COPPEAD/UFRJ

RELATÓRIO COPPEAD Nº 238

CICLOS ECONÔMICOS RECORRENTES E ALEATORIEDADE: LIÇÕES DA TEORIA DO CAOS DETERMINÍSTICO

Claudio R. Contador *

Agosto de 1990

* Professor de Economia da COPPEAD/UFRJ.

O autor agradece a Antonio H. Vicente Perrota e Anderson dos Santos Reis Vieira pelo desenvolvimento do programa de computador e os Professores Eduardo Facó Lemgruber e Roberto Westenberger- da COPPEAD - pelos comentários e sugestões.

"Excellent wretch! Perdition catch my soul
But I do love thee! and when I love thee not
Chaos is come again."

William Shakespeare, Othello

1 INTRODUÇÃO

Caos é a expressão da nossa incapacidade de entender um fenômeno qualquer, seja ele a explosão de uma estrela, a confusão no trânsito, o comportamento de uma multidão em pânico, os planos e as medidas econômicas do Governo, um processo de hiperinflação ou a evolução da conjuntura econômica. Em todos estes eventos, na visão popular, o conceito de caos está muito próximo do de aleatoriedade.

Entretanto, o caos é sempre determinístico, com trajetória ou desenrolar predeterminado, ainda que com causas ou processo gerador desconhecidos. Ou, em outras palavras, o caos denota um comportamento destituído de regras conhecidas, mas regido rigorosamente por uma lei de formação. (1)

Por sua vez, a aleatoriedade tem uma trajetória imprevisível, mesmo com o conhecimento da função de distribuição. Os exemplos mais populares de aleatoriedade são encontrados na evolução de preços e retornos de ativos nos mercados especulativos competitivos, como nas Bolsas de Valores.(2) Na prática, a distinção conceitual parece semântica. A Figura 1, por exemplo, retrata o comportamento de uma variável

---

(1) Uma apresentação resumida mas abrangente é encontrada em BUTLER (1990).

(2) Embora este argumento seja hoje contestado mesmo pelos antigos proponentes da chamada "eficiência informacional". Veja, por exemplo, a "conversão" no trabalho de FAMA e FRENCH (1989).

aleatória, e a Figura 2, a trajetória de uma série não-estocástica, gerada por uma função determinística. Por definição, a dependência serial inexiste na primeira série, mas caracteriza a segunda. Entretanto, aplicando os testes convencionais de dependência serial linear às duas séries, as correlações até a décima ordem mostraram-se não significantemente diferentes de zero ao nível de 5% em ambas. Daí surge uma observação importante: os testes lineares de dependência serial podem falhar miseravelmente quando aplicados nos processos geradores de caos. E surge uma primeira dúvida: até onde os resultados empíricos sobre a eficiência informacional de mercados ou de modelos lineares de previsão podem ser modificados com melhor compreensão dos modelos de caos determinístico?

No outro extremo, mesmo quando as flutuações parecem menos erráticas, as conclusões podem ser enganosas. As Figuras 3 a 5 apresentadas nas páginas 6 e 7, respectivamente, reproduzem o comportamento de três variáveis descrevendo flutuações. Em princípio, as três variáveis têm comportamento cíclico bem definido, e até certo ponto familiar. No entanto, têm origens distintas: a Figura 3 representa a média móvel de doze termos da mesma função que gerou a trajetória da Figura 2; a Figura 4, a taxa de crescimento de doze meses do produto industrial, coletado pelo IBGE; e a Figura 5, a taxa de crescimento em doze meses do consumo de óleo diesel. Séries com formato semelhante fazem parte da análise cotidiana dos economistas e têm servido a um considerável esforço de modelagem multivariada.

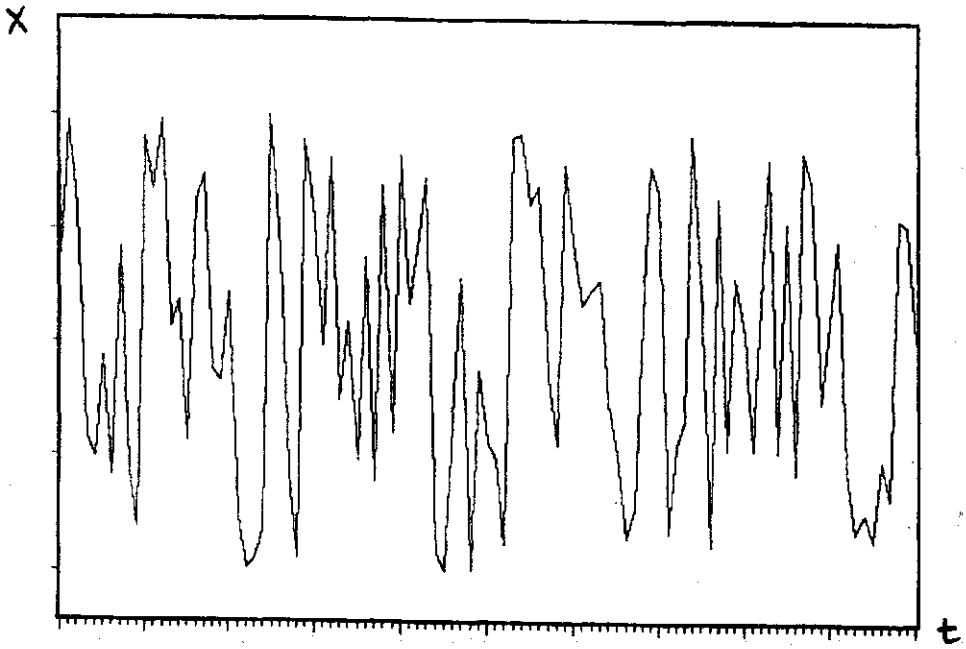

FIGURA 1

Representação de uma Variável Aleatória

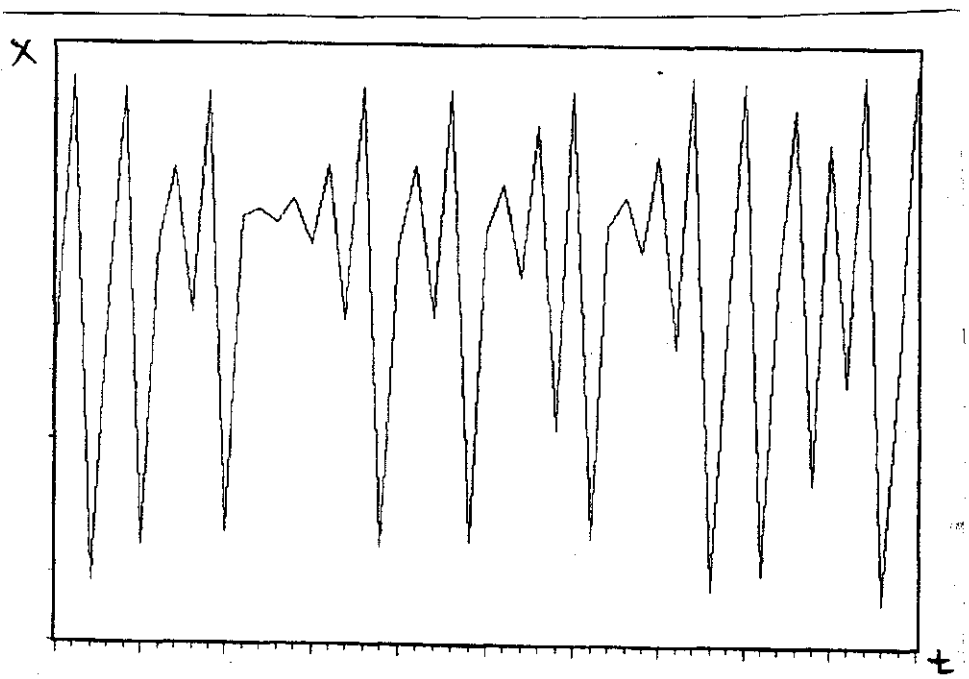

FIGURA 2

Resultados de uma Função Determinística

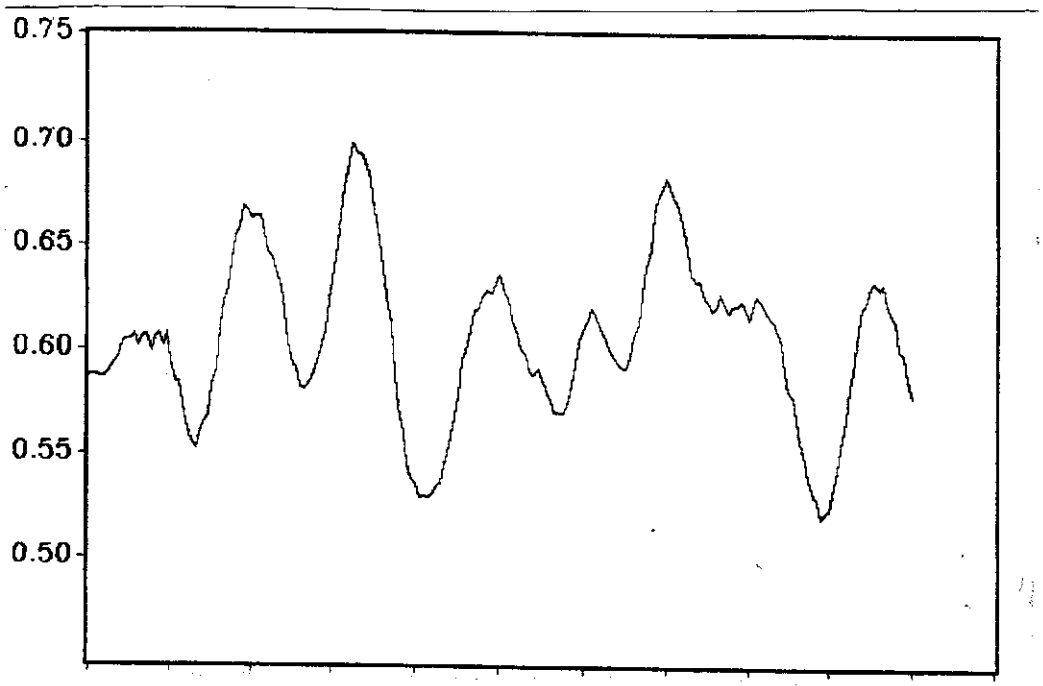

FIGURA 3

A Média Móvel de uma Função de Caos Determinístico

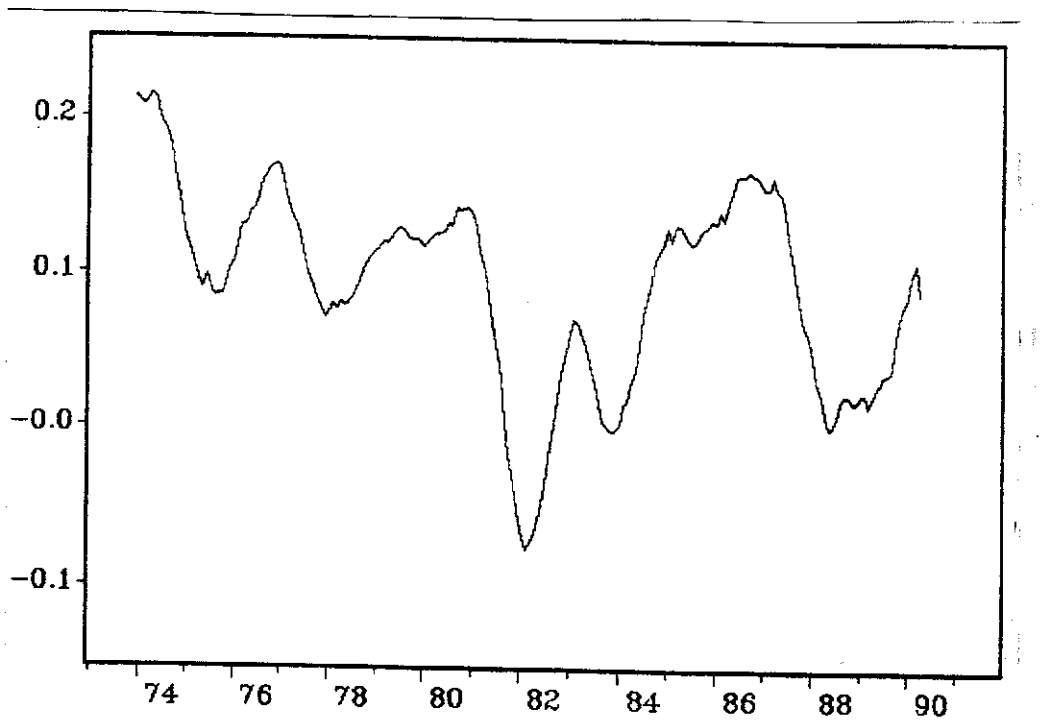

FIGURA 4

Crescimento Anual da Produção Industrial

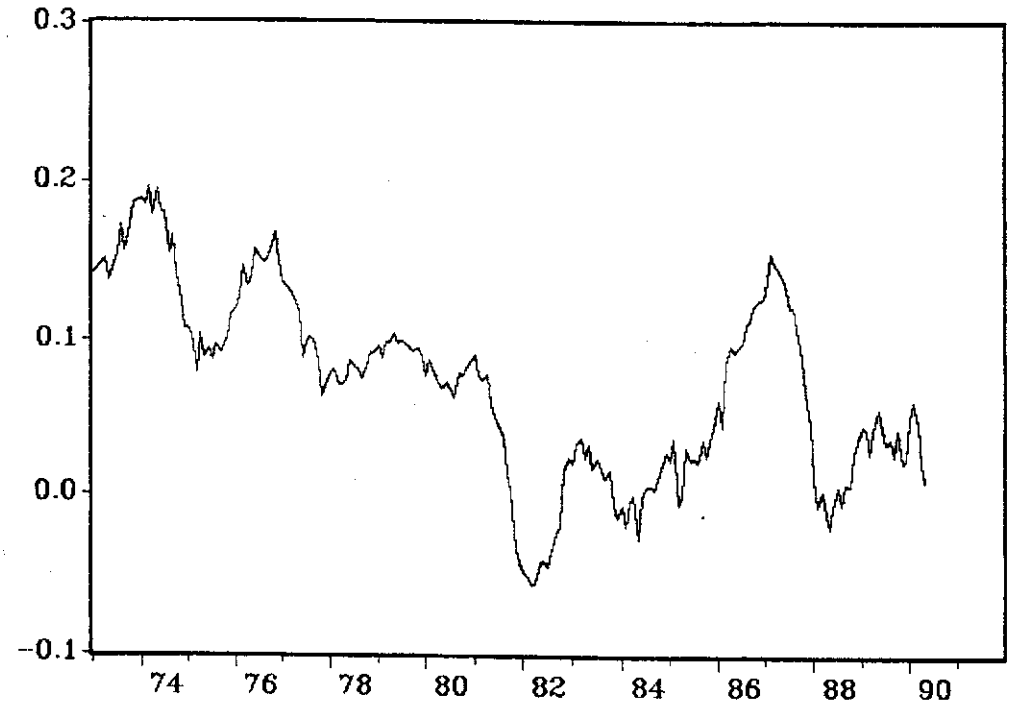

FIGURA 5

Crescimento Anual do Consumo de Óleo Diesel

No campo da previsão econômica, um dos temas mais interessantes é encontrado nas reversões cíclicas, com os chamados indicadores antecedentes. A metodologia usual utiliza um conjunto de variáveis, relacionadas e antecedentes à variável que se deseja prever ciclicamente, e através da sua agregação é obtido um indicador antecedente composto. Esta técnica tem sido empregada com sucesso no Brasil em variáveis semelhantes às das Figuras 4 e 5. (3) Esforços têm sido feitos até mesmo para incorporar probabilidade à previsão das reversões cíclicas. (4)

---

(3) Para detalhes, ver CONTADOR (1981) e (1989).

(4) MARKWAKD (1989) e CONTADOR (1990).

Lamentavelmente, o tema deste ensaio pode ser uma "ducha fria" nos sistemas de indicadores antecendentes e em outros métodos de previsão. Afinal, se flutuações cíclicas podem ser geradas por modelos determinísticos univariados, sem nenhum componente estocástico, a sua trajetória precisa é conhecida de antemão. Logo, o esforço e tempo dispendidos na construção de bancos de dados, na montagem e discussão de metodologias, na teorização de métodos de minimização de erros e resíduos estocásticos, e na incorporação de probabilidades são desnecessários. Em ambos os casos, se o processo gerador da variável a ser explicada for um caos determinístico ou aleatório, os modelos multivariados lineares - por mais complexos que sejam - não terão valor algum para previsão.

Este ensaio procura explorar o tema do caos determinístico aplicado a modelos de previsão econômica. A próxima seção descreve um modelo de caos determinístico, baseado na função logística de crescimento, e apresenta os resultados de algumas simulações. A seção III conclui o trabalho.

2 UM MODELO DE CAOS DETERMINÍSTICO

O modelo usado para o chamado "caos determinístico" utiliza a equação logística de crescimento, que faz parte do conjunto de modelos dinâmicos não-lineares discretos. A função geradora do caos determinístico pode ser obtida a partir de um modelo determinístico convencional formado por uma função simplificada de produção Y com apenas o fator trabalho N.

$$Y(t) = A \quad N(t), \tag{1}$$

onde A é uma constante. Por sua vez, o crescimento da população economicamente ativa, supostamente igual à taxa de crescimento global da população, depende do nível de produto.

$$n(t) = C - D\ N(t)/Y(t), \tag{2}$$

onde C e D são constantes arbitrárias e n é a taxa de crescimento da população. Resolvendo e simplificando, obtem-se:

$$N(t+1) = N(t)\ \{\ (1+C) - D\ N(t)\ /A\} \tag{3}$$

Equações como estas podem exprimir uma grande variedade de comportamentos econômicos, inclusive de produção, consumo, desemprego etc, onde o fator trabalho N seria substituído por outras variáveis.

Exprimindo a equação (3) em taxas de crescimento e fazendo K = 1 + C, e representando por X(t+i) a taxa de crescimento de N(t+i), tem-se:

$$X(t) = K * X(t-1) * \{ 1 - X(t-1) \} \qquad (4)$$

Impondo as condições:

$$0 \leq X \leq 1, \; 0 < K < 4, \qquad (5)$$

onde K é o chamado parâmetro de "sintonia". A solução X* da equação (4) é encontrada quando X atinge seu estado estacionário, ou

$$X(t) = X(t-1) \qquad (6)$$

$$X* = 1 - 1/K \qquad (7)$$

também chamado de "valor teórico de convergência" do modelo.

A equação (4) é de segundo grau, e pelas condições (5), descreve uma parábola onde X assume valores positivos entre zero e um. Em conjunto com a equação (6) da reta com 45 graus, são obtidos os elementos formadores do caos determinístico.

A solução (4) é chamada de valor "teórico" porque é um resultado apenas aparente do modelo para determinados valores para K e para a condição inicial X(to). Se o valor inicial X(to) for zero ou igual a 1 - 1/K, o sistema encontra o seu estado estacionário, independente do valor do parâmetro de "sintonia" K, como mostra a Figura 6. Valores positivos para X(to) diferentes de 1-1/K geram trajetórias das mais diversas, mas nunca flutuações cíclicas.

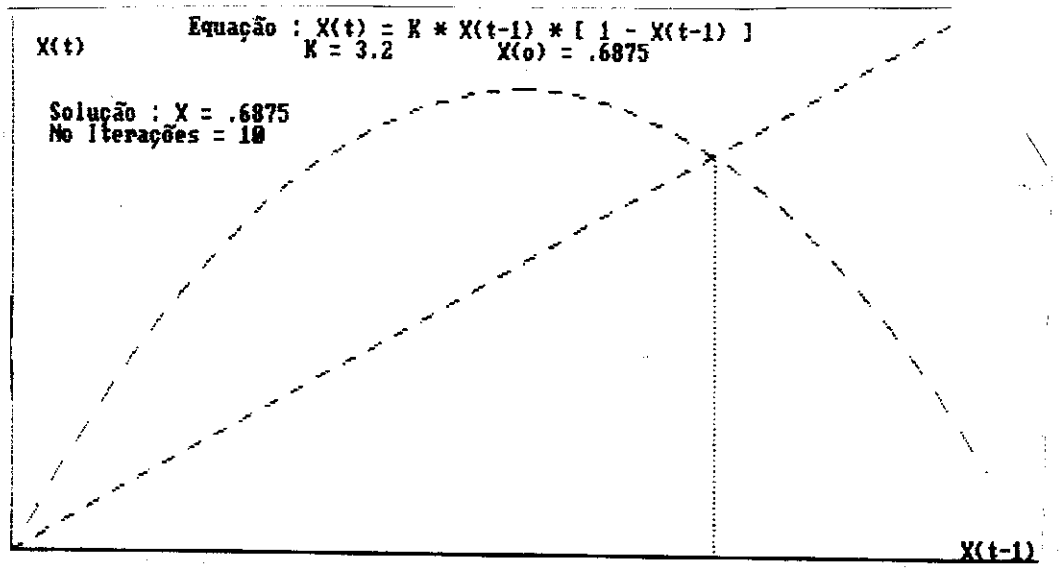

FIGURA 6

A Solução com uma Iteração

Para K < 2 e X(to) ≠ X*, o valor de X converge em "degraus" crescentes até um certo ponto, seguidos de "degraus" decrescentes, tendendo a zero, como mostra a Figura 7. A melhor descrição para este formato seria de um efeito com "inércia na largada e na chegada". É como se houvesse um pequeno efeito no início da trajetória, com o efeito ganhando importância e eventualmente perdendo força.

Quando K = 3 para qualquer valor de X(to) positivo, a convergência para a solução estacionária segue uma trajetória com amplitudes decrescentes. Muitos modelos econômicos podem ser representados por este processo, inclusive o de ciclos econômicos. Naturalmente, o ciclo é interpretado aqui por uma

seqüência de "picos" e "vales", e sem as fases intermediárias típicas. (5) As Figuras 8-a e 8-b reproduzem as trajetórias.

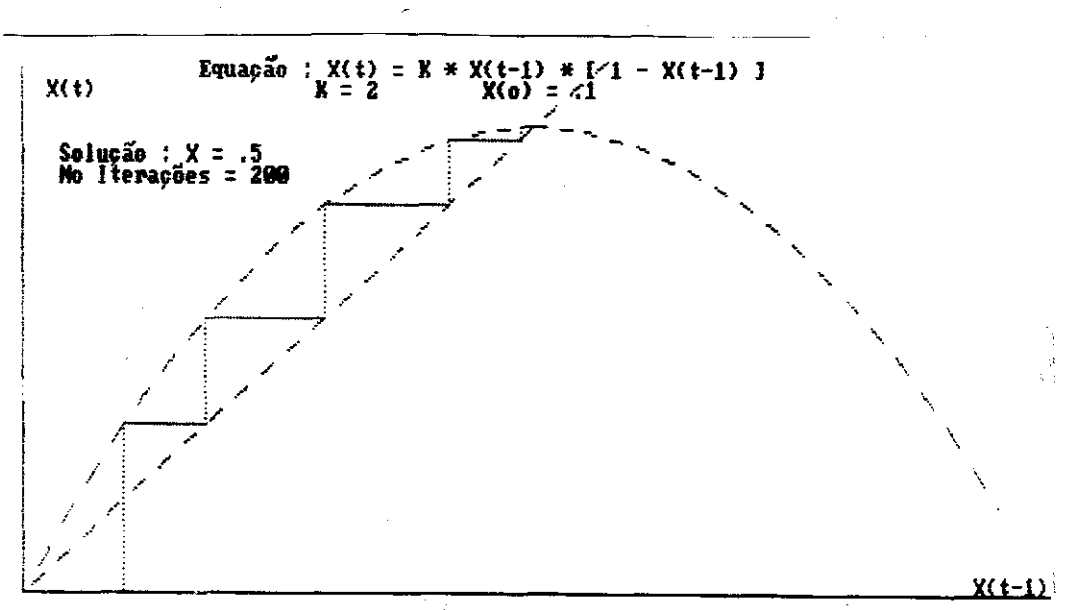

FIGURA 7

Os Efeitos em "Degraus"

---

(5) A fase ascendente do ciclo, após o "vale", é dividida em "recuperação" e "prosperidade", cada uma delas subdividida em duas subfases, até alcançar o "pico". A fase descendente, após o "pico", é dividida em "recessão" e "depressão", também subdivididas em duas subfases cada. Ver CONTADOR (1977, p. 19).

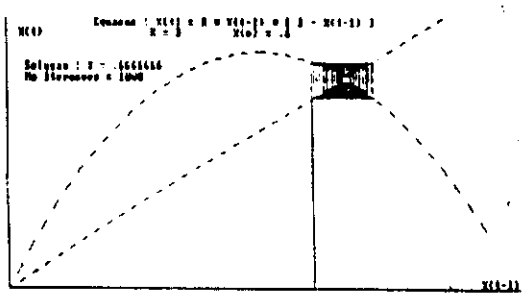

FIGURA 8-a
Processo Gerador de Ciclos

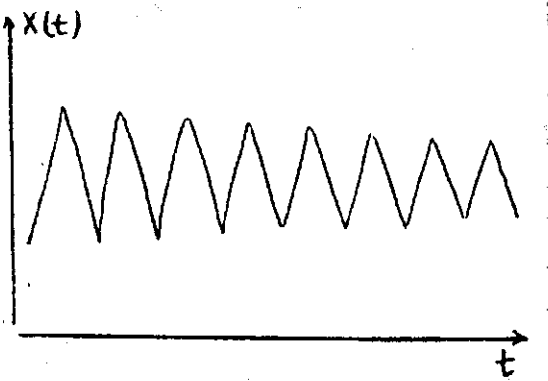

FIGURA 8-b
As Flutuações Resultantes

Valores de X(t) oscilando estavelmente entre dois limites são encontrados para 3,5 > K > 3 e qualquer X(to) positivo, como mostra a Figura 9 representada a seguir, servindo também como exemplo de processo gerador de ciclo tendendo a uma amplitude constante.

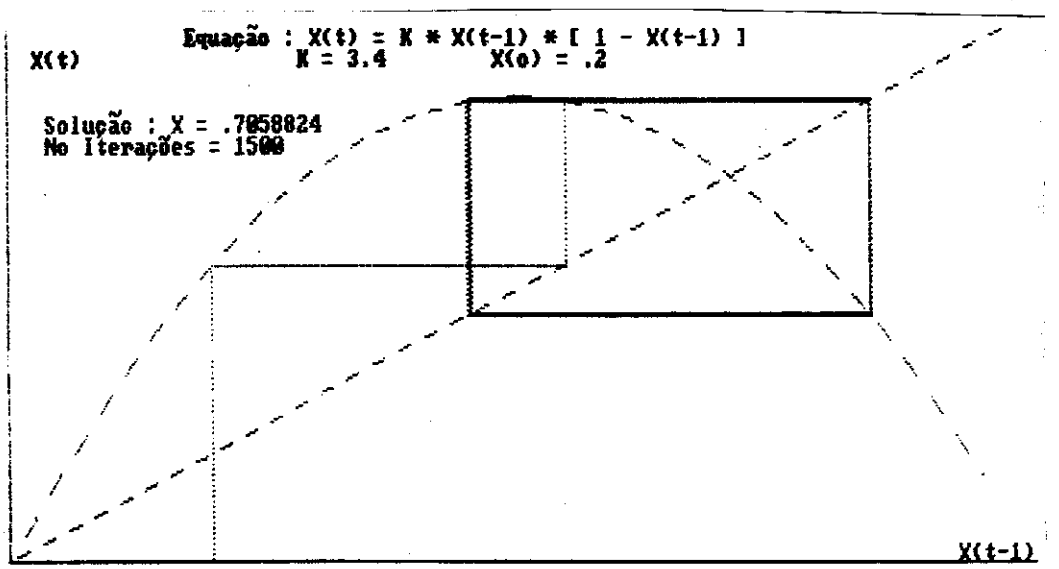

FIGURA 9

Ciclos com Amplitude Constante

As amplitudes do ciclo são crescentes quanto maior for o valor de K até 3,5, porém com X(t) médio decrescente. Em termos da representação gráfica do modelo, a trajetória segue um quadrado crescente, caminhando para a esquerda, como pode ser observado na Figura 10 da página seguinte.

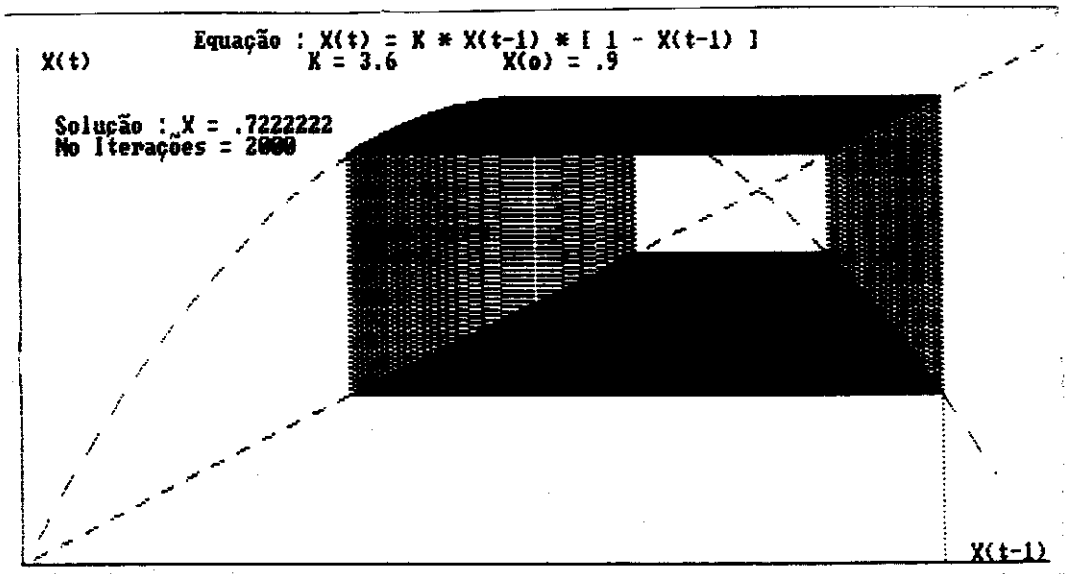

FIGURA 10

Ciclos em Expansão

E, finalmente, para 4 > K > 3,5, a representação gráfica fornece os casos mais interessantes de aparente aleatoriedade, com X(t) se aproximando e se afastando da solução teórica (1-1/K), com trajetórias visualmente "loucas". O valor de X(t) é encontrado em toda a área compreendida entre o segmento crescente da parábola e a unidade na Figura 11. A Figura 2, retratando a seqüência visualmente aleatória, corresponde ao segmento de iterações 850 a 920 da função logística, com K=3,88 e Xo=0,0101.

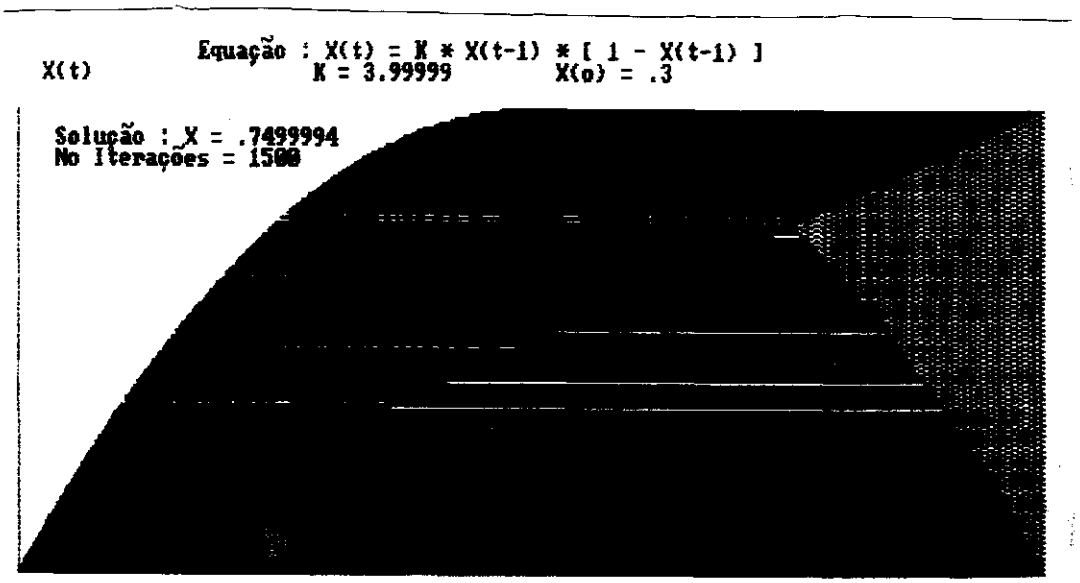

FIGURA 11

O Processo Gerador de Aparente "Aleatoriedade"

Podem ser extraídas três lições deste exercício:

1 - Os ciclos normalmente observados em variáveis econômicas podem ser um mero resultado de um processo de caos determinístico. Se for verdade, sistemas de previsão multivariados - como o de indicadores antecedentes - são de pouca utilidade. A busca da equação que gerou a série é mais profícua, embora, complexa. Enquanto não são desenvolvidos métodos para discriminar os processos gerados por equações do tipo caos determinístico e os métodos decorrentes de efeitos de variáveis econômicas, é necessário recorrer às técnicas que envolvem e aceitam componentes estocásticos;

2 - O modelo de caos determinístico pode produzir uma ampla variedade de comportamentos com flutuações cíclicas, que se constitui num campo novo para os interessados no tema;

3 - As conclusões baseadas em testes de dependência serial linear podem ser um mero resultado da aplicação de métodos inadequados. A correlação linear, por exemplo, tão em moda nos testes de eficiência informacional em mercados especulativos, tem um viés em favor da aceitação da hipótese de eficiência, como mostraram os testes no início deste ensaio.

3 CONCLUSÕES

Este curto ensaio procurou relacionar os conceitos de ciclo econômico e de aleatoriedade ao modelo de caos determinístico. Através de uma equação não-linear são obtidas simultaneamente séries de variáveis com comportamento aparentemente aleatório e com flutuações semelhantes a ciclos.

Os resultados são importantes para a previsão de reversões cíclicas. Embora causem algum desalento, considerando todo o esforço que tem sido feito no desenvolvimento de metodologias e na análise empírica, esses resultados podem estar sendo dirigidos para o sentido errado. A busca de métodos que identifiquem se o comportamento de uma determinada variável resulta ou não de um modelo não-linear pode ser um filão mais promissor. Enquanto este caminho não atrai a atenção dos pesquisadores, a única solução é utilizar os métodos convencionais.

4 BIBLIOGRAFIA

BUTLER, A. A methodological approach to chaos: are economists missing the point? Federal Reserve Bank of St. Louis Review, v. 72, n. 2, p. 36-48, Mar./Apr. 1990.

CONTADOR, C.R. Ciclos econômicos e indicadores de atividades no Brasil. Rio de Janeiro: IPEA/INPES, 1977, p. 36-40.

_____ O desempenho dos indicadores antecedentes na cronologia das reversões. Rio de Janeiro: COPPEAD/UFRJ, 1990. (Relatório de Pesquisa, 94).

_____ O emprego de indicadores antecedentes no Brasil: a experiência na década de 80. In: ESCOLA DE SÉRIES TEMPORAIS E ECONOMETRIA, 3., Rio de Janeiro, jul 1989. Anais... Rio de Janeiro: EPGE/FGV, 1989.

_____ A previsão de ciclos econômicos com indicadores antecedentes. Rio de Janeiro: COPPEAD/UFRJ, 1981. (Relatório Técnico, 50).

FAMA, E.F.; FRENCH, K.R. Business conditions and expected returns on stocks and bonds. Journal of Financial Economics, v. 25, n. 1, p. 23-49, Nov. 1989.

MARKWALD, R.A. et al. Previsão da produção industrial: indicadores antecedentes e modelos de série temporal. Pesquisa e Planejamento Econômico, v. 19, n. 2, p. 233-254, ago. 1989.