

COPPEAD/UFRJ

RELATÓRIO COPPEAD Nº 237

SEGURO DINÂMICO DE PORTFÓLIO

Eduardo Facó Lemgruber \*  
João Luiz Becker \*\*  
Rousely Freire Felício \*\*\*

Outubro de 1990

\* Professor de Finanças da COPPEAD/UFRJ.

\*\* Professor de Métodos Quantitativos Aplicados do PPGA/UFRGS.

\*\*\* Mestranda em Administração da COPPEAD/UFRJ.

Os autores agradecem a João Miranda, da COPPEAD/UFRJ, por seus comentários.

## RESUMO:

Existem hoje no mercado diversas estratégias de **hedge** empregadas com o objetivo de controlar o risco de uma carteira de ativos de forma a atender aos perfis desejados de risco e retorno dos investidores. Entre elas, a estratégia do Seguro Dinâmico de Portfólio permite ao investidor limitar suas perdas sem, no entanto, impor limitações às suas oportunidades de ganho.

Este trabalho apresenta, de forma simplificada, esta estratégia dinâmica para seguros de portfólios. A proteção dos ativos é feita pela criação de portfólios sintéticos, que permitem a construção de seguros para qualquer prazo e valor desejados. O estudo apresenta duas formas de ajuste para a posição sintética. A primeira consiste em negociar parte do ativo segurado com venda gradual do ativo de risco à medida que o valor deste ativo cai, e na sua recompra, também gradual, à medida que seu valor sobe. Uma outra forma, mais empregada devido a seus baixos custos de transação, ajusta o ativo de risco através da compra ou venda de contratos futuros.

Para diversas situações aleatórias apresentadas, mostra-se que esta técnica de **hedge** limita as perdas do patrimônio, sem, no entanto, impor limitações às suas oportunidades de ganho. As operações de ajuste exigem, entretanto, a utilização de recursos monetários adicionais em um total igual ao prêmio do seguro, o que se constitui na perda máxima obtida para as situações mais adversas.

O modelo apresentado ignora a existência de custos de transação. Uma extensão deste trabalho deverá necessariamente contemplar uma simulação dinâmica deste processo de seguro, capaz de salientar o impacto de tais custos na elevação do prêmio do seguro.

## 1 INTRODUÇÃO

Existem hoje no mercado diversas estratégias de **hedge** empregadas com o objetivo de controlar o risco de uma carteira de ativos de forma a atender aos perfis desejados de risco e retorno dos investidores. Entre elas, a estratégia do Seguro Dinâmico de Portfólio permite ao investidor limitar suas perdas sem, no entanto, impor limitações às suas oportunidades de ganho. O Seguro Dinâmico de Portfólio, embora pouco conhecido no mercado brasileiro, tornou-se, recentemente, uma das estratégias mais populares no mercado americano.<sup>1</sup>

Para se entender o que é Seguro Dinâmico de Portfólio é necessário, primeiro, ratificar-se o conceito de seguro. Segurar um ativo significa pagar um prêmio para se obter uma proteção contra uma possível desvalorização deste ativo no mercado. Considerando-se, por exemplo, o seguro contra acidentes de um automóvel e deixando de lado algumas technicalidades, pode-se descrevê-lo da seguinte forma: devido à possibilidade (aleatória) da ocorrência de acidentes, o valor de mercado do veículo em alguma data futura pode cair abaixo de um determinado valor de referência ( $K$ ), alterando o patrimônio do proprietário (ver Figura 1); na tentativa de evitar esta possível

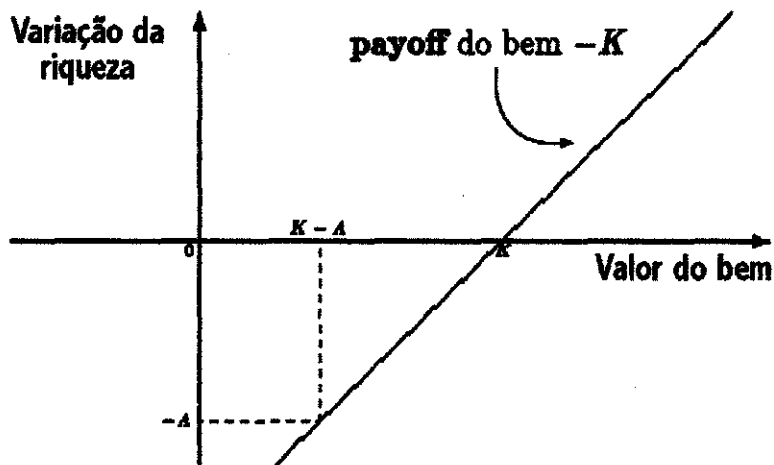


Figura 1: Variação da riqueza (em relação a um valor de referência  $K$ ) do possuidor de um bem em função do valor do bem

perda, compra-se (pagando-se um prêmio  $P$ ) uma apólice de seguros garantindo ao seu

<sup>1</sup>O WALL STREET JOURNAL, em sua edição de 28 de outubro dá conta de que somente na "Chicago Mercantile Exchange" eram movimentados mais de US\$60 milhões através desta estratégia (ver ANDERS, 1987).

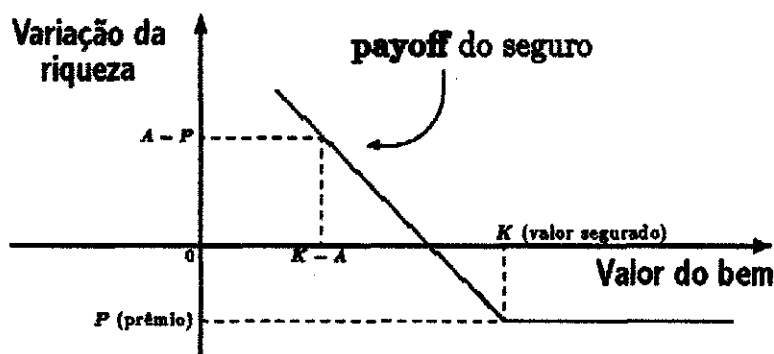


Figura 2: Variação da riqueza do possuidor de um seguro em função do valor do bem

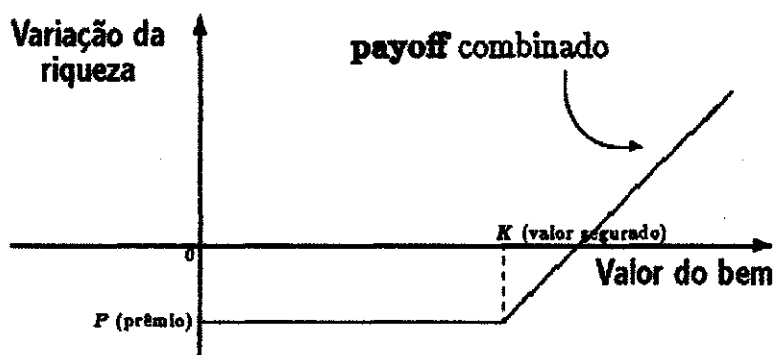


Figura 3: Variação da riqueza do possuidor de um bem segurado em função do valor do bem

possuidor a recomposição do valor  $K$  se algum acidente acontecer; a Figura 2 mostra o correspondente fluxo de recebimentos; a agregação da variação patrimonial é apresentada na Figura 3, evidenciando a proteção obtida. Do exame das Figuras 1 a 3 depreende-se que o possuidor da apólice pode se beneficiar de uma possível valorização do veículo, limitando suas possíveis perdas sem alterar seus possíveis ganhos.

A proteção contra desvalorizações de ativos financeiros pode ser feita através da compra de opções de venda. Uma opção de venda é um contrato de contingência entre duas partes na qual a parte compradora possui o direito de vender determinado ativo (ativo-objeto) a um preço pré-estabelecido (preço de exercício,  $K$ ) até a data de vencimento da operação. Se nessa data o valor de mercado do ativo-objeto for inferior ao preço de exercício, o detentor da opção de venda exercerá seu direito de venda, entregando à parte vendedora o ativo-objeto e recebendo em troca o valor  $K$ . Por outro lado,

se o valor do ativo-objeto for superior ao preço de exercício, o detentor não exercerá seu direito de venda.

O resultado da operação é idêntico ao do seguro. A variação patrimonial do detentor do portfólio formado por uma unidade do ativo-objeto e por uma opção de venda é a mesma apresentada na Figura 3. Enquanto as perdas estão limitadas ao prêmio da opção de venda ( $P$ ), não há restrições aos ganhos.

Embora esta estratégia se mostre perfeita, existem várias limitações à sua implementação. A principal delas é a inexistência de opções de venda negociadas nos mercados financeiros brasileiros com liquidez satisfatória. Além disso, ainda que haja disponibilidade de tais opções, suas datas de vencimento e seus preços de exercício representam fatores limitantes para o investidor no momento de fazer o seguro, pois o prazo e o valor deste estariam vinculados, respectivamente, a estas variáveis. Para driblar estas limitações, pode-se criar opções de venda sinteticamente, em qualquer ativo, com qualquer preço de exercício (valor do seguro) e qualquer prazo de vencimento (período de cobertura) desejados.

Dado o sucesso que o Seguro Dinâmico de Portfólio vem obtendo no mercado americano, e visto o seu quase desconhecimento no mercado brasileiro, parece interessante estudar as suas principais características. Este trabalho tem como objetivo apresentar esta estratégia de hedge através de um exemplo simplificado de sua operação. As seções 2 e 3 apresentam alguns pormenores técnicos de opções sintéticas e do Seguro Dinâmico de Portfólio, mostrando como operacionalizar esta estratégia e a seção 4 conclui o trabalho.

## 2 OPÇÕES SINTÉTICAS

Diferentes ativos com idênticos fluxos de pagamentos futuros devem ter igual valor. BLACK e SCHOLÉS (1973) mostram ser possível a formação de um portfólio constituído por uma opção de venda (seja  $P_t$  o seu valor no momento  $t$ ) e uma fração ( $\Delta_t$ ) do ativo-objeto (seja  $S_t$  o seu valor no momento  $t$ ) cujo retorno é livre de risco. A fração  $\Delta_t$  é chamada de taxa de hedge da opção de venda.<sup>2</sup> Acoplada com a hipótese de eficiência de mercado, isto implica em que o fluxo de pagamentos futuros do portfólio  $[+P_t, +\Delta_t S_t]$  deve ser idêntico ao de uma aplicação financeira livre de risco no valor

<sup>2</sup>O leitor atento notará a relação entre  $\Delta_t$  e a taxa de hedge da opção de compra,  $\Delta_c$ :  $\Delta_t = \Delta_c - 1$ .

monetário  $\$\{P_t + \Delta_t S_t\}$  e portanto ter igual valor.<sup>3</sup> Escreve-se

$$[+P_t, +\Delta_t S_t] \equiv \$\{P_t + \Delta_t S_t\} \quad (1)$$

para representar formalmente que a posse do portfólio tem o mesmo valor que a posse da aplicação financeira.

A identidade (1) é a base para a construção das opções sintéticas. Ainda que o termo da esquerda de (1) não possa ser montado fisicamente pela ausência de liquidez no mercado de opções, pode-se possuir seu equivalente em valor. Basta realizar (fisicamente) a aplicação financeira livre de risco representada pelo termo da direita. Necessita-se para isto apenas informações sobre os valores  $P_t$ ,  $\Delta_t$ , e  $S_t$ .

Normalmente o valor  $S_t$  pode ser facilmente encontrado consultando-se preços vigentes no mercado. O valor  $P_t$ , entretanto, apresenta dificuldades adicionais: como determinar o valor de uma opção de venda se esta não apresenta liquidez no mercado? A determinação do valor  $\Delta_t$  também, à primeira vista pelo menos, deve apresentar dificuldades. Entretanto, as dificuldades são mais aparentes do que reais, pois vários modelos de precificação de opções estão disponíveis.<sup>4</sup> Mais ainda, diversos sistemas computacionais estão disponíveis, até mesmo para calculadoras portáteis. BECKER e LEMGRUBER (1987), por exemplo, apresentam um eficiente sistema computacional baseado no modelo de Black e Scholes para computadores compatíveis com o padrão IBM-PC.

A identidade (1) pode ser facilmente modificada para

$$[+P_t] \equiv \$\{P_t + \Delta_t S_t\} + [-\Delta_t S_t] \quad (2)$$

indicando que possuir uma opção de venda do ativo-objeto tem o mesmo valor que possuir uma aplicação financeira livre de risco no valor monetário  $\$\{P_t + \Delta_t S_t\}$  mais uma posição de venda da fração  $\Delta_t$  do ativo-objeto. O termo da esquerda de (2) representa uma opção de venda, enquanto o termo da direita representa sinteticamente o mesmo valor. Uma opção sintética significa, então, vender a fração  $\Delta_t$  do ativo-objeto, depositando o valor da venda mais o valor de uma opção de venda em uma aplicação financeira livre de risco.<sup>5</sup>

<sup>3</sup>Usa-se a notação  $\$\{x\}$  para representar a aplicação financeira livre de risco com valor monetário  $x$  e  $[x_1, x_2, \dots]$  para representar o portfólio constituído pelos ativos  $x_1, x_2, \dots$ . Um sinal + à frente dos elementos integrantes do portfólio significa a posse dos ativos, ou a compra de posições. Um sinal negativo representa a venda de posições.

<sup>4</sup>Ver, por exemplo, SMITH (1976).

<sup>5</sup>O leitor interessado em uma apresentação mais rigorosa do ponto de vista matemático deve consultar HULL (1989).

A taxa de hedge  $\Delta_t$  de uma opção de venda, assim como o valor da própria opção de venda,  $P_t$ , dependem de vários fatores, como o tempo até o vencimento da opção, seu preço de exercício, a estrutura a termo da taxa de juros livre de risco esperada pelo mercado, assim como, mais aprofundadamente, do processo estocástico de flutuação de preços do ativo-objeto esperado pelo mercado, incluindo seu preço corrente. Do ponto de vista do seguro de ativos, o tempo até o vencimento da opção e seu preço de exercício representam o prazo e o valor segurados. Percebe-se assim que as opções sintéticas oferecem ao investidor uma total liberdade de escolha destes elementos, adequando o seu risco às suas necessidades.

É importante ressaltar o caráter dinâmico de  $\Delta_t$  e  $P_t$ . Como consequência, para reproduzir sinteticamente uma opção é necessário um acompanhamento contínuo de seus valores durante todo o período segurado. Os ajustes que se farão necessários compreenderão sempre a venda ou a compra do ativo-objeto, investindo-se ou desinvestindo-se os recursos provenientes da transação a uma taxa livre de risco. Esta técnica de ajuste contínuo da posição do investidor de forma a criar a opção sintética requerida recebe o nome de **hedging** dinâmico.

Para entender o processo, considere que o ativo-objeto é uma ação cujo valor obedeça a um processo estocástico binomial de geração de retornos.<sup>6</sup> Suponha que hoje ela esteja sendo negociada no mercado à vista por \$80 e que a cada período seu valor poderá oscilar para cima em 20% ( $u = 1,2$ ) ou cair em 10% ( $d = 0,9$ ). O preço de exercício da opção de venda desta ação é de \$80. Suponha ainda que a taxa de juros livre de risco,  $Rf$ , é de 5% ao período. Simulando o exemplo para três períodos ( $T = 3$ ), obtêm-se os resultados da Figura 4.

Os diferentes valores ao longo do tempo para a ação-objeto e a opção de venda estão lá apresentados. Repare que os valores resultantes para a opção de venda são os únicos possíveis para equilíbrio. Qualquer valor diferente permitiria que se realizasse uma operação de arbitragem, obtendo-se ganho certo e sem risco acima da taxa  $Rf$ .

A Tabela 1 apresenta a forma de obtenção de uma opção de venda sintética para cada período dentro dos diversos caminhos possíveis. Deve-se perceber que os valores dos portfólios a cada período são iguais aos valores da opção e, portanto, substitutos perfeitos.

---

<sup>6</sup>Alguns detalhes computacionais semelhantes ao exemplo que segue podem ser encontrados em BECKER e LEMGRUBER (1987). O leitor mais exigente do ponto de vista matemático deve procurar RUBINSTEIN e COX (1985).

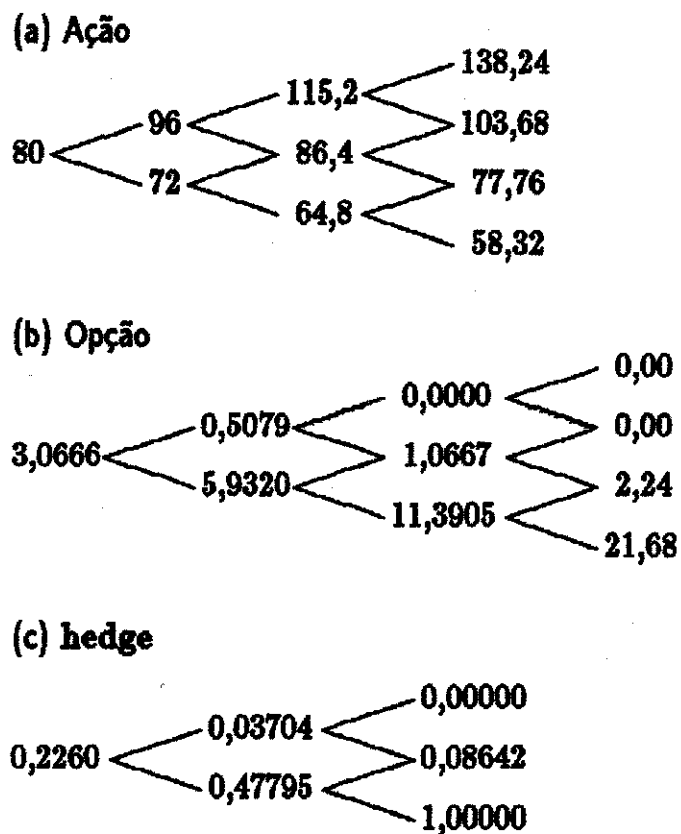


Figura 4: Representação gráfica dos diversos valores da (a) ação-objeto, (b) opção de venda e (c) taxas de hedge, no percurso binomial



$t$	$S_t$	Venda de ações		Aplicação	Portfólio
		$\Delta_t$	\$	$\$\{P_t + \Delta_t S_t\}$	\$
0	$S_0 = 80,0$	0,2260	18,08	21,15	3,067
1	$S_1 = 96,0$	0,0370	3,56	4,07	0,508
	$S_1 = 72,0$	0,4780	34,41	40,35	5,932
2	$S_2 = 115,2$	0,0000	0,00	0,00	0,000
	$S_2 = 86,4$	0,0864	7,47	8,13	1,067
	$S_2 = 64,8$	1,0000	64,80	76,19	11,390
3	$S_2 = 115,2; S_3 = 138,24$	0,0000	0,00	0,00	0,000
	$S_2 = 115,2; S_3 = 103,68$	0,0000	0,00	0,00	0,000
	$S_2 = 86,4; S_3 = 103,68$	0,0864	8,96	8,96	0,000
	$S_2 = 86,4; S_3 = 77,76$	0,0864	6,72	8,96	2,240
	$S_2 = 64,8; S_3 = 77,76$	1,0000	77,76	80,00	2,240
	$S_2 = 64,8; S_3 = 58,32$	1,0000	58,32	80,00	21,680

Tabela 1: Criação de uma opção sintética de venda referente ao exemplo binomial

### 3 SEGURO DINÂMICO DE PORTFÓLIO

A partir do momento em que se pode obter uma opção sintética de venda de acordo com os objetivos do investidor, está aberta a possibilidade para a realização do seguro de portfólios. Como a obtenção desta opção se dá através de um ajuste dinâmico ao longo do período segurado, esta estratégia tornou-se conhecida como Seguro Dinâmico de Portfólio.

Para se criar o Seguro de Portfólio é necessário adicionar uma unidade de opção de venda para cada unidade do ativo-objeto em carteira. Da equação (2) tira-se

$$[+P_t, +S_t] \equiv \$\{P_t + \Delta_t S_t\} + [-\Delta_t S_t] + [+S_t],$$

ou

$$[+P_t, +S_t] \equiv \$\{P_t + \Delta_t S_t\} + [(1 - \Delta_t)S_t]. \quad (3)$$

Mais uma vez, o lado direito representa sinteticamente o seguro do portfólio, composto por uma aplicação financeira sem risco acoplada a uma posição em ativos de risco. Estas posições são dinâmicas e devem ser ajustadas continuamente.

Existem duas formas de ajustar a posição sintética. A primeira consiste em negociar parte do ativo segurado de acordo com as oscilações em  $\Delta_t$ , investindo ou desinvestindo as sobras de caixa proveniente da transação na aplicação livre de risco. Uma outra forma, mais empregada devido a seus baixos custos de transação, envolve a utilização de mercados futuros. Neste caso, o ajuste no ativo de risco é feito através da compra ou venda de contratos futuros.

Para um melhor entendimento do processo, considere mais uma vez o exemplo apresentado na Figura 4 e Tabela 1. Suponha que o investidor possua 100 ações na data 0 e que deseje segurar este ativo por \$8.000 por um prazo de 3 períodos.<sup>7</sup> A Figura 4c fornece o valor  $\Delta_0 = 0,2260$  e a Figura 4b fornece  $P_0 = \$3,07$ . Isto significa que o investidor deverá manter inicialmente em carteira  $(1 - \Delta_0) \times 100 = 77,4$  ações, vendendo as restantes 22,6, auferindo  $\$80 \times 22,6 = \$1.808$ . Este montante, juntamente com  $\$3,07 \times 100 = \$307$  (prêmio do seguro), totalizando \$2.115, deverá ser aplicado numa operação financeira livre de risco.

À medida em que o tempo transcorre, serão necessários ajustes em ambas as posições do portfólio sintético. Com isto, qualquer que seja o caminho aleatório seguido pela ação, garantem-se os objetivos iniciais do seguro. Neste simplificado exemplo binomial de três períodos, existem  $2^3 = 8$  caminhos aleatórios distintos. A Tabela 2 resume os resultados dos ajustes necessários para todos eles.

Considere por exemplo o caminho aleatório 4 na Tabela 2, em que o primeiro movimento da ação é de descida, seguido de dois movimentos de subida. A primeira linha mostra o ajuste inicial de posições (data 0), já discutido acima. A segunda linha mostra o ajuste necessário em decorrência da mudança na taxa de hedge de 0,226 para 0,478 na data 1 (veja Figura 4c). Assim, nesta data, o investidor deverá manter em carteira  $(1 - 0,478) \times 100 = 52,21$  ações, vendendo  $77,40 - 52,21 = 25,19$  ações, auferindo  $\$72 \times 25,19 = \$1.814$ . Este montante deverá ser adicionado à aplicação financeira livre de risco, que totaliza nesta data  $\$2.115 \times 1,05 + \$1.814 = \$4.034$ . Na data seguinte, após o segundo movimento da ação (linha 3), o investidor deverá manter em carteira  $(1 - 0,086) \times 100 = 91,36$  ações, comprando  $91,36 - 52,21 = 39,15$  ações por  $\$86,4 \times 39,15 = \$3.383$ . Este montante deverá ser sacado da posição financeira livre de risco, que totalizará então  $\$4.034 \times 1,05 - \$3.383 = \$853$ . Finalmente, a quarta linha apresenta o resultado obtido pelo investidor quando o prazo do seguro se encerra. Nesta data, não há mais ajuste a ser feito. O ativo de risco vale  $\$103,68 \times 91,36 = \$9.472$  e

<sup>7</sup>\$8.000 é o valor deste ativo na data 0. Nada impede que se pretenda segurar o ativo por um valor diferente deste.

Cam. aleat.	t	Mov. aleat.	Preço do ativo	Taxa de hedge	Quant. de ações	Posição		Seguro	
						de risco \$	de caixa \$	valor \$	custo \$
1	0		80,00	0,2260	77,40	6.192	2.115	8.000	307
	1	u	96,00	0,0370	96,30	9.244	406	9.329	322
	2	u	115,20	0,0000	100,00	11.520	0	11.182	338
	3	u	138,24		100,00	13.824	0	13.469	355
2	0		80,00	0,2260	77,40	6.192	2.115	8.000	307
	1	u	96,00	0,0370	96,30	9.244	406	9.329	322
	2	u	115,20	0,0000	100,00	11.520	0	11.182	338
	3	d	103,68		100,00	10.368	0	10.013	355
3	0		80,00	0,2260	77,40	6.192	2.115	8.000	307
	1	u	96,00	0,0370	96,30	9.244	406	9.329	322
	2	d	86,40	0,0864	91,36	7.893	853	8.409	338
	3	u	103,68		91,36	9.472	896	10.013	355
4	0		80,00	0,2260	77,40	6.192	2.115	8.000	307
	1	d	72,00	0,4780	52,21	3.759	4.034	7.471	322
	2	u	86,40	0,0864	91,36	7.893	853	8.409	338
	3	u	103,68		91,36	9.472	896	10.013	355
5	0		80,00	0,2260	77,40	6.192	2.115	8.000	307
	1	u	96,00	0,0370	96,30	9.244	406	9.329	322
	2	d	86,40	0,0864	91,36	7.893	853	8.409	338
	3	d	77,76		91,36	7.104	896	7.645	355
6	0		80,00	0,2260	77,40	6.192	2.115	8.000	307
	1	d	72,00	0,4780	52,21	3.759	4.034	7.471	322
	2	u	86,40	0,0864	91,36	7.893	853	8.409	338
	3	d	77,76		91,36	7.104	896	7.645	355
7	0		80,00	0,2260	77,40	6.192	2.115	8.000	307
	1	d	72,00	0,4780	52,21	3.759	4.034	7.471	322
	2	d	64,80	1,0000	0,00	0	7.619	7.281	338
	3	u	77,76		0,00	0	8.000	7.645	355
8	0		80,00	0,2260	77,40	6.192	2.115	8.000	307
	1	d	72,00	0,4780	52,19	3.758	4.035	7.471	322
	2	d	64,80	1,0000	0,00	0	7.619	7.281	338
	3	d	58,32		0,00	0	8.000	7.645	355

Tabela 2: SEGURO DINÂMICO DE PORTFÓLIO: ajuste através do mercado à vista

a aplicação financeira  $\$853 \times 1,05 = \$896$ , incluindo-se  $\$355$  referente à capitalização do prêmio. O portfólio segurado totaliza  $\$10.368$ . Para este caminho aleatório, o ativo segurado sofreria uma valorização em relação à data 0 de  $\$2.368$ , ganha pelo investidor.

As últimas linhas de cada caminho aleatório na Tabela 2 apresentam os resultados finais da estratégia de seguro dinâmico. Para metade das possíveis situações (caminhos 5, 6, 7 e 8), o ativo segurado se desvalorizaria, e se o investidor não tivesse executado a estratégia de seguro poderia ter tido perdas de até 27% do patrimônio. Entretanto, o valor final do portfólio segurado, incluindo o seu custo, teria sempre valor superior ou igual a  $\$8.000$ , e as perdas se limitariam ao valor do prêmio capitalizado,  $\$355$ , cerca de 4,4% do patrimônio.

O modelo usado ignora a existência de custos de transação para compra e venda de títulos. A inclusão desses custos certamente implicaria em uma elevação direta do prêmio do seguro, variável de acordo com o comportamento do ativo-objeto durante o período segurado. Para reduzir os custos de transação, pode-se efetuar os ajustes sintéticos usando o mercado de futuros.

A Tabela 3 apresenta o desenvolvimento das estratégias de ajuste do seguro via compra e venda de contratos futuros. A utilização de contratos futuros permite o ajuste da posição de risco do portfólio segurado, representando, ao mesmo tempo, uma aplicação de capital livre de risco. A tabela é idêntica à Tabela 2, exceto pela adição das colunas referentes à compra ou venda de contratos futuros.

Repetindo-se o exemplo do caminho aleatório 4, a primeira linha apresenta o ajuste inicial de posições (data 0). O investidor deverá manter inicialmente em carteira as 100 ações, vendendo  $\Delta_0 \times 100 = 22,6$  contratos futuros com vencimento no final do primeiro período. Deve-se reparar que não foram vendidas ações do portfólio, mas se criou um compromisso de entrega de 22,6 ações em data futura, reduzindo-se a posição de risco para  $\$88 \times (100 - 22,6) = \$6.192$ . Há que se observar também que na data de assinatura dos contratos futuros não há transferência de recursos entre as partes, mas a venda de contratos futuros a preços superiores ao preço a vista equivale à operação financeira livre de risco com valor atual de  $\frac{\$84 \times 22,6}{1,05} = \$1.808$ . Este montante, juntamente com  $\$3,07 \times 100 = \$307$  (prêmio do seguro), totaliza  $\$2.115$ , necessários para se criar a proteção sintética. A segunda linha mostra o ajuste necessário em decorrência da mudança na taxa de hedge de 0,226 para 0,478 na data 1 (veja Figura 4c). Assim, nesta data, o investidor deverá manter em carteira as 100 ações, vender  $\Delta_1 \times 100 = 47,8$  contratos futuros com vencimento no final do período e encerrar os contratos anteriores, ganhando  $(\$84,00 - \$72,00) \times 22,6 = \$271$ . Sua posição equivalente à

Cam. aleat.	Mov. <i>t</i> aleat.	Preço do ativo	Taxa de hedge	Contratos		Posição		Seguro		
				Futuros valor	quant.	de risco \$	de caixa \$	valor \$	custo \$	
1	0	80,00	0,2260	84,00	22,60	6.192	2.115	8.000	307	
	1	u	96,00	0,0370	100,80	3,70	9.244	406	9.329	322
	2	u	115,20	0,0000	120,96	0,00	11.520	0	11.182	338
	3	u	138,24		138,24	0,00	13.824	0	13.469	355
2	0	80,00	0,2260	84,00	22,60	6.192	2.115	8.000	307	
	1	u	96,00	0,0370	100,80	3,70	9.244	406	9.329	322
	2	u	115,20	0,0000	120,96	0,00	11.520	0	11.182	338
	3	d	103,68		103,68	0,00	10.368	0	10.013	355
3	0	80,00	0,2260	84,00	22,60	6.192	2.115	8.000	307	
	1	u	96,00	0,0370	100,80	3,70	9.244	406	9.329	322
	2	d	86,40	0,0864	90,72	8,64	7.893	853	8.409	338
	3	u	103,68		103,68	8,64	9.472	896	10.013	355
4	0	80,00	0,2260	84,00	22,60	6.192	2.115	8.000	307	
	1	d	72,00	0,4780	75,60	47,80	3.759	4.034	7.471	322
	2	u	86,40	0,0864	90,72	8,64	7.893	853	8.409	338
	3	u	103,68		103,68	8,64	9.472	896	10.013	355
5	0	80,00	0,2260	84,00	22,60	6.192	2.115	8.000	307	
	1	u	96,00	0,0370	100,80	3,70	9.244	406	9.329	322
	2	d	86,40	0,0864	90,72	8,64	7.893	853	8.409	338
	3	d	77,76		77,76	8,64	7.104	896	7.645	355
6	0	80,00	0,2260	84,00	22,60	6.192	2.115	8.000	307	
	1	d	72,00	0,4780	75,60	47,80	3.759	4.034	7.471	322
	2	u	86,40	0,0864	90,72	8,64	7.893	853	8.409	338
	3	d	77,76		77,76	8,64	7.104	896	7.645	355
7	0	80,00	0,2260	84,00	22,60	6.192	2.115	8.000	307	
	1	d	72,00	0,4780	75,60	47,80	3.759	4.034	7.471	322
	2	d	64,80	1,0000	68,04	100,00	0	7.619	7.281	338
	3	u	77,76		77,76	100,00	0	8.000	7.645	355
8	0	80,00	0,2260	84,00	22,60	6.192	2.115	8.000	307	
	1	d	72,00	0,4780	75,60	47,80	3.759	4.034	7.471	322
	2	d	64,80	1,0000	68,04	100,00	0	7.619	7.281	338
	3	d	58,32		58,32	100,00	0	8.000	7.645	355

Tabela 3: SEGURO DINÂMICO DE PORTFÓLIO: ajuste através do mercado de futuros

aplicação financeira livre de risco nesta data é  $\frac{\$75,6 \times 47,8}{1,05} = \$3.441$ , que, adicionados ao ganho obtido no encerramento dos contratos futuros,  $\$271$ , e ao resultado financeiro obtido na aplicação do prêmio de seguro,  $\$307 \times 1,05 = \$322$ , totalizam  $\$4.034$ . Na data seguinte, após o segundo movimento da ação (linha 3), o investidor deverá encerrar os contratos futuros antigos, perdendo  $(\$86,40 - \$75,60) \times 47,8 = \$516$ , devido à subida no preço das ações, mantendo em carteira as 100 ações. Deverá vender  $\Delta_2 \times 100 = 8,64$  contratos futuros com vencimento no final do período. Para pagamento das perdas no vencimento dos contratos futuros ele deverá sacar da aplicação financeira livre de risco. Neste momento o investidor tem em caixa  $(\$271 + \$322) \times 1,05 = \$622$ , suficientes para pagar  $\$516$ . Sua aplicação financeira equivalente ficará em  $\$622 - \$516 = \$106$ , que, adicionados a  $\frac{\$90,72 \times 8,64}{1,05}$ , totalizam  $\$853$ .

Finalmente, a quarta linha apresenta o resultado obtido pelo investidor quando o prazo do seguro se encerra. Nesta data, não há mais ajuste a ser feito. O investidor liquidará seus contratos futuros, entregando à parte compradora 8,64 ações, recebendo  $\$90,72 \times 8,64 = \$784$ , reduzindo seus ativos de risco, que valem  $91,36 \times \$103,68 = \$9.472$ . O resultado da aplicação financeira é  $\$106 \times 1,05 = \$112$ , que, adicionados a  $\$784$  recebidos no encerramento dos contratos futuros totaliza  $\$896$ . O valor do portfólio segurado nesta data é  $\$10.368$ , incluindo-se a capitalização do prêmio  $\$355$ . Como se percebe, o resultado é absolutamente idêntico ao resultado anteriormente obtido.

#### 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresenta, de forma simplificada, a estratégia dinâmica para seguros de portfólios. A proteção dos ativos é feita pela criação de portfólios sintéticos, que permitem a construção de seguros para qualquer prazo e valor desejados. O estudo apresenta duas formas de ajuste para a posição sintética. A primeira consiste em negociar parte do ativo segurado, com venda gradual do ativo de risco à medida que o valor deste ativo cai, e na sua recompra, também gradual, à medida que seu valor sobe. Uma outra forma, mais empregada devido a seus baixos custos de transação, ajusta o ativo de risco através da compra ou venda de contratos futuros.

Para diversas situações aleatórias apresentadas mostra-se que esta técnica de hedge limita as perdas do patrimônio, sem, no entanto, impor limitações às suas oportunidades de ganho. As operações de ajuste exigem, entretanto, a utilização de recursos monetários adicionais em um total igual ao prêmio do seguro, o que se constitui na perda máxima obtida para as situações mais adversas.

O modelo apresentado ignora a existência de custos de transação. Uma extensão deste trabalho deverá necessariamente contemplar uma simulação dinâmica deste processo de seguro, capaz de salientar o impacto de tais custos na elevação do prêmio do seguro.

## 5 BIBLIOGRAFIA

- ANDERS, G. Portfolio insurance proved cold comfort. The Wall Street Journal, Oct. 28, 1987.
- BECKER, J.L.; LEMGRUBER, E.F. OPTE - sistema de apoio à decisão para o mercado de opções. Porto Alegre, PPGA/UFRGS, 1987, 41p. (Documento para Estudo nº 6/87)
- BLACK, F.; SCHOLES, M. The pricing of options and corporate liabilities. Journal of Political Economy, v. 35, p. 637-659, 1973.
- HULL, J. Options, Futures, and Other Derivative Securities. Englewood Cliffs, Prentice-Hall International, 1989, 341p.
- RUBINSTEIN, M.; COX, J. Option Market. Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1985.
- SMITH, C.W. Option pricing: a review. Journal of Financial Economics, v. 3, n. 1/2, p. 3-52, Jan./Mar. 1976.