

Universidade Federal do Rio de Janeiro

**ANÁLISE COMPARATIVA DE UMA ESTRUTURA  
DE EDIFÍCIO EM LAJE LISA PELOS  
PROGRAMAS SAP2000 E EBERICK**

Danilo de Araujo Canaes

2013



Universidade Federal  
do Rio de Janeiro  
Escola Politécnica

**ANÁLISE COMPARATIVA DE UMA ESTRUTURA DE  
EDÍFICIO EM LAJE LISA PELOS PROGRAMAS  
SAP2000 E EBERICK**

Danilo de Araujo Canaes

Projeto de Graduação apresentado ao Curso de  
Engenharia Civil da Escola Politécnica,  
Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte  
dos requisitos necessários à obtenção do título de  
Engenheiro.

Orientador:

Henrique Innecco Longo

Rio de Janeiro

Outubro de 2013

ANÁLISE COMPARATIVA DE UMA ESTRUTURA DE EDIFÍCIO EM LAJE LISA  
PELOS PROGRAMAS SAP2000 E EBERICK

Danilo de Araujo Canaes

PROJETO DE GRADUAÇÃO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO CURSO  
DE ENGENHARIA CIVIL DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO CIVIL.

Examinado por:

---

Prof. Henrique Innecco Longo, D. Sc.

---

Prof. Sérgio Hampshire de Carvalho Santos, D. Sc.

---

Prof. Bruno Martins Jacovazzo, D. Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

OUTUBRO de 2013

Canaes, Danilo de Araujo

Análise Comparativa de uma Estrutura de Edifício em Laje Lisa pelos Programas SAP2000 e Eberick / Danilo de Araujo Canaes – Rio de Janeiro: UFRJ/ Escola Politécnica, 2013.  
ix, 86 p.: il.; 29,7cm.

Orientador: Henrique Innecco Longo

Projeto de Graduação – UFRJ/ Escola Politécnica/ Curso de Engenharia Civil, 2013.

Referência Bibliográfica: p. 85.

1. Introdução 2. Considerações Iniciais 3. Análise do Pavimento Tipo via SAP2000. Análise do Pavimento Tipo via Eberick 5. Comparação dos Resultados da Análise do Pavimento Tipo 6. Estabilidade Global da Estrutura 7. Ação do Vento pelos dois Programas 8. Verificação das Armaduras calculadas pelo programa Eberick.

I. Henrique Innecco Longo. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica. Curso de Engenharia Civil. III. Análise Comparativa de uma Estrutura de Edifício em Laje Lisa pelos Programas SAP2000 e Eberick.

Resumo do Projeto de Graduação apresentado à Escola Politécnica/ UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheiro Civil.

Análise Comparativa de uma Estrutura de Edifício em Laje Lisa pelos Programas

SAP2000 e Eberick

Danilo de Araujo Canaes

Outubro/2013

Orientador: Henrique Innecco Longo

Curso: Engenharia Civil

Neste trabalho foi efetuada uma análise comparativa dos programas SAP2000 e Eberick na elaboração estrutural de um prédio comercial em concreto armado com sistema estrutural em laje lisa. Neste trabalho, foi feito um estudo inicial estrutural, uma modelagem da estrutura, uma análise do pavimento tipo pelo SAP2000 e Eberick, verificação da estabilidade global da estrutura por SAP2000 e o estudo da ação do vento com comparação dos resultados. Também foi feita uma verificação das armaduras geradas pelo programa Eberick.

Palavras-chave: concreto armado, lajes lisas, modelagem computacional, análise estrutural, análise comparativa.

Abstract of Undergraduate Project presented to POLI/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Engineer.

Comparative Analysis of a Building Structure in Flat Slabs by Programs

SAP2000 and Eberick

Danilo de Araujo Canaes

October/2013

Advisor: Henrique Innecco Longo

Course: Civil Engineering

In this work a comparative analysis was carried out of programs SAP2000 and Eberick for structural design of a commercial building in flat slab reinforced concrete structural system. This work includes: initial structural study, modeling of the structure, an analysis of the typical floor by SAP2000 and Eberick, checking the overall stability of the structure by SAP2000 and wind analysis compared with the results. We also performed a check of Eberick reinforcement generated by the program.

Keywords: reinforced concrete, flat slabs, computational modeling, structural analysis, comparative analysis.

## **Agradecimentos**

- A Deus, por ser o provedor e mantenedor de todas as coisas.
- Ao professor Henrique Innecco Longo, pela orientação, atenção e paciência durante a realização deste trabalho.
- Aos meus pais, por seu amor, cuidados e apoio durante esta longa caminhada.
- Ao engenheiro e mestre Mauro Jorge da Costa Santos, por tudo o que me ensinou e ainda ensina, sobre estruturas civis em geral.

## Sumário

|  |    |
|--|----|
| 1. Introdução .....  | 1  |
| 2. Considerações Iniciais .....                            | 3  |
| 2.1. Análise da Arquitetura do Pavimento Tipo .....        | 3  |
| 2.2. Material Construtivo a ser Adotado.....               | 5  |
| 2.2.1. Concreto Estrutural.....                            | 5  |
| 2.2.2. Aço Estrutural.....                                 | 5  |
| 2.3. Sistema Estrutural Adotado .....                      | 6  |
| 2.4. Cargas Atuantes na Estrutura.....                     | 8  |
| 2.4.1. Peso Próprio.....                                   | 8  |
| 2.4.2. Revestimento dos Pisos .....                        | 9  |
| 2.4.3. Sobrecargas de Utilização .....                     | 9  |
| 2.4.4. Cargas das Divisórias .....                         | 9  |
| 2.4.5. Cargas de sobrecarga e revestimento da Escada ..... | 10 |
| 2.5. Verificação dos Elementos da Estrutura.....           | 11 |
| 2.5.1. Verificação da Flexão na Laje Lisa .....            | 11 |
| 2.5.2. Verificação do Punctionamento na Laje Lisa.....     | 11 |
| 2.5.3. Verificação das Vigas.....                          | 13 |
| 2.5.4. Verificação dos Pilares .....                       | 16 |
| 3. Análise do Pavimento Tipo via SAP2000 .....             | 20 |
| 3.1. Dados de Entrada da Estrutura.....                    | 20 |
| 3.1.1. Unifilar .....                                      | 20 |

|   |    |
|---|----|
| 3.1.2. Caracterização do Concreto Estrutural .....              | 21 |
| 3.1.3. Descrição dos Elementos Estruturais .....                | 21 |
| 3.1.4. Carregamentos .....                                      | 25 |
| 3.1.5. Combinações de Ações.....                                | 30 |
| 3.2. Resultados da Análise da Estrutura do Pavimento Tipo.....  | 31 |
| 3.2.1. Esforços Solicitantes.....                               | 31 |
| 3.2.2. Deslocamentos da Estrutura .....                         | 35 |
| 3.2.3. Reações de Apoio .....                                   | 36 |
| 4. Análise do Pavimento Tipo via Eberick .....                  | 37 |
| 4.1. Dados de Entrada da Estrutura.....                         | 37 |
| 4.1.1. Unifilar .....   | 37 |
| 4.1.2. Definição da Estrutura do Pavimento Tipo .....           | 37 |
| 4.1.3. Definição dos Materiais.....                             | 37 |
| 4.1.4. Descrição dos Elementos Estruturais .....                | 38 |
| 4.1.5. Carregamentos .....                                      | 41 |
| 4.1.6. Combinações de Ações.....                                | 43 |
| 4.2. Resultados da Análise da Estrutura do Pavimento Tipo.....  | 46 |
| 4.2.1. Esforços solicitantes .....                              | 46 |
| 4.2.2. Deslocamentos da Estrutura .....                         | 49 |
| 4.2.3. Reações de Apoio .....                                   | 51 |
| 5. Comparação dos Resultados da Análise do Pavimento Tipo ..... | 52 |
| 5.1. Esforços Solicitantes.....                                 | 52 |

|   |    |
|---|----|
| 5.2. Deslocamentos da Estrutura.....  | 53 |
| 5.3. Reações de Apoio .....   | 54 |
| 6. Estabilidade Global da Estrutura .....                                     | 56 |
| 6.1. Cálculo das Rijezas dos Pilares .....                                    | 57 |
| 6.2. Verificação da Estabilidade Global da Estrutura.....                     | 59 |
| 7. Ação do Vento pelos dois Programas.....                                    | 61 |
| 7.1. Pressão Dinâmica do Vento .....  | 61 |
| 7.2. Coeficiente de Pressão Externa.....                                      | 62 |
| 7.3. Coeficiente de Pressão Interna.....                                      | 62 |
| 7.4. Cálculo da Força do Vento .....  | 63 |
| 7.4.1. Cálculo via SAP2000 .....  | 63 |
| 7.4.2. Cálculo via Eberick .....  | 66 |
| 7.5. Comparação da Ação do Vento entre os Programas.....                      | 69 |
| 8. Verificação das Armaduras calculadas pelo Programa Eberick .....           | 70 |
| 8.1. Verificação das Armaduras de Flexão Simples de Vigas e da Laje Lisa..... | 70 |
| 8.1.1. Método de Cálculo da Flexão Simples para Seção Retangular .....        | 70 |
| 8.1.2. Verificação da Armadura de Flexão Simples das Vigas .....              | 72 |
| 8.1.3. Verificação da Armadura de Flexão Simples da Laje Lisa .....           | 73 |
| 8.2. Verificação dos Estripos das Vigas .....                                 | 74 |
| 8.2.1. Método de Cálculo dos Estripos para Seção Retangular .....             | 74 |
| 8.2.2. Verificação das Armaduras Transversais das Vigas.....                  | 75 |
| 8.3. Verificação das Armaduras de Flexão Composta Oblíqua dos Pilares.....    | 76 |

|  |    |
|--|----|
| 8.3.1. Método de Cálculo de Flexão Composta Oblíqua para Seção Retangular... | 76 |
| 8.3.2. Verificação da Armadura dos Pilares .....                             | 77 |
| 9. Conclusão .....   | 80 |
| Bibliografia.....  | 85 |

## Índice de figuras

|  |    |
|--|----|
| Figura 1 – Planta de arquitetura do pavimento tipo.....                                    | 4  |
| Figura 2 – Planta de fôrmas do pavimento tipo.....   | 7  |
| Figura 3 – Perímetro crítico em pilares internos .....                                     | 12 |
| Figura 4 – Quinhão de carga da laje para a viga V1.....                                    | 14 |
| Figura 5 – Quinhão de carga da laje para a viga V7.....                                    | 15 |
| Figura 6 - Área de influência do pilar P1 .....  | 17 |
| Figura 7 - Área de influência do pilar P2 .....  | 18 |
| Figura 8 - Área de influência do pilar P6 .....  | 19 |
| Figura 9 - Unifilar da estrutura do pavimento tipo.....                                    | 20 |
| Figura 10 - Caracterização do concreto estrutural C40 via SAP2000.....                     | 21 |
| Figura 11 - Descrição dos pilares de 30x120 via SAP2000 .....                              | 21 |
| Figura 12 - Descrição das vigas de 30x60 via SAP2000.....                                  | 22 |
| Figura 13 - Descrição da laje lisa - h=25cm via SAP2000.....                               | 22 |
| Figura 14 - Descrição do elemento finito das paredes via SAP2000 .....                     | 23 |
| Figura 15 - Estrutura do pavimento tipo em eixos médios via SAP2000 .....                  | 23 |
| Figura 16 - Estrutura do pavimento tipo em 3D sem a laje lisa via SAP2000 .....            | 24 |
| Figura 17 - Estrutura do pavimento tipo em 3D via SAP2000.....                             | 24 |
| Figura 18 - Lista de carregamentos via SAP2000 .....                                       | 25 |
| Figura 19 - Lista de casos de cargas via SAP2000.....                                      | 25 |
| Figura 20 - Carregamento de alvenaria aplicado em vigas e na laje lisa via SAP2000 ..      | 26 |
| Figura 21 - Descrição do carregamento de alvenaria aplicado em vigas via SAP2000 ..        | 26 |
| Figura 22 - Descrição do carregamento de alvenaria aplicado na laje lisa via SAP2000 ..... | 27 |
| Figura 23 - Sobrecarga( $\text{kN}/\text{m}^2$ ) aplicada na laje lisa via SAP2000.....    | 27 |

|   |    |
|---|----|
| Figura 24 - Revestimento( $N/m^2$ ) aplicado na laje lisa via SAP2000 ..... | 28 |
| Figura 25 - Reação do peso próprio da escada na viga V4 via SAP2000 .....   | 28 |
| Figura 26 - Reação da sobrecarga da escada na viga V4 via SAP2000 .....     | 29 |
| Figura 27 - Reação de revestimento da escada na viga V4 via SAP2000 .....   | 29 |
| Figura 28 - Reações da escada na Parede 1 via SAP2000.....                  | 29 |
| Figura 29 - Combinação ELU via SAP2000 .....                                | 30 |
| Figura 30 - Combinação ELS via SAP2000.....                                 | 30 |
| Figura 31 - Combinação de reação de apoio via SAP2000 .....                 | 31 |
| Figura 32 - $V_d(kN)$ da viga V1 via SAP2000.....                           | 31 |
| Figura 33 - $M_d(kNm)$ da viga V1 via SAP2000 .....                         | 32 |
| Figura 34 - $V_d(kN)$ da viga V6 via SAP2000.....                           | 32 |
| Figura 35 - $M_d(kNm)$ da viga V6 via SAP2000 .....                         | 32 |
| Figura 36 - $M_{xd}(kNm/m)$ da laje lisa via SAP2000 .....                  | 33 |
| Figura 37 - $M_{yd}(kNm/m)$ da laje lisa via SAP2000 .....                  | 34 |
| Figura 38 - Deslocamentos(m e rad) na viga V1 via SAP2000.....              | 35 |
| Figura 39 - Deslocamentos(m e rad) na viga V6 via SAP2000.....              | 35 |
| Figura 40 - Deslocamentos(m e rad) na laje lisa via SAP2000 .....           | 36 |
| Figura 41 - Reações dos pilares via SAP2000.....                            | 36 |
| Figura 42 - Definição da estrutura do pavimento tipo via Eberick .....      | 37 |
| Figura 43 - Definição dos materiais via Eberick .....                       | 38 |
| Figura 44 - Descrição do pilar P1 via Eberick.....                          | 38 |
| Figura 45 - Descrição da viga V1 via Eberick .....                          | 39 |
| Figura 46 - Descrição da laje lisa via Eberick .....                        | 39 |
| Figura 47 - Estrutura do pavimento tipo em planta via Eberick.....          | 40 |
| Figura 48 - Estrutura do pavimento tipo em 3D via Eberick.....              | 41 |

|   |    |
|---|----|
| Figura 49 - Aplicação da carga de alvenaria na viga V1 via Eberick .....  | 41 |
| Figura 50 - Aplicação da sobrecarga e revestimento na laje lisa via Eberick .....                                   | 42 |
| Figura 51 - Aplicação das reações da escada na viga V4 via Eberick.....   | 42 |
| Figura 52 - Aplicação das reações da escada na Parede 1 via Eberick .....   | 42 |
| Figura 53 - Aplicação da carga de alvenaria na laje lisa via Eberick.....   | 43 |
| Figura 54 - Ação de peso próprio da estrutura via Eberick .....   | 43 |
| Figura 55 - Ação de carga permanente(paredes e revestimento) da estrutura via Eberick .....                         | 44 |
| Figura 56 - Ação de sobrecarga via Eberick.....   | 44 |
| Figura 57 - Combinação ELU via Eberick .....  | 45 |
| Figura 58 - Combinação ELS via Eberick.....   | 45 |
| Figura 59 - Combinação de reações via Eberick .....   | 46 |
| Figura 60 - Esforço cortante da viga V1 via Eberick .....   | 46 |
| Figura 61 - Momento fletor da viga V1 via Eberick .....   | 47 |
| Figura 62 - Esforço cortante da viga V6 via Eberick .....   | 47 |
| Figura 63 - Momento fletor da viga V6 via Eberick .....   | 47 |
| Figura 64 - Momentos fletores da laje lisa via Eberick .....  | 48 |
| Figura 65 - $M_{xd}$ da laje lisa sobre o pilar P7 via Eberick.....   | 48 |
| Figura 66 - $M_{yd}$ da laje lisa sobre o pilar P13 via Eberick.....  | 49 |
| Figura 67 - Deslocamento vertical da viga V1 via Eberick.....   | 49 |
| Figura 68 - Deslocamento vertical da viga V6 via Eberick.....   | 50 |
| Figura 69 - Deslocamento vertical(cm) da laje lisa na região dos pilares P13, P16, P17 e Parede 2 via Eberick ..... | 50 |
| Figura 70 - Força horizontal na direção x aplicada no topo da estrutura .....                                       | 57 |
| Figura 71 - Força horizontal na direção y aplicada no topo da estrutura .....                                       | 58 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 72 - Deslocamento horizontal(m e rad) no topo dos pilares para força na direção x ..... | 58 |
| Figura 73 - Deslocamento horizontal(m e rad) no topo dos pilares para força na direção y ..... | 59 |
| Figura 74 - Estrutura do edifício em 3D via SAP2000.....                                       | 64 |
| Figura 75 - Força do vento na direção x via SAP2000.....                                       | 64 |
| Figura 76 - Força do vento na direção y via SAP2000.....                                       | 65 |
| Figura 77 - Reações dos pilares para força do vento na direção x via SAP2000 .....             | 65 |
| Figura 78 - Reações dos pilares para força do vento na direção y via SAP2000 .....             | 66 |
| Figura 79 - Estrutura do edifício em 3D via Eberick .....                                      | 67 |
| Figura 80 - Configurações da ação do vento via Eberick.....                                    | 67 |
| Figura 81 - Forças do vento do 1° ao 8° pavimento via Eberick.....                             | 68 |
| Figura 82 - Forças do vento do 8° ao 15° pavimento via Eberick.....                            | 68 |
| Figura 83 - Detalhamento das armaduras da viga V1 via Eberick .....                            | 72 |
| Figura 84 - Detalhamento da armadura superior da laje lisa sobre o pilar P13 via Eberick.....  | 73 |
| Figura 85 - Esforços solicitantes do pilar P7 no primeiro lance do prédio via Eberick .        | 78 |
| Figura 86 - Armadura adotada para o pilar P7 no primeiro lance do prédio via Eberick           | 78 |
| Figura 87 - Verificação do pilar P7 via Oblíqua .....  | 79 |

## 1. Introdução

Os projetos estruturais civis sempre serão um tema inesgotável com múltiplas soluções e melhoramentos a serem buscados. No Brasil, um dos âmbitos desta especialidade é a construção de estruturas de concreto armado e pretendido.

Por meados do início do século XX surgiram no país as primeiras estruturas construídas com o emprego do concreto armado. Após todo este tempo, as construções de edificações com este material se tornaram as mais utilizadas. Contudo muitas mudanças ocorreram, principalmente relativas à elaboração de projetos estruturais em geral. Pode-se dizer que um elemento fundamental para estas transformações foi o advento do computador, que revolucionou a engenharia estrutural.

Atualmente pode-se afirmar que dificilmente um projeto estrutural é elaborado sem o auxílio de alguma ferramenta computacional. Isto ocorre não pela impossibilidade de garantir projetos seguros e econômicos através de processos manuais de cálculo de estruturas, mas pela agilidade, otimização e automação que se obtém com a utilização de programas computacionais segundo LONGO(2008e).

Contudo existe um porém neste processo de avanço tecnológico. Enquanto os engenheiros mais antigos eram habituados a raciocinar e otimizar seus projetos, os engenheiros atuais tendem a confiar demais suas decisões nas ferramentas computacionais existentes. E muitas vezes erros de concepção, análise e verificação estruturais são cometidos.

Considerando todos estes fatos, este trabalho tem como objetivo analisar uma estrutura predial em concreto armado, utilizando dois programas computacionais distintos. Analisando os resultados que serão obtidos, será possível avaliar cuidados importantes a serem adotados na utilização dos mesmos.

O projeto em questão será um prédio comercial com sistema estrutural em laje lisa e vigas de bordo. Será utilizado como referência o pavimento tipo deste prédio. Os dois programas a serem utilizados serão:

- SAP2000 v.14;
- EBERICK v.8.

Por fim, é importante ressaltar que a elaboração de um projeto necessita de critérios mínimos aceitáveis de segurança e desempenho. Para tal, existem as normas de projeto, que visam permitir que as edificações em geral sejam seguras e desempenhem de forma satisfatória suas funções ao longo da sua vida útil. Sendo assim, torna-se indispensável ao longo deste trabalho a citação e consulta das normas de projeto quando necessário.

## **2. Considerações Iniciais**

A elaboração de um bom projeto estrutural, seja qual for a sua natureza, deve ser iniciada com a fase de pré-dimensionamento. Isto deve ocorrer, pois é neste momento que se definem as diretrizes fundamentais de projeto como:

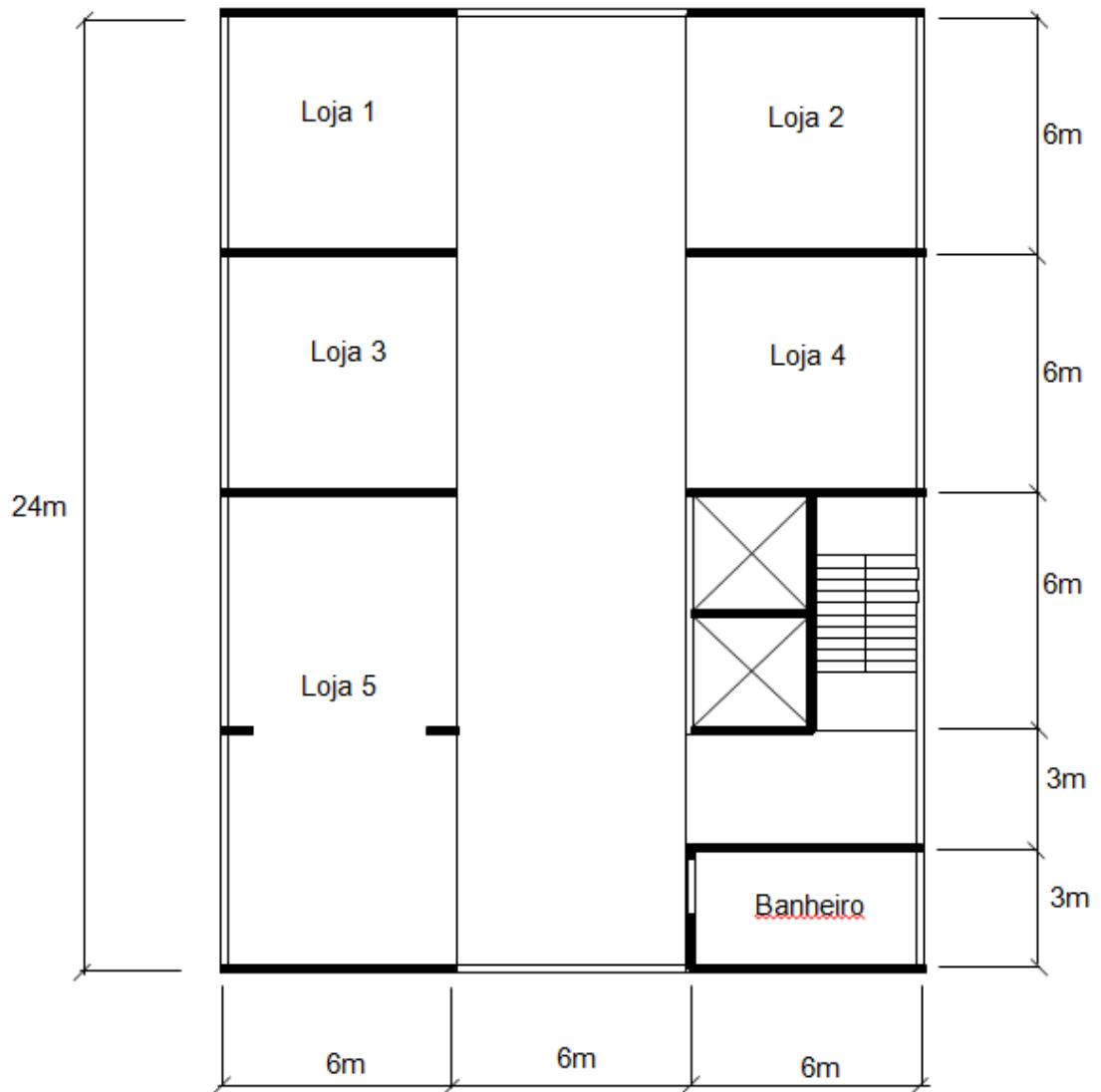
- Entendimento da importância e funcionalidade das partes que compõem a construção;
- Materiais construtivos a serem adotados;
- Sistema estrutural mais adequado;
- Levantamento dos carregamentos;
- Avaliação inicial das dimensões dos elementos estruturais.

Procedendo desta forma, inúmeros problemas poderão ser evitados nas partes intermediárias e finais de projeto. Contudo deve ser ressaltado que a adoção desta fase inicial não exclui a possibilidade de modificações na estrutura no decorrer do processo de elaboração estrutural.

Nos próximos itens, estes pontos serão abordados para a estrutura a ser analisada neste trabalho.

### **2.1. Análise da Arquitetura do Pavimento Tipo**

O projeto estrutural a ser elaborado é de um prédio comercial com quinze pavimentos, localizado na cidade do Rio de Janeiro – RJ. Na figura 1 está mostrada a planta baixa de arquitetura do pavimento tipo.



**Figura 1 – Planta de arquitetura do pavimento tipo**

Analisando-se a planta de arquitetura, observa-se que as salas comerciais possuem uma disposição bem modulada com vãos de comprimento médio, o que irá facilitar a adoção adequada da estrutura. Percebe-se também que será possível adotar pilares/paredes na região dos elevadores, o que dará maior estabilidade ao prédio como um todo.

O pé-direito do pavimento tipo é igual a três metros. Também irá se considerar que as divisórias internas e externas são em tijolos de alvenaria e terão uma largura acabada de quinze centímetros.

## 2.2. Material Construtivo a ser Adotado

O material construtivo a ser utilizado na estrutura da edificação será o concreto armado.

### 2.2.1. Concreto Estrutural

- Classe do concreto estrutural: segundo o item 8.2.1 (NBR6118, 2003) deve-se adotar classe C20 ou superior, não ultrapassando C50, para concretos com armadura passiva.

No caso será adotada a classe C40, que equivale a  $f_{ck} = 40\text{ MPa}$ ;

- Coeficiente de minoração da resistência do concreto: segundo o item 12.4.1 (NBR6118, 2003), temos que  $\gamma_c = 1,4$ ;

- Classe de agressividade ambiental: segundo o item 6.4.2 (NBR6118, 2003), considerando que a edificação se encontra em meio urbano, será adotada a Classe II - Moderada;

- Módulo de elasticidade: Segundo o item 8.2.8 (NBR6118, 2003) temos que:

$$E_{ci} = 5600 f_{ck}^{(0,5)} - \text{Módulo de elasticidade tangencial com } f_{ck} \text{ em MPa.}$$

$E_{cs} = 0,85 E_{ci}$  - Módulo de elasticidade secante. Utilizado em análises estruturais para a determinação de esforços solicitantes e verificação dos estados limites de serviço.

$$E_{ci} = 5600 (40)^{(0,5)} = 35,4\text{ GPa};$$

$$E_{cs} = 30\text{ GPa};$$

- Coeficiente de Poisson: segundo item 8.2.9 (NBR6118, 2003) este fator vale 0,2;

- Massa específica do concreto armado: segundo item 8.2.2 (NBR6118, 2003) deve ser tomado  $25\text{kN/m}^3$ .

### 2.2.2. Aço Estrutural

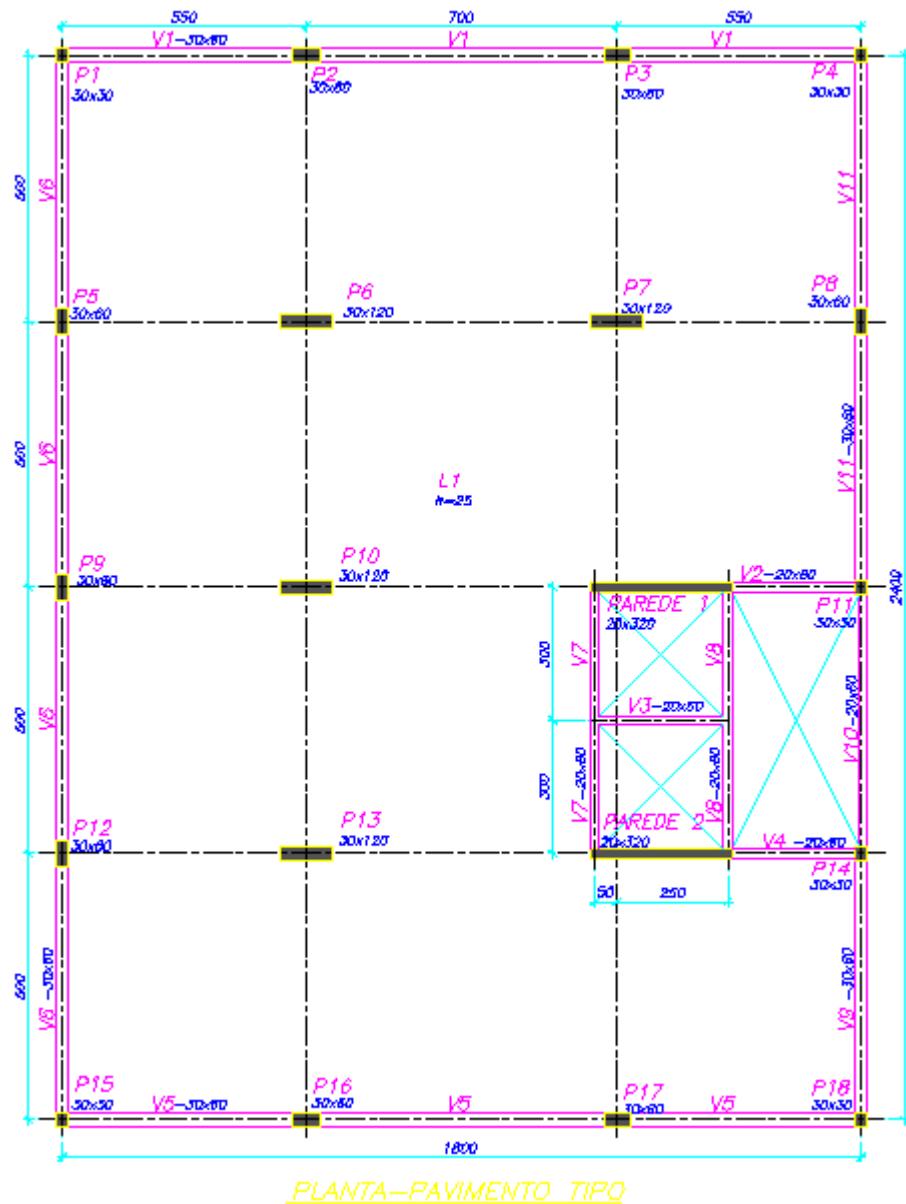
Como a estrutura será em concreto armado, será utilizado aço em armaduras passivas. Será adotada a classe CA50, que equivale a  $f_{yk} = 500\text{ MPa}$ ;

- Coeficiente de minoração da resistência do aço estrutural: segundo o item 12.4.1 (NBR6118, 2003), temos  $\gamma_s = 1,15$ ;
- Cobrimentos: segundo item 7.4.7.6 (NBR6118, 2003), considerando Classe de Agressividade II para concreto armado, temos cobrimento de 2,5 cm para lajes e de 3,0 cm para vigas e pilares.

### **2.3. Sistema Estrutural Adotado**

Numa edificação comercial, a otimização dos espaços é um fator muito importante. Sendo assim, não utilizar vigas internas na edificação pode minimizar problemas com os projetos de instalações em geral, além de permitir maior flexibilidade nos arranjos das divisórias internas das salas comerciais.

Será adotado o sistema estrutural em laje lisa, com vigas somente no contorno para evitar punção nas lajes nesta região sem a necessidade de capitéis. Na Figura 2 está mostrada a planta de fôrmas do pavimento tipo.



## **Figura 2 – Planta de fôrmas do pavimento tipo**

Nesta planta de fôrmas alguns pontos foram analisados:

- Estrutura do contorno: No contorno observou-se que uma dimensão aceitável para os pilares de canto do prédio é de 30cm. Então as vigas de contorno foram consideradas com esta mesma largura e com altura de 60cm. Os pilares do contorno por serem mais carregados do que os do canto, foram adotados com 30cm x 60cm;
  - Pilares internos: As salas comerciais, como pode-se observar na Figura 1, tem uma modulação de 6,0m de comprimento. Esta modulação pode ser seguida pelos pilares

internos na direção vertical da estrutura. Contudo por existir um corredor central no pavimento, os pilares internos tiveram que ser posicionados no limite deste corredor. Por serem estes os pilares mais carregados do prédio, foi adotada uma dimensão de 30cm x 120cm, centrando os pilares nas divisórias horizontais das salas comerciais;

- Caixa de elevadores: Na região dos elevadores foram adotadas duas paredes com 20cm x 320cm. As paredes serão o núcleo rígido da edificação, permitindo uma maior estabilidade global da estrutura;
- Escadas: O projeto da escada não estará no escopo de estudo deste trabalho, mesmo este tendo relevância na rigidez horizontal da estrutura. Contudo as reações da escada sobre as vigas e pilares que a sustentam serão calculadas;
- Laje: O painel de laje lisa deverá resistir às ações de flexão e de punctionamento. Sendo assim foi escolhida a altura de 25cm, que provavelmente será suficiente para esta estrutura.

A fôrma da estrutura apresentada na figura 2, não tem um caráter definitivo no processo de pré-dimensionamento. Pois ainda devem-se avaliar as cargas atuantes na estrutura e verificar se as dimensões apresentadas nesta planta são aceitáveis ou não.

## 2.4. Cargas Atuantes na Estrutura

### 2.4.1. Peso Próprio

Os elementos que compõem uma estrutura tem um peso, e este deve ser considerado no processo de análise. Vejamos abaixo o cálculo do peso próprio dos elementos da estrutura:

- Laje:  $Q_{pp} = 0,25m \times 25kN/m^3 = 6,25kN/m^2$ ;
- Pilares 30cm x 30cm:  $q_{pp} = 0,3m \times 0,3m \times 25kN/m^3 = 2,25kN/m$ ;
- Pilares 30cm x 60cm:  $q_{pp} = 0,3m \times 0,6m \times 25kN/m^3 = 4,5kN/m$ ;
- Pilares 30cm x 120cm:  $q_{pp} = 0,3m \times 1,2m \times 25kN/m^3 = 9,0kN/m$ ;

- Paredes 20cm x 320cm:  $q_{pp} = 0,2m \times 3,2m \times 25kN/m^3 = 16,0kN/m$ ;
- Vigas 20cm x 60cm:  $q_{pp} = 0,2m \times 0,6m \times 25kN/m^3 = 3,0kN/m$ ;
- Vigas 30cm x 60cm:  $q_{pp} = 0,3m \times 0,6m \times 25kN/m^3 = 4,5kN/m$ ;
- Escada: Considerando que a escada terá uma laje de 15cm, pode-se considerar uma espessura média de 20cm na região dos degraus.
  - Patamar:  $A = 1,5m \times 6,0m = 9,0m^2$ ;
  - Lances de degrau:  $A = ((3,0m)^2 + (1,5m)^2)^{0,5} \times 1,5m = 5,03m^2$ .

O peso total da escada a cada pavimento vale:  $(2 \times 9,0m^2 \times 0,15m + 2 \times 5,03m^2 \times 0,2m) \times 25kN/m^3 = 118kN$ .

#### **2.4.2. Revestimento dos Pisos**

Não existe uma indicação em normas de projeto sobre as cargas a serem consideradas para revestimentos de pisos. Contudo SANTOS(2013a), sugere o valor de  $0,7kN/m^2$  para revestimentos em pisos cerâmicos. O valor recomendado será o adotado no projeto.

#### **2.4.3. Sobrecargas de Utilização**

O tipo de utilização da edificação define a carga de utilização ou carga acidental a ser aplicada nos piso. Segundo o item 2.2 (NBR6120, 1980) temos que:

- Salas comerciais e banheiro:  $2kN/m^2$ ;
- Escada: por ter acesso ao público do edifício deverá ter o valor  $3kN/m^2$ .

#### **2.4.4. Cargas das Divisórias**

As divisórias do prédio, como foi definido no item 2.1, deverão ser em tijolos cerâmicos com espessura acabada de 15cm. Sendo assim, estas alvenarias são formadas por tijolos cerâmicos furados com largura de 10cm e um revestimento total de 5cm em

argamassa de cimento e areia. Segundo o item 2.2 (NBR6120, 1980), pode-se adotar os seguintes valores de peso específico:

- Peso específico do tijolo cerâmico furado: 13kN/m<sup>3</sup>;
- Peso específico da argamassa com areia e cimento: 19kN/m<sup>3</sup>.

Considerando o cálculo realizado por SANTOS(2013a), pode-se avaliar o valor da carga das alvenarias da seguinte forma:

$$q_{alv}: (0,10m \times 13kN/m^3 + 0,05m \times 19kN/m^3) \times (3,0m - 0,25m) = 6,2kN/m.$$

#### **2.4.5. Cargas de sobrecarga e revestimento da Escada**

Neste item serão calculadas as cargas de sobrecargas e revestimentos das escadas, que deverão ser aplicadas nos elementos estruturais que apoiam a mesma.

- Área de Influência: deve-se considerar a área horizontal ocupada pela escada, que vale: 3,0m x 6,0m = 18,0m<sup>2</sup>;
- Carga total de sobrecarga: 18,0m<sup>2</sup> x 3kN/m<sup>2</sup> = 54kN por lance de escada;
- Carga total de revestimento: 18,0m<sup>2</sup> x 0,7kN/m<sup>2</sup> = 12,6kN por lance de escada.

Estas cargas deverão ser aplicadas como reações nos elementos que suportam a escada. Vejamos estas reações:

- Reações na viga V4:

- Peso próprio: 118kN / ( 2 x 6,0m) = 9,83kN/m;
- Sobrecarga: 54kN / ( 2 x 6,0m) = 4,5kN/m;
- Revestimento: 12,6kN / ( 2 x 6,0m) = 1,05kN/m.

- Reações na Parede 1 e no pilar P11:

- Peso próprio: 118kN / 4= 29,5kN;
- Sobrecarga: 54kN / 4 = 13,5kN;
- Revestimento: 12,6kN / 4 = 3,15kN.

## 2.5. Verificação dos Elementos da Estrutura

As dimensões dos elementos adotadas na fórmula da figura 2 poderão sofrer alterações em função das cargas que neles atuam. Como as cargas atuantes foram calculadas no item anterior, é possível agora iniciar as verificações necessárias das dimensões dos elementos.

### 2.5.1. Verificação da Flexão na Laje Lisa

Esta verificação para flexão se baseia em geral no tipo e no vão da laje a ser utilizada. Para uma estimativa mínima de espessura de laje lisa pode-se utilizar o critério do item 13.2.4.1 (NBR6118, 2003). Neste item é definido o valor de 16cm como espessura mínima a ser utilizada em lajes lisas.

Para avaliar se a espessura da laje lisa é suficiente para os vãos existentes, pode-se utilizar, segundo LONGO(2008c), o critério da ACI(318/1983) de  $1/31$ (sendo 1 o maior vão da laje): a espessura vale  $700\text{cm} / 31 = 22,5\text{cm}$ .

Observa-se que a espessura de 25cm que foi adotada na fórmula da figura 2 é adequada para suportar os esforços de flexão na laje lisa.

### 2.5.2. Verificação do Punctionamento na Laje Lisa

A laje lisa deverá ser verificada ao punctionamento. Como nesta estrutura a sua região interna não contém vigas, a ligação pilar - laje deve ser verificada no Estado Limite Último na região de contorno da carga concentrada. Este fenômeno é denominado de punção do pilar na laje.

Esta verificação deverá ocorrer no pilar interno mais carregado, que segundo a figura 2 será o pilar P6. Deve-se agora avaliar a área de influência deste pilar e a carga contida nesta área.

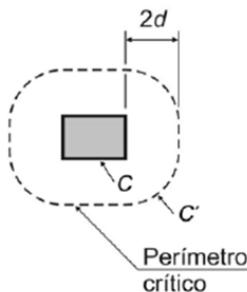
- Área de influência do pilar P6:  $((5,5\text{m} + 7,0\text{m})/2) \times ((6,0\text{m} + 6,0\text{m})/2) = 37,5\text{m}^2$ ;

- Carga na área de influência do pilar P6:  $(6,25\text{kN/m}^2 + 0,7\text{kN/m}^2 + 2\text{kN/m}^2 + (9,0\text{m} \times 6,2\text{kN/m})/37,5\text{m}^2) = 10,4\text{kN/m}^2$ .

Sendo assim a carga total neste pilar no pavimento tipo será:  $37,5\text{m}^2 \times 10,4\text{kN/m}^2 + 3,0\text{m} \times 9,0\text{kN/m} = 417\text{kN}$ .

Utilizando os critérios citados no item 19.5 (NBR6118, 2003), que trata de dimensionamento de lajes à punção, observa-se que devem ser realizadas duas verificações na ligação do pilar com a laje lisa. Mas antes deve-se avaliar alguns fatores pertinentes a estas verificações. Vejamos abaixo:

- Altura útil da laje lisa:  $d = 21\text{cm}$ ;
- Perímetro do Pilar( $C$ ):  $u_0 = 2 \times (0,30\text{m} + 1,20\text{m}) = 3,0\text{m}$ ;
- Perímetro Crítico( $C'$ ):



**Figura 3 – Perímetro crítico em pilares internos**

O perímetro crítico do pilar, segundo LONGO(2012), deverá ser:  $u = 3,0\text{m} + 2\pi \times (2 \times 0,21\text{m}) = 5,64\text{m}$ ;

-  $\alpha_{v2}$ :  $(1 - f_{ck}/250)$  com  $f_{ck}$  em MPa.  $\alpha_{v2} = (1 - 40/250) = 0,84$ ;

-  $\tau_{rd2} = 0,27 \alpha_{v2} f_{ck}/\gamma_c = 0,27 \times 0,84 \times 40\text{MPa}/1,4 = 6,48\text{MPa}$ ;

- Taxa geométrica de armadura: A laje lisa ainda não foi dimensionada e detalhada à flexão, considerando que a taxa de armadura mínima é de 0,23% segundo os itens 17.3.5.2.1 e 19.3.3.2 (NBR6118, 2003). Como os vãos e carregamentos na laje lisa são expressivos, será adotada  $\rho = 0,4\%$ ;

$$- \tau_{rd1} = 0,13 \times (1 + (20/d)^{0,5}) \times (100 \rho f_{ck})^{(1/3)}, \text{ } d \text{ em centímetro e } f_{ck} \text{ em MPa.}$$

$$\tau_{rd1} = 0,13 \times (1 + (20/21)^{0,5}) \times (100 \times 0,004 \times 40)^{(1/3)} = 0,647 \text{ MPa;}$$

$$- F_{sd} = 1,4 \times 417 \text{ kN} = 584 \text{ kN.}$$

Com os fatores que foram calculados acima, pode-se agora verificar o punctionamento.

- Verificação do punctionamento no contorno C:

$$- \tau_{sd} = F_{sd} / (u_0 d) = 584 \text{ kN} / (3,0 \text{ m} \times 0,21 \text{ m}) = 927 \text{ kPa} = 0,927 \text{ MPa;}$$

$$- \text{Como } \tau_{sd} = 0,927 \text{ MPa} \leq \tau_{rd2} = 6,48 \text{ MPa} - \text{Verificação OK.}$$

- Verificação do punctionamento no contorno crítico C':

$$- \tau_{sd} = F_{sd} / (u d) = 584 \text{ kN} / (5,64 \text{ m} \times 0,21 \text{ m}) = 493 \text{ kPa} = 0,493 \text{ MPa;}$$

$$- \text{Como } \tau_{sd} = 0,493 \text{ MPa} \leq \tau_{rd1} = 0,637 \text{ MPa} - \text{Verificação OK.}$$

Logo a laje lisa tem uma espessura adequada para evitar ruptura por punctionamento.

### 2.5.3. Verificação das Vigas

Neste item as dimensões que foram adotadas para as vigas serão verificadas à flexão. Vejamos abaixo a descrição de um critério sugerido por LONGO(2008d):

- Avaliação da Altura Útil: Adotando-se uma largura de viga, pode-se estimar a altura útil pelo processo de dimensionamento à flexão simples descrito por SANTOS(2013a).

Vejamos abaixo este cálculo:

$$- K_{md} = (M_d \times \gamma_c) / (b_w \times d^2 \times f_{ck});$$

$$- K_{mdlim} = 0,22848;$$

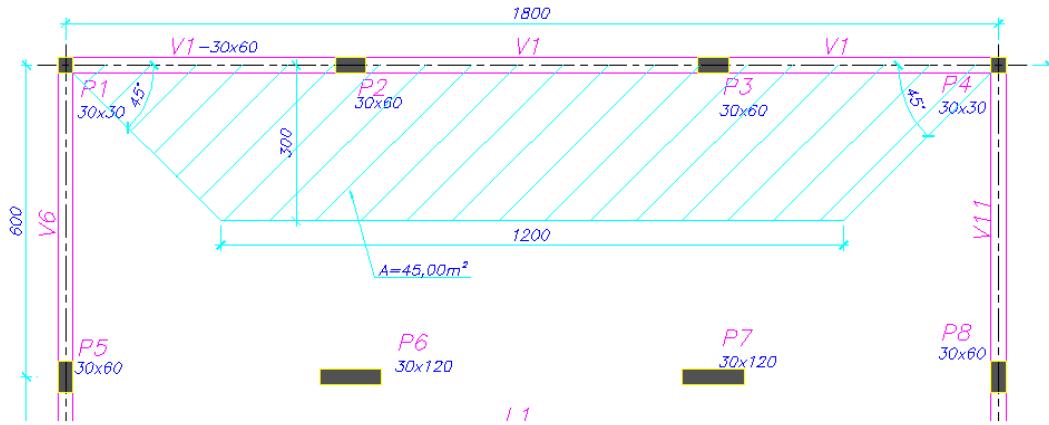
$$- d = ((M_d \times \gamma_c) / (b_w \times K_{mdlim} \times f_{ck}))^{0,5}.$$

Com base neste processo de verificação descrito acima pode-se agora iniciar este procedimento. No caso serão verificadas as vigas mais carregadas de cada tipo existente. Vejamos abaixo as verificações:

a) Viga 30x60: para este tipo de viga, as mais desfavoráveis são as vigas contínuas V1 e

V5. Vejamos abaixo o cálculo dos procedimentos de verificação para a viga V1:

- Quinhão de carga da laje:



**Figura 4 – Quinhão de carga da laje para a viga V1**

Com a área de reação da carga da laje para a viga, pode-se calcular a carga distribuída na viga.  $q = (45\text{m}^2 \times (2\text{kN/m}^2 + 0,7\text{kN/m}^2 + 6,25\text{kN/m}^2)) / 18,0\text{m} + 6,2\text{kN/m} + 4,5\text{kN/m} = 33,0\text{kN/m}$ ;

- Estimativa do Momento Fletor:  $M_k^{(-)} = q \times l^2 / 10 = 33,0\text{kN/m} \times (7,0\text{m})^2 / 10 = 161,7\text{kNm}$ ;

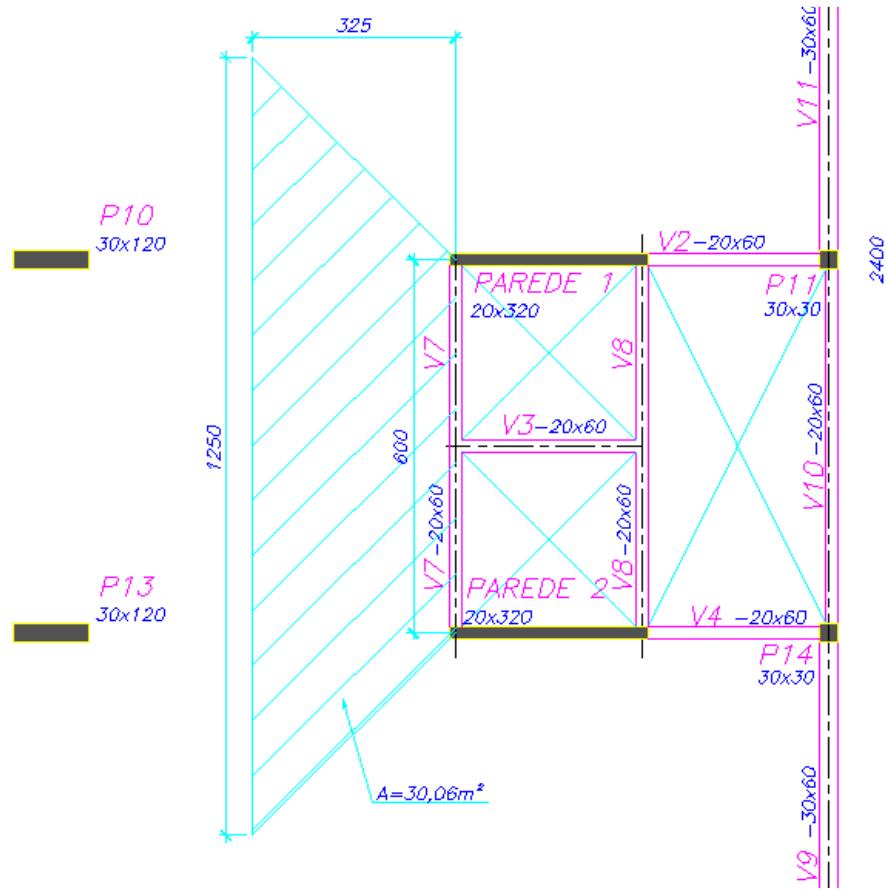
- Cálculo da Altura Útil:  $d = ((161,7\text{kNm} \times 1,4 \times 1,4) / (0,3\text{m} \times 0,22848 \times 40000))^{0,5} = 34\text{cm}$ ;

Observa-se que a altura útil adotada com 55cm é adequada para este tipo de viga.

b) Viga 20x60: para este tipo de viga, a mais desfavorável é a viga isostática V7.

Vejamos abaixo o cálculo dos procedimentos de verificação para esta viga:

- Quinhão de carga da laje:



**Figura 5 – Quinhão de carga da laje para a viga V7**

Com a área de reação da carga da laje para a viga, pode-se calcular a carga distribuída na viga.  $q = (30,06\text{m}^2 \times (2\text{kN/m}^2 + 0,7\text{kN/m}^2 + 6,25\text{kN/m}^2))/6,00\text{m} + 3,0\text{kN/m} = 47,8\text{kN/m}$ .

Deve-se ainda avaliar a reação da viga V3 na viga V7. Nesta viga só atuam o peso próprio e a carga de divisórias.  $R_{v3} = (3,0\text{m} \times (3,0\text{kN/m} + 6,2\text{kN/m})) / 2 = 13,8\text{kN}$

- Estimativa do Momento Fletor:  $M_k^{(+)} = (q \times l^2 / 8) + (P_l / 4) = (47,8\text{kN/m} \times (6,0\text{m})^2 / 8) + (13,8\text{kN} \times 6\text{m} / 4) = 235,8\text{kNm}$ ;

- Cálculo da Altura Útil:  $d = ((235,8\text{kNm} \times 1,4 \times 1,4) / (0,2\text{m} \times 0,22848 \times 40000))^{0,5} = 50\text{cm}$ ;

Observa-se que a altura útil adotada com 55cm é adequada para este tipo de viga.

#### 2.5.4. Verificação dos Pilares

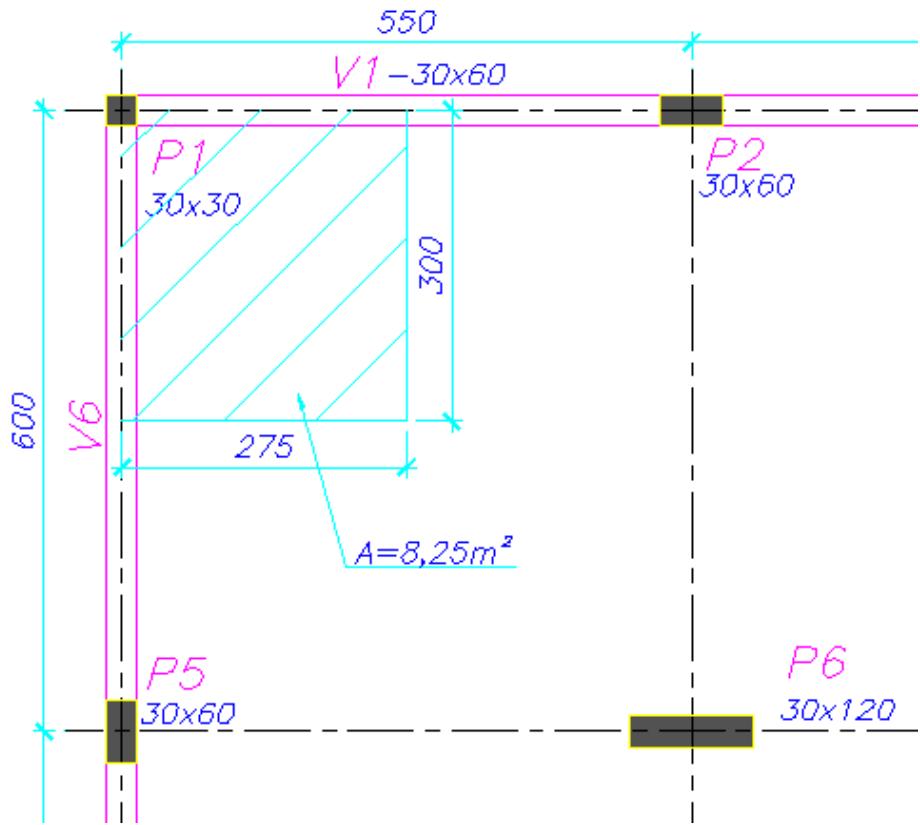
Neste item serão verificadas as dimensões dos pilares. Segundo LONGO(2008d) pode-se adotar o seguinte procedimento de verificação:

- Determinação da área de influência do pilar: deve-se avaliar a área de influência da estrutura para o pilar.
- Carregamento total atuante:  $N_{total} = 1,05\sum N_i$ ;
- Área de concreto estimada:  $A_{c,est} = \gamma N_{total} / (0,85f_{cd} + \mu\sigma'_{sd})$ , sendo:
  - $\gamma = 1+6 / h \geq 1,1$  – sendo  $h$  o menor lado do pilar retangular em cm;
  - $f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$ ;
  - $\mu$ : taxa de armadura do pilar;
  - $\sigma'_{sd}$ : Tensão do aço para deformação específica de 2%, com valor de 420MPa.

Considerando este procedimento para verificação dos pilares, é possível iniciar as verificações. Vejamos abaixo estes cálculos:

a) Pilares de canto – 30x30: será verificado o pilar P1. Vejamos abaixo o cálculo dos procedimentos de verificação:

- Área de influência:



**Figura 6 - Área de influência do pilar P1**

- Carga total atuante:  $N_{total} = 1,05 \times 8,25m^2 \times (2kN/m^2 + 0,7kN/m^2 + 6,25kN/m^2) \times 15 = 1163kN$ ;

- Área de concreto estimada:

$$- \gamma = 1 + 6 / 30 = 1,2;$$

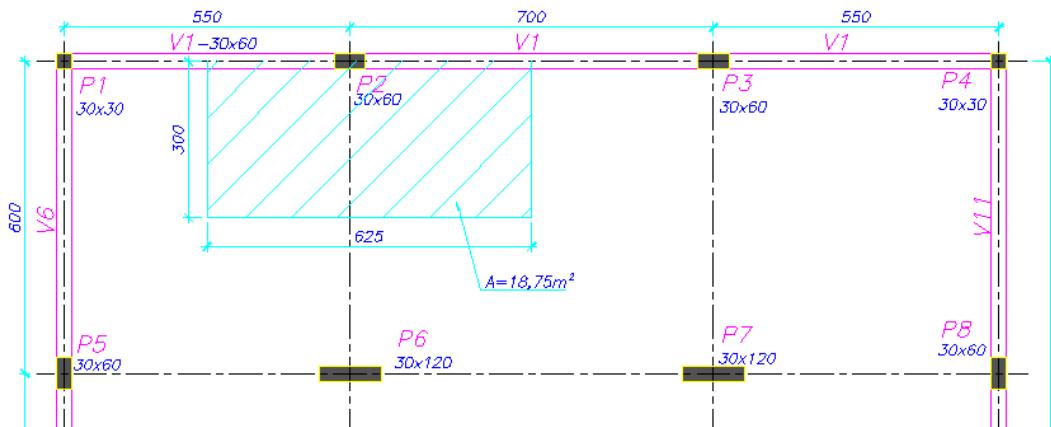
$$- \mu = 2\%;$$

$$- A_{c,est} = (1,2 \times 1,4 \times 1163kN) / (0,85 \times (40000 / 1,4) + 0,02 \times 420000) = 598cm^2;$$

Como  $A_{c,est} = 598cm^2 \leq A_c = 30cm \times 30cm = 900cm^2$  - OK.

b) Pilares de contorno – 30x60: será verificado o pilar P2. Vejamos abaixo a verificação:

- Área de influência:



**Figura 7 - Área de influência do pilar P2**

- Carga total atuante:  $N_{total} = 1,05 \times 18,75m^2 \times (2kN/m^2 + 0,7kN/m^2 + 6,25kN/m^2) \times 15 = 2643kN;$

- Área de concreto estimada:

$$- \gamma = 1 + 6 / 30 = 1,2;$$

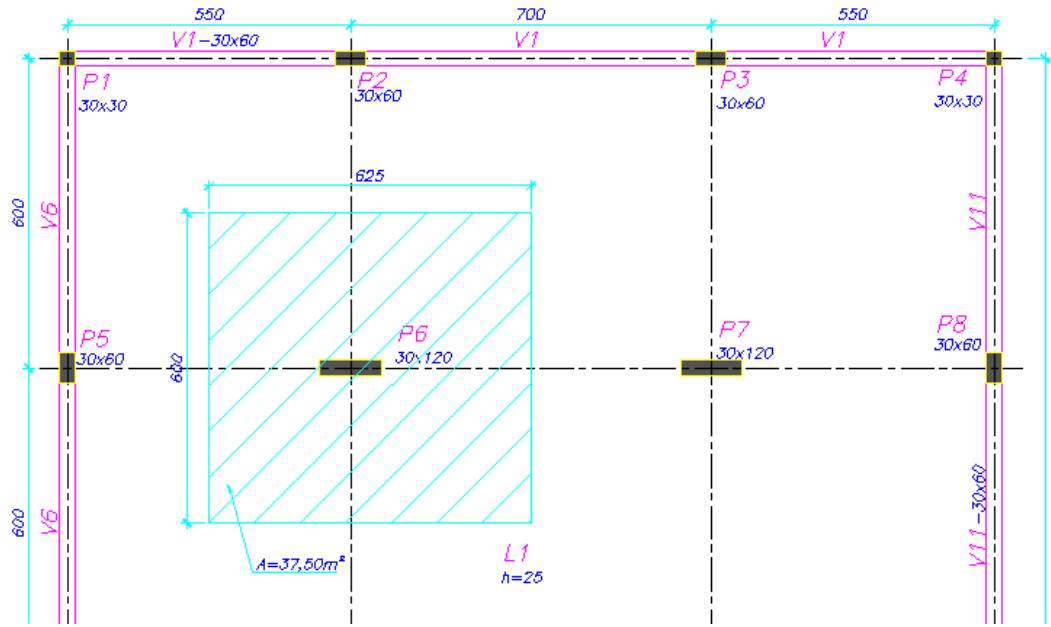
$$- \mu = 2\%;$$

$$- A_{c,est} = (1,2 \times 1,4 \times 2643kN) / (0,85 \times (40000 / 1,4) + 0,02 \times 420000) = 1359cm^2;$$

Como  $A_{c,est} = 1359cm^2 \leq A_c = 30cm \times 60cm = 1800cm^2$  - OK.

c) Pilares internos – 30x120: será verificado o pilar P6. Vejamos abaixo o cálculo dos procedimentos de verificação:

- Área de influência:



**Figura 8 - Área de influência do pilar P6**

- Carga total atuante:  $N_{total} = 1,05 \times 37,5m^2 \times (2kN/m^2 + 0,7kN/m^2 + 6,25kN/m^2) \times 15 = 5286kN$ ;

- Área de concreto estimada:

$$- \gamma = 1 + 6 / 40 = 1,15;$$

$$- \mu = 2\%;$$

$$- A_{c,est} = (1,15 \times 1,4 \times 5286kN) / (0,85 \times (40000 / 1,4) + 0,02 \times 420000) = 2604cm^2;$$

Como  $A_{c,est} = 2604cm^2 \leq A_c = 30cm \times 120cm = 3600cm^2$  - OK.

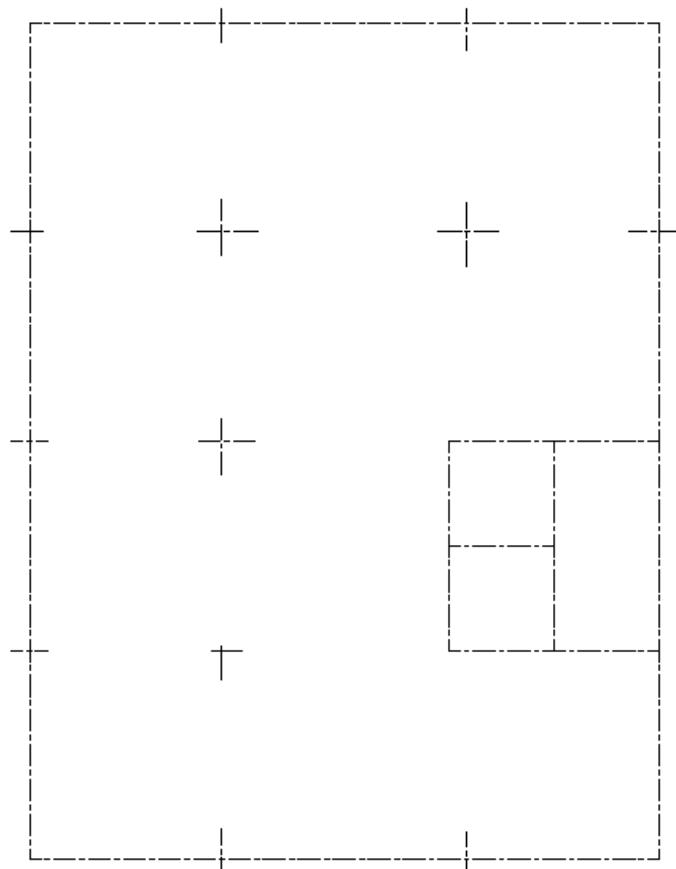
### 3. Análise do Pavimento Tipo via SAP2000

Neste item será apresentada a análise estrutural do pavimento tipo da estrutura pelo programa SAP2000.

#### 3.1. Dados de Entrada da Estrutura

##### 3.1.1. Unifilar

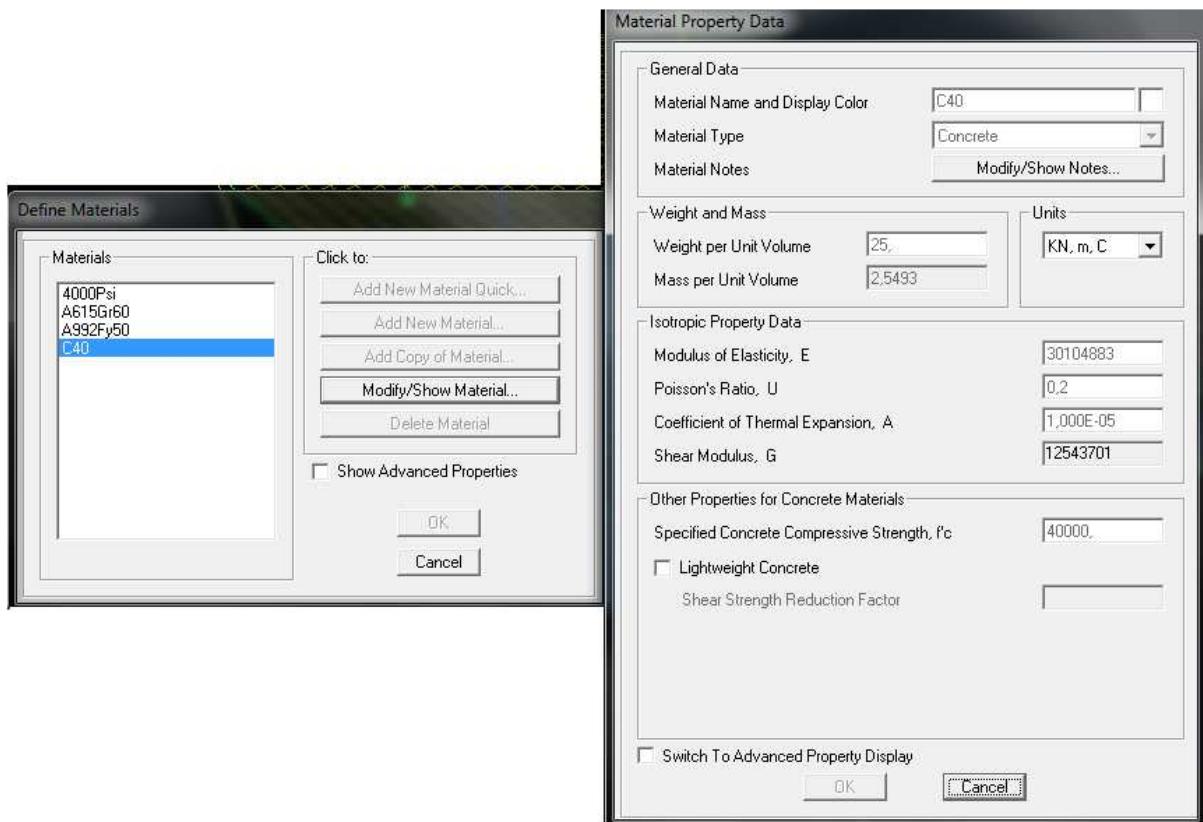
A estrutura em questão terá as vigas representadas por elementos lineares e as lajes por elementos finitos de placa. Para facilitar a locação da estrutura no programa será adotado um unifilar. Este desenho representa os eixos de todos os elementos lineares, além de locar a posição dos pilares. Ele foi feito com o auxílio do programa AutoCad2010 no formato dxf, que poderá ser lido no programa SAP 2000. Vejamos na figura 9 o unifilar da estrutura:



**Figura 9 - Unifilar da estrutura do pavimento tipo**

### 3.1.2. Caracterização do Concreto Estrutural

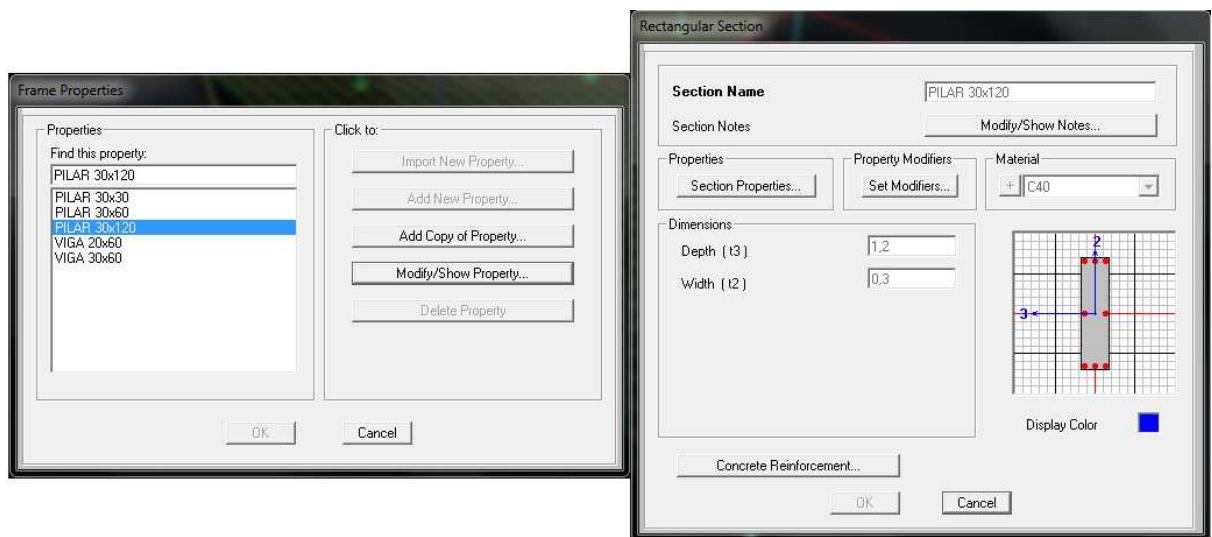
Vejamos na figura 10 a caracterização do concreto estrutural C40:



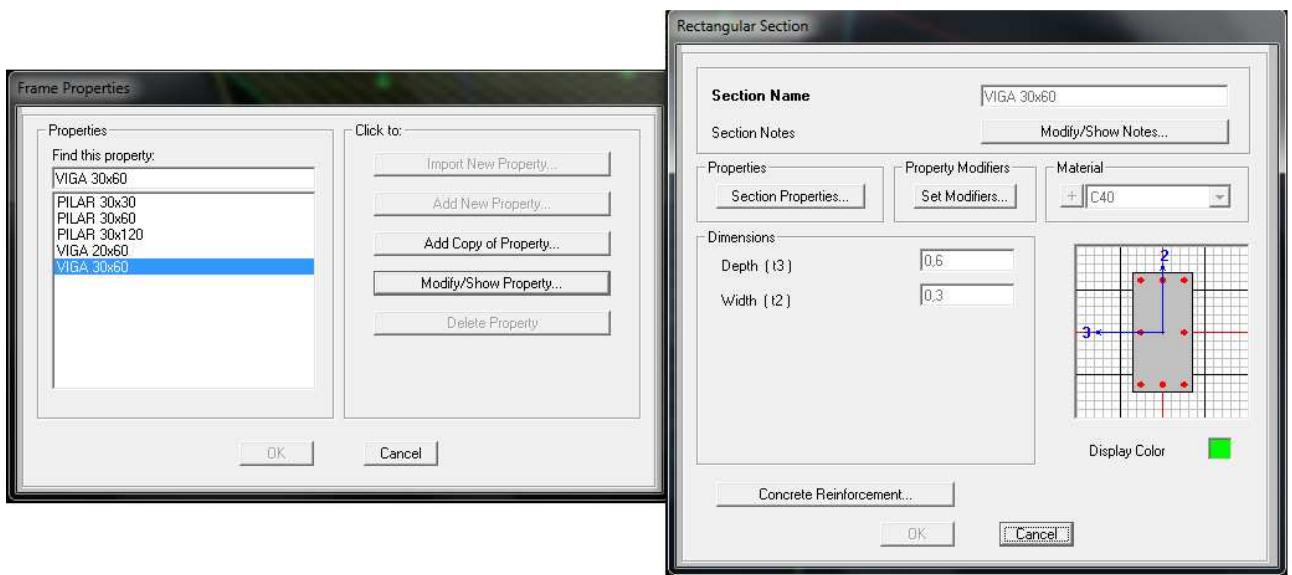
**Figura 10 - Caracterização do concreto estrutural C40 via SAP2000**

### 3.1.3. Descrição dos Elementos Estruturais

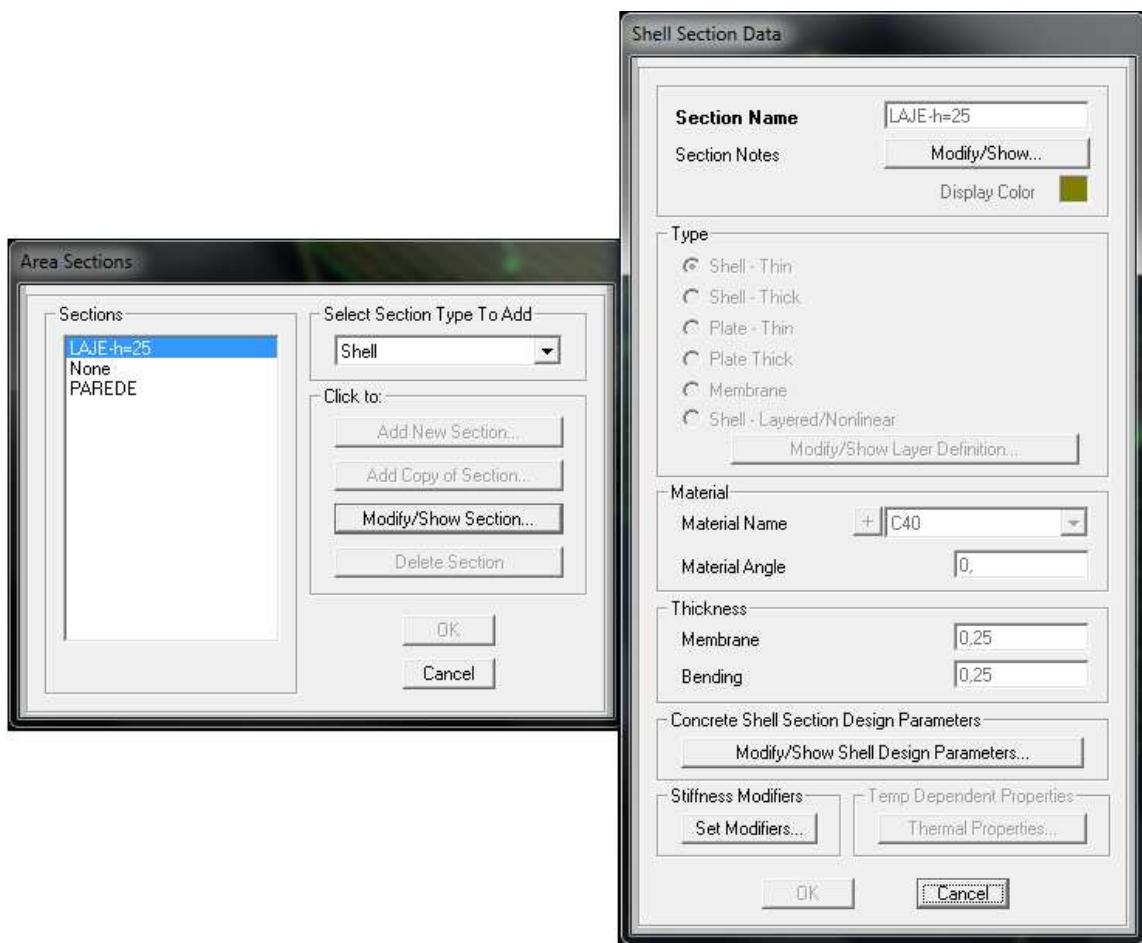
Vejamos nas figuras 11 a 17 uma descrição sucinta dos elementos da estrutura:



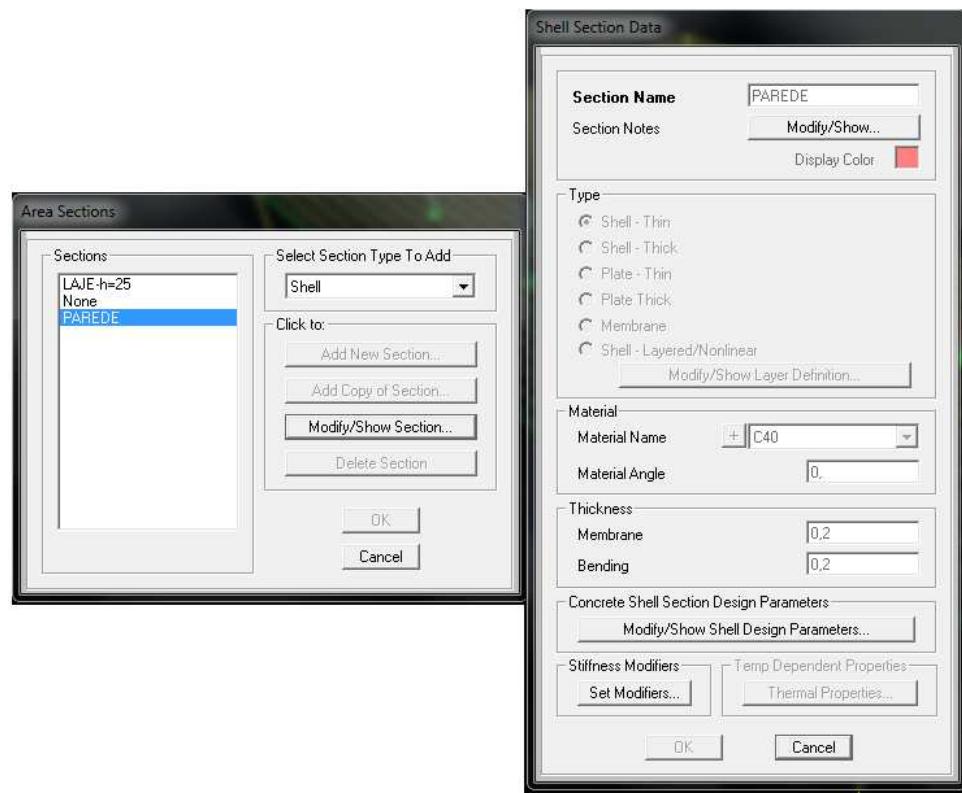
**Figura 11 - Descrição dos pilares de 30x120 via SAP2000**



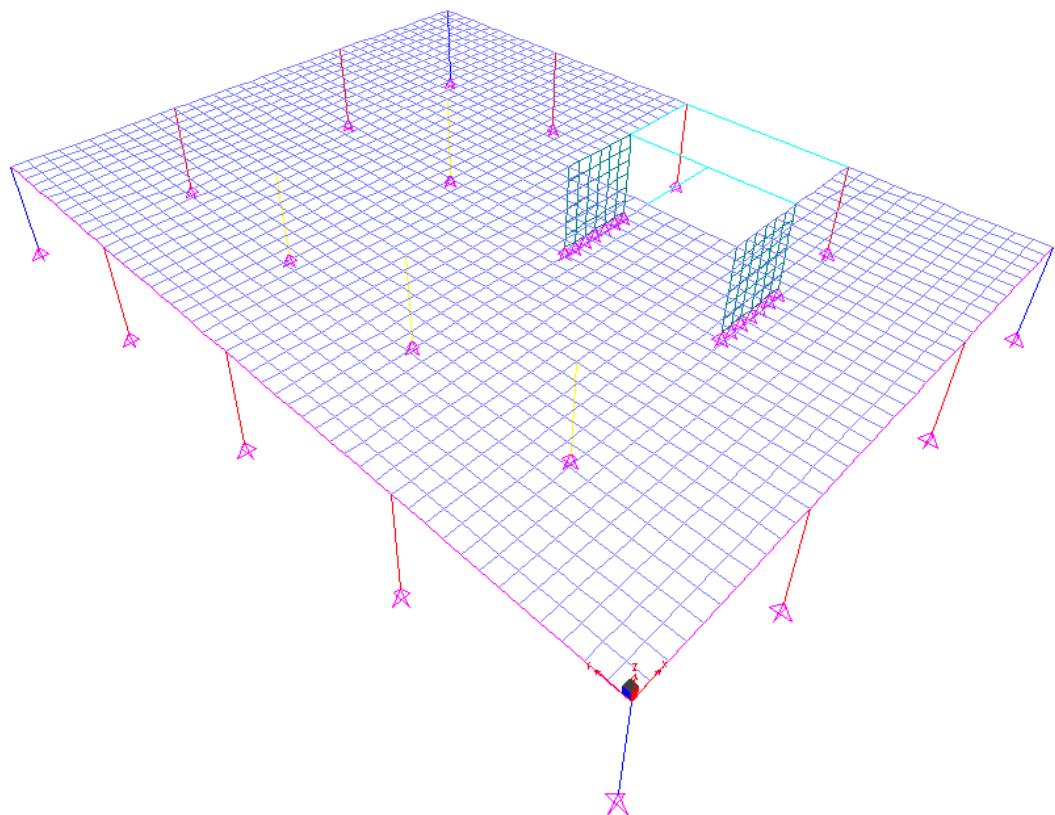
**Figura 12 - Descrição das vigas de 30x60 via SAP2000**



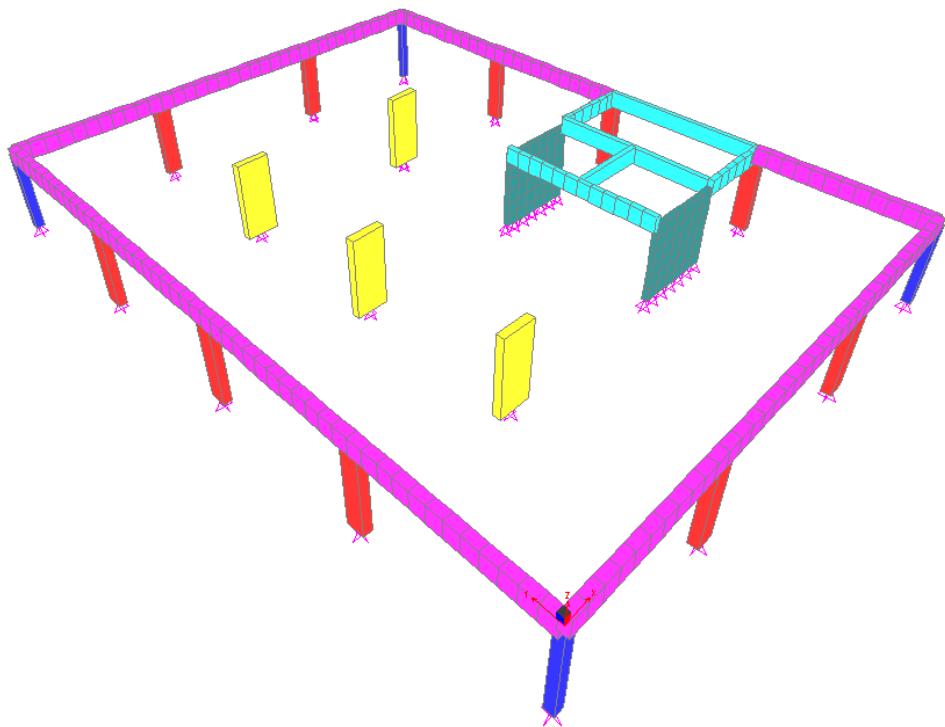
**Figura 13 - Descrição da laje lisa - h=25cm via SAP2000**



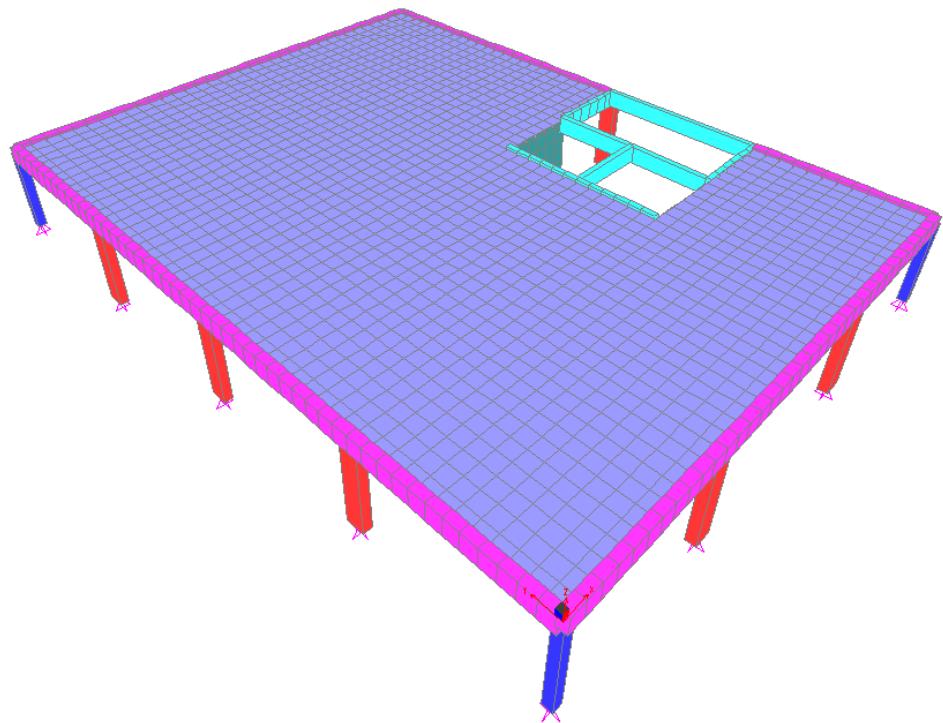
**Figura 14 - Descrição do elemento finito das paredes via SAP2000**



**Figura 15 - Estrutura do pavimento tipo em eixos médios via SAP2000**



**Figura 16 - Estrutura do pavimento tipo em 3D sem a laje lisa via SAP2000**



**Figura 17 - Estrutura do pavimento tipo em 3D via SAP2000**

É importante ressaltar que os elementos finitos da laje lisa e das paredes do elevador foram discretizados em uma malha constante de 50cm x 50cm.

### 3.1.4. Carregamentos

Neste item será demonstrada a aplicação das cargas calculadas no item 2.4 na estrutura do pavimento tipo. O peso próprio dos elementos estruturais é calculado de forma automática pelo programa SAP2000 pelo carregamento denominado dead. Vejamos nas figuras 18 e 19 as listas de carregamentos e casos de cargas do programa:

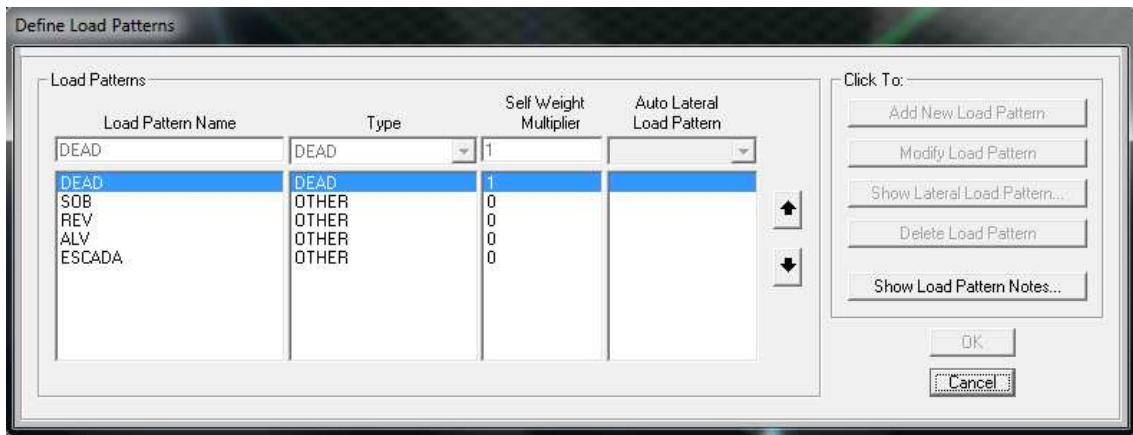


Figura 18 - Lista de carregamentos via SAP2000

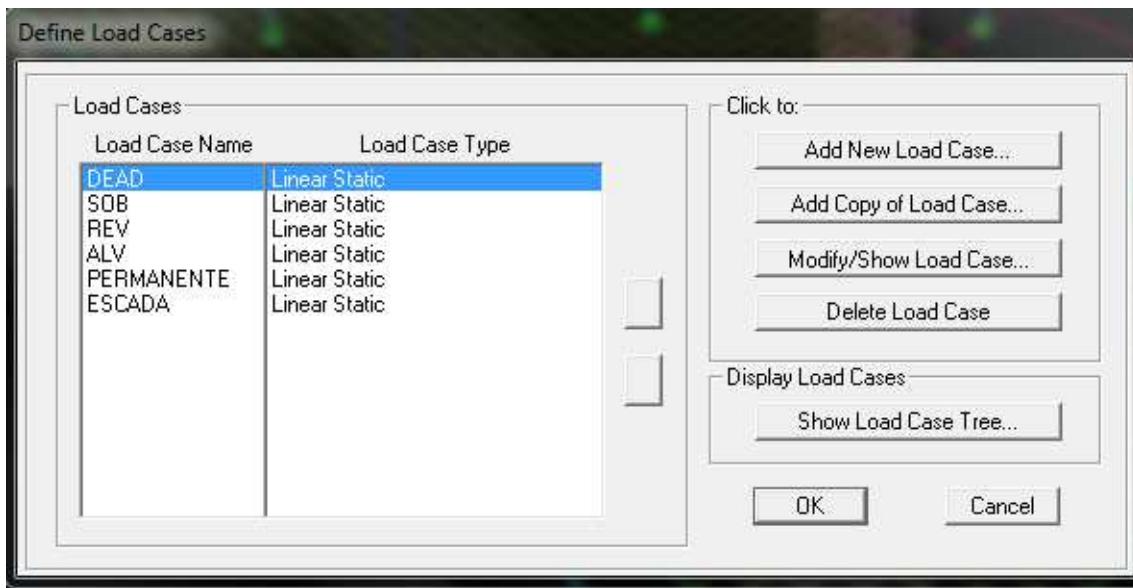
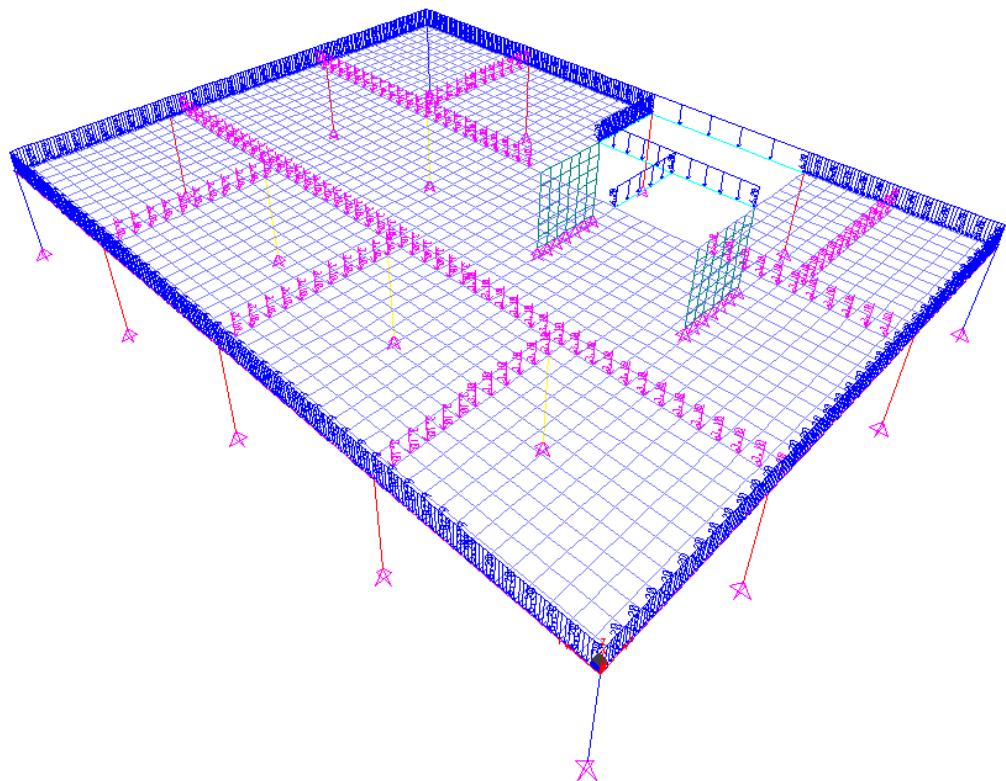
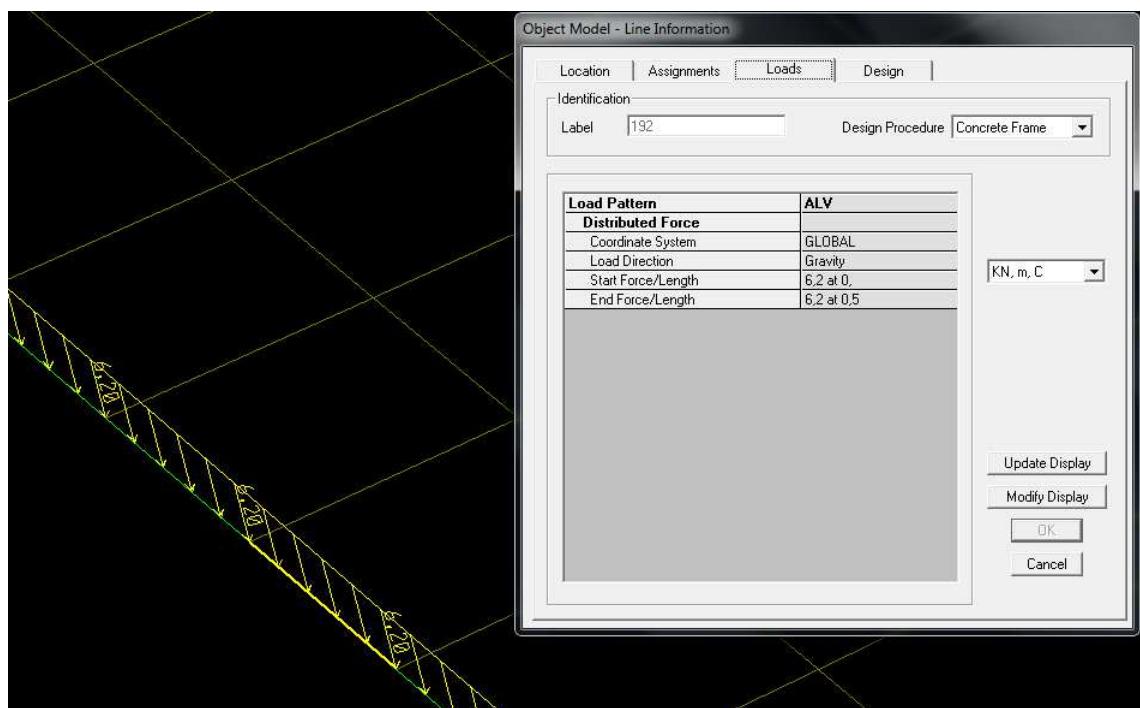


Figura 19 - Lista de casos de cargas via SAP2000

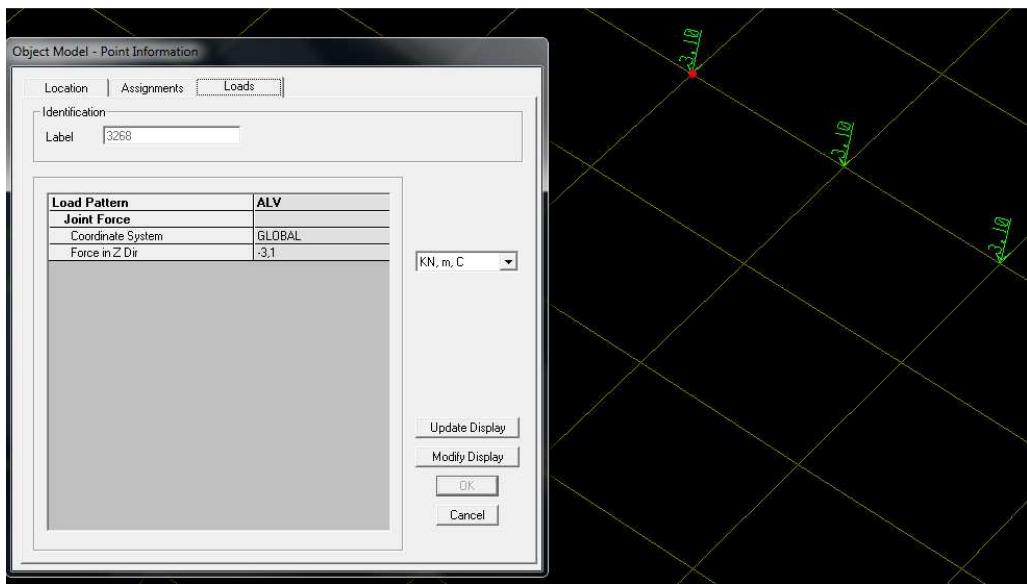
Agora nas figuras 20 a 28 será mostrado a aplicação dos carregamentos na estrutura de forma sucinta:



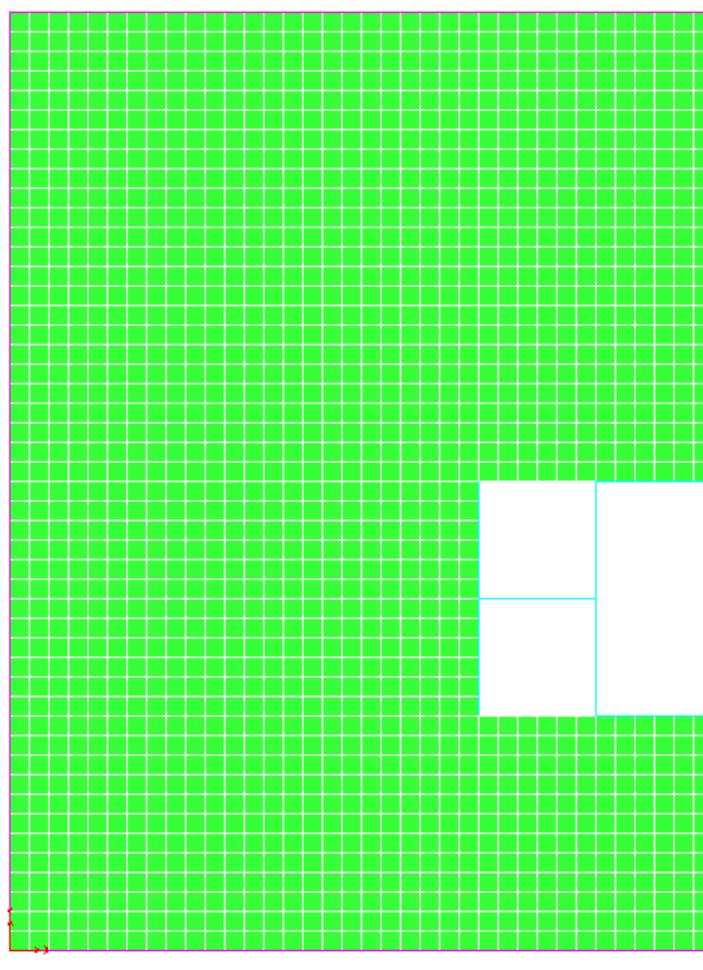
**Figura 20 - Carregamento de alvenaria aplicado em vigas e na laje lisa via SAP2000**



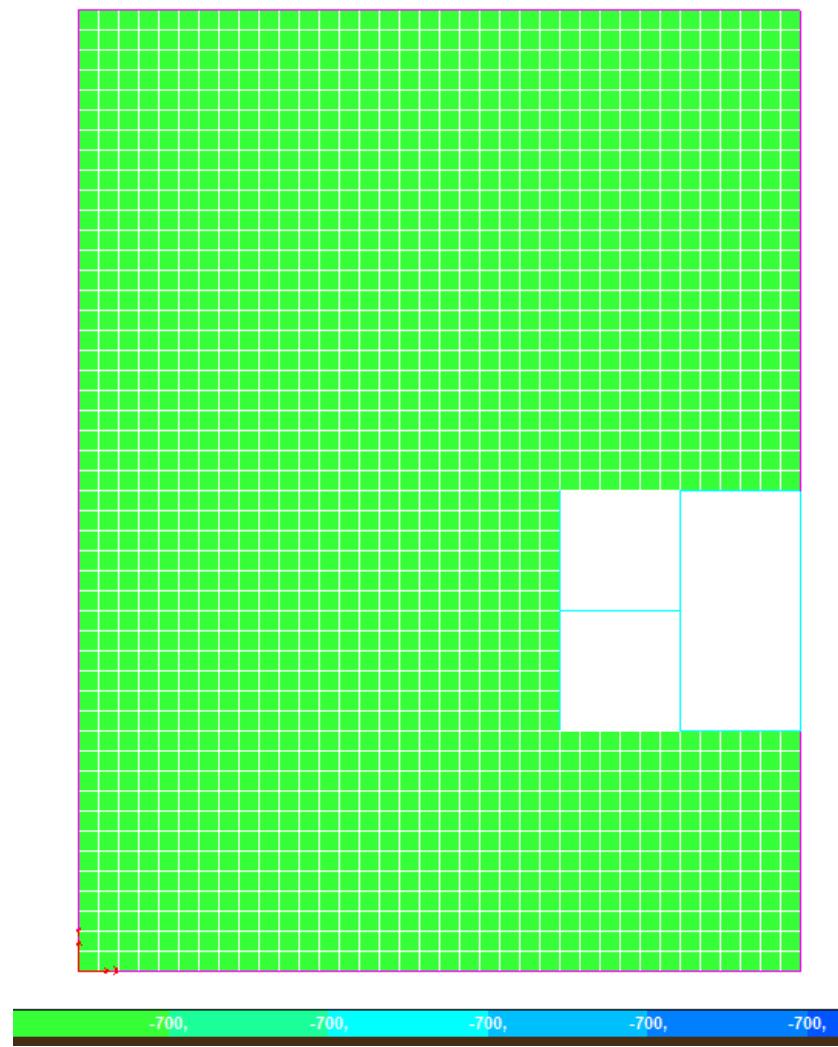
**Figura 21 - Descrição do carregamento de alvenaria aplicado em vigas via SAP2000**



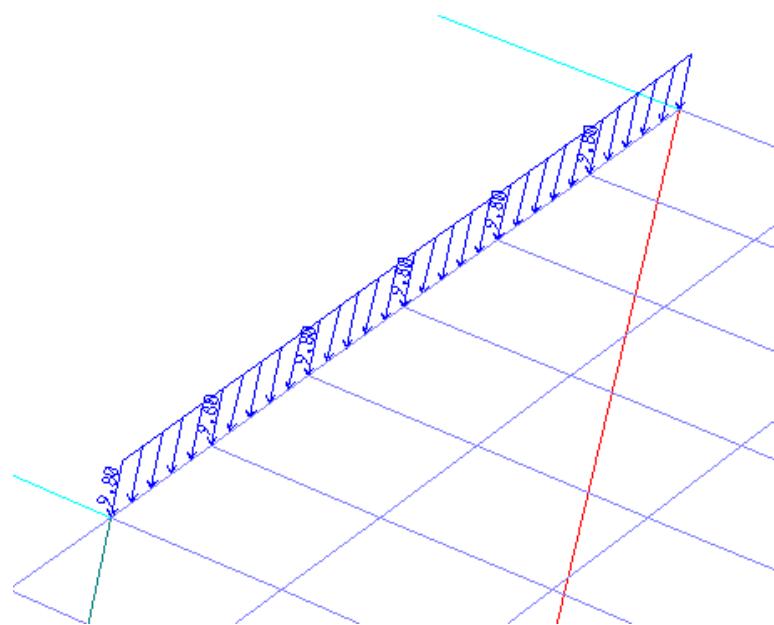
**Figura 22 - Descrição do carregamento de alvenaria aplicado na laje lisa via SAP2000**



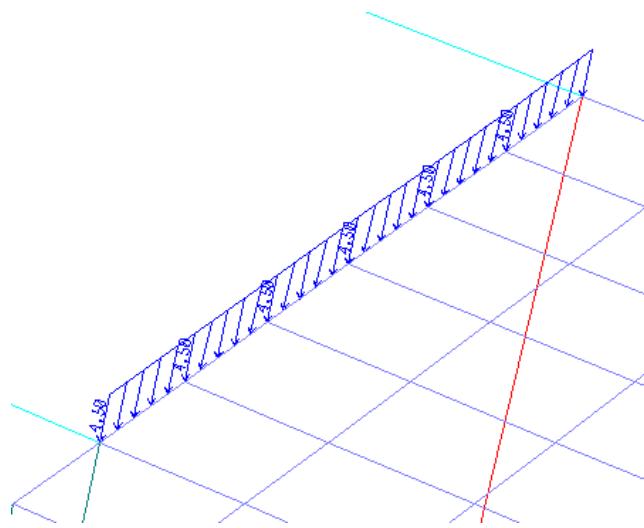
**Figura 23 - Sobrecarga( $\text{kN}/\text{m}^2$ ) aplicada na laje lisa via SAP2000**



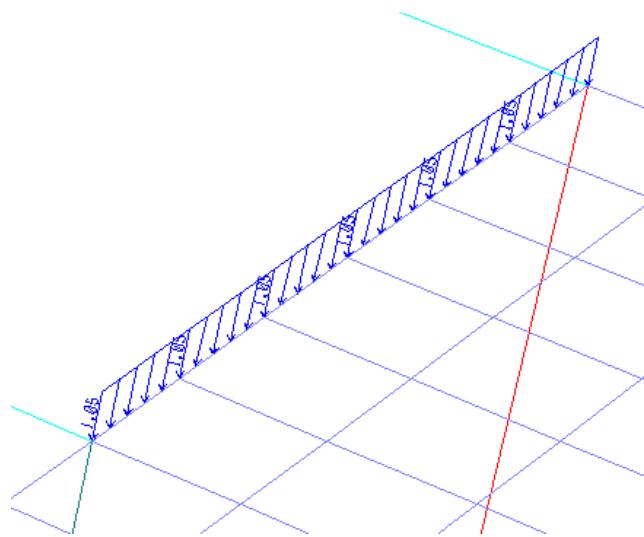
**Figura 24 - Revestimento( $N/m^2$ ) aplicado na laje lisa via SAP2000**



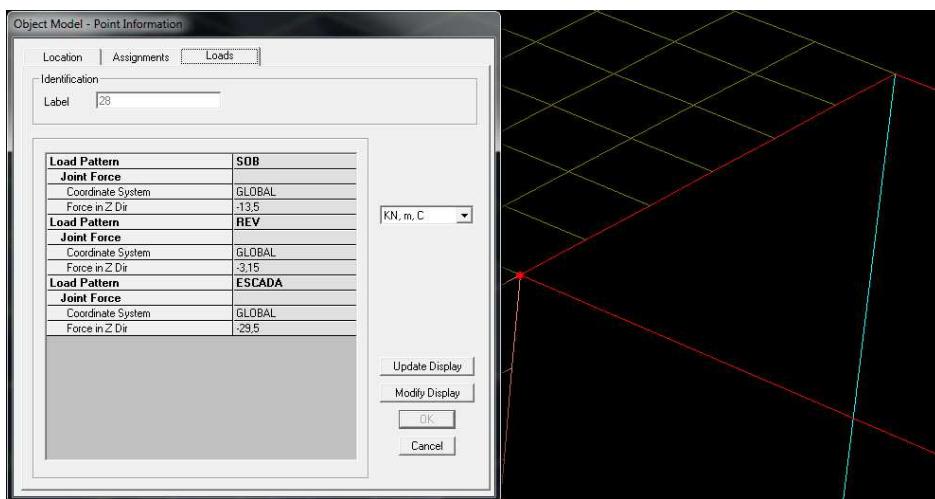
**Figura 25 - Reação do peso próprio da escada na viga V4 via SAP2000**



**Figura 26 - Reação da sobrecarga da escada na viga V4 via SAP2000**



**Figura 27 - Reação de revestimento da escada na viga V4 via SAP2000**



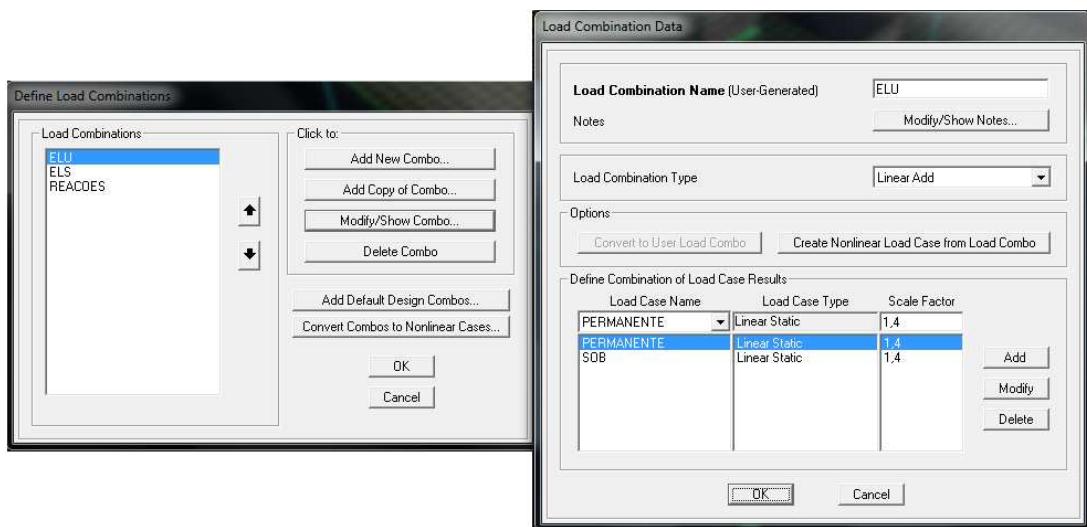
**Figura 28 - Reações da escada na Parede 1 via SAP2000**

### 3.1.5. Combinações de Ações

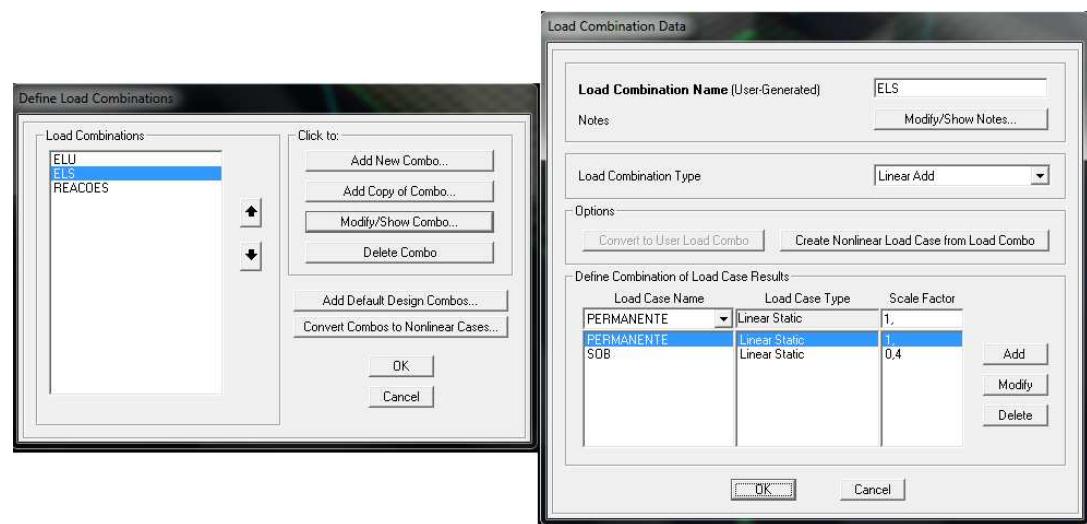
As combinações de ações adotadas foram as seguintes:

- Estado Limite Último(ELU): segundo o item 11.7.1 (NBR6118, 2003) a combinação será:  $1,4G + 1,4Q$ ;
- Estado Limite de Serviço(ELS): segundo os itens 11.7.1, 11.7.2 e 11.8.3.2 (NBR6118, 2003), considerando combinação quase permanente temos que:  $1,0G + 0,4Q$ ;
- Reações de Apoio: Para esta situação temos que:  $G + Q$ .

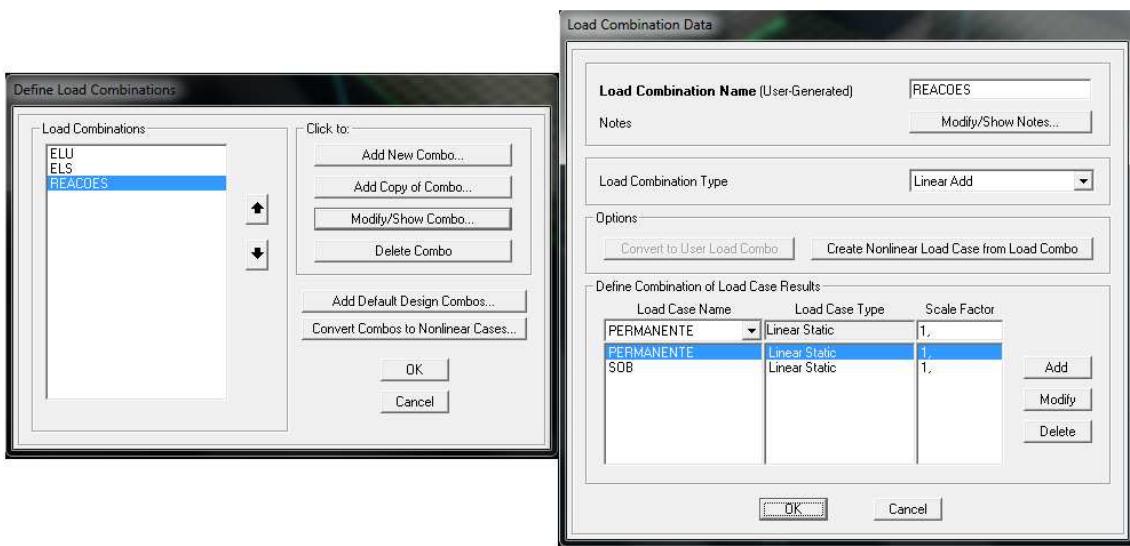
Vejamos nas figuras 29 a 31 a descrição destas combinações:



**Figura 29 - Combinação ELU via SAP2000**



**Figura 30 - Combinação ELS via SAP2000**

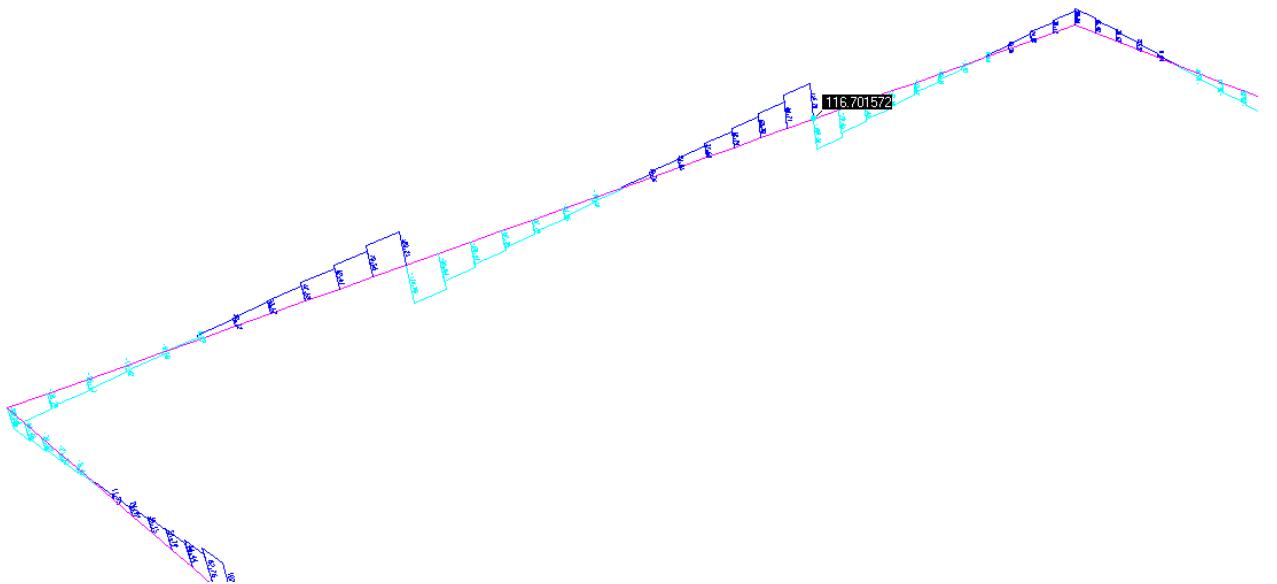


**Figura 31 - Combinação de reação de apoio via SAP2000**

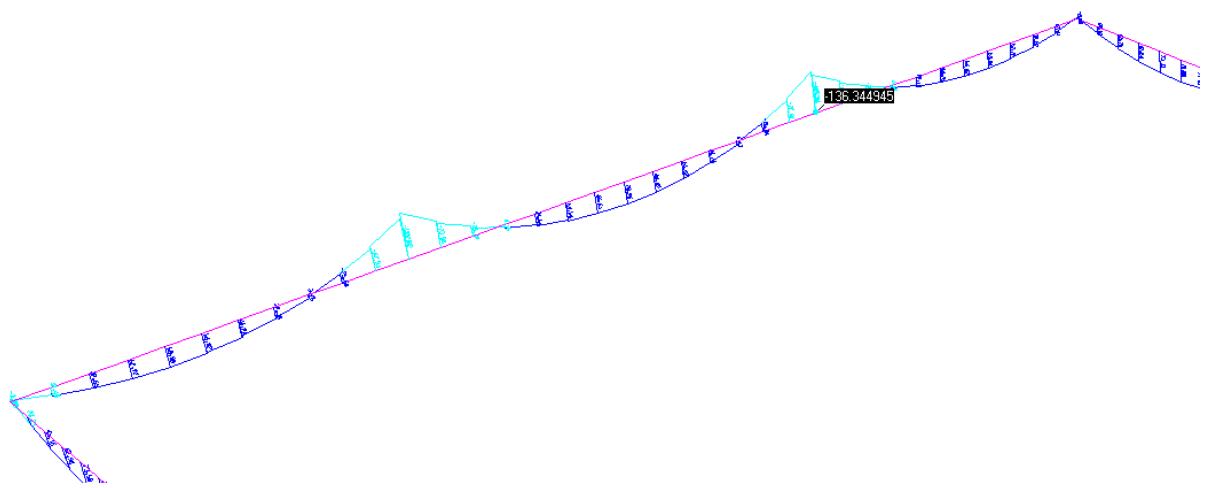
### 3.2. Resultados da Análise da Estrutura do Pavimento Tipo

#### 3.2.1. Esforços Solicitantes

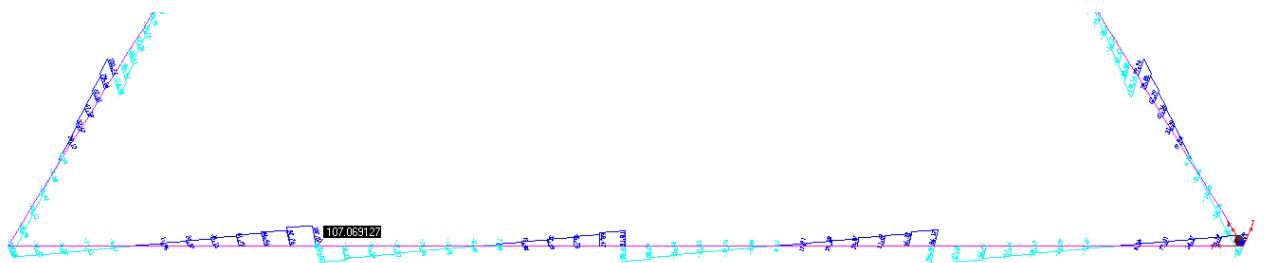
Neste item serão mostrados de forma sucinta os esforços solicitantes encontrados na estrutura para a combinação ELU através das figuras 32 a 37. Os diagramas são apresentados com a indicação dos esforços máximos.



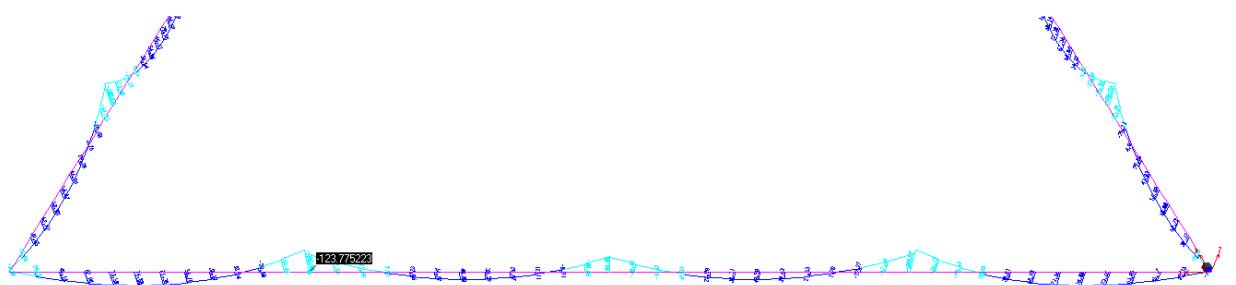
**Figura 32 -  $V_d$ (kN) da viga V1 via SAP2000**



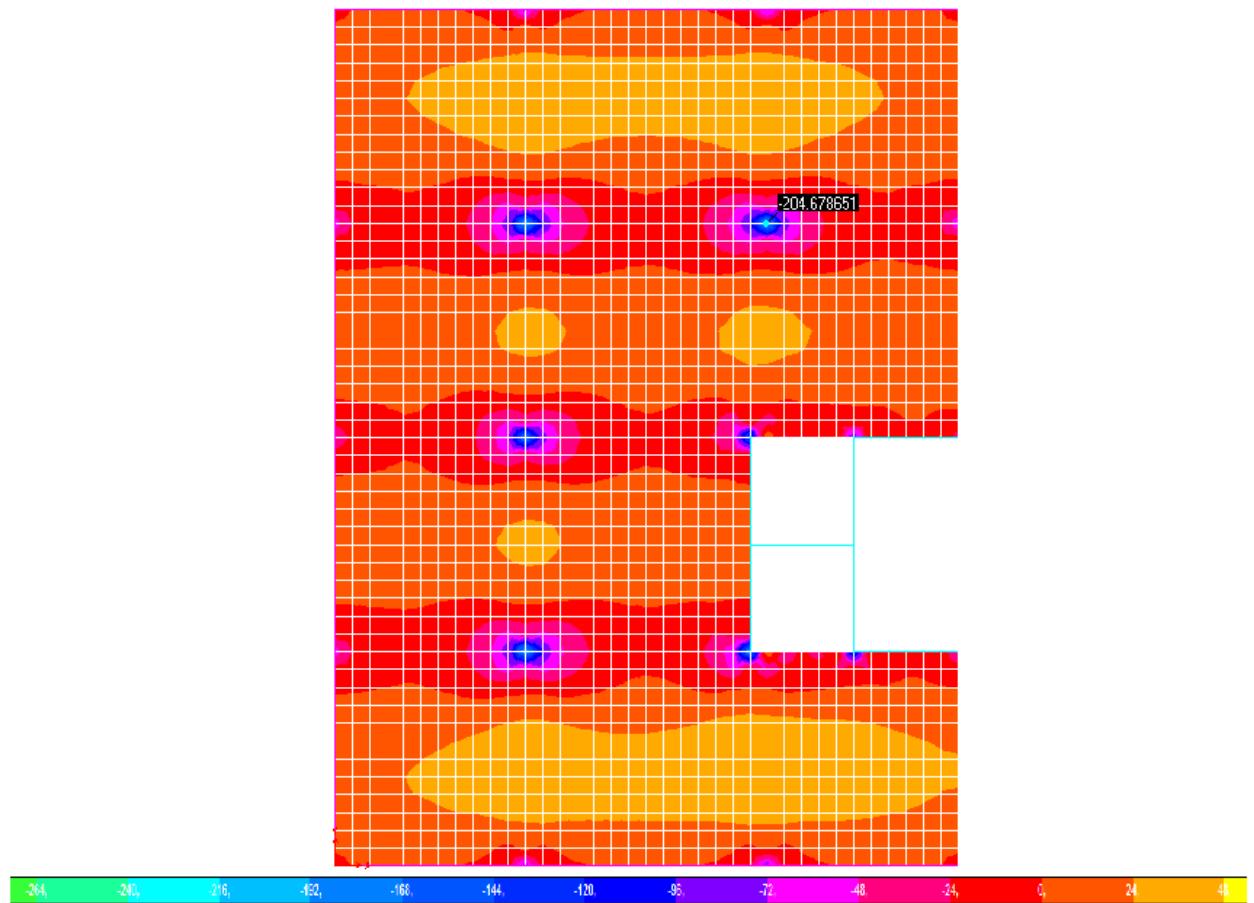
**Figura 33 -  $M_d$ (kNm) da viga V1 via SAP2000**



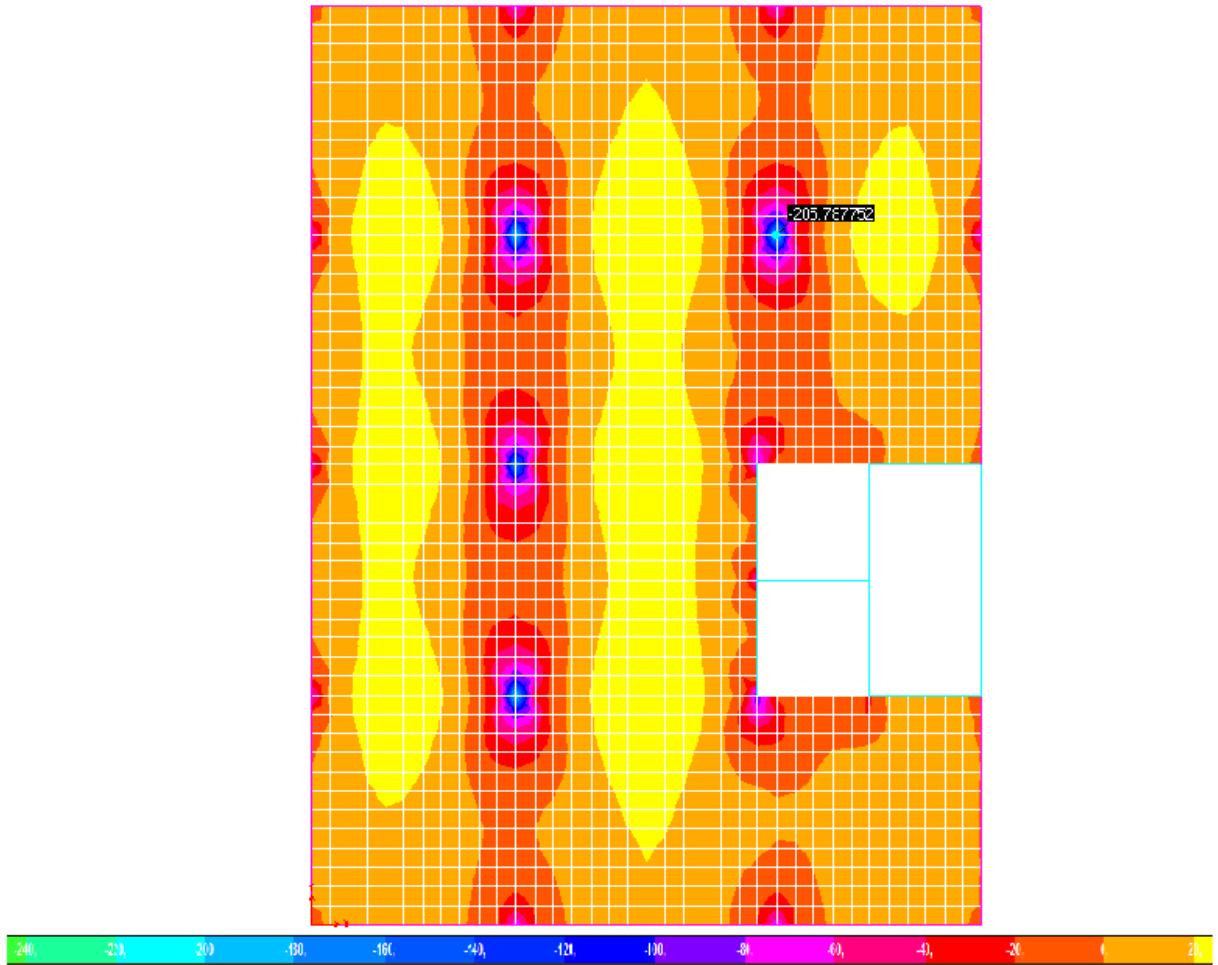
**Figura 34 -  $V_d$ (kN) da viga V6 via SAP2000**



**Figura 35 -  $M_d$ (kNm) da viga V6 via SAP2000**



**Figura 36 -  $M_{xd}$ (kNm/m) da laje lisa via SAP2000**

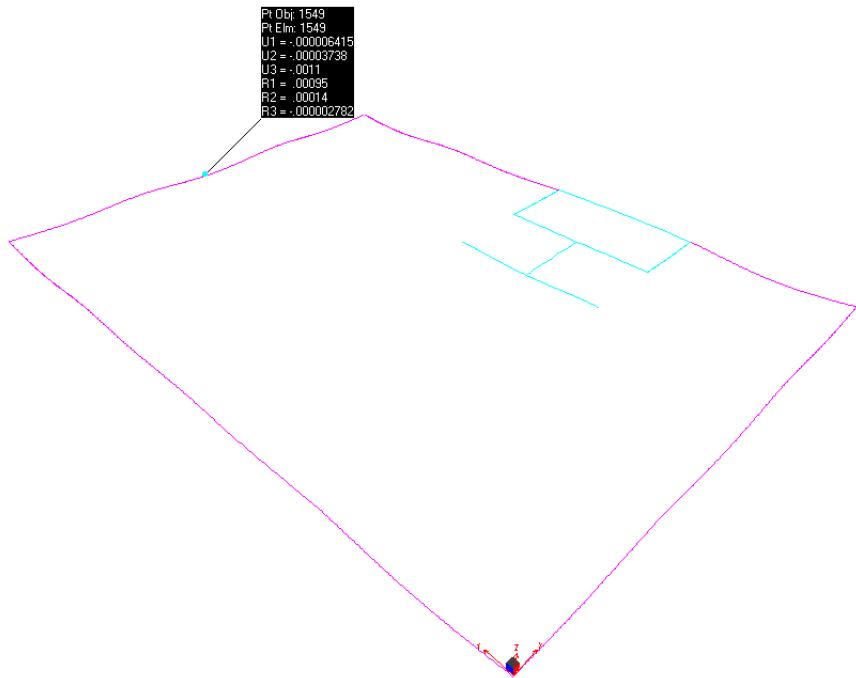


**Figura 37 -  $M_{yd}$ (kNm/m) da laje lisa via SAP2000**

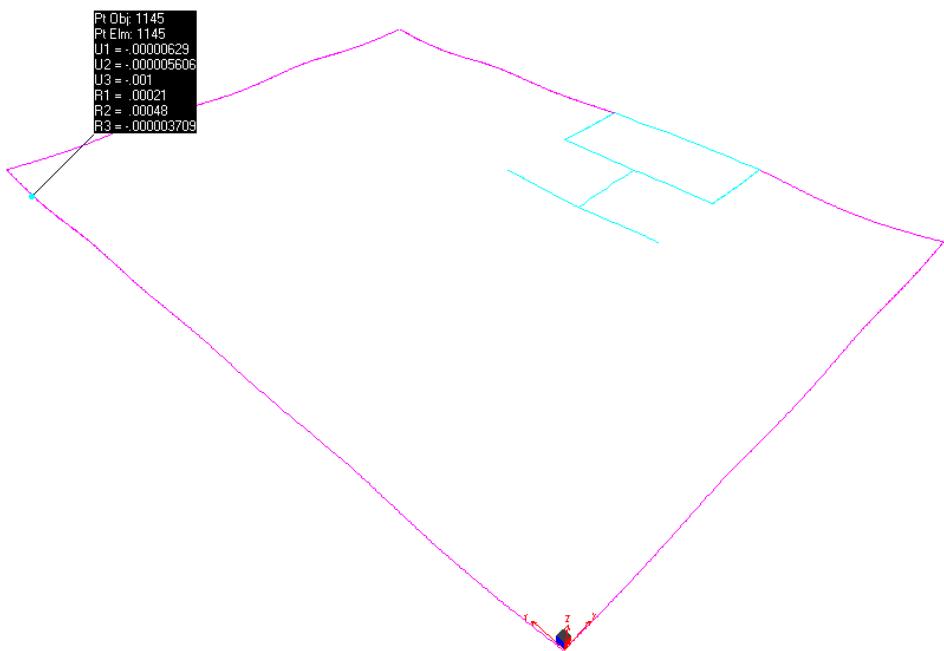
Os momentos fletores máximos da laje lisa na região dos pilares possuem valores que não representam a realidade física da estrutura, sendo assim tais valores não devem ser adotados. Nesta situação pode-se adotar um valor médio de momento fletor em torno na região do apoio.

### 3.2.2. Deslocamentos da Estrutura

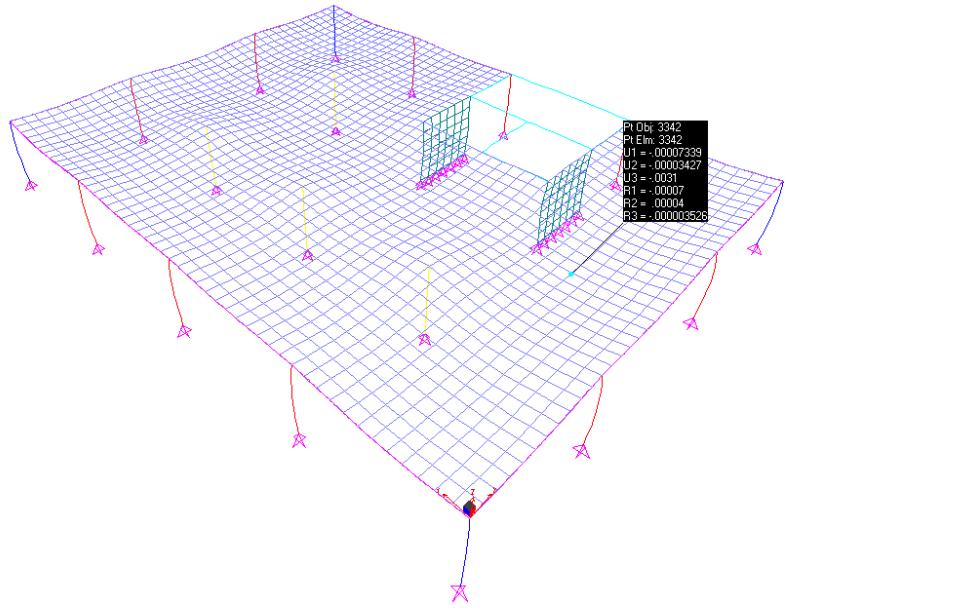
Neste item serão mostrados de forma sucinta os deslocamentos da estrutura para a combinação ELS, através das figuras 38 a 40, que assinalam os pontos com maior deslocamento vertical.



**Figura 38 - Deslocamentos(m e rad) na viga V1 via SAP2000**



**Figura 39 - Deslocamentos(m e rad) na viga V6 via SAP2000**



**Figura 40 - Deslocamentos(m e rad) na laje lisa via SAP2000**

### 3.2.3. Reações de Apoio

Neste item será mostrada uma lista com as reações de cada pilar da estrutura pela figura 41. No caso esta lista apresenta os nós com restrições, não explicitando a que pilares pertencem.

| Joint Reactions                             |                 |               |                 |                 |         |         |         |         |         |
|---|-----------------|---------------|-----------------|-----------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| File View Format-Filter-Sort Select Options |                 |               |                 | Joint Reactions |         |         |         |         |         |
| Units: As Noted                             |                 |               | Joint Reactions |                 |         |         |         |         |         |
| Joint Text                                  | OutputCase Text | CaseType Text |                 | F1 KN           | F2 KN   | F3 KN   | M1 KN-m | M2 KN-m | M3 KN-m |
| 45  | REACOES         | Combination   |                 | 2,766           | -3,973  | 99,151  | 0       | 0       | 0       |
| 47  | REACOES         | Combination   |                 | 10,262          | 5,125   | 235,511 | 0       | 0       | 0       |
| 49  | REACOES         | Combination   |                 | 9,847           | 0,057   | 202,885 | 0       | 0       | 0       |
| 51  | REACOES         | Combination   |                 | 10,435          | -5,048  | 235,831 | 0       | 0       | 0       |
| 53  | REACOES         | Combination   |                 | 2,968           | 4,002   | 99,363  | 0       | 0       | 0       |
| 74  | REACOES         | Combination   |                 | 3,623           | -13,51  | 262,269 | 0       | 0       | 0       |
| 75  | REACOES         | Combination   |                 | 5,95            | 2,677   | 486,415 | 0       | 0       | 0       |
| 76  | REACOES         | Combination   |                 | 5,416           | 0,283   | 443,981 | 0       | 0       | 0       |
| 77  | REACOES         | Combination   |                 | 6,447           | -2,735  | 487,548 | 0       | 0       | 0       |
| 78  | REACOES         | Combination   |                 | 4,933           | 13,921  | 263,637 | 0       | 0       | 0       |
| 84  | REACOES         | Combination   |                 | 3,574           | -13,396 | 262,086 | 0       | 0       | 0       |
| 85  | REACOES         | Combination   |                 | -6,075          | 2,727   | 487,437 | 0       | 0       | 0       |
| 86  | REACOES         | Combination   |                 | -2,38           | 15,004  | 270,735 | 0       | 0       | 0       |
| 90  | REACOES         | Combination   |                 | 2,743           | -3,783  | 98,61   | 0       | 0       | 0       |
| 91  | REACOES         | Combination   |                 | 9,568           | 4,828   | 241,751 | 0       | 0       | 0       |
| 92  | REACOES         | Combination   |                 | -1,94           | 8,827   | 158,913 | 0       | 0       | 0       |
| 93  | REACOES         | Combination   |                 | 2,393           | -15,557 | 160,903 | 0       | 0       | 0       |
| 94  | REACOES         | Combination   |                 | -2,489          | 5,116   | 111,994 | 0       | 0       | 0       |
| 96  | REACOES         | Combination   |                 | 10,134          | 0,973   | 57,351  | 0       | 0       | 0       |
| 97  | REACOES         | Combination   |                 | -6,12           | 1,247   | 22,998  | 0       | 0       | 0       |
| 98  | REACOES         | Combination   |                 | 11,832          | -1,647  | 68,548  | 0       | 0       | 0       |
| 99  | REACOES         | Combination   |                 | -5,667          | -1,66   | 17,648  | 0       | 0       | 0       |
| 102   | REACOES         | Combination   |                 | 1,584           | 1,441   | 96,974  | 0       | 0       | 0       |
| 104   | REACOES         | Combination   |                 | -2,234          | 1,659   | 86,522  | 0       | 0       | 0       |
| 106   | REACOES         | Combination   |                 | -5,034          | 1,714   | 72,809  | 0       | 0       | 0       |
| 108   | REACOES         | Combination   |                 | -6,121          | 1,64    | 60,46   | 0       | 0       | 0       |
| 110   | REACOES         | Combination   |                 | -6,149          | 1,424   | 46,629  | 0       | 0       | 0       |
| 147   | REACOES         | Combination   |                 | 1,216           | -2,082  | 113,891 | 0       | 0       | 0       |
| 149   | REACOES         | Combination   |                 | -3,518          | -2,39   | 97,862  | 0       | 0       | 0       |
| 151   | REACOES         | Combination   |                 | -6,73           | -2,467  | 78,062  | 0       | 0       | 0       |
| 153   | REACOES         | Combination   |                 | -7,724          | -2,363  | 59,904  | 0       | 0       | 0       |
| 155   | REACOES         | Combination   |                 | -6,949          | -2,054  | 40,093  | 0       | 0       | 0       |

**Figura 41 - Reações dos pilares via SAP2000**

## 4. Análise do Pavimento Tipo via Eberick

Neste item será mostrada a análise estrutural do pavimento tipo da estrutura pelo programa Eberick.

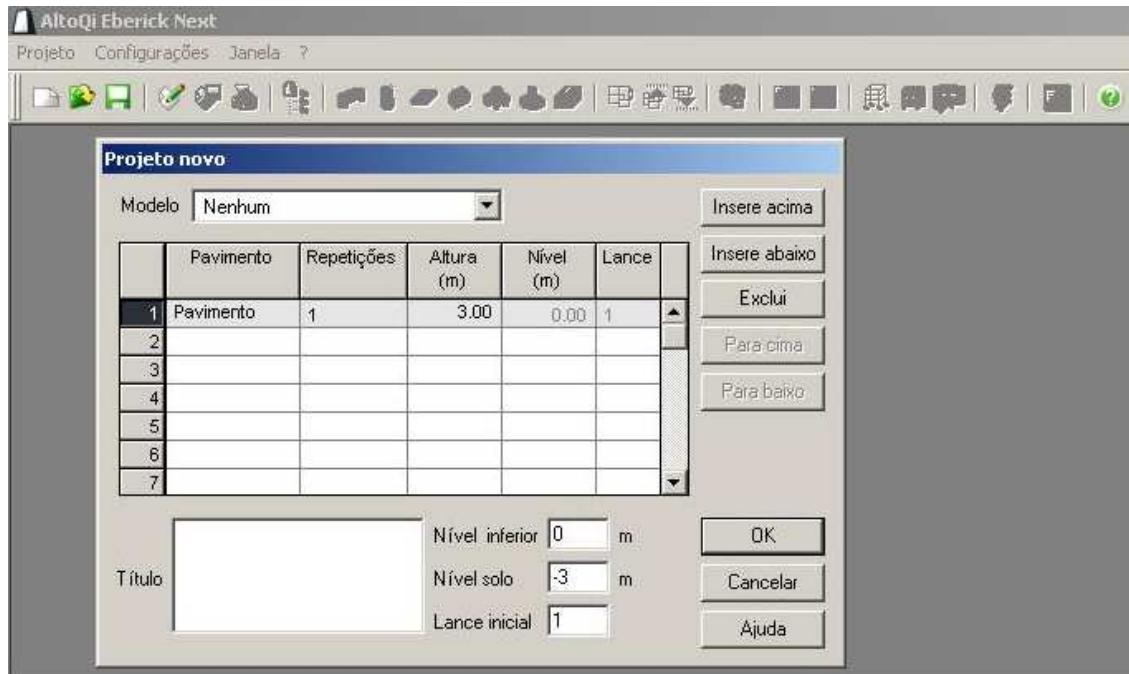
### 4.1. Dados de Entrada da Estrutura

#### 4.1.1. Unifilar

Considerando os mesmos argumentos apresentados no item 3.1.1, também será utilizado o unifilar em formato dxf para a criação do modelo de análise no programa Eberick. O unifilar já foi apresentado na figura 9.

#### 4.1.2. Definição da Estrutura do Pavimento Tipo

Vejamos na figura 42 a definição da estrutura do pavimento tipo:



**Figura 42 - Definição da estrutura do pavimento tipo via Eberick**

#### 4.1.3. Definição dos Materiais

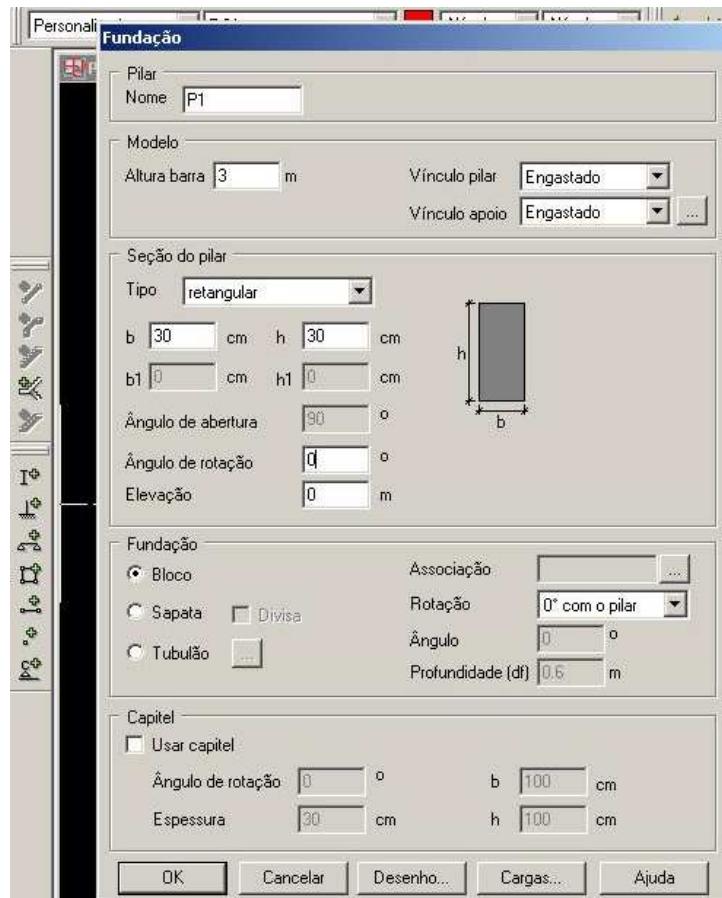
Neste item vejamos na figura 43 a definição dos materiais:



**Figura 43 - Definição dos materiais via Eberick**

#### 4.1.4. Descrição dos Elementos Estruturais

Vejamos nas figuras 44 a 48 uma descrição sucinta dos elementos da estrutura:



**Figura 44 - Descrição do pilar P1 via Eberick**

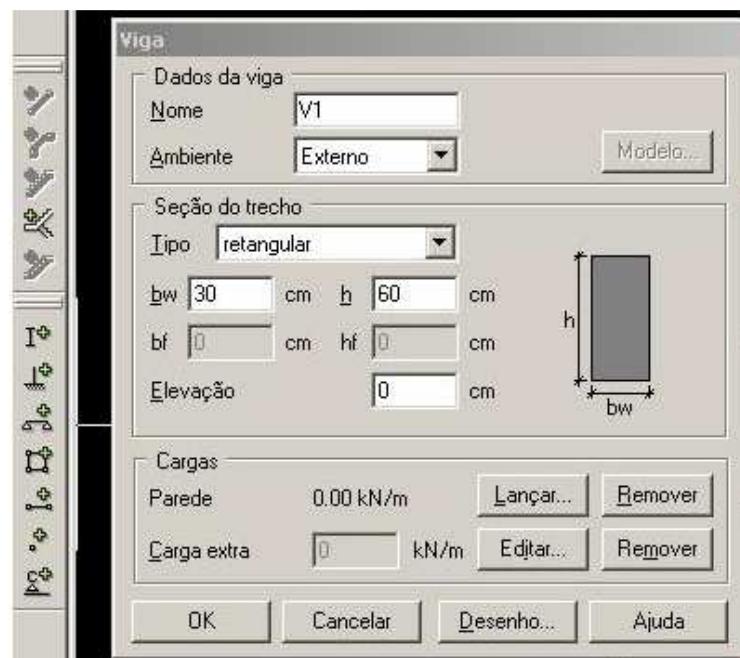
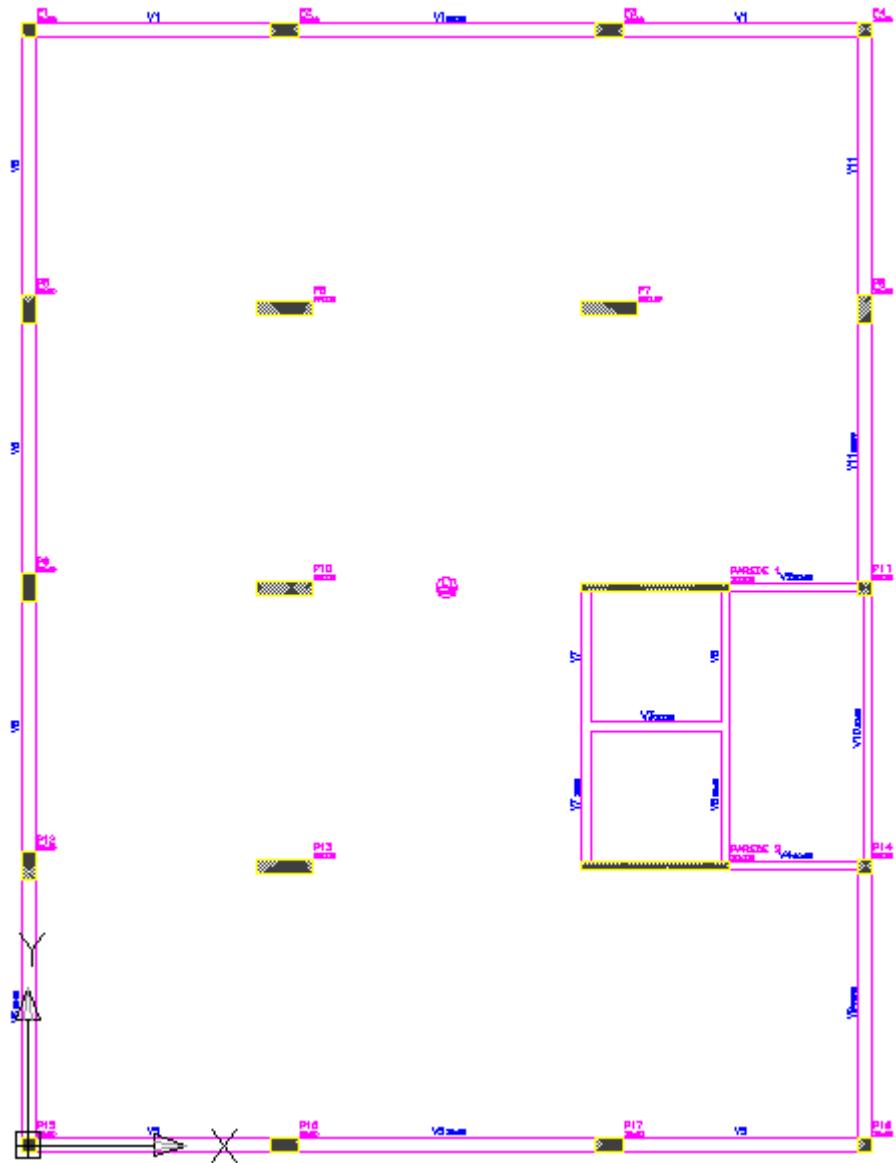


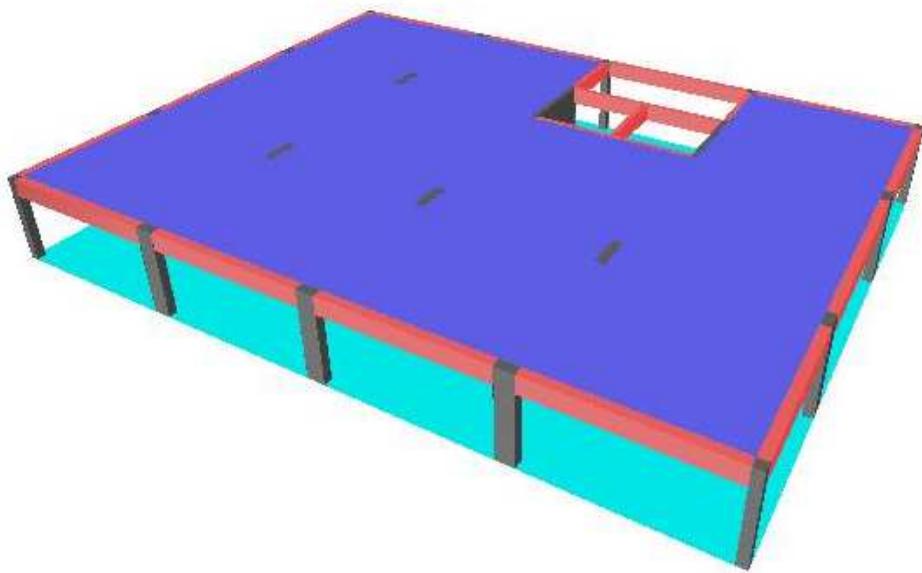
Figura 45 - Descrição da viga V1 via Eberick



Figura 46 - Descrição da laje lisa via Eberick



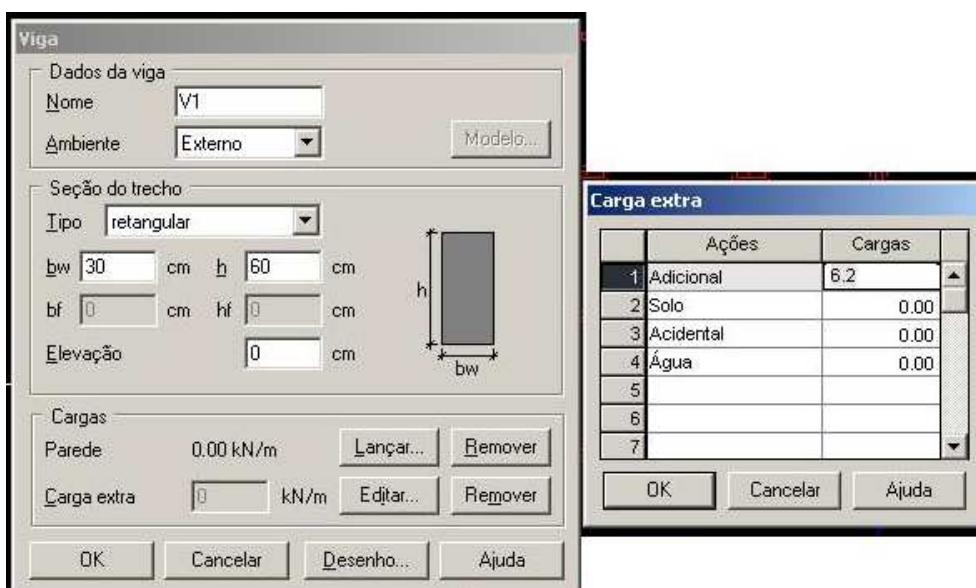
**Figura 47 - Estrutura do pavimento tipo em planta via Eberick**



**Figura 48 - Estrutura do pavimento tipo em 3D via Eberick**

#### 4.1.5. Carregamentos

Neste item será mostrada a aplicação dos carregamentos na estrutura do pavimento tipo. O peso próprio da estrutura é calculado de forma automática pelo programa Eberick. Vejamos nas figuras 49 a 53 uma descrição sucinta da aplicação dos carregamentos.



**Figura 49 - Aplicação da carga de alvenaria na viga V1 via Eberick**

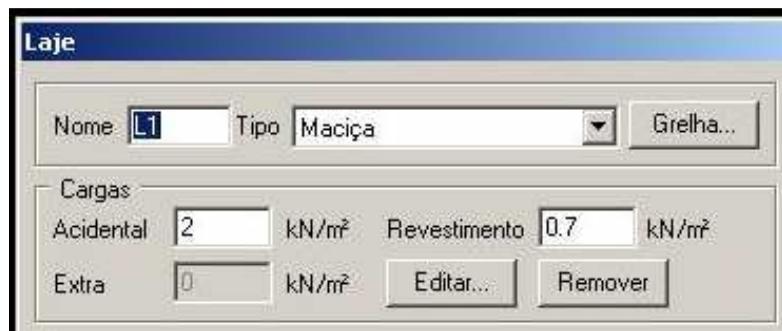


Figura 50 - Aplicação da sobrecarga e revestimento na laje lisa via Eberick

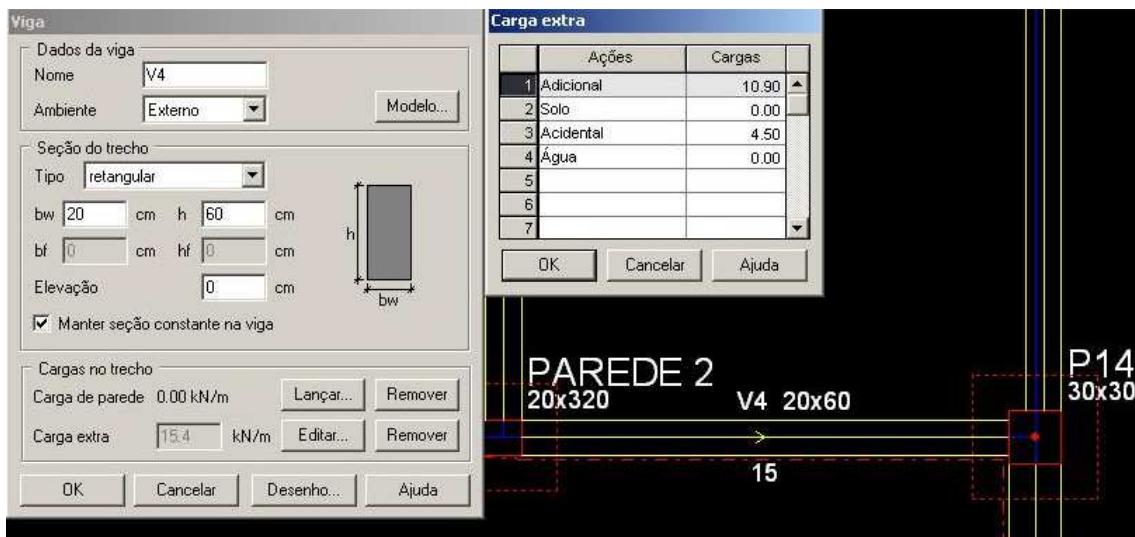


Figura 51 - Aplicação das reações da escada na viga V4 via Eberick

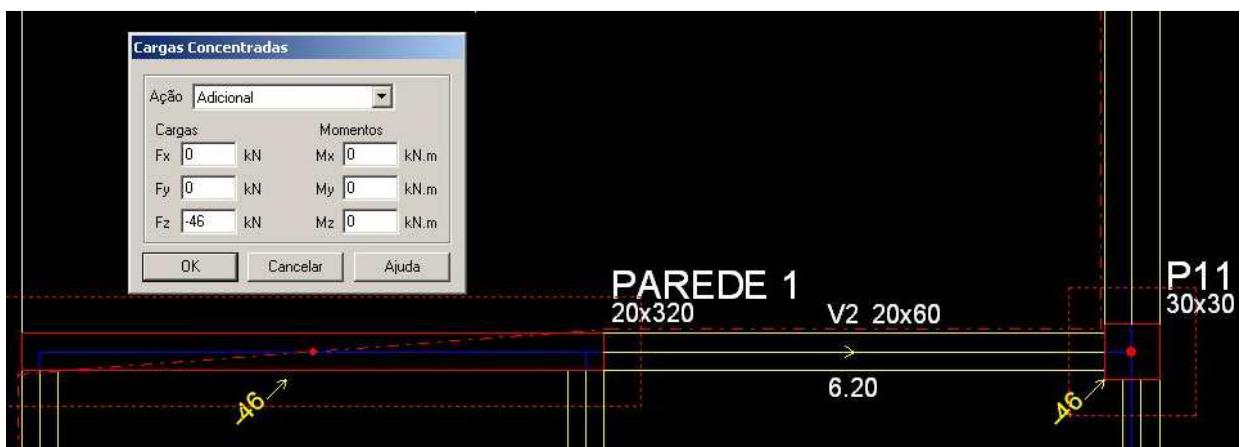
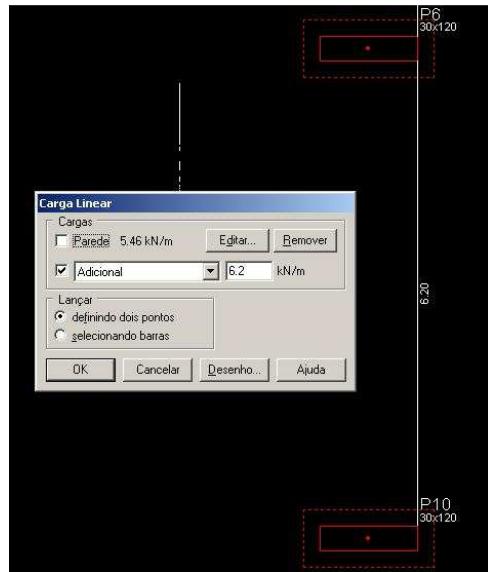


Figura 52 - Aplicação das reações da escada na Parede 1 via Eberick



**Figura 53 - Aplicação da carga de alvenaria na laje lisa via Eberick**

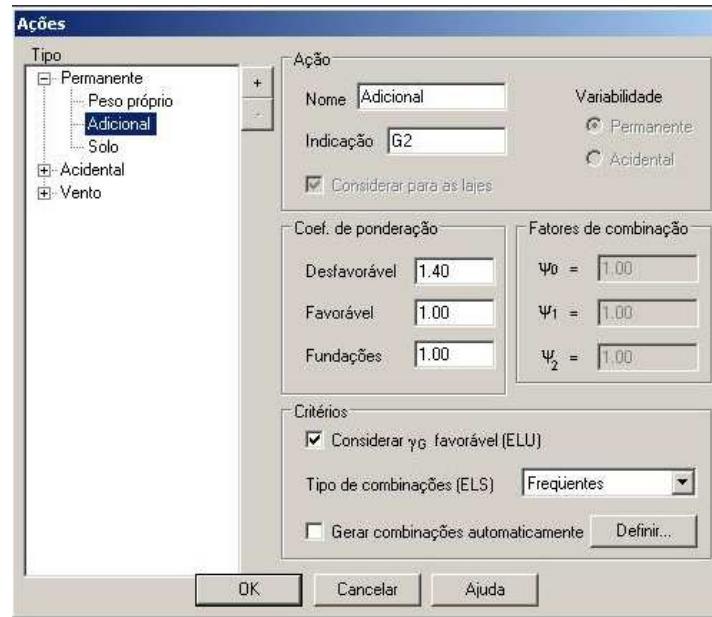
#### 4.1.6. Combinações de Ações

O programa Eberick realiza de forma automática todas as combinações possíveis e gera uma envoltória. Contudo é possível fixar uma ou mais combinações de interesse. No caso serão fixadas as mesmas combinações adotadas para o programa SAP2000, descritas no item 3.1.5. Vejamos a descrição destas combinações nas figuras 54 a 59.



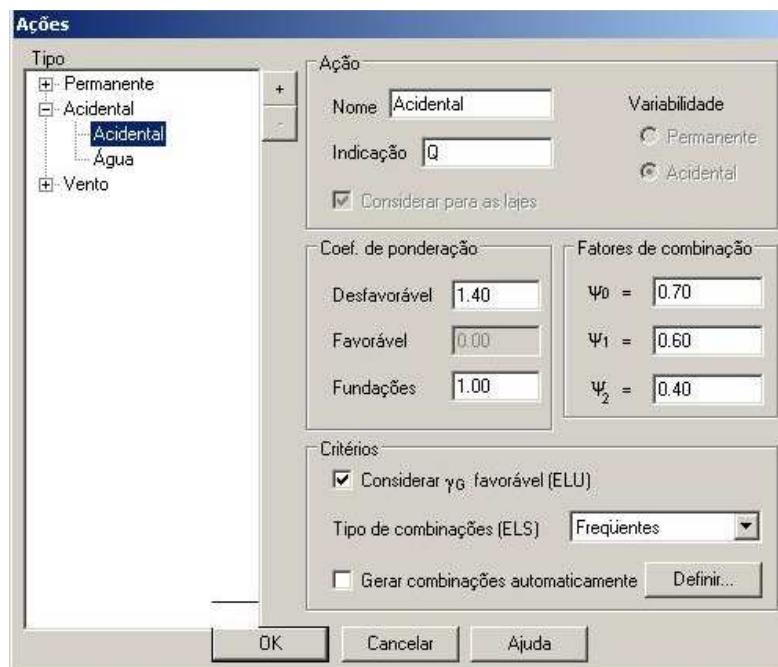
**Figura 54 - Ação de peso próprio da estrutura via Eberick**

O fator G1 representa a ação permanente de peso próprio da estrutura (fig.54).



**Figura 55 - Ação de carga permanente(paredes e revestimento) da estrutura via Eberick**

O fator G2 representa a ação permanente adicional atuante na estrutura, como revestimento dos pisos e alvenarias (fig.55).



**Figura 56 - Ação de sobrecarga via Eberick**

O fator Q representa a ação da sobrecarga atuante na estrutura (fig.56).



**Figura 57 - Combinação ELU via Eberick**



**Figura 58 - Combinação ELS via Eberick**



**Figura 59 - Combinação de reações via Eberick**

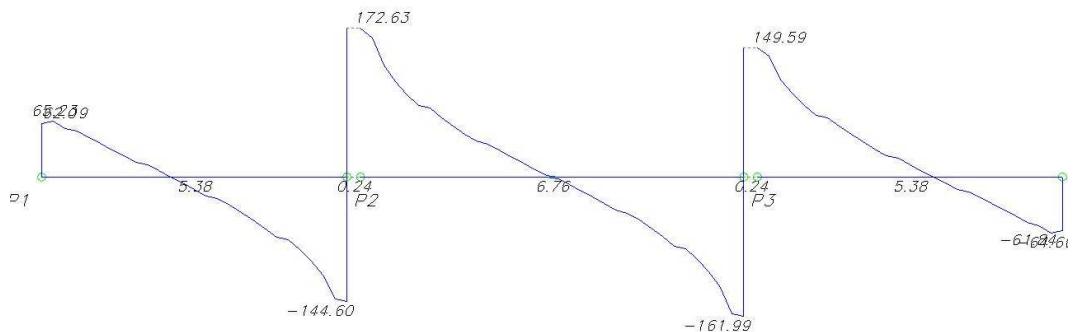
Os fatores S e A das figuras 57 a 59 representam a ação do solo e da água respectivamente, contudo não foram utilizados nesta análise.

## 4.2. Resultados da Análise da Estrutura do Pavimento Tipo

### 4.2.1. Esforços solicitantes

Neste item serão apresentados os esforços solicitantes da estrutura para o ELU de forma sucinta, através das figuras 60 a 66.

*ESFORÇOS CORTANTES DE CÁLCULO (V<sub>dx</sub>) [kN;m] VIGA: V1*



**Figura 60 - Esforço cortante da viga V1 via Eberick**

MOMENTOS FLETORES DE CÁLCULO ( $M_{dx}$ ) [ $kN.m;m$ ] VIGA: V1

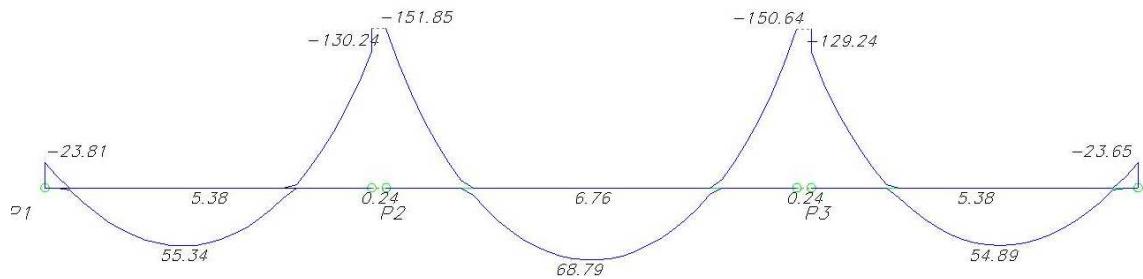


Figura 61 - Momento fletor da viga V1 via Eberick

ESFORÇOS CORTANTES DE CÁLCULO ( $V_{dx}$ ) [ $kN;m$ ] VIGA: V6

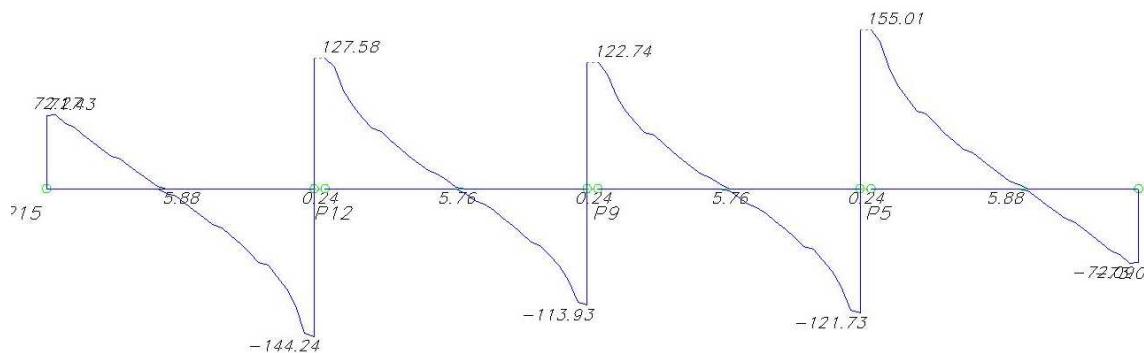


Figura 62 - Esforço cortante da viga V6 via Eberick

MOMENTOS FLETORES DE CÁLCULO ( $M_{dx}$ ) [ $kN.m;m$ ] VIGA: V6

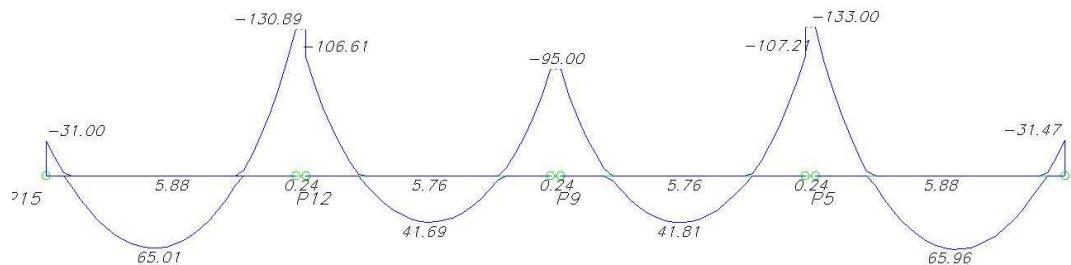
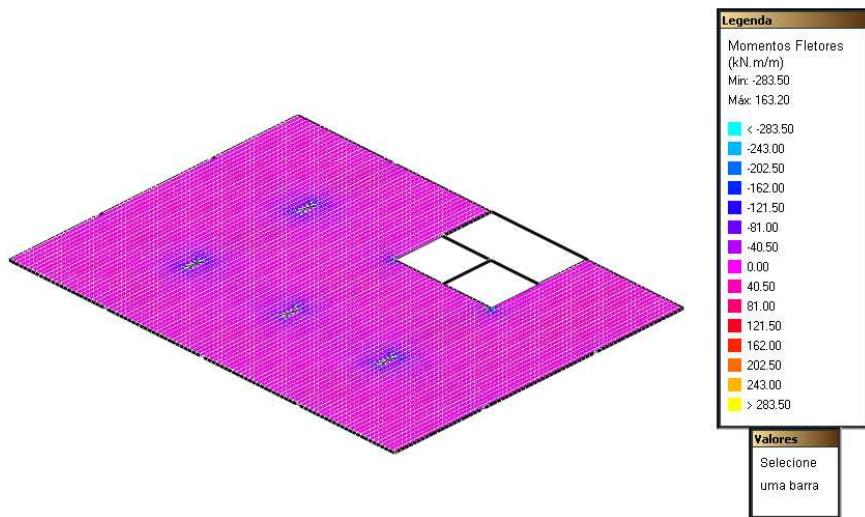
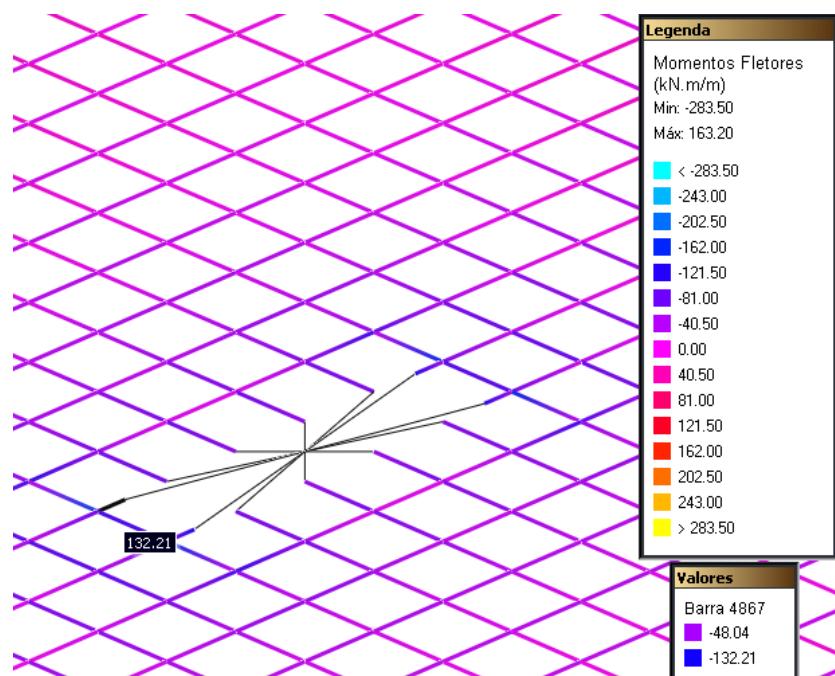


Figura 63 - Momento fletor da viga V6 via Eberick

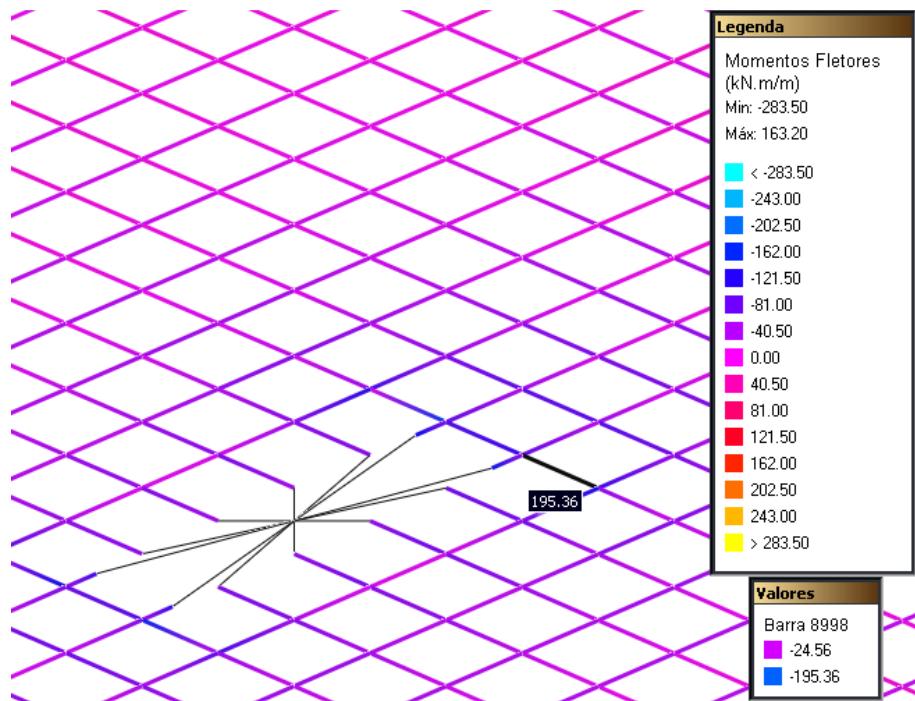
Os diagramas de momentos fletores das vigas apresentam na região dos apoios internos, dois momentos fletores. Neste caso pode ser adotada a prescrição de arredondamento do momento fletor no pilar segundo o item 14.6.3 (NBR6118, 2003).



**Figura 64 - Momentos fletores da laje lisa via Eberick**



**Figura 65 -  $M_{xd}$  da laje lisa sobre o pilar P7 via Eberick**



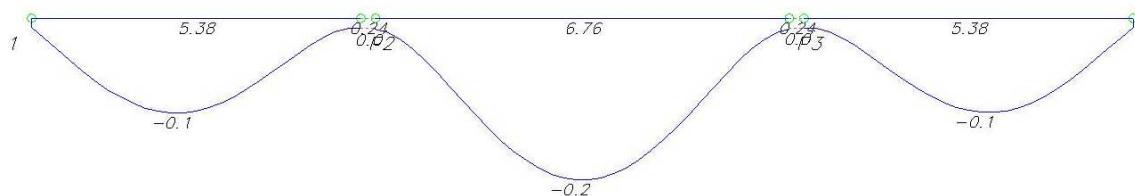
**Figura 66 -  $M_{yd}$  da laje lisa sobre o pilar P13 via Eberick**

O programa Eberick calcula as lajes como grelhas nas direções x e y. A malha foi dividida em faixas de 25cm x 25cm, pois o programa exige que pelo menos um ponto da grelha esteja contido dentro dos pilares que sustentam a laje lisa.

#### 4.2.2. Deslocamentos da Estrutura

Neste item serão apresentados os esforços solicitantes da estrutura para ELS de forma sucinta, através das figuras 67 a 69.

*DESLOCAMENTOS [cm;m] VIGA: V1*



**Figura 67 - Deslocamento vertical da viga V1 via Eberick**

DESLOCAMENTOS [cm;m] VIGA: V6

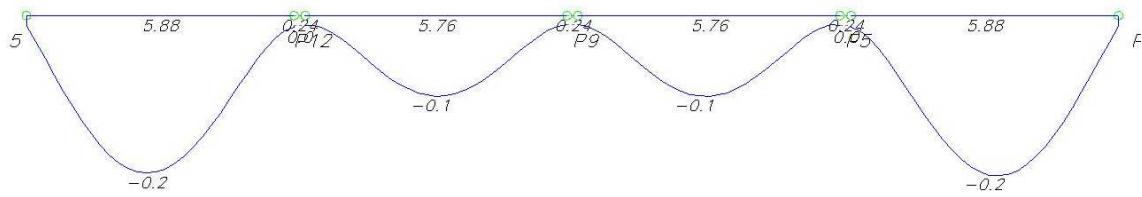


Figura 68 - Deslocamento vertical da viga V6 via Eberick

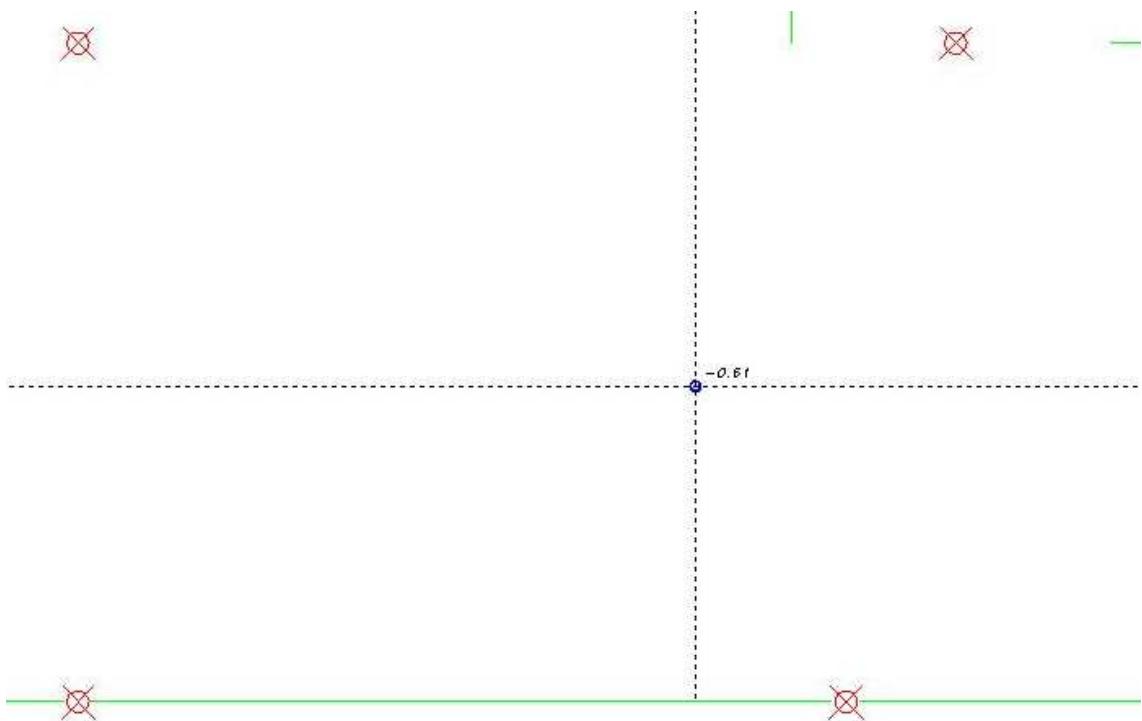


Figura 69 - Deslocamento vertical(cm) da laje lisa na região dos pilares P13, P16, P17 e Parede 2 via Eberick

#### 4.2.3. Reações de Apoio

A Tabela 1 mostra as reações de apoio dos pilares do pavimento tipo.

| Quadro de Cargas dos Pilares |                |      |
|------------------------------|----------------|------|
| Pilares                      | Pavimento Tipo |      |
|                              | NPos (kN)      | NNeg |
| P1                           | 102.58         | 0.00 |
| P2                           | 240.10         | 0.00 |
| P3                           | 236.06         | 0.00 |
| P4                           | 101.28         | 0.00 |
| P5                           | 211.17         | 0.00 |
| P6                           | 504.40         | 0.00 |
| P7                           | 526.31         | 0.00 |
| P8                           | 223.94         | 0.00 |
| P9                           | 182.55         | 0.00 |
| P10                          | 455.04         | 0.00 |
| P11                          | 145.80         | 0.00 |
| P12                          | 207.66         | 0.00 |
| P13                          | 524.44         | 0.00 |
| P14                          | 142.53         | 0.00 |
| P15                          | 101.68         | 0.00 |
| P16                          | 239.98         | 0.00 |
| P17                          | 267.32         | 0.00 |
| P18                          | 123.67         | 0.00 |
| PAREDE 1                     | 411.88         | 0.00 |
| PAREDE 2                     | 456.01         | 0.00 |

**Tabela 1 - Lista de reações de apoio dos pilares do pavimento tipo via Eberick**

## 5. Comparação dos Resultados da Análise do Pavimento Tipo

Este item tem como objetivo comparar os resultados encontrados pelas análises do pavimento tipo pelos programas SAP2000 e Eberick.

### 5.1. Esforços Solicitantes

Os resultados encontrados no item 3.2.1 para o programa SAP2000 e no item 4.2.1 para o programa Eberick, estão exemplificados na Tabela 2.

| QUADRO COMPARATIVO DE ESFORÇOS NO ELU |                  |           |            |         |                                    |
|---------------------------------------|------------------|-----------|------------|---------|------------------------------------|
| ESFORÇO                               | ELEMENTO         | POSIÇÃO   | RESULTADOS |         | OBS                                |
|                                       |                  |           | SAP        | EBERICK |                                    |
| $V_d$                                 | Viga V1(kN)      | P3        | 116,7      | 162,0   | -                                  |
|                                       | Viga V6(kN)      | P5        | 107,0      | 155,0   | -                                  |
| $M_a$                                 | Viga V1(kNm)     | P3        | -136,6     | -152,5  | (EBERICK POR ARREDONDAMENTO)       |
|                                       | Viga V6(kNm)     | P5        | -123,7     | -137,0  | (EBERICK POR ARREDONDAMENTO)       |
|                                       | Laje Lisa(kNm/m) | P7(em x)  | -149,0     | -132,2  | (SAP POR MÉDIA NA REGIÃO DO APOIO) |
|                                       |                  | P13(em y) | -161,0     | -195,4  | (SAP POR MÉDIA NA REGIÃO DO APOIO) |

**Tabela 2 - Quadro comparativo de esforços no ELU entre SAP2000 e Eberick**

Vejamos agora uma avaliação dos resultados apresentados para os dois programas.

- Esforços cortantes das vigas: observa-se qualitativamente que os diagramas possuem a mesma tendência com característica de um carregamento uniformemente distribuído. Mas quantitativamente existem grandes diferenças que alcançam o percentual de 30%. Essa diferença deve ter acontecido devido a uma diferença dos valores dos momentos fletores nas extremidades da viga pelos programas.

- Momento fletor das vigas: observa-se que os diagramas são bem semelhantes, mas diferem nas extremidades das vigas, pois o programa Eberick considera um momento fletor negativo nesta região muito superior ao valor apresentado pelo programa SAP2000. Isto ocorre pois o programa Eberick considera uma rigidez muito elevada na ligação entre o pilar de extremidade e a viga. Já os momentos fletores nos apoios internos são próximos;

- Momento fletor da laje lisa: observa-se qualitativamente que de forma geral o surgimento de momentos fletores negativos nas regiões dos apoios e de momentos positivos nas regiões entre faixas de apoio ocorre nos dois programas. O programa Eberick calcula a laje lisa como grelhas e apresenta um único diagrama de momentos para as direções x e y. Já o programa SAP2000 por realizar a análise da laje lisa como elementos finitos de placa, apresenta os momentos na direção vertical e horizontal separados. Do ponto de vista quantitativo os dois programas divergem, pois pelo programa SAP2000 os apoios dos pilares na laje lisa foram modelados como pontos. Já o programa Eberick materializa a região do pilar, interrompendo as barras das grelhas e adotando barras rígidas.

## 5.2. Deslocamentos da Estrutura

Os resultados encontrados no item 3.2.2 para o programa SAP2000 e no item 4.2.2 para o programa Eberick, estão mostrados na Tabela 3.

| QUADRO COMPARATIVO DE DESLOCAMENTOS NO ELS(mm) |           |                              |            |         |
|--|-----------|------------------------------|------------|---------|
| DESLOCAMENTO                                   | ELEMENTO  | POSIÇÃO                      | RESULTADOS |         |
|  |           |                              | SAP        | EBERICK |
| VERTICAL                                       | Viga V1   | ENTRE P2 E P3                | -1,1       | -2,0    |
|  | Viga V6   | ENTRE P1 E P5                | -1,0       | -2,0    |
|  | Laje Lisa | ENTRE P13, P16, P17 E PAR. 2 | -3,1       | -6,1    |

**Tabela 3 - Quadro comparativo de deslocamentos no ELS entre SAP2000 e Eberick**

Vejamos agora uma avaliação dos resultados apresentados para os dois programas.

- Deslocamentos nas vigas: observa-se que a tendência dos deslocamentos é a mesma pelos dois programas, contudo os valores do programa Eberick são o dobro em relação ao programa SAP2000. Foi verificado que os resultados apresentados pelo programa Eberick são relativos à flecha elástica das vigas. Considerando os carregamentos e os

vãos das vigas, foram avaliadas de forma sucinta as flechas elásticas teóricas para as vigas, baseadas na resistência dos materiais, apresentadas por SANTOS(2013a). Percebe-se que a flecha elástica teórica é bem próxima da flecha calculada pelo programa SAP2000. Logo o programa Eberick não efetuou de forma satisfatória este cálculo. Por fim o programa Eberick tem uma limitação, pois só apresenta os deslocamentos verticais. Já o programa SAP2000 apresenta deslocamentos e rotações em todas as direções. De qualquer forma os deslocamentos verticais encontrados são aceitáveis, pois o deslocamento máximo seria  $7000\text{mm}/250 = 28\text{mm}$ , valor bem acima dos deslocamentos encontrados;

- Deslocamentos na laje lisa: observa-se que o programa SAP2000 apresenta de forma mais abrangente os deslocamentos e rotações em todas as direções na laje lisa. Já o programa Eberick apresenta somente deslocamentos verticais e de forma muito sucinta. Em relação ao fator quantitativo, pode-se dizer que o comportamento verificado nos deslocamentos verticais das vigas se repete. Sendo assim a mesma ressalva feita ao programa Eberick anteriormente pode ser acolhida.

### **5.3. Reações de Apoio**

Considerando os resultados encontrados no item 3.2.3 para o programa SAP2000 e no item 4.2.3 para o programa Eberick, podem-se chegar às seguintes avaliações:

- A interpretação das reações pelo programa Eberick é muito mais simples do que pelo programa SAP2000. Isto ocorre, pois o programa SAP2000 apresenta uma tabela com as reações dos nós com restrições à deslocamentos, não existindo uma citação direta de pilar e reação como no programa Eberick;

- O programa Eberick só apresenta as reações verticais dos pilares, enquanto o programa SAP2000 apresenta as reações dos nós em todas as direções com deslocamentos prescritos;

- Considerando a lista de reações relativas ao programa SAP2000 apresentadas na figura 41, pode-se observar que o somatório das reações de apoio horizontais nas duas direções são nulos. Esta constatação garante que nenhuma carga paralela ao plano do pavimento foi aplicada ao modelo;

- O somatório das reações verticais pelos dois programas gera o seguinte resultado:

- SAP2000:  $\sum R_v = 5528,8\text{kN}$ ;

- Eberick:  $\sum R_v = 5404,4\text{kN}$ ;

Observa-se que os dois somatórios são próximos, a diferença nos valores deve ser fruto de aproximações numéricas no cálculo do peso próprio da estrutura, que é automática pelos dois programas. Para avaliar esta hipótese foram verificados os somatórios das reações pelos programas só para ação do peso próprio. No caso foi constatado que boa parte da diferença entre somatórios das reações é relativa ao peso próprio. Contudo existem diferenças nos somatórios das reações que são relativas às cargas permanentes adicionais (revestimento e alvenaria) e à sobrecarga.

## 6. Estabilidade Global da Estrutura

Este item tem como objetivo avaliar a estabilidade global da estrutura do edifício pelo programa SAP2000. É importante ressaltar que o programa Eberick não permite realizar o cálculo que será apresentado, pois não apresenta deslocamentos horizontais.

Segundo o item 11.3.3.4 (NBR6118, 2003) uma estrutura pode ser classificada quanto a estabilidade global de duas formas:

- Estrutura de nós fixos: Corresponde a uma estrutura onde os efeitos de 2º ordem podem ser desprezados;
- Estrutura de nós móveis: Corresponde a uma estrutura onde os efeitos de 2º ordem são consideráveis, sendo necessária a realização de uma análise estrutural considerando os efeitos de não linearidade geométrica e física.

Para se avaliar de forma sucinta se a estrutura está sujeita ou não aos efeitos de 2º ordem, pode-se calcular o parâmetro de instabilidade global da estrutura denominado de  $\alpha$ , conforme o item 15.5.2 (NBR6118, 2003):

$$\alpha = \frac{\sqrt{\sum N_k}}{\sum (E_{cs} \cdot I_c)_i}$$

$L$  altura total da estrutura, medida a partir do topo da fundação ou de um nível pouco deslocável do subsolo

$\sum N_k$  somatório de todas as cargas verticais atuantes na estrutura (a partir do nível considerado para o cálculo de  $L$ ) com seu valor característico

$\sum (E_{cs} I_c)_i$  somatório dos valores da rigidez de todos os pilares na direção considerada.

$E_{cs}$  módulo de elasticidade secante do concreto sendo  $E_{cs} = 0,85 \cdot 5600 f_{ck}^{1/2}$  (em MPa)

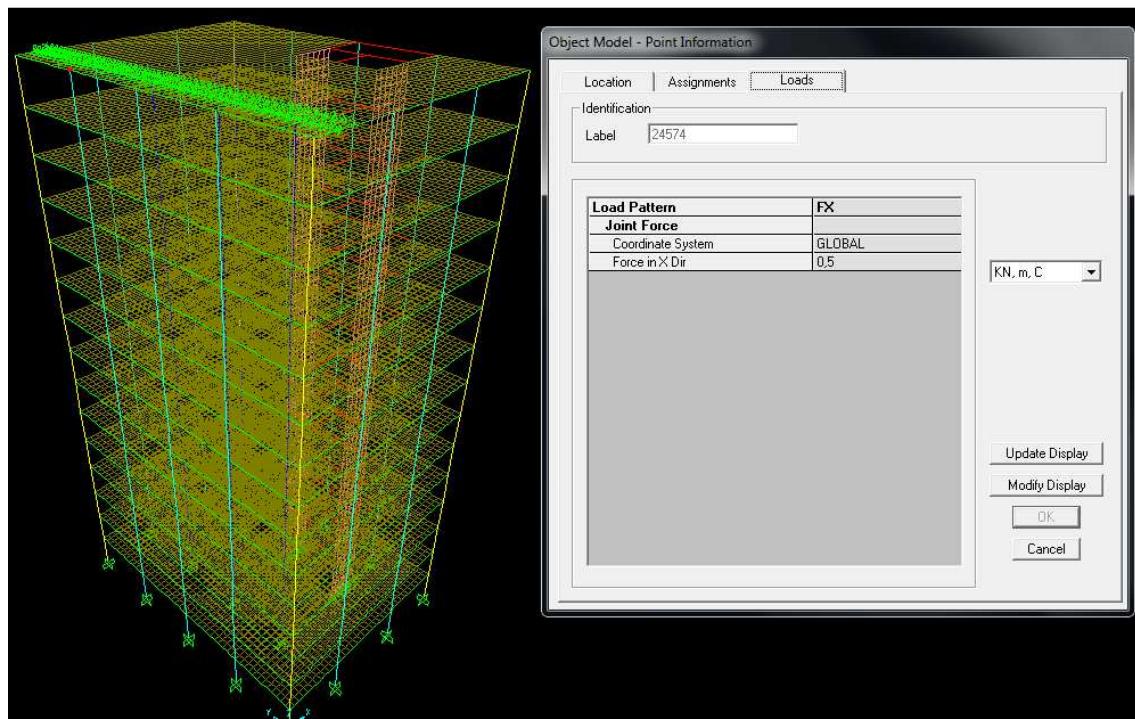
O valor limite do parâmetro de instabilidade para este edifício vale 0,6. Caso este valor seja ultrapassado a estrutura pode ser considerada de nós móveis.

## 6.1. Cálculo das Rijezas dos Pilares

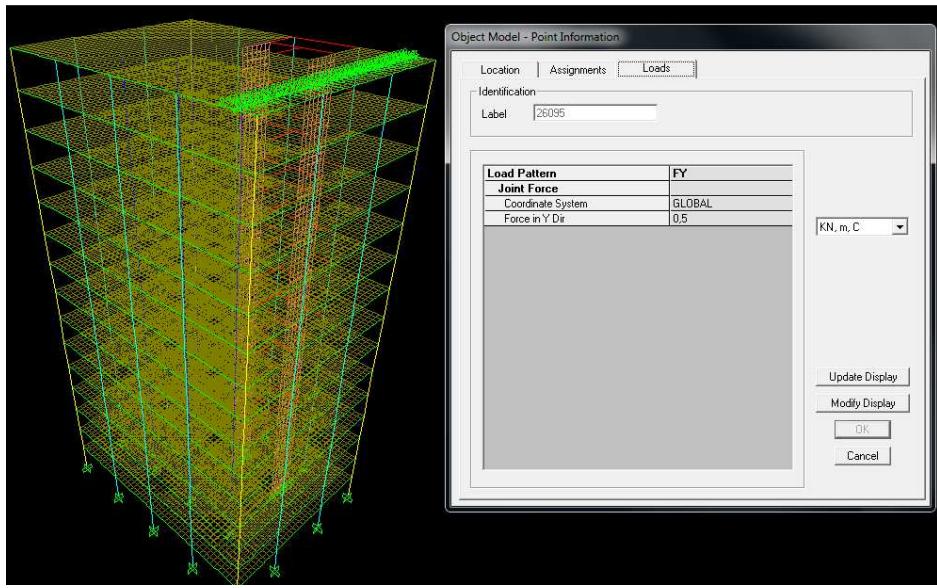
O único fator que é desconhecido para o cálculo do parâmetro  $\alpha$  seria a rigidez do conjunto de pilares da estrutura. LONGO(2008b) sugere um método de obtenção de uma rigidez equivalente dos pilares. Vejamos o procedimento:

- Aplicar uma carga linear horizontal no topo da estrutura do edifício numa dada direção;
- Avaliar o deslocamento  $\Delta$  no topo dos pilares da estrutura do edifício na direção de aplicação da carga linear horizontal;
- Supondo que este deslocamento seja igual ao deslocamento de uma pilar equivalente engastado na base e livre no topo, temos que:  $E_{cs}I_{c, \text{equiv}} = F L^3 / (3 \Delta)$ .

Considerando o método acima, foram impostas cargas de 1kN/m no topo da estrutura para as direções x e y, conforme as figuras 70 e 71:

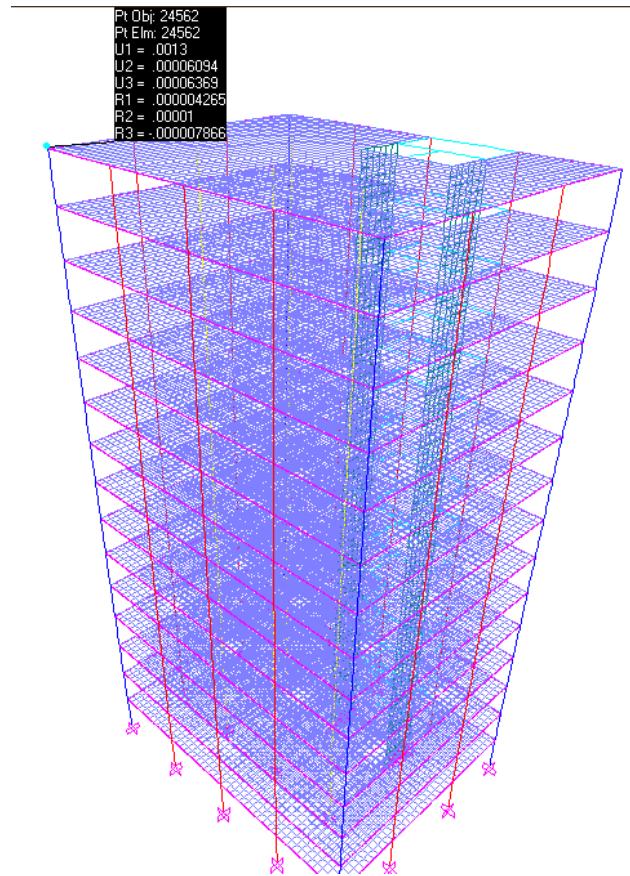


**Figura 70 - Força horizontal na direção x aplicada no topo da estrutura**

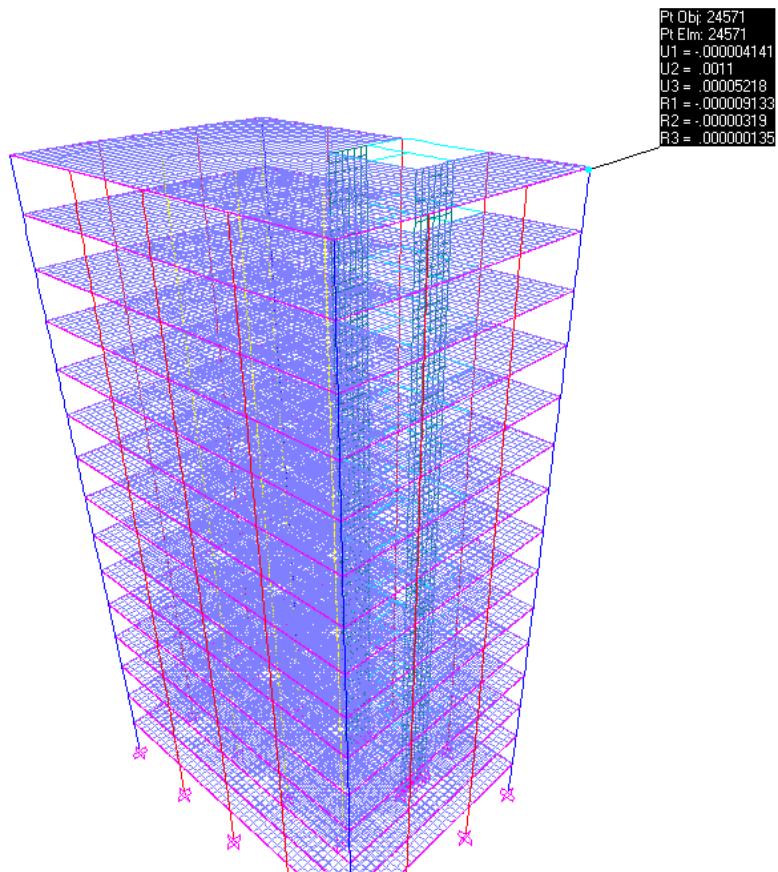


**Figura 71 - Força horizontal na direção y aplicada no topo da estrutura**

Vejamos agora nas figuras 72 e 73 o deslocamento encontrado devido a aplicação destas forças horizontais:



**Figura 72 - Deslocamento horizontal(m e rad) no topo dos pilares para força na direção x**



**Figura 73 - Deslocamento horizontal (m e rad) no topo dos pilares para força na direção y**

Após a avaliação dos deslocamentos no topo dos pilares da estrutura, é possível avaliar as ríjeas equivalentes dos pilares para as direções x e y. Vejamos os cálculos abaixo:

- $E_{cs}I_{c,quiv,x} = (24m \times 1kN/m \times (45m)^3) / (0,0013 \times 3) = 560769230kNm^2$ ;
- $E_{cs}I_{c,quiv,y} = (18m \times 1kN/m \times (45m)^3) / (0,0011 \times 3) = 497045455kNm^2$ .

## 6.2. Verificação da Estabilidade Global da Estrutura

Conhecidas as ríjeas equivalentes dos pilares para as direções x e y é possível agora avaliar os parâmetro de instabilidade nestas duas direções. Vejamos os cálculos abaixo:

- $\sum N_k = 15 \times 5528,8kN = 82932kN$ ;
- $L = 45m$ ;

$$- \alpha_x = 45m \times (82932kN / 560769230kNm^2)^{0,5} = 0,55 < 0,6 - \text{Estrutura com efeitos de } 2^\circ$$

ordem desprezíveis na direção x;

$$- \alpha_y = 45m \times (82932kN / 497045455kNm^2)^{0,5} = 0,58 < 0,6 - \text{Estrutura com efeitos de } 2^\circ$$

ordem desprezíveis na direção y.

Como as duas direções da estrutura possuem fatores de instabilidade globais menores do que o limite permitido, pode-se dizer que a estrutura não necessita de um modelo com consideração de efeitos de  $2^\circ$  ordem.

É importante ressaltar que caso fosse necessária uma modelagem considerando efeitos de  $2^\circ$  ordem, os dois programas permitem este tipo de análise, tanto para não-linearidade física e geométrica.

## 7. Ação do Vento pelos dois Programas

Este item tem como objetivo avaliar a ação do vento na estrutura do edifício pelos programas SAP2000 e Eberick.

### 7.1. Pressão Dinâmica do Vento

A pressão dinâmica do vento na estrutura do edifício depende de alguns fatores, conforme abaixo:

- Velocidade Básica do Vento: considera-se a figura 1 (NBR6123, 1988) que apresenta o mapa de isopletas de velocidade básica do Brasil. Observa-se que como o edifício se localiza na cidade do Rio de Janeiro, a velocidade básica adotada será  $V_0 = 35\text{m/s}$ ;
- Fator Topográfico( $S_1$ ): de acordo com o item 5.2 (NBR6123, 1988), irá se adotar terreno plano ou fracamente acidentado. Logo teremos  $S_1 = 1$ ;
- Fator de rugosidade do terreno, dimensões da edificação e altura sobre o terreno( $S_2$ ).

De acordo com o item 5.3 (NBR6123, 1988) temos que:

- Rugosidade do Terreno: Categoria IV, relativo a região urbanizada;
- Dimensões da Edificação: Classe B, dimensões horizontais ou vertical do edifício, entre 20m a 50m de comprimento;
- Altura sobre o terreno: serão adotadas três regiões de atuação do vento: 0m a 15m, 15m a 30m e 30m a 45m.

Como são definidas três regiões de pressão do vento para se avaliar o fator  $S_2$ , temos que:

- região de 0m a 15m:  $S_2 = 0,88$ ;
  - região de 15m a 30m:  $S_2 = 0,96$ ;
  - região de 30m a 45m:  $S_2 = 1,02$ .
- Fator Estatístico( $S_3$ ): de acordo com o item 5.4 (NBR6123, 1988), sendo a edificação comercial, temos que  $S_3 = 1$ .

No item 4.2 (NBR6123, 1988) está definida a velocidade característica do vento,

$V_k = V_0 S_1 S_2 S_3$ . Logo teremos que:

- região de 0m a 15m:  $V_k = 35\text{m/s} \times 1 \times 0,88 \times 1 = 30,8\text{m/s}$ ;
- região de 15m a 30m:  $V_k = 35\text{m/s} \times 1 \times 0,96 \times 1 = 33,6\text{m/s}$ ;
- região de 30m a 45m:  $V_k = 35\text{m/s} \times 1 \times 1,02 \times 1 = 35,7\text{m/s}$ .

O item 4.2 (NBR6123, 1988) define a pressão dinâmica do vento como  $q[\text{N/m}^2] = 0,613V_k^2$ . Logo teremos que:

- região de 0m a 15m:  $q = 0,613 \times (30,8\text{m/s})^2 = 0,58\text{kN/m}^2$ ;
- região de 15m a 30m:  $q = 0,613 \times (33,6\text{m/s})^2 = 0,69\text{kN/m}^2$ ;
- região de 30m a 45m:  $q = 0,613 \times (35,7\text{m/s})^2 = 0,78\text{kN/m}^2$ .

## 7.2. Coeficiente de Pressão Externa

O coeficiente de pressão externa para uma edificação retangular está definido na tabela 4 (NBR6123, 1988). Vejamos abaixo a avaliação deste coeficiente:

- $a = 24\text{m}$ ;
- $b = 18\text{m}$ ;
- $h = 45\text{m}$ ;
- $a/b = 24\text{m} / 18\text{m} = 1,33$ ;
- $h/b = 45\text{m} / 18\text{m} = 2,5$ ;
- Vento a  $0^\circ$  (perpendicular ao lado b):  $C_e = +0,8$  e  $-0,6$ ;
- Vento a  $90^\circ$  (perpendicular ao lado a):  $C_e = +0,8$  e  $-0,6$ ;

## 7.3. Coeficiente de Pressão Interna

O coeficiente de pressão interna para uma edificação retangular está descrito no item 6.2 (NBR6123, 1988). Supondo que as quatro faces do edifício tem o mesmo grau de permeabilidade adota-se o fator  $C_i = -0,3$ .

## 7.4. Cálculo da Força do Vento

### 7.4.1. Cálculo via SAP2000

A força do vento será calculada e aplicada no modelo da estrutura da edificação de forma manual. A pressão dinâmica efetiva do vento segundo o item 4.2.1 (NBR6123, 1988) deve ser  $\Delta_p = q(C_e - C_i)$ . Segundo LONGO(2008a) as pressões de vento podem ser transformadas em cargas lineares horizontais aplicadas nos pavimentos da edificação. Vejamos abaixo este cálculo:

- 1° Pavimento:

- Sobrepressão:  $0,58\text{kN/m}^2 \times (+0,8 - (-0,3)) \times 1,5\text{m} = +0,96\text{kN/m}$ ;

- Sucção:  $0,58\text{kN/m}^2 \times (-0,6 - (-0,3)) \times 1,5\text{m} = +0,26\text{kN/m}$ ;

- 2° ao 5° Pavimento:

- Sobrepressão:  $0,58\text{kN/m}^2 \times (+0,8 - (-0,3)) \times 3,0\text{m} = +1,91\text{kN/m}$ ;

- Sucção:  $0,58\text{kN/m}^2 \times (-0,6 - (-0,3)) \times 3,0\text{m} = +0,52\text{kN/m}$ ;

- 6° ao 10° Pavimento:

- Sobrepressão:  $0,69\text{kN/m}^2 \times (+0,8 - (-0,3)) \times 3,0\text{m} = +2,28\text{kN/m}$ ;

- Sucção:  $0,69\text{kN/m}^2 \times (-0,6 - (-0,3)) \times 3,0\text{m} = +0,62\text{kN/m}$ ;

- 11° ao 14° Pavimento:

- Sobrepressão:  $0,78\text{kN/m}^2 \times (+0,8 - (-0,3)) \times 3,0\text{m} = +2,57\text{kN/m}$ ;

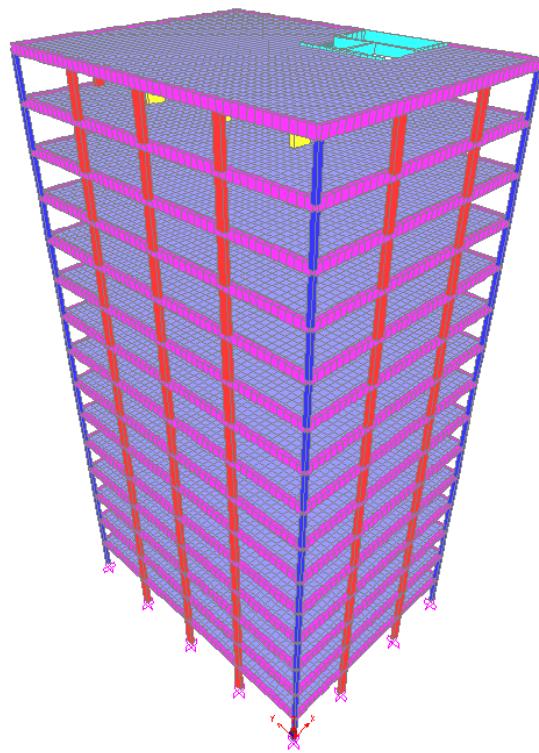
- Sucção:  $0,78\text{kN/m}^2 \times (-0,6 - (-0,3)) \times 3,0\text{m} = +0,70\text{kN/m}$ ;

- 15° Pavimento:

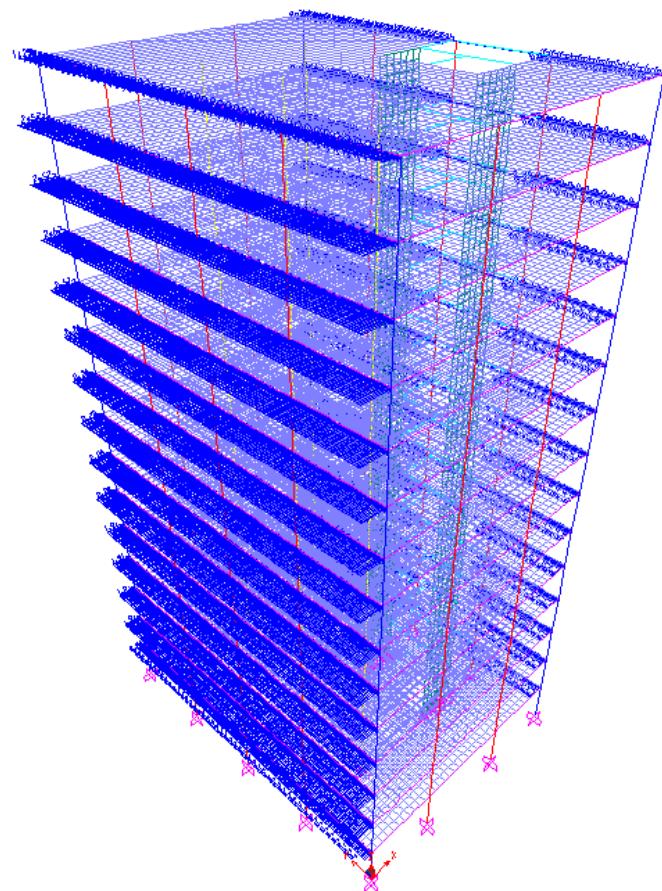
- Sobrepressão:  $0,78\text{kN/m}^2 \times (+0,8 - (-0,3)) \times 1,5\text{m} = +1,29\text{kN/m}$ ;

- Sucção:  $0,78\text{kN/m}^2 \times (-0,6 - (-0,3)) \times 1,5\text{m} = +0,35\text{kN/m}$ ;

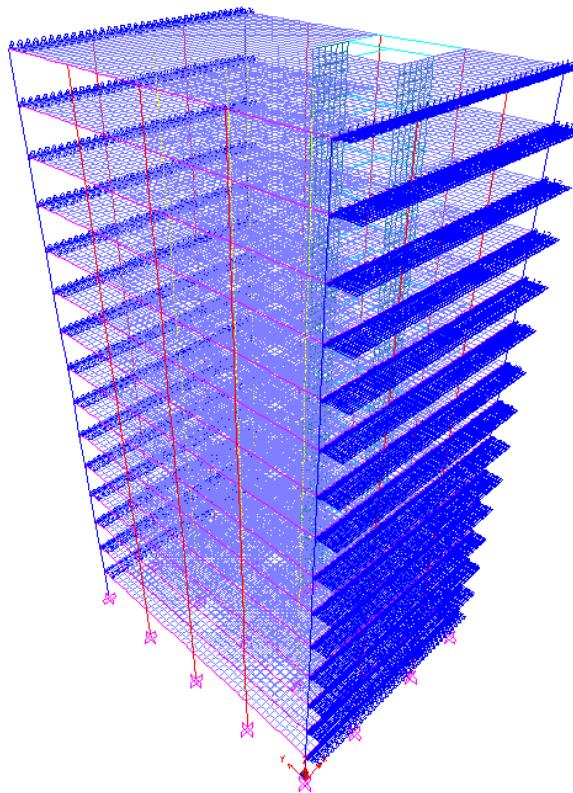
Vejamos nas figuras 74 a 76 a aplicação das forças do vento no modelo da estrutura do edifício:



**Figura 74 - Estrutura do edifício em 3D via SAP2000**



**Figura 75 - Força do vento na direção x via SAP2000**



**Figura 76 - Força do vento na direção y via SAP2000**

Vejamos agora nas figuras 77 e 78 as reações dos pilares para as forças do vento na direção x e y:

| Joint Reactions                             |                 |               |         |                 |          |          |           |             |  |
|---|-----------------|---------------|---------|-----------------|----------|----------|-----------|-------------|--|
| File View Format-Filter-Sort Select Options |                 |               |         | Joint Reactions |          |          |           |             |  |
| Units: As Noted                             |                 |               |         |                 |          |          |           |             |  |
| Joint Text                                  | OutputCase Text | CaseType Text | F1 KN   | F2 KN           | F3 KN    | M1 KN-m  | M2 KN-m   | M3 KN-m     |  |
| 3   | FX              | LinStatic     | -3.701  | -1.163          | -144.07  | 1.9014   | -6.0258   | 0.0858      |  |
| 45  | FX              | LinStatic     | -7.363  | -1.558          | -158.578 | 2.3599   | -11.747   | 0.1058      |  |
| 47  | FX              | LinStatic     | -7.816  | -7.058          | -162.153 | 13.136   | -15.5394  | 0.3266      |  |
| 49  | FX              | LinStatic     | -6.415  | -6.673          | -135.758 | 12.5608  | -13.0778  | 0.3049      |  |
| 51  | FX              | LinStatic     | -5.385  | -5.826          | -154.637 | 11.5948  | -11.0509  | 0.2912      |  |
| 74  | FX              | LinStatic     | -31.93  | -0.806          | -43.422  | 1.415    | -65.9901  | 0.3306      |  |
| 75  | FX              | LinStatic     | -68.795 | -1.081          | -23.867  | 2.296    | -301.8613 | 0.8758      |  |
| 76  | FX              | LinStatic     | 55.868  | -0.972          | -97.998  | 2.1604   | -257.6868 | 0.8526      |  |
| 77  | FX              | LinStatic     | 43.951  | -1.117          | -116.316 | 2.2861   | -216.567  | 0.8359      |  |
| 78  | FX              | LinStatic     | -15.42  | -0.789          | -58.948  | 1.3669   | -33.5413  | 0.2905      |  |
| 84  | FX              | LinStatic     | -31.981 | 0.793           | 46.567   | -1.4563  | -66.0804  | 0.3387      |  |
| 85  | FX              | LinStatic     | -68.075 | 1.583           | 45.329   | -2.8944  | -301.1598 | 0.8884      |  |
| 86  | FX              | LinStatic     | -14.527 | 0.287           | 26.246   | -0.8845  | -32.6786  | 0.2886      |  |
| 90  | FX              | LinStatic     | -7.379  | 1.596           | 162.384  | -2.4414  | -11.7704  | 0.1093      |  |
| 91  | FX              | LinStatic     | -8.037  | 6.783           | 222.357  | -13.2592 | -15.7454  | 0.3358      |  |
| 92  | FX              | LinStatic     | -10.567 | 6.552           | 408.447  | -12.8696 | -17.1297  | 0.2097      |  |
| 93  | FX              | LinStatic     | -8.922  | 5.201           | 401.331  | -11.1494 | -14.5668  | 0.4165      |  |
| 94  | FX              | LinStatic     | -3.73   | 1.472           | 180.492  | -2.2152  | -6.048    | 0.0862      |  |
| 96  | FX              | LinStatic     | -72.588 | 0.02            | -360.804 | -0.2161  | -1.6362   | 0.026       |  |
| 97  | FX              | LinStatic     | -65.121 | -0.158          | 327.614  | -0.1434  | -1.4304   | -0.0164     |  |
| 98  | FX              | LinStatic     | -61.062 | -0.516          | -308.119 | 0.0206   | -1.3648   | -0.0058     |  |
| 99  | FX              | LinStatic     | 55.262  | 0.577           | 282.681  | -0.4693  | -1.1987   | -0.06       |  |
| 102   | FX              | LinStatic     | -45.899 | 0.393           | -465.551 | -0.4636  | -3.1731   | -0.002      |  |
| 104   | FX              | LinStatic     | -30.071 | 0.287           | -231.061 | -0.4536  | -1.7621   | -0.00008566 |  |
| 106   | FX              | LinStatic     | -30.506 | 0.225           | -27.875  | -0.4258  | -2.5186   | 0.00008639  |  |
| 108   | FX              | LinStatic     | -27.264 | 0.199           | 175.572  | -0.3981  | -1.6165   | 0.000322    |  |
| 110   | FX              | LinStatic     | -41.772 | 0.208           | 408.49   | -0.3545  | -3.1003   | 0.0018      |  |
| 147   | FX              | LinStatic     | -36.603 | -0.031          | -399.106 | -0.1287  | -2.6144   | -0.0005091  |  |
| 149   | FX              | LinStatic     | 22.154  | 0.147           | 197.542  | 0.3073   | -1.382    | -0.0006896  |  |
| 151   | FX              | LinStatic     | -22.309 | 0.242           | -21.411  | -0.461   | -2.0243   | -0.0003509  |  |
| 153   | FX              | LinStatic     | -19.903 | 0.394           | 154.976  | -0.6302  | -1.2612   | -0.0003767  |  |
| 155   | FX              | LinStatic     | -33.463 | 0.788           | 355.387  | -0.8225  | -2.5692   | 0.0039      |  |

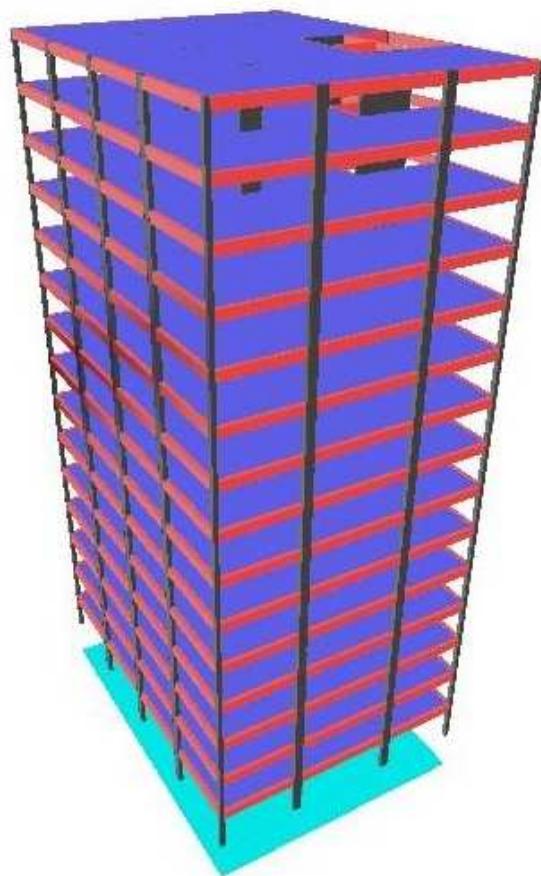
**Figura 77 - Reações dos pilares para força do vento na direção x via SAP2000**

| Joint Reactions |            |                 |               |        |         |          |          |           |             |  |
|-----------------|------------|-----------------|---------------|--------|---------|----------|----------|-----------|-------------|--|
|                 | Joint Text | OutputCase Text | CaseType Text | F1 KN  | F2 KN   | F3 KN    | M1 KN-m  | M2 KN-m   | M3 KN-m     |  |
| ▶               | 3          | FY              | LinStatic     | 0,159  | -13,923 | -148,094 | 21,9569  | 0,1601    | 0,0027      |  |
|                 | 45         | FY              | LinStatic     | -0,131 | -13,923 | 150,16   | 21,9496  | -0,1113   | 0,0041      |  |
|                 | 47         | FY              | LinStatic     | -0,051 | -68,189 | 94,963   | 130,0028 | -0,0146   | -0,0038     |  |
|                 | 49         | FY              | LinStatic     | 0,023  | -71,061 | 0,99     | 132,7115 | 0,0486    | -0,0032     |  |
|                 | 51         | FY              | LinStatic     | 0,096  | -68,204 | -92,424  | 130,0262 | 0,108     | -0,0054     |  |
|                 | 74         | FY              | LinStatic     | -0,406 | -18,792 | 149,883  | 34,9634  | -0,2167   | -0,0015     |  |
|                 | 75         | FY              | LinStatic     | -0,124 | -30,453 | 13,018   | 62,8807  | 1,066     | -0,0118     |  |
|                 | 76         | FY              | LinStatic     | 0,125  | -30,33  | -2,354   | 62,7627  | 0,926     | -0,0135     |  |
|                 | 77         | FY              | LinStatic     | 0,282  | -30,468 | -14,798  | 62,9094  | 0,595     | -0,0145     |  |
|                 | 78         | FY              | LinStatic     | 0,518  | -18,833 | -150,759 | 35,0167  | 0,4965    | -0,0037     |  |
|                 | 84         | FY              | LinStatic     | 0,651  | -18,762 | 149,122  | 34,9454  | 0,8123    | -0,0046     |  |
|                 | 85         | FY              | LinStatic     | 0,583  | -30,828 | 41,894   | 63,2771  | 1,5871    | -0,0105     |  |
|                 | 86         | FY              | LinStatic     | -0,869 | -19,357 | -171,614 | 35,5558  | -0,8446   | -0,005      |  |
|                 | 90         | FY              | LinStatic     | 0,202  | -13,917 | 147,33   | 21,9579  | 0,2266    | -0,0061     |  |
|                 | 91         | FY              | LinStatic     | -0,149 | -68,952 | 104,373  | 130,8326 | -0,1136   | -0,0028     |  |
|                 | 92         | FY              | LinStatic     | 0,078  | -65,113 | -67,916  | 127,1538 | 0,111     | 0,0103      |  |
|                 | 93         | FY              | LinStatic     | -0,29  | -61,886 | -10,952  | 124,1559 | -0,2903   | 0,0217      |  |
|                 | 94         | FY              | LinStatic     | -0,03  | -14,29  | -157,139 | 22,3311  | -0,0332   | -0,0043     |  |
|                 | 96         | FY              | LinStatic     | -0,349 | -0,095  | -1,693   | 4,5647   | 0,0009324 | -0,5478     |  |
|                 | 97         | FY              | LinStatic     | 0,975  | 0,09    | -4,552   | 4,4814   | 0,0288    | 0,5367      |  |
|                 | 98         | FY              | LinStatic     | -0,122 | -0,14   | -0,027   | 4,5896   | -0,0072   | -0,5511     |  |
|                 | 99         | FY              | LinStatic     | 0,015  | 0,161   | -0,606   | 4,4536   | -0,0051   | 0,5329      |  |
|                 | 102        | FY              | LinStatic     | -0,468 | -7,873  | -3,266   | 9,8684   | -0,0282   | 0,0456      |  |
|                 | 104        | FY              | LinStatic     | -0,128 | -5,93   | -3,901   | 9,891    | 0,0122    | 0,0035      |  |
|                 | 106        | FY              | LinStatic     | -0,095 | -5,391  | -4,745   | 9,7584   | -0,0122   | -0,00002392 |  |
|                 | 108        | FY              | LinStatic     | 0,362  | -5,877  | -5,691   | 9,8336   | 0,0313    | -0,0037     |  |
|                 | 110        | FY              | LinStatic     | 0,463  | -7,722  | -7,014   | 9,7482   | 0,0104    | -0,045      |  |
|                 | 147        | FY              | LinStatic     | -0,2   | -7,921  | -0,156   | 9,9079   | 0,0018    | 0,0457      |  |
|                 | 149        | FY              | LinStatic     | -0,368 | -5,954  | -0,551   | 9,9144   | -0,0185   | 0,0035      |  |
|                 | 151        | FY              | LinStatic     | -0,29  | -5,399  | -0,941   | 9,7648   | -0,0025   | -0,00003549 |  |
|                 | 153        | FY              | LinStatic     | -0,347 | -5,867  | -1,228   | 9,8205   | -0,0192   | -0,0037     |  |
|                 | 155        | FY              | LinStatic     | -0,115 | -7,874  | -1,309   | 9,7116   | 0,0016    | -0,0448     |  |

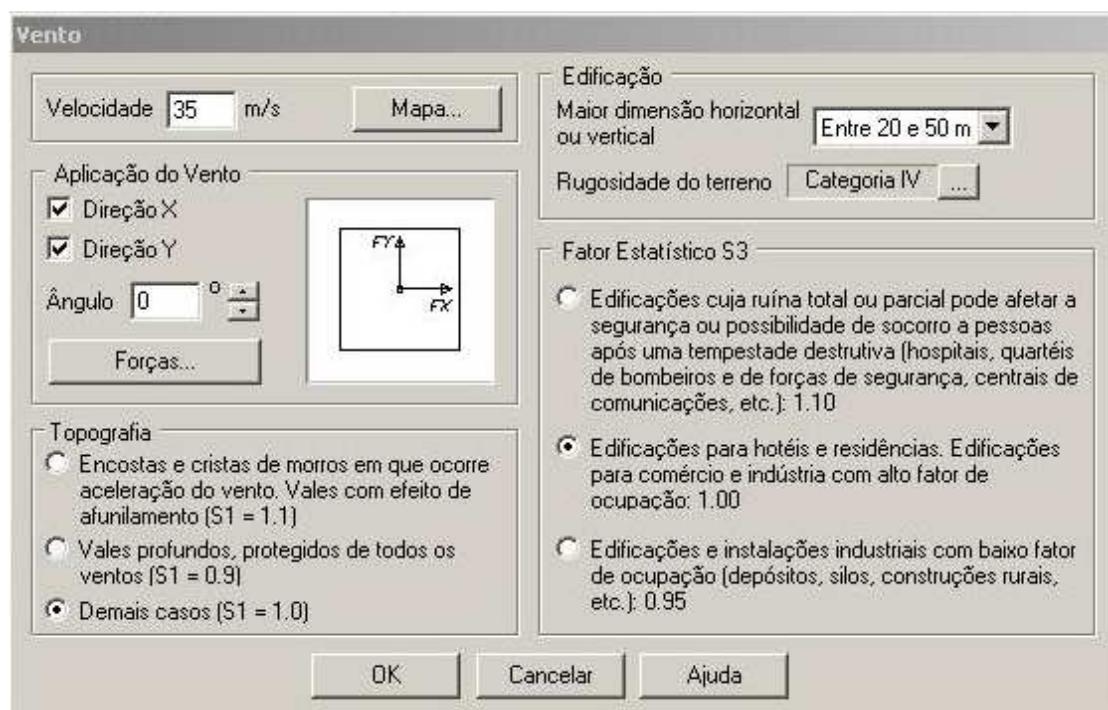
**Figura 78 - Reações dos pilares para força do vento na direção y via SAP2000**

#### 7.4.2. Cálculo via Eberick

Para o programa Eberick, a aplicação da força do vento é realizada de forma mais automática, basta que o modelo do edifício esteja completo. Nas configurações do vento os fatores calculados nos itens 7.1 são adotados neste modelo. Pelo o programa Eberick só considera-se o efeito do coeficiente de arrasto. Logo será adotado um valor para este coeficiente que irá equivaler aos coeficientes de pressão externa e interna adotados no cálculo da força do vento pelo programa SAP2000. Vejamos as figuras 79 a 82:



**Figura 79 - Estrutura do edifício em 3D via Eberick**



**Figura 80 - Configurações da ação do vento via Eberick**

**Forças devido ao vento**

Coeficiente de arrasto

Calcular coeficiente de arrasto automaticamente

Turbulência

Adotar valor único para toda a estrutura

Arbitrar altura total acima do solo  m

**Forças**

|    | Pavimento | Fachada X (m) | Fachada Y (m) | Nível (m) | S2   | Coef. Arrasto X | Coef. Arrasto Y | Força X (kN) | Força Y (kN) |   |
|----|-----------|---------------|---------------|-----------|------|-----------------|-----------------|--------------|--------------|---|
| 8  | PAVIMENTO | 24.00         | 18.00         | 24.00     | 0.93 | 1.40            | 1.40            | 66.62        | 49.97        | ▲ |
| 9  | PAVIMENTO | 24.00         | 18.00         | 21.00     | 0.91 | 1.40            | 1.40            | 64.43        | 48.32        |   |
| 10 | PAVIMENTO | 24.00         | 18.00         | 18.00     | 0.90 | 1.40            | 1.40            | 61.98        | 46.49        |   |
| 11 | PAVIMENTO | 24.00         | 18.00         | 15.00     | 0.88 | 1.40            | 1.40            | 59.20        | 44.40        |   |
| 12 | PAVIMENTO | 24.00         | 18.00         | 12.00     | 0.85 | 1.40            | 1.40            | 55.95        | 41.96        |   |
| 13 | PAVIMENTO | 24.00         | 18.00         | 9.00      | 0.82 | 1.40            | 1.40            | 52.00        | 39.00        |   |
| 14 | PAVIMENTO | 24.00         | 18.00         | 6.00      | 0.78 | 1.40            | 1.40            | 46.80        | 35.10        |   |
| 15 | PAVIMENTO | 24.00         | 18.00         | 3.00      | 0.71 | 1.40            | 1.40            | 38.41        | 28.81        | ▼ |

Usar fachadas do croqui

**Figura 81 - Forças do vento do 1º ao 8º pavimento via Eberick**

**Forças devido ao vento**

Coeficiente de arrasto

Calcular coeficiente de arrasto automaticamente

Turbulência

Adotar valor único para toda a estrutura

Arbitrar altura total acima do solo  m

**Forças**

|   | Pavimento | Fachada X (m) | Fachada Y (m) | Nível (m) | S2   | Coef. Arrasto X | Coef. Arrasto Y | Força X (kN) | Força Y (kN) |   |
|---|-----------|---------------|---------------|-----------|------|-----------------|-----------------|--------------|--------------|---|
| 1 | PAVIMENTO | 24.00         | 18.00         | 45.00     | 1.00 | 1.40            | 1.40            | 38.83        | 29.12        | ▲ |
| 2 | PAVIMENTO | 24.00         | 18.00         | 42.00     | 1.00 | 1.40            | 1.40            | 76.65        | 57.49        |   |
| 3 | PAVIMENTO | 24.00         | 18.00         | 39.00     | 0.99 | 1.40            | 1.40            | 75.24        | 56.43        |   |
| 4 | PAVIMENTO | 24.00         | 18.00         | 36.00     | 0.98 | 1.40            | 1.40            | 73.75        | 55.31        |   |
| 5 | PAVIMENTO | 24.00         | 18.00         | 33.00     | 0.97 | 1.40            | 1.40            | 72.16        | 54.12        |   |
| 6 | PAVIMENTO | 24.00         | 18.00         | 30.00     | 0.96 | 1.40            | 1.40            | 70.46        | 52.84        |   |
| 7 | PAVIMENTO | 24.00         | 18.00         | 27.00     | 0.94 | 1.40            | 1.40            | 68.62        | 51.47        |   |
| 8 | PAVIMENTO | 24.00         | 18.00         | 24.00     | 0.93 | 1.40            | 1.40            | 66.62        | 49.97        | ▼ |

Usar fachadas do croqui

**Figura 82 - Forças do vento do 8º ao 15º pavimento via Eberick**

## 7.5. Comparação da Ação do Vento entre os Programas

Após ser apresentado o cálculo da ação do vento e de suas forças na estrutura do edifício pelos programas SAP2000 e Eberick. Vejamos que avaliações se obtém desses dados:

- Carga Total do Vento via SAP2000:

$$- \sum F_{vx} = 963,8 \text{kN};$$

$$- \sum F_{vy} = 722,8 \text{kN}.$$

- Carga Total do Vento via Eberick:

$$- \sum F_{vx} = 961,4 \text{kN};$$

$$- \sum F_{vy} = 721,0 \text{kN}.$$

Observa-se que a diferença nos somatórios das forças do vento nas duas direções pelos dos programas é bem pequena. Esta diferença é relativa ao fator  $S_2$ , que é adotado de forma distinta nas análises dos dois programas.

## 8. Verificação das Armaduras calculadas pelo Programa Eberick

O programa Eberick além de realizar a análise da estrutura, permite também efetuar o cálculo e detalhamento dos elementos estruturais de forma automática. Sendo assim, este item tem como objetivo verificar de forma sucinta as armaduras encontradas por este programa.

### 8.1. Verificação das Armaduras de Flexão Simples de Vigas e da Laje Lisa

#### 8.1.1. Método de Cálculo da Flexão Simples para Seção Retangular

Vejamos o procedimento de cálculo de flexão simples de seção retangular para lajes e vigas, que é descrito por SANTOS(2013a):

$$K_{md} = (M_{sd} \gamma_c) / (b_w d^2 f_{ck});$$

$M_{sd}$ : momento fletor solicitante de cálculo;

$\gamma_c$ : fator de minoração da resistência do concreto armado;

$b_w$ : largura da seção(para lajes considerar largura unitária);

$d$ : altura útil da seção, que é a distância do centro de gravidade das armaduras tracionadas até o bordo comprimido;

$f_{ck}$  = resistência característica do concreto armado;

$K_{md} \leq K_{md,lim}$ : elemento não necessita de armadura de compressão(Caso 1);

$K_{md} > K_{md,lim}$ : elemento necessita de armadura de compressão(Caso 2);

$K_{md,lim}$ : vale 0,272 para  $f_{ck} \leq 35\text{MPa}$  e 0,22848 para  $f_{ck} > 35\text{MPa}$ ;

- Caso 1:

$$K_x = (1 - (1 - (2 K_{md} / 0,85)^{0,5})) / 0,8;$$

$$K_z = 1 - 0,4K_x;$$

$$A_s = (M_{sd} \gamma_s) / (K_z d f_{yk});$$

$K_x = x / d$ : relação entre a profundidade da linha neutra e a altura útil da seção;

$K_z = z / d$ : relação entre o braço de alavanca pela altura útil da seção;

$A_s$ : armadura passiva a ser adotada na região tracionada da seção;

$\gamma_s$ : fator de minoração da resistência do aço das armaduras passivas;

$f_{yk}$ : resistência característica do aço das armaduras passivas;

- Caso 2:

$$M_{sd} = M_{rd1} + M_{rd2};$$

$$M_{rd1} = (K_{md,lim} b_w d^2 f_{ck}) / \gamma_c;$$

$$M_{rd2} = M_{sd} - M_{rd1};$$

$$K_{md} = K_{md,lim};$$

$K_x = K_{x,lim}$ : vale 0,5 para  $f_{ck} \leq 35 \text{ MPa}$  e 0,4 para  $f_{ck} > 35 \text{ MPa}$ ;

$K_z = K_{z,lim}$ : vale 0,8 para  $f_{ck} \leq 35 \text{ MPa}$  e 0,84 para  $f_{ck} > 35 \text{ MPa}$ ;

$$A_{s1} = (M_{rd1} \gamma_s) / (K_z d f_{yk});$$

$$A_{s2,trac} = (M_{rd2} \gamma_s) / (c f_{yk});$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2,trac};$$

$$A'_s = A_{s2,comp};$$

$M_{rd1}$ : momento resistente de cálculo que é correspondente à armadura simples e à de compressão do concreto;

$M_{rd2}$ : momento resistente de cálculo que é oriundo da armadura de compressão;

$A_{s1}$ : armadura passiva que absorve o momento  $M_{rd1}$ ;

$A_{s2,trac}$ : armadura passiva que absorve o momento  $M_{rd2}$  na região tracionada da viga;

$c$ : distância entre os centro de gravidade das armaduras tracionadas e comprimidas;

$A_{s2,comp}$ : armadura que absorve o momento  $M_{rd2}$  na região comprimida da viga;

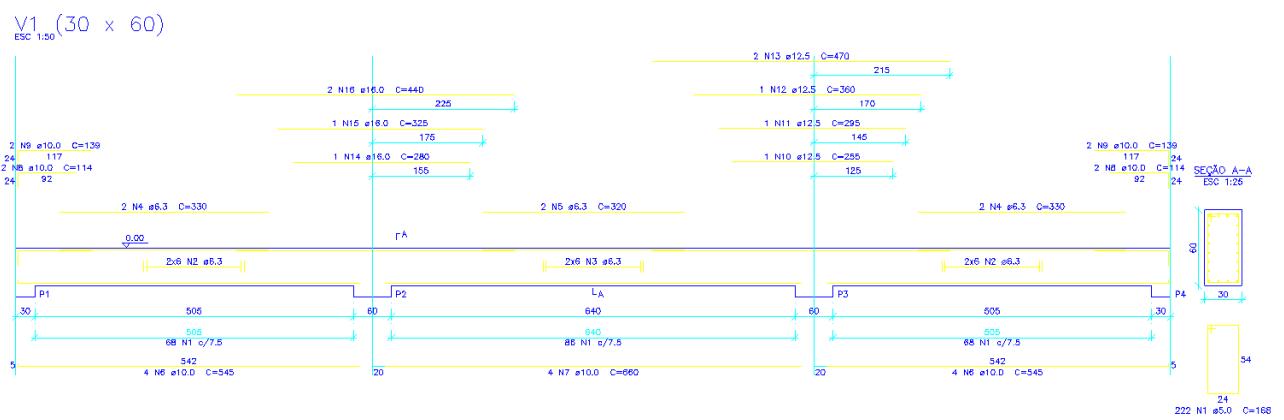
$f_{yk}$ : resistência característica do aço das armaduras passivas correspondente à deformação na região comprimida da seção onde se localiza a armadura de compressão;

$A'_s$ : armadura passiva a ser adotada na região comprimida da seção;

$A_{s,min}$ : armadura mínima para zona tracionada, representada por um percentual da área da seção de concreto.

### 8.1.2. Verificação da Armadura de Flexão Simples das Vigas

Neste item será mostrado o exemplo da verificação de uma armadura da viga V1. Vejamos a Figura 83 que apresenta a armadura desta viga detalhada pelo programa Eberick.



**Figura 83 - Detalhamento das armaduras da viga V1 via Eberick**

Considerando o momento negativo presente no pilar P3 apresentado no quadro comparativo da Tabela 2, iniciaremos a verificação da armadura superior neste ponto.

$$M_{sd} = 162 \text{ kNm};$$

$$b_w = 0,3 \text{ m};$$

$$d = 0,558 \text{ m} (\text{considerando o detalhamento da figura 89});$$

$$K_{md} = (140 \text{ kNm} \times 1,4) / (0,3 \text{ m} \times (0,558 \text{ m})^2 \times 40000 \text{ kN/m}^2) = 0,0524;$$

$$K_{md,lim} = 0,22848;$$

$K_{md} < K_{md,lim}$ : logo a viga não necessita de armadura de compressão;

$$K_x = (1 - (1 - (0,0524 \times 2 / 0,85))^{0,5}) / 0,8 = 0,0796;$$

$$K_z = 1 - 0,4 \times 0,0796 = 0,968;$$

$$A_s = (140 \text{ kNm} \times 1,15) / (0,968 \times 0,558 \text{ m} \times 50 \text{ kN/cm}^2) = 5,96 \text{ cm}^2;$$

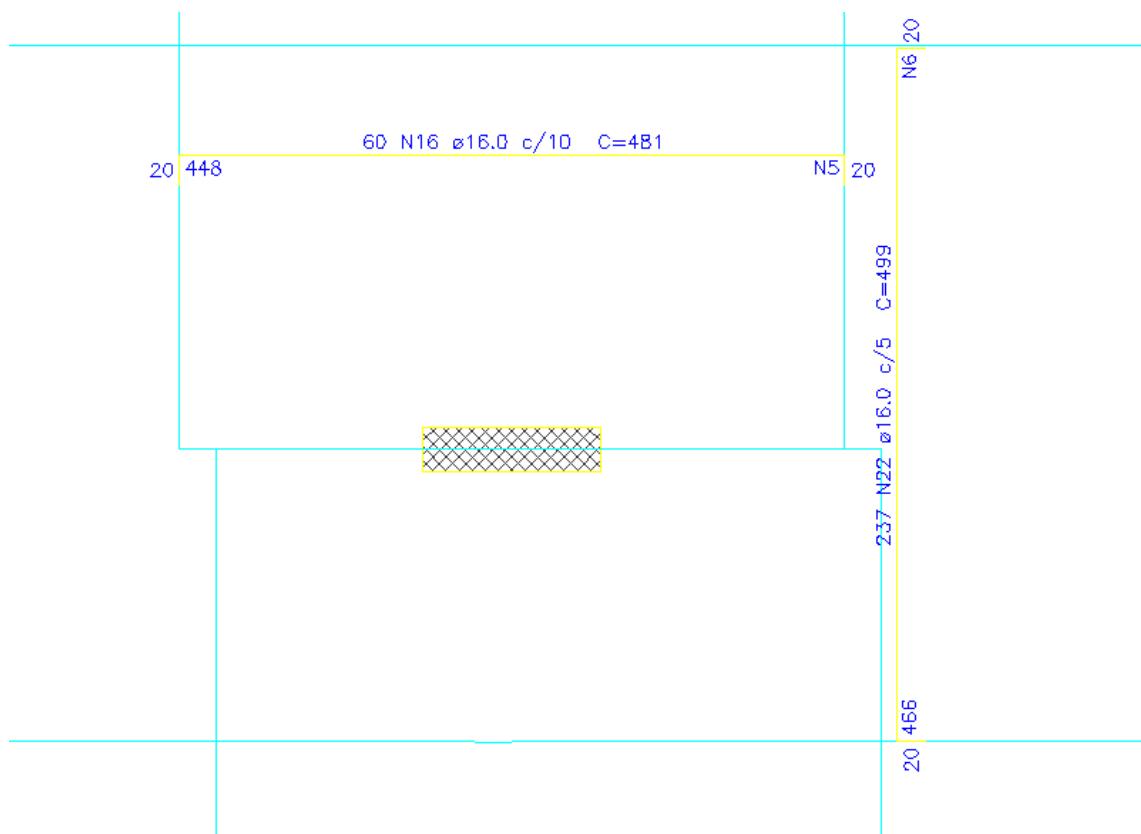
$$A_{s,min} = 0,23\% b_{wd} = 0,23 \times 30\text{cm} \times 60\text{cm} / 100 = 4,14\text{cm}^2;$$

Armação necessária: 5φ12.5mm, que coincide com a armação apresentada na figura 83.

Logo o cálculo de flexão simples da viga V1 está correto pelo programa Eberick.

### 8.1.3. Verificação da Armadura de Flexão Simples da Laje Lisa

Neste item será mostrado o exemplo da verificação da armadura de flexão simples na laje lisa. Como referência será utilizado o momento negativo no pilar P13 na direção y. Vejamos a figura 84 que apresenta a armação superior da laje lisa nesta região.



**Figura 84 - Detalhamento da armadura superior da laje lisa sobre o pilar P13 via Eberick**

Vejamos agora a verificação desta armadura.

$$M_{sd} = 263,4\text{kNm/m};$$

$$b_w = 1,0\text{m};$$

$d = 0,217\text{m}$ (considerando o detalhamento da figura 84);

$$K_{md} = (263,4\text{kNm/m} \times 1,4) / (1,0\text{m} \times (0,217\text{m})^2 \times 40000\text{kN/m}^2) = 0,195;$$

$$K_{md,lim} = 0,22848;$$

$K_{md} < K_{md,lim}$ : logo a viga não necessita de armadura de compressão;

$$K_x = (1 - (1 - (0,195 \times 2 / 0,85))^{0,5}) / 0,8 = 0,332;$$

$$K_z = 1 - 0,4 \times 0,332 = 0,867;$$

$$A_s = (263,4\text{kNm/m} \times 1,15) / (0,867 \times 0,217\text{m} \times 50\text{kN/cm}^2) = 32,2\text{cm}^2/\text{m};$$

$$A_{s,min} = 0,23\% b_{wd} = 0,23 \times 100\text{cm} \times 25\text{cm} / 100 = 5,75\text{cm}^2/\text{m};$$

Armação necessária:  $\phi 16.0\text{mm}$  c/5,0cm, que coincide com a armação apresentada na figura 84. Logo o cálculo de flexão simples da laje lisa está correto pelo programa Eberick.

## 8.2. Verificação dos Estripos das Vigas

### 8.2.1. Método de Cálculo dos Estripos para Seção Retangular

Vejamos o procedimento de cálculo do cortante para seção retangular considerando o modelo I como referência, descrito por LONGO(2009):

$$V_{rd2} = 0,27 \alpha_{v2} f_{ck} b_w d / \gamma_c;$$

$$\alpha_{v2} = 1 - f_{ck} / 250 \text{ (} f_{ck} \text{ em MPa);}$$

$V_{sd} \leq V_{rd2}$ : não existirá ruptura das diagonais comprimidas;

$V_{sd} > V_{rd2}$ : existirá ruptura das diagonais comprimidas, a seção deverá ser redimensionada;

$$V_{sd} \leq V_{rd3} = V_{sw} + V_c;$$

$$V_c = V_{c0} = 0,6 f_{ctd} b_w d;$$

$$f_{ctd} = 0,21 (f_{ck})^{(2/3)} / \gamma_c, \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa;}$$

$V_{sw} = V_{sd} - V_c$ , se  $V_{sd} > V_c$ . Caso contrário  $V_{sw} = 0$ ;

$$A_{aw/m} = (V_{sw} \gamma_s) / (0,9 d f_{yw});$$

$$A_{aw/m,min} = 0,2 f_{ctm} b_w / f_{ywk};$$

$V_{sd}$ : força cortante solicitante de cálculo;

$V_{rd2}$ : força cortante resistente de cálculo relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto;

$V_{rd3}$ : força cortante resistente de cálculo relativa à ruína por tração diagonal;

$V_c$ : parcela da força cortante absorvida pelo concreto;

$f_{ctd}$ : resistência média de tração do concreto minorada;

$V_{sw}$ : parcela da força cortante absorvida pelas armaduras transversais da seção;

$f_{ywk} = f_{yk}$ , quando estribos são adotados;

$A_{aw/m}$ : armadura transversal da seção;

$A_{aw/m,min}$ : armadura transversal mínima da seção;

$f_{ctm} = 0,3 (f_{ck})^{(2/3)}$ , com  $f_{ck}$  em MPa. (Resistência média de tração do concreto).

### 8.2.2. Verificação das Armaduras Transversais das Viga

Neste item será mostrado o exemplo da verificação da armadura de cortante nas vigas. Como referência será utilizado o esforço cortante da viga V1 no pilar P3, apresentado no quadro comparativo da Tabela 2. A figura 83 apresenta a armação transversal da viga V1. Vejamos agora a verificação desta armação.

$$V_{sd} = 162kN;$$

$$b_w = 0,3m;$$

$$d = 0,55m;$$

$$\alpha_{v2} = 1 - 40 / 250 = 0,84;$$

$$V_{rd2} = 0,27 \times 0,84 \times 40000kN/m^2 \times 0,3m \times 0,55m / 1,4 = 1497kN;$$

$V_{sd} < V_{rd2}$ : não ocorrerá a ruptura das diagonais comprimidas de concreto;

$$f_{ctd} = 0,21 (40MPa)^{(2/3)} / 1,4 = 1,754MPa;$$

$$V_c = 0,6 \times 1754kN/m^2 \times 0,3m \times 0,55m = 173,6kN;$$

$V_{sw} = 0$ , pois  $V_{sd} < V_c$ ;

$$f_{ctm} = 0,3 (40 \text{ MPa})^{(2/3)} = 3,5 \text{ MPa};$$

$$A_{aw/m} = A_{aw/m,min} = 0,2 \times 0,3 \text{ m} \times 3500 \text{ kN/m}^2 / 50 \text{ kN/cm}^2 = 4,2 \text{ cm}^2/\text{m};$$

Armação: 2 estribos  $\phi 5,0 \text{ mm}$  c/7,5cm, que coincide com a armação apresentada na figura 83. Logo o cálculo do estribo da viga V1 está correto pelo programa Eberick.

### 8.3. Verificação das Armaduras de Flexão Composta Oblíqua dos Pilares

#### 8.3.1. Método de Cálculo de Flexão Composta Oblíqua para Seção Retangular

O procedimento de cálculo para a Flexão Composta Oblíqua que é apresentado por SANTOS(2013b) pode ser dividido em duas partes:

- análise dos efeitos locais de 2º ordem em pilares: será apresentado o método do pilar padrão com curvatura aproximada;

- verificação do pilar submetido a flexão composta oblíqua via superfície de resistência: esta avaliação será realizada pelo programa Obliqua 1.0.

Iniciaremos agora a descrição do método do pilar-padrão com curvatura aproximada.

h: dimensão da seção transversal à direção do momento considerado;

b: dimensão da seção paralela à direção do momento considerado;

$N_{sd}$ : normal solicitante de cálculo;

$M_{sd,x}$ : momento fletor solicitante de cálculo na direção x;

$M_{sd,y}$ : momento fletor solicitante de cálculo na direção y;

$M_{1d,min} = N_{sd}(0,015 + 0,03h)$ : momento mínimo de cálculo para 1º ordem na direção transversal à dimensão h da seção;

$l_0$ : distância entre o nível do pavimento inferior ao fundo da viga do pavimento superior;

$l_e = \min(l_0 + h_{pilar}; (l_0 + h_{viga}))$ : comprimento equivalente do pilar para a direção transversal à dimensão h;

$\lambda = (12)^{0,5} l_e / h$ : índice de esbeltez da direção da transversal à dimensão h para seção retangular;

$M_{1d} = \max(M_d ; M_{1d,min})$ : momento de cálculo para 1º ordem;

$e_1 = |M_a / N_{sd}|$ : excentricidade de 1º ordem;

$M_a$ : maior momento em módulo nas extremidades do pilar;

$M_b$ : menor momento em módulo nas extremidades do pilar;

$\alpha_b = 0,6 + 0,4M_b / M_a$ , sendo que  $0,4 \leq \alpha_b \leq 1,0$  (caso com pilar biapoiado sem cargas transversais);

$\lambda_1 = (25 + (12,5 e_1 / h)) / \alpha_b$ : índice de esbeltez de 1º ordem, sendo que  $35 \leq \lambda_1 \leq 90$ ;

$\lambda > \lambda_1$ : o efeito de 2º ordem deve ser considerado para a dada direção;

$\lambda \leq \lambda_1$ : o efeito de 2º ordem não necessita ser considerado para a dada direção;

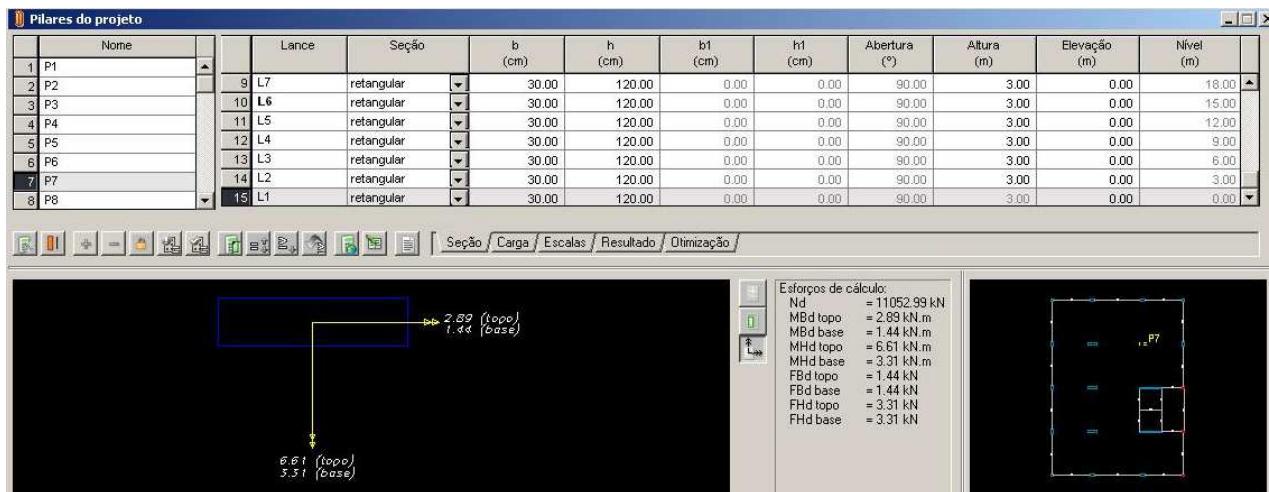
$v = |N_{sd}| \gamma_c / f_{ck}$ ;

$1/r = 0,005 / (h (v + 0,5)) \leq 0,005 / h$ : curvatura na direção transversal à dimensão h da seção;

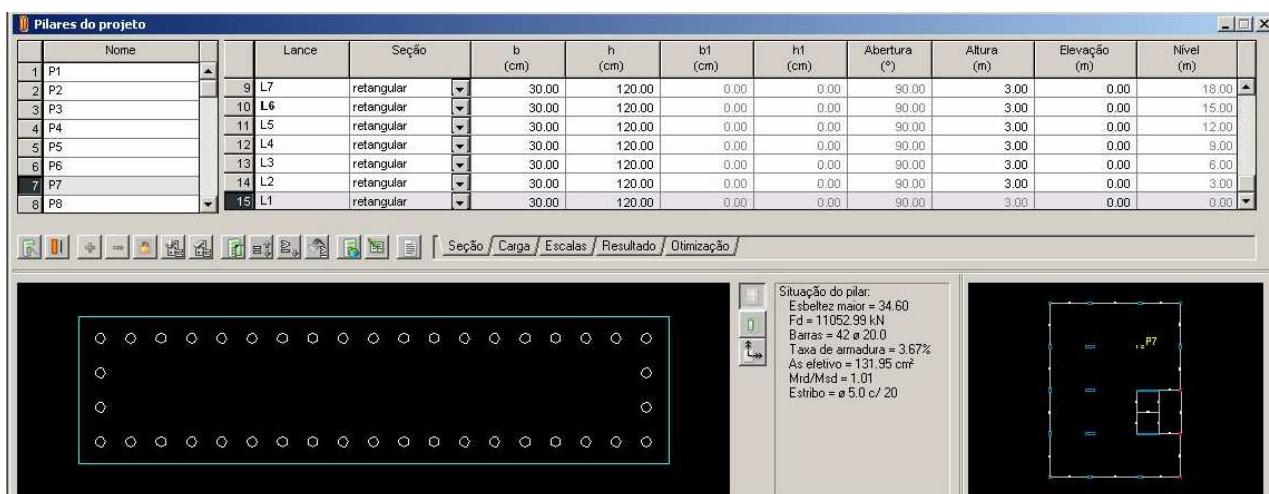
$M_{d,tot} = \alpha_b M_{1d} + N_{sd} l_e^2 1/r / 10$ : momento de cálculo de 2º ordem.

### 8.3.2. Verificação da Armadura dos Pilares

Será realizada a verificação das armaduras do pilar P7. Vejamos abaixo nas figuras 85 e 86 as informações pertinentes deste pilar no lance inicial do prédio oriundas do programa Eberick.



**Figura 85 - Esforços solicitantes do pilar P7 no primeiro lance do prédio via Eberick**



**Figura 86 - Armadura adotada para o pilar P7 no primeiro lance do prédio via Eberick**

De posse das informações apresentadas acima é possível iniciar a verificação.

$$h_x = b_y = 1,20m;$$

$$h_y = b_x = 0,3m;$$

$$N_{sd} = 11053kN;$$

$$M_{sd,x} = 6,6kNm;$$

$$M_{sd,y}: 2,9kNm;$$

$$M_{ld,x,min} = 11053kN \times (0,015 + 0,03 \times 1,20m) = 564kNm;$$

$$M_{1d,y,min} = 11053\text{kN} \times (0,015 + 0,03 \times 0,3\text{m}) = 265\text{kNm};$$

$$l_0 = 3,0\text{m} - 0,6\text{m} = 2,4\text{m};$$

$$l_{ex} = \min(2,40\text{m} + 1,20\text{m}) ; (2,40\text{m} + 0,6\text{m}) = 3,0\text{m};$$

$$l_{ey} = \min(2,40\text{m} + 0,3\text{m}) ; (2,40\text{m} + 0,6\text{m}) = 2,7\text{m};$$

$$\lambda_x = (12)^{0,5} \times 3,0\text{m} / 1,20\text{m} = 8,7;$$

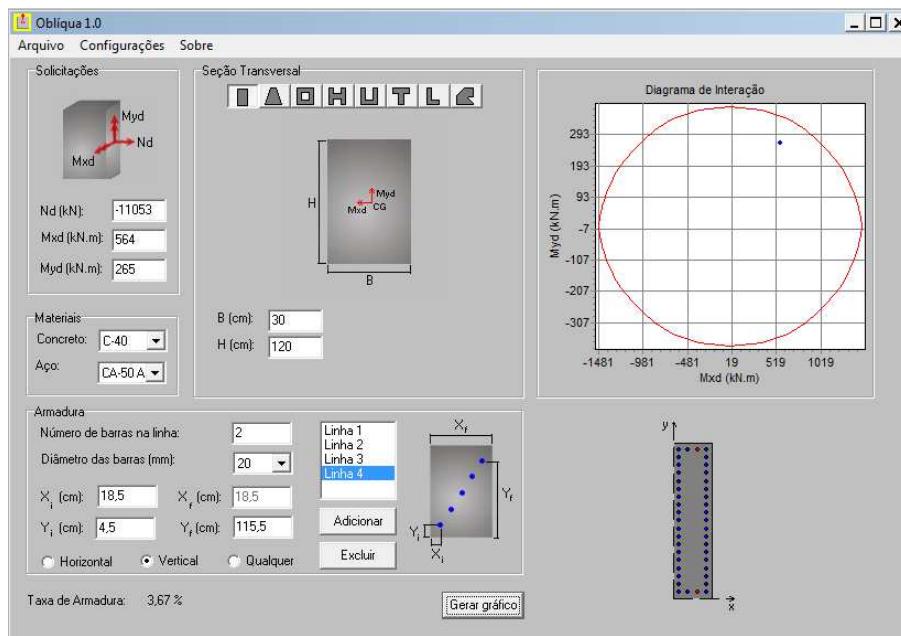
$$\lambda_y = (12)^{0,5} \times 2,7\text{m} / 0,3\text{m} = 31,1;$$

$$M_{1d,x} = \max(6,7\text{kNm} ; 564\text{kNm}) = 564\text{kNm};$$

$$M_{1d,y} = \max(2,9\text{kNm} ; 265\text{kNm}) = 265\text{kNm};$$

- Como  $\lambda_x$  e  $\lambda_y$  são inferiores ao limite mínimo de esbeltez que vale 35, não será necessário considerar efeitos locais de segunda ordem no pilar nas direções x e y;

Agora como os esforços finais do pilar P7 já são conhecidos, é necessário introduzir estes dados no programa Oblíqua juntamente com a configuração de armadura que foi apresentada na figura 86. Vejamos esta verificação na figura 87.



**Figura 87 - Verificação do pilar P7 via Oblíqua**

Observando a figura 87 fica confirmado que a armadura do pilar P7 adotada pelo programa Eberick está adequada.

## 9. Conclusão

Este trabalho teve como objetivo principal modelar e analisar uma estrutura por dois programas computacionais distintos, comparando os seus resultados. Estes são os programas SAP2000 v.14.2 e Eberick v.8. A estrutura escolhida neste trabalho foi a de um prédio comercial em concreto armado, com sistema estrutural em laje lisa.

Deve ser observado que o cálculo de uma estrutura pode ser realizado de forma manual, contudo atualmente esta abordagem é pouco utilizada, pois há programas computacionais comerciais que realizam análise e detalhamento dos elementos da estrutura. No entanto, os programas não pensam por si só, necessitam de engenheiros que lhe forneçam informações corretas e coerentes e que saibam interpretar os resultados encontrados. Sendo assim, um passo inicial neste processo é o entendimento da arquitetura e da funcionalidade da edificação. Após este estudo inicial, é fundamental definir o sistema estrutural e o material a ser empregado. Por fim é necessário realizar um pré-dimensionamento, adotando dimensões compatíveis com os vãos e cargas existentes. Este procedimento inicial é de suma importância, pois inibe erros de concepção estrutural e facilita uma futura modelagem e análise por um programa computacional.

O procedimento de elaboração inicial da estrutura foi realizado e descrito neste trabalho no item 2. Lá foi possível observar a execução dos passos descritos acima, sendo definidos o sistema estrutural, o material empregado, a avaliação das cargas atuantes e uma definição das dimensões dos elementos da estrutura.

No item 3 foi apresentada a análise da estrutura do pavimento tipo da edificação pelo programa SAP2000. No caso foi definido o tipo do concreto estrutural, as seções dos elementos, além da inclusão da geometria do modelo estrutural. Depois foram

aplicadas as cargas atuantes no modelo da estrutura. Por último, após a análise estrutural, foram apresentados alguns resultados encontrados pelo programa de forma sucinta.

O item 4 tem o mesmo objetivo descrito no item 3, mas utiliza o programa Eberick. Após a finalização deste item, foi apresentado no item 5 uma descrição dos resultados encontrados pelos dois programas na análise da estrutura do pavimento tipo, juntamente com as comparações pertinentes. Alguns pontos importantes foram observados:

- No programa SAP2000 é possível definir de forma mais abrangente as ações e combinações de carregamentos do que no programa Eberick. Este último já dispõe de combinações automáticas, gerando ao final da análise uma envoltória. Como o objetivo era comparar os programas, foi necessário adotar combinações iguais as adotadas pelo programa SAP2000;

- Na modelagem da laje lisa, os programas utilizaram métodos distintos. Pelo programa SAP2000 foram adotados elementos finitos de placa com dimensões de 50cm x 50cm. No programa Eberick, foram adotadas grelhas com espaçamento de 25cm nas direções x e y. Esta diferença de modelagem influiu nos resultados, provocando algumas distorções nos momentos fletores da laje lisa. Estas distorções não são pequenas, mas não invalidam nenhuma das duas modelagens;

- Nas vigas, os apoios em pilares são modelados de formas diferentes entre os programas. Para o programa SAP2000, os apoios foram modelados como apoios pontuais. Já para o programa Eberick ele é modelado com a extensão do pilar dentro da viga. Logo, por este último são apresentados dois momentos fletores negativos neste ponto, que devem ser arredondados como foi citado no item 4.2.1. No caso o momento

arredondado destes dois valores é que foi comparado com o resultado pelo programa SAP2000. Os valores entre os programas são próximos;

- Em relação aos deslocamentos, observou-se que o programa SAP2000 é bem geral, pois apresenta para cada nó da estrutura os deslocamentos e rotações existentes. Já o programa Eberick é mais sucinto e objetivo, apresentando somente os deslocamentos verticais dos elementos da estrutura. Em relação a estes valores de deslocamentos verticais, pode-se dizer que o programa Eberick não efetuou de forma satisfatória este cálculo. Sendo o deslocamento vertical pelo programa Eberick duas vezes superior ao pelo programa SAP2000. Contudo ambos estão abaixo dos deslocamentos limites aceitáveis.

No item 6, foi avaliada a estabilidade global da estrutura, considerando como referência o parâmetro de instabilidade global  $\alpha$ . Esta avaliação só foi realizada pelo programa SAP2000, pois o programa Eberick não gera resultados suficientes para tal. Foi constatado que os efeitos de 2º ordem não precisam ser considerados nesta estrutura.

No item 7, foi apresentado o cálculo da ação do vento na estrutura do prédio, levando em consideração que este tem 15 pavimentos, e que o pavimento tipo foi utilizado como o pavimento referência do prédio. Foram calculadas as pressões dinâmicas do vento e aplicadas no modelo do programa SAP2000. Já pelo programa Eberick, foi possível configurar alguns parâmetros para a ação do vento. Contudo o fator  $S_2$  não pode ser ajustado, e não existem os fatores de pressão externa e interna. Para considerar estes fatores, foi ajustado um valor no coeficiente de arrasto, o qual existe pelo programa Eberick. Por fim pode-se dizer que as forças do vento pelos programas são muito próximas, e que as diferenças existentes são relativas ao fator  $S_2$ .

O último item deste trabalho teve como objetivo avaliar as armaduras detalhadas pelo programa Eberick para os elementos da estrutura. No caso, esta verificação foi realizada, apresentando os procedimentos de cálculo das armaduras para flexão simples, estribos para cortantes e flexão composta oblíqua para seções retangulares. Também foi utilizado o programa Obliqua 1.0, para verificar a flexão composta oblíqua dos pilares. Por fim foi observado que as armaduras adotadas pelo programa Eberick estavam compatíveis.

Para finalizar esta conclusão, serão citados alguns pontos importantes que foram observados:

- Um estudo inicial de qualquer estrutura é fundamental para uma boa elaboração de um projeto estrutural, independentemente da ferramenta computacional adotada no decorrer do processo;
- O programa SAP2000 tem um cunho extremamente geral com relação à análise de estruturas. Contudo a modelagem de uma estrutura predial, como exemplificado, pode se tornar um pouco mais trabalhosa, requerendo maiores cuidados do engenheiro neste momento. Entretanto, os resultados apresentados pela análise com o programa SAP2000 são extremamente confiáveis e com boa versatilidade de observação;
- O programa Eberick tem como objetivo principal a modelagem de edifícios em concreto armado. Logo existem maiores facilidades para a definição do modelo estrutural, aplicação de cargas na estrutura e cálculo da ação do vento. Contudo por ser um programa voltado para estruturas prediais, não fornece tantos resultados como o programa SAP2000, pois alguns destes tem pouca relevância para este tipo de estrutura. Mas uma grande vantagem deste programa é realizar de forma satisfatória, como já foi demonstrado, o detalhamento das armaduras dos elementos estruturais. Este fato é muito relevante, pois acelera o projeto estrutural. Entretanto não se deve aceitar

cegamente o que for apresentado, antes deve ser feita uma verificação cuidadosa do detalhamento das armaduras gerado pelo programa.

## **Bibliografia**

- ABNT, **NBR-6118 – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento**, 2003.
- ABNT, **NBR-6120 – Cargas para o Cálculo de Estruturas de Edificações**, 1980.
- ABNT, **NBR-6123 – Forças devidas ao Vento em Edificações**, 1988.
- AltoQi, **Eberick Versão V8 Gold Next**, 2013.
- AutoDesk, **AutoCad2010**, 2010.
- Computers and Structures, Inc., **SAP2000 14.1, Structural Analysis Program**, 2009.
- LONGO, H. I., **Ação do Vento em Estruturas de Edificações**. Apostila da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas, 2008.
- LONGO, H. I., **Efeitos de Segunda Ordem em Estruturas de Edificações**. Apostila da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas, 2008.
- LONGO, H. I., **Lajes Cogumelo**. Apostila da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas, 2008.
- LONGO, H. I., **Pré-dimensionamento das Estruturas de Edificações**. Apostila da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas, 2008.
- LONGO, H. I., **Utilização do Computador no Projeto de Estruturas**. Apostila da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas, 2008.
- LONGO, H. I., **Armaduras Transversais em Vigas de Edifícios**. Apostila da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas, 2009.

LONGO, H. I., **Dimensionamento de Lajes ao Punctionamento.** Apostila da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas, 2012.

SANTOS, S. H. C., **Concreto Armado 1.** Apostila da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Departamento de Estruturas, 2013.

SANTOS, S. H. C., **Concreto Armado 3.** Apostila da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Departamento de Estruturas, 2013.

UFPR, CESEC, **Oblíqua 1.0**, <http://www.cesec.ufpr.br/concretoarmado/>, 2001.