{N_P}\right)} \quad (41)$$

$$C_{C2}(y) = \sum_k \bar{C}_S^k e^{-j\left(ky + n\frac{2\pi}{3} + k\frac{\pi d}{N_P}\right)} \quad (42)$$

3.1.2. DENSIDADE DE CORRENTE NO ENROLAMENTO DO ESTATOR

Neste item será calculada a densidade de corrente das correntes das fases A, B e C do primeiro enrolamento sendo representadas por:

$$i_{A1}(t) = \text{Re}\{\sqrt{2}Ie^{j\omega t}\} \quad (43)$$

$$i_{B1}(t) = \text{Re}\left\{\sqrt{2}Ie^{j\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)}\right\} \quad (44)$$

$$i_{C1}(t) = \text{Re}\left\{\sqrt{2}Ie^{j\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)}\right\} \quad (45)$$

Essas correntes produzem uma distribuição de correntes que pode ser representada por:

$$J_{S1}(\mathbf{y}, t) = C_{A1}(\mathbf{y})i_{A1}(t) + C_{B1}(\mathbf{y})i_{B1}(t) + C_{C1}(\mathbf{y})i_C(t) \quad (46)$$

Para a fase A do primeiro enrolamento temos a seguinte densidade de corrente:

$$J_{A1}(\mathbf{y}, t) = C_{A1}(\mathbf{y})i_{A1}(t) \quad (47)$$

Substituindo a corrente deste enrolamento temos:

$$J_{A1}(\mathbf{y}, t) = C_{A1}(\mathbf{y})\text{Re}\{\sqrt{2}Ie^{j\omega t}\} \quad (48)$$

Substituindo C_{A1} temos:

$$J_{A1}(\mathbf{y}, t) = \sum_k \bar{C}_S^k e^{-jk_y} \text{Re}\{\sqrt{2}Ie^{j\omega t}\} \quad (49)$$

Reescrevendo a expressão acima temos que a densidade de corrente para a fase A do primeiro enrolamento é dado por:

$$J_{A1}(y, t) = \text{Re}\left\{\sum_k \bar{C}_S^k \sqrt{2I} e^{j(\omega t - ky)}\right\} \quad (50)$$

Aplicando o mesmo para as demais fases deste enrolamento chegamos a:

$$J_{B1}(y, t) = \text{Re}\left\{\sum_k \bar{C}_S^k \sqrt{2I} e^{j\left(\omega t - ky + \frac{2\pi}{3}(n-1)\right)}\right\} \quad (51)$$

$$J_{C1}(y, t) = \text{Re}\left\{\sum_k \bar{C}_S^k \sqrt{2I} e^{j\left(\omega t - ky + \frac{2\pi}{3}(1-n)\right)}\right\} \quad (52)$$

Para o segundo enrolamento basta aplicar o mesmo princípio apenas acrescentando a respectivas defasagens.

3.1.3. CAMPO MAGNÉTICO PRODUZIDO PELO ESTATOR

Neste item será calculado a campo magnético produzido pelas correntes do estator, este campo pode ser calculado aplicando-se a lei de Ampère no entreferro da máquina como mostrado na figura abaixo:

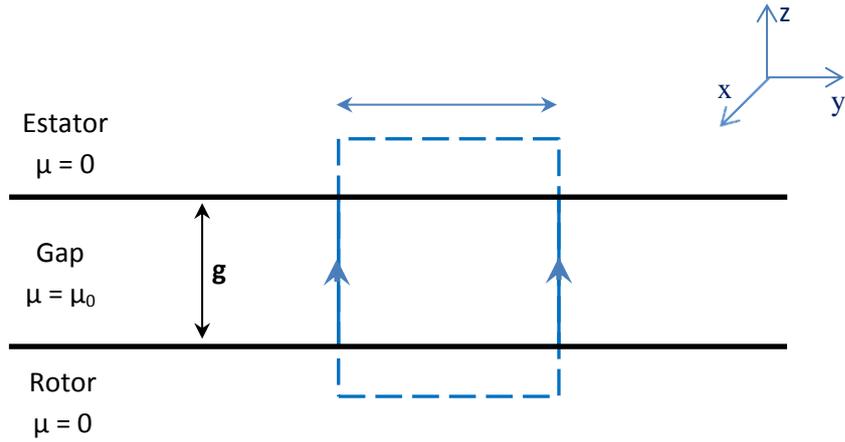


Figura 9 - Lei de Ampère aplicada no entreferro da máquina

Da figura acima obtemos:

$$\frac{\partial b_z}{\partial y}(\mathbf{y}, t) = \frac{\mu_0}{g} j_s(\mathbf{y}, t) \quad (53)$$

Estando $j_s(\mathbf{y}, t)$ na direção de x e substituindo pela expressão encontrada anteriormente para densidade de corrente teremos:

$$\frac{\partial b_z}{\partial y}(\mathbf{y}, t) = \frac{\mu_0}{g} \text{Re}\{\sum_k \bar{C}_s^k \sqrt{2} \mathbf{I} e^{j(\omega t - ky)}\} \quad (54)$$

Sendo:

$$b_z(\mathbf{y}, t) = \text{Re}\{\sum_k \bar{B}_z^k \sqrt{2} e^{j(\omega t - ky)}\} \quad (55)$$

Então:

$$\frac{\partial b_z}{\partial y}(\mathbf{y}, t) = \text{Re}\{\sum_k -jk \bar{B}_z^k \sqrt{2} e^{j(\omega t - ky)}\} \quad (56)$$

Comparando as equações teremos:

$$\frac{\mu_0}{g} \operatorname{Re}\{\sum_k \bar{C}_s^k \sqrt{2} \bar{I} e^{j(\omega t - ky)}\} = \operatorname{Re}\{\sum_k -jk \bar{B}_z^k \sqrt{2} e^{j(\omega t - ky)}\} \quad (57)$$

Eliminado os termos comuns:

$$-jk \bar{B}_z^k = \frac{\mu_0}{g} \bar{C}_s^k \bar{I} \quad (58)$$

Logo:

$$\bar{B}_z^k = j \frac{\mu_0}{gk} \bar{C}_s^k \bar{I} \quad (59)$$

Considerando a fase A como referência temos:

$$\bar{B}_{zA1}^k = j \frac{\mu_0}{gk} \bar{C}_{sA1}^k \bar{I} \quad (60)$$

$$\bar{B}_{zB1}^k = j \frac{\mu_0}{gk} \bar{C}_{sB1}^k \bar{I} e^{\frac{2\pi}{3}(n-1)} \quad (61)$$

$$\bar{B}_{zC1}^k = j \frac{\mu_0}{gk} \bar{C}_{sC1}^k \bar{I} e^{\frac{2\pi}{3}(1-n)} \quad (62)$$

Para o segundo enrolamento deve ser aplicado o mesmo princípio apenas adicionando a defasagem respectiva.

3.1.4. CAMPO ELÉTRICO INDUZIDO PELO ESTATOR

O campo elétrico produzido pelo estator da máquina pode ser calculado utilizando-se a lei de Faraday com isso teremos que:

$$\frac{\partial e_x}{\partial y}(\mathbf{y}, t) = \frac{\partial b_z}{\partial y}(\mathbf{y}, t) \quad (63)$$

Como já demonstrado anteriormente temos que:

$$\frac{\partial b_z}{\partial y}(\mathbf{y}, t) = \text{Re}\{\sum_k -jk\bar{B}_z^k\sqrt{2}e^{j(\omega t - ky)}\} \quad (64)$$

Sendo a intensidade do campo elétrico igual a:

$$e_x(\mathbf{y}, t) = \text{Re}\{\sum_k \bar{E}_x^k\sqrt{2}e^{j(\omega t - ky)}\} \quad (65)$$

Onde:

$$\bar{E}_x^k = -\frac{\omega}{k}\bar{B}_z^k \quad (66)$$

3.1.5. FEM INDUZIDA PELO CAMPO DO ESTATOR

A FEM induzida pelos condutores do estator na fase A é calculada pela expressão dada abaixo:

$$u_{SS}(t) = \int_{x=0}^W \int_{y=0}^{\pi d} e_x(\mathbf{y}, t) C_A(\mathbf{y}) dy dx \quad (67)$$

Sendo W o comprimento axial da máquina em questão.

Substituindo $e_x(y, t)$ e $C_A(y)$ por suas respectivas expressões teremos:

$$\mathbf{u}_{SS}(t) = \mathbf{WRe} \left\{ \sum_k \sum_l \sqrt{2} \bar{E}_x^k \bar{C}_S^l e^{j\omega t} \int_{y=0}^{\pi d} e^{-(k+l)y} dy \right\} \quad (68)$$

A integral acima será zero quando $k + l \neq 0$ e será igual a πd quando $k + l = 0$, assim temos que:

$$\mathbf{u}_{SS}(t) = \mathbf{Re} \left\{ \sum_k \sqrt{2} \bar{E}_x^k \bar{C}_S^{k*} e^{j\omega t} \mathbf{W} \pi d \right\} \quad (69)$$

Onde:

$$\bar{C}_S^{k*} = \bar{C}_S^{-k} \quad (70)$$

Com isso podemos simplificar a expressão para:

$$\mathbf{u}_{SS}(t) = \mathbf{Re} \left\{ \sqrt{2} \bar{\mathbf{U}}_{SS} e^{j\omega t} \right\} \quad (71)$$

Sendo o valor eficaz da FEM dado por:

$$\bar{\mathbf{U}}_{SS} = \sum_k \pi d \mathbf{W} \bar{E}_x^k \bar{C}_S^{k*} \quad (72)$$

Substituindo \bar{E}_x^k tem-se:

$$\bar{\mathbf{U}}_{SS} = \sum_k -\pi d \mathbf{W} \frac{\omega}{k} \bar{\mathbf{B}}_z^k \bar{C}_S^{k*} \quad (73)$$

Substituindo \bar{B}_z^k tem-se:

$$\bar{U}_{ss} = \sum_k -\pi dW \frac{\omega}{k} j \frac{\mu_0}{gk} \bar{C}_s^k \bar{C}_s^{k*} \bar{I} \quad (74)$$

Arrumando a expressão tem-se:

$$\bar{U}_{ss} = \bar{I} \sum_k j \frac{\pi dW \omega \mu_0}{gk^2} \bar{C}_s^k \bar{C}_s^{k*} \quad (75)$$

Esta FEM atua produzindo corrente no enrolamento, atuando assim no sentido positivo, com isso podemos escrever a equação anterior como:

$$\bar{U}_{ss} = -\bar{I} \bar{Z}_{ss}^k = -\bar{I} \sum_k \bar{Z}_{ss}^k \quad (76)$$

Sendo \bar{Z}_{ss}^k a reatância de magnetização monofásica do estator devido a v-ésima componente harmônica do fluxo no entreferro, igual a:

$$\bar{Z}_{ss}^k = j \frac{\pi dW \omega \mu_0}{gk^2} |\bar{C}_s^k|^2 \quad (77)$$

Como $|\bar{C}_A^k|^2 = |\bar{C}_B^k|^2 = |\bar{C}_C^k|^2$ a equação de impedância pode ser aplicada para todas as três fases do estator, assim temos que as impedâncias mútuas entre os enrolamentos do estator são iguais a:

$$\bar{Z}_{A1B1}^k = j \frac{\pi dW \omega \mu_0}{gk^2} \bar{C}_{B1}^k \bar{C}_{A1}^{k*} \quad (78)$$

$$\bar{Z}_{A1C1}^k = j \frac{\pi dW \omega \mu_0}{gk^2} \bar{C}_{C1}^k \bar{C}_{A1}^{k*} \quad (79)$$

$$\bar{Z}_{B1A1}^k = j \frac{\pi dW \omega \mu_0}{gk^2} \bar{C}_{A1}^k \bar{C}_{B1}^{k*} \quad (80)$$

$$\bar{Z}_{B1C1}^k = j \frac{\pi dW \omega \mu_0}{gk^2} \bar{C}_{C1}^k \bar{C}_{B1}^{k*} \quad (81)$$

$$\bar{Z}_{C1A1}^k = j \frac{\pi dW \omega \mu_0}{gk^2} \bar{C}_{A1}^k \bar{C}_{C1}^{k*} \quad (82)$$

$$\bar{Z}_{C1B1}^k = j \frac{\pi dW \omega \mu_0}{gk^2} \bar{C}_{B1}^k \bar{C}_{C1}^{k*} \quad (83)$$

Existem mútuas entre o enrolamento 1 e o enrolamento 2 e para estas também pode ser aplicado a expressão acima obtendo::

$$\bar{Z}_{A1A2}^k = j \frac{\pi dW \omega \mu_0}{gk^2} \bar{C}_{A2}^k \bar{C}_{A1}^{k*} \quad (84)$$

$$\bar{Z}_{A1B2}^k = j \frac{\pi dW \omega \mu_0}{gk^2} \bar{C}_{B2}^k \bar{C}_{A1}^{k*} \quad (85)$$

$$\bar{Z}_{A1C2}^k = j \frac{\pi dW \omega \mu_0}{gk^2} \bar{C}_{C2}^k \bar{C}_{A1}^{k*} \quad (86)$$

$$\bar{Z}_{B1A2}^k = j \frac{\pi dW \omega \mu_0}{gk^2} \bar{C}_{A2}^k \bar{C}_{B1}^{k*} \quad (87)$$

$$\bar{Z}_{B1B2}^k = j \frac{\pi dW \omega \mu_0}{gk^2} \bar{C}_{B2}^k \bar{C}_{B1}^{k*} \quad (88)$$

$$\bar{Z}_{B1C2}^k = j \frac{\pi dW \omega \mu_0}{gk^2} \bar{C}_{C2}^k \bar{C}_{B1}^{k*} \quad (89)$$

$$\bar{Z}_{C1A2}^k = j \frac{\pi dW \omega \mu_0}{gk^2} \bar{C}_{A2}^k \bar{C}_{C1}^{k*} \quad (90)$$

$$\bar{Z}_{C1B2}^k = j \frac{\pi d W \omega \mu_0}{g k^2} \bar{C}_{B2}^k \bar{C}_{C1}^{k*} \quad (91)$$

$$\bar{Z}_{C1C2}^k = j \frac{\pi d W \omega \mu_0}{g k^2} \bar{C}_{C2}^k \bar{C}_{C1}^{k*} \quad (92)$$

Este princípio também pode ser aplicado para impedâncias próprias dos enrolamentos sendo iguais a:

$$\bar{Z}_{A1A1}^k = j \frac{\pi d W \omega \mu_0}{g k^2} |\bar{C}_{A1}^k|^2 \quad (93)$$

$$\bar{Z}_{B1B1}^k = j \frac{\pi d W \omega \mu_0}{g k^2} |\bar{C}_{B1}^k|^2 \quad (94)$$

$$\bar{Z}_{C1C1}^k = j \frac{\pi d W \omega \mu_0}{g k^2} |\bar{C}_{C1}^k|^2 \quad (95)$$

$$\bar{Z}_{A2A2}^k = j \frac{\pi d W \omega \mu_0}{g k^2} |\bar{C}_{A2}^k|^2 \quad (96)$$

$$\bar{Z}_{B2B2}^k = j \frac{\pi d W \omega \mu_0}{g k^2} |\bar{C}_{B2}^k|^2 \quad (97)$$

$$\bar{Z}_{C2C2}^k = j \frac{\pi d W \omega \mu_0}{g k^2} |\bar{C}_{C2}^k|^2 \quad (98)$$

3.1.6. DISTRIBUIÇÃO DOS CONDUTORES NO ROTOR

Neste item será desenvolvida a distribuição de condutores para o rotor da máquina em questão, para isto será utilizado o mesmo princípio.

O rotor em questão é do tipo gaiola de esquilo, ou seja, é composto por barras metálicas eletricamente isoladas umas das outras e com suas extremidades curto circuitadas como mostra a figura abaixo:

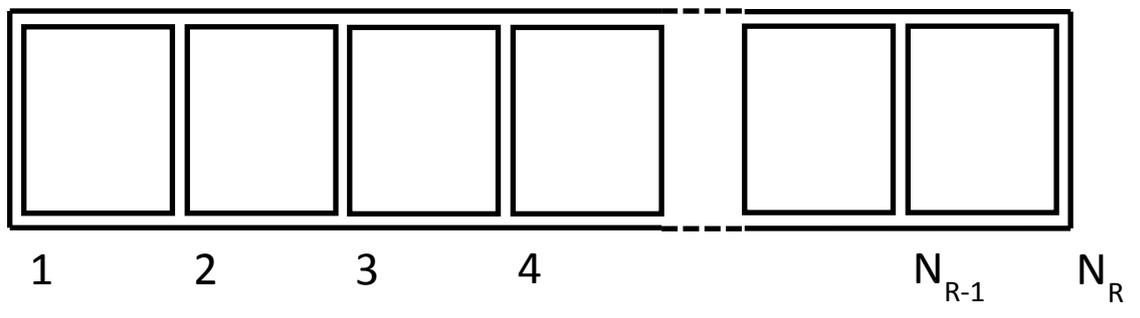


Figura 10 – Barras do rotor

Como mostrado acima este rotor é formado por N_R barras que conectadas formam os chamados loops.

Usando o mesmo princípio podemos representar matematicamente a distribuição de condutores de um loop por:

$$C_{R,n}(y') = \sum_l \bar{C}_R^l e^{jl(n-1)\frac{\pi d}{N_R}} e^{-jly'} \quad (99)$$

Sendo:

$$\bar{C}_R^l = -j \frac{2}{\pi d} K_{bR}^l \text{sen} \left(l \frac{y_R}{2} \right) e^{-jly'_0} \quad (100)$$

Onde K_{bR}^l é o fator de abertura da ranhura dado por:

$$K_{bR}^l = \frac{\text{sen}\left(l\frac{b_R}{2}\right)}{l\frac{b_R}{2}} \quad (101)$$

l – número do harmônico

γ_R - Abertura linear do loop

b_R – Abertura linear da ranhura do rotor

3.1.7. DENSIDADE DE CORRENTE NO ROTOR

Para o v_k ésimo harmônico a corrente do rotor pode ser representada por:

$$i_{R,n}^k(t) = \text{Re} \left\{ \sum_k \sqrt{2} I_R^k e^{js^k \omega t} e^{-jk(n-1)\frac{\pi d}{N_R}} \right\} \quad (102)$$

Sua respectiva densidade de corrente é dado por:

$$j_{R,n}^k(y', t) = C_{R,n}(y') i_{R,n}^k(t) \quad (103)$$

Substituindo $C_{R,n}(y')$ e $i_{R,n}^k(t)$ representados anteriormente temos:

$$j_{R,n}^k(y', t) = \text{Re} \left\{ -j \frac{2}{\pi d} \sum_l \sqrt{2} I_R^k \bar{C}_R^l e^{j(s^k \omega t - l y')} e^{-j\left((k-l)(n-1)\frac{\pi d}{N_R}\right)} \right\} \quad (104)$$

Levando em consideração todos os loop do rotor teremos:

$$j_{R,n}^k(\mathbf{y}', t) = \text{Re} \left\{ -j \frac{2}{\pi d} \sum_l \sqrt{2} \bar{I}_R^k \bar{C}_R^l e^{j(s^k \omega t - l y')} \sum_{n=1}^{N_R} e^{-j \left((k-l)(n-1) \frac{\pi d}{N_R} \right)} \right\} \quad (105)$$

Para a equação acima teremos necessariamente que $v_k - v_l = qN_R$, pois caso contrário o segundo somatório seria igual a zero. Com esta afirmação válida temos que o segundo somatório torna-se igual a N_R assim temos:

$$j_{R,n}^k(\mathbf{y}', t) = \text{Re} \left\{ -j \frac{2}{\pi d} \sum_l \sqrt{2} \bar{J}_R^k e^{j(s^k \omega t - (v_k - qN_R) y')} \right\} \quad (106)$$

Sendo:

$$\bar{J}_R^k = -j \frac{2N_R}{\pi d} \bar{I}_R^k \bar{C}_R^{\left(k - \frac{2qN_R}{d}\right)} \quad (107)$$

3.1.8. MUDANÇA DE REFERENCIAL PARA O ROTOR

Para que seja possível o calculo da impedância do rotor em relação ao estator é necessário que o campo elétrico e o campo magnético gerado pelo estator sejam transferidos para o referencial do rotor. Assim temos que as coordenadas do estator para o referencial do rotor é dado por:

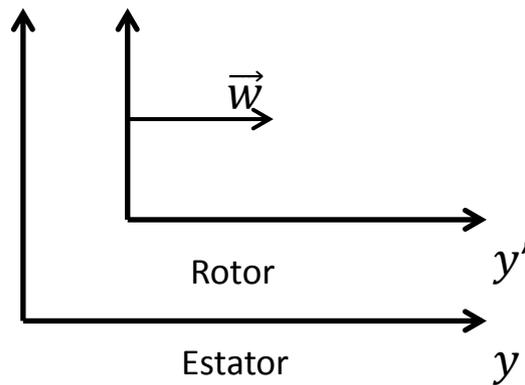


Figura 11 – Troca de referencial

Assim para o v^k éximo harmônico podemos representar o escorregamento por:

$$s^k = \frac{\frac{\omega}{k} - v'}{\frac{\omega}{k}} \quad (109)$$

Sendo:

$$v' = (1 - s^k) \frac{\omega}{k} \quad (110)$$

Logo a troca da coordenada de referencial do estator para o rotor pode ser representado por:

$$y = y' + (1 - s^k) \frac{\omega}{k} t \quad (111)$$

3.1.9. CAMPOS MAGNÉTICO E ELÉTRICO NO REFERENCIAL DO ROTOR

Pelo método acima pode-se dizer que, considerando a componente harmônica da ordem de v^k a densidade de campo magnético no referencial do rotor pode ser definida como:

$$\mathbf{b}_z^k(\mathbf{y}', t) = \mathbf{Re} \left\{ \sum_k \bar{\mathbf{B}}_z^k \sqrt{2} e^{j(s^k \omega t - k y')} \right\} \quad (112)$$

Utilizando o mesmo processo temos que a intensidade de campo magnético é definida por:

$$\mathbf{e}_x^k(\mathbf{y}', t) = \mathbf{Re} \left\{ \sum_k \bar{\mathbf{E}}_x^k \sqrt{2} e^{j(s^k \omega t - k y')} \right\} \quad (113)$$

Sendo:

$$\bar{\mathbf{E}}_x^k = -\frac{s^k \omega}{k} \bar{\mathbf{B}}_z^k \quad (114)$$

3.1.10. FEM INDUZIDA NO ROTOR PELO ESTATOR

A FEM (força eletromotriz) induzida em um loop do rotor pelo campo produzido pelo enrolamento do estator pode ser definida como:

$$\mathbf{u}_{RS}(t) = \int_{x=0}^W \int_{y=0}^{\pi d} \mathbf{e}_x(\mathbf{y}', t) \mathbf{C}_{R,n}(\mathbf{y}') d\mathbf{y}' dx \quad (115)$$

Fazendo o desenvolvimento teremos:

$$\mathbf{u}_{RS}(t) = W \mathbf{Re} \left\{ \sum_k \sum_l \sqrt{2} \bar{\mathbf{E}}_x^k \bar{\mathbf{C}}_R^l e^{j s^k \omega t} \int_{y'=0}^{\pi d} e^{-j(k+l)y'} dy' \right\} \quad (116)$$

$$\mathbf{u}_{RS}(t) = \mathbf{Re} \left\{ \sum_k \sqrt{2} \bar{\mathbf{E}}_x^k (\bar{\mathbf{C}}_R^l)^* e^{j s^k \omega t} W \pi d \right\} \quad (117)$$

$$\mathbf{u}_{RS}(t) = \text{Re} \left\{ \sqrt{2} \sum_k \bar{\mathbf{U}}_{R,S}^k e^{js^k \omega t} \right\} \quad (118)$$

Sendo a corrente em um loop do rotor, já definida anteriormente, igual a:

$$\mathbf{i}_{R,n}^k(t) = \text{Re} \left\{ \sum_k \sqrt{2} \bar{\mathbf{I}}_R^k e^{js^k \omega t} e^{-jk(n-1)\frac{\pi d}{N_R}} \right\} \quad (119)$$

Teremos:

$$\bar{\mathbf{U}}_{R,S}^k = -j \frac{W \omega \mu_0 \pi d}{gk^2} s^k \bar{\mathbf{C}}_S^k (\bar{\mathbf{C}}_R^k)^* \bar{\mathbf{I}} \quad (120)$$

$$\bar{\mathbf{U}}_{R,S}^k = -\bar{\mathbf{I}} \bar{\mathbf{Z}}_{R,S}^k \quad (121)$$

Assim temos que a impedância mútua no rotor devido a influência do estator é igual a:

$$\bar{\mathbf{Z}}_{R,S}^k = j \frac{W \omega \mu_0 \pi d}{gk^2} s^k \bar{\mathbf{C}}_S^k (\bar{\mathbf{C}}_R^k)^* \quad (122)$$

3.1.11. FEM INDUZIDA NO ROTOR PELO ROTOR

Neste item será calculada a impedância mútua do rotor e para isso é necessário o cálculo da força eletro motriz induzida no rotor pelas correntes do próprio rotor.

Inicialmente é necessário o cálculo do campo magnético no primeiro loop do rotor, para isso será aplicada a lei de Ampère como demonstra a figura abaixo:

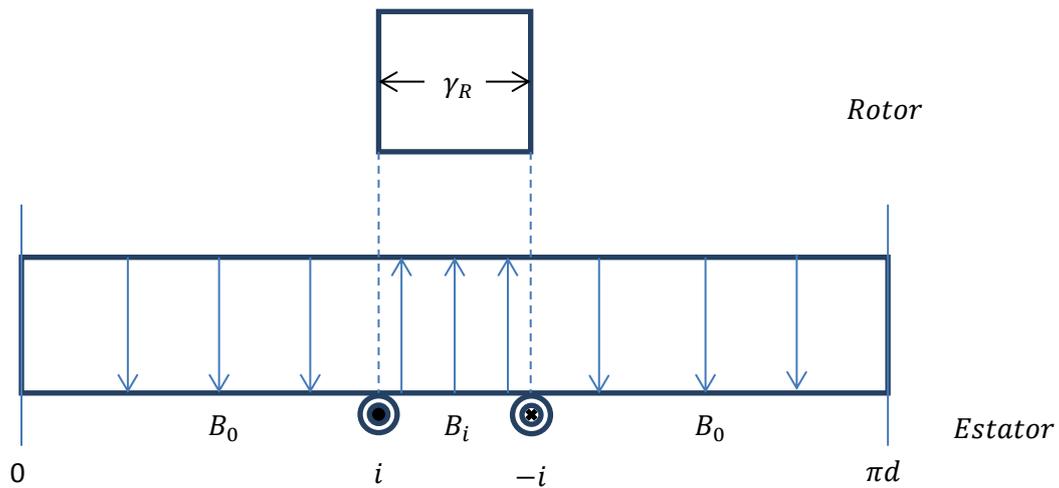


Figura 12 – Aplicação da lei de Ampère

Onde:

γ_R - Passo linear do rotor;

B_0 – Densidade de fluxo magnético externo;

B_i – Densidade de fluxo magnético interno.

Assim podem escreve que:

$$\begin{cases} B_i \gamma_R = B_0 (\pi d - \gamma_R) \\ \frac{B_i g}{\mu_0} + \frac{B_0 g}{\mu_0} = i \end{cases} \quad (123)$$

Com isso:

$$B_0 = \frac{\mu_0 \gamma_R}{\pi d g} i \quad (124)$$

$$B_i = \frac{\mu_0}{g} \left(1 - \frac{\gamma_R}{\pi d} \right) i \quad (125)$$

A corrente que flui no 1º loop do rotor para v_k -ésimo componente harmônico pode ser representada por:

$$i_R^k(t) = \text{Re} \left\{ \sum_k \sqrt{2} \bar{I}_R^k e^{js^k \omega t} \right\} \quad (126)$$

O fluxo magnético que atravessa a região do loop, devido as correntes de todos os loops para o v_k -ésimo componente harmônico, pode ser representado por:

$$\varphi^k = \text{Re} \left\{ \sqrt{2} \varphi^{-k} e^{js^k \omega t} \right\} \quad (127)$$

Desenvolvendo temos:

$$\varphi^k = \frac{\mu_0}{g} \left(1 - \frac{\gamma_R}{\pi d} \right) \bar{I}_R^k W \gamma_R - \frac{\mu_0 \gamma_R}{\pi d g} \bar{I}_R^k W \gamma_R \sum_{n=1}^{N_R-1} e^{-j \frac{kn\pi d}{N_R}} \quad (128)$$

Rearrmando a equação assim teremos:

$$\varphi^k = \frac{\mu_0}{g} \bar{I}_R^k W \gamma_R - \frac{\mu_0 \gamma_R}{\pi d g} \bar{I}_R^k W \gamma_R \left[1 + \sum_{n=1}^{N_R-1} e^{-j \frac{kn\pi d}{N_R}} \right] \quad (129)$$

Definindo $1 = e^{-jk\pi d}$ temos:

$$\varphi^k = \frac{\mu_0}{g} \bar{I}_R^k W \gamma_R - \frac{\mu_0 \gamma_R}{\pi d g} \bar{I}_R^k W \gamma_R \sum_{n=1}^{N_R} e^{-j \frac{kn\pi d}{N_R}} \quad (130)$$

Pode-se mostrar que o somatório assim é igual a zero logo teremos:

$$\varphi^k = \frac{\mu_0}{g} \bar{I}_R^k W \gamma_R \quad (131)$$

Assim a força eletromotriz induzida para o v^k -ésimo harmônico em um loop do rotor pode ser definido como:

$$u_{RR}^k = -\frac{d\varphi}{dt} = \text{Re} \left\{ -j s^k \omega \sqrt{2} \varphi^{-k} e^{j s^k \omega t} \right\} = \text{Re} \left\{ \sqrt{2} \bar{U}_{RR}^k e^{j s^k \omega t} \right\} \quad (132)$$

Sendo:

$$\bar{U}_{RR}^k = -j \frac{\mu_0}{g} W \gamma_R s^k \omega \bar{I}_R^k \quad (133)$$

Como:

$$\bar{U}_{RR}^k = -\bar{I}_R^k \bar{Z}_{RR}^k \quad (134)$$

Temos:

$$\bar{Z}_{RR}^k = j \frac{\mu_0}{g} W \gamma_R s^k \omega \quad (135)$$

Esta impedância só está levando em consideração o fluxo que atravessa o entreferro, para o cálculo mais próximo da realidade deve-se também levar em consideração a resistência das barras e anéis do rotor assim como o fluxo de dispersão. Com isso teremos:

$$\bar{Z}_{RR}^k = j \frac{\mu_0}{g} W \gamma_R s^k \omega + \frac{\gamma_{R\pi d}}{N_R} (R_{br}^k + j X_{br}^k) + 2(r_b + j x_b) \left[1 - \cos \left(\frac{k\pi d}{N_R} \right) \right] \quad (136)$$

Onde R_{br}^k e X_{br}^k são a resistência e indutância do anel que curta circuita as barras do rotor e r_b e x_b por sua vez são a resistência e a indutância das barras.

3.1.12. FEM INDUZIDA NO ESTATOR PELO ROTOR

Neste item será desenvolvido o cálculo da impedância mútua do estator devido a influência do campo gerado pelo rotor.

Utilizando o mesmo princípio na análise feita para o estator o campo magnético produzido pelas correntes do rotor pode ser representado por:

$$b_R^k(\mathbf{y}, t) = \text{Re}\{\sqrt{2}\bar{B}_R^k e^{j(\omega t - ky)}\} \quad (137)$$

Onde:

$$\bar{B}_R^k = j \frac{\mu_0}{kg} \bar{J}_R^k \quad (138)$$

Podemos calcular o campo elétrico aplicando-se a lei de Faraday, assim teremos:

$$\frac{de_R^k}{dt}(\mathbf{y}, t) = \frac{db_R^k}{dt}(\mathbf{y}, t) \quad (139)$$

Logo:

$$e_R^k(\mathbf{y}, t) = \text{Re}\{\sqrt{2}\bar{E}_R^k e^{j(\omega t - ky)}\} \quad (140)$$

Sendo:

$$\bar{E}_R^k(\mathbf{y}, t) = -\frac{\omega}{k} \bar{B}_R^k \quad (141)$$

A FEM induzida na fase A devido as correntes do rotor é dado por:

$$\mathbf{u}_{SR}^k(t) = \int_{x=0}^W \int_{y=0}^{\pi d} \mathbf{e}_R^k(\mathbf{y}, t) C_A(\mathbf{y}) d\mathbf{y} dx \quad (142)$$

Desenvolvendo a equação teremos:

$$\mathbf{u}_{SR}^k(t) = W Re\{\sqrt{2} \bar{U}_{SR}^k e^{j\omega t}\} \quad (143)$$

Sendo:

$$\bar{U}_{SR}^k = W \pi d \bar{E}_R^k \bar{C}_S^{k*} \quad (144)$$

Substituindo temos:

$$\bar{U}_{SR}^k = -\frac{2W\omega\mu_0 K_{bR}^k N_R}{gk^2} \text{sen}\left(k \frac{Y_R}{2}\right) \bar{C}_S^{k*} \bar{I}_R^k e^{jky'_0} \quad (145)$$

Como:

$$\bar{U}_{SR}^k = -I_R^k \bar{Z}_{SR}^k \quad (146)$$

A impedância mútua do estator induzida pelo rotor é dado por:

$$\bar{Z}_{SR}^k = N_R j \frac{W\omega\mu_0\pi d}{gk^2} \bar{C}_S^{k*} \bar{C}_R^k \quad (147)$$

3.1.13. EQUAÇÕES DE BALANÇO DE TENSÃO

Podemos escrever as equações de balanço de tensão da seguinte forma:

$$\bar{V}_s = (\bar{Z}_{SS}^k + r_s + jx_s) \bar{I}_s + \bar{Z}_{SR}^k \bar{I}_R^k \quad (148)$$

$$\bar{V}_r = \bar{Z}_{RS}^k \bar{I}_s^k + \bar{Z}_{RR}^k \bar{I}_R^k \quad (149)$$

Como o rotor é formado por barras curto circuitadas teremos que $\bar{V}_r = 0$, logo:

$$\mathbf{0} = \bar{Z}_{RS}^k \bar{I}_s^k + \bar{Z}_{RR}^k \bar{I}_R^k \quad (150)$$

Aplicando o processo acima para cada fase de cada enrolamento teremos que:

$$\begin{bmatrix} V_{A1} \\ V_{B1} \\ V_{C1} \\ V_{A2} \\ V_{B2} \\ V_{C2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{A1A1} & M_{A1B1} & M_{A1C1} & M_{A1A2} & M_{A1B2} & M_{A1C2} \\ M_{B1A1} & Z_{B1B1} & M_{B1C1} & M_{B1A2} & M_{B1B2} & M_{B1C2} \\ M_{C1A1} & M_{C1B1} & Z_{C1C1} & M_{C1A2} & M_{C1B2} & M_{C1C2} \\ M_{A2A1} & M_{A2B1} & M_{A2C1} & Z_{A2A2} & M_{A2B2} & M_{A2C2} \\ M_{B2A1} & M_{B2B1} & M_{B2C1} & M_{B2A2} & Z_{B2B2} & M_{B2C2} \\ M_{C2A1} & M_{C2B1} & M_{C2C1} & M_{C2A2} & M_{C2B2} & Z_{C2C2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{A1} \\ I_{B1} \\ I_{C1} \\ I_{A2} \\ I_{B2} \\ I_{C2} \end{bmatrix} \quad (151)$$

Sendo:

$$M_{A1B1} = Z_{A1B1} - \frac{Z_{A1R} Z_{RB1}}{Z_{RR}} \quad (152)$$

$$M_{A1C1} = Z_{A1C1} - \frac{Z_{A1R}Z_{RC1}}{Z_{RR}} \quad (153)$$

$$M_{A1A2} = Z_{A1A2} - \frac{Z_{A1R}Z_{RA2}}{Z_{RR}} \quad (154)$$

$$M_{A1B2} = Z_{A1B2} - \frac{Z_{A1R}Z_{RB2}}{Z_{RR}} \quad (155)$$

$$M_{A1C2} = Z_{A1C2} - \frac{Z_{A1R}Z_{RC2}}{Z_{RR}} \quad (156)$$

E o mesmo se aplica para os demais enrolamentos.

3.1.14. CÁLCULO DO CONJUGADO DA MÁQUINA

Neste item será calculada a expressão do conjugado do motor em questão, para isto podemos utilizar a seguinte expressão:

$$T = \frac{d}{2} W \int_0^{\pi d} j_x(\mathbf{y}, t) b_z(\mathbf{y}, t) d\mathbf{y} \quad (157)$$

Fazendo as respectivas substituições e desprezando os conjugados pulsantes e os conjugados que apenas ocorrem em velocidades específicas, podemos concluir que para o conjugado é dado por 158:

$$T_r = \text{Re} \left\{ j \frac{3\pi d^2 W \mu_0}{2gk} \left((\bar{C}_{a1}^k)^* \bar{C}_r^k(\bar{I}_{a1})^* \bar{I}_r^k + (\bar{C}_{b1}^k)^* \bar{C}_r^k(\bar{I}_{b1})^* \bar{I}_r^k + (\bar{C}_{c1}^k)^* \bar{C}_r^k(\bar{I}_{c1})^* \bar{I}_r^k + \right. \right. \\ \left. \left. (\bar{C}_{a2}^k)^* \bar{C}_r^k(\bar{I}_{a2})^* \bar{I}_r^k + (\bar{C}_{b2}^k)^* \bar{C}_r^k(\bar{I}_{b2})^* \bar{I}_r^k + (\bar{C}_{c2}^k)^* \bar{C}_r^k(\bar{I}_{c2})^* \bar{I}_r^k \right) \right\} \quad (158)$$

4. APLICAÇÃO DO MÉTODO PARA O MODELO PROPOSTO

Neste capítulo será aplicada a modelagem obtida anteriormente no motor de indução utilizado.

4.1. APRESENTAÇÃO DO MODELO

Este experimento vai utilizar os dados de um motor de indução trifásico com rotor do tipo gaiola de esquilo, de 2 (dois) polos e com 2 (dois) enrolamentos por fase ligados em Y como mostrado na figura abaixo:

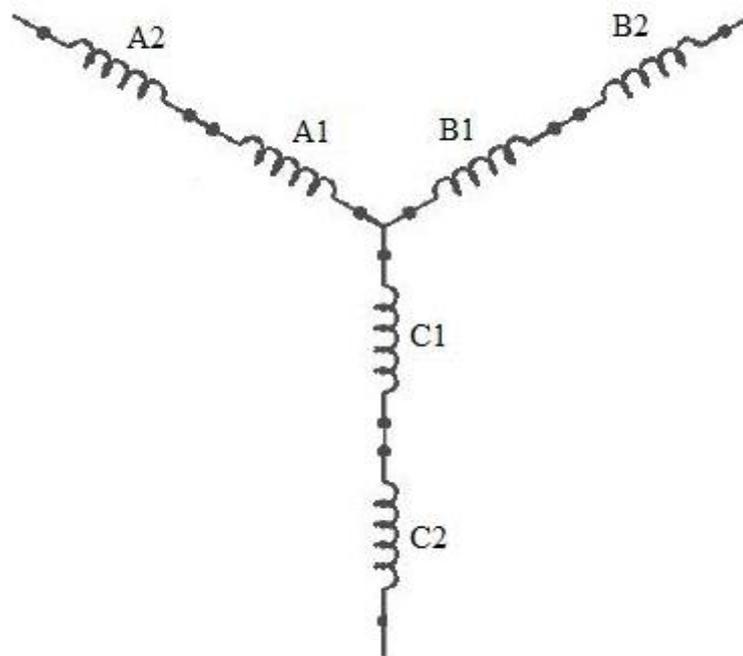


Figura 13 – Bobinas do estator

Onde:

A1: Bobina 1 da fase A	B1: Bobina 1 da fase B	C1: Bobina 1 da fase C
A2: Bobina 2 da fase A	B2: Bobina 2 da fase B	C2: Bobina 2 da fase C

Segue abaixo a tabela com os dados do motor utilizado:

Número de polos	2
Frequência de operação	60Hz
Diâmetro médio do entreferro	55,55mm
Tensão de fase do estator	220V
Número de ranhuras	24
Passo das bobinas	6 ranhuras
Abertura das ranhuras	2,14mm
Número de espiras/ Números polos/ Número de fases	90
Comprimento radial do entreferro	0,14mm
Comprimento axial da máquina	50mm
Resistência do enrolamento do estator	1,761 Ω
Indutância de dispersão do estator	0,02418H
Rotor	Gaiola de esquilo
Número de barras do rotor	18
Abertura da ranhura do rotor	0,00000212mm
Resistência do anel de curto do rotor	0,000055272 Ω
Resistência da barra do rotor	0,000017953 Ω
Indutância do anel de curto do rotor	0,00000115H
Reatância da barra do rotor	0,00000057H

4.2. SIMULAÇÕES NO MATLAB

Neste item serão apresentadas as simulações de distribuição dos condutores no estator, assim como as simulações de funcionamento do motor de indução em condições normais, em curto-circuito do tipo fase-fase e em curto-circuito do tipo fase neutro. Todas as simulações foram realizadas utilizando-se o MatLab como ferramenta. O código fonte desenvolvido segue anexo a este trabalho.

4.2.1. DISTRIBUIÇÃO DOS CONDUTORES

A partir do método de distribuição harmônica foi obtida a equação 24 no capítulo 3 que descreve a distribuição física dos condutores das todas as bobinas de cada uma das três fases ao longo das ranhuras do estator.

A figura 14 representa a distribuição dos condutores no primeiro enrolamento de cada uma das fases. Para melhor visualização cada fase está sendo representada por uma cor diferente.

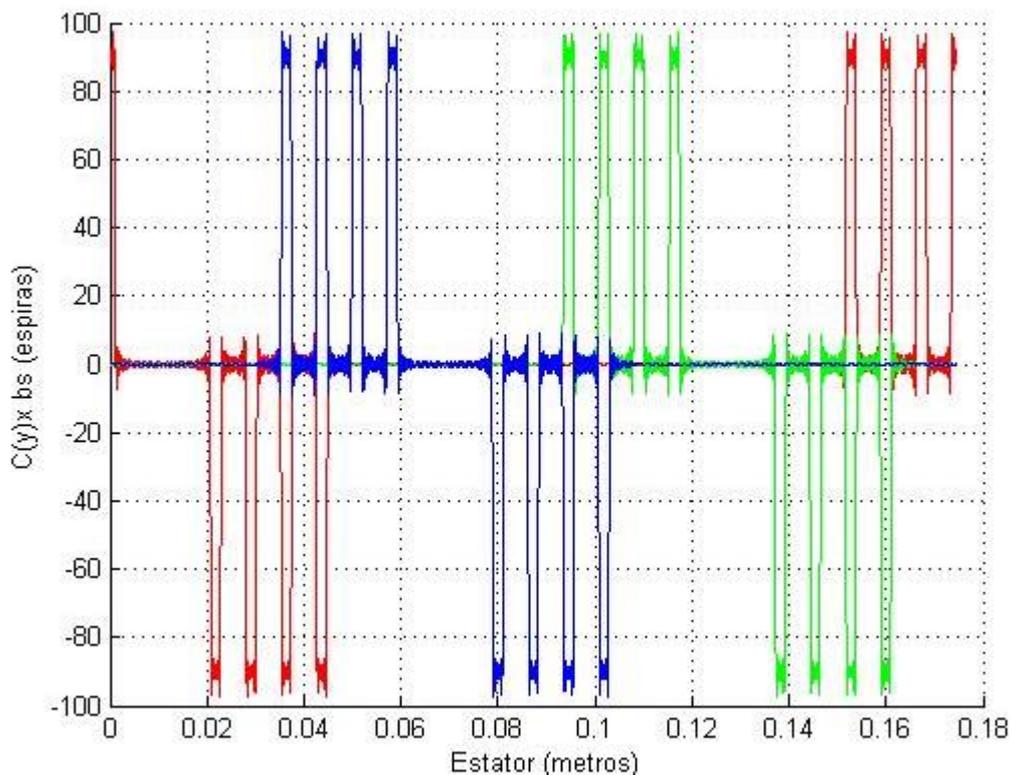


Figura 14 – Distribuição dos condutores para o enrolamento 1.

Na figura 15 está representada a distribuição dos condutores no segundo enrolamento de cada uma das fases. Assim como na figura 14, foram utilizadas cores diferentes para melhor visualização das fases.

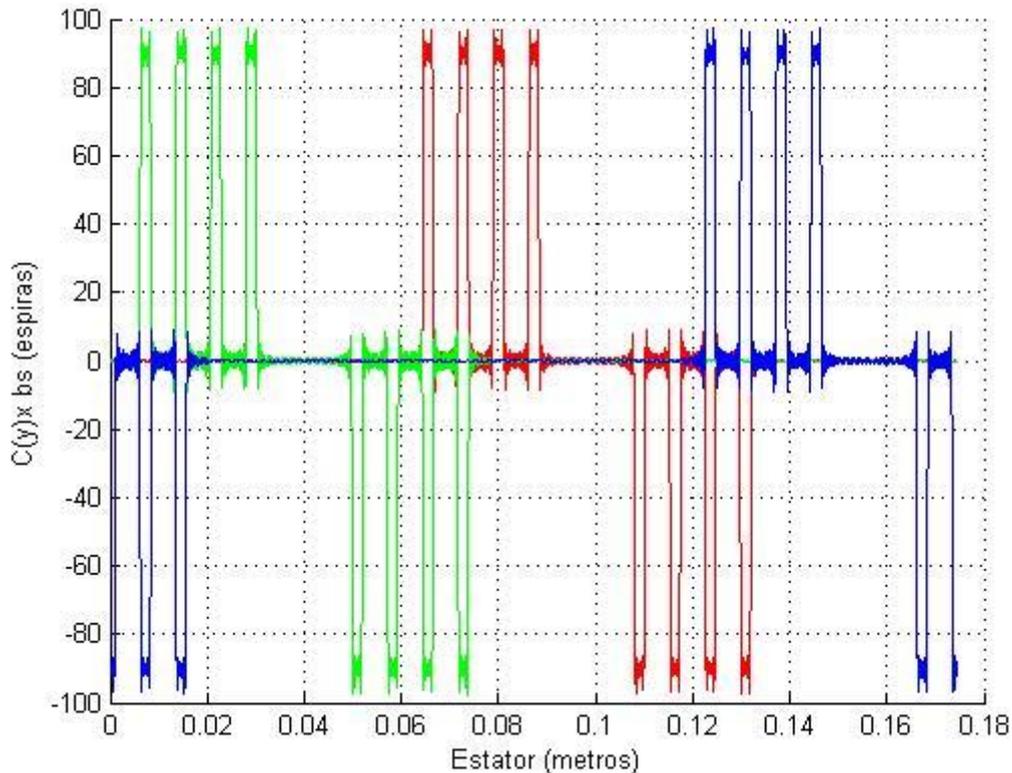


Figura 15 – Distribuição dos condutores para o enrolamento 2.

É possível verificar nas figuras 14 e 15 a disposição das bobinas dentro das ranhuras do estator assim como a quantidade de espiras por ranhura. Neste caso foram utilizadas 90 espiras por ranhura. Também pode ser observado que o estator é do tipo dupla camada e de passo encurtado visto que em uma mesma ranhura há condutores de bobinas e fases diferentes.

Para melhor visualização da distribuição dos condutores no estator segue esquema representado na figura 16.

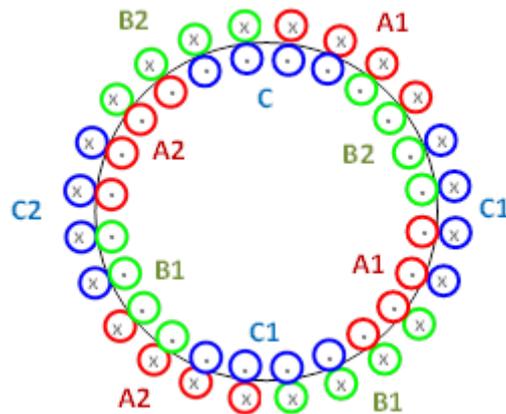


Figura 16 - Estator com todos os enrolamentos

Pode-se perceber que, nos gráficos representados pelas figuras 14 e 15, há o aparecimento de “pontas” em seus picos e vales, conforme figura 17:

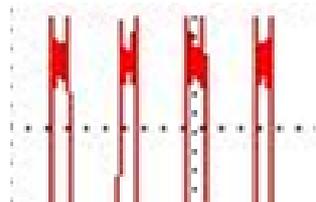


Figura 17 - Efeito Gibbs

O aparecimento destas “pontas” ocorre devido as características de formação da onda. Pode perceber que as figuras 14, 15 e 17 representam ondas quadradas que formadas pelo somatório de harmônicos ímpares através da expansão da serie de Fourier, utilizada no método de distribuição harmônica de condutores. Este efeito é conhecido como efeito Gibbs que descreve que quanto maior o número de harmônicos ímpares utilizados, maior será a aproximação para uma onda quadrada, porém esta aproximação nunca será perfeita, mesmo que seja considerada uma gama enorme de harmônicos.

Como exemplo segue figura 18 que representa o mesmo gráfico da figura 14, porém, neste caso estamos considerando apenas 20 harmônicos.

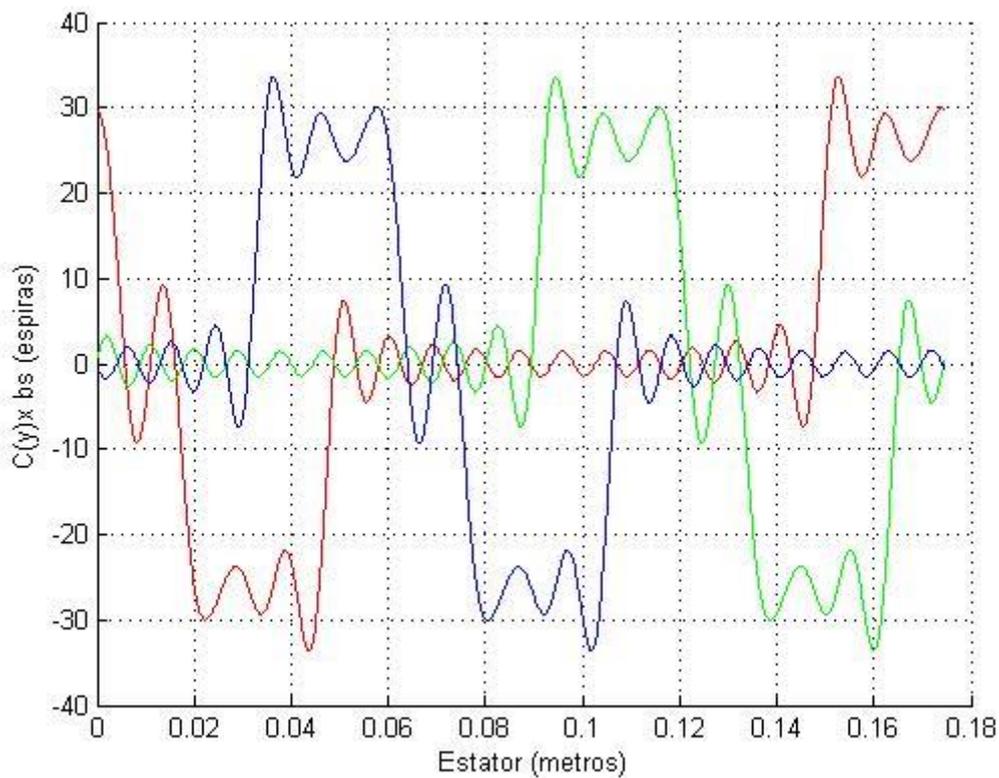


Figura 18 - Distribuição dos condutores do primeiro enrolamento considerando apenas 20 harmônicos

Comparando os gráficos das figuras 14 e 18 é possível verificar que considerando uma quantidade maior de harmônicos, como é o caso da figura 14 com 303 harmônicos, temos uma onda que se aproxima mais da onda quadrada.

4.2.2. MOTOR SEM CURTO CIRCUITO

A princípio serão apresentados os gráficos de corrente e conjugado do motor proposto em seu funcionamento normal, em seguida será apresentado os mesmos gráficos para o motor em curto para comparação.

4.2.2.1. CORRENTE DO ESTATOR

Para as condições normais de funcionamento podemos calcular as correntes em função da velocidade de funcionamento do motor de indução.

A figura 19 representa a corrente da fase A do estator, em função da velocidade de funcionamento do rotor (ω_r).

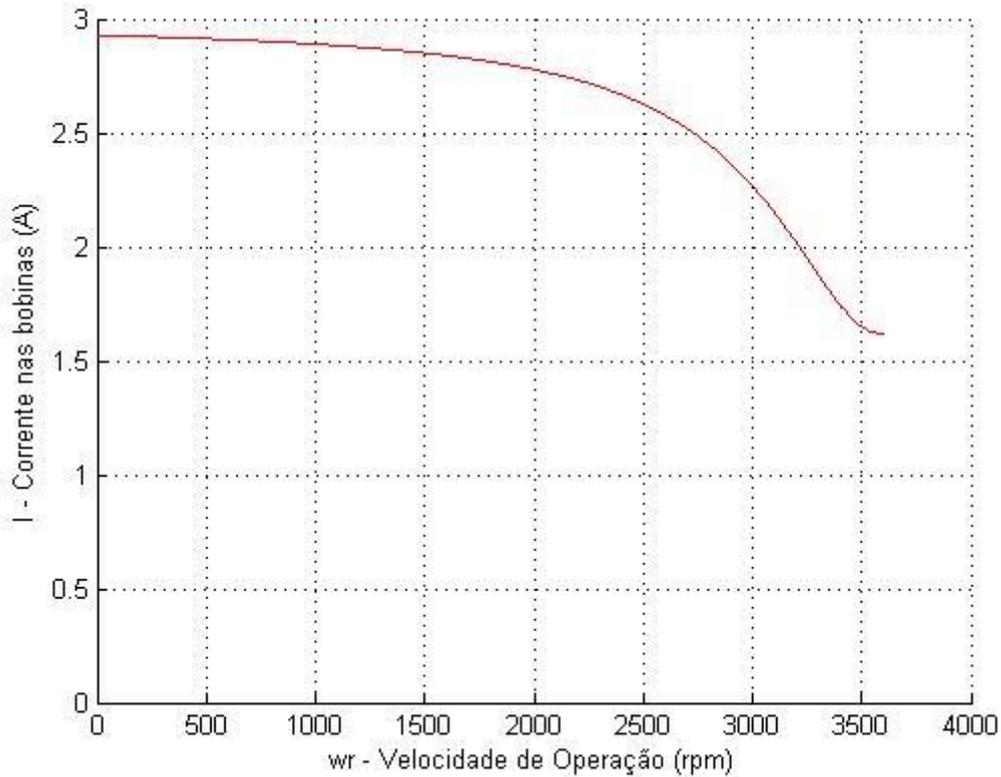


Figura 19 – Corrente do estator do motor em perfeito funcionamento

Pode-se perceber que a corrente de partida é consideravelmente superior a corrente nominal de funcionamento do motor, que ocorre próximo a velocidade síncrona de 3600 rpm. Também é possível concluir que a corrente diminui em função do aumento da velocidade de funcionamento do motor.

A figura 20 representa as componentes simétricas da corrente do estator em função da velocidade de funcionamento:

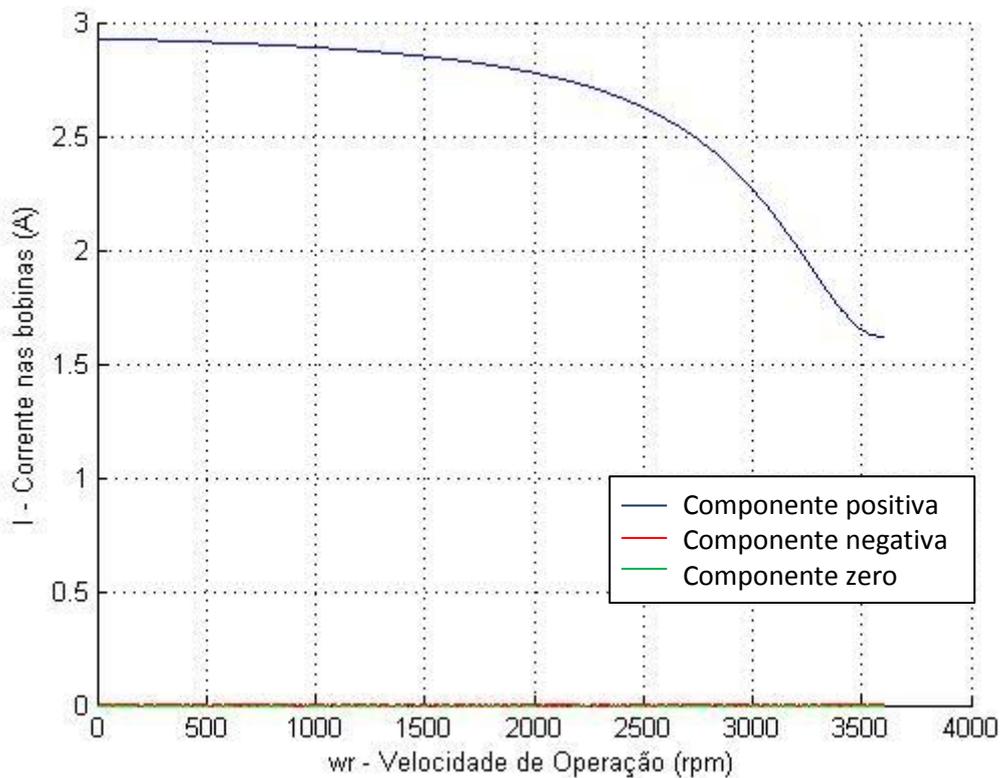


Figura 20 - Componentes simétricas da corrente do estator

No gráfico da figura 20 podemos observar que as correntes de sequência negativa e de sequência zero possuem módulo zero. Estes fatos podem ser explicados, pois o sistema está balanceado e o motor não possui conexão com o terra (ligação Y não aterrado).

4.2.2.2. CONJUGADO DO MOTOR:

O conjugado de um motor é o esforço realizado pelo seu eixo do rotor para se obter movimento.

Neste caso, a fórmula 158 obtida no capítulo 3 foi utilizada para retratar o conjugado do motor em função da sua velocidade de operação em condições normais de funcionamento, conforme pode ser observado na figura 21:

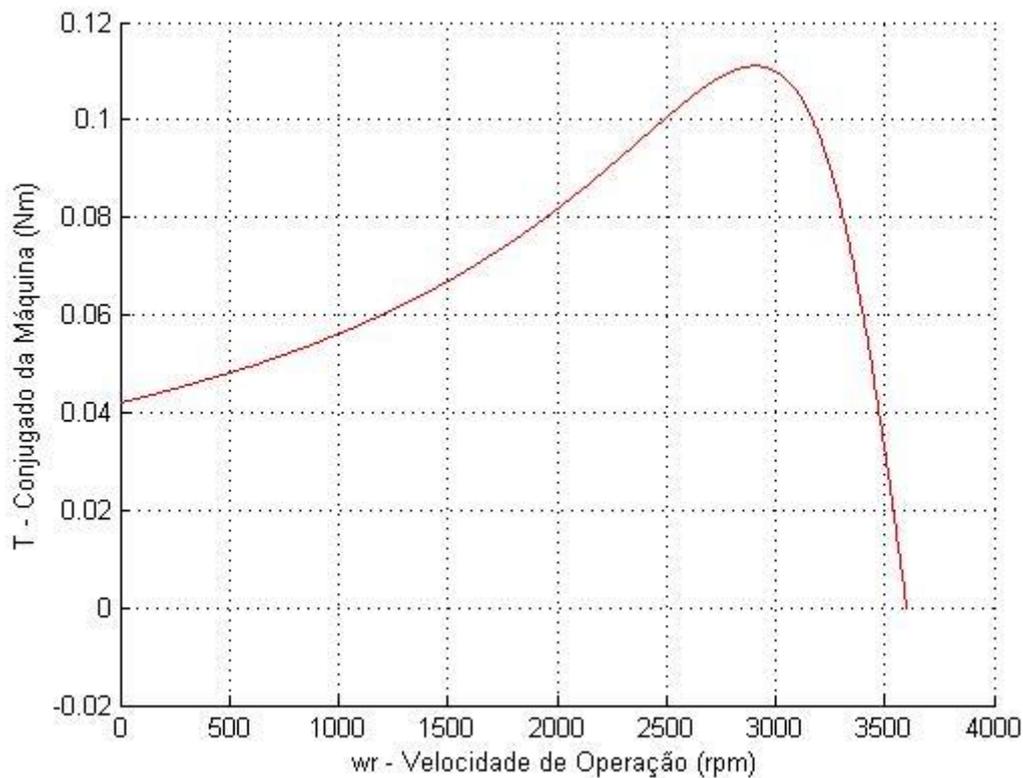


Figura 21 – Conjugado do motor em perfeito funcionamento

Através da curva típica do conjugado em função da velocidade de operação podemos observar que o conjugado máximo ocorre próximo a velocidade síncrona devido ao escorregamento já esperado para motores de indução. É possível verificar que apesar da corrente ser mais alta nas velocidades mais baixas ocorre exatamente o contrário com o conjugado devido ao atrito inicial do motor que deve ser vencido.

4.2.3. MOTOR EM CURTO CIRCUITO

Neste item será apresentado como foram feitos os cálculos para gerar um modelo matemático para um motor em curto a partir do modelo já utilizado para o motor em seu funcionamento normal.

Inicialmente aplicamos a lei das malhas para o circuito do motor sem curto circuito como mostrado na figura abaixo:

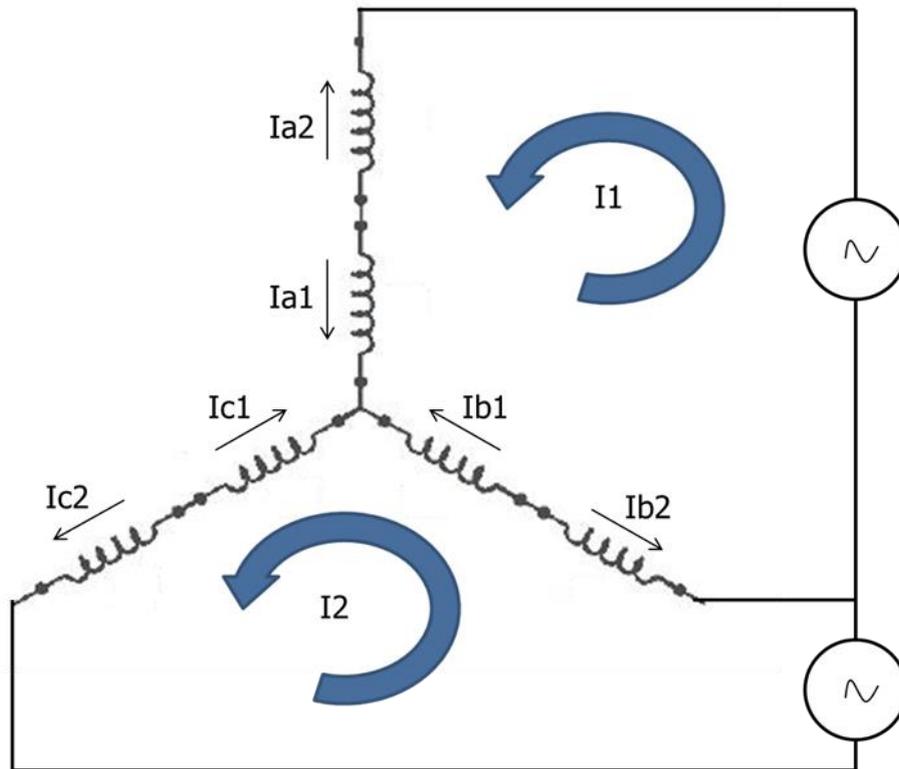


Figura 22 – Aplicação da lei das malhas sem curto

A partir da teoria de malhas, é possível desenvolver relacionar as correntes de cada bobina I_{a1} , I_{a2} , I_{b1} , I_{b2} , I_{c1} e I_{c2} com as correntes de malha I_1 e I_2 , assim teremos:

$$\begin{cases} I_{a1} = I_1 \\ I_{b1} = -I_1 + I_2 \\ I_{c1} = -I_2 \\ I_{a2} = -I_1 \\ I_{b2} = I_1 - I_2 \\ I_{c2} = I_2 \end{cases} \quad (159)$$

Colocando estas equações em formato de matriz teremos:

$$\begin{bmatrix} I_{a1} \\ I_{b1} \\ I_{c1} \\ I_{a2} \\ I_{b2} \\ I_{c2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & -1 \\ -1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (160)$$

Essa matriz de zeros e uns que faz a relação das correntes de malha com as correntes que passa em cada bobina chamaremos de matriz C. Assim teremos que:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & -1 \\ -1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (161)$$

$$I_{abc} = C \cdot I \quad (162)$$

Conforme artigo no qual este trabalho foi baseado, a impedância neste circuito será dada por:

$$Z' = C^T \cdot Z \cdot C \quad (163)$$

Utilizando as operações acima descritas é possível fazer uma relação entre a matriz de impedância do motor em funcionamento normal e a matriz de impedância de um motor em curto fase-fase ou fase-neutro. Desta forma é possível calcular as correntes de curto e posteriormente o respectivo conjugado apenas utilizando a matriz C correspondente de cada caso.

4.2.3.1. MOTOR EM CURTO CIRCUITO FASE-FASE

Neste item serão mostrados os gráficos de corrente e conjugado para o modelo de motor proposto com um curto entre suas fases. Como visto anteriormente podemos realizar esta operação partindo modelo matemático do motor em funcionamento normal, já mostrado acima, utilizando uma matriz de correspondência C.

Assim como feito para o motor sem curto também será necessário aplicação da lei das malhas para o mesmo motor com curto fase-fase. Segue abaixo a aplicação das malhas:

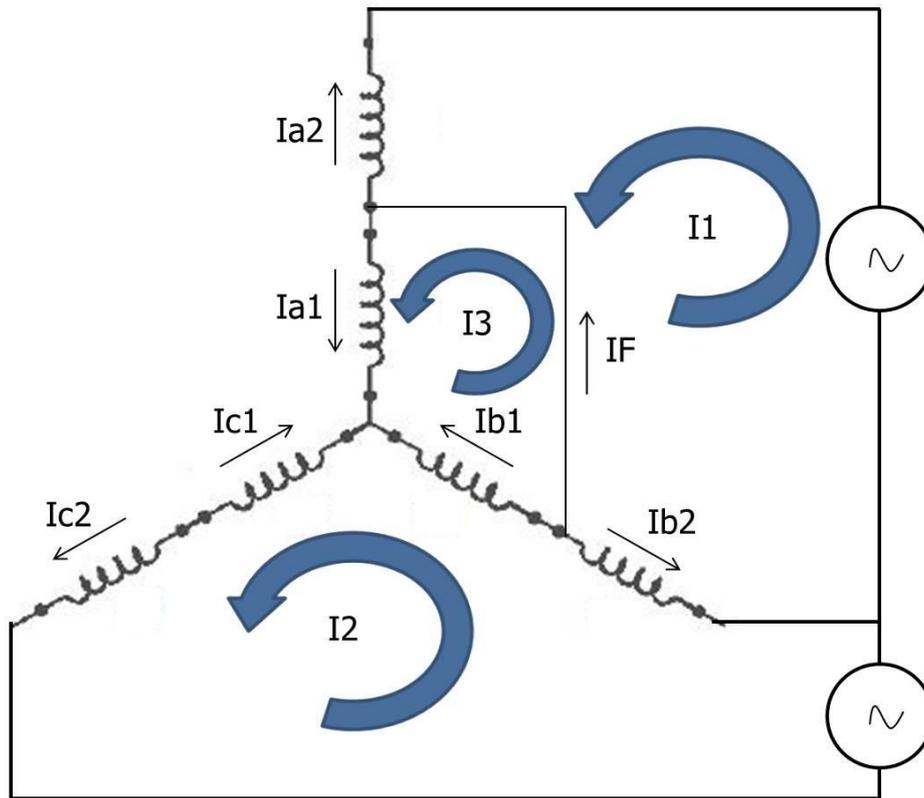


Figura 23 – Aplicação da lei das malhas com curto fase-fase

Aplicando o mesmo conceito colocamos as correntes $I_{a1}, I_{a2}, I_{b1}, I_{b2}, I_{c1}$ e I_{c2} em função de I_1, I_2 e I_3 teremos:

$$\begin{cases} I_{a1} = I_3 \\ I_{b1} = I_2 - I_3 \\ I_{c1} = -I_2 \\ I_{a2} = -I_1 \\ I_{b2} = I_1 - I_2 \\ I_{c2} = I_2 \\ I_F = -I_1 + I_3 \end{cases} \quad (164)$$

Importante destacar a inclusão de uma terceira malha (I_3) e de uma corrente de falta (I_F) devido à aplicação do curto circuito como mostrado na figura acima. Colocando sob forma de matriz teremos:

$$\begin{bmatrix} I_{a1} \\ I_{b1} \\ I_{c1} \\ I_{a2} \\ I_{b2} \\ I_{c2} \\ I_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} \quad (165)$$

Assim a matriz de correspondência C' é dada por:

$$C' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (166)$$

Calculada a matriz C' é possível encontrar a matriz de impedância correspondente a partir da matriz de impedância do motor em funcionamento utilizando a expressão descrita no artigo em que este trabalho foi baseado:

$$Z'' = C'^T \cdot Z \cdot C' \quad (167)$$

Onde Z'' é a matriz de impedâncias correspondente ao curto-circuito do tipo fase-fase e Z é a matriz de impedância normal do motor sem curto. Após isto calculamos as matriz I das correntes como mostrado abaixo:

$$I'' = (Z'')^{-1} \cdot V \quad (168)$$

Segue abaixo o gráfico das correntes em cada enrolamento de fase quando imposto um curto fase-fase como mostrado acima:

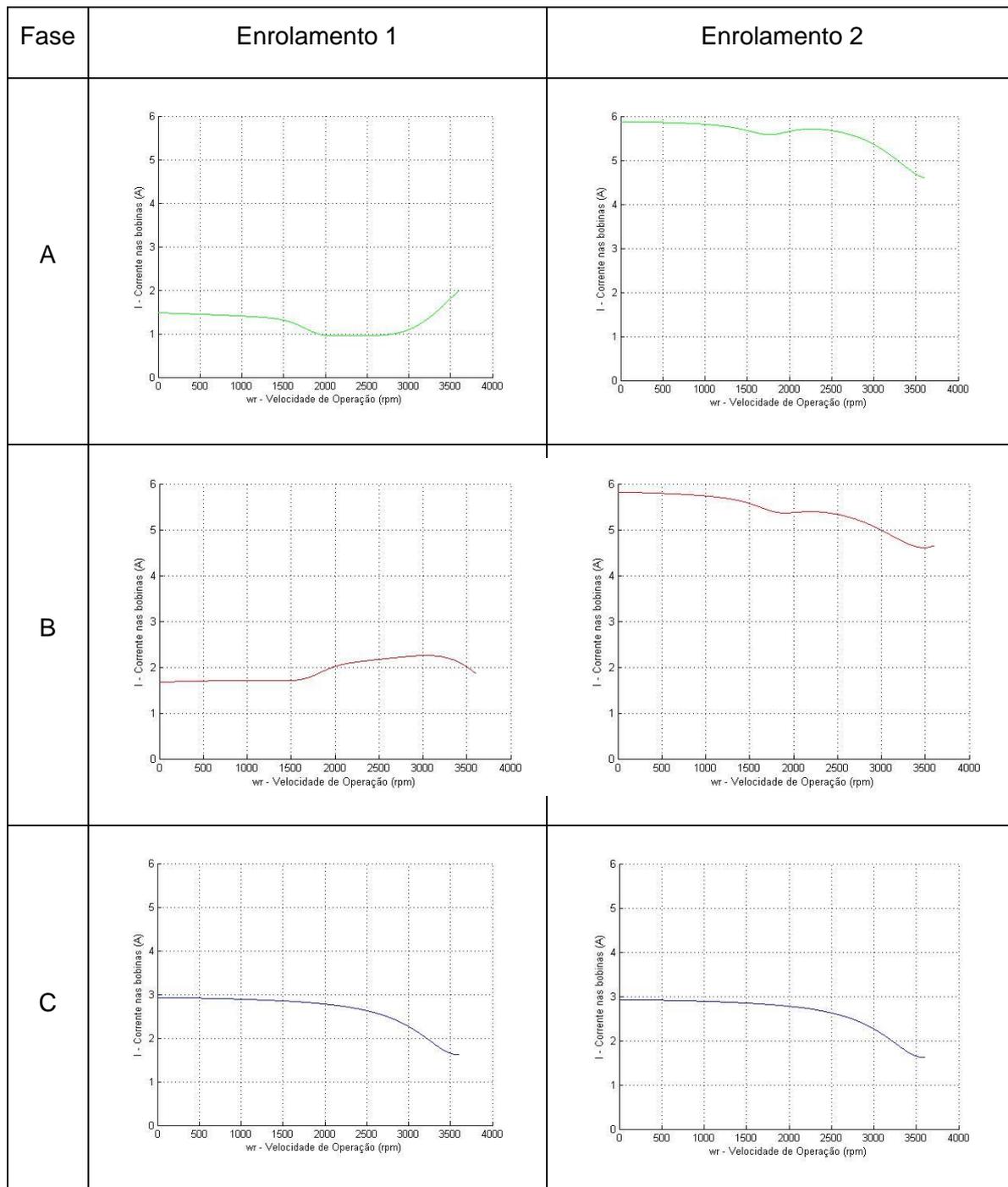


Figura 24 – Corrente no enrolamento de cada fase com o curto fase fase

É possível verificar a alteração significativa da corrente nos enrolamentos das fases A e B onde ocorre o curto, ocorrendo um expressivo aumento no segundo enrolamento e uma queda também expressiva no primeiro enrolamento, já a corrente nos dois enrolamentos da fase C mantêm inalteradas.

Em seguida é mostrado a corrente I_f de falta:

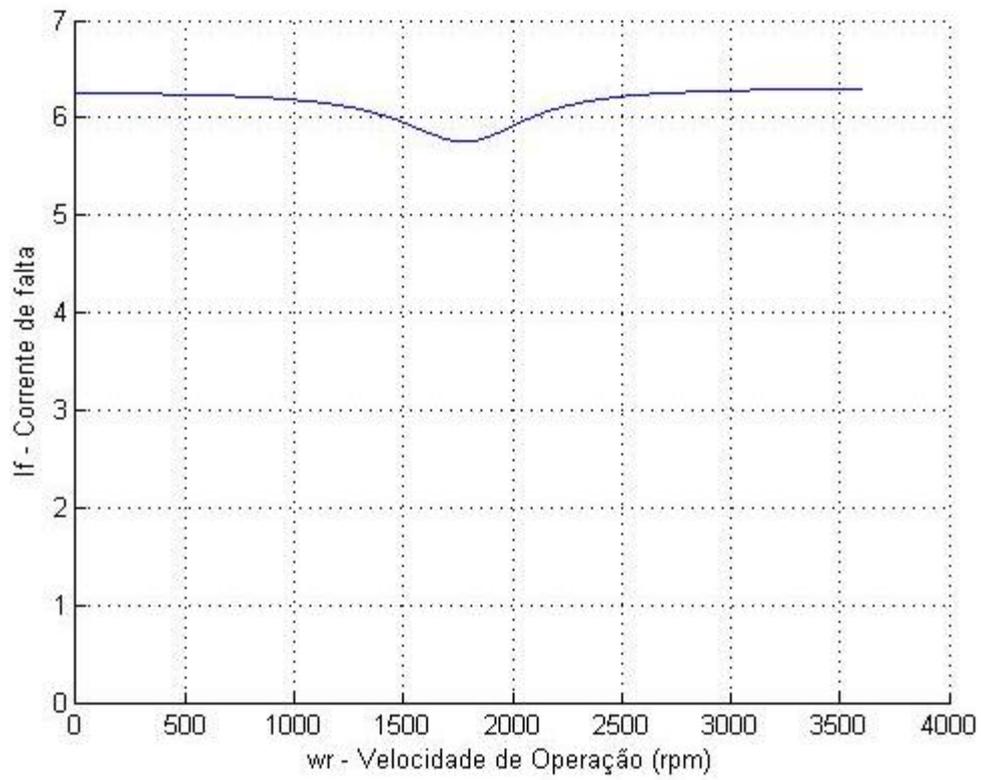


Figura 25 - Corrente de falta I_f

Segue o comportamento das componentes simétricas da corrente no enrolamento 2 quando aplicado o curto-circuito do tipo fase-fase.:

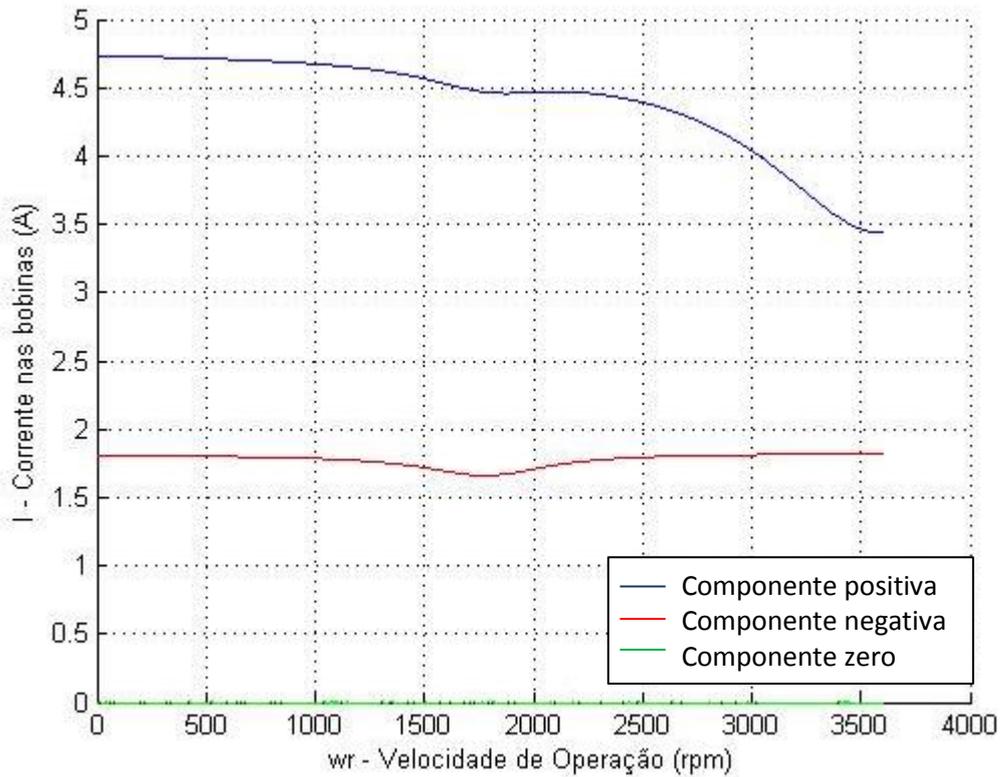


Figura 26 - Componentes simétricas da corrente do estator com curto fase-fase

Podemos observar que devido a falta houve o aparecimento da corrente de componente negativa, indicando um sistema desbalanceado.

A componente zero se manteve com módulo zero, como já esperado, visto que não existe conexão entre o neutro do sistema e o terra (ligação Y não aterrada).

Utilizando a expressão do conjugado já mostrada anteriormente foi possível encontrar o seguinte gráfico:

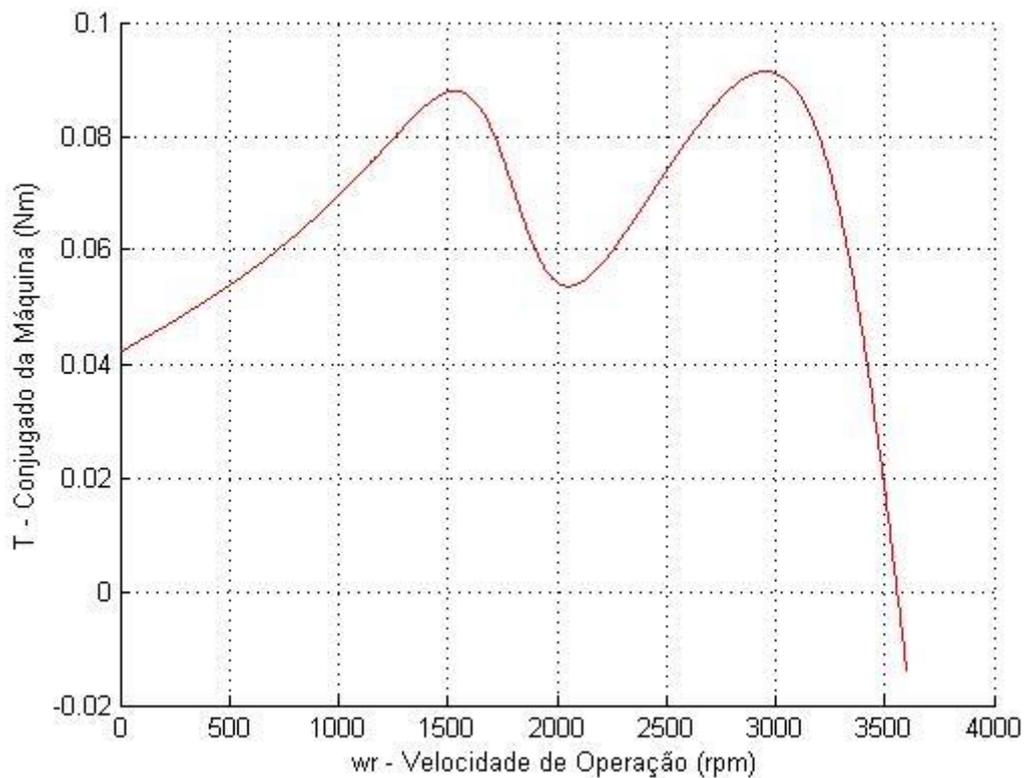


Figura 27 – Gráfico do conjugado do motor em curto fase fase

Devido a ocorrência do curto-circuito, houve o aparecimento de corrente de sequência negativa que gera um campo magnético contrário ao do motor. Este campo magnético contrário é responsável por causar a frenagem o rotor e, assim influencia diretamente conjugado, diminuindo seu módulo no momento da ocorrência da falta, conforme pode ser observado na figura 27.

Devido a influência do curto no campo magnético do motor é possível observar uma grande instabilidade do conjugado prejudicando assim o funcionamento deste motor.

4.2.3.2. MOTOR EM CURTO CIRCUITO FASE-NEUTRO:

Neste item será feito o mesmo procedimento do item anterior considerando agora um curto fase-neutro. Segue abaixo a aplicação da lei das malhas para este caso:

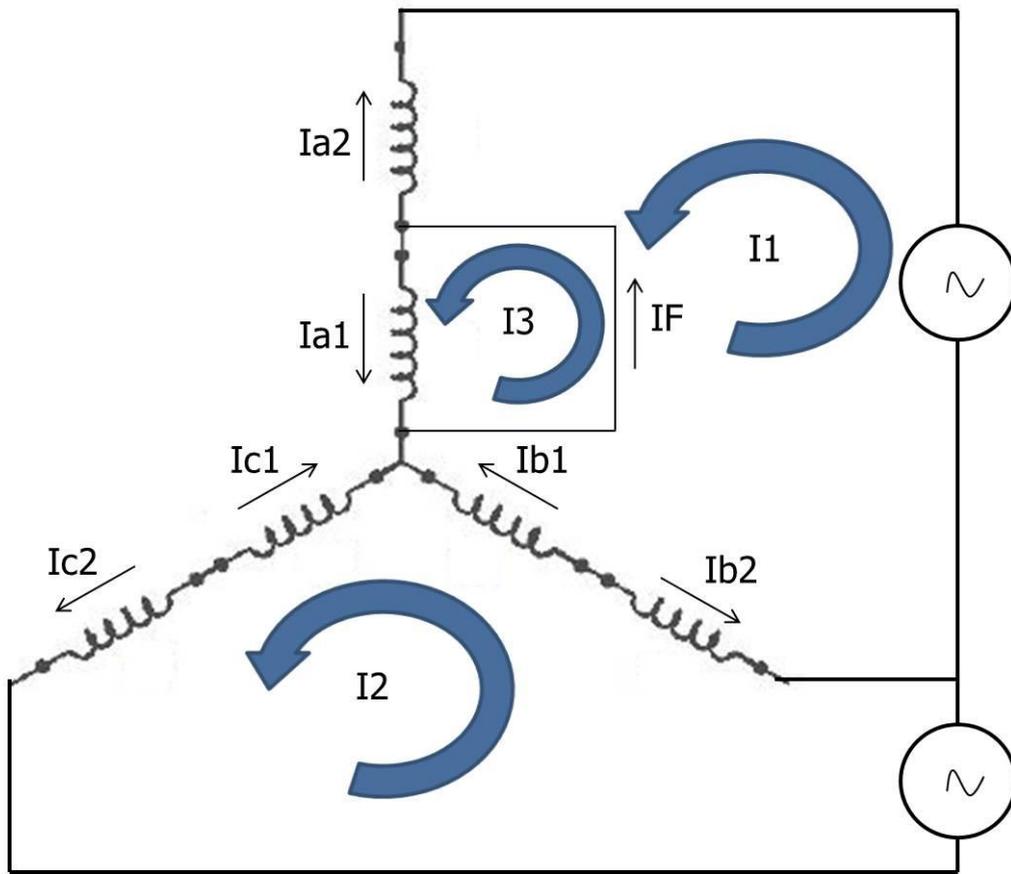


Figura 28 – Aplicação da lei das malhas com curto fase-neutro

Aplicando novamente o mesmo conceito colocamos as correntes I_{a1} , I_{a2} , I_{b1} , I_{b2} , I_{c1} e I_{c2} em função de I_1 , I_2 e I_3 teremos:

$$\begin{cases} I_{a1} = I_3 \\ I_{b1} = -I_1 + I_2 \\ I_{c1} = -I_2 \\ I_{a2} = -I_1 \\ I_{b2} = I_1 - I_2 \\ I_{c2} = I_2 \\ I_F = -I_1 + I_3 \end{cases} \quad (169)$$

Assim em forma de matriz teremos:

$$\begin{bmatrix} I_{a1} \\ I_{b1} \\ I_{c1} \\ I_{a2} \\ I_{b2} \\ I_{c2} \\ I_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} \quad (170)$$

Assim a matriz de correspondência C'' é dada por:

$$C'' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (171)$$

Calculada a matriz C'' é possível encontrar a matriz de impedância correspondente a partir da matriz de impedância do motor em funcionamento normal utilizando a expressão descrita no artigo no qual este trabalho está baseado:

$$Z''' = C''^T \cdot Z \cdot C'' \quad (172)$$

Onde Z''' é a matriz de impedâncias correspondente ao curto-circuito do tipo fase-neutro e Z é a matriz de impedância normal do motor sem curto. Após isto calculamos a matriz I das correntes como mostrado abaixo:

$$I''' = (Z''')^{-1} \cdot V \quad (173)$$

Segue na figura 26 o gráfico da corrente quando imposto um curto fase-neutro:

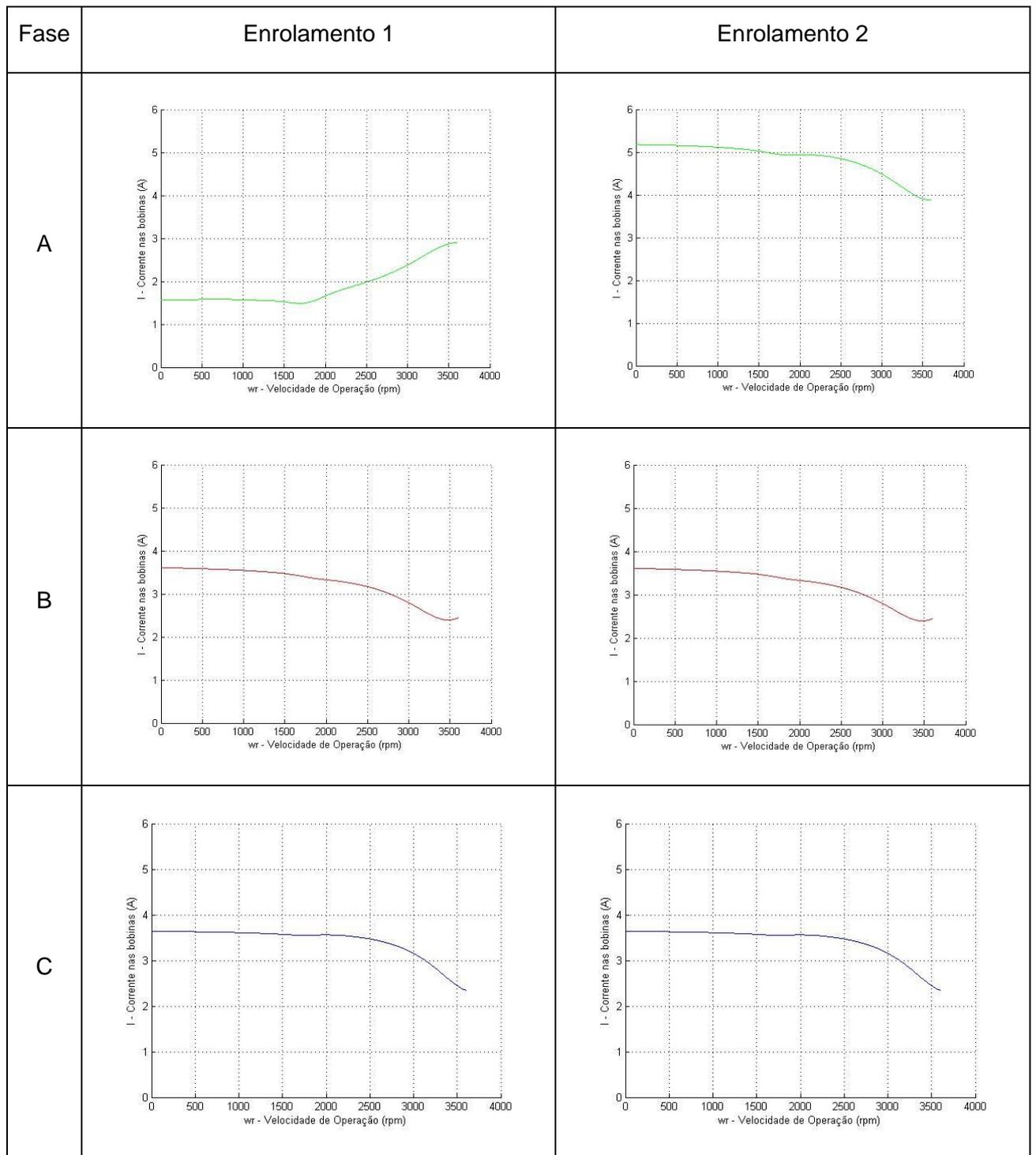


Figura 29 - Corrente no enrolamento de cada fase com o curto fase-neutro

Com a aplicação do curto-circuito do tipo fase-neutro pode-se observar uma grande redução no módulo da corrente do enrolamento 1 da fase A (chamada de I_{a1}). Esta redução ocorre devido a fuga de corrente do enrolamento 1 da fase A para o

curto imposto e um aumento significativo das demais correntes devido a queda de impedância equivalente no momento do defeito.

Segue a corrente I_f de curto:

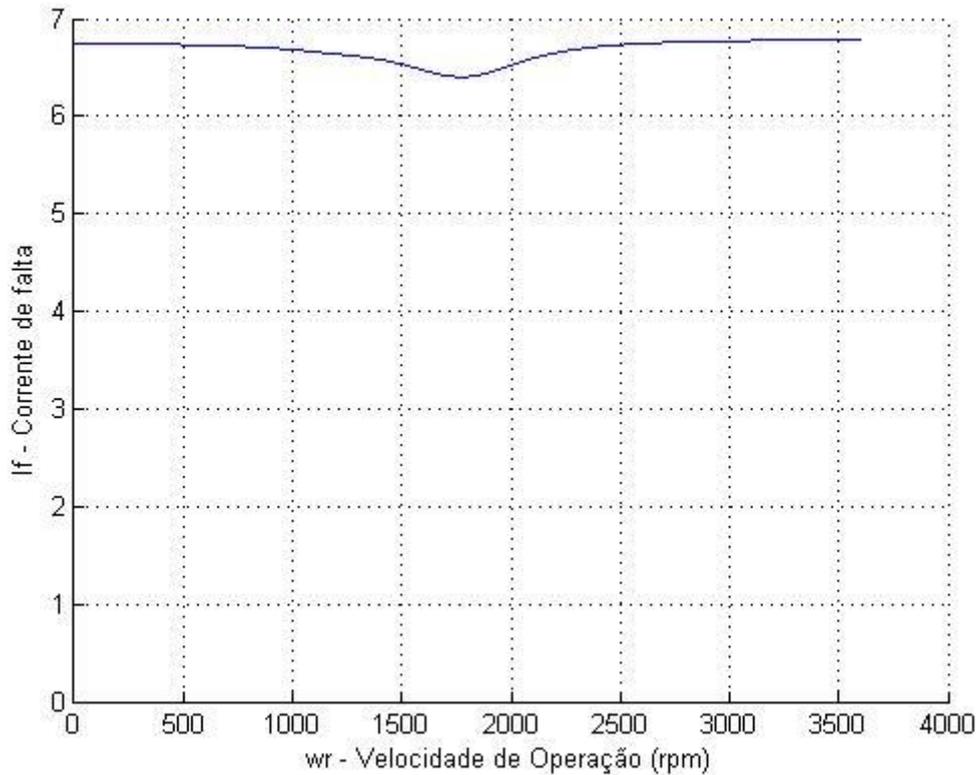


Figura 30 - Corrente de falta I_f

Devido a configuração do curto aplicado, a impedância equivalente do circuito é pequena, permitindo que a corrente de falta seja significativamente alta para o motor utilizado.

A corrente de falta pode ser decomposta em componentes simétricas conforme é observado na figura 31:

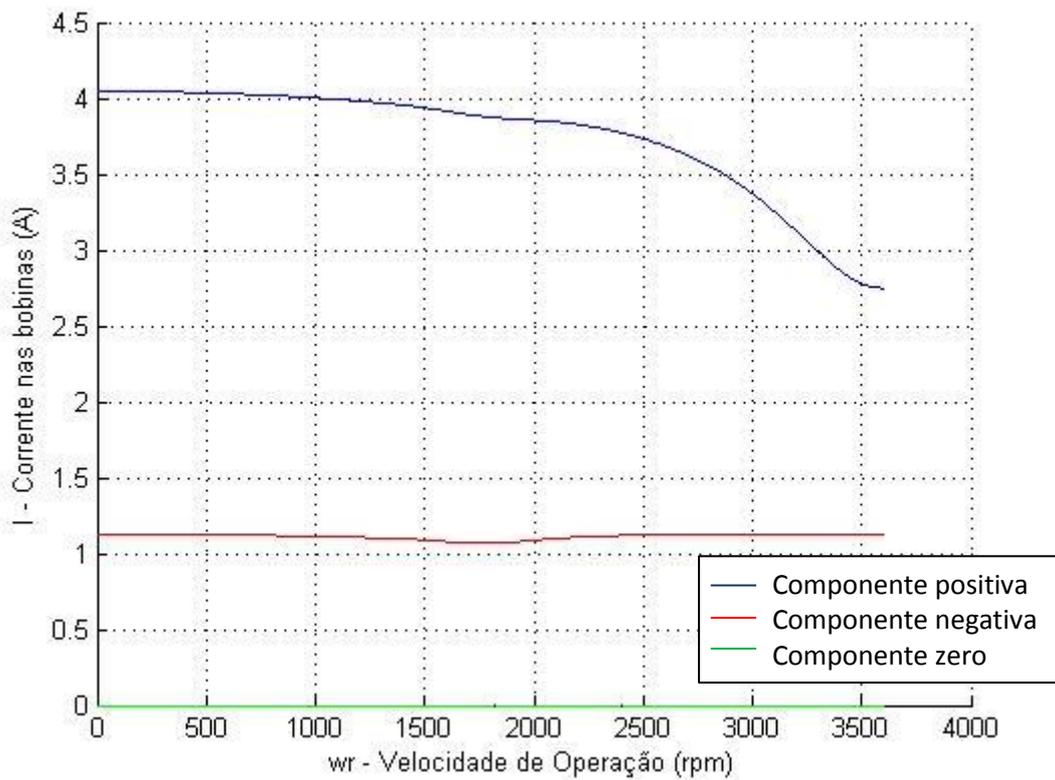


Figura 31 - Componentes de sequência zero (0), negativa (-) e positiva (+) da corrente de falta

A partir da figura 31 pode-se observar o aparecimento da componente de sequência negativa (em vermelho) após a aplicação de um curto-circuito no sistema. Esta componente de sequência indica o funcionamento de um sistema desbalanceado.

Neste curto-circuito a corrente de componente zero também não existe devido a não haver conexão com o terra.

Segue abaixo o conjugado para o motor em curto fase-neutro:

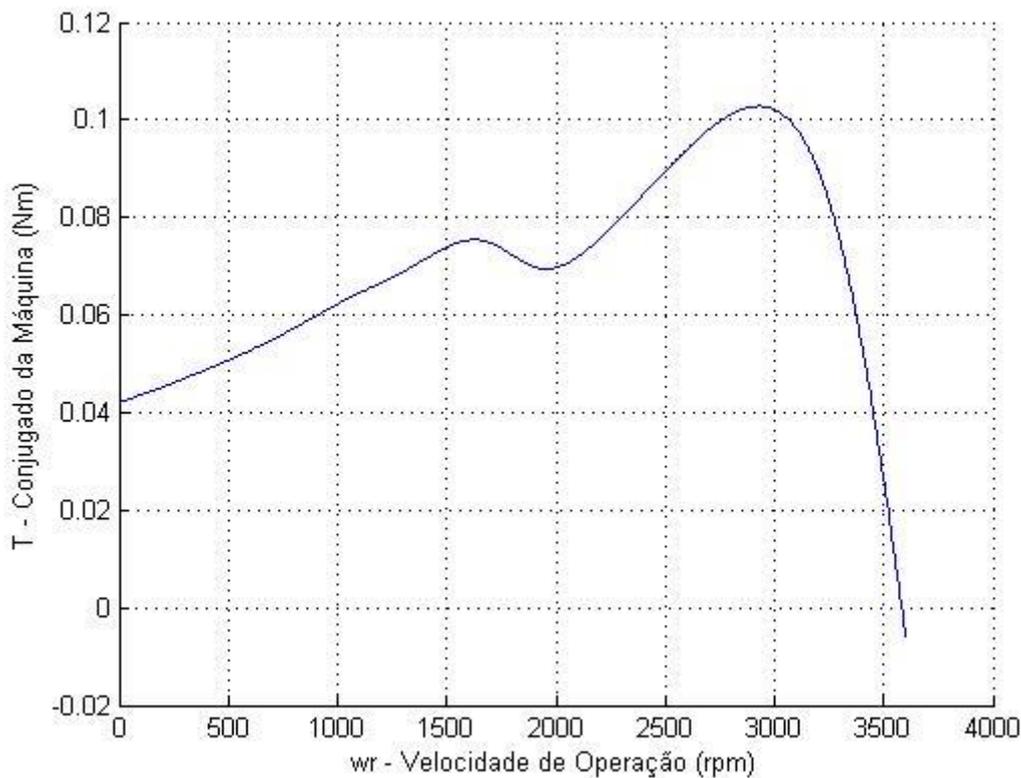


Figura 32 – Conjugado do motor com aplicação do curto fase-neutro

Na figura 32 pode ser observada uma redução do conjugado no momento da aplicação do defeito. Esta redução ocorre devido ao aparecimento da componente de sequencia negativa da corrente. Esta componente gera um campo magnético contrário ao do motor, provocando a frenagem do rotor e, conseqüente redução do seu conjugado.

Do mesmo modo como ocorre no curto-circuito do tipo fase-fase, na falta do tipo fase-neutro, a componente de seqüência negativa, com seu campo magnético contrário ao do motor, possui grande influência na estabilidade do motor, tornando seu conjugado instável, o que prejudica seu funcionamento.

Pode-se observar uma variação, bem mais branda que no curto fase-fase, também provocando alteração no funcionamento do motor em questão.

4.2.4. COMPARAÇÃO DOS GRÁFICOS

Para melhor visualização neste item será mostrado os gráfico de corrente e conjugado para melhor comparação.

Seguem os gráficos para corrente:

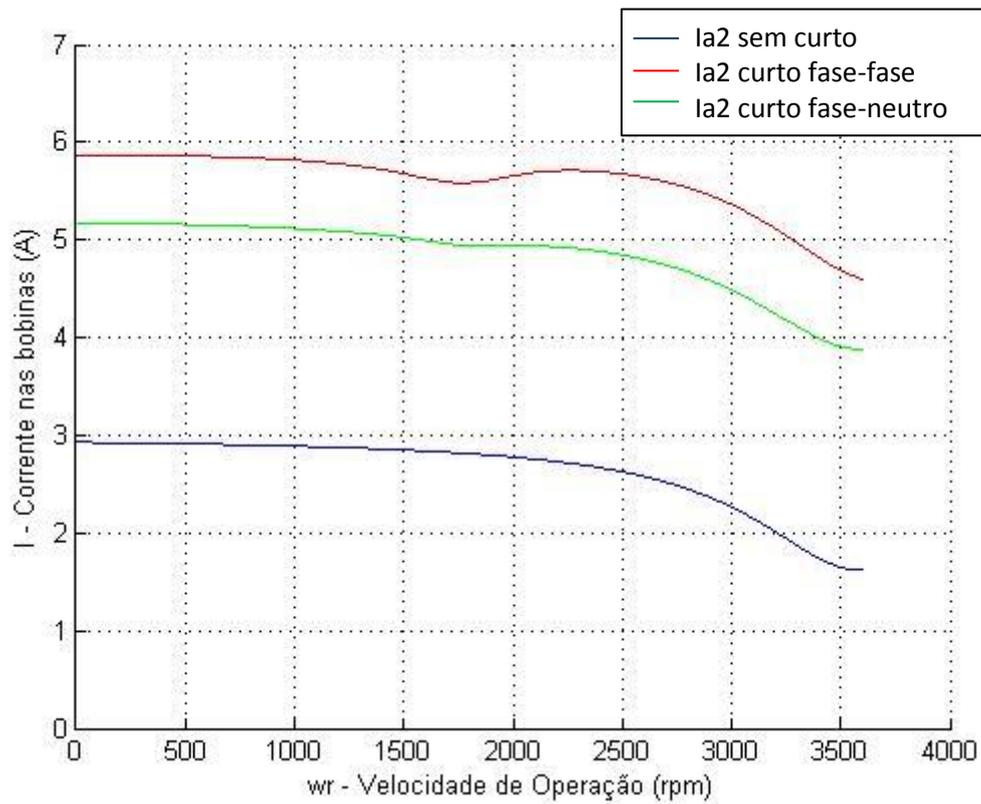


Figura 33 - Correntes no enrolamento 2 da fase A (la2) para o funcionamento normal, com curto fase-fase e com curto fase-neutro.

Segue o mesmo gráfico para as correstes na segunda bobina da fase B e em seguida a fase C:

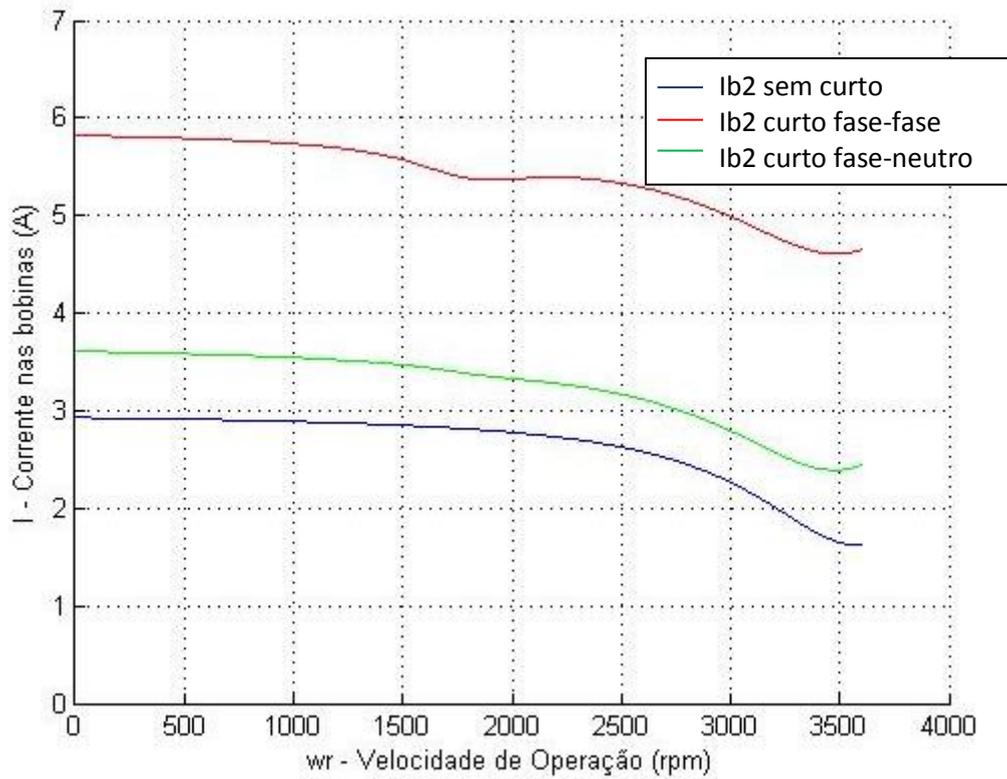


Figura 34 - Correntes no enrolamento 2 da fase B (Ib2) para o funcionamento normal, com curto fase-fase e com curto fase-neutro.

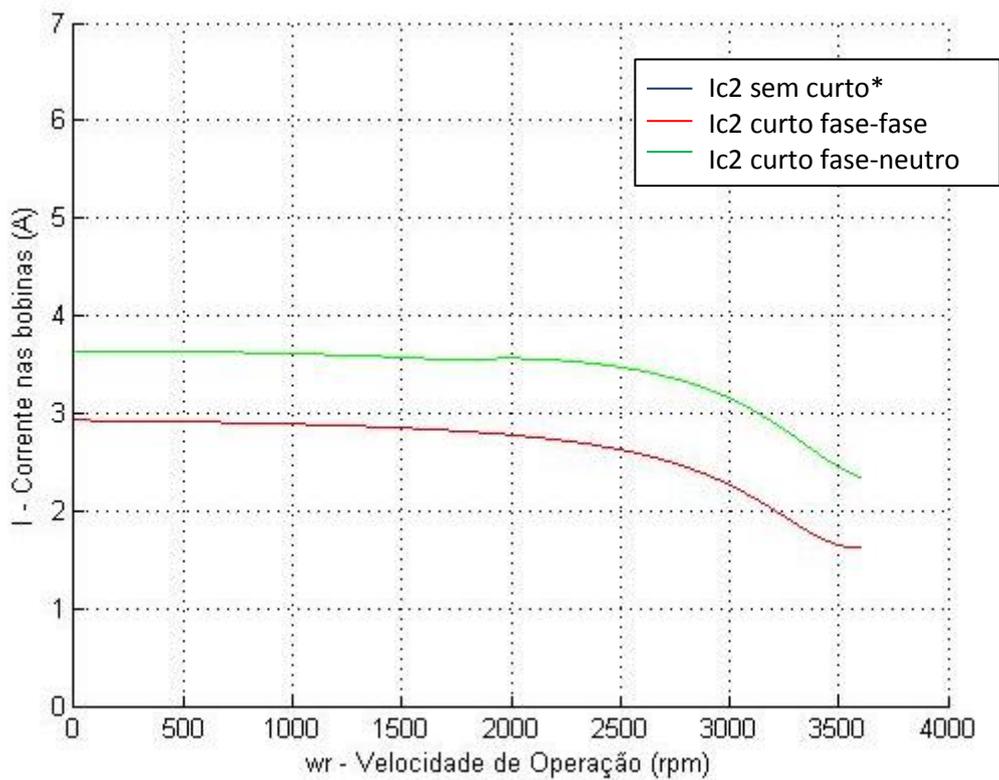


Figura 35 - Correntes no enrolamento 2 da fase C (Ic2) para o funcionamento normal, com curto fase-fase e com curto fase-neutro.

* Esta corrente é exatamente igual a corrente no curto-circuito do tipo fase-fase e por estarem sobrepostas não aparece no gráfico anterior

Devido as características físicas de distribuição dos condutores no motor, a medição das correntes do enrolamento 1 de cada uma das fase é inviável, pois seria necessário desmontá-lo, porém a medição das correntes do enrolamento 2 de cada uma das fases é bem mais simples pois podem ser medidas nos terminais de entrada do motor. A partir destas considerações, as correntes do enrolamento 2 foram escolhidas para a comparação.

A partir da comparação entre das 3 situações, condições normais, curto fase-fase e curto fase-neutro é possível verificar que o curto fase-fase foi o que gerou o maior aumento e variação nas correntes de modo geral. Este comportamento se deve as características específicas dos tipos de defeito, pois a impedância equivalente em uma configuração de curto-circuito do tipo fase-fase é menor que a impedância equivalente em caso de defeito do tipo fase-neutro, gerando correntes maiores.

Para efeitos de comparação, serão expostos os gráficos das componentes de sequência em cada uma das situações consideradas neste trabalho.

Segue comparação de correntes de sequência zero (I_0) nas três situações de funcionamento consideradas, em condições normais, em curto fase-fase e em curto do tipo fase-neutro:

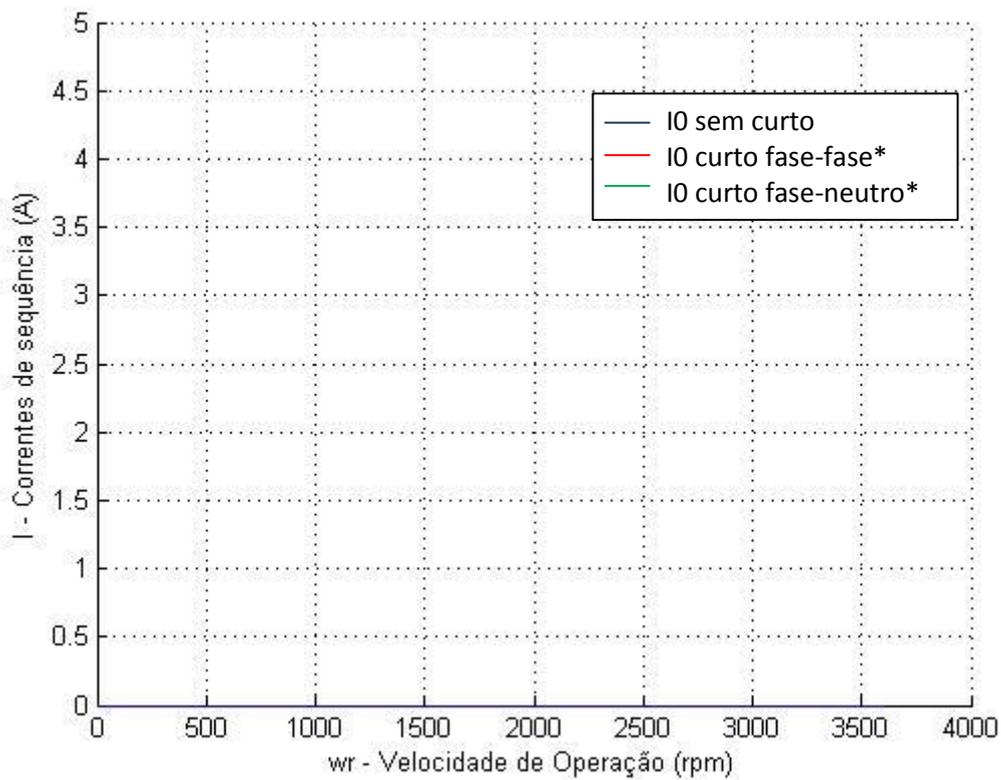


Figura 36 - Correntes de sequência zero (I_0) para o funcionamento normal, curto fase-fase e curto fase-neutro.

* Todas as correntes são exatamente iguais e por tal motivo aparecem sobrepostas no gráfico, somente é possível visualizar a corrente de sequência zero da máquina sem curto.

Como já mencionado anteriormente, as componentes de sequência zero (I_0) possuem módulo zero devido a ligação Y não aterrado do motor.

A figura 37 compara as componentes de sequência positiva (I_+) da corrente da corrente de entrada do motor:

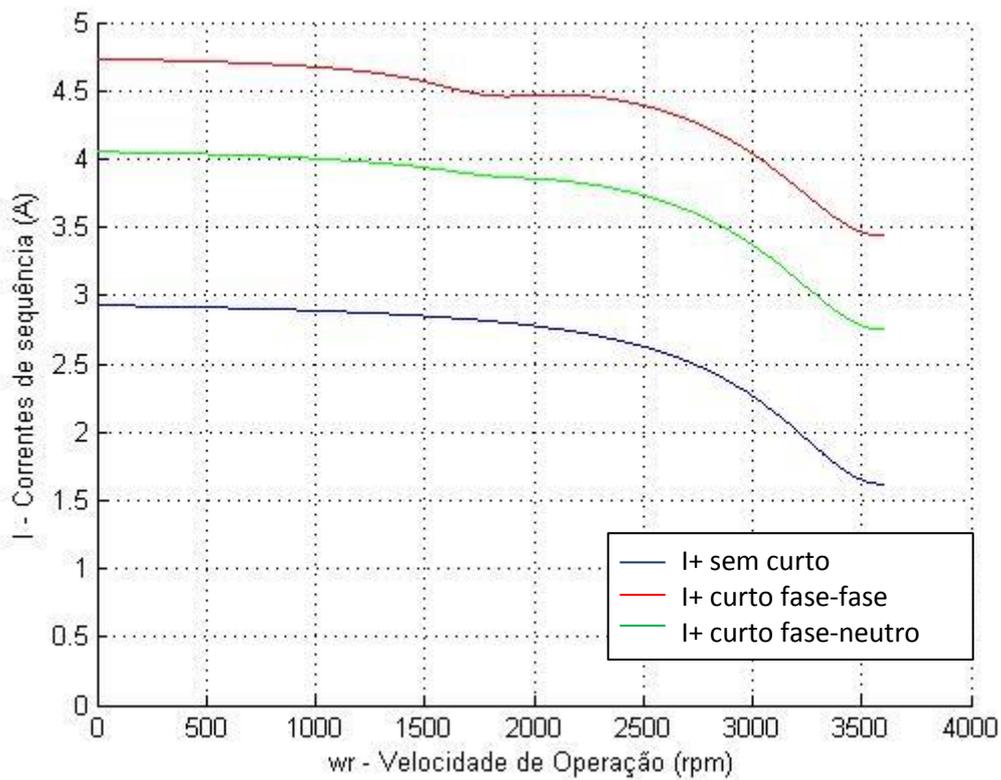


Figura 37 - Correntes de seqüência positiva (I+) para o funcionamento normal, curto fase-fase e curto fase-neutro.

Segue comparação entre as componentes de seqüência negativa (I-) da corrente de entrada do motor para as situações de funcionamento normal, com a aplicação de curto fase-fase e aplicação de curto do tipo fase-neutro.

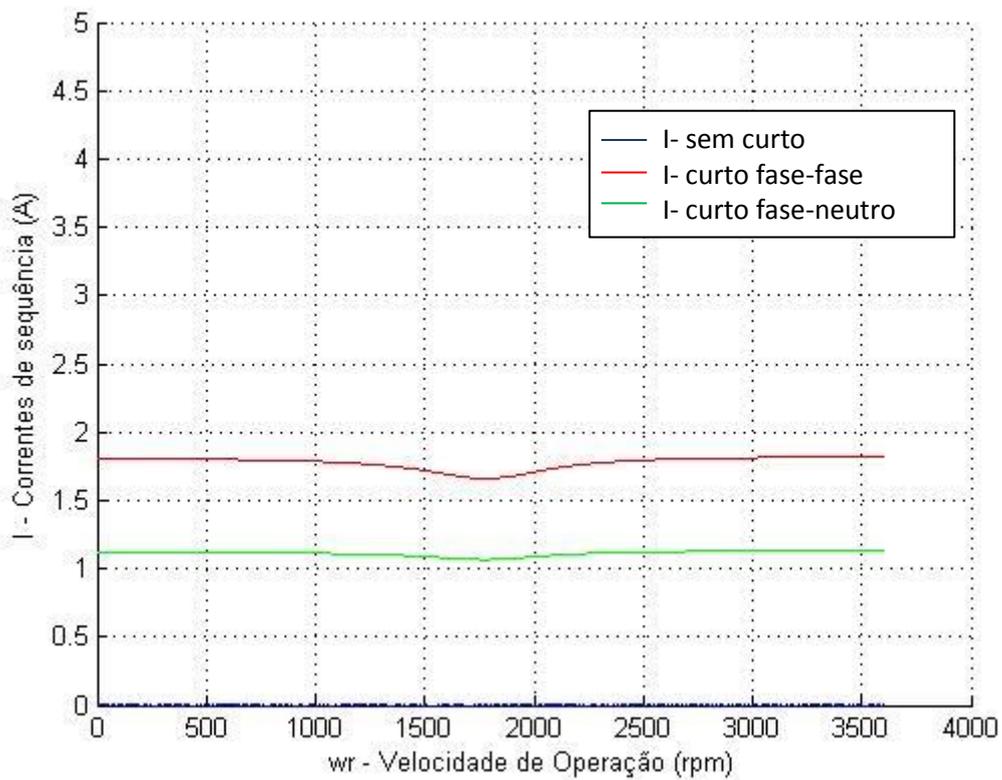


Figura 38 - Correntes de seqüência negativa (I-) para o funcionamento normal, curto fase-fase e curto fase-neutro.

Conforme pode ser observado, o curto-circuito do tipo fase-fase provocou uma maior influência, gerando os maiores módulos de corrente e variações nas curvas de corrente de sequência, devido as características de cada tipo de defeito, explicitadas anteriormente.

Para fins de comparação, segue curva de conjugado considerando as situações descritas neste trabalho, condições normais de funcionamento, aplicação do curto-circuito do tipo fase-fase e aplicação do curto-circuito do tipo fase-neutro.

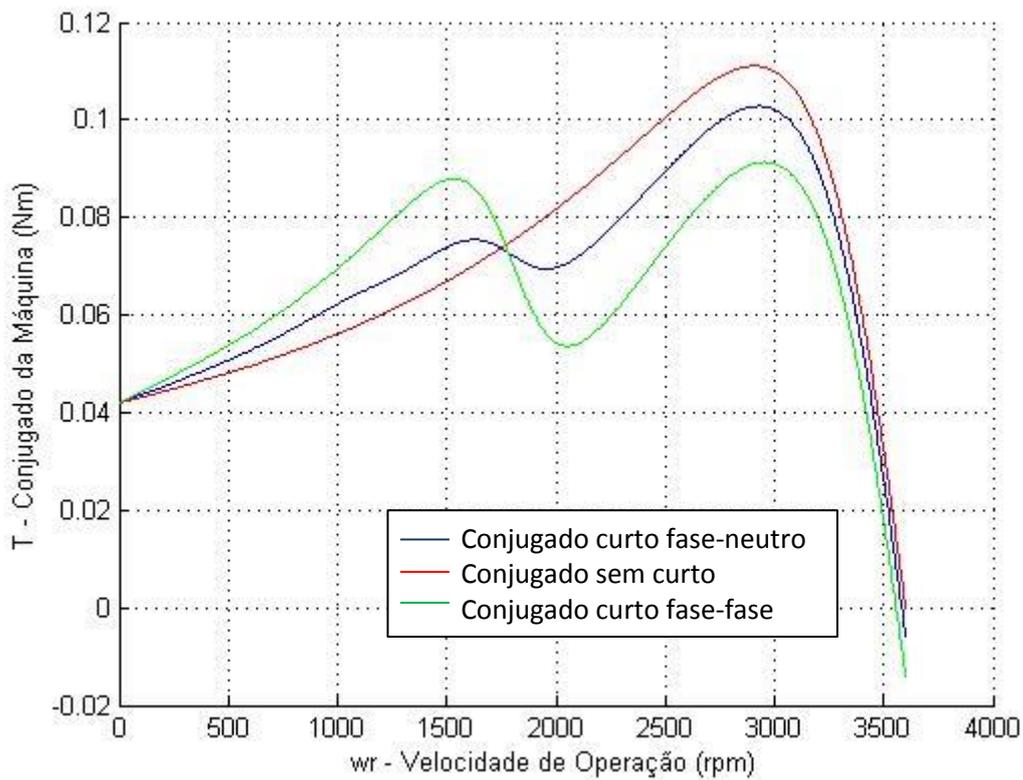


Figura 39 - Conjugado sem curto, com curto fase-neutro e fase-fase

Pode-se verificar que a maior oscilação do conjugado ocorre para o curto-circuito do tipo fase-fase. Esta maior oscilação se deve ao fato deste tipo de defeito provocar um aumento do módulo e de variação das suas correntes, assim como uma maior variação no campo magnético produzido por elas.

Em ambos os tipos de defeitos ocorre uma redução no conjugado, pois com o circuito desbalanceado há o aparecimento da componente de sequência negativa que gera um campo magnético contrário ao do motor freando a máquina em questão.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este projeto foi estruturado em três etapas principais, a primeira foi a definição de um motor de indução trifásico e suas características normais de funcionamento, a segunda parte foi o funcionamento desta mesma máquina quando aplicado um curto-circuito fase-fase interno nas bobinas do estator e, enfim a terceira etapa foi a aplicação de um curto-circuito fase-neutro interno também nas bobinas do estator. Em todas as etapas foram calculadas as correntes de fase, de sequência e de falta (somente para a segunda e terceira etapas) e o conjugado do motor em todas as situações descritas acima.

Este trabalho teve como principal foco o desenvolvimento de uma ferramenta capaz de auxiliar em estudos de curtos-circuitos internos no estator de um motor de indução. Como principais desdobramentos deste projeto, esta ferramenta pode ser utilizada em estudos de detecção de falta e ajustes de proteção em motores de indução com a vantagem da possibilidade de identificação destes defeitos utilizando-se apenas as medições das correntes de entrada do motor, sem que haja a necessidade de desmontar o motor em questão.

O curto-circuito do tipo fase-fase foi o defeito que causou uma maior influência no funcionamento do motor devido as alterações provocadas em suas correntes, assim como foi o que gerou um maior desbalanceamento do circuito.

Foi observado foi o aparecimento da componente de sequência negativa da corrente que, além de identificar um desbalanceamento do sistema, ainda é responsável por uma redução no conjugado por produzir um campo magnético no sentido contrário ao do motor.

Pode ser observada a influência dos harmônicos, dada pelo efeito Gibbs, principalmente, em relação a formação de ondas quadradas na distribuição dos condutores, onde quanto maior o número de harmônicos considerados maior é a definição da onda do gráfico em questão.

6. BIBLIOGRAFIA

- [1] E. Fitzgerald, C. Kingsley, "Electric Machinery", McGraw Hill, 1990
- [2] S. Williamson, K. Mirzoian, "IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems", Vol. PAS-104, No. 7, July 1985
- [3] S. Chapman, "Electric Machinery Fundamentals" 4th ed., McGraw-Hill, 1995.
- [4] E.C. Telles, "Análise da operação de um motor de indução com enrolamento Dahlander", Projeto Final de Graduação, Escola Politécnica UFRJ, 2010

7. ANEXO:

Código fonte do programa utilizado no motor de indução considerado neste trabalho

```
%DADOS PARA O PROGRAMA

nh=303;           % Numero de harmonicos considerados
r=0.0001;        % Passo utilizado para y

%DADOS DA MAQUINA

Vff=220;         % Tensão Fase-Fase (Volts)
f=60;           % Frequencia de operação da maquina (Hz)
Np=2;           % Numero de Polo
d=0.05555;      % Diametro Interno do Estator (metros)
W=0.050;        % Comprimento axial da maquina (metros)
w=2*pi*f;       % Velocidade síncrona (rad/s)
ws=4*pi*f/Np;

g=0.00014;      % Comprimento radial do entreferro
(metros)

%ESTATOR

N=90;           % Numero de Espiras por Bobina
Ns=24;          % Numero de Ranhuras no ESTATOR
bs=0.00212;     % Abertura da Ranhura de ESTATOR (metros)
r1=1.761;       % Resistência de enrolamento de estator
(ohm)
r2=r1;

x11=2*pi*f*0.02418; % Reatância de dispersão do estator
(ohm)
x12=x11;
```

```

%ROTOR

Nr=18; % Numero de Ranhuras no ROTOR

br=0.0000000212; % Abertura da Ranhura de ROTOR(metros)

gamaR=pi*d/Nr; % Distância entre barras do rotor

Rbr=0.000115; % Resistência do anel de curto (ohm)

Lbr=0.00000115; % Indutância do anel de curto (henry)

rb=0.000057; % Resistência da barra comum (ohm)

Lb=0.00000057; % Indutância da barra comum (henry)

%*****

%Constantes

mi0=4*pi*1e-7; %permeabilidade magnética no vacuo

g=0.005; %comprimento radial do entreferro

r2=sqrt(2); %constante (raiz quadrada de 2)

Caux=[1;-1];

a=-1/2+j*(sqrt(3)/2); %constante alfa

%Calculos Elementares

e=6; % Encurtamento do passo

passo=(Ns/Np)-e; % Passo da Bobina (em numero de
ranhuras)

Pp=Ns/Np; % Passo Polar (passo pleno)

m= Ns/(3*Np); % Numero de Bobinas em serie/Polo/Fase
(bobinas distribuidas)

Nph=N*Ns/3; % Nulmero de Espiras/Fase

L=passo/Pp; % Relação entre o passo da bobina usado
e o passo polar (pleno)

y0=0; % Posição da primeira bobina estator
(metros)

```

```

yr0=0; % Posição da primeira bobina rotor
(metros)

vn=[-nh:1:-1,1:1:nh];

Tc=[1,1,1;1,a^2,a;1,a,a^2]; % Matriz de conversão para sequencia
0,+ e -

%Calculo da distribuição de condutores do ESTATOR (Cs)
for q=1:length(vn)
    ni=vn(q)*Np/2; % Numero do hamônico
    k=2*ni/d; % Numero de onda
    Kp=sin(k*(L*pi*d/(2*Np))); % Fator de Passo
    Kd=(sin(ni*pi/(3*Np)))/(m*sin(ni*pi/Ns)); % Fator de Distribuição
    Kw=Kp*Kd; % Fator de Enrolamento
    Kbs=(sin(k*bs/2))/(k*bs/2); % Fator de Abertura da
Ranhura

    Cs(q)=-j*(1/(pi*d))*Nph*Kbs*Kw*(exp(j*ni*pi*((1/(3*Np))-
(1/Ns))))*exp(j*k*y0);

    CA1(q)=-j*(1/(pi*d))*Nph*Kbs*Kw*(exp(j*ni*pi*((1/(3*Np))-
(1/Ns))))*exp(j*k*y0);

    CA2(q)=-j*(1/(pi*d))*Nph*Kbs*Kw*(exp(j*ni*pi*((1/(3*Np))-
(1/Ns))))*(exp(-j*(k*y0+(2*ni*pi/Np))));

    CC1(q)=-j*(1/(pi*d))*Nph*Kbs*Kw*(exp(j*ni*pi*((1/(3*Np))-
(1/Ns))))*(exp(-j*(k*y0-(2*ni*pi/(3*Np)-(2*ni*pi/Np))));

    CC2(q)=-j*(1/(pi*d))*Nph*Kbs*Kw*(exp(j*ni*pi*((1/(3*Np))-
(1/Ns))))*(exp(-j*(k*y0-(2*ni*pi/(3*Np))));

    CB1(q)=-j*(1/(pi*d))*Nph*Kbs*Kw*(exp(j*ni*pi*((1/(3*Np))-
(1/Ns))))*(exp(-j*(k*y0-(4*ni*pi/(3*Np))));

    CB2(q)=-j*(1/(pi*d))*Nph*Kbs*Kw*(exp(j*ni*pi*((1/(3*Np))-
(1/Ns))))*(exp(-j*(k*y0-(4*ni*pi/(3*Np)-(2*ni*pi/Np))));

end

y=[0:r:pi*d];

```

```

%Distribuição de Condutores para cada meio enrolamento de fase
for i=1:length(y)
    Ca1(i)=0;
    Cb1(i)=0;
    Cc1(i)=0;
    Ca2(i)=0;
    Cb2(i)=0;
    Cc2(i)=0;
    for q=1:length(vn)
        ni=vn(q)*Np/2;
        k=2*ni/d;
        Ca1(i)= Cs(q)*(exp(-j*k*y(i)))+ Ca1(i);
        Ca2(i)= Cs(q)*(exp(-j*(k*y(i)+(2*ni*pi/Np))))+ Ca2(i);
        Cb1(i)= Cs(q)*(exp(-j*(k*y(i)-(2*ni*pi/(3*Np)-(2*ni*pi/Np)))))+
Cb1(i);
        Cb2(i)= Cs(q)*(exp(-j*(k*y(i)-(2*ni*pi/(3*Np)))))+ Cb2(i);
        Cc1(i)= Cs(q)*(exp(-j*(k*y(i)-(4*ni*pi/(3*Np)))))+ Cc1(i);
        Cc2(i)= Cs(q)*(exp(-j*(k*y(i)-(4*ni*pi/(3*Np)-(2*ni*pi/Np)))))+
Cc2(i);
    end
end

%Calculo da distribuição de condutores do ROTOR (Cr)
for q=1:length(vn)
    ni=vn(q)*Np/2; % Numero do Harmonico
    l=2*ni/d; % Numero de onda
    Kbr=(sin(l*br/2))/(l*br/2); % Fator de Abertura da
Ranhura
    Cr(q)=-j*(2/(pi*d))*Kbr*sin(l*gamaR/2)*exp(j*l*yr0);
end

```

```
wr=[0:0.001:1]*ws;  
operação (pu)
```

```
% Velocidade de
```

```
for p=1:length(wr)
```

```
Pa1a1 (p)=0;
```

```
Pb1b1 (p)=0;
```

```
Pc1c1 (p)=0;
```

```
Pa2a2 (p)=0;
```

```
Pb2b2 (p)=0;
```

```
Pc2c2 (p)=0;
```

```
Ma1b1 (p)=0;
```

```
Ma1c1 (p)=0;
```

```
Ma1a2 (p)=0;
```

```
Ma1b2 (p)=0;
```

```
Ma1c2 (p)=0;
```

```
Mb1a1 (p)=0;
```

```
Mb1c1 (p)=0;
```

```
Mb1a2 (p)=0;
```

```
Mb1b2 (p)=0;
```

```
Mb1c2 (p)=0;
```

```
Mc1a1 (p)=0;
```

```
Mc1b1 (p)=0;
```

```
Mc1a2 (p)=0;
```

```
Mc1b2 (p)=0;
```

```
Mc1c2 (p)=0;
```

```
Ma2b2 (p)=0;
```

```
Ma2c2 (p)=0;
```

```
Ma2a1 (p)=0;
```

```
Ma2b1 (p)=0;
```

```
Ma2c1 (p)=0;
```

```
Mb2a2 (p)=0;
```

```
Mb2c2 (p)=0;
```

```

Mb2a1 (p)=0;
Mb2b1 (p)=0;
Mb2c1 (p)=0;
Mc2a2 (p)=0;
Mc2b2 (p)=0;
Mc2a1 (p)=0;
Mc2b1 (p)=0;
Mc2c1 (p)=0;

for q=1:length (vn)
    ni=vn (q) *Np/2;
    k=2*ni/d;
    s (q) = ((w/ni) -wr (p)) / (w/ni);
    A=j*pi*d*W*w*mi0/ (g*k^2);    %constante
    B=j*Nr*pi*d*W*w*mi0/ (g*k^2);    %constante
    C= (j*mi0*W*gamaR*s (q) *w/g);    %constante

    Za1=A* ((abs (CA1 (q))) ^2);
    Zb1=A* ((abs (CB1 (q))) ^2);
    Zc1=A* ((abs (CC1 (q))) ^2);
    Za2=A* ((abs (CA2 (q))) ^2);
    Zb2=A* ((abs (CB2 (q))) ^2);
    Zc2=A* ((abs (CC2 (q))) ^2);

    Za1b1=A* ((conj (CA1 (q))) *CB1 (q));
    Za1c1=A* ((conj (CA1 (q))) *CC1 (q));
    Za1a2=A* ((conj (CA1 (q))) *CA2 (q));
    Za1b2=A* ((conj (CA1 (q))) *CB2 (q));
    Za1c2=A* ((conj (CA1 (q))) *CC2 (q));
    Zb1a1=A* ((conj (CB1 (q))) *CA1 (q));

```

$Zb1c1=A*((conj(CB1(q)))*CC1(q));$
 $Zb1a2=A*((conj(CB1(q)))*CA2(q));$
 $Zb1b2=A*((conj(CB1(q)))*CB2(q));$
 $Zb1c2=A*((conj(CB1(q)))*CC2(q));$
 $Zc1a1=A*((conj(CC1(q)))*CA1(q));$
 $Zc1b1=A*((conj(CC1(q)))*CB1(q));$
 $Zc1a2=A*((conj(CC1(q)))*CA2(q));$
 $Zc1b2=A*((conj(CC1(q)))*CB2(q));$
 $Zc1c2=A*((conj(CC1(q)))*CC2(q));$

$Za2b2=A*((conj(CA2(q)))*CB2(q));$
 $Za2c2=A*((conj(CA2(q)))*CC2(q));$
 $Za2a1=A*((conj(CA2(q)))*CA1(q));$
 $Za2b1=A*((conj(CA2(q)))*CB1(q));$
 $Za2c1=A*((conj(CA2(q)))*CC1(q));$
 $Zb2a2=A*((conj(CB2(q)))*CA2(q));$
 $Zb2c2=A*((conj(CB2(q)))*CC2(q));$
 $Zb2a1=A*((conj(CB2(q)))*CA1(q));$
 $Zb2b1=A*((conj(CB2(q)))*CB1(q));$
 $Zb2c1=A*((conj(CB2(q)))*CC1(q));$
 $Zc2a2=A*((conj(CC2(q)))*CA2(q));$
 $Zc2b2=A*((conj(CC2(q)))*CB2(q));$
 $Zc2a1=A*((conj(CC2(q)))*CA1(q));$
 $Zc2b1=A*((conj(CC2(q)))*CB1(q));$
 $Zc2c1=A*((conj(CC2(q)))*CC1(q));$

$Zra1(q)=A*s(q)*(CA1(q)*(conj(Cr(q))));$
 $Zrb1(q)=A*s(q)*(CB1(q)*(conj(Cr(q))));$
 $Zrc1(q)=A*s(q)*(CC1(q)*(conj(Cr(q))));$

$$Zra2(q) = A * s(q) * (CA2(q) * (\text{conj}(Cr(q)))) ;$$

$$Zrb2(q) = A * s(q) * (CB2(q) * (\text{conj}(Cr(q)))) ;$$

$$Zrc2(q) = A * s(q) * (CC2(q) * (\text{conj}(Cr(q)))) ;$$

$$Za1r = B * ((\text{conj}(CA1(q))) * Cr(q)) ;$$

$$Zb1r = B * ((\text{conj}(CB1(q))) * Cr(q)) ;$$

$$Zc1r = B * ((\text{conj}(CC1(q))) * Cr(q)) ;$$

$$Za2r = B * ((\text{conj}(CA2(q))) * Cr(q)) ;$$

$$Zb2r = B * ((\text{conj}(CB2(q))) * Cr(q)) ;$$

$$Zc2r = B * ((\text{conj}(CC2(q))) * Cr(q)) ;$$

$$Zrr(q) = C + (Rbr + j * w * Lbr * s(q)) - (rb + j * w * Lb * s(q)) * 2 * \cos(k * \pi * d / Nr) ;$$

$$Pa1a1(p) = (Za1 - (Za1r * Zra1(q) / Zrr(q))) + Pa1a1(p) ;$$

$$Pb1b1(p) = (Zb1 - (Zb1r * Zrb1(q) / Zrr(q))) + Pb1b1(p) ;$$

$$Pc1c1(p) = (Zc1 - (Zc1r * Zrc1(q) / Zrr(q))) + Pc1c1(p) ;$$

$$Pa2a2(p) = (Za2 - (Za2r * Zra2(q) / Zrr(q))) + Pa2a2(p) ;$$

$$Pb2b2(p) = (Zb2 - (Zb2r * Zrb2(q) / Zrr(q))) + Pb2b2(p) ;$$

$$Pc2c2(p) = (Zc2 - (Zc2r * Zrc2(q) / Zrr(q))) + Pc2c2(p) ;$$

$$Ma1b1(p) = (Za1b1 - (Za1r * Zrb1(q) / Zrr(q))) + Ma1b1(p) ;$$

$$Ma1c1(p) = (Za1c1 - (Za1r * Zrc1(q) / Zrr(q))) + Ma1c1(p) ;$$

$$Ma1a2(p) = (Za1a2 - (Za1r * Zra2(q) / Zrr(q))) + Ma1a2(p) ;$$

$$Ma1b2(p) = (Za1b2 - (Za1r * Zrb2(q) / Zrr(q))) + Ma1b2(p) ;$$

$$Ma1c2(p) = (Za1c2 - (Za1r * Zrc2(q) / Zrr(q))) + Ma1c2(p) ;$$

$$Mb1a1(p) = (Zb1a1 - (Zb1r * Zra1(q) / Zrr(q))) + Mb1a1(p) ;$$

$$Mb1c1(p) = (Zb1c1 - (Zb1r * Zrc1(q) / Zrr(q))) + Mb1c1(p) ;$$

$$Mb1a2(p) = (Zb1a2 - (Zb1r * Zra2(q) / Zrr(q))) + Mb1a2(p) ;$$

$Mb1b2(p) = (Zb1b2 - (Zb1r * Zrb2(q) / Zrr(q))) + Mb1b2(p);$
 $Mb1c2(p) = (Zb1c2 - (Zb1r * Zrc2(q) / Zrr(q))) + Mb1c2(p);$
 $Mc1a1(p) = (Zc1a1 - (Zc1r * Zra1(q) / Zrr(q))) + Mc1a1(p);$
 $Mc1b1(p) = (Zc1b1 - (Zc1r * Zrb1(q) / Zrr(q))) + Mc1b1(p);$
 $Mc1a2(p) = (Zc1a2 - (Zc1r * Zra2(q) / Zrr(q))) + Mc1a2(p);$
 $Mc1b2(p) = (Zc1b2 - (Zc1r * Zrb2(q) / Zrr(q))) + Mc1b2(p);$
 $Mc1c2(p) = (Zc1c2 - (Zc1r * Zrc2(q) / Zrr(q))) + Mc1c2(p);$

$Ma2b2(p) = (Za2b2 - (Za2r * Zrb2(q) / Zrr(q))) + Ma2b2(p);$
 $Ma2c2(p) = (Za2c2 - (Za2r * Zrc2(q) / Zrr(q))) + Ma2c2(p);$
 $Ma2a1(p) = (Za2a1 - (Za2r * Zra1(q) / Zrr(q))) + Ma2a1(p);$
 $Ma2b1(p) = (Za2b1 - (Za2r * Zrb1(q) / Zrr(q))) + Ma2b1(p);$
 $Ma2c1(p) = (Za2c1 - (Za2r * Zrc1(q) / Zrr(q))) + Ma2c1(p);$
 $Mb2a2(p) = (Zb2a2 - (Zb2r * Zra2(q) / Zrr(q))) + Mb2a2(p);$
 $Mb2c2(p) = (Zb2c2 - (Zb2r * Zrc2(q) / Zrr(q))) + Mb2c2(p);$
 $Mb2a1(p) = (Zb2a1 - (Zb2r * Zra1(q) / Zrr(q))) + Mb2a1(p);$
 $Mb2b1(p) = (Zb2b1 - (Zb2r * Zrb1(q) / Zrr(q))) + Mb2b1(p);$
 $Mb2c1(p) = (Zb2c1 - (Zb2r * Zrc1(q) / Zrr(q))) + Mb2c1(p);$
 $Mc2a2(p) = (Zc2a2 - (Zc2r * Zra2(q) / Zrr(q))) + Mc2a2(p);$
 $Mc2b2(p) = (Zc2b2 - (Zc2r * Zrb2(q) / Zrr(q))) + Mc2b2(p);$
 $Mc2a1(p) = (Zc2a1 - (Zc2r * Zra1(q) / Zrr(q))) + Mc2a1(p);$
 $Mc2b1(p) = (Zc2b1 - (Zc2r * Zrb1(q) / Zrr(q))) + Mc2b1(p);$
 $Mc2c1(p) = (Zc2c1 - (Zc2r * Zrc1(q) / Zrr(q))) + Mc2c1(p);$

end

$Pa1(p) = r1 + j * x11 + Pa1a1(p);$
 $Pb1(p) = r1 + j * x11 + Pb1b1(p);$
 $Pc1(p) = r1 + j * x11 + Pc1c1(p);$
 $Pa2(p) = r1 + j * x11 + Pa2a2(p);$

```
Pb2(p)=r1+j*xl1+Pb2b2(p);
```

```
Pc2(p)=r1+j*xl1+Pc2c2(p);
```

```
Z=[Pa1(p),Ma1b1(p),Ma1c1(p),Ma1a2(p),Ma1b2(p),Ma1c2(p),0;Mb1a1(p),Pb1(p),Mb1c1(p),Mb1a2(p),Mb1b2(p),Mb1c2(p),0;Mc1a1(p),Mc1b1(p),Pc1(p),Mc1a2(p),Mc1b2(p),Mc1c2(p),0;Ma2a1(p),Ma2b1(p),Ma2c1(p),Pa2(p),Ma2b2(p),Ma2c2(p),0;Mb2a1(p),Mb2b1(p),Mb2c1(p),Mb2a2(p),Pb2(p),Mb2c2(p),0;Mc2a1(p),Mc2b1(p),Mc2c1(p),Mc2a2(p),Mc2b2(p),Pc2(p),0;0,0,0,0,0,0,0];
```

```
C=[0,0,1;-1,1,0;0,-1,0;-1,0,0;1,-1,0;0,1,0;-1,0,1];
```

```
Zn=C'*Z*C;
```

```
%Calculo das Correntes para a velocidade "wr"
```

```
I=(inv(Zn))*[Vff*exp(j*(pi/6));Vff*exp(j*(-pi/2));0];
```

```
Iabc=C*I;
```

```
Ia1(p)=Iabc(1,1);
```

```
Ib1(p)=Iabc(2,1);
```

```
Ic1(p)=Iabc(3,1);
```

```
Ia2(p)=Iabc(4,1);
```

```
Ib2(p)=Iabc(5,1);
```

```
Ic2(p)=Iabc(6,1);
```

```
If(p)=Iabc(7,1);
```

```
%Decomposição das correntes em sequencia 0,+ e -
```

```
I2=inv(Tc)*[Ia2(p);Ib2(p);Ic2(p)];
```

```
I0(p)=I2(1,1);
```

```
IP(p)=I2(2,1);
```

```
IN(p)=I2(3,1);
```

```
%Calculo da Corrente de Rotor para o componente "k"
```

```

for q=1:length(vn)
    Ir(q)=-
    (Zra1(q)*Ia1(p)+Zrb1(q)*Ib1(p)+Zrc1(q)*Ic1(p)+Zra2(q)*Ia2(p)+Zrb2(q)*I
b2(p)+Zrc2(q)*Ic2(p))/Zrr(q);
end

%Calculo do Conjugado para a velocidade "wr"
T=0;

for q=1:length(vn)
    ni=vn(q)*Np/2;
    k=2*ni/d;
    D=j*3*pi*(d^2)*W*mi0/(2*g*k);    %constante

T=D*(((conj(CA1(q))*Cr(q)*conj(Ia1(p)))*Ir(q))+((conj(CB1(q))*Cr(q)
*(conj(Ib1(p)))*Ir(q))+((conj(CC1(q))*Cr(q)*conj(Ic1(p)))*Ir(q))+((c
onj(CA2(q))*Cr(q)*conj(Ia2(p)))*Ir(q))+((conj(CB2(q))*Cr(q)*conj(I
b2(p)))*Ir(q))+((conj(CC2(q))*Cr(q)*conj(Ic2(p)))*Ir(q)))+T;

end

Ts(p)=real(T);

end

hold on
plot(wr*60/(2*pi),Ts,'b');
xlabel('wr - Velocidade de Operação (rpm)')
ylabel('T - Conjugado da Máquina (Nm)')
grid
hold off

%hold on

```

```

%plot (wr*60/(2*pi),abs(Ia1),'r');
%plot (wr*60/(2*pi),abs(Ib1),'r');
%plot (wr*60/(2*pi),abs(Ic1),'b');
%plot (wr*60/(2*pi),abs(Ia2),'g');
%plot (wr*60/(2*pi),abs(Ib2),'r');
%plot (wr*60/(2*pi),abs(Ic2),'b');
%plot (wr*60/(2*pi),abs(If),'b');
%plot (wr*60/(2*pi),abs(I0),'g');
%plot (wr*60/(2*pi),abs(IP),'g');
%plot (wr*60/(2*pi),abs(IN),'r');
%xlabel('wr - Velocidade de Operação (rpm)')
%ylabel('I - Corrente nas bobinas (A)')
%grid
%hold off

%hold on
%plot (y,bs*Ca1,'r')
%plot (y,bs*Ca2,'r')
%plot (y,bs*Cb1,'b')
%plot (y,bs*Cb2,'b')
%plot (y,bs*Cc1,'g')
%plot (y,bs*Cc2,'g')%xlabel('y (metros)')
%ylabel('C(y) x bs (espiras)')
%grid
%hold off

```