

RELATÓRIOS COPPEAD

392

Outubro 2010

**CISNES NEGROS  
NO MERCADO DE  
AÇÕES BRASILEIRO**

Hugo Jacob Lovisolo  
Ricardo P. Câmara Leal

**Relatórios COPPEAD** é uma publicação do Instituto COPPEAD de Administração da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)

**Editor**

Prof. Mauricio Mittelman

**Editoração**

Lucilia Silva

**Ficha Catalográfica**

Ana Rita Mendonça de Moura

Lovisoló, Hugo Jacob.

Cisnes negros no mercado de ações brasileiro / Hugo Jacob Lovisoló e Ricardo Pereira Câmara Leal. – Rio de Janeiro: UFRJ /COPPEAD, 2010.

22 p.; 27cm. – (Relatórios COPPEAD; 392)

ISBN 978-85-7508-078-8

ISSN 1518-3335

1. Finanças. I. Leal, Ricardo Pereira Câmara. II. Título. III. Série.

CDD – 332

**Pedidos para Biblioteca:**

Caixa Postal 68514 – Ilha do Fundão

21941-972 – Rio de Janeiro – RJ

Telefone: 21-2598-9837

Telefax: 21-2598-9835

e-mail: biblioteca@coppead.ufrj.br

Site: www.coppead.ufrj.br

## CISNES NEGROS NO MERCADO DE AÇÕES BRASILEIRO

Hugo Jacob Lovisolo\*  
Ricardo P. Câmara Leal\*\*

### RESUMO

A incidência de valores extremos nas séries de retornos de ações brasileiras é enorme e seus impactos são devastadores. Foram analisados os retornos diários logarítmicos de 45 ações brasileiras entre 2/1/1995 e 18/3/2009. A incidência média de observações a uma distância maior do que três desvios-padrão da média é cinco vezes maior do que a prevista pela distribuição normal. A incidência de valores extremos na cauda superior é 1,13 vezes maior do que na cauda inferior. A média dos retornos extremos positivos é maior do que a dos retornos extremos negativos. Cerca de meio por cento dos dias determinaram o resultado do investimento durante um período de mais de 2300 dias de negócios para cada ação. A média dos retornos extremos mínimos positivos ou negativos é de cerca de  $\pm 7\%$ . O retorno médio das ações no resto dos dias não contribui significativamente para o resultado do investimento. O investidor deve avaliar se permanece com seu investimento quando observar retornos desta magnitude. As características das distribuições empíricas dos retornos das ações brasileiras favorecem o investidor passivo (*buy and hold*).

\* Lovisolo é Analista de Investimentos da Fundação Atlântico de Seguridade Social, Rua Lauro Müller, 116/Sala 2901, Rio de Janeiro, RJ, 22290-160. (Tel. +55-021-3873-9233, e-mail: hugo.lovisolo@fudacaoatlantico.com.br)

\*\* Instituto COPPEAD de Administração

## ABSTRACT

The incidence of extreme values in the return series of Brazilian stocks is huge and its impacts are devastating. We analyzed the daily logarithmic returns of 45 Brazilian stocks between 2 January 1995 and 18 March 2009. The incidence of observations outside the three standard deviations from the mean range is on average five times greater than that under the normal distribution. The incidence of extreme values in the upper tail is 1.13 times higher than in the lower tail. The average of the extreme positive returns is higher than that of extreme negative returns. About half percent of the days determined the outcome of the investment over a period of more than 2300 business days for each stock. The minimum positive or negative extreme returns average about  $\pm 7\%$ . The average stock return on the remaining days did not contribute significantly to the outcome of the investment. Investors should assess whether they will keep their holdings when returns of such magnitude occur. The characteristics of empirical distributions of stock returns in Brazil favor the passive investor (buy and hold).

## 1 – INTRODUÇÃO

O fato de os retornos de ativos financeiros não apresentarem distribuição normal é bem conhecido. Mandelbrot (1963) mostrou que os retornos financeiros possuem distribuição de Pareto estável com  $\alpha$  inferior a 2, o que implica em uma variância desconhecida e dificulta a premissa de normalidade. Considerar que 68,26 % das observações encontram-se entre  $\pm 1\sigma$  (desvio padrão), 95,44% das observações entre  $\pm 2\sigma$  e 99,73% das observações entre  $\pm 3\sigma$  não é válido. A premissa de distribuição normal dos retornos pode levar à subavaliação do risco a que se expõem os investidores. Esta premissa também pode criar grandes problemas para a otimização clássica de média-variância proposta por Markowitz (1952) que presume que somente estes dois parâmetros da distribuição são relevantes, como é o caso quando os retornos têm distribuição normal.

As consequências da premissa de normalidade também podem ser diferentes dependendo do horizonte de tempo do investimento. Há uma concentração de valores nas caudas da distribuição e ao redor da média

quando a distribuição de retornos é leptocúrtica. Estrada (2008, 2009) afirma que isso faz com que alguns poucos dias de retornos sejam determinantes decisivos do valor acumulado em uma carteira de ações. É possível que o impacto desses valores extremos seja amenizado quando o horizonte de investimento se estende. Talvez o investidor de longo prazo não se preocupe muito com as oscilações de curto prazo se houver uma tendência para que as mudanças nos preços dos ativos se equalizem depois de longos períodos. Os investidores de longo prazo encarariam, portanto, a distribuição dos retornos como Gaussiana, importando apenas a média e a variância da distribuição. Os investidores de curto prazo, todavia, acreditam que seus ganhos ocorrem nas grandes oscilações do mercado.

A distribuição leptocúrtica dos retornos leva ao que Taleb (2007) chamou cisnes negros. Eventos raros e de grande impacto. A compreensão das variações extremas do valor dos ativos e seus efeitos sobre a rentabilidade dos investimentos permite que os investidores se previnam contra perdas catastróficas, obtendo ganhos superiores a quem se expôs à alta volatilidade, segundo o autor. Haugen e Baker (1996) afirmam que os ativos com volatilidade elevada não são os que apresentam os maiores retornos históricos. Tversky e Kahneman (1991) concluem que a probabilidade de perda tem mais influência sobre as preferências dos indivíduos do que o potencial de ganhos. DeMiguel et al. (2009) apresentam evidências devastadoras para a otimização de média-variância e muitos de seus supostos melhoramentos, propostos justamente para lidar com o problema de erro nos parâmetros de entrada da otimização. Eles comparam 14 métodos de obtenção dos pesos para carteiras eficientes, aquelas com maior retorno esperado para cada nível de risco, e concluem que nenhum deles supera a estratégia ingênua de investir um montante igual em cada ativo.

Este estudo parte destas evidências para descrever o comportamento e o impacto financeiro dos retornos extremos das ações no mercado brasileiro e oferecer ideias para que os investidores tenham uma maior probabilidade de ganhos com um entendimento melhor dos riscos a que estão expostos.

## 2 – ANTECEDENTES

Taleb (2007) afirma que muito do conhecimento e dos fatos que fazem diferença, tanto para retornos financeiros quanto para a vida cotidiana, encontram-se ainda desconhecidos. A aparição de um "cisne negro" muda a percepção das pessoas a respeito de um fenômeno. Quando se infere com base na premissa de normalidade, se supõe uma distribuição das informações que pode não ser condizente com o que vier a ser observado. Ao discutir as consequências de crise financeira de 2008 para a teoria de finanças, a revista *The Economist* (2009) relata que Myron Scholes disse que muitos dos modelos empregados no mercado eram bons mas que seus parâmetros de entrada eram ruins porque refletiam uma visão de mundo muito mais benigna do que deveriam a respeito dos riscos. Scholes afirma que o risco sistêmico não foi devidamente considerado e que as decisões de exposição ao risco, tomadas individualmente em cada instituição, não consideravam adequadamente as relações entre os diferentes tipos de ativos e as ações conjuntas destas mesmas instituições para cortar suas perdas. Talvez o tamanho do risco sistêmico tenha sido um dos "cisnes negros" da crise de 2008. O aprendizado, porém, está ocorrendo. A abrangente e contundente Lei Dodd-Frank aprovada pelo congresso dos EUA ao final de 2009 introduz um "regulador" de risco sistêmico (o *Financial Stability Oversight Council*) que, ainda segundo a *The Economist*, também está sendo considerado por vários países.

Ribeiro e Leal (2002) analisaram a estrutura fractal nos mercados emergentes e, como seria de se esperar, rejeitaram a hipótese de normalidade em favor de casos mais gerais das distribuições estáveis de Pareto. Torres et al. (2002) realizaram uma investigação cuidadosa a respeito da eficiência informacional do mercado de ações brasileiro e rejeitaram tanto a linearidade quanto a normalidade dos retornos observados. Costa e Baidya (2001) chegam a conclusões semelhantes ao examinar o comportamento de algumas ações brasileiras muito líquidas. Estrada (2009) afirma que os mercados emergentes são voláteis e podem trazer muitas surpresas para os investidores. A melhor forma para lidar com este risco não seria uma estratégia de curto prazo que dependeria da habilidade do investidor sincronizar corretamente suas compras e vendas com os

solavancos do mercado. Estrada (2008) afirma que uma estratégia passiva de longo prazo é a melhor alternativa porque ela oferece uma chance maior de não se estar fora do mercado quando os poucos dias que realmente farão diferença no resultado final ocorrerem.

### 3 – AMOSTRA E MÉTODO

A análise aqui realizada restringe-se ao mercado brasileiro e a metodologia empregada baseia-se em Estrada (2008). As ações mais líquidas foram privilegiadas, uma vez que elas deveriam apresentar menos propensão a ter distribuições de retornos divergentes da normal do que ações de empresas menores e menos negociadas. O período estudado inicia no primeiro dia de negócios do ano seguinte ao Plano Real (2/1/1995) e encerra em 18/3/2009 e inclui 2527 dias de negócios. Inicialmente foram escolhidas as 50 ações que foram negociadas em mais de 80 por cento dos dias no período e que apresentaram volume superior a 0,1 por cento do total. A ação preferencial mais líquida foi selecionada quando havia mais de uma ação da mesma empresa, porque geralmente apresenta maior volume de negócios do que a ação ordinária. A inclusão de uma ação por empresa visou reduzir a correlação entre as ações consideradas, uma vez que o comportamento das ações de um mesmo emissor poderia ser muito similar.

Os preços de fechamento diários das ações ajustados para dividendos e proventos foram coletados do sistema Bloomberg®. As ações de algumas empresas possuem um número menor de observações diárias porque não foram negociadas em todos os dias do período. Cinco empresas foram excluídas da amostra por não apresentarem preços por períodos muito longos (Light ON) ou porque suas séries de preços tinham problemas de consistência que não puderam ser resolvidos junto ao provedor dos dados (Celesc PNA, M. G. Poliest ON, Varig PN e Forjas Taurus PN). A amostra final incluiu 45 empresas representando 13 setores da economia. O setor com o maior número de empresas era o de energia elétrica com sete empresas, seguido dos de siderurgia e metalurgia com seis, finanças e seguros e químico com cinco, papel e celulose com quatro e dos outros nove setores com não mais que duas ações em cada um. O Apêndice apresenta uma relação das empresas com seus códigos de negociação, setor de atividade,

o número e o percentual de dias com retorno no período e as médias, desvios-padrão e a soma dos retornos logaritmos para cada ação da amostra.

O retorno de uma ação  $i$  qualquer no dia  $t$  ( $r_{i,t}$ ) foi calculado como a diferença dos logaritmos dos preços neste dia e no anterior ( $\ln P_{i,t} - \ln P_{i,t-1}$ ). Os retornos logarítmicos podem ser somados para a obtenção do retorno acumulado em um período. Os retornos logarítmicos atenuam os efeitos dos valores extremos sobre a forma da distribuição empírica dos retornos, podendo torná-la mais próxima da distribuição normal.

A frequência dos retornos observados foi comparada com a esperada sob normalidade para diversas regiões ao redor e mais afastadas da média. O resultado do investimento realizado, quando o investidor não estivesse comprado na ação nos seus piores e melhores dias, foi comparado ao investidor passivo que compra e mantém a ação (*buy and hold*). As quantidades de dias piores ou melhores examinadas foram um, cinco, 10, 20 e 50 dias. A finalidade foi investigar se um punhado de retornos é determinante para o resultado final do investimento, mesmo quando seu horizonte for longo.

Seja  $T$  o número de dias de negócios em um certo período,  $T_G$  o conjunto dos  $N$  dias com os maiores ganhos em  $T$ ,  $T_P$  o conjunto dos  $N$  dias com as maiores perdas em  $T$ , com  $N$  igual a 1, 5, 10, 20 e 50 dias. O ganho percentual da ação  $i$  no período  $T$  ( $G_{i,T}$ ) por não estar investido nos  $N$  piores dias do período é dado pela equação 1. A perda percentual da ação  $i$  no período  $T$  ( $P_{i,T}$ ) por não estar investido nos  $N$  melhores dias do período é dado pela equação 2. O denominador das duas equações é o retorno do investidor passivo que ficou investido na ação durante todo o período. O numerador da equação 1 representa o retorno de um investidor que logrou não estar comprado na ação exatamente nos dias em que ela apresentou os piores retornos. O numerador da equação 2 representa o retorno de um investidor desafortunado que não estava comprado precisamente nos melhores dias de retorno da ação.



$$G_{i,T} = \frac{e^{\left(\sum_{t=1, t \in T_P}^T r_{i,t}\right)}}{e^{\left(\sum_{t=1}^T r_{i,t}\right)}} - 1 \quad \text{Eq. 1}$$

$$P_{i,T} = \frac{e^{\left(\sum_{t=1, t \in T_G}^T r_{i,t}\right)}}{e^{\left(\sum_{t=1}^T r_{i,t}\right)}} - 1 \quad \text{Eq. 2}$$

A distância ( $D_i$ ) dos retornos médios dos conjuntos de observações extremas ( $\bar{R}_{e,i}$ ) em unidades de seu desvio padrão ( $\sigma_i$ ) em relação ao retorno médio da ação no período ( $\bar{R}_i$ ) foi calculada segundo a equação 3. Os conjuntos de observações extremas considerados são  $T_G$ , o conjunto dos  $N$  dias com os maiores ganhos, e  $T_P$ , o conjunto dos  $N$  dias com as maiores perdas, com  $N$  igual a 1, 5, 10, 20 e 50 dias.

$$D_i = \frac{\bar{R}_{e,i} - \bar{R}_i}{\sigma_i} \quad \text{Eq. 3}$$

#### 4 – RESULTADOS

A Tabela 1 apresenta uma síntese das estatísticas descritivas dos retornos logarítmicos de cada ação. Os resultados detalhados por ação podem ser obtidos com os autores. O Apêndice oferece uma relação das empresas com algumas de suas estatísticas. Há grandes diferenças entre as empresas para quase todas as estatísticas descritivas expostas. A média da soma dos retornos logaritmos no período foi 1,448, equivalendo a 325,5%, representando o resultado do investidor passivo que investiu em uma carteira igualmente ponderada com as ações consideradas. Sete ações apresentaram média negativa de retornos diários. A média diária dos

retornos logarítmicos da ação de maior valorização foi quase 19 vezes maior do que a da ação com a menor média positiva de retornos. A média das cinco ações de maior valorização positiva foi 677% maior do que a média das cinco ações de menor valorização positiva.

O maior desvio padrão da amostra é quase o dobro do menor. A correlação entre os desvios-padrão e a média dos retornos logarítmicos é de -0,39 e sugere a relação inversa entre o retorno realizado e a volatilidade histórica constatada por outros autores. Contudo, se a relação entre o retorno realizado e a volatilidade histórica fosse monotônica e positiva, então os investidores só optariam pelos ativos de risco maior. O coeficiente de correlação entre estas grandezas é negativo, mas não é muito baixo e sugere que também há casos entre as empresas da amostra de risco elevado acompanhado de retorno elevado. O exame cuidadoso do Apêndice confirma isso. Pode ser que investidores dispostos a comprar e a vender as ações frequentemente no curto prazo devam buscar as ações de maior desvio-padrão. Talvez os investidores de longo prazo possam se interessar mais pelas ações de menor desvio-padrão.

Os coeficientes elevados de curtose e de assimetria denunciam o grande distanciamento das distribuições dos retornos logarítmicos da normal, cujo coeficiente de curtose é igual a três e de assimetria é igual a zero. A curtose média foi seis vezes maior do que três. O valor mínimo foi 2,605 e o máximo 370,75. Os testes de normalidade de Kolmogorov-Smirnov e de Jarque-Bera, que não são reportados aqui, também rejeitam a hipótese de normalidade. Dezesseis ações apresentaram coeficientes de assimetria negativos e 29 positivos. A média foi próxima a zero, mas poucas ações apresentaram coeficientes próximos de zero. A assimetria positiva é desejável, obviamente.

A Tabela 2 apresenta a contagem de observações extremas de retornos logarítmicos comparada com a quantidade de valores extremos esperados, caso a distribuição fosse normal. Os valores extremos são aqueles que ocorrem a partir de três desvios-padrão acima ou abaixo da média, onde não deveria haver mais do que 0,27% das observações sob normalidade. A quantidade de valores extremos esperada para cada ação é o resultado do produto do número de observações diárias para a ação na amostra multiplicado por 0,00135 que é a proporção da área unitária sobre a

curva em cada área acima ou abaixo de três desvios-padrão da média. A frequência média de valores extremos é pelo menos cinco vezes maior do que seria de se esperar sob normalidade. A incidência de valores extremos na cauda superior é 1,13 vezes maior do que na cauda inferior, o que já havia sido indicado pela ocorrência maior de coeficientes de assimetria positivos. A ação com menor número de valores extremos os apresentou 1,47 vezes mais do que seria esperado se sua distribuição de retornos fosse normal. A Figura 1 apresenta o histograma de frequência para a razão entre o número de retornos observados e esperados acima e abaixo de três desvios-padrão da média para as 45 ações. A maioria delas apresenta uma frequência de valores extremos entre quatro e sete vezes maior do que se esperaria sob normalidade.

A Tabela 3 demonstra que a influência do retorno da ação em apenas um punhado de dias é decisiva para o investidor. Na média, o resultado do investimento durante cerca de dois mil e trezentos dias, praticamente dez anos, é determinado por cerca de meio por cento deles. Se o investidor desafortunado conseguiu estar ausente nos dez dias de maiores retornos da ação, na média teria sua riqueza reduzida em 78% em relação ao investidor passivo que permaneceu investido em todos os dias. O investidor sortudo que conseguiu não estar investido nos dez dias de pior retorno da ação, na média, veria sua riqueza ser quase cinco vezes maior que a do investidor passivo. Naturalmente, é pouco provável haver investidores tão sortudos ou desafortunados no mundo real.

O que tudo isso indica é que o resultado de um investimento em ações é determinado por um punhado de dias devastadores ou sublimes. O módulo do retorno médio dos dez dias mais devastadores é cerca de 230 vezes maior do que o retorno médio de todos os dias e é de cerca de -14% por dia. O retorno logarítmico acumulado médio em todos os dias na Tabela 1 é 1,448. A soma dos retornos médios dos dez piores dias é de aproximadamente -1,5. A diferença entre estes dois valores é ligeiramente negativa e representa a soma dos retornos médios dos demais dias. A soma dos retornos dos dez melhores dias é de aproximadamente 1,6. Ao subtrair este valor da soma média dos retornos em todos os dias chega-se à soma média dos retornos dos demais dias, que também é negativa. O retorno médio diário dos 50 dias mais devastadores é de -9,5%. A média do retorno logarítmico extremo mínimo equivale a cerca de -7% nas perdas e 8% nos

ganhos. Variações diárias desta monta devem por o investidor em alerta. A distância de  $\pm 3\sigma$  é facilmente ultrapassada nos dias em que o mercado sofre variações de grande magnitude. A média das distâncias da média dos valores extremos de cada ação quase sempre é maior do que  $3\sigma$ .

É claro que os investidores não conseguirão sincronizar perfeitamente suas compras e vendas para tentar minimizar os efeitos dos dias de maior variação negativa de preço da ação e que a maioria só saberá a respeito depois do fato. Mesmo assim, os resultados descritos têm relevância prática mesmo depois de acontecer. Talvez o investidor conclua que seja hora de vender a ação ao notar que estava investido nos poucos dias sublimes de uma ação, quando colecionou, por exemplo, uma dezena de dias com retorno igual ou maior do que 10% durante o período. É bem possível que não fique melhor do que já está e o risco pode não valer mais a pena. Por outro lado, o investidor que permaneceu investido durante um período com muitos dias desastrosos, com perdas de 7% ou mais em cada um, também pode decidir vender ao notar isso porque concluiu que a esperança de recuperação é pequena.

Se houver aglomeração dos dias mais voláteis, tanto sublimes quanto desastrosos, como concluíram, por exemplo, Torres et al (2002) e Costa e Baidya (2001) ao constatarem que modelos de volatilidade condicional se ajustam bem aos retornos de ações brasileiras, então o melhor deve ser permanecer investido uma vez que a assimetria positiva dos retornos pode levar a um resultado líquido positivo decorrente da compensação dos dias desastrosos pelos dias sublimes. O melhor dos mundos, contudo, seria quando os dias desastrosos não estiverem aglomerados com os dias sublimes e ainda não tenham acontecido, e o investidor decidir vender depois de perceber que estava investido nos dias que, provavelmente, já são os melhores. É importante que o investidor preste atenção aos dias de grande volatilidade para tirar suas conclusões e tomar suas decisões. Retornos diários de  $\pm 7\%$  devem chamar a atenção do investidor porque eles são os cisnes negros.

Os rendimentos acumulados das ações foram comparados ao rendimento da taxa dos Certificados de Depósitos Interfinanceiros (taxa DI) calculada pela CETIP (Balcão Organizado de Ativos e Derivativos), que reflete o juro de operações de um dia entre instituições financeiras e é o

padrão de referência de desempenho mais empregado no Brasil. A taxa de juro muito alta no Brasil durante a maior parte do período resultou em que somente sete ações superassem o rendimento acumulado da taxa DI que foi de 1512,86% ou 2,7806 na forma logarítmica. Cinco ações mantiveram retornos acumulados superiores à taxa DI quando o maior dia retorno foi ignorado. Nenhuma superou a taxa DI quando os cinco maiores retornos foram omitidos. Oito das 45 ações apresentaram retornos maiores do que o acumulado da taxa DI quando o dia de menor perda foi ignorado. Vinte e uma das 45 ações lograram resultados superiores à taxa DI quando os cinco piores retornos foram evitados.

A Tabela 4 apresenta uma síntese das comparações da quantidade de ocorrências de observações em áreas selecionadas da distribuição empírica com a quantidade esperada sob normalidade. O exame da Tabela 4 confirma as características de leptocurtose das distribuições empíricas uma vez que o percentual de valores observados nas áreas próximas à média é maior do que na distribuição normal, assim como o percentual de observações nas caudas. Já nas áreas intermediárias, o percentual de observações é menor do que na curva normal.

## 5 – CONCLUSÕES

Como é bem sabido, as distribuições empíricas dos retornos não seguem a distribuição normal. Este artigo procurou dar uma dimensão desta diferença e medir seu impacto em relação aos resultados obtidos por um investidor passivo. As discrepâncias encontradas são enormes e seus impactos devastadores. Foram analisados os retornos diários logarítmicos de 45 ações brasileiras entre 2/1/1995 e 18/3/2009. As ações foram selecionadas segundo sua liquidez e presença no mercado. A despeito de possíveis vieses que decorrem do critério de seleção, o foco do artigo está no investidor individual. Não é claro que os vieses favoreçam os resultados apresentados uma vez que ações menos líquidas possivelmente apresentem incidência ainda maior de retornos extremos.

As estatísticas descritivas variam bastante de ação para ação. É relevante dizer que a média dos retornos médios de cada ação equivale a

16,5% ao ano e que este resultado não superou a variação da taxa DI no período. O desvio-padrão da ação de menor volatilidade é metade do da ação de maior volatilidade. Há correlação negativa entre o retorno médio e o desvio-padrão dos retornos. A curtose média é seis vezes maior do que a da curva normal. A assimetria das distribuições empíricas é frequentemente positiva apesar de a análise ter sido feita com retornos logarítmicos. A incidência de observações a uma distância maior do que três desvios-padrão da média ( $\pm 3\sigma$ ) é, na média, cinco vezes maior do que a prevista para distribuição normal. A incidência de valores extremos na cauda superior é 1,13 vezes maior do que na cauda inferior. A maioria das ações analisadas apresenta incidência de valores extremos de quatro a sete vezes maior do que seria esperado sob a hipótese de normalidade.

A grande maioria dos retornos encontra-se no intervalo de mais ou menos um desvio-padrão em relação à média ( $\pm 1\sigma$ ). Isto implica que na grande maioria dos dias (77,95%) há pouca oscilação, menos do que seria esperado em uma distribuição normal. A situação se inverte nos dias restantes (22,05%) onde há muito mais retornos extremos do que o previsto pela distribuição normal. A distribuição normal estabelece que 31,8% dos retornos estariam fora do intervalo de  $\pm 1\sigma$  e somente 0,27% destes são extremos, encontrando-se a uma distância de  $\pm 3\sigma$ . O percentual de valores extremos da distribuição normal seria de 0,85% ( $0,27\% \div 31,8\%$ ). Nos resultados empíricos, apenas 22,05% dos retornos estão fora do intervalo  $\pm 1\sigma$  e aproximadamente 1,45% destes são extremos. Na cauda positiva, dado que ocorreu um resultado acima de  $1\sigma$ , haveria aproximadamente 7,45% de chances que fosse extremo ( $0,79\% \div 10,59\%$ ). Na cauda negativa, dado que ocorreu um resultado abaixo de  $-1\sigma$  haveria 6,58% que fosse extremo ( $0,66\% \div 10,03\%$ ). Ainda que 7,45% e 6,6% pareçam percentuais pequenos, eles são 8,75 e 7,75 vezes, respectivamente, os 0,85% que seriam esperados com a distribuição normal.

A influência dos valores extremos sobre o resultado do investimento é decisiva. Cerca de meio por cento dos dias praticamente determinam o resultado do investimento durante um período de mais de 2300 dias de negócios em média para cada ação. O retorno médio acumulado dos dias "normais", na área entre as caudas, é ligeiramente negativo. Um investidor sortudo que logrou não estar investido nos dez piores dias no período obteve um retorno cinco vezes maior do que o do investidor passivo (*buy and hold*).

O investidor desafortunado, que conseguiu não estar investido nos dez melhores dias de retorno no período, obteve um retorno quatro vezes menor do que o investidor passivo. O retorno extremo mínimo, na média, apresentou magnitude de cerca de  $\pm 7\%$ . Retornos diários com magnitudes iguais ou maiores do que esta devem alertar o investidor para a presença de um valor extremo.

É claro que não se espera que o investidor seja capaz de antecipar os dias quando ocorrerão os valores extremos, contudo o investidor pode observar que um valor extremo ocorreu e tomar uma decisão de investimento. Se os valores extremos positivos e negativos estão aglomerados, talvez o melhor seja permanecer investido e contar com a assimetria positiva das distribuições empíricas para que os valores extremos positivos mais que compensem os valores negativos, tendo em mente que o resultado do investimento ao se considerar somente os dias normais é, em média, ligeiramente negativo. Esta é a estratégia do investidor passivo de longo prazo (*buy and hold*).

Se os valores positivos e negativos não estão claramente aglomerados, o investidor que concluir que já auferiu seu lote de retornos diários extremos positivos para uma ação, que não serão muito mais do que meio por cento dos dias em um período razoável de investimento, cerca de um ou dois por ano, talvez devesse vender a ação, particularmente para evitar ficar exposto à possível ocorrência dos retornos extremos negativos, se estes ainda não tiverem ocorrido. O investidor que foi vitimado pelos retornos extremos negativos, que podem reduzir o resultado de seu investimento de forma significativa, deveria considerar vender suas ações uma vez que a probabilidade de recuperação pode ser pequena.

Estas heurísticas simples, baseadas na ocorrência histórica dos valores extremos, podem ainda não ser claras para a maioria dos investidores. Eles podem não saber que o retorno que obtêm com ações provém de um punhado de dias de desempenho sublime. As perdas também decorrem de um punhado de dias desastrosos. Um viés bem conhecido de comportamento dos investidores é o da relutância de realizar uma perda, mesmo que catastrófica. Os resultados aqui apresentados dão ordens de magnitude para as heurísticas dos investidores, particularmente para a difícil decisão de vender. Retornos positivos ou negativos da ordem de sete por

cento ou mais em apenas meio por cento dos dias de um período de investimento que não seja curto demais podem ser o divisor de águas para que um investidor se dê por satisfeito e realize seus ganhos ou se conforme que é melhor realizar suas perdas e ir em frente com outros investimentos. O retorno médio do resto dos dias não traz, em média, uma contribuição relevante para o resultado do investimento. Para os investidores em opções, a mensagem também é clara, o risco de assumir posições vendidas pode ser muito maior do que se imagina, particularmente ao se considerar que o principal modelo de apuração de opções, o de Black e Scholes (1973), presume a distribuição normal dos retornos logarítmicos.

DeMiguel et al. (2009) advogam que regras simples de diversificação, como uma carteira igualmente ponderada, superam formas muito mais sofisticadas de determinação destes pesos. É razoável acreditar que isso valha também para as alocações de ativos dos investidores entre diferentes classes de ativos. Uma das principais formas de o investidor se proteger do efeito devastador dos valores extremos negativos é nunca alocar toda a sua riqueza em ações e ter parte relevante de sua riqueza em ativos de baixa volatilidade. Segundo DeMiguel et al. (2009), o rabino Issac bar Aha no século quarto depois de Cristo na Babilônia ofereceu a seguinte proposta de alocação de ativos: "Deve-se sempre dividir a riqueza em três partes: um terço em terras; um terço em mercadorias; e um terço pronto para uso." Peter Lynch, o legendário gestor do fundo de ações *Magellan* da *Fidelity Investments* entre 1977 e 1990 nos EUA, ecoando a sabedoria do rabino, afirmou em uma entrevista em vídeo que a alocação ideal seria um terço em ações, um terço em renda fixa de longo prazo e um terço em renda fixa de curto prazo.

## 6 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Black, Fisher; Scholes, Myron. The pricing of options and corporate liabilities. **Journal of Political Economy**, v. 81, n. 3, p. 637-654, 1973.
- Costa, Paulo Henrique S.; Baidya, Tara K. N. Propriedades estatísticas das séries de retornos das principais ações brasileiras. **Pesquisa Operacional**, v. 21, n. 1, p. 61-87, 2001.



DeMiguel, Victor; Garlappi, Lorenzo; Uppal, Raman. Optimal versus naive diversification: how inefficient is the 1/N portfolio strategy? **The Review of Financial Studies**, v. 22, n. 5, p. 1915-1953, 2009.

Estrada, Javier. Black swans and market timing: how not to generate alpha. **Journal of Investing**, v. 17, n. 3, p. 20-34, 2008.

Estrada, Javier. Black swans in emerging markets. **Journal of Investing**, v. 18, n. 2, p. 50-56, 2009.

Haugen, Robert A.; Baker, Nardin L. Commonality in the determinants of expected stock returns. **Journal of Financial Economics**, v. 41, n. 3, p. 401-439, 1996.

Ribeiro, Tulio S.; Leal, Ricardo P. C. Estrutura fractal em mercados emergentes. **Revista de Administração Contemporânea**, v. 6, n. 3, p. 97-108, 2002.

Mandelbrot, Benoit. The variation of certain speculative prices. **Journal of Business**, v. 36, n.4, p. 394-419, 1963.

Markowitz, Harry. Portfolio selection. **The Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.

Taleb, Nassim. **A lógica do cisne negro: o impacto do altamente improvável**. 2. ed. Rio de Janeiro: Best Seller, 2007. 460 p.

Efficiency and beyond. **The Economist**, v. 392, n. 8640, p. 68-69, 18 jul. 2009.

Torres, Ricardo; Bonomo, Marco; Fernandes, Cristiano. A aleatoriedade do passeio na Bovespa: testando a eficiência do mercado acionário brasileiro. **Revista Brasileira de Economia**, v. 56, n. 2, p.199-247, 2002.

Tversky, Amos; Kahneman, Daniel. Loss-aversion in riskless choice: a reference-dependent model. **The Quarterly Journal of Economics**, v. 106, n. 4, p. 1039-1061, 1991.

**Tabela 1**

Síntese das estatísticas descritivas dos retornos logarítmicos de cada ação

	Média	Desvio Padrão	Curtose	Assimetria	Intervalo	Mínimo	Máximo	Soma	Nº de Obs.
Média	0,0006	0,0328	18,78	0,147	0,5464	-0,2685	0,2779	1,4480	2371
Mínimo	-0,0010	0,0246	2,605	-3,181	0,2809	-1,3032	0,1427	-2,4770	1607
Máximo	0,0018	0,0504	370,76	1,924	2,5688	-0,1323	1,2656	4,5236	2527

**Tabela 2**

Número de valores extremos dos retornos observados (O) e esperados (E) para uma distribuição normal nas caudas ( $\pm 3\sigma$ ) entre 2/1/1995 e 18/3/2009

	Cauda Superior ( $+3\sigma$ )			Cauda Inferior ( $-3\sigma$ )			Ambas			O/E <sub>Su</sub> p ÷ O/E <sub>Inf</sub>
	O	E	O/E <sub>Su</sub> p	O	E	O/E <sub>Inf</sub>	O	E	O/E	
Média	18,76	3,20	5,84	15,53	3,20	4,86	34,29	6,40	5,35	1,13
Menores O/E	6	3,40	1,76	4	3,42	1,17	10	6,80	1,47	1,50
Maiores O/E	31	3,14	9,87	26	3,40	7,65	49	6,65	7,37	1,29

Nota: a quantidade de valores extremos esperada para cada ação é o resultado do produto do número de observações diárias para a ação na amostra multiplicado por 0,00135 que é a proporção da área unitária sobre a curva em cada área acima ou abaixo de três desvios-padrão da média.

**Tabela 3**

Retorno médio, distância em desvios-padrão e efeito sobre a riqueza final do investidor dos retornos logarítmicos nos melhores e piores dias de cada ação entre 2/1/1995 e 18/3/2009

<b>Dias Melhores</b>						
		1	5	10	20	50
Retorno médio	Média	0,28	0,19	0,16	0,13	0,10
	Mínimo	0,14	0,13	0,11	0,09	0,08
	Máximo	1,27	0,44	0,28	0,23	0,17
Distância da média em desvios-padrão	Média	8,2	5,8	4,8	4,0	3,1
	Mínima	4,5	4,1	3,8	3,2	2,4
	Máxima	25,8	8,9	7,0	5,4	3,9
Redução percentual na riqueza final	Média	23,16	60,10	78,28	91,86	99,13
	Mínima	13,30	46,71	66,53	84,61	97,77
	Máxima	71,79	88,89	94,92	94,92	99,98
<b>Dias Piores</b>						
		1	5	10	20	50
Retorno médio	Média	-0,27	-0,18	-0,15	-0,13	-0,10
	Mínimo	-1,30	-0,41	-0,26	-0,21	-0,16
	Máximo	-0,13	-0,12	-0,11	-0,09	-0,07
Distância da média em desvios-padrão	Média	-7,9	-5,6	-4,7	-3,9	-2,9
	Mínima	-4,5	-4,1	-3,3	-3,3	-2,4
	Máxima	-26,5	-8,4	-6,4	-4,9	-3,4
Aumento percentual na riqueza final	Média	34,07	166,03	409,62	1415,68	21414,62
	Mínima	14,15	77,92	188,77	516,22	3020,31
	Máxima	268,09	659,90	1299,10	6645,20	261232,09
		1	5	10	20	50
Proporção do total de dias úteis (%)	Média	0,04	0,21	0,42	0,85	2,14
	Mínima	0,04	0,20	0,40	0,79	1,98
	Máxima	0,06	0,31	0,62	1,24	3,11

- Notas: (1) O aumento percentual da riqueza acumulada em relação ao resultado do investidor passivo ao final do período foi calculada na forma da equação 1.  
 (2) A redução percentual da riqueza acumulada em relação ao resultado do investidor passivo ao final do período foi calculada na forma da equação 2.  
 (3) A distância da média em unidades de desvios-padrão foi calculada segundo a equação 3.

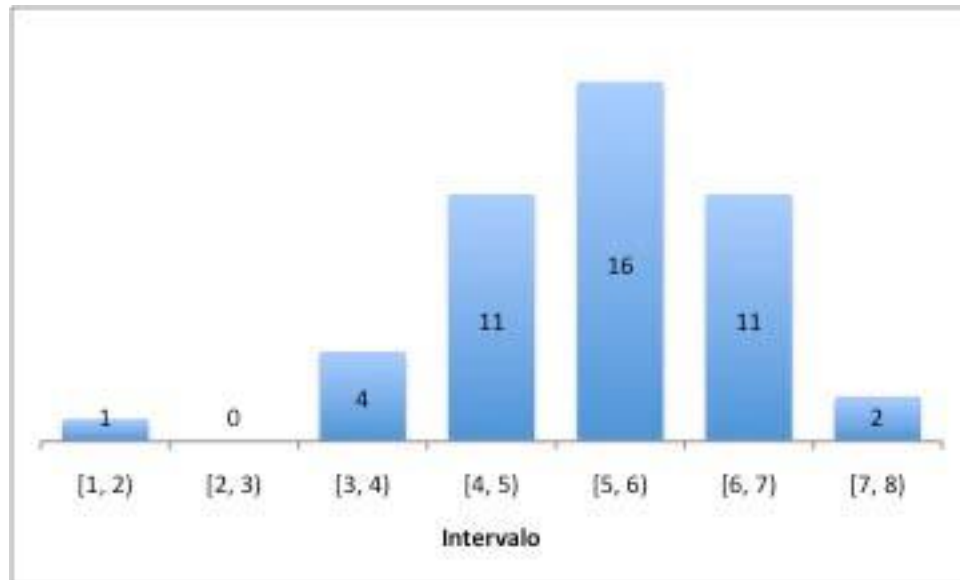
**Tabela 4**

Comparação do percentual de observações (O) da amostra de retornos logarítmicos em áreas selecionadas da distribuição empírica com o percentual esperado (E) sob distribuição normal no período 2/1/1995 a 18/3/2009

Intervalo	Estatística	O	E
$\pm 1/8\sigma$	Média	20,48	9,95
	Mínimo	12,58	
	Máximo	34,22	
$\pm 1/4\sigma$	Média	31,22	19,74
	Mínimo	23,21	
	Máximo	41,45	
$\pm 1/2\sigma$	Média	51,86	38,29
	Mínimo	46,50	
	Máximo	62,15	
$\pm 1\sigma$	Média	77,95	68,27
	Mínimo	74,08	
	Máximo	89,51	
$-(1\sigma \text{ a } 3\sigma)$	Média	10,03	15,73
	Mínimo	4,59	
	Máximo	11,83	
$+(1\sigma \text{ a } 3\sigma)$	Média	10,59	15,73
	Mínimo	5,50	
	Máximo	12,94	
$-3\sigma$	Média	0,79	0,135
	Mínimo	0,16	
	Máximo	1,03	
$+3\sigma$	Média	0,66	0,135
	Mínimo	0,24	
	Máximo	1,33	

**Figura 1**

Histograma de frequência da razão entre o número de retornos observados e esperado sob normalidade na região da cauda da distribuição três desvios-padrão acima e abaixo do retorno médio para 45 ações brasileiras



## Apêndice

Relação das 45 empresas na amostra e estatísticas dos retornos logarítmicos diários

Empresa	Classe	Código	Setor	Presença	Nº Dias	Média	Desvio Padrão	Soma
Am Inox Brasil	PN	ACES4	Sid. e Metalurgia	93,34	2515	-0,0003160	0,0352151	-0,7947
Ambev	PN	AMBV4	Alimentos e Bebidas	99,94	2524	0,0010272	0,0258423	2,5928
Ampla Energia	ON	CBEE3	Energia Elétrica	86,94	2230	0,0005183	0,0504178	1,1558
Aracruz	PNB	ARCZ6	Papel e Celulose	99,12	2496	0,0008247	0,0304882	2,0586
Banespa	PN	BESP4	Finanças e Seguros	83,55	2461	0,0018381	0,0424898	4,5236
Bombril	PN	BOBR4	Química	94,11	2327	-0,0003144	0,0368947	-0,7316
Bradesco	PN	BBDC4	Finanças e Seguros	100,00	2527	0,0008209	0,0279633	2,0743
Brasil	ON	BBAS3	Finanças e Seguros	99,26	2489	0,0003962	0,0316371	0,9861
Brasil Telecom	PN	BRTO4	Telecomunicações	99,52	2509	0,0004025	0,0324615	1,0099
Braskem	PNA	BRKM5	Química	99,57	2511	0,0004858	0,0296874	1,2197
Cemig	PN	CMIG4	Energia Elétrica	99,97	2526	0,0005235	0,0491218	1,3225
Cesp	ON	CESP3	Energia Elétrica	97,47	2474	-0,0003738	0,0418652	-0,9247
Coelce	PNA	COCE5	Energia Elétrica	84,41	1984	0,0011026	0,0369772	2,1875
Confab	PN	CNFB4	Sid. e Metalurgia	95,56	2371	0,0010508	0,0327143	2,4914
Copel	ON	CPLE3	Energia Elétrica	97,47	2472	0,0001033	0,0316613	0,2554
Copesul	ON	CPSL3	Química	86,25	2389	0,0008375	0,0284151	2,0009
Coteminas	PN	CTNM4	Têxtil	89,95	2176	0,0001340	0,0285246	0,2916
Duratex	PN	DURA4	Outros	99,69	2516	0,0003277	0,0246296	0,8246
Eletrobras	PNB	ELET6	Energia Elétrica	100,00	2527	0,0000976	0,0369536	0,2466
F. Cataguazes	PNA	FLCL5	Energia Elétrica	83,21	2416	0,0003857	0,0353498	0,9319
Fosfertil	PN	FFTL4	Química	99,23	2500	0,0006753	0,0274637	1,6882
Gerdau	PN	GGBR4	Sid. e Metalurgia	99,23	2500	0,0012336	0,0307982	3,0841

Inepar	PN	INEP4	Outros	99,69	2519	-0,0009833	0,0451605	-2,4770
Ipiranga Petr.	PN	PTIP4	Petróleo e Gás	91,66	2517	0,0002985	0,0308572	0,7512
Itaubanco	PN	ITAU4	Finanças e Seguros	100,00	2527	0,0011749	0,0261373	2,9689
Itausa	PN	ITSA4	Outros	99,80	2520	0,0011417	0,0260821	2,8771
Klabin S/A	PN	KLBN4	Papel e Celulose	99,83	2520	0,0007043	0,0332485	1,7749
L. Americanas	PN	LAME4	Comércio	98,38	2472	0,0008433	0,0343781	2,0846
Magnesita	ON	MAGS5+3	Mineração	93,97	2315	0,0005964	0,0295585	1,3808
Marcopolo	PN	POMO4	Veículos e peças	87,48	1882	0,0009349	0,0285356	1,7595
P. Açúcar-CBD	PN	PCAR4	Comércio	92,57	2266	0,0007642	0,0298606	1,7317
Paranapane ma	PN	PMAM4	Sid. e Metalurgia	93,82	2327	-0,0001074	0,0456731	-0,2500
Petrobras	PN	PETR4	Petróleo e Gás	99,89	2523	0,0010104	0,0294402	2,5492
Randon Part.	PN	RAPT4	Veículos e peças	96,41	2401	0,0006039	0,0374409	1,4501
Sabesp	ON	SBSP3	Outros	86,74	1931	-0,0003449	0,0341205	-0,6661
Sadia S/A	PN	SDIA4	Alimentos e Bebidas	99,94	1819	0,0017672	0,0281686	3,2146
Sid. Nacional	ON	CSNA3	Sid. e Metalurgia	99,80	2520	0,0008826	0,0312339	2,2242
Souza Cruz	ON	CRUZ3	Outros	99,17	2498	0,0012393	0,0252918	3,0957
Suzano Papel	PNA	SUZB5	Papel e Celulose	91,49	1682	-0,0001943	0,0323115	-0,3267
Telesp	PN	TLPP4	Telecomunicações	99,97	1607	0,0003674	0,0294549	0,5905
Unibanco	PN	UBBR4	Finanças e Seguros	97,27	2432	0,0008216	0,0299871	1,9982
Unipar	PNB	UNIP6	Química	99,74	2515	0,0012930	0,0321978	3,2520
Usiminas	PNA	USIM5	Sid. e Metalurgia	99,97	2525	0,0008532	0,0331998	2,1542
Vale	PNA	VALE5	Mineração	99,97	2525	0,0011411	0,0278522	2,8814
VCP	PN	VCPA4	Papel e Celulose	97,15	2426	0,0006710	0,0289563	1,6278

Nota: "Média" é o retorno logarítmico médio diário. "Soma" é a soma destes retornos. "Presença" é o percentual do número total de dias no período (2527) em que a ação negociou.

