



Universidade Federal
do Rio de Janeiro

Escola Politécnica

ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS DO MODELO SÓLIDO PADRÃO PARA O MATERIAL EPH

Gustavo Fernandes Bittencourt

Projeto de Graduação apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica da Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheiro.

Orientador: Prof. Daniel Alves Castello

RIO DE JANEIRO
AGOSTO DE 2013

Bittencourt, Gustavo Fernandes

Estimação dos parâmetros do modelo sólido padrão para o material EPH/ Gustavo Fernandes Bittencourt. – Rio de Janeiro: UFRJ/ Escola Politécnica, 2013.

IX, 41 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Daniel Alves Castello, D.Sc.

Projeto de Graduação – UFRJ/ POLI/ Engenharia Mecânica, 2013.

Referências Bibliográficas: p. 40-41.

1. Estimação de parâmetros. 2. Viscoelasticidade. 3. Polímeros. I. Castello, Daniel Alves. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, UFRJ, Engenharia Mecânica. III. Título

ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS DO MODELO SÓLIDO PADRÃO PARA O
MATERIAL EPH

Gustavo Fernandes Bittencourt

PROJETO FINAL SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO MECÂNICO.

Aprovado por:

Prof. Daniel Alves Castello, D.Sc. (Orientador)

Prof^a. Lavinia Maria Sanabio Alves Borges, D.Sc.

Prof. Thiago Gamboa Ritto, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

AGOSTO DE 2013

À memória de Silverio Lopes Fernandes.

Resumo do Projeto de Graduação apresentado à Escola Politécnica/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheiro Mecânico.

Estimação dos Parâmetros do Modelo Sólido Padrão para o Material EPH

Gustavo Fernandes Bittencourt

Agosto/2013

Orientador: Daniel Alves Castello

Curso: Engenharia Mecânica

O objetivo deste trabalho é calibrar um modelo que represente adequadamente a resposta de um material polimérico, onde serão estimados os parâmetros desse modelo. Serão apresentados os modelos viscoelásticos utilizados na simulação da resposta de polímeros, assim como os métodos para solução de problemas inversos utilizados para obter a solução do problema. Por fim, será realizada a calibração do modelo a partir de ensaios experimentais realizados com o polímero EPH e posterior validação do mesmo, utilizando outros ensaios do material e uma métrica de validação para avaliar a capacidade de predição do modelo. Uma análise dos resultados obtidos também é apresentada, levando em consideração a resposta obtida do modelo mecânico do material e suas propriedades de armazenamento e dissipação de energia.

Abstract of Undergraduate Project presented to POLI/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Engineer.

Parameter Estimation of the Standard Solid Model for the EPH material

Gustavo Fernandes Bittencourt

August/2013

Advisor: Daniel Alves Castello

Course: Mechanical Engineering

The purpose of this study is to characterize the response of a polymeric material by estimating the parameters of a model that accurately suits its response. There will be presented a few viscoelastic models used to simulate the response of polymers, as well as methods for the solution of the proposed inverse problem. At last, the parameters of the model will be estimated with experimental data from tests using the polymer EPH and those will be after validated using a different set of data and a validation metric to evaluate the prediction capacity of the model. An analysis of the results is also presented taking into account the response of the mechanical model and its energy storage and dissipation properties.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Revisão Bibliográfica	3
2	Modelo Viscoelástico	4
2.1	Resposta de um material viscoelástico	4
2.2	Equações constitutivas de modelos mecânicos	8
2.2.1	Modelo de Maxwell	8
2.2.2	Modelo de Kelvin-Voigt	9
2.3	Modelo do Sólido Padrão	10
2.4	Módulo complexo	11
3	Problema Inverso	13
3.1	Método gradiente	14
3.2	Enxame de Partículas	15
3.3	Função objetivo	16
3.4	Variabilidade dos parâmetros	17
3.5	Métrica de validação	18
4	Calibração do Modelo	19
4.1	Material	20
4.2	Procedimento experimental	21
4.3	Estimação do parâmetro E_1	22
4.4	Estimação dos parâmetros μ e E	24
4.5	Validação do modelo	33

5 Conclusões	38
5.1 Trabalhos futuros	39
Bibliografia	41

Lista de Figuras

2.1	Mola elástica linear.	5
2.2	Relação tensão-deformação para a mola linear.	5
2.3	Amortecedor viscoso.	6
2.4	Relação tensão- taxa de deformação para o fluido newtoniano.	6
2.5	Representação do modelo de Maxwell.	8
2.6	Representação do modelo de Kelvin-Voigt.	9
2.7	Representação do modelo do sólido padrão.	10
3.1	Gráfico tensão-deformação para $\dot{\epsilon}$ constante.	14
4.1	Diagrama da calibração.	20
4.2	Diagrama esquemático da amostra [8].	22
4.3	Ensaio de tração da amostra 1.	23
4.4	Ensaio de tração da amostra 2.	23
4.5	Histórico de deformação.	25
4.6	Resposta medida de tensão.	25
4.7	Curva tensão-deformação do ensaio cíclico.	26
4.8	Coefficientes de sensibilidade dos parâmetros.	28
4.9	Resíduo da estimativa do último ciclo.	29
4.10	Comparação dos resultados estimados e experimentais para a estimativa do ensaio 1.	30
4.11	Comparação dos resultados estimados e experimentais para a estimativa do ensaio 2.	31
4.12	Módulo de armazenamento, perda e fator de perda das estimativas.	32
4.13	Resultados experimentais de <i>creep</i> sucessivo.	34

4.14	Validação com a amostra 1.	35
4.15	Validação com a amostra 2.	35
4.16	Validação com a amostra 3.	36
4.17	Métrica de validação.	37

Lista de Tabelas

4.1	Estimativas de E_1	24
4.2	Parâmetros estimados para o modelo do sólido padrão.	27
4.3	Coefficientes de variação dos parâmetros estimados para o modelo do sólido padrão.	27

Capítulo 1

Introdução

A aplicação de polímeros em diversas áreas da engenharia cresce a cada dia substituindo, em muitas aplicações, os materiais tradicionais. Há diferentes objetivos que implicam nessa substituição, como diminuição de peso, redução de custos ou, ainda, devido às propriedades específicas atendidas por esses materiais, as quais, muitas vezes, não são alcançadas com materiais tradicionais.

À vista disso, para que seja possível desenvolver projetos utilizando esses materiais, se faz necessário desenvolver também modelos matemáticos capazes de simular o comportamento físico dos mesmos. Então o modelo é calibrado, estimando-se os parâmetros que melhor representam as características do material. Com o conhecimento destas propriedades, há diversos exemplos da aplicação de materiais poliméricos nas mais variadas funções tais como, por exemplo, amortecedores viscoelásticos usados para o controle de vibrações em máquinas e estruturas aeronáuticas, e polímeros usados em mecanismos de dissipação de energia em edifícios como proteção contra abalos sísmicos.

O estudo das propriedades viscoelásticas aliado a técnicas de identificação de parâmetros também estão presentes em pesquisas para aplicações em outras áreas. Exemplos dessas aplicações são a identificação de células cancerígenas em tecido mamário a partir de alterações nas propriedades viscoelásticas do tecido [3] e a análise de propriedades de diversos outros tecidos celulares para aplicações na área médica, como cirurgia assistida por computador, sistemas de treinamento cirúrgicos e na identificação de traumatismo crânio-encefálico e hidrocefalia [7]. Todos os exemplos citados até agora ressaltam o estudo ou a predição do comportamento dos materiais em questão.

Sendo o comportamento dos materiais poliméricos relacionado, principalmente, às suas propriedades viscoelásticas, o conhecimento de tais propriedades se torna essencial para a construção e análise de modelos preditivos. E, para a subsequente utilização dos mesmos em aplicações mais sofisticadas, tem-se como requisito a compreensão da capacidade de resposta em função do tempo e propriedades de dissipação de energia [10].

Neste âmbito, diferentes abordagens são desenvolvidas para modelar o comportamento viscoelástico, sendo uma amplamente utilizada na qual se assume que a relação entre tensão e deformação pode ser escrita como uma equação diferencial para o material a partir de análogos mecânicos compostos por molas e amortecedores de comportamento linear [1].

O objetivo deste trabalho é calibrar um modelo para o material chamado EPH, utilizando dados experimentais de ensaios de tração e cíclicos com algumas amostras do material. Portanto, serão estimados os parâmetros envolvidos na equação diferencial do modelo em duas etapas. Na primeira, um dos parâmetros será estimado a partir da curva do ensaio de tração do material por regressão linear, uma vez que, para a condição de deformação constante estabelecida nos ensaios, essa curva tende a uma reta. Em seguida, os demais parâmetros serão estimados por meio de um algoritmo de minimização, usando o método de Enxame de Partículas, de uma função objetivo a partir dos dados de ensaios cíclicos do mesmo material. A validação do modelo será feita a partir da resposta de ensaios experimentais de fluência (*creep* sucessivo) e de uma métrica de validação estabelecida para avaliar a capacidade de predição do modelo. Os experimentos foram realizados no Instituto de Macromoléculas Professora Eloísa Mano (IMA/UFRJ).

O trabalho foi dividido em cinco capítulos. No capítulo 2 serão discutidos alguns aspectos do modelo viscoelástico, como a resposta destes materiais em determinadas situações de interesse e as equações constitutivas capazes de modelar os materiais poliméricos. Na seção 2.4 será introduzido ainda o conceito de módulo complexo, usado para avaliar algumas características destes materiais. No capítulo 3 é apresentado o problema a ser considerado no trabalho e o procedimento, assim como os métodos, a serem utilizados para obter soluções numéricas do problema proposto. Os métodos para avaliação dos resultados obtidos e a métrica de validação aplicada estão dispostos nas seções 3.4 e 3.5, respectivamente. O capítulo 4 se trata da calibração do modelo e apresentação dos

resultados, analisando-se efetivamente o comportamento da resposta obtida na calibração. Por fim, a conclusão e propostas para trabalhos futuros são apresentados no capítulo 5.

1.1 Revisão Bibliográfica

Com o interesse cada vez maior na utilização de materiais viscoelásticos, muitas pesquisas tem sido voltadas para esta área. Alguns exemplos de trabalhos recentes envolvendo a aplicação de modelos viscoelásticos serão apresentados.

Na área biomédica, KOHANDEL *et al.* [7] usam um modelo viscoelástico com quatro parâmetros. Através do módulo complexo, o modelo é calibrado para ensaios cíclicos de tensão cisalhante de tecido cerebral bovino, com o objetivo de caracterizar seu comportamento no domínio da frequência.

Ainda na mesma área, COUSSOT *et al.* [3] utilizam imagens de ultra-som para calibrar um modelo de Kelvin-Voigt fracionário de três parâmetros e identificar células cancerígenas em tecido mamário, pois estas geram modificações nas propriedades viscoelásticas do tecido. Eles foram capazes de identificar parâmetros típicos a partir das amostras e mostrar que é possível identificar regiões com diferentes respostas viscoelásticas.

MAINARDI e SPADA [4] fazem uma avaliação dos diversos modelos viscoelásticos utilizando cálculo fracionário e analisam alguns modelos quanto às suas propriedades viscoelásticas, de fluência e relaxação. É apresentada também uma introdução à teoria da viscoelasticidade.

SASSO *et al.* [1] apresentam uma comparação entre a calibração de alguns modelos de ordem inteira e de ordem fracionária. Utilizam ensaios experimentais cíclicos, de fluência e de relaxação de alguns materiais para calibração e comparam a resposta dos modelos para históricos genéricos de entrada. Aspectos computacionais também são levados em consideração, por exemplo, o menor custo computacional de modelos com menor número de parâmetros.

Por último, HOSSAIN *et al.* [9] caracterizaram o polímero VHB 4910 através de um modelo viscoelástico não-linear calibrado com ensaios cíclicos e de relaxação. A validação do modelo é feita com dados de outros ensaios do mesmo tipo.

Capítulo 2

Modelo Viscoelástico

No desenvolvimento de um modelo para um material viscoelástico, será necessário, primeiramente descrever a resposta mecânica dos materiais viscoelásticos e entender como tal modelo se comporta nas diferentes situações a serem estudadas. Neste capítulo serão introduzidos conceitos básicos de viscoelasticidade e apresentados os modelos mais comuns para descrever a resposta mecânica de polímeros.

2.1 Resposta de um material viscoelástico

Para descrever a resposta mecânica de materiais viscoelásticos é necessário considerar variações de tensão e deformação em função do tempo para que depois seja possível determinar condições onde será razoável eliminar o tempo como parâmetro explícito e então analisar a curva tensão-deformação [10]. O objetivo principal é então determinar relações físicas envolvendo tensão, deformação e tempo para que se possa obter o histórico de tensão uma vez que os valores de deformação no mesmo intervalo de tempo são conhecidos, ou obter o histórico de deformação conhecendo o comportamento da tensão no mesmo intervalo de tempo. Tais relações estão associadas ao comportamento viscoelástico do material.

Uma vez que é possível classificar o comportamento viscoelástico linear como sendo, de certa forma, intermediário entre o comportamento do sólido elástico e do fluido newtoniano, fica clara a ideia de representar fisicamente esse comportamento através de componentes unidimensionais com comportamento análogo. O que será feito a seguir

para a mola linear e para o amortecedor viscoso.

A resposta unidimensional de um sólido elástico é comumente representada por um análogo mecânico, uma mola de comportamento linear como visto na figura 2.1, ou seja, há uma relação linear entre a força $F(t)$ e o deslocamento Δ , que é válida para qualquer condição. A resposta de um sólido elástico é descrita de modo que, para cada valor de deformação, há apenas um único valor de tensão, como visto na figura 2.2. Isso torna fácil eliminar o tempo e gerar uma curva tensão-deformação onde fica evidente a constante de proporcionalidade entre esses dois valores, análogo ao módulo de elasticidade E do material. Essa conclusão também implica que não há dissipação de energia quando o material é deformado e em seguida retorna a sua forma original.

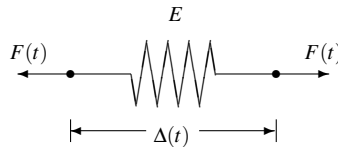


Figura 2.1: Mola elástica linear.

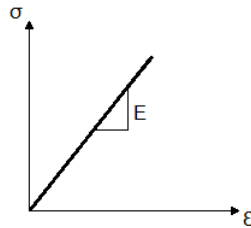


Figura 2.2: Relação tensão-deformação para a mola linear.

O fluido newtoniano também tem sua resposta unidimensional representada por um análogo mecânico, o amortecedor viscoso visto na figura 2.3, que é caracterizado pela relação entre a força $F(t)$ e a taxa de deslocamento $\dot{\Delta}$. Isso corresponde a uma relação linear entre tensão e taxa de deformação, observada na figura 2.4, na qual, da mesma forma, é possível eliminar o tempo e obter uma curva relacionando diretamente tensão e taxa de deformação, tornando evidente a constante de proporcionalidade correspondente à propriedade do material, denominada viscosidade μ . Nessa situação o material dissipa energia.

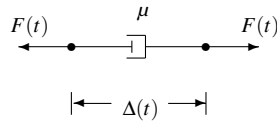


Figura 2.3: Amortecedor viscoso.

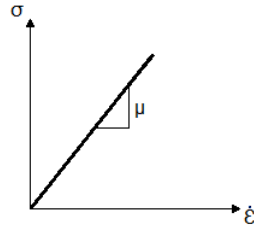


Figura 2.4: Relação tensão- taxa de deformação para o fluido newtoniano.

Logo, conclui-se que os materiais viscoelásticos possuem tanto capacidade de armazenar quanto de dissipar energia. Dois comportamentos desses materiais relacionados a estas propriedades podem ser apresentados, a fluência (*creep*) e a relaxação. O primeiro é definido quando um material continua a deformar mesmo submetido a uma tensão constante, e o segundo quando a tensão necessária para manter uma deformação constante decresce com o tempo. Sólidos de comportamento elástico não apresentam fluência nem relaxação, armazenando toda a energia fornecida. Já fluidos newtonianos possuem uma taxa constante de fluência e apresentam relaxação instantânea, pois dissipam energia [10].

Ainda de acordo com a teoria viscoelástica linear, pode-se fazer uso dos conceitos de fluência (*creep*), para escrever a resposta em deformação a uma tensão constante imposta no material, e de relaxação, para escrever a resposta em tensão quando é imposta uma deformação constante [4, 10]. Para isso são definidos $G(t)$ e $J(t)$ como as funções de *creep* e de relaxação, respectivamente. Os dois comportamentos são então descritos pelas equações (2.1) e (2.2).

As equações (2.1) e (2.2) são obtidas utilizando-se o princípio da superposição de Boltzmann [10]. Ou seja, partindo da definição de linearidade na relação entre tensão e deformação, cada incremento na deformação do material ao longo do tempo gera uma tensão num determinado instante de tempo. A tensão total num determinado instante de tempo será obtida pela superposição de cada um destes incrementos. Uma abordagem

contínua no tempo gera a relação integral entre os dois fatores [1, 10]:

$$\sigma(t) = G(t)\varepsilon(0^+) + \int_0^t G(t-\tau)\dot{\varepsilon}(\tau)ds, \quad (2.1)$$

$$\varepsilon(t) = J(t)\sigma(0^+) + \int_0^t G(t-\tau)\dot{\sigma}(\tau)ds. \quad (2.2)$$

Onde ε é a deformação, σ a tensão, $\dot{\varepsilon}$ a taxa de deformação no tempo, $\dot{\sigma}$ a taxa de tensão no tempo e τ é a constante de integração. Fica estabelecido por causalidade que para qualquer valor de $t < 0$ ambas as funções são nulas. Os limites dessas funções do material, $t \rightarrow 0^+$ e $t \rightarrow +\infty$, estão respectivamente relacionados aos comportamentos instantâneo e de equilíbrio, onde define-se $\varepsilon(0^+)$ e $\sigma(0^+)$ para o limite inferior.

As equações (2.1) e (2.2) representam uma abordagem clássica da viscoelasticidade onde são definidas equações constitutivas que devem ser integradas no domínio do tempo, o que envolve a solução de operações de convolução. É conveniente converter o problema viscoelástico para o domínio da frequência utilizando um método de transformada. Assim, a relação diferencial linear entre tensão e deformação no domínio do tempo se torna uma relação linear elástica no domínio da frequência caracterizada por um número complexo, chamado módulo complexo.

Essa abordagem, utilizando o módulo complexo, serve para qualquer modelo linear de viscoelasticidade e é particularmente adequado para o estudo da resposta viscoelástica de materiais submetidos a cargas cíclicas [1]. Ele será detalhado posteriormente para o modelo utilizado neste trabalho.

Na próxima seção serão descritos alguns dos modelos mais usuais obtidos a partir da combinação dos análogos mecânicos apresentados anteriormente. Se torna importante comentar que não há uma única combinação de molas e amortecedores que simulará uma resposta viscoelástica específica. Combinações diferentes podem representar uma mesma simulação [10]. Portanto, parte do desafio de prever o comportamento de tais materiais se encontra na seleção de um modelo com parâmetros adequados para descrever o comportamento dos mesmos.

2.2 Equações constitutivas de modelos mecânicos

No desenvolvimento das equações para os modelos são empregados os mesmos conceitos de análise de forças, considerações geométricas e relações entre força e deslocamento dos componentes estruturais usados para o estudo de estruturas em mecânica dos sólidos. Também desconsidera-se a inércia dos análogos mecânicos no desenvolvimento da equação de resposta do sistema.

Uma vez que essa relação é estabelecida, uma equação constitutiva é apresentada substituindo-se a força pela tensão e o deslocamento pela deformação.

Os modelos de Maxwell e Kelvin-Voigt serão apresentados como os mais simples, e fornecem uma descrição limitada do comportamento mecânico de materiais viscoelásticos. Entretanto a combinação desses mesmos modelos é utilizada para construir modelos de maior complexidade que serão discutidos em seguida.

2.2.1 Modelo de Maxwell

Neste modelo uma mola de constante elástica E e um amortecedor de viscosidade μ são conectados em série, como mostrado na figura 2.5.

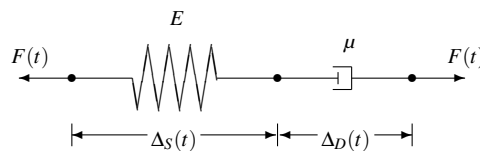


Figura 2.5: Representação do modelo de Maxwell.

Pela geometria, é possível relacionar os deslocamentos Δ_S da mola e Δ_D do amortecedor,

$$\Delta(t) = \Delta_S(t) + \Delta_D(t). \quad (2.3)$$

Pela relação de equilíbrio, a força aplicada na mola será igual a força aplicada no amortecedor, que são iguais a força externa $F(t)$. Escreve-se então as relações entre força e deslocamento da mola e do amortecedor:

$$F(t) = E\Delta_S(t), \quad (2.4)$$

$$F(t) = \mu \dot{\Delta}_D(t). \quad (2.5)$$

Diferenciando a equação (2.3) e substituindo as equações (2.4) e (2.5) no resultado obtido, chega-se a relação força-deslocamento do modelo de Maxwell,

$$\dot{\Delta} = \frac{\dot{F}}{E} + \frac{F}{\mu}. \quad (2.6)$$

Por analogia,

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{E} \dot{\sigma} + \frac{1}{\mu} \sigma, \quad (2.7)$$

onde σ representa a tensão e ε a deformação do material.

2.2.2 Modelo de Kelvin-Voigt

Este modelo, representado na figura 2.6, consiste de uma mola e um amortecedor em paralelo.

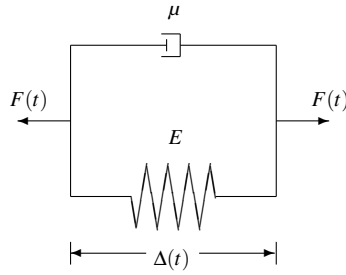


Figura 2.6: Representação do modelo de Kelvin-Voigt.

Da geometria do modelo, o deslocamento da mola é igual ao deslocamento do amortecedor, que são ambos iguais ao deslocamento total $\Delta(t)$.

Neste caso, a força interna $F_D(t)$ atuando no amortecedor, é diferente da força $F_S(t)$ atuando na mola. Como estão conectados em paralelo,

$$F(t) = F_D(t) + F_S(t). \quad (2.8)$$

A relação entre força e deslocamento é facilmente obtida substituindo as equações (2.4) e (2.5) na equação (2.8),

$$F = E\Delta + \mu \dot{\Delta}. \quad (2.9)$$

Logo, a equação constitutiva correspondente que relaciona a tensão σ e a deformação ε é

$$\sigma = E\varepsilon + \mu \dot{\varepsilon}. \quad (2.10)$$

É possível perceber que tanto o modelo de Maxwell quanto o modelo de Kelvin-Voigt constituem representações simples do comportamento viscoelástico e ambos não simulam de forma satisfatória a resposta viscoelástica observada.

Na próxima seção será apresentado o modelo do sólido padrão. Esse modelo é o mais simples que representa todas as propriedades do comportamento de um sólido viscoelástico [10] e será utilizado para simular o comportamento do material que será estudado.

2.3 Modelo do Sólido Padrão

O modelo do sólido padrão adotado consiste em um modelo de Maxwell com uma mola em paralelo. Uma ilustração do modelo pode ser observada na figura 2.7 [10].

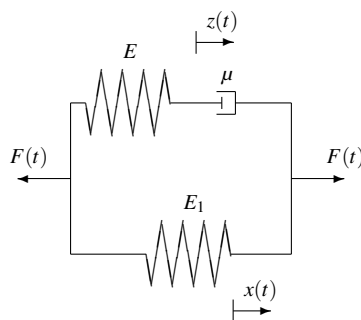


Figura 2.7: Representação do modelo do sólido padrão.

Para escrever a equação constitutiva desse modelo é necessário definir duas variáveis de deslocamento. A primeira, $x(t)$, representa o deslocamento observável do modelo e a segunda, $z(t)$, representa o deslocamento interno do sistema superior, como ilustrado na figura 2.7. As relações entre os componentes são escritas na forma:

$$F = E_1 x + E(x - z), \quad (2.11)$$

$$\mu \dot{z} = E(x - z). \quad (2.12)$$

Substituindo a equação (2.11) na equação (2.12), obtém-se:

$$\dot{z} = \frac{F}{\mu} - \frac{E_1}{\mu} x. \quad (2.13)$$

Derivando a equação (2.11),

$$\dot{F} = (E + E_1)\dot{x} - E\dot{z}, \quad (2.14)$$

e por fim, substituindo a equação (2.13) na equação (2.14) e separando as variáveis

$$\dot{F} + \frac{E}{\mu}F = (E + E_1)\dot{x} + \frac{EE_1}{\mu}x, \quad (2.15)$$

encontra-se a relação entre força e deformação que pode ser reescrita para revelar a equação constitutiva do modelo.

$$\dot{\sigma} + \frac{E}{\mu}\sigma = (E + E_1)\dot{\varepsilon} + \frac{EE_1}{\mu}\varepsilon. \quad (2.16)$$

O modelo do sólido padrão e a equação (2.16) serão utilizados, em conjunto com os resultados dos ensaios mecânicos, para estimar as propriedades do material e obter a resposta para um histórico imposto de deformação ou tensão.

Ou seja, a equação (2.16) pode ser resolvida numericamente para se obter a resposta do material em tensão quando é imposto um histórico de deformação, ou a resposta em deformação quando uma história de tensão é fornecida. Porém, outro aspecto do comportamento do material é de interesse quando se trata de materiais viscoelásticos. Isto é, a capacidade de armazenamento e dissipação de energia do material, que será abordada através do módulo complexo descrito na seção seguinte.

2.4 Módulo complexo

Existem diversas abordagens para descrever o comportamento viscoelástico [10]. Uma delas utiliza o conceito de módulo complexo, onde a equação constitutiva é transformada para o domínio da frequência e a relação entre tensão e deformação é descrita de forma linear no domínio complexo. Há também outras abordagens, tais como as que utilizam princípios da termodinâmica de processos irreversíveis e variáveis internas para construir o modelo. Nesta seção será apresentado o módulo complexo como meio de avaliar as propriedades de armazenamento e dissipação de energia do modelo viscoelástico do sólido padrão.

Transformando o problema viscoelástico descrito pelas equações (2.1) e (2.2) para o domínio da frequência, obtém-se a seguinte equação, que apresenta o módulo complexo E^* e os módulos de armazenamento E' (parte real) e de perda E'' (parte imaginária) [1]:

$$\sigma(i\omega) = [E^*(i\omega)]\varepsilon(i\omega) = [E'(\omega) + iE''(\omega)]\varepsilon(i\omega). \quad (2.17)$$

Os dois últimos estão associados à capacidade que os materiais viscoelásticos possuem de armazenar e dissipar energia.

Transformando para o domínio da frequência a equação (2.16), que representa o modelo do sólido padrão, define-se o módulo complexo para esse modelo, como descrito pela equação (2.17):

$$\left[\frac{E}{\mu}(i\omega) + 1 \right] \tilde{\sigma}(i\omega) = \left[(E + E_1)(i\omega) + \frac{EE_1}{\mu} \right] \tilde{\epsilon}(i\omega), \quad (2.18)$$

$$E^*(i\omega) = \frac{(E + E_1)(i\omega) + \frac{EE_1}{\mu}}{\frac{E}{\mu} + (i\omega)}. \quad (2.19)$$

Dividindo a parte real e a parte imaginária,

$$E'(\omega) = E_1 + \frac{E\mu^2\omega^2}{\mu^2\omega^2 + E^2}, \quad (2.20)$$

$$E''(\omega) = \frac{E^2\mu\omega}{\mu^2\omega^2 + E^2}. \quad (2.21)$$

Os módulos de armazenamento E' e de perda E'' indicam o quanto o comportamento do material se aproxima do comportamento elástico ou do comportamento viscoso. Será definido então o fator de perda, ou módulo tangente, como a razão entre o módulo de perda e o de armazenamento.

$$\tan \delta = \frac{E''(\omega)}{E'(\omega)}. \quad (2.22)$$

Ele descreve a razão entre a energia dissipada e a armazenada pelo material em um ciclo [10]. Essas informações são úteis, por exemplo, em projetos nos quais é necessário conhecer as frequências em que se obtém maior ou menor dissipação de energia.

Capítulo 3

Problema Inverso

A formulação de um problema baseado em valores de resposta medidos de um fenômeno físico, onde se deseja determinar os valores desconhecidos do modelo desse fenômeno que levam a tal resposta, ou seja, são feitas observações indiretas dos valores de interesse, é classificado como problema inverso [2]. Essa situação se aplica a diversas áreas e é capaz de descrever uma variedade de fenômenos. Para a solução de tais problemas existem diversas abordagens, sendo a escolha condicionada ao conhecimento que se possui da função que descreve o caso em estudo [11].

Portanto, se informação suficiente da função que descreve o fenômeno for determinada, o problema se reduz a uma estimação de parâmetros. No caso deste trabalho, uma equação constitutiva foi escolhida para modelar o comportamento mecânico do material, logo o próximo passo é definir o método para estimar os parâmetros que caracterizam o modelo.

Neste capítulo serão descritos os métodos utilizados para a calibração do modelo e para a validação do mesmo. Foi feita a escolha de realizar a calibração em duas etapas, a primeira utiliza um método gradiente para estimar o parâmetro E_1 , e a segunda usa o método do Enxame de Partículas para estimar os parâmetros μ e E , da equação (2.16). Ambos os métodos utilizam mínimos quadrados, ou seja, são estimadores que minimizam a soma dos quadrados da diferença entre o valor estimado e os dados experimentais.

3.1 Método gradiente

Consideremos a equação (2.16) e um histórico de deformação $\varepsilon(t) = v_\varepsilon t$. Como a taxa de deformação é constante, a equação (2.16) se reduz a uma equação diferencial ordinária, com condição inicial $\sigma(0) = 0$. Resolvendo, obtém-se

$$\sigma(t) = E_1 v_\varepsilon t + \mu v_\varepsilon \left(1 - e^{-\frac{E}{\mu} t}\right), \quad (3.1)$$

onde v_ε é a taxa de deformação imposta no ensaio de tração.

Logo, para valores suficientemente altos de t , a curva tende a uma reta de coeficiente linear igual a $E_1 v_\varepsilon$. Esse comportamento pode ser observado na figura 3.1 e nos gráficos do ensaio de tração utilizados para estimar o parâmetro E_1 .

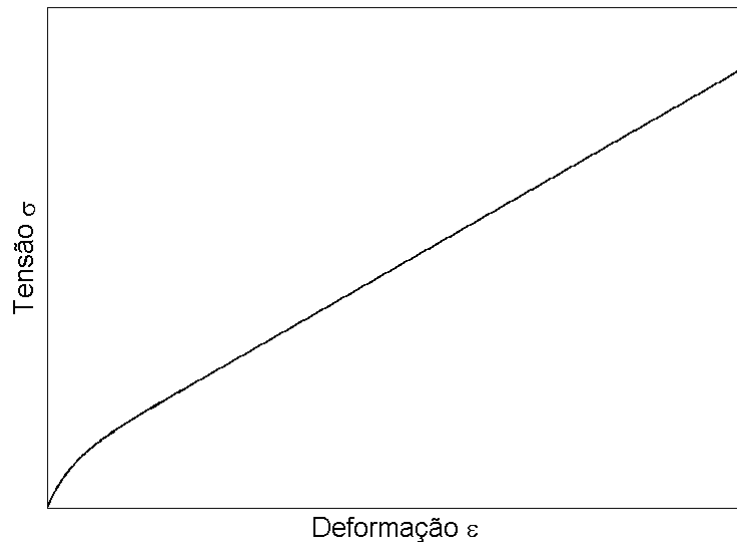


Figura 3.1: Gráfico tensão-deformação para $\dot{\varepsilon}$ constante.

Portanto, o parâmetro E_1 será estimado a partir da regressão linear da parte final dos dados do ensaio de tração, uma vez que a taxa de deformação v_ε é conhecida. Para tal, foi utilizada a função *cftool* do MATLAB, que estima o coeficiente linear da reta usando o método dos mínimos quadrados.

O objetivo desta abordagem é usar essa primeira estimativa de E_1 para obter uma estimativa melhor dos outros dois parâmetros, μ e E , na segunda etapa da estimação usando o método do Enxame de Partículas, descrito a seguir.

3.2 Enxame de Partículas

Existe na literatura uma variedade de métodos utilizados para a estimação de parâmetros e solução de problemas inversos. Os métodos determinísticos, em geral, são computacionalmente mais rápidos, embora possam convergir para um mínimo local. Por outro lado, os métodos estocásticos podem idealmente convergir para mínimos globais e costumam possuir maior custo computacional que os primeiros, pois costumam requerer milhares de iterações para alcançar a convergência [11].

Para estimar os parâmetros μ e E será utilizado o método estocástico conhecido como Enxame de Partículas, que minimiza uma função objetivo. Nesse caso, a soma dos quadrados dos resíduos representa a função a ser minimizada.

Nesse método cada partícula, cuja posição representa um candidato a solução da minimização do problema, procura por uma posição melhor a cada evolução da população, variando sua velocidade com base na melhor posição encontrada por ela mesma e na melhor posição encontrada pelo grupo (enxame) ao longo do tempo [6].

As partículas são aleatoriamente posicionadas no espaço de busca e então a velocidade e a posição das partículas são alteradas a cada evolução da população até que se alcance um critério estabelecido para a convergência. As equações básicas que definem a posição e velocidade das partículas são:

$$x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1}, \quad (3.2)$$

$$v_i^{k+1} = wv_i^k + C_1r_1(p_i^k - x_i^k) + C_2r_2(p_g^k - x_i^k), \quad (3.3)$$

onde k e i são índices que denotam, respectivamente, o número da evolução da população e a partícula, v a velocidade, x a posição no espaço de busca, p_i a melhor posição encontrada pela partícula, p_g^k a melhor posição encontrada pelo enxame e w é um parâmetro chamado fator de inércia. As constantes C_1 e C_2 são chamadas, respectivamente, de parâmetros cognitivo e social, e os valores r_1 e r_2 são gerados como uma distribuição uniforme entre zero e um.

Os três termos da equação (3.3) caracterizam o comportamento do movimento da partícula. O primeiro termo é descrito como a memória da última direção que a partícula seguiu, prevenindo uma mudança abrupta na direção e balanceando o caráter global e

local da busca a partir do fator de inércia w . O segundo é um componente cognitivo, que estabelece uma tendência das partículas a retornarem à melhor posição encontrada por elas até então. Já o terceiro e último termo é um componente social, ele quantifica a influência que a partícula sofrerá das outras partículas do enxame a partir da melhor posição encontrada por estas.

Em alguns casos as partículas podem ser atraídas para fora do espaço de busca. Um mecanismo para prevenir esse comportamento é estabelecer barreiras para a busca definindo-se uma velocidade máxima em cada direção, sendo a mesma a metade do tamanho total de cada direção.

$$v_{max} = \frac{(x^H - x^L)}{2}, \quad (3.4)$$

onde x^H e x^L contém os valores máximo e mínimo, respectivamente, dos parâmetros sendo estimados. Isso limita o espaço de busca do algoritmo e sempre que uma partícula ultrapassa esses limites ela é reposicionada e sua velocidade é definida como a metade da velocidade atual com o sentido oposto.

3.3 Função objetivo

Nesta etapa, a minimização dos quadrados do resíduo é feita pelo método do Enxame de Partículas, percorrendo-se o espaço de busca definido por uma função objetivo e obtendo-se, ao final, quando é estabelecida a convergência, o valor mínimo encontrado para tal função. Portanto, é necessário estabelecer a relação entre a função e o modelo cujos parâmetros deseja-se estimar. Ou seja, a função objetivo deve fornecer uma medida da proximidade da solução em relação aos dados obtidos experimentalmente como função do conjunto de parâmetros. A formulação para tal função é a que segue.

$$S = \sum (y_r^{exp} - y_r^{mod})^2, \quad (3.5)$$

sendo y_r^{exp} o r -ésimo valor da resposta experimental e y_r^{mod} o r -ésimo valor da resposta do modelo.

Para um vetor de parâmetros fornecido, o algoritmo consiste em primeiramente obter a resposta em tensão, resolvendo numericamente a equação (2.16) a partir de um histórico de deformação conhecido do experimento. Essa resposta pode então ser compa-

rada com a resposta experimental através da equação (3.5), gerando uma função objetivo para a minimização pelo método do Enxame de Partículas.

Logo, a cada evolução da população, um novo vetor de parâmetros é avaliado e, a partir das equações (3.2) e (3.3), o algoritmo converge para o ponto onde há a menor diferença entre a resposta experimental e do modelo, ou seja, para uma melhor estimativa dos parâmetros.

Para a solução das equações diferenciais e para a aplicação do método de Enxame de Partículas foram utilizados pacotes de funções do MATLAB adotados por SANTOS [8] na calibração do mesmo modelo.

3.4 Variabilidade dos parâmetros

Com intuito de avaliar o modelo, será adotada uma expressão para a matriz de covariância dos parâmetros estimados. Para isso é necessário considerar a hipótese de que os erros de medição são variáveis aleatórias gaussianas independentes e identicamente distribuídas [5]. A matriz de covariância é escrita

$$Cov[p] \Big|_{p=\hat{p}} = \hat{\sigma}_r^2 [J^T J]^{-1}, \quad (3.6)$$

sendo

$$[J]_{rs} = \frac{\partial y_r}{\partial p_s} \quad (3.7)$$

a matriz jacobiana, cujos elementos são chamados coeficientes de sensibilidade. Esses coeficientes são uma medida da sensibilidade da resposta do sistema y_r em relação a mudanças no parâmetro p_s . Quanto menor for a magnitude do respectivo elemento da matriz jacobiana, menor será a influência do parâmetro na resposta do sistema.

Ainda na equação (3.6), $\hat{\sigma}_r^2$ é a estimativa da variância do ruído da medição e é definida como

$$\hat{\sigma}_r^2 = \frac{S(\hat{p})}{2N_t - N_p}, \quad (3.8)$$

onde $S(\hat{p})$ é o resíduo, N_t o número de pontos no tempo e N_p o número de parâmetros.

A variabilidade de um parâmetro pode ser então descrita pelo coeficiente de variação, definido como a raiz quadrada da variância dividida pelo valor estimado desse

parâmetro, \bar{p} .

$$V_p = \frac{\hat{\sigma}_p}{\bar{p}}. \quad (3.9)$$

O coeficiente de variação de um parâmetro estimado representa quantitativamente o quanto esse parâmetro influencia a resposta do modelo, provendo um meio de avaliar quais parâmetros são mais influentes na descrição do comportamento do material.

3.5 Métrica de validação

Para avaliar a capacidade de predição do modelo calibrado, será utilizada uma métrica de validação. Se trata de utilizar um operador que forneça o nível de correlação entre os dados experimentais e a predição \hat{y} . A métrica também pode ser utilizada para comparar o nível de correlação entre modelos distintos.

Foi escolhida uma métrica que leva em consideração o nível de correlação entre as histórias temporais de $y^{exp}(t)$ e de $\hat{y}(t)$:

$$M = \frac{\int_0^t [y^{exp}(t) - \hat{y}(t)]^2 dt}{\int_0^t [y^{exp}(t)]^2 dt}. \quad (3.10)$$

Como os sinais estão descritos num intervalo de tempo discreto,

$$M \cong \frac{\sum_{n=1}^N (y_k^{exp} - \hat{y}_k)^2}{\sum_{n=1}^N (y_k^{exp})^2}. \quad (3.11)$$

Após calibrar o modelo, utiliza-se então dados de um outro ensaio experimental para validar a calibração obtida, ou seja, calcula-se a métrica de validação para representar a capacidade de predição do modelo calibrado.

Capítulo 4

Calibração do Modelo

Nos capítulos anteriores foram descritos os métodos que serão utilizados para a estimação dos parâmetros do modelo. Nesse capítulo, o objetivo é aplicar as técnicas apresentadas e calibrar o modelo para o material a partir dos dados experimentais.

Será apresentada a composição química do material EPH, utilizado em todos os ensaios experimentais, assim como os procedimentos experimentais adotados para conduzir os ensaios.

Para a primeira etapa da calibração serão utilizados dados de ensaios de tração com taxa de deslocamento constante, para estimar diretamente da curva dos ensaios o primeiro parâmetro, E_1 .

Na segunda etapa, a partir de ensaios cíclicos com deformação prescrita como sinal de entrada e a resposta em tensão como sinal de saída, serão estimados os outros dois parâmetros do modelo mecânico do material, E e μ . Para tal, será utilizado o método do Enxame de Partículas, minimizando o erro entre o valor estimado e o valor experimental dos ensaios cíclicos.

A última parte do capítulo trata da validação do modelo utilizando dados do ensaio de *creep* sucessivo.

As etapas da calibração e validação do modelo estão representadas na figura 4.1.

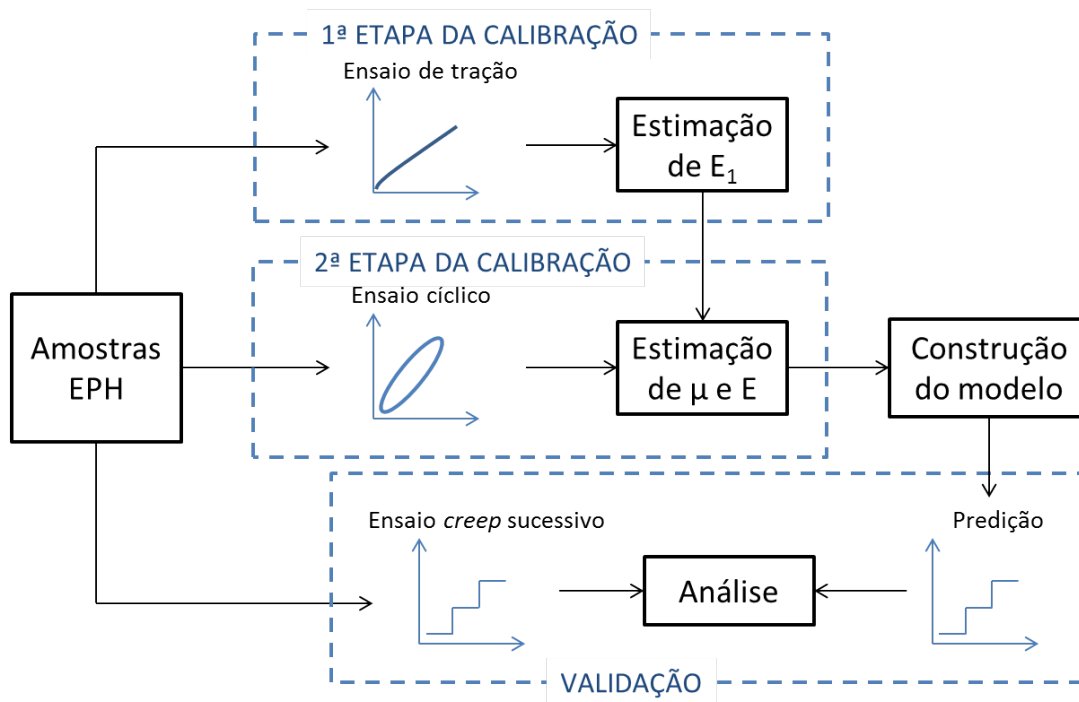


Figura 4.1: Diagrama da calibração.

4.1 Material

O material utilizado no estudo foi um polímero desenvolvido no Instituto de Macromoléculas Professora Eloísa Mano (IMA/UFRJ), chamado EPH. Se trata de um material constituído de epoxi com base de DGEBA (Diglicidil Éter de Bisfemol A) e modificado pela adição de HTPB (Hidroxila-terminada Polibutidieno).

Conhecendo as características da composição química do material e o modelo utilizado para simular seu comportamento mecânico, assim como os valores estimados dos parâmetros envolvidos nesse modelo, torna-se possível prever a resposta do material sob diferentes condições impostas sobre ele. Assim como também se torna possível a comparação entre o comportamento de materiais com composição diferente e o impacto que a adição ou a proporção de determinado elemento gera sobre as propriedades mecânicas.

É importante ressaltar que cada experimento realizado inutiliza a amostra e, desta forma, para cada ensaio uma amostra diferente do material foi utilizada.

4.2 Procedimento experimental

Os ensaios foram conduzidos no laboratório de ensaios mecânicos do IMA pela professora Silvana de Abreu Martins, do Centro Universitário Estadual da Zona Oeste, e foram cedidos para a elaboração deste trabalho.

Os ensaios mecânicos de tração e cíclicos, assim como o ensaio de *creep* sucessivo, foram realizados à temperatura ambiente na máquina de ensaios universal Instron modelo 5567, com capacidade de 10 kN. A metodologia empregada nos testes seguiu a norma ASTM D638-03 para ensaios de tração e ASTM D2990-201 para os de *creep* sucessivo.

No experimento cíclico a carga é carregada e descarregada algumas vezes, e foram utilizados valores de tensão máxima iguais a 1,0 MPa no primeiro ciclo, 2,0 MPa no segundo, 3,0 MPa no terceiro e 4,0 MPa no quarto e no quinto. Ver figuras 4.5 e 4.6.

Nos ensaios de *creep* sucessivo a tensão foi elevada sucessivamente em 3,0 MPa e mantida nesse valor por 300 s. Ver figura 4.13.

Para a calibração dos modelos serão adotadas as hipóteses de que o campo de deformação do material é homogêneo e o carregamento quasi-estático. Como ilustração, consideremos um meio sujeito a um estado uniaxial de tensões e que satisfaça as considerações de pequenos deslocamentos e pequenas deformações, representado na ilustração da figura 4.2. Além disso, considere que $L \gg h$ e $L \gg W$. Dessa forma o campo de deformações uniaxial ϵ_{zz} e o campo de tensão na mesma direção σ_{zz} podem ser simplificados para os testes de tração uniaxial na equação constitutiva do modelo.

$$\epsilon_{zz}(x, y, z) = \epsilon_{zz}(z, t) = \epsilon_{zz}(t), \quad (4.1)$$

$$\sigma_{zz}(x, y, z) = \sigma_{zz}(z, t) = \sigma_{zz}(t). \quad (4.2)$$

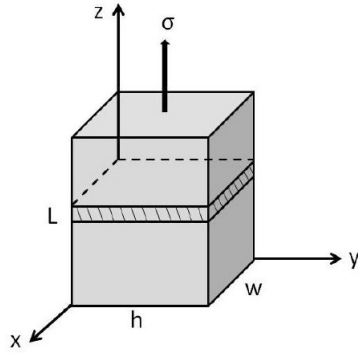


Figura 4.2: Diagrama esquemático da amostra [8].

4.3 Estimação do parâmetro E_1

Como foi apresentado na seção 3.1, quando submetido a uma taxa de deformação constante, a curva de tensão do modelo mecânico do material tende a uma reta, cujo coeficiente linear permite uma estimativa do parâmetro E_1 .

Foram utilizados dois ensaios de tração, apresentados nas figuras 4.3 e 4.4, e obtidos dois valores estimados de E_1 , apresentados na tabela 4.1.

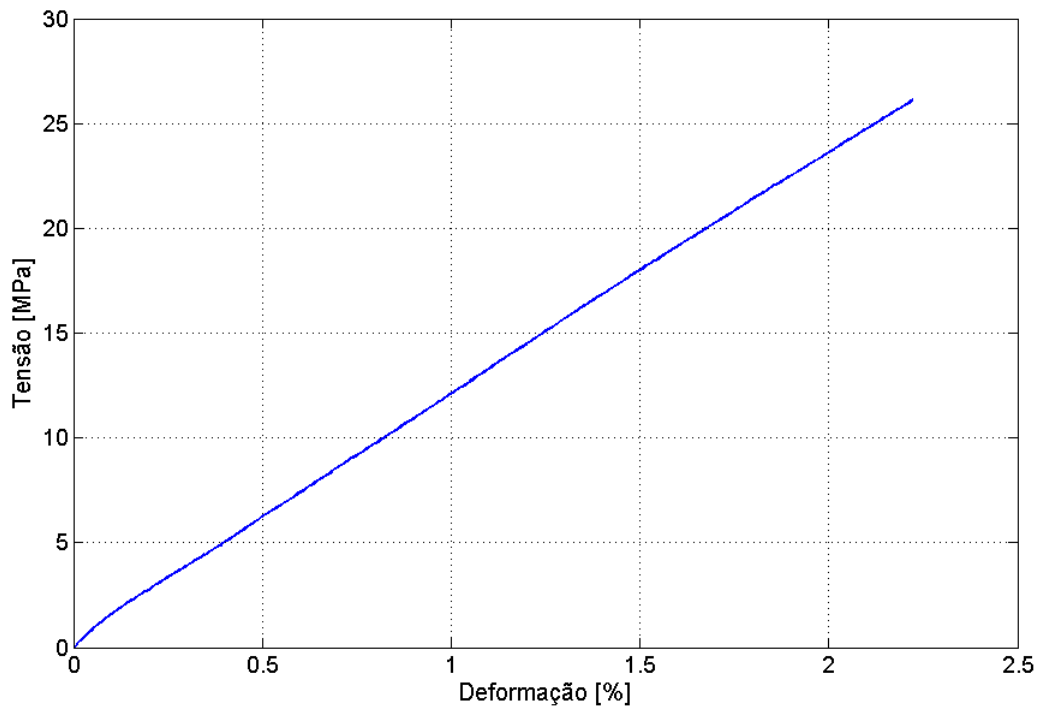


Figura 4.3: Ensaio de tração da amostra 1.

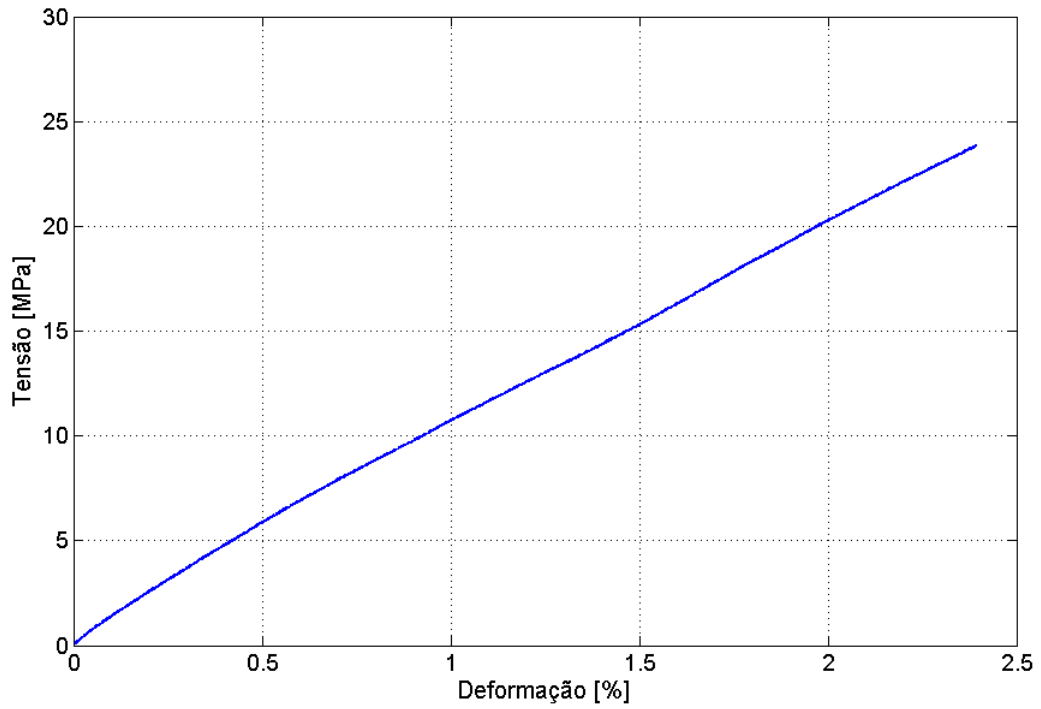


Figura 4.4: Ensaio de tração da amostra 2.

Tabela 4.1: Estimativas de E_1 .

	Ensaio 1	Ensaio 2
E_1 [GPa]	1,128	1,090

Utilizando esses valores estimados para o primeiro parâmetro, será realizada a estimação dos outros dois parâmetros da equação (2.16).

4.4 Estimação dos parâmetros μ e E

O método do Enxame de Partículas busca o valor mínimo para uma determinada função objetivo. Como foi descrito anteriormente, foi utilizada como função objetivo a diferença entre os valores experimentais e os valores estimados para o modelo, também chamada de resíduo. Assim, ao final das gerações, o algoritmo encontrará o melhor conjunto de parâmetros capaz de modelar o ensaio experimental.

Esse método foi utilizado por SANTOS [8] para calibrar o modelo do sólido padrão para cinco amostras do material EPH, utilizando somente os ensaios cíclicos. Será utilizado para a estimação dos parâmetros no presente trabalho o ensaio que apresentou os melhores resultados de acordo com a métrica de validação apresentada na equação (3.11).

A primeira estimativa do parâmetro E_1 entrará no algoritmo do Enxame de Partículas como uma imposição nos limites do espaço de busca para esse parâmetro, restringindo a busca do mesmo para obter uma melhor convergência da função objetivo e melhores estimativas para os parâmetros μ e E_1 .

No ensaio cíclico foi imposto um histórico de deformação e então medida a resposta em tensão, observados nas figuras 4.5 e 4.6, respectivamente.

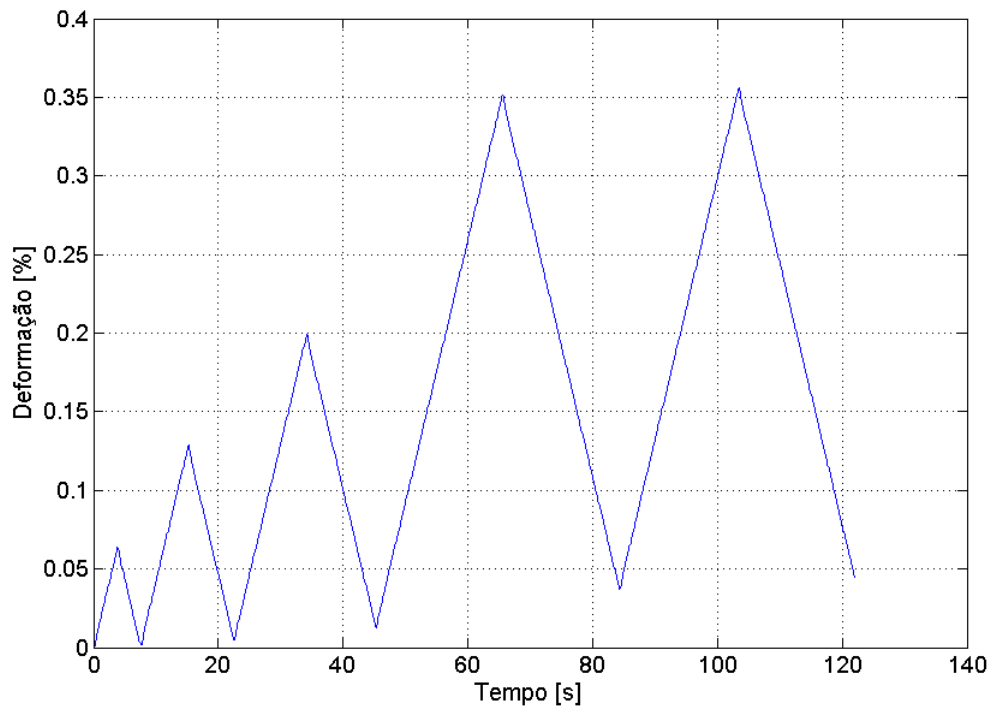


Figura 4.5: Histórico de deformação.

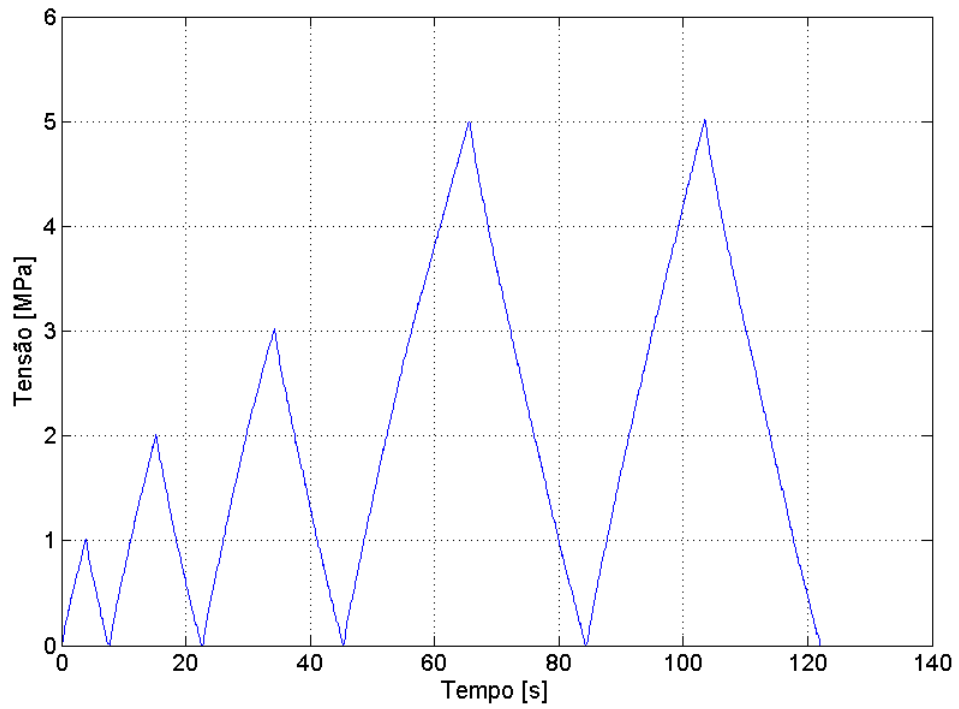


Figura 4.6: Resposta medida de tensão.

Na figura 4.7 é apresentado o gráfico de tensão-deformação do ensaio para os cinco ciclos.

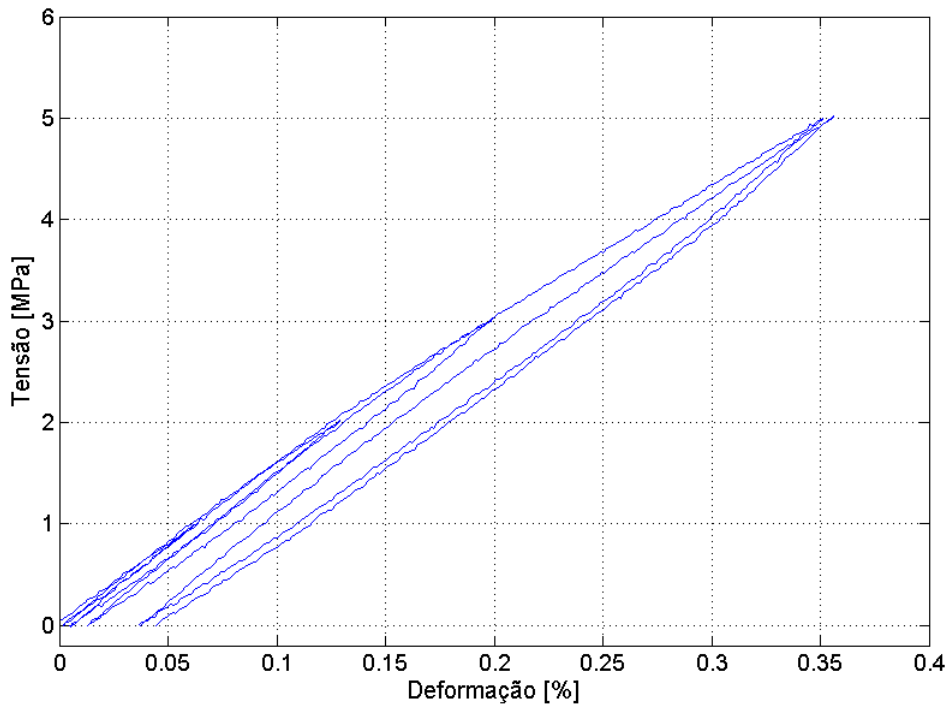


Figura 4.7: Curva tensão-deformação do ensaio cíclico.

Para calcular a função objetivo do Enxame de Partículas, será calculada numericamente a saída em tensão da equação (2.16), utilizando como entrada o histórico de deformação prescrito do ensaio cíclico, figura 4.5.

Essa solução gera então a função objetivo, que por sua vez é minimizada pelo método do Enxame de Partículas. Nesse caso, foi utilizado apenas o último ciclo do ensaio para se obter as estimativas.

Para o algoritmo do Enxame de Partículas foram utilizadas 120 gerações de uma população de 100 indivíduos.

Os valores estimados para os três parâmetros do modelo são apresentados na tabela 4.2, para cada ensaio de tração utilizado na estimativa de E_1 . De agora em diante esses conjuntos serão referidos como conjunto de parâmetros do ensaio 1 e do ensaio 2.

Tabela 4.2: Parâmetros estimados para o modelo do sólido padrão.

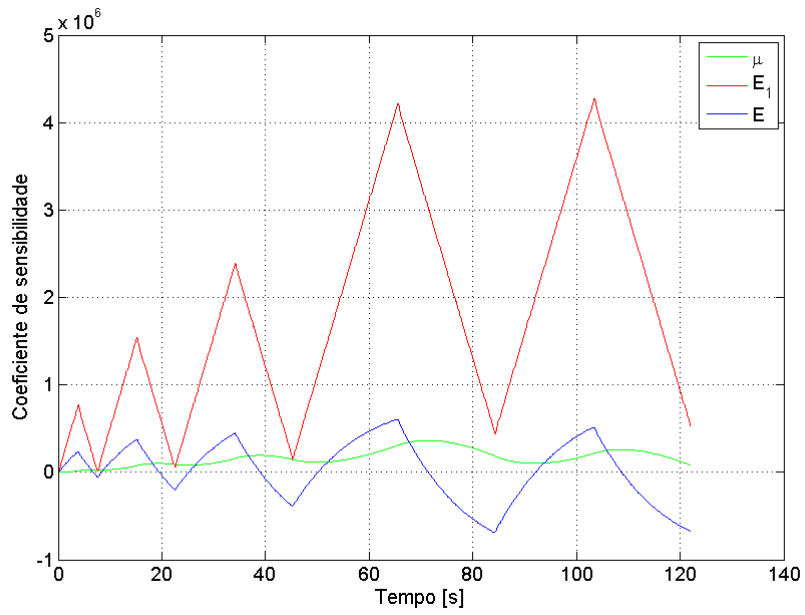
	μ [GPa]	E_1 [GPa]	E [GPa]
Conjunto de parâmetros 1	12,295	1,2000	0,4244
Conjunto de parâmetros 2	19,937	1,0995	0,4993

Tabela 4.3: Coeficientes de variação dos parâmetros estimados para o modelo do sólido padrão.

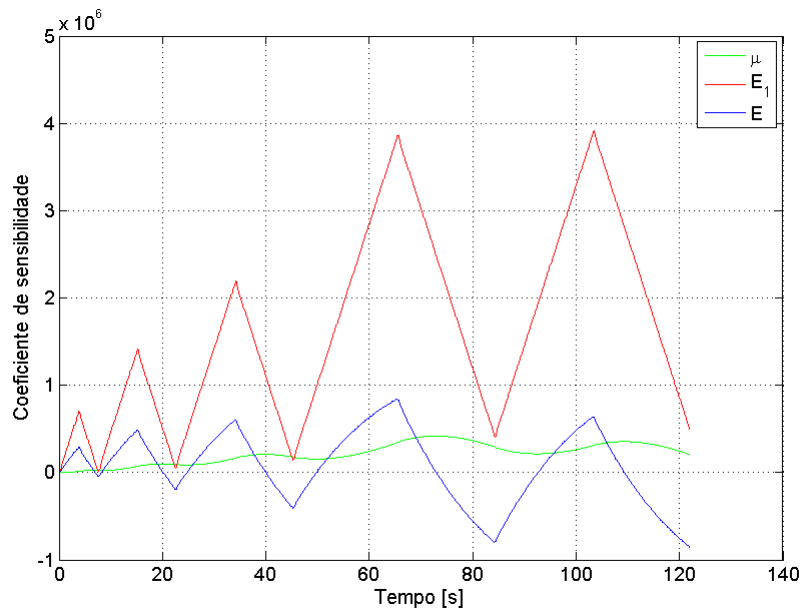
	V_μ [%]	V_{E_1} [%]	V_E [%]
Conjunto de parâmetros 1	2,74	0,26	0,71
Conjunto de parâmetros 2	6,71	0,94	1,89

A primeira forma usada para avaliar os parâmetros estimados será através da variabilidade de cada parâmetro, que representa a influência do parâmetro na resposta do sistema, como foi apresentado no capítulo 3. Os valores dos coeficientes de variação, calculados para cada parâmetro, se encontram na tabela 4.3. Também são apresentados de forma complementar os gráficos dos coeficientes de sensibilidade em função do tempo de amostragem do ensaio, na figura 4.8.

O coeficiente de variação de μ é significativamente maior que dos outros parâmetros, portanto sua influência na resposta do modelo é menor que a dos outros dois parâmetros. O mesmo pode ser observado na figura 4.8, onde o fator de sensibilidade de μ se mantém inferior aos outros. Isso explica a diferença entre as estimativas de μ em relação aos dois conjuntos de parâmetros ser maior que a dos outros dois parâmetros.



(a) Coeficiente de sensibilidade dos parâmetros do ensaio 1.

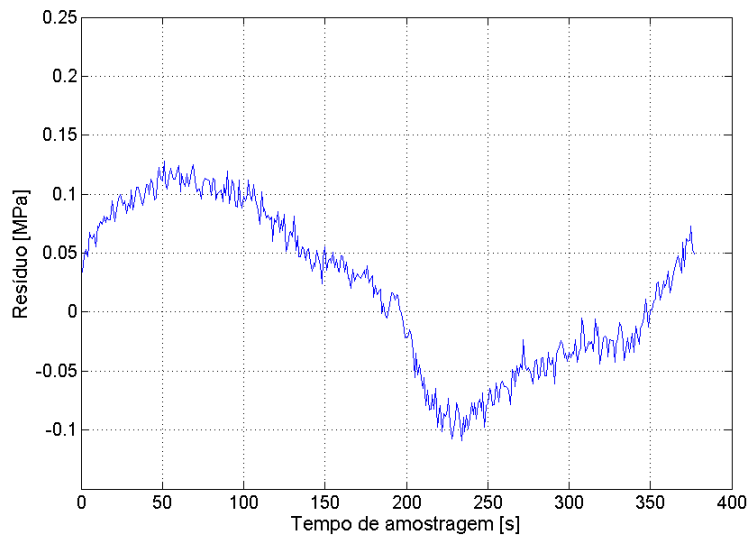


(b) Coeficiente de sensibilidade dos parâmetros do ensaio 2.

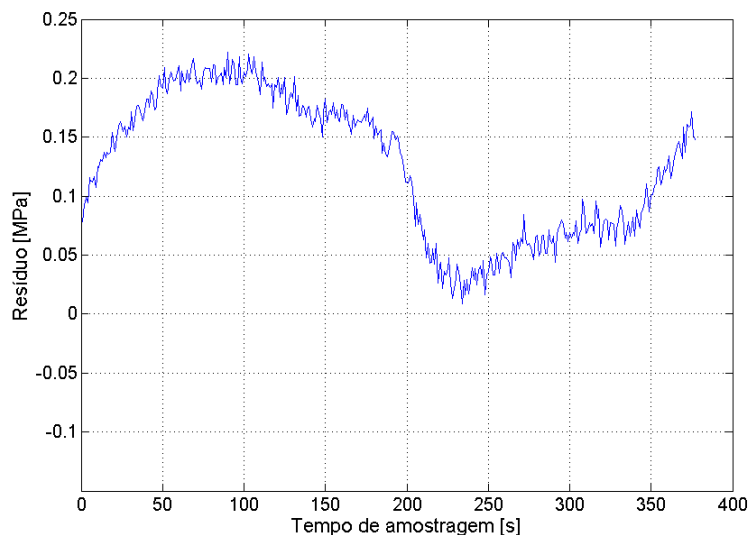
Figura 4.8: Coeficientes de sensibilidade dos parâmetros.

Na figura 4.9, pode-se observar que para os dois conjuntos de parâmetros a ordem de grandeza do resíduo é muito inferior à ordem de grandeza da tensão de saída do experimento, como visto na figura 4.6.

Apesar da influência do parâmetro μ ser menor, o conjunto de parâmetros obtidos do ensaio 1 aproximou melhor a resposta estimada do último ciclo com a resposta experimental.



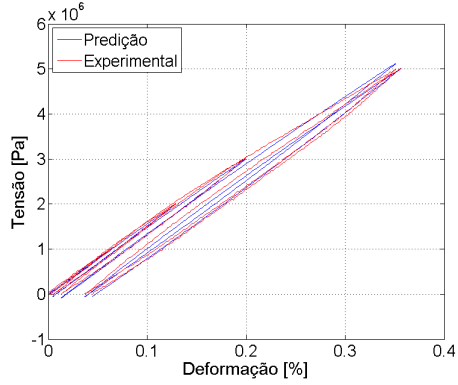
(a) Resíduo do conjunto de parâmetros do ensaio 1.



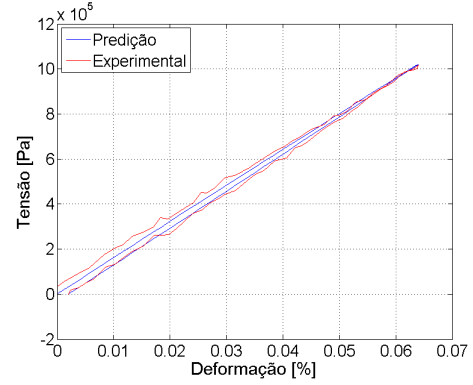
(b) Resíduo do conjunto de parâmetros do ensaio 2.

Figura 4.9: Resíduo da estimativa do último ciclo.

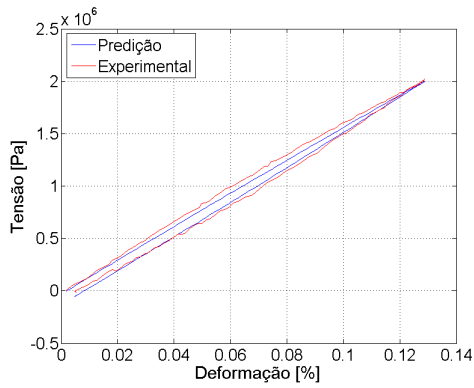
Para comparar a resposta obtida a partir de cada conjunto de parâmetros estimados com a resposta experimental do ensaio cíclico, serão apresentadas ambas as respostas nas figuras 4.10 e 4.11.



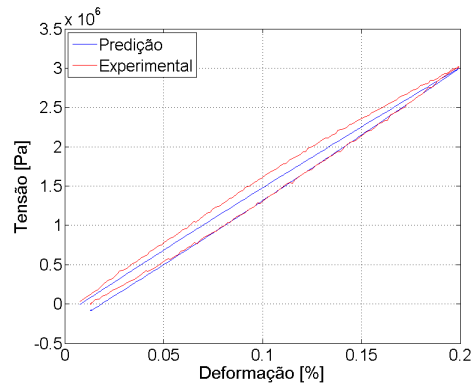
(a) Comparação dos cinco ciclos.



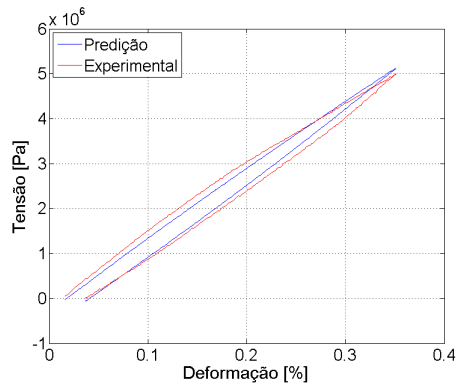
(b) Primeiro ciclo.



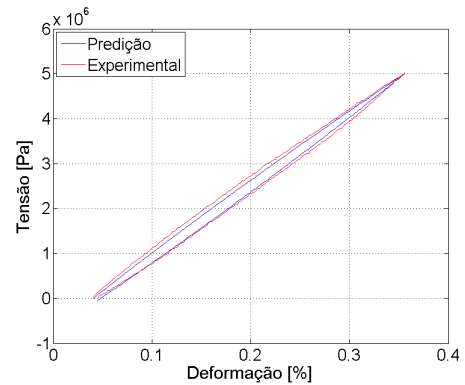
(c) Segundo ciclo.



(d) Terceiro ciclo.

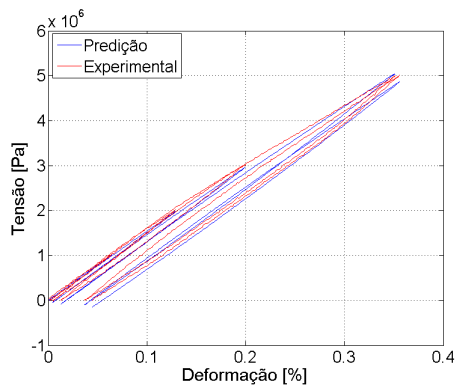


(e) Quarto ciclo.

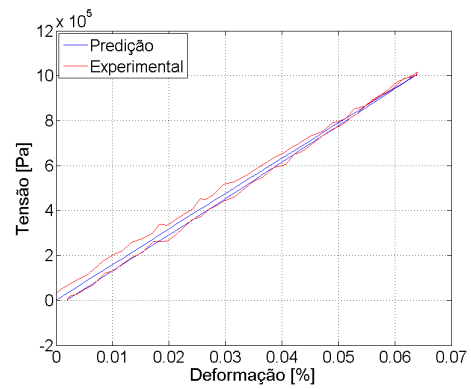


(f) Quinto ciclo.

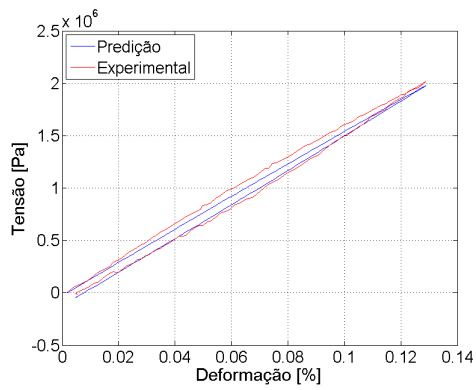
Figura 4.10: Comparação dos resultados estimados e experimentais para a estimativa do ensaio 1.



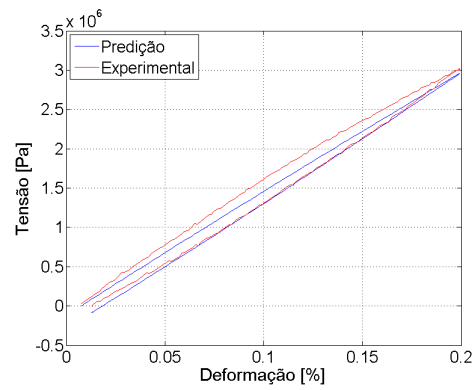
(a) Comparação dos cinco ciclos.



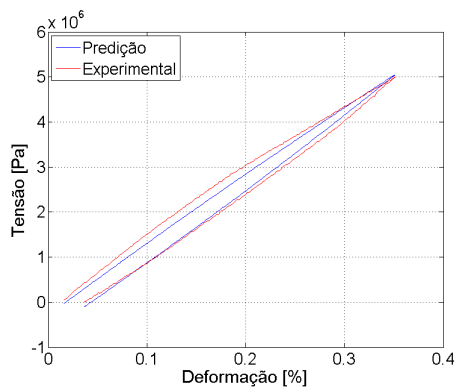
(b) Primeiro ciclo.



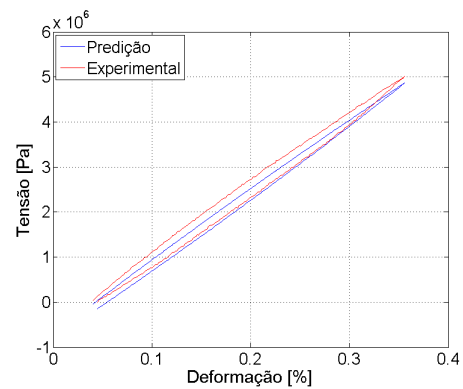
(c) Segundo ciclo.



(d) Terceiro ciclo.



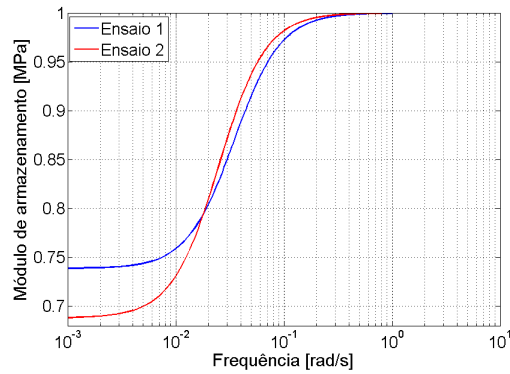
(e) Quarto ciclo.



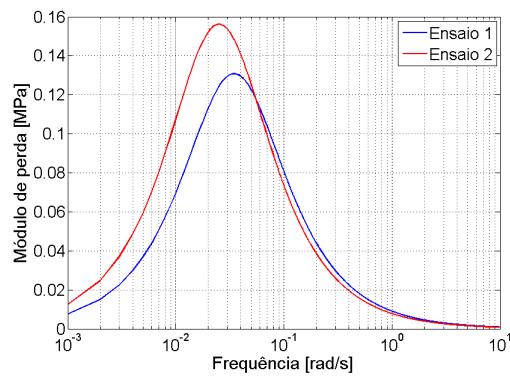
(f) Quinto ciclo.

Figura 4.11: Comparação dos resultados estimados e experimentais para a estimativa do ensaio 2.

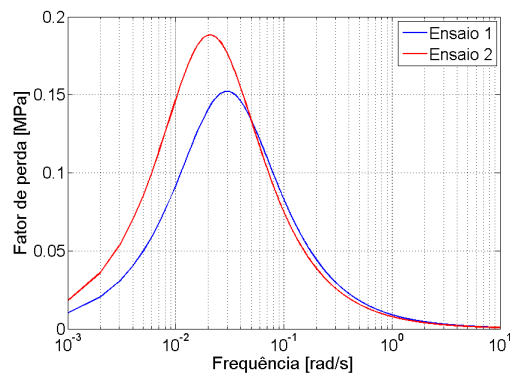
Pode-se observar que o modelo é capaz de reproduzir o ensaio cíclico até certo ponto, inclusive para os primeiros ciclos. Análises adicionais sobre a capacidade de previsão do modelo serão feitas na seção de validação.



(a) Módulo de armazenamento.



(b) Módulo de perda.



(c) Fator de perda.

Figura 4.12: Módulo de armazenamento, perda e fator de perda das estimativas.

Uma vez que os parâmetros tenham sido estimados, pode-se utilizar as equações (2.20), (2.21) e (2.22) para obter previsões dos módulos de armazenamento $E'(\omega)$, de

perda $E''(\omega)$ e do fator de perda.

Observando a figura 4.12, o modelo descrito a partir do ensaio 1 apresenta, em geral, uma maior capacidade de armazenar energia. Já o modelo do ensaio 2 apresenta maior capacidade de dissipar energia.

Calculando a frequência do último ciclo a partir da figura 4.5, obtém-se um valor de 0,165 rad/s. Para essa frequência, os dois modelos não apresentam muita diferença no fator de perda, o que indica um comportamento similar das respostas dos mesmos.

O fator de perda relaciona a energia dissipada e acumulada em um ciclo. Portanto, a análise do fator de perda em função da frequência pode ser feita na fase de projeto para se estabelecer a faixa de frequência de operação do sistema ou para a seleção de um material adequado para determinada frequência na qual se está trabalhando. No caso do EPH, para frequências entre 0,01 rad/s e 0,05 rad/s se obtém maior capacidade de dissipar energia.

4.5 Validação do modelo

A validação do modelo, que foi calibrado com os dois ensaios de tração e o ensaio cíclico, será realizada utilizando três ensaios de *creep* sucessivo e através da métrica de validação apresentada na seção 3.5.

Os resultados dos ensaios são apresentados na figura 4.13 para as três amostras utilizadas. Para diferenciar dos ensaios de tração, que foram chamados ensaio 1 e ensaio 2, as respostas dos ensaios de *creep* sucessivo serão chamadas de amostra 1, amostra 2 e amostra 3, como pode ser observado na figura 4.13.

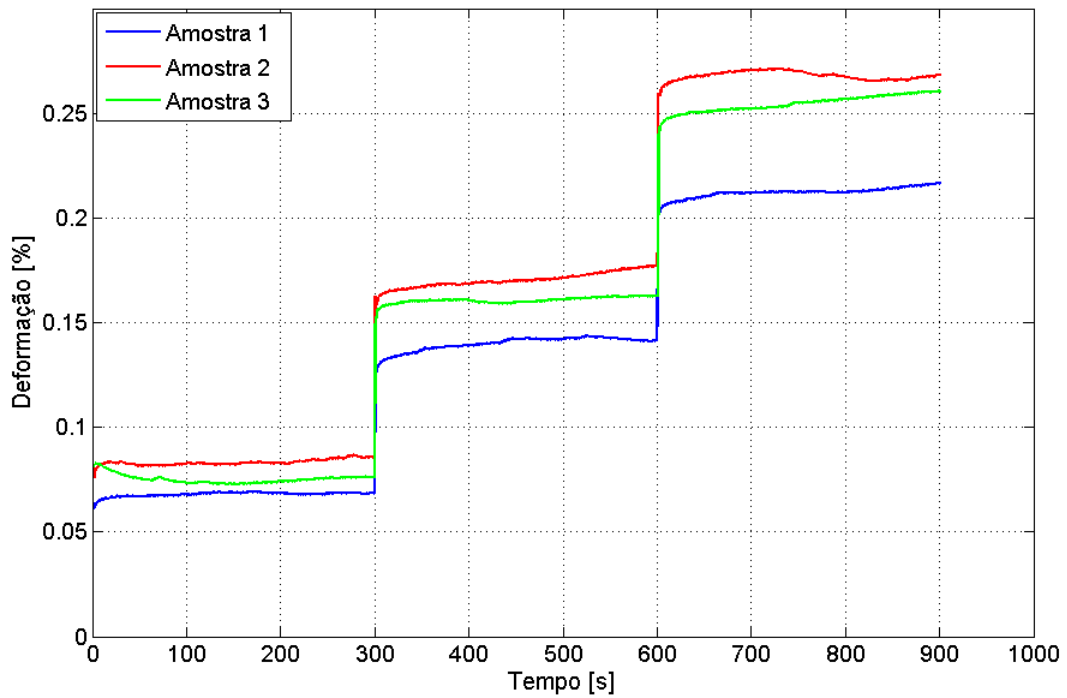


Figura 4.13: Resultados experimentais de *creep* sucessivo.

O ensaio consiste em submeter o corpo de prova a degraus de tensão constante e medir a saída em deformação, como foi descrito no procedimento experimental.

Então, a partir dos parâmetros estimados na seção anterior, será utilizada como entrada no modelo a tensão imposta em cada degrau e calculada a deformação de resposta em função do tempo. Os resultados da estimação utilizando cada conjunto de parâmetros são apresentados nas figuras 4.14, 4.15 e 4.16, para cada amostra de *creep* sucessivo sendo utilizada como sinal de entrada da equação.

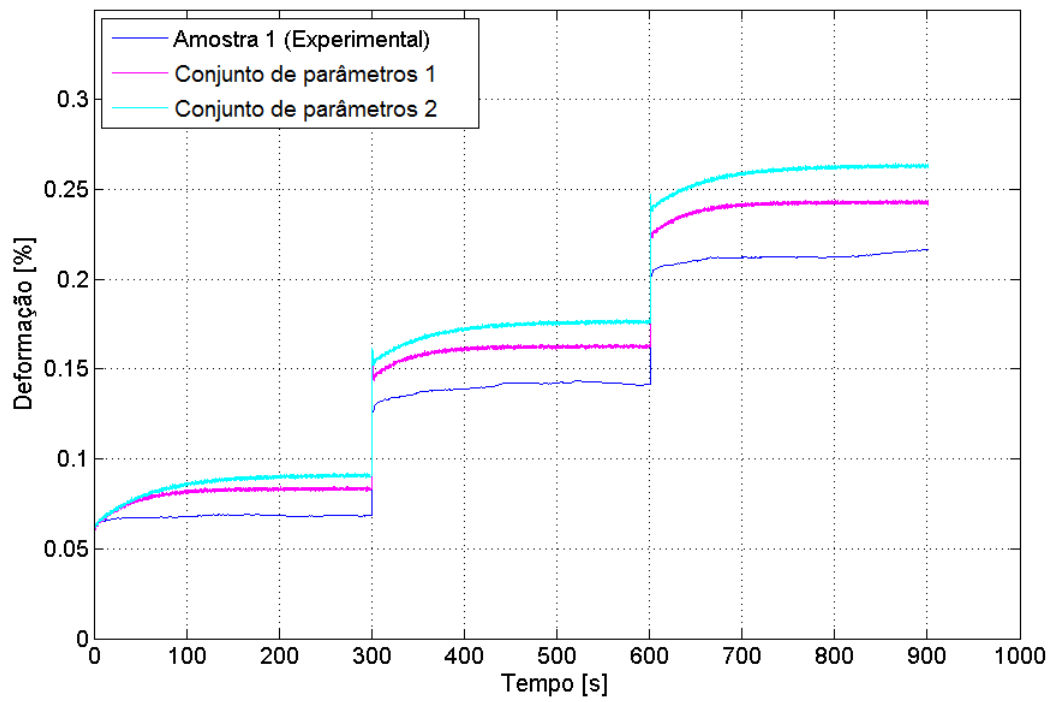


Figura 4.14: Validação com a amostra 1.

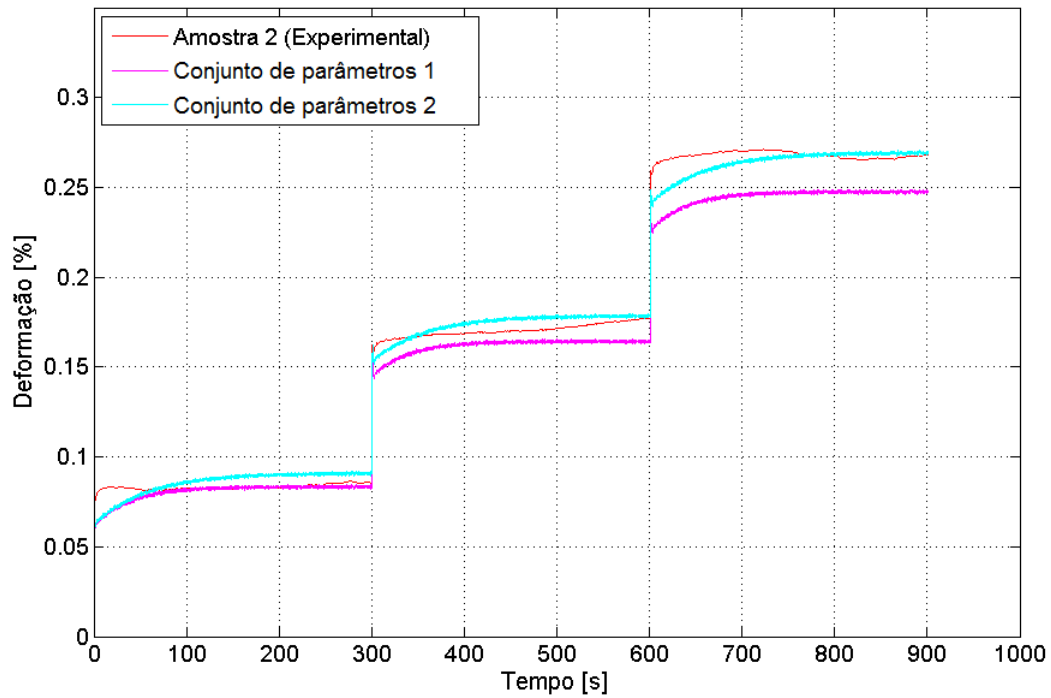


Figura 4.15: Validação com a amostra 2.

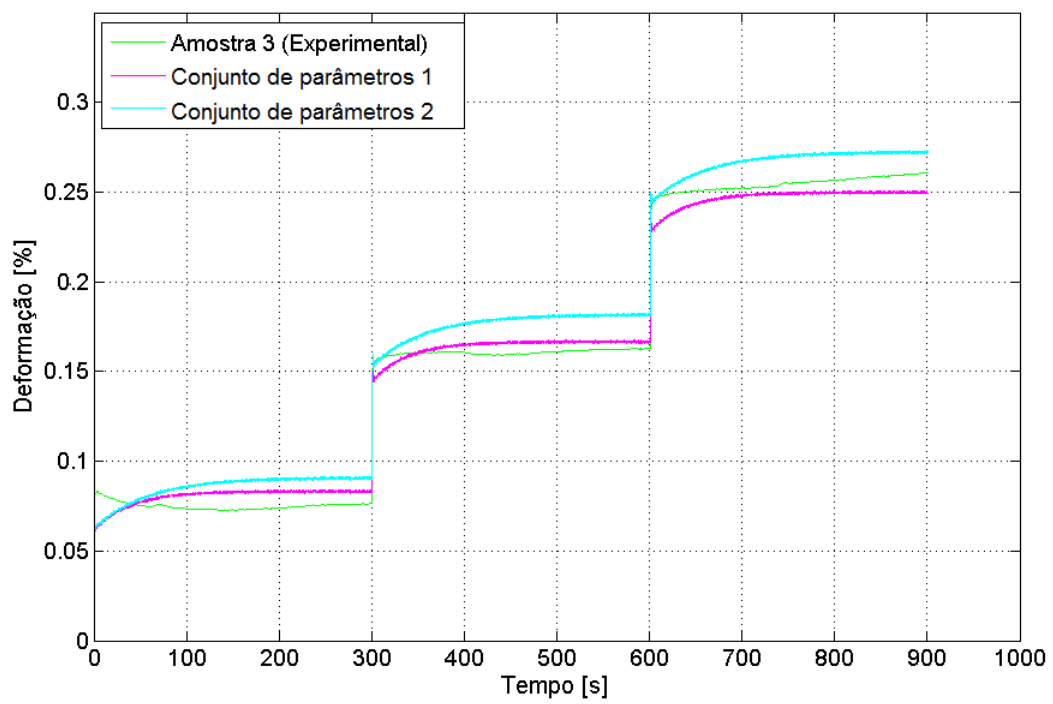


Figura 4.16: Validação com a amostra 3.

Para avaliar a capacidade de predição do modelo, será aplicada a métrica de validação para os dois conjuntos de parâmetros, referentes aos ensaios de tração, em relação às três amostras de *creep* sucessivo.

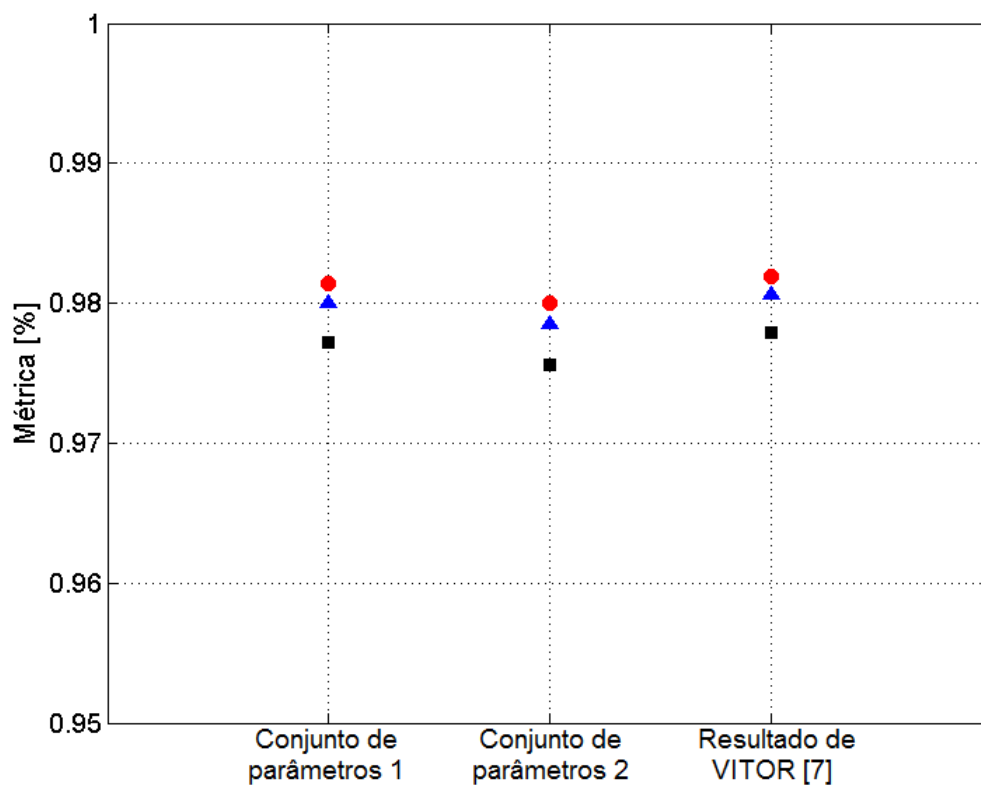


Figura 4.17: Métrica de validação.

Segundo a equação (3.11), quanto menor for o valor calculado para a métrica, melhor é a capacidade de predição do modelo. Na figura 4.17, observa-se que o modelo alcança uma capacidade de predição muito próxima para os dois conjuntos de parâmetros estimados. Ainda na figura 4.17, é possível comparar a métrica obtida por VITOR [8] para o melhor resultado obtido em sua calibração do modelo para o material EPH, onde ambos os conjuntos estimados atingem métricas na mesma região, abaixo de 1%.

Capítulo 5

Conclusões

Ao longo do trabalho foi calibrada uma equação constitutiva com o objetivo de modelar o comportamento do polímero EPH. O modelo utilizado foi o sólido padrão, e foi então proposto um método para a calibração desse modelo a partir de ensaios experimentais em duas etapas, onde na primeira foi estimado um dos parâmetros da equação e na segunda os outros dois.

Assim foi concluída a estimação dos parâmetros do modelo e em seguida foi realizada a validação do mesmo a partir de outros ensaios experimentais. Com o objetivo de aferir sua capacidade de predição através da métrica de calibração.

A primeira etapa, onde foi estimado o parâmetro E_1 , se mostrou eficaz como passo inicial, já estabelecendo a posição estimada de E_1 para o algoritmo de Enxame de Partículas usado para estimar os outros dois parâmetros. Além disso, aumenta a abrangência destas estimativas, uma vez que dois ensaios distintos foram utilizados para a calibração e os resultados obtidos foram então validados com um terceiro grupo de ensaios.

A métrica de validação adotada apresentou valores inferiores a 1% para a predição dos modelos em ensaios de *creep* sucessivo. Pode-se concluir então que os modelos foram capazes de descrever o comportamento do material nestas condições. Algo que também pôde ser observado na comparação entre a resposta do modelo e do ensaio cíclico foi que o resíduo do último ciclo estimado se apresenta numa ordem de grandeza ainda muito inferior à ordem de grandeza da tensão de saída desse experimento.

Conclui-se que avaliando a capacidade de um modelo de reproduzir o comportamento de um determinado material, como foi feito com o EPH, é possível utilizar o mo-

delo para projetos de engenharia. Como os polímeros são utilizados com diversas funções, pode ser útil tanto estabelecer as características mecânicas e simplesmente prever a resposta em função do tempo do material, quanto analisar suas propriedades de dissipação de energia, como foi demonstrado com o fator de perda para o modelo no capítulo 4.

5.1 Trabalhos futuros

Com o maior interesse na predição do comportamento dos materiais viscoelásticos, são relacionadas a seguir propostas para trabalhos futuros nessa linha de pesquisa.

- Ampliar a análise utilizando modelos mais complexos e avaliar se estes são capazes de descrever melhor a mecânica do material. Por exemplo, modelos utilizando o conceito de derivada fracionária fazem um tipo de interpolação entre o comportamento elástico e viscoso, uma vez que a mola elástica apresenta uma relação direta, ou seja, de ordem zero, entre tensão e deformação, e o amortecedor viscoso apresenta uma relação de tensão proporcional a derivada de primeira ordem da deformação.
- Expandir o cenário experimental de calibração, utilizando mais experimentos para essa etapa e ensaios diversificados, com amplitudes de carregamento e frequência de ciclos diferentes. Com isso será possível estabelecer critérios mais bem definidos para os quais o modelo é capaz de reproduzir o comportamento do material.
- Considerar diferentes condições operacionais para novas etapas de validação.

Referências Bibliográficas

- [1] SASSO, M., PALMIERI, G., AMODIO, D. Application of fractional derivative models on linear viscoelastic problems. *Springer Science+Business Media*, 2011.
- [2] KAIPIO, J. A., SOMERSALO, E. *Statistical and Computational Inverse Problems*. Springer, 2004.
- [3] COUSSOT, C., KALYANAM, S., YAPP, R., INSANA, M. F. Fractional derivative models for ultrasonic characterization of polymer and breast tissue viscoelasticity. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 56, 2009.
- [4] MAINARDI, F., SPADA, G. Creep, relaxation and viscosity properties for basic fractional models in rheology. *European Physical Journal*, 2011.
- [5] BECK, J. V., ARNOLD, K. J. *Parameter Estimation in Engineering and Science*. John Wiley and Sons, 1977.
- [6] KENNEDY, J., EBERHART, J. Particle swarm optimization. *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks*, vol. 4:1942–1948, 1995.
- [7] KOHANDEL, M., SIVALOGANATHAN, S., TENTI, G., DARVISH, K. Frequency dependence of complex moduli of brain tissue using a fractional zener model. *Physics in Medicine and Biology*, 2005.
- [8] SANTOS, V. O. Estimação de parâmetros do modelo de zener fracionário. Master's thesis, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2013.
- [9] HOSSAIN, M., KHOI VU, D., STEINMANN, P. Experimental study and numerical model of vhb 4910 polymer. *Computational Materials Science*, 2012.

- [10] WINEMAN, A. S., RAJAGOPAL, K. R. *Mechanical Response of Polymers*. Cambridge University Press, 2000.
- [11] COLAÇO, M. J., ORLANDE, H. R., DULIKRAVICH, G. S. Inverse and optimization problems in heat transfer. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Science and Engineering*, 2006.