



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
Departamento de Engenharia Mecânica
DEM/POLI/UFRJ



ESTRATÉGIA COMPUTACIONAL PARA PROJETO DE VASOS DE PRESSÃO

Bernardo Fonseca Nogueira

PROJETO FINAL SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO MECÂNICO.

Aprovado por:

Prof. Sylvio José Ribeiro de Oliveira

Prof. Lavinia Maria Sanabio Alves Borges

Prof. Nísio de Carvalho Lobo Brum

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

NOGUEIRA, B. F. **Estratégia Computacional para Projeto de Vasos de Pressão**. 2013. Projeto Final (Trabalho de Conclusão do Curso de Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013.

RESUMO

Vasos de pressão são recipientes projetados para resistir a diferenças entre a pressão interna e externa. Por serem equipamentos de grande periculosidade, sua construção deve ser regida por normas internacionalmente reconhecidas. Neste trabalho são apresentados algoritmos de dimensionamento de vasos de pressão de acordo com a norma ASME Seção VIII Divisão 1, que posteriormente foram implementados em arquivos de peças do SolidWorks 2010 com ajuda do editor de Visual Basic. O objetivo final do trabalho foi criar macros que facilitassem o dimensionamento de vasos de pressão com o uso da referida norma.

PALAVRAS-CHAVE: ASME, Excel, Norma, SolidWorks, Tabela de Projeto, Vaso de Pressão, Visual Basic.

NOGUEIRA, B. F. **Computational Strategy for Pressure Vessel Design**. 2013. Final Project (Work of Completion of the Course of Mechanical Engineering) - Department of Mechanical Engineering, Federal University of Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013.

ABSTRACT

Pressure vessels are containers designed to resist differences between internal and external pressure. By being very hazardous equipment, its construction should be governed by international standards. This work presents algorithms for dimensioning pressure vessels in accordance with ASME Section VIII Division 1, which were later implemented in SolidWorks 2010 parts files with assistance of the Visual Basic editor. The final objective of this work was to create macros which facilitate the dimensioning of pressure vessels using this standard.

KEYWORDS: ASME, Design Table, Excel, Pressure Vessel, SolidWorks, Standard, Visual Basic.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer ao meu pai, Gelson Gonçalves Nogueira, por ter me ajudado a datilografar alguns textos, por ter corrigido erros ortográficos, e principalmente, pelo incentivo que me deu para concluir este trabalho.

ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO.....	1
1.1	Objetivos.....	3
1.2	Estrutura do Trabalho	3
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	4
3	FUNDAMENTOS TEÓRICOS BÁSICOS DO PROJETO DE VASOS DE PRESSÃO.....	6
3.1	Tensão.....	6
3.2	Fórmulas de Tensões.....	6
3.2.1	Tração Transversal	6
3.2.2	Tração Axial	17
3.2.3	Flexão	19
3.3	Fórmulas de Mohr.....	21
3.4	Tensões Principais	22
3.5	Critérios de Falha.....	25
3.5.1	Critério da Tensão Principal Máxima (Critério de Rankine)	26
3.5.2	Critério da Tensão Cisalhante Máxima (Critério de Tresca).....	27
3.5.3	Critério da Máxima Energia de Distorção (Critério de Von Mises-Hencky)	28
3.6	Filosofia de Projeto da Norma ASME Seção VIII Divisão 1	29
3.7	Curvatura de Linhas	30
3.8	Curvatura de Superfícies.....	32
3.9	Curvaturas Principais e Direções Principais de Curvatura	34
3.10	Teoria de Cascas.....	34
3.10.1	Teoria de Membrana de Cascas.....	35
3.11	Fabricação de Vasos de Pressão.....	43
4	NORMA ASME	55
4.1	Norma ASME Boiler and Pressure Vessel Code (BPVC).....	55
4.1.1	Norma ASME Seção VIII.....	55
5	NORMA ASME SEÇÃO VIII DIVISÃO 1.....	58
5.1	Escopo.....	58
5.2	Definições Gerais.....	59
5.2.1	Margem Para Corrosão (CA).....	59

5.2.2	Espessura Mínima Requerida	60
5.2.3	Espessuras Padronizadas	60
5.2.4	Tensão Máxima Admissível do Material (S).....	62
5.2.5	Eficiência da Junção (E).....	62
5.2.6	Pressão de Projeto (p).....	68
5.2.7	Pressão Total (P)	69
5.2.8	Temperatura de Projeto (T)	69
5.2.9	Pressão Máxima de Trabalho Admissível (MAWP).....	70
5.2.10	Teste Hidrostático.....	70
5.2.11	Teste Pneumático.....	73
6	FÓRMULAS DE PROJETO DE VASOS DE PRESSÃO.....	75
6.1	Casca Cilíndrica ASME.....	78
6.2	Tampo Hemisférico ASME	81
6.3	Tampo Côncavo	82
6.4	Tampo Torisférico	83
6.5	Tampo Cônico.....	85
6.6	Tampo Toricônico ASME.....	95
6.7	Tampo Flangeado.....	99
7	TUTORIAL DA TABELA DE PROJETO PARA VASOS DE PRESSÃO.....	100
7.1	Tutorial: Vaso para Serviço Letal (Contendo Fluido Tóxico)	100
7.1.1	Resolução.....	101
8	ALGUMAS MACROS DA TABELA DE PROJETO PARA VASOS DE PRESSÃO.....	117
8.1	Procedimentos_Públicos.....	117
8.1.1	Escolher_Diretório.....	117
8.1.2	MÍNIMO.....	118
8.1.3	Log10.....	119
8.1.4	Variáveis.....	120
8.1.5	Constantes.....	120
8.2	UserForms.....	121
8.2.1	UserFormDados_de_Projeto	121
8.2.2	UserFormMaterial	127
8.2.3	UserFormTemperatura_dos_Testes.....	130
8.2.4	UserFormTampo_Hemisférico_ASME.....	134

8.2.5	UserFormMargem_para_Corrosão	136
8.2.6	UserFormEficiência_da_Junção.....	137
8.2.7	UserFormEspessura_Mínima	142
8.2.8	UserFormEspessura_Nominal	149
9	CONCLUSÃO.....	153
10	REFERÊNCIAS	155
11	APÊNDICE	157
11.1	Geometria de Linhas e Superfícies.....	157
11.1.1	Geometria de Linhas.....	157
11.1.2	Geometria de Superfícies.....	163
11.2	Dedução da Equação de Young-Laplace	185
11.2.1	Casca de Revolução com Carga Vertical	188
11.2.2	Condição de Contorno Casca de Revolução Fechada	190
11.3	Principais Estruturas do VBA	191
11.3.1	Variáveis.....	191
11.3.2	Operadores.....	193
11.3.3	Estruturas Condicionais.....	195
11.3.4	Estruturas de Repetição	197
11.3.5	UserForms	201
11.4	Aproximação de Matriz de Cinco Pontos para a Derivada	214
11.5	Adaptação do Método de Newton-Raphson.....	217

1 INTRODUÇÃO

Vaso de pressão é definido pela ASME como sendo um recipiente projetado para resistir a diferenças entre a pressão interna e externa. Essa diferença de pressão pode ser causada por uma fonte externa, por aplicação de calor de uma fonte direta ou indireta, por um processo reativo, ou qualquer combinação desses [1] (parágrafo U-1), [2].

Vasos de pressão constituem, em uma grande parte das indústrias de processo, os elementos mais importantes: maiores em massa, tamanho e custo unitário, representando em média 60% do custo total dos materiais e equipamentos de uma unidade de processo. Esses equipamentos também estão presentes, como itens de maior ou menor importância, em muitas outras indústrias [3].

Diferente do que acontece com a maioria dos equipamentos, a maior parte dos vasos de pressão não são objetos de uma linha de produção de indústrias, normalmente são feitos sob encomenda, com dimensões para atender uma determinada finalidade ou condições de desempenho. Projetar um vaso de pressão inclui dimensioná-lo para resistir a pressões e cargas atuantes, realizar a seleção técnica e econômica dos materiais adequados, dos processos de fabricação, peças internas e detalhes [3].

Existe uma preocupação quanto à integridade estrutural dos vasos de pressão, pois as falhas podem acarretar consequências catastróficas, gerando perdas materiais e podendo levar a perdas de vidas humanas [4].

Devido à ocorrência de vários acidentes graves no início do século XX, principalmente nos Estados Unidos, houve a necessidade de se criar critérios seguros de projeto, fabricação e inspeção de vasos de pressão; surgiram assim, diversas normas de projeto [5].

O cumprimento das normas torna muito baixa a frequência de ocorrência de acidentes graves [6].

As principais normas de projeto, fabricação, montagem e testes de vasos de pressão são as seguintes:

País	Norma	Instituição
United States	ASME - Boiler and Pressure Vessel Code	ASME - American Society of Mechanical Engineers
United Kingdom	PD 5500 - Unfired Fusion Welded Pressure Vessels	BSI - British Standard Institute
Germany	AD Merkblätter	AD - Arbeitsgemeinschaft Druckbehälter
Italy	ANCC - Associazione Nazionale per il Controllo della Combustione	CTI - Comitato Termotecnico Italiano
Netherlands	Regels voor Toestellen	Dienst voor het Stoomwezen
Sweden	Tryckkärlskod	Tryckkärlskommissionen
Australia	AS 1210 - Unfired Pressure Vessels	SA - Standards Australia
Belgium	NBN EN 13445 - Récipients sous Pression non Soumis à la Flamme	NBN - Bureau voor Normalisatie
Japan	METI - Ministry of Economy, Trade and Industry	JIS - Japanese Industrial Standards
France	CODAP - Code de Construction des Appareils à Pression	SNCTTI - Syndicat National de la Chaudronnerie, Tolerie et Tuyauterie Industrielle
Brasil	NBR ISO 16528-1 - Caldeiras e Vasos de Pressão Parte 1: Requisitos de Desempenho	ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas

Tabela 1.1

A tabela abaixo mostra um exemplo comparativo entre as espessuras mínimas de um vaso de pressão cilíndrico submetido à pressão interna (sem margem para corrosão, chapa em aço carbono acalmado) requeridas por diferentes normas [5].

Pressão interna: 1,50 MPa; Diâmetro interno: 4000 mm; Temperatura de projeto: 50 °C;

Materiais equivalentes:

ASME: SA-515 Gr 60/ SA-516 Gr 60 ($S = 220,0 \text{ MPa}$);

BS 5500: BS-1501-224-400A ($S = 265,0 \text{ MPa}$);

AD Merkblätter: DIN 17155-19 Mn 5 ($S = 313,0 \text{ MPa}$);

EN 13445: EN 10028-2 P265 GH ($S = 215,0 \text{ MPa}$);

Foi adotado exame radiográfico total para a solda longitudinal.

Norma	Espessura requerida (mm)	Espessura adotada (mm)
ASME VIII Divisão 1	25,64	28,60
ASME VIII Divisão 2	21,87	22,20
BS 5500	17,72	19,05
AD-Merkblätter	16,78	19,05
EN 13445	21,86	22,20

Tabela 1.2

Observamos que, para este exemplo, a norma ASME Seção VIII Divisão 1 é a mais conservadora. Essa constatação pode ser generalizada para vasos com pressão total interna menor que, ou igual a 3000 *psi* (aprox. 20685 *kPa*), que não estejam submetidos a carregamentos cíclicos e a gradientes térmicos.

No presente trabalho, foi escolhido utilizar a norma ASME Seção VIII Divisão 1 por ser a norma mais utilizada no Brasil [3], [4], [5].

1.1 Objetivos

O presente trabalho teve como objetivo criar macros para facilitar o dimensionamento de vasos de pressão utilizando a norma ASME Seção VIII Divisão 1. Este trabalho teve como objetivos secundários revisar os fundamentos teóricos básicos do projeto de vasos de pressão, apresentar um resumo dos aspectos principais da norma ASME Seção VIII Divisão 1, revisar as principais estruturas da linguagem de programação Visual Basic for Applications (VBA).

1.2 Estrutura do Trabalho

No presente trabalho, os nomes das seções são precedidos por um número; os nomes das subseções são precedidos por dois números; os nomes dos itens são precedidos por três números; os nomes dos subitens são precedidos por quatro números.

O trabalho se estrutura da seguinte forma: após a introdução, apresentada na seção 1, a seção 2 contém a revisão bibliográfica, com a bibliografia mais relevante para o desenvolvimento do trabalho. Na seção 3, há uma revisão da teoria básica do projeto de vasos de pressão fundamentada pela mecânica dos sólidos. Na seção 4, será apresentado o conteúdo da norma ASME. Na seção 5, será apresentado um resumo dos aspectos principais da norma ASME Seção VIII Divisão 1. Na seção 6, são apresentadas algumas fórmulas de projeto de vasos de pressão para pressão interna fornecidas pela norma ASME Seção VIII Divisão 1. Na seção 7, há um tutorial da Tabela de Projeto para Vasos de Pressão. Na seção 8, apresento e comento algumas macros da Tabela de Projeto para Vasos de Pressão. Na seção 9, consta a conclusão, seguida pelas referências, na seção 10. Na seção 11, está o apêndice. Na subseção 11.3, reviso as principais estruturas da linguagem de programação VBA. Na subseção 11.5, apresento a adaptação do método de Newton-Raphson usada pela Tabela de Projeto para Vasos de Pressão para achar as raízes das equações.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

CRAIG JR [7] foi a referência principal das subseções 3.1 Tensão e 3.3 Fórmulas de Mohr, da seção 3 Fundamentos Teóricos Básicos do Projeto de Vasos de Pressão.

SHIGLEY, MISCHKE, BUDYNAS [8]; NORTON [9] foram de grande valia para consulta no processo de escrever a subseção 3.4 Tensões Principais, da seção 3 Fundamentos Teóricos Básicos do Projeto de Vasos de Pressão.

Para escrever o texto da subseção 3.5 Critérios de Falha, dentro da seção 3 Fundamentos Teóricos Básicos do Projeto de Vasos de Pressão, foram de grande importância os ensinamentos de BRANDÃO [6], do SHIGLEY, MISCHKE, BUDYNAS [8], e do NORTON [9]. Foram usadas também, informações da WIKIPEDIA [10] para conferir os critérios de falha e fornecer informações sobre a biografia dos seus autores. Estas biografias são bem resumidas, e servem para situar o texto no tempo e no espaço.

A referência principal das subseções 3.7 Curvatura de Linhas, 3.8 Curvatura de Superfícies, 3.9 Curvaturas Principais e Direções Principais de Curvatura, 3.10 Teoria de Cascas foi VENTSEL, KRAUTHAMMER [11], que além de apresentar a Teoria de Cascas, faz uma breve apresentação de Geometria Diferencial. VENTSEL, KRAUTHAMMER [11] faz parte da bibliografia do Curso Projeto de Vasos Pressão e Tubulações, ministrado pelo professor PEREIRA [12], na UFRJ em 2010/02, do qual fui aluno.

Para construir o subitem 3.10.1.1 Equação de Young-Laplace, foi fundamental a aula e as notas de aula do Curso Projeto de Vasos Pressão e Tubulações, de PEREIRA [12], que esclareceram a demonstração de VENTSEL, KRAUTHAMMER [11].

Na subseção 3.11 Fabricação de Vasos de Pressão foi de especial importância as lições de TELLES [3].

Nas seções 4 Norma ASME, 5 Norma ASME Seção VIII Divisão 1, 6 Fórmulas de Projeto de Vasos de Pressão, a referência principal foi a ASME [1].

FALCÃO [5] forneceu grande parte das informações contidas nos subitens 4.1.1.1 Norma ASME Seção VIII Divisão 1, 4.1.1.2 Norma ASME Seção VIII Divisão 2, 4.1.1.3 Escolha da Divisão 1 ou 2, 4.1.1.4 Norma ASME Seção VIII Divisão 3.

TELLES [3] ajudou a esclarecer as definições da norma ASME na subseção 5.2 Definições Gerais, e junto com BALL, CARTER [13], foram de grande importância para o entendimento das fórmulas da norma ASME Seção VIII Divisão 1 contidas na seção 6 Fórmulas de Projeto de Vasos de Pressão. Os ensinamentos de BALL, CARTER [13] são bem didáticos, e contêm bons exemplos de aplicação da norma ASME Seção VIII Divisão 1.

Sem os apontamentos de TELLES [3] e os ensinamentos de BALL, CARTER [13], a compreensão da norma ASME seria muito difícil.

Para os itens 11.3.1 Variáveis, 11.3.2 Operadores, 11.3.3 Estruturas Condicionais, 11.3.4 Estruturas de Repetição, da subseção 11.3 Principais Estruturas do VBA, a referência principal foi DA SILVA, VARGAS [14], que faz parte da bibliografia do curso de Microsoft Excel Avançado, ministrado pela empresa Focus, do qual fui aluno em 2011/01.

MICROSOFT CORPORATION [15] também foi consultado para conferir e completar as informações contidas em DA SILVA, VARGAS [14].

A referência principal do item 11.3.5 UserForms foi JELEN, SYRSTAD [16].

Os tutoriais do SolidWorks 2010 foram de grande importância para aperfeiçoar minhas habilidades no uso do SolidWorks. O SolidWorks 2010 Education Edition está disponível no laboratório LEPAC (Ensino e Projeto Assistido por Computador) do CT (Centro de Tecnologia) da UFRJ (Universidade Federal do Rio de Janeiro).

3 FUNDAMENTOS TEÓRICOS BÁSICOS DO PROJETO DE VASOS DE PRESSÃO

3.1 Tensão

Considere uma superfície de área A_L contendo um ponto P . Sejam L , a direção da normal a essa superfície no ponto P ; \vec{F} , uma força que atua nessa superfície. Seja α o ângulo entre a força \vec{F} e a direção L .

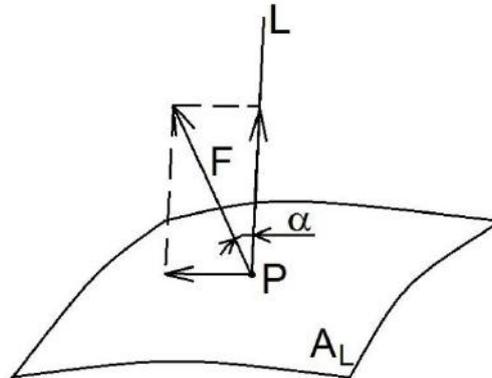


Figura 3.1 – Tensão

Definimos a tensão normal σ_{FL} e a tensão de cisalhamento τ_{FL} devido a \vec{F} nessa superfície como:

$$\sigma_{FL} := \lim_{A_L \rightarrow 0} \left(\frac{F \cdot \cos \alpha}{A_L} \right)$$

$$\tau_{FL} := \lim_{A_L \rightarrow 0} \left(\frac{F \cdot \sin \alpha}{A_L} \right)$$

Equação 3.1

Quando esses limites existirem.

[7].

3.2 Fórmulas de Tensões

3.2.1 Tração Transversal

Suponha que o vaso esteja submetido a uma força de tração transversal $V_{Transversal}$, como por exemplo, o peso do vaso vazio, no caso do vaso estar na horizontal.

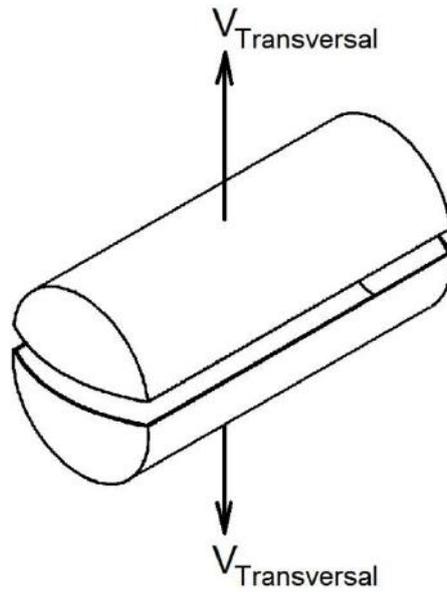


Figura 3.2 – Tração Transversal no Vaso

Observação: Não é necessário incluir na tração transversal o peso do fluido contido, uma vez que o efeito do peso do fluido contido será computado nos esforços da pressão, considerando-se a pressão hidrostática no cálculo da pressão total.

3.2.1.1 Casca Cilíndrica ASME

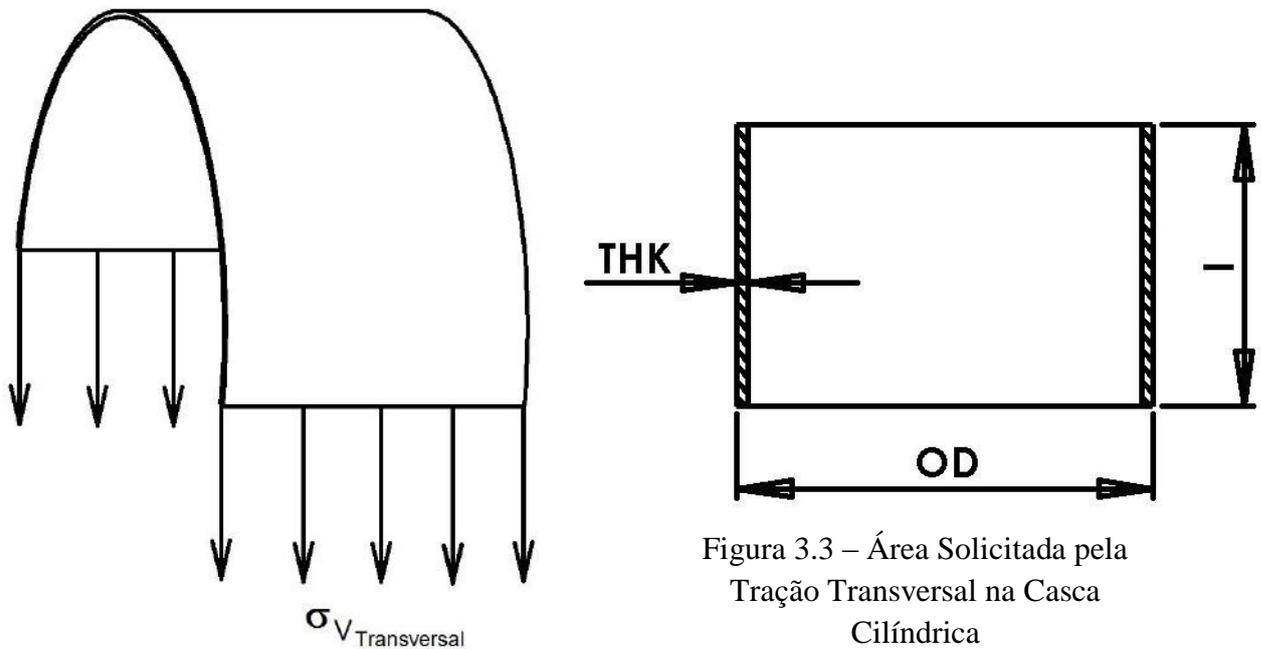


Figura 3.3 – Área Solicitada pela Tração Transversal na Casca Cilíndrica

Figura 3.4 – Tensão da Tração Transversal na Casca Cilíndrica

$$L := 2 \cdot l$$

$$A := THK \cdot L$$

$$\sigma_{V_{Transversal}} := \frac{V_{Transversal}}{A}$$

Equação 3.2

Glossário:

OD: diâmetro externo da casca cilíndrica (*outside diameter*);

THK: espessura da casca cilíndrica após a conformação (*thickness*);

l: comprimento da casca cilíndrica (*length*);

$V_{Transversal}$: força de tração transversal;

A: área solicitada pela tração transversal na casca cilíndrica;

$\sigma_{V_{Transversal}}$: tensão principal devido a $V_{Transversal}$ na área *A*.

3.2.1.2 Tampo Hemisférico ASME

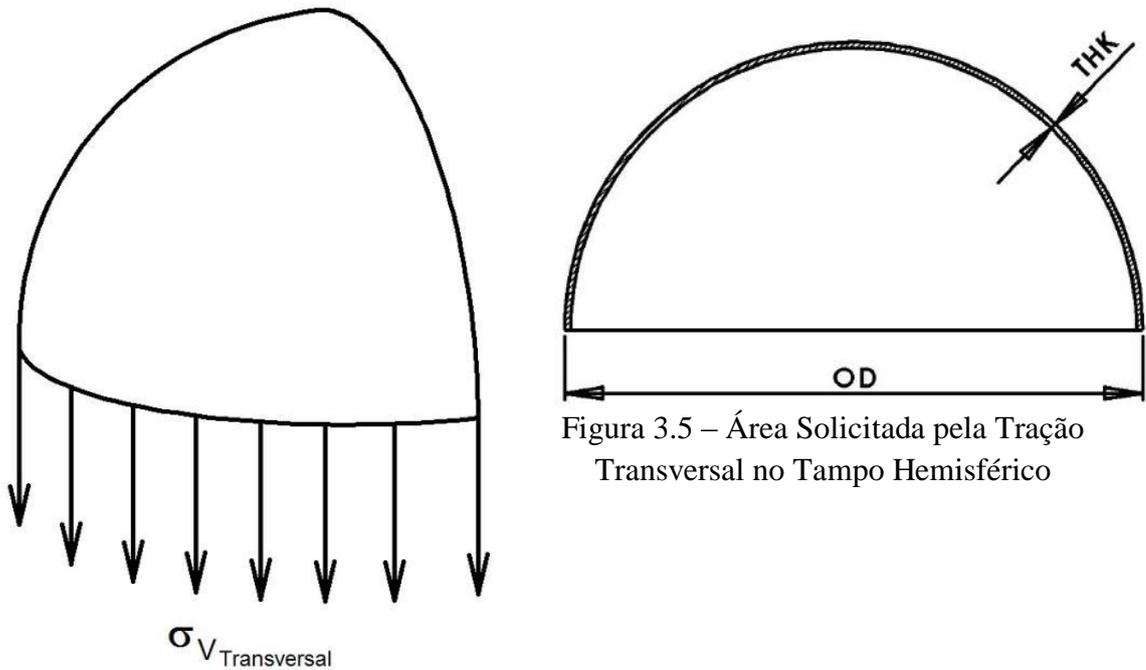


Figura 3.5 – Área Solicitada pela Tração Transversal no Tampo Hemisférico

Figura 3.6 – Tensão da Tração Transversal no Tampo Hemisférico

$$A_{Ext} := \pi \cdot \frac{(OD)^2}{8}$$

$$A_{Int} := \pi \cdot \frac{(OD - 2 \cdot THK)^2}{8}$$

$$A := A_{Ext} - A_{Int}$$

$$\sigma_{V_{Transversal}} := \frac{V_{Transversal}}{A}$$

Glossário:

OD: diâmetro externo do tampo hemisférico (*outside diameter*);

THK: espessura do tampo hemisférico após a conformação (*thickness*);

V_{Transversal}: força de tração transversal;

A: área solicitada pela tração transversal no tampo hemisférico;

$\sigma_{V_{Transversal}}$: tensão principal devido a *V_{Transversal}* na área *A*.

3.2.1.3 Tampo Côncavo

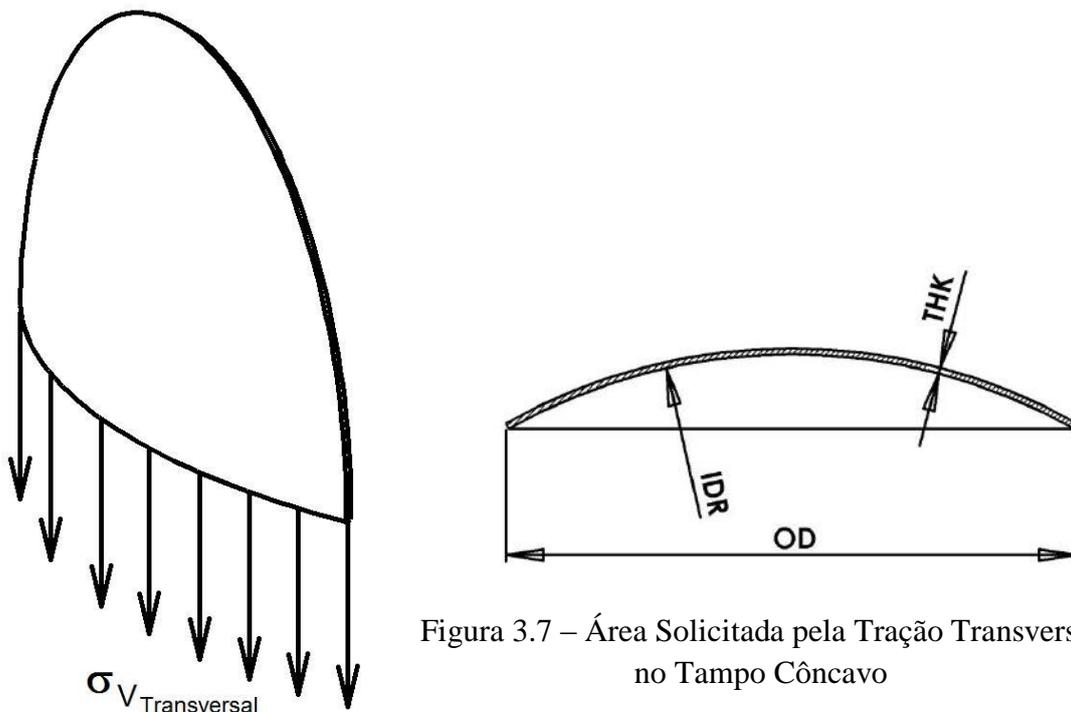


Figura 3.7 – Área Solicitada pela Tração Transversal no Tampo Côncavo

Figura 3.8 – Tensão da Tração Transversal no Tampo Côncavo

$$ID := \frac{IDR \cdot OD}{IDR + THK}$$

$$\alpha := \sin^{-1}\left(\frac{ID}{2 \cdot IDR}\right)$$

$$L := 2 \cdot \alpha \cdot \left(IDR + \frac{THK}{2}\right)$$

$$A := THK \cdot L$$

$$\sigma_{V_{Transversal}} := \frac{V_{Transversal}}{A}$$

Glossário:

OD: diâmetro externo do tampo côncavo (*outside diameter*);

ID: diâmetro interno do tampo côncavo (*inside diameter*);

IDR: raio interno da coroa (*inside dish radius*);

THK: espessura do tampo côncavo após a conformação (*thickness*);

$V_{Transversal}$: força de tração transversal;

A: área solicitada pela tração transversal no tampo côncavo;

$\sigma_{V_{Transversal}}$: tensão principal devido a $V_{Transversal}$ na área *A*.

3.2.1.4 Tampo Torisférico

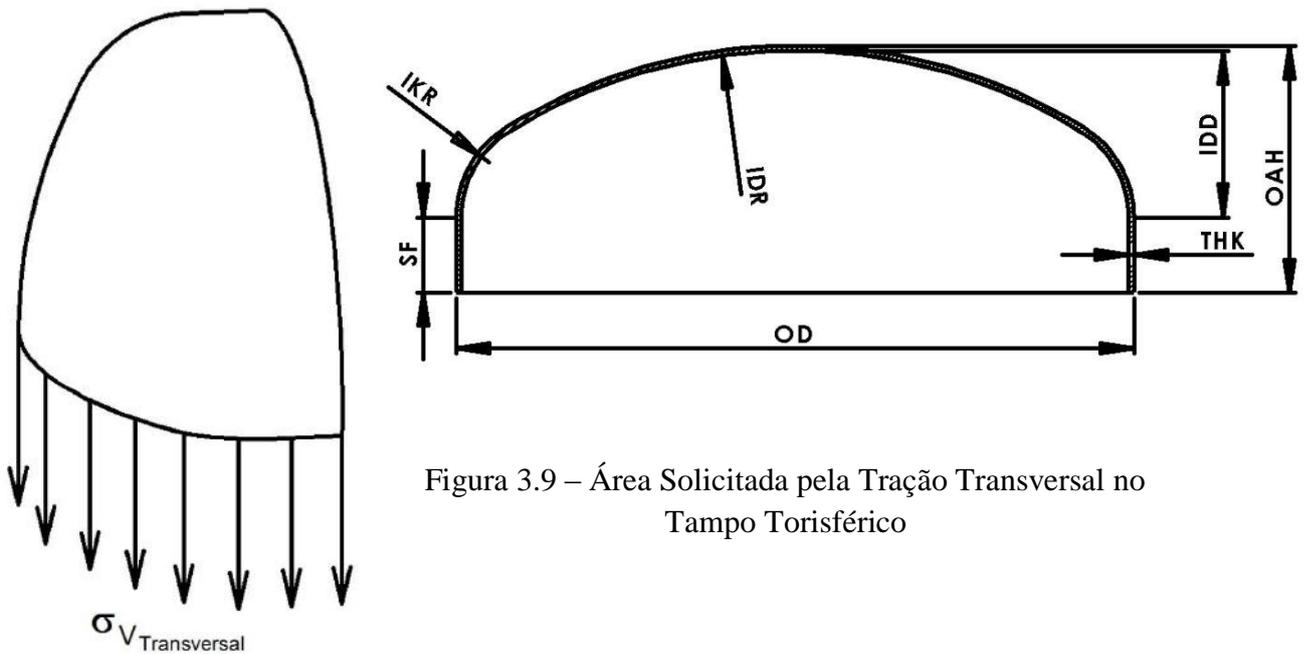


Figura 3.9 – Área Solicitada pela Tração Transversal no Tampo Torisférico

Figura 3.10 – Tensão da Tração Transversal no Tampo Torisférico

$$ID := OD - 2 \cdot THK$$

$$\alpha := \sin^{-1} \left(\frac{ID - 2 \cdot IKR}{2 \cdot (IDR - IKR)} \right)$$

$$L := 2 \cdot SF + 2 \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \cdot \left(IKR + \frac{THK}{2} \right) + 2 \cdot \alpha \cdot \left(IDR + \frac{THK}{2} \right)$$

$$A := THK \cdot L$$

$$\sigma_{V_{Transversal}} := \frac{V_{Transversal}}{A}$$

Glossário:

OD : diâmetro externo do tampo torisférico (*outside diameter*);

ID : diâmetro interno do tampo torisférico (*inside diameter*);

IDR : raio interno da coroa (*inside dish radius*);

IKR : raio interno da concordância toroidal (*inside knuckle radius*);

THK : espessura do tampo torisférico após a conformação (*thickness*);

SF : flange reto (*straight flange*);

IDD : profundidade interna da concavidade (*inside depth of dish*);

OAH : altura total (*overall height*);

$V_{Transversal}$: força de tração transversal;

A : área solicitada pela tração transversal no tampo torisférico;

$\sigma_{V_{Transversal}}$: tensão principal devido a $V_{Transversal}$ na área A .

3.2.1.5 Tampo Toricônico ASME

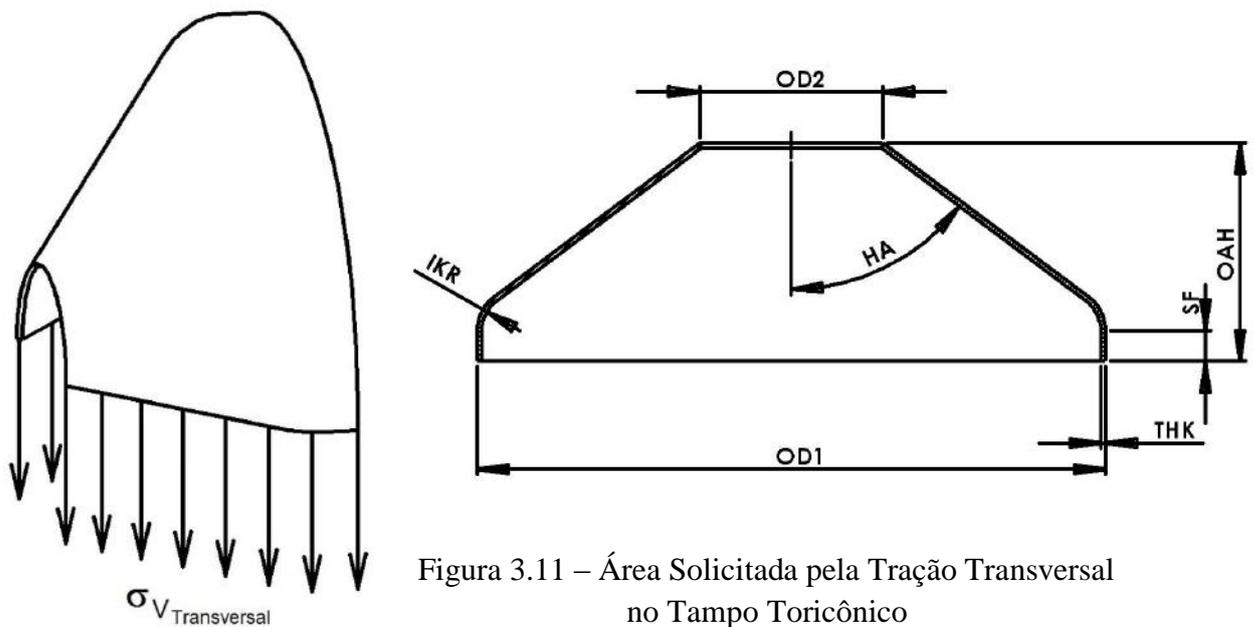


Figura 3.11 – Área Solicitada pela Tração Transversal no Tampo Toricônico

Figura 3.12 – Tensão da Tração Transversal no Tampo Toricônico

$$OD := OD_1 - 2 \cdot (IKR + THK) \cdot (1 - \cos(HA))$$

$$l := \frac{(OD - OD_2)}{2 \cdot \sin(HA)}$$

$$L := 2 \cdot SF + 2 \cdot HA \cdot \left(IKR + \frac{THK}{2} \right) + 2 \cdot l$$

$$A := THK \cdot L$$

$$\sigma_{V_{Transversal}} := \frac{V_{Transversal}}{A}$$

Glossário:

OD_1 : diâmetro externo maior do tampo toricônico (*outside diameter*);

OD_2 : diâmetro externo menor do tampo toricônico (*outside diameter*);

OD : diâmetro externo maior da porção cônica do tampo toricônico no seu ponto de tangência à concordância toroidal, medido perpendicularmente ao eixo do cone (*outside diameter*);

IKR : raio interno da concordância toroidal (*inside knuckle radius*);

THK : espessura do tampo toricônico após a conformação (*thickness*);

SF : flange reto (*straight flange*);

OAH : altura total (*overall height*);

HA : semi-ângulo do vértice do cone (*half apex angle*);

$V_{Transversal}$: força de tração transversal;

A : área solicitada pela tração transversal no tampo toricônico;

$\sigma_{V_{Transversal}}$: tensão principal devido a $V_{Transversal}$ na área A .

3.2.1.6 Tampo Cônico

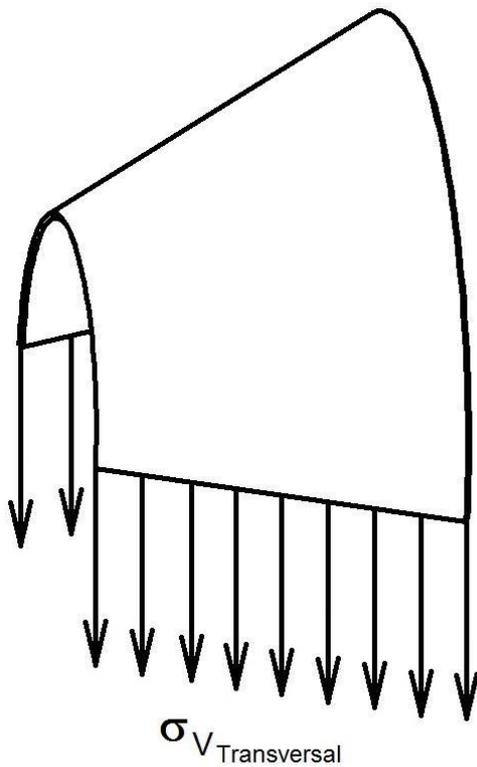


Figura 3.14 – Tensão da Tração Transversal no Tampo Cônico

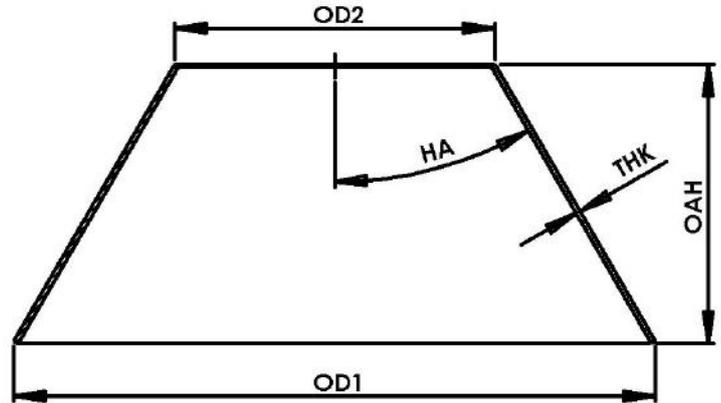


Figura 3.13 – Área Solicitada pela Tração Transversal no Tampo Cônico

$$L := \frac{(OD_1 - OD_2)}{\sin(HA)}$$

$$A := THK \cdot L$$

$$\sigma_{V_{\text{Transversal}}} := \frac{V_{\text{Transversal}}}{A}$$

Glossário:

OD_1 : diâmetro externo maior do tampo cônico (*outside diameter*);

OD_2 : diâmetro externo menor do tampo cônico (*outside diameter*);

THK : espessura do tampo cônico após a conformação (*thickness*);

OAH : altura total (*overall height*);

HA : semi-ângulo do vértice do cone (*half apex angle*);

$V_{Transversal}$: força de tração transversal;

A : área solicitada pela tração transversal no tampo cônico;

$\sigma_{V_{Transversal}}$: tensão principal devido a $V_{Transversal}$ na área A .

3.2.1.7 Tampo Flangeado

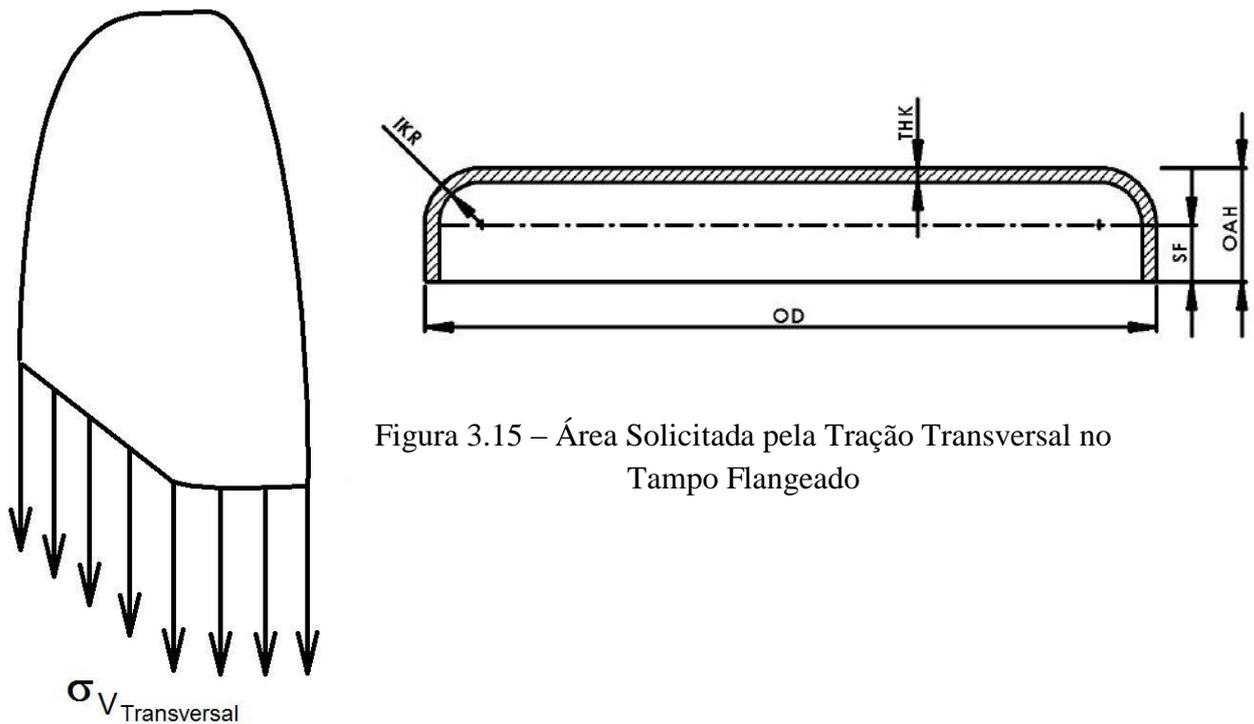


Figura 3.15 – Área Solicitada pela Tração Transversal no Tampo Flangeado

Figura 3.16 – Tensão da Tração Transversal no Tampo Flangeado

$$ID := OD - 2 \cdot THK$$

$$L := 2 \cdot SF + \pi \cdot \left(IKR + \frac{THK}{2} \right) + (ID - 2 \cdot IKR)$$

$$A := THK \cdot L$$

$$\sigma_{V_{Transversal}} := \frac{V_{Transversal}}{A}$$

Glossário:

OD: diâmetro externo do tampo flangeado (*outside diameter*);

IKR: raio interno da concordância toroidal (*inside knuckle radius*);

THK: espessura do tampo flangeado após a conformação (*thickness*);

SF: flange reto (*straight flange*);

OAH: altura total (*overall height*);

$V_{Transversal}$: força de tração transversal;

A: área solicitada pela tração transversal no tampo flangeado;

$\sigma_{V_{Transversal}}$: tensão principal devido a $V_{Transversal}$ na área *A*.

3.2.2 Tração Axial

Suponha que o vaso esteja submetido a uma força de tração axial V_{Axial} , como por exemplo, o peso do vaso vazio, no caso do vaso estar na vertical.

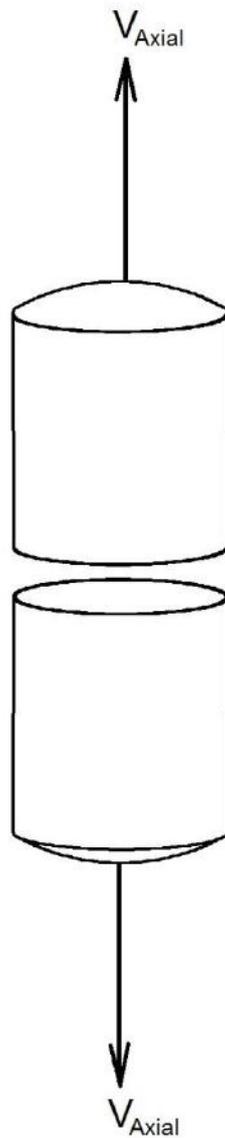


Figura 3.17 – Tração Axial no Vaso

Observação: Não é necessário incluir na tração axial o peso do fluido contido, uma vez que o efeito do peso do fluido contido será computado nos esforços da pressão, considerando-se a pressão hidrostática no cálculo da pressão total.

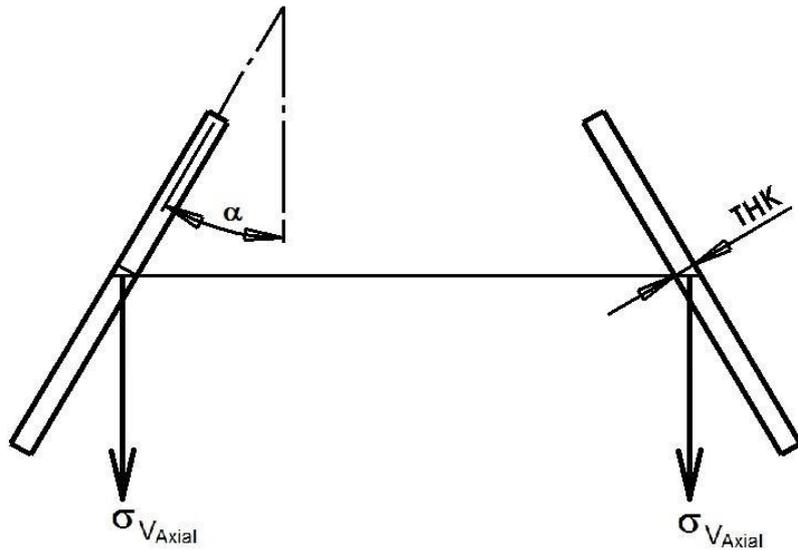


Figura 3.18 – Tensão de Tração Axial no Tampo

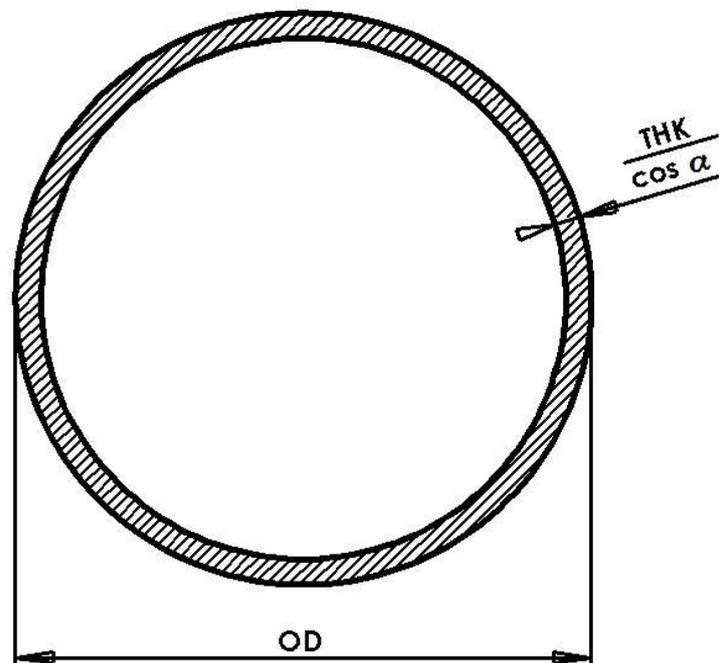


Figura 3.19 – Área da Seção Solicitada pela Tração Axial no Tampo

$$A_{Ext} := \pi \cdot \frac{(OD)^2}{4}$$

$$A_{Int} := \pi \cdot \frac{\left(OD - 2 \cdot \frac{THK}{\cos \alpha}\right)^2}{4}$$

$$A := A_{Ext} - A_{Int}$$

$$\sigma_{V_{Axial}} := \frac{V_{Axial}}{A}$$

Equação 3.3

Glossário:

OD: diâmetro externo da seção solicitada do tampo (*outside diameter*);

THK: espessura do tampo após a conformação (*thickness*);

α : ângulo entre a superfície média do tampo e a direção axial;

V_{Axial} : força de tração axial;

A : área da seção solicitada pela tração axial no tampo;

$\sigma_{V_{Axial}}$: tensão principal devido a V_{Axial} na área A .

3.2.3 Flexão

Suponha que o vaso esteja submetido a um momento fletor $M_{Flexão}$, como por exemplo, o momento fletor causado pelo peso do vaso cheio (isto é: o peso do vaso vazio mais o peso do fluido contido), no caso do vaso estar na horizontal; ou o momento fletor causado pelo vento, no caso do vaso estar na vertical, ao ar livre.

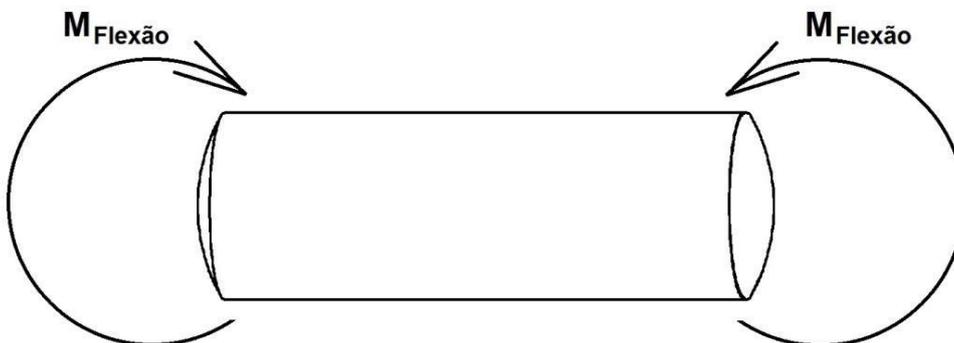


Figura 3.20 – Momento Fletor no Vaso

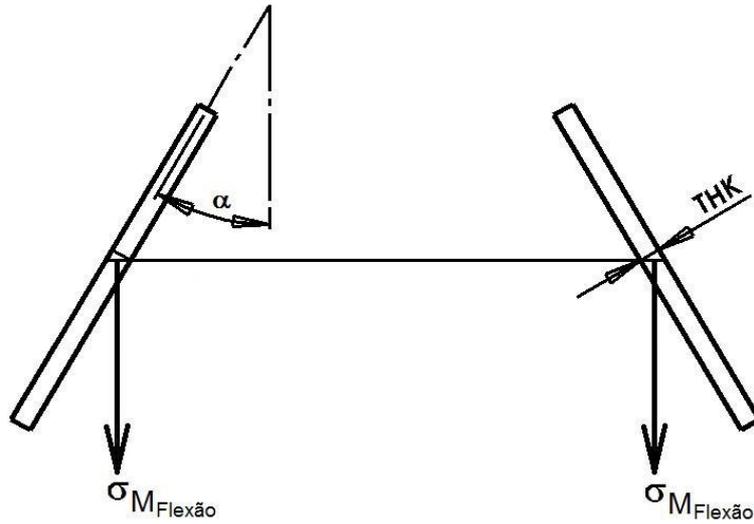


Figura 3.21 – Tensão de Flexão no Tampo

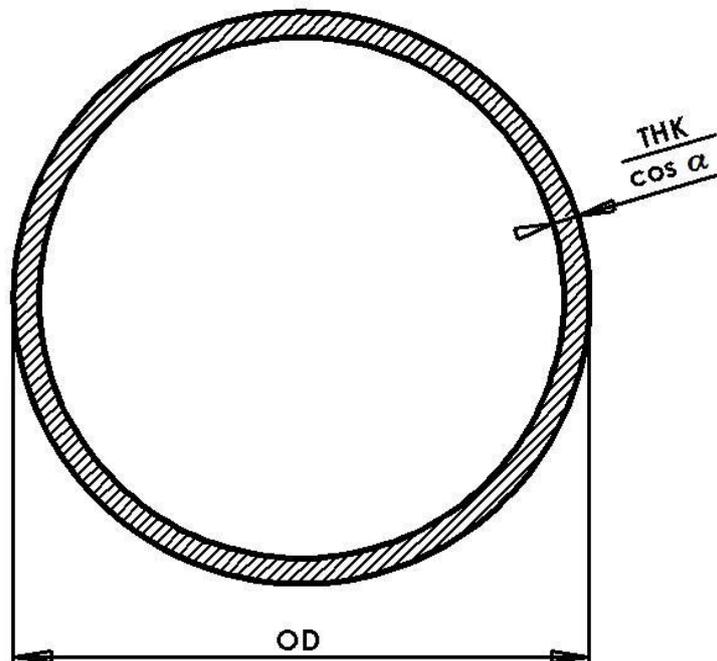


Figura 3.22 – Área da Seção Solicitada pela Flexão no Tampo

$$I_z := \pi \cdot \frac{(OD)^4 - \left(OD - 2 \cdot \frac{THK}{\cos \alpha}\right)^4}{64}$$

$$\sigma_{M_{Flexão}} := M_{Flexão} \cdot \frac{OD}{2 \cdot I_z}$$

Equação 3.4

Glossário:

OD : diâmetro externo da seção solicitada do tampo (*outside diameter*);

THK : espessura do tampo após a conformação (*thickness*);

α : ângulo entre a superfície média do tampo e a direção axial;

$M_{Flexão}$: momento fletor;

A : área da seção solicitada pela flexão no tampo;

I_z : momento de inércia de área da seção solicitada pela flexão no tampo;

$\sigma_{M_{Flexão}}$: tensão principal devido a $M_{Flexão}$ na área A .

3.3 Fórmulas de Mohr¹

Considere uma tensão principal σ_L (isto é: a componente de tensão de cisalhamento é nula) atuando numa face de área A_L que é a projeção ortogonal de uma face inclinada de área A . Seja α o ângulo entre a face inclinada de área A e a face projetada de área A_L .

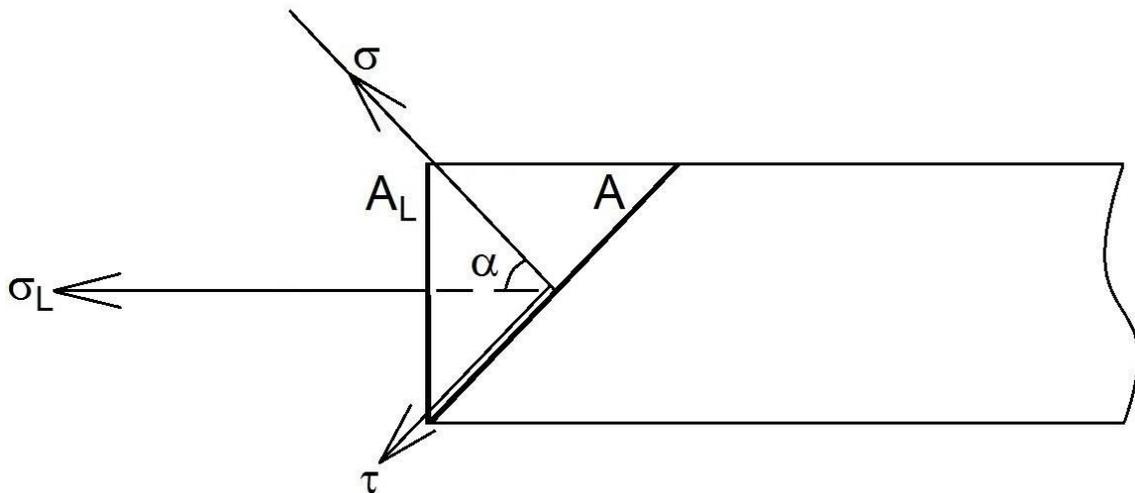


Figura 3.23 – Projeção de Tensão em Face Inclinada

Suponha que queiramos determinar a tensão normal σ e a tensão de cisalhamento τ devido à σ_L nessa face inclinada de área A .

Para isso, usamos as seguintes fórmulas de Mohr:

$$\sigma = \sigma_L \cdot (\cos \alpha)^2$$

¹ Christian Otto Mohr (1835 – 1918): foi um engenheiro civil alemão [10].

$$\tau = \sigma_L \cdot (\sin \alpha) \cdot (\cos \alpha)$$

Equação 3.5

Considere uma tensão principal σ (isto é: a componente de tensão de cisalhamento é nula) atuando numa face inclinada de área A cuja projeção ortogonal é uma face de área A_L . Seja α o ângulo entre a face inclinada de área A e a face projetada de área A_L .

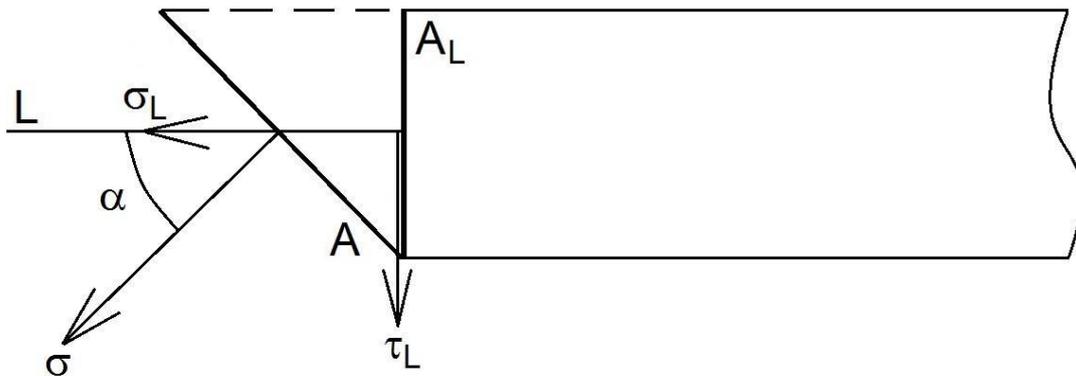


Figura 3.24 – Projeção de Tensão em Face Projetada

Suponha que queiramos determinar a tensão normal σ_L e a tensão de cisalhamento τ_L devido à σ na face projetada de área A_L .

Para isso, usamos as seguintes fórmulas de Mohr:

$$\sigma_L = \sigma$$

$$\tau_L = \sigma \cdot \tan \alpha$$

Equação 3.6

[7].

A Equação 3.6 será usada para combinar as tensões principais devido à tração axial e à flexão (que possuem direção axial) com a tensão principal σ_{PL} devido à pressão (que possui direção longitudinal).

3.4 Tensões Principais

Suponha que queiramos determinar o estado de tensões num ponto P , pertencente a um corpo.

Considere um cubo infinitesimal em torno do ponto P :

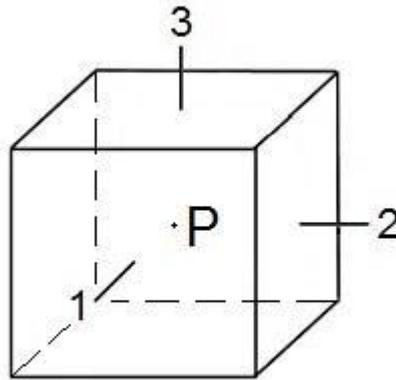


Figura 3.25 - Cubo Infinitesimal em torno do Ponto P

As normais às faces do cubo determinam três direções: 1, 2, 3.

A orientação do cubo no espaço é arbitrária, e é geralmente escolhida de modo a facilitar a determinação das tensões.

Seis componentes de tensão são necessárias para especificar o estado de tensões no ponto P .

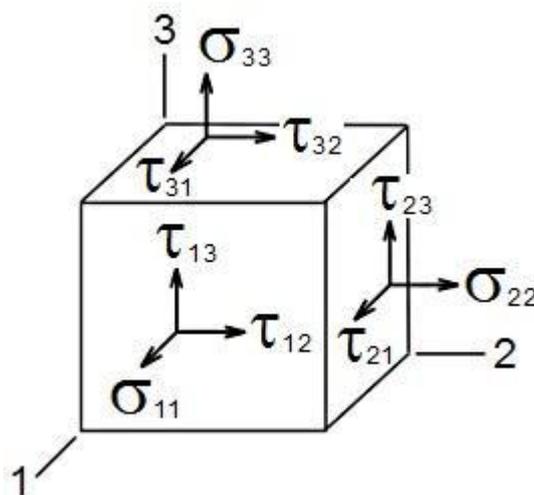


Figura 3.26 - Estado de Tensões no Ponto P

As tensões normais e de cisalhamento no ponto P irão variar com a orientação do cubo no espaço.

Contudo, existe uma orientação particular do cubo no espaço para o qual todas as componentes de tensão de cisalhamento são nulas. Quando o cubo apresenta essa orientação particular, as normais às suas faces são denominadas *direções principais*, e as componentes de tensão associadas a essas faces são denominadas *tensões principais*. Como há seis faces, há três direções principais e três tensões principais: $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.

As tensões principais são as raízes da seguinte equação:

$$\sigma^3 - C_2 \cdot \sigma^2 - C_1 \cdot \sigma - C_0 = 0$$

Equação 3.7

Glossário:

$$C_2 := \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}$$

$$C_1 := \tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{13}^2 - \sigma_{11} \cdot \sigma_{22} - \sigma_{22} \cdot \sigma_{33} - \sigma_{33} \cdot \sigma_{11}$$

$$C_0 := \sigma_{11} \cdot \sigma_{22} \cdot \sigma_{33} + 2 \cdot \tau_{12} \cdot \tau_{23} \cdot \tau_{13} - \sigma_{11} \cdot \tau_{23}^2 - \sigma_{22} \cdot \tau_{13}^2 - \sigma_{33} \cdot \tau_{12}^2$$

As tensões principais $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ são sempre reais, podendo, cada uma, ser positiva, negativa ou nula.

Assim, um estado de tensões num ponto qualquer de um corpo pode ser determinado pelos valores e direções das três tensões principais $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.

[9], [8].

No caso de um vaso de pressão, temos o seguinte estado de tensões:

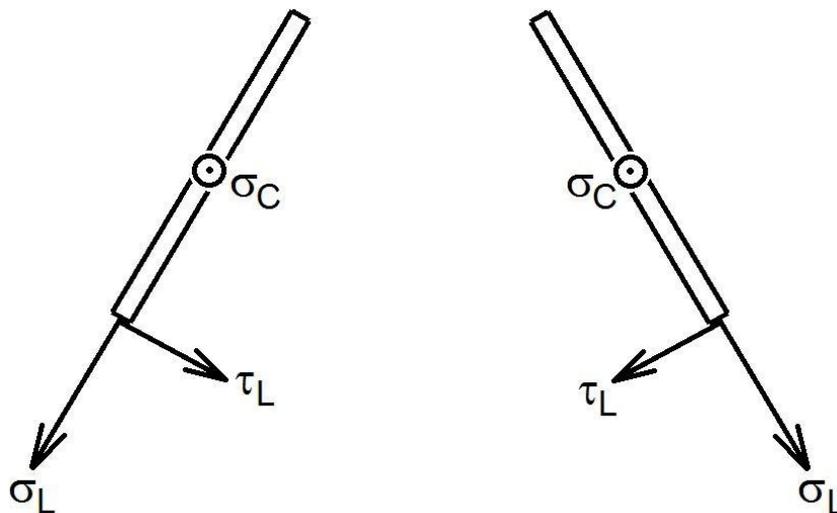


Figura 3.27 – Estado de Tensões num Vaso de Pressão

Nesse caso:

$$C_2 := \sigma_L + \sigma_C$$

$$C_1 := \tau_L^2 - \sigma_L \cdot \sigma_C$$

$$C_0 := -\sigma_C \cdot \tau_L^2$$

Assim, a solução da equação $\sigma^3 - C_2 \cdot \sigma^2 - C_1 \cdot \sigma - C_0 = 0$ será:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_L}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\sigma_L^2 + 4 \cdot \tau_L^2}$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_L}{2} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\sigma_L^2 + 4 \cdot \tau_L^2}$$

$$\sigma_3 = \sigma_C$$

Equação 3.8

3.5 Critérios de Falha

Quando as deformações e distorções de uma peça forem grandes o suficiente para que ela não funcione adequadamente, dizemos que a peça *falhou*.

Em um ensaio de tração simples existe uma região no gráfico tensão-deformação a partir da qual o corpo de prova *falha*.

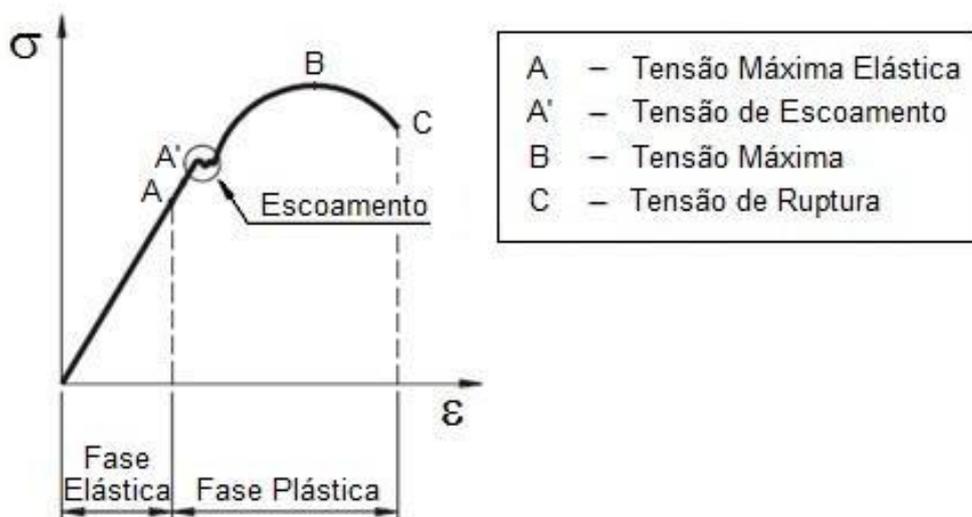


Figura 3.28 – Gráfico Tensão-Deformação de um Ensaio de Tração (adaptada de <http://www.infoescola.com/fisica/ensaio-de-tracao/>)

Nesse caso a tensão é uniaxial.

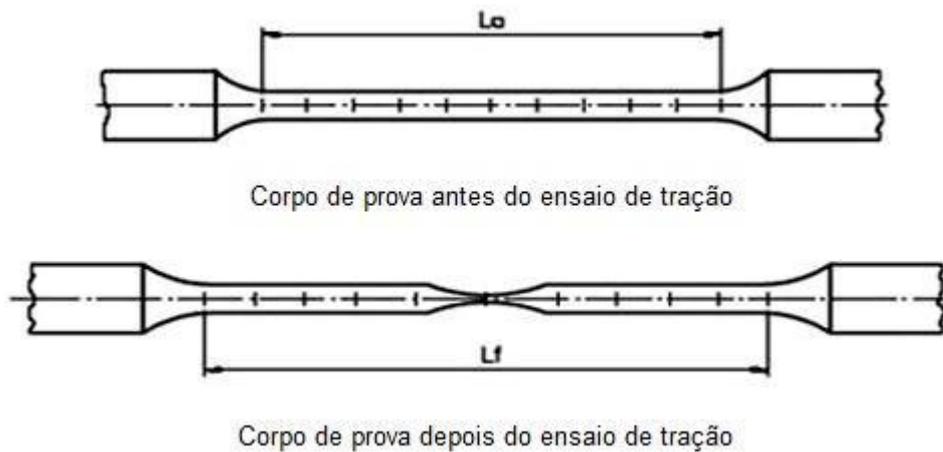


Figura 3.29 – Corpo de Prova de um Ensaio de Tração (adaptada de <http://www.infoescola.com/fisica/ensaio-de-tracao/>)

Um estado de tensões num ponto qualquer de um corpo pode ser determinado pelos valores e direções das três tensões principais σ_1 , σ_2 , σ_3 .

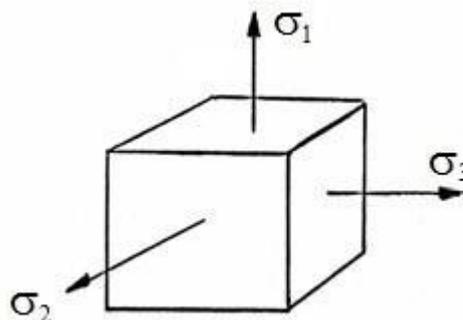


Figura 3.30 – Tensões Principais (adaptada de [5])

A ocorrência de um estado triaxial de tensões acarreta um comportamento do material diferente do obtido anteriormente. Existe, portanto, a necessidade de traduzir um estado de tensões complexo em um valor “equivalente” que poderia ser comparado com as propriedades do material determinadas no ensaio de tração. A essa equivalência denomina-se *critério de falha*.

3.5.1 Critério da Tensão Principal Máxima (Critério de Rankine²)

Neste critério, considera-se que a falha vai ocorrer quando a tensão principal máxima atuante em um material atingir a tensão máxima admissível do material (S). Para um

² William John Macquorn Rankine (1820 – 1872): foi um engenheiro civil, físico e matemático escocês [10].

material que possua os mesmos valores para a tensão máxima admissível à tração e à compressão, temos:

$$\boxed{\max(|\sigma_1|, |\sigma_2|, |\sigma_3|) = S}$$

Equação 3.9

Glossário:

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$: tensões principais;

S : tensão máxima admissível do material (*maximum allowable stress*);

max: função máximo ($\max(x_1, x_2, x_3)$ retorna o maior dos valores dentre x_1, x_2, x_3).

Esse critério é adotado pela norma ASME Seção VIII Divisão 1.

3.5.2 Critério da Tensão Cisalhante Máxima (Critério de Tresca³)

Neste critério, considera-se que a falha vai ocorrer quando a máxima tensão cisalhante em um material, submetido a uma combinação qualquer de cargas, atingir a metade da tensão máxima admissível do material (S):

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{S}{2}$$

Equação 3.10

Com auxílio das Fórmulas de Mohr, obtemos $\tau_{m\acute{a}x}$ em função das tensões principais:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{\max(|\sigma_3 - \sigma_1|, |\sigma_3 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_1|)}{2}$$

Equação 3.11

Assim, o critério fica:

$$\boxed{\max(|\sigma_3 - \sigma_1|, |\sigma_3 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_1|) = S}$$

Equação 3.12

³ Henri Édouard Tresca (1814 – 1885): foi um engenheiro mecânico francês. Foi professor do Conservatoire National des Arts et Métiers, em Paris. [10].

Glossário:

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$: tensões principais;

S : tensão máxima admissível do material (*maximum allowable stress*);

max: função máximo ($\max(x_1, x_2, x_3)$ retorna o maior dos valores dentre x_1, x_2, x_3).

Esse critério é adotado pelas normas ASME Seção VIII Divisão 2, PD 5500 (BS 5500) e EN 13445.

3.5.3 Critério da Máxima Energia de Distorção (Critério de Von Mises⁴-Hencky⁵)

Neste critério, considera-se que a falha vai ocorrer quando a energia de distorção em um material atinge a energia de distorção máxima (correspondente à falha do material em um ensaio de tração uniaxial).

Portanto o Critério de Von Mises-Hencky pode ser escrito como:

$$\sqrt{\frac{1}{2}((\sigma_3 - \sigma_1)^2 + (\sigma_3 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_1)^2)} = S$$

Equação 3.13

Glossário:

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$: tensões principais;

S : tensão máxima admissível do material (*maximum allowable stress*);

Esse critério também é adotado pela norma EN 13445.

⁴ Richard Edler von Mises (1883 – 1953): foi um cientista e matemático ucraniano que trabalhou em mecânica dos sólidos, mecânica dos fluidos, aerodinâmica, aeronáutica, estatística e teoria da probabilidade [10].

⁵ Heinrich Hencky (1885 – 1951): foi um engenheiro alemão [10].

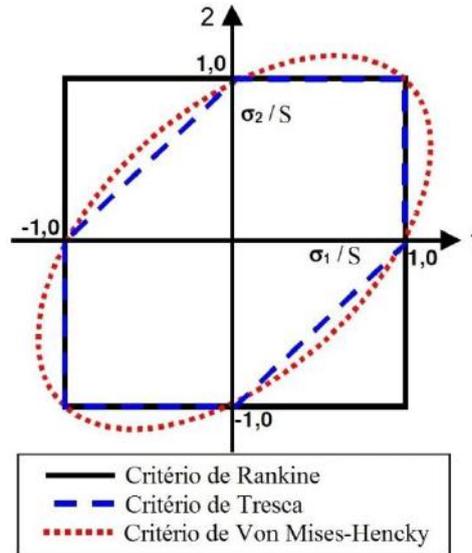


Figura 3.31 – Critérios de Falha (adaptada de [6])

Com base nos dados experimentais:

Desses critérios, o critério de Rankine é o que melhor prevê a falha para materiais frágeis. Os critérios de Tresca e Von Mises-Hencky também são seguros para materiais frágeis, porém são conservadores.

Desses critérios, o critério de Von Mises-Hencky é o que melhor prevê a falha para materiais dúcteis. O critério de Tresca também é seguro para materiais dúcteis, porém é conservador, mas oferece vantagens na análise de plasticidade. O critério de Rankine não é seguro para materiais dúcteis.

[5], [6], [10], [9], [8].

3.6 Filosofia de Projeto da Norma ASME Seção VIII Divisão 1

A filosofia de projeto da norma ASME Seção VIII Divisão 1 está explícita em [1], parágrafo UG-23:

“A espessura de um vaso dimensionado por essa norma deve ser tal que, para qualquer combinação de carregamentos que induzam tensões primárias e são esperados de ocorrer simultaneamente durante operação normal do vaso, a tensão principal máxima de membrana induzida não exceda a tensão máxima admissível do material”.

[1], [6].

Tensão primária é a tensão desenvolvida por um carregamento externo, necessária para satisfazer às condições de equilíbrio entre as forças e momentos externos e internos.

Tensão secundária é uma tensão desenvolvida por restrições de deformações na própria estrutura. Ao invés de equilibrar um carregamento externo, ela deve satisfazer a um conjunto de deformações impostas (condições de contorno).

Assim, o critério de falha adotado pela norma ASME Seção VIII Divisão 1 é o Critério da Tensão Principal Máxima (Critério de Rankine).

Observamos também que a Teoria de Membrana de Cascas possui fundamental importância para a norma ASME Seção VIII Divisão 1, sendo esta a teoria utilizada para calcular as tensões usadas no critério de falha adotado pela norma.

Na Teoria de Membrana de Cascas, temos a Equação de Young⁶-Laplace⁷:

$$\frac{\sigma_{P1}}{R_1} + \frac{\sigma_{P2}}{R_2} = \frac{P}{THK}$$

Equação 3.14

Glossário:

P : diferença entre a pressão interna e a pressão externa atuantes na casca;

THK : espessura da casca;

σ_{P1} , σ_{P2} : tensões principais de membrana devido a P ;

R_1 , R_2 : raios de curvatura da casca nas direções de σ_{P1} e σ_{P2} respectivamente.

3.7 Curvatura de Linhas

Há uma revisão da Geometria de Linhas e Superfícies na subseção 11.1 do apêndice.

Suponha que queiramos aproximar um pedaço infinitesimal, contendo um ponto P , de uma linha Γ , por uma circunferência. Sejam dois pontos móveis sobre Γ , digamos P_1 e P_2 . Tracemos a circunferência C definida por P , P_1 e P_2 . Se aproximarmos os pontos P_1 e P_2 do ponto fixo P , no limite, obtemos uma circunferência denominada *circunferência osculadora* [17].

⁶ Thomas Young (1773 – 1829): foi um sábio inglês [10].

⁷ Pierre Simon, Marquis de Laplace (1749 – 1827): foi um matemático, astrônomo e físico francês [10].

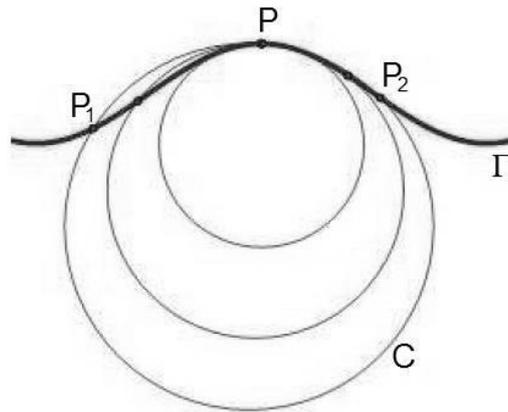


Figura 3.32 – Circunferência Osculadora (adaptada de [17])

Sejam \vec{t} o vetor unitário tangente no ponto P , e $\vec{t} + d\vec{t}$, o vetor unitário tangente num ponto infinitesimalmente próximo a P . Sejam R e C , o raio e o centro da circunferência osculadora em P . $d\varphi$ é o ângulo infinitesimal do setor circular compreendido pelos pontos P e o ponto infinitesimalmente próximo.

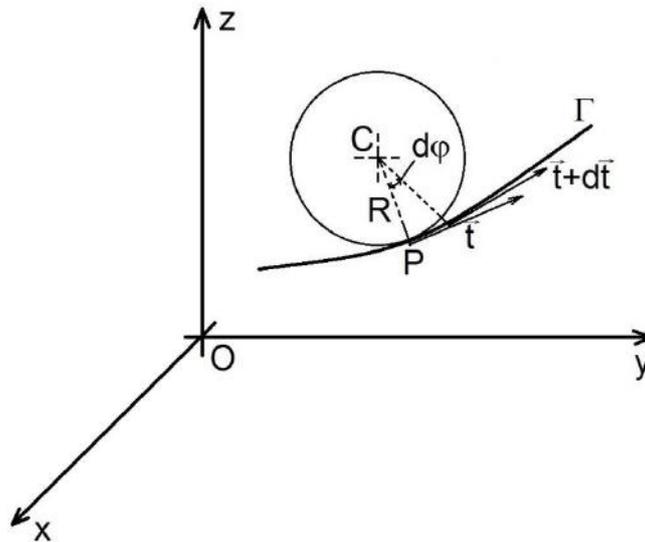


Figura 3.33 – Curvatura de Linha

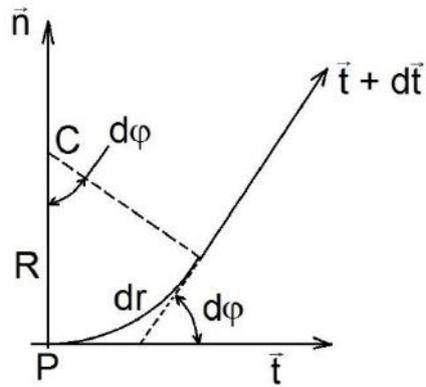


Figura 3.34 – Diferencial de \vec{t}

O raio de curvatura R de Γ em P é dado por:

$$R := \frac{dr}{d\varphi}$$

Equação 3.15

A curvatura κ de Γ em P é definida por:

$$\kappa := \frac{1}{R} = \frac{d\varphi}{dr}$$

Equação 3.16

3.8 Curvatura de Superfícies

Há uma revisão da Geometria de Linhas e Superfícies na subseção 11.1 do apêndice.

Seja Ω uma superfície, seja P um ponto da superfície. Suponha π um plano contendo P que secciona a superfície Ω . A interseção do plano π com a superfície Ω define uma linha plana Γ . Definimos a curvatura da superfície Ω no plano π , no ponto P , como sendo a curvatura da linha Γ no ponto P .

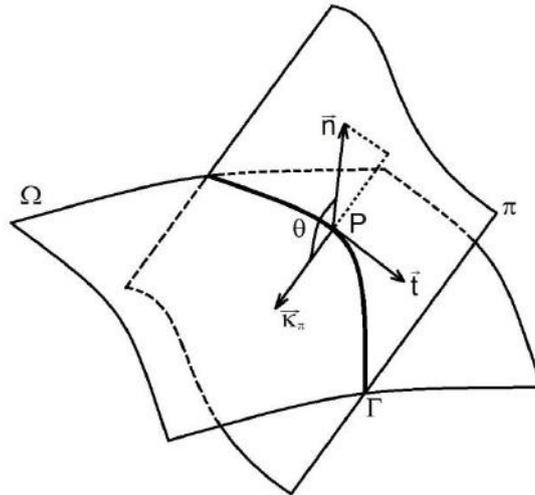


Figura 3.35 – Curvatura de Superfície

A interseção de um plano normal com a superfície define uma linha denominada *seção normal* da superfície. Observamos que podemos obter infinitas seções normais à superfície Ω diferentes contendo o mesmo ponto P .

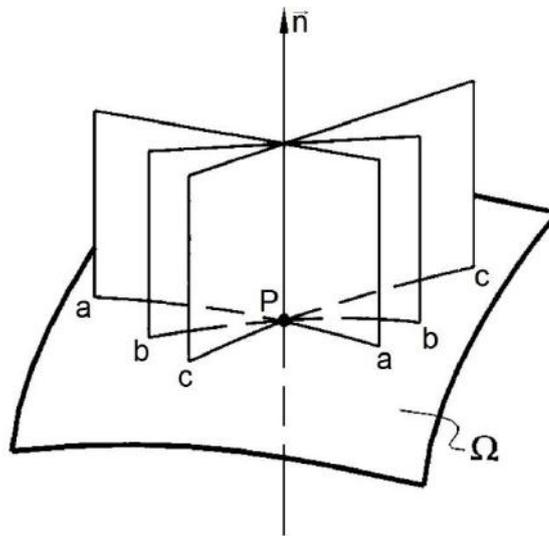


Figura 3.36 – Seções Normais (adaptada de [11])

A curvatura da superfície num plano normal é denominada *curvatura normal* da superfície.

Deste modo, há infinitas curvaturas normais possíveis no mesmo ponto da superfície, pois podemos obter infinitas seções normais no ponto, dependendo da direção do plano normal.

3.9 Curvaturas Principais e Direções Principais de Curvatura

Há uma revisão da Geometria de Linhas e Superfícies na subseção 11.1 do apêndice.

Já vimos que há infinitas curvaturas normais possíveis no mesmo ponto da superfície. Contudo, há duas seções normais no ponto, em que uma das curvaturas é a máxima possível, e a outra é a mínima possível. Essas seções normais são denominadas *seções normais principais* ou *direções principais de curvatura*. As curvaturas dessas seções e os correspondentes raios de curvatura são denominados *curvaturas principais* (denotados por κ_1 e κ_2) e *raios de curvatura principais* (denotados por $R_1 := 1/\kappa_1$ e $R_2 := 1/\kappa_2$) no ponto.

3.10 Teoria de Cascas

Definição de Casca: casca é um corpo limitado por duas superfícies, onde a distância entre as superfícies é pequena comparada com as outras dimensões do corpo.

O lugar geométrico dos pontos que estão situados em igual distância das duas superfícies é denominado a *superfície média* da casca.

Dizemos que uma casca é fina quando sua pequena espessura permite considerá-la um objeto bidimensional representado pela sua superfície média. Matematicamente, isso significa que o valor máximo de THK/R (onde THK é a espessura da casca, e R é o raio de curvatura da superfície média da casca) pode ser desprezado em comparação com a unidade. Para precisão de engenharia, uma casca pode ser considerada fina se
$$\max\left(\frac{THK}{R}\right) \leq \frac{1}{20}.$$

Tensões de tração e compressão distribuídas uniformemente na espessura de uma casca são referidas como *tensões de membrana* ou *tensões diretas*.

Uma casca equilibra uma carga transversal aplicada principalmente por meio de tensões de membrana. Se as tensões de flexão forem desprezíveis comparadas com as tensões de membrana, então esse estado de tensões é denominado *estado de tensões de membrana* ou *estado de tensões sem momento*.

O estado de membrana é um estado ideal que o projetista deve almejar, por que:

As propriedades de resistência de todos os materiais podem ser usadas completamente em tração (ou compressão), pois todas as fibras da seção transversal são igualmente solicitadas e a capacidade de carga pode atingir simultaneamente o limite de resistência para toda seção do componente.

As tensões de membrana são sempre menores do que as correspondentes tensões de flexão para cascas finas sob a mesma condição de carregamento.

Assim, a condição de flexão pura não oferece vantagens e deve ser evitada, porque cascas, em virtude da sua pequena espessura da parede, possuem baixa resistência para

esse tipo de solicitação. Mesmo momentos fletores relativamente pequenos podem causar deslocamentos e tensões de flexão significativos em cascas.

[11].

3.10.1 Teoria de Membrana de Cascas

Definição de Membrana: membrana é uma casca absolutamente flexível. Uma casca absolutamente flexível não é capaz de sustentar forças compressivas, pois qualquer pequena força de compressão irá causar perda de estabilidade da sua forma, ocasionando flambagem da estrutura. Uma casca absolutamente flexível também não é capaz de sustentar momentos fletores. Portanto, essas cascas só podem resistir às cargas aplicadas sob tração.

Vemos que membrana é um modelo mecânico adequado para o comportamento de cascas finas, pois em virtude da sua espessura muito pequena, cascas finas possuem resistência à compressão e à flexão desprezíveis.

As condições necessárias e suficientes para existência de um estado de tensões de membrana são:

- i) Os contornos da casca são livres de momento e de cisalhamento transversal à superfície média da casca. Assim, cargas aplicadas nos contornos precisam estar em planos tangentes à superfície média da casca.

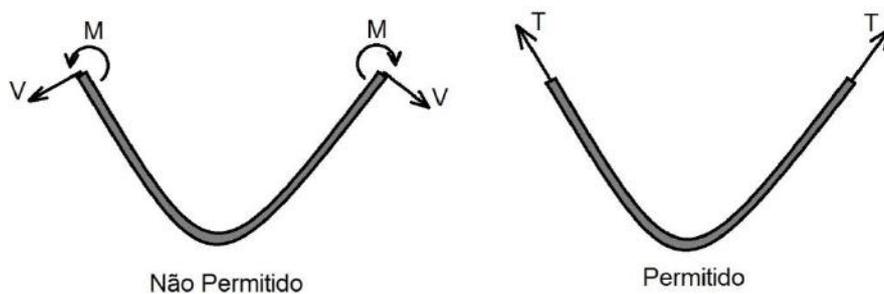


Figura 3.37 – Condições de Estado de Membrana

- ii) O deslocamento normal (isto é: as extremidades podem se deslocar livremente na direção normal à superfície média) e as rotações nas extremidades da casca não são restringidas.

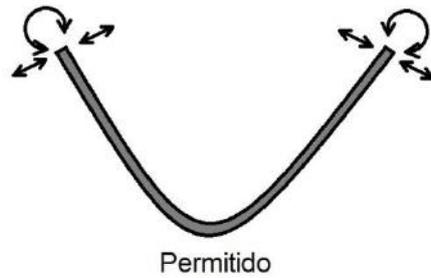


Figura 3.38 – Condições de Estado de Membrana

- iii) A casca deve ter uma superfície contínua e de variação suave (a derivada segunda do vetor tangente é contínua).

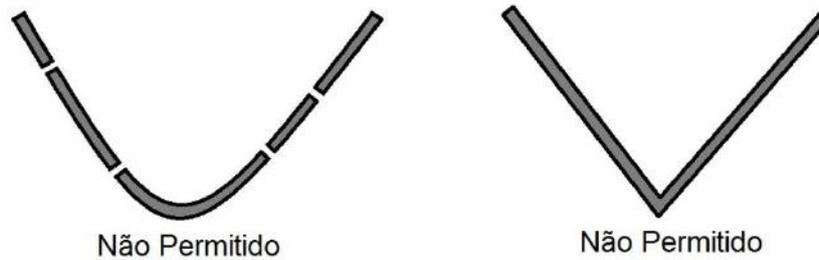


Figura 3.39 – Condições de Estado de membrana

- iv) As componentes das cargas aplicadas à superfície e às extremidades devem ser funções contínuas e suaves (com derivada segunda contínua) das coordenadas.

[11].

3.10.1.1 Equação de Young⁸-Laplace⁹

Há uma dedução da equação de Young-Laplace na subseção 11.2 do apêndice.

Considere uma casca fina. Seja P a diferença entre a pressão interna e a pressão externa atuante na casca.

⁸ Thomas Young (1773 – 1829): foi um sábio inglês [10].

⁹ Pierre Simon, Marquês de Laplace (1749 – 1827): foi um matemático, astrônomo e físico francês [10].

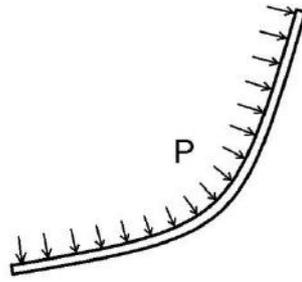


Figura 3.40 – Casca Fina Submetida a uma Diferença de Pressão P

Considere um estado de tensões de membrana; deste modo, as tensões são distribuídas uniformemente na espessura da casca.

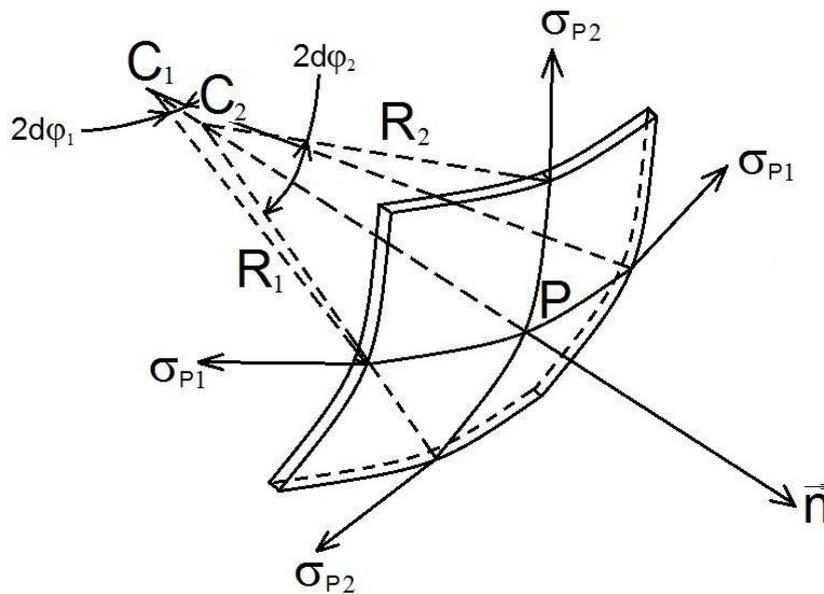


Figura 3.41 – Tensões na Casca em Volta do Ponto P

σ_{P1} e σ_{P2} são as tensões principais devido à diferença de pressão.

R_1 e R_2 , C_1 e C_2 , $d\phi_1$ e $d\phi_2$, são os raios de curvatura, centros de curvatura, variações dos ângulos, nas direções de σ_{P1} e σ_{P2} respectivamente.

THK : espessura da casca.

Da equação de equilíbrio na direção de \vec{n} , vem a equação de Young¹⁰-Laplace¹¹:

¹⁰ Thomas Young (1773 – 1829): foi um sábio inglês [10].

¹¹ Pierre Simon, Marquis de Laplace (1749 – 1827): foi um matemático, astrônomo e físico francês [10].

$$\frac{\sigma_{P1}}{R_1} + \frac{\sigma_{P2}}{R_2} = \frac{P}{THK}$$

Equação 3.17

[11], [12], [18].

3.10.1.2 Aplicação da Teoria de Membrana de Cascas aos Vasos de Pressão

A maioria dos vasos de pressão possui seção circular. Assim, a superfície desses vasos possui simetria cilíndrica. Deste modo, o uso de coordenadas cilíndricas facilita escrever a equação da superfície.

Vamos então usar coordenadas cilíndricas.

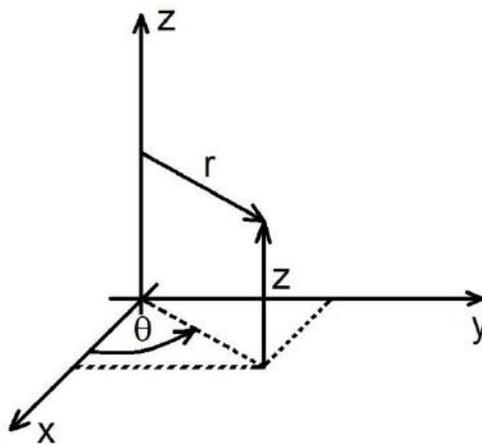


Figura 3.42 – Coordenadas Cilíndricas

$$x(r, \theta) := r \cdot \cos \theta; \quad y(r, \theta) := r \cdot \sin \theta; \quad z(r, \theta) := z(r)$$

Equação 3.18

Vamos aplicar os resultados da teoria de membrana de cascas aos vasos de pressão.

A equação de Young-Laplace em coordenadas cilíndricas fica:

$$\frac{\sigma_{PL}}{R_L} + \frac{\sigma_{PC}}{R_C} = \frac{P}{THK}$$

Equação 3.19

Glossário:

P : diferença entre a pressão interna e a pressão externa atuante na casca;

σ_{PL} : tensão principal devido a P , na direção longitudinal;

σ_{PC} : tensão principal devido a P , na direção circunferencial;

R_L : raio de curvatura na direção longitudinal;

R_C : raio de curvatura na direção circunferencial;

THK : espessura da casca.

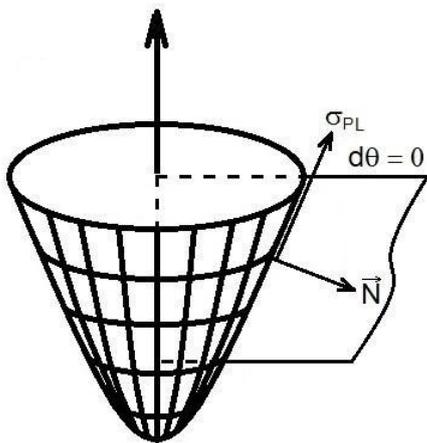


Figura 3.43 – Tensão Longitudinal σ_{PL}

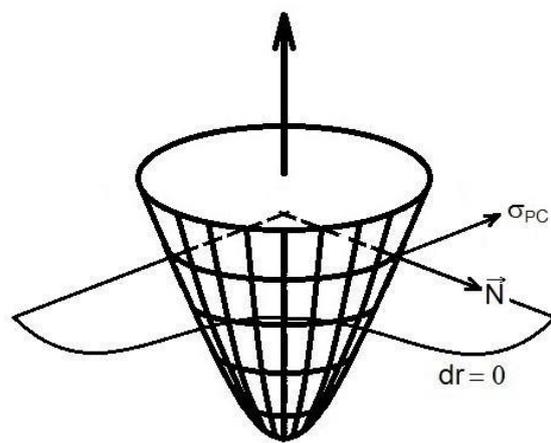
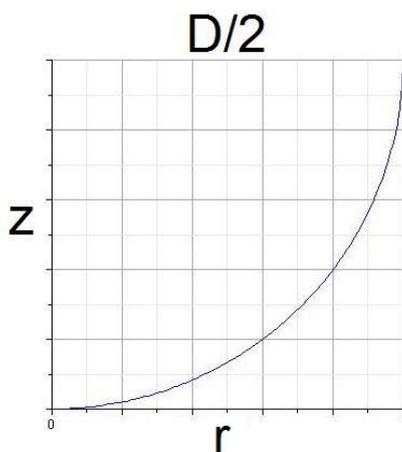


Figura 3.44 – Tensão Circunferencial σ_{PC}

Esfera:



Equação da esfera:

$$z(r) := \left(\frac{D}{2}\right) - \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - r^2}$$

Equação 3.20

D : diâmetro da esfera (*diameter*)

Figura 3.45 – Gráfico da Esfera

Da condição de contorno casca de revolução fechada fica:

$$\sigma_{PL} = \frac{P \cdot D}{4 \cdot THK}$$

Equação 3.21

Substituindo na equação de Young-Laplace vem:

$$\frac{\sigma_{PL}}{R_L} + \frac{\sigma_{PC}}{R_C} = \frac{P}{THK} \Rightarrow \frac{P}{2 \cdot THK} + \frac{2 \cdot \sigma_{PC}}{D} = \frac{P}{THK} \Rightarrow$$

$$\sigma_{PC} = \frac{P \cdot D}{4 \cdot THK}$$

Equação 3.22

Cilindro:

D : diâmetro do cilindro (*diameter*)

Da condição de contorno casca de revolução fechada fica:

$$\sigma_{PL} = \frac{P \cdot D}{4 \cdot THK}$$

Equação 3.23

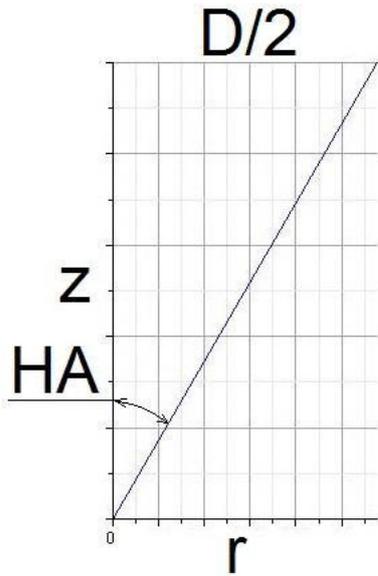
Substituindo na equação de Young-Laplace vem:

$$\frac{\sigma_{PL}}{R_L} + \frac{\sigma_{PC}}{R_C} = \frac{P}{THK} \Rightarrow 0 + \frac{2 \cdot \sigma_{PC}}{D} = \frac{P}{THK} \Rightarrow$$

$$\sigma_{PC} = \frac{P \cdot D}{2 \cdot THK}$$

Equação 3.24

Cone:



Equação do cone:

$$z(r) := r \cdot \cot(HA)$$

Equação 3.25

D : diâmetro da base do cone (*diameter*)

HA : semi-ângulo do vértice do cone (*half apex angle*)

Figura 3.46 – Gráfico do Cone

Da condição de contorno casca de revolução fechada fica:

$\sigma_{PL} = \frac{P \cdot r}{2 \cdot THK \cdot \cos(HA)}$; assim, σ_{PL} é máximo em $r = D/2$, e é dado por:

$$\sigma_{PL} = \frac{P \cdot D}{4 \cdot THK \cdot \cos(HA)}$$

Equação 3.26

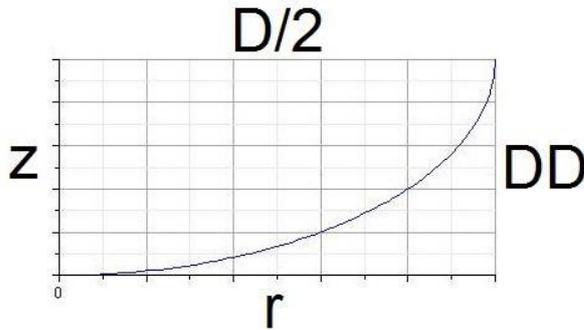
Substituindo na equação de Young-Laplace vem:

$\frac{\sigma_{PL}}{R_L} + \frac{\sigma_{PC}}{R_C} = \frac{P}{THK} \Rightarrow 0 + \frac{\sigma_{PC} \cos(HA)}{r} = \frac{P}{THK} \Rightarrow \sigma_{PC} = \frac{P \cdot r}{THK \cdot \cos(HA)}$; assim, σ_{PC} é máximo em $r = D/2$, e é dado por:

$$\sigma_{PC} = \frac{P \cdot D}{2 \cdot THK \cdot \cos(HA)}$$

Equação 3.27

Elipse:



Equação da elipse:

$$z(r) := DD - \frac{2 \cdot DD}{D} \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - r^2}$$

Equação 3.28

D : diâmetro da base da elipse

(*diameter*)

DD : altura da elipse (*depth of dish*)

Figura 3.47 – Gráfico da Elipse

Da condição de contorno casca de revolução fechada fica:

$$\sigma_{PL} = P \cdot \frac{\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^4 - \left(\left(\frac{D}{2}\right)^2 - DD^2\right) \cdot r^2}}{2 \cdot THK \cdot DD}$$

Para $D/2 \leq DD$, o valor extremo de σ_{PL} ocorre em $r = D/2$, e é dado por:

$$\sigma_{PL} = \frac{P \cdot D}{4 \cdot THK}$$

Equação 3.29

Para $D/2 \geq DD$, o valor extremo de σ_{PL} ocorre em $r = 0$, e é dado por:

$$\sigma_{PL} = \frac{P \cdot D}{4 \cdot THK} \cdot \left(\frac{D/2}{DD}\right)$$

Equação 3.30

Substituindo σ_{PL} na equação de Young-Laplace vem:

$$\frac{\sigma_{PL}}{R_L} + \frac{\sigma_{PC}}{R_C} = \frac{P}{THK} \Rightarrow \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^4 \cdot DD \cdot \frac{P \cdot \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^4 - \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot r^2 + DD^2 \cdot r^2}}{2 \cdot THK \cdot DD}}{\left(\left(\frac{D}{2}\right)^4 - \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot r^2 - DD^2\right) \cdot r^2} + \frac{DD \cdot \sigma_{PC}}{\left(\left(\frac{D}{2}\right)^4 - \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot r^2 - DD^2\right) \cdot r^2} = \frac{P}{THK} \Rightarrow$$

$$\sigma_{PC} = \frac{P \cdot \left(\left(\frac{D}{2}\right)^4 - 2 \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot r^2 - DD^2\right) \cdot r^2}{2 \cdot THK \cdot DD \cdot \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^4 - \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot r^2 - DD^2 \cdot r^2}}$$

Para $D/2 \leq DD$ e $D/2 \geq 2 \cdot DD$, o valor extremo de σ_{PC} ocorre em $r = D/2$, e é dado por:

$$\sigma_{PC} = \frac{P \cdot D}{4 \cdot THK} \cdot \left(2 - \left(\frac{D/2}{DD} \right)^2 \right)$$

Equação 3.31

Para $DD \leq D/2 \leq 2 \cdot DD$, o valor extremo de σ_{PC} ocorre em $r = 0$, e é dado por:

$$\sigma_{PC} = \frac{P \cdot D}{4 \cdot THK} \cdot \left(\frac{D/2}{DD} \right)$$

Equação 3.32

Observação: Não podemos aplicar a Teoria de Membrana de Cascas aos Vasos de Pressão torisféricos, pois a superfície média de uma casca torisférica não é suave (pois a derivada segunda do seu vetor tangente não é contínua).

[5].

3.11 Fabricação de Vasos de Pressão



Figura 3.48 – Grande Galpão de Oficina de Fabricação de Vasos de Pressão da CONFAB S.A. (retirada de [3])

A maioria dos vasos de pressão é fabricada a partir de chapas de aço ligadas entre si por soldagem [3].

O corte de chapas e de tubos de aço é normalmente feito a maçarico com chama oxiacetilênica (oxicorte), podendo também se usado o corte a plasma, o corte com eletrodo de carvão, ou outros meios. O corte retilíneo de chapas finas (até 6 mm, aproximadamente) pode ser feito mecanicamente em guilhotinas [3].

Materiais em chapas podem ser conformados (forjados ou calandrados) na forma dos tampos e cascas para a construção dos vasos [13].



Figura 3.50 – Calandra (retirada de [13])

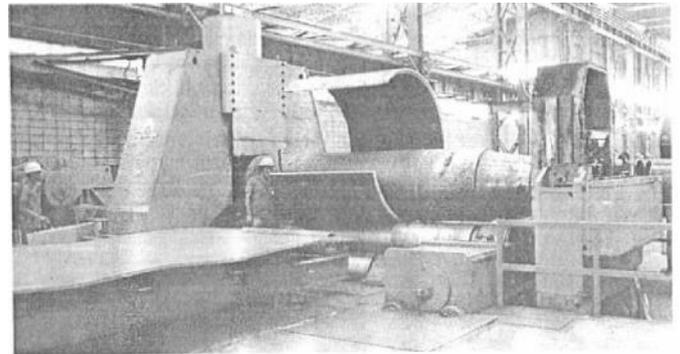


Figura 3.49 – Calandra da CONFAB S.A. (retirada de [3])

Como a dimensão usual das chapas de aço é limitada a um valor máximo, vasos de grandes dimensões devem ser feitos de várias chapas soldadas entre si. A construção consistindo geralmente em vários anéis sucessivos de chapas calandradas soldados no sentido do comprimento [3].

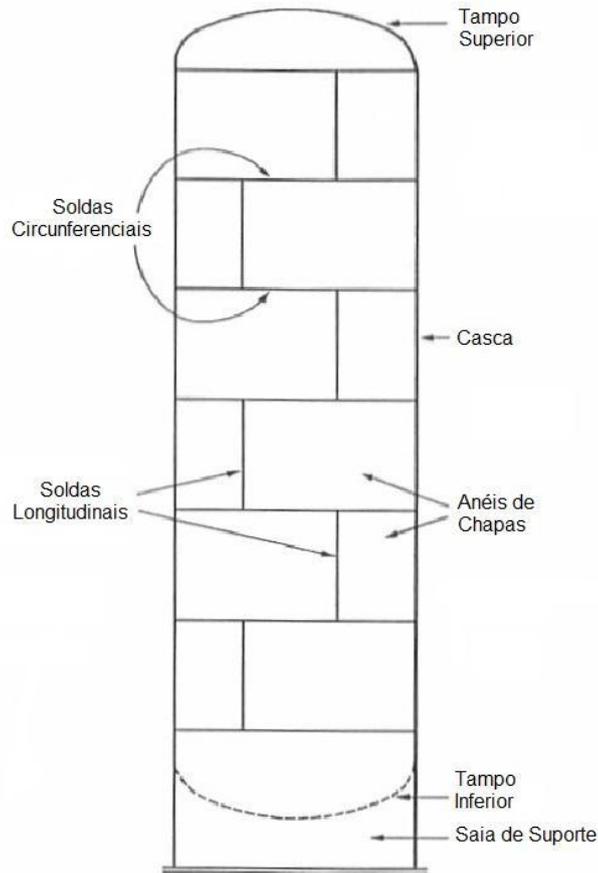


Figura 3.51 – Soldas Circunferenciais e Longitudinais em uma Casca Cilíndrica (retirada de [3])

A calandragem (*calendering*) para a conformação de corpos cilíndricos ou cônicos a partir de chapas planas é feita em máquinas de três rolos, que são as calandras; os rolos inferiores são motrizes e o superior é livre. Deslocando-se os rolos na horizontal e na vertical, ajusta-se a máquina para cada etapa da operação, e para a espessura da chapa e o diâmetro desejado [3].

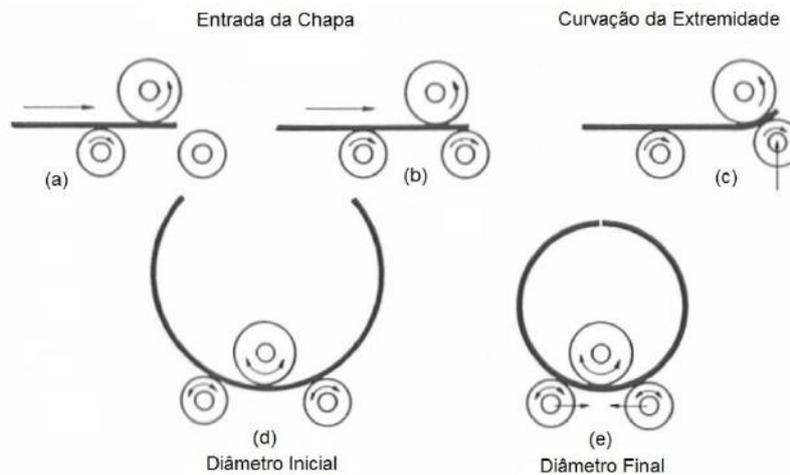


Figura 3.52 – Operação de Calandragem de uma Chapa (retirada de [3])

A calandragem geralmente é feita em vários passes: em cada passe aproximam-se mais os rolos inferiores, diminuindo com isso o raio de curvatura do cilindro e aumentando o ângulo central abrangido.

Em muitas calandras é possível colocar os rolos inferiores formando um ângulo entre si, permitindo, dessa forma, a obtenção de superfícies cônicas em lugar de cilíndricas.

A calandragem de chapas deve ser feita de preferência, e sempre que possível, na direção de laminação da chapa.

As superfícies cônicas (tampos e transições) também são feitas de chapas calandradas, com solda em posição longitudinal para melhor aproveitamento das chapas. Os tampos elípticos e torisféricos podem ser fabricados de uma só chapa, sem costuras (*seamless*), desde que o desenvolvimento da seção transversal seja menor que, ou igual à maior largura comercial de chapas. Os tampos de maiores dimensões são fabricados de chapas soldadas com as soldas em posição de secantes, ou com uma calota central e diversos gomos radiais. Os tampos com soldas em posição de secantes são fabricados por prensagem da calota central, e por rebordeamento das margens, ambas as operações feitas depois da execução das soldas. Os tampos com gomos radiais são fabricados integralmente por prensagem e posterior soldagem da calota central com os gomos radiais [3].



Figura 3.53 – Rebordeadeira da Inoxil S.A. (retirada de <http://www.inoxil.com.br/fabris.html>)

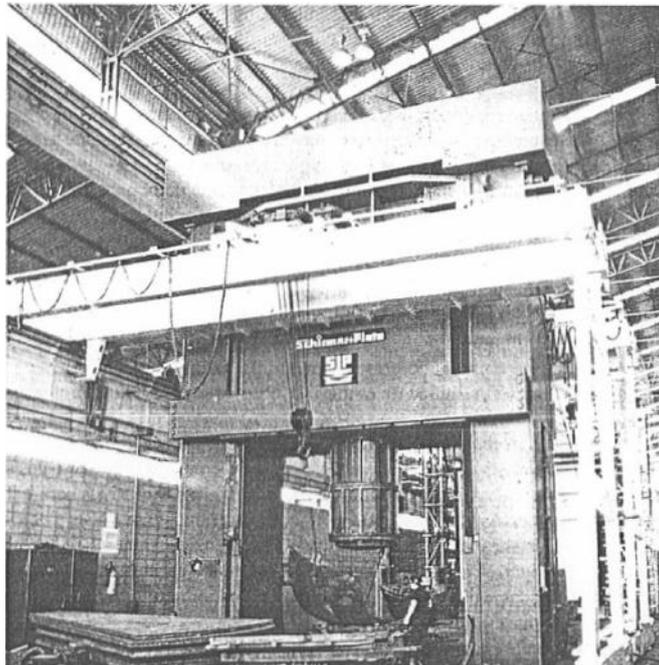
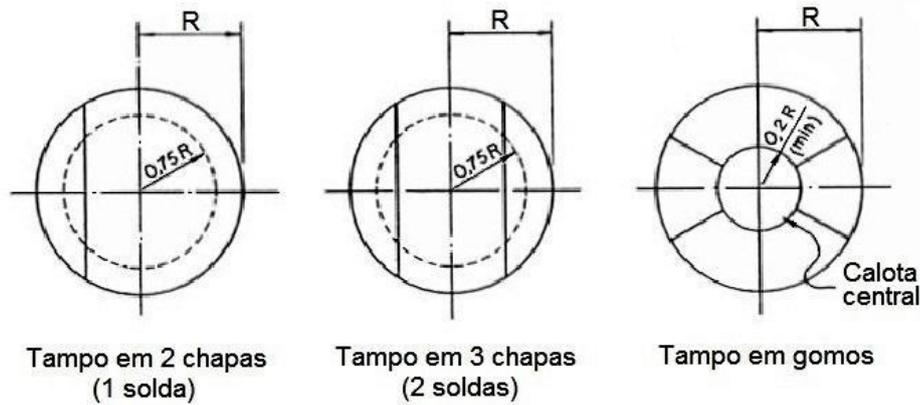
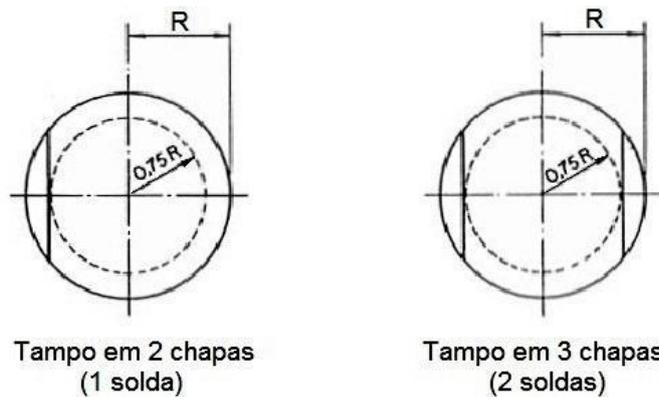


Figura 3.54 – Conformação de um Gomo de Tampo em uma Prensa na CONFAB S.A. (retirada de [3])



a) Exemplos de disposições recomendadas



b) Exemplos de disposições não recomendadas

Figura 3.55 – Posições Recomendadas ou não para Soldas em Tampos. Da norma N-253, da Petrobrás (retirada de [3])

Os vasos feitos de chapas com costuras rebitadas, muito empregados no passado, estão, há muito tempo, em completo desuso, tendo sido inteiramente suplantados pela construção soldada.

Os vasos para pressões muito altas raramente podem ser fabricados a partir de chapas ou de tubos, devido às grandes espessuras necessárias. Dois sistemas gerais de fabricação são usados: a fabricação forjada integral e a fabricação multifolheada (*multi-layer, layered*).

Na fabricação forjada integral o vaso é feito a partir de um tarugo maciço de aço, ficando formado, em uma só peça, o corpo cilíndrico e um dos tampos do vaso. Evidentemente só podem ser fabricados por esse processo vasos de pequenas dimensões.

As cascas cilíndricas de fabricação multifolheada podem ser compostas de vários cilindros colocados um dentro do outro, ou constituídas por uma tira de chapa relativamente fina enrolada sobre si mesma, e submetida à tensionamento especial. No caso de vários cilindros, os cilindros externos são colocados aquecidos e dilatados, de

forma a submeterem o cilindro interno a uma pressão externa, que compensa parcialmente a pressão interna de trabalho do vaso. Em qualquer desses vasos, os tampos costumam ser forjados integrais e são soldados à parede multifolheada.

[3].

Qualquer processo de conformação pode ser executado a frio ou a quente. Denominam-se conformação a quente as operações realizadas em temperatura acima da temperatura de recristalização do material metálico, e conformação a frio as realizadas em temperatura inferior à temperatura de recristalização. Para o aço carbono, a temperatura de recristalização é cerca de 540 °C, mas na prática, para qualquer aço, a conformação a quente costuma ser feita em temperaturas entre 1000 °C e 1200 °C.

A conformação a quente é obtida com menor esforço, e, praticamente, não há limite para a deformação. A conformação a quente é normalmente empregada para chapas de grande espessura, tubos de grande diâmetro, e também, em qualquer caso, quando a resistência do material à deformação excede a capacidade da máquina.

A conformação a frio é mais simples, mais barata, e permite maior precisão dimensional, sendo por isso empregada na maioria dos casos. Em compensação, requer máquinas de maior potência e introduz tensões residuais no material, o que pode exigir, em muitos casos, o tratamento térmico posterior de alívio de tensões. Por esse motivo, a deformação a frio não pode exceder determinados limites. São os seguintes, em resumo, os casos em que a norma ASME Seção VIII Divisão 1 (parágrafos UCS-79, UHT-79 e ULT-79), exige o alívio de tensões após a conformação a frio:

- Para aços carbono e aços de baixa liga, sempre que o estiramento da fibra mais distendida do material exceder a 5%, em combinação com qualquer uma destas condições:
 - i) Vasos que contenham fluidos tóxicos;
 - ii) Vasos feitos de materiais que exijam teste de impacto;
 - iii) Espessura da chapa (antes da conformação) superior a 16 mm;
 - iv) Redução de espessura na conformação superior a 10%.
- Para os aços carbono e aços de baixa liga (exceto os aços de alta resistência), a norma permite um estiramento máximo de 40%, desde que não ocorra alguma das condições acima listadas; para esses casos também é necessário o alívio de tensões.
- Para os aços de alta resistência (Seção UHT da norma), o tratamento térmico de alívio de tensões é exigido sempre que o estiramento máximo exceder a 5%, para qualquer conformação feita em temperatura inferior à temperatura de recristalização do material.

O estiramento máximo deve ser calculado pelas seguintes fórmulas:

- Curvatura simples (cilindros e cones):

$$\% \text{ de estiramento} = \frac{150 \cdot THK_0}{D} \cdot \left(1 - \frac{D}{D_0}\right)$$

Equação 3.33

- Curvatura dupla (esferas, elipses e toróides):

$$\% \text{ de estiramento} = \frac{100 \cdot THK_0}{D} \cdot \left(1 - \frac{D}{D_0}\right)$$

Equação 3.34

Glossário:

THK_0 : espessura inicial (antes da conformação) da chapa;

D : diâmetro final (após a conformação), até a superfície média da chapa;

D_0 : diâmetro inicial (antes da conformação), até a superfície média da chapa (tomar como infinito para chapas planas).

Além desses casos, o alívio de tensões após a conformação a frio é geralmente necessário para os vasos destinados a serviços sujeitos à corrosão sob tensão.

Para conformação a quente, é recomendável que seja adotado um acréscimo de espessura da chapa de até 3 mm, para compensar a perda de espessura da chapa por formação de carepas (isto é: película de óxido que se forma na superfície do material (fonte: http://www.ecivilnet.com/artigos/corrosao_de_armaduras.htm)).

[3].

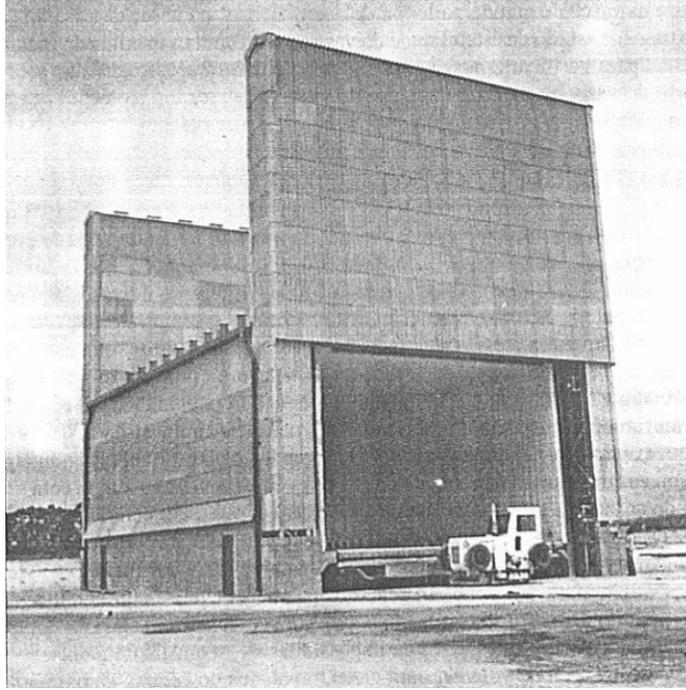


Figura 3.56 – Grande Forno para Tratamento Térmico de Vasos de Pressão da CONFAB S.A. (retirada de [3])

A norma ASME Seção VIII Divisão 1 reconhece ainda os seguintes vasos [1] (Apêndice 3):

- Vaso cladeado (*clad vessel*): um vaso feito de um material de base tendo um material resistente a corrosão integralmente ligado. Ou um vaso feito de um material de base com um metal de adição, menos resistente que o material de base, soldado. Ex: vaso de aço com revestimento interno de cromo, estanho, níquel ou cádmio.

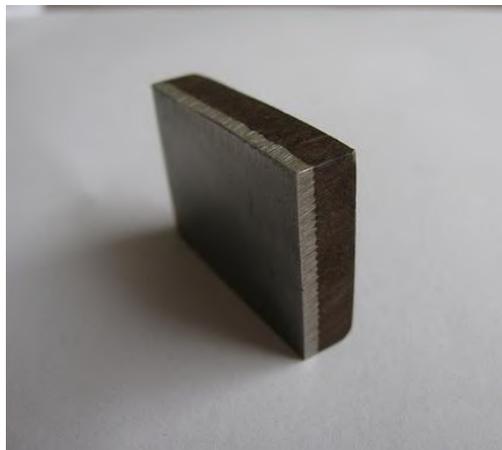


Figura 3.57 – Chapa Cladeada com Aço Inoxidável para Vasos de Pressão (retirada de <http://jianhuisteel.en.made-in-china.com/product/aoXxBAGKbvUh/China-Stainless-Steel-Clad-Plate-for-Vessel.html>)

- Vaso multifolheado ou vaso multicamadas (*layered vessel, multi-layer vessel*): um vaso com casca ou tampo feito de duas ou mais camadas separadas.

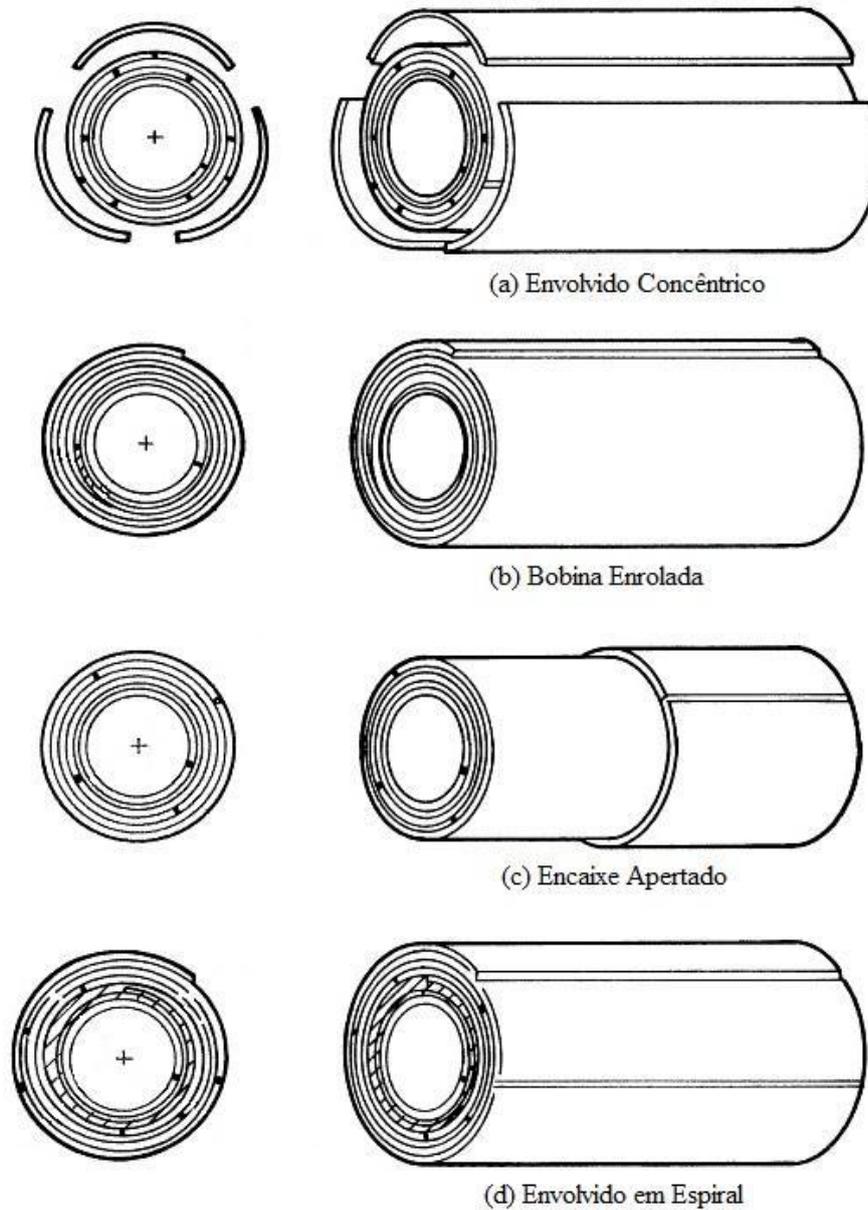


Figura 3.58 – Alguns Tipos de Cascas Multicamadas Aceitas pela Norma ASME Seção VIII Divisão 1 (adaptada de [1])

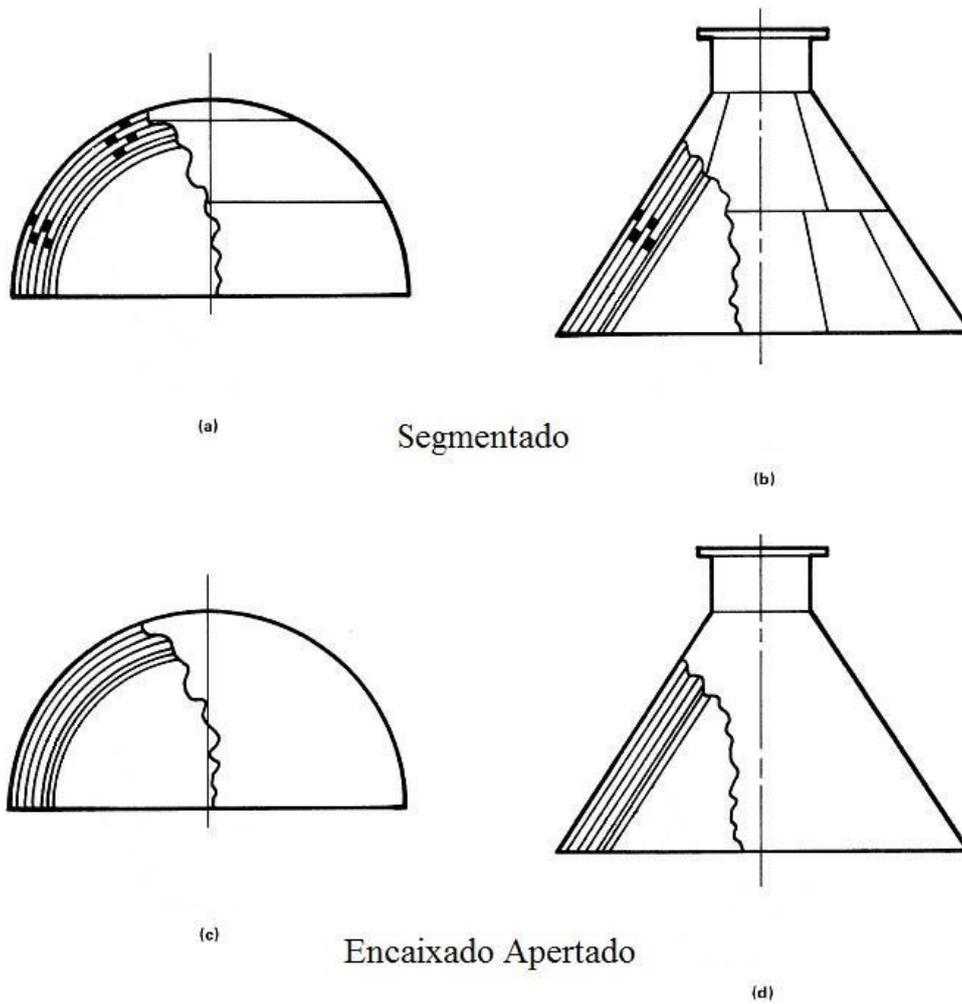


Figura 3.59 – Alguns Tipos de Tampos Multicamadas Aceitos pela Norma ASME Seção VIII Divisão 1 (adaptada de [1])

- Vaso revestido (*lined vessel*): vaso com um revestimento resistente à corrosão intermitentemente ligado à sua parede. Ex: vaso de aço com revestimento de vidro ou teflon.



Figura 3.60 - Vaso Revestido com Teflon (retirada de <http://njfuyuan.en.made-in-china.com/product/leHEmIiFHNWn/China-PTFE-Lined-Vessel.html>)

4 NORMA ASME

ASME é a abreviatura de *American Society of Mechanical Engineers*. ASME é uma sociedade de engenheiros, que dentre outras coisas, define normas técnicas para equipamentos mecânicos. Dentre as normas da ASME, temos a *ASME Boiler and Pressure Vessel Code (BPVC)*, que fornece regras para o projeto, fabricação e inspeção de caldeiras e vasos de pressão [10].

4.1 Norma ASME Boiler and Pressure Vessel Code (BPVC)

A norma 2001 *ASME Boiler and Pressure Vessel Code (BPVC)* possui as seguintes seções:

- I. Regras para construção de caldeiras geradoras de potência;
- II. Materiais;
- III. Regras para construção de componentes de instalações nucleares;
- IV. Regras para construção de caldeiras para aquecimento;
- V. Ensaio não destrutivo;
- VI. Regras recomendadas para o cuidado e a operação de caldeiras para aquecimento;
- VII. Diretrizes recomendadas para o cuidado de caldeiras geradoras de potência;
- VIII. Regras para construção de vasos de pressão;
- IX. Qualificações de brasagem e soldagem;
- X. Vasos de pressão de plástico reforçado com fibra;
- XI. Regras para inspeção em serviço de componentes de usinas nucleares.

[10], [1].

4.1.1 Norma ASME Seção VIII

A norma 2001 *ASME Boiler and Pressure Vessel Code (BPVC)* Seção VIII contém as seguintes divisões:

Divisão 1: Regras para construção de vasos de pressão;

Divisão 2: Regras alternativas - Regras para construção de vasos de pressão;

Divisão 3: Regras alternativas para a construção de vasos de alta pressão - Regras para construção de vasos de pressão.

[1].

4.1.1.1 Norma ASME Seção VIII Divisão 1

A Divisão 1 da norma ASME Seção VIII foi criada em 1925 [5].

A norma ASME Seção VIII Divisão 1 é limitada a vasos para pressão interna ou externa submetidos a uma pressão total menor que, ou igual a 3000 *psi* (aprox. 20685 *kPa*).

A norma ASME Seção VIII Divisão 1 é limitada a vasos para pressão interna ou externa submetidos a uma pressão absoluta maior que 15 *psi* (aprox. 103 *kPa*).

Utiliza o critério de falha da Tensão Principal Máxima (Critério de Rankine).

Apesar de prever flutuações de pressão e temperatura não apresenta procedimentos para análise de fadiga.

[1], [5].

4.1.1.2 Norma ASME Seção VIII Divisão 2

A Divisão 2 da norma ASME Seção VIII foi criada em 1969, como alternativa à Divisão 1, adotando critérios e detalhes de projeto, fabricação, exames e testes mais rigorosos e tensões admissíveis superiores.

A norma ASME Seção VIII Divisão 2 não impõe limite superior à pressão.

A norma ASME Seção VIII Divisão 2 é limitada a vasos para pressão interna ou externa submetidos a uma pressão absoluta maior que 15 *psi* (aprox. 103 *kPa*).

Nesta Divisão, é utilizado o critério de falha da Tensão Cisalhante Máxima (Critério de Tresca).

[1], [5].

4.1.1.3 Escolha da Divisão 1 ou 2

Existem condições de projeto em que a utilização da Divisão 2 é mandatória. Sempre que um vaso está sujeito a carregamentos cíclicos e gradientes térmicos, deve ser projetado por esta Divisão, pois apenas nela está prevista metodologia de cálculo para estas exigências. Também é o caso de equipamentos com pressão total superior a 3000 *psi* (aprox. 20685 *kPa*), pois a Divisão 1 limita o seu escopo de aplicação a esta pressão total.

Caso não haja alguma das condições acima, deve ser feita uma análise de custos e prazos para a seleção da Divisão a ser adotada. A Divisão 2 permite espessuras mais finas, devido às tensões admissíveis mais altas, porém exige exames, testes e inspeções mais rigorosos, o mesmo ocorrendo com detalhes construtivos.

[5].

4.1.1.4 Norma ASME Seção VIII Divisão 3

A Divisão 3 da norma ASME Seção VIII foi criada em 1997, com aplicação voltada para equipamentos projetados para operarem com altas pressões totais, em geral, acima de 10000 *psi* (aprox. 68948 *kPa*). Entretanto, pode ser usada para pressões totais inferiores e não restringe a aplicabilidade das Divisões 1 e 2.

Adota também o critério da Tensão Cisalhante Máxima (Critério de Tresca).

A utilização de materiais é restrita a poucas especificações.

A análise de fadiga é mandatória para equipamentos projetados por esta divisão.

[1], [5], [10].

5 NORMA ASME SEÇÃO VIII DIVISÃO 1

5.1 Escopo

O escopo da norma ASME Seção VIII Divisão 1 é apresentado no parágrafo U-1 da norma. [13], [1].

A norma ASME Seção VIII Divisão 1 não é aplicável aos seguintes itens:

- i) Itens abrangidos por outras seções do *ASME Boiler and Pressure Vessel Code (BPVC)*;
- ii) Aquecedores tubulares com chama;
- iii) Recipientes pressurizados que são parte integrante de equipamentos mecânicos rotativos ou alternativos, como bombas, compressores, turbinas, geradores, motores, cilindros hidráulicos e pneumáticos;
- iv) Sistemas de tubulação;
- v) Vasos de pressão para ocupação humana.

[13], [1].

A parte UG da norma contém os requisitos gerais para todos os métodos de construção e para todos os materiais. Estes requisitos gerais se enquadram em cinco categorias. São elas:

- i) Materiais – aspectos do projeto referentes aos materiais, tais como dimensões, identificação e tolerâncias;
- ii) Projeto – fórmula para a seleção e dimensionamento de vasos e componentes de vasos;
- iii) Inspeção e Teste – inspeção e teste de pressão requeridos pela norma;
- iv) Marcação e Relatórios – uso de marcas e carimbos da norma e relatórios exigidos;
- v) Dispositivos de alívio de pressão – seleção, configuração, e instalação de dispositivos de alívio de pressão.

[13].

Os parágrafos UG-4 a U-9 exigem que materiais para resistir à pressão devem estar em conformidade com uma das especificações listadas na Seção II, Parte A ou Parte B. Eles também devem estar listados na Seção VIII, Divisão 1, Subseção C.

A Seção VIII, Divisão 1, Subseção C abrange requisitos específicos para as classes de materiais permitidos pela Divisão 1. Os requisitos da Subseção C limitam os materiais

para os listados nas tabelas de tensão da Seção II, Parte D, Subparte 1. Há algumas exceções a esta exigência. As exceções são descritas nos parágrafos UG-9, UG-10, UG-11, UG-15, e nos Apêndices Mandatórios.

Em geral, os materiais que não receberam aprovação da norma, não podem ser usados para fabricar vasos da Divisão 1. Se um fabricante ou usuário quiser usar um material não aprovado, então, os dados do material devem ser submetidos e aprovados pelo *Boiler and Pressure Vessel Committee* da ASME.

[13].

5.2 Definições Gerais

5.2.1 Margem Para Corrosão (CA)

A margem para corrosão (*corrosion allowance*) é um acréscimo na espessura destinado a ser consumido pela corrosão, erosão, ou abrasão mecânica ao longo da vida útil prevista para o equipamento [1] (parágrafo UG-25), [3].

FALCÃO [5] fornece como valores usuais para a vida útil adotada para cada tipo de equipamento:

- Torres de fracionamento, reatores, vasos de alta pressão e trocadores de calor do tipo casca e tubos: 20 anos.
- Vasos de aço carbono: 10 a 15 anos.

BRANDÃO [6] fornece como valores usuais para a vida útil adotada para cada classe de equipamento:

Classe dos Equipamentos	Refinarias, Terminais e outras Instalações não Petroquímicas	Unidades Petroquímicas
Equipamentos de grande porte, grande custo ou essenciais ao funcionamento da unidade industrial (reatores, torres, permutadores ou vasos importantes).	20 anos	15 anos
Outros equipamentos não incluídos na classe acima.	15 anos	10 anos
Peças desmontáveis ou de reposição (feixes tubulares, internos de torres, etc).	8 anos	5 anos

Tabela 5.1 – Vida Útil Adotada

Teoricamente, essa margem será o produto da taxa de corrosão ($[comprimento]/[tempo]$) pelo tempo de vida útil ($[tempo]$) do equipamento [3].

BRANDÃO [6] recomenda que quando a taxa de corrosão prevista for superior a 0,3 mm/ano considerar o emprego de outros materiais mais resistentes à corrosão.

TELLES [3] recomenda adotar como valores de referência para margem para corrosão (CA) em vasos de pressão de aço-carbono ou aços de baixa liga:

- Meios pouco corrosivos: $CA \approx 1,5 \text{ mm}$
- Meios medianamente corrosivos (normais): $CA \approx 3 \text{ mm}$
- Meios muito corrosivos: $4 \text{ mm} \leq CA \leq 6 \text{ mm}$

Não é usual adotar margem para corrosão maior que 6 mm . Em geral, quando a margem para corrosão calculada é maior que 6 mm , aconselha-se a selecionar outro material mais resistente à corrosão [3].

5.2.2 Espessura Mínima Requerida

A espessura mínima requerida (*minimum required thickness*) é a espessura mínima das seções e tampos (após a conformação e independentemente da forma e do material) necessária para resistir às tensões causadas pelos esforços aos quais o vaso está submetido, exclusivo de qualquer margem para corrosão.

A espessura mínima das seções e tampos submetidos à diferença de pressão deve ser de, pelo menos, $\frac{1}{16} \text{ in}$ ($1,6 \text{ mm}$), exclusivo de qualquer margem para corrosão [1] (parágrafo UG-18). Existem algumas exceções a essa regra. Para maiores informações, consultar [1] (parágrafo UG-18).

5.2.3 Espessuras Padronizadas

Os seguintes valores devem ser adotados, de preferência, como espessuras nominais (comerciais):

Chapas de Aço ASTM A-36		
Espessura Nominal (in)	Espessura Nominal (mm)	Peso Estimado (kg/m ²)
3/16	5	38
1/4	6	49,5
5/16	8	62,8
3/8	10	74,6
1/2	13	98,1
5/8	16	125,6
3/4	19	149,15
7/8	22	175,8
1	25	196,25
1 1/8	29	221,8
1 1/4	32	247,3
1 1/2	38	294,4
1 3/4	44	353,25
2	51	392,5
2 1/4	57	443,5
2 1/2	64	494,55
2 3/4	70	541,3
3	76	588,1
3 1/2	89	698,8
4	102	810
4 1/2	114	915
5	127	1.020,00
5 1/2	140	1.120,00
6	152	1.225,00
6 1/2	165	1.325,00
7	178	1.420,00
7 1/2	191	1.530,00
8	203	1.630,00
9	229	1.835,00
10	254	2.040,00
11	279	2.245,00
12	305	2.450,00

Tabela 5.2

As tolerâncias de fornecimento das chapas não precisam ser consideradas, desde que as chapas estejam de acordo com as normas ASTM A-20 ou PB-35 (Norma Técnica Petrobras).

Para tampos abaulados e outras peças prensadas ou conformadas, deve ser previsto um adequado acréscimo na espessura das chapas, para compensar a perda de espessura na prensagem ou na conformação, de forma que a espessura final da peça acabada tenha no mínimo o valor calculado ou o valor que consta nos desenhos.

[6], [19].

5.2.4 Tensão Máxima Admissível do Material (S)

A tensão máxima admissível (*maximum allowable stress*) é a máxima tensão permitida em um determinado material utilizado em um vaso construído sob a norma. A tensão máxima admissível é função do material em questão e da temperatura de projeto do vaso.

Para a norma ASME Seção VIII Divisão 1, a tensão máxima admissível para diferentes materiais sem ser ferro fundido são dadas em função da temperatura na Seção II, Parte D, subparte 1, tabelas 1A e 1B, da norma ASME. [1] (parágrafo UG-23).

Para a norma ASME Seção VIII Divisão 1, a tensão máxima admissível para ferros fundidos são dadas em função da temperatura na Seção VIII Divisão 1, Parte UCI, tabela UCI-23. [1] (parágrafo UG-24).

As planilhas Material Ferroso e Material Não-Ferroso da pasta de trabalho Tabela de Projeto para Vasos de Pressão.xlsm são adaptações das tabelas 1A e 1B da norma ASME para a Tabela de Projeto para Vasos de Pressão.

5.2.5 Eficiência da Junção (E)

A eficiência da junção (*joint efficiency*) é a eficiência da junção ou a eficiência dos ligamentos entre as aberturas, o que for menor [1] (parágrafo UG-27).

É usada no projeto de uma junção como um multiplicador da tensão máxima admissível do material [1] (Apêndice 3). Funciona como se fosse um coeficiente de segurança no projeto do vaso.

A norma ASME Seção VIII Divisão 1 reconhece os seguintes tipos de junções [1] (Apêndice 3):

- i) Junção de topo (*butt joint*): uma junção entre dois membros localizados em planos de intersecção entre 0° e 30°, inclusive.

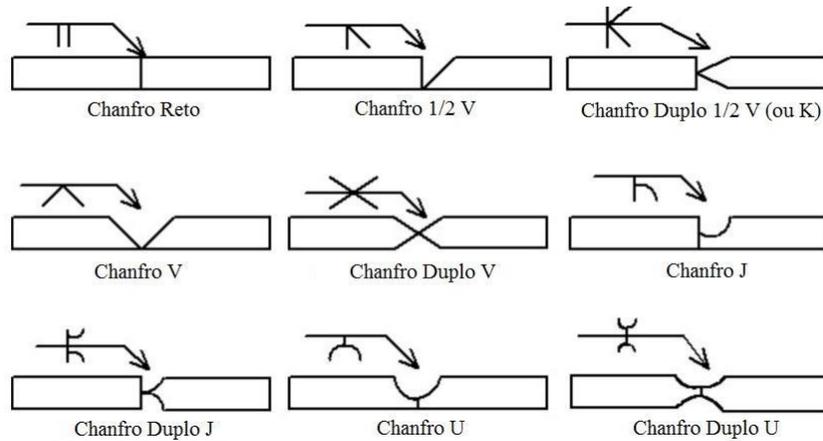


Figura 5.1 – Tipos de Junções de Topo (adaptada de Delta Welding School Lessons - Delta School of Trades – <http://deltaschooloftrades.com/>)

- ii) Junção de canto (*corner joint*): uma junção entre dois membros localizados em planos de intersecção em aproximadamente 90°.

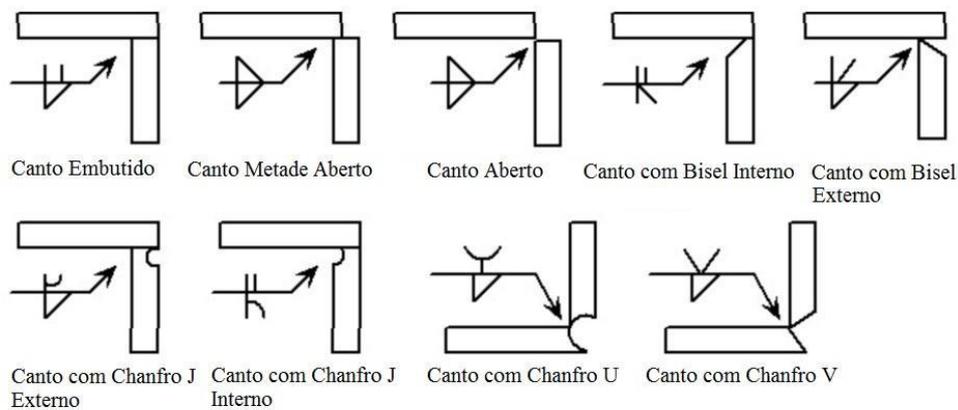


Figura 5.2 – Tipos de Junções de Canto (adaptada de Delta Welding School Lessons - Delta School of Trades – <http://deltaschooloftrades.com/>)

- iii) Junção em ângulo (*angle joint*): uma junção entre dois membros localizados em planos de intersecção com um ângulo maior do que 30°, mas inferior a 90°.

A eficiência da junção depende apenas do tipo de junção e do grau do exame de inspeção da junção, não dependendo do grau do exame de inspeção de nenhuma outra junção [1] (parágrafo UW-12).

A norma ASME Seção VIII Divisão 1 reconhece os seguintes exames de inspeção da junção [1] (Apêndice 3):

- i) Exame radiográfico (*radiographic examination (RT)*): um método de detectar imperfeições em materiais pela passagem de raio-X ou radiação nuclear através do material e apresentando a sua imagem num meio de gravação.

A norma ASME Seção VIII Divisão 1 reconhece os seguintes graus de exame radiográfico [1] (parágrafo UW-11):

- i.i) Exame radiográfico total (*full radiographic examination (Full RT)*).
- i.ii) Exame radiográfico parcial ou por amostragem (*spot radiographic examination (SRT)*).
- i.iii) Não radiografada (*no radiography (No RT)*).

Pela norma ASME Seção VIII Divisão 1 é mandatório o exame radiográfico total de junções de topo em vasos que contenham fluidos letais, ou que contenham vapor com pressão total interna superior a 50 *psi* (345 *kPa*), ou junções de topo de partes com ambas as espessuras maiores que 1 1/2 *in* (38 *mm*). Consultar [1] (parágrafo UW-11).

- ii) Exame de ultrassom (*ultrasonic examination (UT)*): um método de detectar imperfeições em materiais pela passagem de vibrações ultra-sônicas (frequências normalmente de 1 *MHz* até 5 *MHz*) através do material.

Observação: quanto maior for o grau do exame de inspeção da junção, maior é seu custo; porém obteremos maior eficiência da junção, possibilitando obter uma menor espessura mínima requerida.

A norma ASME Seção VIII Divisão 1 reconhece as seguintes categorias de junção (o termo “categoria” usado aqui define a localização de uma junção em um vaso, mas não o tipo de junção) [1] (parágrafo UW-3):

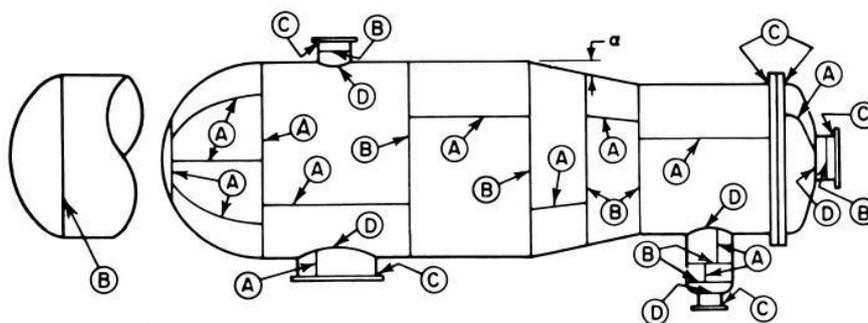


Figura 5.3 – Categorias de Junção (adaptada de [1])

i) Categoria A:

- i.i) Junções soldadas longitudinais dentro de cascas cilíndricas, dentro de tampos cônicos, dentro de tampos toricônicos, dentro de bocais, dentro de câmaras comunicantes;
- i.ii) Qualquer junção soldada dentro de tampos hemisféricos, dentro de tampos côncavos, dentro de tampos torisféricos, dentro de tampos flangeados;
- i.iii) Junções soldadas circunferenciais que unem tampos hemisféricos com cascas cilíndricas, com tampos cônicos, com tampos toricônicos, com bocais, com câmaras comunicantes.

ii) Categoria B:

- ii.i) Junções soldadas circunferenciais dentro de cascas cilíndricas, dentro de tampos cônicos, dentro de tampos toricônicos, dentro de bocais, dentro de câmaras comunicantes;
- ii.ii) Junções soldadas circunferenciais que unem cascas cilíndricas com tampos cônicos, com tampos toricônicos;
- ii.iii) Junções soldadas circunferenciais que unem tampos não hemisféricos com cascas cilíndricas, com tampos cônicos, com tampos toricônicos, com bocais, com câmaras comunicantes.

iii) Categoria C:

- iii.i) Junções soldadas conectando flanges, conectando flanges com juntas sobrepostas (tipo *Van Stone*);
- iii.ii) Junções soldadas conectando espelhos (*tube sheets*);
- iii.iii) Junções soldadas conectando placas planas com cascas cilíndricas, com tampos hemisféricos, com tampos côncavos, com tampos torisféricos, com tampos flangeados, com tampos cônicos, com tampos toricônicos, com bocais, com câmaras comunicantes;
- iii.iv) Qualquer junção soldada que une a extremidade do vaso com uma placa plana.

iv) Categoria D:

- iv.i) Junção soldada conectando câmaras comunicantes com cascas cilíndricas, com tampos hemisféricos, com tampos côncavos, com tampos torisféricos, com tampos flangeados, com tampos cônicos, com tampos toricônicos;

- iv.ii) Junção soldada conectando bocais com cascas cilíndricas, com tampos hemisféricos, com tampos côncavos, com tampos torisféricos, com tampos flangeados, com tampos cônicos, com tampos toricônicos;
- iv.iii) Junção soldada conectando bocais com câmaras comunicantes.

5.2.5.1 Valores de Eficiência da Junção (E)

- Junção soldada, usar a eficiência especificada na tabela UW-12 [1] (parágrafo UG-27):

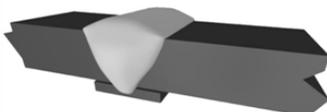
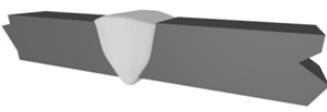
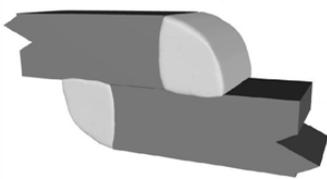
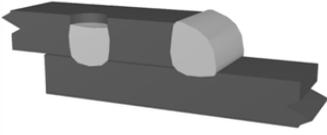
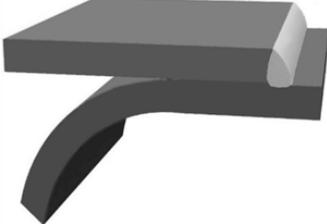
Tipo de Junção	Descrição do Tipo de Junção	Limitações	Categoria da Junção	Grau de Exame Radiográfico		
				Total	Parcial	Nenhum
Junção Soldada Tipo 1 	Junções de topo (butt joints) soldadas em ambos os lados da superfície, com mesma qualidade de metal de adição depositado sobre as superfícies interna e externa.	Não há.	A, B, C, D	1,00	0,85	0,70
Junção Soldada Tipo 2 	Junções de topo (butt joints) soldadas em apenas um dos lados da superfície, com mata junta (ou cobre junta).	Não pode ser usado em junções circunferenciais de topo com offset de uma das chapas (ler UW-13(b)(4) e ver figura UW-13.1, esboço (k)).	A, B, C, D	0,90	0,80	0,65
Junção Soldada Tipo 3 	Junções de topo (butt joints) soldadas em apenas um dos lados da superfície, sem mata junta (ou cobre junta).	Só pode ser usado em junções circunferenciais de topo, com diâmetro externo máximo da seção, de 24 in (610 mm), e espessura máxima da chapa, de 5/8 in (16 mm).	A, B, C	–	–	0,60
Junção Soldada Tipo 4 	Junções sobrepostas (lap joints), com filete duplo de altura total.	Só pode ser usado em junções longitudinais com espessura máxima da chapa, de 3/8 in (10 mm). Só pode ser usado em junções circunferenciais com espessura máxima da chapa, de 5/8 in (16 mm).	A, B, C	–	–	0,55
Junção Soldada Tipo 5 	Junções sobrepostas (lap joints), com filete único de altura total, com soldas plug.	Só pode ser usado em junções circunferenciais para a fixação do tampo ao casco, com as seguintes restrições: i) Tamos planos: espessura máxima da chapa, de 5/8 in (16 mm). ii) Tamos hemisféricos: não permitido. iii) Outros tamos: diâmetro externo máximo da seção, de 24 in (610 mm), e espessura máxima da chapa, de 1/2 in (13 mm).	B, C	–	–	0,50
Junção Soldada Tipo 6 	Junções sobrepostas (lap joints), com filete único de altura total, sem soldas plug.	Só pode ser usado para a fixação aos cascos de tamos com pressão do lado convexo, com espessura máxima da chapa, de 5/8 in (16 mm). Nesse caso, a solda deve estar localizada no lado interno da superfície. Só pode ser usado para fixação aos cascos de tamos com pressão do lado côncavo, com diâmetro interno máximo do casco, de 24 in (610 mm), e espessura máxima da chapa, de 1/4 in (6 mm). Nesse caso, solda deve estar localizada no lado externo da superfície.	A, B	–	–	0,45
Junção Soldada Tipo 7	Junções de canto (corner joints), com penetração total, com penetração parcial, ou com solda de filete.	Ver figura UW-13.2 e figura UW-16.1	C, D	–	–	–
Junção Soldada Tipo 8	Junções em ângulo (angle joints).	Dimensione de acordo com U-2(g) para junções da categoria B e C.	B, C, D	–	–	–

Tabela 5.3 – Tabela de Eficiência da Solda (adaptada de [1])

- Junção brasada:

O termo brasagem é definido como um grupo de processos de soldagem que produzem união dos materiais aquecendo-os até a temperatura de brasagem na presença de um metal de adição com ponto de fusão acima de $840^{\circ}F$ (aprox. $449^{\circ}C$) e abaixo do ponto de fusão do metal de base. O metal de adição é distribuído entre as superfícies da junção, que estão muito próximas, por capilaridade [1] (parágrafo UB-1).

A resistência da junção brasada não deve ser inferior à resistência do metal de base, ou o mais fraco de dois metais de base, no caso de juntas de metais diferentes [1] (parágrafo UB-10).

Usar a eficiência especificada abaixo:

- $E := 1,00$; para juntas em que o exame visual garante que o metal de adição da brasagem penetrou em toda a junta;
- $E := 0,50$; para juntas em que o exame visual não garante que o metal de adição da brasagem penetrou em toda a junta.

[1] (parágrafo UB-14).

- Junção sem costura (*seamless*) [1] (parágrafo UW-12):

$$E := 1,00$$

- Vasos fabricados por fundição [1] (parágrafos UG-7, UG-24):

Usar a eficiência especificada na tabela abaixo:

		Fundição Estática		Fundição Centrífuga	
		Baixa	Alta	Baixa	Alta
Material	Qualidade Superficial				
	Ferro Fundido	1,00	–	1,00	–
	Material Ferroso	0,80	–	0,85	–
	Material Não-Ferroso	0,80	0,90	0,85	0,90

Tabela 5.4 – Tabela de Eficiência da Fundição

Para ligamentos entre as aberturas, usar a eficiência calculada pelas regras dadas em UG-53 [1] (parágrafo UG-27).

5.2.6 Pressão de Projeto (p)

A pressão de projeto (*design pressure*) é a pressão medida no topo do vaso correspondente às condições mais severas de pressão e temperatura coincidentes que possam ser previstas em serviço normal. Para essa condição e para a condição de teste, é a máxima diferença de pressão entre o interior e o exterior do vaso, ou entre quaisquer duas câmaras comunicantes [1] (parágrafo UG-21).

Na norma ASME Seção VIII Divisão 1, está implícito que a pressão atmosférica é 15 *psi* (aprox. 103 *kPa*) [1] (parágrafo U-1).

Com base em TELLES [3] e na norma ASME Seção VIII Divisão 1 [1], no caso dos vasos projetados para pressão interna, aconselha-se adotar para a pressão de projeto o maior dos seguintes valores:

- (*Pressão Máxima de Operação Absoluta – Pressão Atmosférica*), acrescida de 5%, quando o dispositivo de alívio de pressão (válvula de segurança) for operado por válvula piloto, e acrescida de 10% nos demais casos.
- $1,5 \cdot (\textit{Pressão Atmosférica})$

5.2.7 Pressão Total (*P*)

A pressão total (*total pressure*) é a soma da pressão de projeto (que é medida no topo do vaso) com a pressão hidrostática (*static head*) correspondente à coluna de fluido contido.

Seja p_H a pressão hidrostática correspondente à coluna de fluido contido. A pressão total *P* será:

$$\boxed{P := p + p_H}$$

Equação 5.1

Essa pressão total *P* que será usada nas fórmulas de projeto de vasos de pressão.

5.2.8 Temperatura de Projeto (*T*)

A temperatura de projeto (*design temperature*) é a temperatura correspondente às condições mais severas de pressão e temperatura coincidentes que possam ser previstas em serviço normal.

TELLES [3] recomenda fixar a temperatura de projeto 30 °C a 50 °C acima da máxima temperatura que efetivamente for calculada para a parede do vaso.

BALL, CARTER [13] recomendam fixar a temperatura de projeto 25 °F a 50 °F acima da máxima temperatura que efetivamente for calculada para a parede do vaso.

A temperatura da parede do vaso está relacionada à temperatura do fluido contido, e na grande maioria dos casos, é tomada como sendo essa própria temperatura. Fazem exceção os casos em que o vaso possua algum revestimento isolante interno (revestimento refratário) ou que haja troca de calor significativa com o exterior [3].

5.2.9 Pressão Máxima de Trabalho Admissível (MAWP)

A pressão máxima de trabalho admissível (*maximum allowable working pressure*) é o maior valor permissível para a pressão de trabalho medida no topo do vaso na sua posição normal de operação, na temperatura correspondente à pressão considerada, tomando-se o vaso com a espessura corroída. Essa pressão será o menor dos valores de MAWP calculados para as partes essenciais do vaso. Devemos subtrair da MAWP a pressão da coluna de fluido (pressão hidrostática) contido quando houver diferença de altura entre a parte considerada e o topo do vaso [1] (parágrafo UG-98), [3].

A MAWP é o valor usualmente empregado para a pressão de abertura da válvula de segurança [3].

Observamos que MAWP é maior que, ou igual à pressão de projeto, valendo a igualdade somente em casos excepcionais [3].

Normalmente as espessuras dos componentes principais (cascas e tampos), que quase sempre são feitos de chapa, são maiores do que as espessuras mínimas requeridas calculadas, consequência da padronização comercial das espessuras de chapas. Sendo assim, estes componentes podem suportar uma pressão maior do que a de projeto [5].

A norma Regulamentadora do Ministério do Trabalho NR-13 - Caldeiras e Vasos de Pressão inclui a obrigação da determinação do valor da MAWP para todos os vasos em operação no Brasil [5], [20].

5.2.10 Teste Hidrostático

O teste hidrostático (*hydrostatic test*) em vasos de pressão consiste no preenchimento completo do vaso com água ou com outro líquido apropriado, no qual se exerce uma determinada pressão (pressão de teste hidrostático). O teste hidrostático tem por finalidade a detecção de possíveis defeitos de fabricação, falhas ou vazamentos em soldas, roscas, partes mandriladas e em outras ligações no próprio vaso ou em seus acessórios externos ou internos [3]. De acordo com a norma ASME Seção VIII Divisão 1, o teste hidrostático é mandatório, e deve ser realizado após a fabricação do vaso [1] (parágrafo UG-99).

A norma ASME Seção VIII Divisão 1 permite substituir o teste hidrostático por teste pneumático nos seguintes casos:

- i) Vasos que não podem ser cheios com água em segurança;
- ii) Vasos que não são facilmente secáveis, que serão usados em serviços onde traços do líquido de teste não são tolerados.

[1] (parágrafo UG-100).

A norma Regulamentadora do Ministério do Trabalho NR-13 - Caldeiras e Vasos de Pressão inclui a obrigação da realização do teste hidrostático para todos os vasos em operação no Brasil [20].

5.2.10.1 Pressão de Teste Hidrostático (*HTP*)

Procedimento para se determinar a pressão de teste hidrostático (*hydrostatic test pressure*) de acordo com a norma ASME Seção VIII Divisão 1 é o seguinte:

[1] (parágrafo UG-99).

i) Vasos para pressão interna:

Determine $\frac{S(T_{Teste})}{S(T)}$ para todas as partes do vaso. Seja $\min\left(\frac{S(T_{Teste})}{S(T)}\right)$ o menor dos valores $\frac{S(T_{Teste})}{S(T)}$ dentre os calculados para as partes do vaso.

A pressão de teste hidrostático (*HTP*) deve satisfazer:

$$HTP \geq 1,3 \cdot MAWP \cdot \min\left(\frac{S(T_{Teste})}{S(T)}\right)$$

Equação 5.2

Glossário:

T: temperatura de projeto do vaso;

T_{Teste}: temperatura do vaso durante a realização do teste hidrostático;

S(T): tensão máxima admissível do material na temperatura de projeto do vaso;

S(T_{Teste}): tensão máxima admissível do material na temperatura de realização do teste hidrostático;

MAWP: pressão máxima de trabalho admissível do vaso;

HTP: pressão de teste hidrostático do vaso.

Observe que no caso do teste hidrostático de vasos para pressão interna, o coeficiente de multiplicação na fórmula para determinar *HTP* é 1,3.

É de toda conveniência que a pressão de teste hidrostático seja a mais alta possível, compatível com a segurança da parte menos resistente do vaso. Por isso, a *HTP* é sempre superior à pressão de projeto e, também, à *MAWP* do vaso, e, portanto, durante o teste hidrostático, o material ficará submetido a uma tensão acima de sua tensão máxima admissível. Essa situação pode ser admitida com

segurança pelo fato de o teste hidrostático ser realizado, quase sempre, uma única vez, durante pouco tempo, com o vaso novo, com água, e em temperatura ambiente (70 °F) [3].

ii) Vasos para pressão externa:

Vasos destinados a trabalhar com pressão externa também devem ser submetidos a teste hidrostático com pressão interna, que como vimos, destina-se a verificar vazamentos decorrentes de falhas em soldas e de outros possíveis defeitos de fabricação [3].

Determine $\frac{S(T_{Teste})}{S(T)}$ para todas as partes do vaso. Seja $\min\left(\frac{S(T_{Teste})}{S(T)}\right)$ o menor dos valores $\frac{S(T_{Teste})}{S(T)}$ dentre os calculados para as partes do vaso.

A pressão de teste hidrostático (*HTP*) deve satisfazer:

$$HTP \geq 1,3 \cdot P \cdot \min\left(\frac{S(T_{Teste})}{S(T)}\right)$$

Equação 5.3

Glossário:

T: temperatura de projeto do vaso;

T_{Teste}: temperatura do vaso durante a realização do teste hidrostático;

S(T): tensão máxima admissível do material na temperatura de projeto do vaso;

S(T_{Teste}): tensão máxima admissível do material na temperatura de realização do teste hidrostático;

P: pressão total (*total pressure*) externa do vaso;

HTP: pressão de teste hidrostático do vaso.

Observe que no caso do teste hidrostático de vasos para pressão externa, o coeficiente de multiplicação na fórmula para determinar *HTP* é 1,3.

A norma Regulamentadora do Ministério do Trabalho NR-13 - Caldeiras e Vasos de Pressão inclui a obrigação da determinação do valor da *HTP* para todos os vasos de pressão em operação no Brasil [20].

5.2.11 Teste Pneumático

O teste pneumático (*pneumatic test*) em vasos de pressão consiste no preenchimento completo do vaso com ar ou com outro gás apropriado, no qual se exerce uma determinada pressão (pressão de teste pneumático).

5.2.11.1 Pressão de Teste Pneumático (*PTP*)

Procedimento para se determinar a pressão de teste pneumático (*pneumatic test pressure*) de acordo com a norma ASME Seção VIII Divisão 1 é o seguinte:

[1] (parágrafo UG-100).

i) Vasos para pressão interna:

Determine $\frac{S(T_{Teste})}{S(T)}$ para todas as partes do vaso. Seja $\min\left(\frac{S(T_{Teste})}{S(T)}\right)$ o menor dos valores $\frac{S(T_{Teste})}{S(T)}$ dentre os calculados para as partes do vaso.

A pressão de teste pneumático (*PTP*) deve satisfazer:

$$PTP \geq 1,1 \cdot MAWP \cdot \min\left(\frac{S(T_{Teste})}{S(T)}\right)$$

Equação 5.4

Glossário:

T : temperatura de projeto do vaso;

T_{Teste} : temperatura do vaso durante a realização do teste pneumático;

$S(T)$: tensão máxima admissível do material na temperatura de projeto do vaso;

$S(T_{Teste})$: tensão máxima admissível do material na temperatura de realização do teste pneumático;

$MAWP$: pressão máxima de trabalho admissível do vaso;

PTP : pressão de teste pneumático do vaso.

Observe que no caso do teste pneumático de vasos para pressão interna, o coeficiente de multiplicação na fórmula para determinar PTP é 1,1.

ii) Vasos para pressão externa:

Vasos destinados a trabalhar com pressão externa podem também ser submetidos a teste pneumático com pressão interna, que como vimos, destina-se a verificar vazamentos decorrentes de falhas em soldas e de outros possíveis defeitos de fabricação [3].

Determine $\frac{S(T_{Teste})}{S(T)}$ para todas as partes do vaso. Seja $\min\left(\frac{S(T_{Teste})}{S(T)}\right)$ o menor dos valores $\frac{S(T_{Teste})}{S(T)}$ dentre os calculados para as partes do vaso.

A pressão de teste pneumático (PTP) deve satisfazer:

$$PTP \geq 1,3 \cdot P \cdot \min\left(\frac{S(T_{Teste})}{S(T)}\right)$$

Equação 5.5

Glossário:

T : temperatura de projeto do vaso;

T_{Teste} : temperatura do vaso durante a realização do teste pneumático;

$S(T)$: tensão máxima admissível do material na temperatura de projeto do vaso;

$S(T_{Teste})$: tensão máxima admissível do material na temperatura de realização do teste pneumático;

P : pressão total (*total pressure*) externa do vaso;

PTP : pressão de teste pneumático do vaso.

Observe que no caso do teste pneumático de vasos para pressão externa, o coeficiente de multiplicação na fórmula para determinar PTP é 1,3.

6 FÓRMULAS DE PROJETO DE VASOS DE PRESSÃO

O dimensionamento do vaso consiste, usualmente, em especificar as espessuras nominais das paredes das diversas partes do vaso, uma vez selecionados os materiais e os métodos de união das partes (métodos de junção).

Para isso, precisamos saber a geometria do vaso e os esforços aos quais o vaso está submetido.

A norma ASME Seção VIII Divisão 1 reconhece os seguintes carregamentos que devem ser considerados no projeto de um vaso [1] (parágrafo UG-22):

- i) Pressão interna ou externa de projeto;
- ii) Peso do vaso e do conteúdo normal em condições de operação ou teste (isso inclui a pressão adicional devido à coluna de líquido (pressão hidrostática));
- iii) Reações estáticas impostas originadas do peso de equipamentos conectados, como motores, máquinas, outros vasos, tubulações, revestimentos, isolamentos;
- iv) Conexão com acessórios internos, suportes do vaso, tais como ressaltos, anéis, saias, selas, e pernas (ver [1] Apêndice G);
- v) Reações cíclicas e dinâmicas devido às variações de pressão ou temperatura, ou originadas de equipamentos montados no vaso, ou originadas de cargas mecânicas;
- vi) Vento, neve, e as reações sísmicas, quando necessário;
- vii) Reações de impacto tais como aquelas devido a uma onda de choque num fluido (*fluid shock*);
- viii) Gradientes de temperatura e diferencial de expansão térmica;
- ix) Pressões anormais, tais como aquelas causadas por deflagração¹²;

Contudo, a norma ASME Seção VIII Divisão 1 só fornece fórmulas de projeto levando em conta apenas os esforços da pressão interna ou externa, ficando o cálculo para os demais esforços inteiramente a critério do projetista.

[1], [6].

Sejam p , a pressão de projeto (medida no topo do vaso); T , a temperatura de projeto (calculada para a parede do vaso), que correspondem às condições mais severas de pressão e temperatura previstas em serviço normal.

¹² Deflagração: é um processo de combustão subsônica que normalmente se propaga através de condutividade térmica (a camada de matéria que está em combustão aquece a camada de matéria vizinha, mais fria, que então sofre ignição). A deflagração difere da detonação, que é um processo de combustão supersônica e se propaga através de uma onda de choque [10].

De posse da temperatura de projeto T , e selecionado o material, consulta-se então, a Seção II, Parte D, subparte 1, da norma ASME. Primeiramente, verificamos se a temperatura de projeto T é menor ou igual ao limite máximo de temperatura (*maximum temperature limit*) permitido para esse material. Obtemos então a tensão máxima admissível do material $S = S(T)$.

Selecionado o tipo de junção e o grau do exame de inspeção da junção, consulta-se a tabela UW-12 [1]. Primeiramente, verificamos se o tipo de junção selecionado é permitido para a junção em questão (consultar as colunas *Limitations* e *Joint Category* da tabela UW-12 [1]). Obtemos então a eficiência da junção $E = E(\text{tipo de junção, grau do exame de inspeção})$.

O critério de falha utilizado pela norma ASME Seção VIII Divisão 1 é o critério da tensão principal máxima (ou critério de Rankine) que fica:

$$\boxed{\max(|\sigma_1|, |\sigma_2|, |\sigma_3|) = S \cdot E}$$

Equação 6.1

Observação: se mudarmos a temperatura do vaso, seus parâmetros geométricos também irão mudar, devido à expansão ou contração térmica. Os parâmetros geométricos do vaso também mudam devido à corrosão. Assim, o valor de σ depende da condição na qual ela foi calculada.

Na norma ASME Seção VIII Divisão 1, quando formos utilizar o critério de falha, σ deverá ser calculada utilizando os parâmetros geométricos do vaso corroído (no fim de sua vida útil), na temperatura ambiente ($70^\circ F$). [1] (Parágrafo UG-16), [13].

Assim, se na fórmula fornecida pela norma ASME contiver o diâmetro do vaso, por exemplo; para aplicarmos o critério de falha, devemos usar o diâmetro do vaso na condição corroída, na temperatura ambiente ($70^\circ F$). Lembrando que:

$$ODN := IDN + 2 \cdot THKN$$

$$ODC := IDC + 2 \cdot THKC$$

$$THKC := THKN - CA$$

$$IDC := IDN + 2 \cdot CA$$

$$ODC := ODN$$

Glossário:

THKN: espessura do vaso novo na temperatura em questão (*thickness new*);

THKC: espessura do vaso corroído na temperatura em questão (*thickness corroded*);

IDN: diâmetro interno do vaso novo na temperatura em questão (*inside diameter new*);

IDC: diâmetro interno do vaso corroído na temperatura em questão (*inside diameter corroded*);

ODN: diâmetro externo do vaso novo na temperatura em questão (*outside diameter new*);

ODC: diâmetro externo do vaso corroído na temperatura em questão (*outside diameter corroded*);

CA: margem para corrosão (*corrosion allowance*).

Resolveremos as fórmulas fornecidas pela norma ASME Seção VIII Divisão 1 para a tensão originada pelos esforços da pressão, pois assim fica mais fácil combinar o efeito de outros carregamentos.

Seja p_H a pressão hidrostática (*static head*) correspondente à coluna de fluido contido. A pressão total P será:

$$P := p + p_H$$

Equação 5.1

Essa pressão total P que será usada nas fórmulas que seguem.

6.1 Casca Cilíndrica ASME

[1] (parágrafo UG-27, parágrafo 1-2).

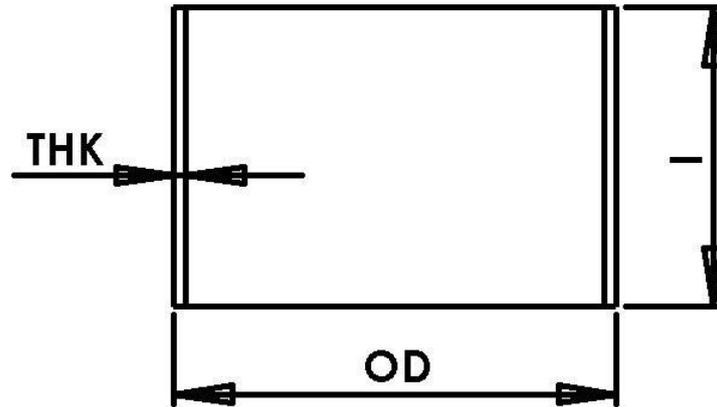


Figura 6.1 – Casca Cilíndrica ASME

- i) Tensão na direção circunferencial (*circumferential stress*) (σ_{PC}) (junção longitudinal (*longitudinal joint*)):

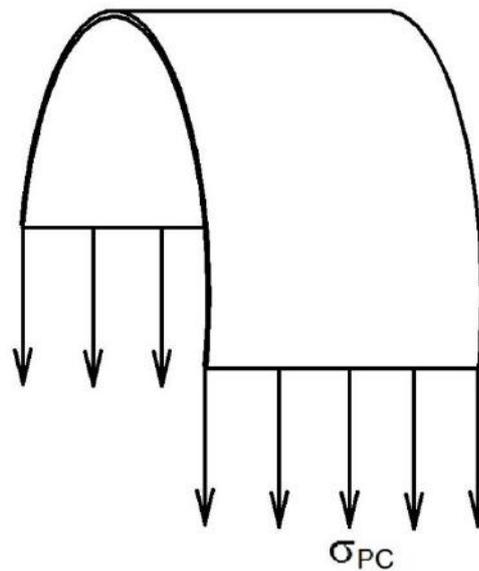


Figura 6.2 – Tensão Circunferencial da Pressão na Casca Cilíndrica ASME

$$\sigma_{PC} := \begin{cases} \frac{P \cdot OD}{2 \cdot THK} - 0,4 \cdot P; & \text{se } THK \leq 0,1666666667 \cdot OD \\ \frac{P \cdot (OD^2 - 2 \cdot OD \cdot THK + 2 \cdot THK^2)}{2 \cdot THK \cdot (OD - THK)}; & \text{se } THK > 0,1666666667 \cdot OD \end{cases}$$

Equação 6.2

Glossário:

OD : diâmetro externo da casca cilíndrica (*outside diameter*);

THK : espessura da casca cilíndrica após a conformação (*thickness*);

P : pressão total;

σ_{PC} : tensão principal devido a P , na direção circunferencial, na casca cilíndrica;

- ii) Tensão na direção longitudinal (*longitudinal stress*) (σ_{PL}) (junção circunferencial (*circumferential joint*)):

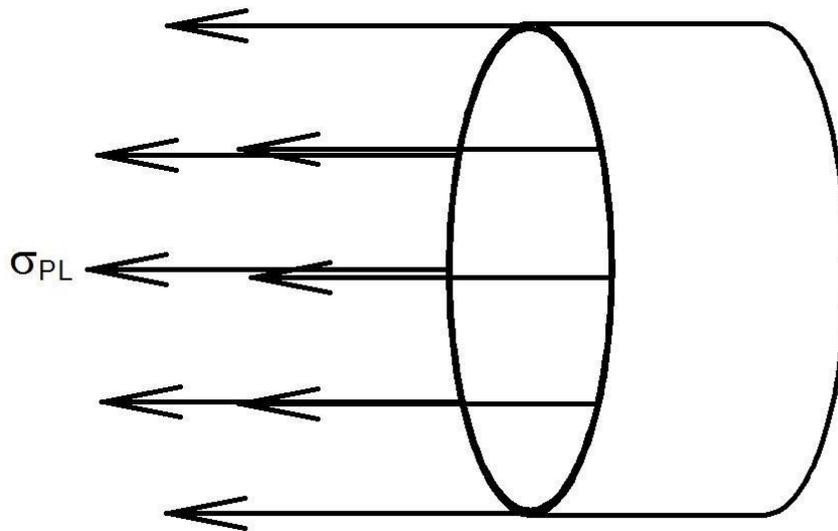


Figura 6.3 – Tensão Longitudinal da Pressão na Casca Cilíndrica ASME

$$\sigma_{PL} := \begin{cases} \frac{P \cdot OD}{4 \cdot THK} - 0,7 \cdot P; & \text{se } THK \leq 0,1666666667 \cdot OD \\ \frac{P \cdot (OD^2 - 4 \cdot OD \cdot THK + 4 \cdot THK^2)}{4 \cdot THK \cdot (OD - THK)}; & \text{se } THK > 0,1666666667 \cdot OD \end{cases}$$

Equação 6.3

Glossário:

OD: diâmetro externo da casca cilíndrica (*outside diameter*);

THK: espessura da casca cilíndrica após a conformação (*thickness*);

P: pressão total;

σ_{PL} : tensão principal devido a *P*, na direção longitudinal, na casca cilíndrica.

6.2 Tambo Hemisférico ASME

[1] (parágrafo 1-1, parágrafo 1-3).

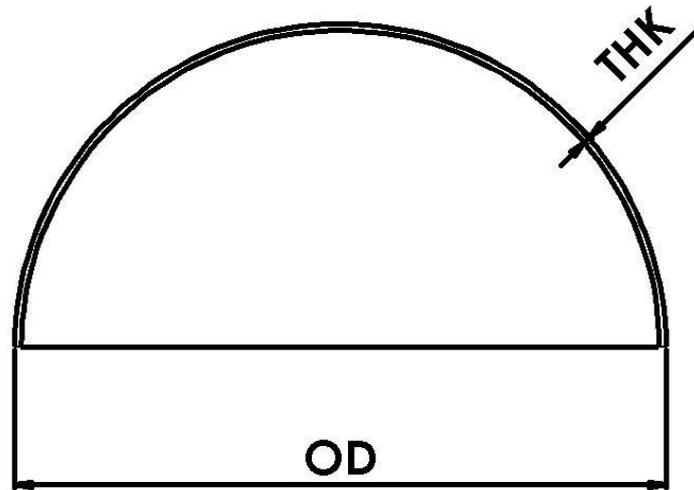


Figura 6.4 – Tambo Hemisférico ASME

i) Tensão (σ_P):

$$\sigma_P := \begin{cases} \frac{P \cdot OD}{4 \cdot THK} - 0,4 \cdot P; & \text{se } THK \leq 0,1312684366 \cdot OD \\ \frac{P \cdot (3 \cdot OD^3 - 12 \cdot OD^2 \cdot THK + 24 \cdot OD \cdot THK^2 - 16 \cdot THK^3)}{4 \cdot THK \cdot (3 \cdot OD^2 - 6 \cdot OD \cdot THK + 4 \cdot THK^2)}; & \text{se } THK > 0,1312684366 \cdot OD \end{cases}$$

Equação 6.4

Glossário:

OD: diâmetro externo do tambo hemisférico (*outside diameter*);

THK: espessura do tambo hemisférico após a conformação (*thickness*);

P: pressão total;

σ_P : tensão principal devido a *P* no tambo hemisférico.

6.3 Tampo Côncavo

[1] (parágrafo 1-1, parágrafo 1-3).

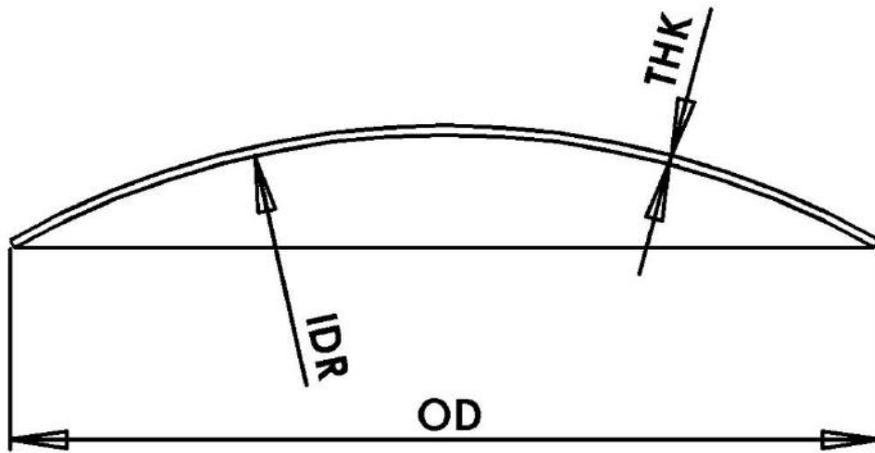


Figura 6.5 – Tampo Côncavo

i) Tensão (σ_p):

$$\sigma_p := \begin{cases} \frac{P \cdot IDR}{2 \cdot THK} + 0,1 \cdot P; & \text{se } THK \leq 0,356 \cdot IDR \\ \frac{P \cdot (3 \cdot IDR^3 + THK^3 + 3 \cdot THK^2 \cdot IDR + 3 \cdot THK \cdot IDR^2)}{2 \cdot THK \cdot (THK^2 + 3 \cdot THK \cdot IDR + 3 \cdot IDR^2)}; & \text{se } THK > 0,356 \cdot IDR \end{cases}$$

Equação 6.5

Glossário:

IDR: raio interno da coroa (*inside dish radius*);

THK: espessura do tampo côncavo após a conformação (*thickness*);

P: pressão total;

σ_p : tensão principal devido a *P* no tampo côncavo.

6.4 Tampo Torisférico

[1] (parágrafo UG-32, parágrafo 1-4).

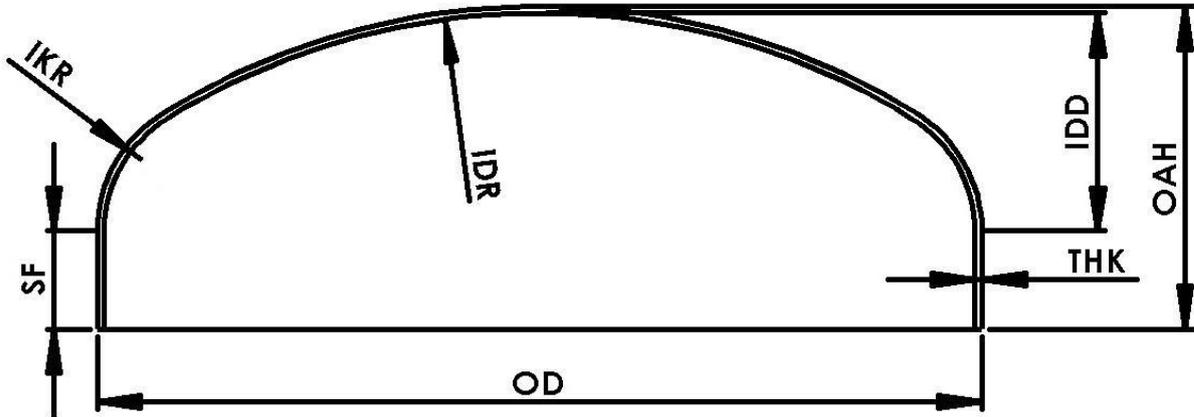


Figura 6.6 – Tampo Torisférico

A norma ASME Seção VIII Divisão 1 requer que [1] (parágrafo UG-32 (j)):

$$IDR \leq OD$$

$$IKR \geq 0,06 \cdot OD \text{ e } IKR \geq 3 \cdot THK$$

i) Fator de forma na fórmula do tampo torisférico (M):

$$M := \frac{1}{4} \left(3 + \left(\frac{IDR}{IKR} \right)^{0,5} \right)$$

Equação 6.6

Glossário:

IDR : raio interno da coroa (*inside dish radius*);

IKR : raio interno da concordância toroidal (*inside knuckle radius*);

ii) Tensão (σ_P):

$$\sigma_P := \frac{P \cdot M \cdot IDR}{2 \cdot THK} + 0,1 \cdot P$$

Equação 6.7

Glossário:

M : fator de forma na fórmula do tampo torisférico;

IDR : raio interno da coroa (*inside dish radius*);

THK : espessura do tampo torisférico após a conformação (*thickness*);

P : pressão total;

σ_P : tensão principal devido a P no tampo torisférico.

6.5 Tampo Cônico

Tampos cônicos poderão ser usados quando o ângulo $HA \leq 30^\circ$. Quando o ângulo $HA > 30^\circ$, as fórmulas fornecidas pela norma ASME Seção VIII Divisão 1 para tampos cônicos não são aplicáveis. No caso de o ângulo $HA > 30^\circ$, é mandatório o uso de tampos toricônicos, ou então, o dimensionamento do vaso deverá ser baseado em uma análise especial ([1] (parágrafos UG-32, 1-5)).

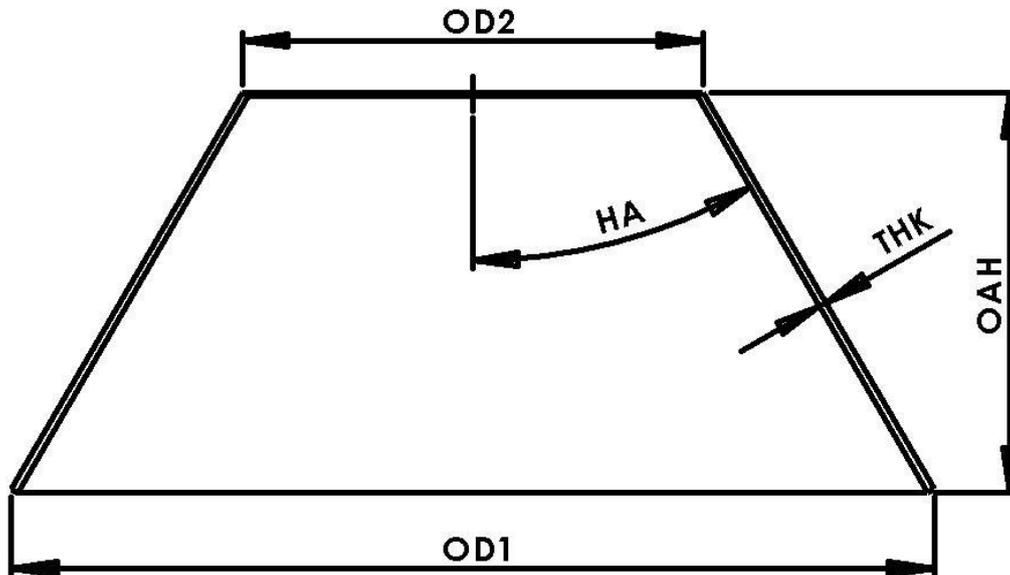


Figura 6.7 – Tampo Cônico

- i) Tensão no cone:
 - i.i) Tensão na direção circunferencial (*circumferential stress*) (σ_{PC}) (junção longitudinal (*longitudinal joint*)):

[1] (parágrafo 1-4).

$$\sigma_{PC} := \frac{P \cdot OD_1}{2 \cdot THK \cdot \cos(HA)} - 0,4 \cdot P$$

Equação 6.8

Glossário:

OD_1 : diâmetro externo maior do tampo cônico (*outside diameter*);

THK : espessura do tampo cônico após a conformação (*thickness*);

HA : semi-ângulo do vértice do cone (*half apex angle*);

P : pressão total;

σ_{PC} : tensão principal devido a P , na direção circunferencial, no tampo cônico.

- i.ii) Tensão na direção longitudinal (*longitudinal stress*) (σ_{PL}) (junção circunferencial (*circumferential joint*)):

[1] (figura L-1.4-1).

$$\sigma_{PL} := \frac{P \cdot OD_1}{4 \cdot THK \cdot \cos(HA)} - 0,9 \cdot P$$

Equação 6.9

Glossário:

OD_1 : diâmetro externo maior do tampo cônico (*outside diameter*);

THK : espessura do tampo cônico após a conformação (*thickness*);

HA : semi-ângulo do vértice do cone (*half apex angle*);

P : pressão total;

σ_{PL} : tensão principal devido a P , na direção longitudinal, no tampo cônico.

- ii) Necessidade de reforço na junção cone-cilindro:

Na junção cone-cilindro, pode haver necessidade de um reforço. A norma ASME Seção VIII Divisão 1 requer que o material usado para o reforço tenha uma tensão admissível maior que, ou igual à tensão admissível do material do vaso. Um material de menor resistência pode ser usado para o reforço contanto que a área do reforço seja aumentada em proporção inversa à razão das tensões admissíveis dos dois materiais para compensar a menor tensão admissível do reforço. ([1] (parágrafo UG-41))

Usualmente, o reforço pode ser um acréscimo na espessura do vaso ou um *anel de reforço* (*reinforcing ring*).

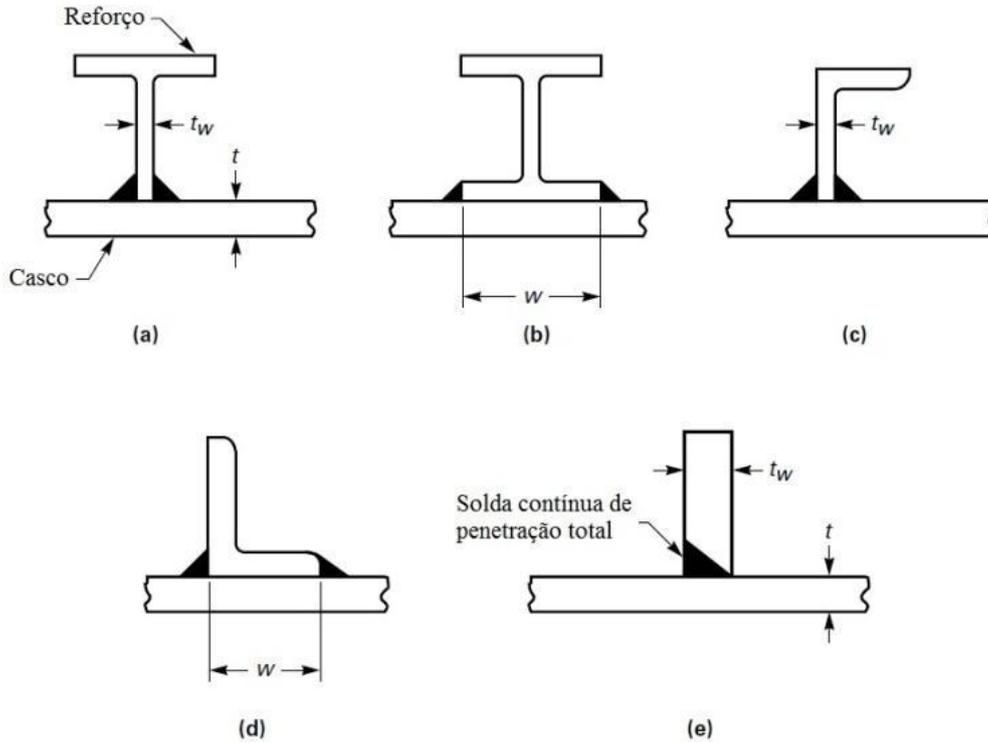


Figura 6.8 – Alguns Tipos de Anéis de Reforço Aceitos pela Norma ASME Seção VIII Divisão 1 (adaptado de [1])

A necessidade de reforço na junção cone-cilindro deve ser analisada separadamente na junção cone-cilindro maior e na junção cone-cilindro menor.

ii.i) Reforço na junção cone-cilindro maior:

[1] (parágrafo 1-5).

Necessidade de reforço na junção cone-cilindro maior:

Calcular $\frac{P}{S_1 E_1}$. Determinar $\Delta = \Delta\left(\frac{P}{S_1 E_1}\right)$ com auxílio da tabela 1-5.1, reproduzida abaixo:

VALORES DE Δ NA JUNÇÃO CONE-CILINDRO MAIOR
PARA $HA \leq 30^\circ$

$P/S_1 E_1$	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009 ¹	...
$\Delta [^\circ]$	11	15	18	21	23	25	27	28.5	30	...

Observação:

(1) $\Delta := 30^\circ$ para valores maiores de $P/S_1 E_1$

Tabela 6.1 – Valores de Delta para Seções Cônicas – Junção Cone-Cilindro Maior (adaptado de [1])

- Se $\Delta \geq HA$, então não há necessidade de reforço na junção cone-cilindro maior;
- Se $\Delta < HA$, então há necessidade de reforço na junção cone-cilindro maior.

Glossário:

P : pressão total;

S_1 : tensão máxima admissível do material do cilindro maior na temperatura de projeto (*maximum allowable stress*);

E_1 : eficiência da junção longitudinal no cilindro maior;

HA : semi-ângulo do vértice do cone (*half apex angle*);

No caso de haver necessidade de reforço na junção cone-cilindro maior:

Determine o valor do fator k :

$$k := \begin{cases} \max\left(\frac{S_1 \cdot YM_1}{S_r \cdot YM_r}; 1,0\right); & \text{se o anel de reforço estiver no cilindro maior} \\ \max\left(\frac{S \cdot YM}{S_r \cdot YM_r}; 1,0\right); & \text{se o anel de reforço estiver no cone} \end{cases}$$

Equação 6.10

Glossário:

k : fator na fórmula da área requerida do reforço;

S_1 : tensão máxima admissível do material do cilindro maior na temperatura de projeto (*maximum allowable stress*);

YM_1 : módulo de elasticidade do material do cilindro maior (*Young's modulus*);

S_r : tensão máxima admissível do material do anel de reforço na temperatura de projeto (*maximum allowable stress*);

YM_r : módulo de elasticidade do material do anel de reforço (*Young's modulus*);

S : tensão máxima admissível do material do cone na temperatura de projeto (*maximum allowable stress*);

YM : módulo de elasticidade do material do cone (*Young's modulus*).

Determine o valor de Q_1 :

$$Q_1 := \frac{P \cdot \pi \cdot (OD_1 - 2 \cdot NTHK \cdot \cos(HA))^2}{4} + V_{Axial_1}$$

Equação 6.11

Glossário:

P : pressão total;

OD_1 : diâmetro externo maior do tampo cônico (*outside diameter*);

HA : semi-ângulo do vértice do cone (*half apex angle*);

Q_1 : carga axial total na junção cone-cilindro maior. É a soma de $\frac{P \cdot \pi \cdot (OD_1 - 2 \cdot NTHK \cdot \cos(HA))^2}{4}$ e V_{Axial_1} (*total axial load*);

V_{Axial_1} : carga axial na junção cone-cilindro maior devido ao vento, peso próprio (*dead load*) do vaso, etc., excluindo a pressão. O sinal de V_{Axial_1} é + para força de tração, e é – para força de compressão (*axial load*);

$NTHK$: espessura nominal do cone (*nominal thickness*);

Área requerida do reforço na junção cone-cilindro maior (A_{r1}):

$$A_{r1} := \frac{k \cdot Q_1}{2 \cdot \pi \cdot S_1 E_1} \cdot \left(1 - \frac{\Delta}{HA}\right) \cdot \tan(HA)$$

Equação 6.12

Glossário:

HA : semi-ângulo do vértice do cone (*half apex angle*);

S_1 : tensão máxima admissível do material do cilindro maior na temperatura de projeto (*maximum allowable stress*);

E_1 : eficiência da junção longitudinal no cilindro maior;

k : fator na fórmula da área requerida do reforço;

Q_1 : carga axial total na junção cone-cilindro maior. É a soma de $\frac{P \cdot \pi \cdot (OD_1 - 2 \cdot NTHK \cdot \cos(HA))^2}{4}$ e V_{Axial_1} ;

A_{r1} : área requerida do reforço na junção cone-cilindro maior;

Observação: essa fórmula só é aplicável para $Q_1 \geq 0$.

A área requerida do reforço deve estar situada dentro de uma distância de $\sqrt{\frac{(OD_1 - 2 \cdot NTHK \cdot \cos(HA))}{2}} \cdot NTHK_1$ da junção cone-cilindro maior.

O centroide da área requerida do reforço deve estar situado dentro de uma distância de $0,25 \cdot \sqrt{\frac{(OD_1 - 2 \cdot NTHK \cdot \cos(HA))}{2}} \cdot NTHK_1$ da junção cone-cilindro maior.

No caso de o reforço ser um acréscimo na espessura do vaso:

A área efetiva do reforço na junção cone-cilindro maior é dada por:

$$A_{e1} = (NTHK_1 - RTHK_1) \cdot \sqrt{\frac{(OD_1 - 2 \cdot NTHK \cdot \cos(HA)) \cdot NTHK_1}{2}} + (NTHK - RTHK) \sqrt{\frac{(OD_1 - 2 \cdot NTHK \cdot \cos(HA)) \cdot NTHK}{2 \cdot \cos(HA)}}$$

Equação 6.13

E devemos ter:

$$A_{e1} \geq A_{r1}$$

Equação 6.14

Glossário:

OD_1 : diâmetro externo maior do tampo cônico (*outside diameter*);

HA : semi-ângulo do vértice do cone (*half apex angle*);

A_{r1} : área requerida do reforço na junção cone-cilindro maior;

$NTHK_1$: espessura nominal do cilindro maior na junção cone-cilindro maior (*nominal thickness*);

$RTHK_1$: espessura mínima requerida do cilindro maior na junção cone-cilindro maior (*minimum required thickness*);

$NTHK$: espessura nominal do cone (*nominal thickness*);

RTHK: espessura mínima requerida do cone (*minimum required thickness*).

ii.i) Reforço na junção cone-cilindro menor:

[1] (parágrafo 1-5).

Necessidade de reforço na junção cone-cilindro menor:

Calcular $\frac{P}{S_2 E_2}$. Determinar $\Delta = \Delta\left(\frac{P}{S_2 E_2}\right)$ com auxílio da tabela 1-5.2, reproduzida abaixo:

VALORES DE Δ NA JUNÇÃO CONE-CILINDRO MENOR
PARA $HA \leq 30^\circ$

$P/S_2 E_2$	0.002	0.005	0.010	0.02	0.04	0.08	0.10	0.125 ¹
$\Delta [^\circ]$	4	6	9	12.5	17.5	24	27	30

Observação:

(1) $\Delta := 30^\circ$ para valores maiores de $P/S_2 E_2$

Tabela 6.2 – Valores de Delta para Seções Cônicas – Junção Cone-Cilindro Menor (adaptado de [1])

- Se $\Delta \geq HA$, então não há necessidade de reforço na junção cone-cilindro menor;
- Se $\Delta < HA$, então há necessidade de reforço na junção cone-cilindro menor.

Glossário:

P : pressão total;

S_2 : tensão admissível do material do cilindro menor na temperatura de projeto (*maximum allowable stress*);

E_2 : eficiência da junção longitudinal no cilindro menor;

HA : semi-ângulo do vértice do cone (*half apex angle*);

No caso de haver necessidade de reforço na junção cone-cilindro menor:

Determine o valor do fator k :

$$k := \begin{cases} \max\left(\frac{S_2 \cdot YM_2}{S_r \cdot YM_r}; 1,0\right); & \text{se o anel de reforço estiver no cilindro menor} \\ \max\left(\frac{S \cdot YM}{S_r \cdot YM_r}; 1,0\right); & \text{se o anel de reforço estiver no cone} \end{cases}$$

Equação 6.15

Glossário:

k : fator na fórmula da área requerida do reforço;

S_2 : tensão admissível do material do cilindro menor na temperatura de projeto (*maximum allowable stress*);

YM_2 : módulo de elasticidade do material do cilindro menor (*Young's modulus*);

S_r : tensão admissível do material do anel de reforço na temperatura de projeto (*maximum allowable stress*);

YM_r : módulo de elasticidade do material do anel de reforço (*Young's modulus*);

S : tensão admissível do material do cone na temperatura de projeto (*maximum allowable stress*);

YM : módulo de elasticidade do material do cone (*Young's modulus*);

Determine o valor de Q_2 :

$$Q_2 := \frac{P \cdot \pi \cdot (OD_2 - 2 \cdot NTHK \cdot \cos(HA))^2}{4} + V_{Axial_2}$$

Equação 6.16

Glossário:

P : pressão total;

OD_2 : diâmetro externo menor do tampo cônico (*outside diameter*);

HA : semi-ângulo do vértice do cone (*half apex angle*);

Q_2 : carga axial total na junção cone-cilindro menor. É a soma de $\frac{P \cdot \pi \cdot (OD_2 - 2 \cdot NTHK \cdot \cos(HA))^2}{4}$ e V_{Axial_2} ;

V_{Axial_2} : carga axial na junção cone-cilindro menor devido ao vento, peso próprio (*dead load*) do vaso, etc., excluindo a pressão. O sinal de V_{Axial_2} é + para força de tração, e é – para força de compressão;

$NTHK$: espessura nominal do cone (*nominal thickness*);

Área requerida do reforço na junção cone-cilindro menor (A_{r2}):

$$A_{r2} := \frac{k \cdot Q_2}{2 \cdot \pi \cdot S_2 E_2} \cdot \left(1 - \frac{\Delta}{HA}\right) \cdot \tan(HA)$$

Equação 6.17

Glossário:

HA : semi-ângulo do vértice do cone (*half apex angle*);

S_2 : tensão admissível do material do cilindro menor na temperatura de projeto (*maximum allowable stress*);

E_2 : eficiência da junção longitudinal no cilindro menor;

k : fator na fórmula da área requerida do reforço;

Q_2 : carga axial total na junção cone-cilindro menor. É a soma de $\frac{P \cdot \pi \cdot (OD_2 - 2 \cdot NTHK \cdot \cos(HA))^2}{4}$ e V_{Axial_2} ;

A_{r2} : área requerida do reforço na junção cone-cilindro menor;

Observação: essa fórmula só é aplicável para $Q_2 \geq 0$.

A área requerida do reforço deve estar situada dentro de uma distância de $\sqrt{\frac{(OD_2 - 2 \cdot NTHK \cdot \cos(HA))}{2}} \cdot NTHK_2$ da junção cone-cilindro menor.

O centroide da área requerida do reforço deve estar situado dentro de uma distância de $0,25 \cdot \sqrt{\frac{(OD_2 - 2 \cdot NTHK \cdot \cos(HA))}{2}} \cdot NTHK_2$ da junção cone-cilindro menor.

No caso de o reforço ser um acréscimo na espessura do vaso:

A área efetiva do reforço na junção cone-cilindro menor é dada por:

$$A_{e2} = 0,78 \cdot \sqrt{\frac{(OD_2 - 2 \cdot NTHK \cdot \cos(HA)) \cdot NTHK_2}{2}} \cdot \left((NTHK_2 - RTHK_2) + \frac{(NTHK - RTHK)}{\cos(HA)} \right)$$

Equação 6.18

E devemos ter:

$$A_{e2} \geq A_{r2}$$

Equação 6.19

Glossário:

OD_2 : diâmetro externo menor do tampo cônico (*outside diameter*);

HA : semi-ângulo do vértice do cone (*half apex angle*);

A_{r2} : área requerida do reforço na junção cone-cilindro menor;

$NTHK_2$: espessura nominal do cilindro menor na junção cone-cilindro menor (*nominal thickness*);

$RTHK_2$: espessura mínima requerida do cilindro menor na junção cone-cilindro menor (*minimum required thickness*);

$NTHK$: espessura nominal do cone (*nominal thickness*);

$RTHK$: espessura mínima requerida do cone (*minimum required thickness*).

6.6 Tampo Toricônico ASME

[1] (parágrafo UG-32).

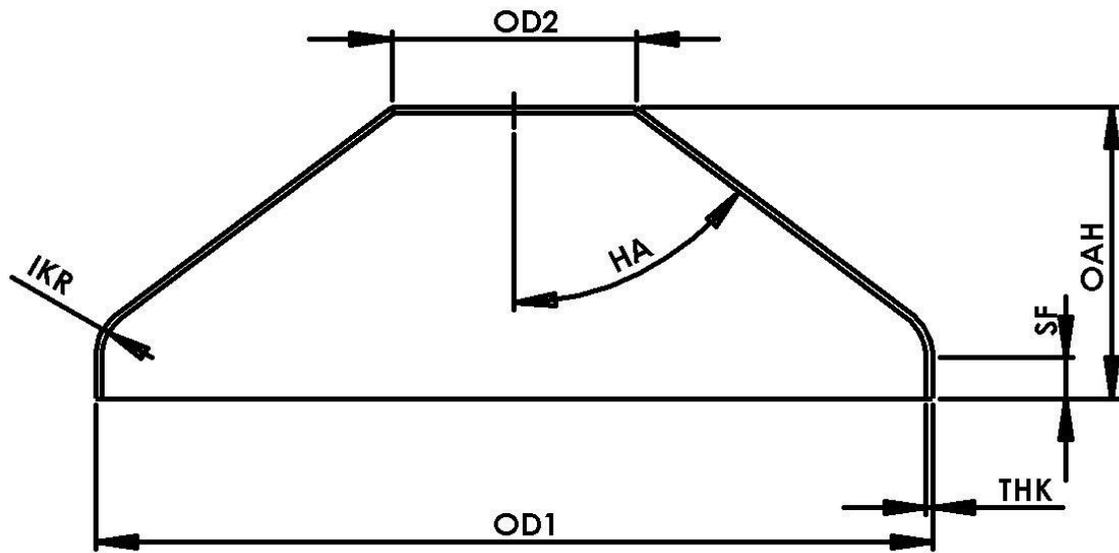


Figura 6.9 – Tampo Toricônico ASME

$$OD := OD_1 - 2 \cdot (IKR + THK) \cdot (1 - \cos(HA))$$

Glossário:

OD_1 : diâmetro externo maior do tampo toricônico (*outside diameter*);

OD : diâmetro externo maior da porção cônica do tampo toricônico no seu ponto de tangência à concordância toroidal, medido perpendicularmente ao eixo do cone (*outside diameter*);

IKR : raio interno da concordância toroidal (*inside knuckle radius*);

THK : espessura do tampo toricônico após a conformação (*thickness*);

HA : semi-ângulo do vértice do cone (*half apex angle*);

i) Tensão no cone:

i.i) Tensão na direção circunferencial (*circumferential stress*) (σ_{PC}) (junção longitudinal (*longitudinal joint*)):

[1] (parágrafo 1-4).

$$\sigma_{PC} := \frac{P \cdot OD}{2 \cdot THK \cdot \cos(HA)} - 0,4 \cdot P$$

Equação 6.20

Glossário:

OD: diâmetro externo maior da porção cônica do tampo toricônico no seu ponto de tangência à concordância toroidal, medido perpendicularmente ao eixo do cone (*outside diameter*);

THK: espessura do tampo toricônico após a conformação (*thickness*);

HA: semi-ângulo do vértice do cone (*half apex angle*);

P: pressão total;

σ_{PC} : tensão principal devido a *P*, na direção circunferencial, no tampo toricônico.

- i.ii) Tensão na direção longitudinal (*longitudinal stress*) (σ_{PL}) (junção circunferencial (*circumferential joint*)):

[1] (figura L-1.4-1).

$$\sigma_{PL} := \frac{P \cdot OD}{4 \cdot THK \cdot \cos(HA)} - 0,9 \cdot P$$

Equação 6.21

Glossário:

OD: diâmetro externo maior da porção cônica do tampo toricônico no seu ponto de tangência à concordância toroidal, medido perpendicularmente ao eixo do cone (*outside diameter*);

THK: espessura do tampo toricônico após a conformação (*thickness*);

HA: semi-ângulo do vértice do cone (*half apex angle*);

P: pressão total;

σ_{PL} : tensão principal devido a *P*, na direção longitudinal, no tampo toricônico.

ii) Tensão na concordância toroidal:

[1] (parágrafo 1-4).

A norma ASME Seção VIII Divisão 1 requer que [1] (parágrafo UG-32(j)):

$$IKR \geq 0,06 \cdot (OD_1) \text{ e } IKR \geq 3 \cdot THK$$

Equação 6.22

Glossário:

OD_1 : diâmetro externo maior do tampo toricônico (*outside diameter*);

IKR : raio interno da concordância toroidal (*inside knuckle radius*);

THK : espessura do tampo toricônico após a conformação (*thickness*);

A fórmula é a mesma do tampo torisférico, porém, da geometria, se obtém:

$$IDR := \frac{OD - 2 \cdot THK \cdot \cos(HA)}{2 \cdot \cos(HA)}$$

Glossário:

OD : diâmetro externo maior da porção cônica do tampo toricônico no seu ponto de tangência à concordância toroidal, medido perpendicularmente ao eixo do cone (*outside diameter*);

IDR : raio interno da coroa (*inside dish radius*);

THK : espessura do tampo toricônico após a conformação (*thickness*);

HA : semi-ângulo do vértice do cone (*half apex angle*);

$$M := \frac{1}{4} \left(3 + \left(\frac{IDR}{IKR} \right)^{0,5} \right)$$

Glossário:

IDR : raio interno da coroa (*inside dish radius*);

IKR: raio interno da concordância toroidal (*inside knuckle radius*);

$$\sigma_P := \frac{P \cdot M \cdot IDR}{2 \cdot THK} + 0,1 \cdot P$$

Glossário:

M: fator de forma na fórmula do tampo torisférico;

IDR: raio interno da coroa (*inside dish radius*);

THK: espessura do tampo torisférico após a conformação (*thickness*);

P: pressão total;

σ_P : tensão principal devido a *P* no tampo torisférico.

6.7 Tampo Flangeado

Para tampos flangeados forjados integralmente com o vaso ou cuja junção do tampo com o vaso seja junção de topo soldada, nos quais $IKR \geq 3 \cdot THK$, a norma ASME Seção VIII Divisão 1 fornece a seguinte fórmula ([1] (parágrafo UG-34)):

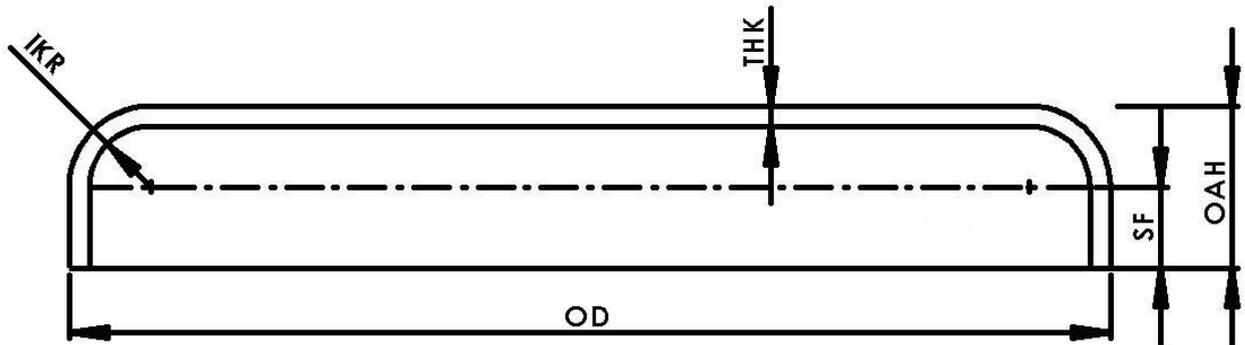


Figura 6.10 – Tampo Flangeado

- i) Tensão no tampo flangeado (σ_P):

$$\sigma_P := \frac{0,17 \cdot P \cdot (OD - 2 \cdot THK)^2}{THK^2}$$

Equação 6.23

Glossário:

OD : diâmetro externo do tampo flangeado (*outside diameter*);

THK : espessura do tampo flangeado após a conformação (*thickness*);

σ_P : tensão principal devido a P no tampo flangeado.

7 TUTORIAL DA TABELA DE PROJETO PARA VASOS DE PRESSÃO

7.1 Tutorial: Vaso para Serviço Letal (Contendo Fluido Tóxico)

Diz-se que um vaso de pressão é para serviço letal, se, e somente se, o vaso de pressão contiver um fluido tóxico. Segundo BALL, CARTER [13], até 1972, a norma ASME Seção VIII Divisão 1 continha uma nota de rodapé que definia fluido tóxico: gases ou líquidos venenosos tais que uma quantidade muito pequena do gás ou do vapor do líquido misturada, ou não, com o ar, é perigosa para vida quando inalada. Assim, são exemplos de fluidos tóxicos: ácido cianídrico, cloreto de carbonila (fosgênio), cianogênio, gás mostarda, brometo de xilila. Não são exemplos de fluidos tóxicos: cloro, amônia, gás natural ou manufaturado, qualquer gás liquefeito do petróleo (ex.: propano, butano, butadieno), vapor de qualquer derivado do petróleo. [13]

A norma ASME Seção VIII Divisão 1 requer que toda solda de topo em um vaso para serviço letal deve ser examinada por exame radiográfico total. [1] (Parágrafo UW-2)

Cosidere o seguinte vaso de pressão para serviço letal:

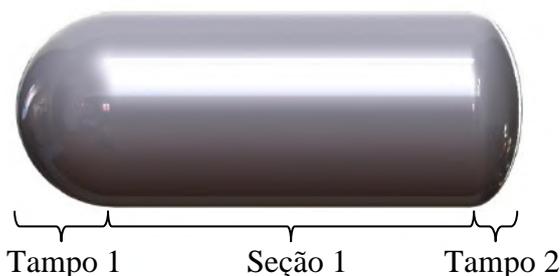


Figura 7.1 – Tutorial – Vaso para Serviço Letal

Dados de Projeto:

Pressão de Projeto: 500 *psi*

Pressão Hidrostática: 0 *psi*

Temperatura de Projeto: 450 °F

Material: SA-414 Gr C

Temperatura de Realização do Teste Hidrostático: 70 °F

Temperatura de Realização do Teste Pneumático: 70 °F

Tampo 1: Tampo Hemisférico ASME

Diâmetro Externo do Tampo (OD): 24 *in*

Margem para Corrosão (CA): 0,125 *in*

Junção: Junção Soldada Tipo 1: Grau de Exame Radiográfico: Total

Seção 1: Casca Cilíndrica ASME

Diâmetro Externo da Casca (OD): 24 *in*

Comprimento da Seção (l): 44 *in*

Margem para Corrosão (CA): 0,125 *in*

Junção Longitudinal: Sem Costura

Junção Circunferencial: Junção Soldada Tipo 2: Grau de Exame Radiográfico: Total

Tampo 2: Tampo Elíptico 2:1

Diâmetro Externo do Tampo (OD): 24 *in*

Margem para Corrosão (CA): 0,125 *in*

Junção: Sem Costura

7.1.1 Resolução

Abra a pasta Tabela de Projeto para Vasos de Pressão, abra o arquivo (do Excel) Tabela de Projeto para Vasos de Pressão.xlsm.

Se as Macros estiverem habilitadas, aparecerá a seguinte janela:

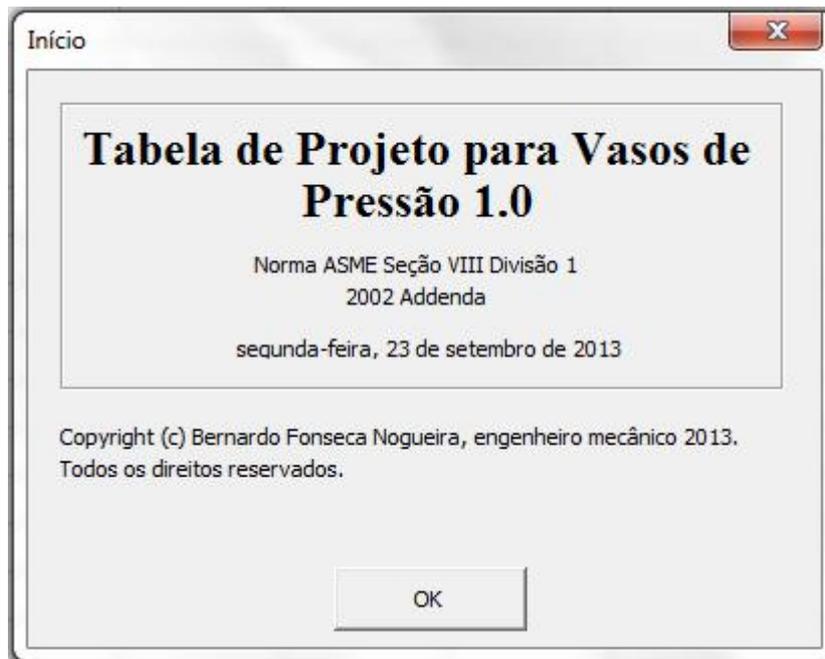
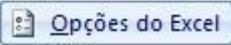
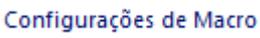


Figura 7.2 – Janela Início

Clique em OK.

Caso a janela Início não apareça, as macros deverão ser habilitadas. Para isso, clique no botão Office , clique em opções do Excel , central de confiabilidade , configurações da central de confiabilidade , clique em configurações de macro , e marque Habilitar todas as macros.

Configurações de Macro

Para macros em documentos que não estão em um local confiável:

- Desabilitar todas as macros sem notificação
- Desabilitar todas as macros com notificação
- Desabilitar todas as macros, exceto as digitalmente assinadas
- Habilitar todas as macros (não recomendado; códigos possivelmente perigosos podem ser executados)

Figura 7.3 – Habilitar todas as Macros

Clique no botão INSERIR DADOS (na linha 39 da planilha DADOS DE PROJETO)

INSERIR DADOS

Aparecerá a seguinte janela:

Inserir Dados de Projeto

Pressão de Projeto: 500 psi ?

Pressão Hidrostática: 0 psi ?

Pressão Total: 500 psi ?

Temperatura de Projeto: 450 °F ?

Confirmar Cancelar

Figura 7.4 – Janela Inserir Dados de Projeto

Insira Pressão de Projeto: 500 *psi*, Pressão Hidrostática: 0 *psi*, Temperatura de Projeto: 450 °*F*. Clique em Confirmar.

Aparecerá a seguinte janela:

Selecionar Material

Material: MATERIAL FERROSO

Número de Especificação: SA-414

Tipo/ Grau: C

Classe/ Condição/ Têmpera: NA

Forma do Produto: SHEET

Confirmar Cancelar

Figura 7.5 – Janela Selecionar Material

Insira Material: MATERIAL FERROSO, Número de Especificação: SA-414, Tipo/ Grau: C, Classe/ Condição/ Têmpera: NA, Forma do Produto: SHEET. Clique em Confirmar.

Aparecerá a seguinte janela:

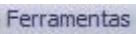
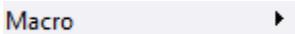


Figura 7.6 – Janela Inserir Temeperatura dos Testes

Insira Temperatura de Realização do Teste Hidrostático: 70 °F, Temperatura de Realização do Teste Pneumático: 70 °F. Clique em Confirmar.

Salve a Tabela de Projeto para Vasos de Pressão.xlsm, clicando no botão .

Crie uma pasta, e a renomeie Tutorial.

Abra o SolidWorks. Clique em Ferramentas , selecione Macro , clique em Executar  Executar..., selecione a pasta Tabela de Projeto para Vasos de Pressão, selecione a pasta Tampo Hemisférico ASME, abra o arquivo Tampo Hemisférico ASME.swp.

Aparecerá a seguinte janela:

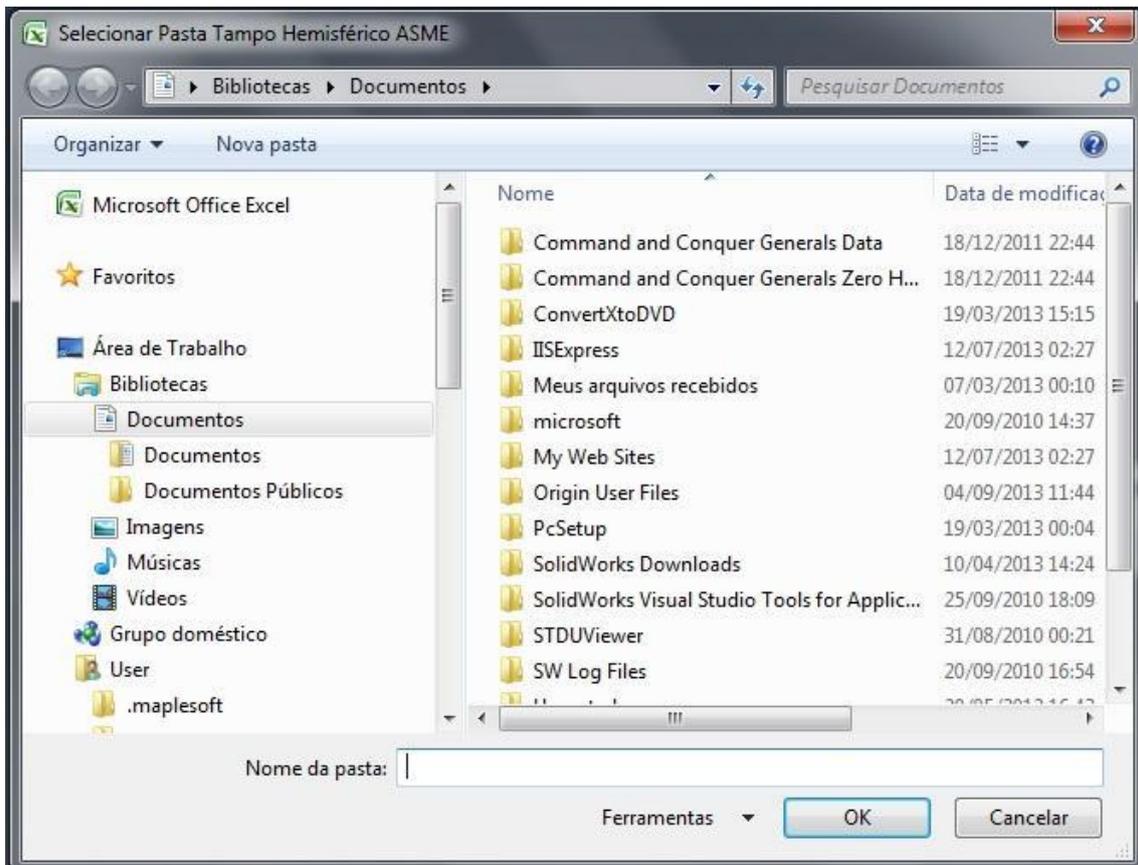


Figura 7.7 – Janela Selecionar Pasta

Selecione a pasta Tabela de Projeto para Vasos de Pressão, selecione a pasta Tampo Hemisférico ASME.

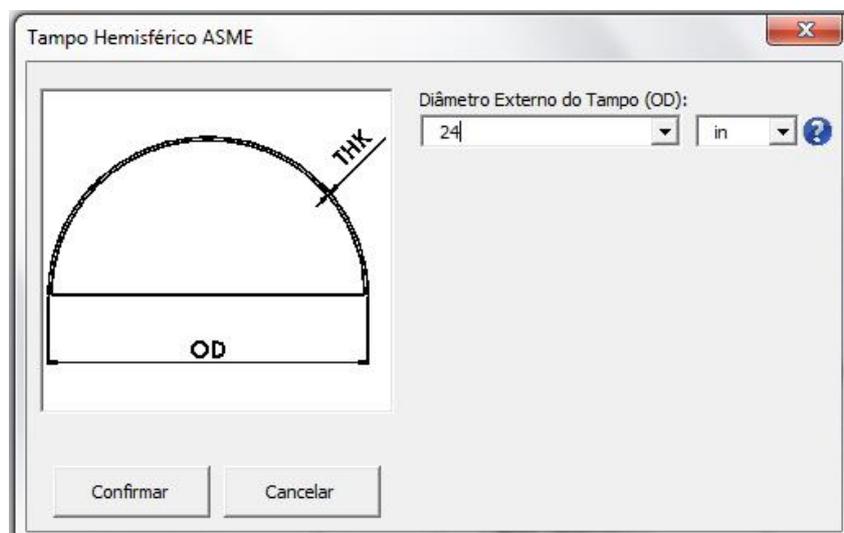


Figura 7.8 – Janela Tampo

Insira Diâmetro Externo do Tampo (OD): 24 in. Clique em Confirmar.

Aparecerá a seguinte janela:

Margem para Corrosão

Método de Cálculo

Fornecer Margem para Corrosão

Margem para Corrosão (CA):

0,125 in

Fornecer Taxa de Corrosão e Vida Útil do Tempo

Taxa de Corrosão:

Vida Útil do Tempo:

Margem para Corrosão (CA) Calculada:

Confirmar Cancelar

Figura 7.9 – Janela Margem para Corrosão

Marque Fornecer Margem para Corrosão, insira Margem para Corrosão (CA): 0,125 in.
Clique em Confirmar.

Aparecerá a seguinte janela:

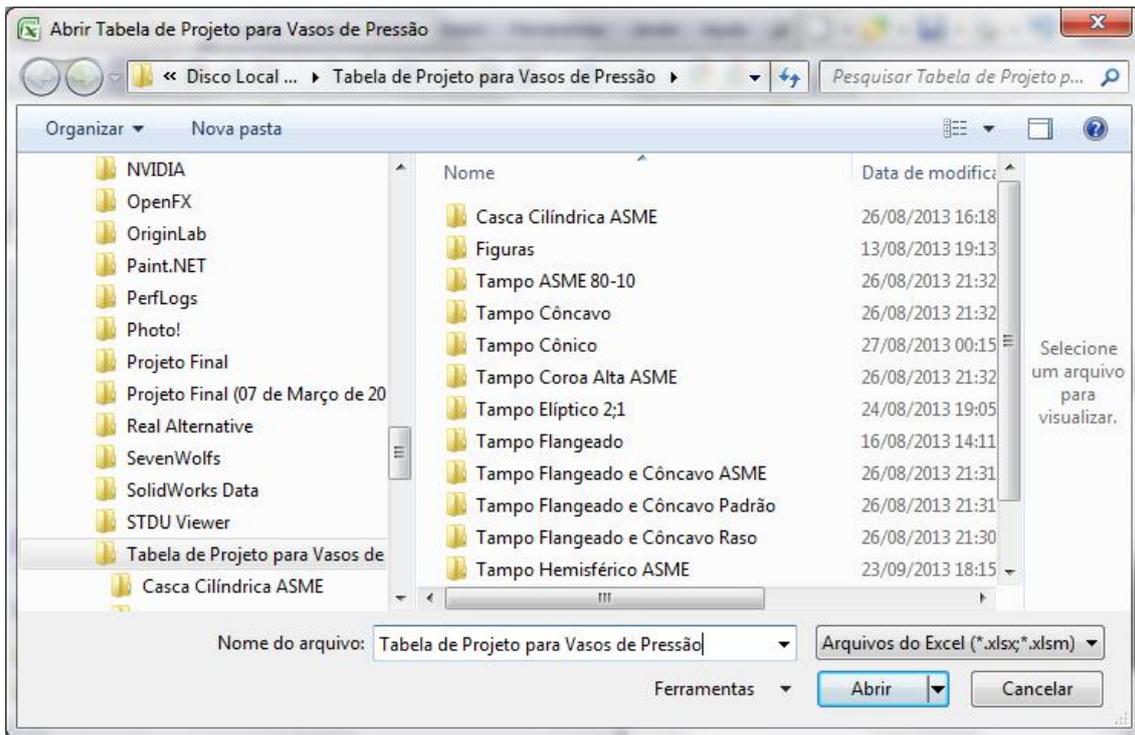


Figura 7.10 – Janela Abrir Tabela de Projeto para Vasos de Pressão

Selecione a pasta Tabela de Projeto para Vasos de Pressão, abra o arquivo (do Excel) Tabela de Projeto para Vasos de Pressão.xlsm.

Aparecerá a seguinte janela:

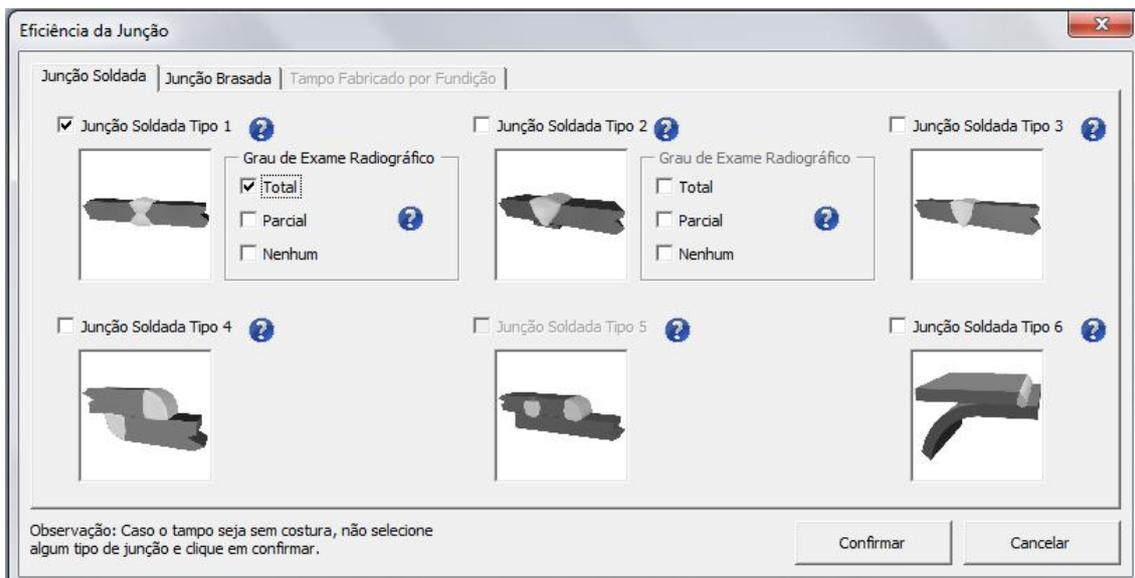


Figura 7.11 – Janela Eficiência da Junção

Marque Junção Soldada Tipo 1, marque Grau de Exame Radiográfico: Total. Clique em Confirmar.

Aparecerá a seguinte janela:

Esposura Mínima Requerida

Carga Suplementar | Configurações Avançadas

Tração Transversal ?

Força de Tração Transversal ($V_{\text{Transversal}}$):

?

Tração Axial ?

Força de Tração Axial (V_{Axial}):

?

Diâmetro Externo (OD) da Seção Solicitada do Tampo:

?

Ângulo (α) entre a Superfície Média do Tampo e a Direção Axial:

?

Flexão ?

Momento Fleter ($M_{\text{Flexão}}$):

?

Diâmetro Externo (OD) da Seção Solicitada do Tampo:

?

Ângulo (α) entre a Superfície Média do Tampo e a Direção Axial:

?

Figura 7.12 – Janela Espessura Mínima Requerida

Clique em Confirmar.

Aparecerá a seguinte janela:

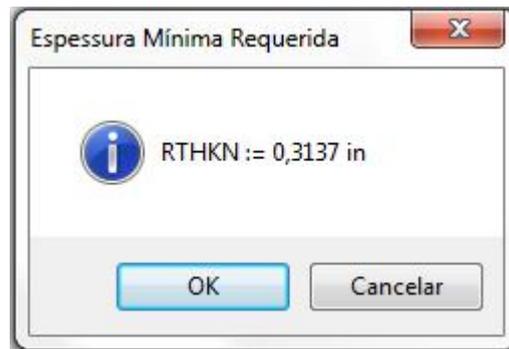


Figura 7.13 - Janela Espessura Mínima Requerida

Clique em OK.

Aparecerá a seguinte janela:

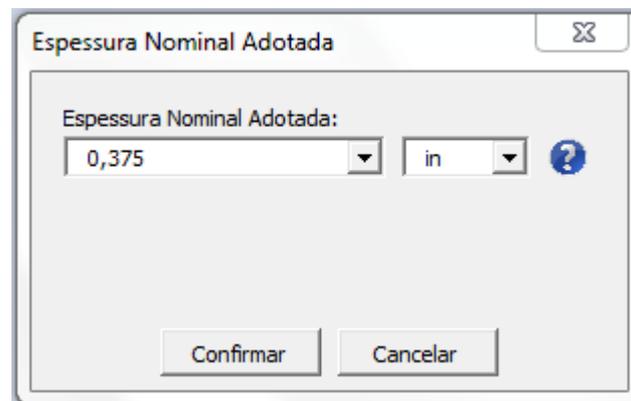


Figura 7.14 – Janela Espessura Nominal Adotada

Selecione Espessura Nominal Adotada: 0,375 in. Clique em Confirmar.

Aparecerá a seguinte janela:

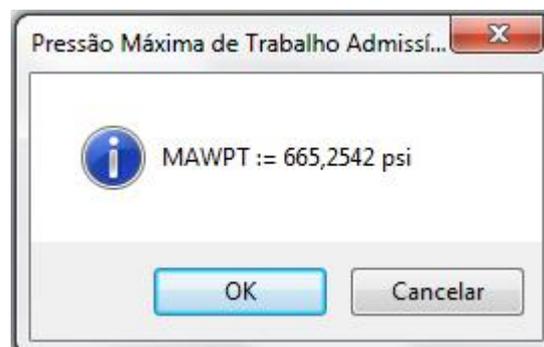


Figura 7.15 – Janela Pressão Máxima de Trabalho Admissível

Clique em OK.

Clique em Arquivo **Arquivo**, Salvar Como  **Salvar como...**, e salve o arquivo como Tampo 1.SLDPRT na pasta Tutorial. Feche o arquivo Tampo 1.SLDPRT, clicando em Fechar .

Repita este procedimento, inserindo os dados correspondentes, para a Seção 1, e para o Tampo 2.

Ao final deste procedimento, a pasta Tutorial deve conter os seguintes arquivos: Tampo 1.SLDPRT, Seção 1.SLDPRT, Tampo 2.SLDPRT.

Clique em Arquivo **Arquivo**, clique em Novo  **Novo...**.

Aparecerá a seguinte janela:

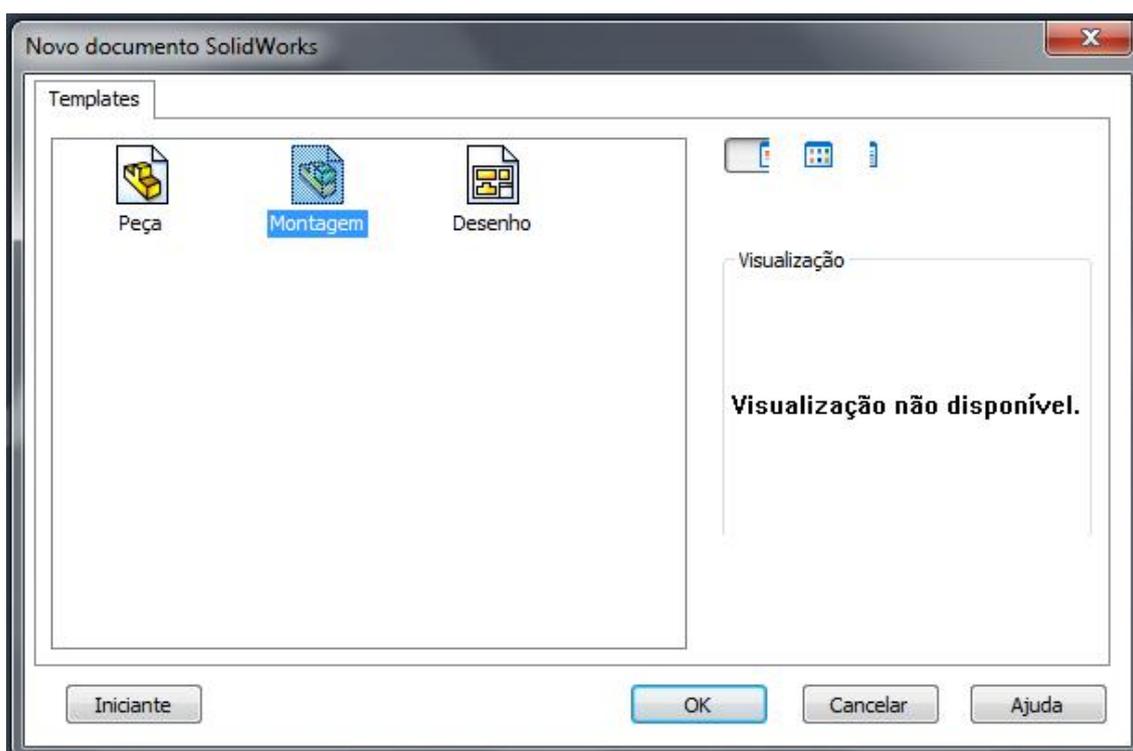


Figura 7.16 – Janela Novo Documento SolidWorks



Selecione Montagem **Montagem**, clique em OK.

Na janela Iniciar Montagem, clique em procurar.

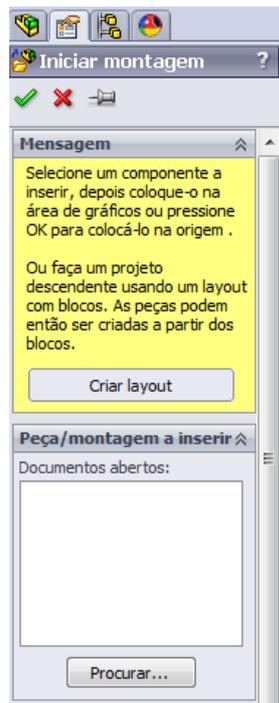


Figura 7.17 –Janela Iniciar Montagem

Aparecerá a seguinte janela:

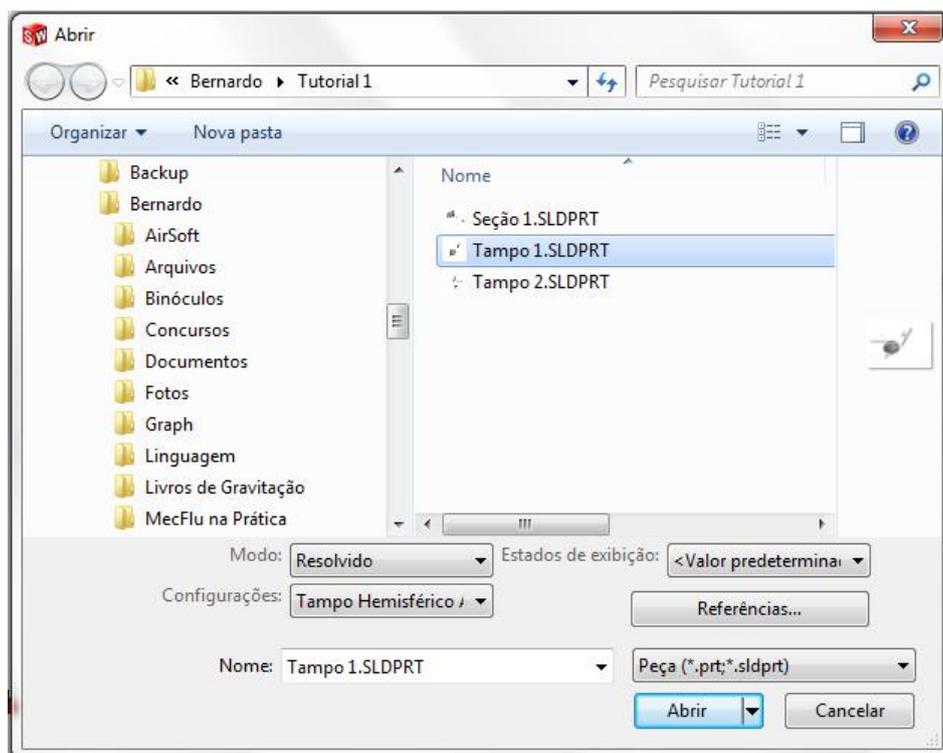


Figura 7.18 – Janela Abrir

Selecione Tampo 1.SLDPRT e clique em abrir. Clique em qualquer lugar dentro da janela principal do SolidWorks.

Repita esse procedimento para os arquivos Seção 1.SLDPRT, Tampo 2.SLDPRT.

Clique no botão Orientação de Vista , selecione Frontal:

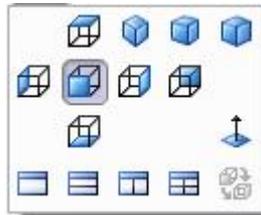


Figura 7.19 – Janela Orientação de Vista

Clique em no botão Posicionar  Posicionar, selecione posicionamentos avançados, selecione simétrico , selecione Entidades a posicionar, selecione as faces planas da Seção 1.SLDPRT, clique em Plano de simetria, selecione Plano direito. Clique em OK .

Selecione Entidades a posicionar, selecione a aresta circular interna do Tampo 1.SLDPRT, selecione a aresta circular interna da Seção 1.SLDPRT. Em Posicionamentos padrão, selecione Concentrico . Clique em OK.

Selecione Entidades a posicionar, selecione a face plana do Tampo 1.SLDPRT, selecione uma das faces planas da Seção 1.SLDPRT. Em Posicionamentos padrão, selecione Coincidente . Clique em OK.

Repita estes procedimentos para o Tampo 2.SLDPRT.

Clique em Exibir  Exibir, clique em  Eixos temporários.

Clique em no botão Posicionar  Posicionar, em Posicionamentos padrão, selecione Coincidente , em Seleções de Posicionamento, selecione o eixo da Seção 1.SLDPRT e o Plano superior. Clique em OK .

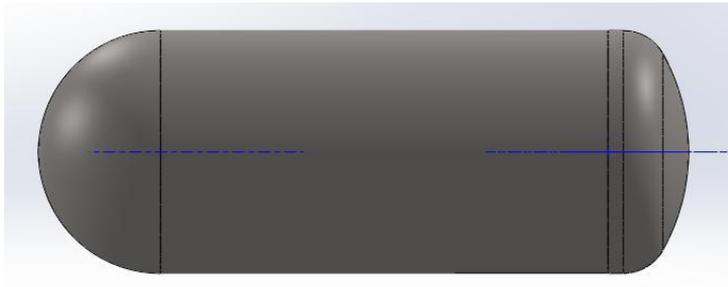


Figura 7.20 – Visualização do Vaso

Expanda a aba do Feature Manager.

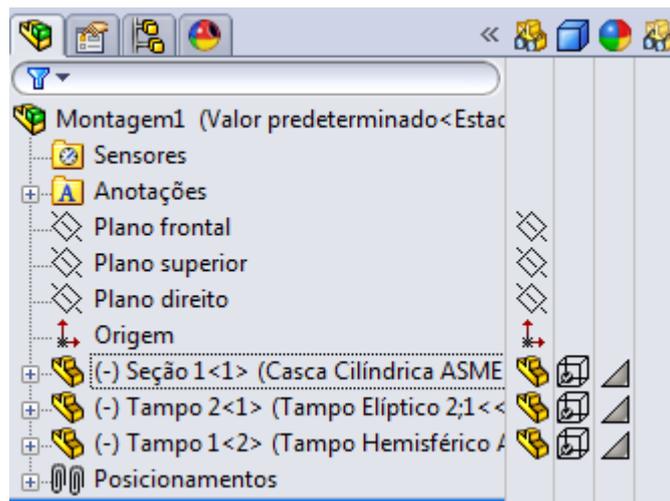


Figura 7.21 - Aba do Feature Manager

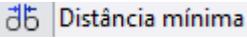
Clique no botão  ao lado de  (-) Tampo 1<2> (Tampo Hemisférico), selecione Estrutura de arame . Repita este procedimento para Tampo 2.SLDPRT, Seção 1.SLDPRT.



Figura 7.22 – Visualização do Vaso

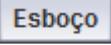
Observa-se que há uma transição brusca de espessura entre o Tampo 1.SLDPRT e a Seção 1.SLDPRT, e entre a Seção 1.SLDPRT e o Tampo 2.SLDPRT.

A norma ASME Seção VIII Divisão 1 institui que deve haver um chanfro de transição com ângulo menor que, ou igual a $18,4349488229^\circ$ ($\tan^{-1}(1/3)$) sempre que a diferença de espessuras for maior que $\min(1/8 \text{ in}; 0,25 \cdot \text{menor espessura})$. Esse chanfro deverá se situar na seção de menor espessura. [1] (Parágrafo UW-13)

Clique em Avaliar , clique em Medida , selecione Distância mínima , e selecione as circunferências internas do Tampo 1.SLDPRT e da Seção 1.SLDPRT., meça também a espessura do Tampo 1.SLDPRT. Observe que $\min(1/8 \text{ in}; 0,25 \cdot \text{menor espessura}) = \min(0,125 \text{ in}; 0,25 \cdot 0,38 \text{ in}) = 0,095 \text{ in}$. Portanto, deve haver um chanfro de transição no o Tampo 1.SLDPRT.

Faça o mesmo procedimento para a Seção 1.SLDPRT e o Tampo 2.SLDPRT, e verá que também deve haver um chanfro de transição no o Tampo 2.SLDPRT.

Expanda a aba Inserir componentes , selecione Nova peça , clique com o botão direito do mouse sobre a nova peça, e clique em Editar peça .

Clique na guia Esboço , e clique em Esboço . Para o plano de esboço, selecione o Plano superior.

Reproduza o seguinte esboço:

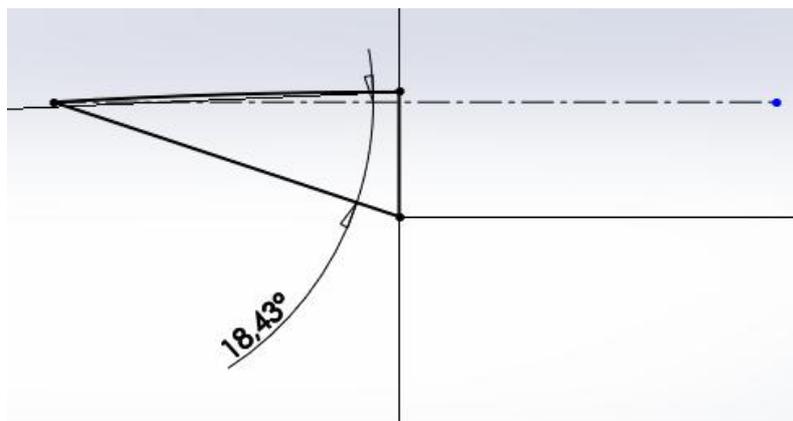
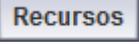


Figura 7.23 – Esboço do Chanfro de Transição

Clique em Recursos , clique em Ressalto/ base revolucionado , selecione o esboço anterior, e clique em OK.

Renomeie a peça que você acabou de criar para Transição Tampo 1 – Seção 1.

Repita este procedimento para a Seção 1.SLDPRT e o Tampo 2.SLDPRT.

Após fazes as transições, o vaso deverá estar assim:

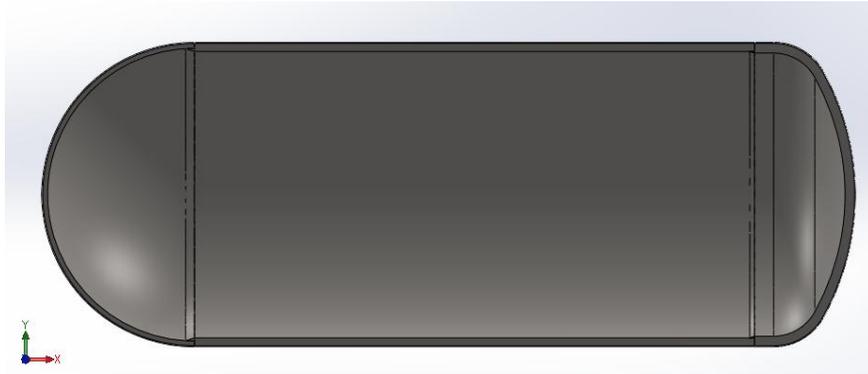
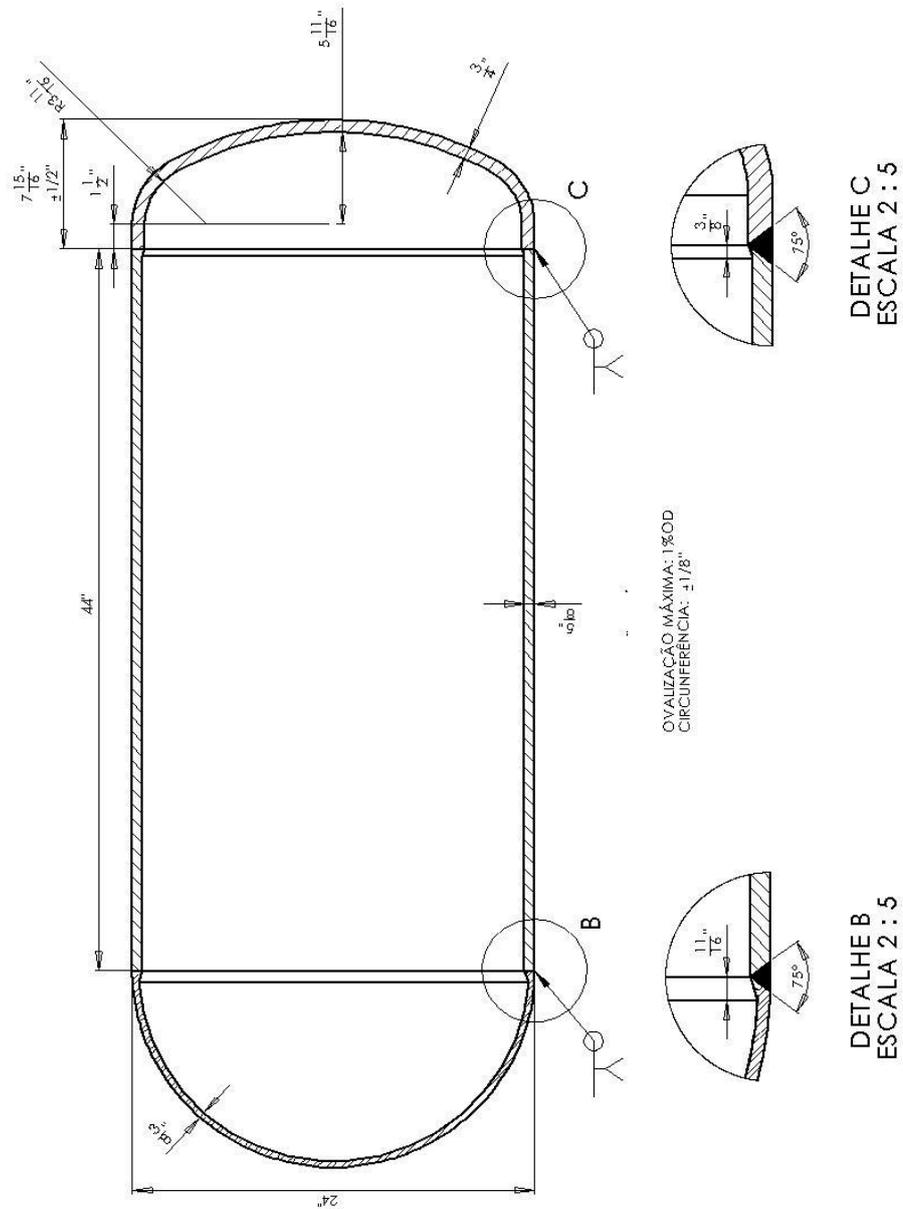


Figura 7.24 – Vista de Seção do Vaso

Pode-se então, fazer o desenho do vaso, clicando em Arquivo **Arquivo**, e depois, clicando em Criar desenho a partir da montagem  **Criar desenho a partir da montagem**.

Depois faz-se o detalhamento do desenho.



N.º DA PEÇA	FORMA DO TAMPO	MATERIAL	NÚMERO DE ESPECIFICAÇÃO	TPO / GRAU	CLASSE / CONDIÇÃO / TEMPERA	FORMA DO PRODUTO	MASSA (lb)	VOLUME INTERNO	MAWP (psi)	HTP (psi)	PTP (psi)
peça 1	Casa Cilindrica ASME	MATERIAL FERROSO	SA-414	C	NA	SHEET	575.53	17685.68	598.728800	778.347440	658.601680
tampo 2	tampo Elíptico 2:1	MATERIAL FERROSO	SA-414	C	NA	SHEET	151.46	2102.52	770.097500	1001.127140	847.107580
tampo 1	tampo Hemisférico ASME	MATERIAL FERROSO	SA-414	C	NA	SHEET	93.38	3290.32	665.254200	864.830460	731.779420
							818.37	23278.52	598.7288	778.34744	658.60168

Figura 7.25 – Desenho Esquemático do Vaso

8 ALGUMAS MACROS DA TABELA DE PROJETO PARA VASOS DE PRESSÃO

Nesta seção, as linhas de código em VBA estão formatadas em negrito, ao passo que os comentários dentro do código não estão formatados em negrito.

8.1 Procedimentos_Públicos

O módulo Procedimentos_Públicos contém as funções, variáveis e constantes *globais*. Funções, variáveis e constantes *globais* são funções, variáveis e constantes que ficarão acessíveis durante toda a execução do programa.

No módulo Procedimentos_Públicos temos as seguintes funções:

8.1.1 Escolher_Diretório

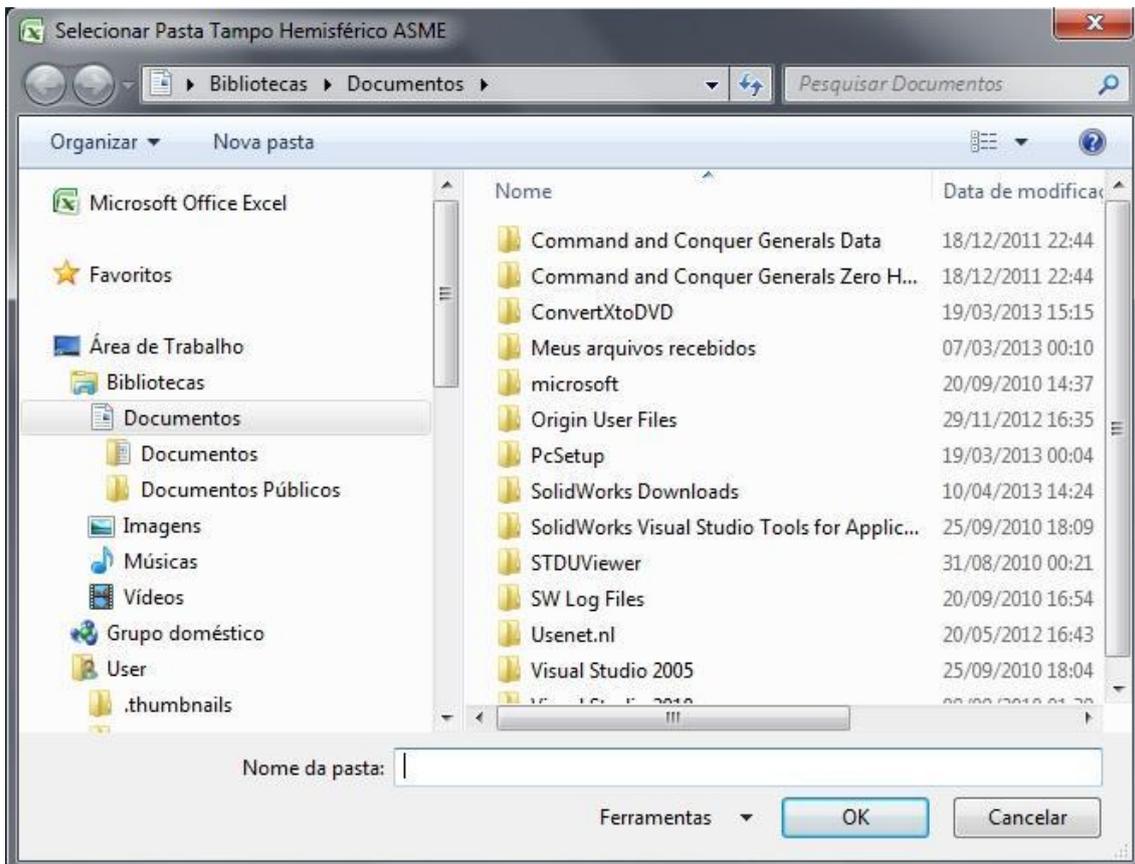


Figura 8.1 - Escolher_Diretório

Mostra uma caixa de diálogo para selecionar uma pasta. Retorna o diretório da pasta selecionada.

Código resumido:

Public Function Escolher_Diretório(Título As String, Diretório As String)

Título: Título da janela;

Diretório: Diretório padrão.

With Excel.Application.FileDialog(msoFileDialogFolderPicker)

.Title = Título

Título da janela.

.AllowMultiSelect = False

.InitialFileName = Diretório

Diretório padrão.

If .Show = -1 Then

Nesse caso, o usuário clicou em OK.

Escolher_Diretório = .SelectedItem(1) & "

Else

Nesse caso, o usuário clicou em Cancelar ou em Fechar.

End

End: Termina a execução imediatamente.

End If

End With

End Function

8.1.2 MÍNIMO

Retorna o mínimo de uma lista (isto é: retorna o menor dos valores de uma lista).

Código:

Public Function MÍNIMO(ParamArray Nums() As Variant)

ParamArray é uma lista de tamanho arbitrário. Usa-se ParamArray quando não se sabe à priori o número de argumentos da função.

Dim i As Long

i é um contador.

Dim imin As Double

imin é o mínimo parcial.

imin = Nums(LBound(Nums))

Atribui à variável Imin o valor do primeiro item da lista de argumentos da função.

For i = LBound(Nums) To UBound(Nums)

A função UBound e a função LBound são usadas para determinar o tamanho de um array. A função LBound retorna o menor índice de um array; A função UBound retorna o maior índice de um array.

If Nums(i) < imin Then

imin = Nums(i)

End If

Se Nums(i) for menor que o mínimo parcial imin, então atribui ao mínimo parcial, imin, o valor de Nums(i).

Next i

MÍNIMO = imin

Retorna imin.

End Function

No módulo Procedimentos_Públicos há uma função denominada MÁXIMO, que retorna o máximo de uma lista (isto é: retorna o maior dos valores de uma lista). O código da função MÁXIMO é análogo ao código da função MÍNIMO, bastando, para isso, trocar: **Nums(i) < imin** por **Nums(i) > imax** na estrutura *If*, onde imax é o máximo parcial.

8.1.3 Log10

Retorna o logaritmo na base 10 de um número.

Código:

Public Function Log10(x)

Log10 = Log(x) / Log(10#)

End Function

8.1.4 Variáveis

No módulo Procedimentos_Públicos temos as seguintes variáveis:

Tampo: documento do SolidWorks que representa o tampo em questão;

xlApp: aplicativo Microsoft Excel;

OD_Tração: diâmetro externo da seção solicitada do tampo pela tração axial (*outside diameter*) (*in*);

OD_Flexão: diâmetro externo da seção solicitada do tampo pela flexão (*outside diameter*) (*in*);

alpha_Tração: ângulo entre a superfície média do tampo e a direção axial na seção solicitada pela tração axial (*rad*);

alpha_Flexão: ângulo entre a superfície média do tampo e a direção axial na seção solicitada pela flexão (*rad*);

P: pressão total (*total pressure*) (*psi*);

E: eficiência da junção (*joint efficiency*);

CA: margem para corrosão (*corrosion allowance*) (*in*);

d: erro utilizado no cálculo das raízes das funções (*in*);

S: tensão máxima admissível do material (*maximum allowable stress*) (*psi*);

V_Transversal: força de tração transversal (*lbf*);

V_Axial: força de tração axial (*lbf*);

M_Flexão: momento fletor (*lbf · in*);

RTHKN: espessura mínima requerida no estado novo (*required thickness new*) (*in*).

No módulo Procedimentos_Públicos há também as variáveis que representam os parâmetros geométricos do vaso, como por exemplo: **OD**, que representa o diâmetro externo do tampo (*outside diameter of the head*) na temperatura ambiente ($70\text{ }^{\circ}\text{F}$) (*in*).

8.1.5 Constantes

No módulo Procedimentos_Públicos temos as seguintes constantes:

Pi = 3.14159265358979: aproximação para o número Real π com 14 casas decimais.

8.2 UserForms

Na pasta de trabalho Tabela de Projeto para Vasos de Pressão.xlsm do Excel temos os seguintes *UserForms*:

8.2.1 UserFormDados_de_Projeto

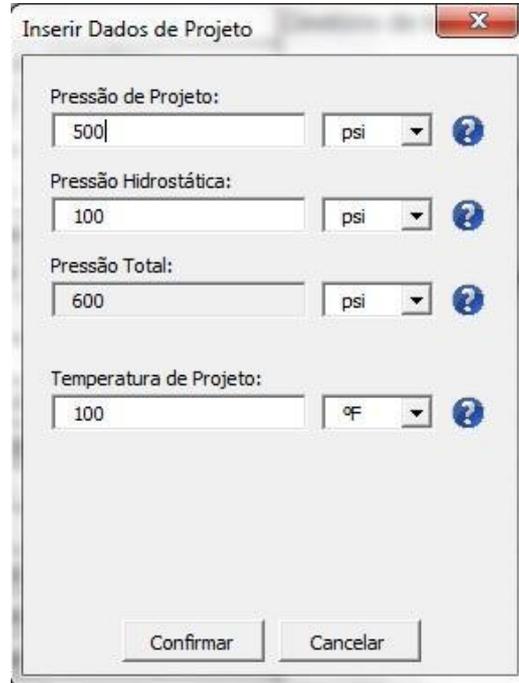


Figura 8.2 - UserFormDados_de_Projeto

Solicita ao usuário inserir os dados de projeto do vaso a ser dimensionado. O usuário pode escolher as unidades dos dados que irá inserir, dentro de algumas opções de unidades. Ao clicar nas *Images* , o usuário obtém informações de ajuda. Ao clicar no `CommandButtonConfirmar`, os dados de projeto inseridos passam pela validação de dados, e se forem dados válidos, são convertidos para os valores nas unidades padrão (*psi*, *°F*), e depois, são copiados para a planilha DADOS DE PROJETO da pasta de trabalho Tabela de Projeto para Vasos de Pressão.xlsm do Excel.

Código resumido:

Declarado os fatores de conversão de unidades:

```
Dim f_Pressão_de_Projeto As Double, f_Pressão_Hidrostática As Double,  
f_Pressão_Total As Double, f1_Temperatura_de_Projeto As Double,  
f0_Temperatura_de_Projeto As Double
```

```
Sub Unidades_de_Pressão()
```

```
Dim unidades(0 To 5) As String
```

```

unidades(0) = "psi"
unidades(1) = "kPa"
unidades(2) = "ksi"
unidades(3) = "MPa"
unidades(4) = "bar"
unidades(5) = "atm"

Me.ComboBoxPressão_de_Projeto.List = unidades()
Me.ComboBoxPressão_Hidrostática.List = unidades()
Me.ComboBoxPressão_Total.List = unidades()

End Sub

(...)

Private Sub ComboBoxPressão_de_Projeto_Change()
Select Case Me.ComboBoxPressão_de_Projeto.Value
Converte a pressão para psi. Fazendo  $[psi] := f \cdot []$ 
    Case "psi"
        f_Pressão_de_Projeto = 1
    Case "kPa"
        f_Pressão_de_Projeto = 0.145037738
    Case "ksi"
        f_Pressão_de_Projeto = 1000
    Case "MPa"
        f_Pressão_de_Projeto = 145.03773773
    Case "bar"
        f_Pressão_de_Projeto = 14.503773773
    Case "atm"
        f_Pressão_de_Projeto = 14.695948775
End Select

```

Atualizando o valor da pressão total:

```
If (IsNumeric(Me.TextBoxPressão_de_Projeto.Value)) And  
(Me.ComboBoxPressão_de_Projeto.MatchFound) And  
(IsNumeric(Me.TextBoxPressão_Hidrostática.Value)) And  
(Me.ComboBoxPressão_Hidrostática.MatchFound) And  
(Me.ComboBoxPressão_Total.MatchFound) Then  
  
    Me.TextBoxPressão_Total.Value = CStr((1 / f_Pressão_Total) *  
    ((f_Pressão_de_Projeto) * (Cdbl(Me.TextBoxPressão_de_Projeto.Value))  
    + (f_Pressão_Hidrostática)  
    *Cdbl(Me.TextBoxPressão_Hidrostática.Value))))  
  
End If
```

```
End Sub
```

```
(...)
```

```
Private Sub CommandButtonCancelar_Click()
```

```
End
```

End: Termina a execução imediatamente.

```
End Sub
```

```
Private Sub CommandButtonConfirmar_Click()
```

Variáveis *Boolean* que indicam se os dados inseridos foram validados.

```
Dim Pressão_de_Projeto_Status As Boolean, Pressão_Hidrostática_Status As  
Boolean, Pressão_Total_Status1 As Boolean, Pressão_Total_Status2 As Boolean,  
Temperatura_de_Projeto_Status As Boolean
```

Atribuindo os valores padrão (*False*) das variáveis de validação de dados:

```
Pressão_de_Projeto_Status = False
```

```
Pressão_Hidrostática_Status = False
```

```
Pressão_Total_Status1 = False
```

```
Pressão_Total_Status2 = False
```

```
Temperatura_de_Projeto_Status = False
```

Agora, os dados de projeto inseridos serão verificados para ver se são validados, caso sejam dados válidos, será atribuído à variável de validação do dado correspondente, o valor *True*.

**If (IsNumeric(Me.TextBoxPressão_de_Projeto.Value)) And
(Me.ComboBoxPressão_de_Projeto.MatchFound) Then**

Pressão_de_Projeto_Status = True

Else

Nesse caso, a pressão de projeto inserida não é um valor numérico, ou a unidade inserida para a pressão de projeto não é uma unidade válida.

**MsgBox "A pressão de projeto deve ser um número com unidade.",
vbExclamation + vbOKOnly, "Valor da Pressão de Projeto Não Permitido"**

End If

**If (IsNumeric(Me.TextBoxPressão_Hidrostática.Value)) And
(Me.ComboBoxPressão_Hidrostática.MatchFound) Then**

Pressão_Hidrostática_Status = True

Else

Nesse caso, a pressão hidrostática inserida não é um valor numérico, ou a unidade inserida para a pressão hidrostática não é uma unidade válida.

**MsgBox "A pressão hidrostática deve ser um número com unidade.",
vbExclamation + vbOKOnly, "Valor da Pressão Hidrostática Não
Permitido"**

End If

**If Pressão_de_Projeto_Status And Pressão_Hidrostática_Status And
(Me.ComboBoxPressão_Total.MatchFound) Then**

Verificando se a pressão total é menor que, ou igual a **3000 psi**. Essa é a pressão total máxima de aplicabilidade da norma ASME Seção VIII Divisão 1.

**If (((f_Pressão_de_Projeto) *
(Cdbl(Me.TextBoxPressão_de_Projeto.Value)) + (f_Pressão_Hidrostática)
* (Cdbl(Me.TextBoxPressão_Hidrostática.Value))) <= 3000) Then**

Pressão_Total_Status1 = True

Else

**MsgBox "A norma ASME Seção VIII Divisão 1 é limitada a vasos
submetidos a uma pressão total menor que, ou igual a 3000 psi.",
vbCritical + vbOKOnly, "Pressão Total Não Permitida"**

End If

Verificando se a pressão total é maior que, ou igual a 0:

```
If (((f_Pressão_de_Projeto) *  
(Cdbl(Me.TextBoxPressão_de_Projeto.Value)) + (f_Pressão_Hidroestática)  
* (Cdbl(Me.TextBoxPressão_Hidroestática.Value))) >= 0) Then
```

```
    Pressão_Total_Status2 = True
```

```
Else
```

```
    MsgBox "A pressão total deve ser maior que, ou igual a 0." &  
vbCrLf & "Essa tabela de projeto só dimensiona vasos de pressão  
para resistir à pressão interna.", vbCritical + vbOKOnly, "Pressão  
Total Não Permitida"
```

```
End If
```

```
ElseIf Pressão_de_Projeto_Status And Pressão_Hidroestática_Status And Not  
(Me.ComboBoxPressão_Total.MatchFound) Then
```

Nesse caso, a unidade inserida para a pressão total não é uma unidade válida.

```
MsgBox "A pressão total deve ser um número com unidade.",  
vbExclamation + vbOKOnly, "Valor da Pressão Total Não Permitido"
```

```
End If
```

```
If (IsNumeric(Me.TextBoxTemperatura_de_Projeto.Value)) And  
(Me.ComboBoxTemperatura_de_Projeto.MatchFound) Then
```

```
Select Case Me.ComboBoxTemperatura_de_Projeto.Value
```

Converte a temperatura para °F. Fazendo $[^{\circ}F] := f1 \cdot [] + f0$

```
Case ""F"
```

```
    f1_Temperatura_de_Projeto = 1
```

```
    f0_Temperatura_de_Projeto = 0
```

```
Case ""C"
```

```
    f1_Temperatura_de_Projeto = 9 / 5
```

```
    f0_Temperatura_de_Projeto = 32
```

```
Case ""Ra"
```

```
    f1_Temperatura_de_Projeto = 1
```

```
    f0_Temperatura_de_Projeto = -459.67
```

Case "K"

f1_Temperatura_de_Projeto = 9 / 5

f0_Temperatura_de_Projeto = -459.67

End Select

Verificando se a temperatura de projeto é maior que, ou igual a -20°F :

**If ((f1_Temperatura_de_Projeto) *
(Cdbl(Me.TextBoxTemperatura_de_Projeto.Value)) +
(f0_Temperatura_de_Projeto)) >= -20 Then**

Temperatura_de_Projeto_Status = True

Else

Nesse caso, a temperatura de projeto é menor que -20°F .

**MsgBox "A temperatura de projeto deve ser maior que, ou igual a -
20 °F.", vbCritical + vbOKOnly, "Temperatura de Projeto Não
Permitida"**

End If

Else

Nesse caso, a temperatura de projeto inserida não é um valor numérico, ou a unidade inserida para a temperatura de projeto não é uma unidade válida.

**MsgBox "A temperatura de projeto deve ser um número com unidade.",
vbExclamation + vbOKOnly, "Valor da Temperatura de Projeto Não
Permitido"**

End If

**If Pressão_Total_Status1 And Pressão_Total_Status2 And
Temperatura_de_Projeto_Status Then**

Nesse caso, todos os dados de projeto inseridos foram validados.

Copiando os valores da pressão de projeto, da pressão hidrostática, da pressão total, e da temperatura de projeto para a planilha DADOS DE PROJETO da pasta de trabalho Tabela de Projeto para Vasos de Pressão.xlsm do Excel:

**Workbooks("Tabela de Projeto para Vasos de
Pressão.xlsm").Sheets("DADOS DE PROJETO").Range("K4").Value =
(f_Pressão_de_Projeto) * Cdbl(Me.TextBoxPressão_de_Projeto.Value)**

```
Workbooks("Tabela de Projeto para Vasos de  
Pressão.xlsm").Sheets("DADOS DE PROJETO").Range("K5").Value =  
(f_Pressão_Hidroestática) * CDbI(Me.TextBoxPressão_Hidroestática.Value)
```

```
Workbooks("Tabela de Projeto para Vasos de  
Pressão.xlsm").Sheets("DADOS DE PROJETO").Range("K6").Value =  
(f_Pressão_de_Projeto) * CDbI(Me.TextBoxPressão_de_Projeto.Value) +  
(f_Pressão_Hidroestática) * CDbI(Me.TextBoxPressão_Hidroestática.Value)
```

```
Workbooks("Tabela de Projeto para Vasos de  
Pressão.xlsm").Sheets("DADOS DE PROJETO").Range("K7").Value =  
(f1_Temperatura_de_Projeto) *  
CDbI(Me.TextBoxTemperatura_de_Projeto.Value) +  
(f0_Temperatura_de_Projeto)
```

Descarregando o UserFormDados_de_Projeto:

Unload Me

Carregando e mostrando o UserFormMaterial:

UserFormMaterial.Show

End If

End Sub

(...)

8.2.2 UserFormMaterial



The image shows a Windows-style dialog box titled "Selecionar Material". It has a standard title bar with a close button (X). The dialog contains five rows of labels and dropdown menus:

- Material: MATERIAL NÃO-FERROSO
- Número de Especificação: SB-108
- Tipo/Grau: NA
- Classe/ Condição/ Têmpera: T4
- Forma do Produto: CASTINGS

At the bottom of the dialog, there are two buttons: "Confirmar" and "Cancelar".

Figura 8.3 – UserFormMaterial

Solicita ao usuário inserir a especificação do material do vaso a ser dimensionado. O usuário deve escolher um material permitido pela norma ASME Seção VIII Divisão 1, caso contrário, o UserFormMaterial não habilitará o CommandButtonConfirmar. Os materiais permitidos pela norma ASME Seção VIII Divisão 1 estão listados na Seção II, Parte D, subparte 1, tabelas 1A e 1B, da norma ASME. As planilhas Material Ferroso e Material Não-Ferroso são adaptações das tabelas 1A e 1B da norma ASME para a Tabela de Projeto para Vasos de Pressão. Ao clicar no CommandButtonConfirmar, a especificação do material é copiada para a planilha DADOS DE PROJETO da pasta de trabalho Tabela de Projeto para Vasos de Pressão.xlsm do Excel. De posse da especificação do material, a planilha DADOS DE PROJETO calcula a tensão máxima admissível do material na temperatura de projeto, a tensão máxima admissível do material na temperatura de teste hidrostático, e a tensão máxima admissível do material na temperatura de teste pneumático, todas por interpolação. A planilha DADOS DE PROJETO fornece também a designação da liga, a composição nominal, a temperatura máxima permitida pelo material em questão, e a densidade do material.

Código resumido:

Dim numero_do_material As Long,

Dim linhas_de_material As Long

Número de materiais na planilha Material Ferroso ou na planilha Material Não-Ferroso.

(...)

Sub Numero_De_Especificação()

Preenche a lista do ComboBoxNumero_de_Especificação.

Dim i As Long, j As Long

i, j: índices de contagem.

Me.ComboBoxNumero_de_Especificação.Clear

Limpa a lista do ComboBoxNumero_de_Especificação.

Select Case numero_do_material

Case 1

Se numero_do_material = 1, o material é um material ferroso.

With Me.ComboBoxNumero_de_Especificação

For i = 1 To linhas_de_material

Para todos os materiais da planilha Material Ferroso, faz:

j = 0

Do While j < .ListCount

If .List(j) <> CStr(Workbooks("Tabela de Projeto para Vasos de Pressão.xlsm").Sheets("Material Ferroso").Range("D" & (i + 2)).Value) Then

Verifica se um determinado número de especificação da planilha Material Ferroso é diferente de um número de especificação da lista do ComboBoxNumero_de_Especificação. Caso seja, passa para o próximo número de especificação da lista do ComboBoxNumero_de_Especificação; caso não seja, sai do *Loop*.

j = j + 1

Passa para o próximo número de especificação ($j = j + 1$) da lista do ComboBoxNumero_de_Especificação.

Else

Exit Do

Sai do *Loop*.

End If

Loop

If j = .ListCount Then

Se

$j =$ (número de elementos na lista do ComboBox_Número_de_Especificação) (nesse caso, o número de especificação em questão da planilha Material Ferroso é diferente de todos os números de especificação da lista do ComboBoxNumero_de_Especificação), então acrescenta o número de especificação em questão à lista do ComboBoxNumero_de_Especificação.

.AddItem CStr(Workbooks("Tabela de Projeto para Vasos de Pressão.xlsm").Sheets("Material Ferroso").Range("D" & (i + 2)).Value)

End If

Next i

Próximo material da planilha Material Ferroso.

End With

Case 2

Se numero_do_material = 2, o material é um material não-ferroso.

(...)

End Select

End Sub

(...)

Private Sub CommandButtonConfirmar_Click()

Copia as especificações do material para a planilha

(...)

Descarregando o UserFormMaterial:

Unload Me

Carregando o UserFormTemperatura_dos_Testes:

UserFormTemperatura_dos_Testes.Show

End Sub

8.2.3 UserFormTemperatura_dos_Testes



Figura 8.4 – UserFormTemperatura_dos_Testes

Solicita ao usuário inserir a temperatura de realização do teste hidrostático e a temperatura de realização do teste pneumático do vaso. O usuário pode escolher as unidades das temperaturas que irá inserir, dentro de algumas opções de unidades. Ao clicar nas *Images* , o usuário obtém informações de ajuda. Ao clicar no

CommandButtonConfirmar, as temperaturas de realização dos testes inseridas passam pela validação de dados, e se forem temperaturas de realização dos testes válidas, são convertidas para os valores nas unidades padrão ($^{\circ}F$), e depois, são copiadas para a planilha DADOS DE PROJETO da pasta de trabalho Tabela de Projeto para Vasos de Pressão.xlsm do Excel. De posse da temperatura de realização do teste hidrostático e da temperatura de realização do teste pneumático do vaso, a planilha DADOS DE PROJETO calcula a tensão máxima admissível do material na temperatura de teste hidrostático, e a tensão máxima admissível do material na temperatura de teste pneumático, todas por interpolação.

O código do UserFormTemperatura_dos_Testes não apresenta algo novo em relação ao código do UserFormDados_de_Projeto, por isso, será aqui omitido.

Cada tipo de tampo de vaso de pressão, tem uma macro do SolidWorks em VBA (arquivos com extensão *swp*) correspondente. Essas macros editam os arquivos de peças (arquivos com extensão *sldprt*) do SolidWorks que correspondem ao respectivo tampo. Os algoritmos dessas macros são parecidos, diferindo apenas nas fórmulas de tensões, nas referências aos arquivos externos, nas referências às dimensões da peça, e em alguns nomes (propriedade *Name*) e títulos (propriedade *Caption*) de controles de *UserForms*. Por isso, apresentarei aqui apenas macros associadas ao arquivo de peça do SolidWorks Tampo Hemisférico ASME.sldprt.

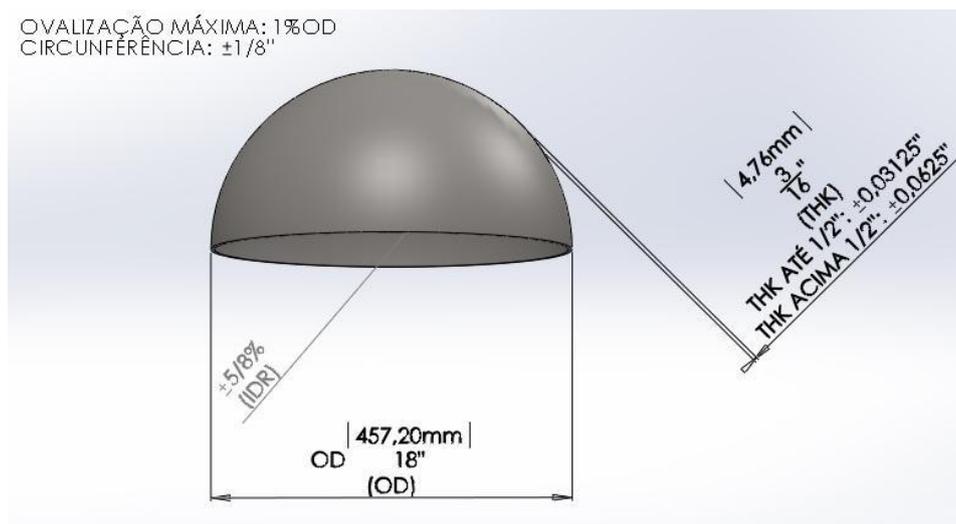


Figura 8.5 – Peça do SolidWorks Tampo Hemisférico ASME

As dimensão das peças do SolidWorks possuem nomes associados. Na peça Tampo Hemisférico ASME, por exemplo, há as seguintes dimensões: OD, THK, IDR. As dimensões das peças podem ser classificadas em *acionadoras* ou *acionadas*.

Acionadoras: são dimensões cujo valor é definido pelo usuário;

Acionadas: são dimensões cujo valor é consequência das relações geométricas presentes na peça.

Na peça Tampo Hemisférico ASME, as dimensões OD, THK são acionadoras; em contrapartida, IDR é acionada.

As peças do SolidWorks contidas na Tabela de Projeto para Vasos de Pressão que representam os diversos tipos de tampos de vaso possuem várias propriedades, que são mostradas na figura abaixo:

	Nome da propriedade	Tipo	Valor/expressão em texto	Valor calculado
1	MATERIAL	Texto	MATERIAL FERROSO	MATERIAL FERROSO
2	NÚMERO DE ESPECIFICAÇÃO	Texto	SA-181	SA-181
3	TIPO/ GRAU	Texto	NA	NA
4	CLASSE/ CONDIÇÃO/ TÊMPERA	Texto	60	60
5	FORMA DO PRODUTO	Texto	FORGINGS	FORGINGS
6	DESIGNAÇÃO DA LIGA/ NÚMERO UNS	Texto	K03502	K03502
7	COMPOSIÇÃO NOMINAL	Texto	AÇO CARBONO	AÇO CARBONO
8	MASSA	Texto	"SW-Mass@@Tampo Hemisférico ASME@Tampo Hemisférico ASME.S	26.54
9	MAWP (psi)	Número	624,576300	624,576300
10	HTP (psi)	Número	811,949190	811,949190
11	PTP (psi)	Número	687,033930	687,033930
12	VOLUME INTERNO	Texto	"SW-Volume@@Conteúdo@Tampo Hemisférico ASME.SLDPRT"	1433.36
13	<Digite uma nova propriedade>			

Figura 8.6 – Propriedades das Peças do SolidWorks

Os valores das propriedades MATERIAL, NÚMERO DE ESPECIFICAÇÃO, TIPO/ GRAU, CLASSE/ CONDIÇÃO/ TÊMPERA, FORMA DO PRODUTO, DESIGNAÇÃO DA LIGA/ NÚMERO UNS, COMPOSIÇÃO NOMINAL são copiados diretamente da planilha DADOS DE PROJETO da pasta de trabalho Tabela de Projeto para Vasos de Pressão.xlsm do Excel pela macro do SolidWorks que corresponde ao tampo em questão. A propriedade VOLUME INTERNO representa o volume do fluido contido pelo tampo em questão. O valor da propriedade VOLUME INTERNO é igual ao volume da configuração Conteúdo da peça em questão, e é calculado pelo SolidWorks (o SolidWorks 2010 calcula o volume das peças).

OVALIZAÇÃO MÁXIMA: 1%OD
CIRCUNFERÊNCIA: $\pm 1/8"$

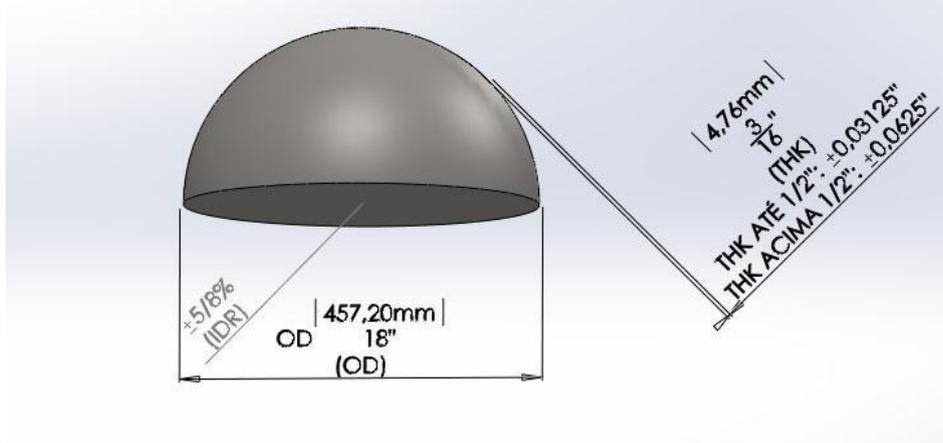


Figura 8.7 – Configuração Conteúdo da Peça Tampo Hemisférico ASME

A propriedade MASSA representa a massa do tampo em questão vazio. O valor da propriedade MASSA é calculado pelo SolidWorks (o SolidWorks 2010 calcula a massa das peças) multiplicando o volume do tampo (observe que o volume do tampo é diferente do valor da propriedade VOLUME INTERNO) em questão pela densidade do material (a densidade do material é copiada da planilha DADOS DE PROJETO da pasta de trabalho Tabela de Projeto para Vasos de Pressão.xlsm do Excel pela macro do SolidWorks que corresponde ao tampo em questão).

Os valores das propriedades *MAWP* (*psi*), *HTP* (*psi*), *PTP* (*psi*) são calculados pela macro do SolidWorks que corresponde ao tampo em questão.

A macro associada a peça do SolidWorks Tampo Hemisférico ASME.sldprt é denominada Tampo Hemisférico ASME.swp.

Na macro Tampo Hemisférico ASME.swp há os seguintes *UserForms*:

8.2.4 UserFormTampo_Hemisférico_ASME

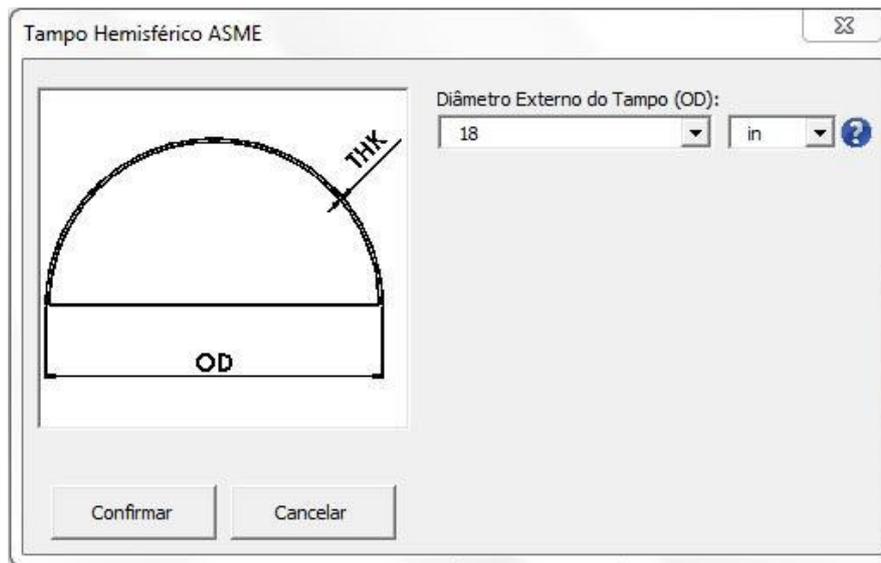


Figura 8.8 – UserFormTampo_Hemisférico_ASME

Solicita ao usuário inserir as dimensões acionadoras do vaso a ser dimensionado. O usuário pode escolher as unidades dos dados que irá inserir, dentro de algumas opções de unidades. Ao clicar nas *Images* , o usuário obtém informações de ajuda. Ao clicar no `CommandButtonConfirmar`, as dimensões inseridas passam pela validação de dados, e se forem dimensões válidas, são convertidas para os valores nas unidades padrão (*in*), e depois, são copiadas (em *m*, as dimensões são armazenadas pelo SolidWorks internamente em *m*) para a peça do SolidWorks Tampo Hemisférico ASME.sldprt.

Código resumido:

```
Private Sub CommandButtonConfirmar_Click()
```

```
Dim boolstatus As Boolean
```

Variável *Boolean* que indica se a peça do SolidWorks Tampo Hemisférico ASME.sldprt foi reconstruída com sucesso.

Verificando se todos os campos estão preenchidos:

```
If IsNumeric(Me.TextBoxDiâmetro_Externo.Value) And  
(Me.ComboBoxDiâmetro_Externo.MatchFound) Then
```

Agora, as dimensões inseridas serão verificadas para ver se são validadas:

Verificando se o diâmetro externo inserido é maior que 6,125:

```
If ((f_OD) * Cdbl(Me.TextBoxDiâmetro_Externo.Value) > 6.125) Then
```

A norma ASME Seção VIII Divisão 1 é limitada a vasos com diâmetro externo maior que 6,125 *in*. (Diâmetro interno maior que 6 *in*, com espessura mínima de $\frac{1}{16}$ *in*) [1] (Parágrafo U-1).

Atribuindo à variável OD o valor do diâmetro externo inserido convertido para *in*, fazendo $[in] := f \cdot []$

OD = (f_OD) * CDbI(Me.TextBoxDiâmetro_Externo.Value)

OD: diâmetro externo do tampo hemisférico (*outside diameter of the head*) na temperatura ambiente (70 °F) (*in*).

Inserindo o valor do diâmetro externo na dimensão OD da peça do SolidWorks Tampo Hemisférico ASME.sldprt:

Tampo.Parameter("OD@Esboço2").SystemValue = OD / 39.37007874016

Aqui foi necessário dividir a variável global OD por 39,37007874016 para converter de *in* para *m*, pois as dimensões são armazenadas pelo SolidWorks internamente em *m*. $[m] := \frac{[in]}{39,37007874016}$

boolstatus = Tampo.EditRebuild3()

EditRebuild3: reconstrói os recursos do modelo que precisam ser reconstruídos.

A variável *Boolean* boolstatus recebe o valor *True* se a peça do SolidWorks Tampo Hemisférico ASME.sldprt for reconstruída com sucesso; e *False* se a peça do SolidWorks Tampo Hemisférico ASME.sldprt não for reconstruída com sucesso.

Descarregando o UserFormTampo_Hemisférico_ASME:

Unload Me

Carregando e mostrando o UserFormMargem_para_Corrosão:

UserFormMargem_para_Corrosão.Show

Else

Nesse caso, o diâmetro externo inserido é menor que, ou igual a 6,125.

MsgBox "O diâmetro externo do tampo deve ser maior que 6,125 in.", vbCritical + vbOKOnly, "Diâmetro Externo do Tampo Não Permitido"

End If

Else

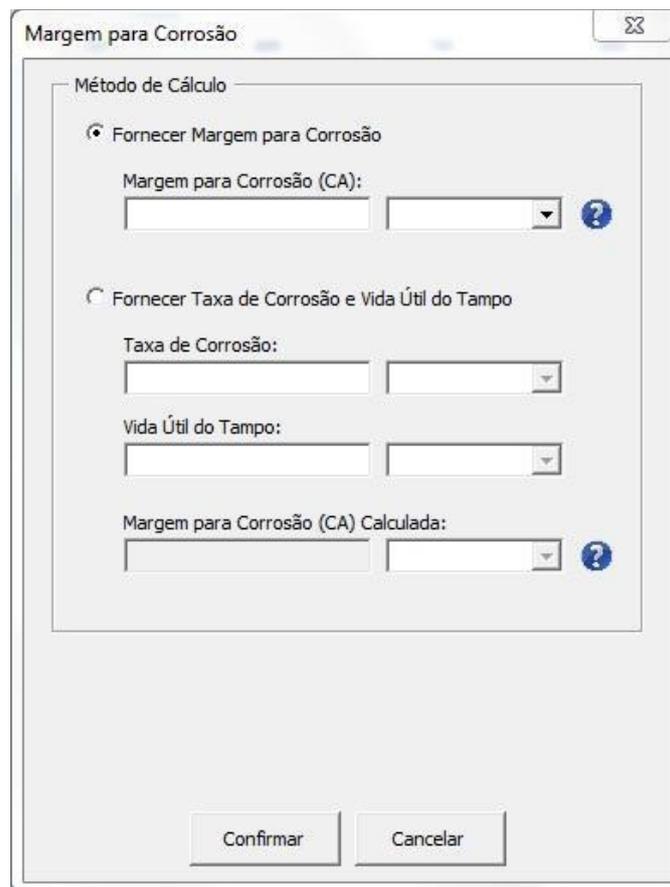
Nesse caso, o diâmetro externo inserido não é um valor numérico, ou a unidade inserida para o diâmetro externo não é uma unidade válida.

**MsgBox "O diâmetro externo do tampo deve ser um número com unidade.",
vbExclamation + vbOKOnly, "Valor do Diâmetro Externo do Tampo Não
Permitido"**

End If

End Sub

8.2.5 UserFormMargem_para_Corrosão



The image shows a Windows-style dialog box titled "Margem para Corrosão". It contains a section titled "Método de Cálculo" with two radio button options. The first option, "Fornecer Margem para Corrosão", is selected and includes a text input field for "Margem para Corrosão (CA):" followed by a dropdown menu and a help icon. The second option, "Fornecer Taxa de Corrosão e Vida Útil do Tampo", is unselected and includes two text input fields: "Taxa de Corrosão:" and "Vida Útil do Tampo:", each followed by a dropdown menu. Below these is a text input field for "Margem para Corrosão (CA) Calculada:" followed by a dropdown menu and a help icon. At the bottom of the dialog are two buttons: "Confirmar" and "Cancelar".

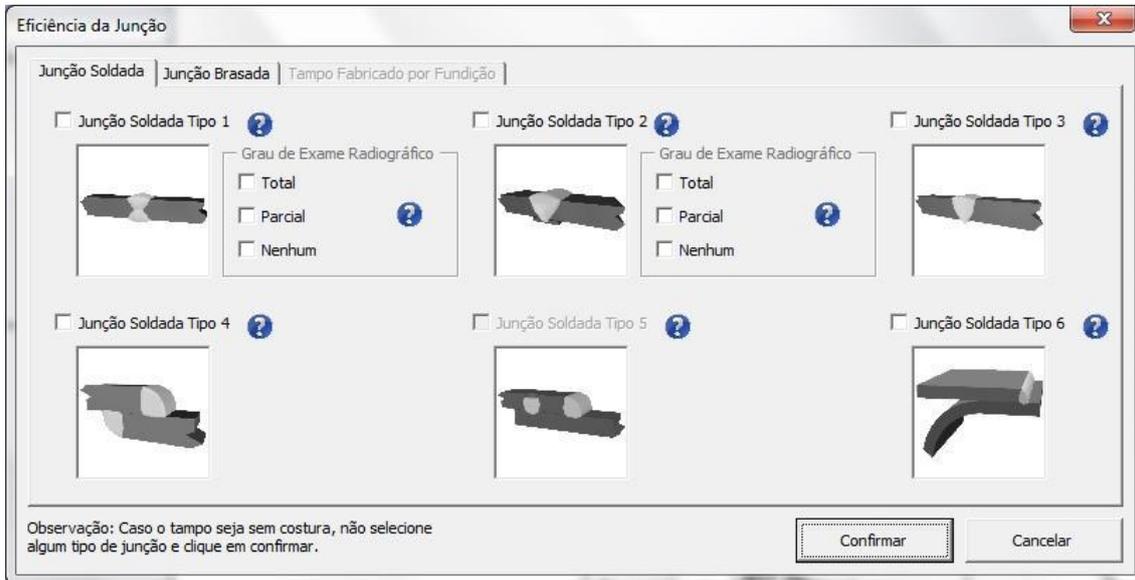
Figura 8.9 – UserFormMargem_para_Corrosão

Solicita ao usuário inserir a margem para corrosão do vaso a ser dimensionado, ou então, Solicita ao usuário inserir a taxa de corrosão e a vida útil do vaso a ser dimensionado, dependendo da escolha do método de cálculo. O usuário pode escolher as unidades dos dados que irá inserir, dentro de algumas opções de unidades. Ao clicar nas *Images* , o usuário obtém informações de ajuda. Ao clicar no

CommandButtonConfirmar, os dados inseridos passam pela validação de dados, e se forem dados válidos, são usados para calcular a margem para corrosão na unidade padrão (*in*), e depois, o resultado da margem para corrosão é armazenado na variável global CA.

O código do UserFormMargem_para_Corrosão não apresenta algo novo em relação ao código do UserFormDados_de_Projeto, por isso, será aqui omitido.

8.2.6 UserFormEficiência_da_Junção



The image shows a software window titled "Eficiência da Junção". It has three tabs: "Junção Soldada", "Junção Brasada", and "Tempo Fabricado por Fundição". The "Junção Soldada" tab is active. It contains six sections, each for a different type of welded joint (Tipo 1 to Tipo 6). Each section includes a 3D model of the joint, a checkbox to select it, and a sub-section for "Grau de Exame Radiográfico" with three radio button options: "Total", "Parcial", and "Nenhum". A question mark icon is next to each joint type label. At the bottom left, there is a note: "Observação: Caso o tempo seja sem costura, não selecione algum tipo de junção e clique em confirmar." At the bottom right, there are "Confirmar" and "Cancelar" buttons.

Figura 8.10 – UserFormEficiência_da_Junção

Solicita ao usuário escolher os tipos de junções presentes no vaso a ser dimensionado. Caso o vaso seja fabricado por fundição (propriedade do material FORMA DO PRODUTO igual à CASTINGS, na planilha DADOS DE PROJETO da pasta de trabalho Tabela de Projeto para Vasos de Pressão.xlsm do Excel), a página Tempo Fabricado por Fundição (*PageFundição*) será habilitada. Ao clicar nas *Images* , o usuário obtém informações de ajuda. Ao clicar no CommandButtonConfirmar, a eficiência da junção é calculada, e depois, o resultado da eficiência da junção é armazenado na variável global E.

Código resumido:

Private Sub CommandButtonConfirmar_Click()

Dim E1T As Double, E1P As Double, E1N As Double, E2T As Double, E2P As Double, E2N As Double, E3 As Double, E4 As Double, E5 As Double, E6 As Double, EBT As Double, EBP As Double, ECC As Double, ESC As Double

Variáveis que representam a eficiência da junção de cada tipo de junção.

(...)

Calculando a eficiência da junção soldada tipo 1. Caso a *CheckBox* em questão não esteja selecionada (*CheckBox.Value = False*), a eficiência da junção correspondente recebe o valor de 1; caso a *CheckBox* em questão esteja selecionada (*CheckBox.Value = True*), a eficiência da junção correspondente recebe um valor baseado na norma ASME Seção VIII Divisão 1.

Select Case Me.CheckBoxJunção_Soldada_Tipo_1.Value

Case True

**If Me.CheckBoxTotal_Junção_Soldada_Tipo_1.Value Or
Me.CheckBoxParcial_Junção_Soldada_Tipo_1.Value Or
Me.CheckBoxNenhum_Junção_Soldada_Tipo_1.Value Then**

Select Case

Me.CheckBoxTotal_Junção_Soldada_Tipo_1.Value

Case True

E1T = 1#

Case False

E1T = 1#

End Select

Select Case

Me.CheckBoxParcial_Junção_Soldada_Tipo_1.Value

Case True

E1P = 0.85

Case False

E1P = 1#

End Select

Select Case

Me.CheckBoxNenhum_Junção_Soldada_Tipo_1.Value

Case True

E1N = 0.7

Case False

E1N = 1#

End Select

Junção_Soldada_Tipo_1_Status = True

Else

MsgBox "Selecione o grau de exame radiográfico da junção soldada tipo 1.", vbExclamation + vbOKOnly, "Grau de Exame Radiográfico Faltando"

End If

Case False

E1T = 1#

E1P = 1#

E1N = 1#

Junção_Soldada_Tipo_1_Status = True

End Select

Select Case Me.CheckBoxJunção_Soldada_Tipo_2.Value

Calculando a eficiência da junção soldada tipo 2:

(...)

End Select

Calculando as eficiências das junções soldadas tipo 3, 4, 5:

(...)

Select Case Me.CheckBoxJunção_Soldada_Tipo_6.Value

Calculando a eficiência da junção soldada tipo 6:

(...)

End Select

Calculando a eficiência da junção brasada:

Select Case Me.CheckBoxJunção_Brasada.Value

Case True

**If Me.CheckBoxTotal_Junção_Brasada.Value Or
Me.CheckBoxParcial_Junção_Brasada.Value Then**

Select Case Me.CheckBoxTotal_Junção_Brasada.Value

Case True

EBT = 1#

Case False

EBT = 1#

End Select

Select Case Me.CheckBoxParcial_Junção_Brasada.Value

Case True

EBP = 0.5

Case False

EBP = 1#

End Select

Junção_Brasada_Status = True

Else

MsgBox "Selecione o grau de penetração do metal de adição da junção brasada.", vbExclamation + vbOKOnly, "Grau de Penetração do Metal de Adição Faltando"

End If

Case False

EBT = 1#

EBP = 1#

Junção_Brasada_Status = True

End Select

Calculando a eficiência da fundição, caso o vaso seja fabricado por fundição (propriedade do material FORMA DO PRODUTO igual à CASTINGS, na planilha DADOS DE PROJETO da pasta de trabalho Tabela de Projeto para Vasos de Pressão.xlsm do Excel):

(...)

If Junção_Soldada_Tipo_1_Status And Junção_Soldada_Tipo_2_Status And Junção_Brasada_Status And Fundição_Centrífuga_Status And Fundição_Estática_Status Then

Nesse caso, todas as eficiências das junções foram calculadas com sucesso.

Calculando a eficiência da junção e armazenando o resultado na variável global E:

E = MÍNIMO(E1T, E1P, E1N, E2T, E2P, E2N, E3, E4, E5, E6, EBT, EBP, ECC, ESC)

E: eficiência da junção (*joint efficiency*).

Descarregando o UserFormEficiência_da_Junção:

Unload Me

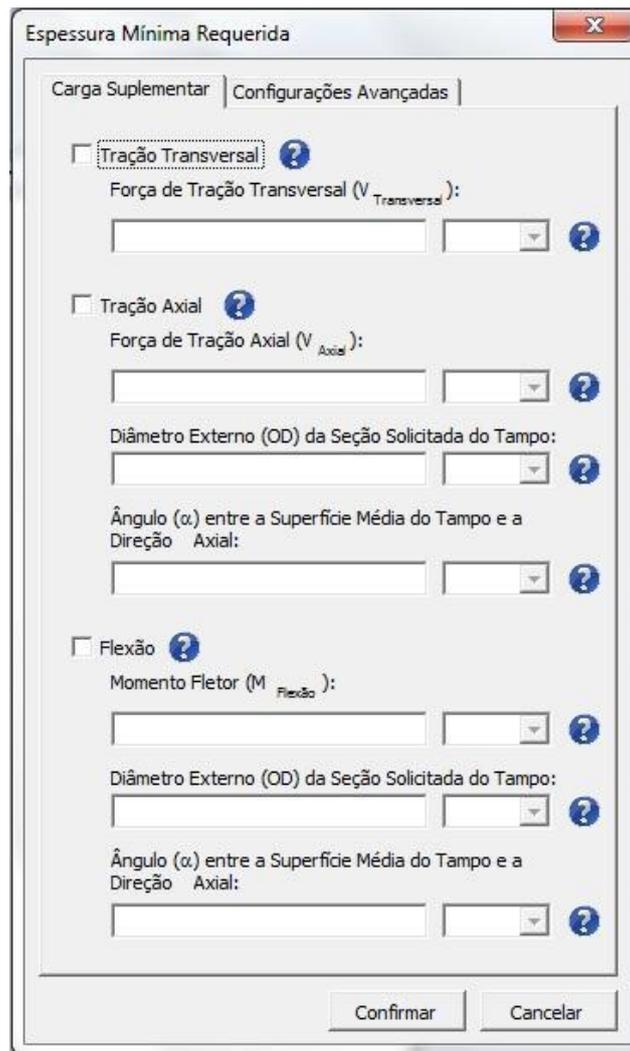
Carregando o UserFormEspessura_Mínima:

UserFormEspessura_Mínima.Show

End If

End Sub

8.2.7 UserFormEspessura_Mínima



The image shows a Windows-style dialog box titled "Espessura Mínima Requerida". It has two tabs: "Carga Suplementar" (selected) and "Configurações Avançadas". Under "Carga Suplementar", there are three sections, each with a checkbox and a help icon (blue circle with a question mark):

- Tração Transversal:** Includes a checkbox, a label "Força de Tração Transversal ($V_{Transversal}$):", a text input field, a unit dropdown menu, and a help icon.
- Tração Axial:** Includes a checkbox, a label "Força de Tração Axial (V_{Axial}):", a text input field, a unit dropdown menu, and a help icon. Below it are "Diâmetro Externo (OD) da Seção Solicitada do Tampo:" and "Ângulo (α) entre a Superfície Média do Tampo e a Direção Axial:", each with a text input field, a unit dropdown menu, and a help icon.
- Flexão:** Includes a checkbox, a label "Momento Fletor ($M_{Flexão}$):", a text input field, a unit dropdown menu, and a help icon. Below it are "Diâmetro Externo (OD) da Seção Solicitada do Tampo:" and "Ângulo (α) entre a Superfície Média do Tampo e a Direção Axial:", each with a text input field, a unit dropdown menu, and a help icon.

At the bottom of the dialog are "Confirmar" and "Cancelar" buttons.

Figura 8.11 – UserFormEspessura_Mínima

Solicita ao usuário inserir as cargas suplementares presentes no vaso a ser dimensionado. O usuário pode escolher as unidades dos dados que irá inserir, dentro de algumas opções de unidades. Ao clicar nas *Images* , o usuário obtém informações de ajuda. Ao clicar no `CommandButtonConfirmar`, os dados inseridos passam pela validação de dados, e se forem dados válidos, são usados para calcular a espessura mínima requerida na unidade padrão (*in*). A espessura mínima requerida será a raiz da função $f := \max(|\sigma_1|, |\sigma_2|, |\sigma_3|) - S \cdot E$, e será calculada por um método numérico, que é uma adaptação do método de Newton–Raphson. Essa adaptação do método de Newton–Raphson é apresentada no apêndice, subseção 11.5.

Código Resumido:

Funções de tensões:

Function s_V_Transversal(ByVal x As Double) As Double

Função de tensão principal devido a $V_{Transversal}$ na área A .

$V_{Transversal}$: força de tração transversal (lbf);

A : área solicitada pela tração transversal no tampo hemisférico;

x : espessura corroída do tampo hemisférico;

$s_{V_{Transversal}}$: tensão principal devido a $V_{Transversal}$ na área A .

(...)

$$A_{Ext} = \text{Pi} * ((OD) ^ 2) / 8$$

$$A_{Int} = \text{Pi} * ((OD - 2 * x) ^ 2) / 8$$

$$A = A_{Ext} - A_{Int}$$

$$s_{V_{Transversal}} = V_{Transversal} / A$$

End Function

Function $s_{V_{Axial}}$ (ByVal x As Double) As Double

Função de tensão principal devido a V_{Axial} na área A .

V_{Axial} : força de tração axial (lbf);

OD : diâmetro externo do tampo hemisférico (*outside diameter*);

x : espessura corroída do tampo hemisférico;

A : área da seção solicitada pela tração axial no tampo;

$s_{V_{Axial}}$: tensão principal devido a V_{Axial} na área A .

(...)

$$A_{Ext} = \text{Pi} * ((OD_{Tração}) ^ 2) / 4$$

$$A_{Int} = \text{Pi} * ((OD_{Tração} - 2 * (x / \text{Cos}(\alpha_{Tração}))) ^ 2) / 4$$

$$A = A_{Ext} - A_{Int}$$

$$s_{V_{Axial}} = V_{Axial} / A$$

End Function

Function $s_{M_{Flexão}}$ (ByVal x As Double) As Double

Função de tensão principal devido a $M_{Flexão}$ na área A .

$M_{Flexão}$: momento fletor ($lbf \cdot in$);

OD: diâmetro externo do tampo hemisférico (*outside diameter*);

x: espessura corroída do tampo hemisférico;

A: área da seção solicitada pela flexão no tampo;

Iz: momento de inércia de área da seção solicitada pela flexão no tampo hemisférico;

s_M_Flexão: tensão principal devido a M_Flexão na área A.

(...)

$$Iz = \frac{\pi}{64} * ((OD_Flexão)^4 - (OD_Flexão - 2 * (x / \cos(\alpha_Flexão)))^4)$$

$$s_M_Flexão = M_Flexão * (OD_Flexão / (2 * Iz))$$

End Function

Function s_P(ByVal x As Double) As Double

Função de tensão principal devido a P.

P: pressão total (*total pressure*) (psi);

OD: diâmetro externo do tampo hemisférico (*outside diameter*);

x: espessura corroída do tampo hemisférico;

s_P: tensão principal devido a P no tampo hemisférico.

(...)

If x <= 0.1312684366 * OD Then

$$s_P = P * OD / (4 * x) - 0.4 * P$$

Else

Nesse caso $x > 0,1312684366 \cdot OD$, portanto, a parede do vaso é grossa.

$$s_P = \frac{P * (3 * (OD^3) - 12 * (OD^2) * x + 24 * OD * (x^2) - 16 * (x^3))}{(4 * x * (3 * (OD^2) - 6 * OD * x + 4 * (x^2)))}$$

End If

End Function

Function s_V_Axialr(ByVal x As Double) As Double

Função de tensão normal devido a V_{Axial} na face r (Obtida usando as fórmulas de Mohr).

x: espessura corroída do tampo hemisférico;

s_V_Axial : tensão principal devido a V_Axial na área A .

$$s_V_Axialr = s_V_Axial(x)$$

End Function

Function t_V_Axialr(ByVal x As Double) As Double

Função de tensão de cisalhamento devido a V_{Axial} na face r (Obtida usando as fórmulas de Mohr).

x : espessura corroída do tampo hemisférico;

$\alpha_Tração$: ângulo entre a superfície média do tampo e a direção axial na seção solicitada pela tração axial (rad);

s_V_Axial : tensão principal devido a V_Axial na área A .

$$t_V_Axialr = (s_V_Axial(x)) * \text{Tan}(\alpha_Tração)$$

End Function

Function s_M_Flexão(ByVal x As Double) As Double

Função de tensão normal devido a $M_{Flexão}$ na face r (Obtida usando as fórmulas de Mohr).

x : espessura corroída do tampo hemisférico;

$s_M_Flexão$: tensão principal devido a $M_Flexão$ na área A .

$$s_M_Flexãor = s_M_Flexão(x)$$

End Function

Function t_M_Flexão(ByVal x As Double) As Double

Função de tensão de cisalhamento devido a $M_{Flexão}$ na face r (Obtida usando as fórmulas de Mohr).

x : espessura corroída do tampo hemisférico;

$\alpha_Flexão$: ângulo entre a superfície média do tampo e a direção axial na seção solicitada pela flexão (rad);

$$t_M_Flexãor = (s_M_Flexão(x)) * \text{Tan}(\alpha_Flexão)$$

End Function

Function s_1(ByVal x As Double) As Double

Função de tensão principal 1.

x: espessura corroída do tampo hemisférico;
s_P: função de tensão principal devido a P ;
s_V_Axialr: função de tensão normal devido a V_{Axial} na face r ;
t_V_Axialr: função de tensão de cisalhamento devido a V_{Axial} na face r ;
s_M_Flexãor: função de tensão normal devido a $M_{Flexão}$ na face r ;
t_M_Flexãor: função de tensão de cisalhamento devido a $M_{Flexão}$ na face r .
(...)

$$s_r = s_P(x) + s_V_Axialr(x) + s_M_Flexãor(x)$$

$$t_r = t_V_Axialr(x) + t_M_Flexãor(x)$$

$$s_1 = s_r / 2 + \text{Sqr}((s_r ^ 2) + 4 * (t_r ^ 2)) / 2$$

End Function

Function s_2(ByVal x As Double) As Double

Função de tensão principal 2.

x: espessura corroída do tampo hemisférico;
s_P: função de tensão principal devido a P ;
s_V_Axialr: função de tensão normal devido a V_{Axial} na face r ;
t_V_Axialr: função de tensão de cisalhamento devido a V_{Axial} na face r ;
s_M_Flexãor: função de tensão normal devido a $M_{Flexão}$ na face r ;
t_M_Flexãor: função de tensão de cisalhamento devido a $M_{Flexão}$ na face r .

$$s_r = s_P(x) + s_V_Axialr(x) + s_M_Flexãor(x)$$

$$t_r = t_V_Axialr(x) + t_M_Flexãor(x)$$

$$s_2 = s_r / 2 - \text{Sqr}((s_r ^ 2) + 4 * (t_r ^ 2)) / 2$$

End Function

Function s_3(ByVal x As Double) As Double

Função de tensão principal 3.

x: espessura corroída do tampo hemisférico;
s_P: função de tensão principal devido a P ;

s_V_Transversal: tensão principal devido a V_Transversal.

$$s_3 = s_P(x) + s_V_Transversal(x)$$

End Function

Function f(ByVal x As Double) As Double

Critério de falha da tensão principal máxima (critério de Rankine).

A espessura mínima requerida será a raiz da função $f := \max(|\sigma_1|, |\sigma_2|, |\sigma_3|) - S \cdot E$.

$$f = \text{MÁXIMO}(\text{Abs}(s_1(x)), \text{Abs}(s_2(x)), \text{Abs}(s_3(x))) - S * E$$

End Function

Procedimento para achar a espessura mínima requerida da parede. A espessura mínima requerida será a raiz da função $f := \max(|\sigma_1|, |\sigma_2|, |\sigma_3|) - S \cdot E$, e será calculada por um método numérico, que é uma adaptação do método de Newton–Raphson.

Sub Realizar_Cálculo()

(...)

Dim RTHKC(0 To 1) As Double

RTHKC: espessura mínima requerida no estado corroído (*required thickness corroded*) calculada pela iteração (*in*).

Copiando as variáveis necessárias:

$$d = \text{Cdbl}(\text{Me.TextBoxErro_no_Cálculo.Value})$$

d: erro utilizado no cálculo das raízes das funções (*in*).

Definindo a estimativa inicial da raiz da função $f := \max(|\sigma_1|, |\sigma_2|, |\sigma_3|) - S \cdot E$:

$$\text{RTHKC}(0) = (\text{f_Estimativa_Inicial}) * \\ (\text{Cdbl}(\text{Me.TextBoxEstimativa_Inicial.Value}))$$

(...)

Set xlApp = GetObject("Excel.Application")

Conectar ao aplicativo ativo do Microsoft Excel.

Copiando os valores das variáveis de projeto:

$$P = \text{Cdbl}(\text{xlApp.Workbooks("Tabela de Projeto para Vasos de \\ Pressão.xlsm").Sheets("DADOS DE PROJETO").Range("K6").Value})$$

P: pressão total (*total pressure*) (*psi*).

S = CDbl(xlApp.Workbooks("Tabela de Projeto para Vasos de Pressão.xlsm").Sheets("DADOS DE PROJETO").Range("L21").Value)

S: tensão máxima admissível do material (*maximum allowable stress*) (*psi*).

Adaptação do método de Newton–Raphson:

RTHKC(1) = RTHKC(0) - 12 * f(RTHKC(0)) * d / (-f(RTHKC(0) + 2 * d) + 8 * f(RTHKC(0) + d) - 8 * f(RTHKC(0) - d) + f(RTHKC(0) - 2 * d))

Do While Abs(RTHKC(1) - RTHKC(0)) >= d

Esse é o critério de parada da adaptação do método de Newton–Raphson.

Guardando o valor de RTHKC(1) em RTHKC(0):

RTHKC(0) = RTHKC(1)

Calculando a próxima iteração:

RTHKC(1) = RTHKC(1) - 12 * f(RTHKC(1)) * d / (-f(RTHKC(1) + 2 * d) + 8 * f(RTHKC(1) + d) - 8 * f(RTHKC(1) - d) + f(RTHKC(1) - 2 * d))

Loop

RTHKC(1): espessura mínima requerida no estado corroído (*required thickness corroded*) (*in*).

RTHKC(1) = MÁXIMO(1 / 16, RTHKC(1))

A espessura mínima das seções e tampos submetidos à diferença de pressão deve ser de pelo menos $\frac{1}{16}$ *in* (aprox. 1,6 *mm*) exclusivo de qualquer margem para corrosão [1] (parágrafo UG-18).

Precisamos adicionar a margem para corrosão para obtermos a espessura mínima requerida no estado novo:

RTHKN = RTHKC(1) + CA

RTHKN: espessura mínima requerida no estado novo (*required thickness new*) (*in*).

Arredondando RTHKN:

RTHKN = Round(RTHKN, Round(1 - Log10(d)))

valor_MsgBox = MsgBox("RTHKN := " & RTHKN & " in", vbInformation + vbOKCancel, "Espessura Mínima Requerida")

Select Case valor_MsgBox

Case "1"

(...)

Descarregando o UserFormEspessura_Mínima:

Unload Me

Carregando o UserFormEspessura_Nominal:

UserFormEspessura_Nominal.Show

Case "2"

Carregando o UserFormEspessura_Mínima:

UserFormEspessura_Mínima.Show

End Select

End Sub

8.2.8 UserFormEspessura_Nominal

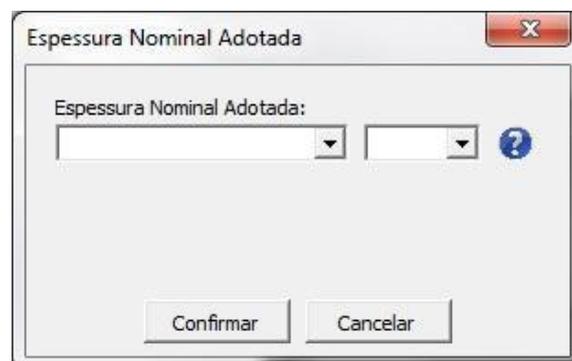


Figura 8.12 – UserFormEspessura_Nominal

Solicita ao usuário inserir a espessura nominal adotada do vaso a ser dimensionado. O usuário pode escolher a unidade da espessura nominal adotada que irá inserir, dentro de algumas opções de unidades. Ao clicar nas *Images* , o usuário obtém informações de ajuda. Ao clicar no `CommandButtonConfirmar`, os dados inseridos passam pela validação de dados, e se forem dados válidos, são usados para calcular a pressão máxima de trabalho admissível, a pressão de teste hidrostático, e a pressão de teste pneumático, todas na unidade padrão (*psi*). A pressão máxima de trabalho admissível será a raiz da função $f := \max(|\sigma_1|, |\sigma_2|, |\sigma_3|) - S \cdot E$, e será calculada por um método numérico, que é uma adaptação do método de Newton–Raphson. Essa adaptação do método de Newton–Raphson é apresentada no apêndice, subseção 11.5.

Código Resumido:

No UserFormEspessura_Nominal, há funções para calcular tensões que são parecidas com as funções para calcular tensões do UserFormEspessura_Mínima, sendo a única diferença que nas funções para calcular tensões do UserFormEspessura_Nominal, a variável é a pressão, ao passo que, no UserFormEspessura_Mínima, a variável é a espessura corroída. Por isso, as funções para calcular tensões do UserFormEspessura_Nominal serão aqui omitidas.

Procedimento para achar a pressão máxima de trabalho admissível. A pressão máxima de trabalho admissível será a raiz da função $f := \max(|\sigma_1|, |\sigma_2|, |\sigma_3|) - S \cdot E$, e será calculada por um método numérico, que é uma adaptação do método de Newton-Raphson.

Sub Realizar_Cálculo()

(...)

SHT: tensão máxima admissível na temperatura de realização do teste hidrostático (*maximum allowable stress*) (*psi*);

SPT: tensão máxima admissível na temperatura de realização do teste pneumático (*maximum allowable stress*) (*psi*);

HTP: pressão de teste hidrostático (*hydrostatic test pressure*) (*psi*);

PTP: pressão de teste pneumático (*pneumatic test pressure*) (*psi*);

PH: pressão hidrostática correspondente à coluna de fluido contido (*static head*) (*psi*);

MAWPT: pressão máxima de trabalho admissível (*maximum allowable working pressure at the top*) medida no topo do vaso na sua posição normal de operação, na temperatura correspondente à pressão considerada, tomando-se o vaso com a espessura corroída (*psi*).

Dim MAWPB(0 To 1) As Double

MAWPB: pressão máxima de trabalho admissível no fundo do vaso (*maximum allowable working pressure at the bottom*), calculada pela iteração (*psi*).

Set xlApp = GetObject("Excel.Application")

Conectar ao aplicativo ativo do Microsoft Excel.

Copiando os valores das variáveis de projeto:

PH = Cdbl(xlApp.Workbooks("Tabela de Projeto para Vasos de Pressão.xlsm").Sheets("DADOS DE PROJETO").Range("K5").Value)

PH: pressão hidrostática correspondente à coluna de fluido contido (*static head*) (*psi*).

Definindo a estimativa inicial da raiz da função $f := \max(|\sigma_1|, |\sigma_2|, |\sigma_3|) - S \cdot E$:

If P <= 15 Then

Na norma ASME Seção VIII Divisão 1, está implícito que a pressão atmosférica é 15 *psi* (aprox. 103 *kPa*) [1] (parágrafo U-1).

$$\text{MAWPB}(0) = 15$$

Else

$$\text{MAWPB}(0) = P$$

Usamos como estimativa inicial da MAWPB a pressão total. Pois queremos pressão máxima de trabalho admissível no fundo do vaso.

End If

Adaptação do método de Newton–Raphson:

$$\text{MAWPB}(1) = \text{MAWPB}(0) - 12 * f(\text{MAWPB}(0)) * d / (-f(\text{MAWPB}(0) + 2 * d) + 8 * f(\text{MAWPB}(0) + d) - 8 * f(\text{MAWPB}(0) - d) + f(\text{MAWPB}(0) - 2 * d))$$

Do While Abs(MAWPB(1) - MAWPB(0)) >= d

Esse é o critério de parada da adaptação do método de Newton–Raphson.

Guardando o valor de MAWPB(1) em MAWPB(0):

$$\text{MAWPB}(0) = \text{MAWPB}(1)$$

Calculando a próxima iteração:

$$\text{MAWPB}(1) = \text{MAWPB}(1) - 12 * f(\text{MAWPB}(1)) * d / (-f(\text{MAWPB}(1) + 2 * d) + 8 * f(\text{MAWPB}(1) + d) - 8 * f(\text{MAWPB}(1) - d) + f(\text{MAWPB}(1) - 2 * d))$$

Loop

MAWPB(1) : pressão máxima de trabalho admissível no fundo do vaso (*maximum allowable working pressure at the bottom*) (*psi*).

Precisamos subtrair a pressão hidrostática para obtermos a pressão máxima de trabalho admissível no topo do vaso:

$$\text{MAWPT} = \text{MAWPB}(1) - \text{PH}$$

MAWPT: pressão máxima de trabalho admissível no topo do vaso (*maximum allowable working pressure at the top*) (*psi*).

Arredondando MAWPT:

$$\text{MAWPT} = \text{Round}(\text{MAWPT}, \text{Round}(1 - \text{Log}_{10}(d)))$$

```
valor_MsgBox = MsgBox("MAWPT := " & MAWPT & " psi", vbInformation +  
vbOKCancel, "Pressão Máxima de Trabalho Admissível")
```

```
Select Case valor_MsgBox
```

```
Case "1"
```

Calculando pressão de teste hidrostático e a pressão de teste pneumático:

```
SHT = Cdbl(xlApp.Workbooks("Tabela de Projeto para Vasos de  
Pressão.xlsm").Sheets("DADOS DE  
PROJETO").Range("L28").Value)
```

SHT: tensão máxima admissível na temperatura de realização do teste hidrostático (*maximum allowable stress*) (psi).

```
SPT = Cdbl(xlApp.Workbooks("Tabela de Projeto para Vasos de  
Pressão.xlsm").Sheets("DADOS DE  
PROJETO").Range("L34").Value)
```

SPT: tensão máxima admissível na temperatura de realização do teste pneumático (*maximum allowable stress*) (psi).

```
HTP = 1.3 * MAWPT * (SHT / S)
```

HTP: pressão de teste hidrostático (*hydrostatic test pressure*) (psi).

```
PTP = 1.1 * MAWPT * (SPT / S)
```

PTP: pressão de teste pneumático (*pneumatic test pressure*) (psi).

```
End
```

End: Termina a execução imediatamente.

```
Case "2"
```

Carregando o UserFormEspessura_Nominal:

```
UserFormEspessura_Nominal.Show
```

```
End Select
```

```
End Sub
```

9 CONCLUSÃO

As macros apresentadas neste trabalho dimensionam as partes do vaso passo a passo, servindo como uma ferramenta didática do usuário.

Comparando o dimensionamento de um vaso de pressão com auxílio destas macros com o dimensionamento à mão com calculadora, o dimensionamento com auxílio das macros apresenta as seguintes vantagens em relação ao dimensionamento à mão com calculadora:

- Os formulários das macros são autoexplicativos, diminuindo tempo de consulta à referida norma;
- No dimensionamento com as macros, os cálculos são feitos pelo computador, aumentando a confiabilidade do projeto e reduzindo o gasto de tempo;
- A tabela de projeto e os desenhos podem ser impressos (para serem usados em relatórios e memórias de cálculo, por exemplo);
- As macros atualizam automaticamente os desenhos das partes do vaso.

Assim, dimensionamento de um vaso de pressão de acordo com a norma ASME Seção VIII Divisão 1 com auxílio da Tabela de Projeto para Vasos de Pressão Segundo a Norma ASME Seção VIII Divisão 1 fica mais fácil do que o dimensionamento à mão com calculadora, economizando tempo do projetista e aumentando sua produtividade.

A versão 1.0 da Tabela de Projeto para Vasos de Pressão Segundo a Norma ASME Seção VIII Divisão 1 possui as seguintes limitações:

- Não dimensiona vasos para pressão externa;
- Não dimensiona anéis de reforço;
- Não dimensiona flanges;
- Não dimensiona bocais;
- Não dimensiona vasos aparafusados;
- Não dimensiona válvulas de alívio de pressão;
- Não dimensiona vasos multicamadas;
- Não dimensiona vasos feitos com chapa corrugada (*embossed plate, dimpled plate*);
- Não dimensiona vasos de seção não circular;
- Não dimensiona braçadeiras;

- Não dimensiona juntas de expansão.

Essas limitações podem ser eliminadas em versões futuras da Tabela de Projeto para Vasos de Pressão Segundo a Norma ASME Seção VIII Divisão 1.

10 REFERÊNCIAS

- [1] ASME, Rules for Construction of Pressure Vessels, 2002 Addenda ed., vol. Section VIII Division 1, New York: Asme Boiler And Pressure Vessel Committee, 2002.
- [2] S. CHATTOPADHYAY, Pressure Vessels - Design and Practice, CRC Press, 2005.
- [3] P. C. D. S. TELLES, Vasos de Pressão, 2 ed., Rio de Janeiro: LTC, 1996.
- [4] R. M. HUPPES, Análise de Falha em um Vaso de Pressão, Porto Alegre: UFRGS - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2009.
- [5] C. FALCÃO, Vasos de Pressão e Trocadores de Calor Casca e Tubos, Revisão 2008 ed., 2008.
- [6] P. M. C. BRANDÃO, Vasos de Pressão, Rio de Janeiro: Fundação Técnico-Educacional Souza Marques, 2006.
- [7] R. R. CRAIG JR., Mecânica dos Materiais, LTC, 2003.
- [8] J. E. SHIGLEY, C. R. MISCHKE e R. G. BUDYNAS, Projeto de Engenharia Mecânica, Porto Alegre: Bookman, 2005.
- [9] R. L. NORTON, Projeto de Máquinas, Porto Alegre: Bookman, 2004.
- [10] WIKIMEDIA FOUNDATION, “Wikipedia,” [Online]. Available: http://en.wikipedia.org/wiki/Main_Page.
- [11] E. VENTSEL e T. KRAUTHAMMER, Thin Plates and Shells - Theory, Analysis, and Applications, New York: Marcel Dekker, 2001.
- [12] N. A. Z. PEREIRA, “Notas de Aula de Projeto de Vasos Pressão e Tubulações,” Rio de Janeiro, 2010/2.
- [13] B. E. C. W. J. BALL, CASTI Guidebook to ASME Section VIII Div. 1 - Pressure Vessels, Edmonton: CASTI Publishing Inc., 2002.
- [14] C. C. DA SILVA e E. D. S. VARGAS, Excel 2007 Avançado - Planilhas Inteligentes, Santa Cruz do Rio Pardo, SP: Viena, 2009.
- [15] MICROSOFT CORPORATION, “Ajuda do Microsoft Visual Basic 6.3,” 1987-2001.

- [16] B. JELEN e T. SYRSTAD, VBA e macros para o Microsoft Office Excel 2007, São paulo: Pearson Prentice Hall, 2009.
- [17] A. BERNARDINO e R. PACHECO, “Uma abordagem elementar ao conceito de curvatura,” *Escola Básica Integrada de Vendas Novas*.
- [18] S. M. SKJÆVELAND, “Derivation of the Laplace equation,” 2006.
- [19] ALTMANN & CIA LTDA, “Altmann,” [Online]. Available: <http://www.altmann.ind.br/inicial.html>.
- [20] MINISTÉRIO DO TRABALHO E EMPREGO DO BRASIL, *Norma NR-13*, Brasília, 2006.
- [21] J. KNISLEY, “Multivariable Calculus Online,” National Science Foundation, [Online]. Available: <http://math.etsu.edu/multicalc/prealpha/>.
- [22] M. A. GOMES RUGGIERO e V. L. D. R. LOPES, *Cálculo Numérico - Aspectos Teóricos e Computacionais*, São Paulo: Makron Books.

11 APÊNDICE

11.1 Geometria de Linhas e Superfícies

11.1.1 Geometria de Linhas

Seja \vec{r} um vetor da *origem* até um ponto de interesse. Uma linha espacial Γ pode ser definida pela equação vetorial:

$$\vec{r}(\lambda) := x(\lambda)\vec{e}_x + y(\lambda)\vec{e}_y + z(\lambda)\vec{e}_z$$

Equação 11.1

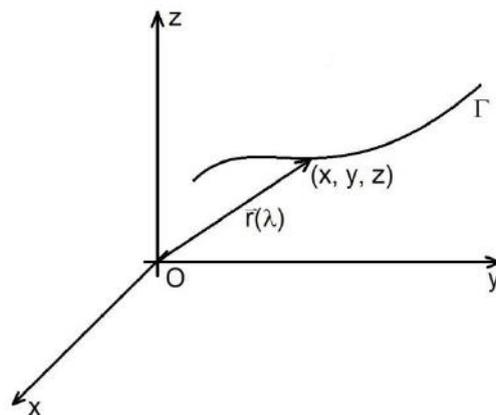


Figura 11.1 – Linha Espacial

Onde (x, y, z) são as coordenadas cartesianas do ponto de interesse, e λ é um parâmetro.

Se houver uma correspondência biunívoca entre o parâmetro λ e os pontos da linha Γ , λ pode ser denominado *coordenada curvilínea da linha*.

Vamos considerar que todas as funções são duas vezes diferenciáveis com derivada segunda contínua. Uma linha ou uma superfície representada por funções satisfazendo essa condição são denominadas *suaves*.

A diferencial $d\vec{r}$, de \vec{r} é dada por:

$$d\vec{r} = dx\vec{e}_x + dy\vec{e}_y + dz\vec{e}_z$$

Equação 11.2

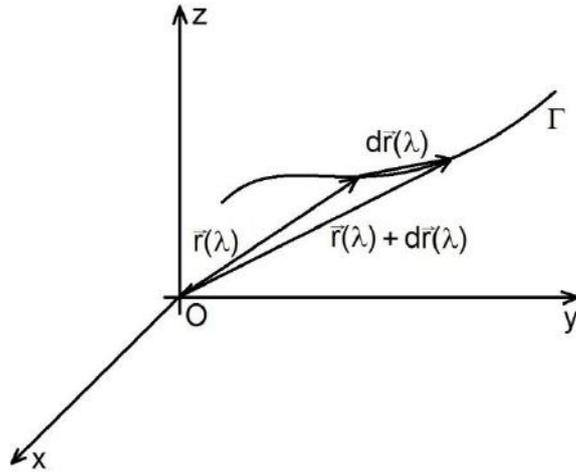


Figura 11.2 – Diferencial de \vec{r}

\vec{dr} é um vetor secante à linha Γ . Observamos que quando \vec{dr} tende a $\vec{0}$, ele fica tangente à linha Γ .

O comprimento de arco infinitesimal dr é:

$$dr := |\vec{dr}| := \sqrt{\vec{dr} \cdot \vec{dr}}$$

Equação 11.3

Assim, o comprimento de arco Δr é dado por:

$$\Delta r = \int dr$$

Equação 11.4

Observação: usaremos a notação Δr para o comprimento de arco ao invés de somente r para evitar uma possível confusão do comprimento de arco Δr com o módulo do vetor posição \vec{r} .

A derivada de \vec{r} com respeito à λ é:

$$\frac{d\vec{r}}{d\lambda} = \frac{dx}{d\lambda} \vec{e}_x + \frac{dy}{d\lambda} \vec{e}_y + \frac{dz}{d\lambda} \vec{e}_z$$

Assim, outra fórmula útil para \vec{dr} é:

$$\vec{dr} = \left(\frac{dx}{d\lambda} \vec{e}_x + \frac{dy}{d\lambda} \vec{e}_y + \frac{dz}{d\lambda} \vec{e}_z \right) d\lambda = \frac{d\vec{r}}{d\lambda} d\lambda$$

Equação 11.5

De onde vem (considerando $d\lambda > 0$):

$$dr = \sqrt{\left(\frac{dx}{d\lambda}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\lambda}\right)^2 + \left(\frac{dz}{d\lambda}\right)^2} d\lambda$$

Assim, podemos obter o comprimento de arco por:

$$\Delta r = \int_{\lambda=\lambda_1}^{\lambda=\lambda_2} \sqrt{\left(\frac{dx}{d\lambda}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\lambda}\right)^2 + \left(\frac{dz}{d\lambda}\right)^2} d\lambda$$

Equação 11.6

Podemos usar Δr como parâmetro para parametrizar a linha Γ .

11.1.1.1 Vetor Tangente Unitário

Podemos obter um vetor unitário \vec{t} , tangente à linha Γ , fazendo:

$$\vec{t} := \frac{\vec{dr}}{dr} = \frac{\frac{d\vec{r}}{d\lambda}}{\frac{dr}{d\lambda}}$$

Equação 11.7

Vemos que de fato $|\vec{t}| = 1$ pois $|\vec{t}| := \sqrt{\vec{t} \cdot \vec{t}} = \sqrt{\frac{d\vec{r}}{dr} \cdot \frac{d\vec{r}}{dr}} = \sqrt{\frac{d\vec{r}}{\sqrt{d\vec{r} \cdot d\vec{r}}} \cdot \frac{d\vec{r}}{\sqrt{d\vec{r} \cdot d\vec{r}}}} = \sqrt{\frac{d\vec{r} \cdot d\vec{r}}{d\vec{r} \cdot d\vec{r}}} =$

1. Como $dr > 0$, o sentido e a direção de \vec{t} são os mesmos de \vec{dr} , portanto, \vec{t} é tangente a Γ .

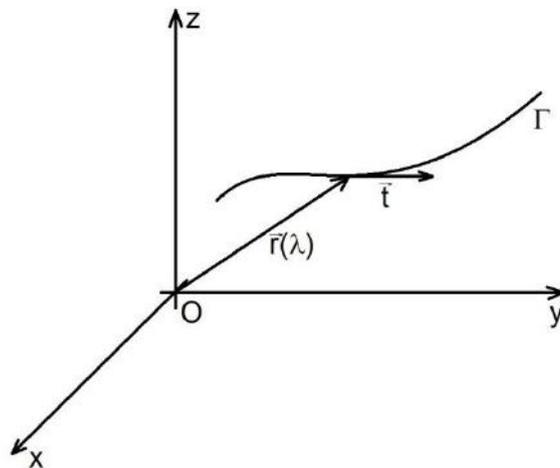


Figura 11.3 – Vetor Tangente Unitário

11.1.1.2 Vetor Normal Unitário

Como $\vec{t} \cdot \vec{t} = 1$ diferenciando, vem $\vec{dt} \cdot \vec{t} + \vec{t} \cdot \vec{dt} = 0 \Rightarrow 2\vec{dt} \cdot \vec{t} = 0$, portanto, $\vec{dt} \perp \vec{t}$. Assim, podemos obter um vetor unitário \vec{n} , normal à linha Γ , fazendo:

$$\vec{n} := \frac{\vec{dt}}{dt} = \frac{\vec{dt}}{\frac{d\lambda}{dt}}$$

Equação 11.8

Onde $dt = |\vec{dt}| := \sqrt{\vec{dt} \cdot \vec{dt}}$.

Utilizando Δr como parâmetro, podemos escrever a seguinte fórmula útil para \vec{n} :

$$\vec{n} = \frac{\vec{dt}}{dt} = \frac{\vec{d^2r}}{\left| \frac{d^2r}{dr^2} \right|}$$

Equação 11.9

11.1.1.3 Curvatura de Linhas

Suponha que queiramos aproximar um pedaço infinitesimal, contendo um ponto P , de uma linha Γ , por uma circunferência. Sejam dois pontos móveis sobre Γ , digamos P_1 e P_2 . Tracemos a circunferência C definida por P , P_1 e P_2 . Se aproximarmos os pontos P_1 e P_2 do ponto fixo P , no limite, obtemos uma circunferência denominada *circunferência osculadora* [17].

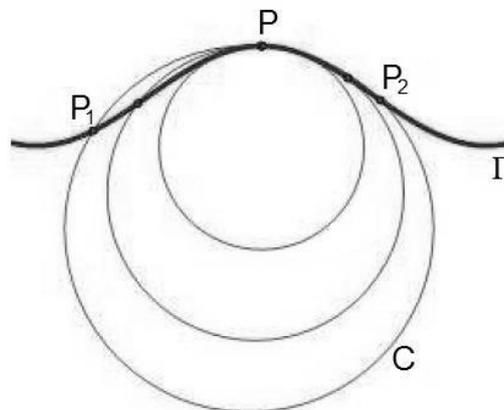


Figura 11.4 – Circunferência Osculadora (adaptada de [17])

Sejam \vec{t} o vetor unitário tangente no ponto P , e $\vec{t} + d\vec{t}$, o vetor unitário tangente num ponto infinitesimalmente próximo a P . Sejam R e C , o raio e o centro da circunferência osculadora em P . $d\varphi$ é o ângulo infinitesimal do setor circular compreendido pelos pontos P e o ponto infinitesimalmente próximo.

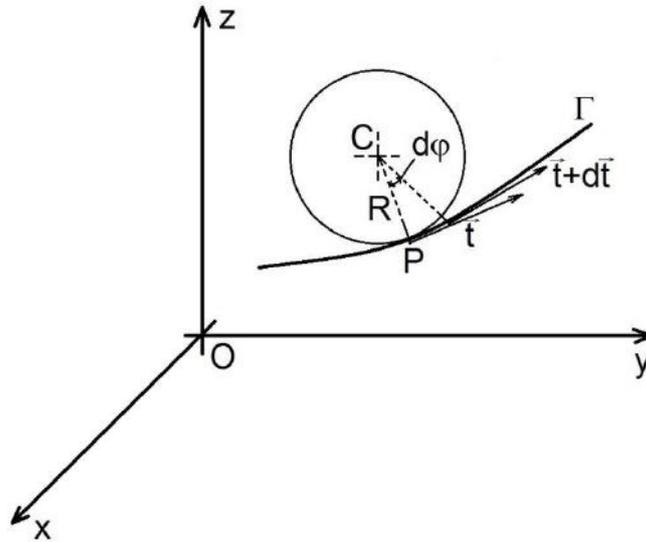


Figura 11.5 – Curvatura de Linha

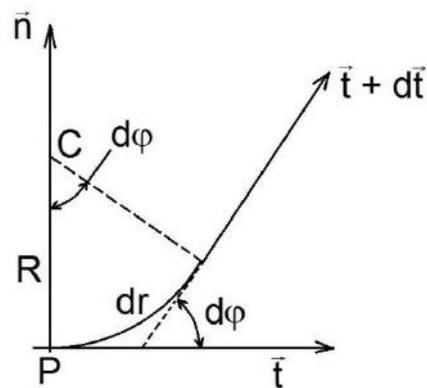


Figura 11.6 – Diferencial de \vec{t}

O raio de curvatura R de Γ , em P , é dado por:

$$R := \frac{dr}{d\varphi}$$

Equação 11.10

A curvatura κ de Γ , em P , é definida por:

$$\kappa := \frac{1}{R} = \frac{d\varphi}{dr}$$

Equação 11.11

Observe que $|\vec{t} + \vec{dt}| = \sqrt{(\vec{t} + \vec{dt}) \cdot (\vec{t} + \vec{dt})} = \sqrt{\vec{t} \cdot \vec{t} + 2\vec{t} \cdot \vec{dt} + \vec{dt} \cdot \vec{dt}} = \sqrt{1 + 0 + 0} = 1$. Portanto $\vec{t} + \vec{dt} = (\cos d\varphi)\vec{t} + (\sin d\varphi)\vec{n} = \vec{t} + d\varphi\vec{n}$.

$$\vec{dt} = d\varphi\vec{n}$$

Equação 11.12

Portanto, $\frac{\vec{dt}}{dr} = \frac{d\varphi}{dr}\vec{n} = \kappa\vec{n}$.

Definimos então o *vetor curvatura* $\vec{\kappa}$ de Γ em P :

$$\vec{\kappa} := \frac{\vec{dt}}{dr} = \frac{d^2\vec{r}}{dr^2} = \kappa\vec{n}$$

Equação 11.13

Podemos obter uma fórmula para calcular $\kappa = |\vec{\kappa}|$:

$$\vec{\kappa} := \frac{\vec{dt}}{dr} = \frac{\frac{d\vec{t}}{d\lambda}}{\frac{dr}{d\lambda}} \Rightarrow \kappa = |\vec{\kappa}| = \frac{\left|\frac{d\vec{t}}{d\lambda}\right|}{\left|\frac{dr}{d\lambda}\right|} = \frac{\left|\frac{d\vec{t}}{d\lambda}\right|}{\left|\frac{dr}{d\lambda}\right|}$$

$$\vec{r}'(\lambda) := \frac{d\vec{r}}{d\lambda} = \frac{d\vec{r}}{dr} \frac{dr}{d\lambda} = \frac{dr}{d\lambda} \vec{t} \quad \vec{r}''(\lambda) = \frac{d\vec{r}'}{d\lambda} = \frac{d^2r}{d\lambda^2} \vec{t} + \frac{dr}{d\lambda} \frac{d\vec{t}}{d\lambda}$$

$$\vec{r}' \times \vec{r}'' = \left(\frac{dr}{d\lambda} \vec{t}\right) \times \left(\frac{d^2r}{d\lambda^2} \vec{t} + \frac{dr}{d\lambda} \frac{d\vec{t}}{d\lambda}\right) = \left(\frac{dr}{d\lambda}\right)^2 \left(\vec{t} \times \frac{d\vec{t}}{d\lambda}\right) \text{ lembrando que } \vec{dt} \perp \vec{t} \text{ vem:}$$

$$|\vec{r}' \times \vec{r}''| = \left(\frac{dr}{d\lambda}\right)^2 |\vec{t}| \left|\frac{d\vec{t}}{d\lambda}\right| = \left(\frac{dr}{d\lambda}\right)^2 \left|\frac{d\vec{t}}{d\lambda}\right| = \left|\frac{d\vec{r}}{d\lambda}\right|^2 \left|\frac{d\vec{t}}{d\lambda}\right| = |\vec{r}'|^2 \left|\frac{d\vec{t}}{d\lambda}\right|$$

$$\kappa = \frac{\left|\frac{d\vec{t}}{d\lambda}\right|}{\left|\frac{dr}{d\lambda}\right|} = \frac{\left|\frac{d\vec{t}}{d\lambda}\right|}{|\vec{r}'|} \text{ Assim vem:}$$

$$\kappa = \frac{|\vec{r}' \times \vec{r}''|}{|\vec{r}'|^3}$$

Equação 11.14

11.1.2 Geometria de Superfícies

Uma superfície Ω pode ser definida pela equação vetorial:

$$\vec{r}(\alpha, \beta) := x(\alpha, \beta)\vec{e}_x + y(\alpha, \beta)\vec{e}_y + z(\alpha, \beta)\vec{e}_z$$

Equação 11.15

Onde (x, y, z) são as coordenadas cartesianas do ponto de interesse, e α, β são parâmetros independentes.

Se eliminarmos os parâmetros α, β da equação acima, então a equação da superfície Ω fica:

$$F(x, y, z) = 0$$

Se houver uma correspondência biunívoca entre os pares de números (α, β) e os pontos da superfície Ω , α, β podem ser denominados *coordenadas curvilíneas da superfície*.

Se uma das coordenadas, por exemplo α , for incrementada $\alpha = \alpha_1, \alpha = \alpha_2, \dots, \alpha = \alpha_n$, definimos uma série de linhas paramétricas na superfície, ao longo das quais apenas o parâmetro β varia. Essas linhas são denominadas *linhas de coordenadas α* . Da mesma forma, se o parâmetro β assumir os valores $\beta = \beta_1, \beta = \beta_2, \dots, \beta = \beta_n$ obtemos as linhas de coordenadas β .

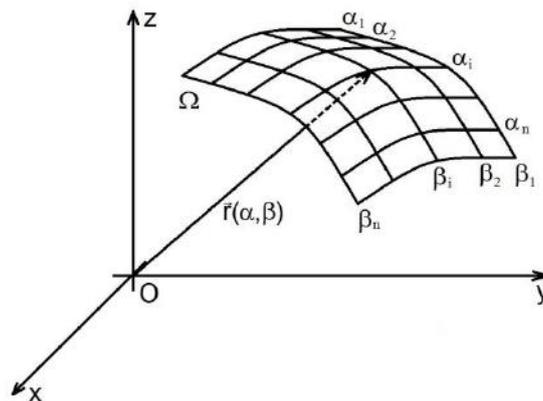


Figura 11.7 – Superfície

Vamos considerar que todas as funções são duas vezes diferenciáveis com derivada segunda contínua. Ou seja, a superfície é suave.

11.1.2.1 Vetor Tangente Unitário na Direção de α

Um vetor tangente à superfície Ω na direção de α é dado por:

$$\vec{r}_\alpha := \frac{\partial \vec{r}}{\partial \alpha} = \frac{\partial x}{\partial \alpha} \vec{e}_x + \frac{\partial y}{\partial \alpha} \vec{e}_y + \frac{\partial z}{\partial \alpha} \vec{e}_z$$

Equação 11.16

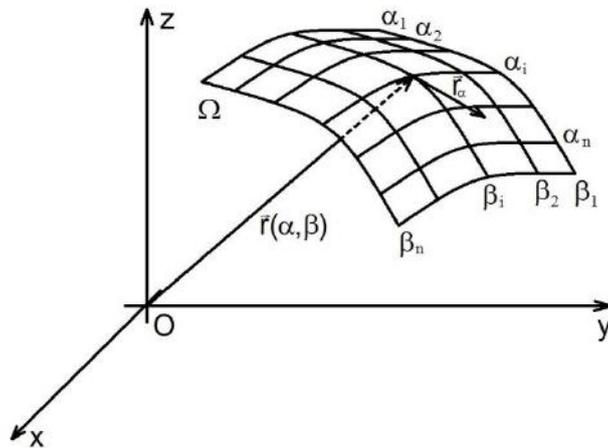


Figura 11.8 – Vetor Tangente na Direção de α

Podemos obter um vetor unitário \vec{t}_α , tangente à superfície Ω na direção de α , fazendo:

$$\vec{t}_\alpha := \frac{\vec{r}_\alpha}{|\vec{r}_\alpha|} = \frac{\vec{r}_\alpha}{r_\alpha}$$

Equação 11.17

Vemos que de fato $|\vec{t}_\alpha| = 1$, pois $|\vec{t}_\alpha| := \sqrt{\vec{t}_\alpha \cdot \vec{t}_\alpha} = \sqrt{\frac{\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha}{r_\alpha r_\alpha}} = \sqrt{\frac{\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha}{\sqrt{\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha} \sqrt{\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha}}} = \sqrt{\frac{\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha}{\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha}} = 1$.

11.1.2.2 Vetor Tangente Unitário na Direção de β

Um vetor tangente à superfície Ω na direção de β é dado por:

$$\vec{r}_\beta := \frac{\partial \vec{r}}{\partial \beta} = \frac{\partial x}{\partial \beta} \vec{e}_x + \frac{\partial y}{\partial \beta} \vec{e}_y + \frac{\partial z}{\partial \beta} \vec{e}_z$$

Equação 11.18

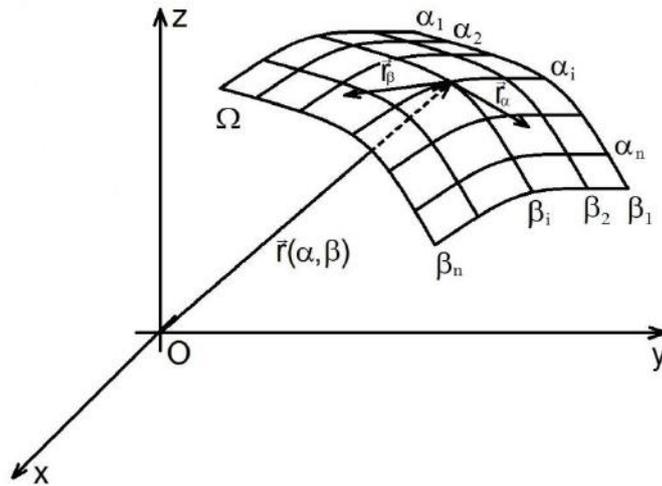


Figura 11.9 – Vetor Tangente na Direção de β

Podemos obter um vetor unitário \vec{t}_β , tangente à superfície Ω na direção de β , fazendo:

$$\vec{t}_\beta := \frac{\vec{r}_\beta}{|\vec{r}_\beta|} = \frac{\vec{r}_\beta}{r_\beta}$$

Equação 11.19

Vemos que de fato $|\vec{t}_\beta| = 1$, pois $|\vec{t}_\beta| := \sqrt{\vec{t}_\beta \cdot \vec{t}_\beta} = \sqrt{\frac{\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta}{r_\beta r_\beta}} = \sqrt{\frac{\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta}{\sqrt{\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta} \sqrt{\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta}}} = \frac{\sqrt{\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta}}{\sqrt{\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta}} = 1$.

11.1.2.3 Vetor Normal Unitário

Podemos obter um vetor unitário \vec{n} , normal à superfície Ω , fazendo:

$$\vec{n} := \frac{\vec{r}_\alpha \times \vec{r}_\beta}{|\vec{r}_\alpha \times \vec{r}_\beta|}$$

Equação 11.20

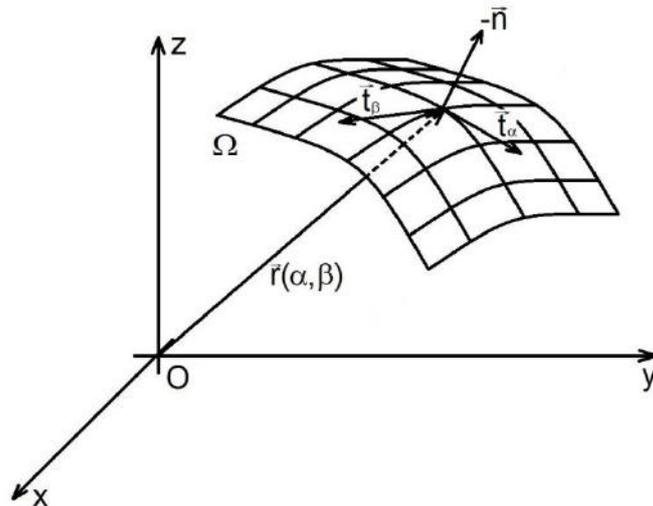


Figura 11.10 – Vetor Unitário Normal à Superfície

11.1.2.4 Comprimento de Arco na Superfície

A diferencial \vec{dr} , de \vec{r} é dada por:

$$\vec{dr} = dx\vec{e}_x + dy\vec{e}_y + dz\vec{e}_z$$

\vec{dr} é um vetor secante à superfície Ω . Observamos que quando \vec{dr} tende a $\vec{0}$, ele fica tangente à superfície Ω .

Portanto, comprimento de arco infinitesimal dr é:

$$dr = |\vec{dr}| := \sqrt{\vec{dr} \cdot \vec{dr}}$$

Assim, o comprimento de arco Δr é dado por:

$$\Delta r = \int dr$$

Utilizando a Regra da Cadeia, podemos escrever:

$$\vec{dr} = \left(\frac{\partial x}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial x}{\partial \beta} d\beta \right) \vec{e}_x + \left(\frac{\partial y}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial y}{\partial \beta} d\beta \right) \vec{e}_y + \left(\frac{\partial z}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial z}{\partial \beta} d\beta \right) \vec{e}_z$$

Pois $x = x(\alpha, \beta)$, $y = y(\alpha, \beta)$, $z = z(\alpha, \beta)$.

De onde vem:

$$\boxed{\vec{dr} = \vec{r}_\alpha d\alpha + \vec{r}_\beta d\beta}$$

Equação 11.21

Assim, obtemos:

$$dr = \sqrt{(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha)d\alpha^2 + 2(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\beta)d\alpha d\beta + (\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta)d\beta^2}$$

Equação 11.22

dr^2 é denominado a *primeira forma fundamental* da superfície. $(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha)$ e $(\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta)$ são denominados *parâmetros de Lamé*¹³. Os parâmetros de Lamé são quantidades que relacionam uma mudança no comprimento de arco na superfície com a correspondente mudança nas coordenadas curvilíneas, ou, em outras palavras, eles podem ser tratados como coeficientes de distorção, transformando uma mudança nas coordenadas curvilíneas em uma mudança no comprimento de arco de um segmento linear. A primeira forma fundamental da superfície define a *geometria intrínseca* da superfície.

11.1.2.5 Área de Superfícies

Suponha que exista uma correspondência biunívoca entre os pontos da superfície Ω e os pares de números (α, β) . Sejam \vec{dr}_α e \vec{dr}_β as diferenciais de \vec{r} nas direções de α e β respectivamente.

Definimos o vetor de área infinitesimal \vec{dS} por:

$$\vec{dS} := \vec{dr}_\alpha \times \vec{dr}_\beta$$

Equação 11.23

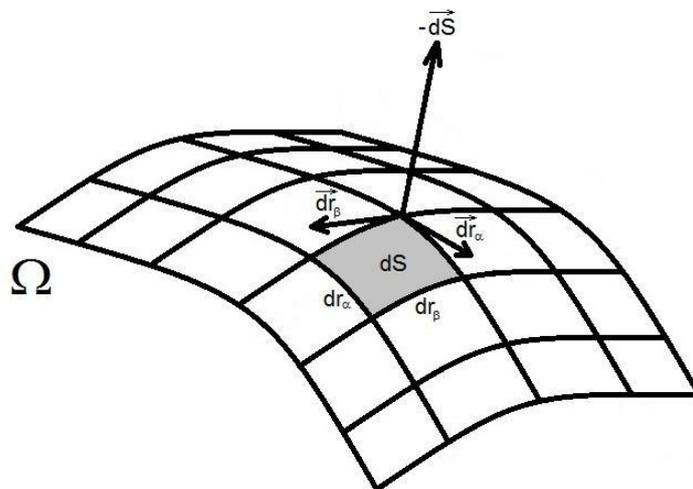


Figura 11.11 – Vetor de Área Infinitesimal

¹³ Gabriel Lamé (1795 — 1870): foi um matemático e físico francês [10].

Assim, a área infinitesimal é dada por:

$$dS := |\overrightarrow{dS}| = |\overrightarrow{dr_\alpha} \times \overrightarrow{dr_\beta}|$$

Equação 11.24

Mas, $\overrightarrow{dr_\alpha} = \overrightarrow{dr}|_{\beta=cte}$ e $\overrightarrow{dr_\beta} = \overrightarrow{dr}|_{\alpha=cte}$, assim, como $\overrightarrow{dr} = \vec{r}_\alpha d\alpha + \vec{r}_\beta d\beta$ vem:

$\overrightarrow{dr_\alpha} = \vec{r}_\alpha d\alpha$ e $\overrightarrow{dr_\beta} = \vec{r}_\beta d\beta$, portanto $\overrightarrow{dS} = \vec{r}_\alpha d\alpha \times \vec{r}_\beta d\beta$, assim:

$$\boxed{\overrightarrow{dS} = (\vec{r}_\alpha \times \vec{r}_\beta) d\alpha d\beta}$$

Equação 11.25

$$dS = |\vec{r}_\alpha \times \vec{r}_\beta| d\alpha d\beta$$

Se $d\alpha d\beta \geq 0$ vem:

$$dS = |\vec{r}_\alpha \times \vec{r}_\beta| d\alpha d\beta$$

E a área da superfície é dada por:

$$S = \int dS = \int |\vec{r}_\alpha \times \vec{r}_\beta| d\alpha d\beta$$

Equação 11.26

11.1.2.6 Curvatura de Superfícies

Seja Ω uma superfície, seja P um ponto da superfície. Suponha π um plano contendo P que secciona a superfície Ω . A interseção do plano π com a superfície Ω define uma linha plana Γ . Definimos o vetor curvatura da superfície Ω no plano π , no ponto P , como sendo o vetor curvatura da linha Γ no ponto P . Seja $\overrightarrow{\kappa_\pi}(P)$ o vetor curvatura da superfície Ω no plano π , no ponto P :

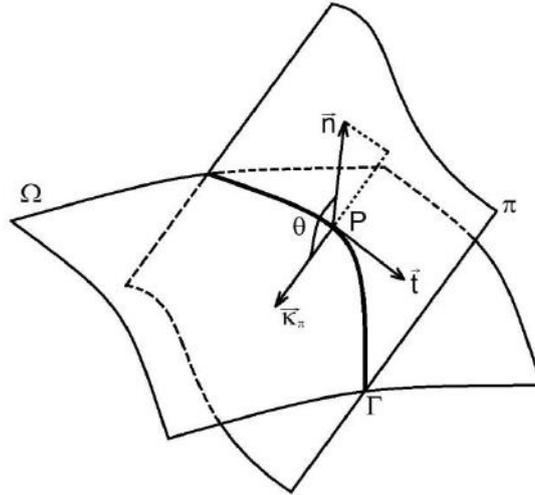


Figura 11.12 – Curvatura de Superfície

$$\overline{\kappa}_{\pi}(P) := \frac{d\vec{t}}{dr} = \frac{d^2\vec{r}}{dr^2}$$

Equação 11.27

Para calcular $\overline{\kappa}_{\pi}$ precisamos diferenciar \vec{r} em relação à Δr , portanto, vamos parametrizar a linha Γ pelo comprimento de arco Δr :

$$\vec{r} = \vec{r}(\alpha, \beta); \alpha = \alpha(\Delta r); \beta = \beta(\Delta r)$$

Utilizando a Regra da Cadeia, vem:

$$\begin{aligned} \overline{\kappa}_{\pi}(P) &:= \frac{d^2\vec{r}(\alpha(\Delta r), \beta(\Delta r))}{dr^2} = \frac{d}{dr} \left(\frac{\partial \vec{r}}{\partial \alpha} \frac{d\alpha}{dr} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial \beta} \frac{d\beta}{dr} \right) = \frac{d}{dr} \left(\frac{\partial \vec{r}}{\partial \alpha} \right) \frac{d\alpha}{dr} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial \alpha} \frac{d^2\alpha}{dr^2} + \frac{d}{dr} \left(\frac{\partial \vec{r}}{\partial \beta} \right) \frac{d\beta}{dr} + \\ &\frac{\partial \vec{r}}{\partial \beta} \frac{d^2\beta}{dr^2} = \frac{\partial^2 \vec{r}}{\partial \alpha^2} \left(\frac{d\alpha}{dr} \right)^2 + \frac{\partial^2 \vec{r}}{\partial \beta \partial \alpha} \left(\frac{d\alpha}{dr} \right) \left(\frac{d\beta}{dr} \right) + \frac{\partial \vec{r}}{\partial \alpha} \frac{d^2\alpha}{dr^2} + \frac{\partial^2 \vec{r}}{\partial \beta^2} \left(\frac{d\beta}{dr} \right)^2 + \frac{\partial^2 \vec{r}}{\partial \alpha \partial \beta} \left(\frac{d\beta}{dr} \right) \left(\frac{d\alpha}{dr} \right) + \frac{\partial \vec{r}}{\partial \beta} \frac{d^2\beta}{dr^2} \end{aligned}$$

Utilizando o Teorema de Clairaut¹⁴, vem:

$$\overline{\kappa}_{\pi}(P) = \vec{r}_{\alpha} \frac{d^2\alpha}{dr^2} + \vec{r}_{\alpha\alpha} \left(\frac{d\alpha}{dr} \right)^2 + 2\vec{r}_{\alpha\beta} \left(\frac{d\alpha}{dr} \right) \left(\frac{d\beta}{dr} \right) + \vec{r}_{\beta} \frac{d^2\beta}{dr^2} + \vec{r}_{\beta\beta} \left(\frac{d\beta}{dr} \right)^2$$

Vamos projetar $\overline{\kappa}_{\pi}(P)$ na direção do vetor normal unitário \vec{n} . Assim obtemos:

$$\overline{\kappa}_{\pi}(P) \cdot \vec{n} = \left(\vec{r}_{\alpha} \frac{d^2\alpha}{dr^2} + \vec{r}_{\alpha\alpha} \left(\frac{d\alpha}{dr} \right)^2 + 2\vec{r}_{\alpha\beta} \left(\frac{d\alpha}{dr} \right) \left(\frac{d\beta}{dr} \right) + \vec{r}_{\beta} \frac{d^2\beta}{dr^2} + \vec{r}_{\beta\beta} \left(\frac{d\beta}{dr} \right)^2 \right) \cdot \vec{n}$$

¹⁴ Alexis Claude de Clairaut (1713 – 1765): foi um matemático francês [10].

Teorema de Clairaut: se uma função tem derivadas parciais contínuas de segunda ordem em um determinado ponto, então as derivadas parciais desta função são comutativas nesse ponto [10].

$$\begin{aligned}
\vec{\kappa}_\pi \cdot \vec{n} &= |\vec{\kappa}_\pi| |\vec{n}| \cos \theta = \kappa_\pi \cos \theta \\
&= (\vec{r}_\alpha \cdot \vec{n}) \frac{d^2\alpha}{dr^2} + (\vec{r}_{\alpha\alpha} \cdot \vec{n}) \left(\frac{d\alpha}{dr}\right)^2 + 2(\vec{r}_{\alpha\beta} \cdot \vec{n}) \left(\frac{d\alpha}{dr}\right) \left(\frac{d\beta}{dr}\right) \\
&\quad + (\vec{r}_\beta \cdot \vec{n}) \frac{d^2\beta}{dr^2} + (\vec{r}_{\beta\beta} \cdot \vec{n}) \left(\frac{d\beta}{dr}\right)^2
\end{aligned}$$

Lembrando que $\vec{n} \perp \vec{r}_\alpha$ e $\vec{n} \perp \vec{r}_\beta$ vem:

$$\kappa_\pi = \frac{1}{\cos \theta} \frac{1}{dr^2} \left((\vec{r}_{\alpha\alpha} \cdot \vec{n}) d\alpha^2 + 2(\vec{r}_{\alpha\beta} \cdot \vec{n}) d\alpha d\beta + (\vec{r}_{\beta\beta} \cdot \vec{n}) d\beta^2 \right)$$

Equação 11.28

Como $0 \leq |\cos \theta| \leq 1$, o menor valor de $|\kappa_\pi|$ ocorre quando $|\cos \theta| = 1$. Neste caso, $\theta = 0$ ou $\theta = \pi$, e o plano π é um plano normal à superfície Ω . A interseção do plano normal com a superfície define uma linha denominada *seção normal* da superfície. Observamos que podemos obter infinitas seções normais à superfície Ω diferentes contendo o mesmo ponto P.

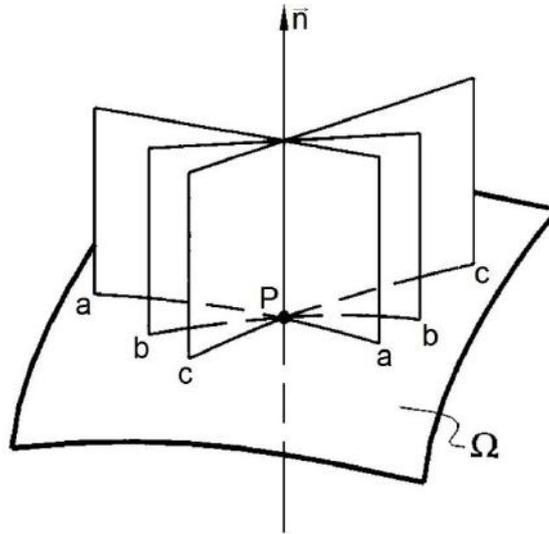


Figura 11.13 – Seções Normais (adaptada de [11])

A curvatura da superfície num plano normal é denominada *curvatura normal* da superfície, e é denotada por κ_n .

$$\boxed{\kappa_n = \frac{1}{dr^2} \left((\vec{r}_{\alpha\alpha} \cdot \vec{n}) d\alpha^2 + 2(\vec{r}_{\alpha\beta} \cdot \vec{n}) d\alpha d\beta + (\vec{r}_{\beta\beta} \cdot \vec{n}) d\beta^2 \right)}$$

Equação 11.29

Observação: $\kappa_n = \pm \frac{1}{dr^2} \left((\vec{r}_{\alpha\alpha} \cdot \vec{n}) d\alpha^2 + 2(\vec{r}_{\alpha\beta} \cdot \vec{n}) d\alpha d\beta + (\vec{r}_{\beta\beta} \cdot \vec{n}) d\beta^2 \right)$, porém, como estamos interessados em calcular o raio de curvatura, descartamos o sinal negativo.

A expressão entre parênteses na fórmula de κ_n é denominada *segunda forma fundamental* da superfície, e define a *geometria extrínseca* da superfície.

Substituindo a Equação 11.22 na Equação 11.29, obtemos:

$$\kappa_n = \frac{(\vec{r}_{\alpha\alpha} \cdot \vec{n}) d\alpha^2 + 2(\vec{r}_{\alpha\beta} \cdot \vec{n}) d\alpha d\beta + (\vec{r}_{\beta\beta} \cdot \vec{n}) d\beta^2}{(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha) d\alpha^2 + 2(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\beta) d\alpha d\beta + (\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta) d\beta^2}$$

Equação 11.30

Deste modo, há infinitas curvaturas normais possíveis no mesmo ponto da superfície, pois podemos obter infinitas seções normais no ponto, dependendo da direção do plano normal (determinada pelo valor de $d\beta/d\alpha$).

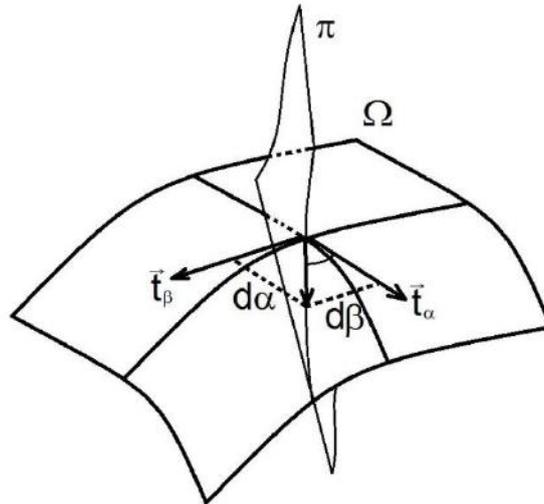


Figura 11.14 – Curvatura Normal

A curvatura em qualquer outro plano π que faz um ângulo θ com a normal pode ser obtida por:

$$\kappa_\pi = \frac{\kappa_n}{\cos \theta}$$

11.1.2.7 Curvaturas Principais e Direções Principais de Curvatura

Já vimos que há infinitas curvaturas normais possíveis no mesmo ponto da superfície, dependendo do valor de $\lambda := d\beta/d\alpha$. Contudo, há duas seções normais no ponto, em que uma das curvaturas é a máxima possível, e a outra é a mínima possível. Essas seções normais são denominadas *seções normais principais* ou *direções principais de curvatura*. As curvaturas dessas seções e os correspondentes raios de curvatura são denominados *curvaturas principais* (denotados por κ_1 e κ_2) e *raios de curvatura principais* (denotados por $R_1 := 1/\kappa_1$ e $R_2 := 1/\kappa_2$) no ponto.

Definimos ainda as *linhas de curvaturas principais* ou *linhas de curvaturas*. Uma linha de curvatura é uma linha na superfície com a propriedade de que, em qualquer ponto dessa linha, ela tem a tangente em comum com uma direção principal de curvatura. Assim, a curvatura assume um valor extremo no ponto na direção da linha de curvatura.

Vamos achar as curvaturas principais e as direções principais de curvatura:

$$\kappa_n = \frac{(\vec{r}_{\alpha\alpha} \cdot \vec{n}) + 2(\vec{r}_{\alpha\beta} \cdot \vec{n}) \frac{d\beta}{d\alpha} + (\vec{r}_{\beta\beta} \cdot \vec{n}) \left(\frac{d\beta}{d\alpha}\right)^2}{(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha) + 2(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\beta) \frac{d\beta}{d\alpha} + (\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta) \left(\frac{d\beta}{d\alpha}\right)^2}$$

$$\kappa_n(\lambda) = \frac{(\vec{r}_{\alpha\alpha} \cdot \vec{n}) + 2(\vec{r}_{\alpha\beta} \cdot \vec{n})\lambda + (\vec{r}_{\beta\beta} \cdot \vec{n})\lambda^2}{(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha) + 2(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\beta)\lambda + (\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta)\lambda^2}$$

Extremizando $\kappa_n(\lambda)$ (isto é: fazendo $d\kappa_n/d\lambda = 0$) vem:

$$\frac{\left(\frac{d}{d\lambda}((\vec{r}_{\alpha\alpha} \cdot \vec{n}) + 2(\vec{r}_{\alpha\beta} \cdot \vec{n})\lambda + (\vec{r}_{\beta\beta} \cdot \vec{n})\lambda^2)\right)((\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha) + 2(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\beta)\lambda + (\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta)\lambda^2) - \left(\frac{d}{d\lambda}((\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha) + 2(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\beta)\lambda + (\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta)\lambda^2)\right)((\vec{r}_{\alpha\alpha} \cdot \vec{n}) + 2(\vec{r}_{\alpha\beta} \cdot \vec{n})\lambda + (\vec{r}_{\beta\beta} \cdot \vec{n})\lambda^2)}{((\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha) + 2(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\beta)\lambda + (\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta)\lambda^2)^2} = 0$$

$$(2(\vec{r}_{\alpha\beta} \cdot \vec{n}) + 2(\vec{r}_{\beta\beta} \cdot \vec{n})\lambda) \left((\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha) + 2(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\beta)\lambda + (\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta)\lambda^2 \right) - (2(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\beta) + 2(\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta)\lambda) \left((\vec{r}_{\alpha\alpha} \cdot \vec{n}) + 2(\vec{r}_{\alpha\beta} \cdot \vec{n})\lambda + (\vec{r}_{\beta\beta} \cdot \vec{n})\lambda^2 \right) = 0$$

$$\left((\vec{r}_{\alpha\beta} \cdot \vec{n}) + (\vec{r}_{\beta\beta} \cdot \vec{n})\lambda \right) \left((\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha) + 2(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\beta)\lambda + (\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta)\lambda^2 \right) - \left((\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\beta) + (\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta)\lambda \right) \left((\vec{r}_{\alpha\alpha} \cdot \vec{n}) + 2(\vec{r}_{\alpha\beta} \cdot \vec{n})\lambda + (\vec{r}_{\beta\beta} \cdot \vec{n})\lambda^2 \right) = 0$$

Expandindo e agrupando os termos, obtemos a seguinte equação, denominada *equação característica*:

$$\left((\vec{r}_{\beta\beta} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\beta) - (\vec{r}_{\alpha\beta} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta) \right) \lambda^2 + \left((\vec{r}_{\beta\beta} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha) - (\vec{r}_{\alpha\alpha} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta) \right) \lambda + \left((\vec{r}_{\alpha\beta} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha) - (\vec{r}_{\alpha\alpha} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\beta) \right) = 0$$

Equação 11.31

Que é uma equação do segundo grau em λ . Resolvendo para λ , obtemos as direções principais de curvatura. Substituindo o resultado na fórmula de $\kappa_n(\lambda)$, obtemos as curvaturas principais. Um dos valores de λ corresponde ao valor máximo da curvatura normal no ponto, enquanto o outro valor de λ corresponde ao valor mínimo da curvatura normal no ponto.

11.1.2.8 Curvatura Gaussiana¹⁵ e Curvatura Média

Sejam κ_1 e κ_2 as curvaturas principais. Definimos:

$$\text{Curvatura Gaussiana } \kappa_G: \boxed{\kappa_G := \kappa_1 \kappa_2}$$

$$\text{Curvatura Média } \bar{\kappa}: \boxed{\bar{\kappa} := \frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2}}$$

11.1.2.9 Teorema

As direções principais de curvatura são ortogonais.

Demonstração:

Suponha $\lambda_1 = \frac{d\beta}{d\alpha}$, $\lambda_2 = \frac{\delta\beta}{\delta\alpha}$ as direções principais de curvatura. O incremento do vetor posição \vec{r} ao longo de cada uma dessas direções é dado por:

$$d\vec{r} = \vec{r}_\alpha d\alpha + \vec{r}_\beta d\beta; \quad \delta\vec{r} = \vec{r}_\alpha \delta\alpha + \vec{r}_\beta \delta\beta$$

Realizando o produto escalar $d\vec{r} \cdot \delta\vec{r}$ vem:

$$d\vec{r} \cdot \delta\vec{r} = (\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha) d\alpha \delta\alpha + (\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\beta) d\alpha \delta\beta + (\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\alpha) d\beta \delta\alpha + (\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta) d\beta \delta\beta$$

Colocando $d\alpha \delta\alpha$ em evidência, e substituindo λ_1 e λ_2 na equação resultante vem:

$$\begin{aligned} d\vec{r} \cdot \delta\vec{r} &= \left((\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha) + (\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\beta) \frac{\delta\beta}{\delta\alpha} + (\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\alpha) \frac{d\beta}{d\alpha} + (\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta) \frac{d\beta}{d\alpha} \frac{\delta\beta}{\delta\alpha} \right) d\alpha \delta\alpha = \\ &= \left((\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha) + (\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\beta) (\lambda_1 + \lambda_2) + (\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta) \lambda_1 \lambda_2 \right) d\alpha \delta\alpha \end{aligned}$$

Das relações de Newton¹⁶-Girard¹⁷ da equação característica, vem:

$$\lambda_1 + \lambda_2 = - \frac{\left((\vec{r}_{\beta\beta} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha) - (\vec{r}_{\alpha\alpha} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta) \right)}{\left((\vec{r}_{\beta\beta} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\beta) - (\vec{r}_{\alpha\beta} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta) \right)}$$

$$\lambda_1 \lambda_2 = \frac{\left((\vec{r}_{\alpha\beta} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha) - (\vec{r}_{\alpha\alpha} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\beta) \right)}{\left((\vec{r}_{\beta\beta} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\beta) - (\vec{r}_{\alpha\beta} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta) \right)}$$

¹⁵ Johann Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855): foi um matemático, astrônomo e físico alemão [10].

¹⁶ Sir Isaac Newton (1642 – 1727): foi um físico e matemático inglês [10].

¹⁷ Albert Girard (1595 – 1632): foi um matemático francês [10].

Relações de Newton-Girard: relação entre as raízes e os coeficientes da equação [10].

Substituindo na equação para $d\vec{r} \cdot \delta\vec{r}$ vem:

$$\begin{aligned}
 d\vec{r} \cdot \delta\vec{r} &= \left((\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha) - (\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\beta) \left(\frac{((\vec{r}_{\beta\beta} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha) - (\vec{r}_{\alpha\alpha} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta))}{((\vec{r}_{\beta\beta} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\beta) - (\vec{r}_{\alpha\beta} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta))} \right) \right. \\
 &\quad \left. + (\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta) \left(\frac{((\vec{r}_{\alpha\beta} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha) - (\vec{r}_{\alpha\alpha} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\beta))}{((\vec{r}_{\beta\beta} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\beta) - (\vec{r}_{\alpha\beta} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta))} \right) \right) d\alpha d\alpha \\
 &= \left((\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha) ((\vec{r}_{\beta\beta} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\beta) - (\vec{r}_{\alpha\beta} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta)) \right. \\
 &\quad - (\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\beta) ((\vec{r}_{\beta\beta} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha) - (\vec{r}_{\alpha\alpha} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta)) \\
 &\quad + (\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta) ((\vec{r}_{\alpha\beta} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha) \\
 &\quad \left. - (\vec{r}_{\alpha\alpha} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\beta)) \right) \frac{d\alpha d\alpha}{((\vec{r}_{\beta\beta} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\beta) - (\vec{r}_{\alpha\beta} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta))} \\
 d\vec{r} \cdot \delta\vec{r} &= (0) \frac{d\alpha d\alpha}{((\vec{r}_{\beta\beta} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\beta) - (\vec{r}_{\alpha\beta} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\beta \cdot \vec{r}_\beta))} = 0
 \end{aligned}$$

Portanto, $d\vec{r} \perp \delta\vec{r}$, de onde se conclui que as direções principais de curvatura são ortogonais.

11.1.2.10 Teorema de Euler¹⁸

Suponha duas seções normais ortogonais. Sejam \overrightarrow{dr}_1 e \overrightarrow{dr}_2 os incrementos de arco infinitesimais nessas seções, e \overrightarrow{dr} , o incremento de arco infinitesimal numa seção normal que faz um ângulo θ com \overrightarrow{dr}_1 . Sejam ainda \vec{t}_1 e \vec{t}_2 os vetores unitários tangentes nas direções de \overrightarrow{dr}_1 e \overrightarrow{dr}_2 , e \vec{t} , o vetor unitário tangente na direção de \overrightarrow{dr} .

¹⁸ Leonhard Paul Euler (1707 – 1783): foi um matemático e físico suíço de língua alemã que passou a maior parte de sua vida na Rússia e na Alemanha [10].

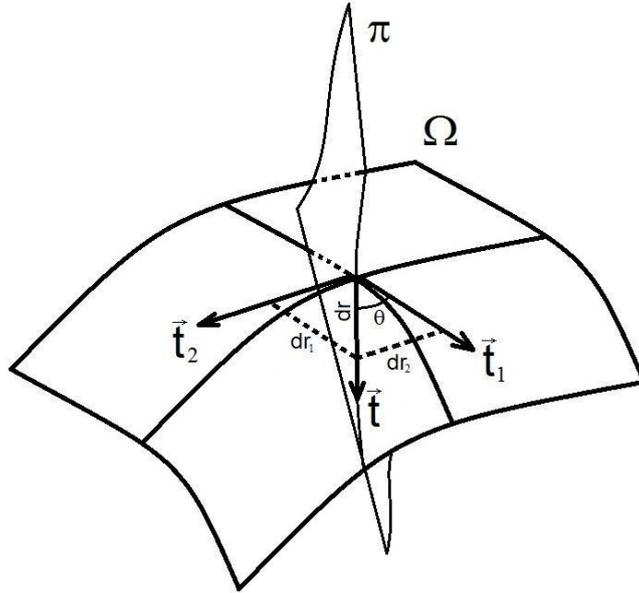


Figura 11.15 – Teorema de Euler

Escrevendo \vec{t} na base $\{\vec{t}_1, \vec{t}_2\}$ vem $\vec{t} = \cos \theta \vec{t}_1 + \sin \theta \vec{t}_2$. Portanto: $\frac{d\vec{t}}{dr} = \cos \theta \frac{d\vec{t}_1}{dr} + \sin \theta \frac{d\vec{t}_2}{dr}$, pois θ é fixo. $\frac{dr_1}{dr} = \cos \theta$, $\frac{dr_2}{dr} = \sin \theta$. Assim, substituindo dr na fórmula acima, vem: $\frac{d\vec{t}}{dr} = (\cos \theta)^2 \frac{d\vec{t}_1}{dr_1} + (\sin \theta)^2 \frac{d\vec{t}_2}{dr_2}$. O que fornece o Teorema de Euler:

$$\vec{\kappa} = (\cos \theta)^2 \vec{\kappa}_1 + (\sin \theta)^2 \vec{\kappa}_2$$

Equação 11.32

Observe que $\vec{\kappa}_1$ e $\vec{\kappa}_2$ nessa fórmula são os vetores curvatura em duas seções normais ortogonais, não sendo necessário que essas seções normais sejam as seções normais principais.

Vamos agora escolher uma seção normal que faz um ângulo $\theta + \frac{\pi}{2}$ com \vec{dr}_1 . Vamos denotar por $\vec{\kappa}_\perp$ o vetor curvatura nessa direção. Utilizando a fórmula acima, vem:

$$\vec{\kappa}_\perp = \left(\cos \left(\theta + \frac{\pi}{2} \right) \right)^2 \vec{\kappa}_1 + \left(\sin \left(\theta + \frac{\pi}{2} \right) \right)^2 \vec{\kappa}_2 = (-\sin \theta)^2 \vec{\kappa}_1 + (\cos \theta)^2 \vec{\kappa}_2$$

$$\vec{\kappa}_\perp = (\sin \theta)^2 \vec{\kappa}_1 + (\cos \theta)^2 \vec{\kappa}_2$$

Somando $\vec{\kappa}$ e $\vec{\kappa}_\perp$ segue um corolário do Teorema de Euler:

$$\vec{\kappa} + \vec{\kappa}_\perp = \vec{\kappa}_1 + \vec{\kappa}_2$$

Equação 11.33

Como $\vec{\kappa} := \kappa \vec{n}$, $\vec{\kappa}_\perp := \kappa_\perp \vec{n}$, $\vec{\kappa}_1 := \kappa_1 \vec{n}$, $\vec{\kappa}_2 := \kappa_2 \vec{n}$, então:

$$\kappa + \kappa_\perp = \kappa_1 + \kappa_2$$

Tomando $\vec{\kappa}_1$ e $\vec{\kappa}_2$ como os vetores curvatura principais, como as direções principais de curvatura são ortogonais, obtemos:

$$\vec{\kappa} := \frac{\kappa + \kappa_\perp}{2}$$

11.1.2.11 Curvatura de Superfícies de Revolução

Considere o sistema de *coordenadas cilíndricas*, tomando $\alpha := r$, $\beta := \theta$ como parâmetros.

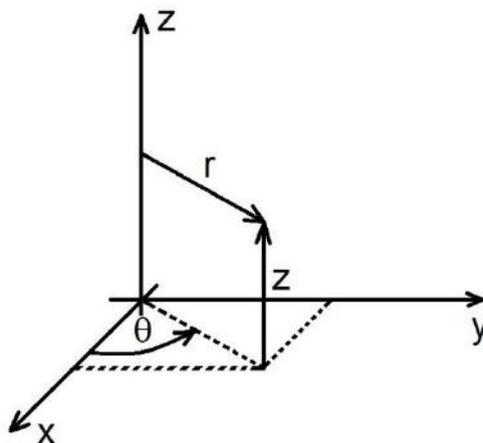


Figura 11.16 – Coordenadas Cilíndricas

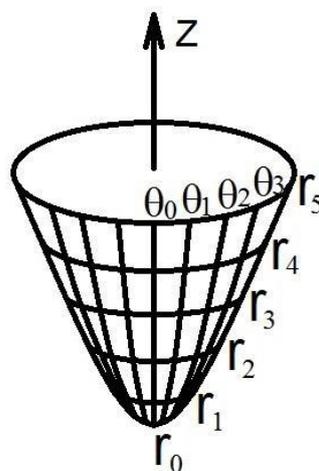


Figura 11.17 – Linhas de Coordenadas Cilíndricas

Uma superfície pode ser definida pela equação vetorial:

$$\vec{r}(r, \theta) := x(r, \theta)\vec{e}_x + y(r, \theta)\vec{e}_y + z(r, \theta)\vec{e}_z$$

Equação 11.34

Onde \vec{r} é o vetor posição de um ponto da superfície em relação à origem, (x, y, z) são as coordenadas cartesianas do ponto de interesse, e r, θ são as coordenadas do ponto de interesse no sistema de coordenadas cilíndricas.

Observação: não confundir $|\vec{r}|$ com r . $|\vec{r}|$ é o módulo do vetor posição \vec{r} . r é uma das coordenadas cilíndricas, e representa a distância entre o ponto em questão e o eixo z . Não confundir $|\overrightarrow{dr}|$ com dr . $|\overrightarrow{dr}|$ é o comprimento de arco infinitesimal. dr é a diferencial da coordenada cilíndrica r .

As coordenadas cartesianas de um ponto de uma superfície de revolução ao redor do eixo z podem ser representadas por:

$$x(r, \theta) := r \cdot \cos \theta; \quad y(r, \theta) := r \cdot \sin \theta; \quad z(r, \theta) := z(r)$$

Equação 11.35

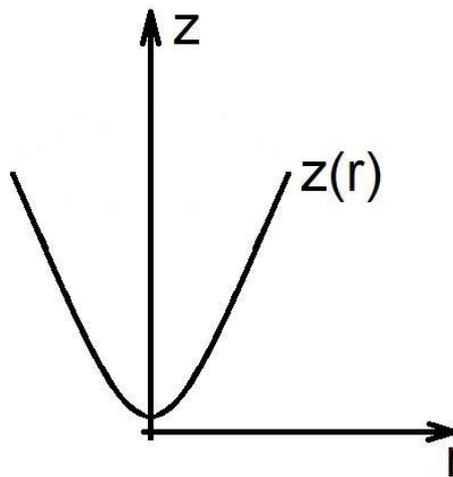


Figura 11.18 – Superfície de Revolução ao Redor do Eixo z

Assim:

$$\vec{r}_r := \frac{\partial \vec{r}}{\partial r} = \frac{\partial x}{\partial r} \vec{e}_x + \frac{\partial y}{\partial r} \vec{e}_y + \frac{\partial z}{\partial r} \vec{e}_z \Rightarrow$$

$$\vec{r}_r = (\cos \theta)\vec{e}_x + (\sin \theta)\vec{e}_y + \left(\frac{dz}{dr}\right)\vec{e}_z$$

Equação 11.36

$$\vec{r}_\theta := \frac{\partial \vec{r}}{\partial \theta} = \frac{\partial x}{\partial \theta} \vec{e}_x + \frac{\partial y}{\partial \theta} \vec{e}_y + \frac{\partial z}{\partial \theta} \vec{e}_z \Rightarrow$$

$$\boxed{\vec{r}_\theta = (-r \cdot \sin \theta) \vec{e}_x + (r \cdot \cos \theta) \vec{e}_y + 0 \vec{e}_z}$$

Equação 11.37

$$\overrightarrow{dr} = \vec{r}_r dr + \vec{r}_\theta d\theta \Rightarrow$$

$$\boxed{\overrightarrow{dr} = (dr \cdot \cos \theta - r \cdot d\theta \cdot \sin \theta) \vec{e}_x + (dr \cdot \sin \theta + r \cdot d\theta \cdot \cos \theta) \vec{e}_y + \left(dr \frac{dz}{dr} \right) \vec{e}_z}$$

Equação 11.38

$$\boxed{\overrightarrow{dr}^2 = dr^2 + r^2 d\theta^2 + \left(\frac{dz}{dr} \right)^2 dr^2}$$

Equação 11.39

$$\vec{n} := \frac{\vec{r}_r \times \vec{r}_\theta}{|\vec{r}_r \times \vec{r}_\theta|} \Rightarrow$$

$$\boxed{\vec{n} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dr} \right)^2}} \left(\left(-\frac{dz}{dr} \cdot \cos \theta \right) \vec{e}_x + \left(-\frac{dz}{dr} \cdot \sin \theta \right) \vec{e}_y + (1) \vec{e}_z \right)}$$

Equação 11.40

$$\vec{r}_{rr} := \frac{\partial \vec{r}_r}{\partial r} \Rightarrow$$

$$\boxed{\vec{r}_{rr} = (0) \vec{e}_x + (0) \vec{e}_y + \left(\frac{d^2 z}{dr^2} \right) \vec{e}_z}$$

Equação 11.41

$$\vec{r}_{\theta\theta} := \frac{\partial \vec{r}_\theta}{\partial \theta} \Rightarrow$$

$$\vec{r}_{\theta\theta} = (-r \cdot \cos \theta) \vec{e}_x + (-r \cdot \sin \theta) \vec{e}_y + (0) \vec{e}_z$$

Equação 11.42

$$\vec{r}_{r\theta} := \frac{\partial \vec{r}_r}{\partial \theta} \Rightarrow$$

$$\vec{r}_{r\theta} = (-\sin \theta) \vec{e}_x + (\cos \theta) \vec{e}_y + (0) \vec{e}_z$$

Equação 11.43

Equação Característica:

$$\begin{aligned} & ((\vec{r}_{\theta\theta} \cdot \vec{n})(\vec{r}_r \cdot \vec{r}_\theta) - (\vec{r}_{r\theta} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\theta \cdot \vec{r}_\theta)) \lambda^2 + ((\vec{r}_{\theta\theta} \cdot \vec{n})(\vec{r}_r \cdot \vec{r}_r) - (\vec{r}_{rr} \cdot \vec{n})(\vec{r}_\theta \cdot \vec{r}_\theta)) \lambda \\ & + ((\vec{r}_{r\theta} \cdot \vec{n})(\vec{r}_r \cdot \vec{r}_r) - (\vec{r}_{rr} \cdot \vec{n})(\vec{r}_r \cdot \vec{r}_\theta)) = 0 \end{aligned}$$

Equação 11.44

O quê dá:

$$\lambda \cdot r \cdot \left(\left(\frac{\left(\frac{dz}{dr} \right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dr} \right)^2}} \right) + \left(\frac{\left(\frac{dz}{dr} \right)^3}{\sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dr} \right)^2}} \right) - \left(\frac{\rho \cdot \left(\frac{d^2z}{dr^2} \right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dr} \right)^2}} \right) \right) = 0$$

Portanto, uma das direções principais é $\lambda = 0 \Rightarrow d\theta = 0$, e a outra é $dr = 0$.

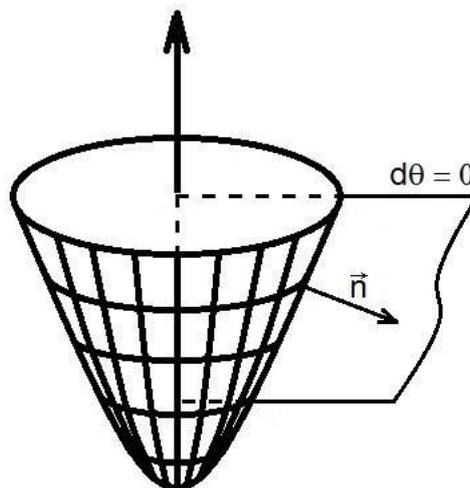


Figura 11.19 – Curvatura κ_r

$$\kappa_r = \frac{(\vec{r}_{rr} \cdot \vec{n})}{(\vec{r}_r \cdot \vec{r}_r)}$$

Assim vem:

$$\kappa_r = \frac{\left(\frac{d^2z}{dr^2}\right)}{\left(1 + \left(\frac{dz}{dr}\right)^2\right)^{3/2}}$$

Equação 11.45

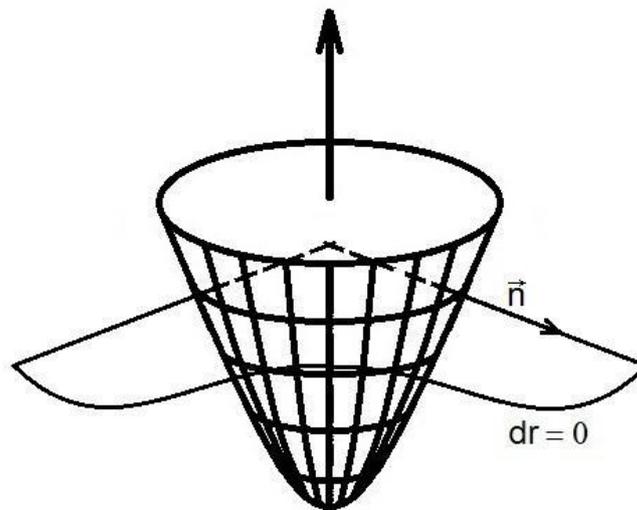


Figura 11.20 – Curvatura κ_θ

$$\kappa_\theta = \frac{(\vec{r}_{\theta\theta} \cdot \vec{n})}{(\vec{r}_\theta \cdot \vec{r}_\theta)}$$

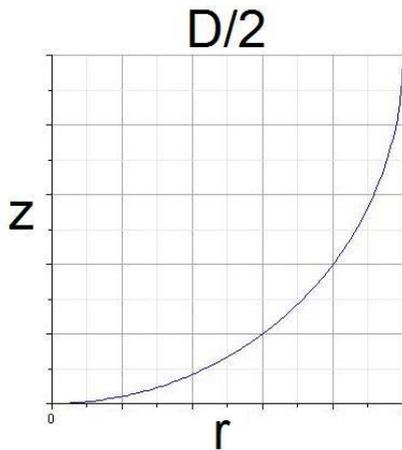
Assim vem:

$$\kappa_\theta = \frac{\left(\frac{dz}{dr}\right)}{r \cdot \left(1 + \left(\frac{dz}{dr}\right)^2\right)^{1/2}}$$

Equação 11.46

11.1.2.12 Curvaturas de Algumas Superfícies de Revolução

Esfera:



Equação da esfera:

$$z(r) := \left(\frac{D}{2}\right) - \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - r^2}$$

Equação 11.47

D : diâmetro da esfera (*diameter*)

Figura 11.21 – Gráfico da Esfera

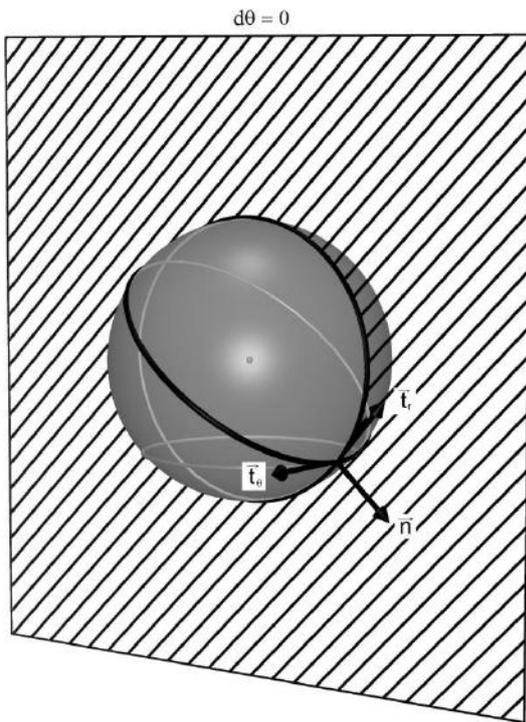


Figura 11.22 – Curvatura κ_r da esfera

$$\kappa_r = \frac{2}{D}$$

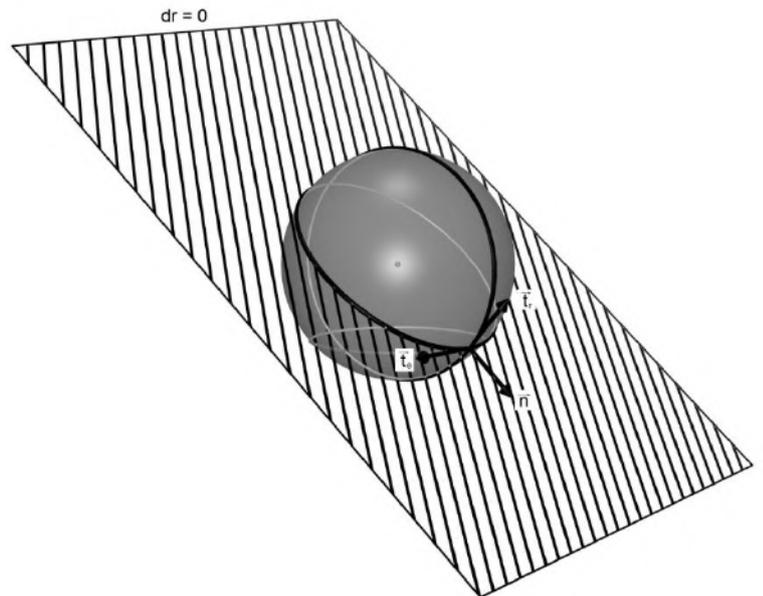


Figura 11.23 – Curvatura κ_θ da esfera

$$\kappa_\theta = \frac{2}{D}$$

Cilindro:

D : diâmetro do cilindro (*diameter*)

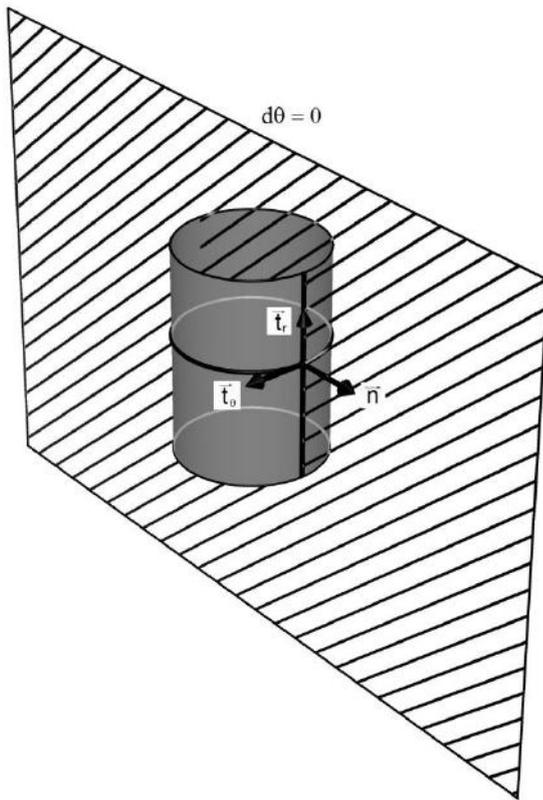


Figura 11.24 – Curvatura κ_r do cilindro

$$\boxed{\kappa_r = 0}$$

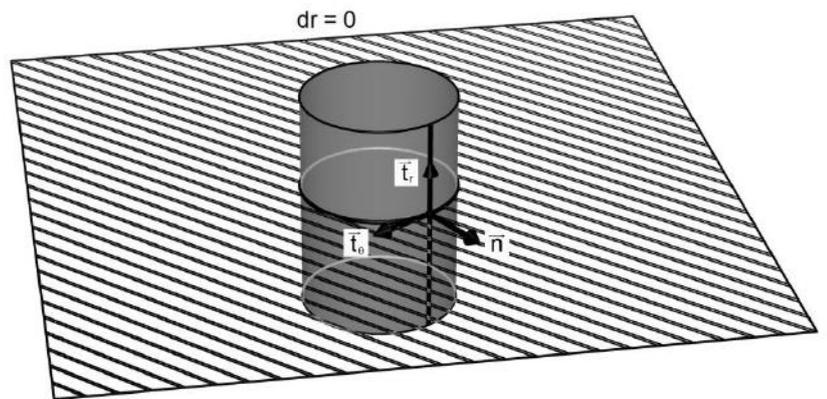
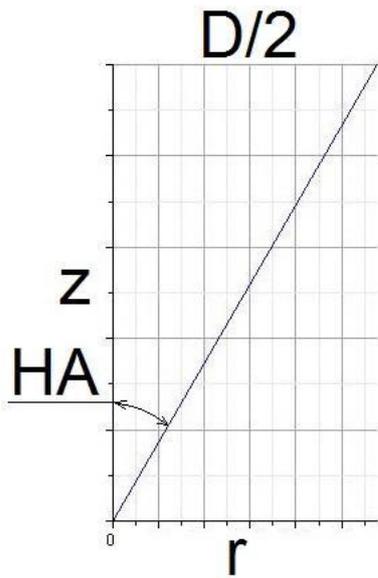


Figura 11.25 – Curvatura κ_θ do cilindro

$$\boxed{\kappa_\theta = \frac{2}{D}}$$

Cone:



Equação do cone:

$$z(r) := r \cdot \cot(HA)$$

Equação 11.48

D : diâmetro da base do cone (*diameter*)

HA : semi-ângulo do vértice do cone (*half apex angle*)

Figura 11.26 – Gráfico do Cone

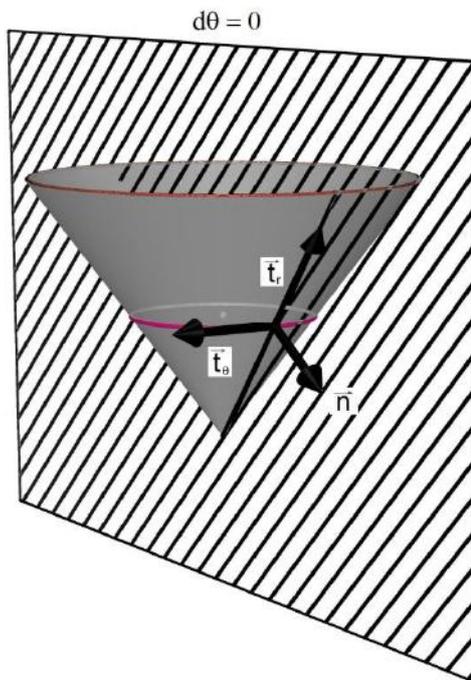


Figura 11.27 – Curvatura κ_r do cone

$$\kappa_r = 0$$

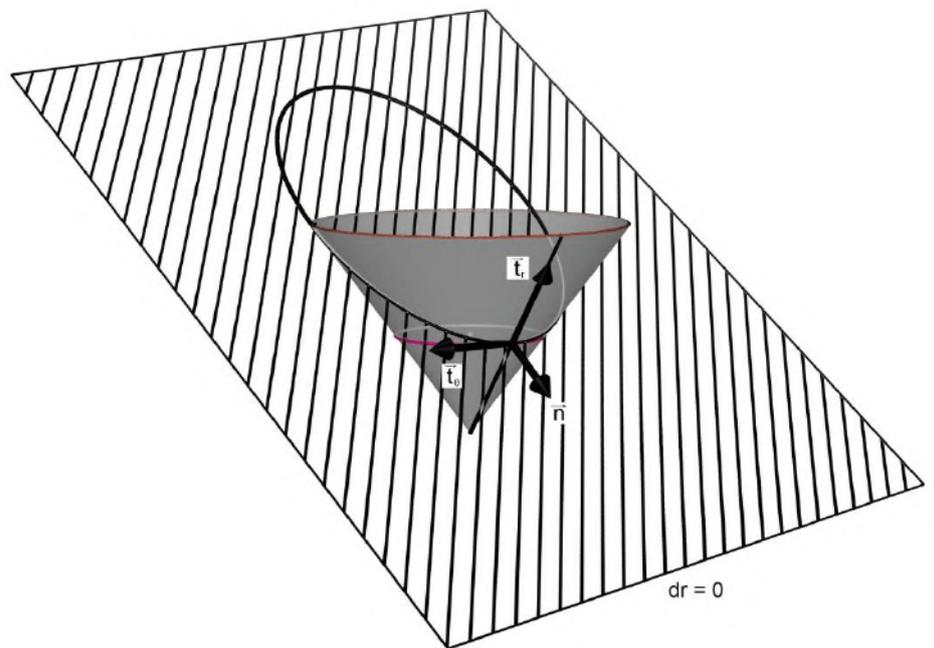
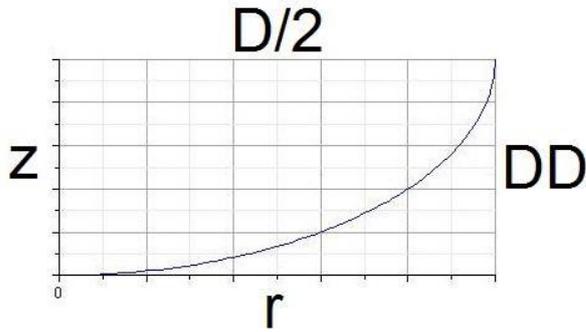


Figura 11.28 – Curvatura κ_θ do cone

$$\kappa_\theta = \frac{\cos(HA)}{r}$$

Elipse:



Equação da elipse:

$$z(r) := DD - \frac{2 \cdot DD}{D} \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - r^2}$$

Equação 11.49

D : diâmetro da base da elipse

(*diameter*)

DD : altura da elipse (*depth of dish*)

Figura 11.29 – Gráfico da Elipse

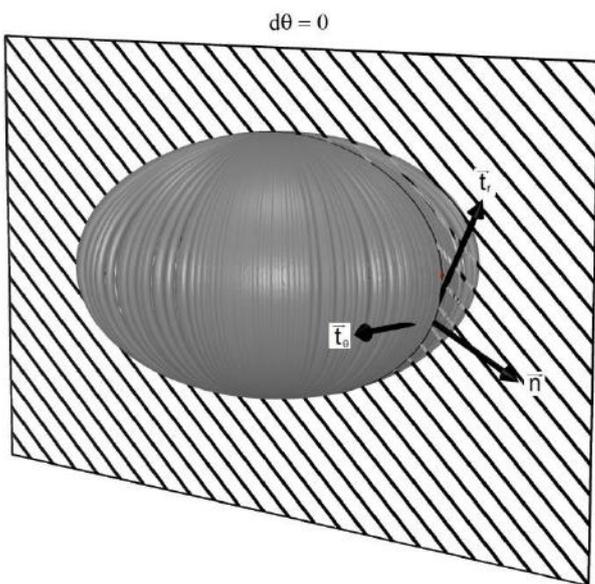


Figura 11.30 – Curvatura κ_r da elipse

$$\kappa_r = \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^4 \cdot DD}{\left(\left(\frac{D}{2}\right)^4 - \left(\left(\frac{D}{2}\right)^2 - (DD)^2\right) \cdot r^2\right)^{3/2}}$$

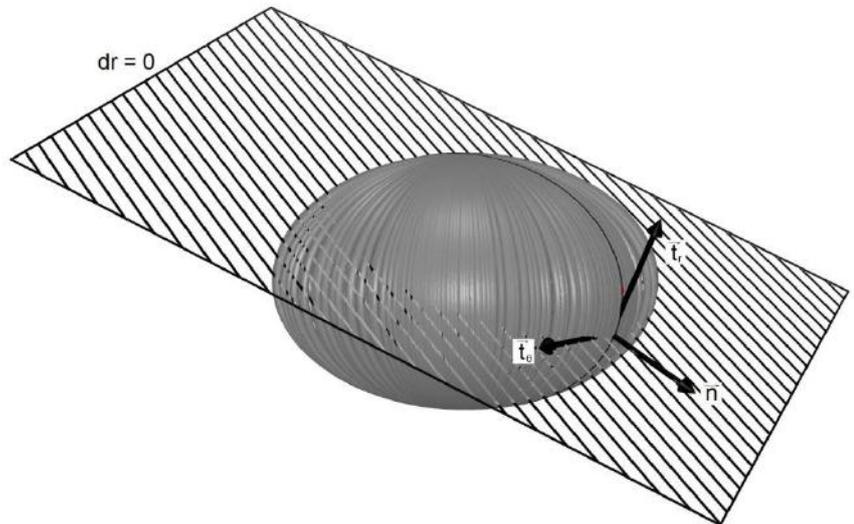


Figura 11.31 – Curvatura κ_θ da elipse

$$\kappa_\theta = \frac{DD}{\left(\left(\frac{D}{2}\right)^4 - \left(\left(\frac{D}{2}\right)^2 - (DD)^2\right) \cdot r^2\right)^{1/2}}$$

[11], [12], [17], [18], [21].

11.2 Dedução da Equação de Young¹⁹-Laplace²⁰

Considere uma casca fina. Seja P a diferença entre a pressão interna e a pressão externa atuante na casca.

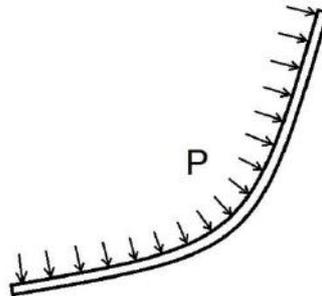


Figura 11.32 – Casca Fina Submetida a uma Diferença de Pressão P

Considere também um ponto P na superfície média da casca. Traçemos então seções normais ortogonais em volta do ponto P .

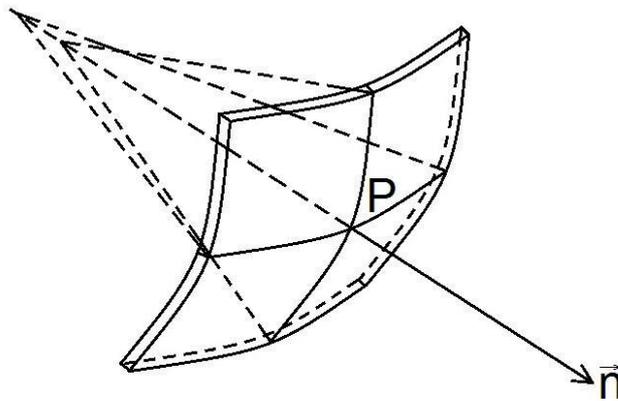


Figura 11.33 – Seções Normais em Volta do Ponto P

Genericamente, é suficiente supor que estão atuando forças (seta única) em três direções linearmente independentes, e momentos (seta dupla) em três direções linearmente independentes, em cada seção normal na casca.

¹⁹ Thomas Young (1773 – 1829): foi um sábio inglês [10].

²⁰ Pierre Simon, Marquis de Laplace (1749 – 1827): foi um matemático, astrônomo e físico francês [10].

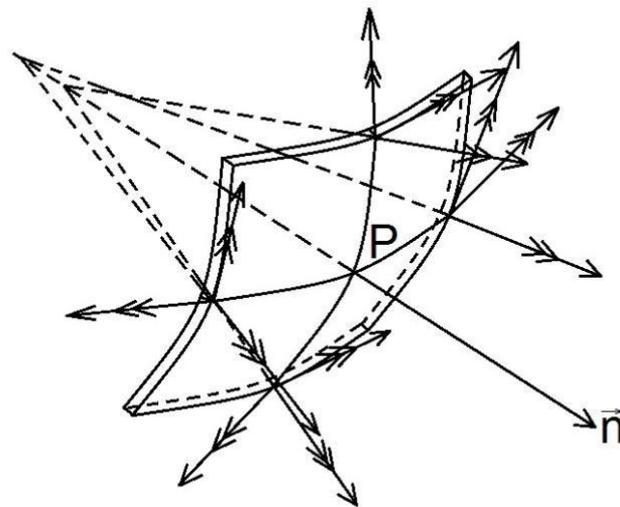


Figura 11.34 – Esforços em Volta do Ponto P

Princípio: vamos considerar que o estado de tensões na casca é de membrana. Portanto, das condições necessárias e suficientes para existência de um estado de tensões de membrana vem que os contornos da casca são livres de cisalhamento transversal e momentos. Assim os esforços em volta do ponto P são reduzidos à:

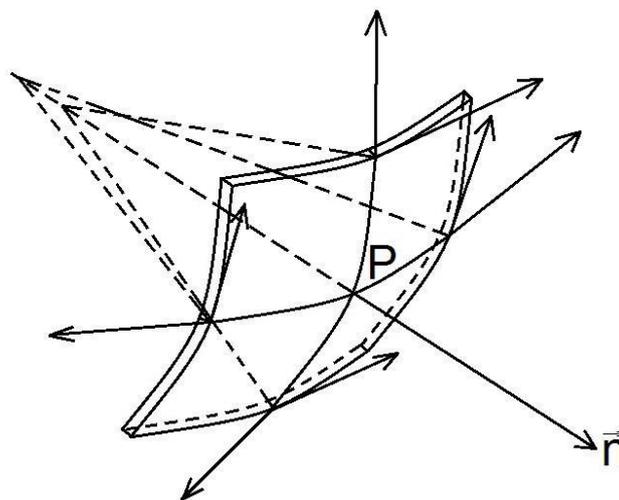


Figura 11.35 – Esforços de Membrana em Volta do Ponto P

Princípio: vamos considerar que as seções normais ortogonais em volta do ponto P são as seções normais principais de tensões. Assim, os cisalhamentos paralelos à superfície média são nulos.

Como o estado de tensões é de membrana, as tensões são distribuídas uniformemente na espessura da casca.

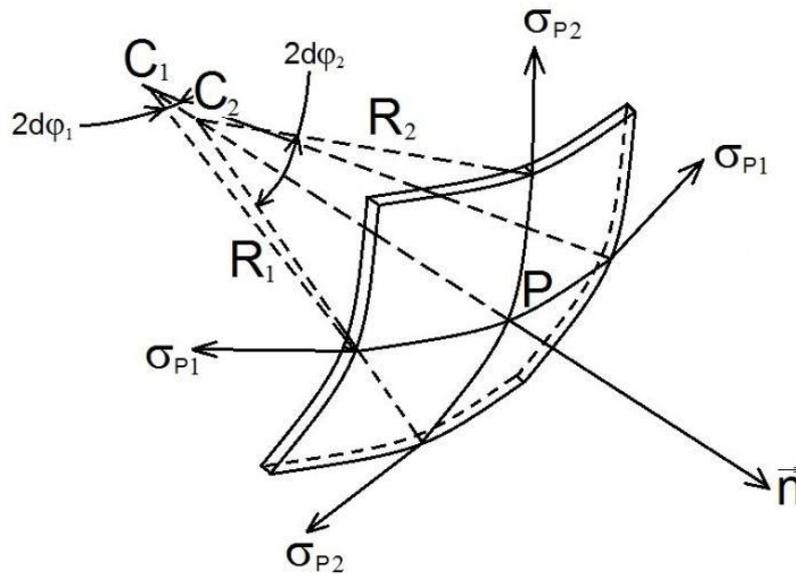


Figura 11.36 – Tensões na Casca em Volta do Ponto P

σ_{P1} e σ_{P2} são as tensões principais devido a diferença de pressão.

R_1 e R_2 , C_1 e C_2 , $d\varphi_1$ e $d\varphi_2$, são os raios de curvatura normal, centros de curvatura normal, variações dos ângulos, nas direções de σ_{P1} e σ_{P2} respectivamente.

THK : espessura da casca.

Equação de Equilíbrio na Direção de \vec{n} :

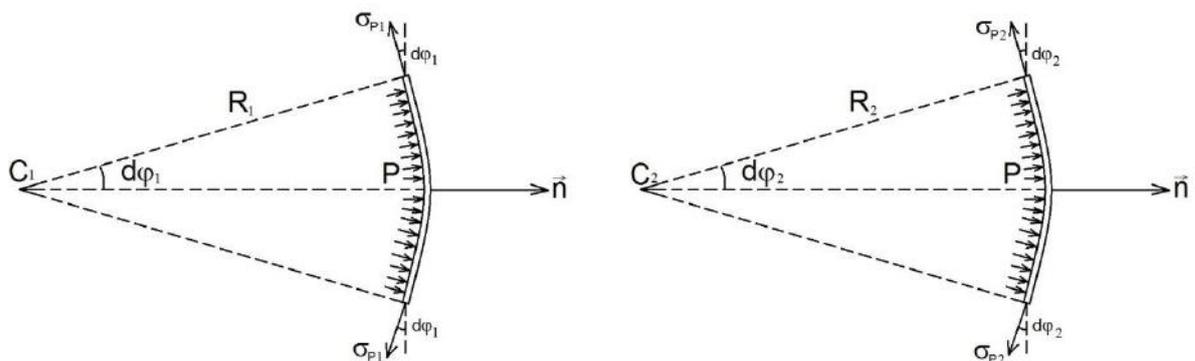


Figura 11.37 – Equação de Equilíbrio na Direção de \vec{n}

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \Sigma \vec{F} \cdot \vec{n} = 0 = \int P \vec{dS} \cdot \vec{n} - 2 \cdot (\sigma_{P1} \cdot THK \cdot R_2 \cdot 2 \cdot d\varphi_2) \cdot \sin d\varphi_1 - 2 \cdot (\sigma_{P2} \cdot THK \cdot R_1 \cdot 2 \cdot d\varphi_1) \cdot \sin d\varphi_2$$

$$0 = P \int \vec{dS} \cdot \vec{n} - 4 \cdot (\sigma_{P1} \cdot THK \cdot R_2 \cdot d\varphi_2) \cdot \sin d\varphi_1 - 4 \cdot (\sigma_{P2} \cdot THK \cdot R_1 \cdot d\varphi_1) \cdot \sin d\varphi_2$$

$$0 = P \cdot (2 \cdot R_1 \cdot \sin d\varphi_1) \cdot (2 \cdot R_2 \sin d\varphi_2) - 4 \cdot (\sigma_{P1} \cdot THK \cdot R_2 \cdot d\varphi_2) \cdot \sin d\varphi_1 - 4 \cdot (\sigma_{P2} \cdot THK \cdot R_1 \cdot d\varphi_1) \cdot \sin d\varphi_2$$

$$0 = P \cdot (R_1 \cdot \sin d\varphi_1)(R_2 \cdot \sin d\varphi_2) - (\sigma_{P1} \cdot THK \cdot R_2 \cdot d\varphi_2) \cdot \sin d\varphi_1 - (\sigma_{P2} \cdot THK \cdot R_1 \cdot d\varphi_1) \cdot \sin d\varphi_2$$

Fazendo $d\varphi_1 \rightarrow 0$ e $d\varphi_2 \rightarrow 0$ vem:

$$0 = P \cdot (R_1 \cdot d\varphi_1)(R_2 \cdot d\varphi_2) - (\sigma_{P1} \cdot THK \cdot R_2 \cdot d\varphi_2) \cdot d\varphi_1 - (\sigma_{P2} \cdot THK \cdot R_1 \cdot d\varphi_1) \cdot d\varphi_2$$

$$0 = P \cdot R_1 \cdot R_2 - \sigma_{P1} \cdot THK \cdot R_2 - \sigma_{P2} \cdot THK \cdot R_1$$

De onde vem a equação de Young-Laplace:

$$\boxed{\frac{\sigma_{P1}}{R_1} + \frac{\sigma_{P2}}{R_2} = \frac{P}{THK}}$$

Equação 11.50

11.2.1 Casca de Revolução com Carga Vertical

Considere w uma carga vertical por unidade de área horizontal aplicada na casca.

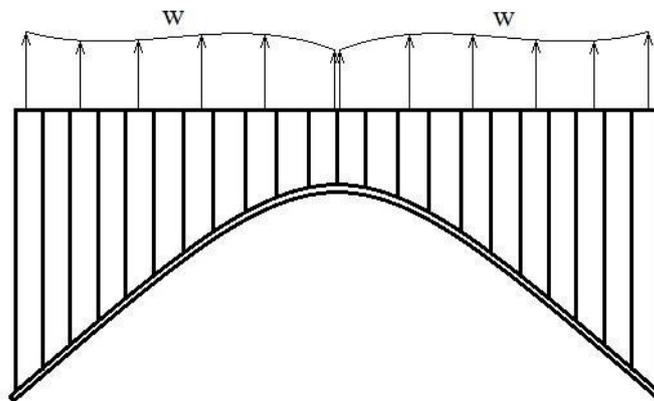


Figura 11.38 – Carga Vertical por Unidade de Área Horizontal

Precisamos agora incluir na equação de Young-Laplace o efeito da carga vertical w . Para isso, vamos calcular a pressão exercida por w na casca.

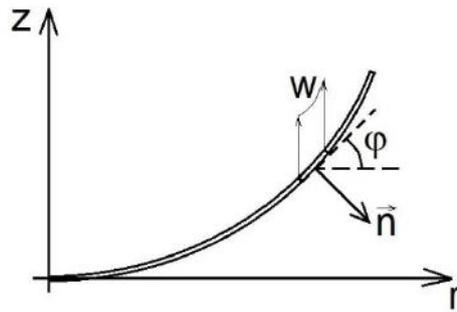


Figura 11.39 – Pressão Exercida por w na Casca

Sejam dS a área infinitesimal ortogonal à \vec{n} , dS_z a área infinitesimal ortogonal à z (isto é: a área infinitesimal horizontal), dF_n a força infinitesimal na direção de \vec{n} , dF_z a força infinitesimal na direção de z , φ o ângulo da superfície média da casca com a horizontal, P_w a pressão exercida por w na casca.

$$dS_z = dS \cos \varphi \quad dF_z = w dS_z = w dS \cos \varphi \quad dF_n = -dF_z \cos \varphi$$

$$dF_n = -w dS (\cos \varphi)^2 \quad P_w := \frac{dF_n}{dS} = -w (\cos \varphi)^2$$

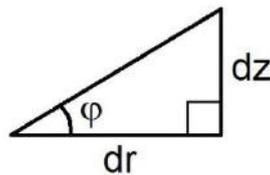


Figura 11.40 – Ângulo φ

Assim concluímos que:

$$\cos \varphi = \frac{dr}{\sqrt{dr^2 + dz^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dr}\right)^2}}$$

Equação 11.51

E a equação de Young-Laplace assume a seguinte forma:

$$\boxed{\frac{\sigma_r}{R_r} + \frac{\sigma_\theta}{R_\theta} = \frac{P}{THK} - \frac{w \cdot (\cos \varphi)^2}{THK}}$$

Equação 11.52

A equação de Young-Laplace possui duas incógnitas, σ_r e σ_θ , portanto, para determinarmos as tensões, precisamos de mais uma equação, que vem da condição de contorno.

11.2.2 Condição de Contorno Casca de Revolução Fechada

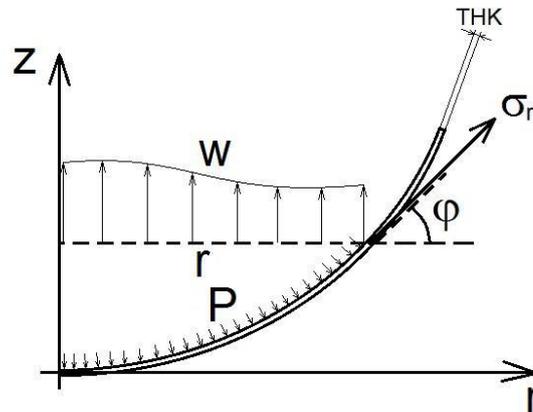


Figura 11.41 – Casca de Revolução Fechada

Equação de Equilíbrio na Direção de \vec{e}_z :

$$(\sigma_r \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot THK) \cdot \sin \varphi + \int_{r=0}^{r=r} P \, d\vec{S} \cdot \vec{e}_z + \int_{r=0}^{r=r} w \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr = 0$$

$$(\sigma_r \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot THK) \cdot \sin \varphi + P \int_{r=0}^{r=r} d\vec{S} \cdot \vec{e}_z + \int_{r=0}^{r=r} w \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr = 0$$

$$(\sigma_r \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot THK) \cdot \sin \varphi - P \cdot \pi \cdot r^2 + \int_{r=0}^{r=r} w \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr = 0$$

Assim vem:

$$\sigma_r = \frac{P \cdot r}{2 \cdot THK \cdot \sin \varphi} - \frac{\int_{r=0}^{r=r} w \cdot r \cdot dr}{r \cdot THK \cdot \sin \varphi}$$

Equação 11.53

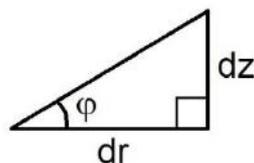


Figura 11.40 – Ângulo φ

Assim concluímos que:

$$\sin \varphi = \frac{dz}{\sqrt{dr^2 + dz^2}} = \frac{\frac{dz}{dr}}{\sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dr}\right)^2}}$$

Equação 11.54

[11], [12], [18].

11.3 Principais Estruturas do VBA

Nesta subsecção, as linhas de código em VBA estão formatadas em negrito, ao passo que os comentários dentro do código não estão formatados em negrito.

11.3.1 Variáveis

Uma variável é um espaço na memória do computador reservado para armazenar um ou mais valores, e como o valor armazenado pode variar, à medida que as linhas de programação VBA são executadas, estas estruturas são chamadas de variáveis.

Cada variável é referenciada por um nome que deve iniciar com uma letra e possuir até 255 caracteres.

[14].

11.3.1.1 Tipos de Variáveis

As variáveis armazenam valores que ocupam espaço na memória do computador. Cada tipo de variável possui um tamanho predefinido que será o tamanho do espaço utilizado pela variável.

Assim, para que uma variável não ocupe espaço a mais que o necessário, é preciso definir o tipo de variável.

Acompanhe a seguir alguns tipos de variáveis do VBA:

[14].

Boolean: as variáveis *Boolean* são armazenadas como números de 16 *bits* (2 *bytes*), mas só podem ser *True* ou *False*. Usam-se as palavras *True* ou *False* para atribuir um dos dois estados as variáveis *Boolean*;

Byte: as variáveis *Byte* são armazenadas como números de 8 *bits* (1 *byte*), sem sinal, únicos, que variam em valor desde 0 até 255;

Currency: as variáveis *Currency* são armazenadas como números de 64 *bits* (8 *bytes*) em um formato de número inteiro, em escala de 10.000 para fornecer um número de ponto fixo com 15 dígitos à esquerda da vírgula decimal e 4 dígitos à direita. Podem ser representados como uma variável do tipo *Currency* números desde -922.337.203.685.477,5808 até 922.337.203.685.477,5807. O caractere de declaração de tipo para *Currency* é o sinal de arroba (@);

Date: as variáveis *Date* são armazenadas como números IEEE²¹ de ponto flutuante de 64 bits (8 bytes) que representam as datas que variam de 1 de janeiro de 100 a 31 de dezembro de 9999 e as horas de 0:00:00 a 23:59:59;

Decimal: as variáveis *Decimal* são armazenadas como números inteiros, com sinal, de 96 *bits* (12 *bytes*), em escala por uma potência de 10 variável;

O fator de escala potência de 10 especifica o número de dígitos à direita da vírgula decimal e varia de 0 a 28. Com uma escala de 0 (sem casas decimais), o maior valor possível é +/-79.228.162.514.264.337.593.543.950.335. Com 28 casas decimais, o maior valor é +/-7,9228162514264337593543950335 e o menor valor, diferente de zero, é +/-0,00000000000000000000000000000001;

Double: as variáveis *Double* (ponto flutuante de dupla precisão) são armazenadas como números IEEE de ponto flutuante de 64 *bits* (8 *bytes*), desde -1,79769313486232E308 até -4,94065645841247E-324 para valores negativos e de 4,94065645841247E-324 até 1,79769313486232E308 para valores positivos. O caractere de declaração de tipo para *Double* é o sinal de cerquilha (#);

Integer: as variáveis *Integer* são armazenadas como números de 16 *bits* (2 *bytes*) com valor desde -32.768 até 32.767. O caractere de declaração de tipo para *Integer* é o sinal de porcentagem (%);

Long: as variáveis *Long* (inteiro longo) são armazenadas como números de 32 *bits* (4 *bytes*), com sinal, desde -2.147.483.648 até 2.147.483.647. O caractere de declaração de tipo para *Long* é o 'e' comercial (&);

String: as variáveis *String* consistem em uma sequência de caracteres. Uma *String* pode incluir letras, números, espaços e pontuação. Uma variável *String* pode armazenar sequências de caracteres de comprimento fixo que variam em tamanho de 0 a aproximadamente 63.000 caracteres e sequências de caracteres dinâmicas que variam em comprimento de 0 a aproximadamente 2.000.000.000 de caracteres. O caractere de declaração de tipo para *String* é o cifrão (\$);

Variant: as variáveis *Variant* são o tipo de variáveis para todas as variáveis que não estejam explicitamente declaradas como algum outro tipo (usando instruções como *Dim*, *Private*, *Public* ou *Static*). As variáveis *Variant* não possuem caracteres de

²¹ Norma IEEE (Instituto de Engenheiros Eletricistas e Eletrônicos): a norma IEEE 754-2008 define os formatos adequados para representar números em ponto flutuante de precisão simples (32 bits) e de precisão dupla (64 bits) [10].

declaração de tipo. Uma *Variant* é um tipo especial de dados que pode conter qualquer tipo de dados, exceto dados *String* de comprimento fixo.

Uma variável não aceita valores que não sejam do tipo especificado. Assim, se for atribuído um valor incompatível para a variável ocorrerá um erro em tempo de execução.

[14], [15].

11.3.2 Operadores

Para realizarmos cálculos e comparações entre variáveis no VBA, é necessário utilizar operadores.

O VBA possui quatro tipos de operadores: aritméticos, de comparação, lógicos, e de concatenação.

11.3.2.1 Operadores Aritméticos

Os operadores aritméticos são utilizados nos cálculos matemáticos.

No VBA, há os seguintes operadores aritméticos:

Operador	Descrição
+	Adição
-	Subtração
*	Multiplicação
/	Divisão
\	Divisão inteira
^	Exponenciação
Mod	Retorna o resto da divisão

Tabela 11.1

11.3.2.2 Operadores de Comparação

Os operadores de comparação são utilizados para comparar valores de duas expressões. O resultado da comparação é *True*, se for verdadeira, ou *False*, se for falsa.

No VBA, há os seguintes operadores de comparação:

Operador	Descrição
=	Igual a
>	Maior que
<	Menor que
< >	Diferente de
>=	Maior que, ou igual a
<=	Menor que, ou igual a
Is	É. Compara duas variáveis de referência a objetos
Like	Como. Compara sequência de caracteres

Tabela 11.2

11.3.2.3 Operadores Lógicos

Esse tipo de operador é utilizado em operações lógicas.

No VBA, há os seguintes operadores lógicos:

And (e): acrescenta expressões a um teste lógico. Retorna *True* se todas as expressões forem verdadeiras, e *False* se pelo menos uma das expressões for falsa;

Or (ou): acrescenta expressões a um teste lógico. Retorna *True* se pelo menos uma das expressões for verdadeira, e *False* se todas as expressões forem falsas;

Not (não): gera uma negação lógica;

Eqv (equivale): realiza uma equivalência lógica (se, e somente se). Retorna *True* se as duas expressões forem verdadeiras ou se as duas expressões forem falsas, e *False* se uma das expressões for verdadeira e a outra expressão for falsa;

Imp (implica): realiza uma implicação lógica;

Xor (ou exclusivo): realiza uma exclusão lógica. Retorna *True* se apenas uma expressão for verdadeira, caso contrário, retorna *False*.

11.3.2.4 Operadores de Concatenação

Os operadores de concatenação são utilizados para juntar textos.

No VBA, há os seguintes operadores de concatenação:

&: concatena textos;

+: concatena textos.

[14].

11.3.3 Estruturas Condicionais

As estruturas condicionais são utilizadas quando um bloco de ações deve se executado somente se uma determinada expressão for verdadeira.

Veremos a seguir duas estruturas condicionais: *If* e *Select Case*.

11.3.3.1 If...Then...Else

A estrutura *If* é utilizada para executar uma instrução dependendo do resultado de uma expressão.

Sintaxe:

If <Expressão> **Then**

 <Grupo de instruções If>

Else

 <Grupo de instruções Else>

End If

Glossário:

Expressão: expressão que retorna um valor *True* ou *False*;

Grupo de instruções If: uma ou mais instruções executadas se a Expressão for *True*;

Grupo de instruções Else: uma ou mais instruções executadas se a Expressão for *False*.

A instrução *End If* é dispensável se a estrutura *If* puder ser definida em uma única linha.

Sintaxe:

If <Expressão> **Then** <Instrução>

Se houver mais de uma expressão a ser analisada, utiliza-se a instrução *Elseif*.

Sintaxe:

If <Expressão> **Then**

 <Grupo de instruções If>

Elseif <Expressão> **Then**

 <Grupo de instruções Elseif>

Else

<Grupo de instruções Else>

End If

Executando uma estrutura *If*, a Expressão é testada. Se Expressão for *True*, o Grupo de instruções *If* é executado. Se a Expressão for *False*, cada Expressão *ElseIf* será avaliada separadamente. Quando uma Expressão *True* for localizada, o Grupo de instruções *ElseIf* imediatamente depois de *Then* associado será executado. Se nenhuma das Expressões *ElseIf* for *True* (ou se não houver cláusulas *ElseIf*), o Grupo de instruções *Else* será executado. Depois da execução do Grupo de instruções *Else*, a execução continua com a instrução seguinte a *End If*.

11.3.3.2 Select Case

A estrutura *Select Case* executa um dos diversos grupos de instruções, dependendo do valor de uma expressão.

Sintaxe:

Select Case <Expressão>

Case <Valor 1>

 <Grupo de instruções 1>

Case <Valor 2>

 <Grupo de instruções 2>

Case Else

 <Grupo de instruções Else>

End Select

Glossário:

Expressão: é a expressão que será analisada;

Valor 1, Valor 2: resultados possíveis da Expressão;

Grupo de instruções: uma ou mais instruções que são executadas caso o resultado da Expressão coincida com o valor do respectivo *Case*.

Se Expressão coincidir com qualquer Valor, o Grupo de instruções seguintes àquela cláusula *Case* será executado até a próxima cláusula *Case*, ou, para a última cláusula, até *End Select*. Então o controle passa para a instrução seguinte a *End Select*.

A cláusula *Case Else* é usada para indicar o Grupo de instruções *Else* a ser executado se não for encontrada coincidência entre Expressão e um Valor em qualquer das outras seleções *Case*.

A diferença entre a estrutura *Select Case* e a estrutura *If* está no número de resultados possíveis da Expressão, enquanto que a estrutura *Select Case* permite um número indeterminado de resultados possíveis, a estrutura *If*, só permite dois resultados possíveis (*True* ou *False*).

[14].

11.3.4 Estruturas de Repetição

As estruturas de repetição, *Loops* ou *Fors*, são utilizados quando um grupo de instruções precisa ser executado um número específico de vezes, ou até que uma determinada expressão se torne verdadeira ou falsa.

As seguintes estruturas de repetição podem ser utilizadas no VBA para incrementar a realização de tarefas:

11.3.4.1 Do...Loop

A estrutura *Do...Loop* é utilizada para repetir um trecho de código até que uma determinada expressão seja verdadeira.

Sintaxe:

Do

<Grupo de instruções>

Loop <Expressão>

Glossário:

Grupo de instruções: instruções que serão executadas;

Expressão: expressão que retorna um valor *True* ou *False*.

Junto com essa estrutura podemos utilizar dois operadores condicionais diferentes: *While* ou *Until*. Esses operadores podem ser utilizados no início ou no final do *Loop* criando quatro situações distintas para a estrutura *Do...Loop*.

Para todas as possíveis utilizações da estrutura *Do...Loop* é possível utilizar o comando *Exit Do* para forçar a saída da estrutura.

Ao utilizar a estrutura *Do...Loop* é importante lembrar que o código dentro do *Loop* deve ser capaz de alterar a Expressão para *False*, caso contrário, a Expressão será sempre *True*, e o Grupo de instruções dentro do *Loop* ficará em execução infinitamente.

11.3.4.2 Do While...Loop

Nessa estrutura o operador condicional *While* é utilizado no início do *Loop*.

Sintaxe:

Do While <Expressão>

<Grupo de instruções>

Loop

Glossário:

Expressão: expressão que retorna um valor *True* ou *False*;

Grupo de instruções: instruções que serão executadas.

Nesta estrutura, enquanto a Expressão for *True*, o Grupo de instruções do *Loop* é executado. Quando a Expressão for *False*, a execução sai do *Loop* e o primeiro comando após o final do *Loop* será executado.

Observação: caso a Expressão seja *False* já na primeira verificação, o Grupo de instruções dentro do *Loop* não é executado.

11.3.4.3 Do...Loop While

Nessa estrutura o operador condicional *While* é utilizado no fim do *Loop*.

Sintaxe:

Do

<Grupo de instruções>

Loop While <Expressão>

Glossário:

Grupo de instruções: instruções que serão executadas;

Expressão: expressão que retorna um valor *True* ou *False*.

Como o teste fica no final do *Loop*, o Grupo de instruções dentro do *Loop* é executado pelo menos uma vez, e enquanto a Expressão for *True*, o *Loop* continua sendo executado. Quando a Expressão for *False*, o primeiro comando após o final do *Loop* será executado.

Observação: caso a Expressão seja *False* já na primeira avaliação, o *Loop* será executado uma única vez.

11.3.4.4 Do Until...Loop

Nessa estrutura o operador condicional *Until* é utilizado no início do *Loop*.

Sintaxe:

Do Until <Expressão>

<Grupo de instruções>

Loop

Glossário:

Expressão: expressão que retorna um valor *True* ou *False*;

Grupo de instruções: instruções que serão executadas.

Em estruturas que utilizam o operador condicional *Until*, o Grupo de instruções dentro do *Loop* é executado enquanto a Expressão for *False*. Assim, quando a Expressão tornar-se *True* a execução da estrutura é abandonada e o primeiro comando após o final do *Loop* é executado.

Observação: caso a Expressão seja *True* já na primeira verificação, o *Loop* não será executado nenhuma vez.

11.3.4.5 Do...Loop Until

Nessa estrutura o operador condicional *Until* é utilizado no fim do *Loop*.

Sintaxe:

Do

<Grupo de instruções>

Loop Until <Expressão>

Glossário:

Grupo de instruções: instruções que serão executadas;

Expressão: expressão que retorna um valor *True* ou *False*.

Como o teste fica no final do *Loop*, o Grupo de instruções dentro do *Loop* é executado pelo menos uma vez, e enquanto a Expressão for *False*, o *Loop* continua sendo executado. Quando a Expressão for *True*, o primeiro comando após o final do *Loop* será executado.

Observação: caso a Expressão seja *True* já na primeira avaliação, o *Loop* será executado uma única vez.

11.3.4.6 For...Next

A estrutura *For...Next* é utilizada para repetir um grupo de instruções um determinado número de vezes. Para controlar quantas vezes a estrutura é repetida utilizamos uma variável como contador que varia de um valor inicial até um valor final.

Sintaxe:

For <Contador> = <Início> **To** <Fim> **Step** <Incremento>

<Grupo de instruções>

Next <Contador>

Glossário:

Contador: variável que controla a repetição do laço;

Início: valor inicial da variável Contador;

Fim: valor final da variável Contador;

Incremento: valor que será incrementado à variável Contador a cada passagem do laço;

Grupo de instruções: uma ou mais instruções que serão executadas.

No início da estrutura, a variável Contador recebe um determinado valor. A cada passagem pelo *For*, a variável Contador é incrementada pelo valor definido em Incremento, e caso o incremento não seja definido, será utilizado o valor padrão 1. Quando o valor da variável Contador for maior que o valor Fim, a execução sai do *For* e passa para a próxima linha de código.

11.3.4.7 For Each...Next

A estrutura *For Each...Next* repete um grupo de instruções um número determinado de vezes. A quantidade de repetições do *For* depende da quantidade de elementos que o grupo utilizado na estrutura possui.

Sintaxe:

For Each <Elemento> **In** <Grupo>

<Grupo de instruções>

Next

Glossário:

Elemento: variável utilizada para interagir através dos elementos do grupo;

Grupo: nome de uma coleção de objetos;

Grupo de instruções: uma ou mais instruções que são executadas.

Nessa estrutura o Grupo de instruções é executado uma vez para cada Elemento do Grupo. Assim, esse *For* só é executado se houver no mínimo um Elemento no Grupo. Quando não houver mais Elementos no Grupo, o processo de execução sai do *For* e continua com a próxima linha de código após a instrução *Next*.

[14].

11.3.5 UserForms

Os *UserForms* exibem informações e permitem que o usuário insira informações. Os *UserForms InputBox* e *MsgBox* são maneiras simples de fazer isso. Pode-se usar os controles de *UserForm* no Editor de VBA para criar *UserForms* mais complexos.

11.3.5.1 InputBox

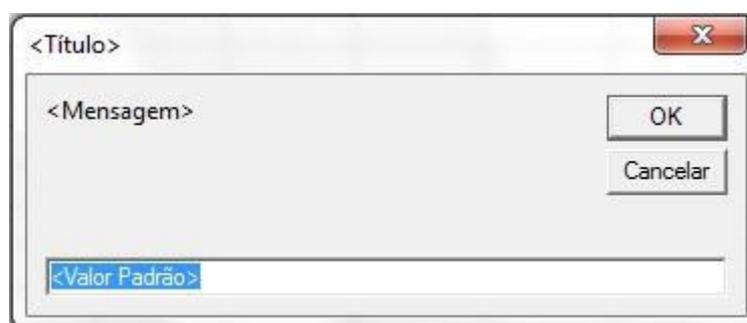


Figura 11.42 – InputBox

A função *InputBox* é utilizada para criar um elemento básico de interface que solicita a entrada do usuário antes de o programa avançar. Você pode definir a mensagem, o título, um valor padrão, a posição da *InputBox* e arquivos de ajuda. Apenas dois botões são fornecidos: OK e Cancelar. O valor retornado é uma *string*.

Sintaxe:

InputBox (<Mensagem>, <Título>, <Valor Padrão>, <Posição x>, <Posição y>, <Arquivo de Ajuda>)

11.3.5.2 MsgBox

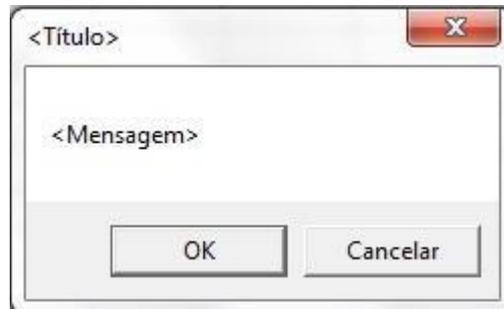


Figura 11.43 – MsgBox

A função *MsgBox* cria uma caixa de mensagem que exibe informações e espera o usuário clicar em um botão antes de continuar. Enquanto *InputBox* tem apenas os botões OK e Cancelar, *MsgBox* oferece várias configurações de botões, que incluem Sim, Não, OK e Cancelar.

Sintaxe:

MsgBox (<Mensagem>, <Botões>, <Título>, <Arquivo de Ajuda>)

11.3.5.3 Criando um UserForm



Figura 11.44 – UserForm

Os *UserForms* combinam as capacidades do *InputBox* e *MsgBox* para criar uma maneira mais eficiente de interagir com o usuário. Por exemplo, em vez de fazer o usuário preencher informações em uma planilha, você pode criar um *UserForm* que solicita os dados necessários.

11.3.5.4 Eventos de um UserForm

Um *UserForm* tem eventos desencadeados por ações. Depois que o *UserForm* foi adicionado ao projeto, os eventos estarão disponíveis na lista suspensa Propriedades, no canto superior direito da janela Código, selecionando-se *UserForm* na lista suspensa Objeto, à esquerda.

Os eventos disponíveis para *UserForms* estão descritos abaixo:

Activate: ocorre quando um *UserForm* é mostrado ao ser carregado ou reexibido. Esse evento é desencadeado depois do evento *Initialize*;

AddControl: ocorre quando um controle é adicionado a um *UserForm* em tempo de execução. Não executa em tempo de projeto ou na inicialização do *UserForm*;

BeforeDragOver: ocorre enquanto o usuário faz uma operação de arrastar e soltar sobre o *UserForm*;

BeforeDroporPaste: ocorre antes de o usuário estar prestes a soltar ou colar dados no *UserForm*;

Click: ocorre quando o usuário clica no *UserForm* com o mouse;

DbClick: ocorre quando o usuário dá um clique duplo no *UserForm* com o mouse;

Deactivate: ocorre quando um *UserForm* é desativado;

Error: ocorre quando o *UserForm* depara com um erro e não pode retornar informações sobre o erro;

Initialize: ocorre quando o *UserForm* é carregado pela primeira vez, antes do evento *Activate*. Se você ocultar (método *Hide*) e depois exibir (método *Show*) um *UserForm*, *Initialize* não será desencadeado;

KeyDown: ocorre quando o usuário pressiona uma tecla no teclado;

KeyPress: ocorre quando o usuário pressiona uma tecla ANSI. Uma tecla ANSI é um caractere digitável, como a letra 'a'. Um caractere não-digitável seria, por exemplo, a tecla Tab;

KeyUp: ocorre quando o usuário solta uma tecla no teclado;

Layout: ocorre quando o *UserForm* muda de tamanho;

MouseDown: ocorre quando o usuário pressiona o botão do mouse dentro das bordas do *UserForm*;

MouseMove: ocorre quando o usuário move o mouse dentro das bordas do *UserForm*;

MouseUp: ocorre quando o usuário libera o botão do mouse dentro das bordas do *UserForm*;

QueryClose: ocorre antes de um *UserForm* fechar. Permite reconhecer o método utilizado para fechar um *UserForm* e faz o código responder de maneira correspondente;

RemoveControl: ocorre quando um controle é excluído do *UserForm*;

Resize: ocorre quando o *UserForm* é redimensionado;

Scroll: ocorre quando a *ScrollBar*, se visível, é rolada;

Terminate: ocorre depois que o *UserForm* foi descarregado (instrução *Unload*). É desencadeado depois de *QueryClose*;

Zoom: ocorre quando o valor de zoom é alterado.

11.3.5.5 Adicionando Controles a um UserForm

Os controles são objetos, como *ActiveWorkbook*. Eles têm propriedades e métodos, dependendo do tipo de controle. A maior parte da programação para os controle é feita atrás do *UserForm*; mas se outro módulo precisar referir-se a um controle, o pai, que é o *UserForm*, terá de ser incluído com o objeto.

Para programar um controle, destaque-o e selecione Exibir código. O rodapé, o cabeçalho e a ação-padrão para o controle são automaticamente inseridos no campo de programação. Para ver as outras ações disponíveis para um controle, selecione o controle na lista suspensa Objeto e visualize as ações na lista suspensa Propriedades.

11.3.5.6 Utilizando Controles Básicos de UserForm

Todos os controles têm diferentes eventos associados, o que permite que você codifique o que acontece com base nas ações do usuário.



Figura 11.45 – Label



Figura 11.46 – TextBox

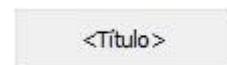


Figura 11.47 – CommandButton

Um controle *Label* em um *UserForm* exibe textos descritivos, tais como títulos, legendas, figuras ou instruções breves.

Um controle *TextBox* captura informações de um usuário ou exibe informações de um conjunto organizado de dados.

Um controle *CommandButton* inicia, finaliza ou interrompe uma ação ou uma série de ações.

Os eventos disponíveis para os controles *Label*, *TextBox* e *CommandButton* são descritos abaixo:

AfterUpdate²: ocorre depois que os dados do controle foram alterados pelo usuário;

BeforeDragOver^{1,2,3}: ocorre enquanto o usuário arrasta e solta dados sobre o controle;

BeforeUpdate²: ocorre antes dos dados no controle serem alterados;

Change²: ocorre quando o valor do controle é alterado;

Click^{1,3}: ocorre quando o usuário clica no controle com o mouse;

DoubleClick^{1,2,3}: ocorre quando o usuário dá um clique duplo no controle com o mouse;

DropButtonClick²: ocorre quando o usuário pressiona F4 no teclado;

Enter^{2,3}: ocorre antes de o controle receber o foco de outro controle no mesmo *UserForm*;

Error^{1,2,3}: ocorre quando o controle encontra um erro e não consegue retornar as informações sobre o erro;

Exit^{2,3}: ocorre assim que o foco do controle passa para outro controle no mesmo *UserForm*;

KeyDown^{2,3}: ocorre quando o usuário pressiona uma tecla no teclado;

KeyPress^{2,3}: ocorre quando o usuário pressiona uma tecla ANSI. Uma tecla ANSI é um caractere digitável, como a letra 'a'. Um caractere não-digitável seria, por exemplo, a tecla Tab;

KeyUp^{2,3}: ocorre quando o usuário solta uma tecla no teclado;

MouseDown^{1,2,3}: ocorre quando o usuário pressiona o botão do mouse dentro das bordas do controle;

MouseMove^{1,2,3}: ocorre quando o usuário move o mouse dentro das bordas do controle;

MouseUp^{1,2,3}: ocorre quando o usuário solta o botão do mouse dentro das bordas do controle.

¹ Controle *Label*;

² Controle *TextBox*;

³ Controle *CommandButton*.

11.3.5.7 Decidindo entre *ListBox* e *ComboBox*



Figura 11.49 – *ListBox*



Figura 11.48 – *ComboBox*

Um controle *ListBox* exibe uma lista de valores dentre os quais o usuário pode escolher alguns deles.

Um controle *ComboBox* exibe uma lista de valores dentre os quais o usuário pode escolher alguns deles e permite que o usuário insira um novo valor.

Os eventos disponíveis para os controles *ListBox* e *ComboBox* são descritos abaixo:

AfterUpdate^{1,2}: ocorre depois que os dados do controle foram alterados pelo usuário;

BeforeDragOver^{1,2}: ocorre enquanto o usuário arrasta e solta dados sobre o controle;

BeforeDropOrPaste^{1,2}: ocorre antes de o usuário soltar ou colar dados no controle;

BeforeUpdate^{1,2}: ocorre antes dos dados no controle serem alterados;

Change^{1,2}: ocorre quando o valor do controle é alterado;

Click^{1,2}: ocorre quando o usuário seleciona um valor na *ListBox* ou na *ComboBox*;

DbClick^{1,2}: ocorre quando o usuário dá um clique duplo no controle com o mouse;

DropButtonClick²: ocorre quando a lista suspensa aparece, depois que o usuário clica na seta suspensa da *ComboBox* ou pressiona F4 no teclado;

Enter^{1,2}: ocorre antes de o controle receber o foco de outro controle no mesmo *UserForm*;

Error^{1,2}: ocorre quando o controle encontra um erro e não pode retornar as informações sobre o erro;

Exit^{1,2}: ocorre assim que o foco do controle passa para outro controle no mesmo *UserForm*;

KeyDown^{1,2}: ocorre quando o usuário pressiona uma tecla no teclado;

KeyPress^{1,2}: ocorre quando o usuário pressiona uma tecla ANSI. Uma tecla ANSI é um caractere digitável, como a letra 'a'. Um caractere não-digitável seria, por exemplo, a tecla Tab;

KeyUp^{1,2}: ocorre quando o usuário solta uma tecla no teclado;

MouseDown^{1,2}: ocorre quando o usuário pressiona o botão do mouse dentro das bordas do Controle;

MouseMove^{1,2}: ocorre quando o usuário move o mouse dentro das bordas do controle;

MouseUp^{1,2}: ocorre quando o usuário solta o botão do mouse dentro das bordas do controle.

¹ Controle *ListBox*;

² Controle *ComboBox*.

11.3.5.8 Adicionando OptionButtons e CheckBoxes a um UserForm

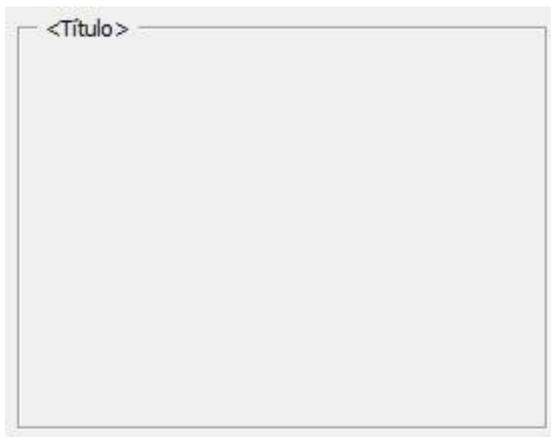


Figura 11.52 - Frame



Figura 11.50 - OptionButton

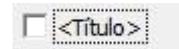


Figura 11.51 - CheckBox

Um controle *OptionButton* mostra o estado da seleção de um item em um grupo de opções.

Um controle *CheckBox* exibe o estado da seleção de um item.

OptionButtons são semelhantes às *CheckBoxes* pois podem ser utilizados para fazer uma seleção. Mas, diferentemente das *CheckBoxes*, os *OptionButtons* podem ser facilmente configurados para permitir apenas uma seleção a partir de um grupo.

Utilizando a ferramenta *Frame*, podemos separar o próximo conjunto de *OptionButtons* dos outros *OptionButtons* do *UserForm*. O *Frame* é utilizado para agrupar *OptionButtons*.

Os *OptionButtons* têm uma propriedade denominada *GroupName*. Quando se atribui o mesmo *GroupName* a um conjunto de *OptionButtons*, eles funcionam coletivamente como um mecanismo alternador, para que apenas um *OptionButton* no conjunto possa ser selecionado. Selecionar um *OptionButton* remove automaticamente a seleção dos *OptionButtons* do mesmo *GroupName* ou *Frame*. Para impedir esse comportamento, deve-se deixar a propriedade *GroupName* em branco ou inserir outro nome.

Os eventos disponíveis para os controles *OptionButton*, *CheckBox* e *Frame* são descritos abaixo:

AfterUpdate^{1,2}: ocorre depois que os dados do controle foram alterados pelo usuário;

AddControl³: ocorre quando um controle é adicionado a um *Frame* em um formulário em tempo de execução. Não executa em tempo de projeto ou na inicialização do *UserForm*;

BeforeDragOver^{1,2,3}: ocorre enquanto o usuário arrasta e solta sobre o controle;

BeforeDropOrPaste^{1,2,3}: ocorre antes de o usuário estar prestes a soltar ou colar dados no controle;

BeforeUpdate^{1,2}: ocorre antes dos dados no controle serem alterados;

Change^{1,2}: ocorre quando o valor do controle é alterado;

Click^{1,2,3}: ocorre quando o usuário clica no controle com o mouse;

DbClick^{1,2,3}: ocorre quando o usuário dá um clique duplo no controle com o mouse;

Enter^{1,2,3}: ocorre antes de o controle receber o foco de outro controle no mesmo *UserForm*;

Error^{1,2,3}: ocorre quando o controle encontra um erro e não pode retornar as informações sobre o erro;

Exit^{1,2,3}: ocorre assim que o foco do controle passa para outro controle no mesmo *UserForm*;

KeyDown^{1,2,3}: ocorre quando o usuário pressiona uma tecla no teclado;

KeyPress^{1,2,3}: ocorre quando o usuário pressiona uma tecla ANSI. Uma tecla ANSI é um caractere digitável, como a letra 'a'. Um caractere não-digitável seria, por exemplo, a tecla Tab;

KeyUp^{1,2,3}: ocorre quando o usuário solta uma tecla no teclado;

Layout³: ocorre quando o *Frame* muda de tamanho;

MouseDown^{1,2,3}: ocorre quando o usuário pressiona o botão do mouse dentro das bordas do controle;

MouseMove^{1,2,3}: ocorre quando o usuário move o mouse dentro das bordas do controle;

MouseUp^{1,2,3}: ocorre quando o usuário libera o botão do mouse dentro das bordas do controle;

RemoveControl³: ocorre quando um controle é excluído de dentro do *Frame*;

Scroll³: ocorre quando a *ScrollBar*, se visível, é rolada;

Zoom³: Ocorre quando o valor de zoom é alterado.

¹ Controle *OptionButton*;

² Controle *CheckBox*;

³ Controle *Frame*.

11.3.5.9 Usando Images em um UserForm



Figura 11.53 – Image

Um controle *Image* exibe uma figura em um *UserForm*.

Os eventos disponíveis para controles *Image* são descritos abaixo:

BeforeDragOver: ocorre enquanto o usuário arrasta e solta os dados sobre a *Image*;

BeforeDropOrPaste: ocorre antes de o usuário estar prestes a soltar ou colar dados na *Image*;

Click: ocorre quando o usuário clica na *Image* com o mouse;

DbClick: ocorre quando o usuário dá um clique duplo na *Image* com o mouse;

Error: ocorre quando a *Image* encontra um erro e não consegue retornar as informações sobre o erro;

MouseDown: ocorre quando o usuário pressiona o botão do mouse dentro das bordas da *Image*;

MouseMove: ocorre quando o usuário move o mouse dentro das bordas da *Image*;

MouseUp: ocorre quando o usuário solta o botão do mouse dentro das bordas da *Image*.

11.3.5.10 Utilizando um SpinButton em um UserForm



Figura 11.54 – SpinButton

Os *SpinButtons* permitem ao usuário incrementar ou decrementar ao longo de uma série de números. Dessa maneira, o usuário é forçado a inserir números ao invés de texto.

Os eventos disponíveis para controles *SpinButton* são descritos abaixo:

AfterUpdate: ocorre depois que os dados do *SpinButton* foram alterados pelo usuário;

BeforeDragOver: ocorre enquanto o usuário arrasta e solta dados sobre o *SpinButton*;

BeforeDropOrPaste: ocorre antes de o usuário estar prestes a soltar ou colar dados no *SpinButton*;

BeforeUpdate: ocorre antes dos dados no *SpinButton* serem alterados;

Change: ocorre quando o valor do *SpinButton* é alterado;

DbClick: ocorre quando o usuário dá um clique duplo no *SpinButton* com o mouse;

Enter: ocorre antes de o *SpinButton* receber o foco de outro controle no mesmo *UserForm*;

Error: ocorre quando o *SpinButton* encontra um erro e não pode retornar as informações sobre o erro;

Exit: ocorre assim que o foco do *SpinButton* passa para outro controle no mesmo *UserForm*;

KeyDown: ocorre quando o usuário pressiona uma tecla no teclado;

KeyPress: ocorre quando o usuário pressiona uma tecla ANSI. Uma tecla ANSI é um caractere digitável, como a letra 'a'. Um caractere não-digitável seria, por exemplo, a tecla Tab;

KeyUp: ocorre quando o usuário solta uma tecla no teclado;

SpinDown: ocorre quando o usuário clica no *SpinButton* inferior ou esquerdo, diminuindo o valor;

SpinUp: ocorre quando o usuário clica no *SpinButton* superior ou direito, aumentando o valor.

11.3.5.11 Utilizando MultiPage para combinar UserForms



Figura 11.55 – MultiPage

Um controle *MultiPage* apresenta múltiplas telas de informação como um único conjunto.

O controle *MultiPage* fornece uma maneira elegante de organizar vários *UserForms*.

Os eventos disponíveis para um controle *MultiPage* são descritos abaixo:

AddControl: ocorre quando um controle é adicionado a uma página do *MultiPage*. Não executa em tempo de projeto ou na inicialização do *UserForm*;

BeforeDragOver: ocorre enquanto o usuário arrasta e solta dados em uma página do *MultiPage*;

BeforeDropOrPaste: ocorre antes de o usuário estar prestes a soltar ou colar dados em uma página do *MultiPage*;

Change: ocorre quando usuário muda as páginas de um *MultiPage*;

Click: ocorre quando o usuário clica em uma página do *MultiPage*;

DbClick: ocorre quando o usuário dá um clique duplo em uma página do controle *MultiPage* com o mouse;

Enter: ocorre antes de o *MultiPage* receber o foco de outro controle no mesmo *UserForm*;

Error: ocorre quando o *MultiPage* encontra um erro e não pode retornar as informações sobre o erro;

Exit: ocorre assim que o *MultiPage* perde foco para outro controle no mesmo *UserForm*;

KeyDown: ocorre quando o usuário pressiona uma tecla no teclado;

KeyPress: ocorre quando o usuário pressiona uma tecla ANSI. Uma tecla ANSI é um caractere digitável, como a letra 'a'. Um caractere não-digitável seria, por exemplo, a tecla Tab;

KeyUp: ocorre quando o usuário solta uma tecla no teclado;

MouseDown: ocorre quando o usuário pressiona o botão do mouse dentro das bordas do *MultiPage*;

MouseMove: ocorre quando o usuário move o mouse dentro das bordas do *MultiPage*;

MouseUp: ocorre quando o usuário libera o botão do mouse dentro das bordas do *MultiPage*;

RemoveControl: ocorre quando um controle é excluído de uma página do *MultiPage*;

Scroll: ocorre quando a *ScrollBar*, se visível, é rolada;

Zoom: ocorre quando o valor de zoom é alterado.

[16].

11.4 Aproximação de Matriz de Cinco Pontos para a Derivada

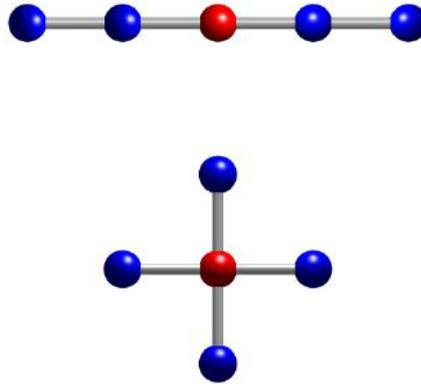


Figura 11.56 – Matriz de Cinco Pontos (retirada de [10]
http://en.wikipedia.org/wiki/Five-point_stencil)

Em análise numérica, dada uma grade quadrada em uma ou duas dimensões, a matriz de cinco pontos de um ponto da grade é constituída pelo próprio ponto e os quatro pontos próximos. Esses cinco pontos são usados para escrever aproximações de diferenças finitas para as derivadas no ponto do meio. Seja $f := x \rightarrow f(x)$ uma função de uma variável, e suponha que f seja uma função analítica²² em um ponto x_0 . Seja h o passo usado para aproximar as derivadas por diferenças finitas. Se $h \approx 0$, então:

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x_0} \approx \frac{-f(x_0 + 2 \cdot h) + 8 \cdot f(x_0 + h) - 8 \cdot f(x_0 - h) + f(x_0 - 2 \cdot h)}{12 \cdot h}$$

Equação 11.55

$$\left. \frac{d^2f}{dx^2} \right|_{x_0} \approx \frac{-f(x_0 + 2 \cdot h) + 16 \cdot f(x_0 + h) - 30 \cdot f(x_0) + 16 \cdot f(x_0 - h) - f(x_0 - 2 \cdot h)}{12 \cdot h^2}$$

Equação 11.56

$$\left. \frac{d^3f}{dx^3} \right|_{x_0} \approx \frac{f(x_0 + 2 \cdot h) - 2 \cdot f(x_0 + h) + 2 \cdot f(x_0 - h) - f(x_0 - 2 \cdot h)}{2 \cdot h^3}$$

Equação 11.57

²² Uma função f é analítica num ponto x_0 se, e somente se, f puder ser expandida em série de Taylor em x_0 [10].

$$\boxed{\frac{d^4 f}{dx^4} \Big|_{x_0} \approx \frac{f(x_0 + 2 \cdot h) - 4 \cdot f(x_0 + h) + 6 \cdot f(x_0) - 4 \cdot f(x_0 - h) + f(x_0 - 2 \cdot h)}{h^4}}$$

Equação 11.58

Para acharmos uma aproximação para $\frac{d^5 f}{dx^5} \Big|_{x_0}$ vamos usar uma matriz de sete pontos, assim:

$$\boxed{\frac{d^5 f}{dx^5} \Big|_{x_0} \approx \frac{f(x_0 + 3 \cdot h) - 4 \cdot f(x_0 + 2 \cdot h) + 5 \cdot f(x_0 + h) - 5 \cdot f(x_0 - h) + 4 \cdot f(x_0 - 2 \cdot h) - f(x_0 - 3 \cdot h)}{2 \cdot h^5}}$$

Equação 11.59

Demonstração da Equação 11.55:

Seja $f := x \rightarrow f(x)$ uma função de uma variável, e suponha que f seja uma função analítica em um ponto x_0 . Expandindo f em série de Taylor²³ em x_0 temos:

$$f(x_0 + h) = f(x_0) + h \cdot \frac{df}{dx} \Big|_{x_0} + \frac{h^2}{2} \cdot \frac{d^2 f}{dx^2} \Big|_{x_0} + \frac{h^3}{6} \cdot \frac{d^3 f}{dx^3} \Big|_{x_0} + \frac{h^4}{24} \cdot \frac{d^4 f}{dx^4} \Big|_{x_0} + \frac{h^5}{120} \cdot \frac{d^5 f}{dx^5} \Big|_{x_0} + O(h^6) + O(h^7)$$

$$f(x_0 - h) = f(x_0) - h \cdot \frac{df}{dx} \Big|_{x_0} + \frac{h^2}{2} \cdot \frac{d^2 f}{dx^2} \Big|_{x_0} - \frac{h^3}{6} \cdot \frac{d^3 f}{dx^3} \Big|_{x_0} + \frac{h^4}{24} \cdot \frac{d^4 f}{dx^4} \Big|_{x_0} - \frac{h^5}{120} \cdot \frac{d^5 f}{dx^5} \Big|_{x_0} + O(h^6) - O(h^7)$$

Avaliando $f(x_0 + h) - f(x_0 - h)$ vem:

$$f(x_0 + h) - f(x_0 - h) = 2 \cdot h \cdot \frac{df}{dx} \Big|_{x_0} + \frac{h^3}{3} \cdot \frac{d^3 f}{dx^3} \Big|_{x_0} + \frac{h^5}{60} \cdot \frac{d^5 f}{dx^5} \Big|_{x_0} + O(h^7)$$

Assim:

$$\frac{h^3}{3} \cdot \frac{d^3 f}{dx^3} \Big|_{x_0} = f(x_0 + h) - f(x_0 - h) - 2 \cdot h \cdot \frac{df}{dx} \Big|_{x_0} - \frac{h^5}{60} \cdot \frac{d^5 f}{dx^5} \Big|_{x_0} - O(h^7)$$

Analogamente, temos:

$$f(x_0 + 2 \cdot h) = f(x_0) + 2 \cdot h \cdot \frac{df}{dx} \Big|_{x_0} + 2 \cdot h^2 \cdot \frac{d^2 f}{dx^2} \Big|_{x_0} + \frac{4 \cdot h^3}{3} \cdot \frac{d^3 f}{dx^3} \Big|_{x_0} + \frac{2 \cdot h^4}{3} \cdot \frac{d^4 f}{dx^4} \Big|_{x_0} + \frac{4 \cdot h^5}{15} \cdot \frac{d^5 f}{dx^5} \Big|_{x_0} + O(h^6) + O(h^7)$$

$$f(x_0 - 2 \cdot h) = f(x_0) - 2 \cdot h \cdot \frac{df}{dx} \Big|_{x_0} + 2 \cdot h^2 \cdot \frac{d^2 f}{dx^2} \Big|_{x_0} - \frac{4 \cdot h^3}{3} \cdot \frac{d^3 f}{dx^3} \Big|_{x_0} + \frac{2 \cdot h^4}{3} \cdot \frac{d^4 f}{dx^4} \Big|_{x_0} - \frac{4 \cdot h^5}{15} \cdot \frac{d^5 f}{dx^5} \Big|_{x_0} + O(h^6) - O(h^7)$$

²³ Brook Taylor (1685 – 1731): foi um matemático britânico [10].

Avaliando $f(x_0 + 2 \cdot h) - f(x_0 - 2 \cdot h)$ vem:

$$f(x_0 + 2 \cdot h) - f(x_0 - 2 \cdot h) = 4 \cdot h \cdot \left. \frac{df}{dx} \right|_{x_0} + \frac{8 \cdot h^3}{3} \cdot \left. \frac{d^3 f}{dx^3} \right|_{x_0} + \frac{8 \cdot h^5}{15} \cdot \left. \frac{d^5 f}{dx^5} \right|_{x_0} + O(h^7)$$

Substituindo a expressão de $\frac{h^3}{3} \cdot \left. \frac{d^3 f}{dx^3} \right|_{x_0}$ na expressão de $f(x_0 + 2 \cdot h) - f(x_0 - 2 \cdot h)$ vem:

$$f(x_0 + 2 \cdot h) - f(x_0 - 2 \cdot h) = -12 \cdot h \cdot \left. \frac{df}{dx} \right|_{x_0} + 8 \cdot f(x_0 + h) - 8 \cdot f(x_0 - h) + \frac{2 \cdot h^5}{5} \cdot \left. \frac{d^5 f}{dx^5} \right|_{x_0} + O(h^7)$$

E finalmente temos:

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x_0} = \frac{-f(x_0+2 \cdot h)+8 \cdot f(x_0+h)-8 \cdot f(x_0-h)+f(x_0-2 \cdot h)}{12 \cdot h} + \frac{h^4}{30} \cdot \left. \frac{d^5 f}{dx^5} \right|_{x_0} + O(h^6)$$

Se $h \approx 0$, segue a Equação 11.55.

[10].

A demonstração das Equação 11.56, Equação 11.57, Equação 11.58, Equação 11.59 são análogas à demonstração da Equação 11.55, e obtemos:

$$\left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_{x_0} = \frac{-f(x_0+2 \cdot h)+16 \cdot f(x_0+h)-30 \cdot f(x_0)+16 \cdot f(x_0-h)-f(x_0-2 \cdot h)}{12 \cdot h^2} + \frac{h^4}{90} \cdot \left. \frac{d^6 f}{dx^6} \right|_{x_0} + O(h^5)$$

$$\left. \frac{d^3 f}{dx^3} \right|_{x_0} = \frac{f(x_0+2 \cdot h)-2 \cdot f(x_0+h)+2 \cdot f(x_0-h)-f(x_0-2 \cdot h)}{2 \cdot h^3} - \frac{h^2}{4} \cdot \left. \frac{d^5 f}{dx^5} \right|_{x_0} + O(h^4)$$

$$\left. \frac{d^4 f}{dx^4} \right|_{x_0} = \frac{f(x_0+2 \cdot h)-4 \cdot f(x_0+h)+6 \cdot f(x_0)-4 \cdot f(x_0-h)+f(x_0-2 \cdot h)}{h^4} - \frac{h^2}{6} \cdot \left. \frac{d^6 f}{dx^6} \right|_{x_0} + O(h^4)$$

$$\left. \frac{d^5 f}{dx^5} \right|_{x_0} = \frac{f(x_0+3 \cdot h)-4 \cdot f(x_0+2 \cdot h)+5 \cdot f(x_0+h)-5 \cdot f(x_0-h)+4 \cdot f(x_0-2 \cdot h)-f(x_0-3 \cdot h)}{2 \cdot h^5} - \frac{h^2}{3} \cdot \left. \frac{d^7 f}{dx^7} \right|_{x_0} + O(h^4)$$

Se $h \approx 0$, seguem as Equação 11.56, Equação 11.57, Equação 11.58, Equação 11.59.

11.5 Adaptação do Método de Newton²⁴-Raphson²⁵

Em análise numérica, o método de Newton-Raphson é um método para encontrar aproximações sucessivamente melhores para as raízes de uma função.

Seja $f := x \rightarrow f(x)$ uma função de uma variável. Dada uma estimativa inicial x_0 para a raiz de $f(x)$, a estimativa x_{n+1} para a raiz de $f(x)$, é dada, pelo método de Newton-Raphson, por:

$$x_{n+1} := x_n - \frac{f(x_n)}{\left. \frac{df}{dx} \right|_{x_n}}$$

Equação 11.60

Supondo que $\left. \frac{df}{dx} \right|_{x_n} \neq 0$.

Seja r a raiz de $f(x)$. Definimos o erro ϵ_n da estimativa x_n por: $\epsilon_n := |r - x_n|$. Analogamente, $\epsilon_{n+1} := |r - x_{n+1}|$. Para o método de Newton-Raphson, se $f := x \rightarrow f(x)$ for uma função analítica em x_n , e se $\epsilon_n \approx 0$, temos:

$$\epsilon_{n+1} \approx \frac{1}{2} \cdot \left| \frac{\left. \frac{d^2f}{dx^2} \right|_{x_n}}{\left. \frac{df}{dx} \right|_{x_n}} \right| \cdot \epsilon_n^2$$

Equação 11.61

O método converge para a raiz r de $f(x)$ se, e somente se, $\epsilon_{n+1} < \epsilon_n$ para todo n a partir de um certo número de iterações.

Demonstração da Equação 11.61:

Seja $f := x \rightarrow f(x)$ uma função de uma variável, e suponha que f seja uma função analítica em x_n . Expandindo f em série de Taylor em x_n temos:

$$f(r) = f(x_n) + \left. \frac{df}{dx} \right|_{x_n} \cdot (r - x_n) + \frac{1}{2} \cdot \left. \frac{d^2f}{dx^2} \right|_{x_n} \cdot (r - x_n)^2 + O((r - x_n)^3) = 0$$

$$\frac{f(x_n)}{\left. \frac{df}{dx} \right|_{x_n}} + (r - x_n) + O((r - x_n)^3) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\left. \frac{d^2f}{dx^2} \right|_{x_n}}{\left. \frac{df}{dx} \right|_{x_n}} \cdot (r - x_n)^2$$

²⁴ Sir Isaac Newton (1642 – 1727): foi um físico e matemático inglês [10].

²⁵ Joseph Raphson (1648 – 1715): foi um matemático inglês [10].

Mas, usando a Equação 11.60, vem:

$$(r - x_{n+1}) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{d^2 f}{dx^2}|_{x_n}}{\frac{df}{dx}|_{x_n}} \cdot (r - x_n)^2 + O((r - x_n)^3)$$

Se $\epsilon_n := |r - x_n| \approx 0$, temos:

$$(r - x_{n+1}) \approx -\frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{d^2 f}{dx^2}|_{x_n}}{\frac{df}{dx}|_{x_n}} \cdot (r - x_n)^2$$

$$|r - x_{n+1}| \approx \frac{1}{2} \cdot \left| \frac{\frac{d^2 f}{dx^2}|_{x_n}}{\frac{df}{dx}|_{x_n}} \right| \cdot |r - x_n|^2$$

E finalmente temos:

$$\epsilon_{n+1} \approx \frac{1}{2} \cdot \left| \frac{\frac{d^2 f}{dx^2}|_{x_n}}{\frac{df}{dx}|_{x_n}} \right| \cdot \epsilon_n^2$$

[10], [22].

Para $n = 0$, se $\epsilon_0 := |r - x_0| \approx 0$, usando a Equação 11.61, temos:

$$\epsilon_1 \approx \frac{1}{2} \cdot \left| \frac{\frac{d^2 f}{dx^2}|_{x_0}}{\frac{df}{dx}|_{x_0}} \right| \cdot |r - x_0|^2$$

E para que $\epsilon_1 < \epsilon_0$, se $\frac{d^2 f}{dx^2}|_{x_0} \neq 0$, devemos ter:

$$\boxed{|r - x_0| < 2 \cdot \left| \frac{\frac{df}{dx}|_{x_0}}{\frac{d^2 f}{dx^2}|_{x_0}} \right|}$$

Equação 11.62

Porém, geralmente não sabemos r , e podemos ter $\epsilon_0 := |r - x_0| \gg 0$. Nesse caso, não podemos usar a Equação 11.62. Mas se $\frac{d^2 f}{dx^2}|_{x_1} \neq 0$, podemos usar a seguinte aproximação da Equação 11.62:

$$\boxed{|x_2 - x_1| < 2 \cdot \left| \frac{\frac{df}{dx}|_{x_1}}{\frac{d^2 f}{dx^2}|_{x_1}} \right|}$$

Equação 11.63

A adaptação do método de Newton-Raphson feita neste trabalho consiste em usar a aproximação de matriz de cinco pontos para $\frac{df}{dx}\Big|_{x_n}$ na Equação 11.60. Assim:

$$x_{n+1} := x_n - \frac{f(x_n)}{Q1(x_n)}$$

Equação 11.64

Onde:

$$Q1(x_n) := \frac{-f(x_n + 2 \cdot h) + 8 \cdot f(x_n + h) - 8 \cdot f(x_n - h) + f(x_n - 2 \cdot h)}{12 \cdot h}$$

Equação 11.65

Para a adaptação do método de Newton-Raphson, se $f := x \rightarrow f(x)$ for uma função analítica em x_n , se $\epsilon_n \approx 0$ e $h \approx 0$, temos:

$$\epsilon_{n+1} \leq \frac{1}{2} \cdot \left| \frac{\frac{d^2 f}{dx^2}\Big|_{x_n}}{\frac{df}{dx}\Big|_{x_n}} \right| \cdot \epsilon_n^2 + |f(x_n)| \cdot \frac{\left| \frac{d^5 f}{dx^5}\Big|_{x_n} \right|}{\left(\frac{df}{dx}\Big|_{x_n} \right)^2} \cdot \frac{h^4}{30}$$

Equação 11.66

Observe que na Equação 11.66 há um termo proporcional a h^4 que, dependendo do valor de h pode ocasionar a não convergência da adaptação do método de Newton-Raphson para casos aonde o método de Newton-Raphson convergiria.

Demonstração da Equação 11.66:

Seja $f := x \rightarrow f(x)$ uma função de uma variável, e suponha que f seja uma função analítica em x_n . Na adaptação do método de Newton-Raphson, temos:

$$x_{n+1} := x_n - \frac{f(x_n)}{Q1(x_n)}$$

Onde:

$$Q1(x_n) := \frac{-f(x_n+2 \cdot h)+8 \cdot f(x_n+h)-8 \cdot f(x_n-h)+f(x_n-2 \cdot h)}{12 \cdot h}$$

Mas, como f é uma função analítica em x_n , da demonstração da Equação 11.55, temos:

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x_n} = \frac{-f(x_n+2\cdot h)+8\cdot f(x_n+h)-8\cdot f(x_n-h)+f(x_n-2\cdot h)}{12\cdot h} + \frac{h^4}{30} \cdot \left. \frac{d^5 f}{dx^5} \right|_{x_n} + O(h^6)$$

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x_n} = Q1(x_n) + \frac{h^4}{30} \cdot \left. \frac{d^5 f}{dx^5} \right|_{x_n} + O(h^6)$$

Assim:

$$x_{n+1} := x_n - \frac{f(x_n)}{\left. \frac{df}{dx} \right|_{x_n} - \frac{h^4}{30} \left. \frac{d^5 f}{dx^5} \right|_{x_n} - O(h^6)}$$

$$x_{n+1} := x_n - \frac{f(x_n)}{\left. \frac{df}{dx} \right|_{x_n}} \cdot \left(1 + \frac{\frac{h^4}{30} \left. \frac{d^5 f}{dx^5} \right|_{x_n}}{\left. \frac{df}{dx} \right|_{x_n}} + O(h^6) \right)$$

$$x_{n+1} := x_n - \frac{f(x_n)}{\left. \frac{df}{dx} \right|_{x_n}} - f(x_n) \cdot \frac{\frac{h^4}{30} \left. \frac{d^5 f}{dx^5} \right|_{x_n}}{\left(\left. \frac{df}{dx} \right|_{x_n} \right)^2} + O(h^6)$$

Seja r a raiz de $f(x)$, como f é uma função analítica em x_n , da demonstração da Equação 11.61, temos:

$$r - \left(x_n - \frac{f(x_n)}{\left. \frac{df}{dx} \right|_{x_n}} \right) + O((r - x_n)^3) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_{x_n}}{\left. \frac{df}{dx} \right|_{x_n}} \cdot (r - x_n)^2$$

Assim:

$$r - x_{n+1} - \left(f(x_n) \cdot \frac{\frac{h^4}{30} \left. \frac{d^5 f}{dx^5} \right|_{x_n}}{\left(\left. \frac{df}{dx} \right|_{x_n} \right)^2} + O(h^6) \right) + O((r - x_n)^3) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_{x_n}}{\left. \frac{df}{dx} \right|_{x_n}} \cdot (r - x_n)^2$$

Se $\epsilon_n := |r - x_n| \approx 0$ e $h \approx 0$, temos:

$$r - x_{n+1} \approx -\frac{1}{2} \cdot \frac{\left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_{x_n}}{\left. \frac{df}{dx} \right|_{x_n}} \cdot (r - x_n)^2 + f(x_n) \cdot \frac{\frac{h^4}{30} \left. \frac{d^5 f}{dx^5} \right|_{x_n}}{\left(\left. \frac{df}{dx} \right|_{x_n} \right)^2}$$

$$|r - x_{n+1}| \approx \left| -\frac{1}{2} \cdot \frac{\left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_{x_n}}{\left. \frac{df}{dx} \right|_{x_n}} \cdot (r - x_n)^2 + f(x_n) \cdot \frac{\frac{h^4}{30} \left. \frac{d^5 f}{dx^5} \right|_{x_n}}{\left(\left. \frac{df}{dx} \right|_{x_n} \right)^2} \right|$$

Usando a desigualdade triangular²⁶, vem:

²⁶ Sejam a, b números Reais. Denomina-se desigualdade triangular a seguinte desigualdade: $|a + b| \leq |a| + |b|$ [10].

$$|r - x_{n+1}| \leq \frac{1}{2} \cdot \left| \frac{\frac{d^2 f}{dx^2}|_{x_n}}{\frac{df}{dx}|_{x_n}} \right| \cdot |r - x_n|^2 + |f(x_n)| \cdot \frac{\left| \frac{d^5 f}{dx^5}|_{x_n} \right|}{\left(\frac{df}{dx}|_{x_n} \right)^2} \cdot \frac{h^4}{30}$$

E finalmente temos:

$$\epsilon_{n+1} \leq \frac{1}{2} \cdot \left| \frac{\frac{d^2 f}{dx^2}|_{x_n}}{\frac{df}{dx}|_{x_n}} \right| \cdot \epsilon_n^2 + |f(x_n)| \cdot \frac{\left| \frac{d^5 f}{dx^5}|_{x_n} \right|}{\left(\frac{df}{dx}|_{x_n} \right)^2} \cdot \frac{h^4}{30}$$

Para $n = 0$, se $\epsilon_0 := |r - x_0| \approx 0$, usando a Equação 11.66, temos:

$$\epsilon_1 \leq \frac{1}{2} \cdot \left| \frac{\frac{d^2 f}{dx^2}|_{x_0}}{\frac{df}{dx}|_{x_0}} \right| \cdot |r - x_0|^2 + |f(x_0)| \cdot \frac{\left| \frac{d^5 f}{dx^5}|_{x_0} \right|}{\left(\frac{df}{dx}|_{x_0} \right)^2} \cdot \frac{h^4}{30}$$

E para que $\epsilon_1 < \epsilon_0$, se $\frac{d^5 f}{dx^5}|_{x_0} \neq 0$, é suficiente que:

$$h^4 < \frac{30}{|f(x_0)|} \cdot \frac{\left(\frac{df}{dx}|_{x_0} \right)^2}{\left| \frac{d^5 f}{dx^5}|_{x_0} \right|} \cdot |r - x_0| - \frac{15}{|f(x_0)|} \cdot \frac{\left| \frac{d^2 f}{dx^2}|_{x_0} \right| \cdot \left| \frac{df}{dx}|_{x_0} \right|}{\left| \frac{d^5 f}{dx^5}|_{x_0} \right|} \cdot |r - x_0|^2$$

Por suposição, $\epsilon_0 := |r - x_0| \approx 0$, assim, para que $\epsilon_1 < \epsilon_0$, é suficiente que:

$$h^4 < \frac{30}{|f(x_0)|} \cdot \frac{\left(\frac{df}{dx}|_{x_0} \right)^2}{\left| \frac{d^5 f}{dx^5}|_{x_0} \right|} \cdot |r - x_0|$$

Equação 11.67

Porém, geralmente não sabemos r , e podemos ter $\epsilon_0 := |r - x_0| \gg 0$. Nesse caso, não podemos usar a Equação 11.67. Mas se $\frac{d^5 f}{dx^5}|_{x_1} \neq 0$, podemos usar a seguinte aproximação da Equação 11.67:

$$h^4 < \frac{30}{|f(x_1)|} \cdot \frac{\left(\left.\frac{df}{dx}\right|_{x_1}\right)^2}{\left|\left.\frac{d^5f}{dx^5}\right|_{x_1}\right|} \cdot |x_2 - x_1|$$

Equação 11.68