



ANÁLISE DA ESTABILIDADE ESTRUTURAL DE TELHAS AUTOPORTANTES  
FABRICADAS POR CONFORMAÇÃO A FRIO DE CHAPAS FINAS DE AÇO

João Pedro Magalhães Garcia

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador(es): Eduardo de Miranda Batista  
Juarez Moara Santos Franco

Rio de Janeiro  
Março de 2018

ANÁLISE DA ESTABILIDADE ESTRUTURAL DE TELHAS AUTOPORTANTES  
FABRICADAS POR CONFORMAÇÃO A FRIO DE CHAPAS FINAS DE AÇO

João Pedro Magalhães Garcia

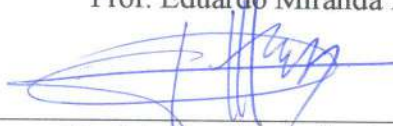
DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO  
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE)  
DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS  
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM  
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Examinada por:



---

Prof. Eduardo Miranda Batista, Ph.D.



---

Prof. Juarez Moara Santos Franco, Ph.D.



---

Prof. Luciano Rodrigues Ornelas de Lima, Ph.D.



---

Prof. Daniel Carlos Taisum Cardoso, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MARÇO DE 2018

Garcia, João Pedro Magalhães

Análise da Estabilidade Estrutural de Telhas Autoportantes Fabricadas por Conformação a Frio de Chapas Finas de Aço/ João Pedro Magalhães Garcia. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2018.

XII, 127 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador(es): Eduardo de Miranda Batista

Juarez Moara Santos Franco

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Civil, 2018.

Referências Bibliográficas: p. 113-119.

1. Telhas autoportantes. 2. Modos de flambagem. 3. Perfis de aço formados a frio. I. Batista, Eduardo de Miranda *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil. III. Título.

# AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais Marcio e Geovanna e a minha irmã Julianna, sem os quais não chegaria até aqui e que sempre me apoiaram.

Ao Prof. Juarez Franco, por contribuir com a pesquisa auxiliando no uso do programa ANSYS, pelo apoio e a preocupação constante em buscar o melhor para a conclusão desta dissertação. E em especial ao Prof. Eduardo Batista, pela dedicação e importantes ensinamentos transmitidos ao longo desse período de convivência que permitiram o desenvolvimento desse trabalho.

Ao CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pela concessão de bolsa de apoio financeiro que permitiu a realização desta dissertação.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

ANÁLISE DA ESTABILIDADE ESTRUTURAL DE TELHAS AUTOPORTANTES  
FABRICADAS POR CONFORMAÇÃO A FRIO DE CHAPAS FINAS DE AÇO

João Pedro Magalhães Garcia

Março/2018

Orientadores: Eduardo de Miranda Batista  
Juarez Moara Santos Franco

Programa: Engenharia Civil

Este trabalho desenvolve um estudo de aprimoramento de telhas autoportantes através de duas sequências semiautomáticas de procedimentos. A primeira (A) adota análise de estabilidade elástica através de momentos críticos, enquanto a segunda (B) baseia-se em uma curva de resistência proposta pelo autor a partir de análises em Elementos Finitos. Foi observado no estudo “A”, (i) que pequenas modificações na geometria do perfil afetam em graus variados os momentos críticos dos modos de flambagem Local (L) e Distorcional (D), (ii) as formas mais eficientes apresentam valores próximos de momento crítico para L e D, o que indica possibilidade de interação modal e (iii) a geometria dessas seções não obedece aos limites propostos pela AISI para o cálculo pelo Método da Resistência Direta. Já, o “B” indica que (i) a resistência à flexão destes perfis é menos sensível à variação da maioria dos parâmetros geométricos propostos, (ii) a curva de resistência proposta captura a interação L-D e (iii) esta curva mostra-se válida apenas para um estreito domínio de parâmetros geométricos. Adicionalmente, observou-se que o modo D tende a se tornar dominante para o cálculo da resistência. A revisão bibliográfica confirma as limitações de validade dos critérios de classificação modal e aponta para futuros desdobramentos deste trabalho.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

ANALYSIS OF STRUCTURAL STABILITY OF SELF SUPPORTED ROOFING  
MANUFACTURED BY COLD FORMING OF THIN-WALLED STEEL

João Pedro Magalhães Garcia

March/2018

Advisors: Eduardo de Miranda Batista  
Juarez Moara Santos Franco

Department: Civil Engineering

The present research is addressed to the study of stiffened cold-formed steel sheeting aiming at improving steel roofing system with the help of two semiautomatic procedures sequences. The first one (A) adopts elastic stability analysis and the related critical flexural bending moments, while the second (B) is referred to a resistance curve proposed by the author based on Finite Elements model analysis. The results of study A indicate that (i) minor modifications of the cross-section geometry may affect the local (L) and distortional (D) buckling modes; (ii) several solutions include very close critical buckling moments which may conduct to possible buckling modes interaction and (iii) the shape of these sections exceeds the limits proposed by AISI for the calculation by the Direct Resistance Method. Conversely, the results of study "B" indicate that (i) the flexural strength of these profiled sheeting is less sensitive to the variation of most of the proposed geometric parameters, (ii) the proposed resistance curve captures the interaction L-D and (iii) the proposed strength curve is shown valid only for a narrow domain of geometric parameters. Additionally, it has been observed that D mode tends to become dominant for resistance calculation. The bibliographic review confirms the validity limitations of the modal classification criteria and points to future developments of this work.

# SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>1.1. Trabalhos Relacionados ao Uso de Telhas Autoportantes.....</b>	<b>2</b>
<b>1.2. Motivação .....</b>	<b>6</b>
<b>1.3. Objetivos.....</b>	<b>6</b>
<b>1.4. Estrutura da Dissertação .....</b>	<b>8</b>
<b>2. CONCEITOS E FUNDAMENTOS .....</b>	<b>10</b>
<b>2.1. Propriedades do aço para Perfis Abertos Formados a Frio .....</b>	<b>10</b>
<b>2.2. Processo de Fabricação e Aplicações .....</b>	<b>11</b>
<b>2.3. Estabilidade Estrutural.....</b>	<b>15</b>
2.3.1. Estabilidade de barras .....	16
2.3.2. Estabilidade de placas.....	19
2.3.3. Hipóteses de Vlasov e Método das Funções iniciais .....	25
<b>2.4. Identificação dos Modos de Flambagem – Global, Distorcional e Local.....</b>	<b>27</b>
<b>2.5. Propriedades Geométricas de Perfis Trapezoidais.....</b>	<b>32</b>
<b>2.6. Normas Relacionadas .....</b>	<b>34</b>
<b>2.7. Métodos para Análises de Estabilidade .....</b>	<b>38</b>
2.7.1. Método dos Elementos Finitos (MEF) .....	38
2.7.2. Método das Faixa Finitas (MFF).....	40
<b>2.8. Métodos para Estimar o Momento Fletor Resistente.....</b>	<b>41</b>
2.8.1. Método da Largura Efetiva (MLE).....	42
2.8.2. Método da Resistência Direta (MRD).....	43
2.8.3. Método da Seção Efetiva (MSE).....	46
<b>2.9. Gramática de Formas.....</b>	<b>47</b>
<b>3. CONSIDERAÇÕES INICIAIS PARA A CARACTERIZAÇÃO DE MODOS DE FLAMBAGEM E MÉTODOS COMPUTACIONAIS.....</b>	<b>49</b>

<b>3.1. Problemas na Classificação dos Modos de Flambagem .....</b>	<b>50</b>
<b>3.2. Diferenças entre Resultados para Duas Metodologias de Classificação Modal .....</b>	<b>51</b>
3.2.1. Identificação modal de placas enrijecidas a partir do programa CUFSM.....	54
3.2.2. Identificação modal de placas enrijecidas a partir de valores de semionda e avaliação criteriosa para dimensionamento .....	55
3.2.3. Comparativo de classificação modal entre estes métodos.....	56
<b>3.3. Diferenças entre Resultados de Classificação Modal para o MFF .....</b>	<b>61</b>
<b>4. METODOLOGIA PARA ANÁLISE DA FLAMBAGEM DE TELHAS AUTOPORTANTES .....</b>	<b>64</b>
<b>4.1. Parâmetros para Variação da Geometria das Telhas Autoportantes .....</b>	<b>64</b>
<b>4.2. Condições de Apoio e Carregamento.....</b>	<b>67</b>
<b>4.3. Discretização das Placas Segundo os Métodos Numéricos MFF e MEF .....</b>	<b>68</b>
4.3.1. CUFSM v.4.03 – Método das Faixas Finitas (MFF).....	68
4.3.2. Ansys v.16.0 – Método dos Elementos Finitos (MEF) .....	69
<b>4.4. Classificação dos Modos de Flambagem nas Telhas Autoportantes.....</b>	<b>72</b>
<b>4.5. Considerações para a Geração e Análise de Dados .....</b>	<b>75</b>
<b>5. ANÁLISE NUMÉRICA DA FLAMBAGEM DE TELHAS AUTOPORTANTES .....</b>	<b>77</b>
<b>5.1. Análise Elástica das Telhas Autoportantes Através do Programa CUFSM.....</b>	<b>77</b>
5.1.1. Angulação entre a mesa inferior e a alma ( $\theta$ ).....	77
5.1.2. Razão entre a largura da mesa superior em relação à da bobina (parâmetro $\kappa_1$ ).....	78
5.1.3. Razão da largura da mesa inferior em relação a alma (parâmetro $\kappa_3$ ).....	81
5.1.4. Número de enrijecedores trapezoidais na alma ( $v_2$ ) .....	83
5.1.5. Número de enrijecedores trapezoidais na mesa inferior ( $v_3$ ).....	84
5.1.6. Distribuição dos enrijecedores trapezoidais na alma ( <i>attractor</i> ).....	85
5.1.7. Largura da parede inclinada nos enrijecedores trapezoidais ( $w_{incl}$ ).....	87



5.1.8. Largura da parede intermediária nos enrijecedores trapezoidais ( $w_{mid}$ ) .....	88
5.1.9. Angulação dos enrijecedores trapezoidais ( $ang_3$ ).....	89
5.1.10. Angulação entre mesa inferior e alma ( $\theta_1$ ) .....	91
5.1.11. Quadro-resumo variação dos parâmetros adotados na telha autoportante ..	92
<b>5.2. Análise Inelástica das Telhas Autoportantes com Base no MEF de elementos de casca .....</b>	<b>92</b>
<b>5.3. Comparativo entre Momento Crítico pelo MFF e Momento de Resistência pelo MEF .....</b>	<b>95</b>
<b>5.4. Comparativo de Momentos de Resistência entre o MEF e MRD .....</b>	<b>100</b>
<b>5.5. “Melhor Geometria” Baseado no Procedimento Proposto de Resistência..</b>	<b>104</b>
<b>6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES .....</b>	<b>109</b>
<b>6.1. Sugestões para Trabalhos Futuros.....</b>	<b>111</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>113</b>
<b>ANEXO A – COMPRESSÃO AXIAL DE PLACAS ENRIJECIDAS .....</b>	<b>120</b>
<b>ANEXO B – ANÁLISE LINEAR E NÃO LINEAR PELO MFF E MEF DE TELHAS AUTOPORTANTES .....</b>	<b>122</b>

# LISTA DE SÍMBOLOS

## Símbolos romanos

$a$	comprimento da placa
$A$	área bruta da seção transversal da barra
$A_{ef}$	área efetiva do perfil
$ang$	ângulo entre paredes de enrijecedores
$B$	largura da placa
$BC$	compressão da mesa inferior ( <i>bottom compression</i> )
$BD$	modo de flambagem distorcional ( <i>bottom distortional</i> )
$BDF$	modo de flambagem distorcional de mesa ( <i>bottom distortional flange</i> )
$BDW$	modo de flambagem distorcional de alma ( <i>bottom distortional web</i> )
$BL$	modo de flambagem local ( <i>bottom local</i> )
$b_{ef}$	largura efetiva da placa
$CC$	centro de cisalhamento (ou centro de torção) da seção transversal
$CG$	centro de gravidade
$C_{\omega}$	constante de empenamento da seção transversal
$E$	módulo de elasticidade longitudinal do aço
$f_u$	resistência à ruptura do aço
$f_y$	resistência ao escoamento do aço
$G$	módulo de elasticidade transversal do aço
$h$	altura do enrijecedor na placa enrijecida
$I_x, I_y$	momentos de inércia da seção bruta em relação aos eixos principais $x$ e $y$ , respectivamente
$K$	coeficiente de flambagem local (do elemento ou seção completa)
$L, l$	comprimento da barra
$M_{dist}$	momento fletor de flambagem local elástica segundo NBR 14762:2010
$M_e$	momento fletor de flambagem global elástica (FLT – flambagem lateral com torção) segundo NBR 14762:2010
$M_l$	momento fletor de flambagem distorcional elástica segundo NBR 14762:2010
$M_R^{BC}$	momento fletor resistente com compressão na mesa inferior
$M_R^{BD}$	momento fletor resistente do modo distorcional BD
$M_R^{BDF}$	momento fletor resistente do modo distorcional BDF

$M_R^{BDW}$	momento fletor resistente do modo distorcional BDW
$M_R^{BL}$	momento fletor resistente do modo local BL
$M_{Rdist}$	valor característico do momento fletor resistente, associado à flambagem distorcional segundo NBR 14762:2010
$M_{Re}$	valor característico do momento fletor resistente, associado à flambagem global segundo NBR 14762:2010
$M_{Rl}$	valor característico do momento fletor resistente, associado à flambagem local segundo NBR 14762:2010
$P$	força axial de compressão
$P_E$	ponto crítico
$P_{cr}$	força crítica (ou força de flambagem elástica)
$q$	deslocamento transversal a meia altura da barra
$t$	espessura da chapa ou do elemento
$u, v$	deslocamentos nas direções principais $x$ e $y$ , respectivamente
$W$	módulo de resistência elástico da seção bruta em relação à fibra extrema que atinge o escoamento
$W_c$	módulo de resistência elástico da seção bruta em relação à fibra extrema comprimida
$W_{ef}$	módulo de resistência efetivo do perfil
$w_i$	largura das paredes dos enrijecedores
$z$	eixo longitudinal da barra

### Símbolos gregos

$\beta$	coeficiente de dilatação térmica
$\gamma_{xy}$	tensão de cisalhamento da membrana
$\delta$	espessura da casca
$\varepsilon$	deformação
$\varepsilon_x$	deformação transversal
$\varepsilon_y$	deformação de escoamento
$\lambda$	índice de esbeltez
$\lambda_a$	índice de esbeltez do elemento de largura $a$ da placa enrijecida
$\lambda_c$	índice de esbeltez da parede inclinada do enrijecedor na placa enrijecida
$\lambda_l$	índice de esbeltez reduzido associado à flambagem local
$\lambda_p$	índice de esbeltez reduzido associado à flambagem distorcional

$\lambda_0$	índice de esbeltez reduzido associado à flambagem global
$\nu$	coeficiente de <i>Poisson</i> do aço, adotado igual a 0,3
$\rho$	massa específica
$\sigma$	tensão normal
$\sigma_{cr}$	tensão crítica (ou tensão de flambagem elástica)
$\sigma_u$	tensão de ruptura
$\sigma_y$	tensão de escoamento
$\tau$	tensão de cisalhamento
$\theta$	ângulo formado entre a mesa inferior e a alma do perfil
$\Phi$	ângulo de torção da barra

# 1. INTRODUÇÃO

Perfis Abertos Formados a Frio (PFF) apresentam duas diferenças essenciais em relação a outras tecnologias da construção civil em aço, que justificam este trabalho. A primeira particularidade é o processo de fabricação, que em PFF permite a oferta de uma variedade potencialmente infinita de formas, desde que atendida uma escala que justifique a adequação da produção às necessidades específicas. Perfis laminados e tubulares, por outro lado, são comercializados através de catálogos com opções finitas e pré-definidas de geometria. A segunda particularidade é o comportamento mecânico destes elementos estruturais, que em alguns casos pode ser fortemente afetado por pequenas modificações de sua forma. A combinação destes dois fatores (liberdade geométrica e interação complexa entre geometria e desempenho) torna o estudo de aprimoramento de PFF um desafio relevante do ponto de vista científico e uma aplicação útil em uma indústria que ocupa uma parcela significativa do mercado da construção no Brasil.

A interação entre forma e desempenho de PFF é de tal maneira complexa que os artigos na literatura sobre este tema concentram-se em tipos relativamente simples, como perfis “U enrijecido”, “Z” ou “cartola”, que podem ser definidos parametricamente com poucas variáveis geométricas. Estes estudos estão amparados, de maneira complementar, em resultados numéricos obtidos por ferramentas computacionais e campanhas experimentais. O objetivo final destas pesquisas é a proposição de ferramentas úteis para o projeto de estruturas metálicas. No entanto, quanto maior o número de variáveis geométricas, mais difícil e custoso se torna caracterizar a interação entre forma e desempenho em PFF através de fórmulas fechadas.

Esta dissertação é voltada para uma destas tipologias de PFF definidas por um número relativamente alto de variáveis geométricas. As telhas de aço autoportantes, também conhecidas como vigas-calha ou perfis de aço corrugados, têm larga utilização tanto em fechamentos laterais quanto em coberturas de construções industriais, rurais, esportivas e residenciais, devido ao seu baixo peso próprio e à sua capacidade resistente, adequada para grandes vãos. Este tipo de solução reduz a necessidade de suportes intermediários como colunas e terças, o que eventualmente pode ser vantajoso tanto para o projeto arquitetônico quanto para o processo de fabricação e montagem. A definição das soluções mais eficientes para a secção transversal destas telhas requer uma combinação de procedimentos de cálculo não prevista na literatura especializada. Apesar

da vasta aplicação no mercado, esta tipologia ainda carece de estudos científicos que descrevam com maior precisão o seu comportamento estrutural. Com o intuito de preencher, ainda que como primeira aproximação, a lacuna de estudos neste domínio, a presente pesquisa aborda as características inerentes às telhas autoportantes.

### **1.1. Trabalhos Relacionados ao Uso de Telhas Autoportantes**

BERGFELT *et al.* (1975) realizaram estudos experimentais sobre telhas perfiladas com seção trapezoidal submetidas a flexão abordando a determinação de cargas críticas e o comportamento pós-crítico, bem como a influência da flambagem local na resistência global. Os resultados indicaram que o método presente na norma americana necessitava ser modificado para o cálculo de vigas com almas esbeltas

BERNARD *et al.* (1992) com o intuito de analisar a influência dos enrijecedores sobre o modo de flambagem em telhas, realizaram um programa de testes sob flexão pura. As tensões de flambagem foram comparadas com os estudos realizados utilizando uma análise computacional com base no Método das Faixas Finitas em que os modos de flambagem local e distorcional foram previstos. Esta investigação confirmou o procedimento de dimensionamento para flambagem local no padrão australiano (AS 1538-1988) e propôs um novo procedimento para o cálculo da resistência relacionado ao modo distorcional. Os mesmos autores, em 1996, fizeram um estudo comparativo das deformações destes perfis, com base em testes experimentais e as prescrições do padrão europeu (EN 1993-1-3), e propuseram uma modificação das expressões presentes nessa norma para incorporar as condições de restrição de bordo impostas às mesas pelas almas do perfil quando estas telhas estão montadas em paralelo.

Já SOMMERSTEIN *et al.* (1994) testaram perfis trapezoidais com a variação de um até quatro enrijecedores intermediários na mesa superior da seção usando câmaras de vácuo para aplicar carregamento distribuído e compararam os resultados experimentais com a norma norte-americana (CAN/CSA-S136-M89), concluindo que algumas formulações dessa norma subestimavam a resistência dessas seções e sugeriram a remoção da variável da razão de largura efetiva reduzida nessa formulação.

LANDOLFO e MAZZOLANI (1994) executaram 32 testes experimentais e de simulação numérica para 9 tipos de chapas trapezoidais aplicando duas cargas concentradas no meio do perfil e compararam os resultados com as regras do Eurocode 3, que permitiram concluir (i) que seus resultados numéricos estavam em excelente

acordo com os experimentais, apesar da grande variação de formas e da dispersão nas propriedades do material e (ii) a norma subestima a capacidade de resistência para essas tipologias de perfis, oferecendo valores médios de 35 a 50% menores do que os resultados dos testes. Os autores concluíram que os procedimentos numéricos propostos podem ser utilizados como uma ferramenta eficaz para a realização de uma análise paramétrica ampla, a fim de desenvolver regras de dimensionamento mais adequadas.

FONSECA (2000) avaliou os diferentes tipos de ligação entre as telhas quando submetidas à flexão, utilizando uma prensa hidráulica para aplicação das cargas que conduziram os perfis ao colapso. Os resultados experimentais obtidos de deslocamentos verticais e resistência última foram comparados com as prescrições da norma AISI e com análises numéricas baseadas no método dos Elementos Finitos. Entre as conclusões obtidas neste estudo, destacam-se: (i) a presença do elemento capa na ligação das telhas não oferece contribuição expressiva para o incremento de rigidez dos perfis avaliados (ver Figura 1.1), (ii) os ensaios experimentais apresentaram rigidez menor ou quando muito semelhante ao do modelo computacional, (iii) os resultados obtidos sugerem a substituição do atual processo de ligação das telhas por um sistema de “zipagem”, (iv) com base nos resultados teóricos e experimentais (ensaios de flexão onde as telhas foram carregadas até a ruptura) obtidos naquela pesquisa, o autor afirma que as especificações da LRFD Cold-formed Steel Design Manual (1991) não são recomendáveis no dimensionamento de telhas metálicas autoportantes submetidas à flexão. O autor sugere que a determinação da tensão limite no dimensionamento de telhas metálicas autoportantes seja investigada através de uma análise que considere a não linearidade geométrica e física do material com base no método de elementos finitos.

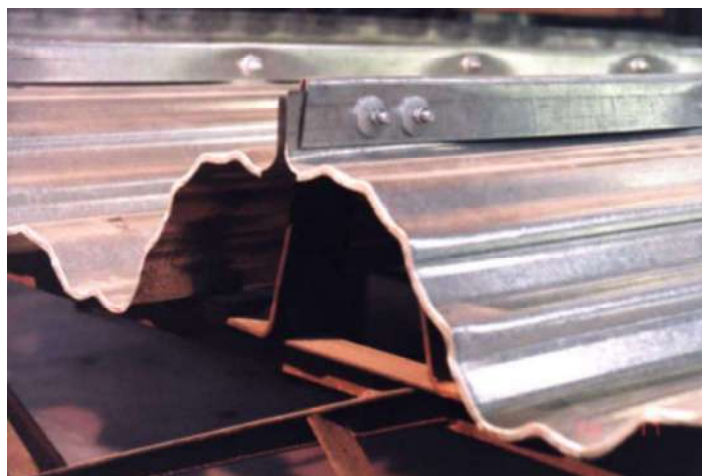


Figura 1.1 – Elemento capa na ligação de telhas autoportantes  
Fonte: FONSECA (2000)

XU *et al.* (2001) realizaram um total de 198 testes compressivos em telhas autoportantes curvas na Universidade de Waterloo. Na ausência de um protocolo de teste padronizado ou de um teste de compressão documentado referente a estes perfis curvos, os autores criaram dois tipos inovadores de experimentos para esta investigação experimental. Chegou-se à conclusão que a implantação destes testes rendeu resultados consistentes, apresentando o desvio da carga última de teste individual inferior a 6 e 8% da carga máxima média em relação às normas australiana e americana, respectivamente.

MEZZOMO (2007) ensaiou as telhas trapezoidais utilizando depósitos de água para aplicar o carregamento, analisando a influência dos vínculos laterais entre telhas sobre a rigidez do conjunto. Através do uso do Método dos Elementos Finitos e Faixas Finitas, pode comparar as cargas críticas obtidas nos ensaios e aferir os resultados da campanha experimental pelo Método da Resistência Direta. Os testes foram realizados com aplicação de cargas de compressão e flexão em telhas com bordas livres, bordas apoiadas e bordas engastadas. Foi efetuada uma aplicação de Algoritmo Genético para otimização de geometria, o que permitiu a proposição de aprimoramentos da telha comercial estudada.

MEZZOMO *et al.* (2010) buscaram avaliar as melhores alternativas para seções transversais em telhas perfiladas submetidas a momentos de flexão através do uso de modelos de Elementos Finitos combinados com rotinas de otimização por algoritmos genéticos. Através desse estudo, pode-se obter o perfil que oferece o melhor desempenho para múltiplos objetivos: o menor deslocamento, a maior carga de flambagem elástica crítica, e a maior área de cobertura do telhado. Finalmente, como resultado de uma análise de sensibilidade, foi possível indicar alguns critérios úteis para o projeto de telhas de aço trapezoidal modificando os pesos dos objetivos de otimização propostos.

Nos estudos de GUO e SAUSE (2014), a resistência associada à flambagem local em telhas perfiladas com seção trapezoidal é investigada usando Elementos Finitos e análises teóricas. Neste trabalho foi mostrado que as relações de larguras das seções, bem como a angulação de suas dobras e da espessura da chapa têm uma influência significativa sobre a sua resistência. Com base nos resultados das análises, propôs uma fórmula para melhorar o cálculo do dimensionamento da resistência.

PIEKARCZUK *et al.* (2015) apresentaram os problemas relacionados à modelagem numérica de perfis de aço perfilados utilizados com estruturas autoportantes para



coberturas. Através da comparação entre resultados numéricos e experimentais, foi possível determinar as simplificações feitas nos modelos numéricos que não afetariam de forma significativa a confiabilidade dos resultados.

O trabalho de BAPTISTA (2015) efetuou testes experimentais de uma solução de cobertura autoportante. Evidenciou-se neste estudo as deformações plásticas que levam à ruptura, bem como os fenômenos de instabilidade local característicos deste tipo de estrutura.

O trabalho de FRANCO e BATISTA (2017) através da combinação de Gramática de Forma com o Método das Faixas Finitas, permitiu identificar os modos de flambagem principais, bem como determinar os efeitos dos parâmetros geométricos nas telhas autoportantes que apresentavam maior influência sobre o comportamento de flambagem.

MELO (2017) desenvolveu um trabalho abordando os principais aspectos estruturais relacionados ao desempenho de coberturas autoportantes. Este estudo se baseou na variação das propriedades geométricas e sua relação com a eficiência estrutural, através da análise dos momentos fletores críticos destes perfis. Os resultados indicaram que a geometria e dimensões de enrijecedores intermediários são mais importantes para causar mudanças no comportamento de flambagem dos modos com menor comprimento de semionda do que a variação dos parâmetros referentes a altura e angulação da seção transversal destes perfis.

GARCIA *et al.* (2017) apresentaram um estudo numérico-computacional sobre a resistência à flexão de perfis trapezoidais enrijecidos de aço, mais especificamente, chapas enrijecidas e telhas autoportantes. Este estudo analisou as questões paramétricas de estabilidade elástica e resistência de chapas enrijecidas, considerando configurações variáveis de enrijecedores, revendo os critérios de identificação modal nestes elementos, além de analisar os perfis trapezoidais gerados pela associação de diferentes placas enrijecidas.

FRANCO *et al.* (2018) desenvolveram estudos numéricos para a proposição de uma curva de resistência para telhas autoportantes, levando em consideração a interação L-D. Esta curva, aplicada ao Método da Resistência Direta, sugere que os estudos de MELO (2017) possam ter sobrevalorizado a influência da configuração dos enrijecedores na resistência das vigas autoportantes.

## **1.2. Motivação**

O uso de telhas autoportantes na construção civil é uma realidade cada vez mais frequente, visto a gama de aplicações e benefícios de sua utilização. Entretanto, o mercado da construção civil em PFF ainda segue os procedimentos de outras tecnologias, como perfis laminados e tubulares, disponibilizados segundo catálogos de geometria e dimensões padronizadas, com seções monossimétricas e relativamente simples.

A literatura sobre dimensionamento deste tipo de perfis de chapa dobrada aborda apenas as seções para as quais estão disponíveis os resultados de campanhas experimentais. Como estes perfis são definidos por um número relativamente grande de variáveis geométricas, o subconjunto de perfis pré-qualificados para o Método da Resistência Direta é definido apenas para uma pequena variedade destas vigas. Mesmo dentro deste subconjunto, a interação entre forma e desempenho já é complexa o bastante para justificar a confecção de diversas tabelas apresentadas em normas, com um número restrito de possíveis seções para dimensionamento, tal como previsto em SCHAFER (2006a). Estes resultados embasaram a elaboração de normas específicas como a americana (AISI S100-16), a europeia (Eurocode 3) e a brasileira (ABNT NBR 14762:2010). Contudo, estas telhas podem apresentar inúmeras possibilidades de configuração de sua geometria, podendo se destacar aspectos como: (i) proporção e ângulo entre paredes de alma e mesas; (ii) proporção e ângulo entre paredes de enrijecedores; (iii) tipo, quantidade e distribuição de enrijecedores. Por outro lado, a especificação da telha mais adequada para cada situação de projeto está limitada pelos catálogos disponibilizados pelos fabricantes. Logo, estudos e expressões analíticas mais abrangentes para o cálculo da resistência sob flexão poderiam levar ao aprimoramento destes produtos, o que motivou a elaboração da presente pesquisa.

## **1.3. Objetivos**

Este trabalho desenvolve um estudo de aprimoramento de um tipo de viga trapezoidal executada em perfil aberto de aço formado a frio com enrijecedores intermediários. Foram propostas e avaliadas duas sequências semiautomáticas de procedimentos. A primeira metodologia (A) adota análise de estabilidade elástica e está voltada na avaliação dos momentos críticos, enquanto a segunda (B) baseia-se em uma curva de resistência proposta por esta pesquisa a partir de análises numéricas desenvolvidas em Elementos Finitos. Ambas as abordagens fizeram uso de uma

implementação computacional que combina recursos de modelagem geométrica (Gramática de Forma) com o Método das Faixas Finitas.

Um dos problemas não elucidados neste estágio da pesquisa são os limites válidos para a classificação dos modos de flambagem. Há situações onde a liberdade de configuração geométrica na fabricação de PFF levanta dúvidas quanto aos critérios desta classificação, a exemplo de (i) perfis onde paredes adjacentes estão próximas da colinearidade ou (ii) uma delas é muito pequena em relação à sua vizinha. As Figuras 1.2 e 1.3 ilustram este problema com dois exemplos usuais. O primeiro caso apresenta um perfil de seção aberta sem enrijecedores de borda (Figura 1.2(a)), outro com enrijecedores (Figura 1.2(f)) e quatro configurações intermediárias. O modo Distorcional é previsto pela literatura no exemplo à direita, mas não pode ocorrer na configuração à esquerda. Não há um limite bem definido, entre estes extremos, onde acontece a mudança de estado na qual D passa de plausível a impossível.

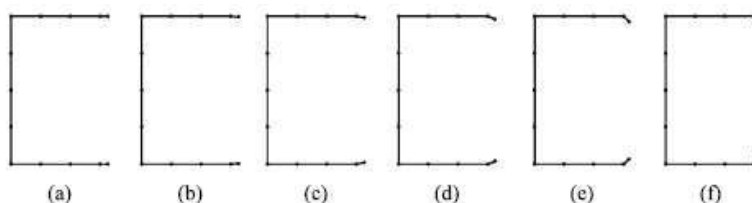


Figura 1.2 – PFF de seção aberta com e sem enrijecedores de borda  
Fonte: (ÁDÁNY *et al.*, 2010)

O mesmo argumento se aplica a paredes com enrijecedores intermediários, como os perfis U enrijecido na Figura 1.3. No exemplo à esquerda, a flambagem da alma é associada ao modo Local, enquanto o modo Distorcional identifica o deslocamento do enrijecedor na figura à direita. Mais uma vez, não há um limite bem definido, entre estes extremos, onde acontece a mudança de estado na qual a classificação modal correta passa de Local a Distorcional.

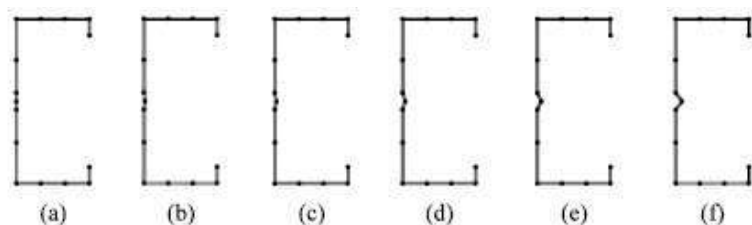


Figura 1.3 – Perfil de seção C com e sem enrijecedores na alma  
Fonte: (ÁDÁNY *et al.*, 2010)

Este estudo leva em consideração as restrições apontadas anteriormente, ao propor e aplicar procedimentos semiautomáticos, onde o julgamento do projetista ainda é

importante para a classificação modal. Estes procedimentos estão amparados em três fundamentos: (i) um sistema generativo baseado em Gramática de Forma para a parametrização geométrica do perfil, (ii) análise de estabilidade elástica pelo Método das Faixas Finitas e (iii) estimativa da capacidade dos perfis pelo Método da Resistência Direta. Os métodos para aprimoramento das peças são, basicamente, a variação de (i) proporção e ângulo entre paredes de alma e mesas; (ii) proporção e ângulo entre paredes de enrijecedores; (iii) tipo, quantidade e distribuição de enrijecedores. O estudo da interação entre variáveis geométricas e desempenho mecânico é avaliado, principalmente, com base em momentos críticos e de resistência a flexão. Estes fundamentos permitiram apresentar conclusões iniciais sobre os objetivos específicos desta pesquisa, quais sejam:

- i. determinar as características geométricas que acarretam maior variação no comportamento estrutural destas telhas;
- ii. verificar a variação do desempenho estrutural proporcionada pelos comparativos entre momentos críticos e de resistência; e
- iii. obter como primeira aproximação uma equação analítica que permita o cálculo de resistência à flexão destes perfis.

#### **1.4. Estrutura da Dissertação**

A presente dissertação é composta por um total de 6 capítulos e 2 anexos ao seu final. O Anexo A apresenta os resultados obtidos através do programa CUFISM v.4.03 referentes ao estudo das placas enrijecidas. Já o Anexo B apresenta os resultados das análises das telhas autoportantes obtidos através do Método das Faixas Finitas (MFF) e Elementos Finitos (MEF), bem como o comparativo com os valores de resistência através do Método da Resistência Direta (MRD) e da formulação proposta pelo autor neste estudo.

O Capítulo 1 descreve resumidamente o uso de perfis formados a frio na construção civil, sendo especificado o uso das telhas autoportantes, bem como a apresentação de trabalhos recentes sobre este tipo de perfil. Além disso, discorre também sobre a motivação e o objetivo para elaboração da presente pesquisa.

O Capítulo 2 tem por finalidade apresentar conceitos envolvidos na compreensão do fenômeno da flambagem elástica, trazendo uma revisão bibliográfica sucinta que aborda assuntos como estabilidade estrutural, a identificação dos diferentes modos de flambagem, métodos normativos de dimensionamento estrutural de perfis de telhas

autoportantes, além de um estudo sobre lógica computacional para a configuração dos perfis em estudo.

O Capítulo 3 é responsável por dar início ao processo de análise das placas isoladas, com sua respectiva classificação modal, e a apresentação de considerações que devem ser tomadas para as análises destas através dos métodos apresentados.

O Capítulo 4 inicia o processo de análise das telhas autoportantes, foco da pesquisa, definindo-se os parâmetros para a variação da geometria destes perfis, as condições de apoio e carregamento, propriedades do material e as discretizações dos modelos segundo os métodos numéricos que auxiliaram as análises, além de apresentar a determinação dos modos de flambagem dessas seções.

O Capítulo 5 apresenta os resultados obtidos numericamente para os diferentes modelos analisados, segundo os modos de flambagem Local e três diferentes tipos de Distorcional considerando análises lineares e não lineares, e posteriormente determinação do momento de resistência através do MRD. Neste Capítulo ainda são propostas expressões analíticas que contribuem para o cálculo do momento de resistência nessas seções para cada um dos seus modos de flambagem.

O Capítulo 6 encerra o trabalho, apresentando as conclusões finais acerca de toda a investigação, desde os resultados encontrados para as telhas autoportantes, até as sugestões feitas ao MRD. Ao final do capítulo ainda são descritas sugestões para trabalhos futuros relacionados ao tema da presente dissertação.

## 2. CONCEITOS E FUNDAMENTOS

### 2.1. Propriedades do aço para Perfis Abertos Formados a Frio

Os elementos estruturais de aço formados a frio apresentam algumas características na construção civil que os destacam de outros sistemas construtivos. A fabricação destes elementos de barra é economicamente viável para cargas relativamente baixas e/ou vão curtos em comparação com perfis laminados a quente e, adicionalmente, seções geométricas incomuns podem ser produzidas de forma econômica por operações de formação a frio, aprimorando a relações de resistência/peso segundo necessidades específicas. O custo de transporte destes perfis é reduzido pela técnica de armazenamento, que permite a sobreposição de peças de maneira bastante eficiente. Do ponto de vista do projeto estrutural, estes elementos são capazes de resistir a cargas normais em suas superfícies, além de poderem atuar como diafragmas rígidos quando adequadamente interligados entre si e com os membros de apoio.

Quando comparados com outros materiais, como madeira e concreto, elementos estruturais de aço formados a frio destacam-se pela leveza, alta resistência e rigidez, facilidade de pré-fabricação e produção em massa, instalação rápida e fácil, detalhes estruturais mais precisos, qualidade uniforme, economia no transporte e manipulação (YU e LABOUBE, 2010). A combinação destas vantagens pode resultar em economia de custos na construção.

O aço é um material produzido em uma ampla diversidade de tipos. Com relação a suas propriedades mecânicas, um dos métodos para sua determinação é através de testes de tração realizados em amostras retiradas das paredes dos perfis. A Figura 2.1 apresenta uma relação típica de tensão-deformação relacionada à tração uniaxial para aço estrutural. Neste caso, pode-se distinguir um trecho inicial que apresenta relação tensão-deformação ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) aproximadamente linear (fase elástica), determinada pela lei de Hooke, no qual o material apresenta comportamento elástico até aproximadamente a tensão de escoamento ( $f_y$ ). A deformação correspondente a  $f_y$  é chamada deformação de escoamento ( $\epsilon_y$ ). A inclinação deste ramo inicial corresponde ao módulo de elasticidade do material (E) também conhecido como módulo longitudinal de elasticidade ou módulo de Young. O módulo de elasticidade do aço varia entre 190000 e 210000 N/mm<sup>2</sup>. Após atingir o limite de proporcionalidade, o aço inicia a fase plástica, caracterizada por inclinação pequena

ou nula no sistema de referência  $\sigma$ - $\epsilon$ . O trecho seguinte corresponde ao encruamento, na qual a inclinação é consideravelmente menor do que na fase elástica, mas ainda é suficiente para causar aumento da tensão quando a deformação aumenta, até a tensão de ruptura ( $f_u$ ).

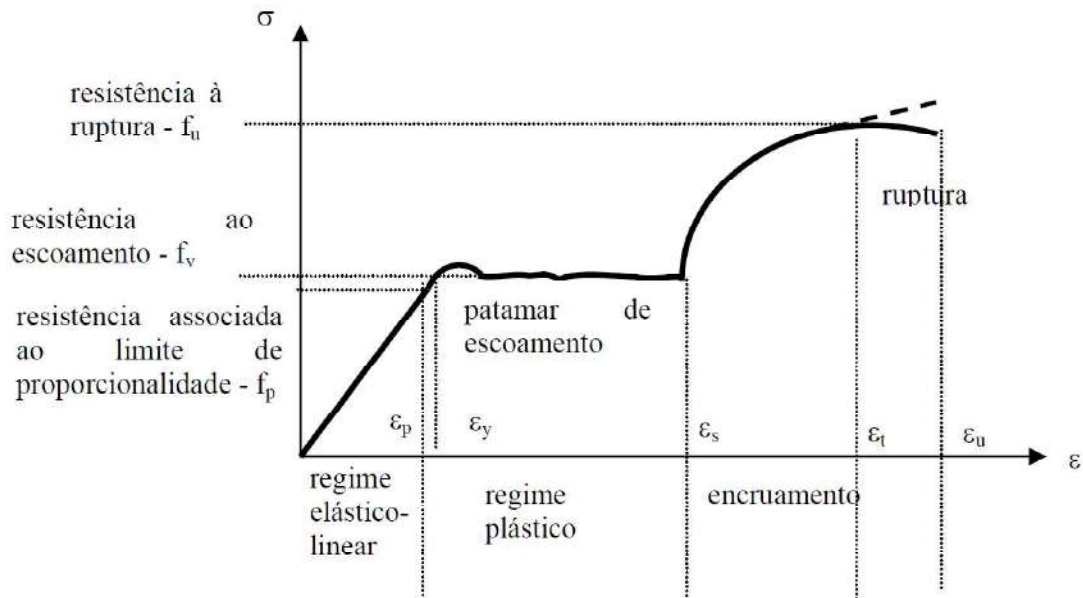


Figura 2.1 – Típica lei constitutiva para o aço estrutural  
Fonte: (SILVA *et al.*, 2012)

Existem diversas normas para especificação dos aços recomendados para estruturas em perfis leves formados a frio. No Brasil, é obrigatório o emprego das prescrições da Associação Brasileira de Normas Técnicas - ABNT NBR, assim como normas da “American Society for Testing and Materials” - ASTM para a fabricação de aços estruturais na forma de bobinas e chapas planas.

Segundo a ABNT, a utilização de bobinas para aplicações com PFF implica na escolha de um dos seguintes tipos de aços: (i) aços resistentes à corrosão atmosférica e (ii) aços com revestimento metálico, sendo utilizado a segunda opção para as telhas autoportantes.

## 2.2. Processo de Fabricação e Aplicações

Os processos de fabricação de telhas de aço zincado são denominados de estampagem, calandragem e perfilação.

A estampagem é um processo de conformação mecânica, realizado geralmente a frio, onde uma chapa plana é submetida a transformações por corte ou deformação em

pressas, de modo a adquirir a forma geométrica da telha (ver Figura 2.2(a)). O comprimento destas peças está limitado ao tamanho da prensa e este método apresenta uma capacidade reduzida de produção em relação aos outros procedimentos. A estampagem permite produzir peças de acabamento para as coberturas ou fechamentos das estruturas.

A calandragem é o procedimento de suavização, compressão e conformação de uma placa de aço através da passagem por um equipamento constituído por dois cilindros móveis e corrugadores (ver Figura 2.2(b)). Neste caso, a transformação em telha é feita pela máquina em uma única etapa. As telhas geradas neste processo de fabricação apresentam dobras mais suaves, identificadas como telhas de perfil ondulado (senoidal). Este procedimento de fabricação permite a produção de peças em diversas larguras. Com esta tecnologia, os processos de corte e furação podem ser aplicados antes ou depois da conformação do perfil.

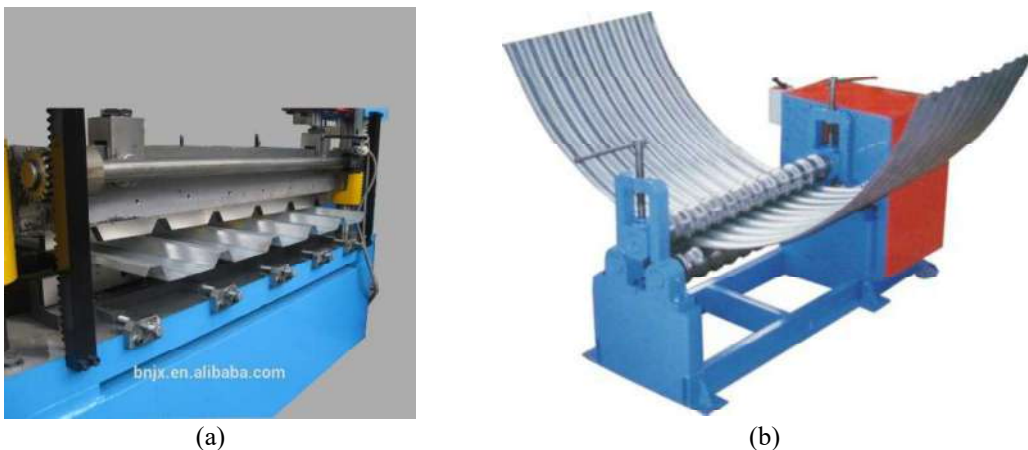


Figura 2.2 – Procedimentos para a conformação de telhas: (a) estampagem e (b) calandragem  
Fonte: (ALIBABA, 2018) e (BERNARDO, 2018)

O processo de perfilação é ideal para a fabricação em larga escala e para peças de comprimentos longos. As máquinas perfiladoras são constituídas de uma série de pares de cilindros (superiores e inferiores) que permitem a produção contínua de telhas de acordo com o perfil projetado (ver Figura 2.3(a)). A produção da peça dá-se a partir de uma bobina de aço zincado, cuja chapa é alisada e aplainada antes de passar entre os pares de cilindros, que conformam a frio o perfil desejado para a telha. O perfil da telha é dobrado gradativamente no seu sentido transversal, do centro para as bordas, à medida que vai avançando longitudinalmente através dos estágios de conformação. Com a telha pronta no comprimento programado para o vão da cobertura da edificação executa-se o corte através de três tipos de processos de corte aplicáveis, o corte por cisalhamento, corte



por faca e o corte por meio de usinagem por serra. O processo de corte pode ser realizado antes ou depois da perfilação do perfil, de acordo com a tecnologia à disposição do fabricante. Tradicionalmente, o processo de corte por cisalhamento é priorizado nas linhas de perfilação devido à simplicidade de construção de seu mecanismo. O equipamento para tal processo é constituído de uma prensa hidráulica com dois portamatrizes, sendo um deles fixo e o outro móvel. Uma vez que as matrizes estejam instaladas e o perfil estiver passando entre elas, a prensa promove deslocamento transversal das matrizes, cisalhando o perfil.



(a)



(b)

Figura 2.3 – Processo de perfilação da telha autoportante (a) na fábrica e (b) no canteiro de obras  
Fonte: (ABCEM, 2009) e (AÇOPORT, 2014)

O processo de perfilação foi dinamizado com avanços recentes da tecnologia de fabricação. Hoje, fabricantes dispõem de máquinas montadas sobre caminhões (eixos rodoviários), o que permitiu a produção de telhas no próprio canteiro da obra (ver Figura 2.3(b)). Este procedimento reduz a necessidade de emendas e dispensa o transporte das telhas, uma vez que o transporte de bobinas é mais barato. Uma máquina perfiladora pode produzir mais de um tipo de perfil de telha, com o ajuste dos seus pares de cilindros. Contudo, este método de fabricação no canteiro é mais lento e produz de 7 a 22 metros de telha por minuto, enquanto o método tradicional produz de 23 a 46 metros por minuto, de acordo com a espessura da chapa e a tecnologia utilizada.

A Figura 2.4 apresenta alguns tipos de perfis utilizados pelos fabricantes de telhas de aço zincado no Brasil. Cada fabricante apresenta sua própria linha de produção e seu catálogo de produtos, identificados por suas dimensões. As telhas de aço zincado normalmente são classificadas pelos fabricantes como telhas onduladas (senoidal), telhas trapezoidais e telhas autoportantes.

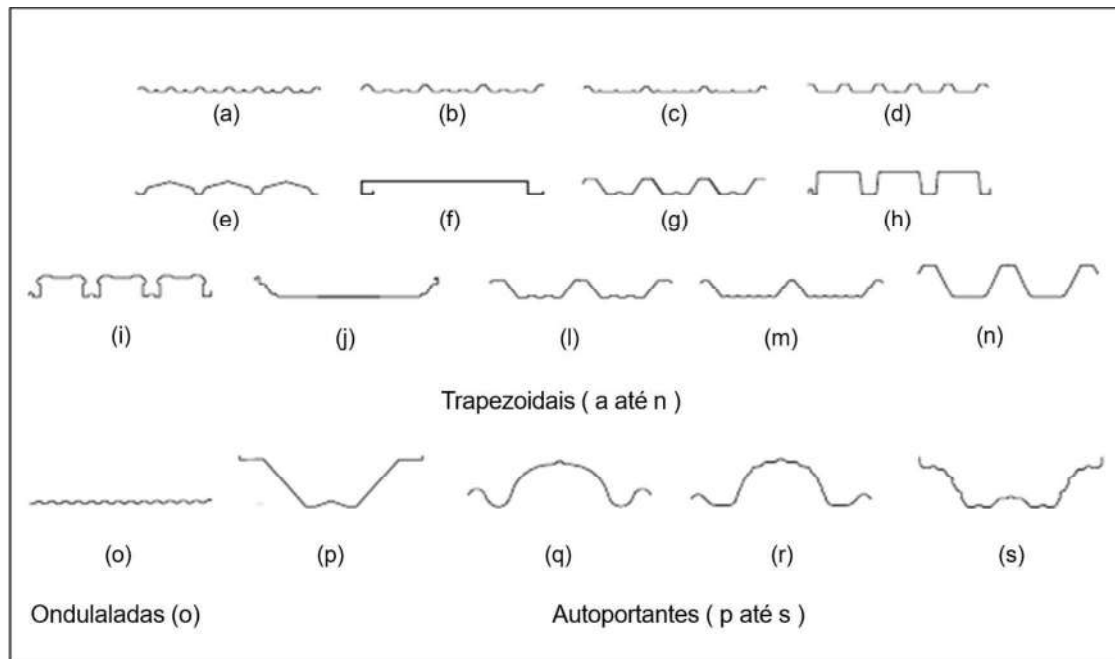


Figura 2.4 – Alguns tipos de perfis utilizados pelos fabricantes de telhas de aço zincado no Brasil  
 Fonte: (FONSECA, 2000)

As telhas de aço formados a frio são aplicáveis em coberturas e fechamentos de pavilhões industriais, depósitos, ginásios esportivos, hangares, silos de armazenagem e contêineres. Estas telhas podem ser utilizadas como formas de concreto e para lajes mistas (*steel decks*) e como diafragmas, em substituição a sistemas convencionais de contraventamento, para estabilizar estruturas de pórticos. Quando empregadas em vigas de alma corrugada, dispensam o uso de enrijecedores transversais ou reduzem a espessura requisitada da alma. A Figura 2.5 exhibe algumas aplicações de telhas de aço de perfil trapezoidal em coberturas e fechamentos.



Figura 2.5 - Exemplos de aplicações de telhas de aço formadas a frio de perfil trapezoidal  
 Fonte: (AÇOPORT, 2018) e (STANCK, 2018)

A perfilação confere uma grande resistência à flexão em telhas de aço formadas a frio por meio de dobras. Este comportamento é associado a um complexo fenômeno de flambagem, resumidamente apresentado a seguir.

### 2.3. Estabilidade Estrutural

O projeto de uma estrutura não pode se basear unicamente em conceitos de segurança relacionados com a tensão de escoamento do material e deformabilidade dos seus componentes, especialmente no caso de estruturas esbeltas. É indispensável considerar também fenômenos que envolvem conceitos de estabilidade, tanto dos próprios elementos quanto de toda estrutura, designados como fenômenos de instabilidade estrutural, associados a situações de colapso local ou global (REIS e CAMOTIM, 2000).

Na teoria clássica de vigas da Resistência dos Materiais, denominada Teoria de Bernoulli-Euler, supõe-se que as seções transversais permanecem planas e ortogonais a um determinado eixo da barra. Neste caso, são desconsideradas as distorções por empenamento e por força cortante. Contudo, essas simplificações levam a inconsistências na determinação das tensões de cisalhamento.

A distorção da seção transversal por força cortante é adotada em outras formulações da Teoria de Vigas (TIMOSHENKO e GERE, 1963), onde se admite que as seções inicialmente planas permanecem planas, mas não necessariamente ortogonais ao eixo da barra, e que as rotações são independentes dos deslocamentos. A hipótese cinemática da dependência entre os deslocamentos e as rotações denomina-se *vínculo de Bernoulli-Euler*. Por sua vez, o empenamento é considerado na Teoria de Barras de VLASOV (1961). Denomina-se vínculo de Vlasov a hipótese de que a intensidade do empenamento é igual à rotação específica em torno do eixo longitudinal Z.

Entre as razões necessárias para as considerações feitas, tem-se que estruturas de chapa fina apresentam distorções fora do plano da seção transversal, tensões de cisalhamento, susceptibilidade para flambagem local, bem como influência de torção e empenamento na distribuição de tensões. Assim, tais considerações de vínculos influenciam na sua estabilidade estrutural.

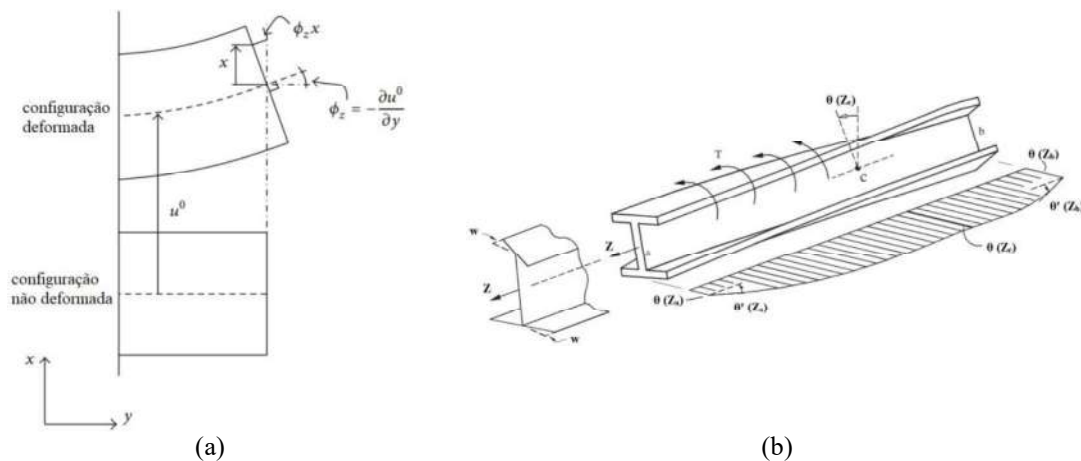


Figura 2.6 – Representação do vínculo de (a) Bernoulli-Euler e (b) Vlasov  
 Fonte: adaptado (PAGANI *et al.*, 2014) e adaptado (BASAGLIA *et al.*, 2012)

### 2.3.1. Estabilidade de barras

Se a força de compressão aplicada no centro geométrico de uma coluna perfeita for menor que seu valor crítico, a barra permanece reta e em equilíbrio estável. Isto significa que, se uma pequena perturbação for aplicada à coluna, esta tende a retornar à sua forma original. Por outro lado, se a carga aplicada for exatamente igual ao valor de força crítica da coluna, qualquer perturbação pode induzir à perda de equilíbrio permanente desta estrutura buscando o equilíbrio estável em outra configuração. Estas considerações são teóricas e dizem respeito colunas idealmente retas. As experiências demonstram que toda estrutura possui imperfeições iniciais e que, para colunas esbeltas sujeitas à flambagem global, a capacidade resistente é inferior ao valor da força crítica (TIMOSHENKO e GERE, 1963).

As possíveis configurações de estabilidade de uma barra comprimida podem ser mais facilmente compreendidas pela comparação com configurações de equilíbrio de sistemas de corpo rígido. Considerando, por exemplo, os três casos de equilíbrio de uma bola submetida à ação gravitacional mostrados na Figura 2.7, observa-se que (a) a bola na superfície esférica côncava está em equilíbrio estável e (b) a bola na superfície esférica convexa está em equilíbrio instável. A bola no plano horizontal (c) está em equilíbrio indiferente ou neutro. O tipo de equilíbrio pode ser determinado considerando a energia do sistema. No caso do equilíbrio estável, a energia potencial do sistema é mínima e, no caso de equilíbrio instável, é máxima.

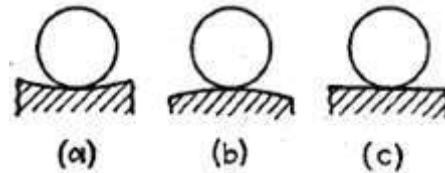


Figura 2.7 - Configurações de equilíbrio: (a) estável, (b) instável e (c) neutro  
 Fonte: (TIMOSHENKO e GERE, 1963)

Ainda em relação à estabilidade de equilíbrio, pode-se recorrer ao clássico problema da coluna de Euler. A teoria de Euler aborda uma coluna ideal (perfeitamente retilínea) elástica, de comprimento  $l$ , simplesmente apoiada em ambas as extremidades e submetida a uma carga axial  $P$ , conforme Figura 2.8(a). Para efetuar a análise do comportamento da coluna proposta por Euler é importante conhecer o seu caminho de equilíbrio, isto é, a representação gráfica da variação do deslocamento em função da amplitude do carregamento aplicado. As trajetórias de equilíbrio da coluna estão representadas na Figura 2.8(b), onde  $q$  é o valor do deslocamento transversal à meia altura ( $q=w(l/2)$ ).

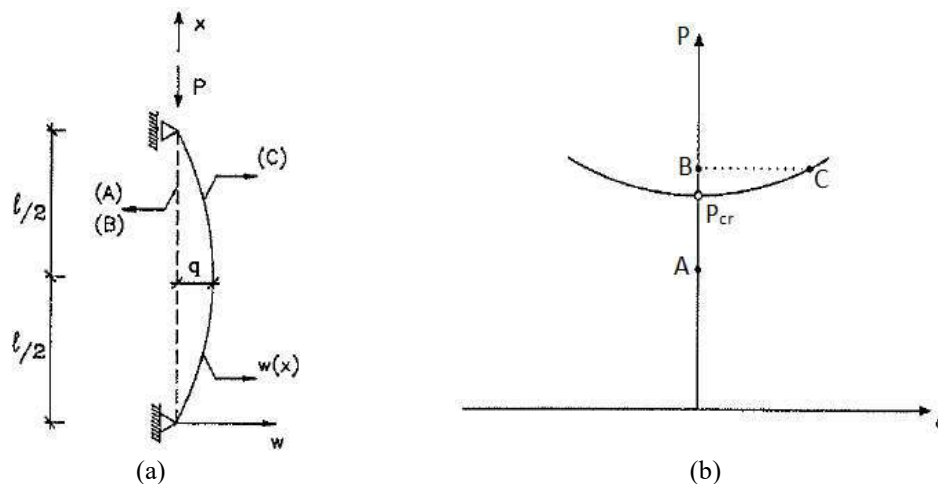


Figura 2.8 – (a) Geometria e carregamento da coluna de Euler e (b) trajetórias de equilíbrio  
 Fonte: (REIS e CAMOTIM, 2000)

O caminho fundamental ou caminho primário é compreendido pela trajetória na qual  $q=0$  ( $w(x)=0$ ) e o caminho pós-crítico ou secundário refere-se ao trecho em que  $q \neq 0$  ( $w(x) \neq 0$ ), sendo o ponto crítico representado na figura anterior como  $P_{cr}$ . O referido ponto crítico nada mais é do que a força crítica associada à alteração do equilíbrio de estável para instável para uma coluna perfeita, conhecida também como carga crítica de Euler, denotando o ponto de bifurcação de equilíbrio, conforme REIS e CAMOTIM (2000). A equação que define o valor da carga crítica, representada por  $P_{cr}$  e apresentada por TIMOSHENKO e GERE (1963) segundo a Teoria da Estabilidade Elástica, está indicada pela Equação (2.1).

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (2.1)$$

A grandeza  $EI$  é a rigidez à flexão da seção transversal da coluna, onde  $E$  é o módulo de elasticidade do material,  $I$  é o momento principal de inércia da seção em relação ao eixo de flexão considerado e o comprimento da coluna é representado por  $l$ . O caso da coluna de Euler é um problema estrutural chamado de instabilidade por bifurcação. O termo instabilidade está associado diretamente ao conceito de flambagem, que pode ser definido como a perda de estabilidade do corpo quando submetido a tensões normais de compressão, ocasionando uma deformada “curva” (fletida). Existe outro tipo de instabilidade designado por ponto limite ou *snap-trough*, fora do escopo desta pesquisa.

Um problema de instabilidade por bifurcação, segundo REIS e CAMOTIM (2000) pode ser caracterizado por três pontos importantes, sendo eles: (i) um caminho de equilíbrio fundamental (linear ou não linear), que se inicia na origem do gráfico carga-deslocamento, (ii) um caminho de equilíbrio pós-crítico, que se inicia no ponto de bifurcação (ponto crítico), não passando pela origem do gráfico carga-deslocamento e (iii) um ponto de bifurcação, correspondente à interseção dos dois caminhos (fundamental e pós-crítico), no qual as configurações de equilíbrio do caminho fundamental passam de estáveis a instáveis.

A análise de um problema deste tipo envolve também três possibilidades: (i) determinar a tensão e carga crítica de flambagem, (ii) determinar a configuração deformada da estrutura quando ocorre a flambagem e (iii) determinar as propriedades do caminho pós-flambagem.

A curva ilustrada na Figura 2.8 apresenta um caminho fundamental linear, que representa o caso da coluna de Euler (coluna geometricamente perfeita). Entretanto, colunas de eixo perfeitamente retilíneo e submetidas à carga compressiva centrada são idealizações. Colunas reais sempre apresentam alguma imperfeição, seja por processos construtivos ou de fabricação. Do mesmo modo, um carregamento nunca é aplicado exatamente no centroide da seção. Portanto, no caso real de colunas com imperfeições geométricas, o ponto de bifurcação deixa de existir, induzindo flexão e não linearidade desde a origem do caminho fundamental. A Figura 2.9 mostra, em traço forte, o caminho de equilíbrio na coluna ideal de Euler, e os caminhos de equilíbrio considerando possíveis imperfeições na coluna analisada em traços suaves.

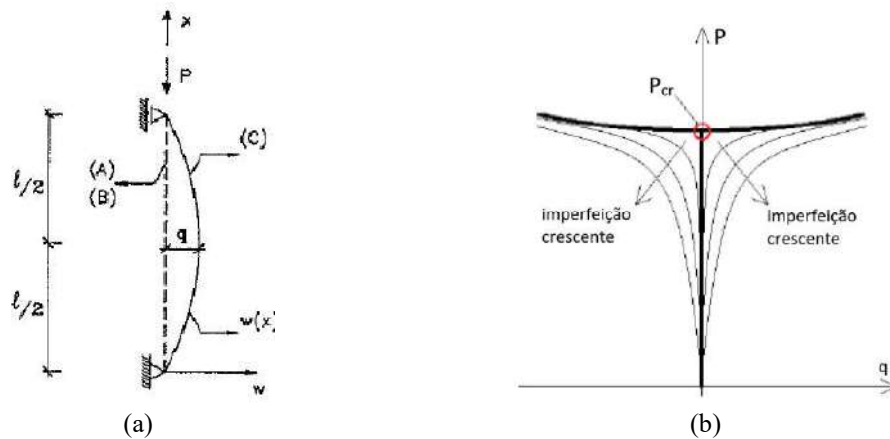


Figura 2.9 – (a) Geometria e carregamento da coluna de Euler e (b) influência de imperfeições geométricas nas trajetórias de equilíbrio  
 Fonte: adaptado (SENA, 2017)

O caminho de equilíbrio perfeito deixa de existir também nos casos em que a estrutura esteja sob a ação de perturbações muito menores do que a carga compressiva que age na estrutura, como uma força transversal aplicada no centro da coluna ou uma carga de momento aplicada em suas extremidades.

### 2.3.2. Estabilidade de placas

A seção transversal de perfis de paredes finas consiste usualmente de partes relativamente esbeltas, isto é, de conjuntos de placas planas e enrijecedores internos e de borda. De acordo com REIS e CAMOTIM (2000), os problemas de estabilidade de placas assumem uma grande importância no dimensionamento de estruturas metálicas, como na verificação de segurança em relação a estados limites últimos que envolvem fenômenos de flambagem local. O valor da tensão crítica de bifurcação elástica de uma placa submetida a compressão uniforme ou linearmente variável pode ser expresso pela Equação (2.2).

$$\sigma_{cr} = K \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (2.2)$$

Onde  $K$  se designa por coeficiente de flambagem,  $E$  é o módulo de elasticidade do material,  $\nu$  é o coeficiente de Poisson,  $t$  é a espessura da placa sob carregamento e  $b$  é a largura da placa sob carregamento.

Na qual o valor de  $K$  depende das condições de apoio e da relação entre comprimento e largura ( $a/b$ ) da placa. Em placas longas ( $a \gg b$ ), como é o caso das paredes que constituem as colunas e vigas metálicas, os valores de  $K$  são praticamente independentes do comprimento da placa ( $a$ ) e do grau de restrição à rotação dos bordos transversais ( $b$ ).

Apresentam-se, na Tabela 2-1, valores de  $K$  correspondentes a placas longas submetidas a diferentes distribuições de tensões e com várias condições de apoio ao longo dos bordos longitudinais (os bordos transversais estão sempre simplesmente apoiados).

Tabela 2-1: Valores de  $K$  em placas longas uniformemente comprimidas. Fonte: (REIS e CAMOTIM, 2000)

Diagrama de tensões	Condições de apoio (bordos longitudinais)							
$\sigma$	4,00	6,97	5,41	5,41	1,28	1,28	0,426	0,426
$\sigma$	7,81	13,54	11,73	9,54	5,91	1,608	1,702	0,567
$\sigma$	23,90	39,52	39,52	23,94	—	2,134	—	0,851

Como exemplo, mostram-se na Figura 2.10, dois tipos de componentes estruturais constituídos por placas longas: (a) as paredes de uma coluna tubular e (b) os elementos de placa, localizados entre reforços longitudinais, de um painel reforçado submetido a compressão. Em qualquer dos casos, a tensão crítica das placas é dada pela Equação (2.2), tomando-se  $K=4$ . Este valor justifica-se pelo fato de cada elemento de placa delimitado por dobras se comportar como sendo uma placa retangular simplesmente apoiada em todos os bordos, além da placa ser toda carregada e o valor de  $b$  igual para todos os trechos.

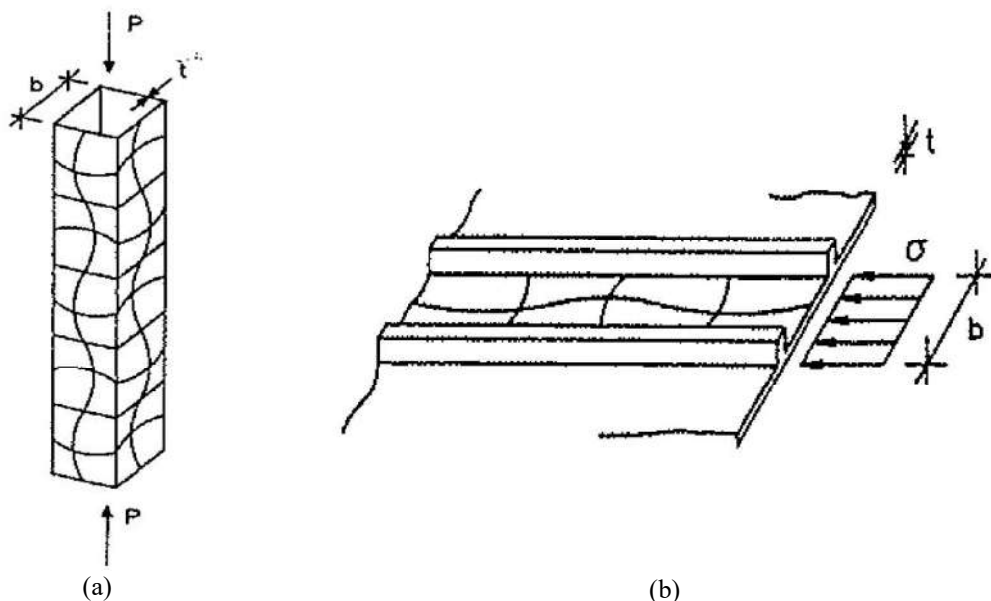


Figura 2.10 – Exemplos de componentes estruturais constituídos por placas longas: (a) paredes de uma coluna tubular, (b) elementos de placa de um painel reforçado  
Fonte: (REIS e CAMOTIM, 2000)



As placas comprimidas apresentam, em regime elástico, um comportamento de pós-flambagem estável. Esse comportamento está expresso na Equação (2.3) apresentada em REIS e CAMOTIM (2000), que exprime a relação entre os valores da tensão aplicada  $\sigma$  e do deslocamento transversal máximo que ele provoca ( $\equiv q$ ) no domínio inicial de pós-flambagem de uma placa “ideal” (sem imperfeições geométricas). A Figura 2.11 mostra a trajetória de equilíbrio de uma placa com imperfeições geométricas ( $\varepsilon \neq 0$ ), onde não existe bifurcação de equilíbrio e ocorrem deslocamentos transversais desde o início do carregamento.

$$\frac{\sigma}{\sigma_{cr}} = 1 + \frac{3}{8}(1 - \nu^2) \left(\frac{q}{t}\right)^2 \quad (2.3)$$

Sendo:  $\sigma$  referente ao valor da tensão aplicada,  $\sigma_{cr}$  igual a tensão crítica,  $\nu$  é o coeficiente de Poisson do material,  $q$  é o deslocamento transversal da placa e  $t$  a espessura da placa.

No caso de placas “ideais” constituídas por um material elasto-plástico como o aço, com tensão de escoamento  $\sigma_y \equiv f_y$ , o comportamento de pós-flambagem descrito pela Equação (2.3) permanece válido apenas até a tensão máxima  $\sigma_{máx}$  atingir o valor de  $f_y$ , situação que corresponde ao escoamento das primeiras fibras da placa (início de sua plastificação) e, por consequência, à transição entre os comportamentos elástico e elasto-plástico (ponto A na Figura 2.11). A diferença entre a tensão de ruptura  $\sigma_u$  (ponto B na Figura 2.11) e  $\sigma_y$  é chamada “reserva de resistência elasto-plástica da placa”. Esta reserva é geralmente desprezada no dimensionamento, o que significa admitir que a ruptura da placa corresponde ao escoamento da primeira fibra, ou seja, toma-se  $\sigma_u \sim \sigma_y$ .

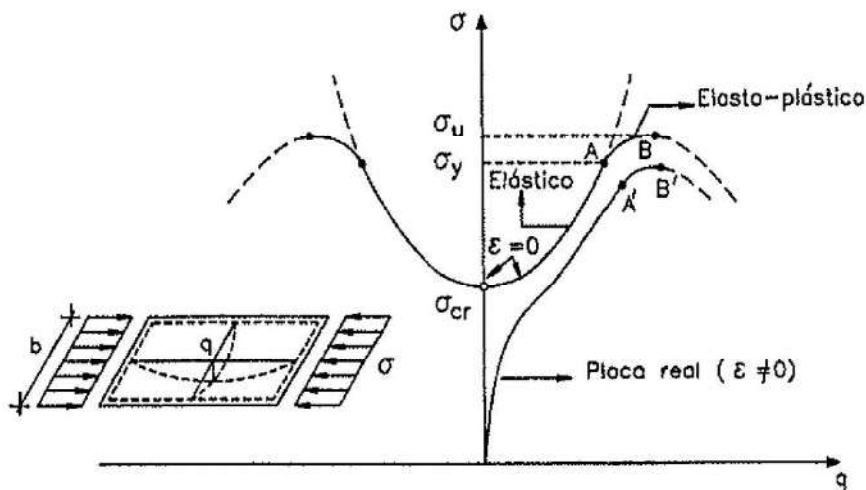


Figura 2.11 – Comportamento de pós-flambagem de placas comprimidas  
Fonte: (REIS e CAMOTIM, 2000)

A Figura 2.11 mostra que o incremento das imperfeições geométricas ( $\varepsilon \neq 0$ ) reduz os valores de  $\sigma_y$  e  $\sigma_u$  (pontos A' e B' na Figura 2.11). Na Figura 2.12 apresenta a variação da tensão média no colapso da placa ( $\sigma_u \approx \sigma_y$ ) com esbelteza normalizada de placa  $\lambda_p$  para vários valores de imperfeição  $\varepsilon = q_0/t$ . Nesta expressão,  $q_0$  é a imperfeição na configuração inicial da placa, que se admite semelhante ao modo crítico de instabilidade) e  $\lambda_p$  é o parâmetro definido pela Equação (2.4), que expressa a importância relativa da plasticidade e da instabilidade elástica para esse mesmo colapso.

$$\lambda_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)f_y}{K} \frac{b}{t}} \quad (2.4)$$

Ocorre redistribuição de tensões em placa que sob flambagem local, com perda de rigidez na parte central e concentração de tensões nas bordas. Este fenômeno reduz a capacidade resistente inicial, definida pela tensão de escoamento. Uma previsão teórica simples desse comportamento pode ser encontrada no Critério de Larguras Efetivas, proposto por VON KARMAN *et al.* (1932).

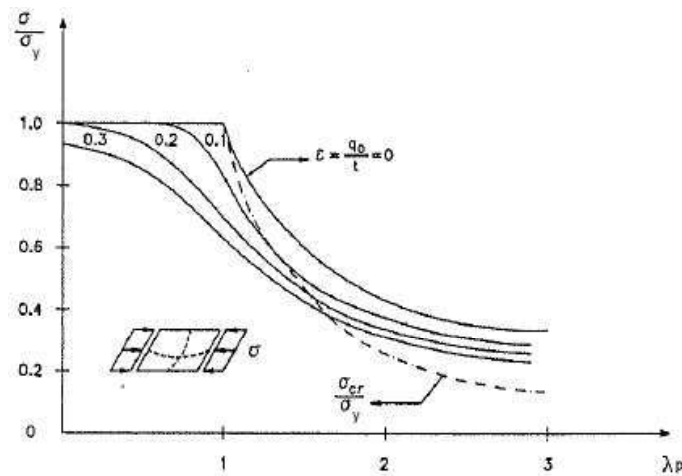


Figura 2.12 – Comportamento de placas comprimidas com imperfeições geométricas – variação da tensão média no colapso com  $\lambda_p$   
 Fonte: (REIS e CAMOTIM, 2000)

Para considerar a redução da rigidez da parede, Von Karman propôs que, ao invés de se utilizar uma distribuição de tensões não-uniforme em uma placa de largura  $b$ , considera-se que toda a carga aplicada fosse suportada por uma parede de largura fictícia  $b_{ef}$  (menor do que  $b$ ), sujeita a uma distribuição uniforme de tensões, conforme Figura 2.13. Assim, respeitado o equilíbrio de forças, a placa da Figura 2.13(a) com distribuição não-uniforme de tensões pode ser substituída pela placa da Figura 2.13(b), sob distribuição de tensões uniforme de valor  $\sigma_{máx}$ .

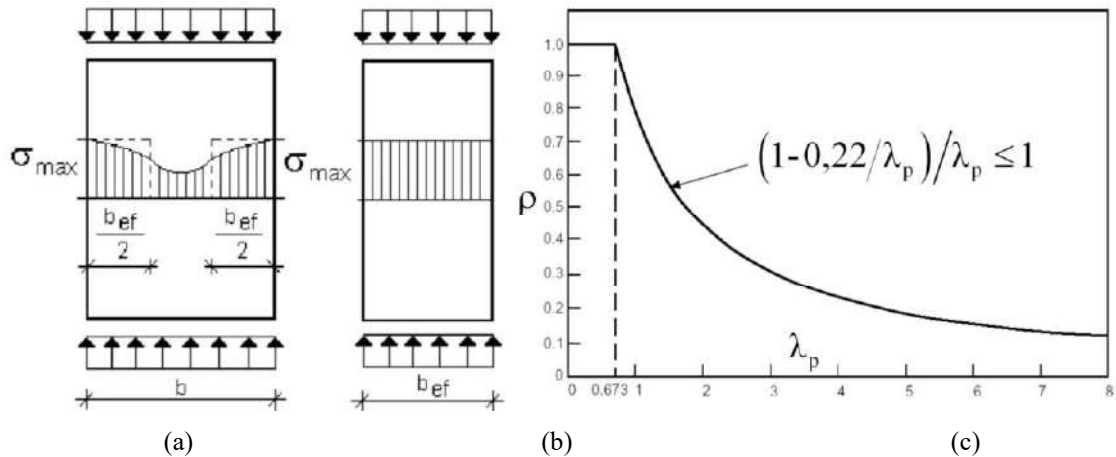


Figura 2.13 – (a) Placa real sob compressão uniforme sofrendo flambagem local. A largura é  $b$  e a distribuição de tensões é não-uniforme. (b) Placa efetiva, com largura efetiva  $b_{ef}$  e distribuição de tensões uniforme. (c) Variação do fator de redução associado à flambagem com o índice de esbelteza reduzido da placa.

Fonte: (MEZZOMO *et al.*, 2010)

Assim,  $b_{ef}$  é a largura efetiva de uma placa que flamba quando a tensão chega ao valor de  $\sigma_{máx}$ . Se esta tensão atinge o valor de  $\sigma_y$ , é possível expressá-la pela Equação (2.5).

$$\sigma_y = K \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left( \frac{t}{b_{ef}} \right)^2 \quad (2.5)$$

Pela comparação das Equações (2.2) e (2.5), resulta a expressão proposta por Von Karman para a largura efetiva de uma placa (Equação (2.6)).

$$\frac{b_{ef}}{b} = \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y}} = \frac{1}{\lambda_p} \quad (2.6)$$

A formulação acima refere-se a uma placa perfeita. A partir de Von Karman, outros estudos passaram a tentar incorporar os efeitos as imperfeições mecânicas e geométricas no procedimento de cálculo, através da calibração experimental. WINTER (1947) propôs, inicialmente, a seguinte modificação para a fórmula da largura efetiva das placas simplesmente apoiadas em suas bordas longitudinais (Equação (2.7)).

$$\frac{b_{ef}}{b} = \frac{1}{\lambda_p} \left( 1 - \frac{0,25}{\lambda_p} \right) \quad (2.7)$$

A Equação (2.7) foi posteriormente corrigida por WINTER (1968), para se chegar à expressão da largura efetiva (ver Equação (2.8)) utilizada atualmente na Norma Americana AISI (2016) e na Norma Brasileira NBR 14762:2010.

$$\frac{b_{ef}}{b} = \frac{1}{\lambda_p} \left( 1 - \frac{0,22}{\lambda_p} \right) \quad (2.8)$$

Esta equação incorpora um fator de redução, cuja variação é expressa pela curva da Figura 2.13(c). Para índices onde  $\lambda_p < 0,673$ , assume-se que a placa seja inteiramente efetiva.

Estas formulações podem ser expressas com curvas de resistência associadas à flambagem local de placas e sua interação com o escoamento da seção. Essas curvas estão apresentadas na Figura 2.14, comparadas com a curva de flambagem elástica de Euler, dada pela Equação (2.9).

$$\frac{b_{ef}}{b} = \frac{1}{\lambda_p^2} \quad (2.9)$$

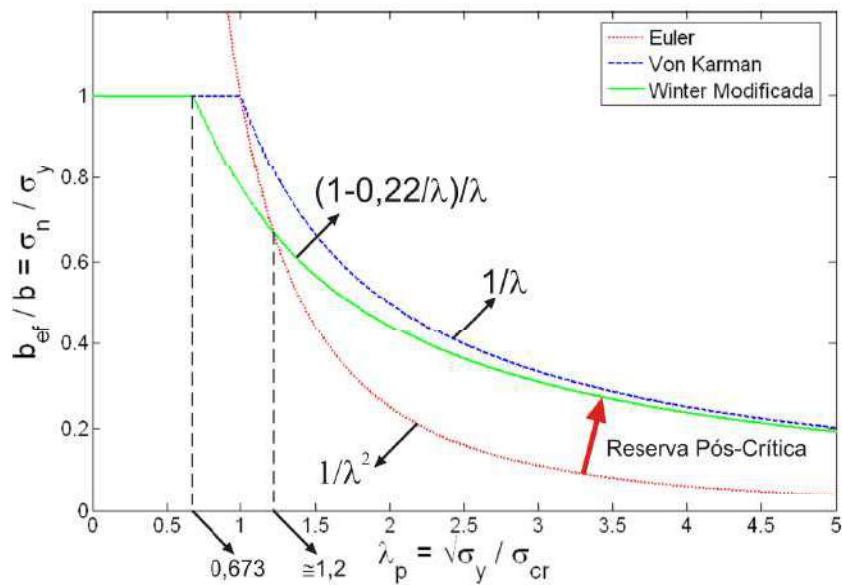


Figura 2.14 – Curvas de resistência associadas à flambagem local de placas  
Fonte: (MEZZOMO *et al.*, 2010)

A curva de Euler considera que, quando  $\lambda_p > 1$ , o colapso é determinado pela carga crítica, ou seja, não há resistência pós-crítica. A reserva pós-crítica das placas que sofrem flambagem local é visualizada pela comparação com de suas curvas de resistência com a curva de flambagem elástica de Euler. É possível determinar curvas de resistência para perfis completos, ou seja, admitindo as seções como um conjunto de placas em interação. Esta é uma das premissas do Método da Resistência Direta.

### 2.3.3. Hipóteses de Vlasov e Método das Funções iniciais

A teoria geral de vigas de paredes finas com seções transversais (abertas ou fechadas) foi desenvolvida por VLASOV (1961) e se baseia no estudo de estruturas de paredes finas de tipo prismática, com uma seção transversal arbitrária e constituída de um número finito de placas finas (planas ou curvas). Assume-se que as placas que compõem esta casca estão rigidamente conectadas ao longo de suas linhas de contato (linhas de dobra), de tal forma que nenhuma placa esteja livre para se mover em relação ao seu vizinho em qualquer ponto da união. O autor apresenta na Equação (2.10), algumas das condições de validade desta formulação, onde  $\delta$  é a espessura da casca,  $d$  representa qualquer dimensão característica da seção transversal (largura ou altura) e  $l$  é o comprimento da barra, na qual as estruturas cujas dimensões satisfazem as relações dessa equação são chamadas cascas cilíndricas longas ou de vigas de paredes finas, independente da forma ou dimensões geométricas da seção transversal.

$$\frac{\delta}{d} \leq 0,1 \quad \frac{d}{l} \leq 0,1 \quad (2.10)$$

Vlasov considera que as tensões normais e tangenciais que surgem nas áreas da seção transversal ocorrem em toda a viga submetidas a tração (ou compressão), flexão ou torção e que as tensões normais nas seções longitudinais (tensões paralelas as tangentes da linha do perfil/contorno – ver Figura 2.15) não desempenham um papel essencial quando as vigas de paredes finas formam um sistema espacial.

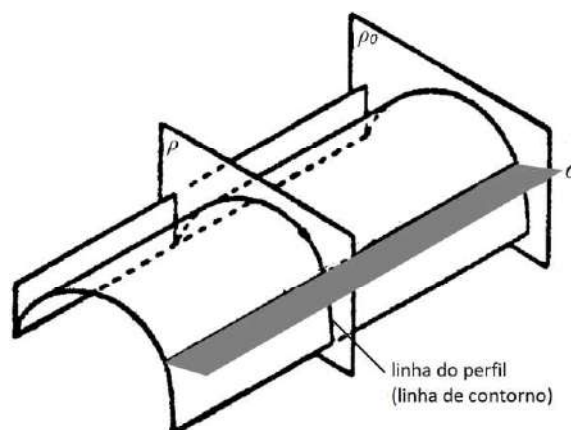


Figura 2.15 – Representação da distribuição das tensões normais nas seções longitudinais  
Fonte: adaptado (VLASOV, 1961)

Como premissa básica para o desenvolvimento da teoria de vigas de seção aberta, Vlasov baseia-se nas seguintes hipóteses geométricas: (i) uma viga de chapa fina de seção

aberta pode ser considerada como uma casca de seção transversal rígida (indeformável), e (ii) as deformações de cisalhamento da superfície média são desprezíveis em relação as produzidas pelo empenamento.

Pela primeira hipótese de Vlasov, tem-se a consideração de que a seção transversal é rígida, através do postulado de que as tensões normais e tangenciais na seção transversal dessa viga não se alteram quando a carga transversal externa ( $F$ ) entre as seções  $z$  e  $z+dz$  é substituída por outra estaticamente equivalente (ver Figura 2.16).

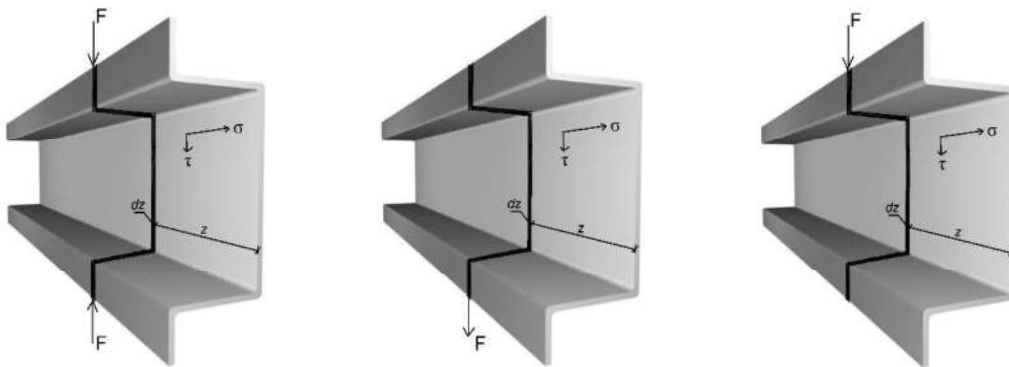


Figura 2.16 – Carga transversal externa (na direção do plano médio) atuando sobre a placa em uma extensão infinitesimal  $dz$

A segunda hipótese de Vlasov afirma que a ausência de deformação por cisalhamento equivale a suposição de que as linhas inicialmente ortogonais da seção permanecem dessa forma após a deformação, isto é, desconsidera-se a pequena mudança na angulação entre elas. Em outras palavras, o cisalhamento é considerado um fator de menor influência nas deformações da viga de seção aberta. A Figura 2.17(a) apresenta o fenômeno de deformação por cisalhamento e a Figura 2.17(b) ilustra o estado de deformações no plano quando são desconsiderados os efeitos decorrentes do cisalhamento.

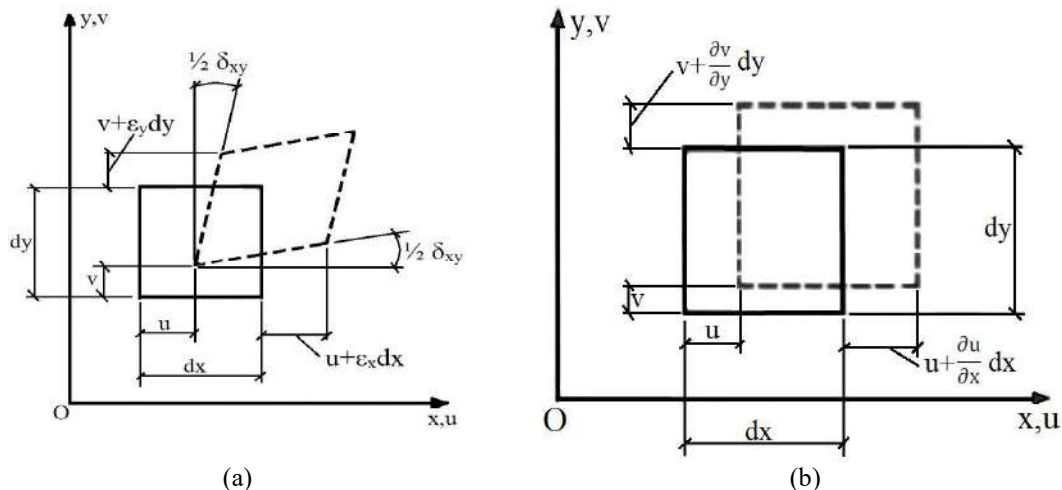


Figura 2.17 – Estado de deformações no plano: (a) com cisalhamento e (b) sem cisalhamento

A terceira hipótese de Vlasov afirma que o deslocamento longitudinal na seção de uma casca aberta de parede fina é constituído por (i) deslocamentos lineares dos pontos na linha média do perfil e por (ii) deslocamentos proporcionais à área setorial (esta área coincide com os valores obtidos pela função empenamento da teoria da torção uniforme nas seções abertas de paredes delgadas, conforme apresentado em GIANGRECO (1966)), desde que não haja deformações de flexão da seção transversal e a superfície média esteja livre de cisalhamento.

A teoria de vigas da Resistência dos Materiais é amparada pelas hipóteses de Bernoulli-Navier, que formam a base da teoria elementar da flexão de vigas, e as de Saint-Venant, que concerne à torção pura de vigas. Ambas são casos particulares da teoria de Vlasov para essas deformações.

Os estudo de VLASOV (1965, *apud* BABADZHANYAN *et al.*, 1975), permitiram estabelecer um método misto para solucionar problemas referentes a teoria da elasticidade para chapas finas, conhecido como Método das Funções Iniciais. Segundo este procedimento, os deslocamentos e tensões  $\tau_{xz}$ ,  $\tau_{yz}$  e  $\sigma_z$  são as funções básicas desejadas, as quais são obtidas pelas equações da lei de Hooke e de equilíbrio através da substituição das tensões  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$  e  $\tau_{xy}$  pelos deslocamentos de acordo com as relações de elasticidade.

O processo de reduzir o problema tridimensional para um bidimensional consiste em expandir as funções básicas na variável  $z$  na série de Maclaurin, onde os coeficientes de expansão são expressados em termos de seis funções iniciais, sendo estas os valores no plano inicial  $z=0$ . Para obter as equações determinando as funções iniciais, Vlasov utiliza as condições de equilíbrio de superfície. Em estudos posteriores referentes a determinação do estado tensão-deformação, o autor introduz apenas uma função potencial.

#### **2.4. Identificação dos Modos de Flambagem – Global, Distorcional e Local**

Os critérios de Vlasov são um dos fundamentos para a classificação dos modos de flambagem em perfis de aço formado a frio (PFF), mas não são os únicos, como se apresentará a seguir nesta seção. Elementos de barra com seções de paredes finas são leves e eficientes, mas a esbeltez de suas componentes implica a consideração de um complexo fenômeno de instabilidade das seções transversais além da flambagem global (ou em interação com ela). Os termos flambagem “global”, “distorcional” e “local” são bem definidos na literatura, mas, como apontado anteriormente, existem situações

limítrofes (adota-se o termo de “zona cinza” na ausência de outra designação) onde a identificação modal torna-se mais difícil, mesmo para procedimentos automáticos. Esta “zona cinza” é um problema para os métodos de dimensionamento que estabelecem a resistência do perfil em termos do valor crítico associado a cada um de seus modos de flambagem.

As definições adotadas por SCHAFER e ÁDÁNY (2005 e 2006), amplamente adotadas na literatura, especificam os modos da seguinte forma: (i) a flambagem local é definida como um modo que envolve deformações isoladas de chapa, sem a translação das linhas de intersecção adjacentes aos elementos de placa (ver Figura 2.18(a)), (ii) a flambagem distorcional é um modo com translação de algumas das linhas de dobra (linhas de intersecção entre elementos de placa adjacentes) conforme Figura 2.18(b) e (iii) a flambagem global é um modo na qual a estrutura preserva a geometria da seção transversal inicial, o que é consistente com a teoria clássica de vigas, como demonstrado na Figura 2.19.



Figura 2.18 – Configuração dos modos de flambagem: (a) local e (b) distorcional

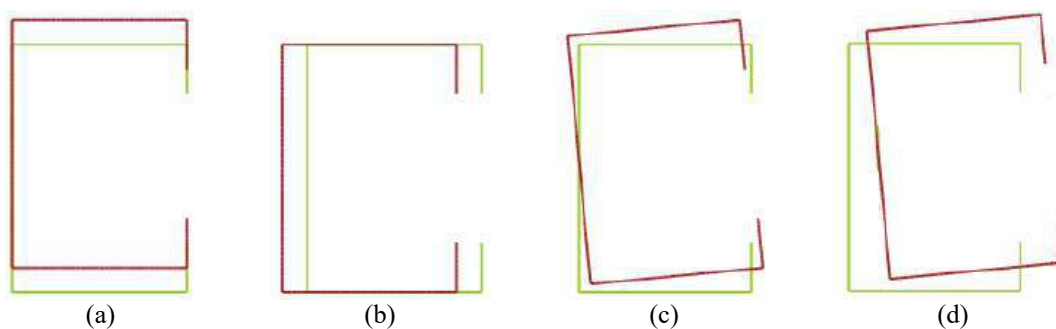


Figura 2.19 – Configuração dos modos de flambagem global: (a) flexão eixo maior inércia, (b) flexão eixo menor inércia, (c) torção pura e (d) flexo-torção

Ainda de acordo os mesmos autores, outras considerações também podem ser feitas, como relacionar o modo de flambagem ao seu comprimento de semi onda, e comparar as deformações de membrana com as de placa flexionada. Essas outras considerações aplicam-se a uma larga variedade de perfis usuais em engenharia, mas não a todos. Entre



as exceções que são apresentadas, destacam-se os perfis I submetidos à flexão (ver Figura 2.20(a)), bem como perfis enrijecidos em que os enrijecedores possuem paredes aproximadamente colineares ou muito pequenas em relação às suas adjacentes (ver Figura 2.20(b)). Esses exemplos terão seu comportamento de flambagem detalhados no Capítulo 3 desse estudo.

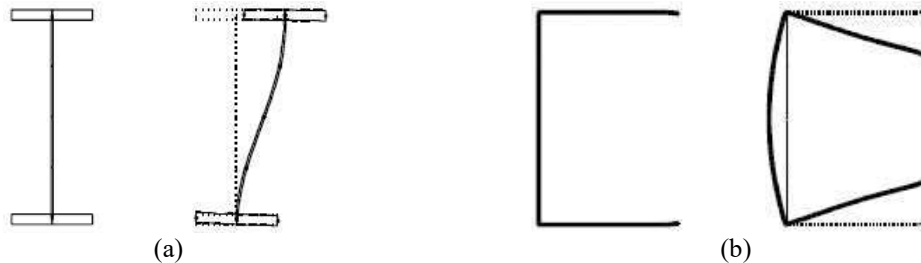


Figura 2.20 – Incertezas na definição dos modos de flambagem: (a) perfil de seção I e (b) perfil U enrijecido com aba pequena

Contudo, estes mesmos autores passaram a considerar a Teoria Geral das Vigas (GBT – *Generalized Beam Theory*) como uma forma de definição dos modos de flambagem, que por sua vez, adota critérios mencionados a seguir. Apresenta-se na Figura 2.21 o sistema de coordenadas e graus de liberdade utilizados para essa classificação.

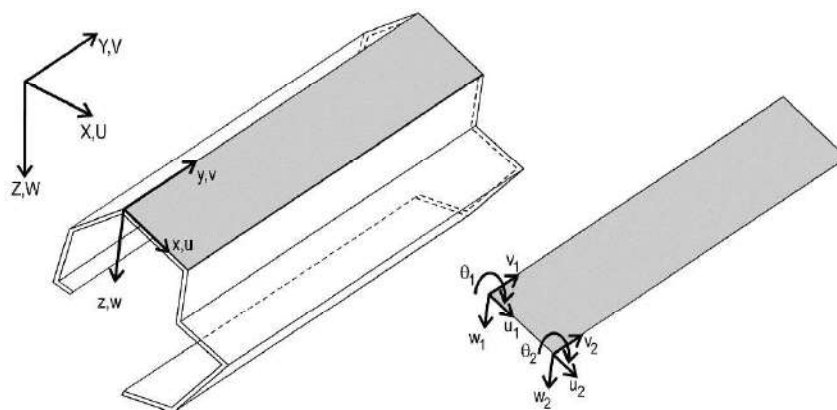


Figura 2.21 – Sistema de coordenadas e graus de liberdade  
Fonte: (SCHAFFER e ÁDÁNY, 2005)

Critério 1, baseado nas deformações de membrana da seção transversal conforme apresentado nas hipóteses de Vlasov, apresenta as seguintes características:

- $\gamma_{xy} = 0$ , tensão de cisalhamento da membrana (no plano) é zero;
- $\varepsilon_x = 0$ , deformação transversal da membrana é zero;
- $v = f(x)$ , deslocamentos longitudinais são lineares em  $x$  no interior do elemento.

Critério 2, baseia-se na consideração das deformações longitudinais da estrutura, conforme se apresenta:

- $\varepsilon_{xy} \neq 0$ , deformações e empenamentos longitudinais são não-nulos ao longo do comprimento.

Critério 3, baseado na flexão transversal da seção, conforme apresentado a seguir:

- $\kappa_{xx} = 0$ , seção transversal não distorcida (não ocorre flexão transversal), com  $k$  se referindo a energia de deformação da seção.

Dessa forma, os modos de flambagem podem ser definidos através das considerações desses critérios da seguinte forma.

- Modos globais são aqueles em que os padrões de deformação satisfazem todos os três critérios;
- Modos distorcionais são aqueles em que os padrões de deformação satisfazem os critérios 1 e 2, mas não o 3, ou seja, ocorre flexão transversal;
- Modos locais são aqueles em que os padrões de deformação satisfazem o critério 1, mas não o critério 2, ou seja, não ocorre deformação longitudinal, enquanto o critério 3 é irrelevante.

Adicionalmente a esses modos, o critério GBT também considera a presença de um modo denominado como Outro (O), em que os seus padrões de deformação não satisfazem nenhum dos critérios apresentados, seu subespaço contém as possibilidades de deformação e deslocamento que não estão incluídos nos modos G, D e L.

A Tabela 2-2 apresenta os critérios GBT para a classificação modal em PFF.

Tabela 2-2: Critérios de classificação modal segundo os critérios GBT

	Modo G	Modo D	Modo L	Modo O
Critério #1 – hipótese de Vlasov	Sim	Sim	Sim	Não
Critério #2 – empenamento longitudinal	Sim	Sim	Não	-
Critério #3 – seção transversal não distorcida	Sim	Não	-	-

Segundo ÁDÁNY *et al.* (2010), o padrão de deformação dos modos de flambagem não são relevantes por si só, mas sim pelo o comportamento pós-flambagem que acarretam. O modo global geralmente não apresenta reserva de pós-flambagem, enquanto

o modo local apresenta tipicamente uma reserva relativamente alta e o modo distorcional apresenta reserva moderada. A disponibilidade desta reserva tem grande influência na resistência do perfil, e por isto se torna tão importante identificar de forma adequada os modos de flambagem.

Diferenças no comportamento em pós-flambagem são claramente refletidas nas variadas abordagens de dimensionamento previstas em norma. Uma abordagem mais tradicional é baseada no princípio da largura/espessura efetiva, aplicável a perfis sujeitos a flambagem local, como por exemplo Eurocode 3 e AISI. Uma outra abordagem, mais recente, determina a capacidade de resistência em termos de força ou momento críticos através de formulas fechadas. Este é o tipo de dimensionamento normalmente utilizado para lidar com flambagem global do perfil, mas foi estendida para cobrir a flambagem distorcional, pela primeira vez, na norma da Austrália/Nova Zelândia. Recentemente, este tipo de dimensionamento foi generalizado para cobrir as flambagens local e distorcional, como proposto no Método da Resistência Direta (MRD), e adotado pela Especificação Norte Americana, pela norma da Austrália/Nova Zelândia, bem como pela norma brasileira. Em ambos os casos de dimensionamento, a força ou o momento crítico são necessários, e seus valores determinados separadamente para cada tipo de flambagem: global, distorcional e local.

Os cálculos necessários para a determinação, em perfis de paredes finas, de seus modos de flambagem e dos fatores de carga crítica podem ser determinados computacionalmente pelo método dos elementos finitos (MEF) usando elementos de casca. Contudo, análises pelo MEF são computacionalmente custosas, demandam treino especializado e geram um volume relativamente alto de dados que devem ser cuidadosamente interpretados para a determinação dos modos e valores críticos apropriados. Devido à falta de critérios de classificação modal em aplicativos comerciais de uso geral, a identificação é normalmente feita através de inspeção visual.

Para superar as dificuldades decorrentes da aplicação do MEF, duas propostas básicas existem. Uma delas é apresentada por CASAFONT *et al.* (2009) e consiste num procedimento de análise que permite calcular cargas de flambagem elástica de distorção pura por meio do método de elementos finitos (MEF), em que o cálculo é realizado utilizando modelos de elementos finitos restritos de acordo com as deformações dos modos de flambagem desacoplados. Já nos estudos de JOÓ e ÁDÁNY (2009), considera-se que inicialmente se calculam os modos de flambagem gerais através do MEF e depois

se realiza sua identificação modal, isto é, define-se como o dado modo do modelo em MEF pertence às diferentes classificações modais.

## 2.5. Propriedades Geométricas de Perfis Trapezoidais

Os perfis trapezoidais enrijecidos (telha autoportante) são definidos por um conjunto relativamente grande de variáveis geométricas, quando comparados a perfis do tipo cantoneira, U ou Z. Nos estudos de FRANCO e BATISTA (2017), os perfis trapezoidais enrijecidos são parametrizados segundo uma estratégia conhecida como “Gramática de Forma”, sob influência da obra de MITCHELL (2008). Este autor adota o conceito de “tipo”, uma representação abstrata de qualquer objeto baseada na distinção entre suas propriedades essenciais e acidentais. As propriedades essenciais são aquelas constantes a todos objetos pertencentes à mesma classe, enquanto as propriedades acidentais podem variar entre as instâncias de um mesmo tipo. Dessa forma, os autores FRANCO e BATISTA (2017) estabeleceram uma parametrização para as telhas autoportantes, capaz de gerar uma variada gama de geometrias para essas seções, obedecendo suas restrições de fabricação.

A forma de perfil formado a frio trapezoidal não enrijecido básico é ilustrada na Figura 2.22(a), incluindo detalhes de uma conexão de parafuso auto-roscável com os perfis adjacentes, bem como uma tampa de proteção. Variações deste tipo de conexão são encontradas na prática (Figura 2.22(b)), mas não são a única solução possível. Em geral, PFF trapezoidal não enrijecido de paredes finas implicam paredes muito esbeltas e resistências muito pequenas, o que os torna inúteis em projetos de cobertura. A adoção de enrijecedores internos é uma estratégia usual e demanda estudo cuidadoso de suas dimensões e distribuição ao longo dos elementos da placa do PFF. A Figura 2.22(c) apresenta a condição de suporte adotada por este estudo na aba vertical para análise estrutural, como será descrito mais adiante.

As propriedades geométricas essenciais do PFF trapezoidal são (i) seção transversal monossimétrica, (ii) duas mesas superiores, (iii) uma mesa inferior, (iv) duas almas inclinadas e (v) dois elementos de aba vertical com largura de 30 mm nas bordas livres das mesas superiores (posições de conexão do parafuso). As propriedades geométricas acidentais deste perfil são: (i) ângulo  $\theta$  entre a alma e mesa, (ii) largura das mesas e almas e (iii) presença e enrijecedores intermediários.

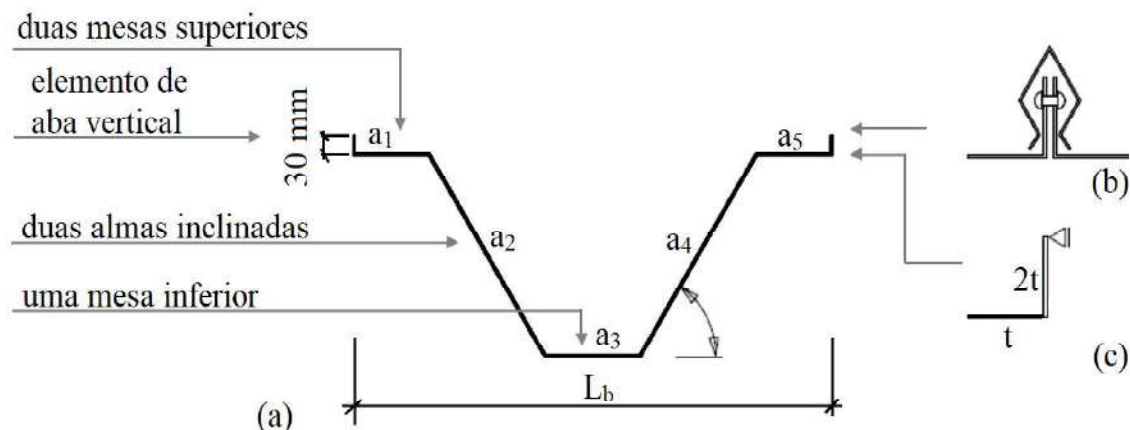


Figura 2.22- (a) Típico PFF trapezoidal não enrijecido, (b) típico sistema de conexão para os perfis trapezoidais e (c) condições de apoio admitida para a análise de flambagem  
 Fonte: adaptado (FRANCO e BATISTA, 2017)

O desenvolvimento do PFF trapezoidal enrijecido foi considerado com as seguintes condições: (i) a largura original da bobina da chapa de aço é 1200 mm, conforme condição real de fabricação, (ii) a espessura da chapa de aço é de 1,0 mm, (iii) a configuração dos enrijecedores intermediários é variável e pode apresentar duas, três ou quatro dobras, conforme ilustrado na Figura 2.23.

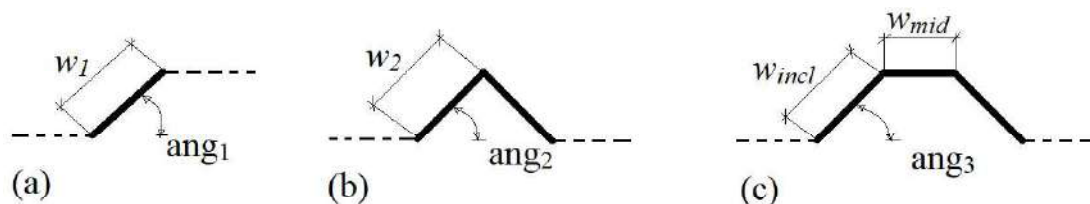


Figura 2.23 – Enrijecedores intermediários com (a) duas, (b) três e (c) quatro dobras em relação a seção transversal  
 Fonte: adaptado (FRANCO e BATISTA, 2017)

Os principais parâmetros geométricos acidentais dos enrijecedores (ver Figura 2.24) são a largura das suas paredes ( $w_i$ ) e o ângulo ( $ang_i$ ) entre elas. A eficácia dos enrijecedores está associada à sua capacidade de incremento dos valores de momento crítico de flambagem do PFF, que depende de (i) a geometria de cada um dos enrijecedores, (ii) a combinação de diferentes enrijecedores em um único PFF e (iii) o número e a distribuição dos enrijecedores internos ao longo da seção transversal.

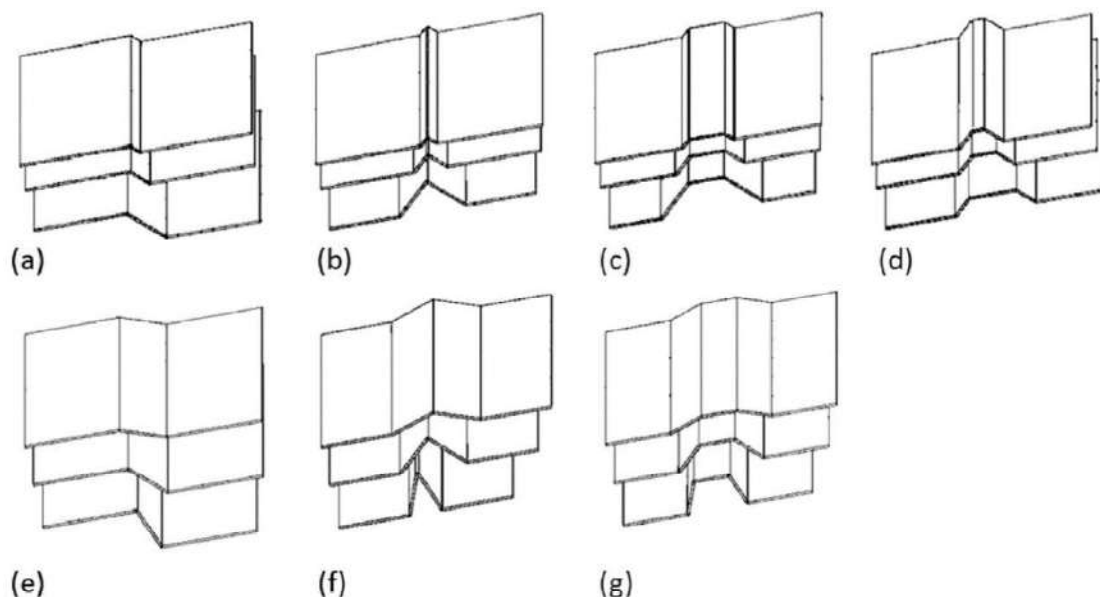


Figura 2.24 – Características acidentais de dois, três e quatro dobras dos enrijecedores trapezoidais: (a-d) variação da largura dos elementos de placa; (e-g) angulação entre os elementos de placa  
 Fonte: (FRANCO e BATISTA, 2017)

A Tabela 2-3 apresenta as propriedades mecânicas do aço sugeridas pela ABNT NBR14762:2010, que serão utilizadas ao longo desse trabalho.

Tabela 2-3: Propriedades mecânicas do aço consideradas.

Propriedade	Símbolo	Valor
Módulo de Elasticidade	$E$	205.000 MPa
Coefficiente de Poisson	$\nu$	0,3
Módulo de Elasticidade Transversal	$G$	78.846,15 MPa
Massa Específica	$\rho$	7850 kg/m <sup>3</sup>
Tensão de escoamento	$f_y$	350 MPa

## 2.6. Normas Relacionadas

As normas para dimensionamento europeias, do Brasil, Estados Unidos, Austrália e Nova Zelândia são baseadas em uma vasta gama de pesquisas teóricas e experimentais. As principais referências para este trabalho são:

- NBR14762:2010: Dimensionamento de Estruturas de Aço Constituídas por Perfis Formados a Frio – Associação Brasileira de Normas Técnicas;
- AISI S100-16: North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members – *American Iron and Steel Institute*;

- EN 1993-1-3:2004 - General Rules - Supplementary Rules for Cold-formed Members and Sheeting - *European Committee for Standardization*;
- AS/NZS 4600:2005 - Cold-Formed Steel Structures – *Australian/New Zealand Standard*.

A norma brasileira (NBR14762:2010: Dimensionamento de Estruturas de Aço Constituídas por Perfis Formados a Frio), tem como referências as especificações dos códigos europeu e americano, é baseada no método dos estados-limites e estabelece os requisitos básicos para o dimensionamento, à temperatura ambiente, de perfis estruturais de aço formados a frio destinados a estruturas de edifícios.

Na Europa, o Eurocode 3 (EC3) corresponde ao conjunto de normas destinadas aos projetos de estruturas de aço, da qual três documentos devem ser levados em conta no projeto de estruturas de aço leve. A primeira parte EN 1993-1-1:2005 regula o dimensionamento de estruturas metálicas em geral a nível europeu. As duas partes restantes são EN 1993-1-3:2004 que normaliza o dimensionamento e verificação de segurança de PFF e EN 1993-1-5:2006 que dá indicações sobre estruturas constituídas por placas e respectiva verificação de segurança.

O Eurocode 3 não apresenta regras específicas para o dimensionamento de telhas autoportantes em geral, mas aponta para o caso de perfilação com enrijecedores circulares intermediários nas mesas e de duas dobras nas almas (ver Figura 2.25) e incorpora a interação do modo de flambagem distorcional através de uma equação de tensão crítica elástica modificada para dois tipos de enrijecedores.

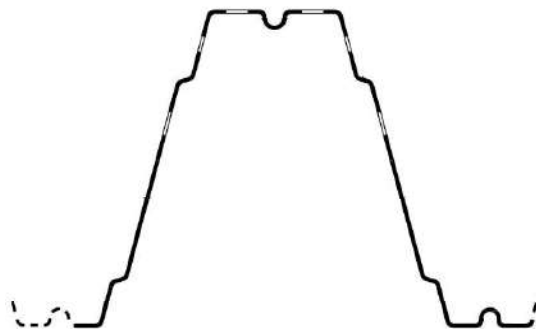


Figura 2.25 – Perfilação trapezoidal com enrijecedores na alma e mesas  
Fonte: adaptado (EN 1993-1-3:2004)

Nos EUA, Canadá e México, a normatização é estabelecida por meio da AISI S100-16. Esta norma é aplicável (em princípio) a todos os tipos de PFF e nela são abordadas as formulações para o cálculo de resistências dos elementos pelos Métodos da Largura

Efetiva - MLE e da Resistência Direta - MRD. A normatização norte-americana é ainda utilizada em muitos países que não possuem uma especificação técnica equivalente para os PFF. Esta norma também serviu de base para a especificação que orienta o dimensionamento das estruturas metálicas constituídas por PFF na Austrália, culminando na norma AS/NZS 4600:2005.

A norma australiana apresenta uma tabela com limites para perfis pré-qualificados para dimensionamento à flexão, destacando-se dois exemplos com geometrias análogas aos perfis estudados (ver Figura 2.26).

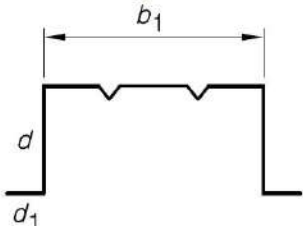
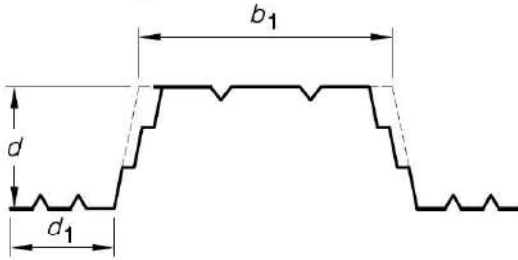
<p>Perfil cartola com compressão na mesa enrijecida</p> 	$d/t < 97$ $b_1/t < 467$ $0 < d_1/t < 26$ $0,14 < d/b_1 < 0,87$ $0,44 < b_1/2d_1 < 2,0$ $0 < n \leq 4$ ( $n$ = número de enrijecedores) $E/f_y = 492$ ( $f_y < 414$ MPa)
<p>Perfil trapezoidal com compressão na mesa enrijecida</p> 	$d/t < 203$ $b_1/t < 231$ $42 < (d/\text{sen}\theta)/b_1 < 191$ $0,55 < d/2d_1 < 1,69$ $0 < n_c \leq 4$ ( $n_c$ = número de enrijecedores da mesa comprimida) $0 < n_w \leq 4$ ( $n_w$ = número de dobras ou enrijecedores na alma) $0 < n_t \leq 4$ ( $n_t$ = número de enrijecedores da mesa tracionada) $52^\circ < \theta < 84^\circ$ $E/f_y > 310$ ( $f_y < 655$ MPa)

Figura 2.26 – Limites para perfis pré-qualificados sujeitos a flexão segundo AS/NZS 4600:2005  
 Fonte: adaptado (AS/NZS 4600:2005)

A norma americana apresentava tabela semelhante à australiana, mas a substituiu na última atualização por outra que apresenta apenas as limitações de aplicabilidade para o dimensionamento de perfis para o MLE e MRD (ver Tabela 2-4), sem fazer referência específica a geometrias semelhantes as telhas.



Tabela 2-4: Tabela dos limites de aplicabilidade para o dimensionamento de perfis pelo Método da Largura Efetiva e da Resistência Direta segundo AISI S100-16. Fonte: adaptado (AISI S100-16)

CRITÉRIO	VARIÁVEIS DE LIMITAÇÃO	MÉTODO DA LARGURA EFETIVA	MÉTODO DA RESISTÊNCIA DIRETA
Elemento enrijecido em compressão	$w/t^b$	$\leq 500$	$\leq 500$
Elemento enrijecido de borda em compressão	$b/t$	$\leq 90$ para $I_s \geq I_a$	$\leq 160$
		$\leq 60$ para $I_s < I_a$	
Elemento não enrijecido em compressão	$d/t^b$	$\leq 60$	$\leq 60$
Elemento enrijecido em flexão (ex.: alma)	$h/t$	$\leq 200$ para alma não enrijecida	$\leq 300$
		$\leq 260$ para enrijecedor de suporte	
		$\leq 300$ para enrijecedor intermediário e de suporte	
Raio de dobra interno	$R/t$	$\leq 10^d$	$\leq 20$
Razão comprimento/largura do enrijecedor de borda simples	$d_0/b_0$	$\leq 0,7$	$\leq 0,7$
Tipo de enrijecedor de borda		Apenas simples	Simple e complexo
Máximo número de enrijecedores intermediários em $w$	$n_f$	4	4
Máximo número de enrijecedores intermediários em $b$	$n_{fe}$	2	2
Máximo número de enrijecedores intermediários em $h$	$n_w$	0	4
Tensão de escoamento	$F_y$	$< 80$ ksi (552 MPa)	$< 95$ ksi (655 MPa)

Sendo:

- $w$  = largura plana dos elementos enrijecidos sujeitos a compressão;
- $t$  = espessura do elemento;
- $b$  = largura plana dos elementos com enrijecedores de borda;
- $b_0$  = largura de fora-a-fora dos elementos com enrijecedores de borda;

- $d$  = largura plana dos elementos não enrijecidos;
- $d_0$  = largura de fora-a-fora dos elementos não enrijecidos (desconsiderar enrijecedores intermediários);
- $h$  = altura da parte plana da alma
- $R$  = raio de dobra interno
- $n_f$  = número de enrijecedores intermediários nos elementos enrijecidos sujeitos a compressão;
- $n_{fe}$  = número de enrijecedores intermediários no elemento de borda;
- $n_w$  = número de enrijecedores intermediários nos elementos enrijecidos sujeitos a gradientes de tensão (exemplo, alma).

Em todas as normas apresentadas não há um critério específico para o dimensionamento de telhas autoportantes. Tendo isto vista, sabe-se que a configuração de alguns exemplos do estudo proposto nesta dissertação pode ultrapassar as limitações recomendadas por estes códigos.

## 2.7. Métodos para Análises de Estabilidade

As equações diferenciais de equilíbrio que regem os fenômenos de instabilidade em sistema estruturais contínuos não apresentam, na maioria dos casos, soluções analíticas (exatas). Para solucionar esse tipo de problema, é necessário recorrer a métodos aproximados (numéricos) baseados em discretização de sistemas contínuos. A resolução do problema de estabilidade no sistema discretizado fornece uma solução aproximada para o sistema contínuo original, cuja precisão é dependente do grau de aproximação introduzido pela discretização (REIS e CAMOTIM, 2000). Todos os métodos adotados neste trabalho (MFF e MEF) fazem uso deste conceito.

### 2.7.1. Método dos Elementos Finitos (MEF)

O Método dos Elementos Finitos (MEF), originalmente introduzido por TURNER *et al.* (1956) é uma técnica computacional baseada em soluções aproximadas para uma variedade de problemas de engenharia do "mundo real", com geometrias complexas e condições de contorno gerais. O MEF tornou-se uma ferramenta importante na concepção ou modelagem de fenômenos físicos em várias disciplinas de engenharia.

O MEF depende da decomposição do domínio em um número finito de subdomínios (elementos) para os quais a solução aproximada sistemática é construída aplicando métodos residuais variados ou ponderados. Com efeito, o MEF reduz o problema de domínio contínuo a um número finito de incógnitas, ao dividir o domínio em elementos e expressar a variável de campo desconhecida em termos das funções de aproximação assumidas dentro de cada elemento. Essas funções (também chamadas de funções de interpolação) são definidas em termos dos valores das variáveis de campo em pontos específicos, denominados nós. Os nós geralmente estão localizados ao longo dos limites do elemento e se prestam como ligação entre eles. A capacidade de discretizar domínios irregulares com elementos finitos torna o método uma ferramenta de análise valiosa e prática para a solução de problemas de contorno, de valor inicial e autovalores que surgem em várias disciplinas de engenharia (MADENCI e GUVEN, 2015).

Nestes tipos de análise, o perfil também é discretizado na direção longitudinal e transversal, gerando uma malha de elementos finitos. Funções polinomiais são utilizadas para a interpolação dos deslocamentos nodais nas direções transversais e longitudinais da estrutura. Um dos *softwares* mais utilizados para análises numéricas via MEF, com aplicação ao problema da flambagem, é o *software* ANSYS® (2015). Além de análises de flambagem elástica (“buckling”) por autovalores, com as quais se obtém os modos de flambagem e as cargas críticas correspondentes, o *software* permite ao usuário a realização de análises não-lineares, possibilitando a introdução de imperfeições iniciais nas peças e a consideração de plasticidade e tensões residuais. As análises não-lineares podem ser efetuadas para identificar a resistência última e as condições de colapso, pela capacidade de prever de grandes deslocamentos ou deformações e pela possibilidade de consideração da plastificação. Em BATHE (1996) é disponibilizada uma revisão completa dos fundamentos das técnicas para realização de análises não lineares e suas aplicações ao MEF.

Neste trabalho é empregado a formulação SHELL181 do ANSYS. Este modelo é próprio para elementos do tipo casca/placa, caracterizada por elementos de quatro nós com seis graus de liberdade em cada um, com translações e rotações sobre três eixos ortogonais, visto que considera as deformações na espessura da placa e é adequado para aplicações em estruturas que apresentem grandes rotações, deformações lineares e/ou casos de deformações fortemente não-lineares.

### 2.7.2. Método das Faixa Finitas (MFF)

O Método das Faixas Finitas (MFF), desenvolvido por CHEUNG (1976) é uma versão do Método dos Elementos Finitos que demanda menos graus de liberdade para a caracterização do modelo estrutural. Quando comparado com outras soluções numéricas, o MFF apresenta a vantagem de ser simultaneamente rápido, prático e gerar bons resultados.

SCHAFFER e ÁDÁNY (2006) implementaram uma das versões mais difundidas do Método de Faixas Finitas (MFF), onde as funções de forma do elemento usam polinômios na direção transversal e funções trigonométricas na direção longitudinal. A escolha adequada da função de forma permite a adoção de um único elemento longitudinal (faixa) na discretização do elemento de barra. A faixa finita clássica, conforme implementada no programa CUFSM (LI e SCHAFFER, 2010), emprega uma única meia onda senoidal ( $\pi y / a$ ), válida apenas para elementos biapoitados, com  $y$  referente a algum valor arbitrário do comprimento longitudinal e  $a$  relativo ao comprimento longitudinal total da estrutura. Na Figura 2.27, uma faixa é destacada com os graus de liberdade (GDL), as dimensões e as cargas aplicadas, a partir de um perfil U enrijecido e discretizado em faixas longitudinais.

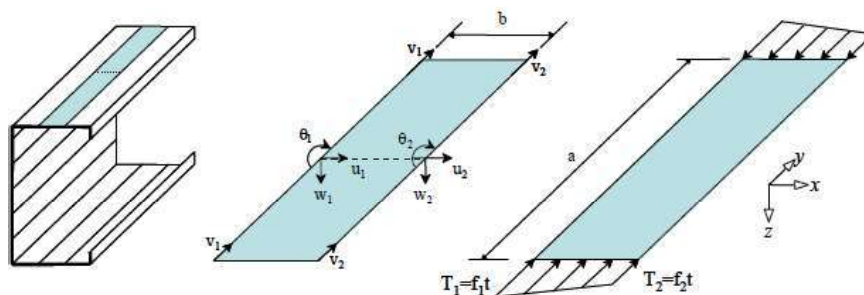


Figura 2.27 - Discretização da faixa finita, GDL da faixa, dimensões e cargas aplicadas  
Fonte: (SCHAFFER e ÁDÁNY, 2006)

O CUFSM é um programa de MFF de código aberto, disponível gratuitamente ([www.ce.jhu.edu/bschafer/cufsm](http://www.ce.jhu.edu/bschafer/cufsm)) e é amplamente adotado como ferramenta na análise de flambagem elástica de PFF, para determinação de modos e esforços críticos. Procedimentos relativamente recentes de dimensionamento, como o Método de Resistência Direta, fazem uso das soluções obtidas em MFF. Um dos principais resultados gráficos na análise das faixas finitas é a curva de assinatura. Uma curva típica de flambagem de um perfil C é mostrada abaixo (ver Figura 2.28). Os mínimos desta curva

são de especial interesse, pois indicam a meia onda crítica e o fator de carga para um determinado modo de flambagem.

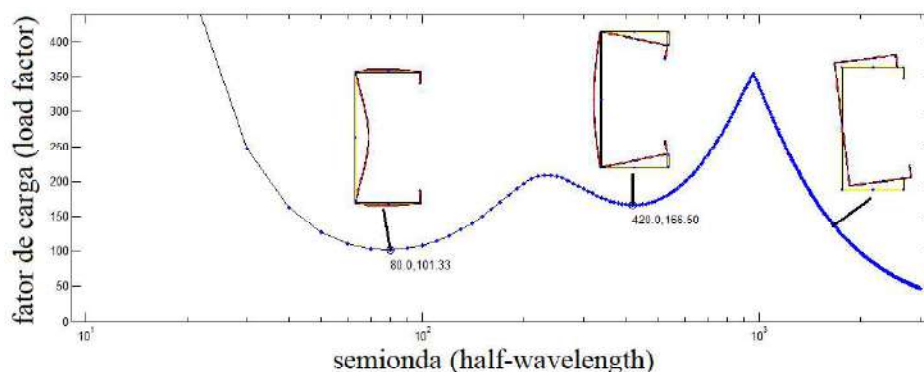


Figura 2.28 - Curva típica de flambagem de perfil U enrijecido  
Fonte: (SCHAFER e ÁDÁNY, 2006)

O MFF foi aprimorado e deu origem ao *constrained finite strip method* -cFSM (ÁDÁNY e SCHAFER, 2008). Uma análise em cFSM permite que (i) soluções de estabilidade possam focar em um determinado modo de flambagem (identificação modal), ou (ii) uma solução convencional de estabilidade de MFF possa ser classificada nos diferentes modos fundamentais de flambagem (decomposição modal). A decomposição modal é alcançada formando uma série de equações de restrição que descrevem uma classe particular de flambagem, isto é, modos local, distorcional ou global. Uma solução MFF convencional é então restrita à classe de flambagem selecionada e realiza-se a análise de estabilidade. Uma vez que o número de graus de liberdade (NGL) dentro de uma classe é muito inferior ao modelo completo, a decomposição modal também resulta em redução significativa do modelo. A identificação modal emprega as equações de restrição desenvolvidas como um meio para transformar a base da solução do NGL nodal para o NGL modal associado aos modos de flambagem. Isso permite que um modo de flambagem seja identificado em termos de contribuição das diferentes classes.

## 2.8. Métodos para Estimar o Momento Fletor Resistente

O dimensionamento de qualquer estrutura é o procedimento de cálculo que assegura, entre outras verificações, que a capacidade resistente da estrutura será superior aos esforços solicitantes sobre ela ao longo de sua vida útil. Neste estudo, o aprimoramento de telhas autoportantes está relacionado à resistência dessas peças e à sua relação custo-benefício de aproveitamento de material.

As telhas autoportantes são elementos estruturais projetados para vencer grandes vãos. Em caso de vigas biapoiadas, os esforços mais relevantes são os momentos fletores na região central das peças. Como estas telhas são peças de paredes finas, sujeitas a fenômenos de flambagem, os próprios momentos críticos de flambagem elástica podem ser considerados indicadores indiretos do nível de desempenho estrutural destes sistemas de cobertura.

Existem três métodos mais difundidos entre as normas destinadas ao projeto de estruturas em PFF: (i) o Método da Largura Efetiva - MLE, (ii) o Método da Resistência Direta - MRD e (iii) o Método da Seção Efetiva - MSE.

### 2.8.1. Método da Largura Efetiva (MLE)

A base para o Método de Largura Efetiva (MLE), apresentado no capítulo referente a estabilidade de placas deste estudo, está amplamente difundido em manuais e especificações. O fundamento deste procedimento é a flambagem local dos elementos de placa que compõem a seção transversal do perfil completo. O método propõe uma distribuição simplificada de tensões e a redução, para efeitos de cálculo, das dimensões reais das paredes devido a flambagem. Essa redução da seção transversal bruta para a seção transversal efetiva é fundamental para a aplicação do MLE. A seção efetiva (i) fornece um modelo simples, que considera aproximadamente os locais na seção transversal que podem perder eficácia quando submetidos ao carregamento crítico, (ii) prevê a translação do eixo neutro na seção devido a flambagem local, (iii) fornece um meio simplificado para incorporar interação local-global, onde as propriedades de seção transversal reduzidas influenciam a flambagem global. (SCHAFER, 2006b)

No entanto, o MLE (i) ignora a interação entre elementos de placa adjacentes, como a relação entre a mesa e a alma, (ii) apresenta problemas na incorporação do modo distorcional, (iii) requer iterações complicadas para determinar a resistência de um perfil, mesmo os mais simples, e (iv) a determinação da resistência torna-se mais difícil à medida que se acrescentam enrijecedores nas placas que compõem a seção, porque todas as placas devem ser consideradas como parcialmente efetivas. Este método é um modelo de dimensionamento útil, mas está intimamente ligado à estabilidade clássica da placa e, em geral, cria uma metodologia de projeto que é bastante diferente do dimensionamento de aço convencional (formado a quente), o que pode impedir o uso do material por engenheiros em algumas situações.

## 2.8.2. Método da Resistência Direta (MRD)

O Método da Resistência Direta (MRD), originalmente proposto por SCHAFER e PEKÖZ (1998), é um método para determinação da resistência de elementos estruturais em perfil formado a frio. A aplicação do MRD requer o cálculo da carga crítica elástica de flambagem (local, distorcional e global) do elemento, a qual pode ser facilmente obtida através de métodos numéricos consolidados, como por exemplo a Teoria Generalizada de Vigas, Método das Faixas Finitas e o Método dos Elementos Finitos. O MRD foi desenvolvido com intuito de superar as dificuldades relacionadas com os cálculos intrínsecos quando da utilização do Método da Largura Efetiva (MLE), como a necessidade do cálculo das propriedades efetivas.

Este método incorporou curvas para prever a resistência dos elementos a partir das propriedades do seu perfil transversal, o que permite a análise de seções complexas, com múltiplos reforços longitudinais. Desta maneira, o cálculo da resistência do perfil pelo MRD permite (i) considerar a interação entre as partes componentes do perfil na determinação dos modos de instabilidade local e distorcional e (ii) visualizar a configuração dos modos de flambagem.

O MRD é o método mais recente para a análise de instabilidade de perfis formados a frio e foi adotado nas versões atuais das normas norte-americana, australiana e brasileira.

Conforme SCHAFER (2006b), o MRD tem várias vantagens: (i) no cálculo da resistência não há necessidade da determinação de propriedades geométricas efetivas e sim da seção bruta, (ii) os cálculos não precisam ser efetuados para cada parede do perfil, (iii) não há cálculos iterativos, (iv) a interação dos elementos que compõem a seção (interação da mesa com alma) quando ocorre a flambagem local é considerada e as condições de compatibilidade e equilíbrio entre os elementos são automaticamente garantidas, (v) a flambagem distorcional é explicitamente incorporada e (vi) integra os procedimentos computacionais disponíveis de análise de estabilidade em seu processo de cálculos.

Para o caso das vigas-calha, uma vez obtidos os momentos críticos elásticos, os momentos fletores resistentes são determinados para os respectivos modos de flambagem, por meio de curvas de dimensionamento específicas, como as apresentadas na norma ABNT NBR 14762:2010. O MRD é abordado no Anexo C da supracitada norma

brasileira, e suas formulações para barras submetidas à flexão simples encontram-se dispostas a seguir:

i. Flambagem lateral com torção (FLT)

$$M_{Re} = W f_y \quad \text{para } \lambda_0 \leq 0,6 \quad (2.11)$$

$$M_{Re} = 1,11(1 - 0,278\lambda_0^2)W f_y \quad \text{para } 0,6 < \lambda_0 < 1,336 \quad (2.12)$$

$$M_{Re} = \frac{W f_y}{\lambda_0^2} \quad \text{para } \lambda_0 \geq 1,336 \quad (2.13)$$

$$\text{onde} \quad \lambda_0 = \left( \frac{W f_y}{M_e} \right)^{0,5} \quad (2.14)$$

ii. Flambagem local (FL)

$$M_{Rl} = M_{Re} \quad \text{para } \lambda_l \leq 0,776 \quad (2.15)$$

$$M_{Rl} = \left( 1 - \frac{0,15}{\lambda_l^{0,8}} \right) \frac{M_{Re}}{\lambda_l^{0,8}} \quad \text{para } \lambda_l > 0,776 \quad (2.16)$$

$$\text{onde} \quad \lambda_l = \left( \frac{M_{Re}}{M_l} \right)^{0,5} \quad (2.17)$$

iii. Flambagem distorcional (FD)

$$M_{Rdist} = W f_y \quad \text{para } \lambda_{dist} \leq 0,673 \quad (2.18)$$

$$M_{Rdist} = \left( 1 - \frac{0,22}{\lambda_{dist}} \right) \frac{W f_y}{\lambda_{dist}} \quad \text{para } \lambda_{dist} > 0,673 \quad (2.19)$$

$$\text{onde} \quad \lambda_{dist} = \left( \frac{W f_y}{M_{dist}} \right)^{0,5} \quad (2.20)$$

Sendo:

$M_e$ ,  $M_l$  e  $M_{dist}$  referentes aos momentos fletores de flambagem elástica global, local e distorcional, respectivamente;

$M_{Re}$ ,  $M_{Rl}$  e  $M_{Rdist}$  referentes aos valores característicos do momento fletor resistente, associados às flambagens global, local e distorcional, respectivamente;

$\lambda_0$ ,  $\lambda_l$  e  $\lambda_{dist}$  referentes aos índices de esbeltez reduzido associados à flambagem global, local e distorcional, respectivamente;



$W$  é o módulo de resistência elástico da seção bruta em relação à fibra extrema que atinge o escoamento;

$f_y$  é a tensão de escoamento do material.

A Figura 2.29 apresenta as curvas de resistência para a flambagem local e distorcional de vigas não sujeitas a flambagem lateral com torção,  $M_{Re} = Wf_y$ . As curvas estão representadas em função do índice de esbelte nos modos local ou distorcional e comparadas à curva crítica de flambagem elástica ( $1/\lambda^2$ ), na qual  $M_n$  se refere aos momentos fletores de flambagem  $M_e$ ,  $M_l$  e  $M_{dist}$ ,  $M_{Rn}$  se refere aos momentos fletores resistentes  $M_{Re}$ ,  $M_{Rl}$  e  $M_{Rdist}$  e  $M_y$  igual a  $Wf_y$ . Para vigas não esbeltas (completamente efetivas, compactas ou localmente estáveis e sem distorção) onde  $M_{Rn} \gg M_y$ , a capacidade resistente é igual ao momento de início de plastificação,  $M_{Rn} = M_y$ , e a reserva de capacidade plástica normalmente não é considerada no MRD. Vigas ligeiramente mais esbeltas apresentam comportamento inelástico, com  $M_{Rn} < M_n$  e  $M_{Rn} < M_y$ , ou seja, a resistência da viga é menor que a carga crítica e da resistência de início de plastificação ou plástica; vigas esbeltas (com seções transversais esbeltas) se comportam principalmente de forma elástica, conduzindo a capacidade resistente pós-flambagem, com  $M_{Rn} > M_n$  e  $M_{Rn} < M_y$ , ou seja, a resistência da viga é maior que a carga crítica e menor que a resistência plástica. Conforme mostrado na Figura 2.29, o gráfico permite dizer que o MRD considera para o modo distorcional uma menor capacidade resistente pós-flambagem do que o modo local para as mesmas esbeltezas.

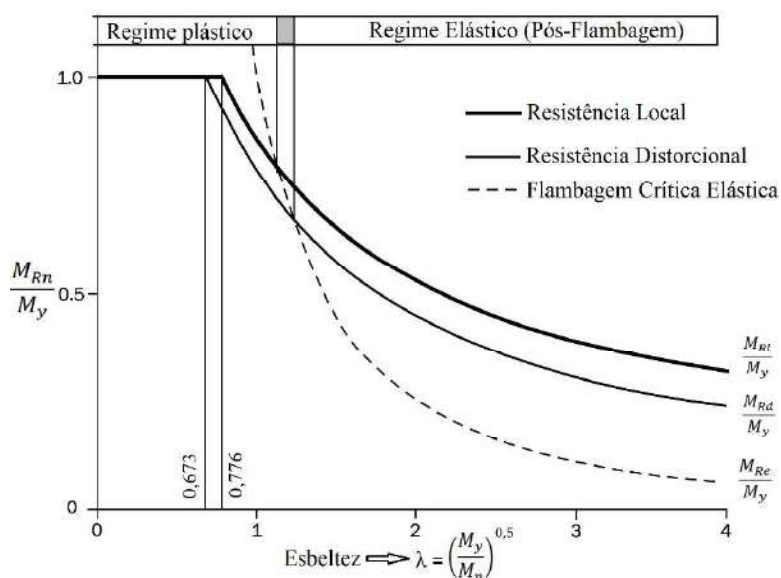


Figura 2.29 – Curvas de resistência Local e Distorcional para vigas não sujeitas a flambagem lateral com torção ( $M_{Re} = Wf_y$ ) mostrando a capacidade resistente pós-flambagem local e distorcional  
Fonte: adaptado (AISI S100-16)

De acordo com estudos de BATISTA (2009) e SANTOS *et al.* (2014), os PFF estão sujeitos a influência de interações LD, LG ou LDG. Contudo, com exceção da interação LG, as reduções de resistência destes perfis devido a estas influências não são consideradas nas formulações originais do MRD.

Para o caso específico das telhas autoportantes deste estudo, os modos globais apresentam comprimento de semionda muito além dos vãos mais usuais em projeto, de maneira que sua interação não está em questão. Os modos local e distorcional apresentaram (i) comprimentos de semi onda compatíveis com situações reais de projeto e, alguns casos importantes, (ii) fatores de carga próximos. Desta forma, torna-se relevante investigar a interação dos modos L-D e a redução no momento fletor resistente associada a este fenômeno. Esta pesquisa fez uso das formulações clássicas do MRD, mas não existem estudos específicos da interação dos modos de flambagem em seções trapezoidais de telhas autoportantes, cabendo o alerta de que os resultados obtidos merecem investigações experimentais, fora do escopo deste trabalho.

### 2.8.3. Método da Seção Efetiva (MSE)

O Método da Seção Efetiva (MSE) é um método alternativo para cálculo das propriedades efetivas ( $A_{ef}$  – área efetiva ou  $W_{ef}$  - módulo de resistência efetivo do perfil) e foi concebido como uma extensão para o projeto de PFF com base nos resultados reais de flambagem local da seção, juntamente com formulações calibradas para resistência de colunas e vigas. As equações de resistência foram obtidas do Método da Resistência Direta (MRD), como estão apresentadas na normatização norte-americana da AISI. Além disso, como consequência de suas formulações propostas, o Método da Seção Efetiva pode ser empregado alternativamente ao tradicional Método da Largura Efetiva (MLE), se aplicado às seções de PFF para as quais foi desenvolvido.

De acordo com o texto da norma brasileira (ABNT NBR 14762:2010), nesse método a flambagem local é considerada por meio de propriedades geométricas efetivas (reduzidas) da seção transversal das barras.

O MSE e o MLE (método da largura efetiva) são bastante diferentes, pois no MLE é preciso calcular as propriedades geométricas e as larguras efetivas em separado, para cada parte do perfil (alma, mesa, aba enrijecida e enrijecedor), enquanto no MSE as propriedades geométricas e as seções efetivas são calculadas em conjunto, com prescrições específicas para cada tipo de perfil, a exemplo do U, Z e Ue.

O MSE foi proposto por BATISTA (2009 e 2010) e oferece um procedimento simples para o cálculo da resistência de perfis, que pode dispensar programas computacionais para obtenção dos esforços críticos de flambagem. É importante ressaltar que nos estudos deste autor não foram investigadas as resistências referentes à flambagem por distorção. A versão atual da norma brasileira traz as formulações para a obtenção dos momentos fletores resistentes de cálculo para barras submetidas à flexão simples, mas estas equações não foram calibradas para a geometria das telhas autoportantes deste estudo.

## 2.9. Gramática de Formas

A tecnologia moderna de fabricação de PFF permite um conjunto finito de possibilidades de dobras de uma placa de aço metálica, mas infinitas maneiras de recombinação, do perfil mais simples até geometrias muito complexas. Fica a cargo da experiência do engenheiro a definição adequada de ângulos, proporções geométricas e localização de enrijecedores intermediários. Contudo, as formas dos PFF são difíceis de serem otimizadas, entre outros motivos, porque não existe uma função contínua que relacione variáveis geométricas e comportamento de flambagem e resistência (FRANCO *et al.*, 2014).

Telhas autoportantes, como toda tipologia de PFF, são uma configuração espacial específica entre paredes adjacentes, passível de parametrização. A determinação de sua configuração mais elementar é apresentada na Figura 2.30. A especificação de geometrias mais complicadas é efetuada de maneira eficaz por Gramática de Formas, uma teoria formalizada originalmente por STINY (1980).

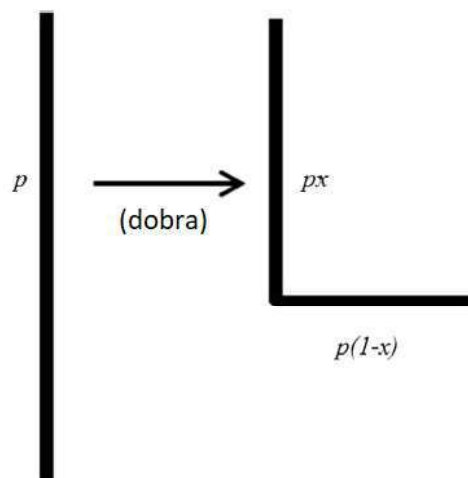


Figura 2.30 – Parametrização de perfis cantoneira  
Fonte: adaptado (FRANCO *et al.*, 2014)

A Gramática de Formas é uma teoria computacional para a produção de arranjos geométricos planos e espaciais através de vocabulário, um conjunto de regras e derivações. A aplicação de Gramática de Formas a perfis abertos formados a frio permitiu estabelecer a sequência de procedimentos necessários para a geração dos modelos de telhas de forma racional, isto é, de forma viável tanto para fabricação quanto para o projeto estrutural. Transformações euclidianas fornecem novas formas a serem produzidas alterando a localização, a orientação, a reflexão ou o tamanho de uma determinada forma. Esses procedimentos são responsáveis pela geração de todas as formas dos PFF. A partir disso, pode-se caracterizar formas parametrizadas de uma família de perfis.

Além disso, tem-se que as características geométricas constantes dos PFF são denominadas propriedades essenciais e aquelas a serem submetidas à variação são denominadas propriedades acidentais. Nesse estudo a Gramática de Forma foi concebida como um sistema generativo de possíveis formas fabricáveis de uma telha autoportante, sendo esta baseada num vocabulário com um conjunto finito de símbolos e formas para representar partes e processos que determinam essas formas. Existem poucas propriedades essenciais no modelo geral: (i) a largura original da placa plana permanece constante e (ii) duas paredes do perfil nunca se cruzam. Todas as outras propriedades são consideradas acidentais: sequência de dobra, razão e ângulo entre paredes e raio de curvatura entre elas.

Como característica adicional da Gramática de Forma para o desenvolvimento de geometrias de telhas autoportantes, tem-se a possibilidade de combinação, na sua rotina de cálculos, com o Método das Faixas Finitas (programa CUFSM) para realização de análises de flambagem, permitindo um número consideravelmente grande de soluções, bem como uma identificação dos principais parâmetros geométricos envolvidos no comportamento de flambagem dessas estruturas.

### **3. CONSIDERAÇÕES INICIAIS PARA A CARACTERIZAÇÃO DE MODOS DE FLAMBAGEM E MÉTODOS COMPUTACIONAIS**

Esta seção aborda os parâmetros que podem interferir nas classificações modais e nos cálculos das cargas críticas de PFF. De acordo com os estudos apresentados por ÁDÁNY (2004), a avaliação do comportamento de estruturas compostas por elementos de paredes finas requer a consideração dos fenômenos de flambagem. A abordagem clássica para determinar a capacidade resistente destas estruturas se baseia em (i) calcular a carga crítica e (ii) considerar a degradação causada pelos vários tipos de imperfeições, bem como o possível efeito favorável da reserva de pós-flambagem. Este segundo passo pode ser executado com maior frequência pela introdução de curvas de flambagem que definem a relação entre a carga crítica elástica e o carregamento último em função do índice de esbeltez dos perfis.

As normas atuais de dimensionamento dos perfis formados a frio seguem o procedimento acima, por vezes de forma implícita. Suas formulações exigem o cálculo correto das cargas críticas para os modos de flambagem do elemento com o intuito de estimar a capacidade resistente.

Conforme mencionado nas seções anteriores, no caso de elementos de aço formados a frio submetidos à força axial compressiva ou a momento de flexão, distinguem-se três classes de modos de flambagem (local, distorcional e global), cada qual com seu comportamento característico de pós-flambagem.

Ainda de acordo com ÁDÁNY (2004), tem-se que geralmente os padrões das configurações de deformação dos perfis podem apresentar características referentes a mais de um modo de flambagem. Estes casos são geralmente referidos como acoplamento linear de modos de flambagem.

Além disso, este mesmo autor apresenta as classificações de nós para as seções transversais gerais, em que se define como subnós (nós intermediários) todos aqueles que subdividem as placas, ou seja, são caracterizados pela conexão de apenas dois elementos e estes estão no mesmo plano. Assim, todos os outros nós são considerados como nós principais (nós naturais), sendo possível dividi-los em nós principais externos e internos. Os externos são conectados por uma única placa, podendo ser definidos como nós finais,

já em relação aos internos, também denominados como nós de dobra, referem-se a todos os nós que não são considerados finais e que não conectam elementos no mesmo plano. A Figura 3.1 apresenta a localização de cada um desses nós em um sistema discretizado pelo MFF.

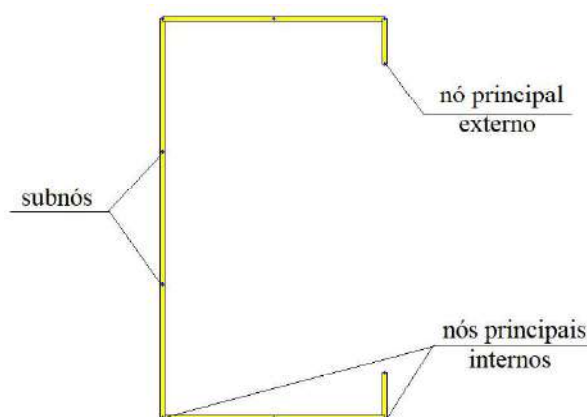


Figura 3.1 –Localização dos nós principais e subnós para uma seção típica

Dessa forma, o MFF expressa todos os graus de liberdade do elemento de barra em função dos deslocamentos longitudinais dos nós principais, sendo por este motivo necessária a definição dos nós principais como procedimento inicial. Uma vez que um dos pressupostos básicos afirma que a distribuição dos deslocamentos longitudinais em um elemento de placa plana é linear, tem-se que a determinação desses deslocamentos para os subnós é feita de forma automática. Na prática se utiliza a interpolação linear entre esses nós.

Vale ressaltar, que a principal diferença entre o MFF original e o restringido (cFSM) refere-se a matriz de rigidez, na qual o MFF original contém uma série de termos que representam o acoplamento de deslocamentos longitudinais e transversais (deslocamentos fora do plano) nos elementos. No entanto, de acordo com a suposição GBT aplicada ao MFF restringido (cFSM), as forças/tensões transversais devem estar em equilíbrio, assim os deslocamentos longitudinais podem ocorrer livremente sem desenvolver tensões, dessa forma, a sua matriz de rigidez pode ser expressa pela eliminação desses termos.

### 3.1. Problemas na Classificação dos Modos de Flambagem

O “modo de flambagem distorcional” é amplamente reconhecido na literatura, mas apenas as normas australiana/neozelandesa e americana formalizam sua definição como "um modo de flambagem envolvendo mudanças na forma de seção transversal, excluindo a flambagem local". O AS/NZS 4600:2005 define flambagem local como "um modo de

flambagem envolvendo apenas flexão de placa sem deformação transversal da linha ou linhas de intersecção de placas adjacentes " e o AISI S100-16 como "a flambagem do estado limite de um elemento comprimido onde as linhas de intersecção entre elementos permanecem retas e o ângulo entre estes não muda".

Segundo estas definições, todos os modos que não são locais ou globais devem ser classificados como distorcionais. Embora simples, estas abordagens não levam em consideração a existência de modos acoplados.

Alguns autores, como BRADFORD (1992) e NADERIAN *et al.* (2014) discutem os modos de flambagem de seções I e T como exemplos onde a classificação modal ocorre pelo critério de exclusão, visto que em seus estudos consideraram o modo distorcional como uma configuração possível dessas seções. Segundo este princípio, um modo é distorcional se não for global nem local. Um exemplo característico deste debate é a seção I duplamente simétrica com mesas significativamente mais espessas do que a alma (ver Figura 3.2). Se o elemento de barra for submetido a flexão pura, uma possível configuração deformada é apresentada na Figura 3.2(b). Não se trata de um modo global pois a seção transversal muda de forma, ou local pois ocorre deslocamentos das juntas. Segundo o critério de exclusão, este modo deveria ser classificado como distorcional. Contudo, de acordo com as definições da Teoria Geral de Vigas (GBT), não existem modos distorcionais nas seções I e T. Assim, ÁDÁNY (2004) através das considerações de classificação pelo GBT, conceitua o modo de flambagem apresentado como um acoplamento de modos global e local, sendo este comportamento comprovado quando se analisa nos programas embasados nesta formulação.



Figura 3.2 – (a) Seção I original e (b) modo de flambagem “distorcional” de seções I

### 3.2. Diferenças entre Resultados para Duas Metodologias de Classificação Modal

O desenvolvimento de procedimentos automáticos para o projeto de PFF depende de critérios seguros para a classificação modal e os estudos apresentados nesta seção demonstram que, em chapas enrijecidas, pode haver desacordo entre os métodos usuais.

De acordo com o EN 1993-1-5:2006, o enrijecedor é uma seção unida a uma placa com o intuito de resistir a flambagem ou aumentar a resistência desta, podendo ser denotado como longitudinal se sua direção for paralela ao eixo do elemento e transversal se for perpendicular.

Além disso, de acordo com JAVARONI (1999), dois modos de flambagem, fundamentalmente diferentes, caracterizam o comportamento dos elementos planos enrijecidos através do uso de enrijecedores. O primeiro é a flambagem local do elemento plano, onde a instabilidade inicia-se pela flambagem do mesmo. Neste caso, o enrijecedor possui características de rigidez suficientes para ser idealizado como um apoio contínuo ao elemento comprimido. O segundo modo é o modo de flambagem do enrijecedor, onde a instabilidade inicia-se pela flambagem deste na direção perpendicular ao plano do elemento ao qual deveria constituir um apoio contínuo. Neste caso, o enrijecedor induz, simultaneamente, a flambagem local do elemento comprimido.

A Figura 3.3 mostra uma série de elementos de placa isolados com enrijecedores trapezoidais em sua geometria. Como características comuns a todos estes modelos, tem-se a largura total da seção com valor de 100 mm, a largura do enrijecedor ( $w_{mid}$ ) com medida de 5 mm, a espessura da placa de 1 mm e ângulo de dobra do enrijecedor com valor de  $45^\circ$ . A altura do enrijecedor ( $h$ ) variava de 1,0 a 20,0 mm. Ressalta-se que todas as dimensões são medidas a partir da linha média. Os fatores de carga referentes as cargas críticas de flambagem correspondentes são mostradas na Figura 3.4 em função do comprimento de semi onda de flambagem, bem como uma tipificação dos modos que serão tratados a seguir, como o local, e inicialmente, os modos de flambagem 1 e 2. O resultado completo das análises desses modos encontra-se no Anexo A dessa dissertação.

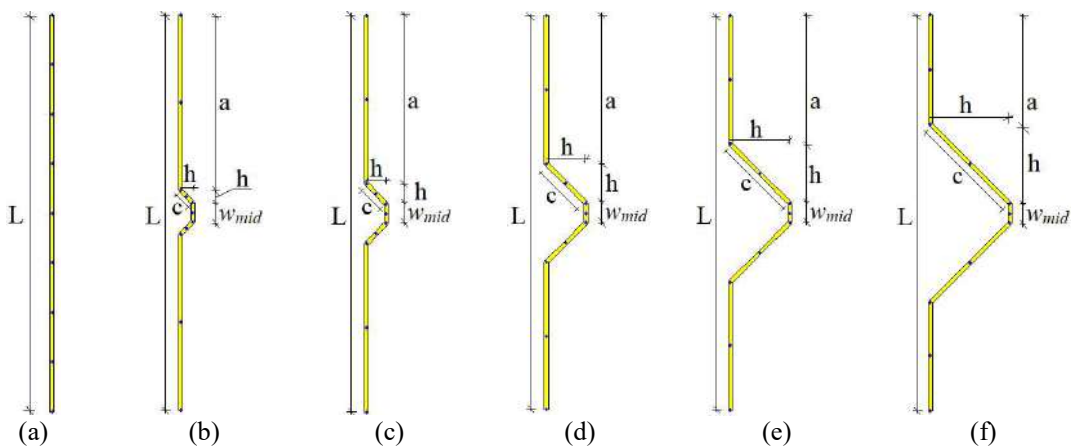


Figura 3.3 – Chapas sem enrijecedores (a) e com enrijecedores trapezoidais de altura  $h$ : (b) 3,0, (c) 5,0, (d) 10,0, (e) 15,0 e (f) 20,0 mm



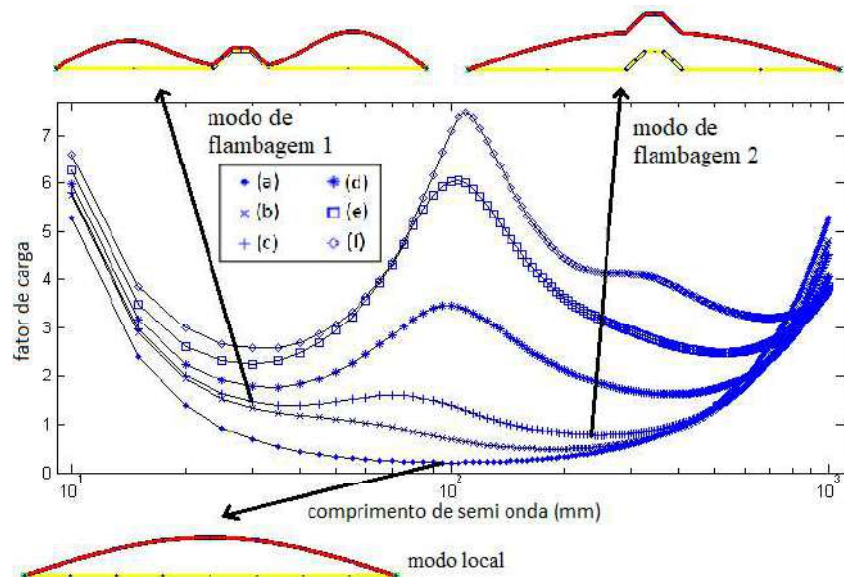


Figura 3.4 – Curva de assinatura das chapas referentes as Figura 3.3(a) até Figura 3.3(f) com representação do modo local e modo de flambagem 1 e 2

A Figura 3.4 apresenta as curvas de assinatura destas placas enrijecidas, onde nota-se uma transição paulatina entre curvas com um mínimo para curvas de dois ou mais mínimos. Sabe-se que uma chapa sem enrijecedores apresenta um único modo de flambagem (Local), conforme mostrado na curva de assinatura. Contudo, o acréscimo das dimensões do enrijecedor induz o desenvolvimento de dois modos de flambagem.

A Figura 3.5 apresenta as configurações de deformada do modo de flambagem local, bem como dos modos referentes ao primeiro mínimo da curva de assinatura, sendo este referido inicialmente como modo de flambagem 1. Já a Figura 3.6 apresenta estas deformadas para o segundo mínimo da curva, referenciado como modo de flambagem 2.

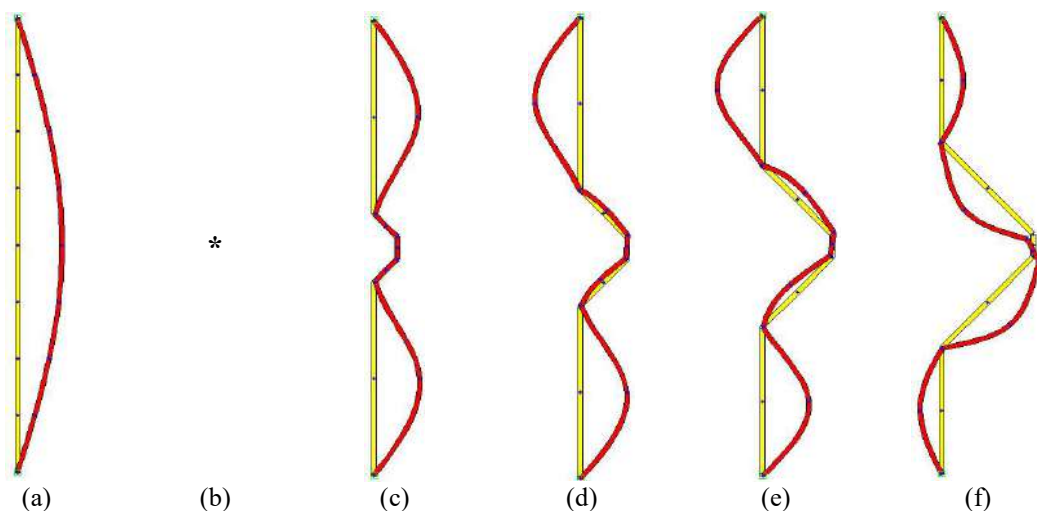


Figura 3.5 – (a) Modo de flambagem local, e de flambagem 1 para chapas com enrijecedores trapezoidais de altura  $h$ : (b) 3,0, (c) 5,0, (d) 10,0, (e) 15,0 e (f) 20,0 mm

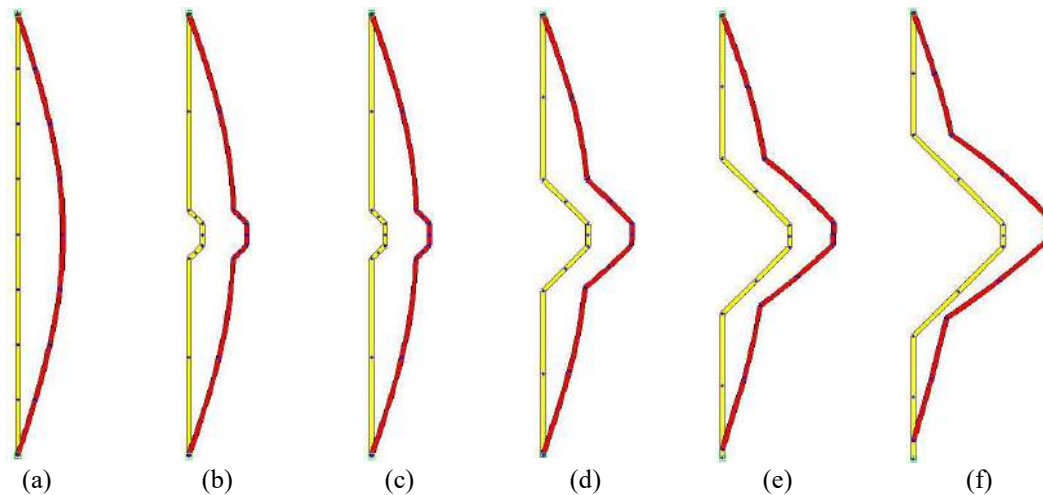


Figura 3.6 – (a) Modos de flambagem local, e de flambagem 2 para chapas com enrijecedores trapezoidais de altura  $h$ : (b) 3,0, (c) 5,0, (d) 10,0, (e) 15,0 e (f) 20,0 mm

Como considerações iniciais, tem-se que o modo de flambagem 1 não se manifesta em placas com enrijecedores de altura  $h$  reduzida, como se observa na Figura 3.5 (b), onde  $h = 3,0$  mm. Na mesma figura, percebe-se a transição das configurações de deformada destes modos conforme o enrijecedor torna-se mais eficiente, variando de simétrico para assimétrico. Já em relação a Figura 3.6, ao se analisar o modo de flambagem 2 não se percebe uma grande variação das configurações de deformada, além de se desenvolver em todas as seções enrijecidas.

A análise das curvas de assinatura (ver Figura 3.4) indica que a transição entre os modos de flambagem é gradativa conforme a variação da altura do enrijecedor e, por isso, há a necessidade de se determinar os critérios que regem esse comportamento. Além disso, percebe-se que com a aplicação de enrijecedores aumenta-se os valores das cargas críticas dessas seções, demonstrando a sua função de enrijecimento.

Este capítulo busca então realizar a classificação modal desses modos definidos como 1 e 2 a partir de dois métodos, nomeadamente, (i) a identificação pelo programa CUFSM e (ii) valores de comprimento de semionda, bem como prática da engenharia.

### 3.2.1. Identificação modal de placas enrijecidas a partir do programa CUFSM

A distinção entre os modos de flambagem local, distorcional e global depende, entre outros fatores, do significado dos nós naturais entre paredes adjacentes de um perfil. As definições mencionadas anteriormente assumem implicitamente que a caracterização dos nós é bem definida nos elementos de placa adjacentes da seção transversal.

Assim, o programa computacional CUFSM baseado no MFF, considerou os modos de flambagem da Figura 3.5 (c) a (e) como locais, já o modo da Figura 3.5 (f) foi considerado como distorcional. Tal mudança de classificação ocorreu devido à translação dos nós naturais dos enrijecedores nesta seção. Além disso, o programa também classificou todos os modos presentes na Figura 3.6 como sendo globais.

Dessa forma, percebe-se que por mais que estas seções possam estar na região de pontos de mínimo na curva de assinatura, seu comportamento e classificação dos modos de flambagem podem variar conforme considerações computacionais feitas pelo programa CUFSM.

### 3.2.2. Identificação modal de placas enrijecidas a partir de valores de semionda e avaliação criteriosa para dimensionamento

O comprimento de semionda é um dos possíveis critérios para a identificação dos modos de flambagem 1 e 2, sendo seus valores de comprimento apresentados na Tabela 3-1 para cada um desses modos. Nesta dissertação, o autor define como “local de placa eficiente” o modo de flambagem 1 exibido na Figura 3.5 e como “local de placa ineficiente” aquele apresentado na Figura 3.6. Os “eficientes” apresentam comprimento de semi onda menores do que a largura total da placa ( $L$ ), enquanto os ineficientes têm semi onda maior do que esta largura. Além disso, definiu-se como característica essencial para a consideração de modo como “eficiente” quando os enrijecedores possuem resistência suficiente para alterar a configuração de deformada diferentemente da placa não enrijecida, ou seja, quando o enrijecedor permite o desenvolvimento do modo local nos elementos de placa de largura  $a$ .

Tabela 3-1: Variação do comprimento de semi onda para chapas com enrijecedores de altura  $h$  variando de 0,0 a 20,0 mm

Altura ( $h$ ) do enrijecedor (mm)	Comprimento de semi onda (mm)	
	Local de placa eficiente	Local de placa ineficiente
0,0	-	100,0
1,0	-	120,0
2,0	-	155,0
3,0	-	185,0
4,0	40,0	220,0
5,0	40,0	250,0
6,0	35,0	275,0
7,0	35,0	305,0
8,0	35,0	330,0
9,0	35,0	355,0
10,0	35,0	380,0
11,0	30,0	410,0
12,0	30,0	435,0
13,0	30,0	465,0
14,0	30,0	495,0
15,0	30,0	525,0
16,0	30,0	555,0
17,0	30,0	590,0
18,0	30,0	625,0
19,0	30,0	660,0
20,0	30,0	695,0

Os comprimentos de semi onda do primeiro modo (local de placa eficiente) são praticamente constantes (ver Tabela 3-1), mas a forma da sua configuração de deformada varia consideravelmente. Contudo, ainda se manteve dentro da mesma classificação pois nestes casos, o enrijecedor continua desempenhando a sua função. No segundo caso (local de placa ineficiente), a forma do modo permanece constante, mas os comprimentos de semi onda aumentam conforme se aumenta a altura do enrijecedor (ver Tabela 3-1). Segundo o critério adotado neste trabalho, todos estes modos são classificados como local, a despeito das diferenças entre eles.

### 3.2.3. Comparativo de classificação modal entre estes métodos

Como outro aspecto importante para a análise da influência dos enrijecedores na classificação modal, tem-se o estudo referente a participação modal nas chapas com e sem enrijecedores apresentadas neste capítulo. Através do uso do programa CUFMSM, pode-se

averiguar quais definições modais estavam influenciando na classificação modal de cada uma das configurações de enrijecedores nessas chapas.

A discussão anterior enfatiza a discussão dos modos dominantes em diferentes configurações de placas enrijecidas. Embora não tenha sido explicitado até o momento, estes modos de placa local “eficiente” e “ineficiente” são combinações dos chamados modos “puros” (Global, Distorcional e Local) obtidas por métodos numérico-computacionais. Neste estudo, a “participação modal” em diversas configurações de placa enrijecida (“local eficiente”) foi obtida pela implementação CUFSM do MFF e os resultados exibidos no gráfico da Figura 3.7. Este gráfico permite observar que (i) o modo local de placa eficiente se manifesta apenas para enrijecedores com altura maior ou igual a 4 mm e (ii) enrijecedores com altura  $h$  aproximadamente igual a 18,0 mm apresentam duas classes com a mesma participação modal (local e distorcional). Assim, se demonstra o motivo da variação da classificação entre local e distorcional segundo o CUFSM, e como mencionado anteriormente, o porquê dessa transição não contrariar a definição de “modo local de placa eficiente” empregada neste trabalho.

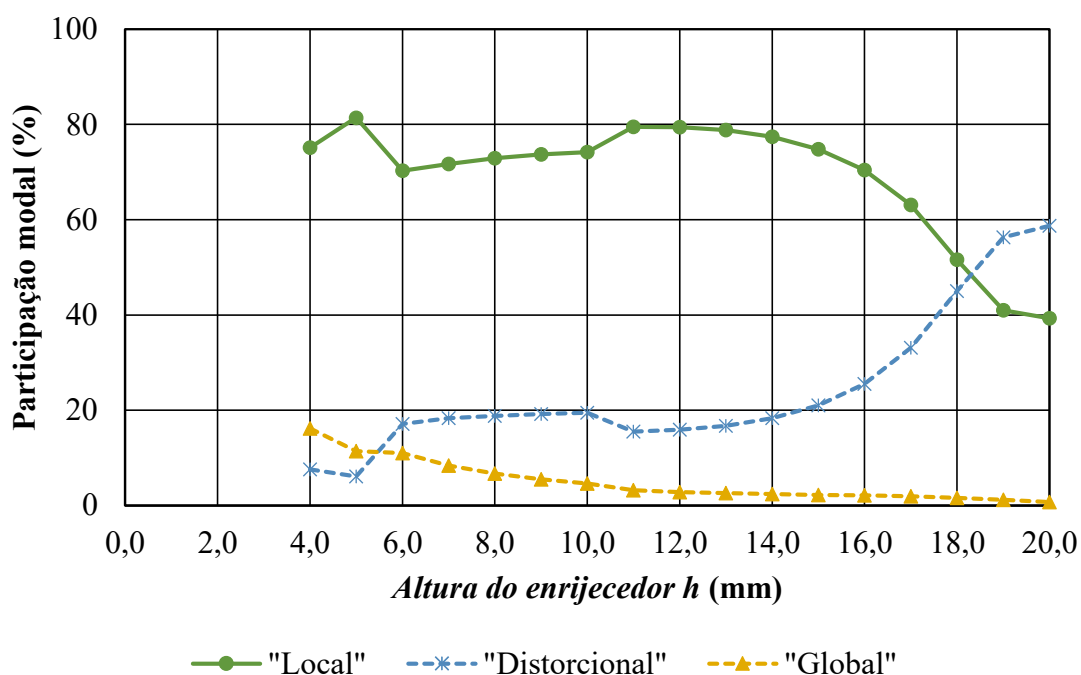


Figura 3.7 – Gráfico de participação modal do modo de flambagem 1 pela altura do enrijecedor ( $h$ )

A Figura 3.8 compara as configurações de deformada para enrijecedores com altura  $h = 17,0$  mm e  $h = 19,0$  mm segundo os modos obtidos pelo MFF. Na Figura 3.8(a) predomina o modo local e na Figura 3.8(b) predomina o distorcional e ambos apresentam o mesmo comprimento de semi onda, igual a 30,0 mm. Com o intuito de confirmar essa

predominância de modos em cada um dos modelos, considerou-se uma análise de autovalores no programa Ansys para três semi ondas, em que se percebe na Figura 3.9(b) uma translação  $d$  mais proeminente dos nós da seção transversal mais proeminente, uma das características do modo distorcional. Esta imagem ilustra os possíveis contrastes entre identificação modal segundo o CUFSM e a avaliação criteriosa de quem estiver dimensionando, visto que no segundo caso ocorreu apenas a perda de estabilidade do enrijecedor, a placa continua sofrendo apenas flambagem local, por este motivo, ainda se considera como local de placa eficiente.

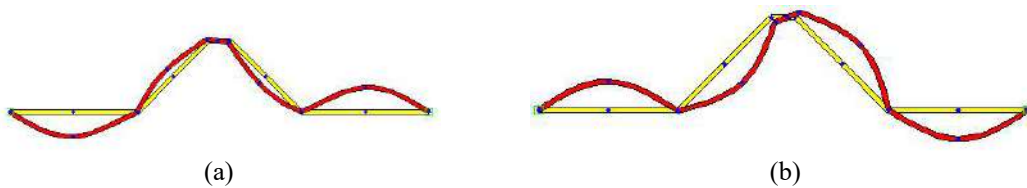


Figura 3.8 – Configuração de deformada do modo de flambagem 1 para enrijecedores com altura  $h$  igual a (a) 17,0 e (b) 19,0 mm

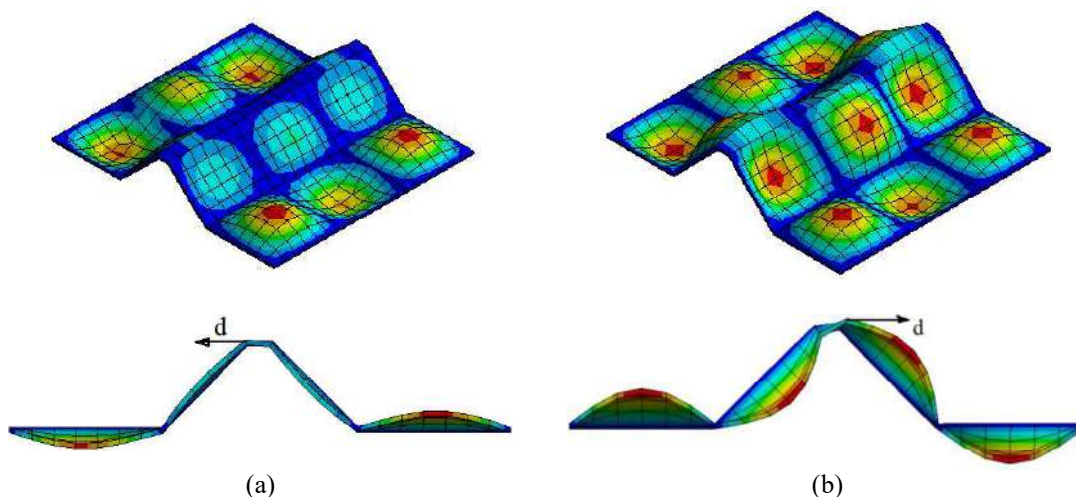


Figura 3.9 – Análise de autovalores pelo programa Ansys do modo de flambagem 1 para enrijecedores com altura  $h$  igual a (a) 17,0 e (b) 19,0 mm

A Figura 3.10 exibe a participação modal obtida pelo programa CUFSM para diversas configurações de enrijecedores no modo local de placa ineficiente. Neste gráfico, o modo global é dominante para qualquer altura de enrijecedor porque, em estudos de placa isoladas, o deslocamento de corpo rígido é mais proeminente do que a variação do ângulo entre paredes adjacentes (distorção). Pela avaliação criteriosa, considera-se como um modo local de placa ineficiente, visto que a placa de largura  $L$  continua a sofrer um modo de flambagem “local”, o enrijecedor apenas não teve a capacidade de resistir ao desenvolvimento da flambagem dessa placa.

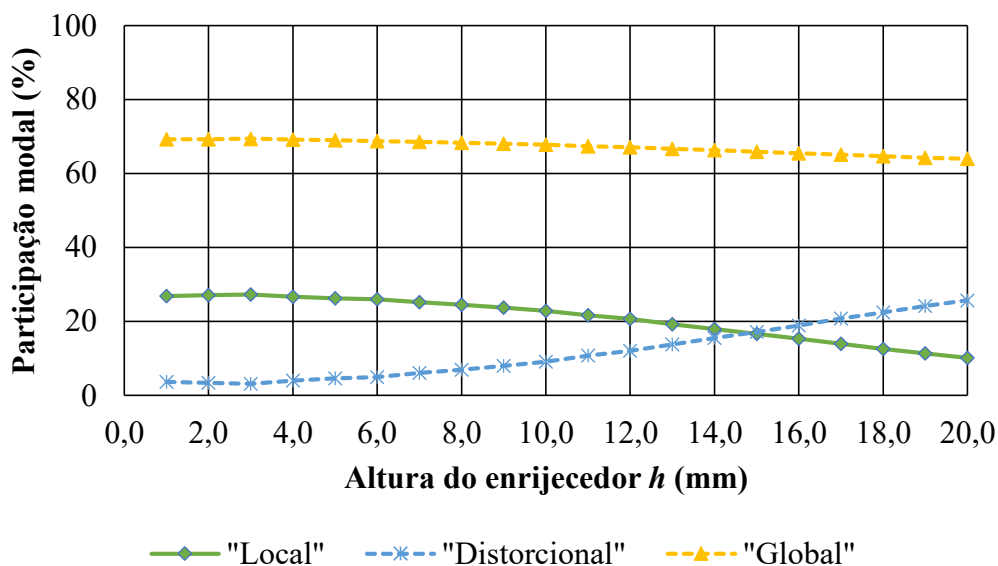


Figura 3.10 – Gráfico de participação modal do modo de flambagem 2 pela altura do enrijecedor ( $h$ )

Como critério adicional para o entendimento deste estudo, pode-se fazer um comparativo entre os índices de esbeltez dos enrijecedores ( $\lambda_c$ ) e dos elementos de placa de largura  $a$  ( $\lambda_a$ ), em que o primeiro refere-se a relação da largura da parede inclinada do enrijecedor pela espessura da placa ( $\lambda_c = c/t$ ) e o segundo a largura do elemento plano pela espessura da placa ( $\lambda_a = a/t$ ), conforme apresentados na Tabela 3-2. A partir de suas análises percebe-se que à medida que a relação  $\lambda_c/\lambda_a$  aumenta, a participação do modo distorcional sobre o comportamento dessas placas tende a aumentar, sendo, portanto necessário um estudo mais avançado que relacionaria a partir de qual índice o enrijecedor deixa de se comportar como tal e passaria a representar a seção.

Tabela 3-2: Variação do comprimento de semi onda para chapas com enrijecedores de altura  $h$  variando de 0,0 a 20,0 mm

Altura ( $h$ ) do enrijecedor (mm)	Índice de esbeltez relativo		Relação $\lambda_c/\lambda_a$
	$\lambda_c$ (enrijecedor)	$\lambda_a$ (placa)	
0,0	0,00	50,00	0,000
1,0	1,41	46,50	0,030
2,0	2,83	45,50	0,062
3,0	4,24	44,50	0,095
4,0	5,66	43,50	0,130
5,0	7,07	42,50	0,166
6,0	8,49	41,50	0,204
7,0	9,90	40,50	0,244
8,0	11,31	39,50	0,286
9,0	12,73	38,50	0,331
10,0	14,14	37,50	0,377
11,0	15,56	36,50	0,426
12,0	16,97	35,50	0,478
13,0	18,38	34,50	0,533
14,0	19,80	33,50	0,591
15,0	21,21	32,50	0,653
16,0	22,63	31,50	0,718
17,0	24,04	30,50	0,788
18,0	25,46	29,50	0,863
19,0	26,87	28,50	0,943
20,0	28,28	27,50	1,029

Além disso, também existem algumas situações limite que poderiam influenciar nessas classificações modais, destacando-se duas principais: (i) ângulos entre elementos de placa tendendo a zero e (ii) largura de paredes tendendo a zero. Tais questões são extremamente importantes para a definição dos nós naturais e intermediários no CUFMSM. Destaca-se para essa consideração que nós intermediários não são considerados para a classificação modal, assim a presença de enrijecedores com ângulos ou larguras tendendo a zero seriam inicialmente considerados como nós naturais, visto que, representam uma dobra na seção, e por esse motivo desenvolveria modos distorcionais. Contudo, percebe-se que tais valores teriam pouca influência na configuração de deformada e, por conseguinte, em sua classificação modal, assim é necessária uma delimitação de valores limites para essa variação dos ângulos e larguras de enrijecedores, mas isto não foi escopo dessa investigação.



### 3.3. Diferenças entre Resultados de Classificação Modal para o MFF

A discussão do item anterior apresenta possíveis diferenças na classificação modal a partir de métodos baseados em (i) métodos computacionais e (ii) avaliação criteriosa de quem está dimensionando. Neste item serão apresentadas divergências na utilização do método computacional CUFSM, de acordo com LI *et al.* (2011). A comparação será realizada entre a decomposição e identificação modal do MFF de acordo com a escolha de base, ortogonalização e normalização.

Inicialmente, tem-se que os critérios de classificação modal apresentados na Tabela 2-2 (referente ao GBT: critérios de Vlasov, empenamento longitudinal e seção transversal não distorcida) definem, unicamente, os espaços de deformação G, D, L e O (Outros). Contudo, as bases empregadas dentro desses espaços não o são. Para tanto, existe a caracterização em bases naturais e modais. A base natural, adicionalmente, a consideração destes critérios, também considera inicialmente um espaço GD, em que a diferenciação posterior nos modos G e D dar-se-á pela análise da distorção da seção transversal através da função de empenamento. Com relação a base modal, suas matrizes também consideram os critérios de classificação apresentados, mas há a possibilidade de transformação dessas bases dentro destes espaços através da distribuição longitudinal em sen/cos dos problemas de autovalores dos elementos.

A normalização fornece a escala necessária para determinar a participação modal, visto que as configurações de deformada não possuem escala e podem obedecer a três princípios: vetorial, energia de deformação e de trabalho virtual. Já a ortogonalização só é considerada na base modal e se refere a aplicação de uma carga de referência para a formação da matriz de rigidez geométrica da seção, sendo importante para a solução do problema de autovalor, principalmente nos casos de vigas ou com distribuição de carregamento complexos, visto que realiza a decomposição modal com grande eficiência.

A implementação atual do CUFSM (*constrained Finite Strip Method* - cFSM) permite decompor um modo de flambagem em seus constituintes (modos global, distorcional, local e “outro”, como extensão de cisalhamento e extensão transversal). Esse processo permite isolar qualquer modo (decomposição modal) ou medir quantitativamente as interações dentro de um dado modo geral (identificação modal).

Os critérios mecânicos para decomposição modal levam a espaços vetoriais geralmente únicos para os modos global, distorcional e local. A escolha da base e a sua normalização dentro do espaço vetorial pode levar a diferentes soluções de decomposição e identificação modal.

O trabalho de LI *et al.* (2011) oferece uma série de recomendações quanto a escolha de base, norma e ortogonalização, exposta a seguir:

- A normalização dos vetores da base é um procedimento obrigatório, visto que sua interação com as bases tem grande influência sobre a decomposição e identificação modal. A norma vetorial e a de trabalho são consideradas opções preferíveis. Se possível, deve-se evitar a normalização por energia de deformação;
- A base natural e a base modal oferecem resultados similares. A primeira refere-se à formulação da Teoria Generalizada de Vigas e a segunda apresenta maior eficiência computacional. A única exceção ocorre no espaço G;
- A ortogonalização tem influência sobre a definição dos modos no espaço O (Outros), que violam as hipóteses de Vlasov. Estes modos não foram dominantes em nenhum dos exemplos abordados nesta dissertação.

Com base nos estudos de participação modal feitos por LI *et al.* (2011), realizou-se a sua investigação considerando as placas isoladas com enrijecedores conforme os modelos apresentados neste capítulo com  $L$  igual a 100 mm, espessura de 1,0 mm e com variação da altura  $h$ . A Tabela 3-3 apresenta os resultados referentes a placa com enrijecedor de altura  $h$  igual a 5,0 mm. Os dados confirmam as conclusões dos autores:

- As normalizações vetorial e de trabalho apresentaram resultados próximos entre si quando consideradas a mesma base, e bem diferentes para normalização por energia de deformação, onde os valores de participação modal de O foram mais elevados;
- Com relação a escolha das bases, seus valores também estiverem próximos para a mesma consideração de norma, obtendo resultados discrepantes quando se analisa a norma de energia de deformação;

- A ortogonalização da base apresentou resultados idênticos, visto que não foram considerados o modo O neste estudo, sendo por este motivo seus resultados não são apresentados no gráfico.

Tabela 3-3: Porcentagem de participação modal para chapa com enrijecedor trapezoidal de altura  $h=5,0$  mm referentes à base, ortogonalização e normalização

Base	Norma	Participação modal do modo de flambagem 1 (%)				Participação modal do modo de flambagem 2 (%)			
		Global	Dist.	Local	Outro	Global	Dist.	Local	Outro
Natural	Vetorial	15,0	8,1	74,4	2,5	68,2	4,5	27,0	0,3
	Energia de deformação	11,3	5,0	51,2	32,5	9,3	1,2	65,0	24,5
	Trabalho	12,2	7,3	79,0	1,5	68,5	5,2	26,1	0,2
Modal	Vetorial	11,4	6,1	81,4	1,1	69,0	4,6	26,3	0,1
	Energia de deformação	17,6	7,8	56,9	17,7	34,0	4,4	38,8	22,8
	Trabalho	11,8	7,1	80,1	1,0	68,3	5,1	26,5	0,1

Desta forma, este estudo torna-se importante, pois a classificação dos modos das telhas autoportantes que serão tratadas nesta pesquisa através do MFF utiliza a base modal com norma vetorial, e por este motivo tornou-se necessária a sua verificação como um processo adequado de identificação modal. Além disso, a determinação das configurações de deformada pelo MEF consideram a análise por meio de autovalores, processo esse similar ao utilizado pela base modal.

## **4. METODOLOGIA PARA ANÁLISE DA FLAMBAGEM DE TELHAS AUTOPORTANTES**

A metodologia empregada na presente pesquisa consiste na integração entre um sistema generativo baseado em gramática de forma, um procedimento de análise de estabilidade elástica baseado no Método das Faixas Finitas e análise não linear pelo Método dos Elementos Finitos para estimativa da capacidade última de telhas autoportantes, visando o aprimoramento destes perfis. Para tanto, a avaliação de desempenho destas peças foi realizada a partir da observação de seus momentos críticos de flambagem e momentos resistentes.

As telhas deste estudo (i) são simplesmente apoiadas e com empenamento livre, (ii) possuem abas verticais superiores de 30 mm de altura, com deslocamento horizontal impedido e dupla espessura para representação da conexão com outras telhas, (iii) as dobras do perfil são admitidas sem raio interno, (iv) todas as dimensões estão relacionadas à linha média dos elementos de placa, (v) as propriedades elásticas do aço são módulo de elasticidade  $E = 205$  GPa e o coeficiente de Poisson  $\nu = 0,3$ . A formulação admite que o aço estrutural adotado é material isotrópico e apresenta relação tensão-deformação bilinear. Estas condições idealizam um sistema de cobertura ortotrópico e reduzem o custo computacional, tanto da análise de estabilidade elástica quanto a análise não linear para estimativa de resistência última. Não são considerados, neste estudo, os modos de flambagem globais, visto que o impedimento do deslocamento horizontal das abas verticais superiores (que permite a redução do custo computacional) restringe a possibilidade de que este modo se desenvolva.

### **4.1. Parâmetros para Variação da Geometria das Telhas Autoportantes**

Conforme descrito no Capítulo 2, um PFF trapezoidal apresenta como propriedades essenciais: (i) seção transversal monossimétrica, (ii) duas mesas superiores, (iii) uma mesa inferior, (iv) duas almas inclinadas, (v) dois elementos de aba vertical com largura de 30 mm nas bordas livres das mesas superiores (posições de conexão do parafuso), conforme apresentado na Figura 4.1.

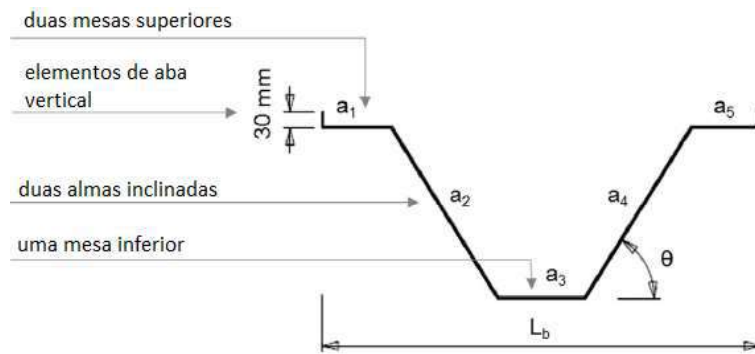


Figura 4.1 – Seção típica de um PFF trapezoidal não enrijecido

Como sabido, o comportamento mecânico de perfis abertos formados a frio é sensível a pequenas variações da geometria do elemento de barra. Este estudo procurou estabelecer as principais propriedades essenciais e acidentais destes perfis e estimar a sensibilidade de momentos críticos e resistentes à variação parametrizada destas propriedades. Foram avaliados os seguintes parâmetros geométricos:

- Angulação entre mesa inferior e alma ( $\theta$ ), conforme representado na Figura 4.2;
- Razão entre largura da mesa superior em relação à da bobina, representado pelo parâmetro  $\kappa_1$  (ver Equação (4.1)), conforme Figura 4.3;

$$\kappa_1 = \frac{a_2 + a_3 + a_4}{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5} \quad (4.1)$$

- Razão entre largura da mesa inferior em relação a alma, representado pelo parâmetro  $\kappa_3$  (ver Equação (4.2)), conforme Figura 4.4;

$$\kappa_3 = \frac{a_3}{a_2 + a_3 + a_4} \quad (4.2)$$

- Número de enrijecedores trapezoidais na alma ( $v_2$ ), conforme Figura 4.5;
- Número de enrijecedores trapezoidais na mesa inferior ( $v_3$ ), conforme Figura 4.6;
- Distribuição dos enrijecedores trapezoidais na alma (*attractor*), conforme Figura 4.7;
- Largura da parede inclinada nos enrijecedores trapezoidais ( $w_{incl}$ ), conforme Figura 4.8;
- Largura da parede intermediária nos enrijecedores trapezoidais ( $w_{mid}$ ), conforme Figura 4.9;
- Angulação dos enrijecedores trapezoidais ( $ang_3$ ), conforme Figura 4.10;
- Angulação entre mesa inferior e alma na telha enrijecida ( $\theta_I$ ), conforme Figura 4.11.

A partir destes 10 parâmetros geométricos, foram desenvolvidos 256 modelos de maneira semiautomática para análises no programa CUFSM.

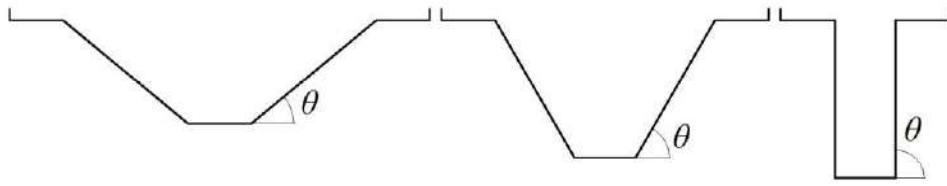


Figura 4.2 – Representação do parâmetro geométrico  $\theta$ : angulação entre mesa inferior e alma

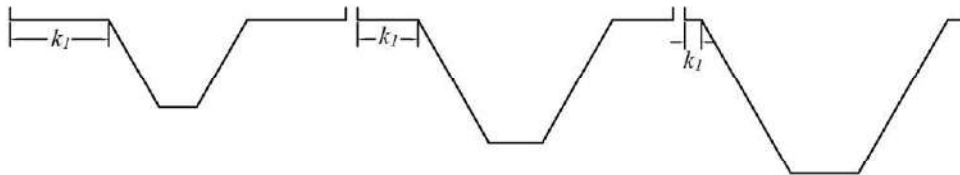


Figura 4.3 – Representação do parâmetro geométrico  $k_1$ : razão entre largura da mesa superior em relação à da bobina

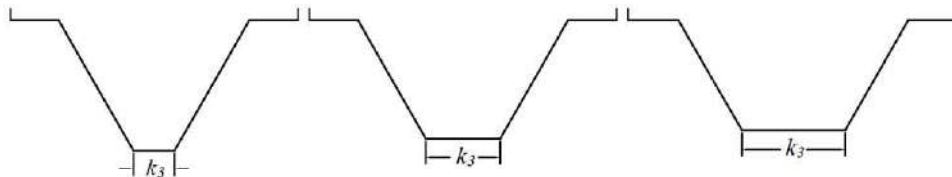


Figura 4.4 – Representação do parâmetro geométrico  $k_3$ : razão entre largura da mesa inferior em relação a alma

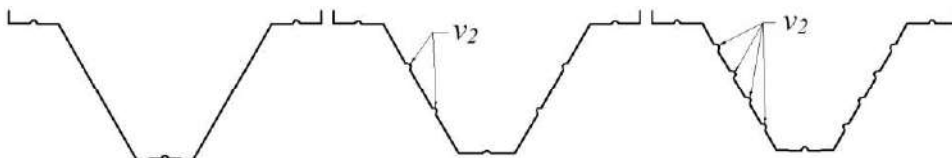


Figura 4.5 – Representação do parâmetro geométrico  $v_2$ : número de enrijecedores trapezoidais na alma

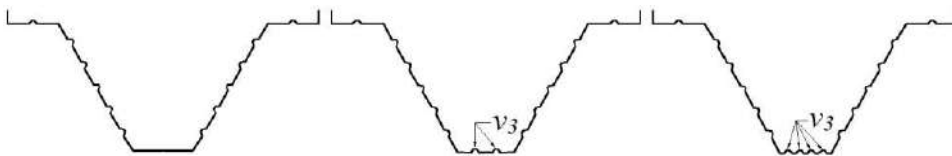


Figura 4.6 – Representação do parâmetro geométrico  $v_3$ : número de enrijecedores trapezoidais na mesa inferior

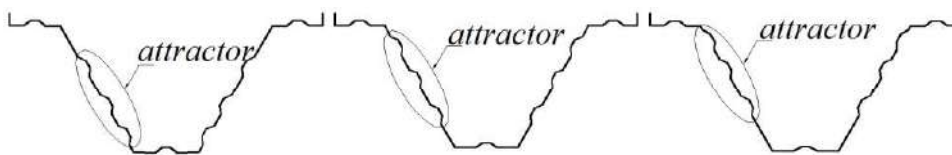


Figura 4.7 – Representação do parâmetro geométrico *attractor*: distribuição dos enrijecedores trapezoidais na alma



Figura 4.8 – Representação do parâmetro geométrico  $w_{incl}$ : largura da parede inclinada nos enrijecedores trapezoidais

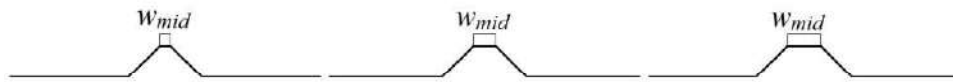


Figura 4.9 – Representação do parâmetro geométrico  $w_{mid}$ : largura da parede intermediária nos enrijecedores trapezoidais



Figura 4.10 – Representação do parâmetro geométrico  $ang_3$ : angulação dos enrijecedores trapezoidais

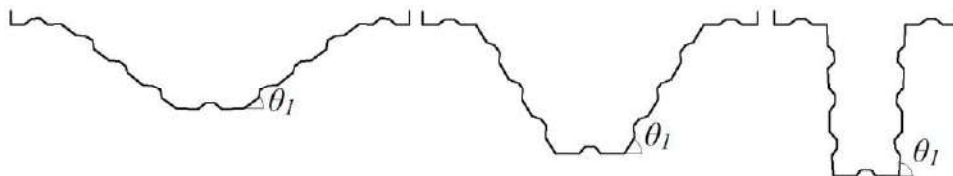


Figura 4.11 – Representação do parâmetro geométrico  $\theta_1$ : angulação entre mesa inferior e alma na telha enrijecida

## 4.2. Condições de Apoio e Carregamento

A análise de flambagem de telhas autoportantes neste estudo busca compreender o momento de flexão simples (em torno do eixo horizontal do centroide X) decorrente do efeito de sucção devido às forças do vento. Para isso, considerou-se a aplicação nesses modelos de um momento de flexão pura que buscasse representar estas condições. Considerando apenas os vãos simplesmente apoiados sem balanço, esta flexão promove os efeitos de compressão na mesa inferior e tensões de tração na mesa superior. A compreensão da interação entre forma e desempenho estrutural com base na análise de flambagem é um dos pontos de partida para identificação das melhores formas dos PFF. O momento de flexão da mesa de compressão inferior é identificado neste trabalho por  $M^{BC}$  (*bottom compression*). As correspondentes funções de aptidão são o momento crítico  $M_{cr}^{BC}$  e o momento resistente  $M_R^{BC}$ .

Esta pesquisa trata de vigas sob flexão pura e perfis com centros de cisalhamento (CC) e de gravidade (CG) distantes um dos outros, variando de 109,7 mm até 231,1 mm dependendo da seção considerada para análise, comportamento típico de seções abertas, o que acaba acarretando em constantes de empenamento ( $C_\omega$ ) com valores altos, que variam de  $3,258 \cdot 10^{10} \text{ mm}^6$  até  $1,673 \cdot 10^{10} \text{ mm}^6$ , sendo estes valores considerados na aplicação das equações segundo o MRD, e por conseguinte, na formulação proposta pelo autor. A distribuição de tensões e representação da localização dos CG e CC são apresentados na Figura 4.12.

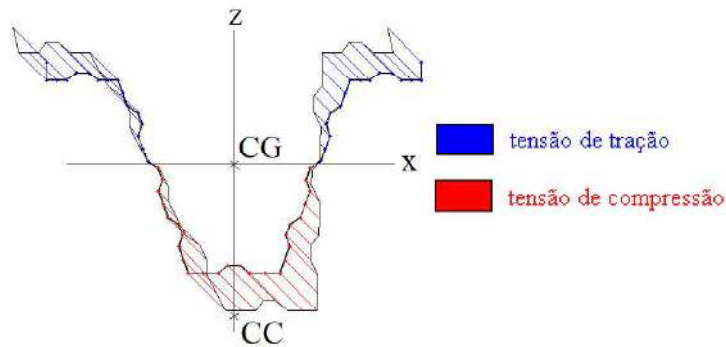


Figura 4.12 – Representação das tensões de flexão e centros de cisalhamento (CC) e de gravidade (CG) para telhas autoportantes

### 4.3. Discretização das Placas Segundo os Métodos Numéricos MFF e MEF

A discretização do modelo numérico, independentemente do método que se utiliza, é fundamental para assegurar a precisão e confiabilidade dos resultados. Para a presente pesquisa foram adotados os programas computacionais CUFISM v.4.03 e ANSYS v.16.0 (ANSYS®), baseados, respectivamente, nos Métodos das Faixas Finitas (MFF) e dos Elementos Finitos (MEF). Cada programa requer discretização dos modelos de forma adequada, com o objetivo de garantir resultados confiáveis a custos computacionalmente viáveis.

O programa computacional CUFISM v.4.03 foi empregado para identificação dos modos de flambagem local e distorcional e curvas de assinatura (*signature curve*) para todas as geometrias devido ao baixo custo computacional e ao código aberto do programa, que permitiu sua integração com o sistema generativo baseado em gramática de forma adotado neste trabalho.

Neste trabalho, a determinação dos pontos de mínimo para os modos de flambagem pelo programa CUFISM é requisito para a geração do modelo estrutural em ANSYS v.16.0. Apesar do MEF ser um método bastante confiável e tradicional em modelagem numérica, o elevado tempo de processamento inviabiliza a análise para todos os modelos gerados em CUFISM. Foram selecionados, nestes estudos, uma gama de valores representativos para cada parâmetro geométrico avaliado.

#### 4.3.1. CUFISM v.4.03 – Método das Faixas Finitas (MFF)

O processo de discretização para análises no CUFISM v.4.03 leva em consideração o número de faixas (elementos longitudinais) por elemento (paredes do perfil). Em relação ao número de valores considerados para representar o comprimento longitudinal



do perfil, SCHAFER (2006c) recomenda que a curva de assinatura obtida apresente um aspecto mais suave e menos poligonal para que os resultados sejam confiáveis.

Neste trabalho, toda parede do perfil é discretizada com ao menos duas faixas, ou seja, apresenta ao menos um nó intermediário entre os nós naturais. Esta decisão pondera a qualidade dos resultados e o custo computacional envolvido. A Figura 4.13 apresenta exemplos da discretização das seções transversais das telhas enrijecidas e não enrijecidas usadas neste estudo.

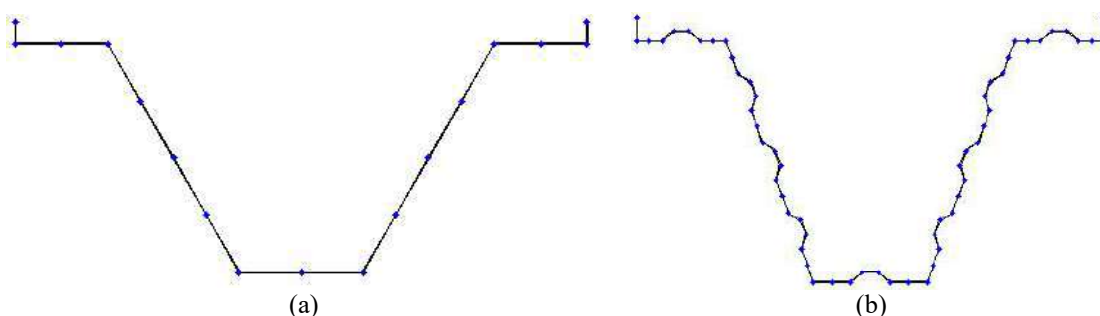


Figura 4.13 – Discretização pelo CUFSM v.4.03: telha (a) não enrijecida e (b) enrijecida

Com relação as condições de contorno consideradas para a análise através do programa CUFSM, tem-se a consideração padrão de análise desse programa, ou seja, os modelos são simplesmente apoiados (“*simple-simple*”) e não é restringido os deslocamentos transversais dos nós. Contudo, nos exemplos estudados optou-se pela restrição do deslocamento horizontal do nó de topo da aba vertical dessas telhas. Além disso, tem-se a aplicação de momento de flexão em relação ao eixo X ( $M_{xx}$ ) com valor de 1000 kN.mm.

As curvas de assinatura destes perfis foram calculadas para comprimentos de semionda entre 10,0 mm e 10000,0 mm. A análise linear de estabilidade elástica adotou base modal e estudo de participação modal por norma vetorial.

#### 4.3.2. Ansys v.16.0 – Método dos Elementos Finitos (MEF)

O modelo MEF foi aplicado para investigar a resistência ao momento de flexão da telha autoportante. Os modelos analisados utilizaram o programa computacional ANSYS Workbench v.16.0, que utiliza o método numérico dos elementos finitos, com elementos de casca do tipo SHELL181, sendo esta uma das possíveis opções de elementos que o programa oferece para análises de flambagem lineares e não-lineares de perfis de paredes finas.

Um dos conceitos do MEF diz que uma discretização (malha) mais refinada contribui para uma solução mais precisa, isto é, mais próxima da solução exata do problema. Conseqüentemente, o tempo gasto com o processamento computacional também é maior. Logo, o objetivo é acelerar a convergência da resposta. Para isso, parâmetros como a forma do elemento que compõe a malha e seu tamanho são fundamentais para que se obtenham resultados confiáveis. Para a presente pesquisa foram adotados elementos quadriláteros com dimensão de 5 mm em cada borda, conforme indicado pelos estudos de SILVESTRE *et al.* (2012).

Como forma de verificar se a escolha dessa dimensão de malha estava dentro do aceitável para uma boa precisão nos resultados pós-análise, optou-se pela verificação interna no próprio ANSYS v.16.0, através do *Mesh Metric*. De acordo com o manual do programa presente em ANSYS® Mechanical Help System (2015), a verificação para determinar se uma malha é aceitável ou não para as análises, pode ser feita através do parâmetro “*Skewness*”, em que este varia numa escala de 0 a 1, sendo considerado a melhor opção os modelos que apresentem os menores valores. Uma lista de classificação qualitativa é apresentada segundo a Tabela 4-1.

Tabela 4-1: Classificação qualitativa do valor de *Skewness* do Ansys v.16.0. Fonte: adaptado (ANSYS® Mechanical Help System, 2015)

Valor do <i>Skewness</i>	Qualidade da Célula
1	Degenerado
0,9 – < 1	deficiente (sliver)
0,75 – < 0,9	Ruim
0,5 – < 0,75	Razoável
0,25 – 0,5	Bom
> 0 – 0,25	Excelente
0	Equilátero

Baseado na Tabela 4-1, o manual afirma que, para valores de “*Skewness*” elevados, a malha é considerada inaceitável. Nestes casos, sugere-se que sejam alterados alguns parâmetros do programa responsáveis pelo controle da malha, como por exemplo, o tamanho do elemento, de modo a se obter uma malha mais refinada. Contudo, neste estudo, a adoção de elementos com tamanho de borda de 5 mm foi suficiente para garantir uma qualidade excelente da malha, tendo sido obtidos valores de “*Skewness*” abaixo de

0,25 em todos os modelos investigados. Um exemplo de discretização da malha de uma telha autoportante pode ser observada na Figura 4.14.

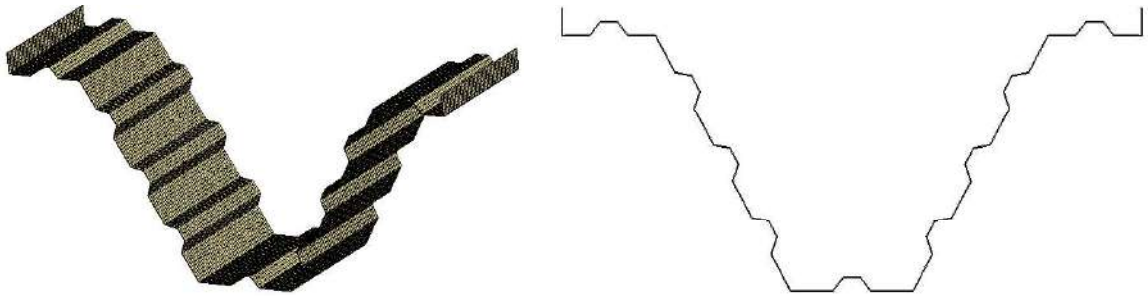


Figura 4.14 – Discretização da malha em elementos quadriláterais no Ansys v.16.0

Com relação as condições de contorno adotadas para o desenvolvimento dos modelos em Ansys, e suas respectivas nomenclaturas, pode-se destacar a aplicação de momento em relação ao eixo X (*Moment*) nos contornos (*edges*) das seções transversais desses perfis, bem como a restrição de deslocamento horizontal (*displacement*) no contorno dos topos das abas verticais, conforme apresentado na Figura 4.15. Além disso, com o objetivo de reduzir o número de semiondas para a análise não linear e, conseqüentemente, o custo computacional à níveis factíveis, adotou-se nesses modelos a implementação de uma placa retangular com moldura em cada um dos extremos longitudinais desses perfis, o que permitia o empenamento livre das seções e de seus enrijecedores. Essas placas possuíam tamanho superior ao das seções e metade de sua espessura ( $0,5t$ ), sendo envolvidas por uma moldura que apresentava espessura cinquenta vezes superior ( $50t$ ) ao perfil. Vale ressaltar, que nos dois vértices inferiores dessas molduras, implementou-se uma restrição de deslocamento nos sentidos longitudinais e transversais.

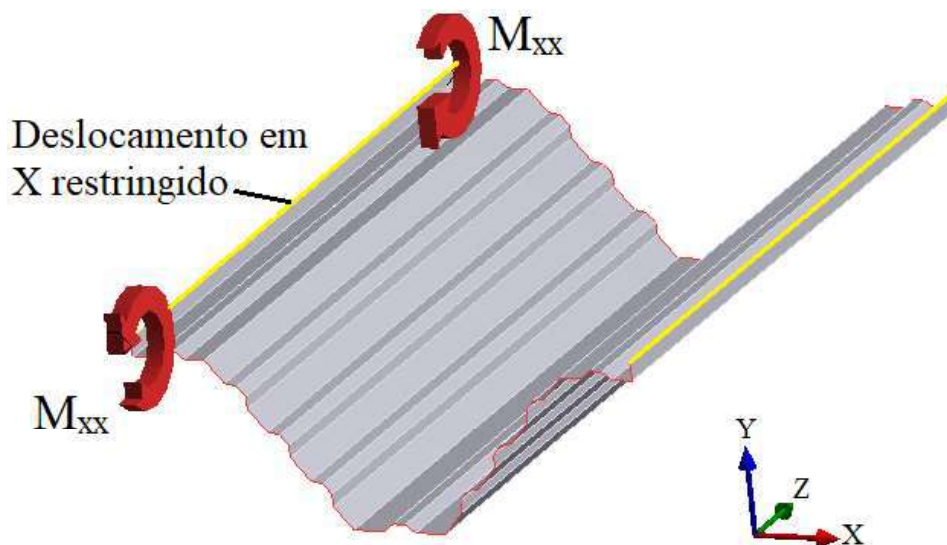


Figura 4.15 – Discretização da malha em elementos quadriláterais no Ansys v.16.0

A análise por elementos finitos foi efetuada considerando um comprimento do perfil de tamanho  $L$  igual a três vezes os valores das semi ondas referentes aos pontos de mínimo das suas curvas de assinatura. As imperfeições geométricas iniciais consideradas para as análises não lineares foram baseadas nas configurações de deformada dos modos de flambagem relacionados aos obtidos através das análises em MFF para cada um dos comprimentos de semi onda.

#### 4.4. Classificação dos Modos de Flambagem nas Telhas Autoportantes

A automação da classificação dos modos de flexão como local ou distorcional foi decidida pela averiguação dos comprimentos de semionda, ao invés de pela identificação automática exibida pelo programa computacional CUFSM, visto que, conforme especificado no capítulo anterior e apontado pela literatura (ÁDÁNY *et al.*, 2010), “apesar de haver um consenso na classificação dos tipos de modos de flambagem, não há um consenso no significado exato desses modos”, ou seja, ainda existe uma incerteza na definição de modos de flambagem de perfis de paredes finas, especialmente quando se analisa perfis com enrijecedores intermediários, com possibilidade de paredes próximas da colinearidade ou muito pequenas. Este estudo assume instabilidade local com comprimentos de semionda mais curtos e instabilidade distorcional de comprimentos intermediários até mais longos. Além disso, não existe nenhuma consideração de "modos puros" nesta abordagem, visto que as análises iniciais feitas com base no MFF apresentam configurações de deformada com participações modais, em variado grau, de cada um dos modos de flambagem. A partir da consideração de 154 resultados referentes a todos os modos de flambagem, pode-se encontrar um modo local e um distorcional para as telhas não enrijecidas e, para as telhas enrijecidas um único modo local e dois modos distintos de distorcional. Em ambos os casos considerou-se a compressão da mesa inferior produzida pelo momento de flexão  $M^{BC}$ .

A Figura 4.16 exhibe as configurações de deformada típicas dos modos de flambagem em telhas não enrijecidas para o caso de momento de flexão produzindo a compressão na mesa inferior,  $M^{BC}$ . Neste caso, considerou-se a Figura 4.16(a) como o modo de flambagem local BL (*bottom local*) com comprimento de semi onda curta e a Figura 4.16(b) representa o modo distorcional BD (*bottom distortional*) que apresenta semiondas mais longas (superiores a 5000,0 mm).

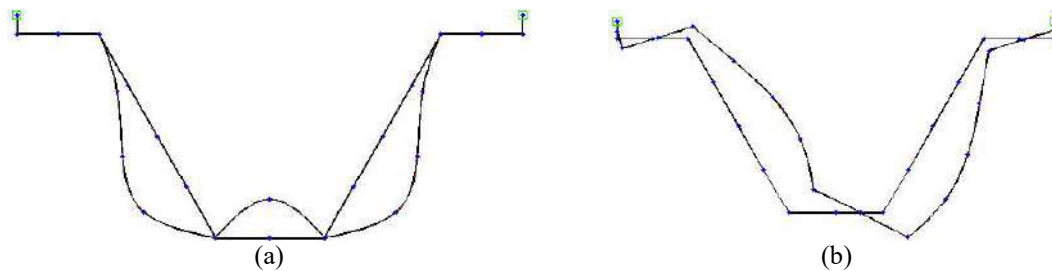


Figura 4.16 – Modos de flambagem das telhas não enrijecidas: modos (a) local BL e (b) distorcional BD

A Figura 4.17 apresenta a configuração deformada em telhas enrijecidas para momento de flexão produzindo a compressão da mesa inferior,  $M^{BC}$ , em que se caracteriza na Figura 4.17(a) um modo de flambagem local BL (*bottom local*) com comprimentos de semionda curtos. Na Figura 4.17(b) o modo distorcional é iniciado nas almas destes perfis sendo, portanto, denominado como BDW (*bottom distortional web*) e possui comprimentos de semionda intermediários. Na Figura 4.17(c) tem-se o modo distorcional BD (*bottom distortional*) referente a comprimentos de semionda mais longas.

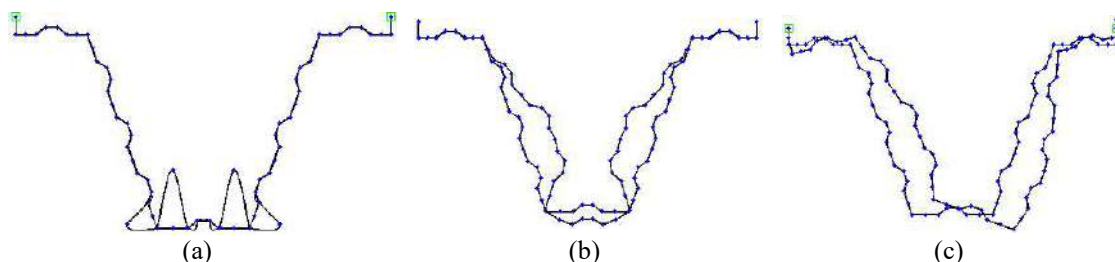


Figura 4.17 – Modos de flambagem das telhas autoportantes com enrijecedores: modos (a) local BL, (b) distorcional BDW e (c) distorcional BD

Nos casos específicos de variação do parâmetro  $\kappa_1$  para as telhas enrijecidas, as configurações de deformada foram diferentes das apresentadas acima, tendo como destaque o aparecimento de um modo distorcional adicional além dos caracterizados como BDW e BD, sendo referenciado neste caso como BDF (*bottom distortional flange*), devido ao seu desenvolvimento ser mais pronunciado a partir da mesa inferior do perfil. Os comprimentos de semionda desse modo são levemente superiores ao modo BL. Deve-se levar em conta que seu surgimento é decorrente da baixa relação entre largura da alma e da mesa inferior, ou seja, em comprimentos pequenos a mesa inferior acaba tendo proeminência no desenvolvimento do modo de flambagem. Apresenta-se na Figura 4.18 este modo de flambagem.

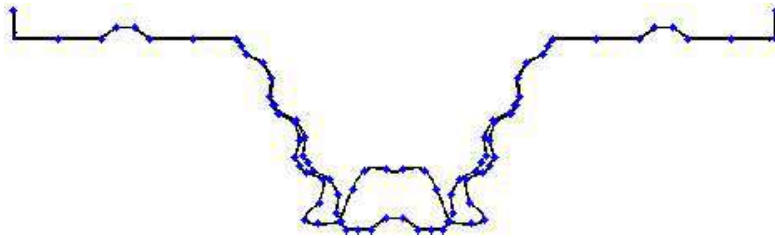


Figura 4.18 – Modo de flambagem BDF das telhas autoportantes com enrijecedores com variação do parâmetro  $\kappa_1$

A partir da análise das Figura 4.16(a) e Figura 4.17(b), pode-se ter uma noção sobre a “incerteza” das definições modais, principalmente quando se considera a classificação por nós naturais, visto que nos dois casos, os nós referentes a interseção entre mesas e almas possuem a mesma configuração de deformada, diferenciando-se apenas pelo deslocamento dos enrijecedores. Contudo, a presença dos enrijecedores definiu o primeiro caso como local e o segundo como distorcional.

Além disso, existem casos nesse estudo de telhas autoportantes, em que alguns exemplares de telhas não enrijecidas, quando analisados pelo programa CUFSM, apresentavam participações modais bem distintas, mesmo ambas tendo valores de semionda iguais, mesma configuração de deformada e classificadas como BL. Um caso que exemplifica esta questão refere-se a dois exemplares com variação do parâmetro  $\kappa_1$ , em que na Figura 4.19 com  $\kappa_1$  igual a 0,64 é identificado segundo sua participação modal como sendo “Local” e na Figura 4.20 com  $\kappa_1$  igual a 0,68 como sendo “Distorcional”.

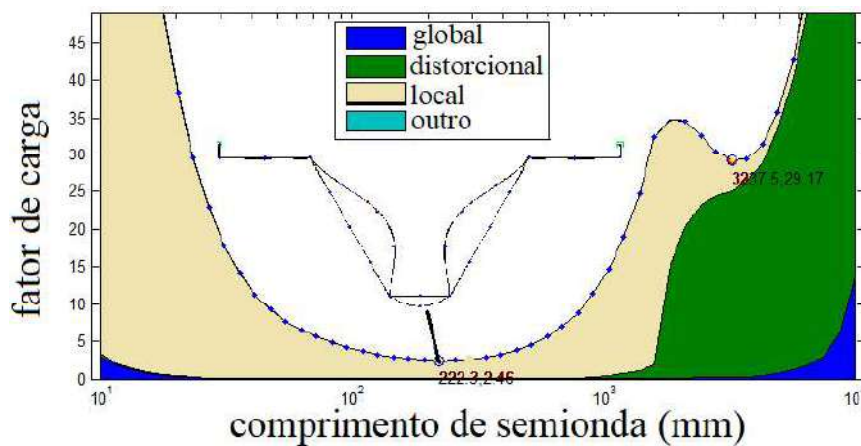


Figura 4.19 – Participação e classificação modal das telhas não enrijecidas com  $\kappa_1$  igual a 0,64

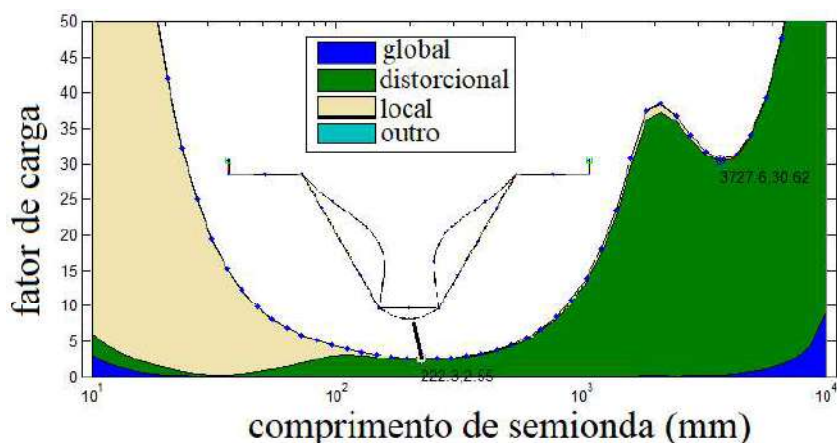


Figura 4.20 – Participação e classificação modal das telhas não enrijecidas com  $\kappa_l$  igual a 0,68

Com base nas questões apontadas acima, tornou-se então justificável a consideração de classificação modal baseada nos valores de comprimento de semi onda, considerando então o modo local para comprimentos mais curtos e os distorcionais a partir de semi ondas variando de intermediárias (BDW) para mais longas (BD), bem como a análise da configuração de deformada.

#### 4.5. Considerações para a Geração e Análise de Dados

As análises em CUFSM geraram uma gama de resultados que foram plotados em um gráfico relacionando o parâmetro estudado com seus respectivos momentos críticos de flexão para cada um dos modos de flambagem. A partir dessas curvas, procedeu-se pela escolha dos modelos que seriam analisados através do programa Ansys, sendo esta escolha baseada no objetivo de determinar a influência da proximidade dos valores críticos de flexão para cada um dos modos na interação modal LD. Para tanto, considerou-se pontos nessas curvas que pudessem ser representativos dessa característica, ou seja, modelos que apresentassem, dentro de um mesmo parâmetro, valores de momento crítico distantes, próximos ou iguais entre eles, como por exemplo o gráfico apresentado na Figura 4.21 que apresenta a variação dos momentos críticos para o parâmetro  $w_{incl}$  (largura da parede inclinada dos enrijecedores das telhas autoportantes), neste caso serão estudados os valores iguais a (i) 2,0, (ii) 6,0, (iii) 15,0, (iv) 20,0 e (v) 22,0 mm, sendo escolhido estes pontos pois (i)  $M_{cr}^{BDW}$  e  $M_{cr}^{BD}$  estão os mais distantes possíveis e não há a presença do modo BL, (ii) início de desenvolvimento do modo BL, (iii)  $M_{cr}^{BL} \approx M_{cr}^{BDW}$ , (iv)  $M_{cr}^{BDW} \approx M_{cr}^{BD}$ , e (v) caso em que os valores críticos de BL e BD estão os mais próximos, bem como o modo BDW apresenta maior valor.

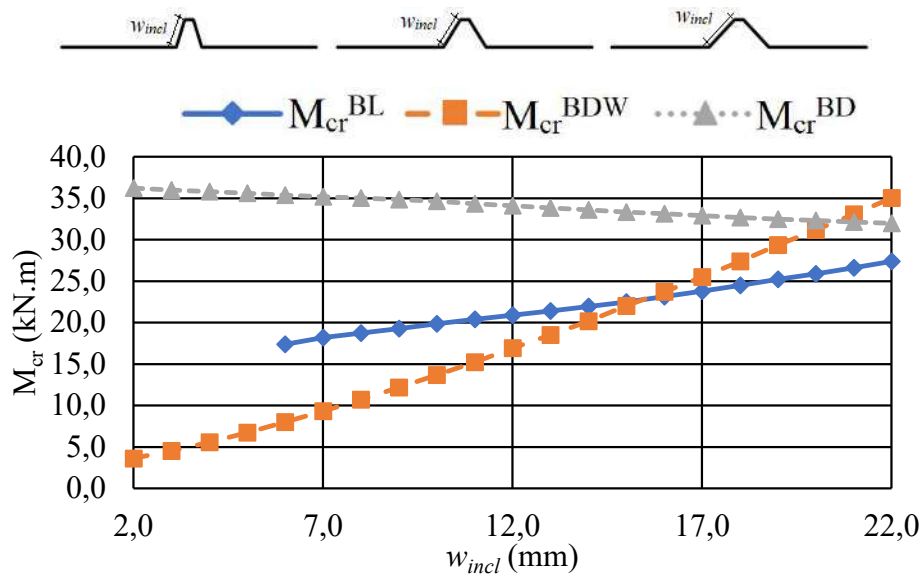


Figura 4.21 – Variação dos momentos críticos para o parâmetro  $w_{incl}$

Com relação as análises não lineares desenvolvidas em Ansys, tem-se que as imperfeições geométricas da seção transversal são introduzidas nos modelos, para os casos do modo de flambagem local (BL) e o distorcional da alma (BDW) com um fator de 10% da espessura da parede ( $0,1t$ ) como magnitude inicial desta irregularidade. Já para o modo distorcional (BD) adotou-se as imperfeições através da relação  $L/500$ , com  $L$  referente ao comprimento de semionda do perfil. Tal medida tornou-se necessária pois a consideração através do fator de 10% da espessura não desencadeava o desenvolvimento do referido modo nas análises não lineares, sendo, portanto, adotado o parâmetro que visualmente se considera nos estudos de flambagem global, conforme estudos de WANG *et al.* (2004), visto que tal imperfeição não representa deformações exacerbadas. Vale ressaltar que os comprimentos de semionda referentes ao modo BD são longos, superiores a 5000,0 mm em todos os modelos estudados, o que embasa a consideração de sua imperfeição a partir do critério adotado para a imperfeição global. Além disso, tem-se que cada um dos modos de flambagem foram considerados nos seus respectivos comprimentos de semionda, não sendo implementado as imperfeições de outros modos simultaneamente.

As resistências dos modelos analisados obtidas pelo MEF foram comparadas com os resultados obtidos pela formulação através do Método da Resistência Direta (MRD), conforme apresentado na Norma Brasileira para dimensionamento de perfis formados a frio (NBR14762:2010), para o cálculo de resistência dos exemplos estudados. Um dos objetivos desta pesquisa é a qualificação das telhas autoportantes com seções trapezoidais para o MRD.



## 5. ANÁLISE NUMÉRICA DA FLAMBAGEM DE TELHAS AUTOPORTANTES

No presente capítulo serão apresentados os resultados da análise da Flambagem Elástica e Inelástica das seções investigadas, segundo os modos de flambagem Local (BL), Distorcional de Mesa (BDF), Distorcional de Alma (BDW) e Distorcional (BD) na flexão pura com compressão na mesa inferior. Gráficos e tabelas auxiliam na compreensão das análises, sendo, ao final, apresentada uma equação generalizada, baseada no MRD, para o cálculo dos momentos fletores de resistência para cada um dos modos de flambagem dessas seções. Desta forma, busca-se implementar um processo semiautomático para o dimensionamento destes perfis.

### 5.1. Análise Elástica das Telhas Autoportantes Através do Programa CUFSM

Inicialmente, obtêm-se como resultados, as análises de flambagem elástica referentes aos modos de flambagem das seções tipo das telhas autoportantes realizadas através do programa CUFSM. Os resultados são plotados em gráficos do tipo  $M_{cr}^j \times Var_i$ , onde  $M_{cr}^j$  é o momento crítico de flexão associado ao  $j$ -ésimo modo de flambagem e  $Var_i$  refere-se a  $i$ -ésima variável geométrica do perfil.

A partir das considerações desses resultados, pode-se escolher uma gama de modelos que pudessem dar representatividade ao objetivo de verificar possíveis interações modais nessas seções. Para isso, buscou-se considerar um conjunto de valores nessas curvas que apresentassem momentos críticos (i) distantes, (ii) próximos ou (iii) similares em relação a cada um dos modos de flambagem. Esta escolha serviu como base para a definição dos modelos para as análises não lineares realizadas pelo programa Ansys.

#### 5.1.1. Angulação entre a mesa inferior e a alma ( $\theta$ )

Os resultados da influência do ângulo entre a alma e a mesa das telhas não enrijecidas para o momento crítico de flexão da mesa de compressão inferior são apresentados na Figura 5.1, relacionados a uma variação de  $\theta$  entre 30 e 90°. Na Figura 5.2 são apresentadas as suas configurações modais referentes aos modos BL e BD. Como valores constantes nestes modelos, têm-se a largura da mesa superior igual a 126,0 mm, da mesa inferior igual a 142,0 mm e da alma igual a 373,0 mm.

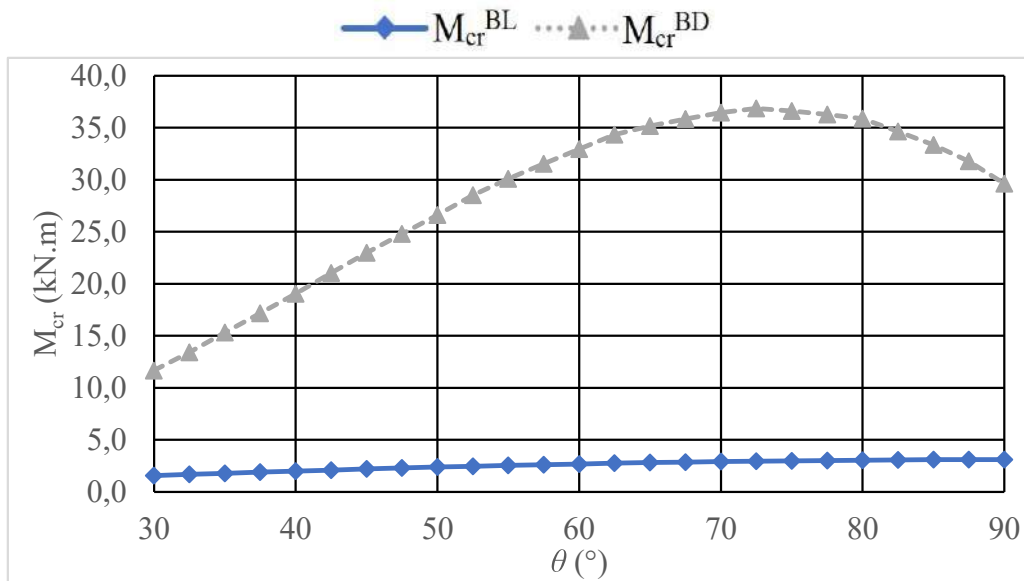


Figura 5.1 – Momentos críticos dos modos de flambagem BL e BD para a variação do parâmetro  $\theta$  relacionado a telha não enrijecida

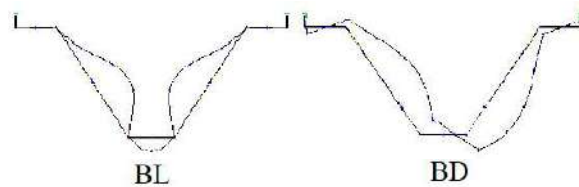


Figura 5.2 – Configuração dos modos BL e BD para a variação do parâmetro  $\theta$  relacionado a telha não enrijecida

Percebe-se nestes exemplos que, em relação ao modo BD, a carga crítica tende a aumentar conforme se aumenta a angulação entre a mesa inferior e a alma até atingir um ponto de máximo na curva, já em relação ao modo BL ocorre um aumento constante desses valores. Como consequência dos resultados obtidos, optou-se pela escolha dos valores de  $\theta$  iguais a (i) 30, (ii) 50, (iii) 70 e (iv) 90° para as análises no programa Ansys. Esses pontos apresentaram, respectivamente, relações de  $M_{cr}^{BD}/M_{cr}^{BL}$  iguais a (i) 7,5, (ii) 11,2, (iii) 12,5 e (iv) 9,6, apresentando assim uma boa gama de variação quando se consideram os momentos críticos.

#### 5.1.2. Razão entre a largura da mesa superior em relação à da bobina (parâmetro $\kappa_I$ )

Na Figura 5.3 é apresentado o gráfico relacionando a influência do parâmetro  $\kappa_I$  em telhas não enrijecidas, para o momento crítico de flexão da mesa de compressão inferior, com uma variação entre 0,50 e 0,90, bem como a configuração dos modos BL e BD (ver Figura 5.4). Vale ressaltar que nessa variação desse parâmetro o único valor fixo foi o ângulo entre a mesa inferior e a alma ( $\theta$ ) igual a 60°, visto que a equação que define  $\kappa_I$  altera as larguras das mesas e da alma desses perfis.

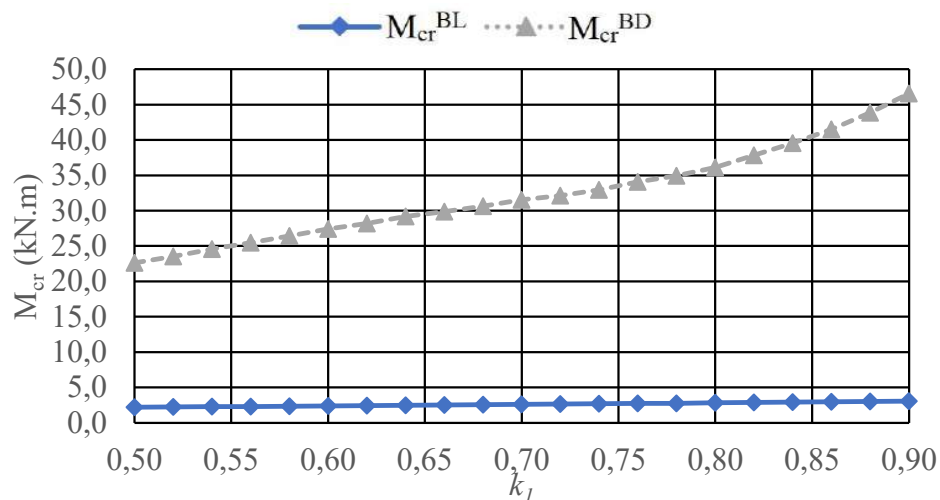


Figura 5.3 – Momentos críticos dos modos de flambagem BL e BD para a variação do parâmetro  $k_l$  relacionado a telha não enrijecida

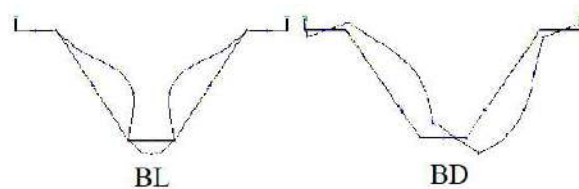


Figura 5.4 – Configuração dos modos BL e BD para a variação do parâmetro  $k_l$  relacionado a telha não enrijecida

Nota-se nestes resultados que conforme se aumenta a largura da mesa superior e, por conseguinte, se reduz as larguras da mesa inferior e da alma, ocorre um aumento constante das cargas críticas para o modo BD, mas permanecem praticamente constantes para o modo BL. Assim, considerou-se os valores de  $k_l$  iguais a (i) 0,50, (ii) 0,70 e (iii) 0,90 para as análises dos modelos com base na flambagem inelástica. Essa escolha de valores apresenta, respectivamente, relações de  $M_{cr}^{BD}/M_{cr}^{BL}$  iguais a (i) 10,2, (ii) 12,1 e (iii) 15,3.

Além disso, também se considerou este parâmetro aplicado a telhas enrijecidas, cujos resultados são apresentados na Figura 5.5 e na Figura 5.6, os respectivos modos de flambagem BL, BDF, BDW e BD. Conforme pode-se observar, tal configuração de seção acarretou o desenvolvimento nos primeiros pontos de análise de outro modo distorcional, sendo referido nesse caso como BDF e tendo influência apenas quando a mesa superior tem tamanho proeminente em relação ao resto do perfil. Além disso, pode-se citar que o modo BDW destas seções possui uma configuração de deformada mais semelhante ao modo BD, mas se optou pela sua classificação em BDW devido ao seu valor do comprimento de semi onda. Vale ressaltar que na variação desse parâmetro mantiveram-se constantes o ângulo entre a mesa inferior e a alma ( $\theta$ ) igual a  $60^\circ$ , a presença de três

enrijecedores na alma ( $v_2 = 3$ ) e de um enrijecedor em cada uma das mesas ( $v_3 = 1$ ). Com relação as medidas dos enrijecedores, tem-se a largura da parede intermediária ( $w_{mid}$ ) igual a 20,0 mm, a largura da parede inclinada ( $w_{incl}$ ) igual a 20,0 mm e a angulação ( $ang_3$ ) igual a  $36^\circ$

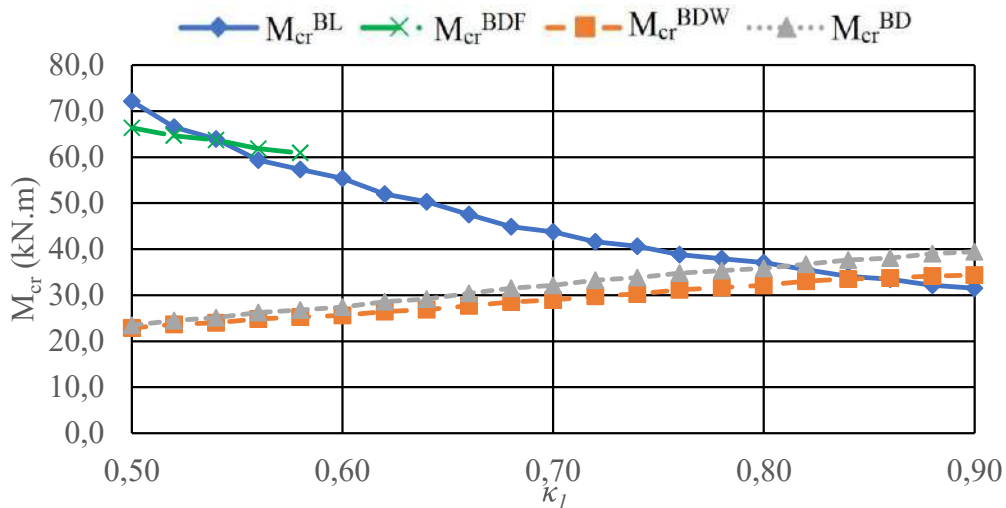


Figura 5.5 – Momentos críticos dos modos de flambagem BL, BDF, BDW e BD para a variação do parâmetro  $k_l$  relacionado a telha enrijecida

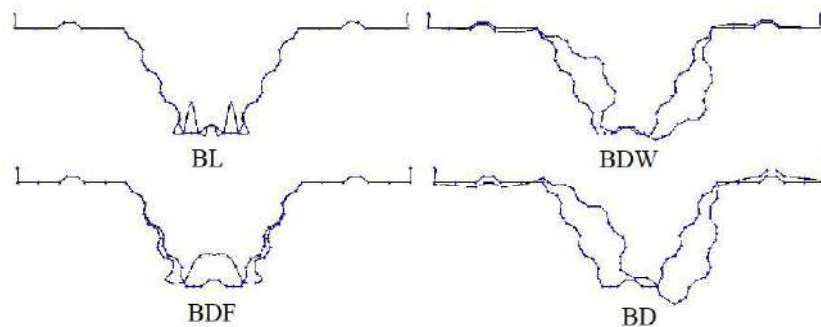


Figura 5.6 – Configuração dos modos BL, BDF, BDW e BD para a variação do parâmetro  $k_l$  relacionado a telha enrijecida

A partir desses resultados, percebe-se que a aplicação de enrijecedores nos modelos referentes ao parâmetro  $k_l$  acarreta uma grande variação nas cargas críticas. Primeiramente, nota-se que o modo BL começa com valores altos para estas cargas e diminui conforme a largura da mesa superior aumenta. Já em relação aos modos BDW e BD, seus valores sofrem um aumento constante, e quando se analisa o modo BDF, verifica-se que este só se desenvolve para os valores de  $k_l$  que apresentam uma grande largura da mesa superior, sofrendo uma diminuição de suas cargas, conforme a variação aumenta.

Para a análise não linear das telhas enrijecidas relativas ao parâmetro  $k_l$ , considerou-se os valores iguais a (i) 0,50, (ii) 0,54, (iii) 0,70, (iv) 0,80, (v) 0,86 e (vi) 0,90. A escolha

de cada um desses parâmetros tem como justificativa analisar o comportamento destas seções quando: (i)  $M_{cr}^{BD} \approx M_{cr}^{BDW}$ , (ii)  $M_{cr}^{BL} \approx M_{cr}^{BDF}$ , (iii)  $M_{cr}^{BDW}$  com valores próximos de  $M_{cr}^{BD}$  e início de aproximação do  $M_{cr}^{BL}$  desses modos, (iv)  $M_{cr}^{BL} \approx M_{cr}^{BD}$ , (v)  $M_{cr}^{BL} \approx M_{cr}^{BDW}$  e (vi)  $M_{cr}^{BL}$  tem valor menor que os outros modos.

### 5.1.3. Razão da largura da mesa inferior em relação a alma (parâmetro $\kappa_3$ )

No desenvolvimento do parâmetro  $\kappa_3$ , considerou-se constantes os valores do ângulo entre a mesa inferior e a alma ( $\theta$ ) igual a  $60^\circ$ ,  $\kappa_1$  igual a 0,74 e a largura da mesa superior igual a 126,0 mm. Na Figura 5.7 são apresentados os resultados da influência do parâmetro  $\kappa_3$  em telhas não enrijecidas para o momento crítico de flexão da mesa de compressão inferior, com uma variação de  $\kappa_3$  entre 0,10 e 0,30, bem como os modos BL e BD (ver Figura 5.8).

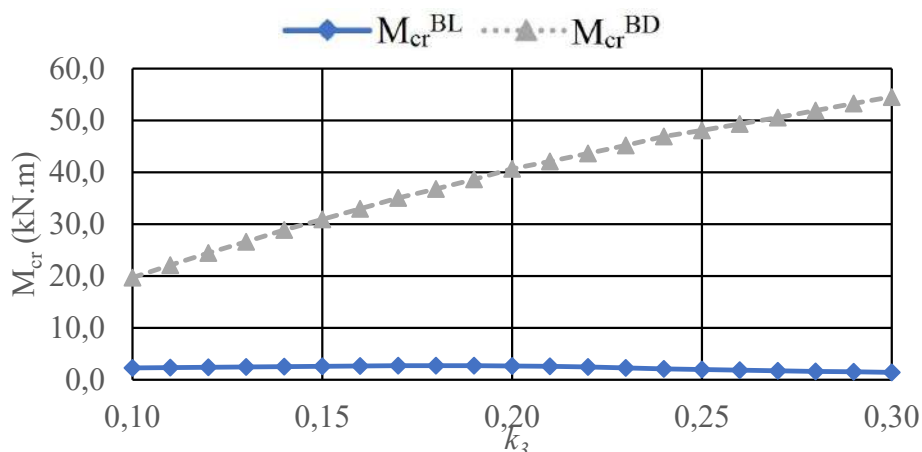


Figura 5.7 – Momentos críticos dos modos de flambagem BL e BD para a variação do parâmetro  $\kappa_3$  relacionado a telha não enrijecida

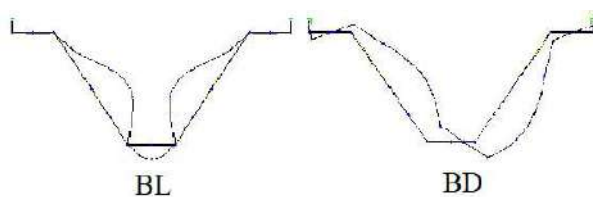


Figura 5.8 – Configuração dos modos BL e BD para a variação do parâmetro  $\kappa_3$  relacionado a telha não enrijecida

Neste caso, o parâmetro  $\kappa_3$  relaciona o aumento da largura da mesa inferior com a diminuição da largura da alma. Assim, percebe-se que conforme esta variação cresce, ou seja, a mesa inferior aumenta, as cargas críticas referentes ao modo BD são maiores para os exemplos estudados. Contudo, quando se considera o modo BL, este comportamento se inverte, apresentando valores menores conforme a largura da mesa inferior aumenta. A partir disso, considerou-se os valores de  $\kappa_3$  iguais a (i) 0,10, (ii) 0,20 e (iii) 0,30 para as

análises desses modelos na flambagem inelástica, visto que a relação  $M_{cr}^{BD}/M_{cr}^{BL}$  apresentava valores iguais a (i) 8,57, (ii) 15,12 e (iii) 37,34, ou seja, bem distintos em cada um dos pontos analisados.

Ademais, também se considerou a variação desse parâmetro na telha enrijecida, sendo mantidas as mesmas constantes das telhas não enrijecidas, com o acréscimo, nestes exemplos, de três enrijecedores na alma ( $v_2 = 3$ ) e um enrijecedor em cada uma das mesas ( $v_3=1$ ). Com relação as medidas dos enrijecedores, tem-se a largura da parede intermediária ( $w_{mid}$ ) igual a 20,0 mm, a largura da parede inclinada ( $w_{incl}$ ) igual a 20,0 mm e a angulação ( $ang_3$ ) igual a  $36^\circ$ , valores estes semelhantes aos adotados para os enrijecedores nas telhas com parâmetro  $k_1$ . Apresenta-se os resultados referentes aos momentos críticos para esse parâmetro na Figura 5.9 e seus respectivos modos de flambagem BL, BDW e BD na Figura 5.10.

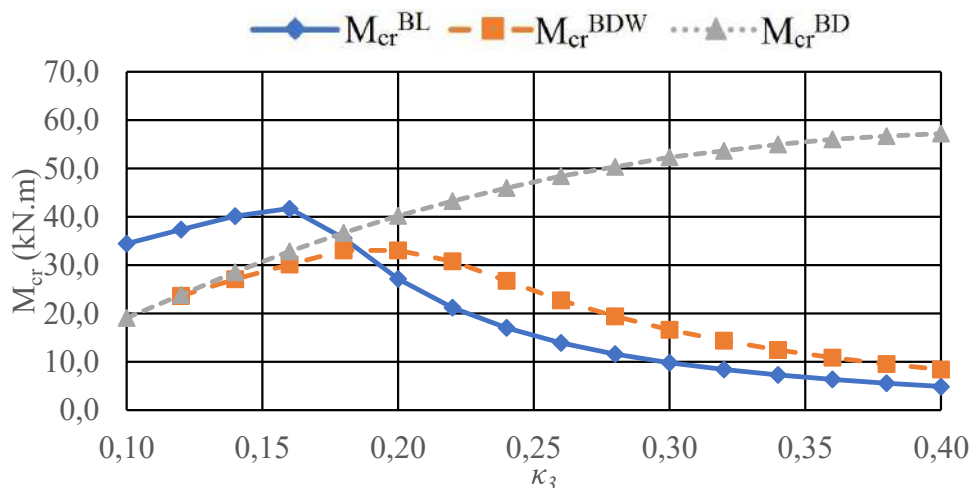


Figura 5.9 – Momentos críticos dos modos de flambagem BL, BDW e BD para a variação do parâmetro  $k_3$  relacionado a telha enrijecida

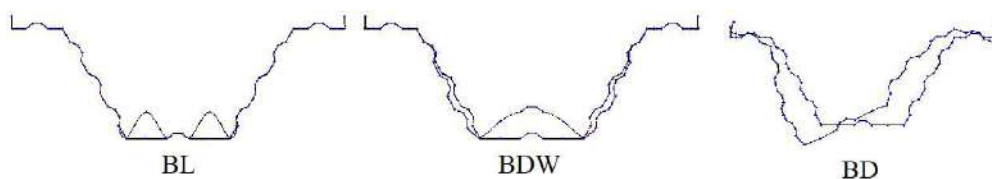


Figura 5.10 – Configuração dos modos BL, BDW e BD para a variação do parâmetro  $k_3$  relacionado a telha enrijecida

Com a adição dos enrijecedores nas telhas desenvolvidas a partir desse parâmetro, percebe-se uma grande variação nos valores das cargas críticas. Inicialmente, quando se considera os valores do modo BL, nota-se que a adição do enrijecedor na mesa inferior provoca o aumento da capacidade crítica desta telha nas variações iniciais desse parâmetro, sofrendo uma diminuição conforme a mesa inferior sofre um aumento da

largura, sendo este comportamento também presente quando se analisa as cargas críticas do modo BDW. Já em relação ao modo BD, ocorre um aumento contínuo das cargas críticas conforme ocorre a variação de  $k_3$ , devido, principalmente, a diminuição da largura da alma.

Para a análise não linear foram considerados os valores de  $k_3$  iguais a (i) 0,12, (ii) 0,16, (iii) 0,18, (iv) 0,30 e (v) 0,40. A escolha desses pontos foi baseada no intuito de analisar quando (i)  $M_{cr}^{BDW} \approx M_{cr}^{BD}$  e também início do desenvolvimento do modo BDW, (ii) início do decréscimo do  $M_{cr}^{BL}$ , (iii)  $M_{cr}^{BL} \approx M_{cr}^{BD}$ , (iv) modo BD distante dos outros modos e  $M_{cr}^{BL}$  com valor inferior as outras curvas, e (v)  $M_{cr}^{BDW}$  se aproximando de  $M_{cr}^{BL}$  e modo BD mais distante possível dos outros nessa variação de parâmetro.

#### 5.1.4. Número de enrijecedores trapezoidais na alma ( $v_2$ )

Observa-se na Figura 5.11 os resultados dos momentos críticos referentes a variação do número de enrijecedores trapezoidais presentes na alma destes perfis, representado pelo parâmetro  $v_2$ . Na Figura 5.12 apresenta-se os seus respectivos modos de flambagem. Neste caso optou-se por uma variação entre 0 a 5 enrijecedores, sendo mantidas constantes a presença de um enrijecedor tanto na mesa superior quanto na inferior ( $v_3 = 1$ ) em todos os exemplos, a largura da mesa superior igual a 120,0 mm e da mesa inferior igual a 136,0 mm, a angulação entre a mesa inferior e a alma ( $\theta$ ) igual a  $60^\circ$ , o parâmetro  $k_1$  igual a 0,74 e o  $k_3$  igual a 0,18. Com relação as medidas dos enrijecedores, tem-se a largura da parede intermediária ( $w_{mid}$ ) igual a 5,0 mm, a largura da parede inclinada ( $w_{incl}$ ) igual a 10,0 mm e a angulação ( $ang_3$ ) igual a  $45^\circ$ .

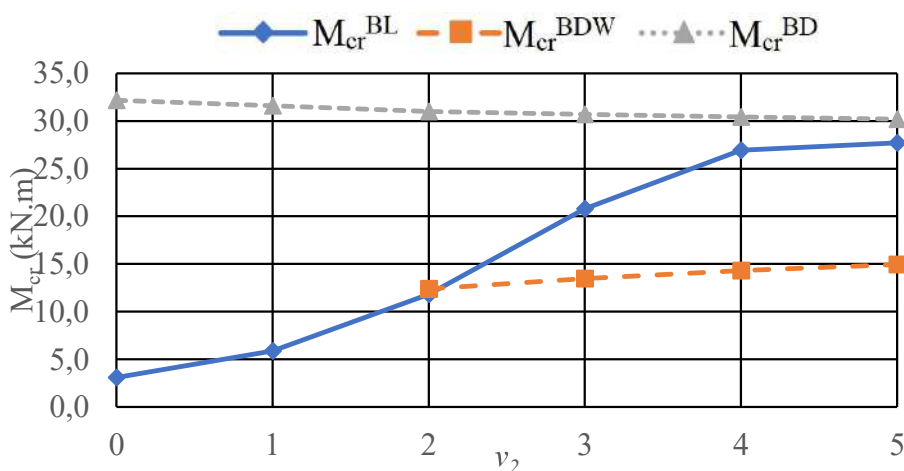


Figura 5.11 – Momentos críticos dos modos de flambagem BL, BDW e BD para a variação do parâmetro  $v_2$  relacionado a telha enrijecida

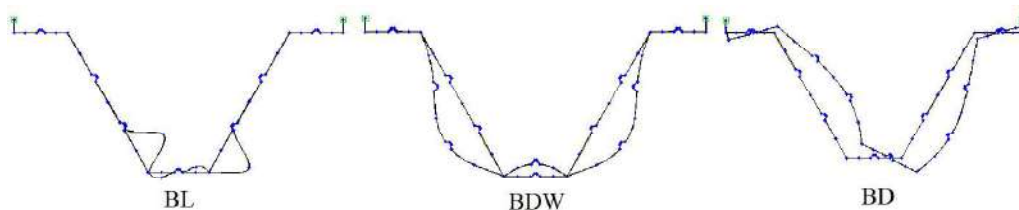


Figura 5.12 – Configuração dos modos BL, BDW e BD para a variação do parâmetro  $v_2$  relacionado a telha enrijecida

Assim, percebe-se que o aumento do número de enrijecedores na alma acarreta uma grande variação da capacidade crítica para o modo BL, sendo este comportamento crescente para todo o parâmetro. Quando se considera o modo BDW, esse comportamento também é perceptível, só que com um menor crescimento. Contudo, essa adição de enrijecedores não afeta muito as cargas críticas para o modo BD, ocorrendo apenas uma leve diminuição.

Com isso, procedeu-se pela análise não linear destas telhas através da consideração de valores de  $v_2$  iguais a (i) 0, (ii) 2 e (iii) 4 enrijecedores. Através dessa escolha buscou-se analisar os casos em que (i) não havia a presença do modo BDW, (ii)  $M_{cr}^{BL} \approx M_{cr}^{BDW}$  e início do desenvolvimento do modo BDW, e (iii) caso em que  $M_{cr}^{BL}$  tem valor próximo do  $M_{cr}^{BD}$ .

#### 5.1.5. Número de enrijecedores trapezoidais na mesa inferior ( $v_3$ )

A Figura 5.13 apresenta os resultados dos momentos críticos relativos a variação do número de enrijecedores trapezoidais presentes na mesa inferior desses perfis, representado pelo parâmetro  $v_3$ , sendo considerada para este estudo uma variação de 0 a 5 enrijecedores. Na Figura 5.14 apresenta-se os seus respectivos modos de flambagem. Neste caso mantiveram-se constantes a presença de um enrijecedor na mesa superior e cinco enrijecedores na alma ( $v_2 = 5$ ) em todos os exemplos, bem como, a largura da mesa superior igual a 120,0 mm e da alma igual a 343,0 mm, a angulação entre a mesa inferior e a alma ( $\theta$ ) igual a  $60^\circ$ , o parâmetro  $k_1$  igual a 0,74 e o  $k_3$  igual a 0,18. Com relação as medidas dos enrijecedores, tem-se que a largura da parede intermediária ( $w_{mid}$ ) media 5,0 mm, a largura da parede inclinada ( $w_{incl}$ ) media 10,0 mm e a angulação ( $ang_3$ ) era igual a  $45^\circ$ .



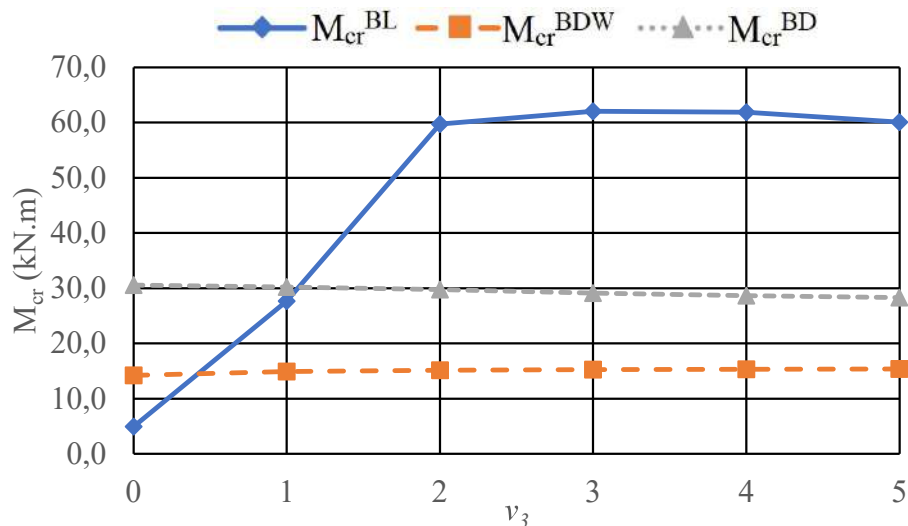


Figura 5.13 – Momentos críticos dos modos de flambagem BL, BDW e BD para a variação do parâmetro  $v_3$  relacionado a telha enrijecida

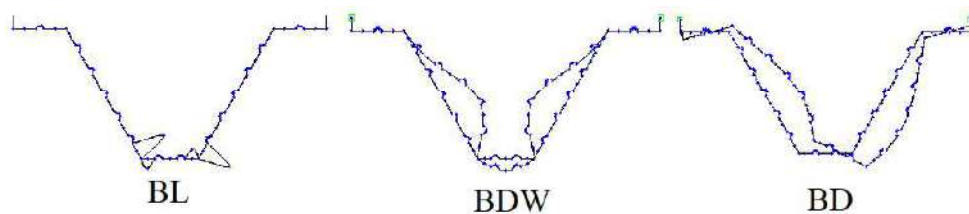


Figura 5.14 – Configuração dos modos BL, BDW e BD para a variação do parâmetro  $v_3$  relacionado a telha enrijecida

Com base nestes resultados, verifica-se que a presença de enrijecedores na mesa inferior afeta pouco as cargas críticas de BDW e BD. Com relação ao modo BL, tem-se que a partir da presença de dois enrijecedores passa a não afetar tanto a capacidade desse modo, visto que a sua configuração de deformada passa a ser governada pela alma desses perfis.

A partir disso, considerou-se os valores de  $v_3$  iguais a (i) 0, (ii) 1 e (iii) 2 enrijecedores para a análise de flambagem inelástica, tendo como justificativa (i) caso em que  $M_{cr}^{BL}$  é inferior aos valores críticos dos outros modos, (ii)  $M_{cr}^{BL}$  muito próximo de  $M_{cr}^{BD}$  e (iii) início de estabilização dos valores de  $M_{cr}^{BL}$ .

#### 5.1.6. Distribuição dos enrijecedores trapezoidais na alma (*attractor*)

O parâmetro *attractor* refere-se à variação da localização dos enrijecedores trapezoidais na alma das telhas, em outras palavras, considera o quão próximo estes enrijecedores estão das mesas do perfil, sendo considerado neste estudo variações entre 0,5 e 2,0, na qual valor igual a 1,0 representa a distribuição mais homogênea desses

enrijecedores. Os resultados referentes aos momentos críticos são apresentados na Figura 5.15 e na Figura 5.16 os seus respectivos modos de flambagem BL, BDW e BD.

Neste caso, mantiveram-se constantes a presença de três enrijecedores na alma ( $v_2=3$ ) e um enrijecedor tanto na mesa superior quanto na inferior ( $v_3 = 1$ ), a largura da mesa superior igual a 120,0 mm, da mesa inferior igual 152,0 mm e da alma igual a 343,0 mm, a angulação entre a mesa inferior e a alma ( $\theta$ ) igual a  $60^\circ$ , o parâmetro  $k_1$  igual a 0,74 e o  $k_3$  igual a 0,18. Com relação as medidas dos enrijecedores, tem-se que as larguras das paredes intermediárias ( $w_{mid}$ ) e inclinadas ( $w_{incl}$ ) mediam 20,0 mm e a angulação ( $ang_3$ ) era igual a  $36^\circ$ .

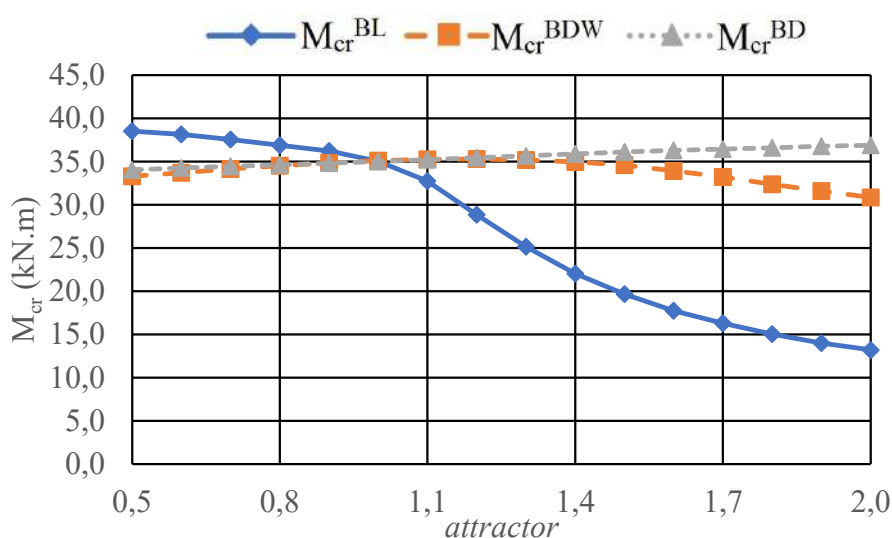


Figura 5.15 – Momentos críticos dos modos de flambagem BL, BDW e BD para a variação do parâmetro *attractor* relacionado a telha enrijecida

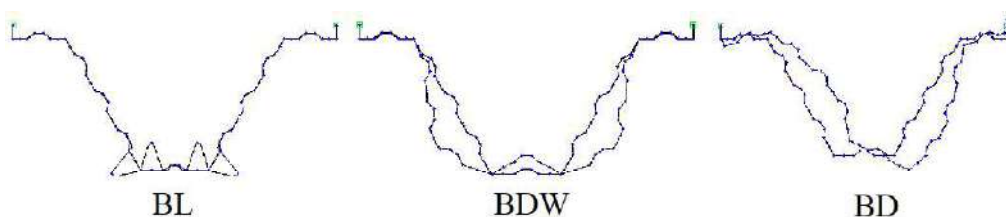


Figura 5.16 – Configuração dos modos BL, BDW e BD para a variação do parâmetro *attractor* relacionado a telha enrijecida

A partir dessas constatações, nota-se que conforme a distribuição dos enrijecedores na alma se distancia da mesa inferior, as cargas críticas do modo BL tendem a sofrer uma grande diminuição, já em relação ao modo BD, a sua capacidade crítica tende a aumentar. Além disso, devido a presença de um ponto de máximo na região central do gráfico da curva de BDW, depende-se que uma distribuição mais uniforme dos enrijecedores desencadeiam cargas críticas superiores.

Assim, procedeu-se pela análise não linear dos valores do *attractor* iguais a (i) 0,5, (ii) 1,0, (iii) 1,5 e (iv) 2,0. Dessa forma, buscou-se avaliar os pontos em que (i)  $M_{cr}^{BDW} \approx M_{cr}^{BD}$ , (ii)  $M_{cr}^{BL} = M_{cr}^{BDW} = M_{cr}^{BD}$ , (iii)  $M_{cr}^{BDW}$  tem valor próximo de  $M_{cr}^{BD}$  e (iv) os modos BL, BDW e BD apresentam os valores críticos mais distantes entre si.

#### 5.1.7. Largura da parede inclinada nos enrijecedores trapezoidais ( $w_{incl}$ )

A Figura 5.17 apresenta os resultados dos momentos críticos relativos a variação da largura da parede inclinada nos enrijecedores trapezoidais desses perfis, representado pelo parâmetro  $w_{incl}$ , sendo considerada para este estudo uma variação entre 2,0 e 22,0 mm. Na Figura 5.18 apresenta-se os seus respectivos modos de flambagem. Neste caso mantiveram-se constantes a presença de três enrijecedores na alma ( $v_2 = 3$ ) e um enrijecedor tanto na mesa superior quanto na inferior ( $v_3 = 1$ ), distribuição homogênea dos enrijecedores na alma (*attractor* = 1,0), bem como a angulação entre a mesa inferior e a alma ( $\theta$ ) igual a  $60^\circ$ , o parâmetro  $k_1$  igual a 0,74 e o  $k_3$  igual a 0,18. Com relação as medidas dos enrijecedores, tem-se que a largura da parede intermediária ( $w_{mid}$ ) media 5,0 mm e a angulação ( $ang_3$ ) era igual a  $45^\circ$ . Já em relação as larguras da alma, mesa superior e inferior, estas sofreram diminuição conforme se aumentava a largura da parede inclinada do enrijecedor, mas como valores iniciais para o estudo, admitiu-se que cada uma das larguras media, respectivamente, 361,0 mm, 125,0 mm e 159,0 mm.

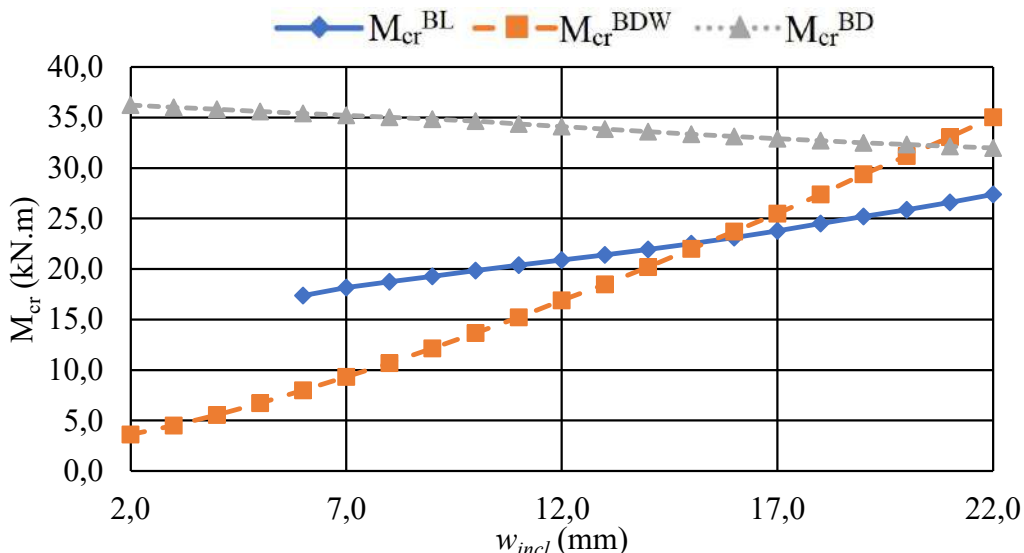


Figura 5.17 – Momentos críticos dos modos de flambagem BL, BDW e BD para a variação do parâmetro  $w_{incl}$  relacionado a telha enrijecida

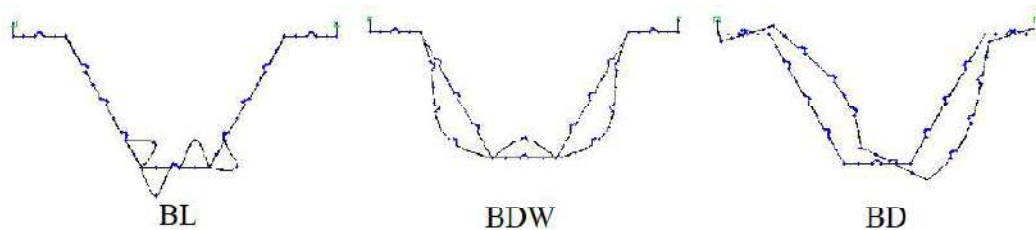


Figura 5.18 – Configuração dos modos BL, BDW e BD para a variação do parâmetro  $w_{incl}$  relacionado a telha enrijecida

Considerando o exposto, verifica-se que o aumento da largura da parede inclinada dos enrijecedores possui grande influência nas cargas críticas dos modos analisados, visto que, BL e BDW apresentam um aumento contínuo e exacerbado conforme este parâmetro se desenvolve. Contudo, ao se considerar o modo BD, sua capacidade crítica diminui conforme se aumenta a largura do enrijecedor.

Assim, as análises não lineares foram feitas tendo como exemplo os valores de  $w_{incl}$  iguais a (i) 2,0, (ii) 6,0, (iii) 15,0, (iv) 20,0 e (v) 22,0 mm. Essa gama de valores se justifica com o intuito de obter uma boa representação deste comportamento através da consideração dos pontos em que (i)  $M_{cr}^{BDW}$  e  $M_{cr}^{BD}$  estão os mais distantes possíveis e não há a presença do modo BL, (ii) início de desenvolvimento do modo BL, (iii)  $M_{cr}^{BL} \approx M_{cr}^{BDW}$ , (iv)  $M_{cr}^{BDW} \approx M_{cr}^{BD}$ , e (v) caso em que os valores críticos de BL e BD estão os mais próximos, bem como o modo BDW apresenta maior valor.

#### 5.1.8. Largura da parede intermediária nos enrijecedores trapezoidais ( $w_{mid}$ )

A Figura 5.19 apresenta os resultados dos momentos críticos relativos a variação da largura da parede intermediária nos enrijecedores trapezoidais desses perfis, representado pelo parâmetro  $w_{mid}$ , sendo considerada para este estudo uma variação entre 2,0 e 22,0 mm. Na Figura 5.20 apresenta-se os seus respectivos modos de flambagem. Neste caso mantiveram-se constantes a presença de três enrijecedores na alma ( $v_2 = 3$ ), um enrijecedor tanto na mesa superior quanto na inferior ( $v_3 = 1$ ), a distribuição homogênea dos enrijecedores na alma ( $attractor = 1,0$ ), a largura da mesa superior igual a 114,0 mm, da mesa inferior igual 148,0 mm e da alma igual a 329,0 mm, a angulação entre a mesa inferior e a alma ( $\theta$ ) igual a  $60^\circ$ , o parâmetro  $k_1$  igual a 0,74 e o  $k_3$  igual a 0,18. Com relação as medidas dos enrijecedores, tem-se que a largura da parede inclinada ( $w_{incl}$ ) media 20,0 mm e a angulação ( $ang_3$ ) era igual a  $45^\circ$ .

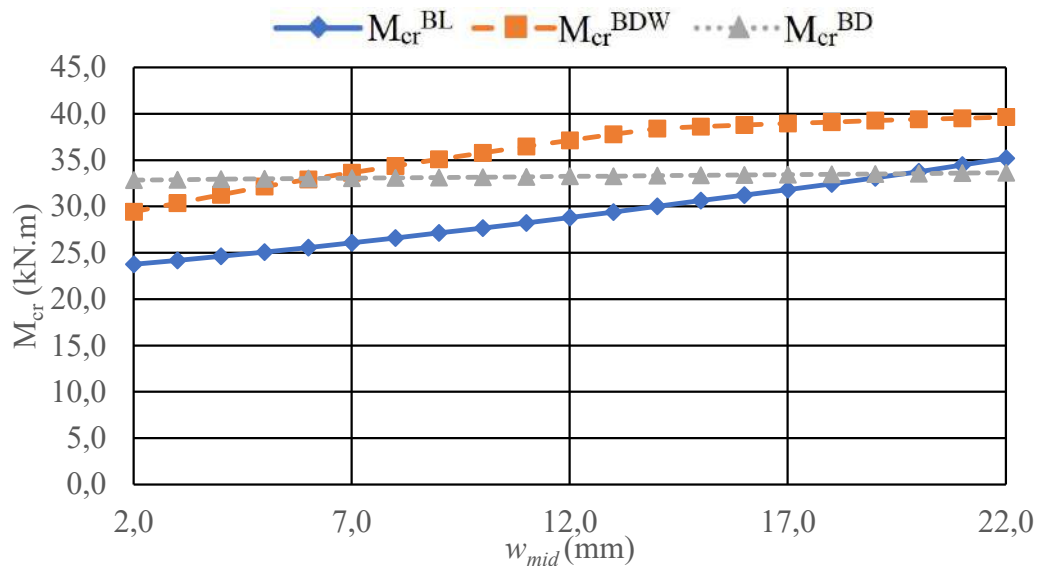


Figura 5.19 – Momentos críticos dos modos de flambagem BL, BDW e BD para a variação do parâmetro  $w_{mid}$  relacionado a telha enrijecida

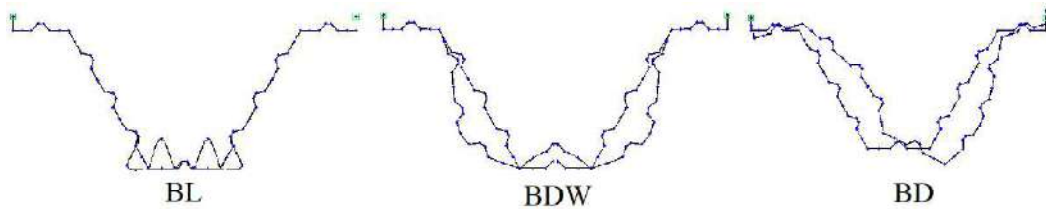


Figura 5.20 – Configuração dos modos BL, BDW e BD para a variação do parâmetro  $w_{mid}$  relacionado a telha enrijecida

Com base nisto, nota-se um crescimento das cargas críticas para os modos BL e BDW conforme ocorre o aumento da largura da parede intermediária do enrijecedor. Já em relação ao modo BD, sua capacidade manteve-se praticamente constante durante toda a variação desse parâmetro.

Dessa forma, considerou-se os valores de  $w_{mid}$  iguais a (i) 2,0, (ii) 6,0, (iii) 15,0, (iv) 20,0 e (v) 22,0 mm. A escolha desses pontos justifica-se pois nestes casos (i) valor crítico do modo BDW é inferior a BD, (ii)  $M_{cr}^{BDW} = M_{cr}^{BD}$ , (iii) região de início de estabilização dos valores  $M_{cr}^{BDW}$ , (iv)  $M_{cr}^{BD} \approx M_{cr}^{BL}$  e (v) valor crítico do modo BL é superior a BD.

### 5.1.9. Angulação dos enrijecedores trapezoidais ( $ang_3$ )

A Figura 5.21 apresenta os resultados dos momentos críticos relativos a variação da angulação dos enrijecedores trapezoidais desses perfis, representado pelo parâmetro  $ang_3$ , sendo considerada para este estudo uma variação entre 30 e 70°. Na Figura 5.22 apresenta-se os seus respectivos modos de flambagem. Neste caso mantiveram-se constantes a presença de três enrijecedores na alma ( $v_2 = 3$ ), um enrijecedor tanto na mesa superior quanto na inferior ( $v_3 = 1$ ), a distribuição homogênea dos enrijecedores na alma

( $attractor=1,0$ ), a angulação entre a mesa inferior e a alma ( $\theta$ ) igual a  $60^\circ$ , o parâmetro  $k_1$  igual a 0,74 e o  $k_3$  igual a 0,18. Com relação as medidas dos enrijecedores, tem-se que as larguras das paredes inclinadas ( $w_{incl}$ ) intermediárias ( $w_{mid}$ ) mediam 20,0 mm. Já em relação as larguras da alma, mesa superior e inferior, estas diminuiram conforme se aumentava a angulação, mas como valores iniciais para esse estudo, tem-se que cada uma dessas larguras media, respectivamente, 348,0 mm, 120,0 mm e 155,0 mm.

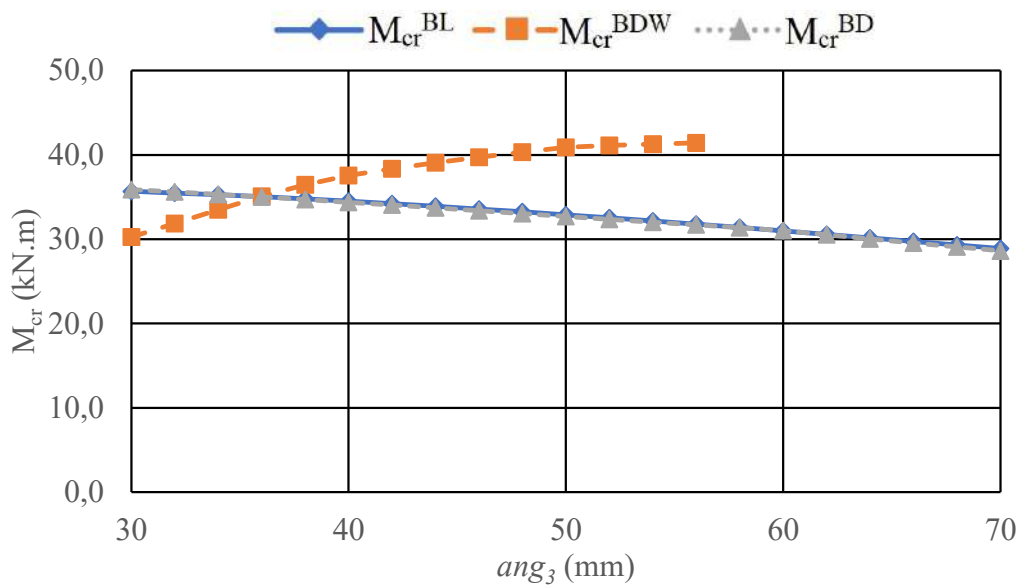


Figura 5.21 – Momentos críticos dos modos de flambagem BL, BDW e BD para a variação do parâmetro  $ang_3$  relacionado a telha enrijecida

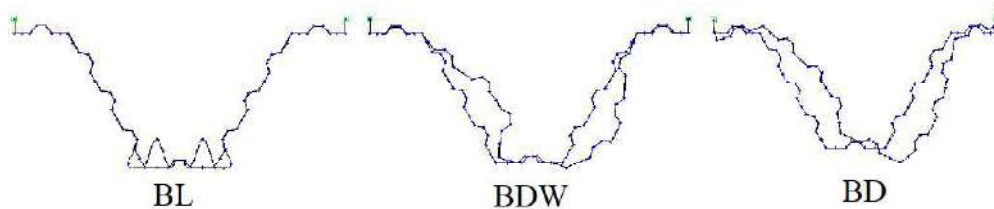


Figura 5.22 – Configuração dos modos BL, BDW e BD para a variação do parâmetro  $ang_3$  relacionado a telha enrijecida

Assim, percebe-se que a variação da angulação para os enrijecedores acarretam, nos modos BL e BD, cargas críticas praticamente iguais, sofrendo uma diminuição conforme se aumenta os valores do parâmetro. Já em relação ao modo BDW, sua capacidade crítica possui um aumento constante.

Dessa forma, para as análises não lineares, optou-se pela consideração dos valores de  $ang_3$  iguais a (i) 30, (ii) 36, (iii) 40, (iv) 50 e (v) 56°. Neste caso todos os parâmetros apresentaram valores para os momentos críticos dos modos BD e BL iguais ou muito próximos entre si. Dessa forma, buscou-se analisar as regiões com base, principalmente, no modo BDW em que (i)  $M_{cr}^{BDW}$  menor do que o crítico dos outros modos, (ii)

$M_{cr}^{BL}=M_{cr}^{BDW}=M_{cr}^{BD}$ , (iii)  $M_{cr}^{BDW}$  próximo dos modos BL e BD, (iv) distanciamento dos valores críticos do modo BDW em relação aos outros (v) último ponto em que se desenvolve o modo BDW.

#### 5.1.10. Angulação entre mesa inferior e alma ( $\theta_1$ )

A Figura 5.23 apresenta os resultados dos momentos críticos relativos a variação da angulação entre mesa inferior e alma para as telhas enrijecidas, representado pelo parâmetro  $\theta_1$ , sendo considerada para este estudo uma variação entre 30 e 90°. Na Figura 5.24 apresenta-se os seus respectivos modos de flambagem Neste caso mantiveram-se constantes a presença de três enrijecedores na alma ( $v_2 = 3$ ), um enrijecedor tanto na mesa superior quanto na inferior ( $v_3 = 1$ ) e distribuição homogênea dos enrijecedores na alma (*attractor* = 1,0), bem como, a largura da mesa superior igual a 118,0 mm, da mesa inferior igual 151,0 mm e da alma igual a 339,0 mm, o parâmetro  $k_1$  igual a 0,74 e o  $k_3$  igual a 0,18. Com relação as medidas dos enrijecedores, a parede inclinada ( $w_{incl}$ ) e a intermediária ( $w_{mid}$ ) mediam 20,0 mm e a angulação ( $ang_3$ ) era de 36°.

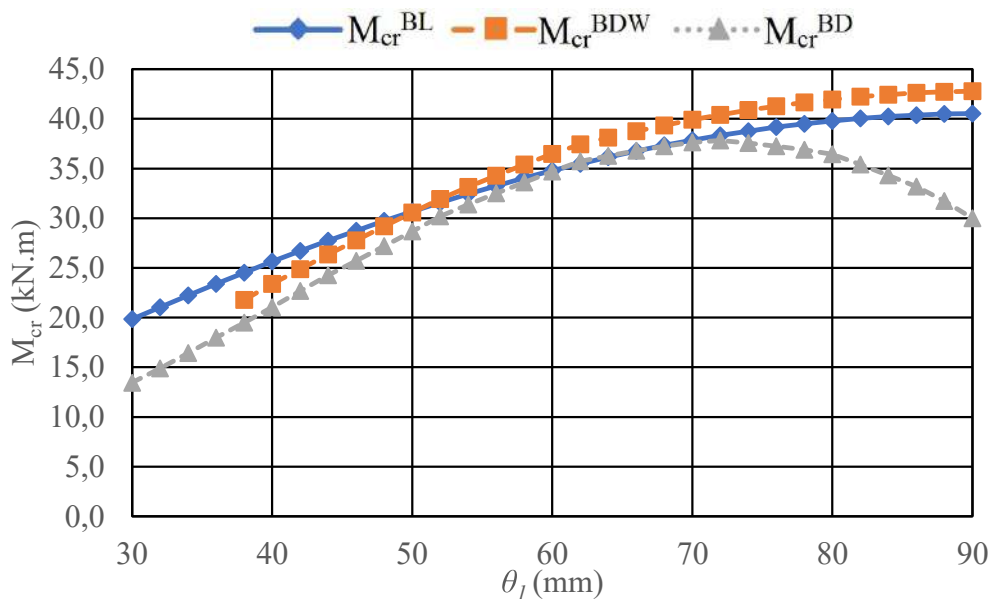


Figura 5.23 – Momentos críticos dos modos de flambagem BL, BDW e BD para a variação do parâmetro  $\theta_1$  relacionado a telha enrijecida

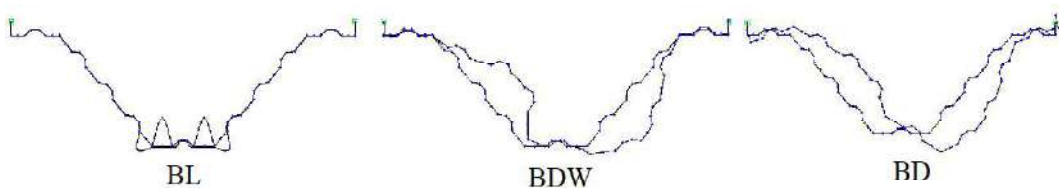


Figura 5.24 – Configuração dos modos BL, BDW e BD para a variação do parâmetro  $\theta_1$  relacionado a telha enrijecida

Assim, depreende-se que as cargas críticas tendem a aumentar para todos os modos conforme se aumenta a angulação entre as mesas inferiores e a alma das telhas enrijecidas. Destoando deste comportamento, apenas o modo BD, que a partir de 72° começa a sofrer uma diminuição de sua capacidade.

A partir disso, considerou-se os valores de  $\theta_l$  iguais a (i) 30, (ii) 40, (iii) 50, (iv) 60, (v) 70, (vi) 80 e (vii) 90°, buscando assim analisar essas seções a partir das seguintes considerações: (i) não desenvolvimento do modo BDW, (ii) proximidade dos valores críticos entre os modos com  $M_{cr}^{BL} > M_{cr}^{BDW} > M_{cr}^{BD}$ , (iii)  $M_{cr}^{BL} = M_{cr}^{BDW}$ , (iv)  $M_{cr}^{BL} = M_{cr}^{BD}$ , (v)  $M_{cr}^{BL} \approx M_{cr}^{BD}$ , (vi) distanciamento do modo BD dos outros modos (vii) valor crítico para o modo BDW com maior diferença em relação ao BD.

#### 5.1.11. Quadro-resumo variação dos parâmetros adotados na telha autoportante

Apresenta-se na Tabela 5-1 um quadro-resumo referente a variação de cada um dos parâmetros utilizados nesse estudo, bem como, a determinação dos valores adotados para a geração dos modelos analisados de telhas autoportantes.

Tabela 5-1: Variação dos parâmetros para a geometria das telhas autoportantes

<b>Parâmetro</b>	<b>Varição</b>	<b>Adotado</b>
$\theta$	30° – 90°	60°
$k_1$	0,50 – 0,90	0,74
$k_3$	0,10 – 0,30	0,18
$v_2$	0 – 5	3
$v_3$	0 – 5	1
<i>attractor</i>	0,5 – 2,0	1,0
$w_{incl}$	2,0 mm – 22,0 mm	20,0 mm
$w_{mid}$	2,0 mm – 22,0 mm	20,0 mm
$ang_3$	30° – 70°	36°
$\theta_l$	30° – 90°	72°

## 5.2. Análise Inelástica das Telhas Autoportantes com Base no MEF de elementos de casca

Com relação à análise pelo programa Ansys, tem-se que inicialmente realizou-se a análise linear de flambagem para a determinação dos autovalores e autovetores destas seções com o intuito de comparar os resultados obtidos pelos MFF e MEF quando se consideram as configurações de deformada dos modos de flambagem, bem como os fatores de carga.



A Tabela 5-2 mostra este comparativo de resultados relativos ao MFF e MEF, do qual se pode observar um bom acordo para todos os modos distorcionais (BDF, BDW e BD) com diferença máxima de 3,5% para o caso de BDW. Contudo, quando se consideram os valores relativos ao modo BL, percebe-se uma diferença de 11,2%, sendo isto decorrente das variações obtidas entre os dois métodos, principalmente, para o caso específico das telhas sem enrijecedores, em que nestes casos, o MEF subestimou de forma exacerbada os fatores de carga relativos ao modo BL em relação ao MFF. Os resultados dessa avaliação para cada um dos parâmetros encontram-se no Anexo B dessa dissertação.

Tabela 5-2: Comparação de resultados na análise de flambagem elástica entre MEF e MFF para momento de flexão de compressão inferior

Modos de flambagem	MEF/MFF		
	Média	Desvio padrão	Coefficiente de variação
BL	0,888	0,162	0,183
BDF	0,985	0,002	0,002
BDW	0,994	0,162	0,163
BD	0,965	0,018	0,018

Baseado nos resultados entre o MFF e MEF, em que a média dos valores de cada um dos modos de flambagem apresentaram, em sua maioria, uma boa concordância, pode-se então dar prosseguimento a análise não linear, pelo método incremental de Newton-Raphson combinado com a estratégia do comprimento com arco, para o cálculo dos momentos de resistência desses perfis.

As Figura 5.25 a Figura 5.28 apresentam os resultados das análises não lineares através de um gráfico relacionando os deslocamentos com as tensões de cisalhamento, bem como os mecanismos de colapso para os seus respectivos modos de flambagem BL, BDF, BDW e BD, sendo que estes são considerados de forma isolada nestes modelos. Conforme apresentado no Capítulo 4, a aplicação do momento foi feita no contorno das seções transversais em cada um dos seus extremos longitudinais, além de ter sido aplicada uma restrição de deslocamento horizontal no topo da aba vertical desses perfis.

Percebe-se nesses casos, que não ocorre um decréscimo repentino das tensões de cisalhamento nas análises realizadas, podendo significar um mecanismo de colapso brusco dessas seções, necessitando de comprovação experimental.

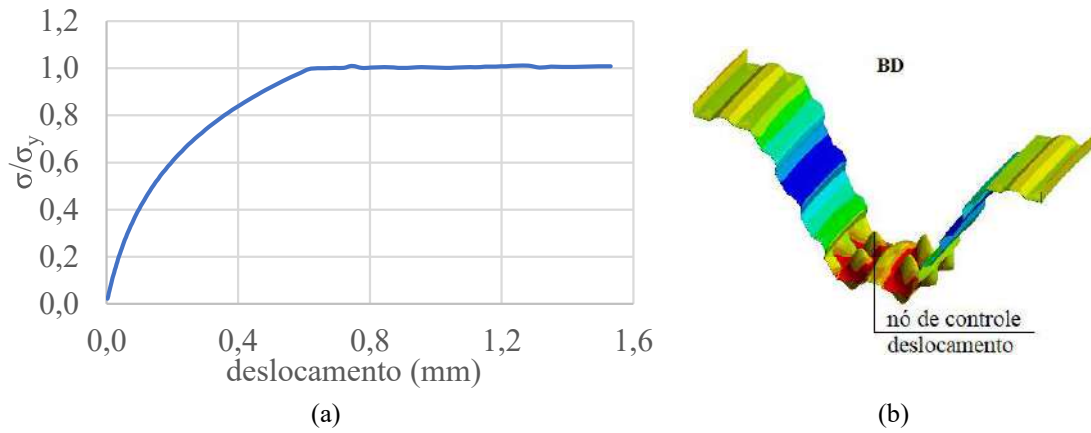


Figura 5.25 – Resultados das análises não lineares pelo MEF considerando o modo de flambagem BL: (a) gráfico de deslocamento por tensão de cisalhamento e (b) tensões de cisalhamento na seção

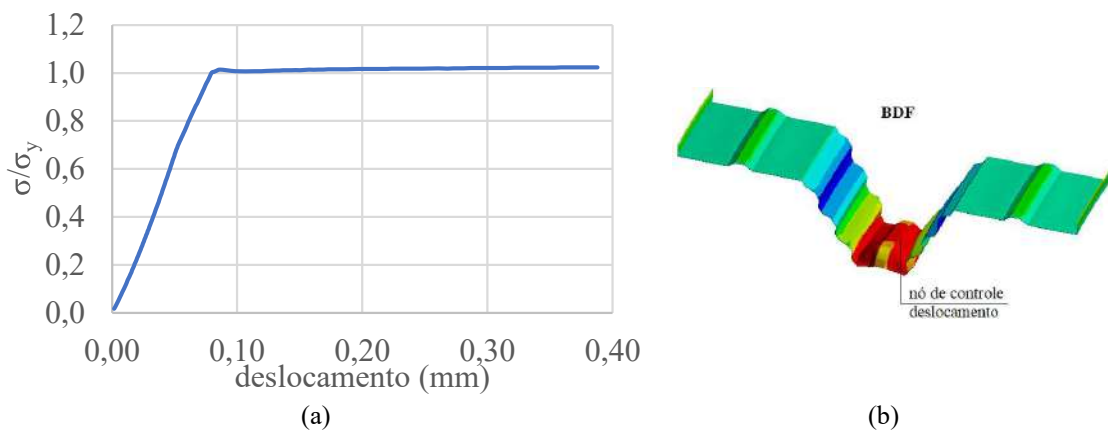


Figura 5.26 – Resultados das análises não lineares pelo MEF considerando o modo de flambagem BDF: (a) gráfico de deslocamento por tensão de cisalhamento e (b) tensões de cisalhamento na seção

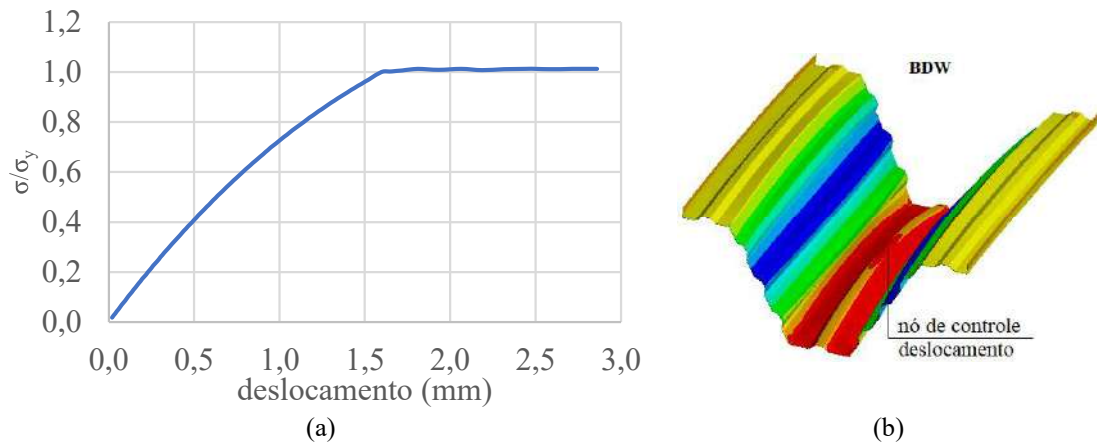


Figura 5.27 – Resultados das análises não lineares pelo MEF considerando o modo de flambagem BDW: (a) gráfico de deslocamento por tensão de cisalhamento e (b) tensões de cisalhamento na seção

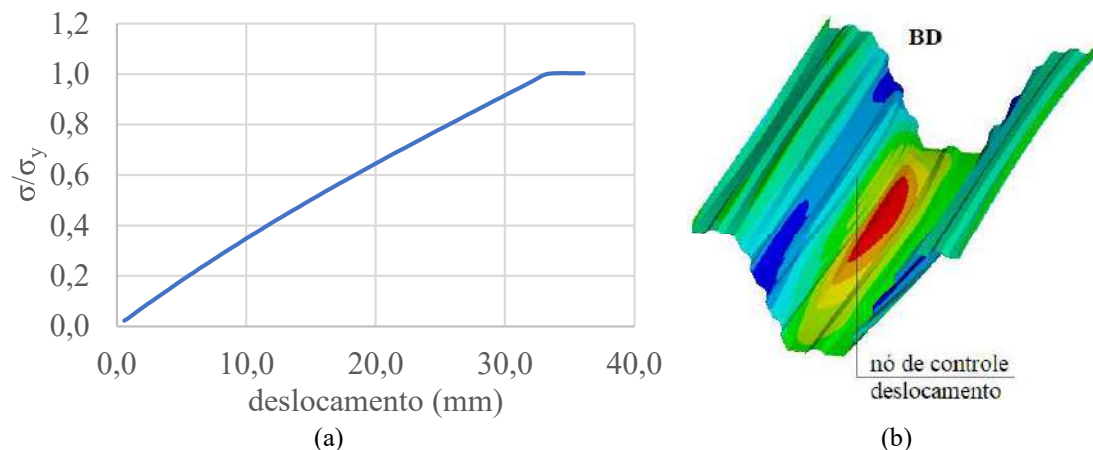


Figura 5.28 – Resultados das análises não lineares pelo MEF considerando o modo de flambagem BD: (a) gráfico de deslocamento por tensão de cisalhamento e (b) tensões de cisalhamento na seção

### 5.3. Comparativo entre Momento Crítico pelo MFF e Momento de Resistência pelo MEF

A abordagem pelo Método das Faixas Finitas adota a hipótese de que as telhas autoportantes são projetadas a partir de um procedimento semiautomático baseado em critérios de momentos críticos e vários parâmetros geométricos. Essa metodologia tem duas limitações óbvias: (i) não há a garantia de que a solução encontrada para determinado parâmetro representa as melhores formas de seção e (ii) o estudo destes perfis pela consideração do momento crítico não revela a influência de possíveis interações modais, em outras palavras, não fica claro se os pontos de maiores valores são as "melhores soluções".

Observando-se os resultados das Figura 5.29 a Figura 5.37, percebe-se que o  $M_{cr}^{BD}$  não é dominante, exceto em condições muito específicas. No entanto, o  $M_R^{BD}$  parece ser o critério mais importante para o dimensionamento destas telhas a partir desse conjunto de geometrias, visto possuir os menores valores de resistência.

A Figura 5.29 compara momentos críticos e de resistência com o número e a distribuição dos enrijecedores no perfil. Note-se na Figura 5.29 que: (i)  $M_R^{BL} \approx M_R^{BDW}$  onde o número de enrijecedores na alma é igual a dois ( $v_2 = 2$ ), (ii)  $M_R^{BL}$  tem valor próximo de  $M_R^{BDW}$  para  $v_2$  igual a 4 mesmo com seus momentos críticos possuindo valores bem distintos, e (iii) houve um crescimento de  $M_R^{BD}$  mesmo com o  $M_{cr}^{BD}$  mantendo-se praticamente constante. Da Figura 5.30, toma-se que (i)  $M_R^{BDW} \approx M_R^{BD}$  quando não há enrijecedores na mesa inferior ( $v_3 = 0$ ) e (ii) houve um crescimento dos valores de  $M_R^{BL}$ ,  $M_R^{BDW}$  e  $M_R^{BD}$ , a despeito da questão que apenas o modo BL teve um

aumento dos seus momentos críticos no intervalo. Na Figura 5.31 mostra-se que (i) para valores de *attractor* iguais a 0,5 e 1,0 o  $M_R^{BL} \approx M_R^{BDW}$ , (ii) para o *attractor* igual a 2,0, o  $M_R^{BDW} \approx M_R^{BD}$ , e (iii) os momentos de resistência de BL e BDW sofreram um decréscimo na variação desse parâmetro. A partir desses resultados, percebe-se que nas regiões onde  $M_{cr}^{BL}$  é dominante existe a tendência de redução nos valores de  $M_R^{BDW}$  e  $M_R^{BD}$ .

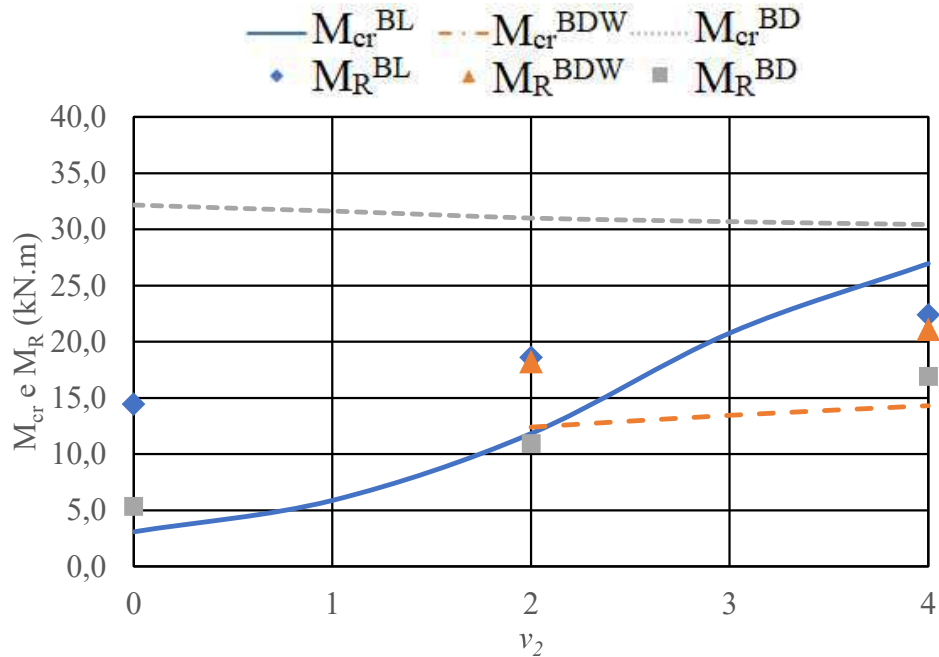


Figura 5.29 – Sensibilidade de resultados relativos a momento crítico ( $M_{cr}$ ) e de resistência ( $M_R$ ) na telha autoportante para o número de enrijecedores trapezoidais na alma ( $v_2$ )

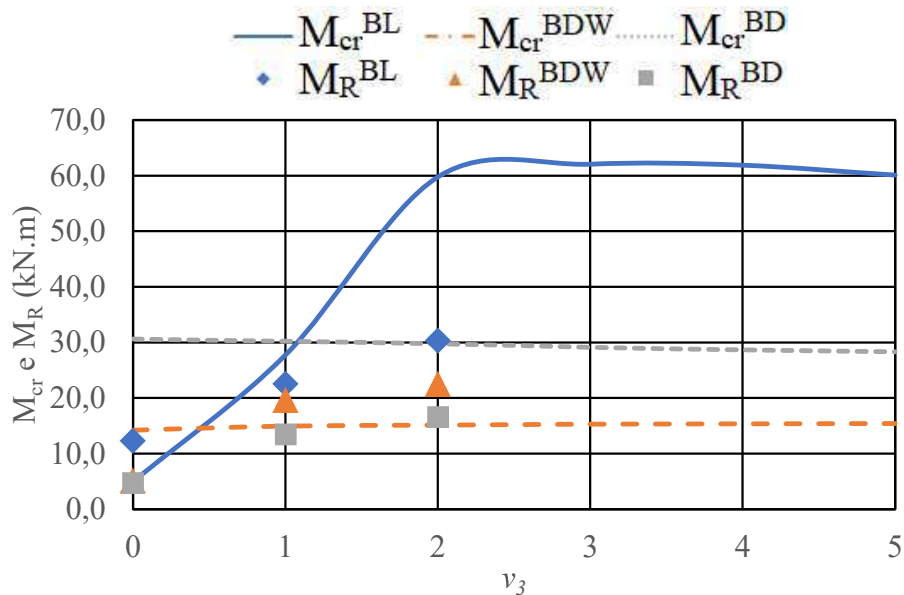


Figura 5.30 – Sensibilidade de resultados relativos a momento crítico ( $M_{cr}$ ) e de resistência ( $M_R$ ) na telha autoportante para o número de enrijecedores trapezoidais na mesa inferior ( $v_3$ )

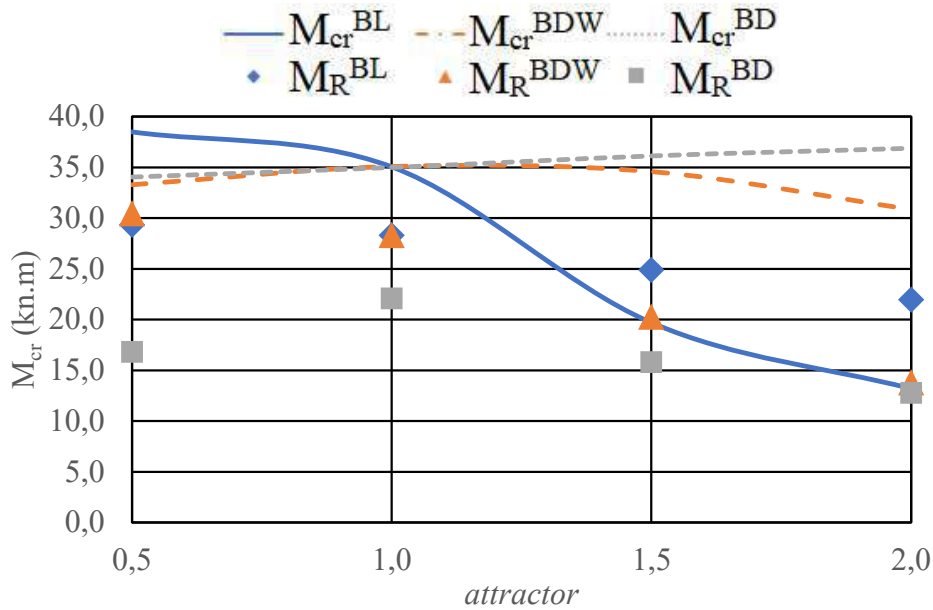


Figura 5.31 – Sensibilidade de resultados relativos a momento crítico ( $M_{cr}$ ) e de resistência ( $M_R$ ) na telha autoportante para a distribuição dos enrijecedores trapezoidais na alma (*attractor*)

A Figura 5.32 mostra a comparação entre  $M_{cr}$  e  $M_R$  quando é analisada a variação dos parâmetros geométricos nos enrijecedores. Na Figura 5.32, verifica-se que  $M_R^{BL} \approx M_R^{BDW}$  para  $w_{incl}$  igual a 15 mm e quando se considera  $w_{incl}$  iguais a 20 e 22 mm, seus momentos de resistência possuem valores próximos. Novamente, percebe-se que a taxa de variação do  $M_R$  para modos distorcionais é reduzida no intervalo em que o modo Local torna-se dominante. Esse comportamento não é claramente notado nas Figura 5.33 e Figura 5.34, em que no primeiro caso pode ser atribuído ao constante domínio, ou muito próximo, do Modo Local neste intervalo, e no segundo pela questão de  $M_{cr}^{BL} \approx M_{cr}^{BD}$  por toda a variação do parâmetro.

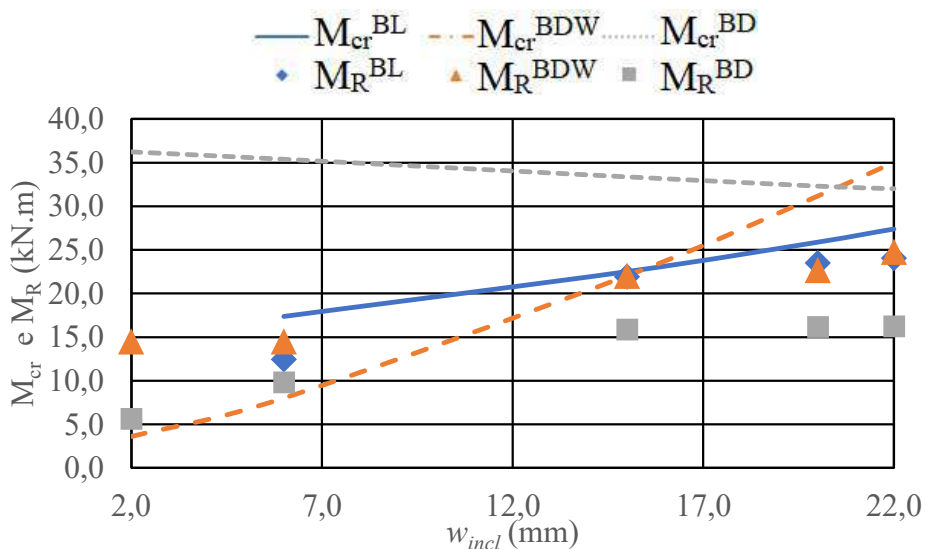


Figura 5.32 – Sensibilidade de resultados relativos a momento crítico ( $M_{cr}$ ) e de resistência ( $M_R$ ) na telha autoportante para a largura da parede inclinada nos enrijecedores trapezoidais ( $w_{incl}$ )

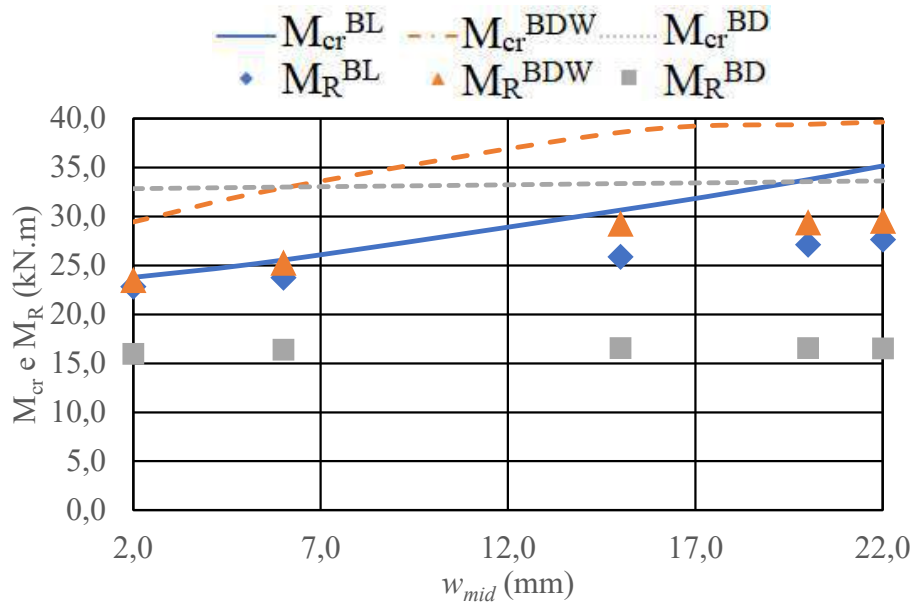


Figura 5.33 – Sensibilidade de resultados relativos a momento crítico ( $M_{cr}$ ) e de resistência ( $M_R$ ) na telha autoportante para a largura da parede intermediária nos enrijecedores trapezoidais ( $w_{mid}$ )

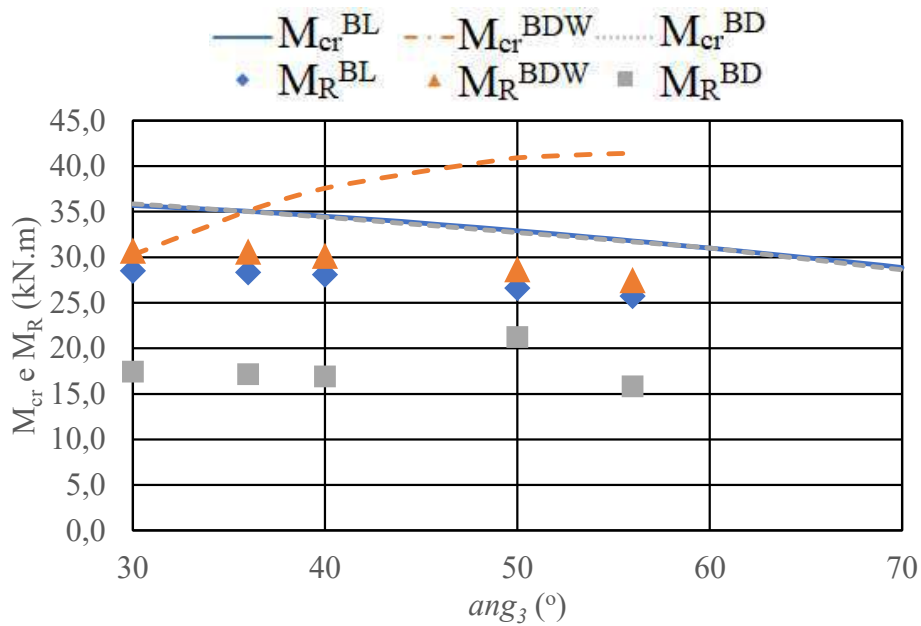


Figura 5.34 – Sensibilidade de resultados relativos a momento crítico ( $M_{cr}$ ) e de resistência ( $M_R$ ) na telha autoportante para a angulação dos enrijecedores trapezoidais ( $ang_3$ )

A Figura 5.35 mostra três exemplos da influência dos parâmetros geométricos da telha autoportante em  $M_{cr}$  e  $M_R$ . Na Figura 5.35, observa-se que o  $M_{cr}^{BD}$  é o máximo para  $\theta \approx 70^\circ$ , enquanto  $M_R^{BD}$  é o máximo para  $\theta \approx 80^\circ$ . Como hipótese, atribui-se essa diferença entre os máximos à distância melhorada entre as curvas  $M_{cr}^{BL}$  e  $M_{cr}^{BD}$ . Na Figura 5.36, nota-se que os valores de  $M_R^{BL}$  crescem constantemente mesmo com  $M_{cr}^{BL}$  diminuindo durante toda a variação do parâmetro  $k_l$ , já  $M_R^{BDW}$  cresce em concordância com os valores de  $M_{cr}^{BDW}$ . Na Figura 5.37, percebe-se apenas na variação final do parâmetro  $k_3$ , uma grande discrepância entre os resultados de  $M_R^{BDW}$  e  $M_{cr}^{BDW}$ .

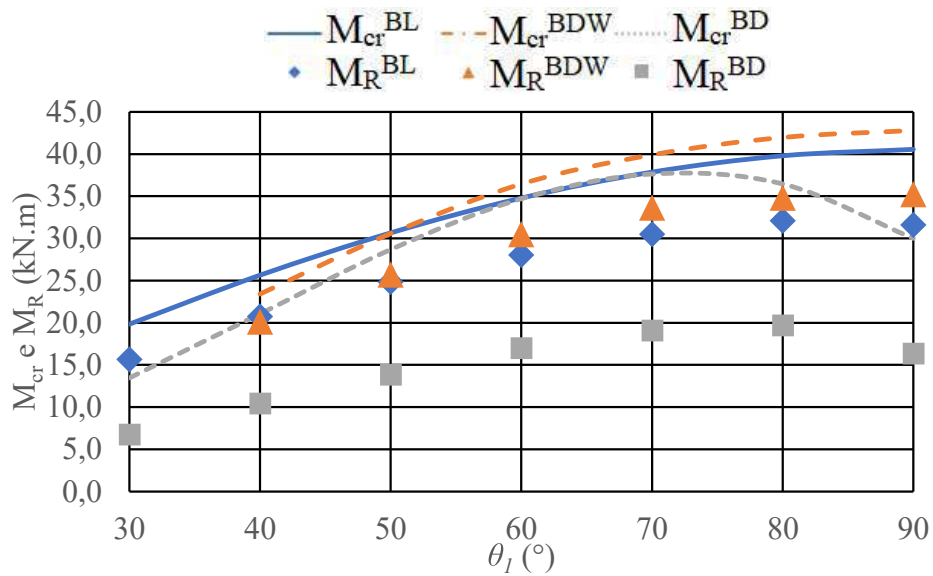


Figura 5.35 – Sensibilidade de resultados relativos a momento crítico ( $M_{cr}$ ) e de resistência ( $M_R$ ) na telha autoportante para a angulação entre mesa inferior e alma ( $\theta_l$ )

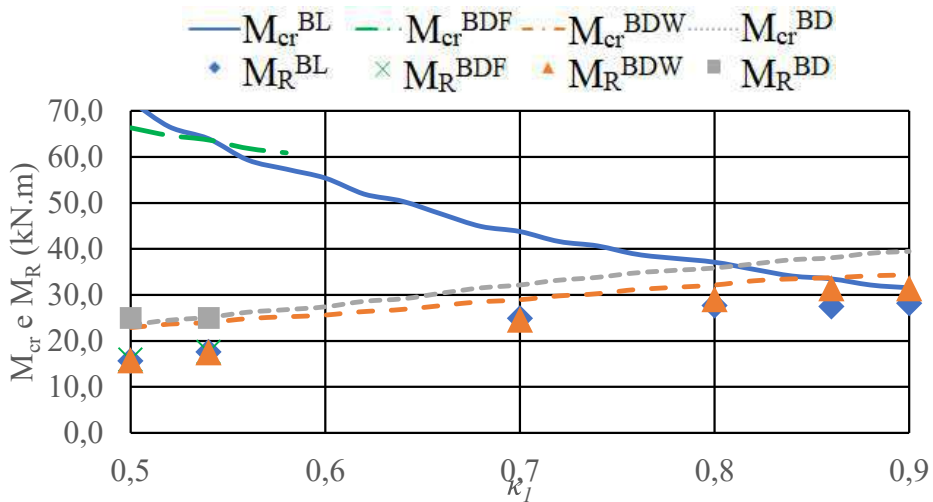


Figura 5.36 – Sensibilidade de resultados relativos a momento crítico ( $M_{cr}$ ) e de resistência ( $M_R$ ) na telha autoportante para a razão entre largura da mesa superior em relação a da bobina ( $k_l$ )

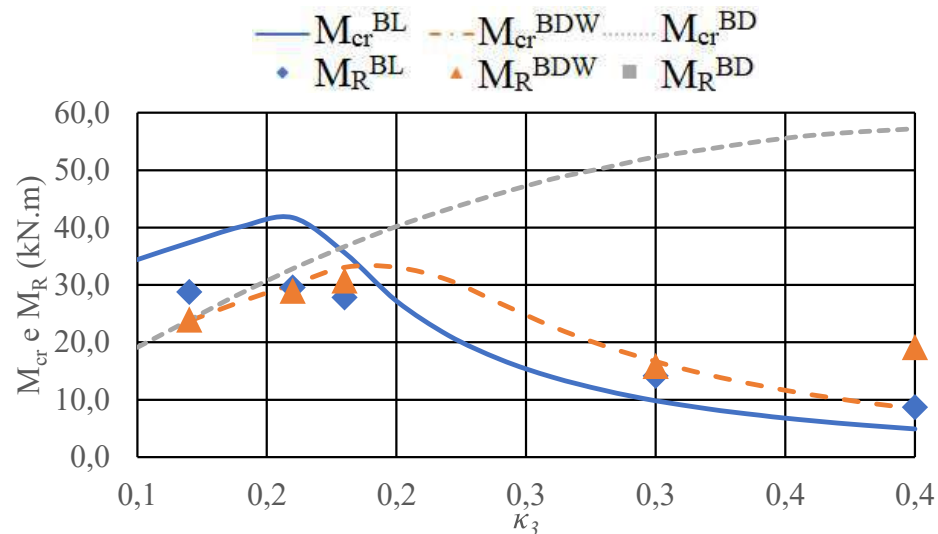


Figura 5.37 – Sensibilidade de resultados relativos a momento crítico ( $M_{cr}$ ) e de resistência ( $M_R$ ) na telha autoportante para a razão entre largura da mesa inferior em relação a alma ( $k_3$ )

#### 5.4. Comparativo de Momentos de Resistência entre o MEF e MRD

Das Figura 5.29 a Figura 5.37, foram assumidas hipóteses sobre o comportamento da resistência associada aos modos distorcionais como função da preponderância do modo Local, mas isto não permite generalizar um procedimento de dimensionamento para as telhas autoportantes. Para tanto, apresenta-se das Figura 5.38 a Figura 5.40, um comparativo relacionando a resistência última obtida pelo MEF com a expressão do MRD proposta tanto pelos padrões da AISI quando da ABNT (ver Equações (5.1) a (5.4)). Os gráficos apresentados nestas figuras relacionam o índice de esbeltez reduzido ( $\lambda$ ) dessas seções, conforme presente na NBR 14762:2010, com a razão  $M_u/M_y$  (momento último/momento de cisalhamento) obtidas para cada um desses métodos.

Tomando como base seus gráficos comparativos de resultados, bem como a Tabela 5-3 que apresenta a relação do MEF/MRD para cada um dos modos de flambagem, observa-se que na Figura 5.38, as curvas apresentaram valores bem próximos. Além disso, nota-se na Figura 5.39 que os resultados segundo o MEF estão superiores aos obtidos pelo MRD, e com relação a Figura 5.40 ocorreu o contrário, com a curva padrão acima dos resultados numéricos (contra a segurança). Contudo, ressalta-se que a norma AISI oferece um conjunto de restrições geométricas ao dimensionamento de telhas trapezoidais (autoportantes), como a relação  $h_0/t < 203$ , onde  $h_0$  é a altura do perfil e  $t$  é a espessura das paredes. Esta restrição foi violada pelo processo semiautomático adotado neste estudo, permitindo perfis mais eficientes do que os pré-qualificados pelas equações MRD, de acordo com a AISI. Os resultados para os modelos encontram-se no Anexo B.

Tabela 5-3: Comparação de resultados na análise de flambagem inelástica entre MEF e MRD para momento de resistência na flexão de compressão inferior

Modos de flambagem	MEF/MRD		
	Média	Desvio padrão	Coefficiente de variação
BL	1,00	0,1218	0,1220
BDW	1,11	0,1075	0,0968
BD	0,67	0,0804	0,1200



$$M_R^{BL} = W f_y \quad \text{para} \quad \lambda_{BL} \leq 0,776 \quad (5.1)$$

$$M_R^{BL} = \left(1 - \frac{0,15}{\lambda_{BL}^{0,8}}\right) \frac{W f_y}{\lambda_{BL}^{0,8}} \quad \text{para} \quad \lambda_{BL} > 0,776 \quad (5.2)$$

$$M_R^{BD} = W f_y \quad \text{para} \quad \lambda_{BD} \leq 0,673 \quad (5.3)$$

$$M_R^{BD} = \left(1 - \frac{0,22}{\lambda_{BD}}\right) \frac{W f_y}{\lambda_{BD}} \quad \text{para} \quad \lambda_{BD} > 0,673 \quad (5.4)$$

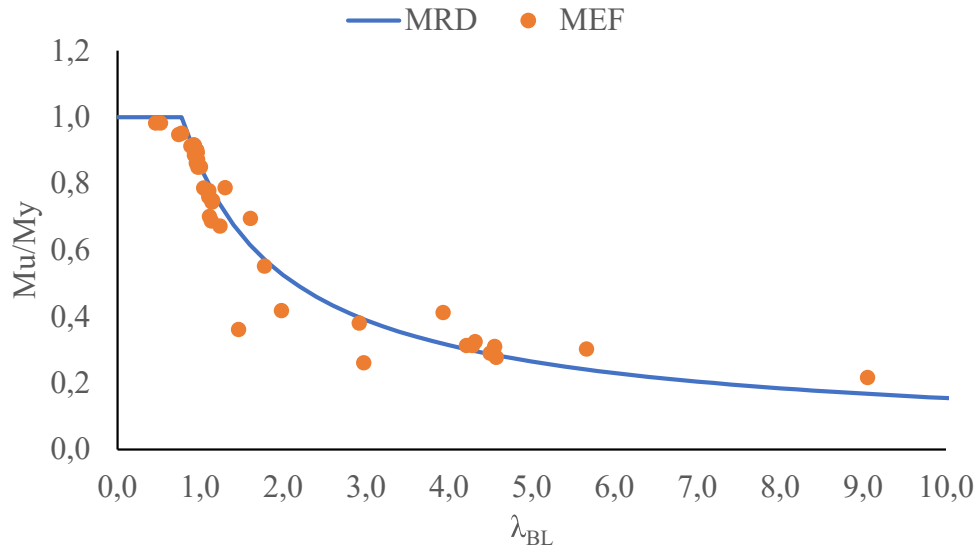


Figura 5.38 – Comparação de resultados para o valor de momento de resistência entre o MRD e MEF para o modo de flambagem BL

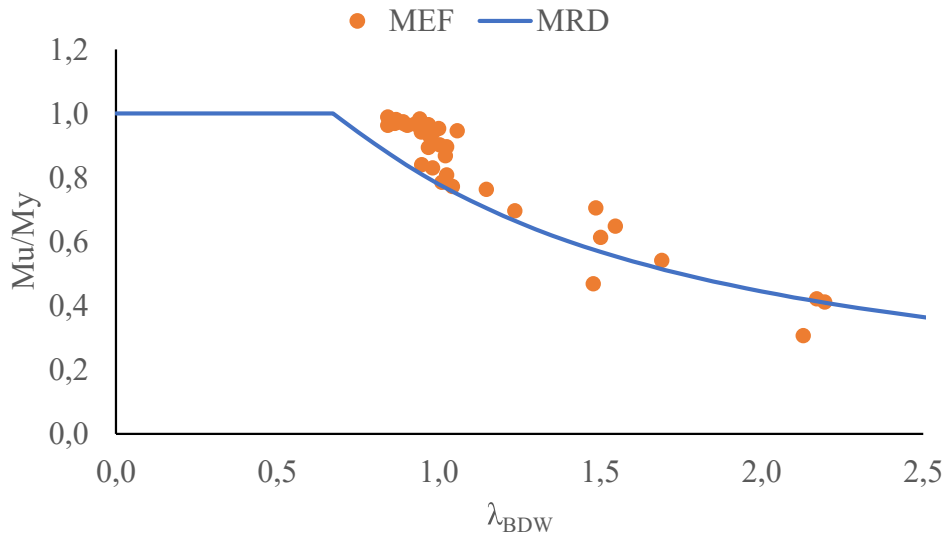


Figura 5.39 – Comparação de resultados para o valor de momento de resistência entre o MRD e MEF para o modo de flambagem BDW

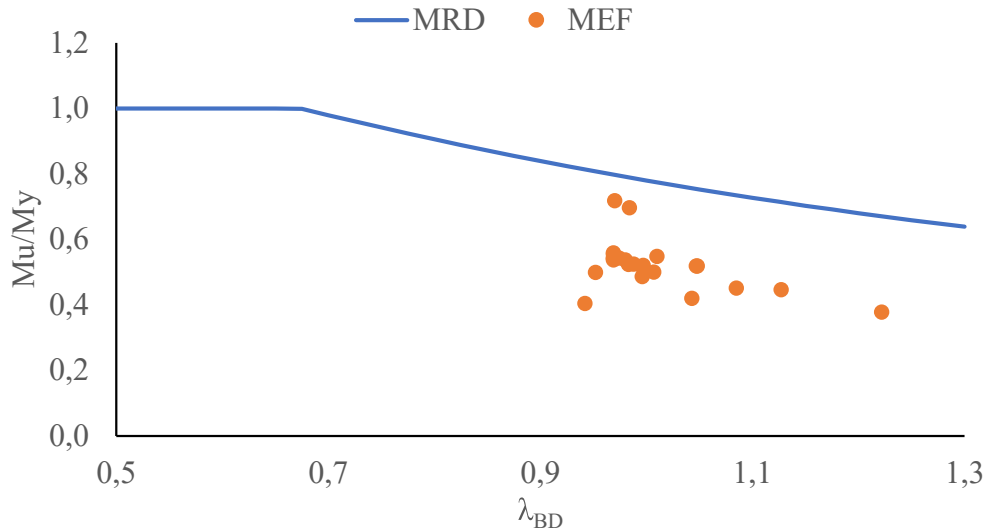


Figura 5.40 – Comparação de resultados para o valor de momento de resistência entre o MRD e MEF para o modo de flambagem BD

As Figura 5.41 a Figura 5.43, por outro lado, mostram a comparação dos mesmos resultados obtidos em MEF com uma curva de resistência proposta pelo autor nas Equações (5.5) a (5.10). Ressalta-se que devido a boa concordância de resultados para o modo BL, manteve-se a equação para este conforme apresentado pelo MRD, sendo proposta nova equação apenas para os modos distorcionais BDW e BD. Note-se que esta curva é um resultado preliminar e que uma campanha experimental para validar esta equação ainda não foi realizada. Além disso, tem-se que diferentemente do MRD dessas normas que considera um único distorcional, esta formulação adotou considerações diferentes para as equações dos modos BDW e BD.

$$M_R^{BL} = W f_y \quad \text{para} \quad \lambda_{BL} \leq 0,776 \quad (5.5)$$

$$M_R^{BL} = \left(1 - \frac{0,15}{\lambda_{BL}^{0,8}}\right) \frac{W f_y}{\lambda_{BL}^{0,8}} \quad \text{para} \quad \lambda_{BL} > 0,776 \quad (5.6)$$

$$M_R^{BDW} = W f_y \quad \text{para} \quad \lambda_{BDW} \leq 0,854 \quad (5.7)$$

$$M_R^{BDW} = \left(1 - \frac{0,12}{\lambda_{BDW}^{0,95}}\right) \frac{W f_y}{\lambda_{BDW}^{0,95}} \quad \text{para} \quad \lambda_{BDW} > 0,854 \quad (5.8)$$

$$M_R^{BD} = W f_y \quad \text{para} \quad \lambda_{BD} \leq 0,673 \quad (5.9)$$

$$M_R^{BD} = \left(1 - \frac{0,47}{\lambda_{BD}^{3,7}}\right) \frac{W f_y}{\lambda_{BD}^{3,7}} \quad \text{para} \quad \lambda_{BD} > 0,673 \quad (5.10)$$

Para a determinação destas equações, objetivou-se, inicialmente, determinar curvas de flambagem que tivessem a relação de média MEF/MRD proposto iguais a 1,00. A partir disso, buscou-se adequá-las aos menores valores possíveis de desvio padrão e coeficiente de variação, sendo apresentados estes resultados na Tabela 5-4. Tal processo

foi desenvolvido a partir de tentativa e erro da variação dos parâmetros, mas ao final do estudo, obteve boa concordância quando comparados com as equações obtidas pelo método dos mínimos quadrados. Os resultados dos modelos segundo essa formulação encontram-se no Anexo B.

Tabela 5-4: Comparação de resultados na análise de flambagem inelástica entre MEF e MRD proposto para momento de resistência na flexão de compressão inferior

Modos de flambagem	MEF/MRD proposto		
	Média	Desvio padrão	Coefficiente de variação
BL	1,00	0,1218	0,1220
BDW	1,00	0,0581	0,0580
BD	1,00	0,0356	0,0355

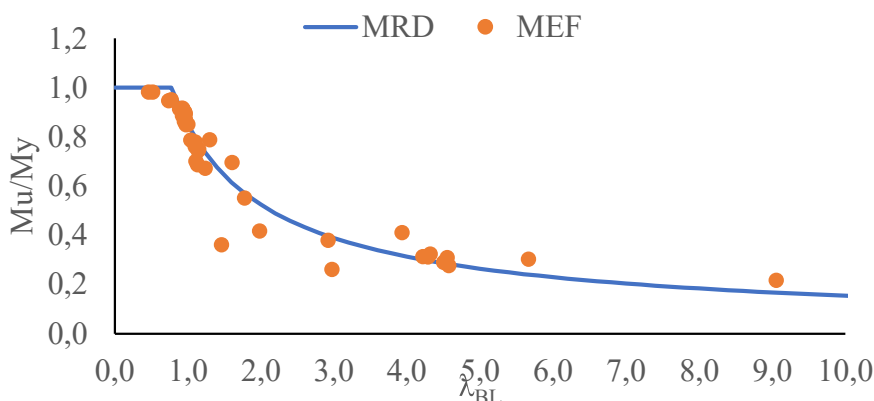


Figura 5.41 – Comparação de resultados para o valor de momento de resistência entre o MRD proposto e MEF para o modo de flambagem BL

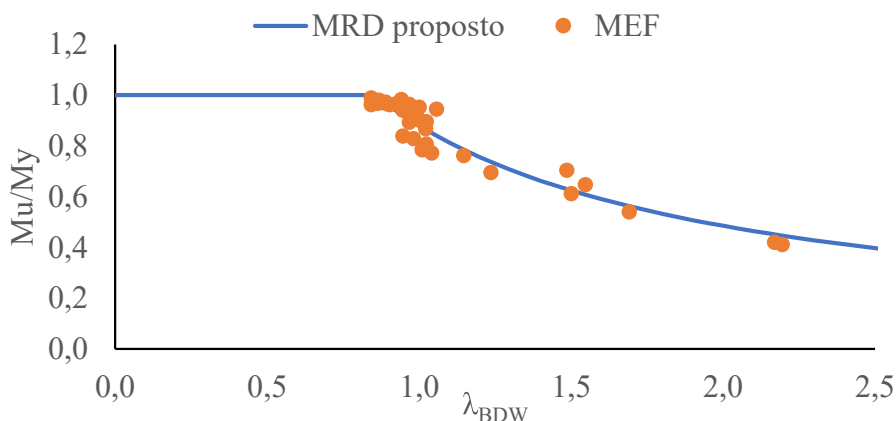


Figura 5.42 – Comparação de resultados para o valor de momento de resistência entre o MRD proposto e MEF para o modo de flambagem BDW

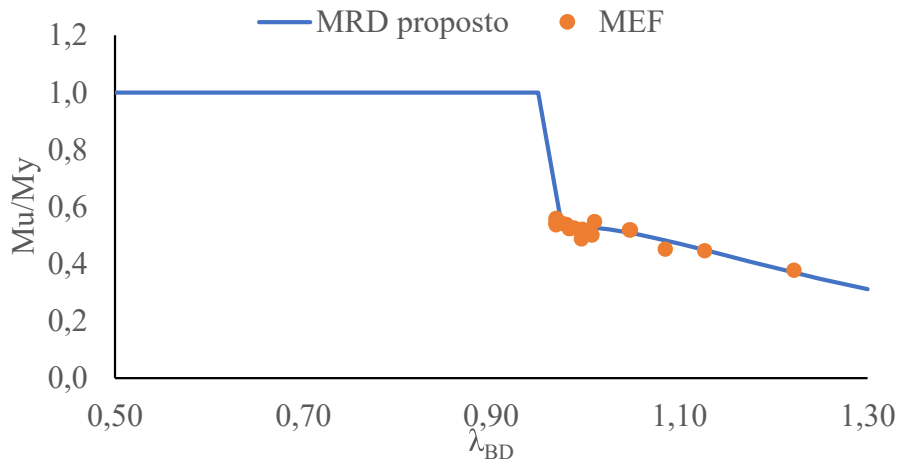


Figura 5.43 – Comparação de resultados para o valor de momento de resistência entre o MRD proposto e MEF para o modo de flambagem BD

### 5.5. “Melhor Geometria” Baseado no Procedimento Proposto de Resistência

Com o intuito de determinar um procedimento semiautomático de aprimoramento das geometrias das seções de telhas autoportantes, sem que seja necessário o cálculo dos momentos críticos pelo MFF, bem como os momentos últimos pelo MEF, propõe-se a seguir a utilização da versão modificada das equações (ver Equações (5.5) a (5.10)) de resistência para esses perfis. Das Figura 5.44 a são apresentados os valores de  $M_R^{BL}$ ,  $M_R^{BDW}$  e  $M_R^{BD}$  como funções dos parâmetros geométricos das telhas autoportantes.

Nas Figura 5.44 e Figura 5.45, observa-se que quando não há enrijecedores na mesa inferior e na alma, o modo Local é dominante e a capacidade resistiva do perfis é inferior em comparação aos outros pontos da curva. Contudo, quando se analisa a Figura 5.46, nota-se que a distribuição dos enrijecedores na alma não afeta significativamente a resistência.

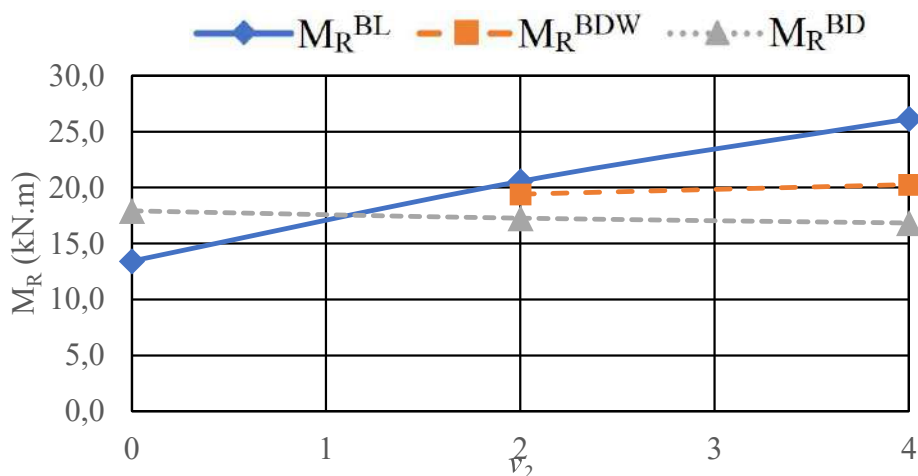


Figura 5.44 – Resistência a flexão ( $M_R^{BL}$ ,  $M_R^{BDW}$  e  $M_R^{BD}$ ) das telhas autoportantes referentes ao número de enrijecedores trapezoidais na alma ( $v_2$ )

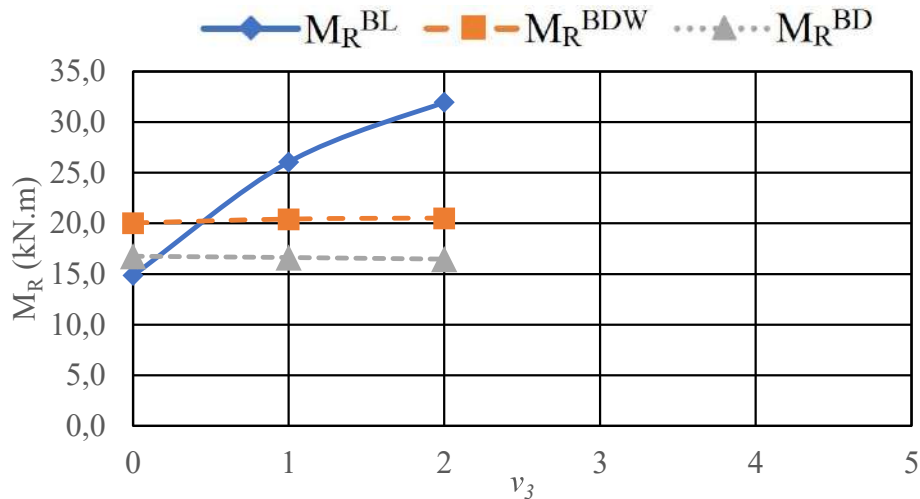


Figura 5.45 – Resistência a flexão ( $M_R^{BL}$ ,  $M_R^{BDW}$  e  $M_R^{BD}$ ) das telhas autoportantes referentes ao número de enrijecedores trapezoidais na mesa inferior ( $v_3$ )

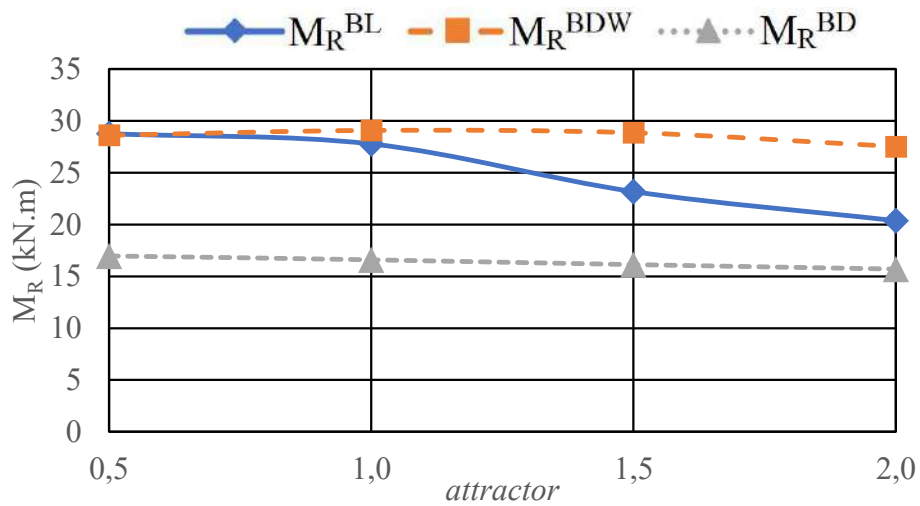


Figura 5.46 – Resistência a flexão ( $M_R^{BL}$ ,  $M_R^{BDW}$  e  $M_R^{BD}$ ) das telhas autoportantes referentes a distribuição dos enrijecedores trapezoidais na alma (*attractor*)

Quando se considera as Figura 5.47 a Figura 5.49, percebe-se que o parâmetro  $w_{incl}$  (ver Figura 5.47) apresenta a maior influência sobre a resistência destes perfis, em que para larguras da parede inclinada menores do que 8 mm, o modo BDW é dominante e apresenta uma menor resistência. De certa forma, a largura da parede intermediária ( $w_{mid}$ ) e a angulação ( $ang_3$ ) dos enrijecedores têm pouca influência no comportamento dos perfis (ver Figura 5.48 e Figura 5.49), mantendo-se praticamente constante os valores do modo dominante  $M_R^{BD}$ .

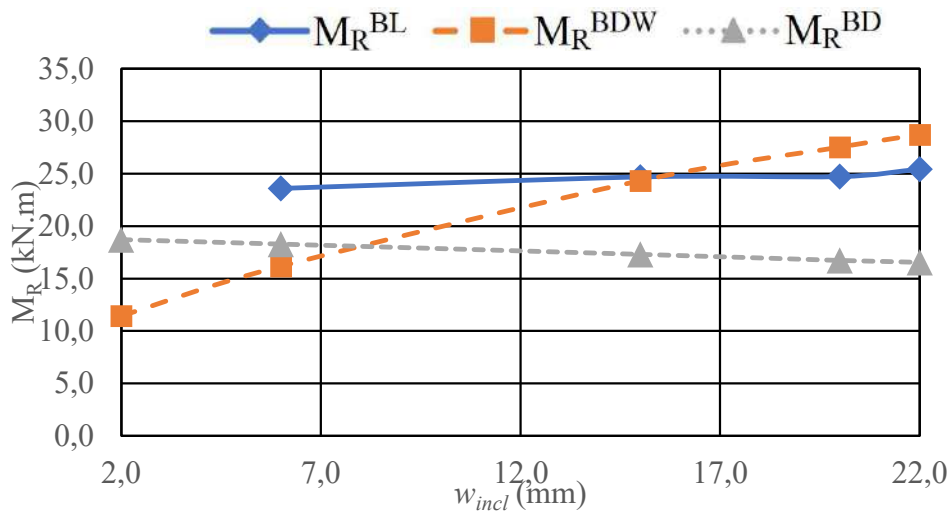


Figura 5.47 – Resistência a flexão ( $M_R^{BL}$ ,  $M_R^{BDW}$  e  $M_R^{BD}$ ) das telhas autoportantes referentes a largura da parede inclinada nos enrijecedores trapezoidais ( $w_{incl}$ )

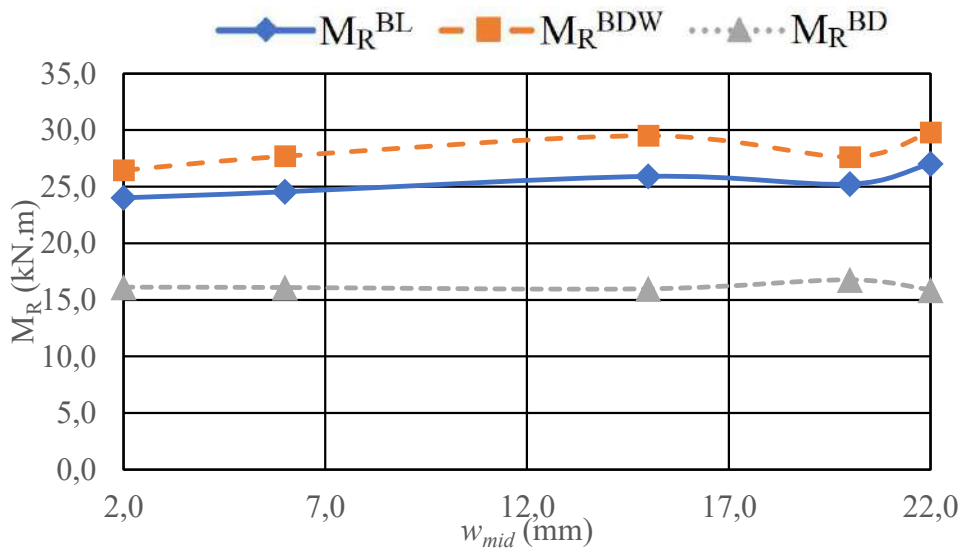


Figura 5.48 – Resistência a flexão ( $M_R^{BL}$ ,  $M_R^{BDW}$  e  $M_R^{BD}$ ) das telhas autoportantes referentes a largura da parede intermediária nos enrijecedores trapezoidais ( $w_{mid}$ )

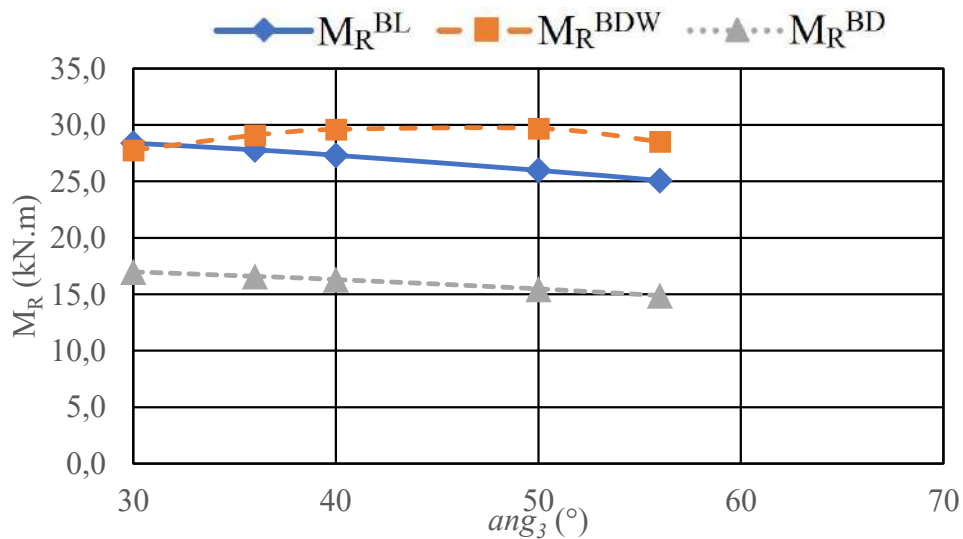


Figura 5.49 – Resistência a flexão ( $M_R^{BL}$ ,  $M_R^{BDW}$  e  $M_R^{BD}$ ) das telhas autoportantes referentes a angulação dos enrijecedores trapezoidais ( $ang_3$ )

Contudo, ao se analisar a Figura 5.50, percebe-se que o parâmetro relativo a angulação entre mesa inferior e alma ( $\theta_l$ ) possui grande influência sobre o comportamento de resistência desses perfis, apresentando grande variação de resultados neste domínio. Já em relação as Figura 5.51 e Figura 5.52, nota-se a grande influência dos parâmetros  $k_l$  e  $k_3$  nos valores de resistência, mas nestes casos o modo BD apresentou um desempenho anômalo, sendo isto decorrente de seus índices de esbeltez reduzido estarem fora dos limites apresentados na Figura 5.43 para os quais essas equações foram calibradas.

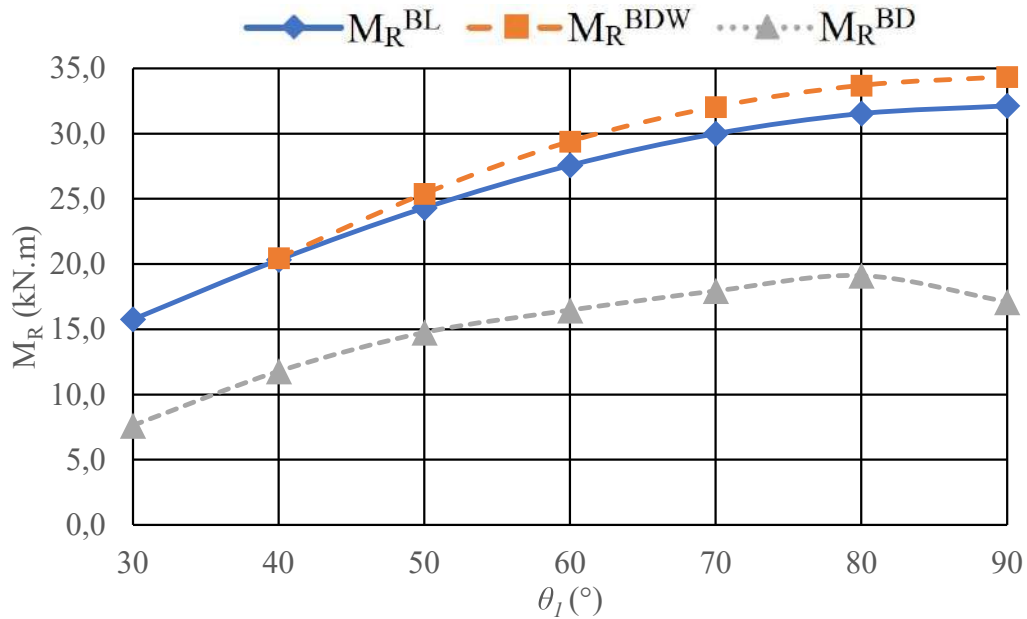


Figura 5.50 – Resistência a flexão ( $M_R^{BL}$ ,  $M_R^{BDW}$  e  $M_R^{BD}$ ) das telhas autoportantes referentes a angulação entre mesa inferior e alma ( $\theta_l$ )

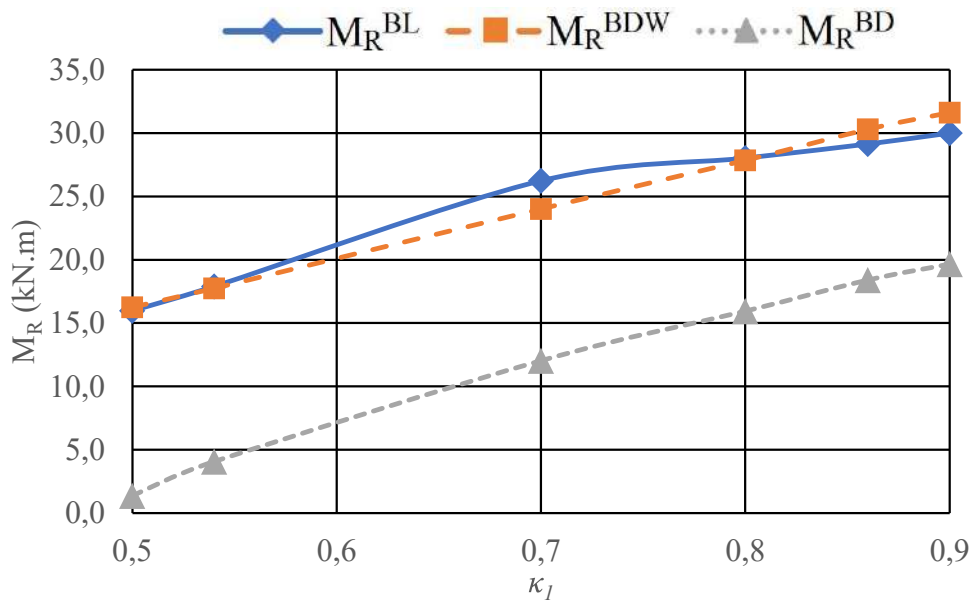


Figura 5.51 – Resistência a flexão ( $M_R^{BL}$ ,  $M_R^{BDW}$  e  $M_R^{BD}$ ) das telhas autoportantes referentes a razão entre largura da mesa superior em relação a da bobina ( $k_l$ )

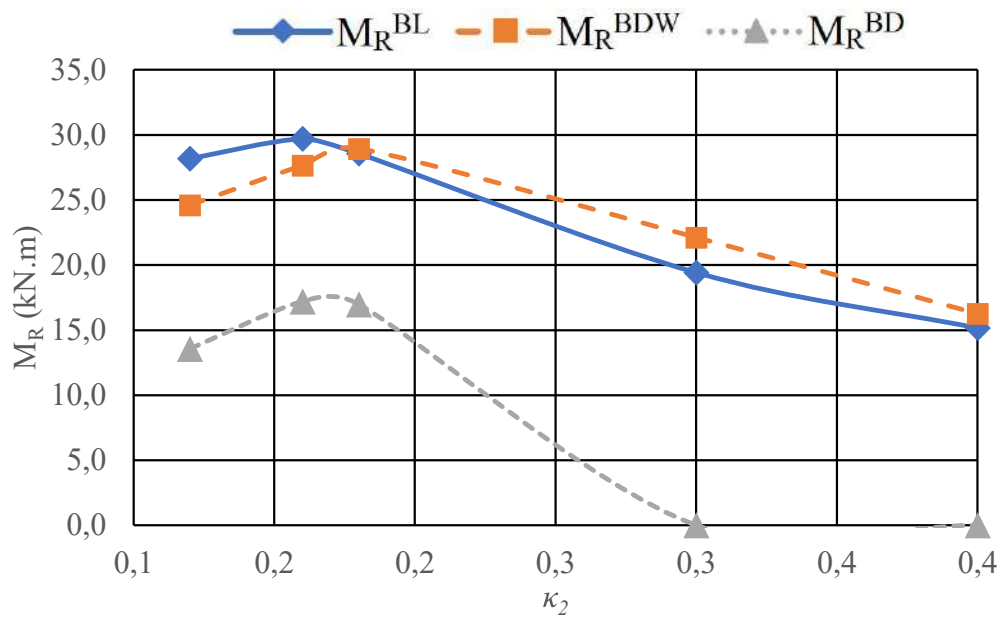


Figura 5.52 – Resistência a flexão ( $M_R^{BL}$ ,  $M_R^{BDW}$  e  $M_R^{BD}$ ) das telhas autoportantes referentes a razão entre largura da mesa inferior em relação a alma ( $k_3$ )



## 6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Nesse trabalho, realizou-se um estudo sobre o comportamento estrutural de telhas de aço formadas a frio de perfil trapezoidal submetidas a uma solicitação de flexão pura. Na literatura, não são encontrados muitos trabalhos que abordem telhas autoportantes sob flexão. Portanto, buscou-se avaliar a capacidade resistiva dessas telhas com relação a esse tipo de solicitação e verificar o fenômeno da flambagem local e distorcional evidenciado pelos elementos esbeltos da seção na região comprimida. Para esse fim, foi adotado uma série de modelos com diferentes parâmetros de configuração da geometria desses perfis.

Ao longo do trabalho, avaliou-se o comportamento dessas telhas através de análises lineares e não lineares para o momento crítico, bem como os momentos de resistência para cada um dos modos de flambagem.

Na sequência da investigação que desenvolveu um método racional para obter seções de telhas autoportantes melhoradas, inicialmente com base no desempenho elástico de flambagem, os resultados dessa pesquisa são direcionados para estimar a resistência à flexão, o  $M_R^{BC}$ , dessas seções. O modelo numérico desenvolvido a partir do MFF permitiu identificar e classificar os modos de flambagem destes perfis conforme sua configuração de deformada e comprimentos de semi onda, sendo isto um passo importante, visto que estes modos têm grande influência sobre o comportamento de pós-flambagem.

Com relação ao modelo numérico MEF, este incluiu imperfeições geométricas iniciais, propriedades do material dúctil e permitiu identificar o momento de flexão último associado ao mecanismo de colapso inelástico. Os resultados obtidos mostram correspondência entre os modos críticos de flambagem e o comportamento não linear até a condição de carregamento final. Por outro lado, em alguns casos, foi identificada a mudança de configuração da deformada do perfil trapezoidal na etapa final de carregamento, como por exemplo, o modo distorcional BDW passa a apresentar, adicionalmente ao seu modo, configurações do modo local BL. Esses resultados são afetados pela interação dos modos de flambagem, visto que o estudo não considera modos “puros”.

As equações de MRD para cálculo direto da resistência do momento de flexão  $M_R^{BC}$ , segundo apresentados na NBR14762:2010, foram aplicados para os modos de

flambagem. A comparação entre os resultados do MRD e do MEF indicou um bom acordo para o modo local, tendo diferenças quando comparados aos modos distorcionais. Como hipótese para essa variação, tem-se a influência da restrição horizontal das abas verticais nessas seções, em que o modo local, por se referir ao comportamento de elementos de placa, não sofre tanta influência desta condição de apoio. Contudo, para os modos distorcionais, suas configurações de deformada são alteradas o que acaba descaracterizando uma das hipóteses do MRD que considera esse deslocamento livre. Vale ressaltar, que essa restrição foi imposta visando um aspecto prático do dimensionamento destes perfis, isto é, as telhas autoportantes são um tipo de sistema estrutural implementado em conjunto com outras telhas. Dessa forma, seu cálculo deve levar em consideração a influência que este sistema ortotrópico gera na restrição do deslocamento.

Como consideração adicional, tem-se que o Método da Resistência Direta utiliza curvas de resistência calibradas experimentalmente para o perfil como um todo, a partir de estudos feitos com alguns tipos de perfil. Assim, para comprovar se a Norma Brasileira é adequada a telhas autoportantes e se o Método da Resistência Direta correlaciona bem os valores experimentais de carga crítica com os de carga de colapso, um maior número de ensaios deve ser realizado para prover uma análise estatística.

A partir dessas considerações, diferentes proporções entre os modos D e L foram avaliadas por uma análise MEF não linear para estimar a interação L-D e uma abordagem inicial foi realizada para definir uma curva de resistência para o caso de telhas autoportantes. Esta curva baseada no desempenho da resistência sugere que o  $M_{cr}^{BD}$  é dominante no processo de melhoria desses perfis. A "melhor" forma dada pelo método de desempenho de flambagem elástico apresenta maiores valores de flexão do que o método da curva de resistência, sendo necessários resultados numéricos e experimentais adicionais para permitir conclusões mais gerais.

Além disso, ressalta-se que apesar da pesquisa considerar análises para a condição de flexão pura, sabe-se que esta é uma situação muito rara de ocorrer, sendo o mais comum a flexão simples, ou seja, a presença de carregamento transversal agindo sobre a viga, submetendo-a, além do momento fletor, ao esforço cortante. Contudo, existem inúmeras possibilidades para diferentes combinações de carregamento transversal, o que conduziria a diversas equações de cálculo para representar cada situação, não sendo esta a medida mais prática a se tomar. Logo, o procedimento adotado em norma considera

para a equação a condição mais básica de carregamento, que é a da flexão pura, sendo aplicado a esta fatores que representam as combinações de carregamento mais usuais na prática, permitindo assim simular a condição de momento fletor não uniforme. Contudo, esta pesquisa não aprofundou mais os estudos relativos a determinação destes fatores, visto ainda ser necessário a validação da equação proposta para o caso estudado.

Ademais, tem-se que com o estudo detalhado do comportamento estrutural dos perfis melhorados, buscou-se determinar critérios de projeto de telhas autoportantes. Verificou-se que além da influência do modo BD sobre a resistência do perfil, algumas propriedades acidentais dessas seções não apresentavam tanta influência no dimensionamento através da consideração dos momentos de resistência, o que leva a conclusão que o projetista possui um maior grau de liberdade na alteração das geometrias dessas seções.

### **6.1. Sugestões para Trabalhos Futuros**

A presente dissertação abordou a análise da flambagem elástica e inelástica em telhas autoportantes auxiliada por soluções numéricas baseadas em métodos confiáveis, como o Método das Faixas Finitas (MFF) e Método dos Elementos Finitos (MEF). Além disso implementou um processo semiautomático para o cálculo de resistência a flexão desses perfis com base na alteração das fórmulas do Método da Resistência Direta (MRD), em que se observou particularidades no comportamento dessas telhas para diferentes considerações de parâmetros de geometria. Em continuidade ao que foi apresentado, ficam as seguintes sugestões para trabalhos futuros:

- A validação experimental do que foi investigado de forma teórica e numérica na presente dissertação, considerando ensaios de telhas sob flexão, o que viria a complementar e valorizar ainda mais a contribuição da pesquisa;
- A verificação da validade da consideração do fator de imperfeição como  $L/500$  para o modo distorcional (BD);
- A análise para condições de contorno diferentes de biapoiado, como por exemplo, biengastado, bem como carregamento de flexão com compressão da mesa superior, considerando os próprios estudos teóricos que foram aqui abordados somados a ensaios em laboratório;

- Verificação numérico experimental das considerações necessárias para a representação da restrição do deslocamento horizontal das abas verticais dessas telhas;
- Validação das equações de resistência propostas nestes estudos para uma gama maior de modelos numéricos, além da sua verificação para índices de esbeltez reduzido que não foram considerados inicialmente.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABCEM, 2009, **Manual Técnico de Telhas de Aço**. 1ª. ed. São Paulo.

ABNT. **NBR14762: 2010: Dimensionamento de Estruturas de Aço Constituídas por Perfis Formados a Frio**. Associação Brasileira de Normas Técnicas.

AÇOPORT. Açoport. **Açoport - Telhas Autoportantes**, 2014. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=pNw94zbukQo>>. Acesso em: 20 Fevereiro 2018.

AÇOPORT. AçoPort. **AçoPort Telhas Autoportantes**, 2018. Disponível em: <<http://acoport.com.br/galeria-de-obras/predios-industriais/>>. Acesso em: 30 Janeiro 2018.

ÁDÁNY, S., 2004, **Buckling mode classification of members with open thin-walled cross-sections by using the Finite Strip Method**. Johns Hopkins University. Baltimore.

ÁDÁNY, S.; JOÓ, A. L.; SCHAFER, B. W. "Buckling mode identification of thin-walled members by using cFSM base functions", **Thin-Walled Structures**, pp. 806-817. Jun. 2010

ÁDÁNY, S.; SCHAFER, B. W. "A full modal decomposition of thin-walled, single-branched open cross-section members via the constrained finite strip method". **Journal of Constructional Steel Research**, n. 64. pp 12-29, 2008.

ALIBABA. Alibaba Group. **Alibaba Global Trade Starts Here**, 2018. Disponível em: <<https://www.alibaba.com/showroom/glazing-stamping-roof-tile-cold-roll-forming-machinery.html>>. Acesso em: 20 Fevereiro 2018.

AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE, 1991. **Load and Resistance Factor Design Specification for Cold-Formed Steel Structural Members: LRFD Cold-formed Steel Design Manual**. 1. ed. Washington - DC: American Iron and Steel Institute.

AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE. **AISI S100-16: North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members**. Washington: AISI.

ANSYS, INC., 2015, **ANSYS® Mechanical, Release 16.0, Help System, Meshing's User Guide**. Pittsburgh: Ansys.

ANSYS, INC., 2015. **Workbench User's Guide**. Canonsburg: ANSYS, Inc.

ANSYS®, 2015. **ANSYS® Mechanical, Release 16.0.**

AUSTRALIAN STANDARD. **AS 1538-1988 - Cold-formed Steel Structures Code.** Australian Standard.

AUSTRALIAN/NEW ZEALAND STANDARD. **AS/NZS 4600: 2005 - Cold-Formed Steel Structures.** Standards Australia Limited.

BABADZHANYAN, V. G.; GALIN'SH; SACHENKOV, A. V. "Method of Initial Functions of V. Z. Vlasov". **Kazan State University**, Kazan, v. 11, n. 1, pp 15-21, Jan. 1975.

BAPTISTA, J. R. D. S., 2015, **Análise Experimental de Telha de Aço Autoportante.** Dissertação de M.Sc. Instituto Politécnico de Leiria. Leiria, Portugal.

BATHE, K.-J., 1996, **Finite Element Procedures.** New Jersey: Prentice-Hall.

BATISTA, E. M. "Local–global buckling interaction procedures for the design of cold-formed columns: Effective width and direct method integrated approach". **Thin-Walled Structures**, v. 47, n. 11, pp. 1218-1231, 2009.

BATISTA, E. M. "Effective section method: A general direct method for the design of steel cold-formed members under local–global buckling interaction". **Thin-Walled Structures**, v. 48, n. 4-5, pp. 345-356, 2010.

BERGFELT, A.; EDLUND, B.; LARSSON, H. "Experiments on Trapezoidal Steel Sheets in Bending". **International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures.** St. Louis: University of Missouri. pp. 285-314, 1975.

BERNARD, E. S.; BRIDGE, R. Q.; HANCOCK, G. J. "Tests of Profiled Steel Decks with V-Stiffeners". **International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures.** St. Louis: Missouri University of Science and Technology. pp. 17-44, 1992.

BERNARD, E. S.; BRIDGE, R. Q.; HANCOCK, G. J. "Flange Curling in Profiled Steel Decks". **Thin-Walled Structures**, v. 25, n. 1, pp. 1-29, 1996.

BERNARDO. Bernardo Industrial. **Bernardo Industrial**, 2018. Disponível em: <<http://www.bernardoindustrial.com.br/produtos.php?sub=6>>. Acesso em: 20 Fevereiro 2018.

BRADFORD, M. A. "Lateral-distortional buckling of steel I-section members". **Journal of Constructional Steel Research**, Malta, pp. 97-116, 1992.

CASAFONT, M.; MARIMON, F.; PASTOR, M. M. "Calculation of pure distortional elastic buckling loads of members subjected to compression via the Finite Element Method". **Thin-Walled Structures**, pp. 701-729, Fev. 2009.

CEN. EN 1993-1-3: 2004 - **General Rules - Supplementary Rules for Cold-formed Members and Sheeting**. Brussels: European Committee for Standardisation.

CEN. EN 1993-1-1: 2005 - **Design of Steel Structures - General Rules and Rules for Buildings**. Brussels: European Committee for Standardisation.

CEN. EN 1993-1-5: 2006 - **Design of Steel Structures - Plated Structural Elements**. Brussels: European Committee for Standardisation.

CHEUNG, Y. K., 1976. **Finite Strip Method in Structural Analysis**. 1. ed.: Pergamon Press.

BASAGLIA, C.; CAMOTIM, D.; SILVESTRE, N. "Torsion warping transmission at thin-walled frame joints: Kinematics, modelling and structural response". **Journal of Constructional Steel Research**, v. 69, pp. 39-53, 2012.

FONSECA, N. D. R., 2000, **Avaliação do Comportamento Teórico e Experimental em Espécimes de Telhas Matálicas Autoportantes Submetidas à Flexão**. Dissertação de M.Sc. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, RS, Brasil.

FRANCO, J. M. S. et al. "Shape Grammar of steel cold-formed sections based on manufacturing rules". **Thin-Walled Structures**, v. 79, pp. 218-232, 2014.

FRANCO, J. M. S.; BATISTA, E. M. "Buckling behavior and strength of thin-walled stiffened trapezoidal CFS under flexural bending". **Thin-Walled Structures**, pp. 268-281, Ago. 2017.

FRANCO, J. M. S.; GARCIA, J. P. M.; BATISTA, E. M. "Modal Interaction in Design of Improved Stiffened Trapezoidal Profiled Sheeting: Shape Grammar, Elastic Stability and Strength Analysis". **Annual Stability Conference Structural Stability Research Council**. Baltimore, USA. pp. 17, 2018.

GARCIA, J. P. M.; BATISTA, E. M.; FRANCO, J. M. S. "Stability and resistance of structural cold-formed steel elements with stiffened sections". Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering. Florianopolis. 2017.

GIANGRECO, E. "Static and stability of thin walled beams". **IABSE publications**, n. 26, pp. 139-168, 1966.

GUO, T.; SAUSE, R. "Analysis of Local Elastic Shear Buckling of Trapezoidal Corrugated Steel Web". **Jornal of Constructional Steel Research**, n. 102, pp. 59-71, 2014.

JAVARONI, C. E., 1999, **Perfis de aço formados a frio submetidos à flexão: análise teórico-experimental**. Tese de D.Sc., Universidade de São Paulo. São Carlos, SP, Brasil.

JOÓ, A. L.; ÁDÁNY, S. "FEM-based approach for the stability design of thin-walled members by using cFSM base functions". **Periodica Polytechnica**, pp. 61-74, 2009.

LANDOLFO, R.; MAZZOLANI, F. M. "Ultimate Behaviour of Trapezoidal Steel Sheets in Bending". **International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures**. St. Louis, pp. 205-215, 1994.

LI, Z. *et al.*. "Impact of basis, orthogonalization, and normalization on the constrained Finite Strip Method for stability solutions of open thin-walled members". **Thin-Walled Structures**, v. 49, pp. 1108-1122, 2011.

LI, Z.; SCHAFER, B. W. "Buckling analysis of cold-formed steel members with general boundary conditions using CUFSM: conventional and constrained finite strip methods". St. Louis, MO, USA. **In: Proceedings of the 20th International Spec. Conf. on Cold-Formed Steel Structures**. 2010.

MADENCI, E.; GUVEN, I., 2015, **Method and Applications in Engineering Using Ansys**. 2. ed. New York: Springer.

MELO, J. M. S., 2017, **Análise da Flambagem Elástica e da Resistência de Telhas Autoportantes de Aço Formadas a Frio**. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

MEZZOMO, G. P., 2007, **Análise Estrutural de Telhas de Aço Trapezoidais Formadas a Frio**. Dissertação de M.Sc., Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, RS, Brasil.



MEZZOMO, G. P. et al. "Investigation of the Mechanical Behavior of Trapezoidal Roofing Sheets Using Generic Algorithms". **Expert Systems with Applications**, n. 37, pp. 939-948, 2010.

MITCHELL, W. J., 2008, **A Lógica da Arquitetura: Projeto, Computação e Cognição**. Tradução de G. CELANI. Campinas - SP: Editora da Unicamp.

NADERIAN, H. R.; RONAGH, H. R.; AZHARI, M. "Elastic distortional buckling of doubly symmetric steel I-section beams with slender webs". **Thin-Walled Structures**, pp. 289-301, 2014.

PAGANI, A.; ZANGALLO, F.; CARRERA, E. Influence of non-structural localized inertia on free vibration response to thin-walled structures by variable kinematic beam formulations. **Shock and Vibration**, pp. 16, 2014.

PIEKARCZUK, A. et al. "Stability and bearing capacity of arch-shaped corrugated shell elements: experimental and numerical study". **Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences**, v. 63, n. 1, pp. 113-124, 2015.

REIS, A.; CAMOTIM, D., 2000, **Estabilidade Estrutural**. Lisboa: McGraw-Hill.

RIKS, E. "An incremental approach to the solution of buckling and snapping problems". **Int. J. Solids Struct**, v. 15, pp. 524-551, 1979.

SANTOS, E. S.; BATISTA, E. M.; CAMOTIM, D. "Cold-formed steel columns under LDG buckling - Experimental investigation". **European Conference on Steel and Composite Structures**. Napoli. pp. 193-198, 2014.

SILVESTRE, N.; CAMOTIM, D.; DINIS, P. B. "Post-buckling behaviour and direct strength design of lipped channel columns experiencing local/distortional interaction". **Journal of Constructional Steel Research**, n. 73, pp. 12-30, 2012.

SCHAFFER, B. W., 2006a, **Direct Strength Method Design Guide**. Washington, D.C.: American Iron and Steel Institute. 171 p.

SCHAFFER, B. W. "Review: The Direct Strength Method of cold-formed steel member design". International Colloquium on Stability and Ductility of Steel Structures. Lisbon. pp. 17, 2006b.

SCHAFFER, B. W. CUFSM v.4.05 software. **Users Manual and Tutorials**, 2006c. Disponível em: <[https://www.ce.jhu.edu/bschafer/cufsm/index\\_version4.htm#Tutorials](https://www.ce.jhu.edu/bschafer/cufsm/index_version4.htm#Tutorials)>. Acesso em: 21 Fevereiro 2018.

SCHAFFER, B. W.; ÁDÁNY, S. "Understanding and classifying local, distortional and global buckling in open thin-walled members". **Annual Conference Structural Stability Research Council**. Montreal, Canada, 2005.

SCHAFFER, B. W.; ÁDÁNY, S. "Buckling analysis of cold-formed steel members using CUFSM: conventional and constrained finite strip methods". **International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures**. Orlando, Florida, USA. 2006.

SCHAFFER, B. W.; PEKÖZ, T. Direct Strength Prediction of Cold-Formed Steel Members Using Numerical Elastic Buckling Solutions. **International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures**, St. Louis, USA. 1998.

SENA, J. L., 2017, **Análise da Flambagem Elástica de Perfis de Aço Formados a Frio com Seções Assimétricas na Compressão Axial e na Flexão Oblíqua**. Dissertação de M. Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

SILVA, V. P.; FRUCHTENGARTEN, J.; CAMPELLO, E. M. B., 2012, **Dimensionamento de Estruturas de Aço**. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, Brasil. Apostila para a disciplina Estruturas Metálicas e de Madeira.

SOMMERSTEIN, M.; PAPAŽIAN, R. P.; M., S. R. "Multiple Stiffened Decks Profiles". **International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures**. St. Louis, USA. pp. 217-228, 1994.

STANCK. Stanck Engenharia. **Stanck Engenharia - Construções Metálicas**, 2018. Disponível em: <<http://www.stanck.com.br/coberturas-metalias/cobertura-metalia-acustica>>. Acesso em: 30 Janeiro 2018.

STINY, G. "Introduction to shape and shape grammars". **Environment and Planning B**, Milton Keynes, v. 7, pp. 343-351, Nov. 1980.

TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. M., 1963, **Theory of Elastic Stability**. Singapura: McGraw-Hill International Book Company.

TURNER, M. J. et al. "Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures". **Journal of the Aeronautical Sciences**, v. 23, n. 9, p. 805-823, Set. 1956.

VLASOV, V. Z., 1961, **THIN-WALLED ELASTIC BEAMS (Tonkostennye uprugie sterzhni)**. Tradução de Y. Schechtman. 2º. ed. Jerusalem: Israel Program for Scientific Translations Ltd.

VON KARMAN, T.; SECHLER, E. E.; DONNELL, L. H. "The Strength of Thin Plates in Compression". **Transactions of the American Society of Mechanical Engineers (ASME)**, Pasadena, USA. v. 54, pp. 53-57, 1932.

WANG, Y. C.; FENG, M. Q.; DAVIES, J. M. "Behaviour of Cold-Formed Thin-Walled Steel Columns at Elevated Temperatures". In: LOUGHLAN, J, 2004. **Thin-Walled Structures: Advances in Research, Design and Manufacturing Technology**. 2. ed. Boca Raton, FL: CRC Press, v. I, Cap. V, pp. 396.

WINTER, G. "Stength of thin-walled compression flanges". **Trans ASME**, pp. 112, 1947.

WINTER, G. "Theoretical Solutions and Tests Results". The International Association for Bridge and Structural Engineering. New York, USA. pp. 101-112, 1968.

XU, L.; GONG, Y.; GUO, P. "Compressive tests of cold-formed steel curved panels". **Journal of Constructional Steel Research**, v. 57, pp. 1249-1265, 2001.

YU, W.-W.; LABOUBE, R. A., 2010, **Cold-Formed Steel Design**. 4. ed. Rolla: John Wiley & Sons.

## ANEXO A – COMPRESSÃO AXIAL DE PLACAS ENRIJECIDAS

Tabela A1: Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.4.03 para força axial no modo de flambagem 1

PLACA ENRIJECIDA E NÃO ENRIJECIDA NA COMPRESSÃO AXIAL											
Modo de flambagem 1											
VARIÁVEIS					RESULTADOS			COMPOSIÇÃO MODAL (%)			
<i>h</i> (mm)	Força (kN)	<i>a</i> (mm)	<i>c</i> (mm)	Largura total (mm)	Comp. semi onda (mm)	Coefi ciente de carga	Pcr (kN)	G	D	L	O
0,0	35,0	0,0	0,0	100,0							
1,0	35,3	46,5	1,4	100,8							
2,0	35,6	45,5	2,8	101,7							
3,0	35,9	44,5	4,2	102,5							
4,0	36,2	43,5	5,7	103,3	40,0	1,2947	46,82	16,2	7,6	75,1	1,1
5,0	36,4	42,5	7,1	104,1	40,0	1,3863	50,53	11,4	6,1	81,4	1,1
6,0	36,7	41,5	8,5	105,0	35,0	1,4564	53,51	11,0	17,1	70,3	1,6
7,0	37,0	40,5	9,9	105,8	35,0	1,5225	56,38	8,4	18,3	71,7	1,6
8,0	37,3	39,5	11,3	106,6	35,0	1,5936	59,47	6,7	18,8	72,9	1,6
9,0	37,6	38,5	12,7	107,5	35,0	1,6711	62,85	5,5	19,2	73,7	1,6
10,0	37,9	37,5	14,1	108,3	35,0	1,7560	66,55	4,6	19,5	74,2	1,7
11,0	38,2	36,5	15,6	109,1	30,0	1,8450	70,46	3,2	15,5	79,5	1,8
12,0	38,5	35,5	17,0	109,9	30,0	1,9334	74,40	2,8	15,9	79,4	1,9
13,0	38,8	34,5	18,4	110,8	30,0	2,0306	78,73	2,6	16,7	78,8	1,9
14,0	39,1	33,5	19,8	111,6	30,0	2,1369	83,47	2,4	18,3	77,4	1,9
15,0	39,3	32,5	21,2	112,4	30,0	2,2520	88,61	2,2	21,0	74,8	2,0
16,0	39,6	31,5	22,6	113,3	30,0	2,3738	94,10	2,1	25,5	70,4	2,0
17,0	39,9	30,5	24,0	114,1	30,0	2,4949	99,62	1,9	33,1	63,1	1,9
18,0	40,2	29,5	25,5	114,9	30,0	2,5956	104,39	1,6	45,0	51,6	1,8
19,0	40,5	28,5	26,9	115,7	30,0	2,6331	106,66	1,2	56,3	41,0	1,5
20,0	40,8	27,5	28,3	116,6	30,0	2,5709	104,89	0,7	58,7	39,3	1,3

Composição modal: G – Global; D – Distorcional; L – Local; O – Outro.

Variáveis: *h* – altura do enrijecedor; *a* – largura do elemento de placa; *c* – largura da parede inclinada do enrijecedor

Tabela A2: Resultados obtidos pelo programa computacional CUFMS v.4.03 para força axial no modo de flambagem 2

PLACA ENRIJECIDA E NÃO ENRIJECIDA NA COMPRESSÃO AXIAL											
Modo de flambagem 2											
VARIÁVEIS					RESULTADOS			COMPOSIÇÃO MODAL (%)			
<i>h</i> (mm)	Força (kN)	<i>a</i> (mm)	<i>c</i> (mm)	Largura total (mm)	Comp. semi onda (mm)	Coefi ciente de carga	Pcr (kN)	G	D	L	O
0,0	35,0	0,0	0,0	100,0	100,0	0,2066	7,24	0,0	0,0	100,0	0,0
1,0	35,3	46,5	1,4	100,8	120,0	0,2525	8,91	69,3	3,7	26,9	0,1
2,0	35,6	45,5	2,8	101,7	155,0	0,3575	12,72	69,3	3,4	27,1	0,2
3,0	35,9	44,5	4,2	102,5	185,0	0,4854	17,41	69,4	3,2	27,3	0,1
4,0	36,2	43,5	5,7	103,3	220,0	0,6261	22,64	69,2	4,0	26,7	0,1
5,0	36,4	42,5	7,1	104,1	250,0	0,7763	28,30	69,0	4,6	26,3	0,1
6,0	36,7	41,5	8,5	105,0	275,0	0,9337	34,30	68,8	5,0	26,0	0,2
7,0	37,0	40,5	9,9	105,8	305,0	1,0970	40,62	68,6	6,1	25,2	0,1
8,0	37,3	39,5	11,3	106,6	330,0	1,2649	47,21	68,3	7,0	24,5	0,2
9,0	37,6	38,5	12,7	107,5	355,0	1,4366	54,03	68,1	8,0	23,8	0,1
10,0	37,9	37,5	14,1	108,3	380,0	1,6109	61,05	67,8	9,1	22,9	0,2
11,0	38,2	36,5	15,6	109,1	410,0	1,7867	68,23	67,4	10,8	21,7	0,1
12,0	38,5	35,5	17,0	109,9	435,0	1,9631	75,54	67,1	12,1	20,7	0,1
13,0	38,8	34,5	18,4	110,8	465,0	2,1386	82,91	66,7	13,8	19,3	0,2
14,0	39,1	33,5	19,8	111,6	495,0	2,3120	90,31	66,3	15,5	18,0	0,2
15,0	39,3	32,5	21,2	112,4	525,0	2,4815	97,65	65,9	17,2	16,7	0,2
16,0	39,6	31,5	22,6	113,3	555,0	2,6455	104,87	65,5	18,9	15,4	0,2
17,0	39,9	30,5	24,0	114,1	590,0	2,8021	111,89	65,1	20,8	14,0	0,1
18,0	40,2	29,5	25,5	114,9	625,0	2,9495	118,63	64,7	22,5	12,6	0,2
19,0	40,5	28,5	26,9	115,7	660,0	3,0860	125,01	64,3	24,2	11,4	0,1
20,0	40,8	27,5	28,3	116,6	695,0	3,2102	130,97	64,0	25,7	10,2	0,1

Composição modal: G – Global; D – Distorcional; L – Local; O – Outro.

Variáveis: *h* – altura do enrijecedor; *a* – largura do elemento de placa; *c* – largura da parede inclinada do enrijecedor

## ANEXO B – ANÁLISE LINEAR E NÃO LINEAR PELO MFF E MEF DE TELHAS AUTOPORTANTES

Tabela B1: Comparativo para autovalores do modo de flambagem BL entre o MFF e MEF

PERFIL PRIMÁRIO:	TELHAS AUTOPORTANTES			
CARREGAMENTO	FLEXÃO OBLÍQUA			
MODO DE FLAMBAGEM	LOCAL (BL)			
PARÂMETRO	Valor	CUFSM	ANSYS	MEF/MFF
$\theta$	30°	1,56	0,642	0,412
	50°	2,38	1,503	0,632
	70°	2,91	2,068	0,711
	90°	3,10	2,275	0,734
$k_1$ (não-enrijecida)	0,50	2,21	1,284	0,581
	0,70	2,60	1,728	0,665
	0,90	3,05	2,186	0,717
$k_1$ (enrijecida)	0,50	72,15	75,194	1,042
	0,54	63,97	65,818	1,029
	0,70	43,79	43,667	0,997
	0,80	37,11	36,334	0,979
	0,86	33,50	32,313	0,965
	0,90	31,55	30,431	0,965
$k_3$ (não-enrijecida)	0,10	2,30	1,400	0,609
	0,20	2,69	1,775	0,660
	0,30	1,46	0,453	0,310
$k_3$ (enrijecida)	0,12	37,37	36,257	0,970
	0,16	41,70	41,187	0,988
	0,18	35,57	34,529	0,971
	0,30	9,83	8,633	0,878
	0,40	4,88	3,770	0,773
$v_2$	0	3,09	2,270	0,735
	2	11,82	10,702	0,905
	4	26,95	25,391	0,942
$v_3$	0	4,92	3,768	0,766
	1	27,70	25,892	0,935
	2	59,74	58,321	0,976
<i>attractor</i>	0,5	38,50	37,714	0,980
	1,0	35,04	34,615	0,988
	1,5	19,67	18,685	0,950
	2,0	13,19	12,224	0,927
$w_{incl}$	2,0			
	6,0	17,38	16,042	0,923
	15,0	22,50	21,167	0,941
	20,0	25,88	24,236	0,936
	22,0	27,40	25,961	0,947
$w_{mid}$	2,0	23,77	23,078	0,971
	6,0	25,55	25,007	0,979
	15,0	30,64	30,291	0,989
	20,0	33,75	33,390	0,989
	22,0	35,18	34,803	0,989
$ang_3$	30°	35,67	35,335	0,991
	36°	35,04	34,615	0,988
	40°	34,50	34,094	0,988
	50°	32,90	32,497	0,988
	56°	31,79	31,243	0,983
$\theta_1$	30°	19,84	19,149	0,965
	40°	25,63	25,071	0,978
	50°	30,66	30,202	0,985
	60°	34,78	34,361	0,988
	70°	37,85	37,492	0,991
	80°	39,79	39,568	0,994
	90°	40,53	40,414	0,997

Tabela B2: Comparativo para autovalores para o modo de flambagem BDF entre o MFF e MEF

<b>PERFIL PRIMÁRIO:</b>	<b>TELHAS AUTOPORTANTES</b>			
<b>CARREGAMENTO</b>	<b>FLEXÃO OBLÍQUA</b>			
<b>MODO DE FLAMBAGEM</b>	<b>DISTORCIONAL DE MESA (BDF)</b>			
PARÂMETRO	Valor	CUFSM	ANSYS	MEF/MFF
$k_l$ (enrijecida)	0,50	66,36	65,503	0,987
	0,54	63,71	62,685	0,984
	0,70			
	0,80			
	0,86			
	0,90			

Tabela B3: Comparativo para autovalores para o modo de flambagem BDW entre o MFF e MEF

PERFIL PRIMÁRIO:	TELHAS AUTOPORTANTES			
CARREGAMENTO	FLEXÃO OBLÍQUA			
MODO DE FLAMBAGEM	DISTRACIONAL DE ALMA (BDW)			
PARÂMETRO	Valor	CUFSM	ANSYS	MEF/MFF
$k_1$ (enrijecida)	0,50	22,89	22,511	0,983
	0,54	24,03	23,760	0,989
	0,70	28,92	29,297	1,013
	0,80	32,14	32,914	1,024
	0,86	33,73	34,698	1,029
	0,90	34,37	35,340	1,028
$k_3$ (enrijecida)	0,12	23,69	23,895	1,009
	0,16	30,13	30,873	1,025
	0,18	33,07	33,987	1,028
	0,30	16,64	15,512	0,932
	0,40	8,43	7,354	0,872
$v_2$	0			
	2	12,39	11,804	0,953
	4	14,30	13,629	0,953
$v_3$	0	14,22	13,501	0,949
	1	14,93	14,229	0,953
	2	15,14	14,477	0,956
<i>attractor</i>	0,5	33,27	32,012	0,962
	1,0	35,09	33,817	0,964
	1,5	34,57	33,342	0,964
	2,0	30,84	29,723	0,964
$W_{incl}$	2,0	3,61	7,300	2,022
	6,0	8,00	7,300	0,913
	15,0	22,01	21,320	0,969
	20,0	31,18	30,938	0,992
	22,0	35,02	34,674	0,990
$W_{mid}$	2,0	29,43	28,088	0,954
	6,0	32,92	31,679	0,962
	15,0	38,60	37,327	0,967
	20,0	39,40	38,102	0,967
	22,0	39,64	38,359	0,968
$ang_3$	30°	30,26	29,050	0,960
	36°	35,09	33,817	0,964
	40°	37,57	36,313	0,967
	50°	40,90	39,663	0,970
	56°	41,41	40,238	0,972
$\theta_1$	30°			
	40°	23,39	22,229	0,950
	50°	30,57	29,317	0,959
	60°	36,46	35,172	0,965
	70°	39,90	38,642	0,968
	80°	41,96	40,771	0,972
	90°	42,79	41,543	0,971



Tabela B4: Comparativo para autovalores para o modo de flambagem BD entre o MFF e MEF

PERFIL PRIMÁRIO:	TELHAS AUTOPORTANTES			
CARREGAMENTO	FLEXÃO OBLÍQUA			
MODO DE FLAMBAGEM	DISTORCIONAL (BD)			
PARÂMETRO	Valor	CUFSM	ANSYS	MEF/MFF
$\theta$	30°	11,67	10,831	0,928
	50°	26,62	26,038	0,978
	70°	36,46		
	90°	29,63		
$k_1$ (não-enrijecida)	0,50	22,63	21,420	0,947
	0,70	31,56		
	0,90	46,58		
$k_1$ (enrijecida)	0,50	23,47		
	0,54	25,10		
	0,70	32,15		
	0,80	35,87		
	0,86	38,04		
	0,90	39,48		
$k_3$ (não-enrijecida)	0,10	19,72		
	0,20	40,67		
	0,30	54,52		
$k_3$ (enrijecida)	0,12	23,88		
	0,16	32,84		
	0,18	36,72		
	0,30	52,34		
	0,40	57,24		
$v_2$	0	32,16	31,565	0,981
	2	31,01	30,386	0,980
	4	30,43	29,744	0,977
$v_3$	0	30,58	29,825	0,975
	1	30,20	29,489	0,976
	2	29,74	29,127	0,979
<i>attractor</i>	0,5	34,04	32,790	0,963
	1,0	35,00	32,790	0,937
	1,5	36,11	34,867	0,966
	2,0	36,89	35,547	0,964
$w_{incl}$	2,0	36,22	35,694	0,985
	6,0	35,40	34,842	0,984
	15,0	33,35	32,827	0,984
	20,0	32,32	31,697	0,981
	22,0	31,99	31,326	0,979
$w_{mid}$	2,0	32,85	31,578	0,961
	6,0	33,00	31,733	0,962
	15,0	33,35	32,090	0,962
	20,0	33,55	32,291	0,962
	22,0	33,64	32,365	0,962
$ang_3$	30°	35,87	34,546	0,963
	36°	35,00	33,762	0,965
	40°	34,37	33,125	0,964
	50°	32,71	31,429	0,961
	56°	31,69	30,379	0,959
$\theta_1$	30°	13,45	12,050	0,896
	40°	21,05	19,694	0,936
	50°	28,66	27,367	0,955
	60°	34,69	33,449	0,964
	70°	37,64	36,449	0,968
	80°	36,44	35,241	0,967
	90°	30,00	28,857	0,962

Tabela B5: Valores de comprimento de semi onda, índice de esbeltez reduzido e momento de resistência segundo a ABNT NBR14762:2010

PARÂ ME TRO	VA LOR	Comprimento semi onda (mm)				Índice de esbeltez reduzido $\lambda$ (ABNT)				My (kN. m)	Momento de resistência teórico MRD (ABNT - kN.m)			
		BL	BDF	BDW	BD	BL	BDF	BDW	BD		BL	BDF	BDW	BD
$k_1$ (enrijecida)	0,50	20,7	200,0	854,7	2118,8	0,461	0,494	0,842	0,825	15,97	15,97	15,97	14,01	
	0,54	22,6	239,8	854,7	2320,1	0,521	0,534	0,868	0,844	17,90	17,90	17,90	15,40	
	0,70	32,5		1024,9	3335,9	0,775		0,946	0,903	26,22	26,22		21,27	
	0,80	39,0		1024,9	4380,1	0,928		0,975	0,934	31,32	27,94		24,86	
	0,86	42,7		1122,3	4796,3	1,040		1,003	0,958	34,94	28,94		27,19	
	0,90	46,8		1122,3	5252,1	1,104		1,024	0,969	37,07	29,51		28,42	
$k_3$ (enrijecida)	0,12	39,0		1345,7	2782,0	0,931		1,147	1,148	31,45	28,01		22,16	
	0,16	39,0		1122,3	4000,0	0,887		1,024	0,993	32,39	29,77		24,83	
	0,18	42,7		1222,3	4380,0	0,974		0,982	0,945	32,77	28,34		25,90	
	0,30	73,7		854,7	6297,8	1,982		1,479	0,805	33,93	17,92		19,53	
	0,40	105,9		1024,9	7551,6	2,974		2,129	0,763	33,35	13,07		14,04	
$\theta$	30°	256,0			2811,8	5,665			1,329	20,60	4,95		12,56	
	50°	256,0			3727,6	4,553			1,082	31,15	8,85		22,75	
	70°	256,0			4941,7	4,289			1,022	38,05	11,31			
	90°	256,0			7543,1	4,216			1,168	40,45	12,18			
$k_1$ (não-enrijecida)	0,50	193,1			2120,9	3,755			0,895	18,11	5,96		14,98	
	0,70	255,9			4291,9	4,317			1,010	32,21	9,53			
	0,90	255,9			5689,9	4,575			0,991	45,76	12,95			
$k_3$ (não-enrijecida)	0,10	255,9			2811,8	4,887			1,302	33,44	9,00			
	0,20	222,3			5689,9	4,502			0,941	35,98	10,31			
	0,30	222,3			7543,1	9,056			0,825	37,15	6,21			
$v_2$	0	255,9			4291,9	3,933			1,054	35,11	11,15		26,34	
	2	82,9		686,6	4291,9	1,776		1,691	1,054	33,75	19,30	17,36	25,34	
	4	47,1		686,6	4291,9	1,133		1,547	1,047	32,61	25,50	18,08	24,60	
$v_3$	0	109,8		686,6	4291,9	2,921		1,543	1,038	32,15	12,77	17,86	24,40	
	1	47,1		686,6	4291,9	1,113		1,501	1,043	32,06	25,38	18,23	24,26	
	2	35,6		686,6	3727,6	0,740		1,486	1,048	31,97	31,97	18,33	24,11	
<i>attractor</i>	0,5	41,0		1048,1	4291,9	0,921		1,000	0,988	32,01	28,70	24,97	25,18	
	1,0	41,0		1048,1	4291,9	0,957		0,968	0,984	31,72	27,74	25,31	25,04	
	1,5	62,5		910,3	4291,9	1,301		0,974	0,952	31,61	22,50	25,13	25,53	
	2,0	72,0		790,6	4941,7	1,607		1,031	0,942	31,57	19,38	24,09	25,68	
$w_{incl}$	2,0			294,7	4941,7			2,195	0,993	35,18		14,42	27,58	
	6,0	72,0		518,0	4941,7	1,464		2,170	0,993	34,38	22,54	14,24	26,94	
	15,0	54,3		790,6	4921,9	1,240		1,236	0,996	32,55	23,94	21,65	25,47	
	20,0	47,1		1048,1	4921,9	1,141		1,010	0,997	31,53	24,55	24,43	24,64	
	22,0	47,1		1048,1	4921,9	1,095		0,947	0,997	31,12	24,91	25,22	24,33	
$w_{mid}$	2,0	54,3		910,3	4941,7	1,150		1,042	0,983	30,50	23,62	23,09	24,09	
	6,0	47,1		1048,1	4941,7	1,104		0,981	0,980	30,48	24,26	24,10	24,12	
	15,0	41,0		1206,8	4921,9	1,002		0,903	0,974	30,43	25,83	25,49	24,19	
	20,0	41,0		1206,8	4921,9	0,954		0,893	0,970	30,41	26,65	25,65	24,23	
	22,0	41,0		1206,8	4921,9	0,935		0,890	0,969	30,40	27,01	25,71	24,25	
$ang_3$	30°	41,0		1048,1	4941,7	0,959		1,057	0,969	32,47	28,37	24,32	25,89	
	36°	41,0		1048,1	4291,9	0,957		0,968	0,969	31,72	27,74	25,31	25,30	
	40°	41,0		1048,1	4291,9	0,956		0,926	0,970	31,16	27,28	25,65	24,84	
	50°	41,0		1389,5	4291,9	0,954		0,864	0,970	29,59	25,94	25,53	23,58	
	56°	41,0		1389,5	4291,9	0,956		0,842	0,969	28,54	24,99	25,03	22,76	
$\theta_i$	30°	41,0			2811,8	0,969			1,222	17,98	15,60		12,07	
	40°	41,0		1206,8	3237,5	0,962		1,021	1,085	23,19	20,23	17,82	17,04	
	50°	41,0		1206,8	3727,6	0,958		0,973	1,007	27,73	24,24	22,06	21,53	
	60°	41,0		1048,1	4291,9	0,957		0,946	0,970	31,45	27,52	25,52	25,07	
	70°	41,0		1048,1	4941,7	0,955		0,941	0,969	34,22	29,97	27,86	27,30	
	80°	41,0		1048,1	6551,3	0,953		0,939	1,010	35,97	31,55	29,33	27,85	
	90°	41,0		1048,1	7543,1	0,952		0,939	1,127	36,65	32,17	29,88	26,17	

Modos de flambagem: BL – Local; BDF – Distorcional de Mesa; BDW – Distorcional de Alma; BD – Distorcional.

Tabela B6: Valores de momento de resistência segundo a ABNT NBR14762:2010, momento último pelo MEF e momento crítico pela formulação proposta

PARÂMETRO	VALOR	My (kN.m)	Momento de resistência teórico MRD (ABNT - kN.m)				Momento último Ansys MEF (kN.m)				Momento de resistência proposto (kN.m)			
			BL	BDF	BDW	BD	BL	BDF	BDW	BD	BL	BDF	BDW	BD
$k_1$ (enrijecida)	0,50	15,97	15,97	15,97	14,01		15,68	15,94	15,79		15,97	16,25	1,36	
	0,54	17,90	17,90	17,90	15,40		17,59	17,62	17,54		17,90	17,75	4,06	
	0,70	26,22	26,22		21,27		24,94		24,67		26,22	24,02	12,03	
	0,80	31,32	27,94		24,86		27,74		29,09		28,02	27,85	15,93	
	0,86	34,94	28,94		27,19		27,50		31,49		29,32	30,31	18,40	
	0,90	37,07	29,51		28,42		28,17		29,94		29,99	31,62	19,66	
$k_3$ (enrijecida)	0,12	31,45	28,01		22,16		28,77		23,99		28,17	24,61	13,56	
	0,16	32,39	29,77		24,83		29,57		29,00		29,71	27,67	17,21	
	0,18	32,77	28,34		25,90		27,83		30,82		28,56	28,95	16,99	
	0,30	33,93	17,92		19,53		14,17		15,87		19,42	22,12	-3,64	
	0,40	33,35	13,07		14,04		8,70		10,21		15,17	16,27	-25,11	
$\theta$	30°	20,60	4,95			12,56	6,23				7,47		6,02	
	50°	31,15	8,85			22,75	9,66				11,33		15,11	
	70°	38,05	11,31				11,89				13,85		19,89	
	90°	40,45	12,18				12,67				14,73		16,73	
$k_1$ (não-enrijecida)	0,50	18,11	5,96			14,98					7,74		7,93	
	0,70	32,21	9,53				10,44				11,94		16,98	
	0,90	45,76	12,95				12,68				15,87		24,32	
$k_3$ (não-enrijecida)	0,10	33,44	9,00								11,73		10,36	
	0,20	35,98	10,31				10,42				12,99		18,52	
	0,30	37,15	6,21				8,05				10,71		3,34	
$v_2$	0	35,11	11,15			26,34	14,45				13,41		17,92	
	2	33,75	19,30		17,36	25,34	18,62		18,24		20,56	19,40	17,26	
	4	32,61	25,50		18,08	24,60	22,41		21,11	16,91	26,14	20,26	16,83	
$v_3$	0	32,15	12,77		17,86	24,40	12,22				14,85	20,04	16,75	
	1	32,06	25,38		18,23	24,26	22,47		19,64	13,48	26,05	20,44	16,62	
	2	31,97	31,97		18,33	24,11	30,28		22,51	16,58	31,97	20,53	16,47	
attractor	0,5	32,01	28,70		24,97	25,18	29,34		30,48	16,81	28,77	28,62	16,98	
	1,0	31,72	27,74		25,31	25,04	28,31		28,34	22,09	27,79	29,09	16,60	
	1,5	31,61	22,50		25,13	25,53	24,91			15,80	23,18	28,85	16,12	
	2,0	31,57	19,38		24,09	25,68	21,95			12,77	20,38	27,52	15,71	
$w_{incl}$	2,0	35,18			14,42	27,58			14,46			11,44	18,71	
	6,0	34,38	22,54		14,24	26,94	12,41		14,46		23,60	16,17	18,29	
	15,0	32,55	23,94		21,65	25,47	21,88		22,65	15,86	24,68	24,34	17,31	
	20,0	31,53	24,55		24,43	24,64	23,47		24,75	16,15	24,71	27,53	16,73	
	22,0	31,12	24,91		25,22	24,33	24,00		26,12	16,22	25,44	28,74	16,55	
$w_{mid}$	2,0	30,50	23,62		23,09	24,09	22,85		23,54	15,97	24,01	26,45	16,13	
	6,0	30,48	24,26		24,10	24,12	23,74		25,28	16,39	24,54	27,68	16,08	
	15,0	30,43	25,83		25,49	24,19	25,88		29,29	16,53	25,92	29,49	15,98	
	20,0	30,41	26,65		25,65	24,23	27,11		29,40	16,55	25,22	27,62	16,77	
	22,0	30,40	27,01		25,71	24,25	27,66		29,58	16,54	27,01	29,79	15,88	
$ang_3$	30°	32,47	28,37		24,32	25,89	28,49		30,69	17,44	28,38	27,76	16,98	
	36°	31,72	27,74		25,31	25,30	28,31		30,58	17,17	27,79	29,09	16,60	
	40°	31,16	27,28		25,65	24,84	28,05		30,12	16,92	27,32	29,59	16,31	
	50°	29,59	25,94		25,53	23,58	26,60		28,64	21,26	25,97	29,68	15,47	
	56°	28,54	24,99		25,03	22,76	25,70		27,47	15,84	25,06	29,18	14,88	
$\theta_i$	30°	17,98	15,60			12,07	15,67			6,80	15,75		7,62	
	40°	23,19	20,23		17,82	17,04	20,75		20,13	10,48	20,32	20,48	11,77	
	50°	27,73	24,24		22,06	21,53	24,82		25,71	13,89	24,30	25,39	14,75	
	60°	31,45	27,52		25,52	25,07	28,03		30,51	17,02	27,56	29,39	16,46	
	70°	34,22	29,97		27,86	27,30	30,51		33,63	19,13	29,99	32,06	17,94	
	80°	35,97	31,55		29,33	27,85	32,08		34,82	19,72	31,53	33,71	19,11	
	90°	36,65	32,17		29,88	26,17	31,59		35,23	16,37	32,12	34,35	17,09	

Modos de flambagem: BL – Local; BDF – Distorcional de Mesa; BDW – Distorcional de Alma; BD – Distorcional.