

Universidade federal do Rio de Janeiro

Escola Politécnica

Departamento de Engenharia Elétrica

OBTENÇÃO DE UMA REDE DE PETRI INTERPRETADA PARA CONTROLE  
PARA UMA CÉLULA DE MANUFATURA

HENRIQUE DE SOUZA ZÓZIMO

Projeto de Graduação

DEE

Março/2013

OBTENÇÃO DE UMA REDE DE PETRI INTERPRETADA PARA CONTROLE PARA  
UMA CÉLULA DE MANUFATURA

HENRIQUE DE SOUZA ZÓZIMO

PROJETO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA  
ELÉTRICA DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO,  
COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE  
ENGENHEIRO ELETRICISTA

Aprovado por:

---

Prof. Marcos Vicente de Brito Moreira, D.Sc. (orientador)

---

Prof. Sergio Sami Hazam, Ph. D.

---

Prof. Oumar Diene, D.Sc.

Rio de Janeiro, RJ – Brasil

Março de 2013

## Sumário

1 - Introdução .....	1
2 - Fundamentos de Redes de Petri .....	3
2.1 – Notações e Definições .....	3
2.2 - Rede de Petri Marcada .....	5
2.2.1 – Arco Inibidor .....	6
2.3 – Dinâmica da Rede de Petri .....	7
2.3.1 – Conflitos .....	9
2.3.2 - Equações de Estado.....	9
2.4 – Considerações Finais.....	10
3 – Redes de Petri Sincronizada e Temporizada .....	11
3.1 – Redes de Petri sincronizadas .....	11
3.2.1 – Marcação e Disparo.....	11
3.2.2 – Propriedades das Redes de Petri sincronizadas .....	15
3.3 – Redes de Petri Temporizadas .....	16
3.4 – Considerações Finais.....	16
4– Redes de Petri Interpretadas para Controle .....	17
4.1 – Introdução .....	17
4.2 - Rede de Petri interpretada para controle .....	17
4.3 – Algoritmo de interpretação de uma Rede de Petri interpretada para controle.....	19
5 – Obtenção de uma Rede de Petri interpretada para controle a partir da Rede de Petri rotulada do comportamento desejado.....	21
5.1 – Considerações iniciais .....	21
5.2 – A Rede de Petri Interpretada para Controle Direta .....	22
5.3 – Rede de Petri Interpretada para Controle Reduzida .....	22
5.4 – Considerações finais.....	23
6 – Exemplo .....	25
6.1 – Descrição do sistema.....	25
6.2 – Modelagem do Sistema .....	26
6.2.1 – Esteira 1 .....	26
6.2.2 – Braço Robótico.....	28
6.2.3 – Esteira 2.....	29
6.2.4 – Prioridade de processamento de peça do tipo 1 com peça tipo 2 no Braço.....	30
6.2.5 – Prioridade de processamento de peça do tipo 1 com peça tipo 2 na esteira 2 .....	34
6.2.6 – Retorno de peça do tipo 2 da região de espera para o processamento.....	35

6.2.7 – Modelo completo do exemplo estudado.....	37
6.2.7.1 – O funcionamento da Rede de Petri completa .....	39
6.3 – RP Direta.....	40
6.4 – RPIC reduzida .....	40
Conclusão.....	45
Bibliografia .....	46

## 1 - Introdução

Um sistema é uma combinação de componentes que atuam em conjunto para a realização de uma tarefa que não poderia ser executada por nenhuma das partes individualmente. Nesse sentido o homem deseja, em vários graus, ter o conhecimento do funcionamento dos sistemas, para que possa planejar suas ações. Em grande parte, ainda, deseja-se obter o controle sobre o sistema, a fim de se obter um resultado desejado.

Para tanto, foi criado o estudo sobre o controle dos sistemas, e com a determinação do tipo de cada sistema, o tipo de controle a ser utilizado é importante. Dentre os sistemas, os chamados a eventos discretos são aqueles cujo espaço de estados é discreto e são dirigidos por eventos, em geral, assíncronos.

Um exemplo de um sistema a evento discreto (SED) é um sinal de trânsito, com um botão. O sinal fica no estado aberto (luz verde), até que o botão seja pressionado, quando após um tempo determinado, ele vai para o estado fechado (luz vermelha), e novamente, após um tempo determinado, volta a abrir (luz verde). Neste sistema, os eventos são finitos e determinados: o pressionar de um botão, o tempo para abertura e o tempo para o fechamento. Para esse sistema existem vários métodos de controle, ou seja, de garantir que ele se comporte exatamente como desejado. Devido a suas características, as Redes de Petri são uma das melhores formas para a modelagem de um SED, a partir da qual é possível criar um controle adequado.

Redes de Petri são ferramentas matemáticas capazes de modelar a dinâmica de Sistemas a Eventos Discretos (SEDs). A Rede de Petri é um grafo que possui como elementos: lugares, fichas, arcos e transições, e a dinâmica do sistema é representada através da evolução das fichas entre os lugares, direcionadas pelos arcos, sendo disparadas pelas transições.

Uma rede Petri tem dois tipos de nós, chamados lugares e transições. O lugar é representado por um círculo e uma transição por uma barra. Lugares e transições são conectados por arcos. O número de lugares e transições é finito e diferente de zero. Um arco é direcionado e conecta tanto um lugar a uma transição quanto uma transição a um lugar.

A Rede de Petri é uma ferramenta intuitiva e poderosa com a capacidade de simplificar o processo de entendimento e/ou projeto da lógica de controle para um SED.

Uma Rede de Petri pode modelar tanto o comportamento natural de um SED a ser controlado; como também é capaz de modelar o comportamento controlado desejado do mesmo. É possível ainda modelar apenas a lógica de controle, utilizando as chamadas Redes de Petri interpretadas para controle, que pode ser implementada em um controlador Lógico Programável (CLP) utilizando alguma linguagem de programação, como o diagrama Ladder [1] por exemplo.

Atualmente ainda não existe uma forma, ferramenta ou método, que, a partir da Rede de Petri rotulada que descreve o comportamento desejado do sistema em malha fechada, se possa chegar a uma Rede de Petri Interpretada para o Controle (RPIC) que possa modelar o controlador a eventos discretos. Os engenheiros de controle, em sua grande maioria, constroem diretamente a rede interpretada para controle, o que é trabalhoso e passível de diversas tentativas e erros até se chegar a um resultado satisfatório. Uma forma com menos tentativas se dá ao construir a Rede de Petri rotulada com o comportamento controlado desejado e a partir dela, intuitivamente, construir a rede interpretada para controle.

O objetivo deste trabalho é desenvolver uma forma para a obtenção de uma Rede de Petri Interpretada para Controle, a partir de uma Rede de Petri rotulada. O caso em estudo será um sistema específico composto de duas esteiras e um braço robótico.

## 2 - Fundamentos de Redes de Petri

### 2.1 – Notações e Definições

Em redes de Petri, eventos são associados a transições e lugares são associados às condições requeridas para que uma dada transição possa ocorrer. Transições, lugares e as relações entre eles definem as componentes básicas do grafo de uma Rede de Petri.

*Definição 1: Grafo de uma Rede de Petri. [2]*

O grafo de uma Rede de Petri é definido por

$$(P, T, A, w)$$

Sendo  $P$  o conjunto finito de lugares;  $T$  o conjunto finito de transições;  $A \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$  o conjunto de arcos que conectam lugares a transições e transições a lugares;  $w: A \rightarrow \{1, 2, 3, \dots\}$  é a função de ponderação dos arcos.

Normalmente o conjunto dos lugares é representado por  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ , o conjunto de transições por  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$  e um arco tem a forma  $(p_i, t_j)$  ou  $(t_i, p_j)$ , sendo o peso do arco um inteiro positivo.

Quando descrevemos uma Rede de Petri, usamos  $I(t_j)$  como sendo o conjunto de lugares de entrada de uma transição  $t_j \in T$  e  $O(t_j)$  como sendo o conjunto de lugares de saída de  $t_j$ . Então temos:

$$I(t_j) = \{p_i \in P : (p_i, t_j) \in A\},$$

$$O(t_j) = \{p_i \in P : (t_j, p_i) \in A\}.$$

Quando o grafo é desenhado, normalmente se representam os lugares por círculos, as transições por barras (ou caixas preenchidas, ou não), os arcos por setas e o peso dos arcos por números próximos a ele. Se  $w(p_i, t_j) = k$ , então existem  $k$  arcos ligando o lugar  $p_i$  à transição  $t_j$ , ou um arco com peso  $k$ . De forma similar se  $w(t_i, p_j) = k$ , então existem  $k$  arcos ligando a transição  $t_i$  ao lugar  $p_j$ , ou um arco com o peso  $k$ . Caso não haja nenhuma notação em um arco, o peso deste é convencionado igual a 1.

*Exemplo 1*

Considere a Rede de Petri definida por:

$$P = \{p_1, p_2\} \quad T = \{t_1\} \quad A = \{(p_1, t_1), (t_1, p_2)\}$$

$$w(p_1, t_1) = 2 \quad w(t_1, p_2) = 1$$

O grafo correspondente é mostrado na Figura 1

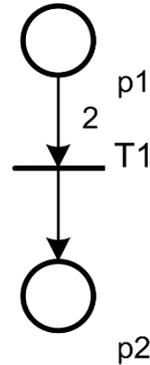


Figura 1: grafo da Rede de Petri do exemplo 1

### Exemplo 2

Considere o grafo da Rede de Petri da Figura 2. A Rede de Petri representada é especificada por

$$P = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}, \quad T = \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5\},$$

$$A = \{(p_1, t_1), (p_1, t_2), (p_2, t_2), (p_2, t_3), (p_4, t_5), (t_1, p_1), (t_1, p_2),$$

$$(t_2, p_3), (t_3, p_3), (t_3, p_4), (t_4, p_3), (t_5, p_1)\}.$$

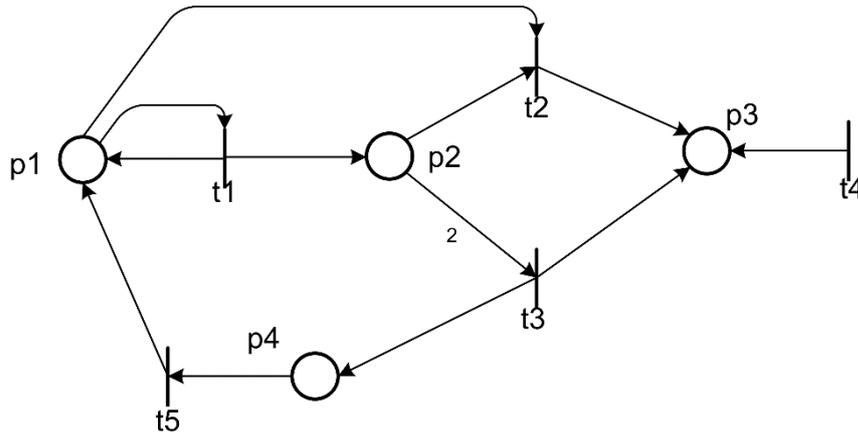


Figura 2: grafo da Rede de Petri do exemplo 2

Todos os arcos tem peso 1, com exceção do arco  $(p_2, t_3)$  que tem peso  $w(p_2, t_3) = 2$ .

Note que a transição  $t_4$  não possui lugares de entrada. Isso significa que ela pode ocorrer incondicionalmente. Já a transição  $t_2$  depende das condições de  $p_1$  e  $p_2$ .

## 2.2 - Rede de Petri Marcada

Se as transições em uma Rede de Petri estão associadas aos eventos que dirigem um SED, e os lugares estão associados às condições para que esses eventos possam ocorrer, fica claro que um mecanismo que indique se estas condições foram alcançadas é necessário. Para tal finalidade são atribuídas fichas aos lugares da Rede de Petri. Quando um lugar possui uma ficha, ele é dito marcado. Uma Rede de Petri que possua um ou mais lugares marcados é chamada de Rede de Petri marcada.

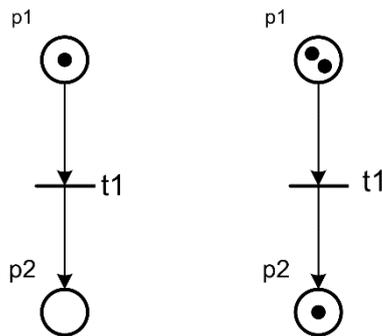
Uma Rede de Petri marcada é capaz de informar quais são os próximos eventos esperados, e caso eles ocorram, quais são as transições que estão preparadas para o disparo, alterando assim o estado da rede.

### *Definição 2: Rede de Petri Marcada*

Uma Rede de Petri marcada é uma quintupla  $(P, T, A, w, x)$  em que  $(P, T, A, w)$  é o grafo da Rede de Petri e  $x$  é a função de marcação do conjunto de lugares  $P$ ;  $\underline{x} = [x(p_1) \ x(p_2) \ \dots, x(p_n)]^T \in \mathbb{N}^n$  é o vetor associado a  $x$ .

### *Exemplo 3*

Na Figura 3 são mostradas duas possíveis marcações  $\underline{x}_1 = [1 \ 0]^T$  e  $\underline{x}_2 = [2 \ 1]^T$  para o grafo da Rede de Petri do exemplo 1.



**Figura 3: Duas marcações  $\underline{x}_1$  e  $\underline{x}_2$  para o grafo da Rede de Petri da Figura 1**

Por simplicidade, neste trabalho, redes de Petri marcadas serão chamadas somente por Redes de Petri. Nos Sistemas a Eventos Discretos (SEDs) muitas vezes o interesse é estado do sistema; numa Rede de Petri, esse estado pode ser identificado pela marcação da mesma. Isto é, definimos o estado da Rede de Petri como sendo a marcação do vetor  $\underline{x} = [x(p_1) \ x(p_2) \ \dots \ x(p_n)]^T$ . Note que o número de fichas em um lugar é um inteiro arbitrário não-negativo e não necessariamente limitado. Assim, o espaço de estados  $X$  de uma Rede de Petri com  $n$  lugares é um conjunto de vetores de dimensão  $n$  tal que,  $X \subseteq \mathbb{N}^n$ . [2]

### Definição 3: Transição Habilitada

Uma transição  $t_j \in T$  numa Rede de Petri é dita estar habilitada se

$$x(p_i) \geq w(p_i, t_j), \quad \forall p_i \in I(t_j), \quad (1)$$

ou seja, a transição  $t_j$  está habilitada se todos os lugares de entrada de  $t_j$  possuírem um número de fichas em número igual, ou maior, ao peso dos arcos que os ligam à transição. Em outras palavras, uma transição estará habilitada quando todas as condições requeridas para a ocorrência da transição são satisfeitas.

#### 2.2.1 – Arco Inibidor

Um arco inibidor é um tipo especial de arco. Este arco só pode ligar lugares de entrada e transições e funciona de forma contrária ao de um arco. Caso haja fichas em número igual ou superior ao peso do arco, a transição à qual esse arco está ligada é dita desabilitada, ou seja, a transição só poderá disparar enquanto o número de fichas em seu lugar associado for menor que o peso do arco.

Se o peso de um arco inibidor for maior do que o número de fichas no seu lugar associado, quando a transição com arco inibidor disparar, as fichas existentes nesse lugar não são retiradas. As fichas desse lugar serão removidas caso haja um arco comum ligando o lugar a uma transição, quando a transição disparar. Lugares inibidores são representados por linhas com um círculo no lugar da seta, como na Figura 4

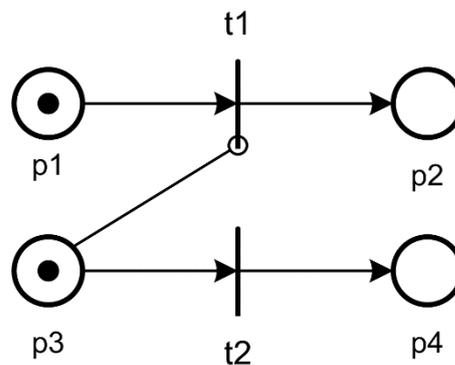


Figura 4: arco inibidor, transição desabilitada

Na Figura 4, o lugar  $p_3$  é um lugar inibidor da transição  $t_1$ , e o arco inibidor tem peso 1. No estado inicial mostrado, a transição  $t_1$  está desabilitada, mesmo que o lugar  $p_1$  possua uma ficha. Somente quando a transição  $t_2$  disparar, levando ao estado mostrado na Figura 5 que a transição  $t_1$  estará habilitada, podendo então disparar.

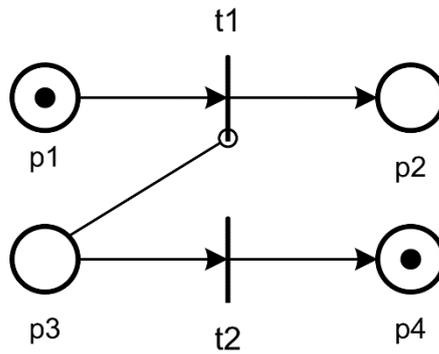


Figura 5: arco inibidor, transição habilitada

### 2.3 – Dinâmica da Rede de Petri

A transição de estados em uma Rede de Petri é feita movendo-se fichas pela rede, mudando o seu estado. Quando uma transição está habilitada é dita que pode disparar. A função de transição de estados de uma Rede de Petri é definida através da mudança de estado da rede, através do disparo de uma transição habilitada.

A função transição de estado,  $f: \mathbb{N}^n \times T \rightarrow \mathbb{N}^n$ , de uma Rede de Petri  $(P, T, A, w, x)$  é definida para a transição  $t_j \in T$  se e somente se a transição  $t_j$  está habilitada e se  $f(\underline{x}, t_j)$  é definida. Assim, após o disparo de  $t_j$ , uma nova marcação  $\underline{x}$  é alcançada em que:

$$x'(p_i) = x(p_i) - w(p_i, t_j) + w(t_j, p_i), \quad i = 1, \dots, n \quad (2)$$

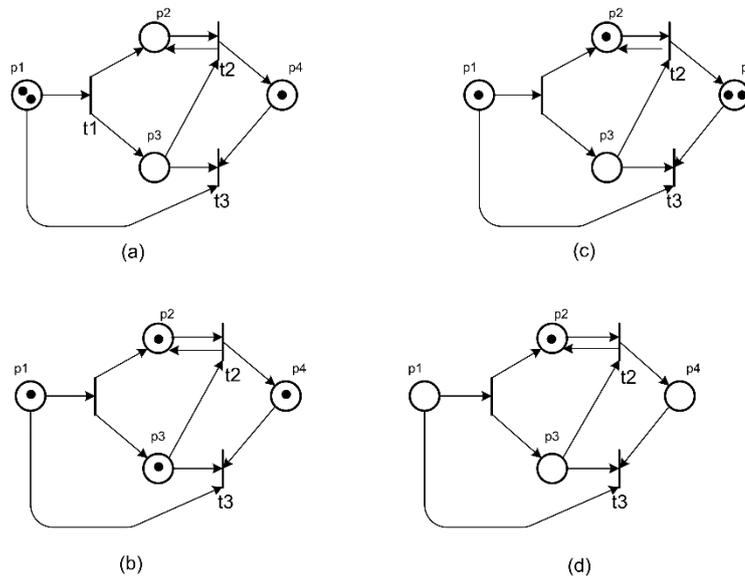
A condição da Equação (1) garante que a função de transição de estados é definida somente para as transições habilitadas. O próximo estado definido pela Equação (2) depende explicitamente dos lugares de entrada e saída da transição  $t_j$  e dos pesos dos arcos que ligam esses lugares às transições. [2]

#### Exemplo 4 [2]

Para ilustrar o processo de disparo de transições e mudança de estado de uma Rede de Petri, considere a Rede de Petri da Figura 6 (a), em que o estado inicial é  $\underline{x}_0 = [2 \ 0 \ 0 \ 1]^T$ . Verifica-se que a única transição habilitada é  $t_1$ , já que o peso do seu arco de entrada é 1 e o número de fichas em seu lugar de entrada é igual ou maior que esse. Quando  $t_1$  dispara, uma ficha é retirada de  $p_1$  (que é o peso do arco que liga este lugar à transição) e uma ficha é colocada em cada um dos lugares de saída  $p_2$  e  $p_3$ , chegando ao estado  $\underline{x}_1 = [1 \ 1 \ 1 \ 1]^T$  mostrado na Figura 6 (b). Supondo agora que a transição  $t_2$  dispare, chegamos ao estado  $\underline{x}_2 = [1 \ 1 \ 0 \ 2]^T$ , mostrado na Figura 6 (c). E supondo agora que, a partir do estado  $\underline{x}_1$ , a transição  $t_3$  dispare, chegamos ao estado  $\underline{x}_4 = [0 \ 1 \ 0 \ 0]^T$ , mostrado na Figura 6 (d). Note que a

transição  $t_3$  não possui lugares de saída, então ela apenas retira fichas de seus lugares de entrada. Note também que quando a transição  $t_2$  está habilitada e dispara ela retira e coloca uma ficha do lugar  $p_2$ , pois este lugar é um lugar de entrada e saída da transição  $t_2$ .

Aqui, duas observações devem ser feitas. A primeira diz respeito ao estado  $\underline{x}_1$  do exemplo anterior. Nesse estado qualquer uma das transições poderia ser disparada. O comportamento da dinâmica do SED modelado pelas Redes de Petri deve ser estudado para cada uma destas possibilidades e elas revelam que o sistema pode chegar a estados diferentes a partir de um único estado inicial, dependendo da ordem de acontecimento dos eventos. Outra observação é que nem todos os estados em  $\mathbb{N}^n$  podem ser alcançados a partir do grafo de uma Rede de Petri a partir de um estado inicial. Na Figura 6, com estado inicial  $\underline{x}_0 = [0 \ 1 \ 0 \ 0]^T$ , nenhuma transição está habilitada e, portanto, o estado não se altera.



**Figura 6: sequência de disparo de transições de uma Rede de Petri. Em (a), somente a transição  $t_1$  está habilitada no estado inicial  $\underline{x}_0$ . O estado resultante do disparo de  $t_1$  em (a) é denotado  $\underline{x}_1$  e mostrado em (b), o disparo de  $t_2$  em (b) resulta no estado  $\underline{x}_2$  em (c), e o disparo de  $t_3$  em (b) resulta no estado  $\underline{x}_3$  em (d).**

*Definição 4: Estados Alcançáveis*

O conjunto de estados alcançáveis de uma Rede de Petri  $(P, T, A, w, x)$  é

$$R[(P, T, A, w, x)] := \{ \underline{y} \in \mathbb{N}^n : \exists (s \in T^*) [f(\underline{x}, s) = \underline{y}] \}$$

As definições de função de transição de estado e do conjunto de estados alcançáveis impõem que transições habilitadas disparem *uma de cada vez*. Mesmo que em um grafo de Rede de Petri mais de

uma transição esteja habilitada, como na Figura 6(b), somente uma das transições irá disparar num determinado instante.

### 2.3.1 – Conflitos

Nas Redes de Petri podem existir situações nas quais uma sequencia de disparos leva a um estado do qual a rede não consegue sair, alguns propositais, outros pela existência de conflitos.

#### 2.3.1.1 – Conflito Estrutural

Um conflito estrutural corresponde a existência de um lugar  $p_i$  com arcos de saída para pelo menos duas transições  $t_i$  e  $t_j$  diferentes, como acontece no lugar  $p_3$  na Figura 6(a), esse lugar possui como transições de saída  $t_2$  e  $t_3$ .

#### 2.3.1.2 – Conflito efetivo

Um conflito efetivo é a existência de um conflito estrutural no qual o lugar  $p_i$  possui um número de fichas menor do que a soma dos pesos dos arcos que ligam  $p_i$  às suas transições de saída. O lugar  $p_3$  na Figura 6(b) ilustra esse conflito, pois possui  $t_2$  e  $t_3$  como transições de saída, e apenas 1 ficha.

### 2.3.2 - Equações de Estado

A Equação(2) descreve como o estado de um único lugar muda quando uma transição dispara. Para gerar uma equação, a partir da Eq. (2), que descreva o avanço de estado, em toda a Rede de Petri, devido ao disparo único de uma transição  $t_j$ , vamos inicialmente definir um vetor de disparo  $u$ , de dimensão  $m$ ,

$$\underline{u} = [0 \dots 0 \ 1 \ 0 \dots 0]^T, \quad (3)$$

sendo que o valor 1 aparece somente na  $j$ -ésima posição para indicar o fato da transição  $t_j$  estar disparando. Definimos ainda a *matriz de incidência*  $A^{n \times m}$  da Rede de Petri em que os elementos  $a_{ij}$  são formados por

$$a_{ij} = w(t_j, p_i) - w(p_i, t_j) \quad (4)$$

Assim a diferença de peso que aparece na Equação(2) quando atualizamos  $x(p_i)$  fica clara. Agora usando a matriz de incidência  $A$ , podemos escrever a equação de estado

$$\underline{x}' = \underline{x} + A\underline{u}, \quad (5)$$

que descreve o processo de transição de estado como resultado do disparo de uma transição. A equação de transição de estado é uma alternativa ao grafo na descrição no processo de disparo de transições e de mudança de estado de uma Rede de Petri.

## **2.4 – Considerações Finais**

Neste capítulo foram apresentadas as Redes de Petri e seus conceitos básicos para a compreensão de sua estrutura, funcionamento e dinâmica para modelagem de SED e foram apresentadas definições como a dinâmica da rede, habilitação, disparo, equações de estado e matriz de incidência.

As Redes de Petri possuem muitas utilidades e propriedades que não serão abordadas neste projeto pois não são necessárias na compreensão deste. Mais informações podem ser encontradas em [2], [3], [4] e [5].

No próximo capítulo serão introduzidas as Redes de Petri com estruturas adicionais que permitem temporizar as transições e/ou sincronizar a rede com eventos externos.

## 3 – Redes de Petri Sincronizada e Temporizada

### 3.1 – Redes de Petri sincronizadas

Em uma rede de Petri sincronizada, as transições são sincronizadas com eventos externos (o apertar de um botão, o sinal de um sensor, o comando de um controle, etc) ou com o evento interno  $\lambda$  que representa o evento sempre ocorrente.

#### *Definição 5: Rede de Petri sincronizada*

Uma Rede de Petri sincronizada é uma tripla  $(N, E_{ext}, Sync)$  em que  $N$  é uma Rede de Petri,  $E_{ext}$  é o conjunto de eventos externos e  $Sync$  é a função de sincronização  $Sync: T \rightarrow E_{ext} \cup \{\lambda\}$  sendo  $\lambda$  o evento sempre ocorrente. [1]

#### 3.2.1 – Marcação e Disparo

Eventos ocorrem instantaneamente, isto é, seu tempo de duração é zero, e pode ser desconsiderado, assim como o tempo de duração do disparo de uma transição. Vários eventos externos podem ocorrer simultaneamente. Logo, várias transições podem disparar simultaneamente, desde que estejam habilitadas e não sejam conflitantes.

Sejam  $t_a$  e  $t_b$  duas transições habilitadas e não conflitantes e um evento  $e \in E_{ext} \cup \{\lambda\}$  de forma que  $t_a$  e  $t_b$  sejam receptivas a  $e$ , ou seja, ambas disparam na ocorrência de  $e$ . O disparo simultâneo de  $t_a$  e  $t_b$  é denominado sequência elementar de disparo.

#### *Exemplo 5*

Considere a Rede de Petri da Figura 7.

A Rede de Petri sincronizada começa no estado inicial  $\underline{x}_0 = [1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]^T$  e a transição  $t_1$  está habilitada, e como ela é uma transição sincronizada com  $\lambda$  ela dispara imediatamente, levando ao estado  $\underline{x}_1 = [0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0]^T$  mostrada na Figura 8.

Neste estado, as transições  $t_2, t_3$  e  $t_4$  estão habilitadas. Essas transições são receptivas aos eventos  $a, b$  e  $c$  e só disparam efetivamente caso algum desses ocorra. Caso o evento  $b$  ocorra primeiro, a transição  $t_2$  irá disparar levando a rede a marcação  $\underline{x}_2 = [0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0]^T$  mostrada na Figura 9. Se depois o evento  $a$  ocorre, a transição  $t_3$  dispara, levando a rede ao estado  $\underline{x}_3 = [0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0]^T$ , mostrado na Figura 10. Neste estado caso o evento  $c$  ocorra, as transições  $t_4$  e  $t_5$  disparam, levando a marcação do sistema ao estado  $\underline{x}_4 = [0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1]^T$  mostrado na Figura 11, e por fim, se o evento

$a$  ocorre de novo, as transições  $t_6$  e  $t_2$  habilitadas, disparam, fazendo que a rede vá para o estado  $\underline{x}_5 = [1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0]^T$  mostrada na Figura 12.

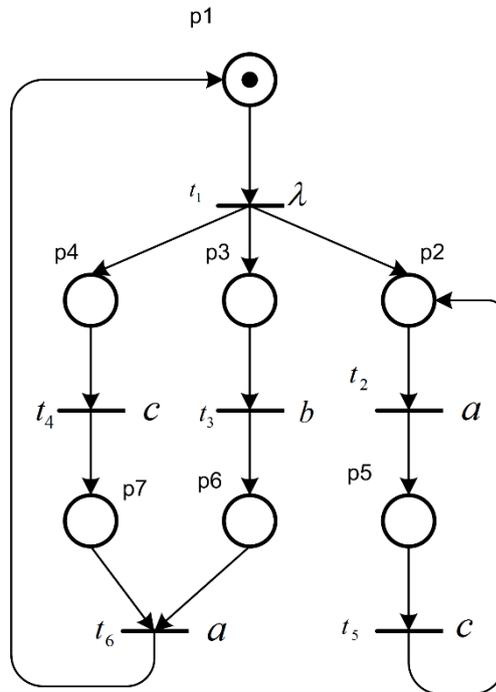


Figura 7: Grafo da Rede de Petri do exemplo 5

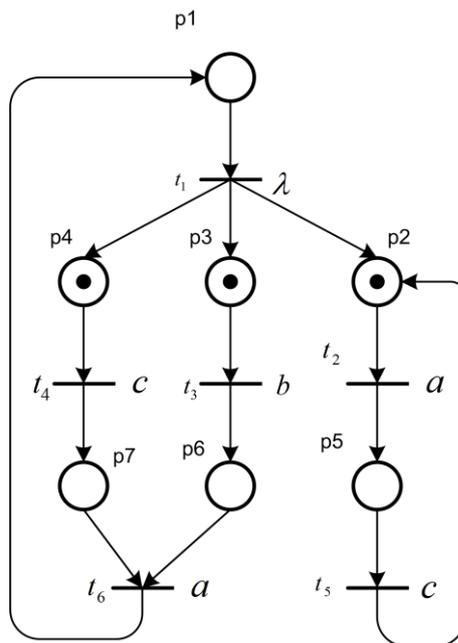


Figura 8: grafo da Rede de Petri do exemplo 5 no estado  $x_1$

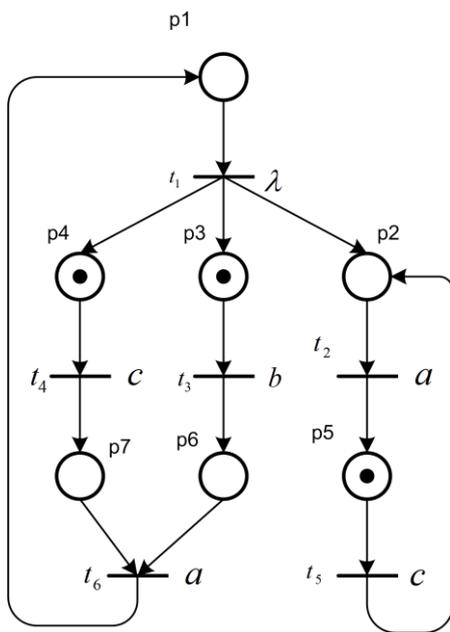


Figura 9: estado  $x_2$  da Rede de Petri do exemplo 5

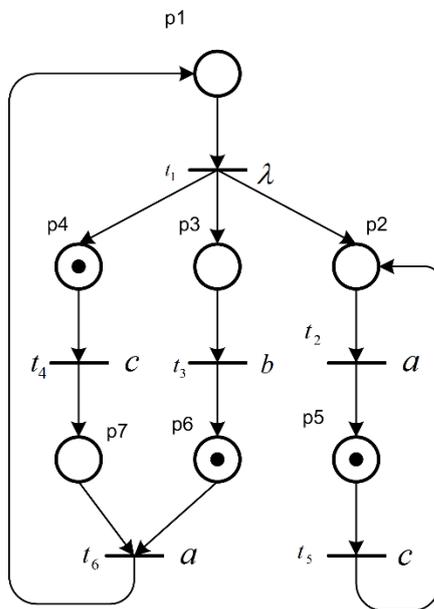


Figura 10: estado  $x_3$  da Rede de Petri do exemplo 5

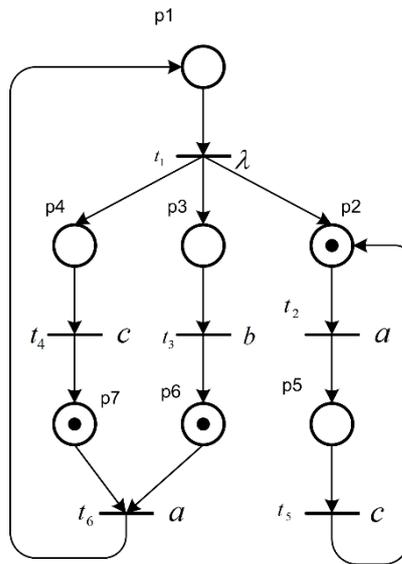


Figura 11: estado  $x_4$  da Rede de Petri do exemplo 5

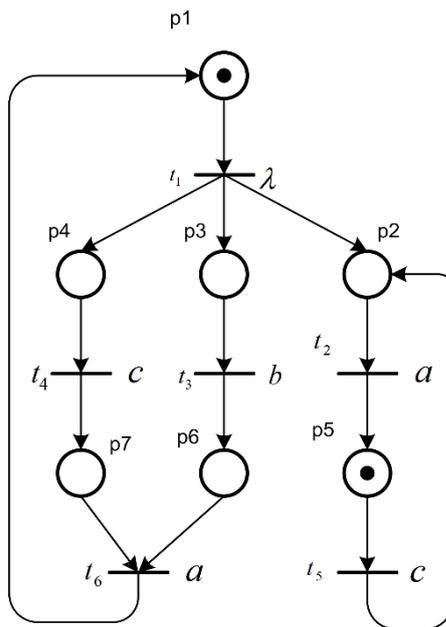


Figura 12: estado  $x_5$  da Rede de Petri do exemplo 5

Este exemplo mostra como uma Rede de Petri sincronizada evolui, e suas diferenças com as Redes de Petri assíncronas. Perceba que aqui, mais de uma transição habilitada dispara ao mesmo tempo, pois elas estão ligadas ao mesmo evento.

## 3.2.2 – Propriedades das Redes de Petri sincronizadas

### 3.2.2.1 – Estabilidade

A primeira qualidade esperada de uma Rede de Petri sincronizada é que ela seja estável, isto é, para cada marcação estável e alcançável, e para cada evento externo  $e_i$  (ou conjunto de eventos compatíveis), os disparos em decorrência de  $e_i$  contém um número finito de sequência de disparo elementar. Se o número de Sequência Elementar de Disparo for sempre menor ou igual a  $k$ , a Rede de Petri sincronizada é dita ser  $k$ -estável.

### 3.2.2.2 - Limitação, segurança e vivacidade

As definições de Rede de Petri limitada, Rede Petri segura e Rede Petri viva, são facilmente estendíveis para Redes de Petri sincronizadas estáveis. Uma Rede de Petri Sincronizada estável é limitada, se para cada marcação estável alcançável, todos os lugares são limitados (isto implica que a Rede de Petri Sincronizada é também limitada para todas as marcações transitórias). Uma Rede de Petri segura é um caso particular de uma Rede de Petri limitada, em que cada lugar é 1-limitado. A transição  $t_j$  de uma Rede de Petri sincronizada estável é viva se, para cada marcação alcançável estável, existe uma sequência de eventos externos habilitando  $t_j$  para serem disparados em um dos disparos na ocorrência dos eventos desta sequência. Os conceitos de uma Rede de Petri sincronizada viva, de transição quase viva e deadlock, devem ser generalizadas da mesma maneira.

Nós devemos chamar  $R$  uma Rede de Petri autônoma e  $R_s$  a mesma Rede de Petri com uma sincronização (isto é,  $R_s$  é obtida pela associação de um evento externo,  $e$ /ou um evento  $\lambda$  com cada transição de  $R$ ). Esta sincronização gera obstáculos na evolução de  $R_s$  que não existiam para a rede  $R$ . Esses obstáculos são devidos ao fato que, numa Rede de Petri Sincronizada, cada disparo de uma transição não é independente dos outros disparos: existem sequências de disparo elementar (uma SED é o conjunto de transições que devem ser disparadas simultaneamente) e existem disparos iterados (Um disparo iterado corresponde a uma sequência de SED que precisam ser executadas antes de qualquer outro evento externo ser levado em consideração). Isso significa que:

- 1) O conjunto de marcações alcançáveis estáveis de  $R_s$  (e até o conjunto de todas as marcações alcançáveis) é incluído no conjunto de marcações alcançáveis de  $R$ ;
- 2) O conjunto das possíveis sequências de disparo em  $R_s$  é incluída no conjunto das possíveis sequências de disparo na rede  $R$  (a linguagem de  $R_s$  é incluída na de  $R$ ).

A consequência disso é que, como regra, as propriedades que uma Rede de Petri autônoma não são preservadas quando esta mesma rede é sincronizada.

Quando nos movemos de uma Rede de Petri autônoma para uma Sincronizada, as propriedades afirmativas de limitação e segurança são preservadas.

### **3.3 – Redes de Petri Temporizadas**

Em uma Rede de Petri temporizada um atraso de disparo pode ser associado a uma transição. O atraso de disparo associado a uma transição  $t_j$  é representado por um  $d_j$  que equivale ao tempo de disparo daquela transição após sua habilitação. Caso não haja especificação de tempo, o atraso é considerado nulo, ou seja, a transição dispara imediatamente, e a transição é dita não temporizada.

### **3.4 – Considerações Finais**

Neste capítulo foram apresentadas as Redes de Petri sincronizadas com eventos externos e temporizadas. Essas redes são de grande importância no desenvolvimento deste projeto, já que somente utilizando-se de suas propriedades é possível criar um sistema de controle que recebe informação de sensores e envia comandos a serem executados pelo sistema.

## 4– Redes de Petri Interpretadas para Controle

### 4.1 – Introdução

A expressão “Rede de Petri Interpretada” pode ter vários entendimentos, de acordo com o uso. Este pode ser para programas, maquinaria, controle lógico, linguagens formais e avaliação de desempenho. As Redes de Petri interpretadas que este trabalho utiliza são as Redes de Petri interpretadas para controle (RPIC).

### 4.2 - Rede de Petri interpretada para controle

A Rede de Petri interpretada para controle recebe informações do meio externo, ou do sistema controlado, sendo essas informações formadas por variáveis  $C_j^e$ , que representam condições do meio externo; e  $e_j$ , eventos associados a mudanças no nível lógico dos sinais enviados pelos sensores. Essa rede também envia comandos que são responsáveis pela execução de tarefas. A Figura 13 ilustra esse funcionamento.

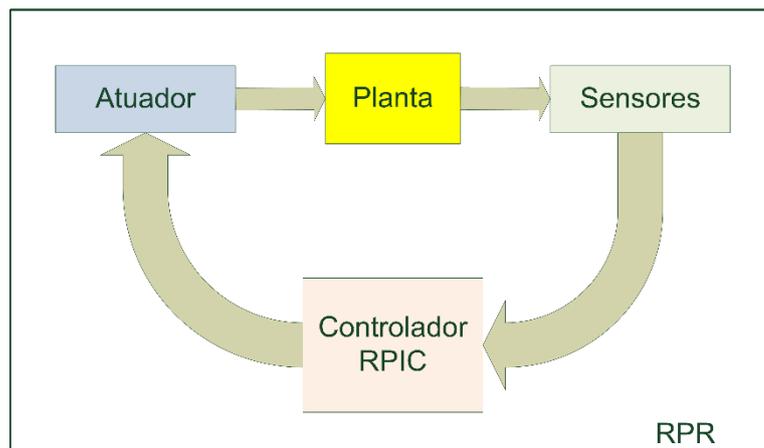


Figura 13: O funcionamento de um RPIC

A RPIC envia saídas para o meio externo, que podem ser ações contínuas, dependendo da marcação ( $A_i$  na Figura 14), ações impulsivas, isto é, eventos dependentes da mudança de marcação ( $B_i$  na Figura 14), ou variáveis resultantes de um cálculo.

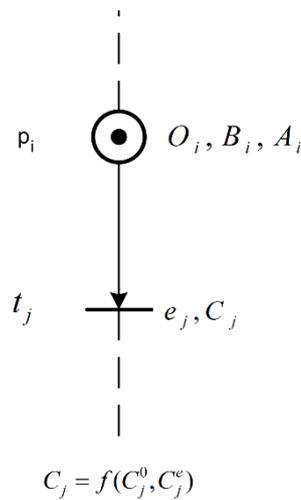
A Rede de Petri interpretada para controle envia ordens de operação ( $O_i$  na Figura 14, tipo evento) e recebe informação da parte de processamento de dados ( $C_j$ , na Figura 14).

A Figura 14 apresenta uma Rede de Petri interpretada para controle. Podemos dizer que entradas são associadas às transições e saídas são associadas aos lugares. Podemos ver que o evento  $e_j$  e uma

condição  $C_j$  estão associados à transição  $t_j$ . A condição  $C_j = C_j^e \cdot C_j^0$  é uma função dependente da parte de processamento de dados e do ambiente. O evento  $e_j$  é um evento externo derivado do ambiente ou o evento sempre ocorrente  $\lambda$ .

A transição  $t_j$  irá disparar *se* a transição  $t_j$  estiver habilitada e *se* a condição  $C_j$  for verdade *quando* o evento  $e_j$  ocorrer.

O produto  $R_j = E_j \cdot C_j$  é chamado de receptividade da transição  $t_j$ . Se  $t_j$  está habilitada, ela é receptiva a  $R_j$ . Se a transição  $t_j$  está habilitada e a condição  $C_j$  é verdade, a transição  $T_j$  é receptiva ao evento  $e_j$ . Note que a transição  $t_j$  é uma transição imediata se e somente se  $C_j = 1$  e  $e_j = \lambda$ .



**Figura 14: Representação de um lugar e de uma transição em uma RPIC**

Como podemos ver na Figura 14, ações denotadas por  $O_i, B_i$  e  $A_i$  são associadas ao lugar  $p_i$ . Quando uma ficha é depositada no lugar  $p_i$  no instante  $t$ , a operação  $O_i$  é carregada e a ação impulsional  $B_i$  enviada para o ambiente. A saída booleana  $A_i$  tem o valor 1 enquanto houver uma ficha em  $p_i$ .

Notação:

- A) Se  $e_j$  não é especificado, então  $e_j = \lambda$ .
- B) Se  $C_j$  não é especificado, então  $C_j = 1$ , isto é, a condição lógica  $C_j$  é verdadeira.
- C) Se  $O_i$  não é especificado, então  $O_i$  é o operador identidade, isto é, não existe modificação no estado das variáveis no processamento de dados.
- D) Se  $B_j$  não é especificado, não existe ação impulsional.
- E) Se  $A_i$  não é especificado, todas as saídas contínuas tem valor 0 (se não existir outro lugar marcado com saída contínua associada).

Uma ordem de operação ou uma ação impulsional no ambiente é feito cada vez que um lugar correspondente é marcado. Em alguns casos uma ficha é depositada em um lugar ao mesmo tempo em que outra ficha é retirada do seu lugar. Uma ordem de operação ou ação de impulsos associada a este lugar não é feito neste momento uma vez que o lugar é marcado sem descontinuidade.

Uma Rede de Petri interpretada para controle descreve um controlador. Esse controlador é determinístico se, para cada sequência de entrada, sua sequência de saída é unicamente determinada. O estado de uma Rede de Petri interpretada para o controle é definida por dois componentes: A marcação, e o estado da parte de processamento de dados. Então para que uma Rede de Petri interpretada para o controle seja determinística, ambos componentes também precisam ser.

Para que a marcação seja determinística, é necessário que não existam conflitos.

#### *Definição 6: Rede de Petri interpretada para controle*

Uma Rede de Petri interpretada para controle exhibe as cinco seguintes características (1 a 3, necessariamente, 4 e 5, possivelmente).

- 1) Sincronizada com eventos externos e estável.
- 2) Segura.
- 3) Determinística.
- 4) Possui uma parte de Processamento de dados cujo estado é definido pelo conjunto de variáveis  $V = \{V_1, V_2, \dots\}$ . Esse estado é modificado por operações  $O_i$  que podem ser associados a lugares. Isso determina o valor dos predicados  $C_j$ .
- 5) Recebe informação  $C_j^e$  do ambiente e envia ações contínuas  $A_i$  e ações de impulsionalis  $B_i$ , associado aos lugares, para o ambiente.

### **4.3 – Algoritmo de interpretação de uma Rede de Petri interpretada para controle**

A seguir será apresentado um algoritmo de interpretação para uma Rede de Petri interpretada para controle [5].

#### *Algoritmo: interpretação de uma Rede de Petri interpretada para controle*

- Passo 1) Iniciação da marcação; Iniciação de todas as ações de nível com o valor zero; execução das operações em ações de impulso associado aos lugares marcados. Vá para o passo 5.

Passo 2) Esperar pelo próximo evento externo. Quando um novo evento externo ocorrer, determine o conjunto  $\mathcal{T}$  de transições receptivas a este evento (o conjunto de eventos). Se  $\mathcal{T}$  for vazio, vá para o passo 6.

Passo 3) Faça a sequência elementar de disparo (dispare todas as transições em  $\mathcal{T}$ ).

Passo 4) Execute todos as operações e ações de impulso associados aos lugares que acabaram de ser marcados no passo 3.

Passo 5) Determine o conjunto  $\mathcal{T}$  de transições receptivas ao evento  $\lambda$ (sempre ocorrente). Se  $\mathcal{T}$  não for vazia, vá para o passo 3.

Passo 6) A marcação é estável.

Passo 6.1) Determine o conjunto  $\mathcal{A}_0$  de ações contínuas que precisam ser inativadas (ações associadas aos lugares que foram marcados no passo 2 e que não estão marcados agora, e ações condicionais associadas com os lugares que continuam marcados para os quais as condições não são mais verificadas).

Passo 6.2) Determine o conjunto  $\mathcal{A}_1$  de ações contínuas que precisam ser ativadas (Ações associadas com os lugares quem não estavam marcados no passo 2 e que estão marcados agora, possivelmente sob certas circunstâncias, e ações condicionais associados com os lugares que continuam marcados para os quais as condições são verificadas, quando não estavam no passo 2).

Passo 6.3) Atribua 0 a todas ações que pertencem a  $\mathcal{A}_0$  e não pertencem a  $\mathcal{A}_1$ . Atribua 1 a todas as ações que pertencem a  $\mathcal{A}_1$ . Vá para o passo 2.

## 5 – Obtenção de uma Rede de Petri interpretada para controle a partir da Rede de Petri rotulada do comportamento desejado

A obtenção de uma Rede de Petri interpretada para controle é, muitas vezes, feita na forma de tentativa e erro, sendo muito difícil a sua obtenção e às vezes demasiadamente demorado.

Uma forma de, a partir de uma Rede de Petri rotulada, criar uma Rede de Petri interpretada para controle, diminuiria em grande parte o tempo de modelagem dos sistemas de controle.

### 5.1 – Considerações iniciais

O primeiro passo para é construir uma Rede de Petri rotulada do comportamento desejado para o sistema a ser modelado.

Quando a Rede de Petri rotulada é construída, a tendência do projetista é fazer com que os eventos associados às transições, possam ser interpretados como sinais de sensores ou ações de atuadores sobre o sistema, como, por exemplo, a rede rotulada da Figura 15, que modela uma máquina com dois botões, um para ligar e outro para desligar.

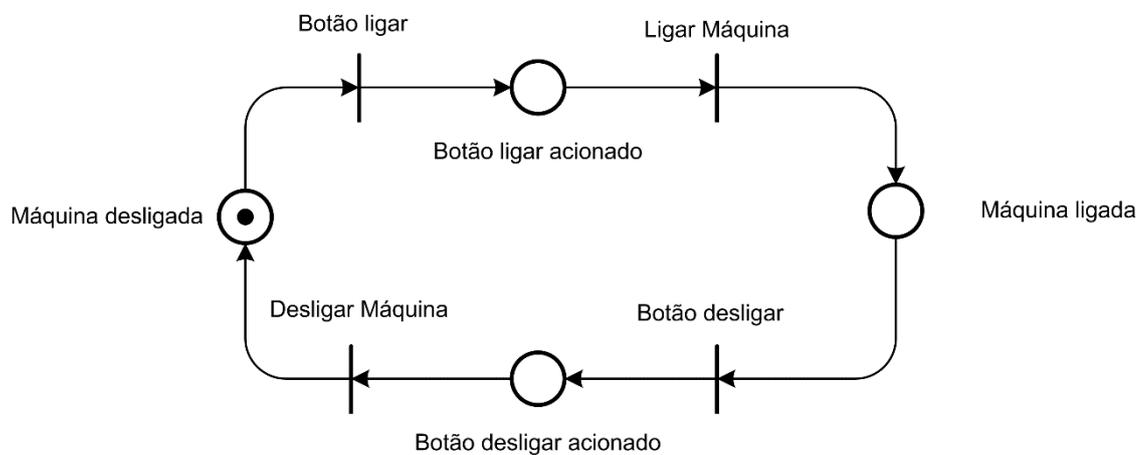


Figura 15: Rede de Petri exemplo de sensores e atuadores como eventos

A máquina está inicialmente desligada, então o botão de ligar é acionado, levando a máquina para o estado “botão ligar acionado”, o sistema de controle da máquina detecta e envia o comando para “ligar máquina”, ligando a máquina, ou seja, na Rede de Petri, uma ficha é atribuída ao lugar “máquina ligada”.

Com essa análise, percebe-se que as transições rotuladas pelos eventos “Botão ligar” e “Botão desligar” são associados a borda de subida de sinais e “Ligar Máquina” e “Desligar Máquina” são sinais para atuadores. A maior diferença entre elas é que uma transição rotulada por sensor, mesmo que habilitada, só dispara quando o evento que a rotula ocorre, enquanto a transição rotulada por um sinal

de um atuador *deve sempre ocorrer* no momento em que está habilitada. Caso haja duas transições habilitadas em um conflito sincronizadas com eventos de ação tem-se então um conflito real que deve ser evitado pelo projetista.

Do ponto de vista da Rede de Petri interpretada, são exatamente esses comandos que devem ser enviados à planta, e esses comandos, nesta rede não são modelados nas transições, mas sim nos lugares. Como mostrado na seção 4.2 sempre que na Rede de Petri interpretada uma ficha chega num lugar, as operações associadas a ele são realizadas. Então o próximo passo é transformar as transições “atuadoras” em lugares “atuadores”.

## 5.2 – A Rede de Petri Interpretada para Controle Direta

O segundo passo é “expandir” a Rede de Petri rotulada, substituindo as transições rotuladas por eventos atuadores por uma transição rotulada pelo evento  $\lambda$  sempre ocorrente, lugares “atuadores” e outra transição rotulada pelo evento  $\lambda$  sempre ocorrente. A Rede de Petri direta, obtida a partir da Rede de Petri rotulada da Figura 15 é mostrada na Figura 16

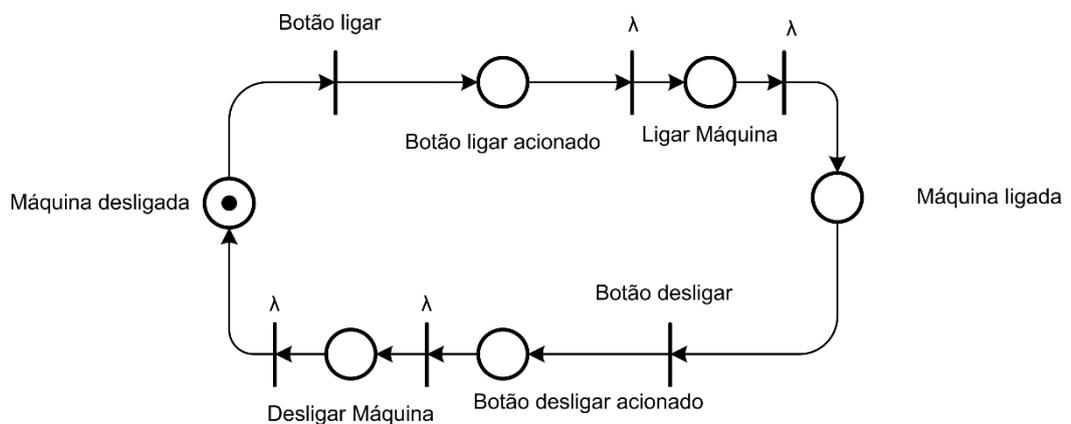


Figura 16: Rede de Petri expandida

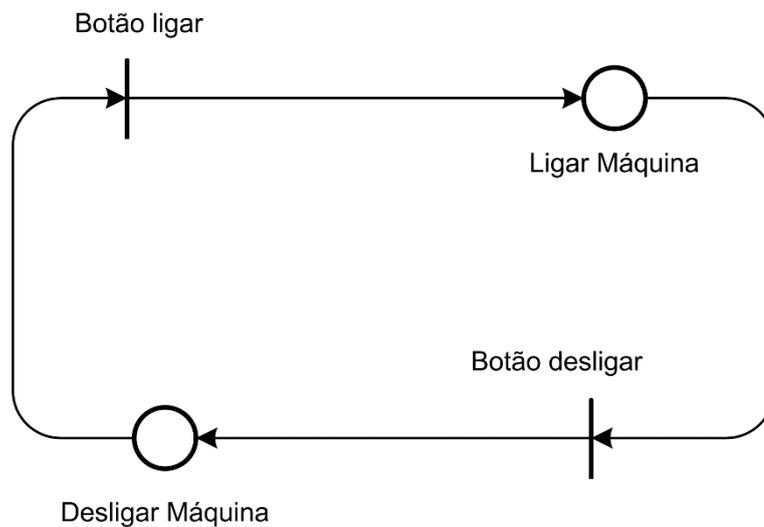
Esta rede expandida é um modelo para um controlador que leva o sistema a ter o comportamento desejado mostrado na Rede de Petri da Figura 15.

## 5.3 – Rede de Petri Interpretada para Controle Reduzida

A Rede de Petri expandida já transformou as transições “atuadoras” em lugares “atuadores” e esta já é uma Rede de Petri interpretada, contudo é possível diminuir o número de lugares e transições nela, para isso deve-se aglutinar um lugar que representa um estado do sistema, e um lugar que representa uma ação, ligados por uma transição rotulada pelo evento  $\lambda$  criadas na fase de expansão, em um único lugar que passa a representar ambos lugares originais.

Na prática, isso significa que, o lugar que representava um estado do sistema, do ponto de vista do controle some, já que somente sua ação ficará evidente ao RPIC, como deve ser.

No caso exemplo, a transição “Ligar Máquina” criou duas transições  $\lambda$  sendo uma ligada ao lugar “Botão ligar acionado” e outra ao lugar “Máquina ligada”. Ambos os lugares que representam estados do sistema. Então esses lugares e as transições  $\lambda$  a eles ligados serão aglutinados. O arco de saída da transição anterior ao lugar suprimido se ligará ao lugar posterior à transição suprimida, ou vice-versa caso o lugar e transição estiverem localizados após o lugar “atuador” restante. A Figura 17 apresenta a Rede de Petri retraída, após a aglutinação proposta pelo método.



**Figura 17: Rede de Petri reduzida**

Esta rede retraída possui todas as características necessárias para uma Rede de Petri interpretada para o controle fundamentada na seção 4.2 e pode ser utilizada como tal. Restando somente escolher um lugar inicial adequado, já que o estado inicial da Rede de Petri rotulada foi suprimido.

Nesse caso simples, somente um passo de retração foi feito, contudo, alguns passos a mais de redução podem ser necessários em redes maiores. Se na Rede de Petri reduzida forem encontrados lugares e transições que possam ser aglutinados, da forma aqui apresentada, basta aglutiná-los, diminuindo a RPIC em número de lugares e transições.

## **5.4 – Considerações finais**

Nos casos em que a transição original possui várias entradas e saídas, quando da fase de expansão, os arcos de entrada devem ser colocados na primeira transição rotulada por  $e$  criada e as de saída na segunda.

Muitas vezes um lugar criado na fase de redução ainda possui transições  $e$  ligadas a ele. Caso o outro lugar ligado a essa transição seja um outro estado do sistema ou uma ação que pode ser executada

simultaneamente com a primeira, é possível aglutinar os dois lugares, ficando um, com possivelmente duas ações de saídas.

## 6 – Exemplo

### 6.1 – Descrição do sistema

O sistema utilizado é apresentado na Figura 18, sendo composto por um braço robótico, duas esteiras mecânicas, uma região de espera e uma máquina. O sistema possui uma esteira em sua entrada, através da qual as peças chegam ao sistema. As peças podem ser de dois tipos: tipo 1 (com prioridade de Serviço) e tipo 2. As peças que chegam na esteira 1 movem-se sempre do ponto A para o ponto B. Não é permitido mais de uma peça por vez na esteira 1. Quando as peças chegam ao ponto B da esteira 1, ela é desligada, e toda vez que uma peça é removida da esteira 1, ela é ligada. O braço robótico é responsável pelo transporte das peças através do sistema, pegando as peças no ponto B da esteira 1 e colocando-as no recipiente localizado no ponto A da esteira 2. Um esquema é mostrado na Figura 18.

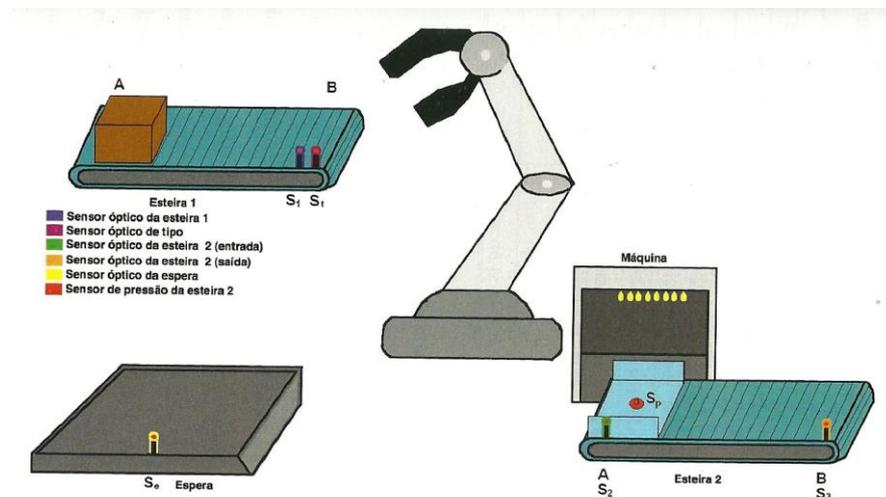


Figura 18: sistema de automação composto por um braço robótico, uma máquina, duas esteiras e uma região de espera. [1]

A esteira 2 também só permite uma peça por vez, e encontra-se desligada quando uma peça chega ao recipiente localizado no ponto A. A chegada da peça neste recipiente, aciona a máquina para atuar na peça. Ao terminar sua operação a máquina é desligada, fazendo com que a esteira 2 seja acionada do ponto A para o ponto B. O recipiente contendo a peça é então movido em direção ao ponto B, sendo a peça descarregada no fim da esteira 2. Ao final deste processo a esteira é desligada, sendo em seguida religada no sentido de B para A, fazendo com que seu recipiente volte para a posição A. Quando o recipiente retorna à posição A, a esteira é desligada novamente e fica aguardando uma nova peça.

Uma peça do tipo 2 tem prioridade sobre uma peça do tipo 1. Caso chegue uma peça do tipo 1 no ponto B da esteira 1 e haja uma peça no braço, esse leva essa peça para a espera, e então leva a peça tipo 1 para ser processada na esteira 2. Caso chegue uma peça do tipo 1 no ponto B da esteira 1 e haja uma

peça do tipo 2 sendo processada na esteira 2, a máquina para sua operação, o braço robótico move então a peça em processamento para região de espera e, em seguida, coloca a peça do tipo 1 na esteira 2 para que seja processada pela máquina. Uma peça na região de espera tem prioridade sobre uma peça do tipo 2 que chegue à esteira 1. Uma peça do tipo 1 nunca é colocada na região de espera, e uma peça do tipo 1 na esteira 2 nunca tem seu serviço interrompido .

## **6.2 – Modelagem do Sistema**

O sistema apresentado, consistindo de duas esteiras, um braço robótico e uma área de espera foi modelado de forma modular, que consiste em fazer seus diagramas das Redes de Petri modular separadamente e posteriormente os unir. Dessa forma é possível mais facilmente determinar suas respectivas Redes de Petri rotuladas.

Primeiramente são mostradas as Redes de Petri que representam o comportamento da esteira 1, o braço robótico e a esteira 2. Em seguida, são mostradas as Redes de Petri referentes ao comportamento da prioridade da peça 1 e do retorno de uma peça 2 na zona de espera ao processamento. Nessas redes aparecem lugares das Redes de Petri da esteira 1, braço robótico e esteira 2. Por fim, é mostrada a rede total que segue o comportamento desejado para o sistema como um todo.

Não é feito uma Rede de Petri modular que modele a área de espera. Tal rede fica diluída nas redes modulares que compõe o comportamento da prioridade da peça do tipo 1 e retorno de peça do tipo 2 ao sistema, e será destacada na Rede de Petri do comportamento desejado completo.

### **6.2.1 – Esteira 1**

Ao se construir a Rede de Petri rotulada da esteira 1 obtêm-se o diagrama mostrado na Figura 19. Seus lugares e transições são rotulados pelos estados e eventos mostrados na Tabela 1.

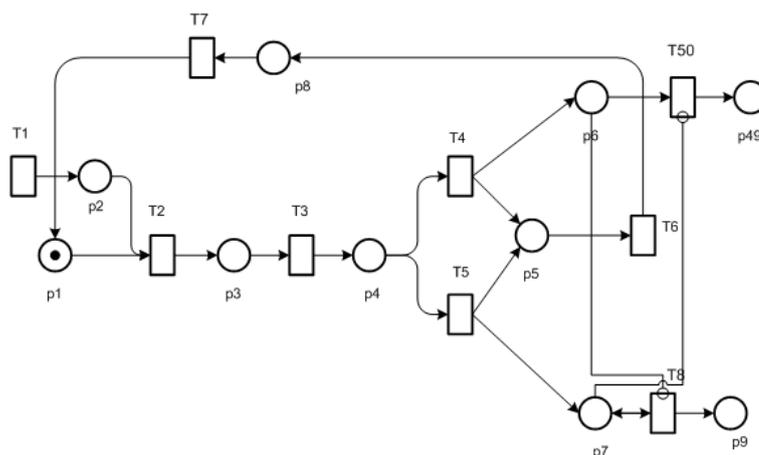


Figura 19: Rede de Petri rotulada da esteira 1

Tabela 1 : Transições e Lugares da Rede de Petri rotulada da esteira 1

Transição		Lugar	
<b>T1</b>	Entrada de Peça	<b>p<sub>1</sub></b>	Esteira 1 ligada
<b>T2</b>	Chegada de peça em B da esteira 1	<b>p<sub>2</sub></b>	Peça no ponto A da esteira 1
<b>T3</b>	Desligar esteira 1	<b>p<sub>3</sub></b>	Peça no ponto B da esteira 1
<b>T4</b>	Sensor de tipo 1 ativa	<b>p<sub>4</sub></b>	Esteira 1 desligada com peça em B
<b>T5</b>	Sensor de tipo 2 ativa	<b>p<sub>5</sub></b>	Esteira 1 desligada com peça definida
<b>T6</b>	Braço pega peça da esteira 1	<b>p<sub>6</sub></b>	Peça tipo 1 no sistema
<b>T7</b>	Ligar esteira 1	<b>p<sub>7</sub></b>	Peça tipo 2 no sistema
<b>T8</b>	Preparar prioridade	<b>p<sub>8</sub></b>	Esteira 1 sem peça no ponto B
<b>T50</b>	Anular prioridade	<b>p<sub>9</sub></b>	Prioridade preparada
		<b>p<sub>49</sub></b>	Prioridade anulada

A Rede de Petri começa com o lugar  $p_1$  marcado. A entrada de peça é modelada pela transição  $T1$ . Quando uma peça chega no ponto B da esteira 1, um sensor associado a transição  $T2$  dispara, tirando as fichas de  $p_1$  e de  $p_2$ , depositando uma ficha em  $p_3$ . Assim, a transição  $T3$  está habilitada e dispara, removendo a ficha de  $p_3$  e depositando uma ficha em  $p_4$ . Aqui os sensores de tipo 1 e tipo 2 são associados às transições  $T4$  e  $T5$ , respectivamente. Quando o tipo de peça for definido pelos sensores, a

transição associada a ele irá disparar tirando a ficha de  $p_4$  e depositando em  $p_5$ . Se a peça for do tipo 1, a transição  $T4$  irá disparar e depositará, também, uma ficha em  $p_6$ , deixando a informação que este tipo de peça entrou no sistema. Se a peça for do tipo 2, será  $T5$  que irá disparar, depositando também uma ficha em  $p_7$ , informando que a peça que entrou no sistema é do tipo 2. Se a peça é do tipo 2 e não existe uma peça do tipo 1 no sistema, a transição  $T8$  estará habilitada (o arco inibidor ligando  $p_6$  e  $T8$  garante isso) e disparará, assim a prioridade da peça tipo 1 estará garantida, como será abordado futuramente. Caso uma peça do tipo 1 entre no sistema, sem que haja uma peça do tipo 2, a transição  $T50$  estará habilitada e disparará, anulando a prioridade. Assim que o braço pegar a peça do ponto B da esteira 2,  $T6$  irá disparar, removendo a peça ou de  $p_5$  e depositando uma peça em  $p_8$ , habilitando e disparando  $T7$ , o que leva a esteira 1 a ser ligada novamente esperando a entrada de uma nova peça.

### 6.2.2 – Braço Robótico

Ao se construir a Rede de Petri que represente o braço robótico, obtêm-se o diagrama mostrado na Figura 20. Seus lugares e transições são rotulados pelos estados e eventos da Tabela 2.

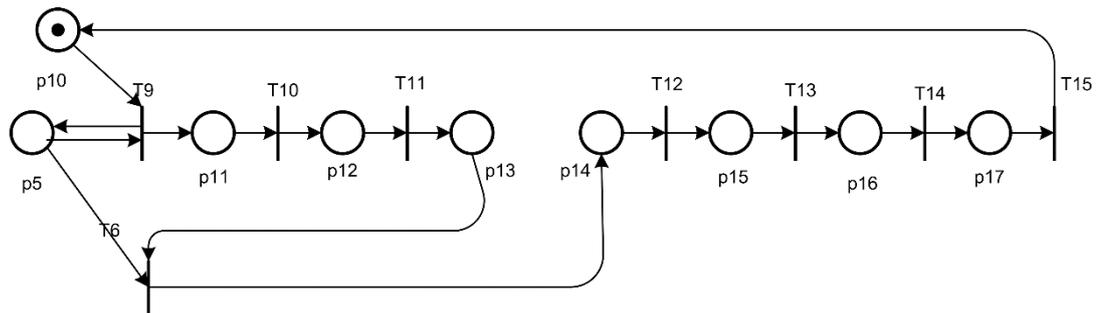


Figura 20: Diagrama da Rede de Petri representando o braço robótico

Tabela 2: Transições e Lugares da Rede de Petri rotulada do braço robótico

Transição	Lugar
<b>T9</b>	Enviar braço a esteira 1 $p_{10}$ Braço livre
<b>T10</b>	Braço chega a esteira 1 $p_{11}$ Braço se movendo para esteira 1
<b>T11</b>	Pegar peça da esteira 1 $p_{12}$ Braço na esteira 1
<b>T12</b>	Enviar braço a esteira 2 $p_{13}$ Braço se movendo para pegar peça
<b>T13</b>	Braço chega a esteira 2 $p_{14}$ Braço na esteira 1 com peça
<b>T14</b>	Deixar peça na esteira 2 $p_{15}$ Braço se movendo para esteira 2

<b>T15</b>	Braço larga peça na esteira 2	$p_{16}$	Braço na esteira 2 com peça
		$p_{17}$	Braço deixando peça na esteira 2

A Rede de Petri marcada do braço robótico tem como estado inicial somente o lugar  $p_{10}$  marcado com uma ficha.

Quando uma peça chega na esteira 1 (lugar  $p_5$  marcado), a transição  $T9$  estará habilitada e disparará, fazendo com que o braço se mova em direção a esteira 1 (e devolvendo a ficha para o lugar  $p_5$ , para que esta seja retirada definitivamente quando a peça sair da esteira 1, modelado pela transição  $T6$ ) e deposita uma ficha no lugar  $p_{11}$ , habilitando a transição  $T10$  que disparará quando o braço chegar a esteira 1, quando isso acontecer, o lugar  $p_{12}$  será marcado, habilitando e disparando a transição  $T11$ , marcando assim o lugar  $p_{13}$ . Esse lugar, juntamente com o lugar  $p_5$ , ainda marcado, habilitarão a transição  $T6$  (Tabela 1) e ela disparará assim que o braço pegar a peça, desmarcando assim seus lugares de entrada ( $p_5$  e  $p_{13}$ ) e marcando o lugar  $p_{14}$ . Com esse lugar marcado, a transição  $T12$  estará habilitada e disparará, fazendo o braço se mover em direção à esteira 2 e marcando o lugar  $p_{15}$ , habilitando a transição  $T13$ , que disparará assim que o braço chegar a esteira 2, marcando então o lugar  $p_{16}$  que habilitará e disparará a transição  $T14$  que fará o braço deixar a peça que segura na esteira 2, marcando o lugar  $p_{17}$ , assim que o braço largar a peça na esteira 2 a transição  $T15$  habilitada disparará, marcando o lugar  $p_{10}$ , informando que o braço está novamente livre.

### 6.2.3 – Esteira 2

A Rede de Petri que representa a esteira 2 é a mostrada na Figura 22 e seus lugares e transições são rotulados pelos estados e eventos da Tabela 3:

**Tabela 3: Transições e lugares da Rede de Petri rotulada da esteira 2**

<b>Transição</b>		<b>Lugar</b>	
<b>T16</b>	Iniciar processo de peça	$p_{18}$	Esteira 2 livre
<b>T17</b>	Fim de processo de peça	$p_{19}$	Esteira 2 com peça em A
<b>T18</b>	Ligar esteira 2 de A→B	$p_{20}$	Esteira 2 processando peça
<b>T19</b>	Esteira 2 em B	$p_{21}$	Peça processada em A da esteira 2
<b>T20</b>	Desligar esteira 2	$p_{22}$	Esteira 2 ligada de A→B

<b>T21</b>	Saída de peça da esteira 2	<b>p<sub>23</sub></b>	Peça em B da esteira 2
<b>T22</b>	Ligar esteira 2 de B→A	<b>p<sub>24</sub></b>	Esteira 2 desligada com peça
<b>T23</b>	Esteira 2 em A vazia	<b>p<sub>25</sub></b>	Esteira 2 desligada sem peça
<b>T24</b>	Desligar esteira 2	<b>p<sub>26</sub></b>	Esteira 2 ligada B→A
<b>T25</b>	Desligar esteira 2	<b>p<sub>27</sub></b>	Esteira 2 em A vazia
<b>T26</b>	Desligar esteira 2		
<b>T51</b>	Desligar esteira 2		

A Rede de Petri marcada da esteira 2 tem seu estado inicial somente com o lugar  $p_{18}$  marcado. Como pode ser visto na Figura 22 este lugar é um pré-requisito para que as transições  $T14$  e  $T15$  do braço possam disparar, isto é, somente se a esteira 2 estiver livre o braço poderá deixar a peça que está segurando na mesma.

O funcionamento do modelo da esteira 2 é semelhante ao do braço. Se a esteira está livre, indicado pelo lugar  $p_{18}$ , então o braço poderá deixar a peça que segura, para que, então, o estágio de processamento tenha início (denotado pelo lugar  $p_{19}$ ).

Essas três Redes de Petri são bastante auto-explicativas, já que elas seguem um padrão direto de entrada e saída. Nas modelagens seguintes, as decisões de controle referentes à prioridade da peça do tipo 1, e retorno de peça do tipo 2, da espera ao processamento serão apresentadas. Os modelos a seguir são menos intuitivos e serão explicados com mais detalhes.

#### 6.2.4 – Prioridade de processamento de peça do tipo 1 com peça tipo 2 no Braço

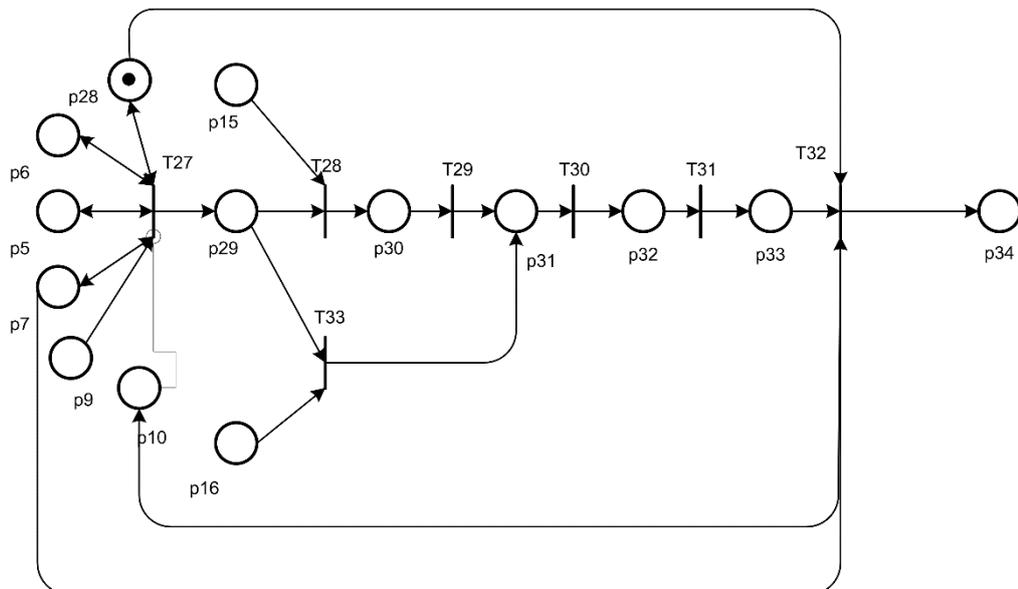
A Figura 21 mostra a Rede de Petri que modela a ativação da prioridade da peça tipo 1, quando houver uma peça do tipo 2 sendo transportada pelo braço. Seus lugares e transições são rotulados pelos estados e eventos da Tabela 4:

**Tabela 4: Transições e lugares para a prioridade com peça no braço**

Transições		Lugares	
<b>T27</b>	Ativação de prioridade com peça tipo 2 no braço	<b>p<sub>28</sub></b>	Espera vazia
<b>T28</b>	Parar movimento do braço	<b>p<sub>29</sub></b>	Prioridade encontrada com peça do tipo 2 no braço

<b>T29</b>	Enviar Braço a espera	<b>p<sub>30</sub></b>	Braço parado
<b>T33</b>	Enviar braço a espera	<b>p<sub>31</sub></b>	Braço se movendo para espera com peça tipo 2
<b>T30</b>	Braço chega a espera	<b>p<sub>32</sub></b>	Braço na espera com peça tipo 2
<b>T31</b>	Deixar peça tipo 2 na espera	<b>p<sub>33</sub></b>	Braço deixando peça tipo 2 na espera
<b>T32</b>	Braço larga peça do tipo 2 na espera	<b>p<sub>34</sub></b>	Espera ocupada

A Rede de Petri marcada inicial tem somente o lugar  $p_{28}$  marcado, esta rede começa a evoluir (ou seja, a prioridade representada pela transição  $T27$  dispara) quando existe uma peça do tipo 2 no sistema (lugar  $p_7$  marcado), sem que haja uma peça do tipo 1 previamente no sistema (lugar  $p_9$  marcado), a espera esteja livre (lugar  $p_{28}$  marcado), o braço não esteja livre (lugar  $p_{10}$  desmarcado) e chega uma peça no ponto B da esteira 1 (lugar  $p_5$  marcado) e essa peça seja do tipo 1 (lugar  $p_6$  marcado). Quando a prioridade é encontrada, a transição  $T27$  é habilitada e dispara, marcando o lugar  $p_{29}$ . Por sua vez essa lugar habilita as transições  $T28$  ou  $T33$ , o disparo delas depende do estado do braço com a peça.  $T28$  disparará caso  $p_{15}$  esteja marcado (Braço se movendo para esteira 2 com peça) e  $T33$  disparará caso  $p_{16}$  esteja marcado (Braço na esteira 2 com peça).



**Figura 21:** Rede de Petri que modela a prioridade de peça 1 com peça 2 no braço

Em qualquer dos casos, inicia-se o processo de se retirar a peça do tipo 2 do sistema e levá-la para a espera, dando a oportunidade que a peça de tipo 1 inicie seu caminho através do mesmo. A diferença

está no fato de que se a transição  $T28$  disparar, ela irá comandar que o braço seja parado do movimento que está fazendo, marcando o lugar  $p_{29}$  habilitando e disparando a transição  $T29$  que é o mesmo comando que a transição  $T33$  dá quando dispara, ambas marcando então o lugar  $p_{31}$ , significando que o braço está se movendo em direção à espera segurando uma peça do tipo 2, e habilitando a transição  $T30$ , quando o braço chegar a espera, essa transição dispara, depositando uma ficha em  $p_{32}$ , habilitando e disparando a transição  $T31$ , marcando o lugar  $p_{33}$ , e quando o braço informar que deixou a peça na espera, a transição  $T32$  disparará, retirando uma ficha de  $p_{28}$  e de  $p_7$  e depositando uma ficha em  $p_{34}$  e em  $p_{10}$ .

Vale ressaltar que apesar de a transição  $T27$  iniciar a prioridade no braço e ter como lugares de entrada  $p_7$  e  $p_{28}$  é somente depois do disparo da transição  $T32$  que o sistema irá permitir que a peça do tipo 1 que gerou a prioridade, iniciar sua evolução através dele, pois é esta transição que representa a entrada de peça do tipo 2 na espera (retirada de ficha do lugar  $p_{28}$  e colocação de ficha no lugar  $p_{34}$ ) e liberação do braço (depósito de ficha no lugar  $p_{10}$ ).

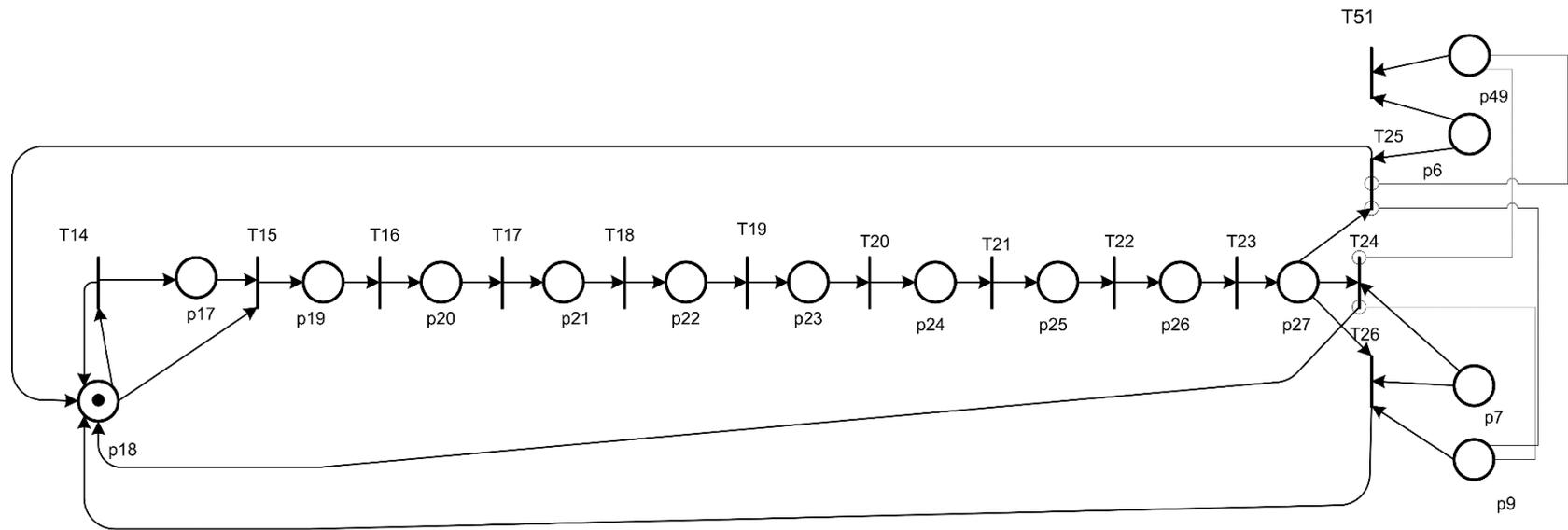
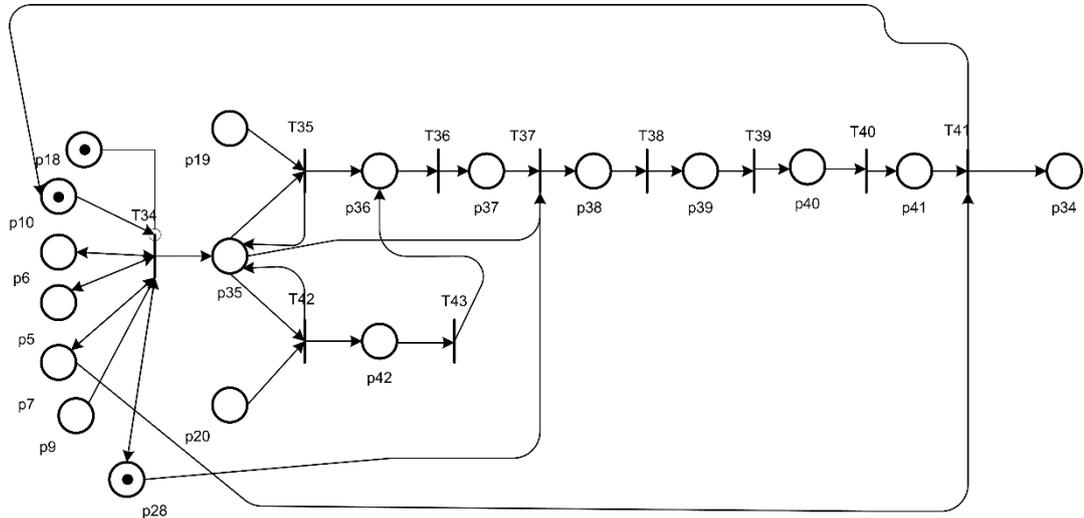


Figura 22: Rede de Petri representando a esteira 2

### 6.2.5 – Prioridade de processamento de peça do tipo 1 com peça tipo 2 na esteira 2

A Figura 23 mostra a Rede de Petri que modela o comportamento para a ativação da prioridade da peça do tipo 1 chegando ao ponto B da esteira 1, quando houver uma peça do tipo 2 na esteira 2.



**Figura 23: Rede de Petri que modela a prioridade de peça do tipo 1 quando há peça do tipo 2 em processamento**

Seus lugares e transições são rotulados pelos estados e eventos da Tabela 5:

**Tabela 5: Transições e lugares da Rede de Petri da prioridade com peça na esteira 2**

Transição	Lugares
<b>T34</b>	Ativação de prioridade com peça na esteira 2
<b>T35</b>	Enviar braço a esteira 2
<b>T36</b>	Braço chega a esteira 2
<b>T37</b>	Pegar peça tipo 2 da esteira 2
<b>T38</b>	Enviar braço a espera
<b>T39</b>	Braço chega na espera
<b>T40</b>	Deixar peça tipo 2 na espera
<b>T41</b>	Braço larga peça na espera

<b>T42</b>	Interromper Processo
	2
<b>T43</b>	Enviar braço a espera
	2

---

No caso da prioridade com peça do tipo 2 na esteira 2, as considerações são similares às da prioridade com peça no braço.

Esta rede começa a evoluir (ou seja, a prioridade representada pela transição  $T34$  dispara) quando existe uma peça do tipo 2 no sistema (lugar  $p_7$  marcado), sem que haja uma peça do tipo 1 previamente no sistema (lugar  $p_9$  marcado), a espera esteja livre (lugar  $p_{28}$  marcado), o braço esteja livre (lugar  $p_{10}$  marcado) e a esteira 2 esteja ocupada (lugar  $p_{18}$  marcado) e chega uma peça no ponto B da esteira 1 (lugar  $p_5$  marcado) e essa peça seja do tipo 1 (lugar  $p_6$  marcado).

Aqui também existe a necessidade de saber o que está sendo feito com a peça tipo 2 no sistema, para que as decisões de controle corretas sejam tomadas, por isso a existência das transições  $T35$  e  $T42$  tendo como lugares de entradas  $p_{19}$  (Esteira 2 com peça em A ) e  $p_{20}$  (Esteira 2 processando peça), respectivamente. Caso  $p_{19}$  esteja marcado,  $T35$  disparará, se  $p_{20}$  que estiver marcado, será  $T42$  que disparará.

A esteira 2 ficará livre quando a transição  $T37$  disparar, a peça do tipo 1 que está na esteira 1 só continuará sua evolução pelo sistema depois que o braço ficar livre, quando a transição  $T41$  disparar.

#### **6.2.6 – Retorno de peça do tipo 2 da região de espera para o processamento**

A Rede de Petri da Figura 24 mostra o comportamento desejado de quando uma peça do tipo 2 previamente colocada na espera, retorna a esteira 2 para continuar a ser processada. Isso ocorre se não existe peça do tipo 1 em B da esteira 1.

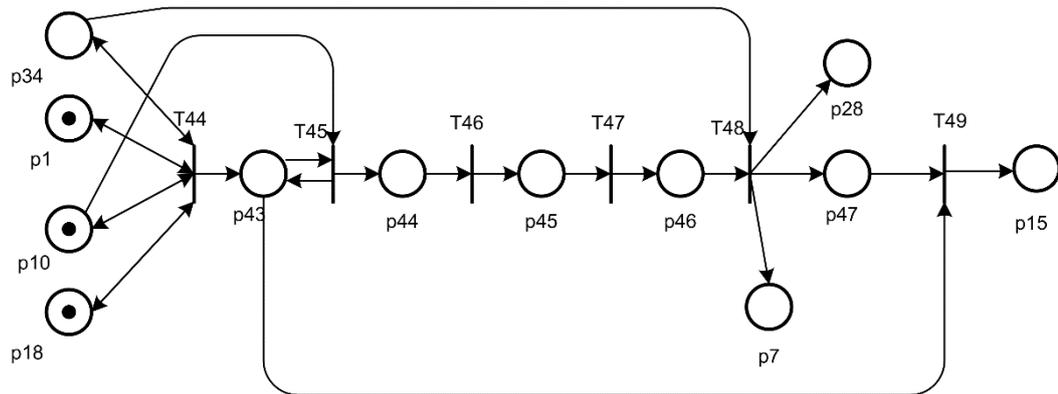


Figura 24: Rede de Petri que modela o retorno de uma peça do tipo 2 na espera ao processamento

Os lugares e transições desta rede são rotulados pelos estados e eventos da Tabela 6

Tabela 6: Transições e lugares da Rede de Petri do retorno de peça tipo 2 ao sistema

Transições		Lugares	
<b>T44</b>	Ativar retorno de peça tipo 2 ao sistema	<b>p<sub>43</sub></b>	Retorno de peça tipo 2 ao sistema ativado
<b>T45</b>	Enviar braço a espera	<b>p<sub>44</sub></b>	Braço se movendo para a espera
<b>T46</b>	Braço chega a espera	<b>p<sub>45</sub></b>	Braço na espera
<b>T47</b>	Pegar peça tipo 2 da espera	<b>p<sub>46</sub></b>	Braço pegando peça tipo 2 da espera
<b>T48</b>	Saída de peça tipo 2 da espera	<b>p<sub>47</sub></b>	Braço na espera com peça tipo 2
<b>T49</b>	Enviar braço a esteira		

Uma peça do tipo 2 colocada previamente na espera (lugar  $p_{34}$  marcado), retornará à esteira 2 caso a esteira 1 esteja ligada sem peça (lugar  $p_1$  marcado), o braço esteja livre (lugar  $p_{10}$  marcado) e a esteira 2 esteja livre (lugar  $p_{18}$  marcado). Assim a transição  $T_{44}$  estará habilitada e disparará, ativando o retorno da peça tipo 2 ao sistema, o lugar  $p_{43}$  modela essa ativação. Com esse lugar ativado, a transição  $T_{45}$  fica habilitada e dispara, enviando o braço em direção à espera (lugar  $p_{44}$  marcado). Assim que o braço chega na espera, (disparo da transição  $T_{46}$ , marcando o lugar  $p_{45}$ ), é enviado o comando para o braço pegar a peça tipo 2 (disparo da transição  $T_{47}$  e marcação do lugar  $p_{46}$ ). Assim que o braço informa que está com a peça tipo 2 a transição  $T_{48}$  dispara e marca o lugar  $p_{47}$  e o lugar  $p_7$ , significando que a

peça tipo 2 retornou ao sistema; assim a espera fica livre (retirada da ficha de  $p_{34}$  e marcação do lugar  $p_{28}$ ) e o comando para enviar o braço para a esteira 2 é dado (disparo da transição  $T49$ ), colocando uma ficha em  $p_{15}$  (lugar pertencente ao braço). Com esse lugar marcado, a rede prosseguirá evoluindo, levando a peça à esteira 2 para ser processada e depois retirada do sistema.

### **6.2.7 – Modelo completo do exemplo estudado**

A Figura 25 mostra a Rede de Petri marcada completa do exemplo. Aqui as redes modulares apresentadas anteriormente são unidas, fazendo com que seus lugares e transições em comum sejam ligadas. Dessa forma obtemos uma Rede de Petri que modela o comportamento desejado de todo o sistema, e é nela que são analisados os casos de conflito e prioridade de disparo.

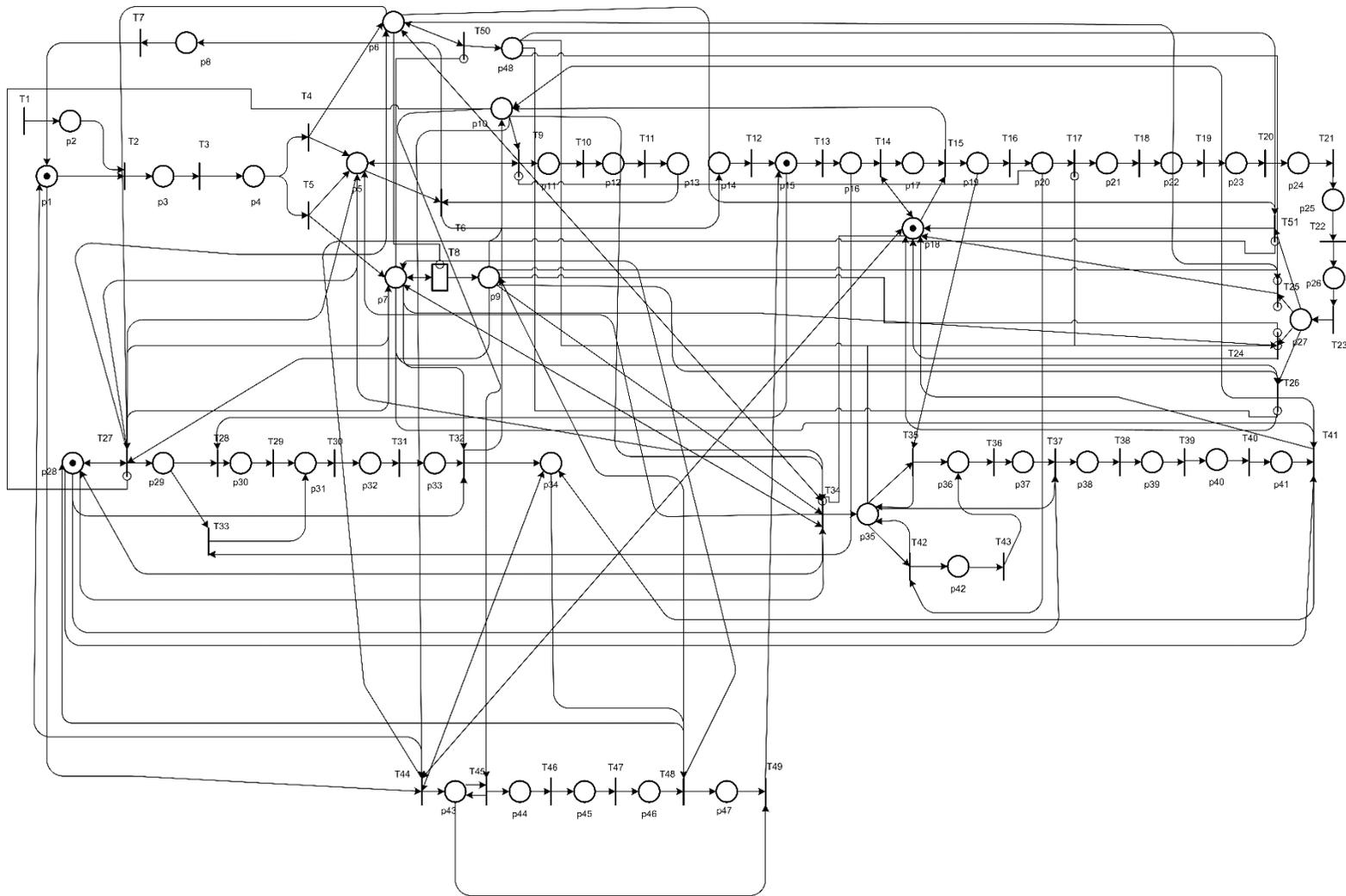


Figura 25: Rede de Petri completa do comportamento desejado do sistema

### 6.2.7.1 – O funcionamento da Rede de Petri completa

Aqui será explicado o funcionamento unificado das redes da esteira 1, braço robótico e esteira 2, pois existem transições e lugares que são comuns às três redes, e que portanto necessitam de uma descrição de como funcionam em conjunto e seu papel em cada uma das redes, além da introdução de arcos inibidores para a solução de conflitos.

O modelo da Rede de Petri marcada do comportamento desejado do sistema tem como estado inicial somente os lugares  $p_1$ ,  $p_{10}$ ,  $p_{18}$  e  $p_{28}$ , esses lugares significam que é desejado que inicialmente a esteira 1 esteja ligada, o braço esteja livre, a esteira 2 esteja livre e a espera também esteja livre, respectivamente. Como explicado anteriormente, quando uma peça entra no sistema, e ela chega no ponto B da esteira 2, essa esteira desliga, modelado pelo disparo da transição  $T3$  e marcação do lugar  $p_4$ , nesse momento os sensores de tipo associados às transições  $T4$  e  $T5$  reconhecem o tipo de peça no sistema, se for tipo 1, a transição  $T1$  disparará, se for peça tipo 2, a transição  $T5$  disparará, marcando então o lugar  $p_5$  e,  $p_6$  ou  $p_7$ . Esses dois últimos são os lugares serão referência para toda a rede, pois marcarão que tipo de peça está no sistema, até que essa peça seja processada e retirada do sistema, ou caso seja uma peça do tipo 2, seja colocada na espera para uma futura reintrodução no sistema, se necessário. Vale a pena chamar a atenção que  $p_6$  somente terá sua ficha retirada permanentemente quando a transição  $T25$  da esteira 2 disparar, e que só ocorrerá o mesmo com  $p_7$  quando  $T24$  ou  $T26$  dispararem. O lugar  $p_9$  será marcado se uma peça do tipo 2 entrar no sistema e não houver uma peça do tipo 1 já presente. Esse lugar foi necessário pois deve haver uma forma da Rede de Petri detectar se a peça do tipo 2 no sistema deve ser levada à espera (por isso, este lugar é um lugar de entrada de ambas redes modulares de prioridade); isso acontece (a peça 2 ser levada à espera) quando da existência de uma peça do tipo 2 passando pelo sistema, e ocorrer a entrada de uma peça do tipo 1. Caso exista uma peça do tipo 1, e a entrada posterior de uma peça do tipo 2, a peça tipo 1 irá fazer todo seu caminho e então sairá pela esteira 2, e então a peça tipo 2 iniciará seu caminho, sem ser colocada na espera logo que chegar no ponto B da esteira 2. Assim que a peça do tipo 1 sair, o lugar  $p_9$  será marcado (pois a transição  $T8$  não estará mais desabilitada pelo arco inibidor) e caso chegue uma peça do tipo 1, as Redes de Petri que modelam as prioridades colocarão aquela peça do tipo 2 na espera.

#### *Resolução de conflito*

Quando as redes modulares foram unidas, alguns conflitos foram gerados, para a solução deles foram estudadas suas prioridades, e as transições que não deveriam disparar naquele momento foram desabilitadas usando arcos inibidores, por exemplo, a transição  $T34$  é inibida pelo lugar  $p_{18}$ , assim essa transição não irá disparar assim que uma peça do tipo 1 e do tipo 2 forem detectadas, pois a prioridade é possível graças ao lugar  $p_9$  marcado, e antes da peça tipo 2 chegar na esteira 2. Esse arco inibidor diz que a transição  $T34$  não tem prioridade de disparo até que a esteira 2 esteja ocupada.

Pode-se perceber que na esteira 1 existe uma transição e um lugar cujos rótulos são diferentes dos demais, a transição  $T50$  e o lugar  $p_{49}$ . Esses lugares, foram acrescentados para remover um conflito na saída de peças na esteira 2, e seus rótulos permaneceram dispares dos outros da esteira 1 para denotar esse acréscimo. O lugar  $p_{49}$  é utilizado para única e exclusivamente impedir que as transições de saída da peça do tipo 2 disparem no caso de uma peça do tipo 2 estar no ponto B da esteira 1 enquanto uma peça do tipo 1 está no ponto B da esteira 2, resolvendo o conflito entre as transições  $T25$  e  $T26$ .

### **6.3 – RP Direta**

Aplicando as regras para a construção da Rede de Petri direta descritas na seção 5.2 na Rede de Petri do comportamento desejado do sistema representado na Figura 25, descobre-se que as transições que devem ser expandidas são as mostradas em vermelho na Figura 26 e então ao fazê-lo obtêm-se a Rede de Petri direta da Figura 27. Essa já é uma RPIC, pois possui todas as características necessárias para tal, contudo ela possui muitos lugares e transições que não possuem características de controle, e portanto, para diminuir o tempo de processamento é possível, e indicado, que a rede seja reduzida.

### **6.4 – RPIC reduzida**

Aplicando as regras de retração do método descrito na seção 5.3 na Rede de Petri direta da Figura 27, descobre-se que as transições e lugares que devem ser retraídas são as marcadas na Figura 28, e as retraindo é obtida a Rede de Petri retraída da Figura 29. Esta Rede de Petri é uma Rede de Petri interpretada para o controle que pode ser utilizada para o controle do exemplo estudado.

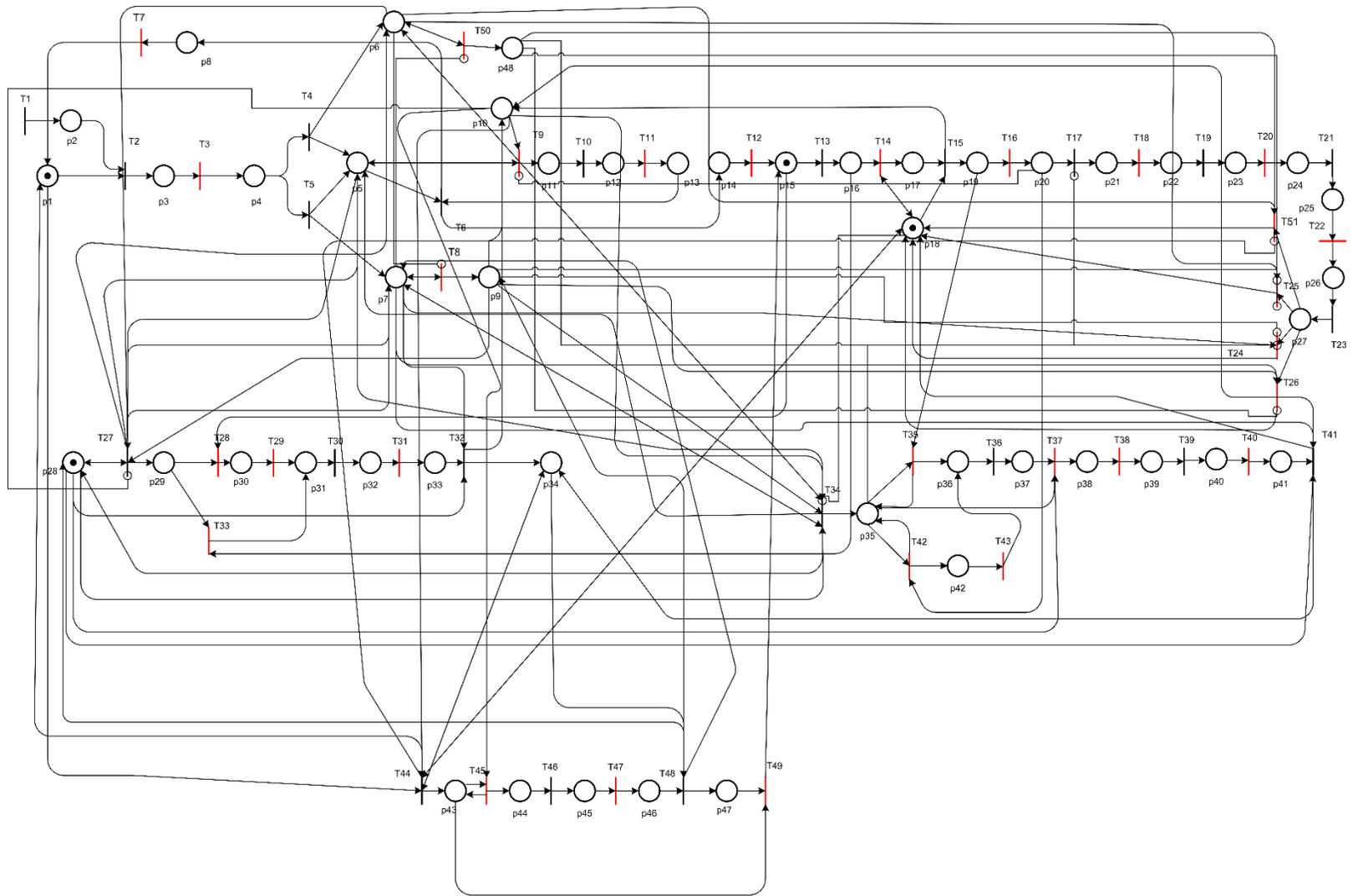


Figura 26: Rede de Petri completa do comportamento desejado do sistema com as transições a serem expandidas marcadas

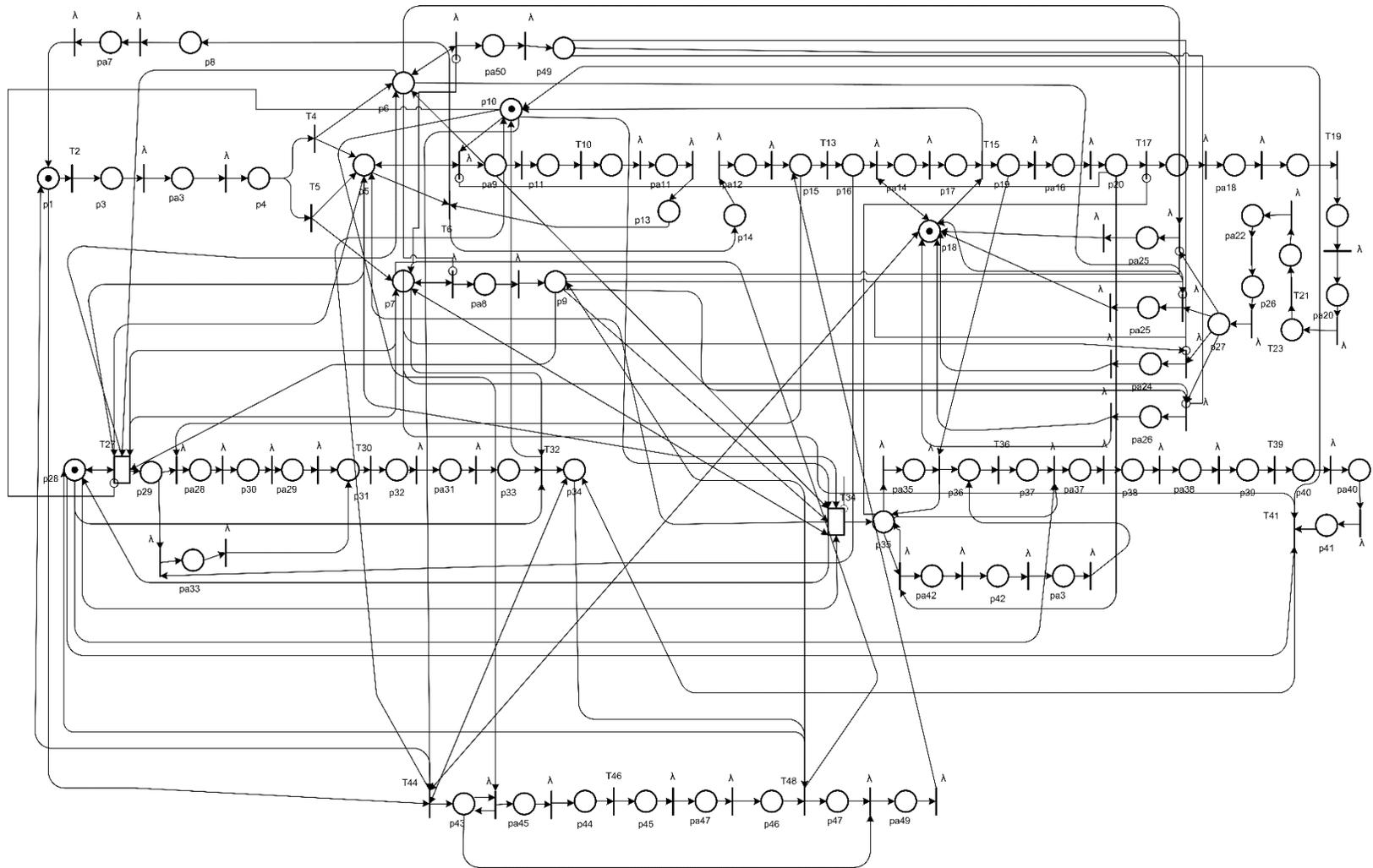


Figura 27: Rede de Petri direta

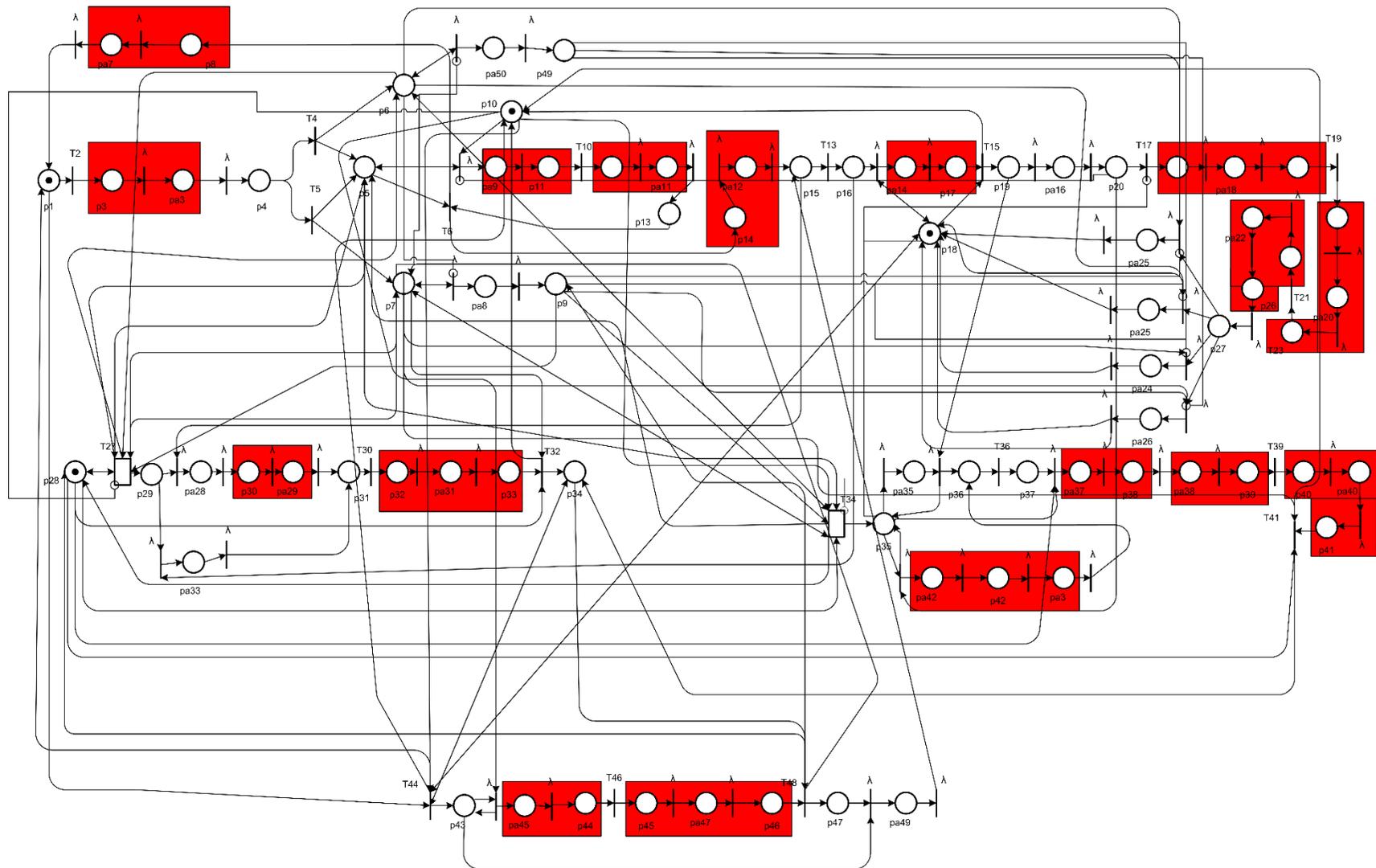


Figura 28: Rede de Petri direta com marcação de transições e lugares para retração

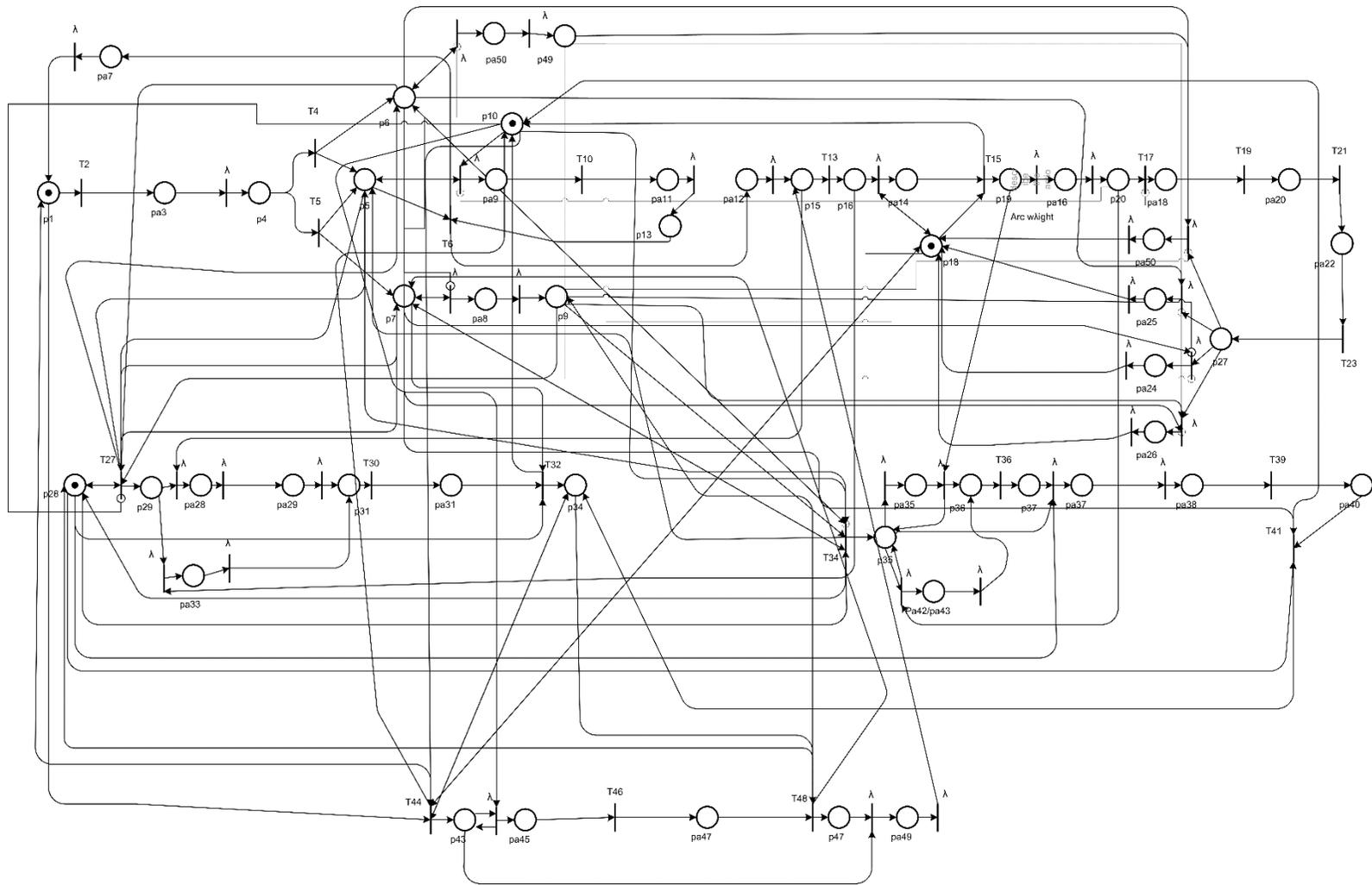


Figura 29: Rede de Petri interpretada para Controle reduzida do exemplo estudado

## **Conclusão**

Este projeto mostra uma forma de obter uma Rede de Petri interpretada para controle a partir da Rede de Petri do comportamento desejado do sistema. A Rede de Petri encontrada é funcional e possui todas as qualidades requeridas para que possa ser implementada.

Comparativamente com as RPIC encontradas pelos métodos existentes atualmente, a rede aqui encontrada é maior, ou seja, possui um número de lugares e transições maior, o que será refletido num maior tempo de processamento por parte dos microprocessadores, contudo, nesta rede é garantida o funcionamento desejado do sistema em 100% das vezes desde sua implementação, e, o tempo entre a apresentação do comportamento desejado, e o encontro da solução, isto é, a RPIC, é menor, o que garante uma implementação e obtenção dos resultados em um período de tempo menor; além de ser garantida a não necessidade de testes que busquem uma eventual falha de controle, se o comportamento do sistema for bem definido.

Aplicando o método a mais exemplos, será possível obter mais regras tanto para encontrar as redes direta quanto a reduzida, podendo assim aplicar a casos cada vez mais gerais de sistemas a eventos discretos. No futuro, um programa que, a partir da Rede de Petri rotulada do sistema, tivesse como saída a RPIC, ou até mesmo o diagrama LADDER poderia ser estudado, dessa forma, a construção do sistema de controle poderia ser feito direto com a Rede de Petri rotulada do comportamento desejado do sistema.

## **Bibliografia**

1. SILVESTRE, R. P. **Implementação em Ladder de Sistemas de Automação Descritos por Redes de Petri Interpretadas para Controle**. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2010.
2. CASSANDRAS, C. G.; LAFORTUNE, S. **Introduction to Discrete event Systems**. New York: Springer, 2008.
3. PETERSON, J. L. **petri Net Theory and the Modeling of Systems**. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1981.
4. MURATA, T. Petri Nets: properties, analysis and applications. **proceedings of the IEEE**, v. 77, p. 541-580, 1989.
5. DAVID, R.; ALLA, H. **Discrete, Continuous, and hybrid Petri nets**. Berlin-Heidelberg: Springer, 2005.