

GERSON POMPEU PINHEIRO

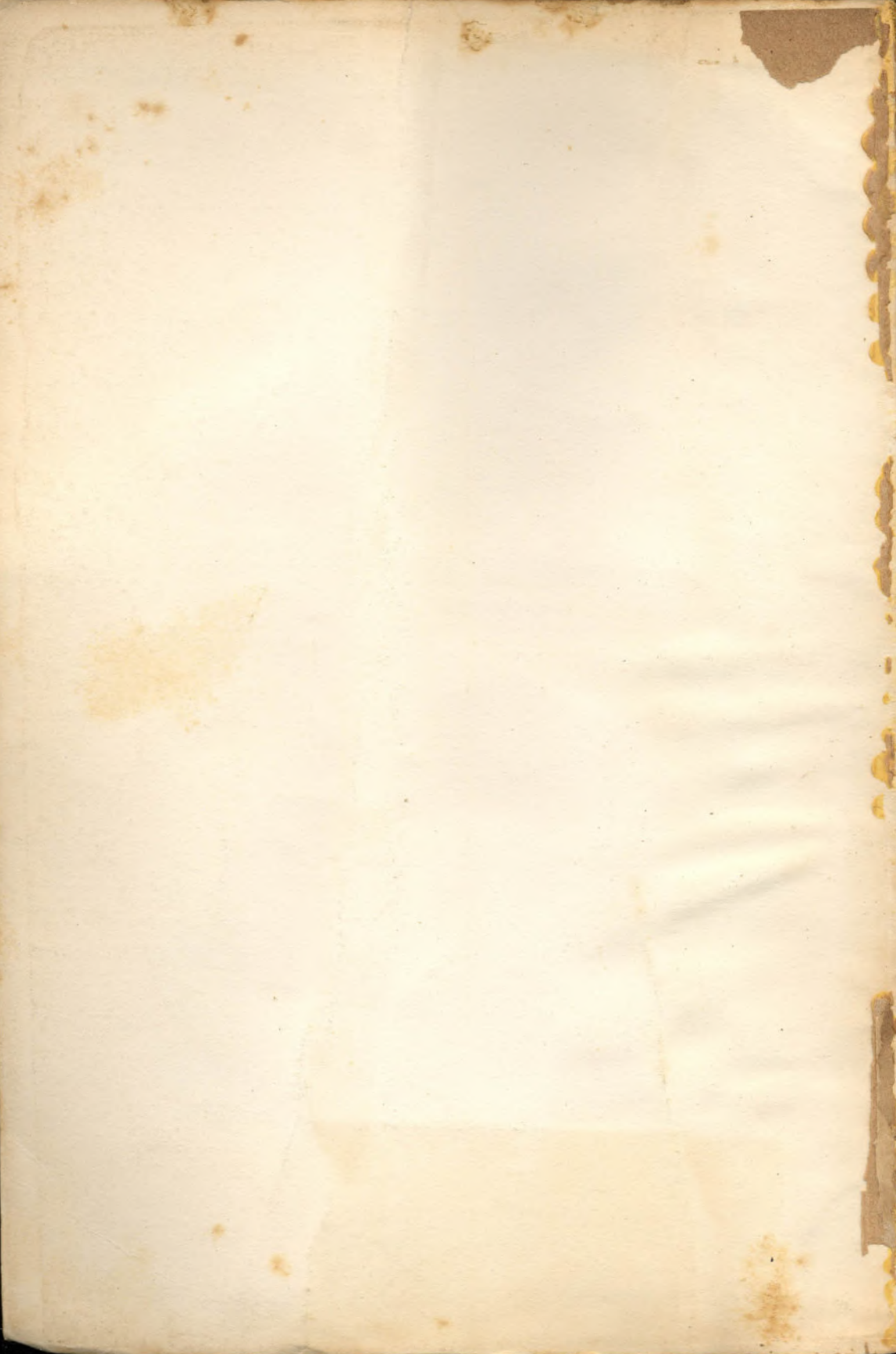
PRÁTICA
DA
PERSPECTIVA

para arquitetos

MÉTODO DOS PONTOS MEDIDORES

RIO DE

1945



ERRATA

- Pág. 9 — linha 2: coloque-se uma vírgula depois de *Perspectiva*
leia-se: *Perspectiva, Sombras...*
- Pág. 11 — 1, linha 2, *onde se lê*: *projeçõs*
leia-se: *projeções*
- Pág. 11 — 1, linha 3, *onde se lê*: *projeções*
leia-se: *proporções*
- Pág. 16 — linha 4, *onde se lê*: *latim*; (4)
leia-se: *latim*. (4)
- Pág. 17 — Rodapé (7), *onde se lê*: *Perspectiva de um ponto...*
leia-se: *Perspectiva do ponto...*
- Pág. 19 — 5.º princípio — linha 4, *onde se lê*: *verticais perpendiculares a TQ*.
suprima-se: *verticais*
leia-se: *perpendiculares a LH*.
- Pág. 27 — linha 3, *onde se lê*: *Geometral* — é o plano horizontal que serve de apoio ao plano do quadro.
leia-se: *Geometral* — é o plano horizontal, ideal, que se faz coincidir com a superfície do terreno.
- Pág. 27 — linha 5, *onde se lê*: *Ponto de vista* — é a denominação dada ao observador; (13)
leia-se: *Ponto de vista* — é o ponto geométrico que corresponde ao centro ótico do observador. (13)
- Pág. 44 — linha 17, *onde se lê*: *J. Pillet estuda o assunto sob o titulo. "Lignes accidentelles d'egale resection"*. (21)
leia-se: *J. Pillet estuda o assunto sob o t.tulo: "Lignes accidentelles d'egale resection"*. (21)
- Pág. 44 — linha 25, *substituir* o ponto final (.) por ponto e vírgula (;) no final da frase.
- Pág. 45 — Mecanismo do método — linha 8, *onde se lê*: *Na forma de um edificio é sempre possível...*
leia-se: *Na forma de um edificio é geralmente possível...*

Pág. 48 — *substitua-se*: $C = \frac{124^\circ}{2} 62^\circ$

por: $C = \frac{124^\circ}{2} = 62^\circ$

Pág. 48 — *substitua-se*: $r = 90^\circ - C = 90^\circ - 62^\circ = 28^\circ$

por: $r = 90^\circ - C = 90^\circ - 62^\circ = 28^\circ$

Pág. 50 a legenda Fig. 24, ao pé da página, pertence ao desenho impresso acima do título "Cálculo dos pontos de fuga e medidores".

Pág. 51 — 55, linha 5, *onde se lê*: temos as suas direções...

leia-se: temos as duas direções...

Pág. 51 — 55, linha 8, *onde se lê*: e liga-los aos...

leia-se: e ligar as suas extremidades aos...

Pág. 51 — 57, 3.º, *onde se lê*: Satisfeitas as condições acima, e em se tratando de arquitetura a área do edifício deve ser no máximo de 100 m².

leia-se: Satisfeitas as condições acima, em se tratando de arquitetura, a área do edifício deve ser no máximo de 100 m².

Pág. 55 — *introduza-se* entre as linhas 24 e 25 o seguinte período: É *sistemático* porque as operações do seu traçado são invariáveis e logicamente ordenadas.

Pág. 59 — O título "Posição do objeto em relação ao quadro" deve ser incorporado no parágrafo 66, entre este número e o seu início: — Uma vez que o...

Pág. 74 — linha 30, *onde se lê*: ... o traço horizontal, do quadro em T ponto êsse...

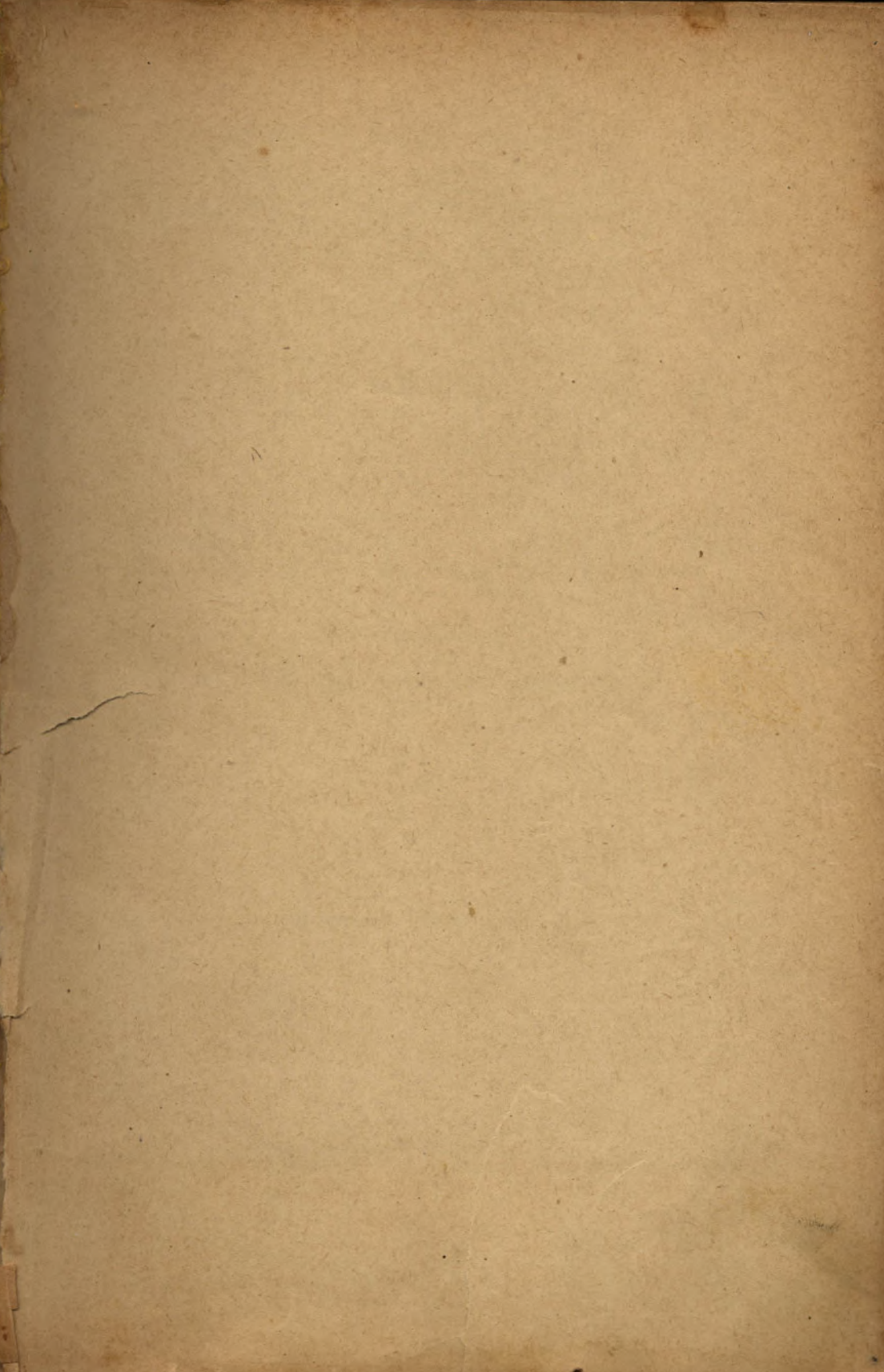
leia-se: ... o traço horizontal do quadro, em T, ponto êsse...

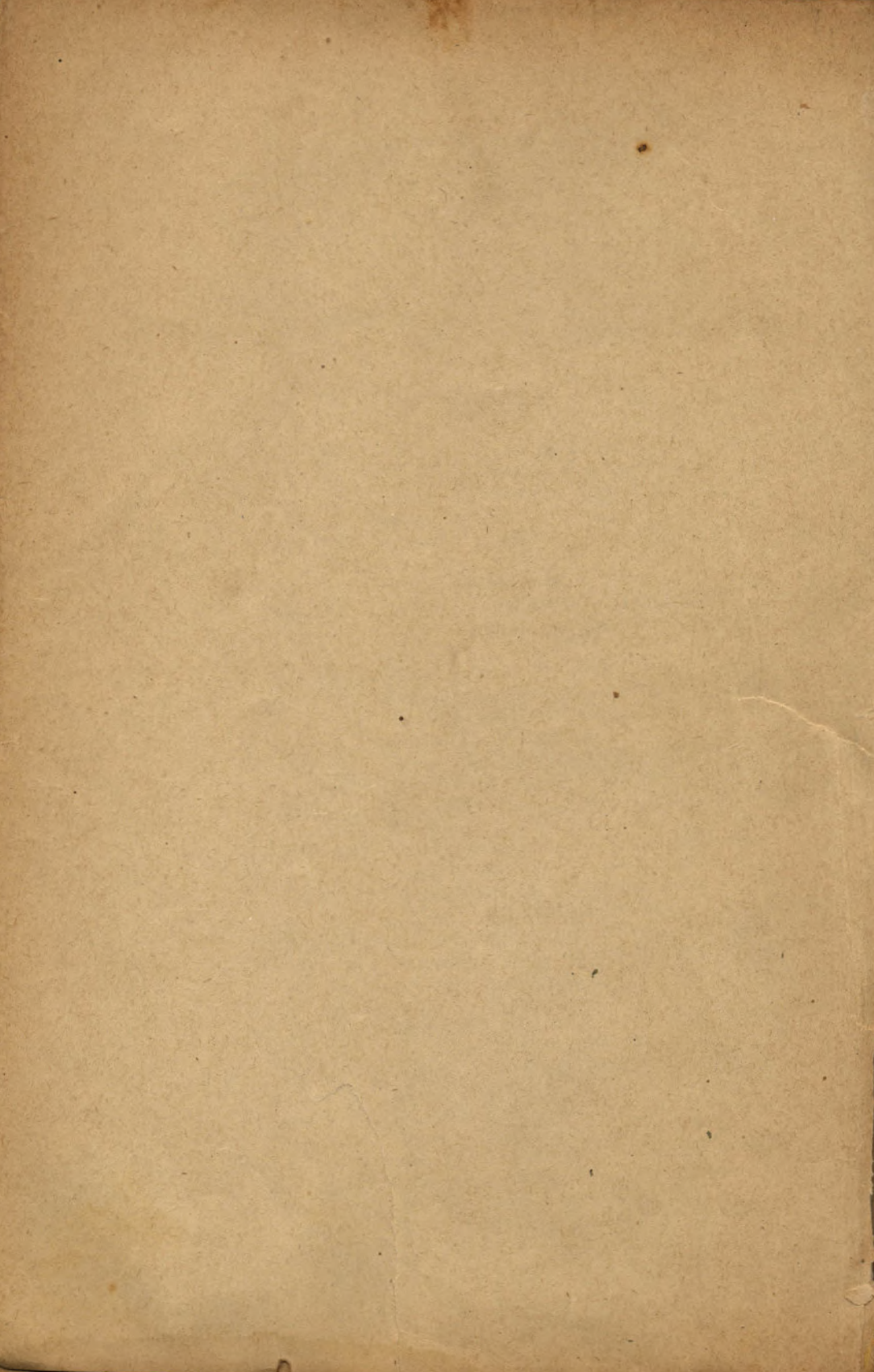
Pág. 77 — linha 3, *onde se lê*: 2.ª Construção — Mr é o ponto...

leia-se: 2.ª Construção — Ms é o ponto...

Pág. 83 — Chasles — *onde se lê*: Aperçu historique des méthodes en géométrie.

leia-se: Aperçu historique des méthodes en géométrie.





GERSON POMPEU PINHEIRO

Engenheiro arquiteto E. N. B. A., Livre docente da Cadeira de Teoria e Filosofia de Arquitetura F. N. A., Doutor pela Universidade do Brasil, ex-professor do Colégio Pedro II, professor de Desenho licenciado pela Faculdade Nacional de Filosofia, professor catedrático interino de Perspectiva Sombras e Estereotomia da Faculdade Nacional de Arquitetura da Universidade do Brasil.

A PRÁTICA
DA
PERSPECTIVA

para arquitetos

O MÉTODO DOS PONTOS MEDIDORES

DESENHOS DO AUTOR

T/2
1945
ex. 2

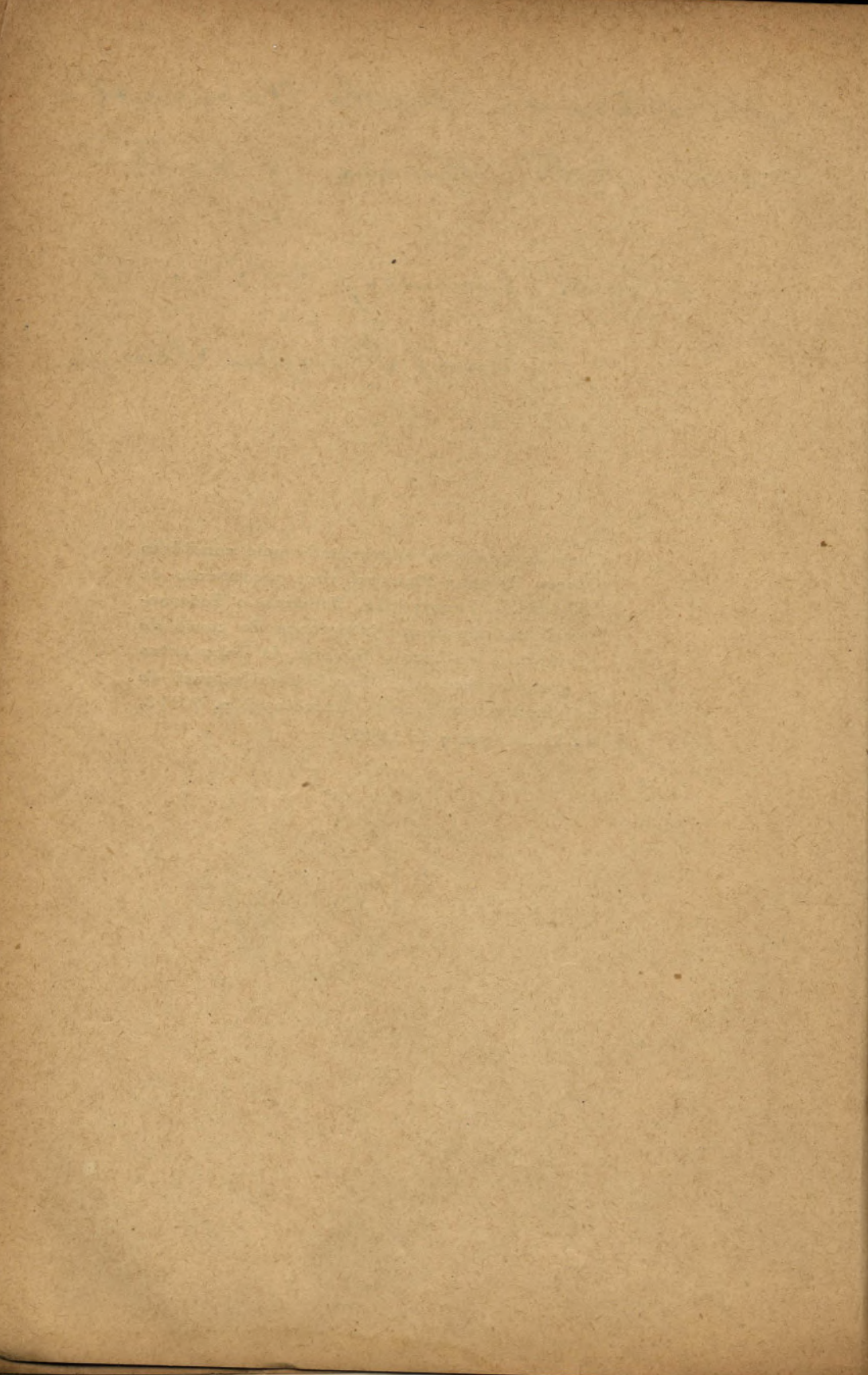


A Biblioteca da Escola Nacional de
Belas Artes oferece o autor

Rio de Janeiro, 20. 8. 56

Gerson Pompeu Pinheiro

Tese de concurso apresentada pelo candidato
Gerson Pompeu Pinheiro, para provimento da
Cadeira de Perspectiva, Sombras e Estereo-
tomia, anteriormente integrante do curso de
Arquitetura da Escola Nacional de Belas Artes
e ora pertencente à Faculdade Nacional de
Arquitetura em face do decreto-lei n. 7.918,
de 31 de agosto de 1945.



ADVERTÊNCIA

Não havíamos concluído a impressão desta tese, embora ela já se encontrasse totalmente composta, quando em virtude do decreto-lei n.º 7.918, de 31-8-45, foi criada a Faculdade Nacional de Arquitetura da Universidade do Brasil.

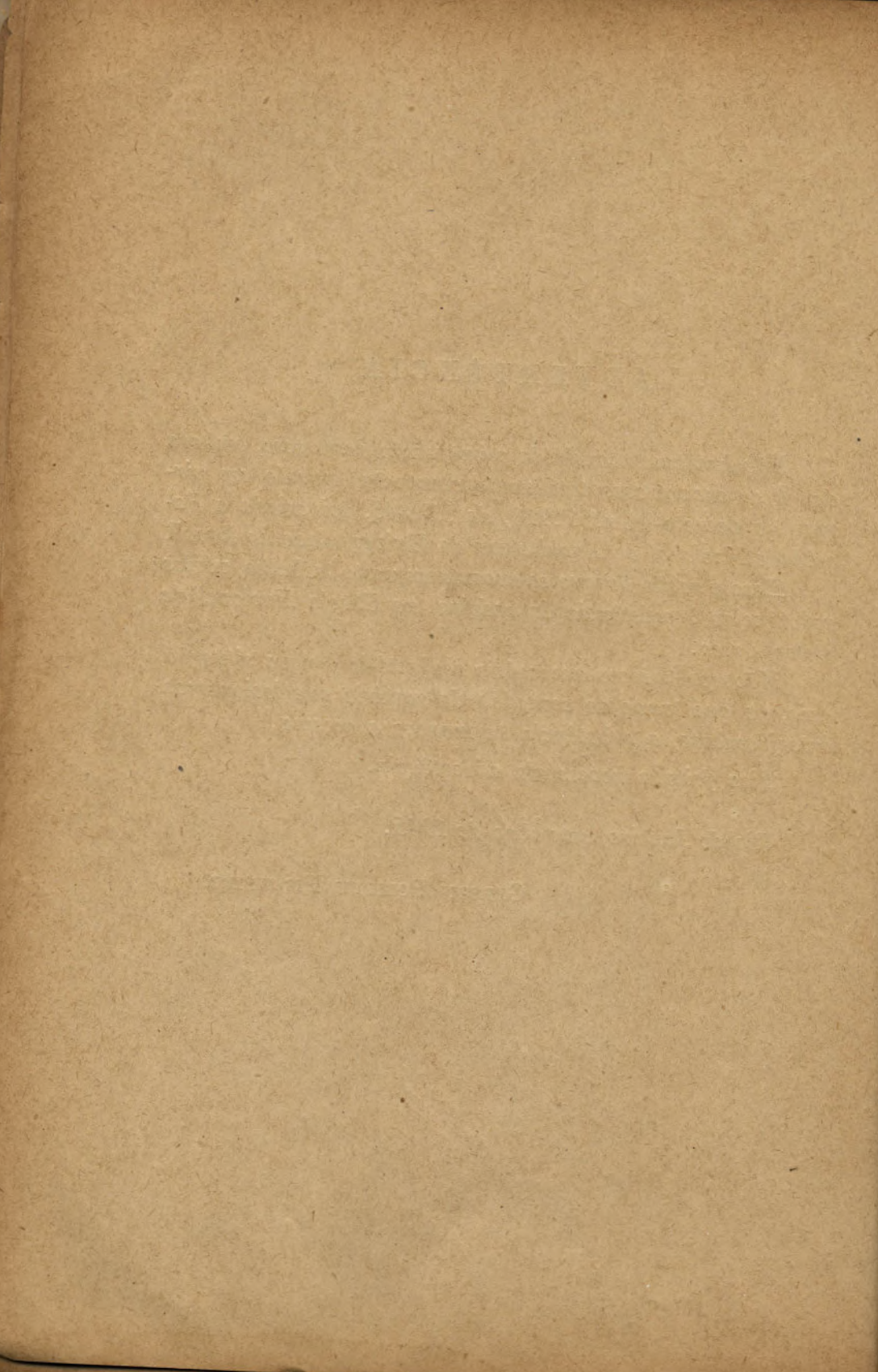
Essa a razão porque se encontram neste trabalho, várias referências à existência da cadeira, na Escola Nacional de Belas Artes.

Não nos pareceu necessário reajustá-lo à nova situação, pois, no que tange ao conteúdo da matéria que lecionamos, interinamente, a substância permanece a mesma.

Fica feita a necessária advertência.

Rio de Janeiro, setembro de 1945.

GERSON POMPEU PINHEIRO.

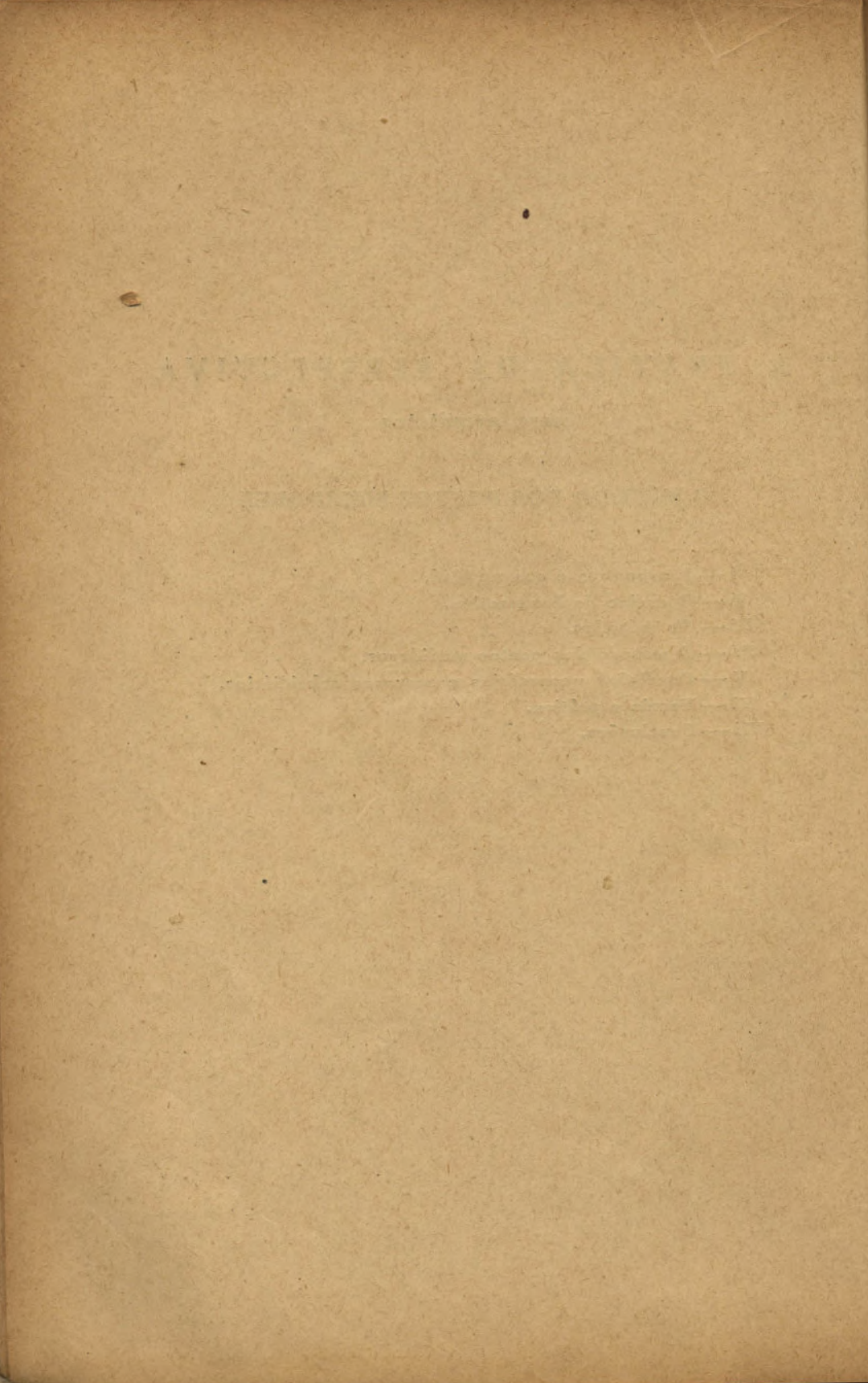


A PRÁTICA DA PERSPECTIVA

para arquitetos

O MÉTODO DOS PONTOS MEDIDORES

- I — Perspectiva e sua utilidade.
- II — O ensino de Perspectiva.
- III — Os métodos.
- IV — O método dos pontos medidores.
- V — Condições necessárias e recursos subsidiários.
- VI — Teoria e prática.
- VII — Conclusões.



INTRODUÇÃO

Ao preparar esta tese de concurso para a cátedra de Perspectiva Sombras e Estereotomia da Escola Nacional de Belas Artes, tivemos em mente abordar o aspecto mais importante da cadeira para as imposições da vida do arquiteto: a prática da Perspectiva.

A proposição que empresta ao nosso trabalho as características de uma tese, é a seguinte: *o emprêgo dos pontos medidores é suficiente para a organização de um método de Perspectiva e êsse método, exato do ponto de vista teórico, é o mais prático.*

A fim de demonstrar o acêrto da nossa afirmativa, partiremos da conceituação de Perspectiva, passando pela análise de várias das condições que determinam a dificuldade do seu emprêgo por parte de estudantes e profissionais, examinaremos os métodos vulgarmente conhecidos, o método dos pontos medidores, para chegar finalmente às conclusões. O assunto foi dividido em sete capítulos assim intitulados: Perspectiva e sua utilidade, O ensino de Perspectiva, Os métodos, O método dos pontos medidores (1), Condições necessárias e recursos subsidiários, Teoria e prática e Conclusões.

(1) — Também chamado: Método dos pontos de fuga das retas de igual ressecção (ponto 20 do programa da cadeira, publicado no D. O. de 23.11.44), dos pontos de fuga das retas de isometria, dos pontos de fuga das cordas do arco de rebatimento.



No desenvolvimento do presente trabalho, será notado que a matéria não foi tratada exclusivamente do ponto de vista da defesa de uma proposição, pois, as características de um livro didático nêle também se encontram.

Fizemo-lo conscientemente e, desde já apresentaremos a nossa justificativa.

Não pertencemos ao número daqueles que buscam a sabedoria apenas pelo prazer intelectual de possuí-la. Queremos vê-la transformada em realizações objetivas de utilidade imediata na vida humana. A própria escolha do título dêste estudo denuncia o nosso propósito.

Almejamos para esta tese uma vida ativa. Fazemos votos que passadas as provas do concurso ela ainda represente uma utilidade para os estudiosos do assunto, alunos ou profissionais, e, que do seu conteúdo possa surgir oportunamente um tratado de Perspectiva.

Por outro lado, podemos assim oferecer à Meritíssima Comissão Julgadora o ensejo de apreciar a nossa capacidade didática, aspecto que reputamos da mais alta valia num concurso para professor.

Rio de Janeiro, julho de 1945.

GERSON POMPEU PINHEIRO.

I

PERSPECTIVA E SUA UTILIDADE

1 — Para os trabalhos de construção de um edifício, são suficientes os desenhos em projeções ortogonais. Plantas, cortes e fachadas para as projeções gerais e detalhes para os pormenores. Entretanto, nenhum desses desenhos corresponde à representação do objeto tal como o vemos depois de executado. São abstrações, representações ideais da forma.

2 — Deve assim o arquiteto, não só para melhor atender ao seu cliente, como para bem julgar o seu trabalho fazer uma ou várias perspectivas do projeto. Somente elas poderão evidenciar a necessidade de ser introduzida esta ou aquela modificação da forma, no sentido de melhor proporcionar o conjunto arquitetônico. Seria, mesmo, desejável que o arquiteto, antes de fixar em definitivo as linhas das elevações fizesse várias perspectivas, para em função destas desenhar as projeções das fachadas e cortes.

3 — Não deve o profissional consciencioso fazer uma perspectiva de um ponto de vista inatingível na realidade. Ela só será realmente útil a si ou ao cliente quando corresponda a um aspecto possível na prática. Em outros termos, a imagem obtida na perspectiva deve ser absolutamente semelhante a que se consegue pela fotografia do edifício terminado, desde que se observe a mesma localização para o ponto de vista.



4 — Verifica-se pelo exposto acima, que há uma grande analogia entre o Desenho de observação e a Perspectiva. Ambos registram as deformações aparentes dos corpos quando representados grãficamente num quadro. Retas paralelas, oblíquas ao quadro, tornam-se convergentes; ângulos retos, em geral, se apresentam agudos ou obtusos; o círculo quando em perspectiva deforma-se em elipse e muitas outras alterações se verificam. Tais fenômenos são estudados em Geometria nas propriedades projetivas das figuras.

Interessa-nos, no momento, registrar apenas a semelhança existente entre os resultados obtidos no Desenho de observação e na Perspectiva. A diferença essencial que neles se encontra é caracterizada pela oportunidade de realização gráfica da imagem.

Pode-se fazer a representação perspectiva de um corpo apenas ideado, não existente. Só se pode fazer um desenho de observação quando existe o modêlo.

5 — O estudo acurado do desenho de observação permite ao desenhista o conhecimento empírico das leis de Perspectiva. Tendo-se desenhado, do natural, objetos de forma semelhante a de um corpo apenas imaginado, consegue-se executar a sua perspectiva aproximada. E' o que se costuma dizer uma *perspectiva a sentimento*.

6 — Ao mesmo resultado chegaria o desenhista que tivesse aprendido a teoria da Perspectiva. Sem fazer uso de traçados geométricos, êle seria capaz de representar aproximadamente a forma aparente de um corpo.

7 — Nas aulas de Perspectiva de observação, que temos tido a oportunidade de dar no curso da Escola Nacional de Belas Artes, explicamos as operações para tomada de medidas das proporções fundamentais do modêlo, como uma simples transposição, para o plano do papel, da figura existente num quadro imaginário, localizado em relação ao observador, a uma distância igual ao seu próprio braço distendido. Fig. 1.

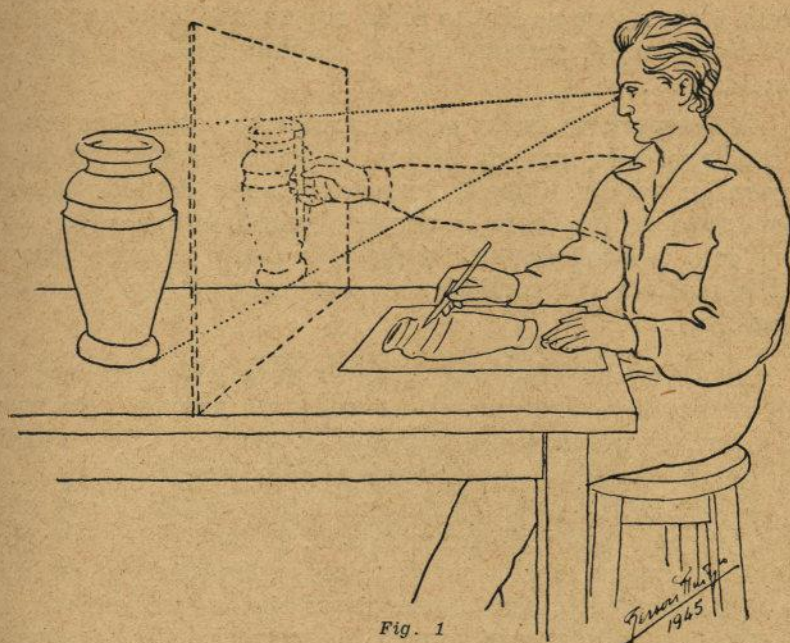


Fig. 1

8 — Comparado êsse mecanismo com o da construção da perspectiva de um objeto como simples aplicação da Geometria Descritiva verificamos que a identidade é perfeita. Figs. 2 e 3. Nos dois casos a imagem resulta da intersecção com o quadro de raios visuais, partindo do olho do observador para cada um dos pontos do modêlo.

9 — Tanto no desenho de observação como na perspectiva teórica a imagem obtida não corresponde exatamente àquela que vemos normalmente, porque em ambos os casos reduzimos o observador a um único ponto de vista, enquanto que na realidade a nossa visão é binocular. Por êsse motivo procura-se o ponto de vista a uma distância tal, que a diferença entre as imagens formadas numa e noutra retina seja tão pequena que se possa desprezar.

10 — Construído o desenho de um corpo, por meio de linhas, trabalho no qual realizamos uma abstração, resta completar a imagem com o emprêgo do claro-escuro e da côr.

Nesta última fase as linhas serão suprimidas, aparecendo em sua substituição, massas de côr subordinadas a efeitos do claro-escuro.

A Perspectiva linear, por seus métodos e traçados ensina a construção da imagem de um corpo sem cogitar do claro-escuro ou da côr. Cabe à Perspectiva aérea estudar as conseqüências da luz sôbre os corpos, e nesta última parte, embora seja possível analisar o fenômeno, não se pode organizar a matéria em condições de ser ensinada por processos científicos.

11 — E' por essa razão que os arquitetos precisam conhecer desenho figurado e ter noções de pintura. No trato do primeiro aprendem a interpretar os valores e com o auxilio da pintura habilitam-se a colorir as suas perspectivas.

A perspectiva colorida de um edificio realiza a sua imagem tal como será visto na realidade. E' fácil notar a importância de que se reveste no exercício profissional da arquitetura, o conhecimento da Perspectiva: ela permite oferecer ao cliente, por antecipação, uma idéia perfeita da construção projetada.

12 — Para concluir podemos formular uma definição de Perspectiva nos seguintes têrmos:

“A Perspectiva tem por fim representar sôbre um quadro a imagem de um corpo, tal como se nos apresenta à vista.” (2)

(2) — Transcrevemos aqui algumas definições de autores notáveis:

LEONARDO DA VINCI — “La peinture est fondée sur la perspective, qui n'est que l'art de bien figurer l'office de l'œil, c'est-à-dire la rassemblement des objets telle qu'elle parvient à l'œil”. *Traité de la Peinture* — Librairie Delagrave — Paris — 1934.

G. MONGE — “L'art de la Perspective consiste à représenter, sur un tableau dont la forme et la position sont connues, des objets également donnés de forme et position, tels qu'ils paraîtraient à un œil dont la position serait aussi déterminée”. *Geometrie Descriptive* — cinquième édition. Bachelier (Successeur de Mme. V. Courcier) — Paris — 1827.

JULES DE LA GOURNERIE — La perspective est l'art de représenter des objets sur un tableau en conservant leur apparence”.

C. F. A. LEROY — “La perspective d'un objet se réduit à trouver les intersections d'un faisceau de droites avec la surface nommée le *Tableau*”.

J. J. PILLET — “La perspective a pour but de représenter, sur un tableau, les objets tels qu'on les voit”.

A. MANNHEIM — “La perspective linéaire a pour but de représenter sur une surface, à l'aide de lignes, une figure, qui offre l'apparence d'un objet de l'espace.”

II

O ENSINO DE PERSPECTIVA

13 — Integrada no conjunto de matérias que formam o curso de Arquitetura, a cadeira de Perspectiva encontra-se na actual organização da Escola Nacional de Belas Artes, localizada no segundo ano.

Considerando que o aluno frequênta no primeiro ano do curso a cadeira de Geometria Descritiva e considerando que a Perspectiva pode ser encarada como uma aplicação daquela ciência devemos concluir que ela se acha no seu devido lugar.

Em abono à nossa afirmação, invocaremos a palavra do grande MONGE:

“Parmi les différentes applications que l'on peut faire de la Géométrie Descriptive, il y en a deux qui sont remarquables, et par leur généralité, et parce qu'elles ont d'ingénieux: ce sont les constructions de la perspective, et la détermination rigoureuse des ombres dans le dessins.” (3)

14 — E' interessante assinalar que quando foi concebida a Geometria Descritiva, já existia de há muito o estudo do Perspectiva. A criação de MONGE data de 1795, quando realizou um curso na École Normale, sendo publicado o seu livro,

(3) — G. MONGE — *Géométrie Descriptive* — Cinquième édition. Bachelier — Paris — 1827 — pág. XVIII.

somente em 1798-99, enquanto que o primeiro tratado de Perspectiva, de que se tem notícias, segundo WIELEITNER, é de 1482 tendo sido seu autor o pintor PIETRO FRANCESCHI que o escreveu em italiano e latim; (4)

Podem ser ainda citados, além de vários trabalhos de Perspectiva publicados no século XVI, os estudos devidos à genialidade de A. DÜRER e de LEONARDO DA VINCI.

15 — A explicação para êsse fato aparentemente contraditório reside na circunstância de que a Perspectiva foi estudada por artistas que registraram as leis que regem as deformações aparentes dos corpos sem explorar o seu fundamento científico.

Encerrado êste pequeno parêntese histórico examinemos as condições necessárias ao ensino da Perspectiva, na atualidade, considerando particularmente o caso dos estudantes de Arquitetura.

16 — Não será supérfluo recordar a conceituação de ensino e de aprendizagem antes de desenvolvermos o tema deste capítulo.

“Ensino é a direção da marcha da aprendizagem.” (5)

“Aprendizagem é, essencialmente, um processo de auto-atividade reflexiva, pela qual quem aprende incorpora o aprendido à sua própria experiência em vista do enriquecimento da mesma.” (6)

Num curso superior a técnica a ser adotada deve ter um caráter essencialmente lógico e científico.

Nessa ordem de idéias convém que a exposição da teoria seja feita desde o início em ligação íntima com a Geometria Descritiva, nos variados recursos que nos oferecem os seus métodos.

17 — Para dar aos alunos a consciência segura dos fundamentos da Perspectiva, é recomendável que o estudo se

(4) — H. WIELEITNER — *História de las matemáticas* — Trad. do Prof. José M.^a Iniguez Almech — Ed. Labor. — pág. 94.

(5 e 6) — DORA C. DE BARROS — *Função didática do Plano de Ensino: plano de curso e plano de aula* — São Paulo — 1940 — págs. 12 e 13.

inicie pelo emprêgo direto da Geometria Descritiva na construção de uma épura na qual, objeto, ponto de vista e quadro sejam figurados respectivamente pelas suas projeções e pelos seus traços.

A representação do sistema no espaço, em perspectiva cavaleira, oferece grandes vantagens facilitando a assimilação por parte dos alunos. Fig. 5.

Determinadas as interseções dos raios visuais com o plano do quadro e feito o rebatimento dêste último sôbre o *P.V.*, em tôrno do traço vertical, aparece a perspectiva sem auxílio de qualquer outra operação.

18 — Como primeiro exemplo, Fig. 2 e 3, estudamos a perspectiva de um segmento de reta situado no *P. H.* e inclinado em relação ao quadro, que escolhemos segundo um plano de perfil. Essa mesma épura permite dar aos alunos a noção teórica de ponto de fuga. (7)

19 — O estudo de um cubo com faces perpendiculares ao plano do quadro, dá ensejo à análise das perspectivas de retas perpendiculares, horizontais a 45° com o quadro e paralelas a êste, horizontais e verticais. Nessa oportunidade, isto é, na mesma épura, pode-se demonstrar que os pontos de fuga das duas primeiras são o ponto principal e os pontos de distância e, que as paralelas ao quadro têm as suas perspectivas paralelas entre si. Fig. 4 .

20 — Como resultado dessas investigações serão enunciados os seguintes princípios:

1.º PRINCÍPIO — A perspectiva de uma reta é uma reta.

2.º PRINCÍPIO — Retas perpendiculares ao quadro convergem em perspectiva para o ponto principal (pé da perpendicular baixada de *V* sôbre o plano do quadro).

3.º PRINCÍPIO — Retas horizontais a 45° com o quadro, concorrem, em perspectiva para um ou para o outro ponto de distância conforme seja a sua direção (pontos de distân-

(7) — Perspectiva de um ponto pertencente à reta, situado no infinito. E' por conseguinte o ponto de concurso de tôdas as retas paralelas à primeira.

cia são os pontos correspondentes aos rebatimentos do ponto de vista sôbre o quadro).

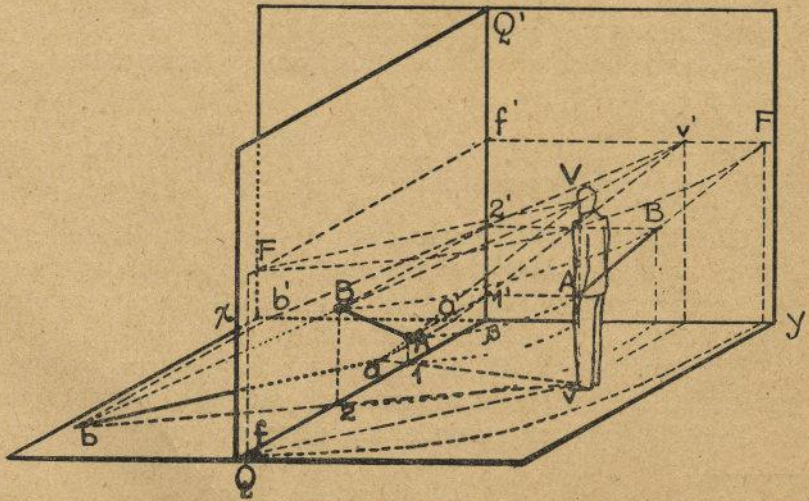
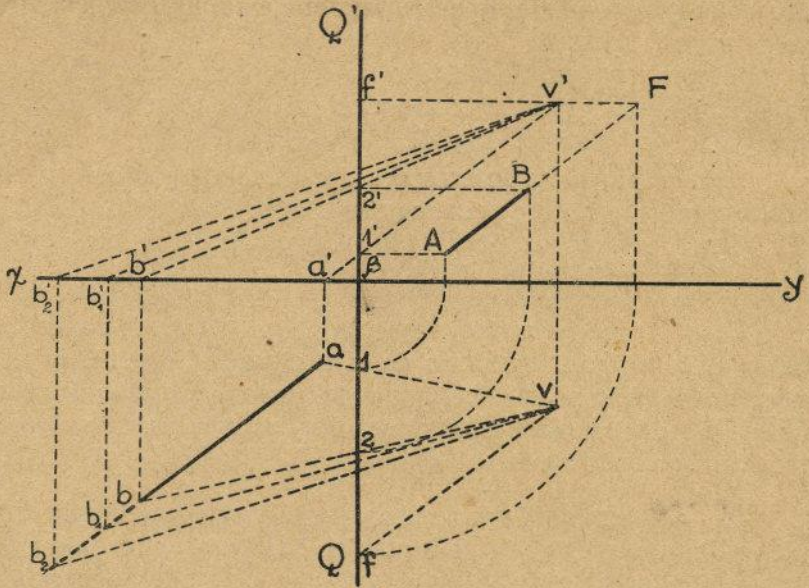


Fig. 2 — Fig. 3

4.º PRINCÍPIO — Retas horizontais de frente têm as suas perspectivas paralelas à linha de horizonte LH .

5.º PRINCÍPIO — Retas verticais têm as suas perspectivas verticais perpendiculares a TQ .

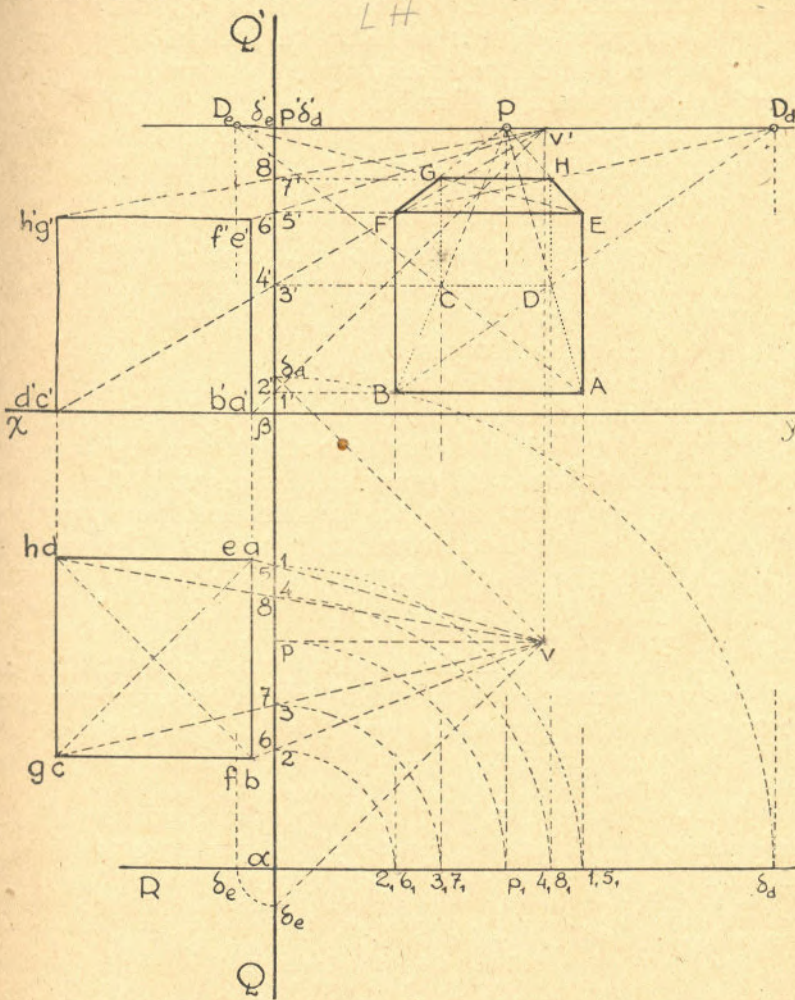


Fig. 4

21 — Em seguida deve o professor dedicar o desenvolvimento das suas aulas à nomenclatura dos planos e elemen-

tos que aparecem na Perspectiva, apresentando, além das respectivas definições, as anotações convencionais.

22 — Antes de passar ao exame dos métodos é imprescindível mostrar aos alunos que da escolha do ponto de vista depende em grande parte o efeito da perspectiva. Correlacionar a exposição da matéria com o real é a prática que mais uma vez julgamos conveniente.

O emprêgo de peças do museu correspondente à matéria é sempre indicado, contribuindo poderosamente para maior clareza das exposições. (8)

23 — Uma vez estabelecidas essas noções básicas, serão apresentados os métodos, devendo o professor partir da representação perspectiva do ponto para depois estudar retas, figuras e, finalmente, corpos.

O estudo dos métodos visará conferir aos alunos os conhecimentos necessários para que, na prática da Perspectiva, empregando o método dos pontos medidores, possam usar todos os recursos capazes de concorrer para a simplificação dos traçados, uma vez que os vários problemas podem ser reduzidos a uma só questão: determinar os traços dos raios visuais na superfície do quadro. (9)

24 — Na exposição do *método dos pontos medidores*, o professor fará a justificação da sua preferência sôbre os demais, demonstrando gráfica e analiticamente o processo para obtenção daqueles pontos e dos pontos de fuga correspondentes a qualquer direção.

25 — E' necessário, para a aprendizagem, que sejam feitas aplicações práticas na construção de perspectivas de edi-

(8) — Alunos que fomos do eminente Professor Alvaro J. Rodrigues, na cadeira de Geometria Descritiva, aplaudimos sem reserva o seu ponto de vista favorável à objetivação dos conhecimentos teóricos.

(9) — "Ainsi, la position de l'œil, celle d'un objet connu de forme, et enfin celle d'un plan vertical, étant donnés par rapport aux plans de projection, il s'agit de trouver les rencontres de ce plan avec les droites menées de l'œil à chacun des points de l'objet proposé, et de les rapporter sur un tableau représentant ce même plan vertical supposé rabattu.

Diverses constructions peuvent donner les points de rencontre avec plus ou moins d'avantage et de facilité, selon les positions respectives de l'objet, de l'œil et du tableau; nous allons exposer, en premier lieu, celle qui est la plus simple et ordinairement la plus commode." G. MONGE, op. cit. — pág. 161.

fios e de interiores. Em relação à Perspectiva poderíamos dizer como falou MONGE sobre a Descritiva: “Il est nécessaire, pour le cours de Géométrie descriptive, que la pratique et l'exécution soient jointes à l'audition des méthodes”.

“Ainsi les élèves doivent s'exercer aux constructions graphiques de la Géométrie Descriptive. Les arts graphiques ont des méthodes générales, avec lesquelles on ne peut se familiariser que par l'usage de la règle et du compas”. (10)

26 — Esses trabalhos, para resultarem em aproveitamento integral, deverão ser apresentados com os cuidados que se exigem na prática, isto é, coloridos ou pelo menos com a indicação do claro-escuro.

Para completar o preparo dos alunos as últimas aulas do curso serão dedicadas aos problemas de reflexos e sombras em perspectiva, assim como aos casos de restituição dos pontos principal, de distância, medidores e de fuga mediante uma perspectiva desenhada ou uma fotografia.

27 — Na exposição de cada uma das partes do programa a matéria deverá ser lecionada em ordem rigorosamente lógica, cabendo ao professor justificar teoricamente todos os traçados e métodos apresentados, servindo-se de exemplos reais ou figurados em modelos de museu. E' imprescindível, outrossim, a realização de trabalhos práticos nos quais serão aplicadas as noções aprendidas nas aulas teóricas.

28 — Estamos convictos, por experiência própria, nos limites da relatividade que as condições materiais de nossas aulas determinam, que observados êsses cuidados no ensino de Perspectiva, os alunos poderão auferir tôdas as vantagens que ela encerra como recurso insubstituível de apresentação.

(10) — G. MONGE — op. cit. — pág. XVII e XVIII.



III

OS MÉTODOS

29 — Método, do grego, no sentido etimológico, quer dizer: *a direção que se imprime aos próprios pensamentos a fim de investigar e demonstrar a verdade.* (11)

30 — Para o nosso caso a palavra método se identifica com processo ou técnica: *modo de proceder.*

31 — Sendo a Perspectiva uma ciência matemática aplicada, os seus métodos deverão ser, logicamente, dedutivos, ou seja, baseados em procedimentos peculiares às ciências exatas. Todavia, como a Perspectiva também se socorre das Ciências Físicas e Naturais o método indutivo é às vezes empregado.

32 — Quando afirmamos que *retas perpendiculares ao quadro são convergentes, em perspectiva, para o ponto principal*, temos um exemplo de dedução ou de indução conforme resulte a afirmativa, de uma investigação feita por intermédio da Geometria Descritiva ou da observação dessas retas em modelos do natural.

33 — Nos livros que tratam de Perspectiva, quer sejam tratados ou simples compêndios ou ainda os tradicionais cur-

(11) — ESTEVÃO CRUZ — *Compêndio de Filosofia* — pág. 341.

sos de geometria descritiva dos franceses como MANNHEIM, OCAGNE, BRISSE & PIQUET, etc., encontram-se orientações as mais variadas quanto ao desenvolvimento do assunto e exposição dos métodos. Verifica-se todavia, que certos autores, talvez por subordinação a programas de ensino para os quais foram elaborados os seus livros, preferem a seguinte ordem na organização da matéria: perspectiva do geometral e perspectiva do espaço, compreendendo esta última parte as chamadas construções diretas sôbre o quadro as quais incluem o estudo dos reflexos e das sombras em perspectiva.

34 — No caso particular das necessidades profissionais do arquiteto, não nos parece ser vantajosa essa distribuição da matéria. Os nossos problemas estão geralmente presos ao geometral e além disso a determinação perspectiva de pontos do espaço feita por intermédio das suas projeções naquele plano é tão simples que justifica a nossa preferência pelo seu emprêgo.

35 — Outro procedimento que a nosso ver não é conveniente é o de dividir a matéria em unidades que correspondem apenas a problemas de menor ou maior complexidade. E' razoável que num tratado de Perspectiva, o assunto seja dividido e classificado de modo a apresentar-se num encadeamento lógico. Entretanto, o critério de unidades só se justifica para a exposição circunstanciada de teorias e construções não desenvolvidas anteriormente.

36 — Subordinados aos limites que caracterizam o presente trabalho e em conformidade com o ponto de vista que adotamos, faremos neste capítulo o estudo dos métodos, apresentando de cada um, pequenos exemplos indispensáveis à sua perfeita compreensão, pois, neste ponto pensamos como o arquiteto CINO CHIESA: "ho creduto di aver trovato una strada buona, cercando di esporre in logica successione, i metodi generali di costruzione della prospettiva, che valgono tan-

to per il pavimento quanto per la volta, per il capitello, per il timpano". (12)

37 — J. PILLET em seu "Traité de perspective lineaire" enumera quatro características necessárias aos métodos de Perspectiva, as quais transcrevemos no idioma original.

- a) — "Une méthode de perspective linéaire doit être conçue de telle sorte que l'on puisse exécuter les tracés qu'elle comporte dans le tableau ou en sortant extrêmement peu des limites de son cadre".
- b) — "Les constructions de la perspective linéaire doivent faire image; en un mot: lorsque le perspec-teur exécute une opération quelconque il doit opé- rer en dessinateur et non pas en géomètre".
- c) — "Les méthodes doivent être conçues de telle sorte qu'elles permettent de faire rapidement le passage de l'épure géométrale au tableau quelles que soient les échelles respectives de l'un et de l'autre".
- d) — "La perspective linéaire doit avoir d'abord, des mé- thodes pour la mise en place de l'ensemble en se servant de l'épure géométrale, et ensuite d'autres méthodes, permettant pour ainsi dire de fouiller les détails en se basant exclusivement sur le pre- mier ensemble déjà mis en place et considéré com- me absolument exat".

38 — Além dessas características necessárias para esta- belecer um critério de julgamento, devemos considerá-los sob os seguintes aspectos:

- 1 — Concepção teórica.
- 2 — Simplicidade de traçado.

3 — Exatidão relativa, em função das construções obrigatórias.

Examinaremos em seguida, os métodos mais conhecidos, apontando as vantagens e inconvenientes de cada um.

São êles: método dos pontos de concurso, método das visuais e dominantes, método das três escalas e método do levantamento do geometral. Faremos ainda uma referência final à aplicação da homologia plana nos traçados da Perspectiva linear. O método dos pontos medidores será objeto do capítulo seguinte, não só por que êle constitui o assunto principal dêste trabalho, como porque nos tratados clássicos êle não se encontra classificado ao lado dos demais.

40 — Antes de passar à análise dos métodos, é necessário fixar algumas definições e anotações convencionais. Fig. 5.

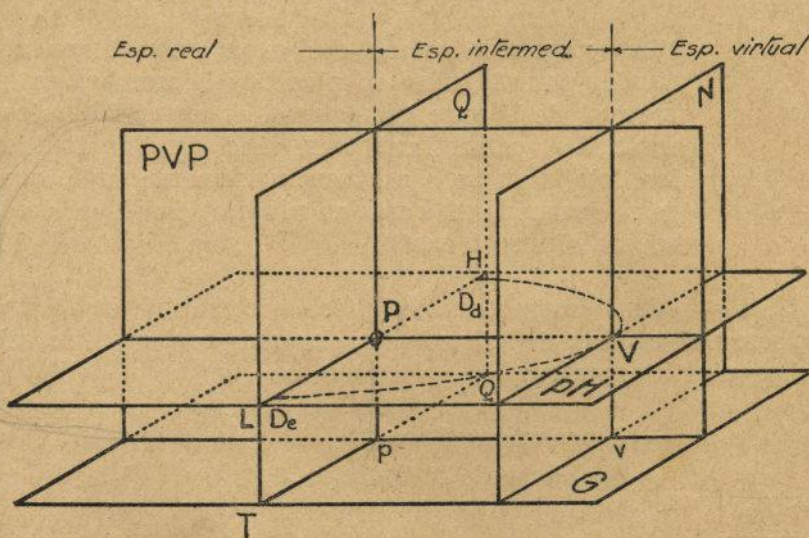


Fig. 5

DEFINIÇÕES

Quadro — é a superfície sôbre a qual se desenha a imagem. É geralmente um plano vertical.

Geometral — é o plano horizontal que serve de apoio ao plano do quadro.

Ponto de vista — é a denominação dada ao observador; ^{IDEAL, que se faz coincidir com a superfície do terreno} (13) ^{o ponto geométrico que corresponde}

Plano do horizonte — é o plano horizontal que contém o ponto de vista.

Plano neutro — é o plano de frente que contém o ponto de vista. (14)

Plano visual principal — é o plano vertical, perpendicular ao quadro, que contém o ponto de vista.

Traço do quadro ou linha de terra é a reta de intersecção do quadro com o geometral.

Linha do horizonte — é a reta de intersecção do plano do horizonte com o quadro.

Ponto principal — é o pé da perpendicular baixada do ponto de vista sôbre o quadro.

Vertical principal — é a perpendicular ao traço do quadro baixada do ponto principal. O segmento da vertical compreendido entre a linha do horizonte e o traço do quadro corresponde à altura do ponto de vista.

Distância principal — é a perpendicular compreendida entre o ponto de vista e o ponto principal.

Pontos de distância — são os pontos correspondentes ao rebatimento do ponto de vista para a direita ou para a esquerda da vertical principal. Existem, assim, dois pontos de distância.

Espaço intermediário — é o espaço compreendido entre o plano neutro e o quadro.

Espaço real — é o espaço existente além do quadro, à frente do ponto de vista.

Espaço virtual — é o espaço existente aquém do plano neutro atrás do ponto de vista.

(13) — Nos traçados de Perspectiva considera-se a visão monocular, identificando-se o observador com um ponto.

(14) — Alguns autores preferem denominá-lo *plano central*.

ANOTAÇÕES CONVENCIONAIS (15)

| | | |
|-----|---|-----------------------------|
| Q | — | quadro |
| G | — | geometral |
| V | — | ponto de vista |
| PH | — | plano do horizonte |
| N | — | plano neutro |
| PVP | — | plano visual principal |
| TQ | — | traço do quadro |
| LH | — | linha do horizonte |
| P | — | ponto principal |
| Pp | — | vertical principal |
| VP | — | distância principal |
| Dd | — | ponto de distância direito |
| De | — | ponto de distância esquerdo |
| F | — | ponto de fuga (16) |
| M | — | ponto medidor (16) |

MÉTODO DOS PONTOS DE CONCURSO

41 — O método dos pontos de concurso ou dos pontos de fuga se baseia na determinação perspectiva do ponto definido pelo cruzamento de retas perpendiculares ao quadro e de retas horizontais a 45° , ou pela intersecção de retas horizontais quaisquer, desde que sejam conhecidos os seus pontos de fuga.

Vejamos alguns exemplos resolvidos por seu intermédio.

PERSPECTIVA DO PONTO

Problema 1 — Perspectiva de um ponto situado no geometral
1.^a solução (emprêgo de retas perpendiculares e a 45°).

(15) — As anotações aqui empregadas, são convenções que adotamos, não se subordinam a um critério universal, mesmo porque os autores divergem neste assunto. Aproveitamos geralmente as iniciais das palavras com as quais se designam os vários elementos do sistema.

(16) — Sendo infinito o número de pontos de fuga e de pontos medidores, faremos a sua distinção por meio de um índice numérico. Por exemplo: F_1 , M_1 significam o ponto de fuga da direção 1 e o seu ponto medidor.

A figura 6 representa a projeção horizontal de uma épu-
ra onde se vêem o traço do plano do quadro, PV traço do pla-
no visual principal e um ponto a situado no geometral.

Vamos determinar a sua perspectiva por intermédio do
cruzamento de duas retas horizontais, uma perpendicular e
a outra a 45° com o quadro.

Na figura 7 temos o quadro visto de frente. A altura do
horizonte dada em vV_1 será marcada na vertical principal Pp .
A perpendicular cujo pé é a_1 , situado em TQ , vai para o pon-
to P e a horizontal a 45° que intersepta o quadro em a_2 con-
corre para o ponto Dd . (2.º e 3.º PRINCÍPIOS, n.º 20).

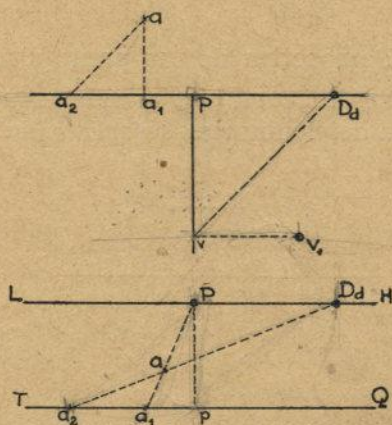


Fig. 6 Fig. 7

No cruzamento das duas retas teremos necessariamente
o ponto a posto em perspectiva.

2.ª SOLUÇÃO — (emprego de retas horizontais quaisquer).

Neste caso determinados os pontos de fuga das direções
 ba e ca o problema estará resolvido.

Convém notar que na figura 8 conjugamos a épu-
ra com a perspectiva.

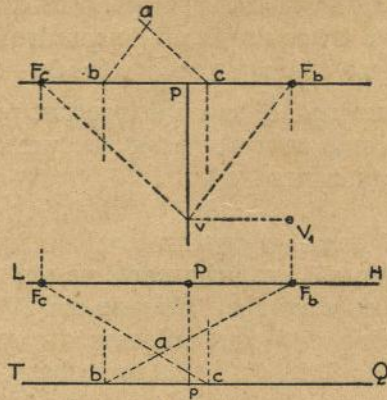


Fig. 8

Problema 2 — Perspectiva de um ponto situado no espaço.

Tanto a primeira como a segunda soluções poderão ser empregadas para determinar a projeção a do ponto A , no geometral. Fig. 9.

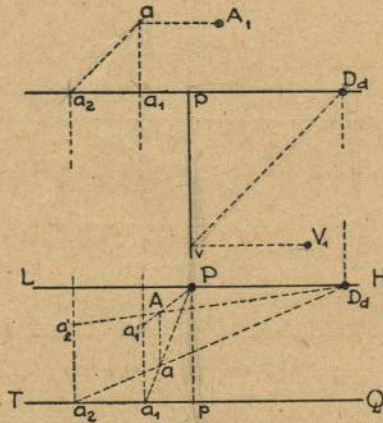


Fig. 9

Como sabemos que as verticais em perspectiva conservam-se verticais (5.º princípio) podemos traçar por a uma perpendicular a TQ uma vez que a projetante Aa é vertical. Fig. 9. Para marcar a altura do ponto A , que foi dada, rebatida em $a A_1$, basta marcar em $a_1 a'_1$ ou $a_2 a'_2$ a altura em ver-

dadeira grandeza e levar de a'_1 uma reta para P ou de a'_2 uma reta para Dd . Tôdas duas cortam a vertical do ponto a em A , solução do problema.

Problema 3 — Perspectiva de uma reta inclinada, no espaço.

O problema nada apresenta de novo. Trata-se apenas de determinar a perspectiva de dois pontos. Fig. 10.

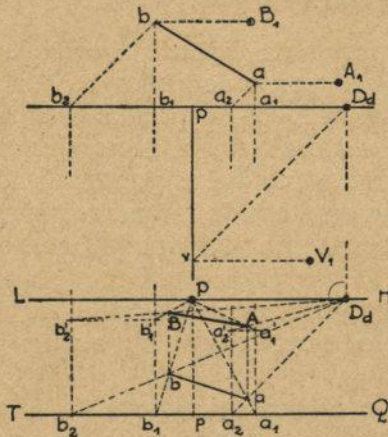


Fig. 10

O emprêgo dêste método na construção da perspectiva de um edificio não implica em outros trabalhos diferentes dos que foram descritos para a perspectiva do ponto ou da reta. Serão, todavia, utilizados, como nos demais métodos, os recursos subsidiários de que trata o capítulo VI.

42 — Análise crítica do método — Satisfaz às características enumeradas por PILLET. E' de concepção elemental. O traçado a que êle obriga é trabalhoso. E' exato quanto aos resultados. Necessita uma épura do geometral para ser utilizada nas construções básicas.

MÉTODOS DAS VISUAIS E DOMINANTES

43 — Este método é de todos o mais simples como concepção, sem ser o mais prático. O seu mecanismo é baseado



no emprêgo dos raios visuais, dirigidos para vários pontos do objeto e na utilização dos pontos de fuga das direções dominantes.

Vejamos como se processa a sua utilização na perspectiva de um corpo.

Problema 4 — Perspectiva de um prisma reto de base retangular.

Na parte inferior da figura 11 vemos a projeção horizontal do corpo e do ponto de vista. Traçados os raios visuais para cada um dos vértices do prisma e os raios visuais paralelos às direções ad e ab ficam determinadas as intersecções com o quadro em 1, 2, 3, 4 e os pontos de fuga F_1 e F_2 .

A perspectiva será obtida na parte superior da figura que representa o rebatimento do quadro sôbre o geometral em tôrno de TQ .

Nota — O quadro rebatido pode ser localizado acima, como no exemplo apresentado, ou abaixo da épura.

44 — Análise crítica do método — E' de natureza eminentemente gráfica. Utilizando a projeção no geometral como parte integrante do traçado, não permite a construção de perspectivas ampliadas relativamente à épura. Baseia-se na determinação direta dos traços no quadro, provenientes dos raios visuais.

O seu traçado é muito simples como concepção embora implique em disposição incômoda para ser executado.

No caso de um edifício de maiores proporções, ficando a épura na parte inferior da prancheta a perspectiva será construída em posição muito afastada relativamente à situação de quem desenha. Invertendo-se as posições, o traçado dos raios visuais e a determinação dos seus traços no quadro ficarão prejudicados por razão idêntica à acima referida.

Além dêsses inconvenientes, possui outro, que é comum nos vários métodos: o grande afastamento de um dos pontos de fuga.

Tem as vantagens de ser fàcilmente fixado e de apresentar resultados exatos.

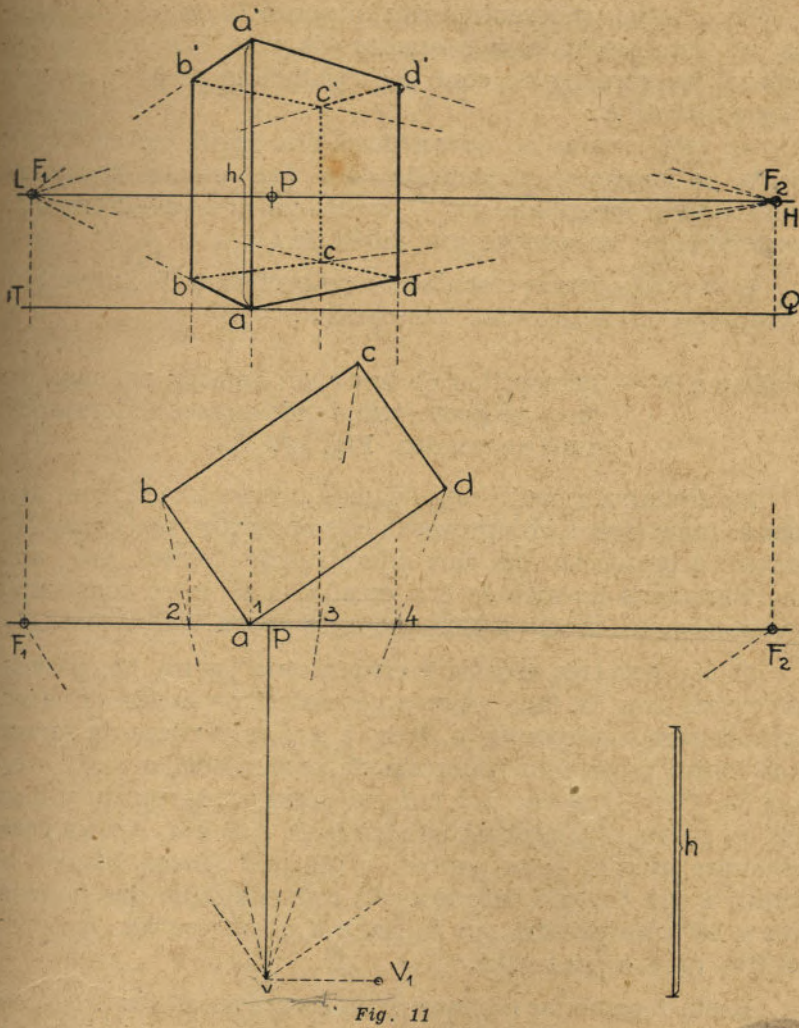
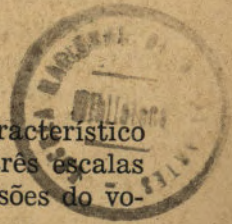


Fig. 11

MÉTODO DAS 3 ESCALAS

45 — O tradicional método das 3 escalas é característico para a construção de perspectivas de corpos. As três escalas serão empregadas para a marcação das três dimensões do volume: largura, altura e profundidade.



Escolhe-se, preferentemente, o ponto O origem das escalas, na intersecção com o quadro, da reta VO projeção horizontal da geratriz do cone de visibilidade perfeita, situada à esquerda de P .

As três escalas se apresentam nas seguintes condições: **escala de larguras**, coincidindo com TQ , **escala de alturas**, uma vertical levantada por O , **escala de profundidades**, uma perpendicular ao quadro que parte de O .

O exemplo que apresentamos no problema 5 ilustra bem o emprêgo do método das três escalas.

Problema 5 — Perspectiva de um cubo apoiado por uma das faces no geometral, tendo as faces laterais oblíquas ao quadro. Fig. 12.

No desenho, a épura está ligada à perspectiva, apenas para tornar mais fácil a compreensão das operações realizadas. Na prática é preferível que elas sejam independentes, pois, uma das vantagens do método é a possibilidade de se construir a perspectiva em escala maior que a da épura.

O uso das três escalas é evidente na figura 12: projetados os vértices da face sôbre o geometral na escala de larguras, obtivemos os pontos a_1 , b_1 , c_1 e d_1 ; os vértices da mesma face foram projetados na escala de profundidades em a_2 , b_2 , c_2 e d_2 . Para localizar a , b , c , d , na perspectiva, foram utilizadas as perpendiculares ao quadro b_1P , c_1P e d_1P e as paralelas que passam pelos pontos de índice 2. Estes últimos, tiveram a sua posição determinada com o auxílio das horizontais a 45° que passam por b_3 , c_3 e d_3 , convergindo em perspectiva para o ponto Dd .

Resta mencionar o emprêgo da escala de alturas. No caso em aprêço, como as arestas do cubo são iguais, o trabalho se resume na procura das alturas da aresta para as profundidades correspondentes aos pontos b_2 , c_2 e d_2 . Para isso, basta determinar a grandeza de segmentos verticais passando pelos pontos de índice 2 e compreendidos entre OP e a'_2P , entendido que estas últimas representam no espaço, perpendiculares ao quadro e por consequência guardam a mesma dis-

tância entre si. Um simples transporte, por meio de paralelas ao quadro, das dimensões obtidas entre OP e $a'P$, para as verticais levantadas em a, b, c, d , dá lugar à conclusão do traçado.

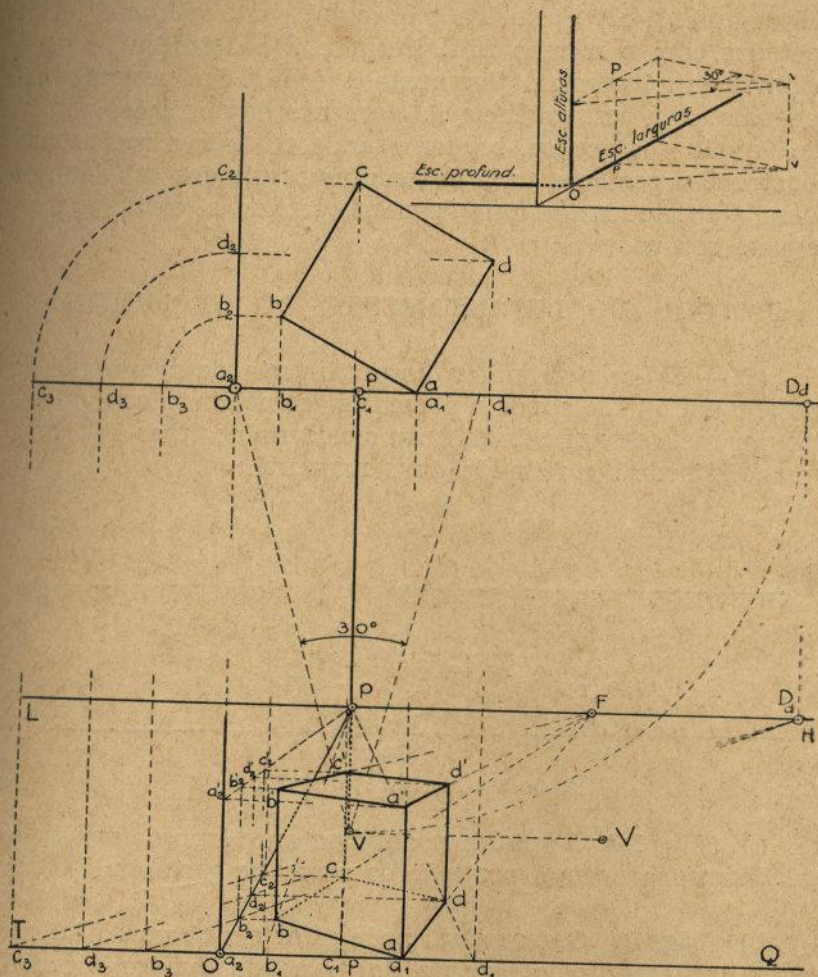


Fig. 12

46 — Análise crítica do método — O seu mecanismo pouco difere do empregado no método dos pontos de concurso. A introdução das escalas de profundidades e de alturas,

se por um lado representa uma simplificação, visto que conjuga os dados relativos aos vários pontos, em dois elementos de referência, redundando em considerável aumento de linhas de construção. Citamos apenas aquelas duas escalas porque a de larguras é o próprio traço do quadro utilizado em outros métodos com o mesmo fim. Permite a construção de perspectivas ampliadas relativamente à escala das projeções ortogonais. Em consequência do aumento de operações para a localização dos pontos, requer grande cuidado e perícia nas construções gráficas, para apresentar resultados satisfatórios como exatidão. Exige uma épura do geometral exclusivamente para seu uso.

MÉTODO DO LEVANTAMENTO DO GEOMETRAL

47 — Dá-se o nome de **levantamento do geometral** ao método em que se supõe o geometral coincidindo com o quadro por meio de um rebatimento em torno do traço TQ . Essa operação pode ser feita de duas maneiras:

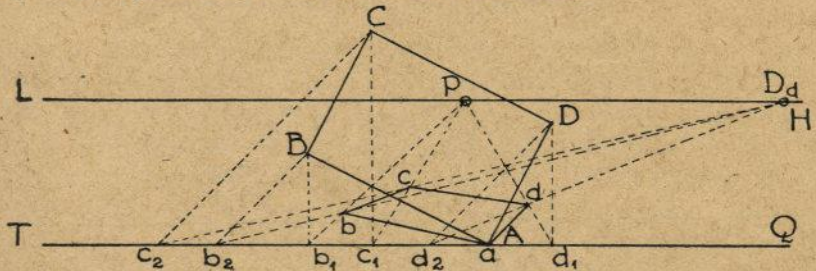


Fig. 13

a) (Fig. 14) O quadro pode girar em torno do seu traço até ficar superposto à projeção do corpo no geometral.

b) (Fig. 16) O geometral pode girar em torno de TQ até se colocar em prolongamento do plano do quadro, ficando, assim, a projeção do corpo, nêle existente, situada abaixo do traço do quadro. (17)

(17) — É essa a disposição freqüentemente apresentada nos compêndios elementares de Perspectiva.

Em qualquer das duas hipóteses, a projeção do corpo, em verdadeira grandeza, vai apresentar-se no plano do quadro e o traçado da perspectiva pròpriamente dita, será conjugado com as operações preparatórias feitas na épura.

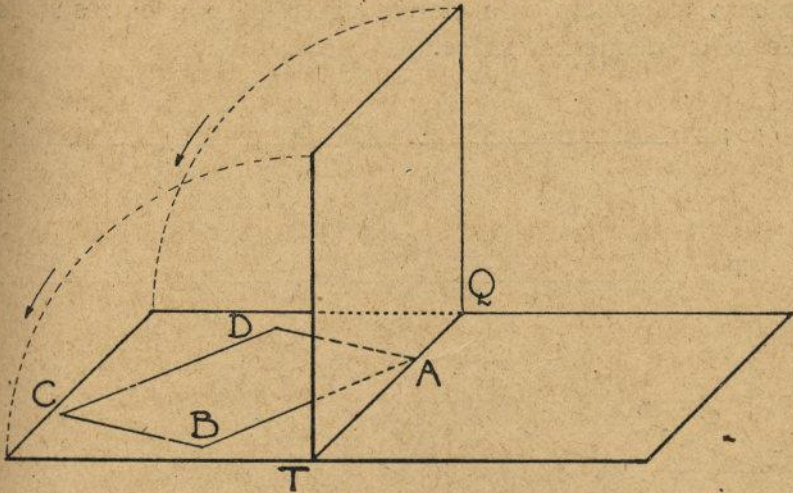


Fig. 14

As figuras 13 e 15 são exemplos da aplicação do método para as disposições *a* e *b*. Vamos enunciar o problema proposto em obediência ao critério que temos adotado.

Problema 6 — Perspectiva de um retângulo situado no geometral, tendo lados inclinados relativamente ao traço do quadro.

A determinação dos pontos em perspectiva é obtida pelo cruzamento de perpendiculares e horizontais a 45° relativamente ao quadro. Convém assinalar que na figura 15 os pontos de índice 2, deverão ligados ao ponto de distância Dd , pois, na realidade, é êle o ponto de fuga das horizontais a 45° , que antes do rebatimento eram orientadas em sentido oposto ao que se apresenta no desenho.

48 — **Análise crítica do método** — E' baseado na mesma concepção dos métodos anteriores, diferindo apenas quanto à disposição da épora geometral que aparece ligada à perspectiva num só desenho. Por essa razão o tamanho da perspectiva fica subordinado à dimensão da épora. O traçado, embora trabalhoso, não oferece dificuldades e os resultados são suficientemente exatos.

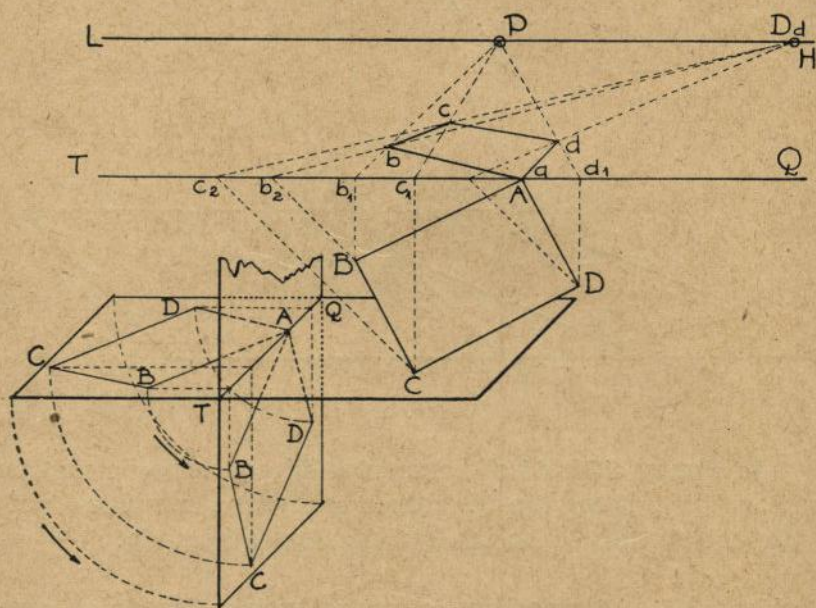


Fig. 15 Fig. 16

HOMOLOGIA PLANA APLICADA À PERSPECTIVA LINEAR

49 — Os problemas de perspectiva do geometral podem ser resolvidos com o auxílio da teoria da homologia plana. O emprêgo dessa teoria embora apresente grande interêsse do ponto de vista científico, não se encontra apresentado como

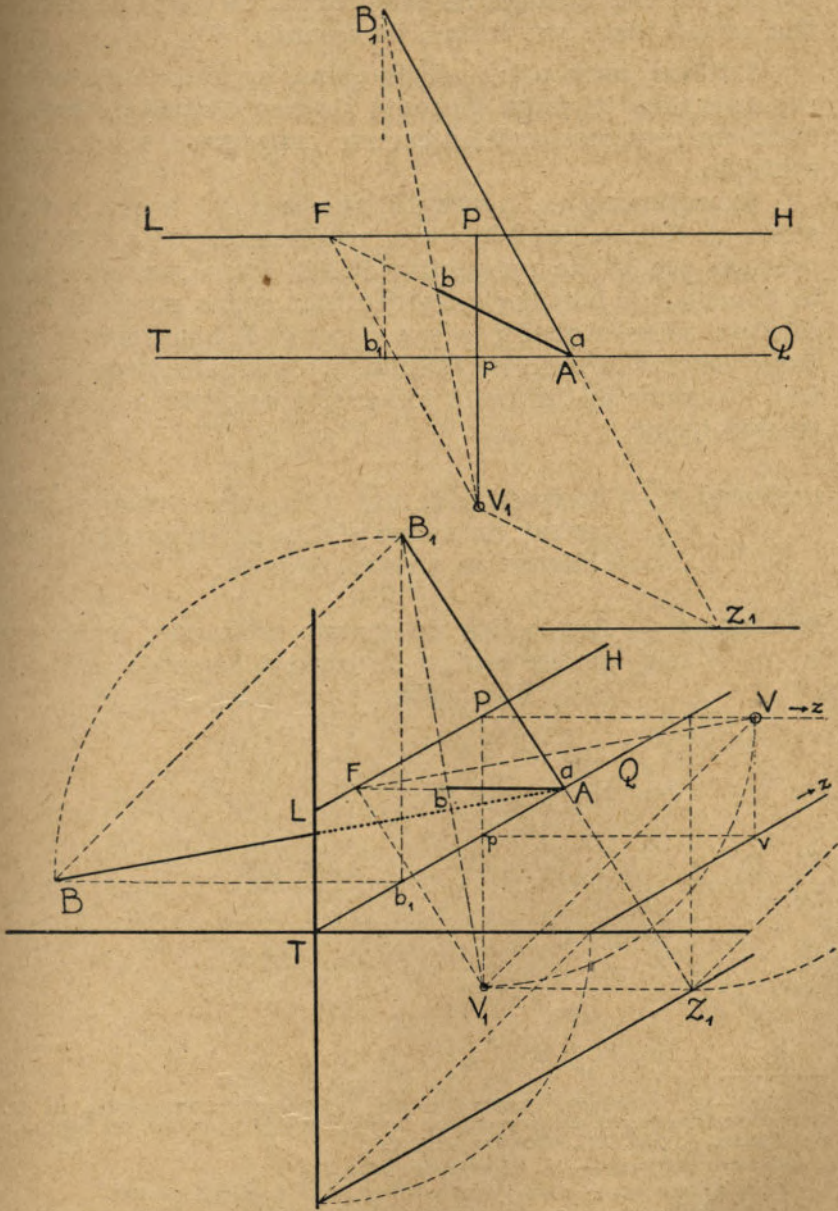


Fig. 17 Fig. 18

um método nos tratados de perspectiva. Os livros de Geometria perspectiva é que tratam do assunto. (18)

Todavia, como a homologia plana, aplicada à Perspectiva, determina traçados bastante simples e rápidos, faremos aqui, em exemplos suficientemente expressivos, a sua apresentação.

Suponhamos, na figura 17, que seja TQ o eixo e V_1 o centro de homologia; AB_1 a reta cuja homóloga é ab . É fácil verificar que ab é a perspectiva de AB_1 , uma vez que o ponto V , centro de homologia, se identifica com o ponto de vista rebatido sobre o quadro e que o ponto F homólogo de um ponto da reta situado no infinito, é o ponto de fuga de AB_1 (19). O exame da figura 18 esclarecerá as dúvidas que ainda possam restar.

Problema 7 — Perspectiva de um retângulo situado no geometral, tendo um vértice no traço TQ e lados oblíquos ao quadro. Fig. 19.

Problema 8 — Perspectiva do mesmo retângulo, tendo um vértice aquém do quadro de modo que dois lados interceptem o seu traço. Fig. 20.

(18) — V. referência histórica relativa à Geometria Perspectiva de M. COUSINERY feita por M. CHASLES no seu notável "Aperçu historique des méthodes en géométrie", pág. 196, Chapitre V, § 9.

MAURICE EMANAU — V. "Géométrie Perspective".

FELIX CARDELLACH — "Leyes Iconográficas de la línea y de la luz.

(19) — V. op. cit. de M. CHASLES pág. 84, Chap. II, § 29 — théorème de Desargues.

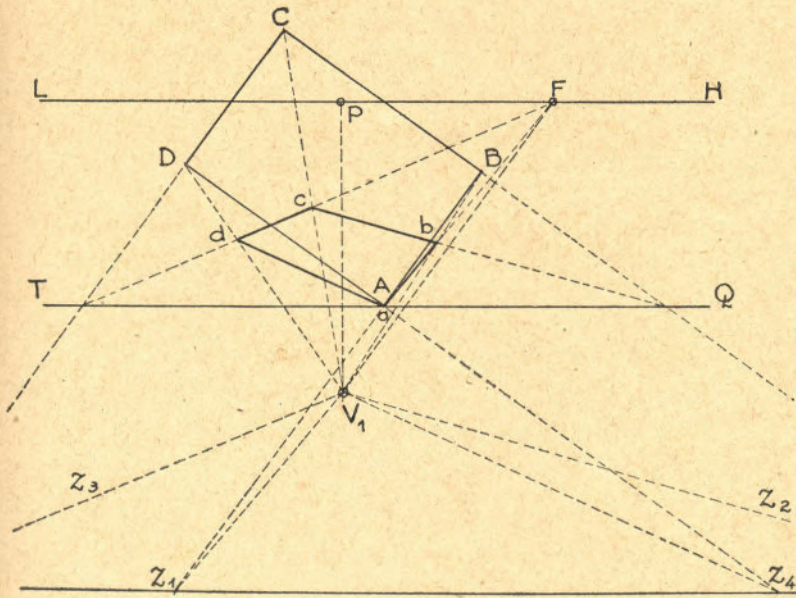


Fig. 19

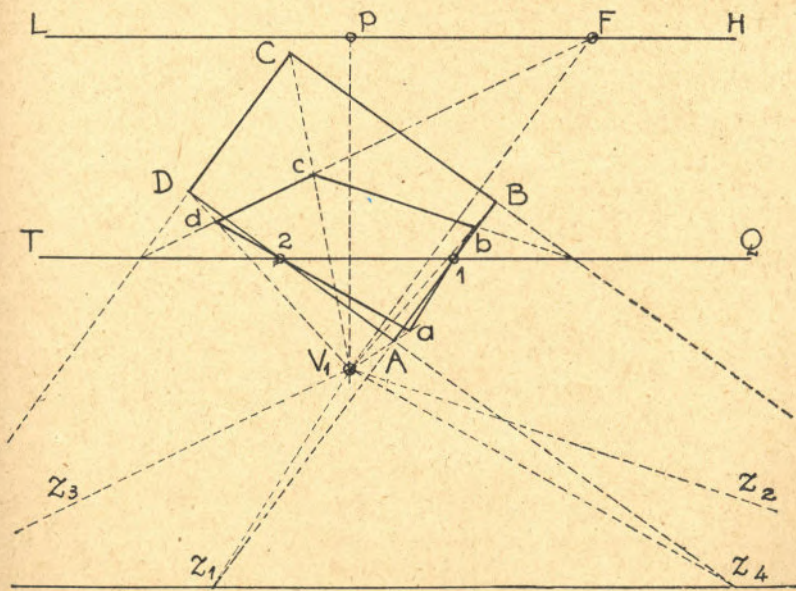


Fig. 20

O MÉTODO DOS PONTOS MEDIDORES

50 — Antes de fazermos a exposição do método devemos caracterizar a natureza dos **pontos medidores**.

Ponto medidor de uma direção é o ponto de fuga da reta que liga os extremos do arco de rebatimento dessa direção,

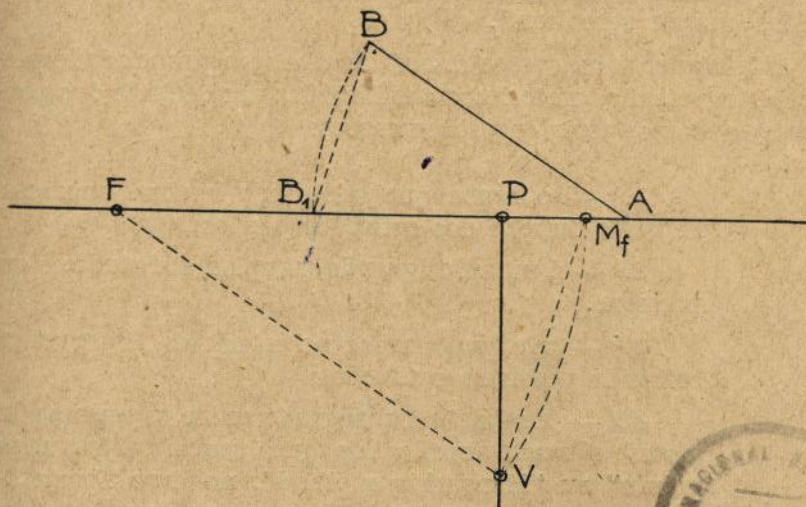


Fig. 21

sobre o quadro (Fig. 21). Daí a pluralidade das denominações que êle possui: ponto de fuga das retas de isometria, ponto de fuga da corda do arco de rebatimento, ponto de fuga das retas de igual ressecção.

Ponto de fuga das retas de isometria é a denominação preferida pelo nosso antigo professor Dr. Gastão da Cunha Bahiana catedrático aposentado de Perspectiva Sombras e Estereotomia da Escola Nacional de Belas Artes da Universidade do Brasil. Em suas aulas a que tivemos a honra de assistir no curso de Arquitetura daquela Escola, sempre foi usada essa denominação. Aplicando os referidos pontos na organização de um método que divulgou amplamente e que é, realmente, muito prático, deu-lhe o nome: **Método dos pontos de fuga das retas de isometria**.

Ponto de fuga da corda do arco de rebatimento ou simplesmente **Método da corda do arco** é designação dada dentre outros pelos grandes DE LA GOURNERIE e LEROY. (20)

Método do ponto de fuga das retas de igual ressecção ou **Método das retas de igual ressecção** é o nome que lhe atribuem outros autores.

J. PILLET estuda o assunto sob o título. “Lignes accidentelles d’egale resection”. (21)

Qualquer uma dessas denominações tem propriedade perfeita, entretanto, preferimos substituí-las por **Método dos pontos medidores**, pelas seguintes razões:

1.º — o nome que adotamos lembra imediatamente a função dos referidos pontos;

2.º — é uma designação, simples, suficiente e expressiva.

3.º — não tem similar no estudo da Perspectiva, evitando possíveis confusões;

4.º — já se acha consagrada entre os autores ingleses e norte-americanos que usam: “Measuring points” ou “Measuring method”; no livro Teoria de las Sombras y trazados de Perspectiva de autoria dos

(20) — *Traité de perspective linéaire* — Jules de La Gournerie — página XIX, 32.

C. F. A. LEROY — *Traité de Stéréotomie* — pág. 89.

(21) — J. PILLET — *Traité de perspective linéaire* — pág. 120.

Srs. OSCAR R. CRIVELLI, RENE NERY e EDUARDO FERNANDO CATALANO, publicado em 1940, em Buenos Aires, encontramos à página 161: “Método de los puntos medidores y dominantes”; o arquiteto CINO CHIESA, em seu livro *Prospettiva*, expõe o “método che si serve dei punti misuratori”, pág. 20.

Mecanismo do método

Na forma de um edifício é sempre possível encontrarmos duas direções dominantes horizontais, perpendiculares entre si.

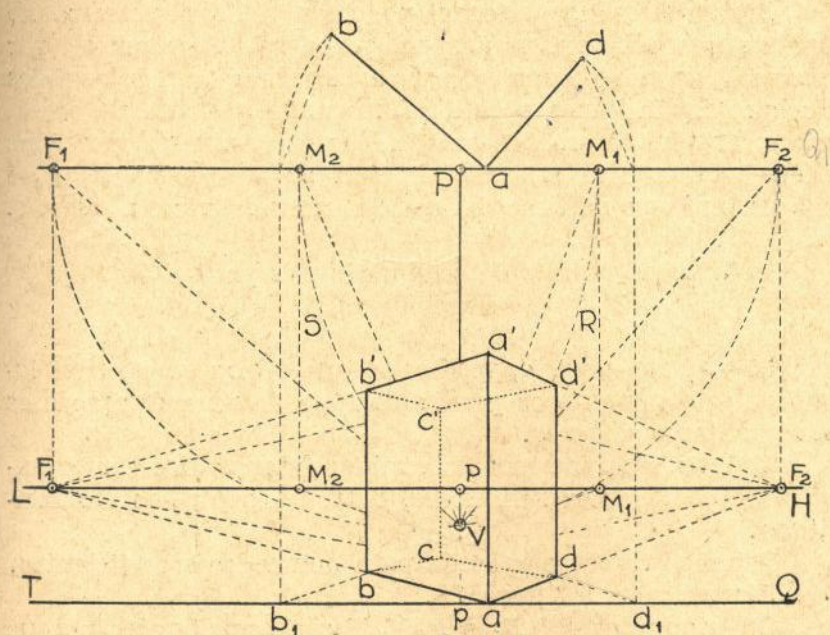


Fig. 22

Consideremos assim as direções ab e ad (fig. 22) formando ângulo reto e tendo o vértice a sôbre o quadro. Traçando os raios visuais VF_1 e VF_2 , obteremos os seus pontos de fuga.

Em perspectiva essas direções serão figuradas pelas retas aF_1 e aF_2 uma vez que a está no traço do quadro com o geometral. Suponhamos agora, que os segmentos ab e ad tenham sido rebatidos sobre o quadro, em ab_1 e ad_1 . As cordas dos arcos desses rebatimentos têm o seu ponto de fuga em M_1 e M_2 cuja localização pode ser dada por meio dos raios visuais VM_1 e VM_2 ou pelos arcos VRM_1 cujo centro é F_1 e VSM_2 centro em F_2 .

E' evidente que, se no quadro ligarmos os pontos b_1 e d_1 respectivamente aos pontos M_1 e M_2 obteremos os pontos b e d que limitam os segmentos procurados.

Essas operações, aqui indicadas, permitem localizar a projeção do objeto no geometral.

Para marcar as alturas, podemos utilizar a aresta no quadro que está em verdadeira grandeza. Tratando-se, por exemplo, de um prisma reto de base retangular, cujos lados da base sejam iguais a ab e ad , marcada a altura na aresta em a , as alturas em b e em d serão determinadas por duas linhas partindo do extremo superior a' para os pontos F_1 e F_2 , cortando as verticais levantadas nos vértices em questão.

Coefficientes para a determinação dos pontos de fuga e medidores

55 — Pelo exposto, verifica-se que é sempre possível localizar gráficamente os pontos de fuga de uma direção e os seus pontos medidores.

Todavia, se pudermos determinar esses pontos com o auxílio de coeficientes numéricos, o trabalho será muito facilitado.

Vejamos como se procede para achar esses coeficientes. Examinemos a figura 23.

Os triângulos $AB B_1$ e $F_1 M_1 V$ são semelhantes porque têm os seus lados paralelos. Por construção são isósceles.

Pontos de fuga — Para achar o coeficiente do ponto de fuga F_1 basta procurar a tangente do ângulo m cujo valor em graus é igual a 56° , pois êle é o complemento do ângulo de 34° .

Em perspectiva essas direções serão figuradas pelas retas aF_1 e aF_2 , uma vez que a está no traço do quadro com o geometral. Suponhamos agora, que os segmentos ab e ad tenham sido rebatidos sobre o quadro, em ab_1 e ad_1 . As cordas dos arcos desses rebatimentos têm o seu ponto de fuga em M_1 e M_2 , cuja localização pôde ser dada por meio dos raios visuais VM_1 e VM_2 , ou pelos arcos VRM_1 , cujo centro é F_1 e VSM_2 , centro em F_2 .

E' evidente que, se no quadro ligarmos os pontos b_1 e d_1 , respectivamente aos pontos M_1 e M_2 , obteremos os pontos b e d que limitam os segmentos procurados.

Essas operações, aqui indicadas, permitem localizar a projeção do objeto no geometral.

Para marcar as alturas, podemos utilizar a aresta no quadro que está em verdadeira grandeza. Tratando-se, por exemplo, de um prisma reto de base retangular, cujos lados da base sejam iguais a ab e ad , marcada a altura na aresta em a , as alturas em b e em d serão determinadas por duas linhas partindo do extremo superior a' para os pontos F_1 e F_2 , cortando as verticais levantadas nos vértices em questão.

Coeficientes para a determinação dos pontos de fuga e medidores

55 — Pelo exposto, verifica-se que é sempre possível localizar gráficamente os pontos de fuga de uma direção e os seus pontos medidores.

Todavia, se pudermos determinar esses pontos com o auxílio de coeficientes numéricos, o trabalho será muito facilitado.

Vejamos como se procede para achar esses coeficientes. Examinemos a figura 23.

Os triângulos ABB_1 e F_1M_1V são semelhantes porque têm os seus lados paralelos. Por construção são isósceles.

Pontos de fuga — Para achar o coeficiente do ponto de fuga F_1 , basta procurar a tangente do ângulo m cujo valor em graus é igual a 56° , pois êle é o complemento do ângulo de 34° .

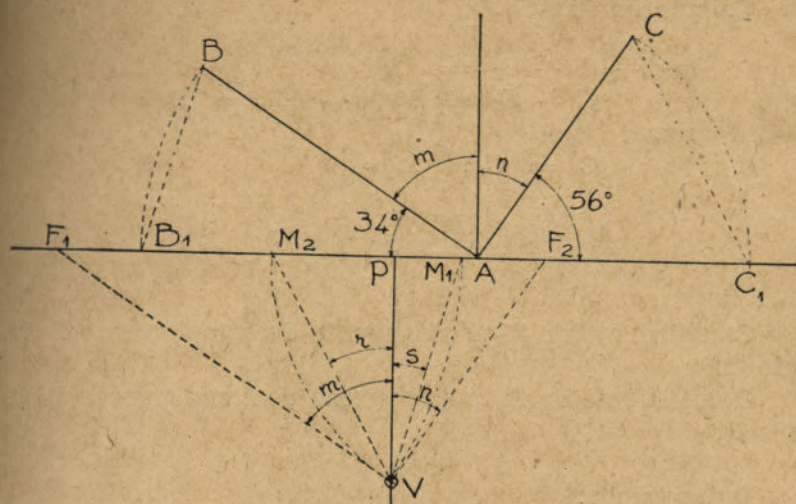


Fig. 23

O coeficiente do ponto F_2 é a cotangente do mesmo ângulo de 56° .

Então temos:

$$\operatorname{tg} 56^\circ = 1,482 \quad \operatorname{cotg} 56^\circ = 0.674$$

Pontos medidores — Para determinar os pontos medidores precisamos conhecer os valores dos ângulos internos B e C dos triângulos $AB\dot{B}_1$ e ACC_1 .

Cálculo do ângulo B

$$34^\circ + B + B_1 = 180^\circ$$

$$B + B_1 = 180^\circ - 34^\circ = 146^\circ$$

mas

$$B = B_1, \quad \text{logo}$$

$$B = \frac{146}{2} = 73^\circ$$

Cálculo do ângulo C

$$56^\circ + C + C_1 = 180^\circ$$
$$C + C_1 = 180^\circ - 56^\circ = 124^\circ$$

mas

$$C = C_1, \text{ logo}$$

$$C = \frac{124^\circ}{2} = 62^\circ$$

O coeficiente de M_2 é a tangente do complemento do ângulo C.

O coeficiente de M_1 é a tangente do complemento do ângulo B.

Então temos:

$$r = 90^\circ - C =$$
$$90^\circ - 62^\circ = 28^\circ$$

$$\text{tg } 28^\circ = 0,532$$

$$s = 90^\circ - B = 90^\circ - 73^\circ = 17^\circ$$

$$\text{tg } 17^\circ = 0,306$$

Para facilitar o uso dêste método, organizamos uma tabela de coeficientes, multiplicadores de VP , cujo emprêgo permite a obtenção de pontos de fuga e respectivos medidores, variando as aberturas angulares de grau em grau, desde 0 até 89°.

Emprêgo da tabela

54 — Figuremos um exemplo, admitindo que na forma do capítulo seguinte tenha sido fixada a distância principal e a posição do prisma em relação ao quadro.

$$VP = 21 \text{ metros}$$

$$\text{ângulos} = 30^\circ \text{ e } 60^\circ$$

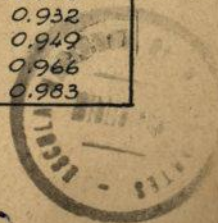
Para o ângulo de 30° encontramos os seguintes valores:

$$P. \text{ fuga} = 1,732$$

$$P. \text{ medidor} = 0,268$$

Tabela de coeficientes de P. de Fuga e P. Medidores

| ÂNGS | P. FUGA | P. MEDIDORES | ÂNGS | P. FUGA | P. MEDIDORES |
|------|---------|--------------|------|---------|--------------|
| 0° | ∞ | 0.000 | 45° | 1.000 | 0.414 |
| 1 | 57.290 | 0.009 | 46 | 0.966 | 0.424 |
| 2 | 28.636 | 0.017 | 47 | 0.932 | 0.435 |
| 3 | 19.081 | 0.026 | 48 | 0.900 | 0.445 |
| 4 | 14.300 | 0.035 | 49 | 0.869 | 0.456 |
| 5 | 11.430 | 0.045 | 50 | 0.839 | 0.466 |
| 6 | 9.514 | 0.052 | 51 | 0.810 | 0.477 |
| 7 | 8.144 | 0.061 | 52 | 0.781 | 0.488 |
| 8 | 7.115 | 0.070 | 53 | 0.753 | 0.498 |
| 9 | 6.314 | 0.079 | 54 | 0.726 | 0.509 |
| 10 | 5.671 | 0.087 | 55 | 0.700 | 0.520 |
| 11 | 5.144 | 0.096 | 56 | 0.674 | 0.532 |
| 12 | 4.705 | 0.105 | 57 | 0.649 | 0.543 |
| 13 | 4.331 | 0.114 | 58 | 0.625 | 0.554 |
| 14 | 4.011 | 0.123 | 59 | 0.601 | 0.566 |
| 15 | 3.732 | 0.132 | 60 | 0.577 | 0.577 |
| 16 | 3.487 | 0.140 | 61 | 0.554 | 0.590 |
| 17 | 3.271 | 0.149 | 62 | 0.532 | 0.601 |
| 18 | 3.078 | 0.158 | 63 | 0.509 | 0.613 |
| 19 | 2.904 | 0.167 | 64 | 0.488 | 0.625 |
| 20 | 2.747 | 0.176 | 65 | 0.466 | 0.637 |
| 21 | 2.605 | 0.185 | 66 | 0.445 | 0.649 |
| 22 | 2.475 | 0.194 | 67 | 0.424 | 0.662 |
| 23 | 2.356 | 0.203 | 68 | 0.404 | 0.674 |
| 24 | 2.246 | 0.212 | 69 | 0.384 | 0.687 |
| 25 | 2.144 | 0.222 | 70 | 0.364 | 0.700 |
| 26 | 2.050 | 0.231 | 71 | 0.344 | 0.713 |
| 27 | 1.963 | 0.240 | 72 | 0.325 | 0.726 |
| 28 | 1.881 | 0.249 | 73 | 0.306 | 0.740 |
| 29 | 1.804 | 0.259 | 74 | 0.287 | 0.753 |
| 30 | 1.732 | 0.268 | 75 | 0.268 | 0.768 |
| 31 | 1.664 | 0.277 | 76 | 0.249 | 0.781 |
| 32 | 1.600 | 0.287 | 77 | 0.231 | 0.795 |
| 33 | 1.540 | 0.296 | 78 | 0.212 | 0.810 |
| 34 | 1.482 | 0.306 | 79 | 0.194 | 0.824 |
| 35 | 1.428 | 0.315 | 80 | 0.176 | 0.839 |
| 36 | 1.376 | 0.325 | 81 | 0.158 | 0.854 |
| 37 | 1.327 | 0.334 | 82 | 0.140 | 0.869 |
| 38 | 1.280 | 0.344 | 83 | 0.123 | 0.885 |
| 39 | 1.235 | 0.354 | 84 | 0.105 | 0.900 |
| 40 | 1.192 | 0.364 | 85 | 0.087 | 0.916 |
| 41 | 1.150 | 0.374 | 86 | 0.070 | 0.932 |
| 42 | 1.111 | 0.384 | 87 | 0.052 | 0.949 |
| 43 | 1.072 | 0.394 | 88 | 0.035 | 0.966 |
| 44 | 1.035 | 0.404 | 89 | 0.017 | 0.983 |



Chamando F_1 e M_1 respectivamente o ponto de fuga e o ponto medidor correspondentes a 30° , temos:

$$F_1 = 21 \times 1,732 = 36,372$$

$$M_1 = 21 \times 0,268 = 5,628$$

Para o ângulo de 60° , temos:

$$P. \text{ fuga} = 0,577 \qquad P. \text{ medidor} = 0,577$$

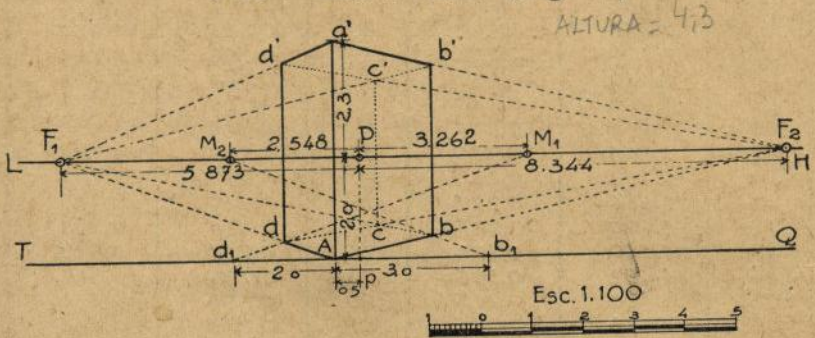
Designando por F_2 e M_2 os pontos relativos ao ângulo de 60° , acharemos:

$$F_2 = M_2 = 21 \times 0,577 = 12,177$$

Determinados esses valores resta apenas marcá-los sobre LH a partir de P considerando que, se tivermos F_1 à direita, o seu correspondente M_1 será marcado à esquerda e vice-versa. Da mesma forma serão localizados F_2 e M_2 .

Aplicação do método dos pontos medidores

Problema 9 — Perspectiva de um prisma reto de base retangular. Os lados da base medem 3 m e 2 m. $VP = 7m$ $Pp = 2m$. Ângulos iguais a 40° e 50° . Esc. 1 : 100. (Fig. 24)



Cálculo dos pontos de fuga e medidores

$$(50^\circ) F_1 = 7 \times 0,839 = 5,873 \qquad M_1 = 7 \times 0,466 = 3,262$$

$$(40^\circ) F_2 = 7 \times 1,192 = 8,344 \qquad M_2 = 7 \times 0,364 = 2,548$$

Fig. 24

Construção da perspectiva

55 — Marquemos sôbre LH a posição de F_1 à direita e de F_2 à esquerda de P .

Admitamos que tenha sido escolhida a posição de A 0,5m à esquerda de p .

Ligado o ponto A a F_1 e a F_2 , temos as suas direções de fuga. Para achar os pontos b e d basta marcar respectivamente à direita e à esquerda de A as grandezas de $3m$ e $2m$ e ligá-los aos pontos medidores correspondentes. O resto da construção é fàcilmente compreensível.

Caso em que as dominantes formam ângulos de 45° com o quadro

56 — Na hipótese do título acima, resulta uma interessante simplificação, pois, os pontos de fuga coincidem com os pontos de distância e os pontos medidores tornam-se simétricos em relação ao ponto principal, sendo o seu coeficiente igual a 0,414.

57 — Impõe-se, todavia, a observância de certas condições, para que a perspectiva seja satisfatória:

1.º — A aresta do objeto, contida no quadro não deve coincidir com a vertical principal Pp . Será deslocada um pouco para a direita ou para a esquerda.

2.º — Os lados do retângulo correspondente à projeção horizontal do objeto devem guardar, no máximo, a relação de 1 para 1,5.

3.º — O objeto não deve ser de grandes dimensões. Satisfeitas as condições acima, e em se tratando de arquitetura a área do edifício deve ser no máximo de 100 m^2 .

Ampliação do quadro

58 — No método dos pontos medidores, como acabamos de ver, as construções são muito simples, entretanto, perdura o sério inconveniente do uso obrigatório dos pontos de fuga, geralmente muito afastados.

59 — Para remover essa dificuldade imaginamos o emprego de um conjunto de operações gráficas, baseadas na homotetia, que permitem a ampliação do quadro, sem utilizar os pontos de fuga.

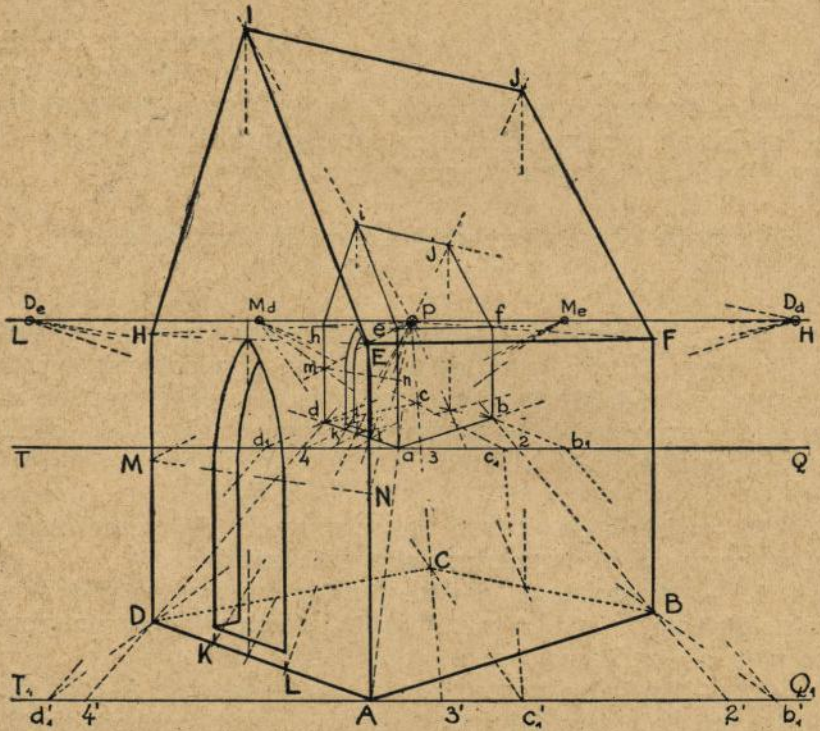


Fig. 25

Na figura 25 apresentamos um exemplo em que a imagem foi aumentada 3 vezes. Partindo de P , centro de homotetia traçamos raios vectores passando pelos vértices a, b, c, d os quais deverão conter os homotéticos A, B, C e D .

O novo quadro representado em $T_1 Q_1$, foi obtido por meio de uma paralela a LH a uma distância igual a 3 vezes a altura do horizonte da figura original. Na sua intersecção com o raio vector que foi traçado por a temos diretamente o ponto A .

Os demais pontos B , C e D podem ser localizados no cruzamento dos raios vectores que passam por b , c e d com retas paralelas aos lados ab , bc , cd e ad da perspectiva inicial, partindo a primeira e a última de A .

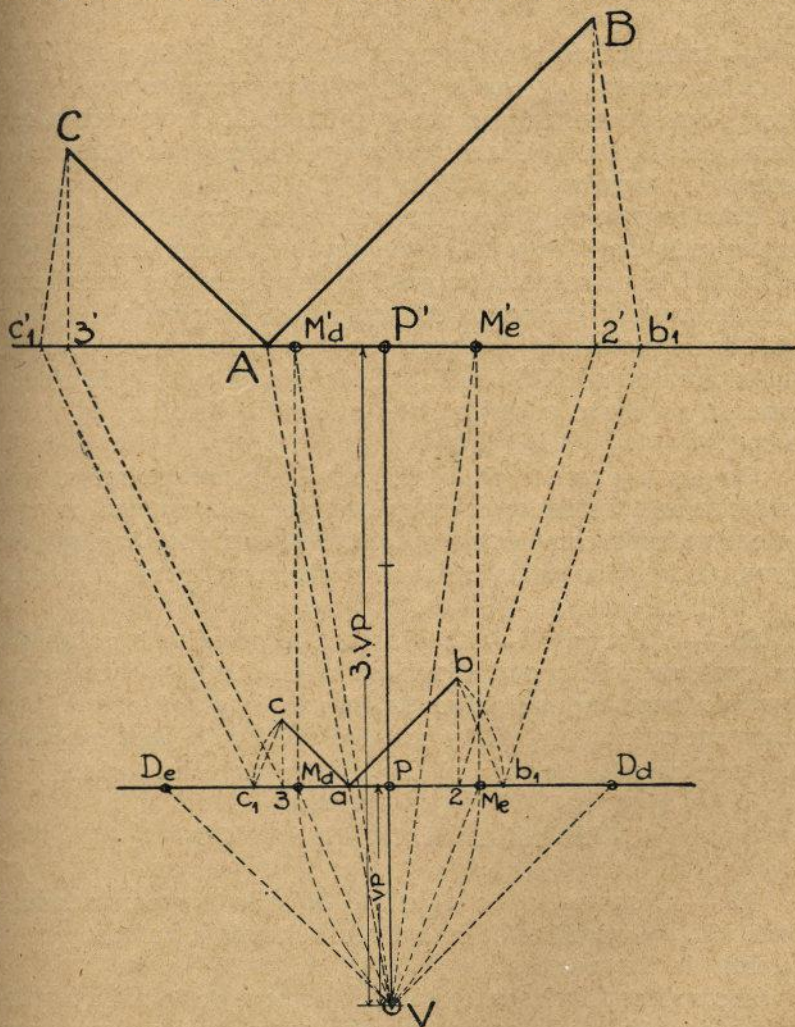


Fig. 26

Outro processo para a determinação dos pontos B , C e D é o seguinte:

— os raios vectores traçados pelos pontos b , c e d determinam em TQ os pontos 2, 3 e 4, e em T_1Q_1 os seus homotéticos 2', 3' e 4'.

— as retas M_ab , M_dc e M_ed determinam b_1 , c_1 e d_1 em TQ . (22)

— transportados os segmentos $2b_1$, $3c_1$ e $4d_1$ para T_1Q_1 e ligados os novos pontos b'_1 , c'_1 e d'_1 aos mesmos pontos medidores que deram origem aos seus homotéticos, teremos, nos cruzamentos destas últimas retas com os raios vectores anteriormente traçados, os vértices B , C e D .

Esta construção fica plenamente justificada pelo desenho apresentado na figura 26, onde representamos em projecção horizontal, a demonstração gráfica das operações executadas para determinar os pontos da perspectiva ampliada. Na referida figura podemos observar que os pontos medidores do quadro aumentado M'_d e M'_e , sendo iguais a M_d e M_e relativamente ao ponto principal, são os pontos de fuga de b'_1B e de c'_1C .

Os demais pontos da figura ampliada podem ser obtidos com grande facilidade; os raios vectores que contêm os pontos assinalados com letras minúsculas, serão os lugares dos novos, designados pelas mesmas letras, porém, maiúsculas.

60 — Observação — *No processo de ampliação do quadro que acabamos de expor, a prática aconselha que se não faça aumento superior ao dôbro da figura original e que para maior comodidade se utilize um dos pontos de fuga ampliado que, geralmente, é acessível nos limites da prancheta.*

ANÁLISE CRÍTICA DO MÉTODO

61 — Como foi visto acima, o **Método dos pontos medidores** não é desconhecido entre profissionais e autores que se ocupam de Perspectiva.

Incompreensivelmente, não se lhe tem dado a importância devida. Os tradicionais tratados como DE LA GOURNERIE,

(22) — Aqui usamos os dois pontos medidores, entretanto, pode ser usado apenas um dêles e sem qualquer preferência.

LEROY, PILLET e outros registram apenas as propriedades das cordas do arco de rebatimento ou das retas de igual ressecção.

Cabe aos autores modernos, principalmente ingleses, americanos e argentinos a divulgação do método dos pontos medidores. Não obstante, nenhum dos livros que conhecemos apresenta sequer uma simples tabela como a que organizamos neste trabalho. Excepcionalmente, poderemos citar o interessante trabalho de THEODORE DE POSTELS, "Fundamentals of Perspective" onde o autor além de apresentar o "Measuring method", junta na fôlha 17 uma tabela de valores para pontos de fuga e pontos medidores correspondentes à distâncias que variam de 5 em 5 unidades, entre 5 e 100, e ângulos de 5 em 5 graus, entre 5° e 85° .

Em nossas aulas, concordando com a orientação do trabalho iniciado pelo professor GASTÃO BAHIANA, temos apresentado êste método como o mais aconselhável.

Para terminar êste capítulo devemos demonstrar: a) que os traçados que o definem são característicos de um método; b) que é preferível aos demais.

Quanto à primeira parte da nossa proposição é fácil verificar que os atributos de um método estão presentes no *dos pontos medidores*: é *geral*, é *sistemático*, é *exato*.

E' *geral* porque se aplica a todos os casos possíveis na prática.

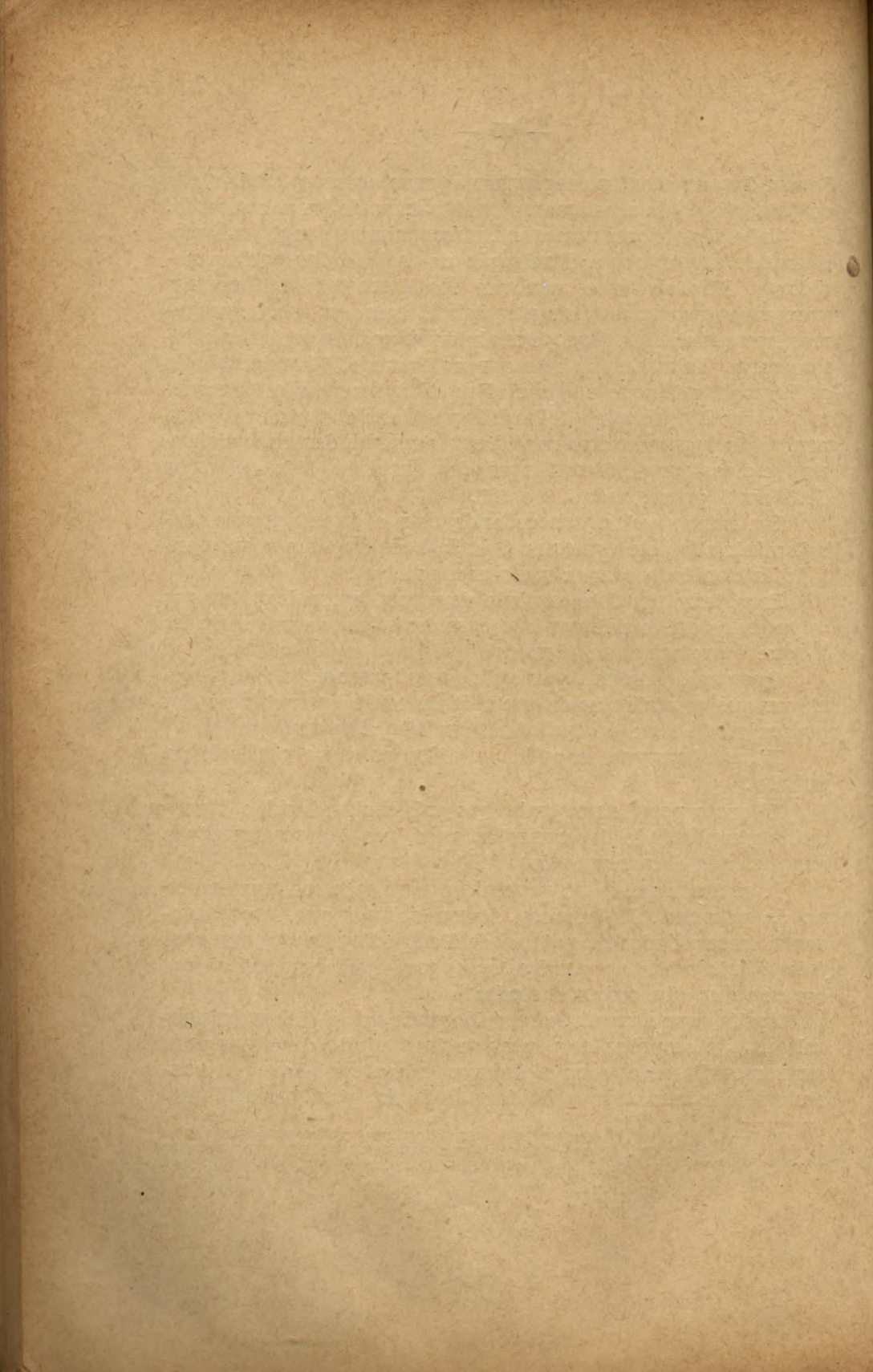
E' *exato* porque nos trabalhos gráficos a exatidão depende da simplicidade das construções, e, neste procedimento a simplicidade é característica. (23)

A segunda parte da proposição resulta como um corolário da primeira. Entretanto, devemos frisar que, para atender às necessidades da prática da Perspectiva, *a imagem será feita diretamente no quadro, vantagem que se não encontra em nenhum dos outros métodos*.

Assim considerando, e reconhecendo que a dificuldade resultante do emprêgo de pontos de fuga muito distantes pode ser removida pela ampliação por homotetia, devemos concluir pela inteira aprovação do *método dos pontos medidores*.

(23) — ... "les veritables méthodes sont faciles; que les plus ingénieuses ne sont point les vraies, dès qu'elles sont trop composées, et que la nature doit fournir quelque chose de plus simples". — CHASLES — op. cit., pag. 114, Chap. III, § 20.





CONDIÇÕES NECESSÁRIAS E RECURSOS SUBSIDIÁRIOS

62 — Os capítulos anteriores visaram a exposição dos fundamentos teóricos dos métodos e a maneira de empregá-los.

Nêste capítulo cuidaremos especialmente de demonstrar as possibilidades que estão ao nosso alcance com a simples aplicação da teoria a uma prática racionalmente orientada. (24)

A escolha do ponto de vista

63 — Tendo a Perspectiva o objetivo de representar sobre um quadro a imagem de um corpo, tal como se nos apresenta à vista, impõe-se que a escolha do ponto de vista se subordine às limitações impostas pela nossa capacidade visual.

Devemos, entretanto, atendendo à finalidade prática da Perspectiva para a profissão do arquiteto, considerar também outras condições de natureza puramente estética. Conforme seja a altura do horizonte a distância do observador e a po-

(24) — "Não se conhece uma máquina enumerando-se tôdas as peças que entram em sua estrutura e sim sabendo-se as utilidades das mesmas, e podendo-se dizer por que são usadas dêsse modo. Semelhantemente, terá conhecimento das concepções matemáticas, somente quem vir os problemas em que elas entram e sua utilidade especial para resolver êsses problemas.

"Conhecer" definições, regras, fórmulas, etc., é o mesmo que conhecer as partes de uma máquina sem saber qual o seu emprêgo. Tanto em um caso como em outro a significação ou conteúdo intelectual encontra-se no papel que o elemento desempenha no sistema de que faz parte". — *Democracia e Educação* — JOHN DEWEY — pag. 280, 281.

sição do objeto em relação ao quadro, resultará uma aparência mais ou menos favorável.

64 — Altura do horizonte — A escolha da altura do horizonte depende, da natureza do objeto e do fim a que se destina a perspectiva. Tratando-se de edifícios, como no nosso caso, convém a altura de um homem normal em pé ou seja 1,60 m. Todavia, em certos casos, para se obter melhor visão do conjunto, admite-se a preferência de um horizonte elevado.

Fixada a altura do horizonte, podemos escolher a

65 — Distância do observador — Sabemos que a capacidade de visão é limitada por um cone *óptico de visibilidade perfeita*. Os livros de Perspectiva divergem muito neste assunto, isto é, quanto ao valor do ângulo formado pelas geratrizes do cone cujo vértice é suposto no olho do observador.

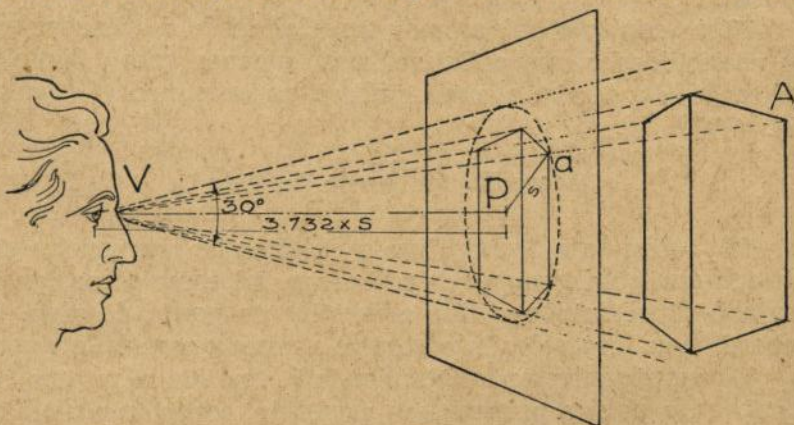


Fig. 27

Para as necessidades da Perspectiva, pode-se aceitar o ângulo de 30° , não só porque é recomendado por vários autores como porque proporciona excelentes resultados na prática. Corresponde a situação em que o ponto de vista se coloca a uma distância igual ao produto de 3,732 pela distância do ponto principal ao ponto de intersecção com o quadro de um raio visual extremo.

Na figura 27 vemos que o raio visual extremo VA determina no quadro o ponto a . O produto do segmento s , que é a distância Pa , por 3,732 dá o afastamento do ponto de vista.

Sendo o quadro um plano vertical perpendicular a VP é claro que a distância depende da altura do horizonte, conforme demonstra o gráfico da figura 28.

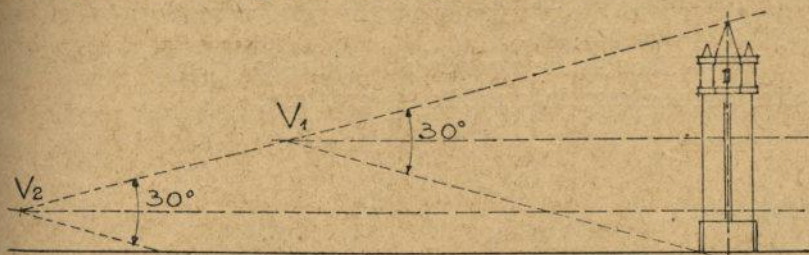


Fig. 28

Para V_1 , com horizonte elevado, a distância pode ser menor que para V_2 , com horizonte mais baixo. Importa, apenas, que a imagem fique compreendida na abertura do ângulo óptico.

Determinadas a altura do horizonte e a distância do observador, resta ainda escolher a

Posição do objeto em relação ao quadro

66 — Uma vez que o ponto de vista deve ser localizado sobre uma perpendicular ao plano do quadro, cujo pé é o ponto principal, é evidente que da posição do objeto em relação a este plano depende o resultado a ser obtido.

Na prática é aconselhável que se façam alguns ensaios prévios como os representados na figura 29 onde vemos que para a mesma distância, variando a posição do objeto em relação ao quadro podem-se obter imagens de maior ou menor largura. No gráfico III o segmento ac , representativo da largura máxima da imagem do objeto, é maior que o apresentado em I. Em compensação a face bc ficou muito reduzida.

Verifica-se, assim, que esses ensaios permitem escolher a situação mais conveniente atendendo às finalidades da Perspectiva.



Resumindo o exposto, as condições a serem observadas, são as seguintes:

1.º — Escolha da altura do horizonte, de modo que a imagem seja satisfatória para os fins visados.

2.º — Determinação da distância do observador ao objeto, por meio de ensaios gráficos, fixando-se a abertura do ângulo óptico em 30º.

3.º — Escolha da posição do objeto em relação ao quadro, feita também por intermédio de gráficos.

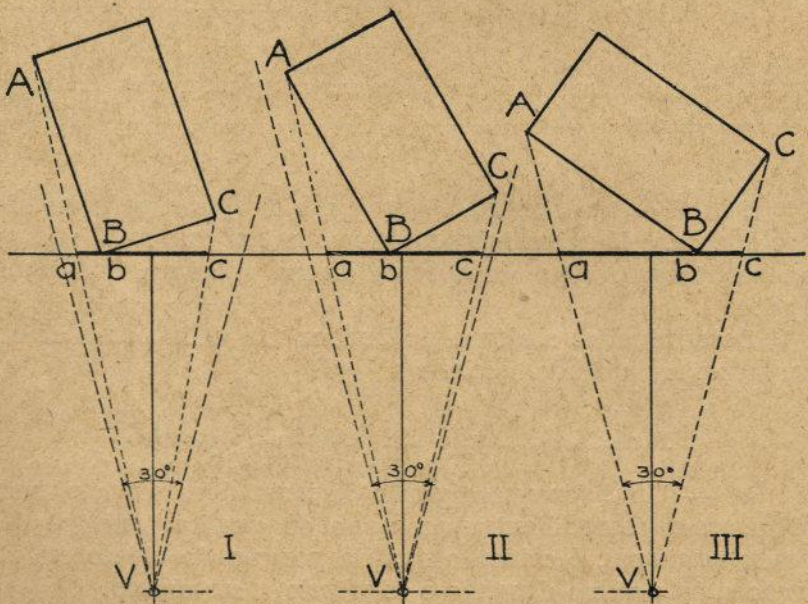


Fig. 29

Deslocamento do traço do quadro

67 — Na prática da Perspectiva, como o horizonte é geralmente baixo em relação ao objeto, verifica-se uma certa dificuldade na determinação gráfica dos pontos que definem a projeção do objeto no geometral.

Para remover êsse inconveniente basta deslocar o traço do quadro, paralelamente a si mesmo, abaixo da sua posição

inicial, ou acima da linha do horizonte. A escolha da nova posição é arbitrária, dependendo apenas da possibilidade de se obterem os cruzamentos das retas que definem os pontos procurados, segundo ângulos menos agudos nos quais os vértices sejam bem visíveis.

Marcados os pontos com o auxílio do novo traço do quadro, resta transportá-los perpendicularmente aos traços até as retas nas quais devem ser localizados.

68 — Para ilustrar com um pequeno exemplo de aplicação examinemos a figura 30.

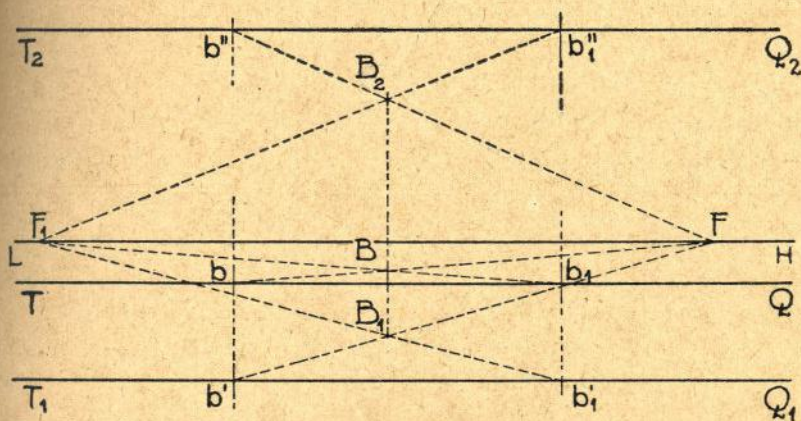


Fig. 30

Como TQ está muito próximo de LH o ângulo $b_1 B F$ sendo muito agudo tem o seu vértice B mal definido. Entretanto, com o deslocamento do traço para $T_1 Q_1$ as construções dão lugar ao ângulo $b'_1 B_1 F$ no qual o vértice B_1 é claramente visível. Voltando, por meio de uma perpendicular aos traços, à reta aF temos o ponto B desejado.

Idêntico procedimento permitiria a determinação de B por intermédio de $T_2 Q_2$.

Na construção da perspectiva de um edifício, esse recurso é empregado para os vários pontos da sua projeção no geometral.

Direções dominantes não perpendiculares entre si

69 — Quando as direções dominantes não são perpendiculares entre si, podem ser utilizados os pontos de fuga e medidores relativos a cada uma.

Outra maneira de proceder que oferece bons resultados é a inscrição do polígono irregular num retângulo. A localização dos pontos não contidos nos lados da figura que circunscreve será feita por meio de coordenadas. Fig. 31.

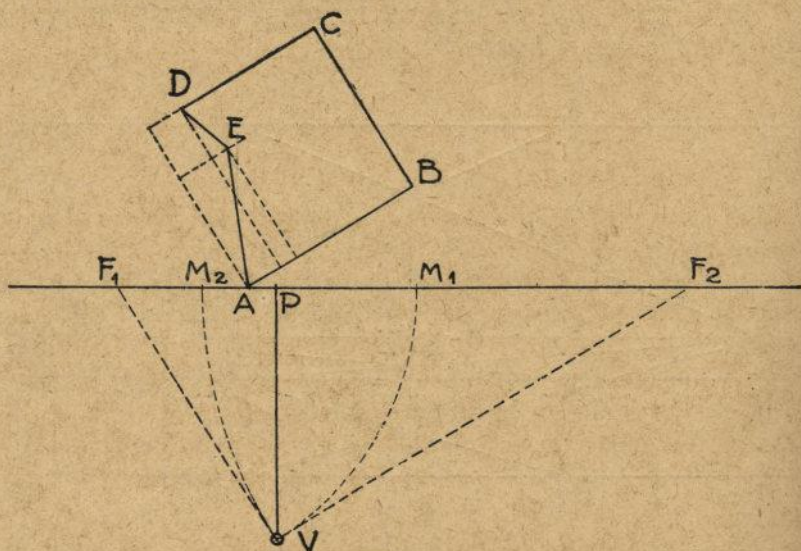


Fig. 31

Algumas construções diretas sobre o quadro

70 — As construções diretas sobre o quadro têm como finalidade a simplificação dos traçados, resolvendo certos casos, independentemente das projeções do objeto no plano geométral.

De fato, na prática é freqüente o emprêgo das construções que vamos apresentar em seguida.

71 — **Determinação dos eixos de uma fachada em perspectiva** — Tratando-se de figuras de forma retangular, basta

determinar o ponto de cruzamento das diagonais. O eixo vertical será uma vertical e o eixo horizontal uma reta de fuga para o ponto respectivo. Fig. 32.

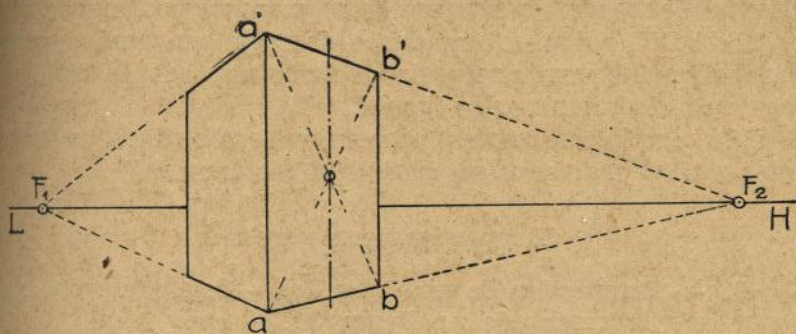


Fig. 32

72 — **Divisão de um segmento de reta em partes iguais ou proporcionais** — Sendo de frente, o segmento dado, a solução terá as características de um simples problema de desenho geométrico linear, pois, a perspectiva não prejudicará as relações de proporcionalidade dos segmentos contados sobre uma mesma reta de frente.

Tratando-se de um segmento não paralelo ao quadro, divide-se a sua projeção no geometral, e, por meio de projetantes verticais levam-se os pontos obtidos na projeção para a reta no espaço.

Para dividir a projeção no geometral, opera-se, como o indicado na figura 33 da seguinte maneira: sobre uma reta horizontal de frente, traçada por uma das extremidades do

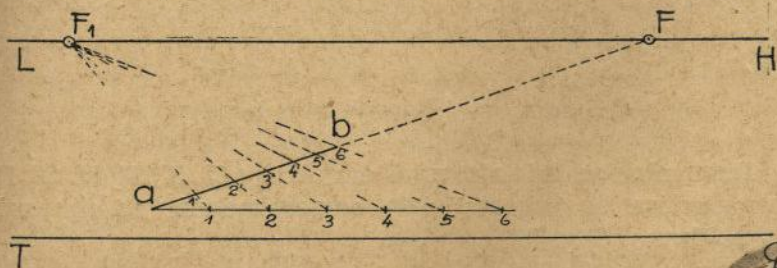


Fig. 33



segmento no geometral, marcam-se com uma grandeza arbitrária, tantas unidades quantas são as partes em que se quer fazer a divisão. Ligado o último ponto, marcado sôbre a horizontal de frente, ao extremo do segmento e prolongada esta reta até *LH*, obtém-se um ponto de fuga, que será o ponto para o qual devem convergir as retas capazes de dividir o segmento dado em partes iguais.

Na divisão em partes proporcionais a segmentos dados, êstes seriam marcados na horizontal de frente.

Perspectiva de molduras

73 — **Perspectiva de uma cornija** — Seja a cornija cujo perfil está representado na figura 34.

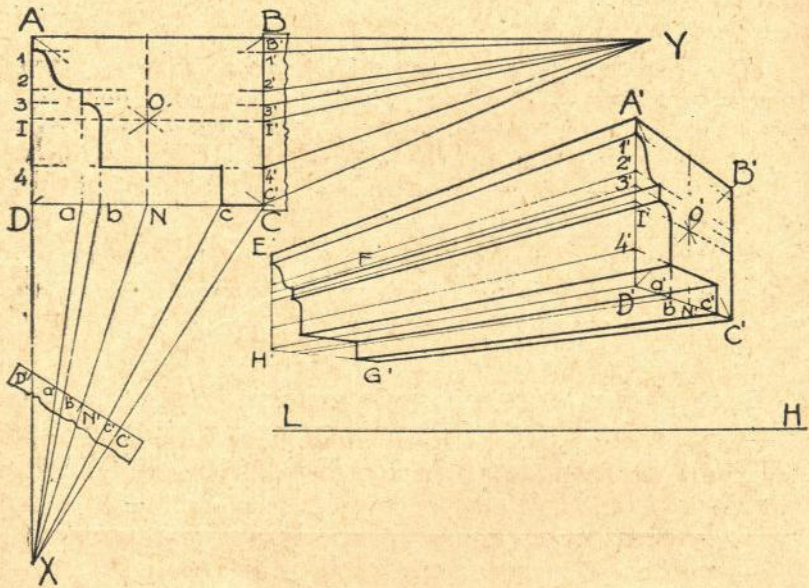


Fig. 34 Fig. 35

Determina-se inicialmente, em *A' B' C' D' E' F' G' H'*, a perspectiva do “pacote” (25) correspondente ao conjunto das molduras. Fig. 35.

(25) — Bloco, que contém um conjunto de molduras. *Epannelage* para os franceses.

Para construir o perfil das molduras na secção $A' B' C' D'$, devemos dividir as arestas do pacote $A' D'$ e $D' C'$ em partes proporcionais às que se encontram em AD e DC na figura 34. Essa operação é feita com o auxílio das escalas de divergentes X e Y . (26)

Uma tira de papel na qual tenham sido marcados previamente os pontos $D' N'$ e C' será ajustada sobre a escala de abscissas X de modo que esses pontos coincidam com as retas DX , NX e CX ; isto feito, podem-se transportar os segmentos $D'a'$, $a'b'$ e $b'c'$ para a reta $D'C'$.

A divisão de $A'D'$ é feita empregando a escala de ordenadas Y , bastando, entretanto, procurar apenas a coincidência de A' e D' com AY e DY respectivamente, desde que se coloque a tira de papel paralelamente à direção AD .

Pelos pontos assim marcados, em $A'D'$ e $D'C'$ são traçadas as coordenadas que darão ensejo à obtenção dos pontos básicos necessários à construção do perfil em perspectiva. As linhas de fuga que passam por $1' 2' 3' 4'$, caso não haja ponto de fuga acessível, poderão ser traçadas com o auxílio da divisão de $B'C'$ em partes proporcionais aos segmentos de AD .

Idêntico procedimento permitirá a construção do perfil na secção $E' F' G' H'$.

Concluindo o traçado, serão unidos por retas representativas de arestas das molduras, os vértices que se correspondem, existentes nos dois perfis.

74 — Perspectiva do torneamento da mesma cornija —

Tal como no exemplo anterior, terá sido construída, previamente, a perspectiva do “pacote”. Como o balanço é igual para as faces R e S , figura 36, o bissetor do ângulo será o plano no qual devemos traçar o perfil da cornija.

Evidentemente, o perfil no plano bissetor não será o mesmo que temos em $ABCD$ secção perpendicular às arestas

(26) — As escalas de divergentes aqui mencionadas são de construção muito simples. Por exemplo: para construir a escala X foi suficiente marcar o ponto X a uma distância arbitrária da reta DC e ligá-lo aos pontos nela existentes. Aqui X está sobre a perpendicular a DC em C , mas, qualquer outra situação seria satisfatória, importando apenas que o polo não estivesse muito próximo da reta.

das molduras. Todavia, como as relações de proporcionalidade não se alteram, podemos fazer a construção do perfil no plano bissector, empregando nessa operação o processo descrito para o caso precedente.

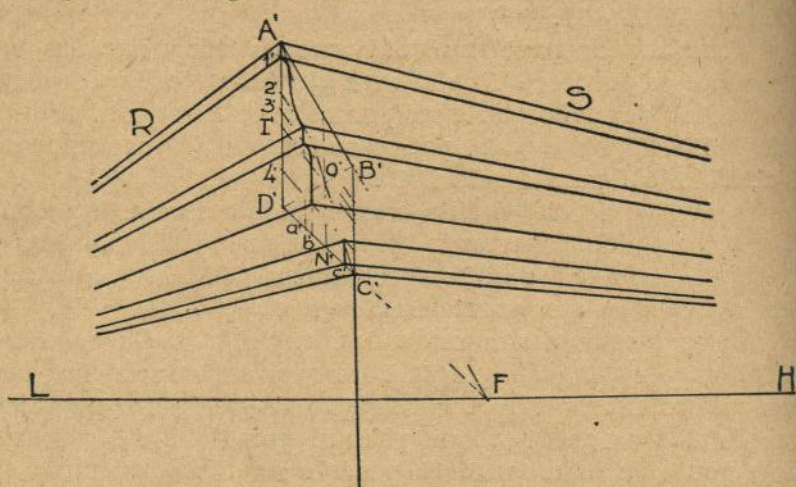


Fig. 36

Perspectiva direta das superfícies de revolução

75 — Podemos considerar a perspectiva de uma superfície de revolução como resultante das perspectivas dos seus paralelos ou dos seus meridianos.

a) — perspectiva dos paralelos.

76 — Na figura a imagem traçada em linha interrompida é o meridiano de frente de um vaso.

Os segmentos AA' , BB' , CC' etc., diâmetros dos círculos, são iguais aos lados dos respectivos quadrados circunscritos. Analisando o detalhe *I* da figura 37 vemos que para determinar os pontos QQ' extremos de um diâmetro de tampo, basta traçar horizontais a 45° passando por A . Estas retas em perspectiva, seriam convergentes para o ponto de distância direito. Entretanto, como no nosso caso o ponto de distância está reduzido a $1/3$, devemos reduzir também na mesma pro-

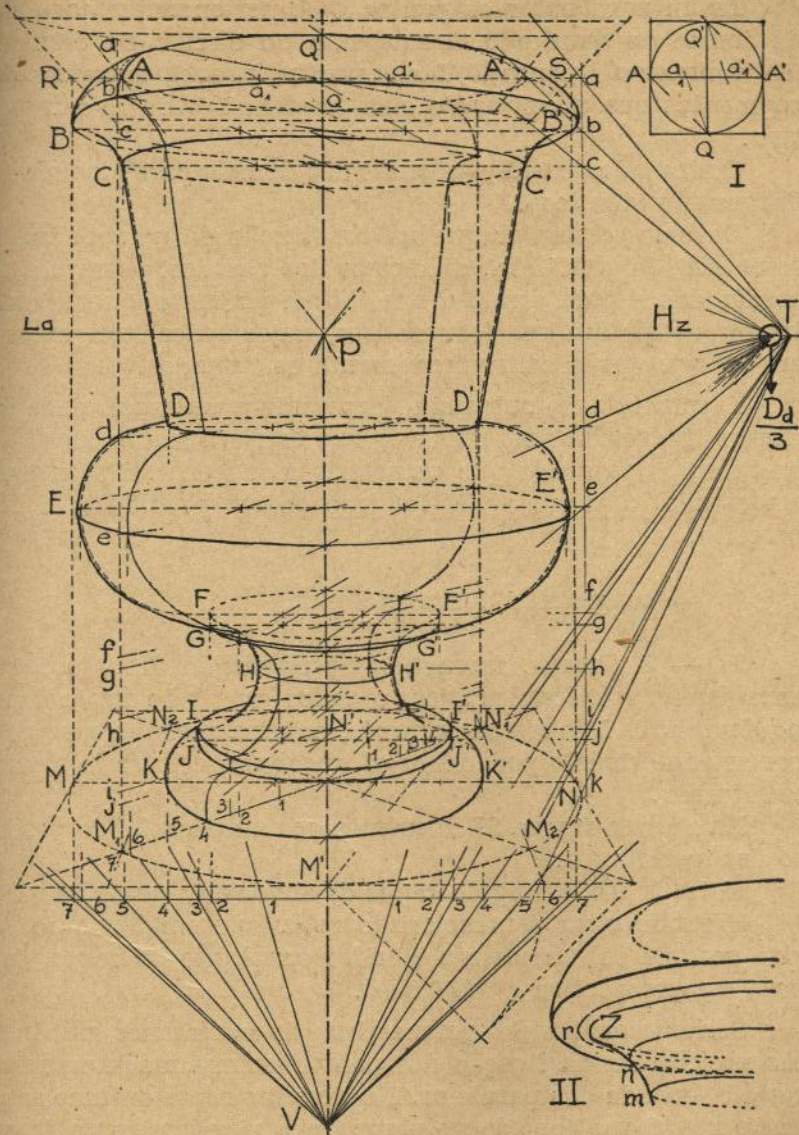


Fig. 37

porção, os segmentos por cujas extremidades traçaremos as retas que determinarão os pontos Q e Q'.

Assim para obter os pontos QQ' , pertencentes aos lados de frente do quadrado circunscrito ao círculo de diâmetro AA' uniremos o ponto $D/3$ aos pontos a_1 e a'_1 extremos dos segmentos que a contar do eixo, medem $1/3$ do raio respectivo.

Os traçados correspondentes aos demais paralelos são inteiramente idênticos.

Devemos assinalar que na construção da perspectiva, as retas AA' , BB' , CC' etc., diâmetros dos círculos, passam a ser cordas das elipses, sendo aconselhável, portanto, que se construam os quadrados circunscritos, cujos lados, tangentes à curva, orientarão convenientemente os traçados.

Recomenda-se, outrossim, construir a perspectiva de paralelos intermediários, tôda vez que estejam muito afastados entre si, os paralelos que caracterizam o perfil. No exemplo em estudo, o paralelo EE' foi traçado em obediência a êste preceito.

b) — perspectiva dos meridianos.

77 — J. PILLET, fazendo a apresentação dêste processo considera-o, “método prático, o único que é de uso cômodo no desenho”. Não iremos a tanto, embora reconheçamos que por seu intermédio poderemos alcançar um resultado bastante rigoroso.

Na mesma figura 37 apresentamos a aplicação do processo dos meridianos.

$RSNM$ é o retângulo capaz de envolver o perfil do vaso.

Fazendo girar o mencionado retângulo em tórno do seu eixo vertical obteremos um cilindro envoltório do corpo, cuja base em perspectiva é $MM'NN'$.

Seriam construídas perspectivas de meridianos em diversas posições, e, da ligação dos pontos correspondentes, resultaria o traçado dos paralelos. No desenho representamos apenas o meridiano contido no plano cujo traço horizontal passa por M_1N_1 . Para a sua construção foram empregadas as escalas de divergentes T e V . (Ver construção e emprêgo no 73).

Comparado com o processo anteriormente exposto, ou seja o dos paralelos, verifica-se que o dos meridianos é bem mais trabalhoso, sem oferecer vantagem apreciável.

c) — Pontos de passagem e de perda do contôrno aparente.

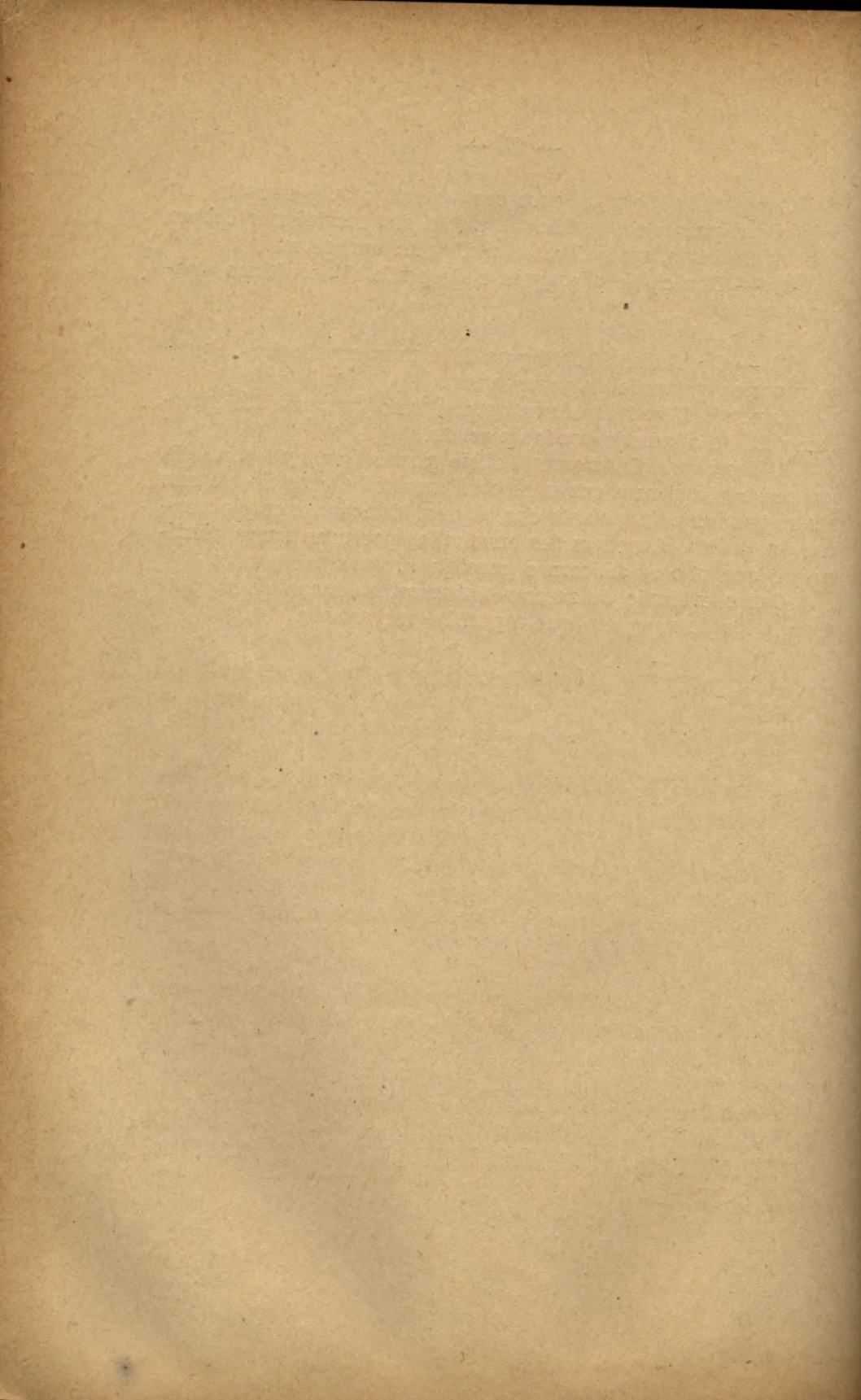
78 — O detalhe *II* da figura 37 é uma ampliação da parte superior esquerda da perspectiva.

O ponto *Z* onde a curva do contôrno aparente foi interrompida é o chamado *ponto de perda*.

A determinação rigorosa dêsse ponto é complicada. Na prática basta levar a curva do contôrno até o paralelo em que ela se conserva envolvente das elipses. O nosso exemplo mostra que *m n* e *Z* podem ser envolvidos por uma curva contínua o que não se dá com o paralelo *r*.

Outro exemplo da mesma natureza, se encontra na parte inferior do vaso, em que o perfil é um escócia.





VI

TEORIA E PRÁTICA

79 — No campo profissional, prática quer dizer aplicação objetiva dos princípios e das leis ditadas pela teoria.

Não se podem, pois, estabelecer limitações entre os domínios da teoria e da prática.

80 — Tôda teoria científica é concebida e edificada para atender a uma finalidade em vista (27). Reciprocamente a prática da ciência requer sólida base teórica.

81 — Muitas vêzes o operário ignora o fundamento teórico da prática que êle respeita no exercício da sua especialidade; não obstante, se pesquisarmos havemos de encontrar, na origem da sua conduta profissional, o ensinamento de uma escola, a orientação de um técnico ou a simples obediência a uma tradição que se firmou porque mereceu a aprovação da teoria.

82 — Não podemos aplaudir aquêles que procuram apenas pelo prazer intelectual de investigar; queremos que êsse

(27) — "Pensamentos, simplesmente como pensamentos, são coisas incompletas. Na melhor das hipóteses, são tentativas de solução; são sugestões, indicações. São pontos de vista e métodos para alguém lidar com as situações práticas. Faltam-lhes precisão e certeza enquanto não forem aplicados nessas situações. Sômente a aplicação os põe em prova e sômente essa comprovação lhes confere pleno significado e o sentido de sua realidade. Se, assim, não os utilizamos tendem a segregar-se em um mundo seu todo especial". — JOHN DEWEY, op. cit. — pág. 208.

esfôrço tenha um objetivo visado, que possa receber a consagração de uma prática eficiente. Talvez que essa nossa maneira de pensar resulte do hábito de ensinar, pois, como diz muito bem DEWEY, “o aluno aprende quando percebe o lugar ocupado pela matéria do estudo no curso de algum emprêgo de sua atividade”.

83 — No que se refere à Perspectiva, é preciso que bem se compreendam os objetivos e o valor do seu conhecimento para a vida profissional do arquiteto a fim de que se evitem certos exageros teóricos.

84 — Uma das mais formosas interpretações teóricas das leis de Perspectiva se encontra no trabalho de FELIX CARDELLACH, “Leyes Iconográficas de la linea y de la luz”. Partindo do princípio de que *tôdas as imagens são formas simplesmente homológicas de suas originaes*, explica com rara beleza as leis de Perspectiva. (28)

Não se pode negar a elegância com que se elaboram as conclusões ou se formulam as hipóteses. CARDELLACH conduz a discussão para um plano superior de matemática pura, todavia, não nos parece que a apresentação da matéria com tais características de elevação possa aproveitar aos estudantes de Perspectiva num curso de arquitetura. Não que lhes falte a necessária base, mas porque já no segundo ano escolar o aluno quer sentir de mais perto as imposições objetivas da profissão escolhida.

85 — Interessa, assim, que as aulas de exposição teórica, embora rigorosamente dentro do espírito científico, sejam conduzidas com notável preocupação prática. Parece-nos ainda, que, ao serem apresentados os métodos em sua estrutura teórica, devemos assinalar a parte que poderemos aproveitar de cada um.

86 — J. PILLET notável autor dos tratados de Descritiva, Perspectiva e Estereotomia, cujo alto valor é desnecessário

(28) — Sob o título “Teoria geométrica general de las imagenes perspectivadas”, na página 77 e seguintes CARDELLACH aborda o assunto.

proclamar, enumera dentre as condições necessárias aos métodos de Perspectiva, uma que bem define o espirito desejável em nossa matéria: “Les constructions de la perspective linéaire doivent faire image; en un mot: lorsque le perspecteur exécute une operation quelconque il doit opérer en dessinateur et non pas en géomètre”.

Concordando com esse ponto de vista, queremos que as nossas justificações teóricas não se apartem do sentido eminentemente gráfico que deve presidir os nossos trabalhos.

87 — Eis porque damos maior aprêço às soluções e aos métodos engendrados pela fertilidade criadora dos recursos puramente gráficos, embora reconheçamos a importância ou a significação de outras interpretações da nossa matéria.

Poupar aos alunos as decepções que encerra a famosa lição da experiência é um dever dos mestres.

88 — Nem tudo que é teoricamente verdadeiro é praticamente possível. E' preciso que se faça um trabalho de seleção a fim de incluir no plano de curso somente aquilo que possa representar vantagem para a prática da Perspectiva.

89 — Um exemplo notável do que afirmamos acima; é dado pelo problema da perspectiva de um corpo prismático sobre um quadro não vertical. No exame que em seguida iremos fazer, vamos verificar que do ponto de vista teórico, o caso assume características de invulgar interesse científico, não só pela sua generalidade como pela clareza matemática da solução.

Problema 10 — Perspectiva de um cubo apoiado por uma das faces sobre o geometral, sendo o quadro um plano inclinado e as arestas horizontais do cubo, oblíquas ao quadro.

A figura 38 é a épura do problema proposto, $Q' \beta Q$ são os traços do plano do quadro. $V V'$ as projeções, do ponto de

vista, nos planos de projeções, notando-se que foi construído na projeção vertical o cone óptico de visibilidade cujas geratrizes formam um ângulo de 30° no vértice. $S'S$ são as projeções do ponto de vista V no quadro. A reta GF é o traço do quadro com o plano horizontal que contém o observador, donde se conclui que é a linha do horizonte.

V_1 é a intersecção do quadro com um raio visual vertical. VF e VG respectivamente raios visuais paralelos às arestas n e m do cubo, enquanto VS e VV_1 são raios visuais perpendiculares à linha do horizonte e ao plano horizontal.

Ms , Mf , Mg e Mv são os pontos medidores relativos às direções cujos pontos de fuga estão em S , F , G e V .

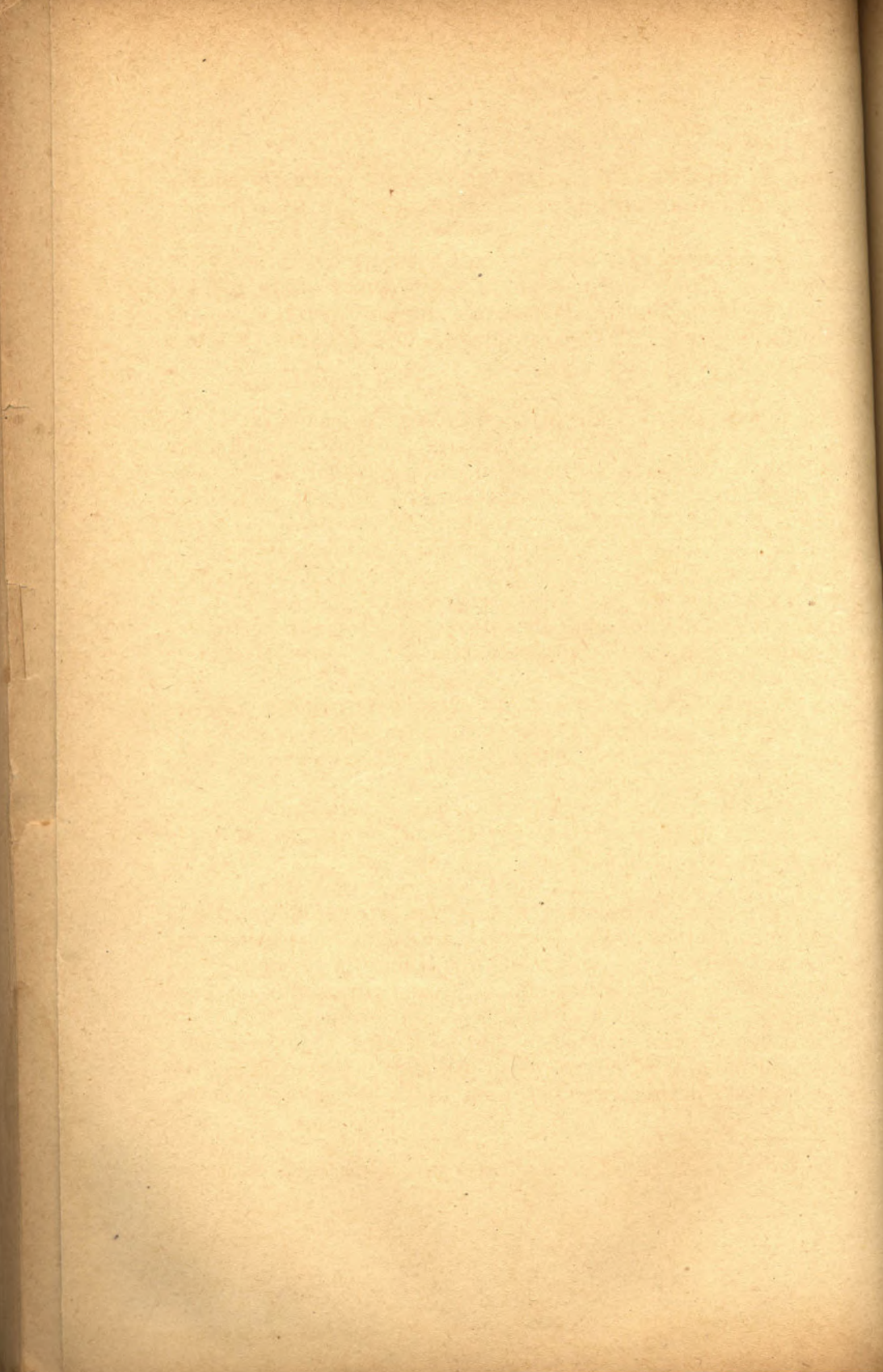
Passemos assim à análise da figura 39 onde está representado o plano do quadro.

A distância entre GF e a linha de terra que passa por T foi medida na figura 38 em $S'T'$. Assim, também, foi medida a grandeza SV_1 . Da ligação de G a V_1 e dêste ao ponto F resulta a obtenção das retas de fuga dos planos paralelos às faces om e on .

O ponto P pé da perpendicular baixada de V ao quadro é marcado, tomando-se a distância $S'P'$ na figura 38. O círculo descrito com centro em P é o traço do cone visual admitido na épura segundo uma abertura angular de 30° . Para que a imagem seja satisfatória deve ter todos os seus pontos na superfície do referido círculo.

Localização de um ponto inicial — Para iniciar o traçado da imagem localizemos um dos vértices da face que se apóia no geometral, por exemplo o ponto B . Tomemos um plano de frente contendo o mencionado vértice. Este plano intercepta o traço horizontal, do quadro em T ponto êsse que será marcado transportando-se a distância RT da figura 38 para a linha de terra da figura 39.

1.^a CONSTRUÇÃO — Na figura 38 foi prolongada a aresta vertical que passa por V . O seu traço no quadro é o ponto b' o qual será determinado sobre a reta perpendicular à linha de terra que passa por T , marcando-se a distância $T'b'$ da fi-



gura 38 em Tb' na figura 39. O ponto B procurado encontra-se no cruzamento das retas de fuga $b'V_1$ e TS .

2.^a CONSTRUÇÃO — Mr é o ponto medidor das direções que têm o seu ponto de fuga em S . Marquemos assim sôbre a linha de terra a partir de T para a direita o ponto B_2 a uma distância igual a TB . No cruzamento de B_2Ms com TS temos o ponto B procurado.

Construção das arestas horizontais no geometral — Ligado B ao ponto F temos a direção de uma das arestas. Para obtermos o ponto A utilizamos o ponto medidor Mf da mencionada direção, procedendo da seguinte maneira: unimos o ponto B ao Mf , determinando assim B_1 na linha de terra; marcamos à esquerda de B_1 a grandeza B_1A_1 , tamanho da aresta do cubo; ligado o ponto A_1 ao medidor Mf determinamos no cruzamento com a reta BF prolongada o ponto A .

A aresta AE foi marcada utilizando-se o ponto de fuga G e o medidor que lhe corresponde Mg .

Determinação da altura nas arestas verticais — As arestas verticais têm o seu ponto de fuga em V_1 . Para marcar a altura BC utilizamos o medidor Mv sendo marcada em B_1C_1 a dimensão da aresta.

O emprêgo dos pontos de fuga G e F permitirá limitar a altura das demais arestas verticais com o que se conclui a construção da perspectiva.

90 — Nas pesquisas que efetuamos para elaborar esta tese encontramos a solução para o problema exposto do quadro não vertical, em dois trabalhos: o livro já citado de CARDELLACH (29), que conjugando as duas figuras num só desenho complica muito o traçado, e um estudo do arquiteto ARISTIDES COTTINI publicado numa revista argentina (30). Este último analisa e resolve grãficamente o problema e a fim de torná-lo prático organiza uma tabela de valores calcula-

(29) — V. op. cit., pág. 91.

(30) — "Revista de Arquitetura", Buenos Aires — Junio 1942 e Enero 1943.

dos por trigonometria em função do diâmetro do círculo óptico, pela qual podem ser localizados os pontos *S*, *V*, *G*, *F* etc. para diferentes posições do quadro e do objeto.

91 — Consideramos valiosa a contribuição do arquiteto COTTINI, do ponto de vista científico podendo mesmo ser encarada na qualidade de um trabalho útil em determinados casos da prática como, por exemplo, a perspectiva em vista aérea, de um edifício. Todavia, pela demonstração que fizemos com o problema n.º 10 é fácil concluir que o seu emprêgo na generalidade dos trabalhos de perspectiva, necessários à prática profissional de Arquitetura, é desaconselhável pelo excesso de construções que acarreta. Além dêsse inconveniente, há que considerar a grande extensão da superfície do quadro, necessária ao traçado de uma perspectiva relativamente pequena.

92 — Convém notar, que mesmo com o quadro oblíquo as deformações da imagem não correspondem rigorosamente àquelas que se formam em nossa retina, pelo mecanismo da visão. A reprodução da imagem perspectiva de um corpo rigorosamente determinada, em correspondência com a que percebemos através do nosso órgão visual é impraticável do ponto de vista gráfico. Primeiro porque a nossa visão é binocular e segundo porque a superfície da retina onde se dá a formação da imagem é esférica. Na prática nenhuma daquelas condições poderá ser satisfeita. Sendo assim, é razoável que se procure um procedimento, que certo como teoria não implique em construções excessivamente trabalhosas e proporcione condições aceitáveis, relativamente à realidade, nos termos do que foi dito no n.º 9. Tais características, incontestavelmente, possui o método dos pontos medidores, tal como o preconizamos.

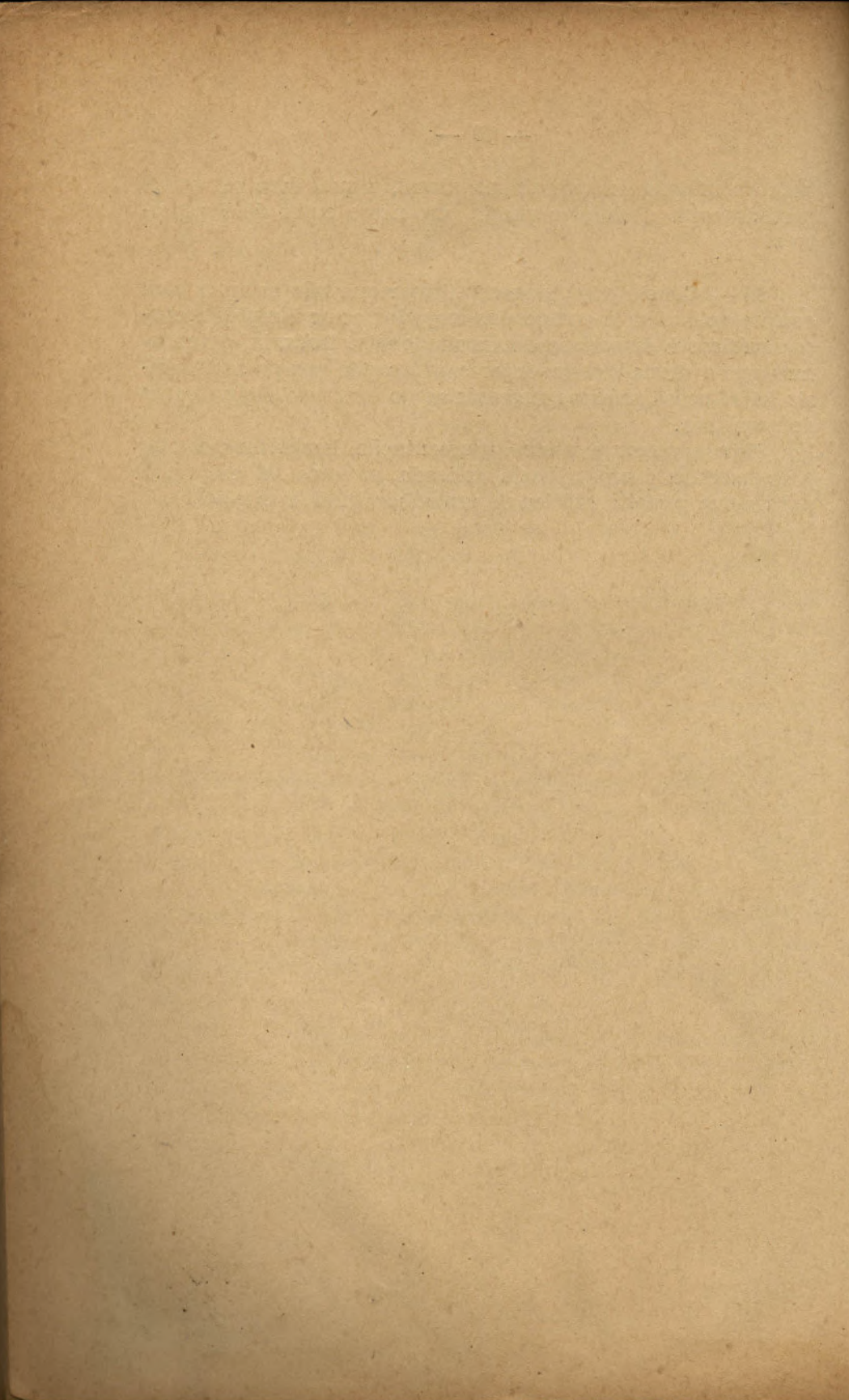
93 — Do ponto de vista didático, parece-nos suficiente apresentar o fundamento teórico da Perspectiva como simples determinação de traços de retas com superfícies (raios visuais com a superfície do quadro).

94 — O conhecimento dos métodos que aqui apresentamos parece-nos da mais alta valia como preparação para o es-

tudo do método dos pontos medidores, o qual deve ser interpretado como o objetivo visado pelo nosso curso de Perspectiva.

95 — Concluindo devemos afirmar que não estamos com os que aplaudem o ensino dos traçados como simples recursos gráficos à disposição dos profissionais. Todavia, entendemos que a teoria só deve interessar quando nos possa conduzir às soluções práticas necessárias ao exercício da profissão do arquiteto.

Para encerrar a nossa argumentação, lembremo-nos que a Perspectiva é uma ciência aplicada, e, como tal, necessita para a sua perfeita prática de um sólido fundamento teórico.



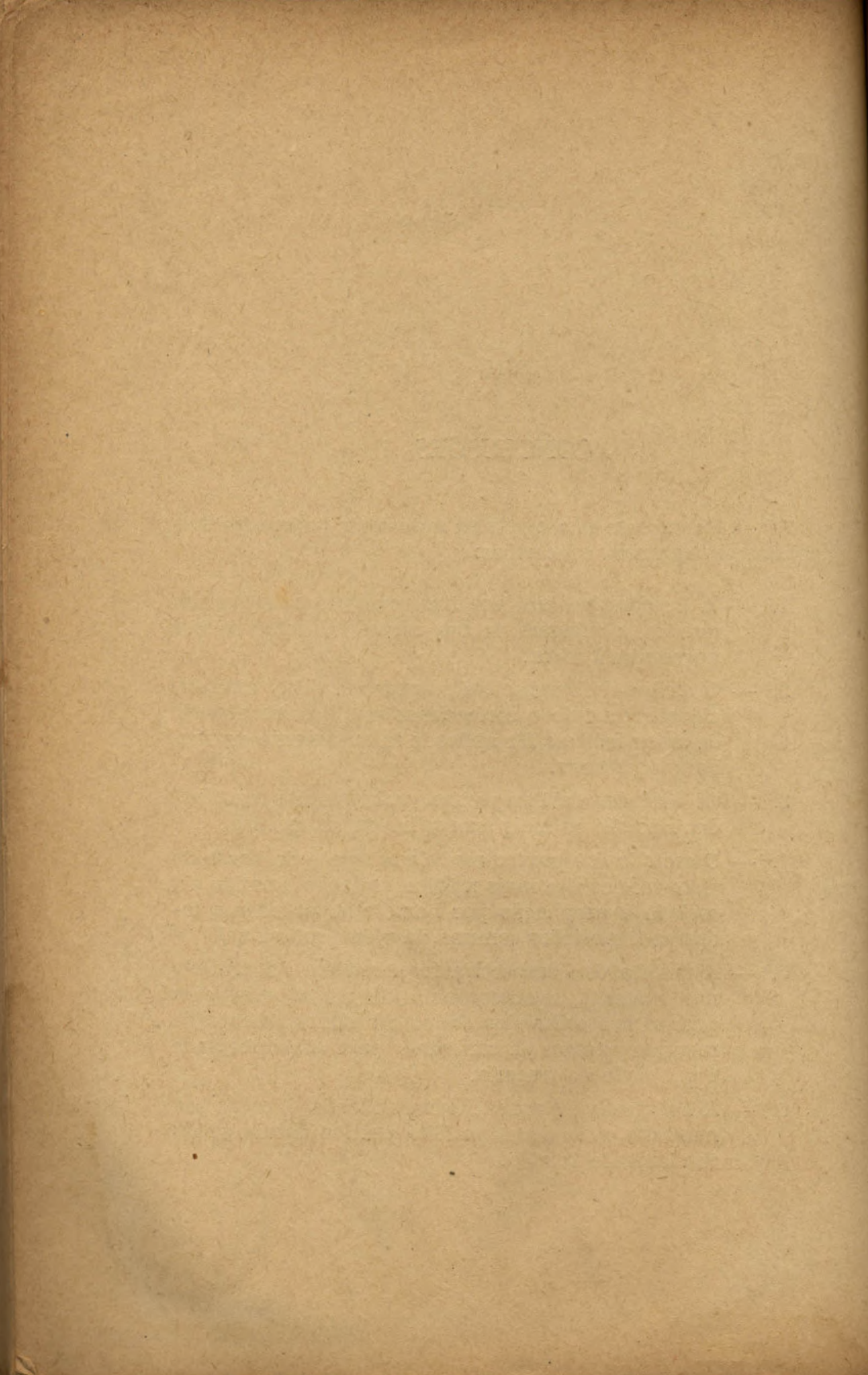
VII

CONCLUSÕES

96 — Do exposto nos capítulos anteriores podem ser formuladas as seguintes conclusões:

- 1.^a — A Perspectiva tem por fim representar, sôbre um quadro, a imagem de um corpo, tal como se nos apresenta à vista.
- 2.^a — O ensino de Perspectiva só pode ser feito, com eficiência, quando o conhecimento adquirido através de aulas teóricas fôr aplicado intensamente em trabalhos práticos.
- 3.^a — Os métodos de Perspectiva vulgarmente conhecidos não são os mais aconselháveis na prática.
- 4.^a — *O método dos pontos medidores*, exato do ponto de vista teórico, é o mais prático, podendo, quando associado à ampliação por homotetia, atender a todas as imposições comuns da vida profissional.
- 5.^a — A prática da Perspectiva requer, além do domínio dos métodos, a observância de certas condições quanto à escolha dos dados e o conhecimento de recursos capazes de contribuir para a simplicidade e perfeição do traçado.
- 6.^a — A Perspectiva é uma ciência aplicada e, como tal, necessita para a sua perfeita prática de um sólido fundamento teórico.



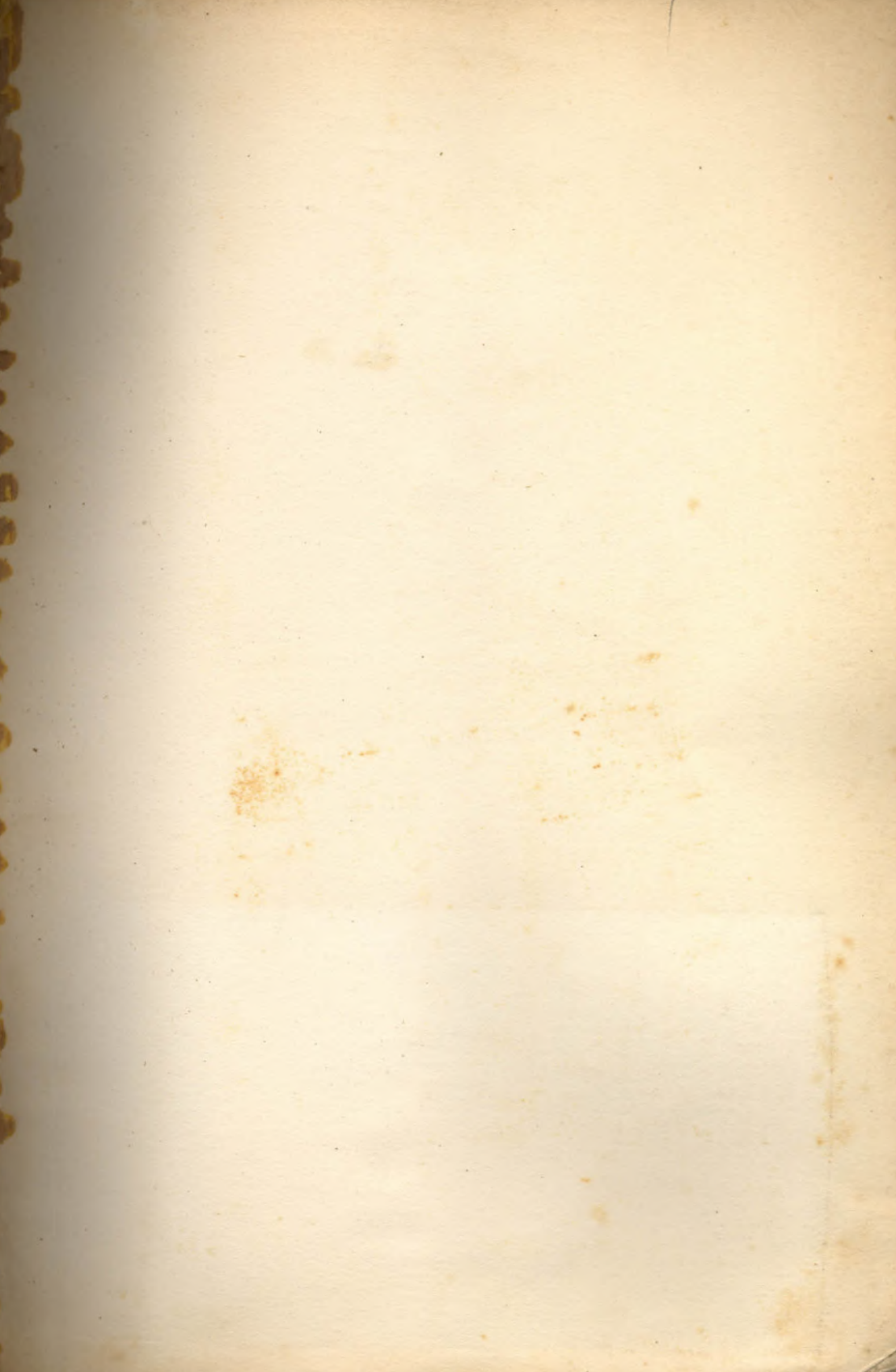


BIBLIOGRAFIA

- AIMÉ-DESLANDES — E. — Précis de perspective d'observation. Paris. (Librairie Delagrave) 1931.
- BOLL — ANDRÉ — La perspective expliquée. Paris (Etienne Chiron, Editeur) 1921.
- BRISSE — Ch. et H. Picquet — Cours de geometrie descriptive. Paris (Baudry & Cie., Libr. — Editeurs) 1898.
- CARDELLACH — Felix. — Leyes Iconograficas de la linea y de la luz — Barcelona. (Libreria de Agustin Bosch) 1913.
- CHASLES — M. — Aperçu historique des méthodes en géométrie. Paris — (Gauthier-Villars) 1875.
- CASSAGNE — Armand. — Traité pratique de perspective. Paris (Henri Laurens, Editeur) .
- CHIESA — Cino — Prospettiva, Elementi rationale per l'uso práctico. Milano (Editore Ulrico Hoepli) 1938.
- COTTINI — Aristides — Perspectiva — El problema fundamental generalizado — Buenos Aires — Revista de Arquitectura — Junio 1942 e Enero 1943.
- CRIVELLI — Oscar F, Rene Nery, Eduardo Fernando Catalano — Teoria de las Sombras y trazados de Perspectiva — Buenos Aires — 1940.
- D'OCAGNE — Maurice — Cours de geometrie descriptive. Paris (Gauthier-Villars) 1896.
- EVERETT — Herbert E., and William Lawrence — Freehand and Perspective drawing. Chicago (American Technical Society) 1941.
- EMANAUD — M. — Géométrie perspective — Paris. (Gaston Doin, Editeur) 1921.
- F. T. D. — Tratado práctico de Perspectiva, Barcelona (Gustavo Gigli, Editor) 1942.

- HAUSSNER — Robert — Geometria descriptiva. Trad. del aleman par Carlos Mendizabal Brunet. Barcelona (Editorial Labor S. A.) 1942.
- JAULIN — Emile — Travaux graphiques. Paris (H. Dunod et E. Pinat, Editeurs) 1909.
- LA GOURNERIE — J. DE — Traité de perspective linéaire, Paris (Gauthier-Villars) — 1898.
- LA GOURNERIE — J. DE — Traité de géométrie descriptive. Paris (Gauthier-Villars) 1910.
- LAWSON — Philip J. — Practical perspective drawing. New York. (Mc Graw-Hill Book Company, Inc.) 1943.
- LEROY — C. P. A. — Traité de Stereotomie comprenant les applications de la géométrie descriptive a la Théorie des ombres, la Perspective linéaire, la Gnomonique, la Coupe des pierres et la Charpente. (Gauthier-Villars) 1926.
- LEROY — C. P. A. — Traité de géométrie descriptive. Paris (Gauthier-Villars) 1910.
- MANNHEIM — A. — Cours de géométrie descriptive. Paris (Gauthier-Villars) 1886.
- MELLO CUNHA — G. — Curso de perspectiva — Rio de Janeiro — (Imprensa Naval) 1922.
- MILLER — M. E. H. W. — Descriptive geometry. New York (John Wiley & Sons Inc.) 1940.
- MONGE — G. — Géométrie descriptive — Paris (Bachelier — Successeur de M^r. V^e. Courcier) 1827.
- NIEWENGLOWSKI — B. — Cours de géométrie élémentaire, Paris (Gauthier-Villars) 1899.
- PAPELIER — G. — Precis de géométrie descriptive — Paris (Librairie Vuibert) 1919.
- PILLET — J. — Traité de perspective linéaire. Paris (Librairie scientifique Albert Blanchard) 1921.
- PILLET — J. — Traité de géométrie descriptive — Paris (Librairie scientifique Albert Blanchard) 1921.
- PLANAT — P. — Manuel de Perspective et Tracé des ombres. Paris (Librairie de la Construction Moderne — Editeur) 1910.
- POSTELS — Theodore — Fundamentals of Perspective. New York (Reinhold Publishing Corporation).
- QUAINTENNE — Esteban — Tratado metódico de perspectiva. Buenos Aires (Libreria "El Ateneo" Editorial) 1944.

- RODRIGUES — Alvaro — Geometria Descritiva — Rio de Janeiro (Imprensa Nacional) 1944 e 1945.
- ROUBAUDI — C. — Traité de géométrie descriptive — Paris — (Masson et Cie. Editeurs) 1935.
- ROUCHÉ — Eugène et Ch. de Comberousse — Traité de géométrie. Paris (Gauthier-Villars) 1891.
- SAMPAIO — Carlos — Geometria aplicada — Rio de Janeiro (Domingos de Magalhães — Editor) 1894.
- STOREY — G. A. — The theory and practice of perspective. Oxford (At the Clarendon Press) 1910.
- VINCI — Léonard — Traité de la peinture. Paris (Librairie Delagrave) 1934.
- WIELEITNER — H. — Historia de las matemáticas. Trad. del Prof. José M^a. Iñiguez Almech. Barcelona (Editorial Labor S. A.) 1932.



ANAL DO COMMERCIO — Rodrigues
Rio Branco, 117 — Rio de Janeiro