COPPEAD/UFRJ

RELATÓRIO COPPEAD Nº 26

"OS FUNDAMENTOS DE DECISÕES FINACEIRAS DE FIRMAS SOB CONDIÇÕES DE CERTEZA"

Ney Roberto Ottoni de Brito
e
Pedro Brito Nascimento

Dezembro de 1978

Coordenador da Área de Economia e Finanças da COPPEAD - Programa de Pós-Graduação em Administração da Universidade Federal do Rio de Janeiro e Analista do Banco do Nordeste do Brasil, respectivamente. Os autores agradecem os comentários de Eduardo Facó Lemgruber.

I. INTRODUÇÃO

Este trabalho objetiva analisar as decisões financeiras de longo prazo de firmas em um mundo onde existe completa certeza quanto aos eventos e resultados que ocorrerão no futuro. Nele são discutidas não só as decisões de investimento, de estrutura de capital e de dividendos de firmas sob suposição que o mercado de capitais é perfeito, competitivo e completo como também o impacto de imperfeições e inexistência de um mercado de capitais completo sobre a mais importante decisão financeira de longo prazo de firmas: a decisão de investimento.

Numa boa parte do trabalho examinam-se as decisões de longo prazo de firmas sob condições ideais: certeza, mercados perfeitos, competitivo e completos. Procura-se desenvolver neste contexto mais simples todo um procedimento lógico e estrutural para o exame das decisões financeiras de firmas. Depois, eliminando-se algumas das suposições "ideais" e usando-se o procedimento e instrumental desenvolvidos, examina-se o impacto sobre decisões financeiras de firmas. Com a mudança de um sistema econômico ideal e restrito para um sistema econômico mais geral e irrestrito deve-se ter em mente que (i) os problemas do sistema ideal e restrito serão problemas no sistema mais geral e irrestrito e (ii) o que não era problema no sistema ideal e restrito pode vir a ser problema no sistema mais geral e irrestrito. O exame de sistemas simples é pois relevante para o entendimento de sistemas complexos: por ele sabem-se, com certeza, alguns dos problemas a serem enfrentados em sistemas complexos, mais gerais e irrestritos. Apesar do mundo "real" envolver incerteza, mercados imperfeitos, pouco competitivos e incompletos, a análise sob condições de certeza deste trabalho é relevante para um melhor entendimento de finanças. O exame das decisões financeiras de longo prazo de firmas depende fundamentalmente da estrutura de taxas de juros da economia. É pois relevante entender as propriedades das taxas de juros de equilíbrio do mercado de capitais. A taxa de juros do mercado de capitais é um preço como qualquer outro, é o preço de recursos futuros em termos de recursos de hoje.

No trabalho serão discutidos os fundamentos da teoria de preços clássica, desenvolvida em mercados de bens no capítulo II. No capítulo III é demonstrado como preferências por bens ao longo do tempo induz a preferência por recursos ao longo do tempo e como curvas de produção de bens induzem a curvas de transferência de recursos ao longo do tempo. Ainda no capítulo III são examinadas as decisões de produção e consumo de recursos ao longo do tempo. No capítulo IV discutem-se os critérios utilizados para a tomada de decisões de investimentos em nosso sistema econômico onde tudo é certo. O trabalho se encerra com uma

discussão e sumário de suas principais conclusões. Ao final dos capítulos III e IV uma série de questões de aparente interesse são apresentadas. A sua discussão servirá para solidificar os conceitos discutidos nos capítulos.

Finalmente, por uma questão de perspectiva histórica, cabe destacar que a maior parte dos princípios discutidos neste trabalho foram desenvolvidos por Fisher [7] em meados da década de 1930. O seu desenvolvimento não é tão rigoroso quanto o deste trabalho mas a sua estrutura lógica é impressionante. Pena que este trabalho tenha sido esquecido por algumas décadas.

II. OS FUNDAMENTOS DA TEORIA DE PREÇOS

O papel da taxa de juros é de grande importância para Finanças em geral, ela tanto é importante para o objeto principal deste livro, Finanças Corporativa, quanto é importante para o outro ramo básico, Mercado de Capitais. É conveniente lembrar que taxas de juros são um preço como qualquer outro: elas representam o preço de recursos financeiros futuros em termos de recursos financeiros de hoje[1]. Elas são pois o preço de transferência de recursos no tempo.

Sendo a taxa de juros um preço ela será determinada pela interação de preferências de indivíduos e oportunidades de transformação ou produção como qualquer outro preço. Neste capítulo serão revistos os aspectos fundamentais da teoria de preços para que nos próximos capítulos possam ser utilizados para o exame de decisões financeiras. Os aspectos fundamentais que serão aqui examinados são: Utilidade e Preferências do Consumidor, As Oportunidades de Produção, O Equilíbrio de Mercado e Propriedades do Equilíbrio de Mercado.

II.1 - Utilidade e Preferências do Consumidor

Aqui busca-se representar o processo de determinação de preferências dos indivíduos consumidores do ambiente econômico. Para que qualquer indivíduo possa identificar e ordenar as preferências de qualquer outro indivíduo é necessário que as preferências de qualquer indivíduo possam ser representadas de forma objetiva e numérica. Números são imediatamente comparáveis por quaisquer pessoa e desde que uma pessoa forneça a outra números associados a todas as combinações de consumo possíveis, a outra pessoa poderá identificar precisamente as suas preferências. Como o número de combinações possíveis é muito grande, ao invés de associar um número a cada combinação de consumo de cada consumidor a teoria de preços supõe que as preferências de cada comsumidor podem ser representadas por uma função, a função utilidade do consumidor. Ela será aqui definida como

$$U\ (x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n) \qquad (1)$$

onde x_i representa a quantidade do i-ésimo bem na cesta de consumo do consumidor.

A suposição de que o processo de escolha e preferência de qualquer indivíduo admite uma representação funcional é uma suposição heróica[2]. Para que isto seja possível, duas suposições sobre o processo de escolha de indivíduos são necessárias e constituem-se em axiomas da teoria de preços:

(i) a axioma de comparabilidade — todo indivíduo é suposto ser capaz de ordenar suas preferências por quaisquer. Dadas duas cestas de consumo A e B o consumidor saberá sempre se prefere A a B, se prefere B a A ou se está indiferente entre as duas cestas.

(ii) o axioma de transitividade — dadas três cestas de mercadorias, A, B e C, se o consumidor prefere A a B e prefere B a C então o consumidor prefere A a C[3].

Observe que estes dois axiomas seriam obviamente necessários para reduzir escolhas a uma representação funcional. Como dois números são sempre comparáveis é preciso que indivíduos sempre saibam comparar alternativas. Mais ainda, como a ordenação numérica é sempre transitiva é necessário que as ordenações elementares de escolha também sejam transitivas para que admitam uma representação funcional.

Estes dois axiomas são suficientes para permitir uma representação funcional de escolhas. Entretanto para garantir a regularidade do processo de escolhas duas suposições ou axiomas adicionais são necessários:

(iii) o axioma de não saciedade ou de "bens são bens" — qualquer consumidor nunca preferirá ter uma menor quantidade de qualquer bem de consumo em sua cesta e

(iv) o axioma de convexidade — se qualquer consumidor está indiferente entre duas cestas A e B então a cesta $Z = \alpha A + (1 - \alpha) B$ onde $0 < \alpha > 1$ será preferida às cestas A e B.

Em palavras, o axioma de não saciedade nos diz que o consumidor nunca será prejudicado por dispor de mais bens e ele elimina a possibilidade de satisfação por "jogar ovos da ponte". O axioma de convexidade é essencialmente um axioma de diversificação, ele nos diz que combinando convexamente duas cestas entre as quais está indiferente, o indivíduo nunca será prejudicado. É o axioma de que "nem só de pão ou carne vive o homem".

Aceitando-se que todos os indivíduos na economia satisfazem a estes quatro axiomas pode-se supor que suas preferências e escolhas admitem uma representação funcional como indicada pela relação (1) e apresentando características de regularidade. Entretanto esta representação funcional não necessita ser uma medida cardinal. Se a utilidade de uma cesta A é $U(A) = Z$ e se a utilidade

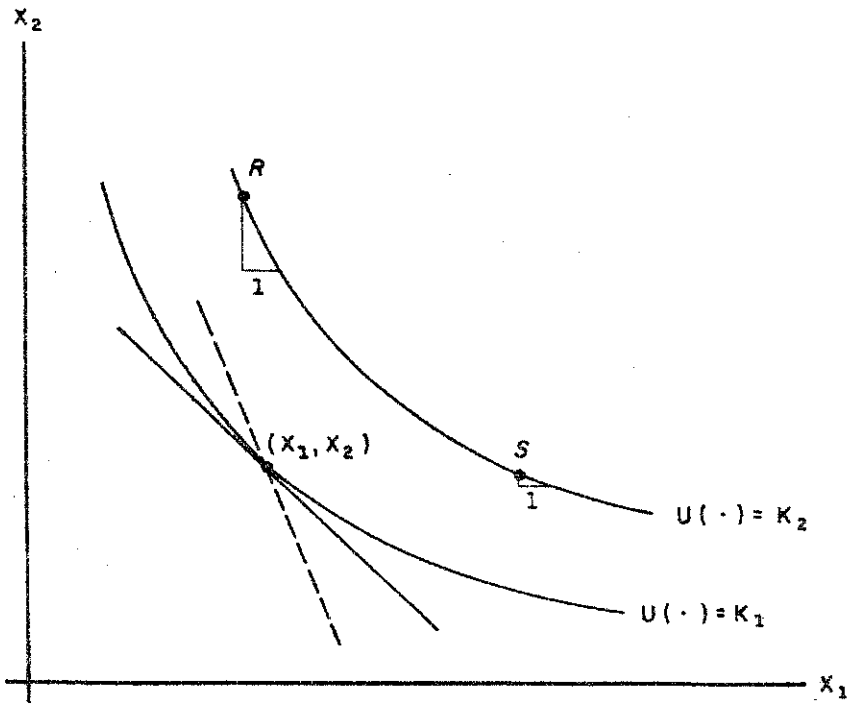
de uma cesta B é U(B) = 4 isto não quer dizer que a cesta B é duas vezes mais desejável que a cesta A. Isto quer apenas dizer que a cesta B é mais desejável do que a cesta A. A representação funcional de preferência necessita pois apresentar apenas as características de medida ordinal[4].

Utilizando a função utilidade de um indivíduo podemos passar a caracterizar suas curvas da indiferença, um aspecto de importância para a caracterização de um equilíbrio e escolhas do indivíduo. Pode-se definir uma curva de indiferença do indivíduo como o lugar geométrico das cestas de consumo que lhe oferecem idêntica satisfação e entre as quais ele é indiferente. Para simplificar prosseguir-se-á para uma análise gráfica a duas dimensões em um mundo com dois bens. Se x_1 indica a quantidade do primeiro bem e x_2 a quantidade do segundo bem na cesta de consumo, então se forem representadas graficamente todas as cestas (x_1, x_2) que oferecem nível de satisfação K_1 ter-se-á uma curva como $U(x_1, x_2) = K_1$ na figura II.1. Para o nível de satisfação $K_2 > K_1$ se teria uma curva como $U(x_1, x_2) = K_2$ na figura. Para os diversos níveis de satisfação obter-se-iam as diversas curvas de indiferença do indivíduo. Elas compõem o seu mapa de curvas de indiferença ou o seu mapa de indiferença na terminologia usual da teoria de preços.

Associado às curvas de indiferença do indivíduo encontra-se o importante conceito de taxa marginal de substituição. Considere-se a curva de indiferença $U(x_1, x_2) = K_1$, e seu ponto (X_1, X_2) na figura II.1. O indivíduo naquele ponto estaria indiferente a trocar quantidades marginais do primeiro bem por quantidades marginais do segundo bem segundo uma taxa igual à tangente à curva que também é indicada na figura. Esta taxa é a chamada Taxa Marginal de Substituição entre os dois bens no ponto (X_1, X_2). É interessante observar que se o indivíduo estiver na combinação (X_1, X_2) e puder trocar quantidades dos dois bens a uma taxa melhor do que a Taxa Marginal de Substituição (TMS) ele o fará pois elevará seu nível de satisfação. Isto pode ser observado diretamente na figura II.1 se considerarmos uma taxa de troca igual à da reta pontilhada. Por métodos matemáticos pode-se obter o valor preciso de TMS em qualquer ponto, ele será dado por[5]

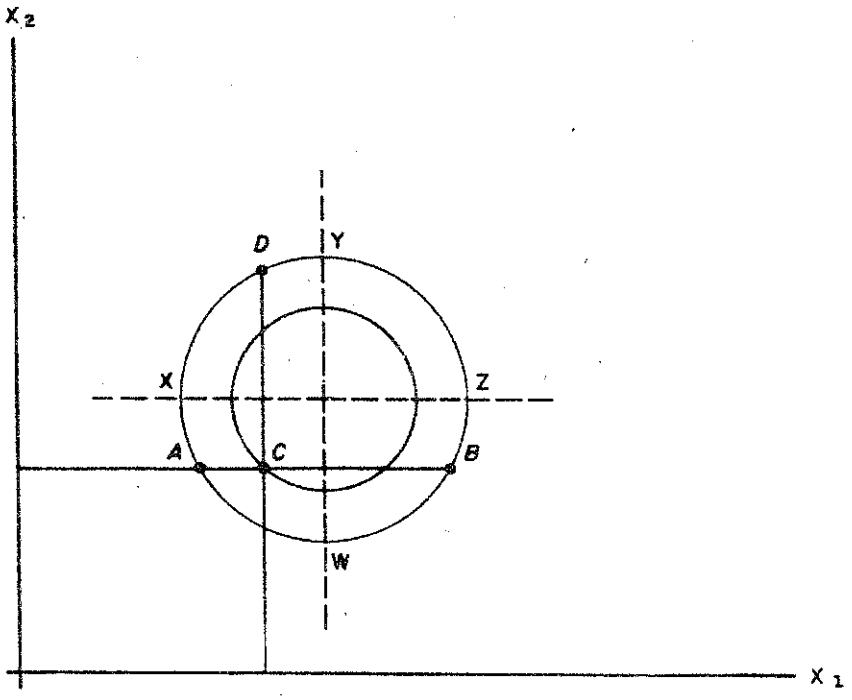
$$TMS(x_1, x_2) = -\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{U_1'}{U_2'} \qquad (2)$$

onde U_i' indica a utilidade marginal proporcionada pelo i-ésimo bem no ponto em estudo.



CURVAS DE INDIFERENÇA

FIGURA II - 1



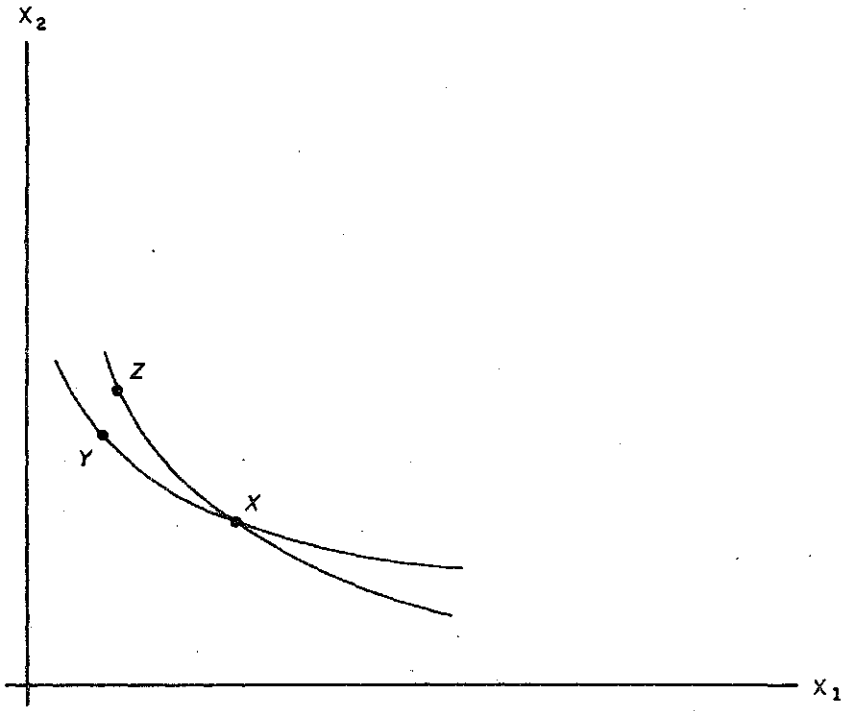
PROPRIEDADES DE CURVAS DE INDIFERENÇA

FIGURA II - 2

Seria interessante destacar algumas propriedades de curvas de indiferença. A primeira propriedade importante de curvas de indiferença é que elas são convexas em relação à origem e negativamente inclinadas, dados os axiomas (iii) e (iv) que caracterizam os indivíduos da economia. Esta propriedade pode ser derivada matematicamente mas pode ser mostrada através de análise gráfica. Pelo axioma de convexidade as combinações convexas de cestas indiferentes devem apresentar nível superior de satisfação. Um mapa de indiferença que apresenta esta propriedade é o mapa de curvas circulares da figura II.2, as cestas de consumo A e B estão sobre a mesma curva de indiferença e a cesta C, uma combinação convexa de A e B, está sobre uma curva de indiferença com nível de satisfação superior. O segmento X Y Z da curva superior é côncavo o que parece violar a propriedade apresentada. Entretanto, observe que a cesta C apresenta um nível de satisfação superior à cesta D que tem maior quantidade do segundo bem. Isto é inconsistente com o axioma de não-saciedade e portanto não pode ocorrer. O mesmo argumento pode ser desenvolvido para o segmento ZBW que apresenta inclinação positiva. A cesta B apresenta uma maior quantidade do primeiro bem mas parece ser dominada pela cesta C. Isto é inconsistente com o axioma de não-saciedade. Ficamos pois restritos a ter curvas de indiferença como no trecho XAW, apresentando convexidade em relação à origem e inclinação negativa.

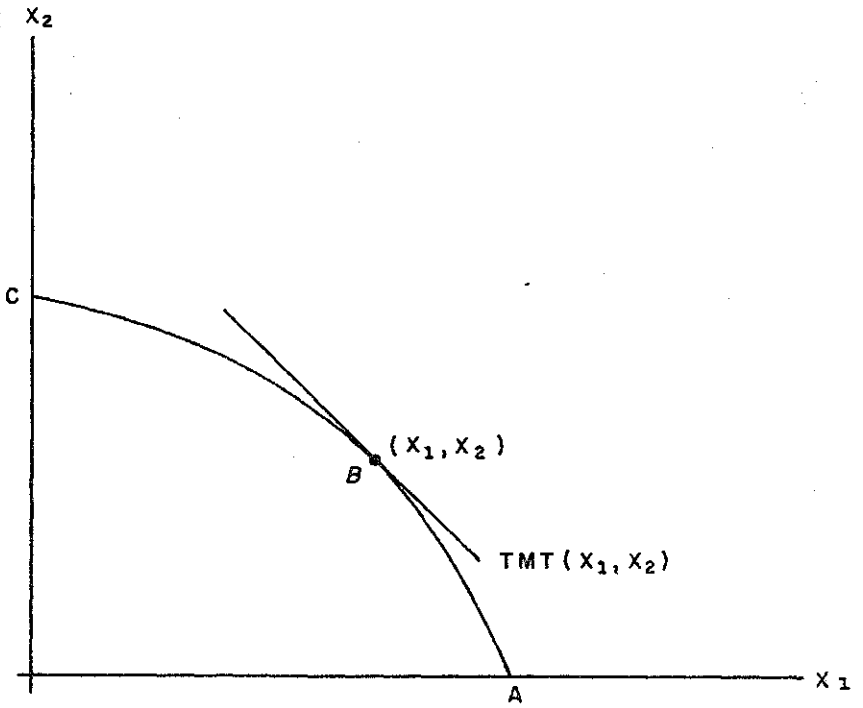
Esta propriedade implica em que as taxas marginais de substituição entre os bens são crescentes em valor mas decrescentes em valor absoluto. Isto implica em que o valor de um bem em relação ao outro será tanto maior quanto menor for sua quantidade na cesta de consumo. A figura II.1 ilustra o ponto com clareza. Quando o indivíduo detém a cesta R ele está disposto a trocar uma grande quantidade do abundante segundo bem por uma unidade do primeiro bem mas quando ele detém a cesta S, que já contém bem mais do primeiro bem, ele estará disposto a ceder uma quantidade bem menor do segundo bem por uma unidade do primeiro bem.

Uma outra propriedade importante de mapas de indiferença é que duas de suas curvas nunca podem se cruzar. Considere duas curvas de indiferença que se cruzem como mostrado na figura II.3. Seja X a cesta correspondente ao ponto de cruzamento. A cesta Y está sobre a mesma curva de indiferença que X e o mesmo acontece com a cesta Z. Entretanto, Y e Z apresentam níveis de satisfação diferentes e não estão sobre a mesma curva da indiferença. Isto é obviamente inconsistente com o fato de ambas deverem ser indiferentes à cesta X. Duas curvas de indiferença não poderão nunca se cruzar.



DUAS CURVAS DE INDIFERENÇA NÃO SE CRUZAM

FIGURA II - 3



UMA POSSÍVEL CURVA DE PRODUÇÃO

FIGURA II - 4

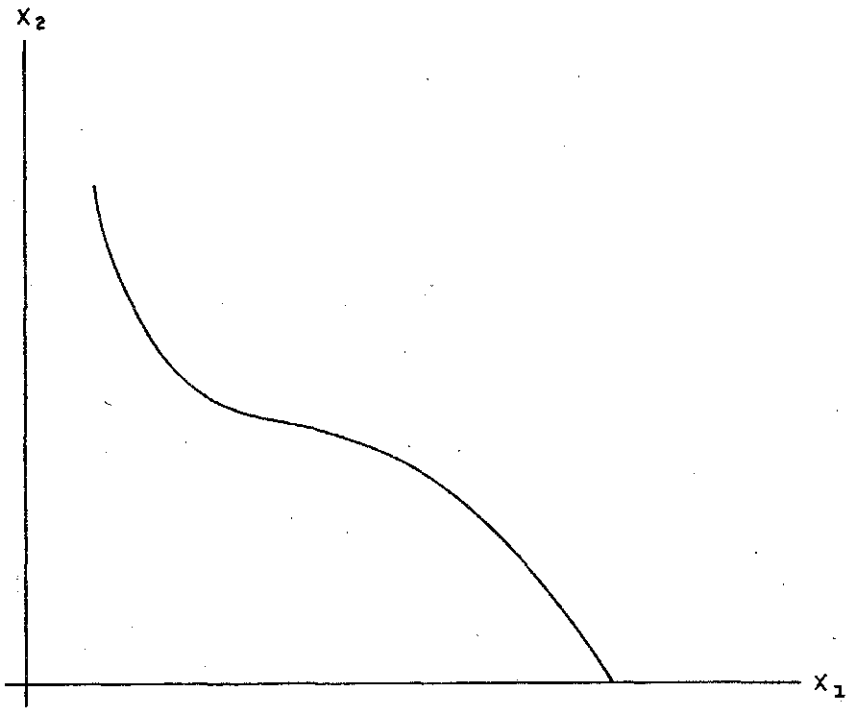
II.2 - As Oportunidades da Produção

A oferta global de bens na economia usualmente não é rigidamente fixada ou inelástica. Redistribuindo-se a alocação de insumos para as diversas atividades de produção podem-se modificar os níveis de produção de bens e sua oferta global. Parece óbvio que estas oportunidades de produção são relevantes para a determinação de preços de bens no sistema econômico.

Simplificando a análise considere-se em maior detalhe o caso de uma economia com dois bens. Seja x_1 a quantidade produzida do primeiro bem e x_2 a do segundo bem. Para cada alocação de insumos às atividades de produção tem-se uma cesta (x_1, x_2) produzida e se a alocação de insumos for eficiente será impossível aumentar a quantidade produzida de qualquer bem sem reduzir a quantidade produzida do outro bem. Se fossem registradas em um gráfico todas as cestas (x_1, x_2) eficientes ter-se-ia uma curva de produção[6] como apresentada na figura II.4.

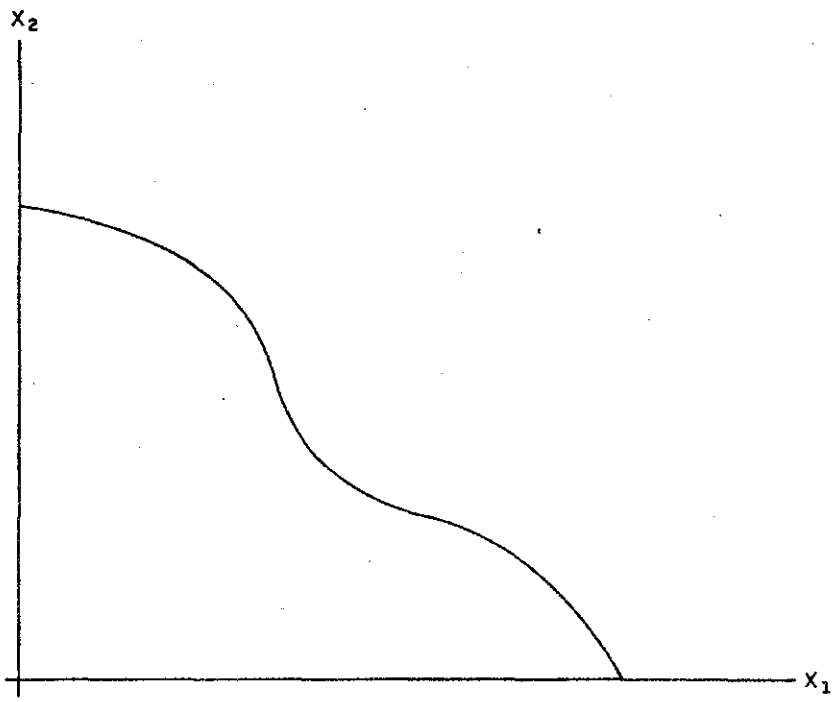
A curva de produção mostrada na figura apresenta uma importante propriedade: ela é côncava em relação à origem. Para entender seu significado é necessário definir a Taxa Marginal de Transformação (TMT) entre os dois bens. Esta taxa é a taxa em que se poderia aumentar marginalmente a produção de um bem retirando-se insumos alocados à produção do outro bem e reduzindo-se sua produção. Matematicamente ela é a tangente à curva de produção na cesta (x_1, x_2), como indicado na figura[7]. O significado da propriedade de concavidade aparece se forem consideradas as cestas de produção A, B e C na figura. Quando se está na cesta A pode-se transformar uma pequena quantidade do primeiro bem em grande quantidade do segundo. Ao aumentar a produção x_2 e atingir a cesta B a mesma quantidade do primeiro bem poderá ser transformada em quantidade bem menor do segundo bem. Com a aproximação da cesta C pequenos aumentos da produção x_2 requerem grandes reduções da produção x_1 do primeiro bem. Em palavras a suposição de concavidade implica em retornos decrescentes de escala nas atividades de produção de qualquer dos bens[8]. Inversamente, regiões convexas de uma curva de produção são associadas a retornos crescentes de escala.

A existência de economias e retornos crescentes de escala em intervalo ilimitado é inconsistente com equilíbrio no sistema econômico. Uma curva de produção como a da figura II.5 não poderia pois existir, nela quantidades infinitesimais de x_1 poderiam ser transformadas em quantidades infinitas de x_2, algo que não parece razoável[9]. Entretanto, é possível que existam curvas de produção que apresentem retornos crescentes de escala em intervalos limitados. Um



CASO IMPOSSÍVEL DE CURVA DE PRODUÇÃO

FIGURA II - 5



CASO POSSÍVEL DE CURVA DE PRODUÇÃO

FIGURA II - 6

exemplo seria o apresentado na figura II.6. Como veremos adiante em uma economia de mercado uma cesta de produção localizada em trecho convexo da curva nunca seria ótima[10]. Este trabalho prosseguirá com a suposição implícita de que curvas de produção são côncavas em todo o seu domínio para evitar complicações desnecessárias.

Finalmente, convém não esquecer que curvas de produção são determinadas pelo nível de tecnologia disponível ao sistema econômico. Como o nível tecnológico de um sistema é uma variável dinâmica no tempo, curvas de produção são igualmente dinâmicas no tempo. O impacto de inovações tecnológicas sobre o vetor de preços de bens na economia pode ser decomposto em dois estágios: o primeiro impacto é deslocar as curvas de produção provocando a seguir reajustes em preços.

II.3 - Equilíbrio Em Economia Puramente de Troca

Podemos agora prosseguir para examinar como preferências e oportunidades de produção interagem em mercados para a determinação de preços de bens. Inicialmente vamos considerar as propriedades de equilíbrio em uma economia puramente de troca onde inexistem oportunidades de produção. Nesta economia indivíduos chegam a mercados com seus orçamentos ou com uma cesta de bens bem definida e transacionam livre e atomisticamente, isto é, nenhum indivíduo tem ou exerce poder de influenciar preços de mercado e todos os indivíduos aceitam preços como dados[11].

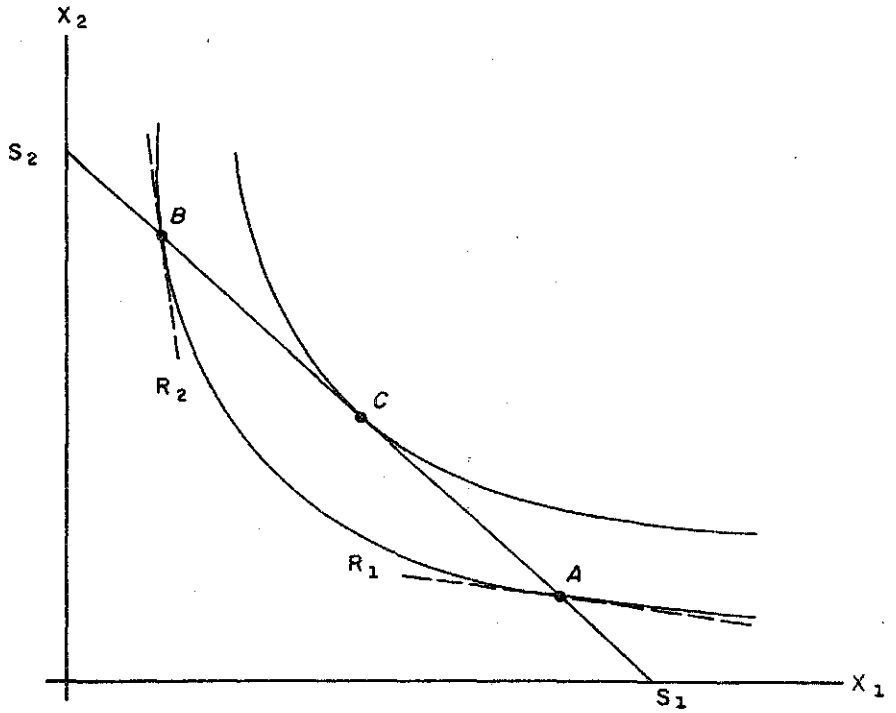
Nesta economia o conjunto de cestas de consumo viáveis a qualquer indivíduo é limitado pelo nível de preços de bens e pelo seu orçamento. Continuando com a hipótese simplificadora de uma economia com dois bens, defina

x_1 = quantidade adquirida do primeiro bem,
x_2 = quantidade adquirida do segundo bem,
p_1 = preço do primeiro bem,
p_2 = preço do segundo bem,
S = orçamento disponível ao indivíduo.

O conjunto de cestas viáveis é aquele que satisfaz à relação

$$x_1p_1 + x_2p_2 = S \qquad (3)$$

o que representa uma relação linear no nosso plano de consumo. Esta relação é usualmente chamada de "reta de orçamento" do indivíduo e corresponde à reta S_1S_2 na figura II.7. Se o indivíduo alocar o seu orçamento ao consumo do primeiro bem ele consumirá $S_1 = \frac{S}{p_1}$ do bem e se fizer o mesmo para o segundo bem ele consu



EQUILÍBRIO EM ECONOMIA DE TROCA

FIGURA II - 7

mirá $S_2 = \frac{S}{p_2}$ do bem. A inclinação da reta de orçamento é pois p_1/p_2.

Vamos agora examinar a condição de equilíbrio. Considere que o indivíduo esteja com a cesta de consumo A indicada na figura II.7. O indivíduo estaria disposto a trocar o primeiro bem pelo segundo à razão de sua Taxa Marginal de Substituição (TMS) indicada pela reta R_1. Entretanto, a taxa de troca oferecida pelo mercado e determinada pela reta de orçamento é superior à TMS do indivíduo. O indivíduo aumentará pois sua satisfação se trocar o primeiro bem pelo segundo aos preços de mercado subindo a reta de orçamento. Ao chegar na cesta representada pelo ponto C, o indivíduo terá uma TMS exatamente igual à taxa de troca de bens oferecida pelo mercado e estará indiferente a trocar um bem pelo outro não demandando maiores ou menores quantidades de qualquer dos bens. A cesta C é pois a cesta ótima e de equilíbrio para o indivíduo, uma conclusão que poderia ser tirada graficamente pois a condição de tangência faz com que ela se situe sobre a curva de indiferença com mais alto nível de satisfação. Conclusão idêntica seria obtida se o indivíduo estivesse com a cesta de consumo B indicada na figura[12]. Neste caso ele desceria a reta de orçamento trocando o segundo bem pelo primeiro até atingir a cesta de equilíbrio C.

Em equilíbrio na nossa economia de troca vigorará para qualquer indivíduo a condição TMS = Inclinação da Reta de Orçamento o que pode ser expresso por[13]

$$TMS = \frac{U_1'}{U_2'} = \frac{p_1}{p_2}, \qquad (4)$$

observadas as definições da relação (2). Como todos os indivíduos fazem face a idênticos preços, em equilíbrio as TMS de todos os indivíduos serão idênticas e iguais a relação de preços. Definindo-se TMS_j como a Taxa Marginal de Substituição do j-ésimo indivíduo em equilíbrio teremos

$$TMS_j = \frac{p_1}{p_2} \text{ para qualquer indivíduo } j. \qquad (5)$$

A importância desta propriedade será discutida adiante.

II.4 - Equilíbrio Em Economia Somente Com Oportunidades de Produção

Passa-se agora a examinar as características de equilíbrio em uma economia na qual indivíduos têm oportunidades de produção mas não têm oportunidades de troca por inexistirem mercados. Um exemplo de economia deste tipo seria uma estrutura na qual cada indivíduo tem sua própria fazenda[14] e produz para

seu consumo individual não trocando sua produção com a produção dos outros indivíduos.

Nesta economia a situação de cada indivíduo pode ser representada graficamente como apresentado na figura II.8, se continuar a hipótese simplificadora de existirem apenas dois bens. A cesta ótima de produção e consumo do indivíduo seria a cesta P onde a mais elevada curva de indiferença tangencia a curva de produção. Examine-se entretanto o racional econômico implícito nesta óbvia interpretação gráfica. Considere que o indivíduo esteja produzindo e consumindo a cesta A da figura. Nesta cesta ele estaria indiferente a trocar quantidades do segundo bem por quantidades do primeiro bem à sua Taxa Marginal de Substituição (TMS). Entretanto ele pode trocar o segundo bem pelo primeiro realocando os insumos em sua fazenda. Esta razão de troca seria a Taxa Marginal de Transformação (TMT) de sua curva de produção. Como indicado na figura, em valor relativo TMT > TMS e utilizando suas oportunidades de produção o indivíduo pode obter, em troca pelo segundo bem, uma quantidade do primeiro bem superior àquela que o deixaria indiferente. Utilizando as oportunidades de produção ele aumentará sua utilidade e satisfação até chegar cesta P onde[15]

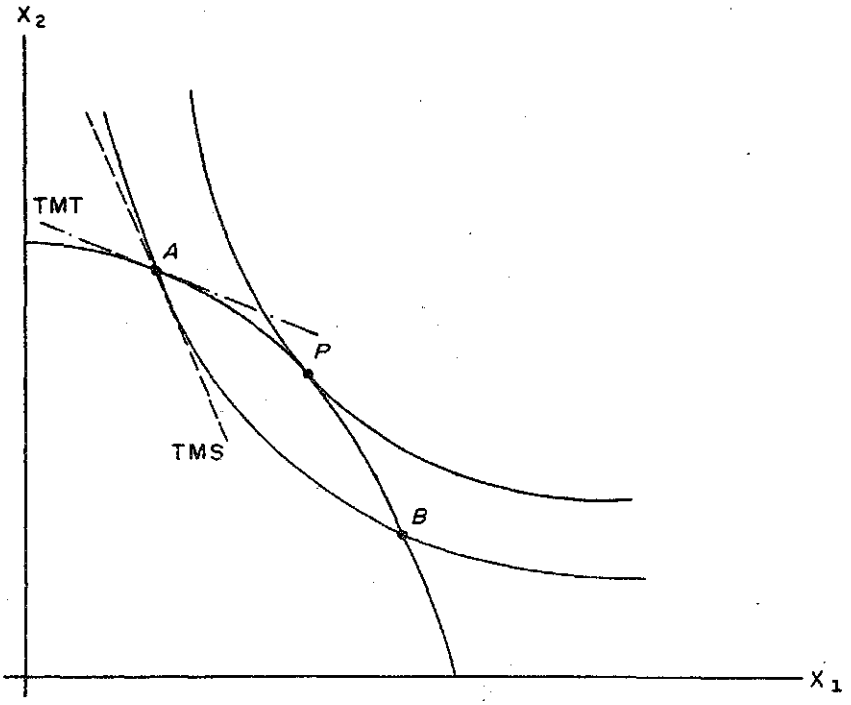
$$TMT = \frac{T_1'}{T_2'} = TMS = \frac{U_1'}{U_2'} . \qquad (6)$$

Esta seria pois a condição de equilíbrio na nossa economia. Conclusão idêntica seria obtida se fosse examinada a cesta B: o indivíduo também se deslocaria até a cesta P trocando quantidades do primeiro bem por quantidades do segundo bem.

Na conclusão desta seção é interessante destacar uma diferença fundamental entre as condições de equilíbrio em uma economia de troca e em uma economia somente com oportunidades de produção. Considerem-se dois indivíduos diferentes, o j-ésimo e o k-ésimo indivíduos. Pela relação (5), em uma economia de troca teremos sempre $TMS_j = TMS_k$ mas como a relação (6) depende de parâmetros subjetivos, em economia somente com oportunidades de produção em geral tem-se $TMS_j \neq TMS_k$. A importância desta diferença nas duas economias será discutida adiante.

II.5 - Equilíbrio Em Economia Com Oportunidades de Produção e Troca

Será analisado agora o caso mais geral de uma economia onde os indivíduos têm oportunidades de produção e oportunidades de troca de bens em mercados. Esta economia será examinada sob a hipótese de competição atomística[16] e



EQUILÍBRIO COM PRODUÇÃO E SEM TROCAS

FIGURA II - 8

sob a hipótese simplificadora de existirem apenas dois bens na economia.

O processo de escolha de um indivíduo pode ser examinado graficamente como apresentado na figura II.9. Suponha que nosso indivíduo inicialmente estivesse produzindo e consumindo a cesta A. Ele pode modificar a sua cesta de consumo através da curva de produção à Taxa de Marginal de Transformação na cesta A (TMT_A) ou pode modificar sua cesta de consumo através de trocas à taxa do mercado (TME), ao longo da reta M_A. Como apresentado na figura, as duas taxas de modificação oferecem condições de troca do segundo bem pelo primeiro melhores que aquela que deixaria o indivíduo indiferente, sua Taxa Marginal de Substituição em A (TMS_A). Como $TMT_A > TME > TMS_A$ o indivíduo optará por modificar sua cesta de consumo ao longo da curva de produção à taxa TMT_A. Isto o levará da cesta A até a cesta ótima de produção P onde ele estará indiferente a modificar sua cesta via produção ou via mercado pois $TMT_p = TME$. Entretanto a taxa de mercado ainda é superior à taxa de troca que deixaria o indivíduo indiferente a trocas do primeiro bem pelo segundo. O indivíduo subirá a reta S_1S_2 vendendo o primeiro bem e comprando o segundo até atingir o ponto C onde $TMS_c = TME$ e ele estará indiferente a trocar um bem pelo outro. Em equilíbrio o indivíduo produzirá a cesta P, consumirá a cesta C e

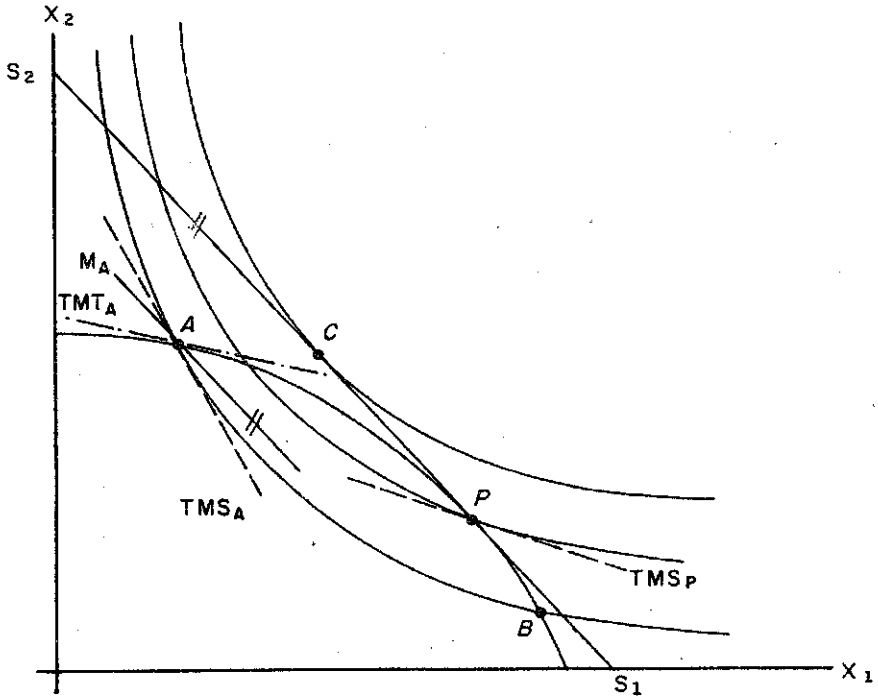
$$TMT_p = TMS_c = TME \tag{7}$$

ou, matematicamente[17] e utilizando as relações (4) a (6),

$$\left(\frac{T_1'}{T_2'}\right)_p = \left(\frac{U_1'}{U_2'}\right)_c = \frac{p_1}{p_2} \tag{8}$$

Observe que a relação (5) continua a vigorar em nossa economia, isto é, em equilíbrio as taxas marginais de substituição de todos os indivíduos são iguais e iguais à razão de preços.

Finalmente cabe observar a separação que existe entre decisões de produção e consumo em nossa economia. As cestas ótimas de produção (P) e consumo (C) serão em geral diferentes para um mesmo indivíduo. Dada a existência de um mercado onde ele pode "desfazer" as eventuais diferenças entre produção e consumo, no primeiro estágio o indivíduo ajusta a produção de sua firma ou fazenda de modo a atingir o máximo valor de mercado possível. No segundo estágio ele vende parte de sua produção e desloca-se para a cesta de consumo que maximiza sua satisfação e utilidade. Como será discutido adiante, existem aspectos importantes nesta separação entre decisões de produção e consumo.



EQUILÍBRIO EM ECONOMIA COM PRODUÇÃO E TROCA

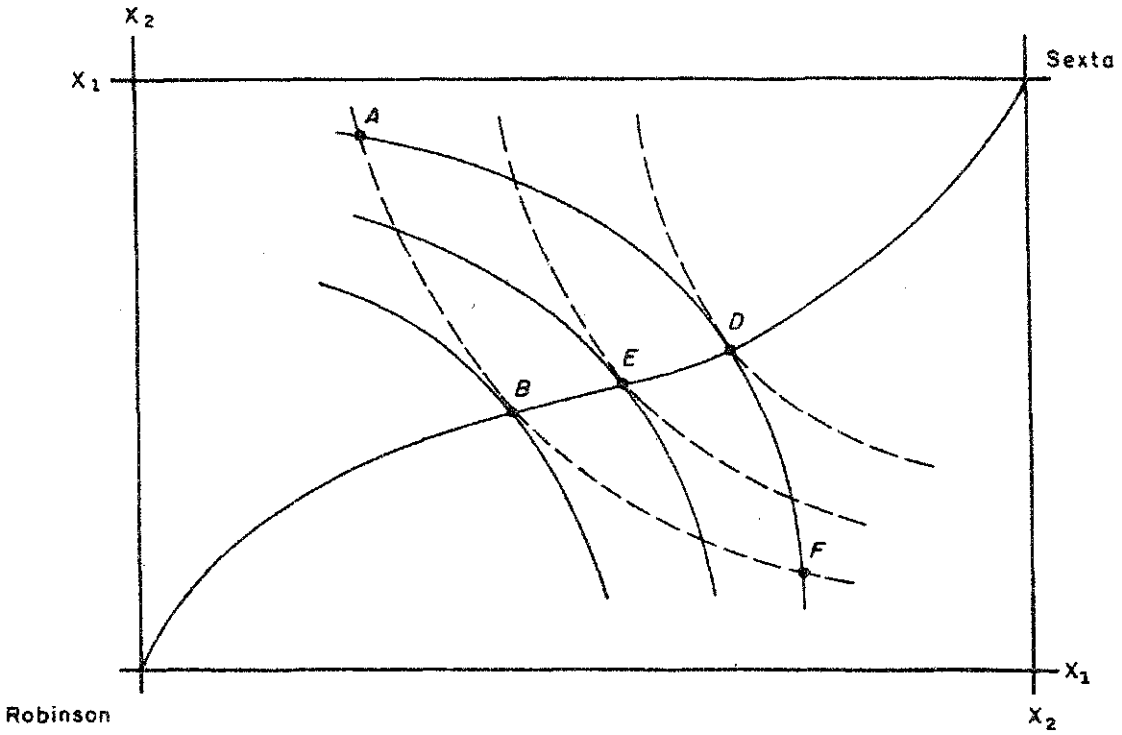
FIGURA II - 9

II.6 - A Eficiência de Alocações Em Mercados

A melhor forma de analisar a eficiência de alocações em mercados é considerar uma economia sem mercados. Considere uma economia com duas ilhas, em uma mora Robinson Crusoé e na outra mora o Sexta-Feira. Como as ilhas são separadas e eles não têm contato, não existem mercados. Os dois indivíduos determinarão os níveis de produção de cada ilha e de seu consumo de acordo com a representação da figura II.8 para uma economia somente com oportunidades de produção. Como observado ao discutirmos esta economia, no caso geral, Robinson Crusoé e Sexta-Feira apresentarão taxas marginais de substituição diferentes em suas cestas ótimas de consumo. Robinson Crusoé poderia estar disposto a trocar 2 unidades do primeiro bem por uma unidade do segundo, uma taxa de troca de 2:1. Sexta-Feira pode estar disposto a trocar os dois bens à taxa de 4:1. Em uma economia com dois bens a situação pode ser representada graficamente como apresentado na figura II.10, a popular Caixa de Edgeworth [18]. A dimensão horizontal da caixa é determinada pela soma das quantidades produzidas do primeiro bem e a dimensão vertical é determinada pela soma das quantidades produzidas do segundo bem. A combinação ótima de Robinson é representada ao longo de (x_1, x_2) e a de Sexta ao longo de (X_1, X_2) e o ponto A representa as cestas dos dois. Como apresentado a TMS de Robinson é diferente da TMS de Sexta.

Passado algum tempo um dos dois constrói uma canoa e chega até a ilha do outro. Ao conversarem rapidamente irão descobrir que sendo a taxa de troca de Robinson 2:1 e a de Sexta 4:1, por exemplo, os dois poderão se beneficiar. Robinson poderia dar a Sexta uma unidade do segundo bem recebendo 3 unidades do primeiro bem em troca e ambos estariam com nível de satisfação mais elevado. Se a razão de troca que eles aceitariam seria 3:1 não é claro mas é claro que eles desenvolveriam rapidamente um mercado estabelecendo uma razão de troca que beneficiasse a pelo menos um deles. Ao desenvolverem este mercado eles se deslocariam para uma situação de equilíbrio como a discutida para uma economia puramente de troca e representada na figura II.7. Em equilíbrio eles se deslocaram para uma alocação onde suas taxas marginais de substituição seriam idênticas e ao atingirem esta igualdade cessariam as negociações.

Na caixa de Edgeworth da figura II.10 pode-se marcar a curva lugar geométrico dos pontos de tangência comum entre as curvas de indiferença de Robinson e Sexta. Pelos motivos discutidos anteriormente qualquer alocação de mercado deverá estar sobre esta curva, razão pela qual ela é denominada curva de contrato. Na figura a curva de contrato vai da origem de Robinson à origem de



A CAIXA DE EDGEWORTH

FIGURA II - 10

Sexta passando pelo segmento BED. A evolução das negociações entre Robinson e Sexta pode agora ser acompanhada na figura. Ao se encontrarem eles perceberam que qualquer ponto dentro da "banana" ABFDA ofereceria maior satisfação aos dois e começaram a negociar. Ao atingirem um ponto sobre a curva de contrato, o ponto E por exemplo, as negociações serão interrompidas pois qualquer realocação diminuirá o nível de satisfação de um dos dois. Esta é uma importante propriedade de alocações de mercado: é impossível por realocação tornar qualquer indivíduo mais satisfeito sem tornar outro menos satisfeito. Por este motivo as alocações de mercados são definidas como Pareto eficientes. Por mais frágil que pareça tal critério de eficiência ele é o único disponível em economia positiva[19]. As alocações em economias centralizadas não satisfazem nem a tal critério mínimo de eficiência alocativa.

NOTAS DE RODAPÉ

(01) Ver a discussão de Van Horne [18] sobre a função econômica de taxas de juros.

(02) Para uma excelente discussão do problema de evoluir de escolha para relações de preferência e para uma representação numérica e funcional ver Chipman, Hurwicz, Richter e Sonnenschein [4]. Para uma discussão clássica de preferências ver Henderson e Quandt [9].

(03) O axioma de transitividade é o mais forte dos axiomas necessários para reduzir o processo de escolha a uma representação funcional. Um excelente exemplo de quão restritivo ele é foi o oferecido por Walsh [20]. Se João prefere sair com a Eliane a sair com a Vera e prefere sair com a Vera a sair com a Betty, não há nada que sugira que necessariamente João prefere sair com a Eliane a sair com a Betty. Para uma discussão de teoria do consumidor sem a suposição de transitividade ver Chipman [5].

(04) Para uma discussão de cardinalidade e ordinalidade de funções utilidade ver Hirshleifer [12].

(05) O valor preciso da taxa marginal de substituição em qualquer ponto pode ser obtido matematicamente. Para o caso de múltiplos bens uma curva de indiferença será definida por $U(x_1, x_2, \ldots, x_n) = K$ conforme apresentado na relação (1). Para o caso de dois bens esta relação se reduz a $U(x_1, x_2) = K$ o que implica que

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial U}{\partial x_2} dx_2 = 0$$

para variações ao longo de uma mesma curva de indiferença. Definindo-se U'_i como a utilidade marginal do i-ésimo bem $\left(\frac{\partial U}{\partial x_i}\right)$ e remanejando a relação acima obtém-se a taxa marginal de substituição:

$$TMS\ (x_1, x_2) = -\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{U'_1}{U'_2}$$

(06) A caracterização precisa de curvas de produção pode ser feita em termos da teoria de produção da teoria mecroeconômica usual. Se se considerar o "caminho de expansão" de insumos para cada bem tem-se de imediato a razão de transformação eficiente entre os bens.

(07) Pode-se obter uma expressão matemática para a Taxa Marginal de Transformação (TMT). Como o conjunto de insumos disponíveis para a produção dos dois bens é constante pode-se definir a curva de produção de forma implícita por

$$T(x_1, x_2) = K.$$

Isto implica em que

$$dT = \frac{\partial T}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial T}{\partial x_2} dx_2 = 0$$

e definindo-se $\frac{\partial T}{\partial x_i} = T'_i$ obtém-se a expressão da taxa,

$$TMT\ (x_1, x_2) = -\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{T'_1}{T'_2}$$

(08) Ou seja, taxas marginais de transformação decrescentes em valor absoluto.

(09) Um excelente exemplo da impossibilidade de existirem curvas como a figura II.5 é o exemplo de canhões e manteiga de Samuelson [16].

(10) As retas de orçamento essencialmente "fechariam" o trecho convexo da curva de produção.

(11) Esta é a clássica suposição de mercados perfeitamente competitivos.

(12) Observe que a taxa de troca do segundo bem pelo primeiro oferecida pelo mercado e pela reta de orçamento é mais favorável que a taxa que deixaria o indivíduo indiferente que é determinada pela TMS no ponto B e pela reta R_2.

(13) Convém destacar que esta é uma condição de equilíbrio individual. Para condições de equilíbrio geral seria necessário satisfazer ainda a condições de demanda agregada ser igual ao estoque disponível dos bens. A derivação matemática da relação (4) é apresentada no Apêndice I.

(14) Ou sua própria ilha se se quiser seguir o clássico exemplo de Robinson Crusoé.

(15) Ver as definições das notas de rodapé (5) e (7). A derivação matemática da relação (6) é apresentada no Apêndice II.

(16) Isto é, indivíduos aceitam preços de mercado como dados e não sujeitos à sua influência quer como produtores quer como consumidores.

(17) Convém relembrar que esta é uma condição de equilíbrio individual, para caracterizar o equilíbrio de mercado condições de igualdade entre oferta e demanda agregados precisam ser impostas. A derivação mais formal das condições (7) e (8) é apresentada no Apêndice III.

(18) Uma discussão do conceito da caixa de Edgeworth pode ser encontrada em qualquer livro clássico de microeconomia. Ver Walsh [20] ou Mansfield [15], por exemplo.

(19) Ver Arrow [2] ou a revisão de Brito [3].

APÊNDICE I

O problema de seleção de cesta de consumo em economia puramente de troca pode ser formulado para o caso de n-bens como

$$\max_{\{x_1, \ldots, x_n\}} \quad U(x_1, \ldots, x_n)$$

$$\text{sujeito a} \quad \sum_{i=1}^{n} p_i x_i = S.$$

Formando-se o lagrangeano do programa obtém-se

$$L = U(x_1, \ldots, x_n) - \lambda(\sum_{i=1}^{n} p_i x_i - S)$$

e as condições de primeira ordem para otimalidade seriam

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial U}{\partial x_i} - \lambda p_i = 0 \tag{A.1}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i - S = 0. \tag{A.2}$$

Supondo-se que as condições de segunda ordem vigorarão e que a cesta ótima envolve quantidades positivas de todos os bens, as relações (A.1) implicam que, em equilíbrio,

$$\frac{\partial U}{\partial x_i} \times \frac{1}{p_i} = \lambda = \frac{\partial U}{\partial x_j} \times \frac{1}{p_j}$$

o que implica na relação de equilíbrio

$$\frac{U_i'}{U_j'} = \frac{p_i}{p_j}, \text{ para quaisquer bens i e j.} \tag{A.3}$$

A relação (A.2) apenas mostra que a restrição orçamentária será satisfeita.

APÊNDICE II

O problema de seleção de cesta de produção e consumo em economia somente com oportunidades de produção pode ser formulado, para o caso geral de n-bens, como

$$\max_{\{x_1, \ldots, x_n\}} \quad U(x_1, \ldots, x_n)$$

$$\text{sujeito a} \quad T(x_1, \ldots, x_n) = K.$$

Formando-se o lagrangeano do programa obtém-se

$$L = U(x_1, \ldots, x_n) - \lambda \left[T(x_1, \ldots, x_n) - K\right]$$

e as condições de primeira ordem seriam

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial U}{\partial x_i} - \lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} = 0 \qquad (A.4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = T(x_1, \ldots, x_n) - K = 0. \qquad (A.5)$$

Supondo-se que as condições de segunda ordem vigorarão e que a cesta ótima envolve quantidades positivas de todos os bens, as relações (A.4) implicam que, em equilíbrio,

$$\frac{U_i'}{T_i'} = \frac{U_j'}{T_j'} = \lambda, \text{ para quaisquer bens i e j.} \qquad (A.6)$$

A relação (A.5) apenas mostra que a cesta ótima estará sobre a curva de produção.

APÊNDICE III

O problema de relação de cestas de produção e de consumo (em geral diferentes) em economia com oportunidades de produção e troca deve ser decomposto em dois estágios. No primeiro estágio determina-se a cesta ótima de produção, aquela que maximiza o valor de mercado da produção. O programa para este primeiro estágio seria.

$$\max_{\{x_1, \ldots, x_n\}} \sum_{i=1}^{n} p_i x_i$$

$$\text{sujeito a} \qquad T(x_1, \ldots, x_n) = K.$$

Formando-se o lagrangeano deste primeiro estágio obtém-se

$$L = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i - \lambda \left[T(x_1, \ldots, x_n) - K\right]$$

e as condições de primeira ordem para otimalidade seriam

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = p_i - \lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} = 0 \tag{A.7}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = T(x_1, \ldots, x_n) - K = 0. \tag{A.8}$$

As condições (A.7) implicam que, em equilíbrio,

$$\frac{T_j'}{T_j'} = \frac{p_i}{p_j}, \quad \text{para quaisquer bens i e j.} \tag{A.9}$$

As condições (A.8) apenas mostram que a cesta de produção escolhida está sobre a curva de produção.

No segundo estágio o indivíduo tomará o valor de mercado da cesta de produção escolhida no primeiro estágio e maximizará sua satisfação realizando trocas no mercado. As condições de equilíbrio de sua cesta ótima de consumo serão as mesmas condições (A.3) discutidas no Apêndice I. As relações (A.3) e (A.9) implicam pois que, em equilíbrio, em nossa economia com oportunidades de produção e troca tenha-se

$$\frac{U_i'}{U_j'} = \frac{T_i'}{T_j'} = \frac{p_i}{p_j}, \quad \text{para quaisquer bens i e j.} \tag{A.10}$$

III. EQUILÍBRIO EM MERCADO DE CAPITAIS SOB CONDIÇÕES DE CERTEZA

Em mercados de capitais podemos transferir recursos no tempo a um certo preço, a taxa de juros do mercado. As preferências dos indivíduos por consumo de bens ao longo do tempo induz a uma preferência por recursos no tempo. Esta preferência de indivíduos por recursos no tempo interagirá em mercado determinado a estrutura de taxas de juros a prevalecer. Neste capítulo examinar-se-ão as propriedades e características das taxas de juros no mercado de capitais de uma economia onde existe absoluta certeza quanto aos eventos futuros[1].

É interessante destacar que neste capítulo mercado de capitais será entendido em seu sentido mais amplo que abrange todas as oportunidades de transferência de recursos no tempo. Neste contexto firmas são agentes integrantes e participantes do mercado pois representam oportunidades de transferência de recursos no tempo.

Finalmente cabe destacar que neste capítulo, além da suposição de certeza, supõe-se sempre que o mercado de capitais é perfeito e competitivo. A suposição de perfeição elimina a existência de taxas de corretagem, impostos e quaisquer custos de transação para a negociação de títulos. A suposição de competitividade corresponde à suposição usual de competição atomística onde todos os agentes do mercado comportam-se como se não tivessem capacidade de influenciar preços que são assumidos como dados.

III.1 - A Preferência Temporal por Recursos

No capítulo anterior discutiram-se preferências e equilíbrio em mercados de bens. Aqui será demonstrado como estas preferências por bens induzem a preferências por recursos. De início é necessário introduzir a dimensão temporal no processo de escolha. Passe-se para a análise do processo de escolha e equilíbrio em economia com dois bens e dois períodos. Defina para um determinado indivíduo

x_{ij} = quantidade do i-ésimo bem consumida no j-ésimo período.

Na nossa economia sua satisfação para uma determinada cesta de consumo será

$$U(x_{10}, x_{11}, x_{20}, x_{21})$$

Seja ainda s_0 e s_1 o orçamento do indivíduo para o primeiro e segundo períodos (hoje e amanhã) respectivamente.

Dadas estas restrições, a cesta ótima de consumo do indivíduo será a solução do programa

$$\begin{aligned} &\underset{\{x_{ij}\}}{\text{Max}} && U(x_{10}, x_{11}, x_{20}, x_{21}) \\ &\text{sujeito a} && x_{10}p_{10} + x_{20}p_{20} = s_0 \\ & && x_{11}p_{11} + x_{21}p_{21} = s_1 \end{aligned} \qquad \text{(III.1)}$$

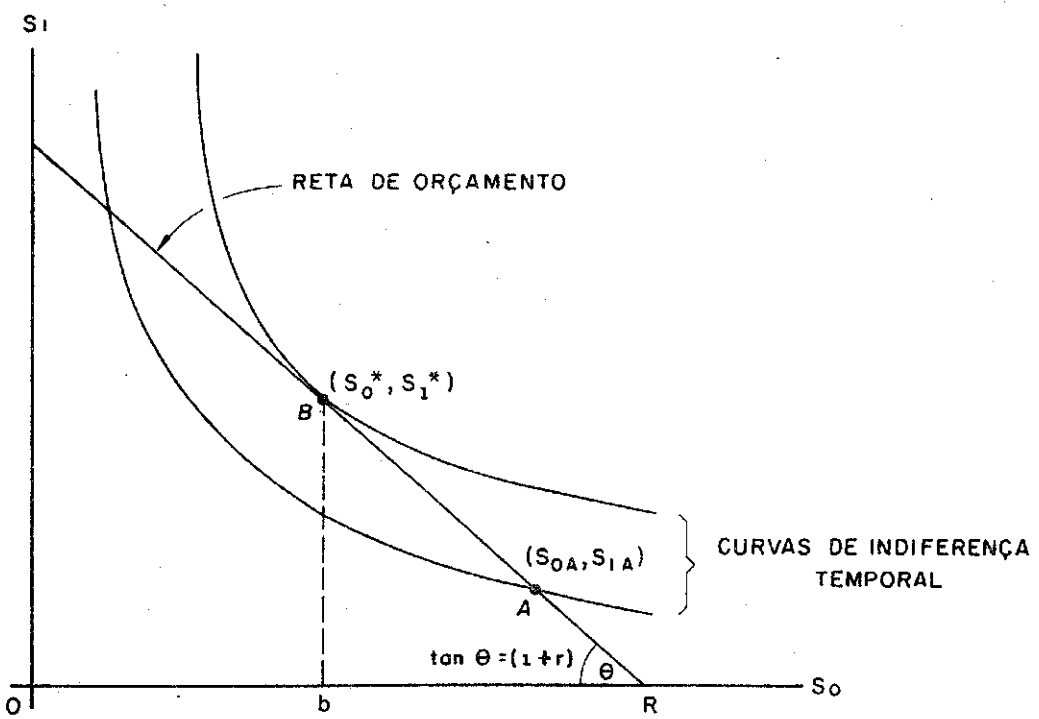
onde p_{ij} = preço do i-ésimo bem no j-ésimo período[2]. Se a cesta ótima solução deste programa é $C^* = (x^*_{10}, x^*_{11}, x^*_{20}, x^*_{21})$ então podemos definir uma função utilidade induzida U^* definida diretamente sobre recursos por

$$U^*(s_0, s_2) = U(x^*_{10}, x^*_{11}, x^*_{20}, x^*_{21}). \qquad \text{(III.2)}$$

O indivíduo chega ao mercado de capitais com sua função utilidade $U^*(s_0, s_1)$ e inicia um processo de transacionar de modo a ajustar os recursos disponíveis no tempo a suas preferências[3]. Todos os indivíduos seguiriam procedimento idêntico e interagindo no mercado determinariam os preços de transferência de recursos no tempo e as taxas de juros do mercado.

Caso a função utilidade de um indivíduo sobre bens, U(.), satisfaça aos axiomas de comparabilidade, transitividade, não-sociedade e convexidade então é possível mostrar-se que a função utilidade induzida e definida sobre recursos, U*(.), também apresentará estas propriedades[4]. Assim, o mapa de indiferença determinado por U*(.) no espaço (s_0, s_1) apresenta as mesmas características de convexidade que o mapa de indiferença determinado por U(.) no espaço (x_1, x_2). Um possível conjunto de curvas de indiferença no espaço (s_0, s_1) é apresentado na figura III.1.

O programa (III.1) formaliza o abstrato conceito de preferência temporal. A nível intuitivo mas impreciso é fácil argumentar que diferentes pessoas devem ter diferentes preferências por recursos no tempo. Considere-se por exemplo uma pessoa de 65 anos com câncer e condenada a viver 2 anos e um jovem de apenas 25 anos. A pessoa de 65 certamente terá uma maior preferência por recursos nos próximos dois anos. Na terminologia de Fisher [7] ela mostrará uma maior "impaciência humana"[5]. Entretanto, convém não esquecer nunca que esta preferência por recursos no tempo é induzida pela preferência por bens no tempo. Ninguém deriva satisfação em saborear "dinheiro ao molho pardo" mas deriva satisfação em saborear "frango ao molho pardo" adquirido com dinheiro[6].



PREFERÊNCIA TEMPORAL E ESCOLHA NO MERCADO DE CAPITAIS

FIGURA III - 1

III.2 - Riqueza, Oportunidades de Mercado e Taxas de Juros em Mercados de Capitais

Em mercados de bens formam-se preços e relações de troca entre bens. Em mercado de capitais negocia-se a disponibilidade de recursos no tempo e o preço de transferência de recursos no tempo. Este preço é usualmente denominado taxa de juros do mercado. Em contexto de dois períodos, hoje e amanhã, no qual a taxa de juros é de 5%, uma pessoa que empresta Cr$ 100 hoje receberá Cr$ 100 x (1 + 0,05) = Cr$ 105 amanhã. Por outro lado a pessoa que toma Cr$ 100 emprestado hoje deverá pagar Cr$ 105 amanhã[7].

Considere-se o indivíduo que chega ao mercado com uma combinação de recursos de hoje e de amanhã e examine-se o conjunto de combinações que ele pode atingir negociando no mercado de capitais. Seja por exemplo um indivíduo como o representado na figura III.1 que chega ao mercado com a cesta A. A cesta A é representada por recursos no montante de s_{0A} e s_{1A}, respectivamente, e tem valor de mercado $R = s_{0A} + \frac{s_{1A}}{1 + r}$ onde r é a taxa de juros do mercado.

Este valor é também a riqueza do indivíduo expressa em termos de recursos de hoje e que pode ser representada pela interseção com o eixo horizontal da reta que passa por A e tem coeficiente angular (1 + r). A reta e sua interseção com o eixo são apresentados na figura III.1[8]. A riqueza R do indivíduo delimita todo o conjunto de combinações viavéis ao indivíduo via negociações. Ele será o conjunto de cestas (s_1, s_2) de recursos de hoje e de amanhã com valor de mercado R e tais que

$$s_0 + \frac{s_1}{1 + r} = R \, . \qquad \text{(III.3)}$$

Esta condição representa uma reta no espaço (s_0, s_1) e como a combinação da cesta A satisfaz a esta condição a reta passa por A. A reta de orçamento do indivíduo será pois a reta RA apresentada na figura III.1.

Finalmente cabe observar que taxas de juros são em geral positivas. Como o custo de estocagem de dinheiro é nulo, indivíduos em geral não aceitariam taxas de juros negativas. Taxas de juros negativas poderiam existir apenas em economias em que todos os bens disponíveis para consumo forem perecíveis[9]. Sendo as taxas de juros positivas, a inclinação das retas de orçamento será sempre superior a 45º.

III.3 - Decisões de Consumo e Investimento em Economia de Troca

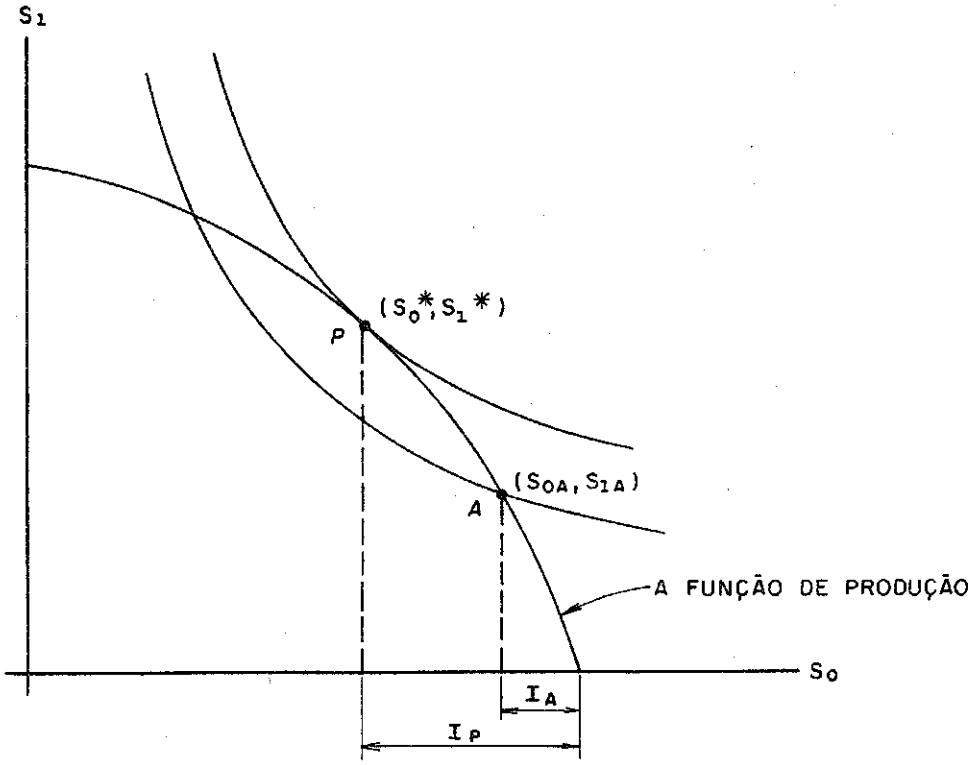
Cabe agora discutir as características e propriedades de decisões ótimas de consumo — o nível de recursos s_0 alocados para consumo hoje — e investimento — o nível de recursos investidos hoje para obter recursos s_1 para consumo amanhã. Nesta seção examinar-se-á a decisão de indivíduo que traz uma combinação inicial de recursos de hoje e de amanhã ao mercado de capitais e negocia no mercado até atingir sua combinação preferida.

Seja, por exemplo, o indivíduo representado na figura III.1 que chega ao mercado com a cesta A e que pode atingir qualquer combinação sobre a reta de orçamento negociando no mercado de capitais. O indivíduo estaria indiferente a trocar recursos de hoje por recursos de amanhã à sua Taxa Marginal de Substituição (TMS) no ponto A. Como discutido na seção II.3 esta taxa será igual à tangente à curva de indiferença que passa por A. Como pode ser observado na figura III.1 a tangente à curva em A representa uma razão de troca inferior à relação de troca oferecida pelo mercado ao longo da reta de orçamento. O indivíduo irá pois aumentar o volume de recursos de amanhã em sua cesta reduzindo o seu consumo de recursos hoje e emprestando no mercado de capitais. Ele fará isto até o ponto B onde ele satisfará as condições de equilíbrio (II.4) e (II.5) e sua TMS é igual a $(1 + r)$[10]. Ao atingir a sua combinação ótima em B ele terá reduzido o seu consumo de s_{0A} para s_0^* investindo (emprestando) a diferença $s_{0A} - s_0^*$ no mercado de capitais.

Ao encerrar esta seção pareceria interessante destacar a relação entre o conceito microeconômico da TMS de recursos de hoje por recursos de amanhã e o conceito macroeconômico de "propensão marginal à poupança"[11]. Eles representam a mesma coisa, algo que por vezes passa desapercebido a micro e macroeconomistas.

III.4 - Decisões de Produção e Consumo em Economia Somente Com Oportunidades de Produção

Na seção II.2 do capítulo anterior discutimos as características e propriedades das funções de produção de firmas definidas sobre bens. Da mesma forma que funções utilidade definidas sobre bens induzem a funções utilidade definidas sobre recursos no tempo, funções de produção definidas sobre bens induzem a funções de produção definidas sobre recursos no tempo. Considere, por



DECISÕES DE PRODUÇÃO E CONSUMO EM ECONOMIA SEM MERCADO DE CAPITAIS

FIGURA III - 2

exemplo, uma firma que adquire bens — insumo hoje e processa-os produzindo bens— elaborados ao final do período. Esta firma pode ser vista como transformando o valor dos insumos adquiridos no princípio do período — recursos de hoje — no valor dos bens — elaborados disponíveis ao final do período. A firma poderia pois ser representada por uma função de produção do tipo[12]

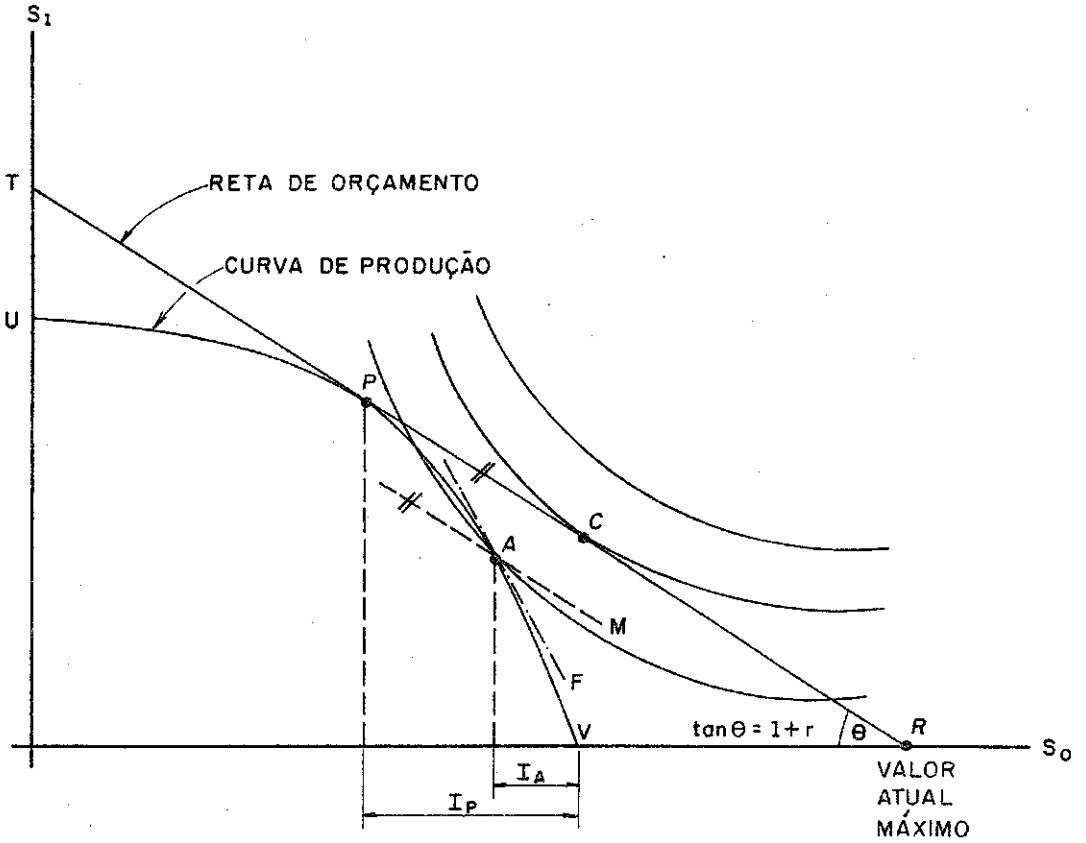
$$T^*(s_0, s_1) = K. \qquad \text{(III.4)}$$

Da mesma forma que a função de produção original definida sobre bens deveria satisfazer a certas condições de regularidade discutidas no capítulo anterior, as funções de produção induzidas definidas sobre recursos no tempo deverão satisfazer a algumas condições de regularidade. Em particular elas não deverão apresentar regiões ilimitadas de economia crescente de escala. O caso mais simples para efeito de discussão será a função côncava como apresentado na figura III.2[13].

Considere agora, em uma economia sem mercado de capitais[14], um indivíduo que tenha uma firma com função de produção como a da figura III.2 e suponha que ele esteja produzindo e consumindo a cesta A da figura. Para atingir a cesta A o indivíduo está investindo I_A na sua firma hoje para obter o volume de recursos s_{1A} amanhã, como indicado na figura. Entretanto, o indivíduo pode aumentar a produção de recursos no segundo período investindo mais em sua firma. A taxa à qual ele pode fazer isto através da firma será igual à tangente à sua curva de produção no ponto A que, como definido na seção II.2, será a sua Taxa Marginal de Transformação (TMT) no ponto A[15]. Como no ponto A esta taxa é superior à TMS do indivíduo, ele aumentará a sua satisfação investindo mais na firma e aumentando o volume de recursos disponíveis no segundo período. O indivíduo fará isto até atingir o ponto P onde a TMT da firma será igual a sua TMS e onde ele alcança seu equilíbrio individual. Como indicado na figura III.2 para atingir o ponto P os investimentos na firma deverão ser elevados até I_P.

III.5 - Decisões de Produção e Consumo Em Economia Com Oportunidades de Produção e Com Mercado de Capitais

Colocando-se os dois casos precedentes juntos examinem-se as decisões de produção e consumo em economia com oportunidades de produção e com oportunidades de transferência de recursos no tempo via um mercado de capitais formal[16]. Seja por exemplo um indivíduo como o representado na figura III.3 que chega ao mercado produzindo e consumindo a cesta A e investindo I_A em sua firma. Estando em A o indivíduo perceberá que a taxa marginal de retorno de investimen-



ESCOLHA COM PRODUÇÃO E COM MERCADO DE CAPITAIS

FIGURA III - 3

tos na firma é determinada pela reta AF e é maior que a taxa de rentabilidade oferecida pelo mercado que permite deslocamento apenas ao longo da reta AM. Ele aumentará seus investimentos na firma para aproveitar esta maior rentabilidade. Ao atingir o ponto P com um investimento I_p os superiores investimentos na firma acabam e o indivíduo passará a utilizar o mercado de capitais para realocar recursos no tempo. Como a cesta P não é a cesta preferida pelo investidor para seu consumo esta oportunidade oferecida pelo mercado é importante. Como as oportunidades de tomar emprestado no mercado são mais favoráveis que as que deixariam o indivíduo indiferente[17] ele tomará emprestado até o ponto C onde sua TMS é igual a (1 + r). Ao ser atingido este equilíbrio ter-se-á[18]

$$TMT = TMS = (1 + r). \qquad (III.5)$$

O valor de mercado ou valor atual de qualquer combinação (s_0, s_1) será $s_0 + s_1/(1 + r)$, ou seja, a soma do valor s_0 com o valor de s_1 descontado à taxa de juros do mercado. Este valor será também a interseção com o eixo horizontal da reta que passa por (s_0, s_1) e tem inclinação igual a (1 + r). Observando-se esta propriedade fica mais fácil entender a evolução do indivíduo da figura III.3 de A até C passando por P. O valor atual da cesta A seria a interseção da reta AM com o eixo horizontal, este valor não sendo o máximo que o indivíduo poderia atingir. Ao evoluir de A até P o indivíduo maximiza o valor da produção de sua firma e o ponto R representa o valor atual máximo. Uma vez maximizado o valor de mercado de sua firma o indivíduo apenas ajusta sua cesta de consumo de modo a maximizar suas preferências. Existe pois uma clara separação entre decisões de produção e consumo. Mais ainda, decisões de produção são tomadas por critério objetivo que independe do indivíduo, isto é, maximização de valor. Apenas as decisões de consumo envolvem critérios e valores subjetivos associados às preferências do indivíduo.

A possibilidade de estabelecer critério objetivo para as decisões de firmas é extremamente interessante. Se existir um critério objetivo como por exemplo maximização de valor, proprietários de firmas poderão contratar gerentes para administrar suas firmas, informá-los do critério objetivo a seguir e verificar suas performances ao final do período pelo critério. Neste caso proprietários não necessitarão se envolver diretamente com a administração de suas firmas.

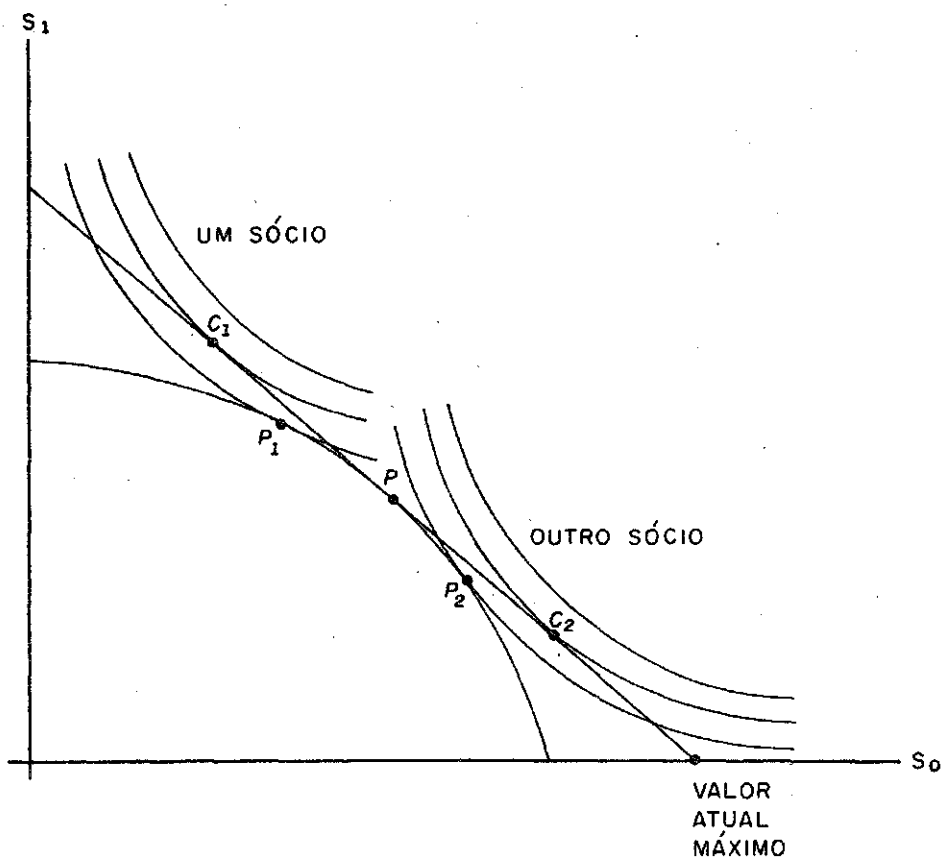
Um critério objetivo para decisões de produção de firmas existirá se dois sócios com preferências diferentes concordarem com a utilização do

critério em sua firma. Sejam por exemplo dois sócios e uma firma como indicados na figura III.4. Antes da existência de mercado de capitais o primeiro sócio preferia elevar a produção da firma até P_1 e o segundo preferia que a firma produzisse P_2. Nestas condições as reuniões de diretoria deviam ser marcadas por calorosas discussões. Entretanto com a existência de mercado de capitais os dois sócios concordarão em estabeler a produção da firma em P, a combinação que maximiza o valor de mercado da firma. A existência do mercado trouxe unanimidade e objetividade a decisões de firmas, mantendo-se a validade do critério de maximização de valor.

É interessante explorar um pouco mais a relação entre o valor atual da firma e a taxa marginal de retorno em seus investimentos. Enquanto a firma aceita investimentos marginais que oferecem rentabilidade superior ou inferior à taxa de juros r seu valor atual aumenta ou diminui, respectivamente. Isto implica que o que firmas fazem que pode afetar seu valor é o que seus acionistas não podem fazer por si próprios no mercado de capitais. Como a taxa que os acionistas podem investir é r, se a firma investe a taxas superiores a r ela estará fazendo para seus acionistas coisas boas que eles não podem fazer por si próprios no mercado e seu valor aumentará. Caso a firma aceite investimentos com taxas inferiores a r ela estará fazendo coisas piores que os acionistas podem fazer por si próprios no mercado e seu valor diminuirá, sendo melhor que ela distribuisse os recursos envolvidos como dividendos a seus acionistas.

III.6 - Algumas Considerações Finais

Pareceria relevante discutir as três principais decisões financeiras de longo prazo de firmas à luz dos resultados deste capítulo. Vamos começar por decisões de estrutura de capital, isto é, decisões de proporção de capital acionário e de empréstimos na capitalização da empresa. Em geral a remuneração de capital acionário e de capital de empréstimos deverá ser diferente pois o nível de risco associado com as duas operações é diferente. Entretanto, sob condições de certeza esta razão básica para diferentes remunerações desaparece e a remuneração dos dois tipos de capital deverá ser idêntica e igual à taxa de juros do mercado. Sendo idêntica a remuneração dos dois tipos de capital, decisões de estrutura de capital de empresas são irrelevantes e não afetam o valor das empresas. Passe-se agora à análise da segunda decisão financeira de longo prazo de firmas: sua política de dividendos. A remuneração do capital acionário fornecido a firmas é feita em dois componentes: ganhos de capital e dividendos. Dentro das



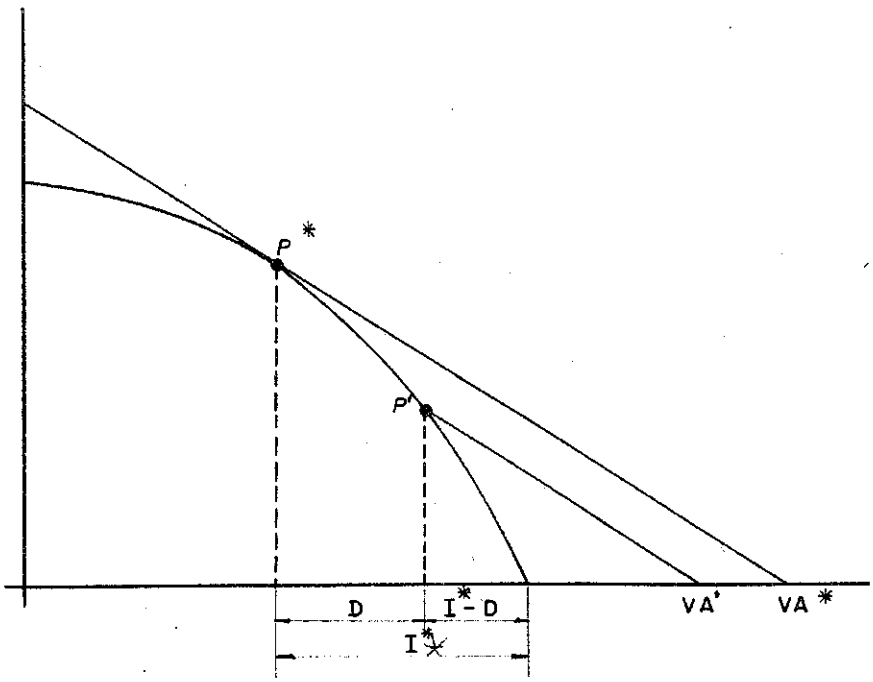
A UNANIMIDADE DE DECISÕES DE PRODUÇÃO

FIGURA III - 4

suposições de certeza e de mercados perfeitos deste capítulo o acionista estará absolutamente indiferente a como a firma decide particionar a remuneração do seu capital, desde que a remuneração total seja igual à taxa de juros do mercado. Sob condições de risco poder-se-ia pensar em argumentar que dividendos na mão hoje são mais certos que ganhos de capital incertos amanhã[19] mas sob condições de certeza inexiste qualquer argumento deste tipo. Decisões de política de dividendos são pois irrelevantes e não afetam o valor de empresas. Resta discutir a terceira decisão de longo prazo e a mais importante: decisões de investimento de empresas. Esta decisão é relevante e afeta o valor de firmas, como discutido ao longo deste capítulo. Ela é tão relevante que merece ser discutida à parte, o que será feito no próximo capítulo.

Observe que enquanto argumenta-se que decisões de política de dividendo e decisões da estrutura de capital são irrelevantes e não afetam valor, argumenta-se que elas são decisões irrelevantes dada a decisão de investimentos da firma. Considere por exemplo a situação da figura III.5. A decisão ótima de produção é P* e requer investimento I*, seu valor atual é VA*. Se a empresa distribuir dividendos D e reduzir seus investimentos para I* - D o seu valor atual reduz-se para VA' e pode-se argumentar que a política de dividendos afetou o valor da firma. Isto entretanto não seria correto, pois o que afetou o valor da firma foi sua decisão de reduzir o nível de investimentos. Decisões de dividendos só são irrelevantes quando a decisão de investimento é dada e constante.

A irrelevância da decisão de dividendos pode ser estabelecida de outra maneira. Observe que a equação de fluxo de fundos de uma firma implica que Lucro Disponível + Captação = Investimentos + Dividendos, em qualquer período. Como o valor do lucro disponível é dado, as decisões de estrutura de capital, investimentos e dividendos não podem ser tomadas independentemente pois deverão satisfazer à equação acima. Na realidade, tomando-se duas das decisões a terceira estará automaticamente determinada pela equação. Como se examinam as decisões de captação e dividendos dada a decisão de investimentos, ao se tomar uma destas duas decisões a outra estará automaticamente determinada. Mais ainda, se uma das duas decisões restantes for relevante e afetar valor então a outra será relevante e afetará valor; se uma das duas decisões restantes for irrelevante e não afetar valor então a outra decisão também será irrelevante e não afetará valor. Ora como os custos de captação de empréstimo e de capital acionário são idênticos sob condições de certeza, a decisão de captação e estrutura de capital será irre



DIVIDENDOS AFETAM O VALOR DA EMPRÊSA?

FIGURA III . 5

levante sob condições de certeza. Esta irrelevância implica na irrelevância da decisão de dividendos.

Ao encerramos este capítulo cabe ressaltar a importância econômica de um mercado de capitais. A evidência mais clara desta importância está na discussão da firma com dois sócios no final da seção anterior. A introdução de um mercado de capitais expandiu a região de combinações viáveis aos dois sócios, trouxe unanimidade a decisões de investimentos de sua firma e elevou a utilidade final dos dois. Na seção II.6 do capítulo anterior são discutidas em detalhe as vantagens da existência de mercados em geral em termos de eficiência de alocações. Estas vantagens são também válidas para o caso do mercado de capitais.

NOTAS DE RODAPÉ

(01) Os resultados básicos discutidos neste capítulo foram originalmente derivados por Fisher [7]. Revisões recentes destes resultados aparecem em Hirshleifer [11] e Fama e Miller [6].

(02) Observe a relevância da suposição de certeza. O programa só pode ser formulado como indicado porque preços presentes e futuros são conhecidos com certeza. Também observe que a generalização do programa para múltiplos bens e períodos seria trivial.

(03) Mais genericamente, no caso de múltiplos períodos sua função utilidade induzida seria $U^*(s_0, s_1, \ldots, s_n)$ onde s_i = recursos obtidos no final de i-ésimo período para consumo durante o próximo (i + 1) período.

(04) Uma demonstração formal da "transmissão" das propriedades de U(.) para U*(.) é apresentada por Fama e Miller [6] para o caso de dois bens e dois períodos.

(05) Todos os resultados apresentados neste capítulo foram originalmente derivados por Fisher [7] nos princípios do século. O trabalho é de uma riqueza e profundidade lógica tão grande que não se pode deixar de recomendar sua leitura.

(06) Está implícita nesta afirmativa a suposição que dinheiro serve apenas como unidade de conta e não oferece utilidade diretamente. Os argumentos que sugerem que dinheiro pode oferecer utilidade direta (demanda de segurança e especulativa) sugeridos por Keynes [13] não têm lugar sob as condições de certeza deste capítulo.

(07) Na realidade o preço de transferência de recursos é (1 + taxa de juros). Assim o preço de Cr$ 1 hoje em termos de recursos de amanhã é Cr$ 1,05. Conversamente o preço de Cr$ 1 amanhã em termos de recursos hoje é Cr$ 1/1,05.

(08) Observe que o coeficiente angular é a tangente do ângulo da reta com o eixo horizontal. Como este ângulo localiza-se no segundo quadrante sua tangente é negativa e igual a − (1 + r). Entretanto, a tangente do ângulo complementar Θ é positiva e igual a (1 + r) como indicado na figura.

(09) Um exemplo clássico de economia deste tipo é a economia de figos proposta por Fisher [7].

(10) Esta condição de equilíbrio já foi discutida na seção II.3 do capítulo anterior. A condição geral lá derivada nos dá o resultado do texto quando

aplicada ao mercado de capitais. A derivação matemática da condição de equilíbrio é apresentada no Apêndice.

(11) Ver Keynes [13].

(12) Como a função utilidade U*(.) definida sobre recursos é induzida pela função utilidade U(.) definida sobre bens resolveu-se denotar por T*(.) a função de produção definida sobre recursos. É apenas uma questão de consistência notacional.

(13) A consideração de função com economias crescentes de escala em região limitada e apresentando propriedades de convexidade na região não é difícil conceitualmente. Apenas podem aparecer algumas dificuldades expositórias como por exemplo multiplicidade de pontos de tangência.

(14) Observe que inexiste um mercado de capitais mas existem mercado de bens. Apesar de não se negociar diretamente a troca de recursos no tempo, indivíduos negociam bens em qualquer tempo e o valor dos insumos (s_0) e da produção final da firma (s_1) são sempre bem definidos.

(15) Observe que no caso de função de produção definida sobre recursos a Taxa Marginal de Transformação de recursos de hoje em recursos de amanhã é 1 (um) mais a taxa marginal de retorno de investimentos na firma.

(16) Os fundamentos destas decisões em contexto de recursos financeiros no tempo são os mesmos discutidos para decisões em contexto de bens na seção II.5.

(17) A taxa que deixaria o indivíduo indiferente seria a sua Taxa Marginal de Substituição (TMS) determinada pela tangente à curva de indiferença que passa por P. Pela figura III.3 dá para ver que esta tangente seria mais inclinada que a reta RP e ofereceria uma menor quantidade de recursos de hoje em troca da mesma quantidade de recursos de amanhã.

(18) A derivação matemática e mais rigorosa deste resultado para o caso geral de múltiplos períodos é apresentada no apêndice. Este resultado originalmente derivado por Fisher [7] foi reapresentado por Keynes [13] de forma inadequada. Para uma discussão ver Alchian [1].

(19) Este é o argumento do "pássaro na mão e dois voando" de Gordon [8]. Voltar-se-á a discutir a relevância de dividendos sob condições gerais de risco em trabalho futuro. Lá uma prova mais formal de irrelevância será apresentada.

APÊNDICE

Neste apêndice examinar-se-ão as propriedades e características de equilíbrio em mercado de capitais com múltiplos períodos. Analisar-se-á apenas o caso mais geral de uma economia com oportunidades de produção e com um mercado de capitais perfeito e competitivo. Nesta economia as decisões de produção de firmas e de consumo individual serão tomadas em separado, conforme discutido no texto do capítulo. Em um primeiro estágio os indivíduos maximizarão o valor de mercado ou valor atual de suas firmas e em um segundo estágio eles tomarão suas decisões de consumo individual maximizando sua utilidade.

Continue-se com a hipótese simplificadora de analisar um indivíduo e sua firma própria pois já se sabe que os resultados podem ser generalizados para o caso de firmas com múltiplos proprietários. Como apenas o valor atual da firma interessa para decisões de produção pode-se começar discutindo este valor. Defina

S_i = recursos disponíveis no final do i-ésimo período,

r_i = taxa de juros para transferência de recursos de hoje até o final do i-ésimo período,

p_i = preço hoje de Cr$ 1 a ser entregue no final do i-ésimo período e

n = número de períodos no horizonte decisional do indivíduo.

Se $(s_0, s_1, \ldots, s_n)$ é uma série temporal de recursos, sem valor atual será

$$VA = s_0 + \frac{s_1}{1 + r_1} + \frac{s_2}{1 + r_2} + \ldots + \frac{s_n}{1 + r_n}$$

e como $p_i = 1/(1 + r_i)$ esta relação pode ser expressa por

$$Va = \sum_{i=0}^{n} p_i s_i = \sum_{i=0}^{n} \frac{s_i}{(1 + r_i)} \qquad \text{(III.A.1)}$$

A decisão de produção da firma pode pois ser representada pelo programa

$$\max_{\{s_0, \ldots, s_n\}} \sum_{i=0}^{n} p_i s_i$$

$$\text{sujeito a} \qquad T^*(s_0, \ldots, s_n) = K.$$

Formando-se o lagrangeano obtém-se

$$L = \sum_{i=0}^{n} p_i s_i - \lambda \left[T^*(s_0, \ldots, s_n) - K\right]$$

e as condições de primeira ordem são

$$\frac{\partial L}{\partial s_i} = p_i - \lambda \frac{\partial T^*}{\partial s_i} = 0 \qquad \text{(III.A.2)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = T^*(s_0, \ldots, s_n) - K = 0 \qquad \text{(III.A.3)}$$

Definindo-se $T_i^{*\prime} = \frac{\partial T^*}{\partial s_i}$ as relações (III.A.2) implicam que, em equilíbrio,

$$TMT = \frac{T_i^{*\prime}}{T_j^{*\prime}} = \frac{p_i}{p_j} = \frac{1 + r_j}{1 + r_i}, \text{ para quaisquer i e j.} \qquad \text{(III.A.4)}$$

Em palavras, a Taxa Marginal de Transformação (TMT) de recursos de i para j deve ser igual à relação entre preços e taxas de juros. Seja VA* o valor atual máximo e o valor da cesta solução do programa acima.

A determinação do ótimo de consumo do indivíduo no segundo estágio pode ser representada pelo programa

$$\max_{\{s_0, \ldots, s_n\}} \quad U^*(s_0, \ldots, s_n)$$
$$\sum_{i=0}^{n} p_i s_i = VA^*.$$

Formando-se o lagrangeano obtém-se

$$L = U^*(s_0, \ldots, s_n) - \lambda \left(\sum_{i=0}^{n} p_i s_i - VA^*\right)$$

e as condições de primeira ordem são

$$\frac{\partial L}{\partial s_i} = \frac{\partial U^*}{\partial s_i} - \lambda p_i = 0 \qquad \text{(III.A.5)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \sum_{i=0}^{n} p_i s_i - VA^* = 0 \qquad \text{(III.A.6)}$$

Definindo-se $\partial U^*/\partial s_i = U_i^{*\prime}$ as relações (III.A.5) inplicam que, em equilíbrio,

$$TMT = \frac{U_i^{*\prime}}{U_j^{*\prime}} = \frac{p_i}{p_j} = \frac{1 + r_j}{1 + r_i}, \text{ para quaisquer i e j.} \qquad \text{(III.A.7)}$$

Em palavras, a Taxa Marginal de Substituição (TMS) de recursos de i por recursos de j deve ser igual a relação entre preços e taxas de juros. As relações (III.A.4) e (III.A.7) implicam que quando o indivíduo tiver determinado seu ótimo de produ

ção e consumo obter-se-á

$$\frac{U^{*\prime}_i}{U^{*\prime}_j} = \frac{T^{*\prime}_i}{T^{*\prime}_j} = \frac{p_i}{p_j} = \frac{1 + r_j}{1 + r_i}, \text{ para quaisquer } i \text{ e } j. \qquad \text{(III.A.8)}$$

Em "quase palavras", TMT = TMS e as duas são iguais à relação entre preços e taxas de juros.

A estrutura de taxas de juros para as diversas maturidades, $\{r_i$, $i = 1, n\}$, é usualmente chamada de estrutura a termo de taxas de juros na economia. Observe que ao se determinarem todos os r_i e taxas de juros para transferência de recursos de hoje para qualquer período estão-se determinando as taxas para transferência de recursos de qualquer período para qualquer outro período. Se se quiser a taxa

$_k r_\ell$ = taxa para transferência de recursos do início do k-ésimo período para o início do ℓ-ésimo período

basta utilizar as taxas r_k e r_ℓ. Como

$$(1 + r_\ell) = (1 + r_k)\ (1 + {}_k r_\ell) \qquad \text{(III.A.9)}$$

a obtenção de $_k r_\ell$ é trivial. A estrutura de $_k r_\ell$ para $k \geq 1$ e $\ell - k \geq 1$ é usualmente denominada de estrutura de taxas de juros futuras.

IV. DECISÕES DE INVESTIMENTO SOB CONDIÇÕES DE CERTEZA

Neste capítulo serão examinadas as decisões de investimentos de firmas assumindo-se completa certeza sobre o futuro. Os critérios básicos que poderiam orientar estas decisões são o critério do valor atual e o critério da taxa interna de retorno de projetos de investimento. A maior parte deste capítulo analisará aspectos considerados relevantes destes critérios. Após definir estes critérios o capítulo discutirá o seu fundamento econômico em contexto de dois períodos. A seguir o trabalho prosseguirá para discutir os detalhes de operacionalização dos dois critérios em contexto de múltiplos períodos e os problemas do critério da taxa interna de retorno.

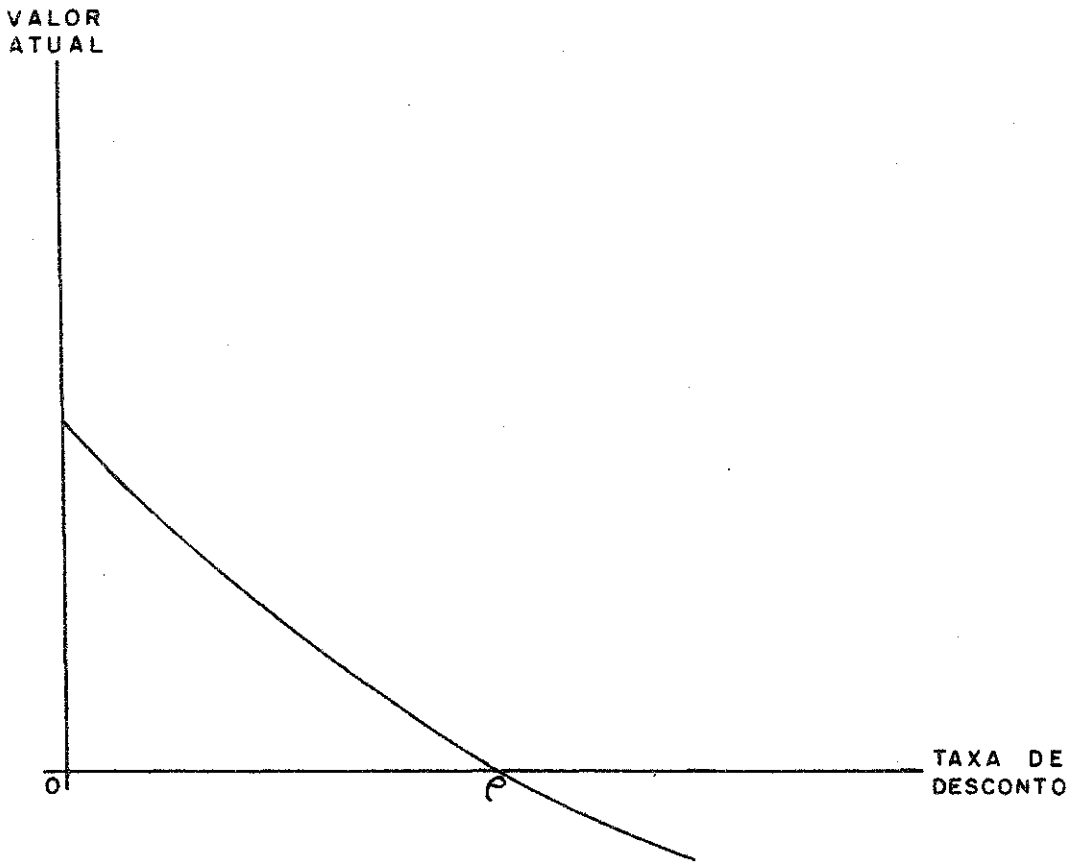
A parte inicial deste trabalho assumirá a existência de mercado de capitais perfeito, competitivo e completo. Como discutido no capítulo anterior um mercado de capitais é dito perfeito se inexistem taxas de corretagem, impostos e quaisquer custos de transação em negociações com títulos e é dito competitivo se todos os agentes que dele participam não se comportam como se pudessem influenciar os preços de títulos. Um mercado de capitais é dito completo se nele se negociam títulos com todas as maturidades de vencimento. A suposição de um mercado de capitais completo não foi apresentada de forma explícita no capítulo anterior mas todos os resultados lá derivados dependem desta suposição implícita. Neste capítulo abandonar-se-ão as suposições de um mercado de capitais perfeito e completo e discutir-se-ão as decisões de investimentos de firmas em tal contexto mais geral.

IV.1 - Os Critérios de Decisões de Investimento

Dois critérios não extensivamente utilizados pela comunidade financeira para a seleção de projetos de investimento[1]: o critério do valor atual (VA) e o critério da taxa interna de retorno (TIR). O valor atual de um projeto é o valor de mercado do fluxo de recursos a ele associado. Se o projeto gera recursos de hoje até o final do período t e se $(s_0, s_1, \ldots, s_t)$ é o fluxo líquido de recursos[2] a ele associado então seu valor atual é

$$VA = s_0 + \frac{s_1}{1 + r_1} + \frac{s_2}{1 + r_2} + \ldots + \frac{s_t}{1 + r_t} \qquad \text{(IV.1)}$$

onde r_i = taxa prevalecente no mercado de capitais para operações com maturidade de i períodos. O critério do valor atual nos diz que o projeto deve ser aceito se $VA > 0$.



A RELAÇÃO ENTRE VALOR ATUAL E TAXA DE DESCONTO

FIGURA IV - 1

A taxa interna de retorno (TIR) de um projeto é a taxa de desconto tal que se ela fosse a taxa de juros do mercado de capitais durante todo o período de investimento então o valor atual do projeto seria nulo. Se ρ é a TIR de nosso projeto com fluxo $(s_0, s_1 \ldots, s_2)$ então[3]

$$s_0 + \frac{s_1}{1+\rho} + \frac{s_2}{(1+\rho)^2} + \ldots + \frac{s_t}{(1+\rho)^t} = 0 \qquad \text{(IV.2)}$$

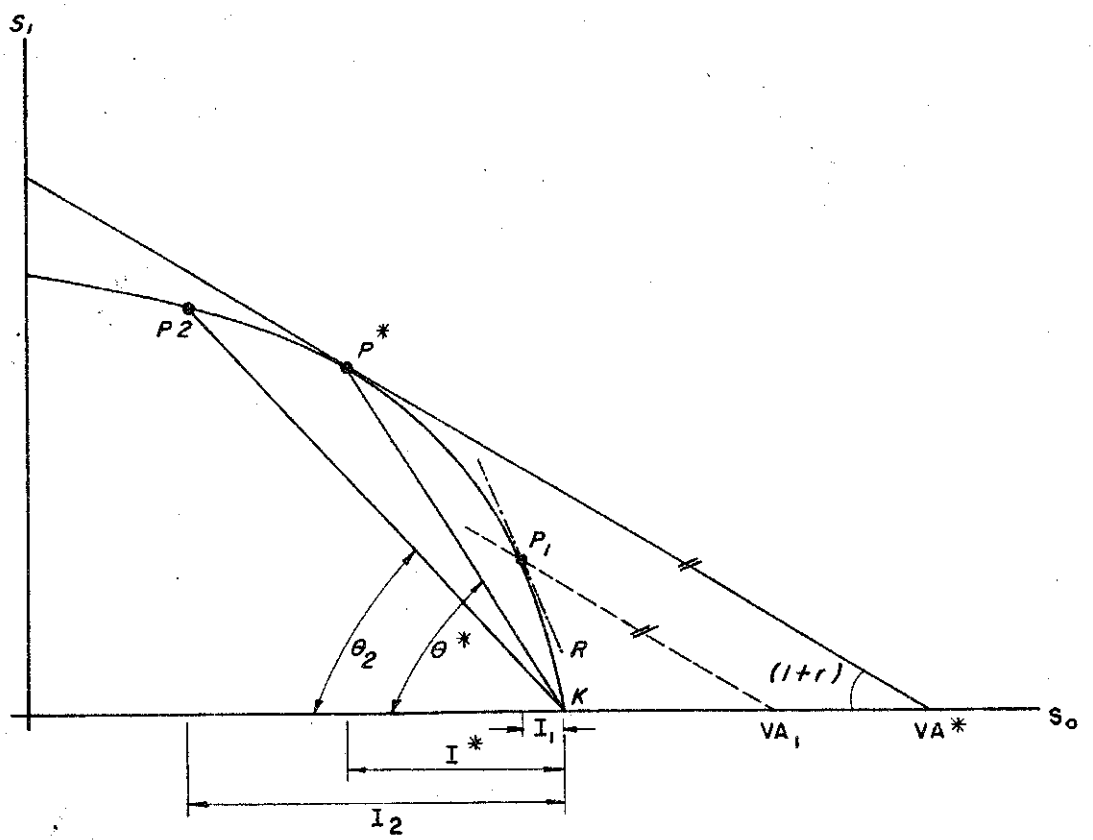
O critério da TIR recomendaria a aceitação do projeto se ρ for maior do que a taxa de juros prevalecente no mercado de capitais: $\rho > r$. Observe que o critério implicitamente assume que a taxa de juros do mercado de capitais é constante durante os t períodos relevantes para o projeto. Este ponto voltará a ser considerado adiante.

É interessante examinar a relação entre o valor atual do projeto e a taxa de juros e de desconto do mercado de capitais. Sob a suposição que a taxa de juros do mercado é constante a figura IV.1 ilustra esta relação. Quando a taxa de juros é nula o valor atual do projeto será igual à diferença entre os somatórios das entradas e das saídas de caixa[4]. À medida que a taxa de desconto aumenta o valor atual do projeto usualmente declina[5] e quando a curva intercepta o risco horizontal ela determina a taxa interna de retorno ρ do projeto.

A figura permite ainda o exame da congruência dos dois critérios de investimentos. Suponha que a TIR do projeto exista e seja única e que a curva de valor atual do projeto seja como a apresentada no projeto. Neste caso a congruência entre os dois critérios seria perfeita. O trecho com valor atual positivo seria o trecho de taxas de desconto menores do que ρ e ao longo do segmento 0ρ da figura. Este é exatamente o mesmo trecho onde o critério da TIR recomendaria a aceitação do projeto. Entretanto, como será visto adiante, esta perfeita congruência só existe quando as suposições de existência e unicidade da TRI e a suposição de que a taxa de juros do mercado é constante durante o período relevante para o investimento são simultaneamente satisfeitas.

IV.2 - Os Fundamentos Econômicos dos Critérios

Vamos agora examinar os fundamentos econômicos do critério do valor atual e do critério da taxa interna de retorno em contexto de dois períodos, hoje e amanhã. Uma firma tem oportunidades de transformar recursos s_0 de hoje em recursos s_1 de amanhã que poderiam ser representadas, por exemplo, pela curva $KP_1P^*P_2$ da figura IV.2. Pelo teorema de separação entre decisões de produ



DECISÕES DE INVESTIMENTO SOB CONDICÕES DE CERTEZA

FIGURA IV - 2

ção e de consumo, discutido no capítulo anterior, dada a taxa de juro r da economia, a decisão ótima de produção da firma seria investir I* hoje atingindo a combinação representada pelo ponto P* da figura. Ao afirmar que as decisões de produção e investimento da firma devem ser tomadas de modo a maximizar seu valor de mercado, o teorema de separação induz diretamente ao critério do valor atual. O ponto P* é a combinação de produção ótima porque seu valor de mercado VA* é maior que o valor de mercado de qualquer outra combinação. Considere por exemplo a combinação representada pelo ponto P_1 da figura. Ela tem valor de mercado VA_1 e requer um investimento de I_1, como VA* > VA, será ótimo para qualquer indivíduo aumentar o nível de investimento de I, até I* deslocando-se de P_1 para P*. Isto fundamenta a utilização do critério de aceitar projetos que tenham valor atual positivo.

Para considerar os fundamentos econômicos do critério da taxa interna de retorno vamos examinar de novo a combinação representada pelo ponto P_1 da figura. A rentabilidade oferecida por investimentos marginais adicionais é determinada pela tangente à curva de produção no ponto, isto é, pela reta P_1R. Esta reta é mais inclinada do que a reta que passa por P_1 e tem inclinação determinada pela taxa r do mercado, a reta que determina VA_1. Isto implica que os investimentos marginais adicionais são desejáveis pois oferecem retorno superior a taxa r do mercado. O indivíduo poderia inclusive tomar emprestado no mercado os recursos necessários, capitalizando integralmente para si a rentabilidade superior dos investimentos adicionais. Isto fundamenta a utilização do critério de aceitar projetos que ofereçam retorno (TIR) superior à taxa de juros r do mercado.

Observe que em contexto de dois períodos com investimentos hoje e recebimentos amanhã de novo observa-se completa congruência entre os dois critérios discutidos nesta seção. Como foi visto seria ótimo para qualquer indivíduo deslocar-se de P_1 para P* utilizando o critério de maximização do valor atual. Pelo critério do retorno de investimentos marginais adicionais seria ótimo para qualquer indivíduo deslocar-se de P_1 até o ponto onde investimentos marginais adicionais oferecessem retorno igual a taxa r do mercado, isto é, seria sempre ótimo deslocar-se até P*.

IV.3 - Escala e Critérios de Investimentos

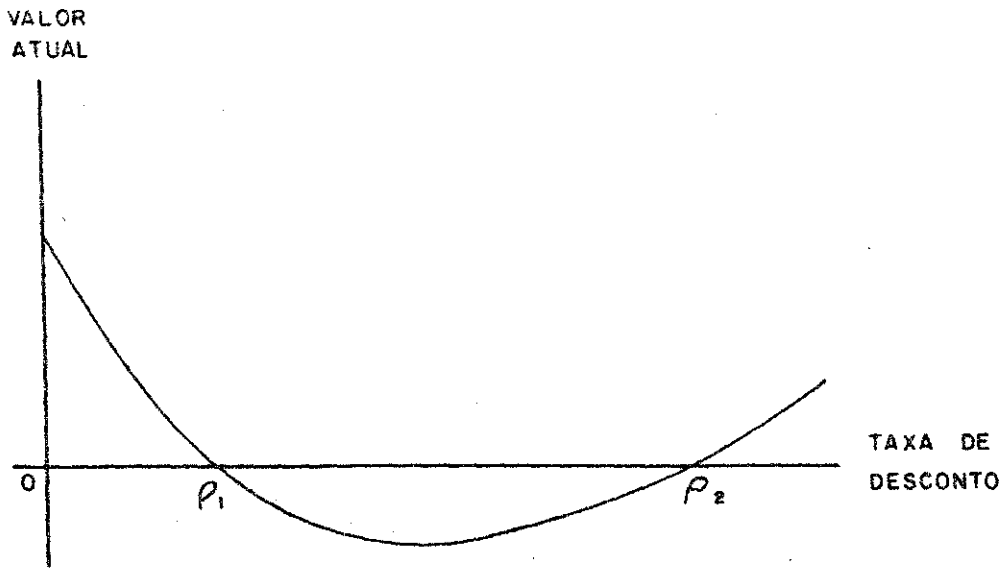
Existe uma sutil mas relevante diferença entre os critérios de decisões de investimento discutidos nas duas seções anteriores. Na seção anterior argumentou-se que o nível de investimentos deveria ser aumentado até se

xa interna de retorno. Neste capítulo serão examinados comparativamente os dois critérios em contexto de múltiplos períodos e admitindo-se dependência na aceitação de projetos.

Inicialmente vamos considerar o caso de múltiplos períodos. A obtenção do valor atual de um projeto utilizando a relação (IV.1) não apresenta qualquer problema. O método do valor atual pode pois ser aplicado sem maiores problemas. A aplicação do critério da taxa interna de retorno já exige de imediato que a taxa de juros do mercado seja constante durante o período de investimento. Esta suposição será aceita como adequada, por enquanto. Prosseguindo-se para determinar a TIR de um projeto resolvendo a equação (IV.2) aparece o problema de soluções múltiplas. A equação é um polinômio do t-ésimo grau e admitirá em geral até t raízes[7]. O aparecimento de soluções múltiplas complica a aplicação do método da TIR. Por exemplo, uma possível situação seria a apresentada na figura (IV.3) para um projeto com duas TIR: ρ_1 e ρ_2. A recomendação do critério só seria clara para taxas de juros do mercado menores do que ρ_1 e maiores do que ρ_2, nestes casos ele recomendaria a aceitação do projeto. Para taxas de mercado maiores do que ρ_1 e menores do que ρ_2 o critério não ofereceria qualquer exposta. A limitação do critério da taxa interna de retorno é evidente[8].

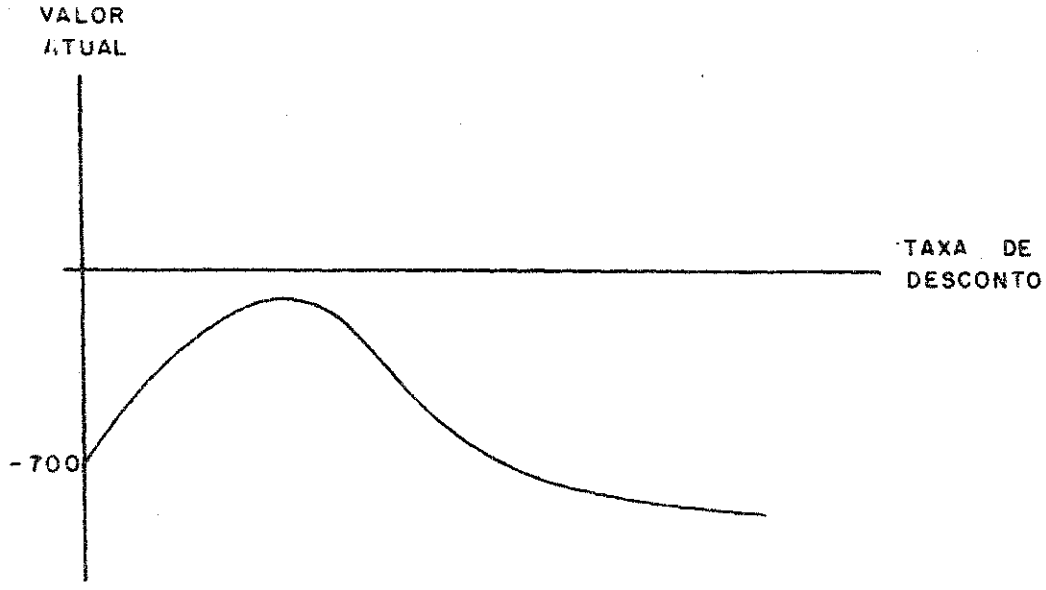
Prossegue-se agora para o exame do caso de múltiplos períodos sem a suposição de que a taxa de juros do mercado se mantenha constante durante o período relevante de investimentos. Considere por exemplo um projeto com fluxo de recursos (-1400, 4200, -3500) e suponha que a taxa de juros seja 100% no primeiro período e 170% no segundo período[9]. Este projeto não tem taxa interna de retorno e sua curva de valor atual é do tipo apresentado na figura IV.4, se for utilizada uma taxa de desconto constante. Se a taxa interna de retorno do projeto existisse e fosse maior que 100% e menor que 170% já haveria dificuldades em aplicar o critério mas como a TIR inexiste as dificuldades do critério são maiores ainda[10]. Se fosse aplicado o critério do valor atual usando as taxas de mercado seria obtido um valor atual positivo e igual a 51,85 o que recomendaria a aceitação do projeto. De novo o valor atual oferece uma resposta adequada quando o critério da TIR torna-se confuso.

Examine-se agora o caso de projetos dependentes. Um caso de dependência é o caso de projetos mutuamente exclusivos, isto é, projetos tais que se um for aceito, todos os outros deverão ser rejeitados[11]. Sejam dois projetos tais que suas curvas de valor atual são como as apresentadas na figura IV.5. Examine-se agora a utilização dos critérios de seleção por máximo valor atual e por



MULTIPLAS TAXAS INTERNAS DE RETORNO

FIGURA IV - 3



TAXA INTERNA DE RETORNO INEXISTE

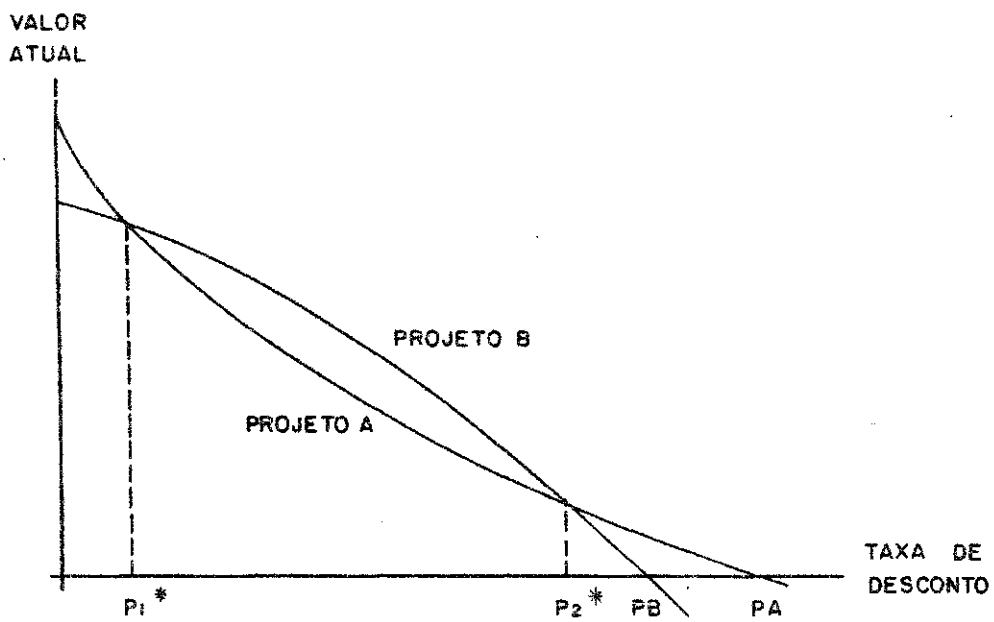
FIGURA IV - 4

máxima taxa interna de retorno. Por valor atual seria aceito o projeto A para taxas de mercado menores que ρ^*, o projeto B para taxas entre ρ^* e ρ_B e seriam rejeitados os dois projetos para taxas superiores a ρ_B. Por TIR seria aceito o projeto B para taxas de mercado inferiores a ρ_B e seriam rejeitados os dois projetos para taxas superiores a ρ_B. As recomendações do critério da TIR seriam inadequadas. Entretanto, ele pode ser modificado de modo a dar resposta adequada. Pode-se examinar a diferença entre os fluxos associados aos dois projetos como se fosse um projeto em si, o projeto B-A. A taxa de retorno do projeto B-A seria exatamente ρ^* pois a curva de valor atual do projeto corresponderia à curva do projeto B normalizada pela curva do projeto A, conforme indicado na parte inferior da figura IV.5. A região em que o projeto B-A apresenta valor atual negativo indicará a superioridade do projeto A e a região com valor atual positivo indicará a superioridade do projeto B. No caso da figura o projeto A seria superior para taxas de mercado inferiores a ρ^* e o projeto B seria superior para taxas superiores a ρ^*. Determinando-se o projeto superior verificar-se-ia o seu valor atual. Se ele for positivo aceita-se o projeto superior e se ele for negativo rejeitam-se os dois projetos.

As conclusões desta seção com relação ao critério da taxa interna de retorno não são animadoras. Enquanto o critério do valor atual sempre oferece recomendações adequadas o critério da taxa interna oferece resposta inadequada em diversas situações. Observe ainda que as limitações do critério da TIR foram analisadas isoladamente mas podem aparecer em conjunto. Um exemplo é ilustrado na figura IV.6, o caso de projetos mutuamente exclusivos em que o projeto diferença B-A apresenta múltiplas taxas internas de retorno.

IV.5 - Decisões de Investimento em Mercado de Capitais Imperfeito e Incompleto

Até aqui supôs-se que o mercado de capitais era perfeito e completo. Examine-se agora a validade dos critérios de decisões de investimento eliminando-se estas suposições. Um mercado perfeito é um mercado onde inexistem impostos ou quaisquer custos de transação. Em tal mercado os custos de intermediação financeira seriam nulas e as taxas de juros oferecidas para emprestar e tomar emprestado seriam iguais. No mundo "real" existem custos operacionais e objetivos de lucro associados à intermediação financeira que cobra um "spread" entre as taxas de captação e aplicação. Em mercado imperfeito existirá pois uma diferença entre a taxa de juros à qual firmas e indivíduos aplicam seus recursos e intermediários captam e a taxa de juros à qual firmas e indivíduos tomam empres-



CASO EM QUE O PROJETO B–A TEM TAXAS MÚLTIPLAS

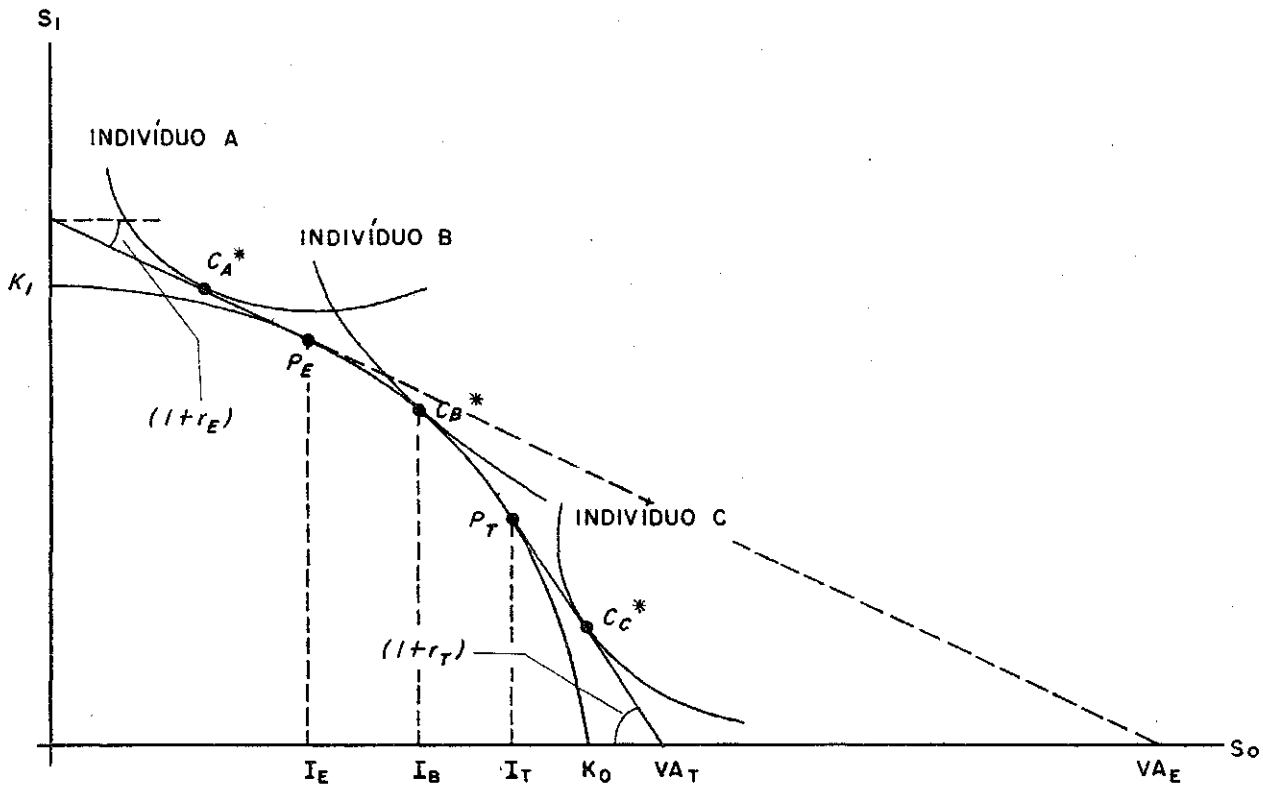
FIGURA IV - 6

tado e intermediários emprestam[12]. Se r_E é a taxa de captação e empréstimos e r_T é a taxa de aplicação e tomada de empréstimos então $r_T > r_E$.

Este diferencial de taxas de juros modifica a estrutura de decisões de produção de firmas e de consumo de indivíduos. Considere por exemplo três indivíduos proprietários de uma firma representada pela curva de produção da figura IV.7 e fazendo face às taxas de juros indicadas. O indivíduo A optaria por uma decisão de produção em P_E e atingiria seu ótimo de consumo em C_A^* emprestando recursos de hoje no mercado financeiro à taxa r_E. O indivíduo B optaria por uma decisão de produção e consumo em C_B^* e não emprestaria nem tomaria recursos emprestado no mercado financeiro. O indivíduo C preferiria uma decisão de produção em P_T que lhe permitiria atingir a cesta de consumo C_c^* tomando recursos emprestado no mercado financeiro. Os três indivíduos não concordariam unanimemente na tomada de decisões de produção e investimento da firma.

O importante teorema de separação entre decisões de produção e de consumo que vigorava em contexto de mercados perfeitos não mais vigora em contexto de mercados imperfeitos. A decisão de produção preferida de um sócio da firma pode ser qualquer ponto ao logo do trecho P_TP_E da curva de produção. Os tomadores de empréstimos preferirão P_T, os emprestadores preferirão P_E e os indivíduos que não chegam ao mercado podem preferir qualquer ponto no segmento P_TP_E. A utilização dos critérios do valor atual e da taxa interna de retorno fundamentava-se no teorema de separação. Como ele não vigora em mercados imperfeitos os dois critérios são inadequados em tal contexto. Veja por exemplo o critério do valor atual, considerado superior, aplicado em situação como a ilustrada na figura IV.7. O valor atual da firma para emprestadores seria VA_E, o valor atual para tomadores de empréstimo seria VA_T e o valor atual para indivíduos que não vão ao mercado seria um valor intermediário entre VA_E e VA_T[13]. Esta multiplicidade de valores atuais é resultado da multiplicidade de taxas adequadas de desconto. Com múltiplas taxas e múltiplos valores atuais de um projeto não se saberá qual a taxa e qual o valor a ser utilizado para a tomada da decisão de investimento.

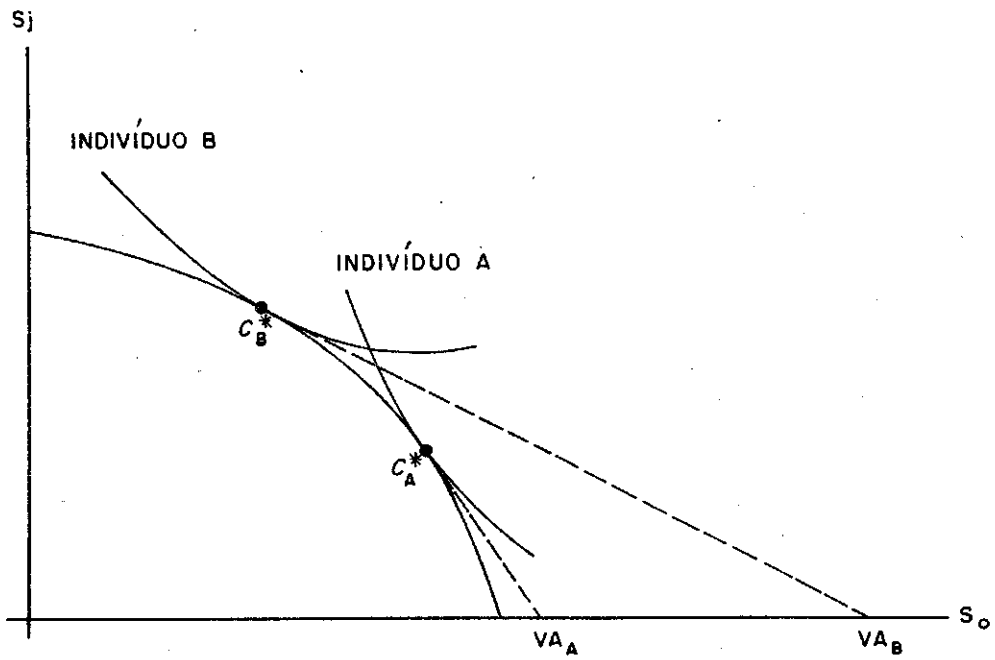
Finalmente pode-se discutir o caso de mercados de capitais incompletos. Suponha que operações financeiras com a maturidade de j períodos não são realizadas no mercado de capitais. Inexiste taxa de mercado r_j que nos permita descontar o fluxo de caixa deste período para obter seu valor atual ou de mercado hoje. Isto implica que o valor atual de qualquer projeto que envolve este período é indefinido pois o termo correspondente na equação IV.1 será indefinido. A situação também pode ser discutida graficamente. Considere uma firma com



DECISÕES DE PRODUÇÃO E CONSUMO EM MERCADO IMPERFEITO

FIGURA IV - 7

oportunidades de transformar recursos s_0 de hoje em recursos s_j no período j de acordo com a curva apresentada na figura IV.8. Como inexiste uma taxa r_j de mercado a escolha da combinação de produção é subjetiva e o valor da firma também será subjetivo. Para o indivíduo A da figura o valor da firma seria VA_A e para o indivíduo B o valor seria VA_B. A conclusão da análise gráfica é a mesma da análise algébrica, em mercados incompletos o valor atual de projeto e firmas deixa de ser uma medida objetiva e única de valor aceito por todos os indivíduos. A sua utilização para a tomada de decisões de investimentos será pois inadequada.



DECISOES DE INVESTIMENTOS EM MERCADOS INCOMPLETOS

FIGURA IV - 8

NOTAS DE RODAPÉ

(01) Para uma revisão dos critérios sob condições gerais de risco ver Van Horne [19] ou Weston e Brigham [21]. Outros critérios aparecem na literatura mas só têm sentido sob condições de incerteza. Entre estes outros destacaríamos o critério do período de "payoof" e o critério de reinvestimento que são discutidos em Solomon [17]. Muitos dos resultados aqui apresentados foram originalmente apresentados por Williams [22].

(02) O fluxo líquido de recursos no i-ésimo período (s_i) é a diferença entre as entradas e as saídas de caixa no período.

(03) Observe que se a taxa de juros for constante e igual a ρ durante os t períodos relevantes para o investimento então $(1 + r_i) = (1 + \rho)^i$. Isto decorre diretamente da relação III.A.9 do apêndice do capítulo anterior além de parecer intuitivo.

(04) Esta situação corresponderia ao máximo valor atual se o projeto tem desembolso líquido hoje e recebimentos líquidos em todos os períodos futuros.

(05) Isto aconteceria para projetos como o descrito na nota de rodapé anterior.

(06) A relação é $\rho_2 = \tan \Theta_2 - 1$.

(07) Na realidade a regra de Descartes nos diz que o número máximo de raízes será igual ao número de inversões de sinal no fluxo (s_0, s_1, ..., s_t). Entretanto, isto não elimina o problema conceitual de soluções múltiplas.

(08) Observe que mesmo para taxas de juros entre ρ_1 e ρ_2 o método do valor atual ofereceria sua recomendação de forma clara: a rejeição do projeto.

(09) Isto é $r_1 = 100\%$ e ${}_1r_2 = 170\%$ o que implica em $(1 + r_1) = 2$ e $(1 + r_2) = (1 + r_1)(1 + {}_1r_2) = 2 \times 2{,}7 = 5{,}4$. Hirshleifer [11] também apresenta exemplo semelhante.

(10) Observe que é sempre possível que inexista uma solução para a equação (IV.2) mas a equação (IV.1) sempre determinará um valor atual para o projeto.

(11) Este é um dos casos de dependência extrema. O outro seria o caso de projetos que só podem ser aceitos se outros projetos forem aceitos. Entretanto, este último caso de dependência é um problema que pode ser tratado como problema de determinação de escala ótima de investimentos. A discussão de projetos mutuamente exclusivos iniciou-se com Lorie e Savage [14].

(12) A discussão da decisão de investimento de firmas em mercado imperfeito originou-se em Hirshleifer [10].

(13) Implicitamente estaremos aceitando a unicidade e existência das TIRs dos projetos bem como estaremos aceitando a suposição de taxas de mercado constantes durante o período relevante.

(14) Para emprestadores a taxa relevante de desconto seria r_E o que implicaria em investimentos determinados por I_E e um valor atual VA_E, conforme indicado na figura IV.7. Para tomadores de empréstimos a taxa relevante seria r_T, os investimentos seriam determinados por I_T e o valor atual seria VA_T. Para indivíduos que não vão ao mercado a taxa relevante seria um valor subjetivo determinado pela tangente à curva de produção na combinação selecionada. Para o indivíduo B da figura seria a taxa $r_T < r_B < r_E$ determinada pela tangente em C_B^*. O nível de investimento e o valor atual seriam determinados por esta taxa implícita. No caso do indivíduo B seriam $I_T < I_B < I_E$ e $VA_T < VA_B < VA_E$ sendo VA_B determinado pela interseção da tangente em C_B^* com o eixo horizontal.

QUESTÕES RELEVANTES

(1) Patropi é um país onde tudo é certo e nele discute-se o critério para a tomada de decisões de investimento sob duas formas de organização do mercado de capitais. Em uma das formas negociam-se empréstimos apenas de maturidades ímpares (1 ano, 3 anos, etc...) e na outra forma negociam-se empréstimos de todas as maturidades (1 ano, 2 anos, etc...). Quais seriam os critérios que você proporia para a tomada de decisões de investimentos em cada uma das formas de organização?

(2) Antes de sair de Patropi (um país onde tudo é certo) você ouve um empresário argumentar que "uma empresa está operando adequadamente sempre que a taxa de rentabilidade de suas operações excede a taxa de tomada de empréstimos no mercado". Você concorda?

(3) Lembra de Patropi? É isto aí, um país onde tudo é certo. No Iº Conclap de Patropi um empresário argumenta que se ele distribuir dividendos não poderá expandir as atividades de sua empresa como seria desejável. Segue-se que "dividendos obviamente afetam o valor da empresa". O que lhe parece?

V- CONCLUSÕES

Após rever os fundamentos da teoria de preços este trabalho mostrou como preferência por bens ao longo do tempo induz a preferência por recursos ao longo do tempo e como firmas podem ser vistas como agentes de transferência de recursos ao longo do tempo. O trabalho prossegue para examinar, sob condições de certeza e de mercados perfeitos e completos, a relevância e impacto sobre o valor de firmas das três decisões financeiras de longo prazo: decisões da estrutura de capital, decisões de dividendos e decisões de investimentos. Mostra-se que dadas as decisões de investimentos da firma seu valor é determinado e independe de decisões de estrutura de capital e de dividendos.

Sob condições de certeza e de mercado de capitais perfeito e completo as decisões fundamentais de firmas são suas decisões de investimentos. Em um horizonte de dois períodos dois critérios podem ser utilizados por firmas para considerar investimentos marginais: o critério do valor atual e o critério da taxa interna de retorno. Em horizonte de dois períodos este critérios recomendariam as mesmas decisões ótimas de investimento, isto é, a firma deve maximizar seu valor atual ou deve fazer investimentos com rentabilidade superior à que o acionista pode obter por si próprio no mercado de capitais. É preciso entretanto relembrar que os dois critérios têm validade apenas quando aplicados a investimentos marginais, quando eles são aplicados a projetos globais é preciso que os aspectos de escala sejam considerados.

Em horizonte de múltiplos períodos as coisas não são tão simples. Uma série de restrições quanto ao uso do critério da taxa interna de retorno podem ser levantadas mas o critério do valor atual permanece adequado e válido. Os principais problemas associados à taxa interna de retorno são: (i) elas podem ser múltiplas e (ii) ela necessita da suposição de que a taxa de juros do mercado é constante durante o período relevante de investimento, se esta suposição é violada ela pode levar à rejeição de projetos com valor atual positivo. Adicionalmente o critério da taxa interna precisa ser ajustado para permanecer válido em decisões envolvendo projetos alternativos.

Ainda sob a suposição de mercado de capitais perfeito e completo o trabalho mostra que existe uma importante separação entre decisões de produção de firmas e decisões de consumo de indivíduos. As decisões de produção e de investimentos de firmas podem ser tomadas pelo objetivo critério de maximinar o valor da firma e todos os acionistas concordarão com este critério. Após a maximi-

BIBLIOGRAFIA:

(01) ALCHIAN, Armen A. The rate of interest, Fisher's rate of return over costs and Keynes internal rate of return. American Economic Review, 45(5):938-43, Dec. 1955.

(02) ARROW, Kenneth J. Social choice and individual values. New Haven, Yale University Press, 1963.

(03) BRITO, Ney O. Disclosure, regulação e betas: o professor Friend e uma palavra de reflexão. Revista Brasileira de Mercado de Capitais, 3(7):73-87, jan./abr. 1977.

(04) CHIPMAN, John S. et alii. Preferences, utility and demand: a Minnesota Symposium. New York, Harcourt Brace Jovanovich, 1971.

(05) ———————— . Consumption theory without transitive indifference. In: ——— Preferences, utility and demand. New York, Harcourt Brace Jovanovich, 1971.

(06) FAMA, E. & MILLER, M. Theory of finance. New York, Holt, Rinehart & Winston, 1972.

(07) FISHER, Irving. Theory of interest. New York, Macmillan Co., 1930. Repr. of 1930 ed. by Augustus M. Kelley, Fairfield, 1970.

(08) GORDON, M. Optimal investment and financing policy. Journal of Finance, (2) May 1963.

(09) HENDERSON, J.M. & QUANDT, R.E. Microeconomic theory: a mathematical approach. 2.ed. New York, Mac-Graw Hill Book Co., 1971.

(10) HIRSHLEIFER, Jack. On the Theory of optimal investment decision. Journal of Political Economy, (4) August 1958.

(11) ———————— Investment, interest and capital. Englewood Cliffs, Prentice--Hall, 1970.

(12) ———————— Price theory and applications. Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1976.

(13) KEYNES, John M. The general theory of employment, interest and money. New York, Harcourt Brace Jovanovich, 1936.

(14) LORIE, J. & SAVAGE, L. Three problems in rationing capital. Journal of Business, (4) Oct. 1955.

(15) MANSFIELD, Edwin. Microeconomics: theory & applications. New York, W.W. Norton, 1970.

(16) SAMUELSON, Paul A. Economics. 9.ed. New York, McGraw-Hill, 1973.

(17) SOLOMON, Ezra, ed. The management of corporate capital. New York, Free Press, 1959.

(18) VAN HORNE, James C. Function & analysis of capital market rates. Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1970.

(19) ———————— Financial management and policy. 4.ed. Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1977.

(20) WALSH, V.C. Introduction to contemporary microeconomics. New York, McGraw-Hill, 1970.

(21) WESTON, Fred & BRIGHAM, Eugene. Managerial finance. 5.ed. Hinsdale, Dryden Press, 1975.

(22) WILLIAMS, John B. The theory of investment value. Repr. of 1938 ed. by North Holland, Amsterdam, 1964.