COPPEAD/UFRJ

RELATÓRIO COPPEAD Nº 107

UM SISTEMA DINÂMICO DE PRIORIDADES PARA O SEQUENCIAMENTO DE ORDENS DE TRABALHO NUM SISTEMA DE PRODUÇÃO POR LOTES*

Jorge Alberto García Gomez**

Março de 1983

* Nova versão. Originalmente publicado nos Anais do VIII Simpósio de Pesquisa Operacional SOBRAPO. Recife, 1975.
O autor agradece o auxílio financeiro prestado pela FINEP, sem o qual esta pesquisa não poderia ter sido realizada.

** Professor Adjunto do Programa de Mestrado em Administração da COPPE/UFRJ.

I. INTRODUÇÃO

O problema abordado nesta pesquisa acha-se localizado nos sistemas de produção por lotes, comumente chamados de *Job-shops* e cujas características básicas são as seguintes: as máquinas de processos similares são agrupadas constituindo um número finito de M centros de máquinas (ou departamentos, ou centros produtivos, ou de Serviços). Cada ordem ou lote de produção encomendado ao sistema, precisa do processamento em série de n centros de máquinas. O processamento em série deve-se as relações tecnológicas de fabricação e que são diferentes para cada lote. Assim sendo, cada ordem possui um "Reporte de produção" indicando entre outras especificações a trajetória ou rota da ordem através do sistema (Figura 1).

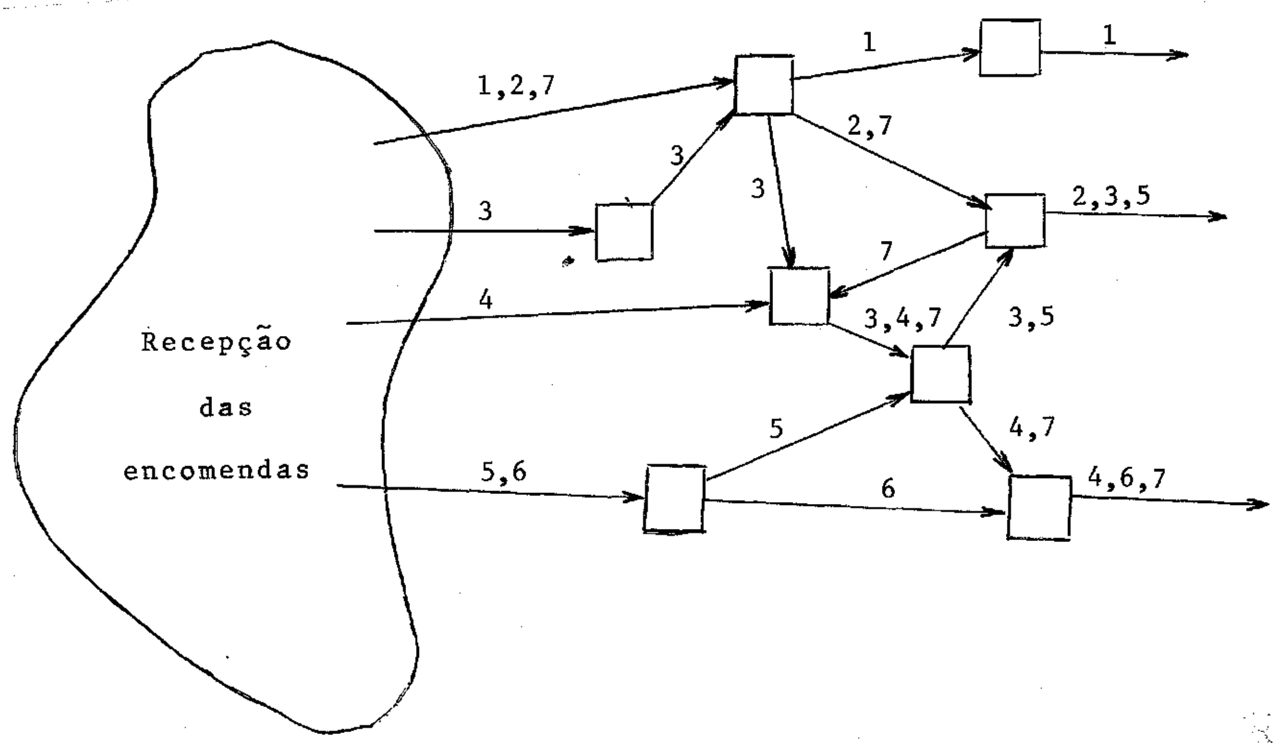

Figura 1

Representação esquemática de um sistema de produção por lotes

Toda ordem que chega ao sistema permanece aguardando ser processada no primeiro centro de máquinas de sua rota. Se já se encontrava no sistema, permanece aguardando serviço num centro intermediário de sua rota ou está em processo. O problema aqui considerado é o de fabricação, visando cumprir as ordens de trabalho encomendadas ao sistema dentro da data de entrega que foi prometida para cada lote.

II. O PROBLEMA

Sumariamente pode-se dizer que um sistema de produção por lotes é caracterizado pelo fato de que a seqüência de operações a ser realizada num lote, (grupo de unidades com seqüência tecnológica de fabricação idêntica) é independente da seqüência de operações requerida para qualquer outro lote. Como resultado, cada lote "compete" pelo uso dos recursos produtivos disponíveis para o processamento. O processamento de um lote pode implicar na demora de processamento de um outro, pois em geral, os recursos de produção são limitados. Analiticamente pode-se considerar um sistema de produção por lotes como um número finito de filas de lotes em série e em paralelo, aguardando ser processado nos seus respectivos centros de máquinas. O problema consiste então em determinar a seqüência na qual o processamento dos lotes deverá ser executado em cada centro, de tal forma que se otimize algum fator. Esta alocação de seqüências é freqüentemente chamada de seqüenciação. De um modo geral, dentre os fatores que freqüentemente são otimizados encontram-se a maximização dos lucros da empresa (devidamente definida no modelo) ou altruísticamente a satisfação dos consumidores, se definida como a entrega dos lotes nas datas prometidas.

III. A DISTRIBUIÇÃO DO TEMPO TOTAL DE FLUXO

Pela própria natureza do problema, o tempo de fluxo de uma ordem i no centro de máquinas j é uma variável aleatória, doravante denotada por t_{ij} e sua composição é

$$t_{ij} = d_{ij} + s_{ij} + p_{ij} \tag{1}$$

onde:

d_{ij} = tempo de deslocamento da ordem i do centro de máquinas (j-1) ao centro j

s_{ij} = tempo de preparação da máquina j para o processamento da ordem i

p_{ij} = tempo de processamento da ordem i no centro de máquinas j.

O tempo total de fluxo da ordem i será, portanto, a soma dos tempo, de fluxo que a ordem gastará no seu percurso através do sistema de produção. Assim sendo,

$$T_i = \sum_{j=1}^{j=n_i} t_{ij} \tag{2}$$

será uma soma de variáveis aleatórias, e pelo mesmo, T_i será uma variável aleatória. Pode-se mostrar que T_i é assimptóticamente normal quando n_i (número de centros de máquinas que a ordem i deve visitar na sua rota de processos) cresce [3].

No caso de os tempos de fluxo t_{ij}'s serem variáveis independentes e identicamente distribuídas, será suficiente que o momento da segunda ordem seja finito para que o teorema do limite central seja aplicável. Sem perda de geralidade, pode-se assumir que as condições acima são razoavelmente satisfeitas nos sitemas de produção por lotes relativamente grandes e, principalmente, pela multitude de ocorrências randômicas que interagem no sistema. Assim sendo, pode-se concluir que a variável aleatória que representa o tempo de fluxo total de uma ordem i possui uma distribuição probabilística aproximadamente normal com média

$$\Theta_i = \sum_{j=1}^{j=n_i} \mu_{ij} \qquad (3)$$

e variância

$$\tau_i^2 = \sum_{j=1}^{j=n_i} \sigma^2_{ij} \qquad (4)$$

IV. COMENTÁRIOS TEÓRICOS EM RELAÇÃO AS DATAS DE ENTREGA

Se as condições do parágrafo anterior são satisfeitas, a probabilidade de terminação de uma ordem i com respeito a sua data programada de entrega D_i pode ser estabelecida. Uma ordem com data de liberação L_i, (definida como a data na qual uma ordem inicia seu percurso através do sistema) determinada por

$$L_i = D_i - \sum_{j=1}^{j=n_i} \mu_{ij} \tag{5}$$

terá aproximadamente 50% de probabilidade de ser concluída antes de sua data programada de entrega e a mesma probabilidade de ser concluída após esta data. A liberação das ordens conforme a equação (5) não é satisfatória dado que a probabilidade de terminação da ordem na sua data programada de entrega é muito pequena. Além disso, este procedimento de liberação tumultuará o sistema de produção pelo fato de não existir folgas no processamento dos lotes.

Na ausência de um esquema de prioridades, a probabilidade de terminação de uma ordem na sua data programada de entrega pode ser aumentada liberando-se as ordens segundo a expressão.

$$L_i = D_i - \left\{ \sum_{j=1}^{j=n_i} \mu_{ij} + Z_i \left(\sum_{j=1}^{j=n_i} \sigma_{ij}^2 \right)^{1/2} \right\} \tag{6}$$

Na equação (6), Z_i é escolhido de tal forma que a probabilidade de terminação de uma ordem na sua data programada de entrega seja aceitável. Esta idéia foi proposta por Reinitz |4|, como uma forma de se calcular a provável data programada de entrega de uma ordem. No entanto, se assumida a data de entrega como fixa, este procedimento de liberação freqüentemente não será viável, devido a dificuldade de se liberar as ordens suficientemente cedo. Em muitos casos, a liberação de uma ordem deverá ser efetivada quando a sua probabilidade de terminação na data programada de entrega for pequena.

Um sistema de prioridades deverá forçar o processamento imediato dos lotes que possuam uma urgência relativa de terminação, isto é, aqueles lotes que possuam datas programadas de entrega forçadas. Tais sistemas de prioridades, usualmente levam em consideração uma ou várias prioridades antes de emitir a ordem. No entanto, a escolha antecipada de prioridades é extremamente difícil, devido a que, a forma pela qual as variações do tempo de fluxo afetarão a data de terminação da ordem não ser conhecida até que a ordem seja processada. Assim sendo, uma ordem emitida com uma data de entrega forçada tem uma probabilidade pequena de se terminada em tempo sem o auxílio de um sistema dinâmico de prioridades.

A dificuldade em se determinar um sistema prioritário, para uma ordem, aparece porque usualmente se pretende implementar sistemas prioritários fixos (i.e. regras de seqüenciação estipuladas *a priori* por estudos de simulação de eventos discretos) para compensar antecipadamente os efeitos das variações randômicas no tempo de fluxo da ordem. Como o efeito das variações randômicas, no tempo de fluxo de uma ordem, em particular, não pode ser antecipado, os sistemas prioritários rígidos são inconsistentes com a natureza probabilística do tempo de fluxo que as ordens de trabalho possuem num sistema de produção por lotes. Este raciocínio é reforçado pelo fato de que, na prática, as regras de despacho são mais freqüentemente utilizadas devido a inexistência de esquemas de prioridades melhor elaborados. <u>Despachamento</u>, é definido como um sistema dinâmico de prioridades, baseado no grau de avanço ou atraso do trabalho executado numa ordem determinada, no momento de se tomar a decisão.

V. UM MODELO DINÂMICO PARA O DESPACHAMENTO DE LOTES

Não importando a posição de uma ordem i no sistema de produção na data C, existe uma certa quantidade de trabalho já realizado nela num tempo $(C-L_i)$, e uma certa quantidade de trabalho a ser realizado no tempo (D_i-C); para se exceder a data programada de entrega D_i. Para uma ordem i no centro de máquinas κ ($\kappa=1,2, \ldots, M$), o tempo esperado de terminação será:

$$\sum_{j=\kappa}^{j=n_i} \mu_{ij} \tag{7}$$

e a variância do tempo de fluxo restante será:

$$\sum_{j=\kappa}^{j=n_i} \sigma_{ij}^2 \tag{8}$$

o fator

$$Z_i = \frac{(D_i-C) - \sum_{j=\kappa}^{j=n_i} \mu_{ij}}{\left(\sum_{j=\kappa}^{j=n_i} \sigma_{ij}^2\right)^{1/2}} \tag{9}$$

é um valor padronizado da distribuição probabilística do tempo de fluxo restante. A ordem com o menor fator algébrico é a mais urgente, na qual implicitamente Z_i reflete a probabilidade da ordem i ser terminada na sua data programada de entrega.

A equação (Z_i) representa o grau de urgência da i-ésima ordem sem importar sua posição no sistema de produção. Ela expressa a urgência relativa em comparação com outras ordens, na fila de espera, antecedendo o centro de máquinas κ, baseando-se no tempo restante para cada uma das ordens na fila e nas propriedades estatísticas do tempo de fluxo restante. Sabe-se que quando $\kappa \to n_i$, a distribuição probabilística do tempo de fluxo restante desviar-se-á da normalidade, porém, isto não prejudica a intenção de inferir simplesmente uma relação de preferência nas ordens para seu processamento no centro de máquinas κ. Obviamente se t_{ij} é normal, a distribuição probabilística do tempo de fluxo total será normal, não importando o número de centro de máquinas que faltam por visitar.

VI. CARACTERÍSTICAS OPERACIONAIS

O algoritmo proposto, é uma disciplina dinâmica de filas baseada na política de não exceder os tempos programados de entrega dos lotes de produção encomendados. A eficiência do método será então medida levando-se em consideração tal objetivo. Quando operado o algoritmo, três características importantes são apreciadas:

i) As ordens com grande probabilidade de serem terminadas antes de suas datas programadas de entrega esperam na fila, cedendo seus tempos de máquina para aquelas ordens com suas datas programadas de entrega forçadas.

ii) Descongestionando-se um centro de máquinas, a probabilidade de se terminar as ordens nas datas programadas de entrega aumenta e, as ordens processadas nestes centros se convertem em menos urgentes.

iii) Assim que se aproxima a data programada de entrega de uma ordem o efeito da passagem de um dia é significativamente importante.

As características operacionais citadas acima são o resultado direto do algoritmo de seqüenciação. Para verificar estas características foi realizada a simulação de um sistema de produção por lotes, com as seguintes particularidades:

1. O sistema consiste de 10 centros de máquinas independentes (M=10). Cada centro de máquinas possuindo 4 máquinas com as mesmas capacidades de produção.

2. O número de operações necessárias para cada lote, os tempos de processamento de cada operação e as rotas de cada lote são selecionadas aleatoriamente, incluindo viagens de retorno.

3. A data de entrega programada para uma ordem é selecionada aleatoriamente, porém, em função do número de operações ou tarefas necessárias para a fabricação do lote proveniente da rota de percurso do mesmo.

4. Os valores individuais μ_K e σ_K^2 são atualizados cada dia, empregando uma combinação ponderada da história passada de dados do tempo de fluxo para as ordens esperando na fila.

As características operacionais são mostradas na tabela 1, apresentando-se o fluxo típico de uma ordem simulada cuja data programada de entrega é o dia 22.

TABELA 1

Fluxo Típico de uma Ordem Simulada

Dia	Centro	Situação da Ordem	Z_i	Comentários
6	10	2º lugar	1.2	
7	10	Em processo	-	Completada na máquina 10
8	5	2º lugar	0.9	
9	5	3º lugar	-0.7	Preterida
10	5	3º lugar	-0.8	
11	5	2º lugar	-0.9	Completada na máquina 5
12	5	2º lugar	0.3	
13	5	Em processo	-	Completada na máquina 5
14	9	2º lugar	1.3	Completada na máquina 9
15	2	4º lugar	2.1	
16	2	2º lugar	0.0	
17	2	2º lugar	-0.9	
18	2	2º lugar	-2.0	
19	2	2º lugar	-3.0	
20	2	Em processo	-	
21	2	Em processo	-	
22	2	Em processo	-	Terminada em máquina 2

Rota programada: 10,5,5,9,2
Tempo em dias/máq. requeridos: 0.9, 0.7, 0.5, 0.3, 3.0

No dia 9, a ordem em estudo foi preterida passando do 2º ao 3º lugar na fila de espera do centro de máquinas nº5, devido ao aparecimento de uma outra ordem com um valor Z_i mais negativo. Isto ocorre ainda que a ordem em estudo tenha menos de 50% de probabilidade de ser terminada na sua data programada de entrega. Isto ilustra a primeira característica. No dia 11, a ordem completa uma operação no centro de máquinas 5, é inspecionada e torna a ocupar um lugar de espera na fila do centro de máquinas 5. Tendo sido terminada a operação requerida do centro, o valor de Z aumenta de -0.9 a 0.3. Novamente, depois do dia 13, a ordem passa para o centro de máquinas nº9 e o valor de Z aumenta de 0.3 a 1.3. Quando a ordem em estudo deixa o centro de máquinas 9, o valor de Z aumenta de 1.3 a 2.1, isto mostra o efeito favorável de se alocar tempo de processamento do sistema para uma ordem, sobre sua data programada de entrega. Nos dias 9, 10 e 11, enquanto a ordem espera no centro de máquinas 5, os valores de Z decrescem a -0.7, -0.8 e -0.9 numa seqüência de 3 dias. Correspondentemente, nos dias 17, 18 e 19, enquanto espera no centro de máquinas nº2, os valores de Z declinam a -0.9, -2,0 e -3.0 numa seqüência de 3 dias e a ordem em estudo, a cada dia que passa se converte em mais urgente. O súbito decremento nos valores de Z nos dias 17, 18 e 19 é causado pela crescente significância de aproximação da data programa de entrega para a ordem.

VII. RESULTADOS COMPUTACIONAIS

Quando a data de terminação de uma ordem A_i é comparada com sua data programada de entrega D_i, pode-se criar uma medida de desempenho de um método quando aplicado como regra de processamento das ordens num sistema de produção por lotes. Seja a ordem medida como:

$$E_i = A_i - D_i \tag{10}$$

Se o histograma de E, é graficado para um intervalo de tempo razoavelmente grande, pode-se tirar conclusões com respeito ao desempenho do algoritmo, se comparado com algum método alternativo. Sejam μ_E e σ_E a média e o desvio padrão do histograma gerado por um método de seqüenciação. Idealmente dever-se-ia ter $\mu_E=0$ e $\sigma_E=0$, porém, isto é quase impossível na prática. Uma situação desejável seria $\mu_E \leqslant 0$ com σ_E pequeno. Nesta forma, a distribuição de E é de importância primária ao discutir-se o desempenho de um algoritmo de seqüenciação, com respeito às datas de terminação das ordens produzidas num sistema de produção por lotes.

O algoritmo proposto não altera as taxas de chegadas nem as taxas de serviço do sistema, simplesmente tende a alocar tempo escasso de produção às ordens que mais precisam dele, fazendo μ_E se aproximar de zero e minimizando a variância σ_E^2.

Se a capacidade extra de produção, na forma de horas extraordinárias, turmas extras, etc., são disponíveis, então o algoritmo proposto aloca esta capacidade extra eficientemente.

Para efeitos de comparação, duas simulações de 100 dias de operação foram realizadas. Uma dela simula um sistema de produção por lotes com a disciplina, "primeiras entradas, primeiras saídas" (PEPS), e uma outra com o modelo proposto. Em ambos os sistemas as mesmas características foram conservadas para se filtrar unicamente o efeito das políticas de despacho de cada um deles. Para cada um dos sistemas as taxas de serviço foram 1,5 vezes a taxa de chegadas para se evitar situações explosivas. A distribuição de E gerada pelas simulações é mostrada na Figura 2 (a) e (b).

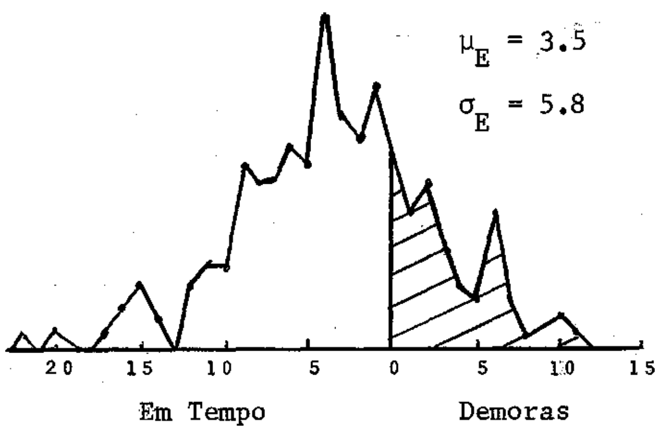

Figura 2a

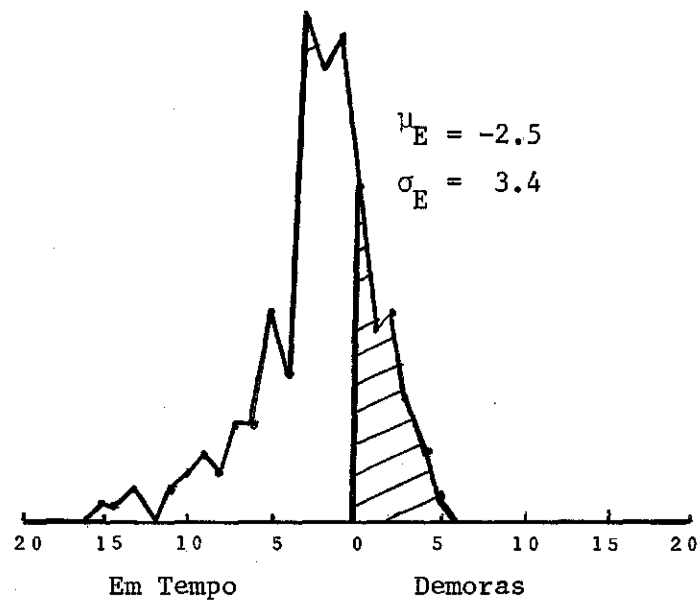

Figura 2b

Neste exemplo, o algoritmo proposto reduziu o desvio padrão da distribuição de E em 41% e aproximou μ_E a zero, seu valor ideal. O efeito combinado destes fatores, redunda num decremento no número de ordens em demora do algoritmo proposto em 22% se comparado com o método PEPS.

VIII. CONCLUSÕES

O algoritmo proposto é compatível com a natureza probabilística do tempo de fluxo das ordens de trabalho num sistema de produção por lotes. Fornece uma disciplina de fila dinâmica que é função do tempo de produção ainda a ser gasto no processamento da ordem de trabalho e na sua data programada de entrega. Assim que as condições do sistema (tempo de fluxo, falta de material, etc.) mudam, o algoritmo de seqüenciação das ordens de produção se ajusta por si mesmo para levar em consideração estes atrasos, alocando o tempo escasso de produção às ordens que maior urgência possuam em relação às datas programadas de entrega. O algoritmo não aumenta a capacidade de produção, simplesmente distribui os recursos existentes de uma maneira eficiente, de forma tal que todas as ordens possuam a mesma probabilidade de serem completadas nas datas de entrega.

IX. BIBLIOGRAFIA

CONWAY, R.W. Priority dispatching and job lateness in a job shops. _Journal of Industrial Engineering_, _16_(4), July-August, 1965.

CONWAY, R.W.; JOHNSON, B.M.; AND MAXWELL, W.L. An Experimental investigation of priority dispatching. _Journal of Industrial Engineering_, _11_ (3), May-June, 1980

CRAMER, H. _Mathematical methods of statistics_. Princeton, N.J., Princeton University Press, 1964.

REINITZ, R.C. _On the job-shop scheduling problem_. Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall, Inc., 1963.

ROWE, A.J. Toward a theory of scheduling. _Journal of Industrial Engineering_, _11_(2), March-April, 1960.