

### PREVISÃO DE CAVITAÇÃO EM BOMBAS COM BASE NA ESTIMAÇÃO DO TORQUE DA CARGA POR MEIO DA ASSINATURA ELÉTRICA DO MOTOR DE INDUÇÃO

Thiago Dultra Gomes

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Antônio Carlos Ferreira

Rio de Janeiro Março de 2018

### PREVISÃO DE CAVITAÇÃO EM BOMBAS COM BASE NA ESTIMAÇÃO DO TORQUE DA CARGA POR MEIO DA ASSINATURA ELÉTRICA DO MOTOR DE INDUÇÃO

Thiago Dultra Gomes

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Examinada por:

Prof. Antônio Carlos Ferreira, Ph.D.

Prof. Walter Issamu Suemitsu, Dr.Ing.

Prof. José Andrés Santisteban Larrea, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL MARÇO DE 2018 Gomes, Thiago Dultra

Previsão de cavitação em bombas com base na estimação do torque da carga por meio da assinatura elétrica do motor de indução/ Thiago Dultra Gomes. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2018.

XVI, 83 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Antônio Carlos Ferreira

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Elétrica, 2018.

Referências Bibliográficas: p. 74-78.

 LTSA 2. Estimação de Velocidade 3. MRAS 4.
Estimação de Torque 5. Cavitação. I. Ferreira, Antônio Carlos. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Elétrica. III. Título.

À minha esposa Isabela, aos meus pais, Paulo e Marilia e aos meus irmãos Allan e Luciano.

### Agradecimentos

A Deus por me proporcionar saúde e por esta conquista.

À minha esposa Isabela Natal, amor da minha vida, minha amiga e companheira, por estar ao meu lado em todos os momentos, por sempre me incentivar a alcançar os meus objetivos e por compartilhar de cada conquista minha. Por alegrar e adoçar a minha vida nos momentos mais difíceis. Obrigado por todo o seu amor e carinho. Te amo muito!

À minha mãe, Marilia Dultra, pelo seu enorme carinho e por estar sempre torcendo pelas minhas conquistas.

Ao meu pai, Paulo Gomes, por vibrar a cada conquista minha e por ser meu referencial de engenheiro.

Ao meu irmão Allan, pela sua grande amizade e companheirismo.

Ao meu irmão Luciano, por ser exemplo de perseverança e caráter na minha vida.

Aos meus sogros, Marcia Natal e Fernando Abreu, e à minha cunhada, Beatriz Natal, pelas orações e palavras de incentivo.

Ao meu orientador, Antônio Carlos, pelos esclarecimentos, pela paciência e por todo o apoio durante a elaboração deste trabalho. Muito obrigado por confiar em mim.

Ao meu gerente, Thales Carneiro, por compreender e apoiar a realização do meu mestrado. Aos meus antigos gestores, Sergio Zeitone, Duilio Fedele e Marcus Garcia, pelo incentivo essencial para iniciar este trabalho.

Ao colega de trabalho Alam Menezes, pelo apoio e por sempre me transmitir o seu conhecimento e a sua experiência. Aos colegas Clayton Tanimoto, Marcio Cavalcante, Toshiaki Yanase e Hudson Peixoto, pela compreensão e convívio.

Aos professores Walter Suemitsu e José Santisteban, pela disponibilidade para participação na banca de avaliação.

À COPPE/UFRJ, em especial aos professores do Programa de Energia Elétrica.

Aos colegas de mestrado, Rodrigo Valle, Rodrigo Sousa e Thiago Caminatti pela convivência durante as disciplinas e pelas palavras de incentivo quando precisei.

Aos amigos de faculdade, por termos compartilhado desta fase em nossas vidas: Leonardo Luiz, Renan Fernandes, João Salvador, Gustavo Viana, Jardel Camelo, Márcio Gabriel, Flávio Goulart, Pedro Sardella e Beatriz Pamplona. Ao amigo Eduardo Guimarães e às amigas Raquel Rezende, Mariana Coutinho, Thaís Batista e Ana Carolina.

E, por fim, a todos que, de alguma forma, contribuíram para realização deste trabalho.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Ciências (M.Sc.).

### PREVISÃO DE CAVITAÇÃO EM BOMBAS COM BASE NA ESTIMAÇÃO DO TORQUE DA CARGA POR MEIO DA ASSINATURA ELÉTRICA DO MOTOR DE INDUÇÃO

Thiago Dultra Gomes Março/2018

Orientador: Antonio Carlos Ferreira Programa: Engenharia Elétrica

Em aplicações de transporte de fluídos (petróleo e derivados) entre refinarias e terminais, assim como para funcionamento de plantas industriais, são empregadas bombas para deslocamento dos produtos. Com a importância da continuidade operacional destas bombas, torna-se cada vez mais relevante prevenir e detectar falhas precocemente, a fim de evitar perda de produção e diminuir custos de manutenção. Uma das falhas de maior impacto destrutivo em bombas centrífugas é a cavitação, fenômeno em que a pressão é reduzida ao valor da pressão de vapor do líquido na temperatura de operação. Dentre as ferramentas existentes para detecção deste fenômeno tem-se o Método de Análise de Assinatura do Torque de Carga (Load Torque Signature Analysis – LTSA). Este método utiliza a análise espectral do torque desenvolvido pela carga, obtido a partir dos sinais elétricos do motor e da velocidade mecânica medida, por meio da relação entre falhas mecânicas das cargas acionadas e respectivas frequências naturais. Neste contexto, o presente trabalho tem por objetivo a aplicação de métodos de estimação da velocidade mecânica de motores de indução sensorless, obtida com base no modelo da máquina e nos sinais elétricos do motor, visando à estimação do torque de carga. Caso factível, esta aplicação permite a utilização do Método LTSA para determinação do fenômeno de cavitação em bombas centrífugas acionadas por motores de indução sem controle de velocidade e sem a instalação de um sensor de posição ou de velocidade.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fullfilment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.).

### CENTRIFUGAL PUMPS CAVITATION DETECTION USING INDUCTION MOTOR LOAD TORQUE SIGNATURE ANALYSIS

Thiago Dultra Gomes

March/2018

Advisor: Antonio Carlos Ferreira

Department: Electrical Engineering

In fluid (oil and oil by-products) transportation between refineries and terminals, as well as for industrial plant processes, pumps are used to move the fluids. With the importance of the operational continuity of these pumps, early failure detection and prevention becomes increasingly relevant in order to avoid production losses and decrease maintenance costs. One of the failures of greater destructive impact on centrifugal pumps is cavitation, a phenomenon in which the pressure is reduced to the value of the vapor pressure of the liquid at the operating temperature. Among the existing methods for the detection of this phenomenon is the Load Torque Signature Analysis Method (LTSA). This method uses spectral analysis of the torque developed by the load, obtained from the electrical signals of the motor and the mechanical speed, and based on the relationship between load mechanical failures and their natural frequencies. In this context, the present work aims at the application of sensorless speed estimation methods for induction motors, based on the machine model and electrical signals, in order to estimate the load torque. If feasible, this application allows the use of the LTSA method for the determination of the cavitation phenomenon in centrifugal pumps driven by induction motors without speed control and without the installation of a position or a speed sensor.

## Sumário

LIS	LISTA DE FIGURAS						
LIS	LISTA DE TABELASXV						
LIS	LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS						
1							
-							
	1.1	CONS	IDERAÇÕES INICIAIS	1			
	1.2	Моті	VAÇÃO DO TRABALHO E OBJETIVOS	3			
	1.3	Estri	jtura da Dissertação	4			
2	F	PRINCÍF	PIOS DE FUNCIONAMENTO DE BOMBAS	5			
	2.1	Вом	bas de Deslocamento Positivo	5			
	2.2	Вом	BAS DINÂMICAS	6			
	ź	2.2.1	Classificação quanto à trajetória do líquido no rotor	7			
	ź	2.2.2	Classificação quanto ao número de rotores empregados	8			
	ź	2.2.3	Classificação quanto o número de entradas para aspiração	9			
	2.3	Func	IONAMENTO DE BOMBAS CENTRÍFUGAS	9			
	2.4	ALTU	ra Livre Positiva de Sucção	.11			
	2.5	CAVIT	ĀÇÃO	.11			
	Ź	2.5.1	Consequências Físicas da Cavitação	. 12			
3	ſ	MÉTOD	OS DE ANÁLISE DE FALHA	.15			
	3.1	Méto	DO DE ANÁLISE DE ASSINATURA DA CORRENTE ELÉTRICA	.16			
	Ĵ	3.1.1	Aplicação do MCSA para diagnóstico de falhas em bombas	. 18			
	3.2	Μέτα	do de Análise da Assinatura de Torque de Carga	.18			
	Ĵ	3.2.1	Estimador de Torque de Carga	. 19			
	Ĵ	3.2.2	Estimador de torque eletromagnético	. 22			
4	ſ	MOTOR	ES DE INDUÇÃO	.24			
	4.1	Mod	elo do Motor de Indução Trifásico	.24			
	4	4.1.1	Considerações Iniciais	.24			
	4	4.1.2	Escorregamento	.25			
	4	4.1.3	Equações de Conjugado	.26			
	4	4.1.4	Equações de Tensão, Fluxo Concatenado e Indutâncias	.26			
	4.2	TRAN	sformação de Clarke	.29			
	4	4.2.1	Formulação Matemática	.29			
	2	4.2.2	Transformação $lphaeta 0$ aplicada a Motores de Indução Trifásicos	.31			

	4.3 TRAN	sformação de Park	32
	4.3.1	Formulação Matemática	32
5	ESTIMA	DORES DE VELOCIDADE	34
	5.1 CONS		34
	5.2 FORM	μιαζαο Ματεμάτιςα dos modelos da μάριμηα	36
	.5.2.1	Modelo do Rotor (Modelo de Corrente)	
	5.2.2	Modelo do Estator (Modelo de Tensão)	
	5.3 Méto	dos de Estimação de Velocidade baseados no modelo da Máquina	
	5.3.1	Métodos Baseados no Escorregamento	40
	5.3.2	Modos Deslizantes	41
	5.3.3	Observador de Ordem Completa	41
	5.3.4	Filtro de Kalman e Filtro de Kalman Estendido	42
	5.3.5	Sistema Adaptativo por Modelo de Referência	45
6	SIMULA	ÇÕES – CENÁRIOS E MODELOS	48
	6.1 FORM	ΠΙ ΛΟÃO DO <b>Ρ</b> ΡΟΡΙ ΕΜΛ	48
	6.2 DESCI		40
	6.3 DESC		51
	6.3.1	Modelos implementados no RMxprt. Maxwell e Simplorer	
	6.3.2	Modelos dos Estimadores	54
-	DECLUT		<b>F</b> 0
/	RESULT	ados	58
	7.1 CENÁ	rio 1 - Estimador de torque de carga, sem estimação de Torque eletromagnético e sem	
	ESTIMAÇÃO [	DE VELOCIDADE	58
	7.2 Cená	RIO 2 - ESTIMADOR DE TORQUE DE CARGA, COM ESTIMAÇÃO DE TORQUE ELETROMAGNÉTICO E SEM	
	ESTIMAÇÃO [	DE VELOCIDADE	61
	7.3 Cená	rio 3 - Estimador de torque de carga, sem estimação de Torque eletromagnético e com	
	ESTIMAÇÃO [	DE VELOCIDADE POR MRAS	63
	7.4 Cená	rio 4 - Estimador de torque de carga, sem estimação de Torque eletromagnético e com	
	ESTIMAÇÃO [	e velocidade por Filtro de Kalman	66
	7.5 CENÁ	RIO 5 - ESTIMADOR DE TORQUE DE CARGA, COM ESTIMAÇÃO DE TORQUE ELETROMAGNÉTICO E COM	
	ESTIMAÇÃO [	DE VELOCIDADE POR MRAS	68
	7.6 CENA	RIO 6 - ESTIMADOR DE TORQUE DE CARGA, COM ESTIMAÇÃO DE TORQUE ELETROMAGNÉTICO E COM	70
	Estimação [	DE VELOCIDADE POR FILTRO DE KALMAN.	70
8	CONCLU	ISÕES E TRABALHOS FUTUROS	72
9	REFERÊ	NCIAS BIBLIOGRÁFICAS	74
A	APÊNDI	CE	79

A.1	TRANSFORMAÇÃO DE CLARKE	79
A.2	TRANSFORMAÇÃO DE PARK	80
A.2.1	Generalização da Transformação de Park	82

## Lista de Figuras

Figura 1 - Representação simplificada de um sistema típico de transferência de produtos2
Figura 2 - Sistema de transferência de produtos, distâncias e obstáculos
Figura 3 - Tipos de classificação de bombas7
Figura 4 - Componentes estruturais de uma bomba centrífuga. Fonte: Extraído de Coelho (2006) 10
Figura 5 - Bomba danificada em decorrência da cavitação. Fonte: Extraído de Coelho (2006)13
Figura 6 – Representação do espectro de frequência do torque de carga na operação de bombas
centrífugas. Fonte: Adaptado de Spamer (2009) pelo autor13
Figura 7 - Variáveis utilizadas na identificação de faltas em sistemas acionados por motores de indução.
Figura 8 - Representação de sistema acionado por motor de indução (função de transdutor de entrada e
transdutor de saída). Fonte: Adaptado de Stopa (2011) pelo Autor
Figura 9 – Diagrama Esquemático do Método de Análise de Assinatura do Torque de Carga (LTSA).
Fonte: Adaptado de Lima, Silva e Stopa (2015) pelo Autor19
Figura 10 - Diagrama de Blocos do Estimador de Torque de Carga utilizado no LTSA. Fonte: Adaptado de
Lima, Silva e Stopa (2015) pelo Autor20
Figura 11 - Diagrama de Blocos do estimador de torque eletromagnético baseado no fluxo do estator,
utilizado no LTSA. Fonte: Adaptado de Stopa (2011) e Park et al. (2015) pelo Autor
Figura 12 — Representação em Componentes Simétricas <b>abc</b> dos Enrolamentos/Condutores do Estator
(E) e do Rotor (R) de um Motor de Indução trifásico25
Figura 13 - Representação dos eixos do estator (a) em componentes trifásicas simétricas <b>abc</b> (b) em
componentes bifásicas ortogonais $lphaeta$ . Fonte: Adaptado de Barbi (1985) pelo autor
Figura 14 - Representação dos eixos do motor de indução em componentes (a) trifásicas simétricas
abc (b) bifásicas ortogonais $lphaeta$ (c) de eixo direto e quadratura $dq$ (para o referencial estacionário).
Fonte: Adaptado de Barbi (1985) pelo autor
Figura 15 - Métodos de Estimação de Velocidade para Sistemas do tipo Sensorless. Fonte: Adaptado de
Sunny et al (2017) e de Ferraz (2011) de pelo Autor
Figura 16 - Representação Equemática do Observador de Ordem Completa. Fonte: Adaptado de Holtz
(2002) pelo Autor
Figura 17 - Representação esquemática da técnica de estimação de velocidade baseada no Filtro de
Kalman43
Figura 18 - Representação esquemática da técnica de estimação de velocidade baseada em MRAS.
Fonte: Adaptado de Schauder (1992) e de Haron e Idris (2006) pelo autor
Figura 19 – Diagrama Esquemático do Sistema Moto-Bomba e do Sistema de Estimação48
Figura 20 - Simulação no Simulink - Cenário 149
Figura 21 - Simulação no Simulink - Cenário 2

Figura 22 - Simulação no Simulink – Cenários 3, 4, 5 e 6	.50
Figura 23 - Simulação no Maxwell/Simplorer – Sistema moto-bomba	.50
Figura 24 – Modelagem da carga. (a) Torque Constante (b) Torque que varia quadraticamente com a	
velocidade	.51
Figura 25 - Diagrama Esquemático com softwares utilizados	.51
Figura 26 - Modelos implementados no Maxwell/Simplorer	. 52
Figura 27 – Vistas (2-D) do motor de indução com gaiola de esquilo utilizado	.54
Figura 28 - Simulação no Simulink – Estimador de Torque de Carga	.55
Figura 29 - Simulação no Simulink – Estimador de Torque Elétrico	.55
Figura 30 - Simulação no Simulink – Estimador de Torque Elétrico. (a) Parte 1 (b) Parte 2	.56
Figura 31 - Simulação no Simulink – Estimador de Velocidade – MRAS	.56
Figura 32 - Simulação no Simulink – Estimador de Velocidade – MRAS. (a) Modelo de Tensão (b) Mode	lo
de Corrente	.57
Figura 33 - Simulação no Simulink – Estimador de Velocidade – Filtro de Kalman	.57
Figura 34 - Simulação do Caso 1. (a)Torque Eletromagnético e Torque de Carga Medidos no Simplorer	
(Real) (b)Velocidade do Motor Medida no Simplorer (Real)	. 58
Figura 35 - Simulação do Caso 1. (a)Espectro de Frequência do Torque de Carga Medido no Simplorer	
(Real) – Condição Normal (b)Espectro de Frequência do Torque de Carga Medido no Simplorer (Real) -	-
Condição com Cavitação	.59
Figura 36 - Simulação do Caso 1 para o Cenário 1. Torque Eletromagnético Real e Torque de Carga	
Estimado	.60
Figura 37 - Simulação do Caso 1 para o Cenário 1. (a)Espectro de Frequência do Torque de Carga	
Estimado – Condição Normal (b)Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado – Condição com	1
Cavitação	.60
Figura 38- Simulação do Caso 2 para o Cenário 1. (a)Espectro de Frequência do Torque de Carga	
Estimado – Condição Normal (b)Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado – Condição com	1
Cavitação	.61
Figura 39 - Simulação do Caso 1 para o Cenário 2. (a) Torque Eletromagnético – Real e Estimado (b)	
Torque de Carga – Real e Estimado	. 62
Figura 40 - Simulação do Caso 1 para o Cenário 2. (a)Espectro de Frequência do Torque de Carga	
Estimado – Condição Normal (b)Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado – Condição com	1
Cavitação	. 62
Figura 41 - Simulação do Caso 2 para o Cenário 2. (a)Espectro de Frequência do Torque de Carga	
Estimado – Condição Normal (b)Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado – Condição com	)
Cavitação	. 63
Figura 42 - Simulação do Caso 1 para o Cenário 3. (a)Torque Eletromagnético Real e Torque de Carga	
Estimado (b)Velocidade do Motor Real e Estimada	.64

Figura 43 – Simulação do Caso 1 para o Cenário 3. (a)Espectro de Frequência do Torque de Carga
Estimado – Condição Normal (b)Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado – Condição com
Cavitação64
Figura 44 - Simulação do Caso 1, com ajustes, para o Cenário 3. (a)Torque Eletromagnético Real e Torque
de Carga Estimado (b)Velocidade do Motor Real e Estimada65
Figura 45 - Simulação do Caso 1, com ajustes, para o Cenário 3. (a)Espectro de Frequência do Torque de
Carga Estimado — Condição Normal (b)Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado — Condição
com Cavitação
Figura 46 - Simulação do Caso 3, com ajustes, para o Cenário 3. (a)Espectro de Frequência do Torque de
Carga Estimado – Condição Normal (b)Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado – Condição
com Cavitação
Figura 47 - Simulação do Caso 1 para o Cenário 4. (a)Torque Eletromagnético Real e Torque de Carga
Estimado (b)Velocidade do Motor Real e Estimada67
Figura 48 – Simulação do Caso 1 para o Cenário 4. (a)Espectro de Frequência do Torque de Carga
Estimado – Condição Normal (b)Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado – Condição com
Cavitação67
Figura 49 - Simulação do Caso 1, com ajustes, para o Cenário 5. (a)Torque Eletromagnético e Torque de
Carga Estimados (b)Velocidade do Motor Real e Estimada68
Figura 50 - Simulação do Caso 1, com ajustes, para o Cenário 5. (a)Espectro de Frequência do Torque de
Carga Estimado – Condição Normal (b)Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado – Condição
com Cavitação
Figura 51 - Simulação do Caso 2, com ajustes, para o Cenário 5. (a)Espectro de Frequência do Torque de
Carga Estimado — Condição Normal (b) Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado — Condição
com Cavitação
Figura 52 – Simulação do Caso 1, com ajustes, para o Cenário 6. (a)Torque Eletromagnético e Torque de
Carga Estimados (b)Velocidade do Motor Real e Estimada (c)Espectro de Frequência do Torque de Carga
Estimado – Condição Normal (d)Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado – Condição com
Cavitação70
Figura 53 - Representação dos eixos do motor de indução em componentes bifásicas ortogonais $lphaeta$ e de
eixo direto e quadratura $dq$ (para o referencial girante a uma velocidade $\omega m$ ). Fonte: Adaptado de
Barbi (1985) pelo autor

## Lista de Tabelas

Tabela 1 – Resumo dos cenários	.49
Tabela 2 – Parâmetros do motor de indução simulado	. 54

## Lista de Abreviaturas e Siglas

- API American Petroleum Institute
- DFOC Direct-Field Oriented Control
- EPR Ethylene-Propylene Rubber
- FFT Fast Fourier Transformer
- FMM Força Magnetomotriz
- IFOC Indirect-Field Oriented Control
- LTSA Load Torque Signature Analysis
- MCSA Motor Current Signature Analysis
- MIT Motor de Indução Trifásico
- MRAS Model Reference Adaptive System
- MRAS-RF Model Reference Adaptive System based on Rotor Flux
- NPSH Net Positive Suction Head

### 1 Introdução

#### 1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O escoamento de petróleo e derivados no Brasil, desde os campos de produção até as refinarias e/ou distribuidoras, realiza-se por meio de uma malha dutoviária. Uma vez que o recebimento do óleo nas refinarias atinge vazões da ordem de milhões de litros por hora, este meio de transporte mostra-se, de um modo geral, mais seguro, econômico e viável se comparado aos transportes ferroviário ou rodoviário para o mesmo fim.

Após ser bombeado até os terminais de recebimento, nos quais o óleo proveniente das Unidades de Produção é descarregado, o petróleo é endereçado até estruturas denominadas "tanques-terra", a partir dos quais o fluido é bombeado para estocagem e alimentação das refinarias. A extensa malha de dutos em território nacional destina-se, também, ao transporte de produtos derivados (gasolina, diesel, querosene, gás etc) para as companhias distribuidoras.

Na Figura 1 é apresentado de forma simplificada um sistema típico de transferência entre duas instalações. A energia para realizar esta atividade é proveniente de bombas centrífugas. Na Figura 2, pode-se observar um sistema composto de uma refinaria, um terminal e uma malha de dutos. Estes sistemas de transferências são caracterizados por elevadas distâncias e muitas vezes o trajeto entre o ponto lançador e o ponto de recebimento passa por regiões de topografia montanhosa.

Pode-se perceber que a continuidade operacional das bombas utilizadas no transporte petrolífero é de extrema importância para o suprimento das refinarias e demais consumidores. Neste sentido, o emprego de técnicas preditivas confiáveis, tais como a associação de comportamentos dos grupos motor-bomba a modos de falha pré-definidos, para detecção precoce da ocorrência do fenômeno da cavitação, possibilita tomadas de decisão visando a eliminação de paradas indesejadas do processo devido a este fenômeno. Também permite a identificação dos momentos mais adequados para a realização de eventuais intervenções, fato de grande relevância, especialmente porque paradas não-programadas podem acarretar enormes prejuízos financeiros, tanto pelo custo associado à manutenção corretiva, como pelo tempo em que a unidade pode ficar fora de operação.



Figura 1 - Representação simplificada de um sistema típico de transferência de produtos.



Figura 2 - Sistema de transferência de produtos, distâncias e obstáculos.

Conforme definido por Mattos e de Falco (1998), a cavitação, uma das principais causas de falha em bombas centrífugas, é um processo natural e dinâmico em que, dadas algumas condições operativas, o líquido a ser bombeado vaporiza-se rapidamente no lado de sucção da bomba, em decorrência de uma queda de pressão. Como efeitos negativos da cavitação, listam-se possíveis danos (formação de trincas e rachaduras, descolamento e erosão) do material construtivo do equipamento; obstrução do canal de sucção, afetando a altura manométrica e, consequentemente, a eficiência da bomba; vibrações transmitidas ao acionador (motor de indução) e ruído.

Conforme enunciado por Lima, Silva e Stopa (2015), a utilização de variáveis de natureza mecânica (tais como pressão, vibração e ruído), para a detecção de cavitação, apresenta como desvantagem a necessidade de instalação de sensores acoplados à bomba ou à tubulação, diferentemente dos métodos de detecção por variáveis elétricas (em especial

as correntes do motor de indução), as quais, via de regra, já são medidas nos sistemas de acionamento.

#### **1.2 MOTIVAÇÃO DO TRABALHO E OBJETIVOS**

Diante do contexto apresentado, o presente trabalho visa a dar continuidade a estudos realizados para detecção do fenômeno de cavitação em bombas centrífugas através do Método de Análise de Assinatura do Torque da Carga (*LTSA*, sigla em inglês), desenvolvido por Stopa (2011), desenvolvendo um estimador de conjugado de carga que dispense a instalação de sensores de posição/velocidade (*encoders*).

Embora exista uma ampla difusão do Método de Análise de Assinatura por Corrente do Motor (*MCSA*, sigla em inglês), por meio do qual se avalia a amplitude das bandas laterais no espectro da frequência do sinal de corrente, a reduzida faixa de passagem restringe a análise das falhas que ocorram em frequências elevadas. Neste sentido, o LTSA mostrase mais vantajoso, pois abrange uma maior faixa de passagem e é mais robusto em relação a variações nas condições de operação e sensibilidade paramétrica. Utiliza-se o conjugado de carga como variável indicativa de falha mecânica pois grande parte das falhas se manifestam no próprio sinal de conjugado da carga, por meio de vibrações e oscilações transmitidas ao eixo do motor. (LIMA, SILVA E STOPA, 2015)

O método utiliza a análise do sinal de conjugado da carga estimado no domínio da frequência, por meio da aplicação da Transformada Rápida de Fourier (FFT). Para tal, representa-se o motor como transdutor de conjugado eletromagnético e realizam-se investigações para obtenção de estimadores de conjugado que dispensem a instalação de sensores acoplados à carga. A aplicação dos motores de indução como transdutores da carga, proposta no LTSA, apresenta uma boa razão custo-benefício, uma vez que dispensa a instalação de sensores acoplados à bomba (característica vantajosa principalmente em locais de difícil acesso).

No presente trabalho, a modelagem e simulações do sistema motor de indução-bomba centrífuga, utilizando o método LTSA para identificação de falhas mecânicas, são realizadas por meio dos *softwares Maxwell* e *Simplorer*, da ANSOFT, associados ao *Matlab* e *Simulink*, da *Mathwork*. Partindo-se do método proposto por Stopa (2011), este trabalho visa à elaboração de um modelo que dispense a medição de posição/velocidade no eixo do conjunto motobomba e à investigação da sensibilidade do LTSA a variações

de características construtivas do motor de indução, cujo comportamento é simulado via Método dos Elementos Finitos.

#### 1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

O presente trabalho está dividido em oito capítulos, da seguinte forma:

No Capítulo 1 são apresentadas as considerações iniciais, o objetivo do trabalho e a sua estrutura.

No Capítulo 2 é apresentada uma revisão bibliográfica sobre falhas mecânicas em bombas centrífugas, com destaque para o fenômeno da cavitação e seus efeitos no conjunto motobomba.

No Capítulo 3 é realizada uma revisão bibliográfica acerca dos Métodos de Análise de Assinatura de Corrente do Motor (MCSA) e Análise de Assinatura do Torque da Carga (LTSA), bases para a detecção de falhas mecânicas nos sistemas motobomba avaliados, por meio da utilização de variáveis elétricas.

O Capítulo 4 destina-se à modelagem matemática de motores de indução e à formulação das Transformações de Clarke ( $\alpha\beta0$ ) e Park (eixos dq0).

No Capítulo 5 são apresentadas técnicas para estimação de velocidade em motores de indução, com enfoque para a metodologia utilizada neste trabalho.

No Capítulo 6 é descrita a formulação do problema e a modelagem do motor de indução como transdutor da carga (bomba centrífuga), bem como as características de simulação implementadas nos *softwares Maxwell* e *Simplorer*, da *Ansoft*, e das rotinas e programas para estimação dos estados da máquina, por meio do *Matlab* e *Simulink*, da *Mathwork*.

No Capítulo 7 são mostrados e analisados os resultados obtidos para os diferentes sistemas e condições implementados.

No Capítulo 8 são apresentadas as considerações e conclusões finais do trabalho, bem como as propostas para trabalhos futuros.

# 2 Princípios de Funcionamento de Bombas

Bombas são equipamentos hidráulicos que viabilizam o transporte ou deslocamento de um fluido a partir da transferência de energia, sob forma de pressão, velocidade ou ambas, alimentados por uma fonte motriz, como motores elétricos, turbinas ou sistemas de acionamento pneumático. A ação mecânica produz um estado de vácuo parcial na entrada das bombas, permitindo que a pressão atmosférica force o fluido, por meio da linha de sucção, a entrar na máquina.

Podem ser classificadas, a depender do modo pelo qual é feita a conversão do trabalho em energia hidráulica e do recurso para cedê-lo ao líquido de forma a aumentar sua pressão e/ou velocidade, como (MATTOS E DE FALCO, 1998):

- Bombas de Deslocamento Positivo (ou hidrostáticas ou volumétricas)
- Bombas Hidrodinâmicas (ou turbobombas)

#### 2.1 BOMBAS DE DESLOCAMENTO POSITIVO

As bombas volumétricas (ou de deslocamento positivo) operam fornecendo determinada quantidade de fluido a cada rotação ou ciclo. O movimento do líquido se dá pela ação do órgão de impulsão da bomba (êmbolo, engrenagens, lóbulos, palhetas), que leva o fluido a executar o mesmo movimento a que está sujeito o próprio impulsor. A nomenclatura "volumétrica" deve-se ao fato de o fluido ocupar e desocupar, de forma sucessiva, espaços de volume conhecido no interior da bomba, de modo que o seu movimento ocorre na mesma direção das forças a ele transmitidas.

Neste tipo de bombas, a descarga é proporcional à velocidade do propulsor da bomba e independe da pressão, exceto por perdas ou vazamentos, motivo pelo qual são indicadas em casos em que se requer vazão constante independentemente da variação da carga, bem como em casos nos quais deseja-se medir o volume com precisão.

De forma geral, as bombas de deslocamento positivo são indicadas para sistemas com pressões elevadas e vazões de descarga baixas.

Dividem-se, de forma simplificada, em alternativas (pistão, diafragma e membranas) ou rotativas (engrenagens, lóbulos, palhetas, helicoidais, fusos, parafusos e peristálticas).

#### 2.2 BOMBAS DINÂMICAS

As bombas dinâmicas, objeto de interesse no presente trabalho, caracterizam-se pela presença de um rotor dotado de pás, que exerce, sobre o líquido, forças resultantes da aceleração que lhe imprime. Ao contrário do observado nas bombas de deslocamento positivo, esta aceleração não possui a mesma direção e o mesmo sentido do movimento do líquido em contato com as pás. A descarga produzida depende das características construtivas da bomba, do número de rotações e das características do sistema de tubulações a que estiver conectada.

O rotor (também chamado impelidor ou impulsor) comunica aceleração à massa líquida, para que adquira energia cinética a partir da energia mecânica e pode ser do tipo fechado (dotado de disco e coroa circular presos às pás), semi-aberto (dotado apenas de disco preso às pás) ou aberto (destituído de coroa ou de disco).

Neste tipo de bombas, as turbinas também dispõem de um difusor (ou recuperador), por meio do qual a maior parte da energia cinética do líquido na saída do rotor é convertida em energia de pressão. Esta conversão energética é dada pelo Teorema de Bernoulli, segundo o qual a energia se mantém constante ao longo do escoamento. De acordo com Mattos e de Falco (1998), para líquidos reais é necessário inserir um termo para representar a perda de energia que o escoamento sofre ao longo da linha, denominado coeficiente de perda de carga. A equação corrigida é dada por (2.1).

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{\nu_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{\nu_2^2}{2g} + z_2 + hf$$
(2.1)

Onde:

P é a pressão sobre a superfície

- $\nu$  é a velocidade da linha de escoamento
- $\gamma$  é o peso específico do fluido
- z é a altura estática, cota
- g é a aceleração da gravidade

1 é o subíndice que indica que os valores estão dados para um ponto 1 no fluido

2 é o subíndice que indica que os valores estão dados para um ponto 2 no fluido

O termo hf, igual à perda de carga, é dado por (2.2).

$$hf = f \frac{L}{D} \frac{\nu^2}{2g} \tag{2.2}$$

Observa-se que a perda de carga depende do fator de atrito do escoamento com a tubulação, f; do comprimento da linha, L; do diâmetro da tubulação, D, que tem influência direta na velocidade de escoamento, que também impacta a perda de carga.

Usualmente, o difusor possui seção gradativamente crescente, levando a uma contínua e progressiva redução da velocidade do líquido em escoamento e ao simultâneo aumento da pressão: na conexão entre a bomba e a tubulação de recalque, a pressão é elevada e a velocidade reduzida.

Há algumas formas de classificação de bombas dinâmicas, conforme descrito nas próximas seções deste trabalho. Na Figura 3 é apresentado um resumo das formas de classificação e são ressaltadas as características objeto de interessante, uma vez que são usais na indústria de aplicação deste trabalho e podem ser desdobradas para outros casos.



Figura 3 - Tipos de classificação de bombas.

#### 2.2.1 Classificação quanto à trajetória do líquido no rotor

#### a) Bomba Centrífuga Pura ou Radial

Nestes equipamentos, o líquido penetra no rotor de forma paralela ao eixo, sendo conduzido pelas pás à periferia do rotor, que cede energia cinética à massa do fluido, em trajetórias curvas praticamente planas contidas em planos radiais.

Neste processo, formam-se duas zonas de pressão: com o deslocamento do líquido do centro do rotor para a sua extremidade, forma-se uma região de vácuo, em que há a menor

pressão da bomba. Novas e sucessivas massas do fluido provenientes da captação ocupam esta região, por ação da pressão atmosférica. O líquido arrastado para as partes periféricas do rotor, comprimido entre as pás e a as faces internas do impulsor, recebe uma crescente energia de pressão. O alargamento da área de escoamento e as características construtivas da área interna da carcaça da bomba levam à formação de uma zona de alta pressão na descarga da máquina, elevando o fluido à altura requisitada.

#### b) Bomba de fluxo axial ou propulsora

As trajetórias das partículas líquidas iniciam paralelamente ao eixo e se transformam em hélices de vórtice forçado pelo movimento das pás que se superpõe ao escoamento axial. Não são classificadas como bombas centrífugas uma vez que a força centrífuga proveniente da rotação das pás não é responsável pela elevação da energia de pressão. São muito empregadas para grandes descargas e/ou alturas de elevação.

#### c) Bomba de fluxo misto ou diagonal

Constituem um caso intermediário entre as bombas centrífugas e as axiais em termos de trajetória da massa de fluido e em relação ao campo de utilização. Nas bombas de fluxo misto, a trajetória do líquido ocorre de forma diagonal e são muito utilizadas para recalque de médias vazões e/ou a médias alturas.

#### d) Bombas regenerativas

Neste tipo de bomba, o fluido é arrastado por meio de um rotor com paletas em sua periferia, de forma que a energia cinética inicial é convertida em energia de pressão por meio da redução da velocidade na carcaça. São geralmente utilizadas em serviços de alimentação de caldeiras de pequena capacidade ou quando se deseja carga elevada a baixa vazão.

#### 2.2.2 Classificação quanto ao número de rotores empregados

#### a) Bombas de Simples Estágio

A energia é fornecida à massa de fluido por um único estágio, composto por um rotor e um difusor. A construção de turbobombas de simples estágio é limitada pelo elevado custo e baixo rendimento conforme aumentam-se as dimensões do equipamento para grandes alturas de escoamento. Alguns fabricantes, entretanto, dispõem de bombas de simples estágio para grandes alturas, utilizando rotores especiais de elevada rotação.

#### b) Bombas de Múltiplos Estágios

Geralmente empregadas para grandes alturas de elevação, nas bombas de múltiplos estágios o líquido é impelido por dois ou mais rotores fixados ao mesmo eixo. São próprias para instalações de altas pressões, uma vez que a altura total que a bomba recalca é igual à soma das alturas parciais que seriam alcançadas por meio de cada um dos rotores individualmente, acrescida das perdas.

#### 2.2.3 Classificação quanto o número de entradas para aspiração

#### a) Bomba de aspiração simples ou de entrada unilateral

A massa de fluido entra na bomba por um único lado e pela abertura circular na coroa do rotor, que possui uma única boca de sucção.

#### b) Bomba de aspiração dupla ou entrada bilateral

O rotor é tal que permite a entrada do líquido por dois sentidos opostos, paralelamente ao eixo de rotação. Nestas bombas, o rotor equivale hidraulicamente a dois rotores simples em paralelo, sendo capaz de elevar (à exceção das perdas) o dobro da descarga obtida com o impulsor simples.

Nestes equipamentos, o empuxo longitudinal do eixo, comum em bombas de entrada unilateral em consequência da desigualdade de pressão nas faces da coroa do rotor, é praticamente equilibrado, em função da simetria das condições de escoamento. Geralmente, apresentam bom rendimento e são empregadas para médias descargas.

#### 2.3 FUNCIONAMENTO DE BOMBAS CENTRÍFUGAS

A Figura 4 ilustra os principais componentes de uma Bomba Centrífuga: rotor (impelidor ou impulsor), bocal de sucção, bocal de recalque, difusor (voluta), carcaça, mancais e eixo.

O princípio de funcionamento das bombas centrífugas baseia-se na criação de duas zonas de pressão, uma de baixa (sucção) e uma de alta (recalque). Estas diferentes zonas de pressão formam-se a partir da conversão da energia mecânica fornecida pela máquina motriz (representada pelo motor elétrico neste trabalho) em energia cinética, responsável pelo deslocamento da massa de fluido, seguida pela transformação em energia de pressão, responsável pelo incremento de carga ao fluido, para que seja atingida a altura de deslocamento.



Figura 4 - Componentes estruturais de uma bomba centrífuga. Fonte: Extraído de Coelho (2006)

Anteriormente ao acionamento de uma bomba centrífuga, é necessário que esta seja previamente escorvada, isto é, previamente preenchida com o líquido a ser bombeado, para que o ar existente no interior da bomba e da tubulação de sucção seja eliminado, viabilizando a entrada em operação.

Quando se inicia o movimento do rotor e do fluido contido nos canais formados pelas pás, a força centrífuga cria uma zona de maior pressão na região periférica do impelidor e, como consequência, uma zona de menor pressão em sua entrada, de modo que o líquido se desloque em direção à boca de recalque da bomba pelo gradiente hidráulico (derivado da diferença de pressão) entre a entrada e a saída do equipamento.

Considerando um sistema de tubulação acoplado ao bocal de sucção (conectado a um reservatório submetido à pressão atmosférica) e outro sistema de tubulação ligando o bocal de recalque a um outro reservatório também sujeito à pressão atmosférica, a diferença de pressões que se estabelece em função do movimento de rotação dá origem ao escoamento do líquido pelo encanamento de aspiração, do reservatório para a bomba. Ao mesmo tempo, a energia no bocal de recalque, superior à pressão estática a que está submetida a base da coluna líquida na tubulação de recalque, impele o líquido para uma cota superior (ou para um ponto de menor pressão). Com a bomba em funcionamento, a massa de fluido descreve um trajeto partindo do reservatório inferior em direção ao superior, por meio da tubulação de sucção, dos canais do rotor e do difusor e da tubulação de recalque.

O eixo do sistema motobomba transmite o torque do acionador ao rotor da bomba. Por fim, os mancais têm a função de suportar o peso do corpo girante, bem como as forças radiais e axiais do rotor durante a operação.

#### 2.4 ALTURA LIVRE POSITIVA DE SUCÇÃO

A Altura Livre Positiva de Sucção (NPSH, sigla em inglês) representa a energia em altura absoluta do líquido no flange de sucção acima da pressão de vapor de líquido na temperatura de bombeamento, referenciada à linha de centro da bomba. Em termos práticos, o NPSH destina-se a impor limites às condições de sucção, visando a manter a pressão na entrada de sucção da bomba acima da pressão de vapor do fluido bombeado.

O NPSH é classificado como disponível, característica da instalação em que a bomba opera e da pressão disponível no fluido no lado da sucção, e requerido, característica da bomba para cada vazão, definida por meio de normas como a API 610, em que é utilizado o critério de queda de 3% na altura manométrica para uma dada vazão. (OMEL, 2018). O NPSH disponível pode ser calculado por (2.3).

$$NPSH_{disp} = \frac{P_s + P_{atm} - P}{\gamma} \times 10 + \frac{v_{suc}^2}{2g} \pm z_s$$
(2.3)

Onde  $P_s$ ;  $P_{atm}$  e P são a pressão no flange de sucção, pressão atmosférica e pressão de vapor do líquido à temperatura de bombeamento (em kgf/cm<sup>2</sup>), respectivamente.  $\gamma$  é o peso específico do fluido,  $v_{suc}$  é a velocidade de sucção e  $z_s$  é a distância entre as linhas de centro da bomba e do manômetro.

#### 2.5 CAVITAÇÃO

Uma ampla gama de fenômenos e condições de operação podem acarretar problemas em bombas. Para muitos destes fenômenos, a análise de vibrações pode ser utilizada como técnica de diagnóstico ou monitoramento preditivo. (MHF, Manual de Fabricante)

Neste contexto, ganha destaque o fenômeno conhecido como "cavitação", que pode ser resumidamente descrito pela formação de bolhas de vapor na região de baixa pressão de bombas centrífugas, no bocal de sucção, seguido do colapso destas bolhas no rotor, onde a pressão é mais elevada. Neste fenômeno, o NPSH disponível é inferior ao requerido. (COELHO, 2006)

De acordo com Mattos e de Falco (1998), a cavitação é um dos aspectos mais relevantes na análise de bombas, tanto para a execução de projetos e seleção do equipamento quanto para a solução de diversos problemas operacionais decorrentes do referido fenômeno.

Devido aos seus impactos, a cavitação é objeto de diversos estudos, em diferentes linhas de pesquisa, de naturezas teórica, numérica e experimental. Todavia, muitos mecanismos que dão origem ao fenômeno são ainda pouco conhecidos em muitos aspectos. Segundo Tillmann et al (1998), este domínio incompleto se deve, principalmente, às restrições de acesso físico a muitos equipamentos em operação e ao grande número de variáveis que influenciam diretamente e de forma dinâmica o fenômeno.

De acordo com a teoria clássica, a cavitação inicia quando, em qualquer ponto do sistema, a pressão é reduzida ao valor da pressão de vapor do líquido na temperatura operacional. Na prática, porém, para o surgimento de uma cavidade é necessário que o líquido se rompa, o que está relacionado à resistência à tensão (atrelada à tensão superficial do fluido na temperatura de operação) e não à pressão de vapor, como sugerido pela teoria clássica.

Se as operações industriais fossem realizadas com fluidos puros e homogêneos, resistentes a pressões negativas e a tensões superficiais elevadas, o fenômeno da cavitação não se mostraria de grande relevância. No entanto, em aplicações reais (tais como os sistemas de transporte de petróleo e derivados), as impurezas presentes nos fluidos bombeados levam à diminuição da resistência à tensão, favorecendo a ocorrência da cavitação.

Deste modo, quando a pressão atinge o valor crítico, próximo à pressão de vapor, formam-se bolhas macroscópicas a partir dos núcleos de vapor ou gás (bolhas microscópicas de impurezas) existentes.

A presença de bolhas de vapor no escoamento líquido provoca restrição ao escoamento, caracterizando elevada perda de carga, sensível diminuição da vazão e pulsações de pressão indesejáveis. Uma parte significativa da energia consumida pela bomba é irreversivelmente perdida, aumentando sobremaneira os custos de bombeamento e dificultando o controle de vazão, se houver.

#### 2.5.1 Consequências Físicas da Cavitação

A instalação incorreta de uma bomba centrífuga e a operação prolongada do equipamento sob condição de cavitação podem acarretar uma série de problemas relacionados à integridade estrutural e ao desempenho da bomba. Como principais efeitos do fenômeno da cavitação, listam-se:

- Alteração das curvas características Devido à diferença de volume específico entre o líquido e o vapor e à turbulência causada por este fenômeno. O ponto real de operação apresenta menor vazão, carga e eficiência em comparação ao ponto de operação original.
- Danificação do material Após operar por longos períodos em cavitação, nas regiões adjacentes à zona de colapso das bolhas o material constituinte da bomba pode sofrer grandes danos, acentuados também pelo aumento da temperatura na região, decorrente das repetidas ações mecânicas, associadas ao caráter cíclico do fenômeno. Na Figura 5 podem-se observar danos causados pela cavitação no material de bombas centrífugas.



Figura 5 - Bomba danificada em decorrência da cavitação. Fonte: Extraído de Coelho (2006).

 Barulho e vibração – Provocados, fundamentalmente, pela instabilidade gerada a partir do colapso das bolhas. Estes ruídos e vibrações podem ocasionar rupturas nas tubulações e em suas junções.



Figura 6 – Representação do espectro de frequência do torque de carga na operação de bombas centrífugas. Fonte: Adaptado de Spamer (2009) pelo autor.

Em condições normais de operação, o torque de carga é constituído por uma componente fundamental e por componentes harmônicas em baixa frequência. Ao ocorrer o fenômeno da cavitação, surge uma componente de frequência (f<sub>passagem</sub>) no torque de carga. Essa frequência é diretamente proporcional ao número de pás do impelidor, conforme (2.4). Essa frequência deve ser continuamente monitorada, uma vez o aumento da sua amplitude ao longo do tempo é o indicativo da falha. Em acréscimo, a energia de vibração causada pela cavitação (e por outros fenômenos como a recirculação e o fluxo turbulento) gera componentes no espectro de alta frequência, como ilustrado na Figura 6. Este comportamento do espectro de frequência, tipicamente monitorado por pressão e vibração na bomba, também pode ser observado pelo torque de carga. (STOPA, et al., 2012)

$$f_{passagem} = f_r \times n_{p\acute{a}s} \tag{2.4}$$

Onde  $f_r$  é a frequência de rotação e  $n_{pás}$  é o número de pás do impelidor.

### 3 Métodos de Análise de Falha

As técnicas de manutenção preditiva têm ganhado cada vez mais notoriedade nos processos industriais, uma vez que utilizam meios não-invasivos e possibilitam o acompanhamento do sistema anteriormente à ocorrência de falhas, evitando a ocorrência de paradas de operação e, consequentemente, a perda de produção e de receita.

A identificação de cavitação em bombas, assunto de interesse no presente trabalho, pode ser realizada a partir do monitoramento dos equipamentos envolvidos, utilizando como parâmetro uma série de variáveis, tais como vibração, ruído, temperatura, corrente elétrica, torque de carga etc. Os métodos associados a grandezas de natureza mecânica vêm sendo utilizados há algumas décadas, mas, nos últimos anos, os métodos de Assinatura Elétrica têm ganhado expressiva notoriedade para manutenção preditiva. Uma das desvantagens do uso de variáveis mecânicas é a necessidade de instalação de sensores diretamente na bomba ou na tubulação.

Em relação às grandezas mecânicas, de acordo com Benevenuti (2004), muitas técnicas de análise e diagnóstico de vibração em bombas centrífugas têm sido desenvolvidas nos últimos anos, com destaque para as modelagens que envolvem avaliação espectral dos sinais ou sua combinação com alguma grandeza estatística.

Uma vez que o presente trabalho se destina à avaliação de assinatura elétrica para manutenção preditiva em sistemas motobomba, é apresentado um detalhamento a respeito dos Métodos de Análise de Assinatura de Corrente do Motor (sigla em inglês MCSA) e Análise da Assinatura do Torque de Carga (sigla em inglês LTSA).

A Figura 7 ilustra variáveis utilizadas na identificação de falhas em sistemas acionados por motores de indução bem como as origens dos possíveis problemas observados. Os métodos utilizados para detecção de problemas no motor de indução e na carga acionada podem se basear nas medições de grandezas mecânicas (vibrações, temperatura e ruído), eletromagnéticas e elétricas.



Figura 7 - Variáveis utilizadas na identificação de faltas em sistemas acionados por motores de indução.

#### 3.1 MÉTODO DE ANÁLISE DE ASSINATURA DA CORRENTE ELÉTRICA

A análise espectral da corrente de linha do estator tem sido cada vez mais utilizada para o diagnóstico de problemas em motores de indução. Esta técnica é denominada Análise de Assinatura de Corrente do Motor e o sinal da corrente pode ser obtido a partir de uma das fases da alimentação do motor, sem necessidade de interromper o funcionamento da máquina. Por meio do MCSA, pode-se identificar a magnitude e a frequência de cada componente que constitui o sinal da corrente do motor. Esta característica permite identificar diferentes padrões na assinatura, viabilizando a distinção entre máquinas em condições de operação normal e anormal e a identificação do ponto de falha. Todavia, a decisão de descontinuar a produção a partir da avaliação do espectro da corrente não é trivial e envolve uma série de comparações com padrões pré-conhecidos e com os dados históricos da máquina. (BONALDI et al, 2012)

No MCSA, o motor atua como transdutor de entrada, por meio do qual o sinal de corrente é monitorado, a partir da análise de amplitude de bandas laterais no espectro da frequência. De acordo com Fraden (2004), transdutores são dispositivos responsáveis pela conversão de uma forma de energia em outra e podem ser classificados como "de entrada" ou "de saída" (atuadores), caso recebam ou entreguem um determinado tipo de energia, respectivamente. Na maior parte dos acionamentos, os motores de indução são empregados como atuadores, obtendo energia elétrica a partir de uma fonte de tensão/corrente e transformando em conjugado, para movimentação de uma carga mecânica acoplada ao seu eixo. (STOPA, 2011)

Na Figura 8, as setas sem preenchimento indicam o funcionamento do motor como transdutor de saída, no qual converte a energia elétrica obtida a partir de uma fonte de tensão ou de corrente em energia mecânica, entregue à carga. Neste caso, o conjugado eletromagnético  $T_{e0}$  é desenvolvido para acionar a carga a uma velocidade angular  $\omega_{r0}$ .



Figura 8 - Representação de sistema acionado por motor de indução (função de transdutor de entrada e transdutor de saída). Fonte: Adaptado de Stopa (2011) pelo Autor.

Em contrapartida, as setas preenchidas representam o funcionamento como transdutor de entrada. Neste caso, anomalias ou desgastes na carga provocam variações ( $\delta T_l$ ) no conjugado resistente original,  $T_{l0}$ . Estas variações podem desencadear alterações no conjugado eletromagnético, na velocidade angular, na corrente, na potência elétrica e em uma série de outras variáveis internas (posição angular, aceleração do eixo etc).

Se o parâmetro tomado como saída for o conjugado ou a velocidade angular, o motor é considerado um transdutor de entrada. Se as variáveis tomadas forem a corrente de alimentação (caso do MCSA) ou a potência elétrica, além de transdutor de entrada o motor de indução pode ser classificado como sensor.

Em termos matemáticos, a FFT é a principal ferramenta aplicada no MCSA, embora sejam também utilizadas, em alguns casos, outras técnicas para melhor detecção das

falhas. A faixa de frequência usual é de 5kHz e, por conseguinte, a faixa de passagem dos transdutores deve ser superior a 10kHz. No MCSA, utiliza-se a escala em decibéis para apuração da severidade da falha, uma vez que a componente fundamental da rede é muito superior às amplitudes das componentes de falha, inviabilizando a comparação numa escala linear. Em termos de grandezas do motor, o referido método sofre influência do escorregamento, diretamente proporcional à frequência rotórica.

#### 3.1.1 Aplicação do MCSA para diagnóstico de falhas em bombas

O surgimento e o agravamento de danos na carga (bomba) podem ser percebidos no sistema de transmissão e no motor, graças ao acoplamento entre o acionamento e a carga.

A análise de falhas em bombas pelo MCSA é realizada considerando-se a frequência de rotação da bomba e a frequência de passagem das palhetas. É monitorado também o aumento das saliências na região espectral próxima à frequência da rede, por ser uma característica de assinatura de bombas com cavitação. Na ocorrência deste fenômeno, as saliências tornam-se mais pronunciadas. Outros tipos de diagnóstico em relação à operação das bombas também podem ser realizados por meio do MCSA: alterações na frequência de rotação indicam problemas relacionados a desalinhamento e desbalanceamento; o aumento da amplitude das frequências de passagem são indícios de deterioração das pás.

Embora o referido Método de Análise de Assinatura de Corrente Elétrica apresente como vantagens a não-necessidade de instalação de um sensor (uma vez que o próprio motor já desempenha esta função) e a facilidade de medição das correntes do motor, a reduzida faixa de passagem representa um fator limitante para a análise de falhas em frequências elevadas. Neste contexto, Stopa (2011) e Lima, Silva e Stopa (2015) propõem o Método de Assinatura de Torque, objeto de interesse neste trabalho.

#### 3.2 MÉTODO DE ANÁLISE DA ASSINATURA DE TORQUE DE CARGA

Conforme descrito na Seção 3.1, o Método de Análise de Assinatura de Corrente Elétrica é uma técnica consagrada de utilização do motor de indução como transdutor de entrada para detecção de falhas em bombas centrífugas. Todavia, as limitações em relação à faixa de passagem da frequência e algumas variações paramétricas restringem a capacidade de detecção de falhas por meio do MCSA aos casos em que a frequência de excitação se encontra dentro de sua faixa de passagem. O sucesso do método acima dessa faixa requer o uso de instrumentos de alta sensibilidade e técnicas de processamento de sinais mais avançadas. Adicionalmente, condições adversas de temperatura, tensão de alimentação e nível médio do conjugado também podem comprometer a aplicação do referido método.

Visando a reduzir a sensibilidade dos sensores às possíveis variações paramétricas, Stopa (2011) propõe o Método de Análise da Assinatura do Torque de Carga (LTSA), que consiste em um estimador de conjugado de carga, seguido por uma análise do sinal no domínio da frequência, via Transformada Rápida de Fourier, medindo sinais de tensão, corrente e posição angular, utilizando um sensor do tipo *encoder*. Mesmo considerando a instalação do *encoder*, a introdução do estimador de estados para obtenção do torque de carga é uma alternativa de mais baixo custo e menos invasiva se comparada à instalação de sensores de torque, diretamente ligados à carga, conforme explicado por Stopa e Filho (2012).

No LTSA, é considerado um valor estimado do torque de carga, variável intermediária fornecida pela observação de estados, conforme ilustrado na Figura 9.



Figura 9 – Diagrama Esquemático do Método de Análise de Assinatura do Torque de Carga (LTSA). Fonte: Adaptado de Lima, Silva e Stopa (2015) pelo Autor.

#### 3.2.1 Estimador de Torque de Carga

Segundo Lima, Silva e Stopa (2015), a motivação para utilização do conjugado de carga como indicativo de falha mecânica é decorrente da manifestação de grande parte das falhas no sinal do torque de carga, por meio de vibrações e oscilações transmitidas ao eixo do motor. Neste sentido, considerando que o torque de carga precede a corrente elétrica na relação causa-efeito, forças vibracionais (características dos defeitos) promovem alterações mais significativas e de modo antecipado no conjugado do que na corrente.

No LTSA, estima-se o conjugado da carga por meio do estimador representado pelo diagrama de blocos da Figura 10, onde:

 $\theta_r \ e \ \hat{\theta}_r$  são, respectivamente, os valores real e estimado da posição angular.

 $\omega_r e \,\widehat{\omega}_r$  são, respectivamente, os valores real e estimado da velocidade angular.

 $T_{em} e \hat{T}_{em}$  são, respectivamente, os valores real e estimado do torque eletromagnético.

 $T_l \ e \ \hat{T}_l$  são, respectivamente, os valores real e estimado do torque de carga.

 $b e \hat{b}$  são, respectivamente, os valores real e estimado do coeficiente de atrito viscoso.

*J e \hat{f}* são, respectivamente, os valores real e estimado do momento de inércia total referido ao eixo do motor.

 $v_{as}$ ,  $v_{bs}$ ,  $v_{cs}$ ,  $i_{as}$ ,  $i_{bs}$  e  $i_{cs}$  são, respectivamente, os valores reais trifásicos de tensão e corrente do estator.



Figura 10 - Diagrama de Blocos do Estimador de Torque de Carga utilizado no LTSA. Fonte: Adaptado de Lima, Silva e Stopa (2015) pelo Autor.

O estimador de torque de carga apresentado consiste num observador de posição/velocidade angular do tipo Luenberguer Modificado. (LIMA, SILVA E STOPA, 2015); (LORENZ E PATTEN, 1991); (JANSEN E LORENZ, 1994)

A posição angular estimada é realimentada na entrada do observador. O sinal de erro, aplicado aos ganhos proporcional, integral e derivativo ( $k_0$ ,  $k_{i0} e b_0$ , respectivamente) dá origem ao torque de carga estimado, a menos de um fator -1. Os valores estimados do atrito viscoso e do momento de inércia são obtidos de forma experimental, por ensaios, e o torque eletromagnético estimado, necessário para que o observador tenha um
comportamento semelhante ao do acionamento real, é obtido a partir de um estimador de conjugado eletromagnético, que utiliza tensões e correntes do estator para obtenção do valor estimado.

A Equação (3.1), obtida a partir do Diagrama de Blocos da Figura 10, apresenta o cálculo do valor estimado do conjugado de carga, em função do sinal real do torque de carga e do conjugado eletromagnético estimado.

$$\hat{T}_{l} = \frac{(k_{0}s + k_{i0})}{\hat{f}s^{3} + (\hat{f}b_{0} + \hat{b})s^{2} + (\hat{b}b_{0} + k_{0})s + k_{i0}}\frac{\hat{f}s + \hat{b}}{\hat{f}s + b}\left[\left(\frac{fs + b}{\hat{f}s + \hat{b}} - 1\right)\hat{T}_{em} + T_{l}\right] \quad (3.1)$$

Caso a estimação do momento de inércia e do coeficiente de atrito viscoso seja exata,  $\hat{T}_l$  se torna uma função apenas do conjugado real, conforme descrito na Equação (3.2), independentemente do torque eletromagnético do motor. Neste caso, a detecção de falhas é facilitada, uma vez que o sensor passa a ser imune a distúrbios na rede elétrica, que afetam o torque eletromagnético real e estimado, mas não são relacionados à cavitação.

$$\hat{T}_{l} = \frac{(k_{0}s + k_{i0})}{\hat{f}s^{3} + (\hat{f}b_{0} + \hat{b})s^{2} + (\hat{b}b_{0} + k_{0})s + k_{i0}}T_{l}$$
(3.2)

Neste caso, o sinal de conjugado de carga estimado é uma componente filtrada do sinal real, com faixa de passagem definida a partir dos ganhos proporcional, integral e derivativo, podendo ser ajustada de acordo com a alocação dos polos de (3.2).

Em grande parte dos casos, o atrito viscoso real e estimado ( $b \ e \ \hat{b}$ ) são muito baixos e podem ser desconsiderados. Deste modo, (3.2) pode ser simplificada, dando origem a (3.3).

$$\hat{T}_{l} = \frac{(k_0 s + k_{i0})}{\hat{J}s^3 + \hat{J}b_0 s^2 + k_0 s + k_{i0}} T_l$$
(3.3)

Sendo os polos de (3.3) dados por  $p_1$ ,  $p_2 e p_3$ , os ganhos  $k_0$ ,  $b_0 e k_{i0}$  podem ser definidos conforme (3.4).

$$k_{0} = (p_{1} p_{2} + p_{1} p_{3} + p_{2} p_{3}) J$$
  

$$b_{0} = p_{1} + p_{2} + p_{3}$$
  

$$k_{i0} = (p_{1} p_{2} p_{3}) J$$
(3.4)

Stopa (2011) propõe o uso do LTSA em malha fechada. Neste trabalho, porém, é proposta a Análise de Assinatura do Torque de Carga em malha aberta, visto que os casos de

interesse para esta dissertação são compostos por sistemas de acionamento sem controle em malha fechada, característica dos sistemas motobomba utilizados para transporte de petróleo e derivados em estudo. No caso ideal, o conjugado de carga estimado apresenta a mesma dinâmica em resposta independentemente de o acionamento ser estruturado em malha aberta ou fechada, uma vez que a malha de controle de velocidade não influencia a estimação do torque de carga, conforme detalhado por Lima, Silva e Stopa (2015).

Considerando a diversidade de métodos de estimação de velocidade disponíveis na literatura e a relevância para este trabalho, o Capítulo 5 é dedicado à revisão bibliográfica acerca de técnicas baseadas em controle vetorial pelos modelos da máquina (tensão e corrente), com destaque para os métodos empregados nos modelos simulados.

### 3.2.2 Estimador de torque eletromagnético

Para que o observador de estados previsto no LTSA seja implementado, é necessário, além do estimador de torque de cargas e do cálculo dos ganhos a ele associados, implementar o estimador de torque eletromagnético.

Conforme explicado por Stopa (2011), os valores estimados de velocidade e posição não são diretamente impactados por erros no sinal do conjugado eletromagnético estimado, uma vez que o erro em regime permanente no referido sinal é levado a zero pelo estimador de torque de carga da Figura 10. O conjugado de carga, porém, pode ser afetado por erros no sinal do torque eletromagnético. Deste modo, para que o torque de carga estimado se aproxime do valor real, é necessário que o torque eletromagnético, que pode ser obtido a partir dos fluxos magnéticos (rotórico, estatórico ou mútuo) concatenados e das correntes do estator, seja calculado com boa exatidão.

Para os sistemas não acionados por controle em malha fechada, caso do presente trabalho, pode-se utilizar um estimador baseado nos enlaces de fluxo e nas correntes do estator, objeto de estudo de uma série de referências presentes na literatura, como (SHIN et al., 2000); (HOLTZ, 2002); (STOPA, 2011) e (PARK et al., 2015). O referido estimador calcula os valores do fluxo concatenado no estator por meio da integral da força contraeletromotriz e depende de um único parâmetro elétrico da máquina, a resistência do estator.

O valor estimado para o fluxo concatenado no estator é obtido por meio da integral da força contraeletromotriz, dada por  $v_s - R_s i_s$ , onde  $v_s$ ,  $i_s$  e  $R_s$  são, respectivamente, a

tensão, a corrente e a resistência no estator. A integral simples da força contraeletromotriz pode causar erros decorrentes do *offset* no sinal de entrada. Por este motivo, opta-se por substituir a função de transferência,  $\frac{1}{s}$ , do integrador por um filtro passa-baixa. Para contornar o problema de *offset* na integração decorrente da utilização do filtro passabaixa, insere-se um ganho de fase ( $\phi$ ) e um ganho de amplitude ( $G_{tem}$ ), representados na Figura 11, tais que:

$$G_{tem} = \frac{\sqrt{\widehat{\omega}_e^2 + (k_e |\widehat{\omega}_e|)^2}}{|\widehat{\omega}_e|}$$
(3.5)

$$\phi = atan(k_e) \tag{3.6}$$

Onde  $\hat{\omega}_e$  é a frequência angular da rede estimada e  $k_e$  é uma constante que deve ser superior a 0,33 para um bom desempenho do estimador, de acordo com Stopa (2011).



Figura 11 - Diagrama de Blocos do estimador de torque eletromagnético baseado no fluxo do estator, utilizado no LTSA. Fonte: Adaptado de Stopa (2011) e Park et al. (2015) pelo Autor.

# 4 Motores de Indução

# 4.1 MODELO DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

# 4.1.1 Considerações Iniciais

Para aplicação do motor de indução como transdutor (estimadores de torque e de velocidade) é necessária a utilização do equacionamento que descreve o funcionamento e o movimento da máquina.

Os motores de indução são máquinas elétricas muito utilizadas para acionamento de cargas mecânicas, em função de sua simplicidade, construção robusta, custo de fabricação relativamente baixo e boas características operacionais.

Em relação ao princípio de funcionamento, nos motores assíncronos são induzidas correntes alternadas no circuito do rotor pelo campo magnético girante produzido nos enrolamentos do estator, conectado à fonte de alimentação externa: à medida que o campo percorre os condutores do rotor, é induzida neles uma força magnetomotriz, levando ao surgimento de uma corrente elétrica. Os condutores do rotor passam, então, a interagir com o campo magnético girante do estator produzindo um torque eletromagnético que desencadeia o movimento de giro do rotor.

Os motores de indução são dispositivos fundamentais no diagnóstico de falhas nas cargas a eles conectadas e podem ser matematicamente representados por um conjunto de equações diferenciais não-lineares, que considera o acoplamento entre as fases do estator e do rotor.

Para simplificar a modelagem da máquina de indução trifásica rotativa, normalmente utilizam-se as seguintes considerações:

- Enrolamentos do estator idênticos entre si, para as três fases.
- Condutores do rotor idênticos entre si, para as três fases.
- Ângulos entre os enrolamentos (considerando as fases duas a duas) iguais a 120°.
- Campo magnético ideal.
- Perdas magnéticas desprezadas.
- Distribuição de densidade de fluxo magnético no entreferro radial e senoidal (entreferro constante).

A Figura 12 apresenta uma representação esquemática dos enrolamentos do estator e do rotor de um motor de indução.



Figura 12 – Representação em Componentes Simétricas *abc* dos Enrolamentos/Condutores do Estator (E) e do Rotor (R) de um Motor de Indução trifásico.

#### 4.1.2 Escorregamento

Em 1918, Fortescue publicou seu artigo apresentando o método das componentes simétricas (abc). Na notação por componentes simétricas, os motores de indução são representados por meio das equações de tensão e fluxo concatenado, considerando os parâmetros (resistências e indutâncias) da máquina.

Se o estator for alimentado por uma fonte de tensão trifásica equilibrada e os enrolamentos do rotor curto-circuitados, seus enrolamentos serão percorridos por correntes equilibradas,  $i_{as}$ ,  $i_{bs}$  e  $i_{cs}$ . Essas correntes geram um fluxo magnético girante, com velocidade igual à velocidade síncrona,  $n_s$  (em rpm), dada por (4.1). (FITZGERALD, 2006) e (KRAUSE, 1995).

$$n_s = \frac{60f_s}{p} \tag{4.1}$$

Onde  $f_s$  é a frequência da rede e p é o numero de pares de polos da máquina.

Nos motores de indução, a velocidade do rotor,  $n_r$ , é inferior à velocidade síncrona. Em condições de operação sem carga, o rotor gira muito próximo à velocidade síncrona. Neste caso, o torque deve ser apenas suficiente para superar o atrito e a ventilação. No entanto, à medida em que se acopla carga mecânica à máquina, é necessário maior torque e a velocidade do rotor diminui. Em contrapartida, a velocidade de escorregamento,  $n_{slip}$ , dada por (4.2), e a corrente no rotor aumentam, para gerar mais torque. Conforme a carga

é incrementada, a velocidade do rotor diminui ainda mais quando comparada à síncrona. A este fenômeno, denomina-se escorregamento (*slip*), equacionado por (4.3), em termos da velocidade síncrona.

$$n_{slip} = n_s - n_r \tag{4.2}$$

$$slip = \frac{n_s - n_r}{n_s} = \frac{n_{slip}}{n_s}$$
(4.3)

A diferença entre a velocidade do campo girante do estator e do rotor provoca a indução de correntes nos enrolamentos do rotor. A frequência induzida no rotor  $(f_r)$  é dada por (4.4) e é diretamente proporcional ao escorregamento.

$$f_r = (n_s - n_r)p = s \times f_s \tag{4.4}$$

A partir de (4.4), conclui-se que as correntes induzidas no rotor geram um campo magnético girante em velocidade determinada pela frequência destas correntes.

## 4.1.3 Equações de Conjugado

A Equação (4.5) descreve a resposta das variáveis mecânicas mediante os conjugados eletromagnético e de carga.

$$T_{em} - T_l = J \frac{d\omega_r}{dt} + b\omega_r \tag{4.5}$$

Onde:  $\omega_r$  é a velocidade angular mecânica do rotor; J é a constante de inércia da máquina;  $T_{em} \ e \ T_l$  são, respectivamente, o torque eletromagnético e de carga e. b é o atrito viscoso.

#### 4.1.4 Equações de Tensão, Fluxo Concatenado e Indutâncias

As Equações (4.6) a (4.11) descrevem as tensões por fase, para o estator e para o rotor (subscritos "s" e "r", respectivamente), em função das correntes e dos fluxos.

$$v_{as} = R_s i_{as} + \frac{d\lambda_{as}}{dt}$$
(4.6)

$$v_{bs} = R_s i_{bs} + \frac{d\lambda_{bs}}{dt} \tag{4.7}$$

$$v_{cs} = R_s i_{cs} + \frac{d\lambda_{cs}}{dt}$$
(4.8)

$$v_{ar} = R_r i_{ar} + \frac{d\lambda_{ar}}{dt}$$
(4.9)

$$v_{br} = R_r i_{br} + \frac{d\lambda_{br}}{dt} \tag{4.10}$$

$$v_{cr} = R_r i_{cr} + \frac{d\lambda_{cr}}{dt}$$
(4.11)

Onde:

 $v_{as}$ ,  $v_{bs} e v_{cs}$  são as tensões no estator para fases *a*, *b e c*, respectivamente.  $v_{ar}$ ,  $v_{br} e v_{cr}$  são as tensões no rotor para fases *a*, *b e c*, respectivamente.  $i_{as}$ ,  $i_{bs} e i_{cs}$  são as correntes no estator para fases *a*, *b e c*, respectivamente.  $i_{ar}$ ,  $i_{br} e i_{cr}$  são as correntes no rotor para fases *a*, *b e c*, respectivamente.  $\lambda_{as}$ ,  $\lambda_{bs} e \lambda_{cs}$  são os fluxos magnéticos concatenados no estator para fases *a*, *b e c*, respectivamente.

 $\lambda_{ar}$ ,  $\lambda_{br} e \lambda_{cr}$  são os fluxos magnéticos concatenados no rotor para fases *a*, *b e c*, respectivamente.

 $R_s e R_r$  são as resistências dos enrolamentos do estator e do rotor, respectivamente.

Nas Equações (4.6) a (4.11) estão presentes os termos de fluxo magnético total concatenado por fase, os quais são constituídos por contribuições de três fluxos, associados às indutâncias próprias; às indutâncias mútuas e às indutâncias de dispersão dos enrolamentos do estator e do rotor.

Considerando-se que os condutores são idênticos para todas as fases, não há torque de relutância e as indutâncias próprias e mútuas dos condutores do estator ( $L_s \ e \ L_{sm}$ ) e do rotor ( $L_r \ e \ L_{rm}$ ) são iguais para as fases *a*, *b e c* e dadas por (4.12) a (4.15).

$$L_{ss} = L_{sa} = L_{sb} = L_{sc} \tag{4.12}$$

$$L_{rr} = L_{ra} = L_{rb} = L_{rc} (4.13)$$

$$L_{sm} = L_{smab} = L_{smbc} = L_{smca} \tag{4.14}$$

$$L_{rm} = L_{rmab} = L_{rmbc} = L_{rmca} \tag{4.15}$$

Adicionalmente, existe também um acoplamento magnético dos enrolamentos do estator para os do rotor, produzindo as indutâncias mútuas, dependentes da posição angular do rotor,  $\theta_r$ , apresentadas em notação matricial em (4.16).

$$[L_{sr}^{abc}] = [L_{rs}^{abc}]^{T} = L_{sr} \begin{bmatrix} \cos \theta_{r} & \cos \left(\theta_{r} + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \left(\theta_{r} - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos \left(\theta_{r} - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \theta_{r} & \cos \left(\theta_{r} + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos \left(\theta_{r} + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \left(\theta_{r} - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \theta_{r} \end{bmatrix}$$
(4.16)

De forma análoga, a representação matricial das indutâncias próprias e mútuas do estator e do rotor são dadas por (4.17) e (4.18), respectivamente.

$$[L_{ss}^{abc}] = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{ss} & L_{sm} & L_{sm} \\ L_{sm} & L_{ls} + L_{ss} & L_{sm} \\ L_{sm} & L_{sm} & L_{ls} + L_{ss} \end{bmatrix}$$
(4.17)

$$[L_{rr}^{abc}] = \begin{bmatrix} L_{lr} + L_{rr} & L_{rm} & L_{rm} \\ L_{rm} & L_{lr} + L_{rr} & L_{rm} \\ L_{rm} & L_{rm} & L_{lr} + L_{rr} \end{bmatrix}$$
(4.18)

Onde  $L_{sr}$  é uma constante associada à indutância mútua entre os enrolamentos do estator para os do rotor e  $L_{ls}$  e  $L_{lr}$  são as indutâncias de dispersão do estator e do rotor por fase, respectivamente.

Os fluxos concatenados totais nos enrolamentos do estator e do rotor podem ser, então, equacionados por (4.19) e os vetores com os fluxos magnéticos concatenados e correntes no estator e no rotor são indicados em (4.20).

$$\begin{bmatrix} [\lambda_s^{abc}] \\ [\lambda_r^{abc}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_{ss}^{abc}] & [L_{sr}^{abc}] \\ [L_{rs}^{abc}] & [L_{rr}^{abc}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_s^{abc}] \\ [i_r^{abc}] \end{bmatrix}$$
(4.19)
$$\begin{bmatrix} \lambda_s^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{as} & \lambda_{bs} & \lambda_{cs} \end{bmatrix}^T$$
$$\begin{bmatrix} \lambda_r^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{ar} & \lambda_{br} & \lambda_{cr} \end{bmatrix}^T$$
$$\begin{bmatrix} i_s^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{as} & i_{bs} & i_{cs} \end{bmatrix}^T$$
$$\begin{bmatrix} i_r^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{ar} & i_{br} & i_{cr} \end{bmatrix}^T$$

Dado o conjunto de Equações de (4.12) a (4.20), o vetor composto pelas tensões (4.6) a (4.11) pode ser reescrito como (4.21).

$$\begin{bmatrix} v^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R^{abc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_s^{abc}] \\ [i_r^{abc}] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [L_{ss}^{abc}] & [L_{sr}^{abc}] \\ [L_{rs}^{abc}] & [L_{rr}^{abc}] \end{bmatrix} \frac{d \begin{bmatrix} [i_s^{abc}] \\ [i_r^{abc}] \end{bmatrix}}{dt} + \omega_r \frac{\partial \begin{bmatrix} [L_{ss}^{abc}] & [L_{sr}^{abc}] \\ [L_{rs}^{abc}] & [L_{rr}^{abc}] \end{bmatrix}}{\partial \theta} \begin{bmatrix} [i_s^{abc}] \\ [i_r^{abc}] \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} [i_s^{abc}] \\ [i_r^{abc}] \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{as} & v_{bs} & v_{cs} & v_{ar} & v_{br} & v_{cr} \end{bmatrix}^T$$

$$(4.22)$$

Onde:  $[R^{abc}]$ é uma matriz diagonal, composta pelas resistências dos enrolamentos do estator e do rotor.

A partir da Equação (4.21), pode-se verificar que o motor de indução é descrito por seis equações diferenciais de primeira ordem, uma para cada fase do estator e do rotor. Estas equações são acopladas em função das indutâncias mútuas das fases do estator entre si, das fases do rotor entre si e das fases do estator com as do rotor, as quais dependem da posição angular  $\theta_r$ . Por este motivo, conforme o rotor gira, as equações variam em função do tempo (ONG, 1998).

Neste contexto, o uso de transformações matemáticas como dq0 ou  $\alpha\beta 0$  ganha espaço, com o objetivo de eliminar a variação temporal das equações diferenciais que descrevem o funcionamento da máquina.

### 4.2 TRANSFORMAÇÃO DE CLARKE

#### 4.2.1 Formulação Matemática

Na década de 1940, Clarke desenvolveu um modelo para transformar um sistema trifásico em um sistema composto por dois vetores ortogonais e estacionários, comportamento similar ao de uma máquina de Corrente Contínua. Em termos matemáticos, trata-se de uma transformação linear que diagonaliza as matrizes circulantes simétricas. Em termos físicos, a transformação  $\alpha\beta 0$  converte a máquina simétrica trifásica em uma máquina simétrica bifásica, mantendo a potência mecânica, o torque, a velocidade e número de polos. (BARBI, 1985)

Neste contexto, a Transformada de Clarke parte das correntes trifásicas  $i_{as}$ ,  $i_{bs} e i_{cs}$  para obter as correntes  $i_{\alpha} e i_{\beta}$  no eixo ortogonal bifásico do estator, conforme ilustrado na Figura 13.



Figura 13 - Representação dos eixos do estator (a) em componentes trifásicas simétricas *abc* (b) em componentes bifásicas ortogonais *αβ*. Fonte: Adaptado de Barbi (1985) pelo autor.

A Transformação de Clarke possibilita a definição das forças magnetomotrizes  $F_{\alpha}$  e  $F_{\beta}$  em função de  $F_a$ ,  $F_b$  e  $F_c$ , de forma que as forças magnetomotrizes para as estruturas trifásica e bifásica produzam resultados semelhantes.

 $F_{\alpha} e F_{\beta} e F_{a}$ ,  $F_{b} e F_{c}$  são produzidas pelas correntes que percorrem os enrolamentos, compostos por  $n_{2} e n_{3}$  espiras (estrutura bifásica e trifásica, respectivamente).

Decompondo-se os vetores  $F_a$ ,  $F_b e F_c$  sobre o eixo ortogonal formado pela base  $E_\alpha e E_\beta$ , chega-se às Equações (4.23) e (4.24).

$$F_{\alpha} = F_{a} + F_{b} \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + F_{c} \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)$$
(4.23)

$$F_{\beta} = F_b \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{3}\right) + F_c \operatorname{sen}\left(\frac{4\pi}{3}\right)$$
(4.24)

Deste modo, em termos matriciais, (4.23) e (4.24) podem ser reescritas como (4.25).

$$\begin{bmatrix} F_{\alpha} \\ F_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) \\ 0 & \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{a} \\ F_{b} \\ F_{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{a} \\ F_{b} \\ F_{c} \end{bmatrix}$$
(4.25)  
$$\operatorname{Como} \begin{bmatrix} F_{\alpha} \\ F_{\beta} \end{bmatrix} = n_{2} \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix} e \begin{bmatrix} F_{a} \\ F_{b} \\ F_{c} \end{bmatrix} = n_{3} \begin{bmatrix} i_{a} \\ i_{b} \\ i_{c} \end{bmatrix}, \text{ então (4.25) dá origem a (4.26).}$$

$$\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} = \frac{n_3}{n_2} \begin{bmatrix} 1 & \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) \\ 0 & \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} = \frac{n_3}{n_2} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix}$$
(4.26)

Para que a matriz que define a relação de  $i_{s\alpha} e i_{s\beta}$  para  $i_{sa}$ ,  $i_{sb} e i_{sc}$  seja inversível, seu posto deve ser igual a 3. Define-se, então, a corrente  $i_0$ , conforme (4.27).

$$i_0 = a \frac{n_3}{n_2} (i_{sa} + i_{sb} + i_{sc})$$
(4.27)

Inserindo (4.27) em (4.26), obtém-se:

$$\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{n_3}{n_2} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ a & a & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} = [A]^{-1} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix}$$
(4.28)

Para que a potência seja invariável, é necessário que  $(A^{-1})(A^{-1})^T$  seja igual à matriz identidade. Após manipulações algébricas, chega-se, então, ao valor da Matriz de Transfomação  $\alpha\beta 0$  (ou Matriz de Transformação de Clarke),  $(A^{-1})$ , dado por (4.29).

$$A^{-1} = \frac{n_3}{n_2} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ a & a & a \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$
(4.29)

# 4.2.2 Transformação αβ0 aplicada a Motores de Indução Trifásicos

Conforme detalhado na Seção 4.2.1, a partir da Transformação de Clarke a máquina de indução trifásica real é transformada em uma máquina bifásica fictícia. O enrolamento de sequência zero não é representado, pois se a alimentação da máquina simétrica trifásica não contiver fio neutro não circulam correntes homopolares e se houver neutro e a alimentação for balanceada as correntes de sequência zero existem, mas não produzem torque.

Aplicando a matriz de transformação  $A^{-1}$  nas equações diferenciais de tensão que definem o funcionamento da máquina de indução, enunciadas em (4.21), tem-se para as tensões do estator e do rotor (A.1) e (A.2), respectivamente, como deduzido no Apêndice

A. Após as manipulações algébricas apresentadas no Apêndice chega-se que o torque eletromagnético é dado por (4.30).

$$T_{em} = \frac{3}{2} * L_{sr} \begin{bmatrix} i_{s0} & i_{s\alpha} & i_{s\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin\theta_r & -\cos\theta_r \\ 0 & \cos\theta_r & -\sin\theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{r0} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix}$$
(4.30)
$$= \frac{3}{2} p (\lambda_{s\alpha} i_{s\beta} - \lambda_{s\beta} i_{s\alpha})$$

Verifica-se que as indutâncias mútuas equivalentes entre os condutores do rotor e do estator permanecem dependentes da posição angular  $\theta_r$ , mesmo com a transformação  $\alpha\beta 0$ .

## 4.3 TRANSFORMAÇÃO DE PARK

### 4.3.1 Formulação Matemática

Em 1929, Park propôs um método de transformação linear, segundo o qual as variáveis girantes do rotor de uma máquina elétrica são convertidas em variáveis pseudoestacionárias, uma vez que o referencial é transformado em um sistema de dois vetores ortogonais girantes em sincronismo com a frequência da rede. (BARBI, 1985).

Considerando o referencial estacionário, na Transformada de Park é definido um novo conjunto de correntes rotóricas, em eixo direto, o qual coincide com eixo do rotor, e em quadratura, adiantado 90° em relação ao eixo direto, tal que:

$$\begin{bmatrix} \phi_{r0} \\ \phi_{rd} \\ \phi_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_r & -\sin\theta_r \\ 0 & \sin\theta_r & \cos\theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{r0} \\ \phi_{r\alpha} \\ \phi_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{r0} \\ \phi_{r\alpha} \\ \phi_{r\beta} \end{bmatrix}$$
(4.31)

Onde  $\theta_r$  é a posição angular do rotor, variante com o tempo.

Deste modo, o vetor de correntes rotóricas projetadas nos eixos dq é dado por (4.32).

$$\begin{bmatrix} i_{r0} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{r0} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix}$$
(4.32)

E a matriz  $[B^{-1}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_r & -\sin\theta_r \\ 0 & \sin\theta_r & \cos\theta_r \end{bmatrix}$  define a transformação de Park em relação aos

eixos  $\alpha\beta 0$ .

Em relação às componentes simétricas *abc*, a matriz de Transformação de Park é dada por  $[T_{Park}]$ , conforme (A.16).

$$\begin{bmatrix} \phi_{r0} \\ \phi_{rd} \\ \phi_{rq} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \cos\theta_r & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin\theta_r & -\sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{ra} \\ \phi_{rc} \end{bmatrix}$$

$$= [T_{Park}] \begin{bmatrix} \phi_{ra} \\ \phi_{rb} \\ \phi_{rc} \end{bmatrix}$$
(4.33)

A Figura 14 mostra os eixos do motor de indução trifásico em componentes simétricas, em componentes  $\alpha\beta$  (obtidas via Transformação de Clarke) e em componentes de eixo direto e quadratura *dq* (obtidas por meio da Transformação de Park).



Figura 14 - Representação dos eixos do motor de indução em componentes (a) trifásicas simétricas *abc* (b) bifásicas ortogonais  $\alpha\beta$  (c) de eixo direto e quadratura dq (para o referencial estacionário). Fonte: Adaptado de Barbi (1985) pelo autor.

# 5 Estimadores de Velocidade

# 5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A utilização de estimadores de velocidade rotórica de máquinas de indução trifásicas tem ganhado cada vez mais destaque, uma vez que nas máquinas assíncronas a velocidade do rotor, variável que pode fornecer muitas informações sobre as condições de operação do sistema, é diferente da velocidade do campo magnético girante. Conforme apresentado no Capítulo 3, as aplicações em que os motores de indução funcionam como transdutores de entrada dos sinais de torque e velocidade requerem o emprego de sensores (*encoders*).

Nas últimas décadas, o emprego de técnicas que eliminam a necessidade de sensores fisicamente acoplados ao eixo das máquinas, de modo a não deteriorar o desempenho dinâmico do sistema de controle, se tornou um campo de grande interesse para as pesquisas relacionadas à estimação de velocidade.

De acordo com Vas (1998) e Holtz (2002), as ferramentas de estimação de velocidade *sensorless* apresentam as seguintes vantagens quando comparados ao uso de *encoder:* redução da complexidade requerida de *hardware*; menores custos de aquisição e operação; menor espaço ocupado pelo sistema de acionamento e controle; melhor imunidade a ruídos eletromagnéticos; aumento da confiabilidade e redução dos requisitos e entraves (incluindo menor necessidade de intervenção física) associados à manutenção.

Nas aplicações com acionamento em malha fechada são empregadas técnicas de controle que utilizam parâmetros e variáveis associadas à máquina para estimar, observar e determinar o valor da velocidade e podem ser classificadas, de forma macro, como técnicas de controle escalar, V/f, e técnicas de controle vetorial. (BUJA e KAZMIERKOWSKI, 2004); (FERRAZ, 2011).

Em linhas gerais, o controle escalar V/f apresenta uma estrutura lógica de fácil implementação e funciona de modo a ajustar a razão entre a tensão e a frequência do estator, por meio de realimentação *feedforward*, mantendo o fluxo magnético da máquina em patamares desejados. Para valores de frequência superiores à nominal, a tensão é mantida em seu valor nominal e, desta forma, a razão V/f é alterada. (PINHEIRO, 2014)

O controle escalar apresenta como limitação o fato de não atender a requisitos de alta performance dinâmica (ou seja, baixa resolução de velocidade e lenta resposta à variação do conjugado). Neste sentido, os métodos baseados no controle vetorial mostram-se mais

adequados para alta performance dinâmica. Nestes métodos, as correntes que alimentam o estator possuem um ângulo de fase bem definido em relação ao eixo do campo magnético girante.

De acordo com Buja e Kazmierkowski (2004), o controle escalar baseia-se em relações válidas apenas em regime permanente, uma vez que somente a magnitude e a frequência (velocidade angular) dos vetores de tensão, corrente e fluxo concatenado são passíveis de controle, enquanto não há atuação na posição dos vetores em regime transitório. O controle vetorial, por sua vez, baseia-se não apenas na magnitude e frequência, mas também na posição angular instantânea dos vetores de tensão, corrente e fluxo eletromagnético, o que significa que pode ser utilizado para estimativa dos parâmetros tanto em regime permanente quanto em transitório.

Todavia, a medição da posição angular do campo girante não é trivial e, por este motivo, encontra-se na literatura uma série de modelos e algoritmos para estimação de velocidade e de posição angular, como indicado na Figura 15.



Figura 15 - Métodos de Estimação de Velocidade para Sistemas do tipo *Sensorless*. Fonte: Adaptado de Sunny et al (2017) e de Ferraz (2011) de pelo Autor.

Uma vez que o objeto de estudo no presente trabalho refere-se não às malhas de controle em sua totalidade (considerando realimentação), mas em particular à estimação de velocidade de sistemas motobomba visando à manutenção preditiva, neste capítulo é apresentada uma revisão bibliográfica a respeito dos métodos baseados no modelo da máquina, com maior enfoque para o Método de Sistema Adaptativo do Modelo de Referência (MRAS, sigla em inglês) e para o Filtro de Kalman Estendido, utilizados nas simulações. Tendo em vista a vasta utilização destes dois métodos, neste trabalho são simulados somente estes dois métodos de estimação de velocidade. (ZAKY et al., 2017); (PEREIRA, 2014); (MASCHIO, 2006); (PINHEIRO, 2014); (SHI E CHAN, 2002); (MARTINS, 2014); (SCHAUDER, 1992); (MOREY et al., 2016); (SUNNY et al., 2017); (KIM et al., 1994); (YIN et al., 2014). (SILVEIRA et al., 2009); (HOLTZ, 2002)

### 5.2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DOS MODELOS DA MÁQUINA

Conforme definido em Martins (2014), o estado de um sistema dinâmico é o conjunto de grandezas físicas cujas especificações determinam de forma completa o comportamento do sistema. Neste contexto, um observador ou estimador consiste em um mecanismo dinâmico hábil a fornecer um vetor dos estados do sistema, a partir de sinais de entrada e saída, que busca se aproximar, com a maior fidedignidade possível, dos valores reais. Para tal, é necessário definir um modelo matemático do fenômeno sob estudo, a partir das equações diferenciais a ele associadas.

As técnicas de estimação de estados são amplamente utilizadas uma vez que na maioria dos processos práticos o valor real é desconhecido e o valor estimado pode se antecipar ao valor medido, viabilizando a detecção precoce de falhas ou anomalias operacionais. Em acréscimo, os valores medidos são bastante suscetíveis a erros e alterações, estando sujeitos a perturbações (conhecidas ou não) geralmente de difícil identificação e isolação. Deste modo, os estimadores de estados visam a encontrar um valor ótimo para um conjunto de parâmetros, suficientemente próximo dos valores reais, por meio de uma combinação de técnicas estatísticas e de observações dos referidos parâmetros.

Os métodos de modelo das máquinas são utilizados para estimar a velocidade do eixo do rotor, a variação da posição angular do vetor de fluxo ao longo do tempo e sua magnitude.

Nestes métodos, são utilizados sinais medidos e as equações diferenciais que descrevem o funcionamento e o movimento da máquina. A acurácia dos modelos está diretamente relacionada à fidelidade dos parâmetros considerados em relação aos dados operacionais reais da máquina, os quais podem sofrer alterações significativas dependendo de condições físicas tais como a temperatura e o ponto de operação. Bons modelos de

estimação da posição angular dos campos magnéticos são baseados nos enrolamentos do estator ou dos condutores do rotor, apresentados nesta seção.

#### **5.2.1** Modelo do Rotor (Modelo de Corrente)

Os métodos baseados no modelo do rotor são desenvolvidos a partir das equações diferenciais que descrevem o funcionamento do rotor, considerando o referencial estacionário ou o referencial do campo girante.

Tomando como variáveis de estado as componentes das correntes estatórica e o fluxo do rotor em eixos  $\alpha\beta$  e o modelo matemático do motor de indução, detalhado no Capítulo 4, formulam-se as equações (5.1) e (5.2).

$$\tau_{\sigma}' \frac{d\left[i_{s}^{\alpha\beta0}\right]}{dt} + \left[i_{s}^{\alpha\beta0}\right] = -j\omega_{s}\tau_{\sigma}'\left[i_{s}^{\alpha\beta0}\right] - \frac{k_{r}(j\omega_{r}\tau_{r}p-1)}{R_{\sigma}\tau_{r}}\left[\lambda_{r}^{\alpha\beta0}\right] + \frac{1}{R_{\sigma}}\left[v_{s}^{\alpha\beta0}\right] \quad (5.1)$$

$$\tau_r \frac{d\left[\lambda_r^{\alpha\beta0}\right]}{dt} + \left[\lambda_r^{\alpha\beta0}\right] = -j(\omega_s - \omega_r p)\tau_r \left[\lambda_r^{\alpha\beta0}\right] + L_{sr} \left[i_s^{\alpha\beta0}\right]$$
(5.2)

Onde:

F 0.7

 $\tau'_{\sigma}$  é a constante de tempo de transiente do estator, dada por  $\sigma L_s/R_{\sigma}$ .  $\tau_r$  é a constante de tempo do rotor, dada por  $L_r/R_r$ .  $\sigma L_s$  é a indutância de magnetização total, em que  $\sigma = 1 - L_{sr}^2/(L_s L_r)$  é o fator de dispersão.  $R_{\sigma}$  é a resistência equivalente referenciada ao estator, dada por  $R_s + k_r^2 R_r$ .  $k_r$  é o fator de acoplamento do rotor em relação ao estator, dado por  $L_{sr}/L_r$ .

p é o número de pares de polos.

As Equações (5.1) e (5.2) podem ser decompostas em suas partes real e imaginária, em função das correntes do estator (componentes em eixos  $\alpha\beta$ ) e dos fluxos concatenados do rotor (também em coordenadas  $\alpha\beta$ ), conforme (5.3) e (5.4).

$$\tau_{\sigma}^{\prime} \frac{di_{s}^{\alpha}}{dt} + j\tau_{\sigma}^{\prime} \frac{di_{s}^{\beta}}{dt} + i_{s}^{\alpha} + ji_{s}^{\beta}$$

$$= -j\omega_{s}\tau_{\sigma}^{\prime}(i_{s}^{\alpha} + ji_{s}^{\beta}) - \frac{k_{r}(j\omega_{r}\tau_{r}p - 1)(\lambda_{r}^{\alpha} + j\lambda_{r}^{\beta})}{R_{\sigma}\tau_{r}}$$

$$+ \frac{(v_{s}^{\alpha} + jv_{s}^{\beta})}{R_{\sigma}}$$
(5.3)

$$\tau_r \frac{d\lambda_r^{\alpha}}{dt} + j\tau_r \frac{d\lambda_r^{\beta}}{dt} + \lambda_r^{\alpha} + j\lambda_r^{\beta} = -j(\omega_s - \omega_r p)\tau_r(\lambda_r^{\alpha} + j\lambda_r^{\beta}) + L_{sr}(i_s^{\alpha} + ji_s^{\beta})$$
(5.4)

Considerando o referencial estacionário ( $\omega_s = 0$ ) e realizando algumas manipulações algébricas, obtêm-se as Equações (5.5) a (5.8), que descrevem o modelo do motor.

$$\frac{di_s^{\alpha}}{dt} = -\frac{1}{\tau_{\sigma}'}i_s^{\alpha} + \frac{k_r}{R_{\sigma}\tau_{\sigma}'\tau_r}\lambda_r^{\alpha} + \frac{k_r\omega_r p}{R_{\sigma}\tau_{\sigma}'}\lambda_r^{\beta} + \frac{1}{R_{\sigma}\tau_{\sigma}'}v_s^{\alpha}$$
(5.5)

$$\frac{di_s^{\beta}}{dt} = -\frac{1}{\tau_{\sigma}'}i_s^{\beta} - \frac{k_r\omega_r p}{R_{\sigma}\tau_{\sigma}'}\lambda_r^{\alpha} + \frac{k_r}{R_{\sigma}\tau_{\sigma}'\tau_r}\lambda_r^{\beta} + \frac{1}{R_{\sigma}\tau_{\sigma}'}v_s^{\beta}$$
(5.6)

$$\frac{d\lambda_r^{\alpha}}{dt} = \frac{L_{sr}}{\tau_r} i_s^{\alpha} - \frac{1}{\tau_r} \lambda_r^{\alpha} - \omega_r p \lambda_r^{\beta}$$
(5.7)

$$\frac{d\lambda_r^{\beta}}{dt} = \frac{L_{sr}}{\tau_r} i_s^{\beta} + \omega_r p \lambda_r^{\alpha} - \frac{1}{\tau_r} \lambda_r^{\beta}$$
(5.8)

Nos métodos baseados no modelo do rotor, os valores medidos do vetor de corrente do estator  $[i_s^{\alpha\beta0}]$  e da velocidade angular do rotor são os sinais de entrada e a saída é o fluxo concatenado no rotor, na referência do estator (eixos  $\alpha\beta$ ), dado por  $\lambda_r^{(s)}$ .  $\lambda_r^{(s)} = \lambda_r \cos\theta_r + j\lambda_r \sin\theta_r = \lambda_r^{\alpha} + j\lambda_r^{\beta}$ (5.9)

Os valores encontrados para a posição angular do campo do rotor e a magnitude do fluxo do rotor são obtidos por meio de (5.10).

$$\theta_r = atan\left(\frac{\lambda_r^{\beta}}{\lambda_r^{\alpha}}\right) \quad e \quad \lambda_r = \sqrt{(\lambda_r^{\alpha})^2 + \left(\lambda_r^{\beta}\right)^2}$$
(5.10)

A acurácia do modelo do rotor depende da seleção adequada dos parâmetros de (5.2), em especial da constante de tempo  $\tau_r$ , cuja variação impacta sensivelmente a posição angular do campo.

# 5.2.2 Modelo do Estator (Modelo de Tensão)

Os métodos baseados no modelo do estator são utilizados para estimar os fluxos concatenados no estator ou no rotor, sem necessidade de medir o sinal de velocidade. O modelo do estator é obtido ao integrar a equação de tensão do estator, em suas próprias coordenadas, conforme (5.11).

$$\left[\lambda_{s}^{\alpha\beta0}\right] = \int \left(\left[\nu_{s}^{\alpha\beta0}\right] - R_{s}\left[i_{s}^{\alpha\beta0}\right]\right) dt$$
(5.11)

A partir de (5.11), calcula-se o fluxo do rotor, dado por (5.12).

$$\begin{bmatrix} \lambda_r^{\alpha\beta0} \end{bmatrix} = \frac{1}{k_r} \left( \int \left( \begin{bmatrix} v_s^{\alpha\beta0} \end{bmatrix} - R_s \begin{bmatrix} i_s^{\alpha\beta0} \end{bmatrix} \right) dt - \sigma L_s \begin{bmatrix} i_s^{\alpha\beta0} \end{bmatrix} \right)$$
$$= \frac{1}{k_r} \left( \begin{bmatrix} \lambda_s^{\alpha\beta0} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda_\sigma^{\alpha\beta0} \end{bmatrix} \right)$$
(5.12)

Onde  $\left[\lambda_{\sigma}^{\alpha\beta0}\right]$  é o fluxo de dispersão.

As equações (5.11) e (5.12) podem ser utilizadas para estimar os respectivos vetores de fluxo concatenado, para a obtenção da posição angular e da magnitude do fluxo concatenado total. No entanto, na prática observa-se que os sinais de tensão e corrente medidos possuem um erro intrínseco e que o integrador possui um *offset*, o que leva a um erro crescente entre os valores estimados e os valores reais caso não haja uma malha de realimentação a partir da saída do integrador. Uma solução adotada nestes casos é substituir o integrador puro por um filtro passa baixa de 1<sup>a</sup> ordem (5.13), sendo *a* uma frequência de corte.

$$G(s) = \frac{1}{s+a} \tag{5.13}$$

Nos métodos baseados no modelo do estator, a resistência estatórica,  $R_s$ , é o parâmetro de maior relevância em relação à acurácia, e é passível de grandes variações em decorrência de alterações na temperatura. Como em baixa velocidade o valor de  $\left[v_s^{\alpha\beta0}\right]$  é baixo, erros associados a  $R_s$  (e, consequentemente, em  $R_s\left[i_s^{\alpha\beta0}\right]$ ) podem provocar grandes distorções no valor estimado do fluxo concatenado. A altas velocidades, porém, a parcela correspondente a  $R_s\left[i_s^{\alpha\beta0}\right]$  é baixa e não produz impactos significativos no fluxo estimado.

# 5.3 MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO DE VELOCIDADE BASEADOS NO MODELO DA MÁQUINA

Conforme ilustrado na Figura 15, uma série de métodos de controle vetorial baseados no modelo do motor de indução são utilizados para estimação da velocidade e do conjugado eletromagnético. Nesta seção é apresentada uma breve revisão bibliográfica sobre os métodos de observadores adaptativos elencados.

#### 5.3.1 Métodos Baseados no Escorregamento

Na década de 1970, Abbondanti e Brennen (1975) propuseram um dos primeiros métodos de estimação de estado para motores de indução *sensorless*. Este método consiste na obtenção do escorregamento da máquina por meio de técnicas de processamento de sinais aplicadas aos sinais de corrente e tensão instantânea do estator, que contêm, indiretamente, informações sobre a frequência e sobre a posição angular. O modelo se baseia no fato de o escorregamento ser uma consequência da carga acoplada ao motor e das condições de excitação e que, portanto, é possível obter informações a respeito do seu valor a partir das grandezas elétricas.

O método parte da equação de torque eletromagnético no referencial estacionário, expandida em Série de Taylor até o primeiro termo. Após manipulações algébricas, chega-se à relação direta entre a velocidade de escorregamento e o torque eletromagnético, conforme (5.14), segundo a qual conclui-se que o escorregamento pode ser obtido a partir da potência ativa do motor, a partir do processamento dos sinais de corrente do estator e da tensão no entreferro.

$$\omega_{slip} \propto \left( R_r \frac{T_{em} \omega_s^2}{v_s^2} \right) \tag{5.14}$$

Conforme detalhado por Béres e Vranka (2001), há duas abordagens usuais para os métodos de controle orientados pelo campo: controle direto (DFOC, sigla em inglês), no qual o fluxo do rotor é estimado a partir das medidas de tensões terminais, das correntes e da velocidade rotórica, e o controle indireto (IFOC, sigla em inglês), em que a frequência de escorregamento é calculada e imposta sobre a velocidade rotórica e pode ser obtida a partir das componentes da tensão do entreferro no sistema de coordenadas da corrente do estator, não sendo necessário conhecimento em relação à posição do fluxo.

Marques, Sousa e Iacchetti (2013) propõem um método de estimação de estados para motores de indução duplamente alimentados, que fornece diretamente a posição de escorregamento da máquina, a partir da diferença entre a corrente rotórica medida (no referencial do rotor) e a posição do vetor corrente do rotor, na referência síncrona do fluxo concatenado no estator, obtido utilizando como variável auxiliar a potência ativa no entreferro.

A vantagem dos métodos baseados no cálculo do escorregamento é a independência em relação aos fluxos concatenados no rotor e no estator. Como desvantagens listam-se a

forte dependência em relação aos parâmetros do motor, em especial a resistência rotórica, e a reduzida robustez em regime transitório. (FERRAZ, 2011)

# 5.3.2 Modos Deslizantes

Estimadores baseados em modos deslizantes são aqueles que apresentam, como entrada, funções descontínuas do erro entre os valores estimados e medidos (YAN e UTKIN, 2002). Estes métodos propõem o estabelecimento de leis de controle que levem à convergência para a superfície deslizante, de forma que, quando o sistema se encontra em modo de deslizamento, torna-se insensível a variações paramétricas e perturbações externas. (AGOSTINHO, 2009).

Rao, Buss e Utkin (2009) enunciam os fundamentos dos métodos de estimação de velocidade baseados em modos deslizantes de primeira e segunda ordem. De acordo com os autores, estes métodos são descritos por dois passos: a definição da superfície deslizante e a definição da lei de controle que garanta que todas as trajetórias convirjam para a superfície de deslizamento.

Conforme exposto por Holtz (2002), nos compensadores em modo deslizante aplicados a motores de indução, o vetor de erro de estimação de corrente é utilizado para definir o hiperplano de deslizamento. A magnitude do erro é então forçada a zero por um controle chaveado em alta frequência, exercendo uma compensação no modelo da máquina enquanto seu valor médio controla um algoritmo para obtenção da velocidade. A robustez do método garante a anulação do erro da corrente estimada.

De acordo com Ferraz (2011), a principal desvantagem dos métodos de modos deslizantes em sua formulação original é o surgimento de oscilações que podem excitar modos de frequência mais elevada no sistema, limitando o uso do método. A solução deste problema tem sido foco de uma série de pesquisas, como a proposta por Rao, Buss e Utkin (2009).

# 5.3.3 Observador de Ordem Completa

A técnica de estimação de velocidade baseada em Observador de Ordem Completa é equacionada a partir do modelo de corrente de estator da máquina no referencial estacionário (equações (5.1) e (5.2)) e fornece os valores estimados de corrente estatórica e fluxo concatenado no rotor,  $\hat{\iota}_s^{\alpha\beta} \in \hat{\lambda}_r^{\alpha\beta}$ , respectivamente. O observador é obtido inserindo-se um compensador do erro, o qual é dado pela diferença entre o valor estimado

e o valor real da corrente do estator. A partir do sinal de erro é gerada uma entrada para os subsistemas que representam os modelos do estator e do rotor.

São então acrescentados às equações (5.1) e (5.2) os termos  $-G_s(\hat{\iota}_s - \hat{\iota}_s)$  e  $-G_r(\hat{\iota}_s - \hat{\iota}_s)$ , sendo  $G_s$  e  $G_r$  ganhos complexos que, dadas as não-linearidades do sistema, dependem do valor estimado da velocidade angular mecânica, obtido por meio de um controlador Proporcional-Integral que recebe o sinal de erro de corrente e responsável por adaptar a modelagem do rotor no observador à velocidade mecânica da máquina, conforme ilustrado na Figura 16.



Figura 16 - Representação Equemática do Observador de Ordem Completa. Fonte: Adaptado de Holtz (2002) pelo Autor.

O modelo prevê o cálculo do erro do torque, por meio de (5.15), o que garante a correção da velocidade estimada a partir de um controlador PI. A correta estimativa de velocidade é então obtida quando o ângulo do erro de corrente e, consequentemente, o erro do torque são levados a zero. (HOLTZ, 2002)

$$e_{torque} = \hat{\lambda}_r^{\alpha\beta} \times (\hat{\boldsymbol{i}}_s - \boldsymbol{i}_s) \tag{5.15}$$

### 5.3.4 Filtro de Kalman e Filtro de Kalman Estendido

O Filtro de Kalman é um método baseado no modelo do motor capaz de executar estimativas ótimas a partir do modelo dinâmico de um sistema corrompido por ruídos gaussianos brancos. Seu algoritmo é descrito por um processo de estimativa recursiva, composto por uma etapa de predição e por uma de atualização das medidas, que visa a minimizar o erro quadrático do sistema, anulando o efeito do ruído sobre a grandeza observada. (MARTINS, 2014)

Para aplicações voltadas à estimação de velocidade em sistemas acionados por motores de indução, uma série de referências na literatura apontam para o uso do Filtro de Kalman

Estendido, no qual é acrescida uma variável de estado (velocidade angular rotórica) ao modelo da máquina (equacionado por (5.5) a (5.8)). (KIM, SUL E PARK, 1994); (YIN et al., 2014); (SILVEIRA et al., 2009); (SHI E CHAN, 2002); (LI E ZHONG, 2005).



Figura 17 - Representação esquemática da técnica de estimação de velocidade baseada no Filtro de Kalman.

O Filtro de Kalman Estendido mostra-se uma solução viável para estimação de estados em modelos não-lineares (linearizados em torno de um ponto), contínuos ou discretos. A representação em tempo discreto é obtida a partir da expansão em Série de Taylor (até a primeira derivada) e, por meio dela, as equações que descrevem o modelo do motor podem ser reescritas por representação em espaço de estados, conforme (5.16) e (5.17), em que a formulação é realizada para o caso discreto.

$$\widehat{\boldsymbol{x}}_{k+1} = A_d \widehat{\boldsymbol{x}}_k + B_d \boldsymbol{u}_k + \boldsymbol{w}_k \tag{5.16}$$

$$\tilde{y}_k = H_k \boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{v}_k \tag{5.17}$$

Tal que:

$$\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{k}} = \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \lambda_{dr} \\ \lambda_{qr} \\ \boldsymbol{\varpi}_{r} \end{bmatrix}_{k}; \boldsymbol{u}_{\boldsymbol{k}} = \begin{bmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \end{bmatrix}_{k}; \boldsymbol{y}_{\boldsymbol{k}} = \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix}_{k}$$
(5.18)

$$A_{d} = A + IT = \begin{bmatrix} 1 - \frac{1}{\tau_{\sigma}}T & 0 & \frac{k_{r}}{R_{\sigma}\tau_{\sigma}^{'}\tau_{r}}T & \frac{k_{r}\omega_{r}p}{R_{\sigma}\tau_{\sigma}^{'}}T & 0\\ 0 & 1 - \frac{1}{\tau_{\sigma}^{'}}T & -\frac{k_{r}\omega_{r}p}{R_{\sigma}\tau_{\sigma}^{'}}T & \frac{k_{r}}{R_{\sigma}\tau_{\sigma}^{'}\tau_{r}}T & 0\\ \frac{L_{sr}}{\tau_{r}}T & 0 & 1 - \frac{1}{\tau_{r}}T & -\omega_{r}pT & 0\\ 0 & \frac{L_{sr}}{\tau_{r}}T & \omega_{r}pT & 1 - \frac{1}{\tau_{r}}T & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(5.19)
$$\begin{bmatrix} \frac{T}{\sigma L_{s}} & 0\\ \frac{T}{\sigma L_{s}} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{d} = \begin{bmatrix} \sigma L_{s} & & \\ 0 & \frac{T}{\sigma L_{s}} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; H_{k} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(5.20)

Onde T é o período de amostragem e os demais termos das matrizes  $A_d$ ;  $B_d e H_k$  definidos na seção 5.2.1.  $x_k$ ;  $u_k$  e  $y_k$  são os vetores de estados, controle e saída do sistema.  $w_k$  e  $v_k$  são os erros de processo e medida, respectivamente.

A ênfase "til" sobre as variáveis indica que são grandezas medidas e a ênfase "circunflexo" indica os valores estimados.

O método do Filtro de Kalman é constituído pelas seguintes etapas:

• Etapa 0 – Inicialização do processo de estimação:

$$\widehat{\boldsymbol{x}}\left(t_{0}\right) = \widehat{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{0}} \tag{5.21}$$

$$P_0 = E[\widetilde{\mathbf{x}}(t_0)\widetilde{\mathbf{x}}^T(t_0)]$$
(5.22)

Etapa 1 – Cálculo da matriz de ganho de Kalman, K<sub>k</sub>, a partir das matrizes de saída, H<sub>k</sub>, da matriz de covariância, P<sub>k</sub> e da variância do erro de medida, R<sub>k</sub>.

$$K_k = P_k^- H_k^T [H_k P_k^- H_k^T + R_k]^{-1}$$
(5.23)

 Etapa 2 – Atualização da estimativa do vetor de estados a posteriori e da matriz de covariância:

$$\widehat{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{k}}^{+} = \widehat{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{k}}^{-} + K_{\boldsymbol{k}} (\widetilde{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{k}} - H_{\boldsymbol{k}} \widehat{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{k}}^{-})$$
(5.24)

$$P_k^+ = [I - K_k H_k] P_k^- [I - K_k H_k]^{-1} + K_k R_k K_k^T$$
(5.25)

• Etapa 3 – Estimação do vetor de estado (do passo k+1) a priori:

$$\widehat{\boldsymbol{x}}_{k+1}^{-} = A_d \widehat{\boldsymbol{x}}_k^{+} + B_d \boldsymbol{u}_k \tag{5.26}$$

• Etapa 4 – Atualização da matriz de covariância:

$$P_{k-1}^{-} = A_d P_k^+ A_d^T + Q_k (5.27)$$

Ao final da etapa 4, o algoritmo retorna para o passo 1, de forma atualizada, considerando os valores encontrados nas demais etapas, até que seja atingida a quantidade de iterações definida.

Como desvantagens associadas ao Método de Filtro de Kalman, listam-se a grande influência dos valores iniciais, de uma série de parâmetros da máquina e dos valores das diagonais principais das matrizes de covariância dos ruídos,  $R_k$  e  $Q_k$  (usualmente definidas de forma empírica), na estimativa das variáveis de estado. Na literatura são propostos métodos que associam o modelo de Kalman a algoritmos genéticos, visando a obter, embora com custo computacional mais elevado, valores adequados para a inicialização e para as matrizes  $R_k$  e  $Q_k$ .

#### 5.3.5 Sistema Adaptativo por Modelo de Referência

As técnicas baseadas em Sistema Adaptativo por Modelo de Referência utilizam-se da redundância dos dois modelos da máquina (estator e rotor) para estimar o mesmo vetor de variáveis de estado a partir de conjuntos de variáveis de entrada distintos.

De acordo com Morey, Virulkar e Dhomane (2016), os estimadores de velocidade do tipo MRAS podem ser divididos em três grandes classificações: uma baseada no erro do vetor de fluxo do rotor (metodologia clássica); uma associada ao erro da força contraeletromotriz; e outra baseada na potência reativa (instantânea e em regime permanente). No presente trabalho, utiliza-se a técnica clássica, baseada no fluxo do rotor, para estimativa de velocidade e conjugado de carga nos sistemas e cenários avaliados, motivo pelo qual detalha-se esta abordagem.

O modelo do estator é utilizado como referência, pois é independe de  $\omega_r$ , e sua saída é o vetor de fluxo rotórico. O modelo do rotor permite a estimação do fluxo rotórico a partir do valor medido da corrente do estator e do sinal de velocidade angular ajustado por meio

de um controlador proporcional-integral que visa a minimizar o erro entre os valores estimados dos vetores de fluxo magnético e os valores de referência. (HOLTZ, 2002)

Na Figura 18 é ilustrada, de forma simplificada, a configuração do Sistema Adaptativo por Modelo de Referência para estimação de velocidade de motores *sensorless*, em que se utilizam dois observadores independentes para estimação do vetor de fluxo concatenado.



Figura 18 - Representação esquemática da técnica de estimação de velocidade baseada em MRAS. Fonte: Adaptado de Schauder (1992) e de Haron e Idris (2006) pelo autor.

Para o projeto do estimador de estados MRAS baseado no fluxo rotórico, modela-se o motor de indução com rotor do tipo gaiola de esquilo no referencial estacionário (uma vez que é neste referencial que as tensões e correntes são medidas), para o qual os eixos direto e quadratura encontram-se alinhados aos eixos  $\alpha$  e  $\beta$ . A primeira parte do método, baseada no modelo do estator, é equacionada conforme (5.12) e pode ser reescrita como (5.28). (SCHAUDER, 1992), (PINHEIRO, 2014)

$$\begin{bmatrix} \frac{d\lambda_r^{\alpha}}{dt} \\ \frac{d\lambda_r^{\beta}}{dt} \end{bmatrix} = \frac{L_r}{L_{sr}} \left\{ \begin{bmatrix} v_s^{\alpha} \\ v_s^{\beta} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_s + \sigma L_s \frac{d}{dt} & 0 \\ 0 & R_s + \sigma L_s \frac{d}{dt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s^{\alpha} \\ i_s^{\beta} \end{bmatrix} \right\}$$
(5.28)

A segunda parte, que considera o modelo do rotor, depende da velocidade angular e é formulada a partir de (5.7) e (5.8) que, em representação matricial, são representadas por (5.29).

$$\begin{bmatrix} \frac{d\hat{\lambda}_{r}^{\alpha}}{dt} \\ \frac{d\hat{\lambda}_{r}^{\beta}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_{r}} & -\omega_{r}p \\ \omega_{r}p & -\frac{1}{\tau_{r}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\lambda}_{r}^{\alpha} \\ \hat{\lambda}_{r}^{\beta} \end{bmatrix} + \frac{L_{sr}}{\tau_{r}} \begin{bmatrix} i_{s}^{\alpha} \\ i_{s}^{\beta} \end{bmatrix}$$
(5.29)

O erro (*e*) entre os estados estimados pelo modelo de referência e pelo modelo adaptativo, dado por (5.30), independe dos eixos considerados e é utilizado como entrada para o mecanismo de adaptação que fornece o valor de  $\hat{\omega}_r$  a ser realimentado no modelo do rotor, que promove um deslocamento angular controlado pelo valor estimado da velocidade.

$$e = \hat{\lambda}_r^{\alpha} \lambda_r^{\beta} - \hat{\lambda}_r^{\beta} \lambda_r^{\alpha} \tag{5.30}$$

Quando o valor de *e* é diferente de zero, o mecanismo de adaptação produz um sinal que o minimiza, ajustando o valor estimado da velocidade angular de modo que se aproxime do valor real. Os ganhos do controlador Proporcional-Integral do mecanismo de adaptação devem ser calculados de modo a garantir que o sistema seja estável (ou seja, que os polos do sistema sejam alocados no semi-plano esquerdo de Laplace).

O MRAS baseado no fluxo do rotor (MRAS-RF, sigla em inglês) apresenta bom desempenho em ampla faixa de operação, embora seja sensível a variações dos parâmetros da máquina, especialmente em baixas velocidades (PEREIRA, 2014). Este problema pode ser compensado por um atraso  $\left(\frac{1}{s+a}\right)$  no lugar de um integrador simples  $\left(\frac{1}{s}\right)$  no modelo do estator, reduzindo o *offset* e impactando, em contrapartida, a integração na faixa de frequência inferior à frequência de atraso (artifício análogo ao utilizado no estimador de torque eletromagnético, enunciado na seção 3.2.2). Deste modo, mostra-se necessária a inclusão de um filtro passa-baixa na entrada do modelo do estator, que auxilie a normalizar as saídas do modelo e a atenuar os componentes em alta frequência normalmente encontrados nas tensões terminais do motor. (SCHAUDER, 1992); (HOLTZ, 2002).

De acordo com Morey, Virulkar e Dhomane (2016), a abordagem por MRAS apresenta menor custo computacional e facilidade de implementação quando comparada ao Filtro de Kalman.

# 6 Simulações – Cenários e Modelos

# 6.1 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O objeto deste trabalho consiste num sistema moto-bomba com partida direta operando em regime permanente e submetido à ocorrência do fenômeno de cavitação na bomba centrífuga acionada. Deseja-se, a partir de um sistema de estimação proposto, detectar a presença da cavitação durante a operação da bomba. Na Figura 19 é ilustrado um diagrama contendo o sistema moto-bomba e o sistema de estimação proposto para identificação da presença do fenômeno.





#### 6.2 DESCRIÇÃO DAS SIMULAÇÕES

Para avaliação do desempenho do sistema de estimação no problema, foco deste trabalho, as simulações implementadas são divididas em cenários de forma a permitir a avaliação dos estimadores individualmente e em conjunto, possibilitando, desta forma, observar a influência das condições consideradas na estimação das grandezas e, portanto, na solução do problema. Para o desenvolvimento do trabalho são considerados os cenários:

- Cenário 1 Estimação de torque de carga, sem estimação de torque eletromagnético e sem estimação de velocidade;
- Cenário 2 Estimação de torque de carga, com estimação de torque eletromagnético e sem estimação de velocidade;
- Cenário 3 Estimação de torque de carga, sem estimação de torque eletromagnético e com estimação de velocidade por MRAS;
- Cenário 4 Estimação de torque de carga, sem estimação de torque eletromagnético e com estimação de velocidade por Filtro de Kalman;

- Cenário 5 Estimação de torque de carga, com estimação de torque eletromagnético e com estimação de velocidade por MRAS;
- Cenário 6 Estimação de torque de carga, com estimação de torque eletromagnético e com estimação de velocidade por Filtro de Kalman.

. .

A Tabela 1 contém um resumo dos cenários avaliados.

1 abela 1 – Resumo dos cenarios.				
Cenário	Estimação de	Estimação de torque	Estimação de	
	torque de carga	de eletromagnético	velocidade do rotor	
Cenário 1	Sim	Não	Não	
Cenário 2	Sim	Sim	Não	
Cenário 3	Sim	Não	Sim (MRAS)	
Cenário 4	Sim	Não	Sim (Kalman)	
Cenário 5	Sim	Sim	Sim (MRAS)	
Cenário 6	Sim	Sim	Sim (Kalman)	

Na Figura 20, na Figura 21 e na Figura 22 são apresentados os fluxogramas simplificados implementados em *Simulink* considerando as diferentes variáveis de entrada e saída na estimação realizada para os cenários propostos.



Figura 20 - Simulação no Simulink - Cenário 1.



Figura 21 - Simulação no Simulink - Cenário 2.



Figura 22 - Simulação no Simulink - Cenários 3, 4, 5 e 6.

Para avaliação dos cenários descritos, analisa-se o comportamento dos estimadores em diferentes casos. A diferença entre os casos consiste basicamente na modelagem da carga, inicialmente é utilizada uma carga do tipo torque constante (modelo normalmente utilizado para se avaliar o desempenho de um sistema) e, posteriormente, é utilizada uma carga que varia quadraticamente com a velocidade (modelo que representa uma bomba centrífuga, aplicação deste trabalho). Na Figura 23 é exposta a implementação computacional do sistema moto-bomba considerado em todos os casos simulados.



Figura 23 - Simulação no Maxwell/Simplorer – Sistema moto-bomba.

Os casos avaliados são:

- Caso 1 Carga modelada como torque constante, sem e com a ocorrência do fenômeno da cavitação, conforme Figura 24.
- Caso 2 Carga modelada como proporcional ao quadrado da velocidade mecânica, sem e com a ocorrência do fenômeno da cavitação, conforme Figura 24.



Figura 24 – Modelagem da carga. (a) Torque Constante (b) Torque que varia quadraticamente com a velocidade.

Todos as simulações no *Maxwell/Simplorer* utilizaram passo de 10kHz, este passo se mostrou adequado para a malha utilizada em elementos finitos. Além disso, são introduzidos ruídos em todos os sinais medidos.

# 6.3 DESCRIÇÃO DOS MODELOS

As rotinas e programas foram implementados nos *softwares Matlab*, *Simulink*, *RMxprt*, *Maxwell* e *Simplorer*, conforme apresentado na Figura 25.



Figura 25 - Diagrama Esquemático com softwares utilizados.

# 6.3.1 Modelos implementados no RMxprt, Maxwell e Simplorer

O programa *RMxprt* é utilizado para criar a geometria do motor elétrico que será simulada pelo programa *Maxwell*. O *RMxprt* possui uma biblioteca de componentes, facilitando a criação do modelo da máquina. O *Maxwell* é utilizado para simulação da máquina em elementos finitos, resultando em sinais com ruídos e mais próximos de casos reais. Os programas *Maxwell* e *Simplorer* são utilizados para simular simultaneamente o comportamento do sistema de acionamento, do motor de indução e da carga mecânica. O sistema de acionamento e a carga mecânica são simulados no *Simplorer* e o motor elétrico

é simulado através de uma simulação conjunta entre *Maxwell* e *Simplorer*. Na Figura 26 é apresentado o sistema completo, assim como os pontos de medição das grandezas elétricas.



Figura 26 - Modelos implementados no Maxwell/Simplorer .

A implementação de cada um dos componentes foi realizada da seguinte forma:

• Motor de Indução:

Utilizado motor de indução trifásico adaptado de um modelo existente no *RMxprt* de forma a se adequar às características de uma máquina industrial de baixa tensão. Na Tabela 2 é listado um resumo das grandezas que definem o motor, enquanto na Figura 27 é ilustrada uma vista em corte da máquina com a representação da malha de elementos finitos. O modelo elaborado no *RMxprt* foi exportado para o *Maxwell*, permitindo a utilização do método dos elementos finitos para cálculo dos campos eletromagnéticos e elétricos, e a integração com o *Simplorer*, representado na Figura 26.

• <u>Sistema de Acionamento:</u>

O sistema de acionamento é composto pela fonte de alimentação e pelos circuitos de força conforme ilustrado na Figura 26. Embora em aplicações industriais seja comum uma diferença entre a tensão nominal do sistema elétrico e tensão nominal do motor de indução, devido às distâncias entre a carga acionada e a subestação, nas simulações foi adotado o mesmo nível de tensão (440V) para fonte de alimentação e para a máquina elétrica. Adicionalmente, tendo em vista que este trabalho considera um sistema de acionamento direto, característica usual dos sistemas de bombeio de fluidos, não foi modelado nenhum sistema de controle para máquina. Em acréscimo, uma vez que todos os cenários considerados ocorrem em condições de regime permanente, o modelo da fonte não dispõe de

sistema de auxílio à partida da máquina, como *softstarter* ou banco de capacitores. O circuito de alimentação da máquina é composto de condutores unipolares, com isolação EPR 0,6/1kV, instalados em trifólio e com comprimento de 50 metros.

• <u>Sistema de Medição:</u>

A medição dos sinais elétricos foi realizada nos terminais do motor de indução conforme Figura 26. Em aplicações práticas, a medição dos sinais de tensão e corrente diretamente nos terminais da máquina em operação torna-se praticamente inviável devido à dificuldade de acesso e ao fato de o equipamento se encontrar em Área Classificada. Nestes casos, a medição deve ser realizada nas gavetas, ou cubículos, do motor, sendo necessário, portanto considerar a queda de tensão existente no circuito de força que atende a máquina.

#### <u>Carga Mecânica:</u>

A carga modelada nas simulações é composta de uma fonte de torque, associada a uma constante de inércia. Na Figura 26 está exposto o modelo implementado, juntamente como o sistema de acionamento, na plataforma conjunta Maxwell/Simplorer. Em condições normais de operação, o torque é constituído por uma componente fundamental e por componentes harmônicas em baixa frequência. A ocorrência do fenômeno da cavitação foi representada pela inclusão de uma componente harmônica no conjugado de carga, com frequência múltipla da frequência de passagem das pás da carga acionada, diretamente proporcional ao número de pás do impelidor. Nos casos apresentados, são consideradas aplicações com bombas de 7 pás, resultando numa frequência de passagem 204Hz (na ocorrência da cavitação) para carga de valor nominal (plena carga). Importante ressaltar que a velocidade do motor depende do escorregamento e, portanto, do carregamento da máquina. Deste modo, a frequência de passagem depende do carregamento. No entanto, tendo em vista que este trabalho se destina à uma condição em regime permanente e com carregamento nominal, a utilização de uma frequência de passagem fixa não afeta os resultados.



Figura 27 – Vistas (2-D) do motor de indução com gaiola de esquilo utilizado .

Parâmetro do motor	Valor
Tensão Nominal de Linha	440 V
Potência Nominal	7,5 kW
Rotação Nominal	1751,53 rpm
Torque Nominal	40,99 Nm
Momento de inércia do conjunto	0,10815 kg.m <sup>2</sup>
Número de Polos	4
Frequência Nominal	60 Hz
Resistência do Estator (R <sub>s</sub> )	0,765317 ohm
Resistência do Rotor (R <sub>r</sub> )	0,60535 ohm
Reatância do Estator (L <sub>s</sub> )	1,00537 ohm
Reatância do Rotor (L <sub>r</sub> )	1,48362 ohm
Reatância de Magnetização (L <sub>sr</sub> )	77,4051 ohm

Tabela 2 – Parâmetros do motor de indução simulado.

# 6.3.2 Modelos dos Estimadores

Para modelagem dos estimadores utiliza-se o *software Simulink*. Nas simulações foram considerados modelos de estimador de torque de carga, de estimador de torque eletromagnético e de estimador de velocidade. Especificamente no caso do estimador de velocidade são utilizados os métodos MRAS e filtro de Kalman Estendido.

• Estimador de Torque de Carga:

A Figura 28 corresponde à implementação do modelo do estimador de conjugado de carga apresentado no Capítulo 3. A partir dos sinais, estimados ou medidos

(dependendo do cenário), de torque eletromagnético e de posição/velocidade, é possível obter o comportamento do conjugado de carga.



Figura 28 - Simulação no Simulink – Estimador de Torque de Carga.

• Estimador de Torque Eletromagnético:

A Figura 29 corresponde à implementação do modelo apresentado no Capítulo 3. A partir dos sinais dos sinais de tensão e corrente medidos é possível obter o comportamento do torque eletromagnético.



Figura 29 - Simulação no Simulink – Estimador de Torque Elétrico.



Figura 30 - Simulação no Simulink – Estimador de Torque Elétrico. (a) Parte 1 (b) Parte 2.

• Estimador de Velocidade:

A Figura 31 e a Figura 32 correspondem à implementação do método MRAS, enquanto a Figura 33 corresponde ao filtro de Kalman. Em ambos os métodos, a partir dos sinais de tensão e corrente medidos, é possível obter o comportamento da velocidade do rotor da máquina.



Figura 31 - Simulação no Simulink - Estimador de Velocidade - MRAS.


Figura 32 - Simulação no Simulink – Estimador de Velocidade – MRAS. (a) Modelo de Tensão (b) Modelo de Corrente.



Figura 33 - Simulação no Simulink – Estimador de Velocidade – Filtro de Kalman.

Os ganhos de cada estimador foram ajustados manualmente visando atingir o rastreamento e a dinâmica desejada para as variáveis estimadas. Nos cenários onde são implementados em conjunto mais de um estimador, são realizados ajustes dos ganhos visando o desempenho do sistema completo de estimação.

## 7 Resultados

## 7.1 CENÁRIO 1 - ESTIMADOR DE TORQUE DE CARGA, SEM ESTIMAÇÃO DE TORQUE ELETROMAGNÉTICO E SEM ESTIMAÇÃO DE VELOCIDADE

É possível verificar na Figura 34 o comportamento da máquina para o caso 1 a partir das medições de torque e velocidade obtidas diretamente do *Simplorer* (Sinais considerados neste trabalho como "Reais"). A carga neste caso foi modelada como torque constante, com valor inicial de 21 Nm, com aplicação de um degrau de amplitude 20 Nm no instante 1,0s. O comportamento ruidoso do sinal de torque eletromagnético medido diretamente no *Simplorer*, antes mesmo de 1,0s (Condição Normal), se deve à simulação do motor de indução em elementos finitos. Juntamente com o degrau de conjugado, em 1,0s, é inserida no torque de carga uma componente senoidal de amplitude 5 Nm e frequência 204 Hz (f<sub>passagem</sub>). Pode-se notar, pelo espectro de frequência do conjugado de carga (Figura 35), a presença da componente harmônica f<sub>passagem</sub> de 204 Hz que tem como intuito representar a ocorrência da cavitação. Ressalta-se que, em todos os cenários avaliados, os espectros de frequência apresentados possuem magnitude em N.m, motivo pelo qual os harmônicos não se mostram tão protuberantes se comparados à representação em dB/década.



Figura 34 - Simulação do Caso 1. (a)Torque Eletromagnético e Torque de Carga Medidos no Simplorer (Real) (b)Velocidade do Motor Medida no Simplorer (Real).



Figura 35 - Simulação do Caso 1. (a)Espectro de Frequência do Torque de Carga Medido no Simplorer (Real) – Condição Normal (b)Espectro de Frequência do Torque de Carga Medido no Simplorer (Real) – Condição com Cavitação.

Para o cenário 1 (Figura 20), que consiste na implementação do estimador de torque de carga (Figura 28) sem a estimação de torque eletromagnético e de velocidade, utilizou-se como variáveis de entrada do observador o torque e a velocidade obtidos diretamente do *Maxwell/Simplorer*. Na Figura 36 é possível observar a dinâmica do estimador para o caso 1. O torque de carga estimado acompanha o torque eletromagnético real e nota-se no espectro de frequência (Figura 37) que a componente do conjugado de carga que representa o fenômeno de cavitação (204 Hz) está presente. Nota-se também que devido aos parâmetros utilizados houve uma atenuação da componente na frequência de passagem. Esta atenuação não configura um problema uma vez que o interesse é identificar a existência da componente e a sua evolução ao longo do tempo.



Figura 36 - Simulação do Caso 1 para o Cenário 1. Torque Eletromagnético Real e Torque de Carga Estimado.



Figura 37 - Simulação do Caso 1 para o Cenário 1. (a)Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado – Condição Normal (b)Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado – Condição com Cavitação.

Ainda para Cenário 1, mas considerando o caso 2, que consiste numa carga com torque proporcional ao quadrado da velocidade, comportamento característico de uma bomba centrífuga, é possível observar na Figura 38 que o harmônico de frequência (204 Hz) que representa o fenômeno de cavitação também está presente. Uma vez que é considerado que o sistema está em regime permanente, apesar do modelo da carga ser diferente as curvas, assim como o espectro de frequência, para os casos 1 e 2 são similares.



Figura 38- Simulação do Caso 2 para o Cenário 1. (a)Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado – Condição Normal (b)Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado – Condição com Cavitação.

### 7.2 CENÁRIO 2 - ESTIMADOR DE TORQUE DE CARGA, COM ESTIMAÇÃO DE TORQUE ELETROMAGNÉTICO E SEM ESTIMAÇÃO DE VELOCIDADE

No cenário de estimação de torque de carga com a estimação de torque eletromagnético (Figura 21), utilizou-se o torque elétrico estimado (Figura 29) como sinal de entrada do estimador de torque de carga. Nota-se que no caso 1, representado pela Figura 39, que os torques estimados de carga e elétrico acompanham os respectivos valores reais e que no espectro de frequência (Figura 40) a componente do conjugado de carga que representa o fenômeno de cavitação (204Hz) está presente. Nota-se também a presença de uma componente em torno de 120Hz. O surgimento desta componente deve-se sistema do estimador de torque eletromagnético, cuja saída é um dos sinais de entrada do estimador de torque de carga.

Ainda para Cenário 2, mas considerando o caso 2, é possível observar na Figura 41 que o harmônico de frequência (204 Hz) que representa o fenômeno de cavitação também está presente. Uma vez que é considerado que o sistema está em regime permanente, apesar do modelo da carga ser diferente as curvas, assim como o espectro de frequência, para os casos 1 e 2 são similares.



Figura 39 - Simulação do Caso 1 para o Cenário 2. (a) Torque Eletromagnético – Real e Estimado (b) Torque de Carga – Real e Estimado.



Figura 40 - Simulação do Caso 1 para o Cenário 2. (a)Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado – Condição Normal (b)Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado – Condição com Cavitação.



Figura 41 - Simulação do Caso 2 para o Cenário 2. (a)Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado – Condição Normal (b)Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado – Condição com Cavitação.

## 7.3 CENÁRIO 3 - ESTIMADOR DE TORQUE DE CARGA, SEM ESTIMAÇÃO DE TORQUE ELETROMAGNÉTICO E COM ESTIMAÇÃO DE VELOCIDADE POR MRAS

No caso do estimador de torque de carga com a estimação de velocidade pelo método MRAS (Figura 22 e Figura 31), utilizou-se a velocidade estimada como sinal de entrada do estimador de torque de carga. Neste cenário o torque eletromanético não é estimado. Nota-se que no caso 1, representado pela Figura 42, que o torque estimado de carga acompanha o torque eletromagnético real, mas com oscilações elevadas, e que no espectro de frequência (Figura 43) existe uma componente do conjugado de carga na frequência de interesse para o fenômeno de cavitação (204Hz). É importante ressaltar que, para os modelos e ganhos adotados, são introduzidos e amplificados novos componentes no espectro de frequência do conjugado de carga. A presença destes novos componentes resulta em oscilações no sinal do conjugado de carga. No tratamento do sinal do conjugado, a atenuação destes novos componentes resulta na atenuação do sinal de interesse. Na Figura 44 é apresentada a resposta do sistema de estimação após ajuste dos ganhos visando a redução das oscilações, pode-se observar ainda a presença da frequência de interesse (Figura 45).



Figura 42 - Simulação do Caso 1 para o Cenário 3. (a)Torque Eletromagnético Real e Torque de Carga Estimado (b)Velocidade do Motor Real e Estimada.



Figura 43 – Simulação do Caso 1 para o Cenário 3. (a)Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado – Condição Normal (b)Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado – Condição com Cavitação.



Figura 44 - Simulação do Caso 1, com ajustes, para o Cenário 3. (a)Torque Eletromagnético Real e Torque de Carga Estimado (b)Velocidade do Motor Real e Estimada.



Figura 45 - Simulação do Caso 1, com ajustes, para o Cenário 3. (a)Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado – Condição Normal (b)Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado – Condição com Cavitação.

Ainda para Cenário 2, mas considerando o caso 2, é possível observar na Figura 46 que o harmônico de frequência (204 Hz) que representa o fenômeno de cavitação também está presente. Uma vez que é considerado que o sistema está em regime permanente, apesar

do modelo da carga ser diferente as curvas, assim como o espectro de frequência, para os casos 1 e 2 são similares.



Figura 46 - Simulação do Caso 3, com ajustes, para o Cenário 3. (a)Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado – Condição Normal (b)Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado – Condição com Cavitação.

## 7.4 CENÁRIO 4 - ESTIMADOR DE TORQUE DE CARGA, SEM ESTIMAÇÃO DE TORQUE ELETROMAGNÉTICO E COM ESTIMAÇÃO DE VELOCIDADE POR FILTRO DE KALMAN

No caso do estimador de torque de carga com a estimação de velocidade pelo filtro de Kalman (Figura 22 e Figura 33), utilizou-se a velocidade estimada como sinal de entrada do estimador de torque de carga. Nota-se que no caso 1, representado pela Figura 47, que o torque estimado de carga apresenta oscilações elevadas devido às oscilações existentes na velocidade estimada, e que no espectro de frequência (Figura 48) não foi possível identificar uma componente na frequência de interesse para o fenômeno de cavitação. A presença das oscilações na velocidade estimada, para os modelos e ganhos implementados, implica em elevadas oscilações no sinal do conjugado de carga.



Figura 47 - Simulação do Caso 1 para o Cenário 4. (a)Torque Eletromagnético Real e Torque de Carga Estimado (b)Velocidade do Motor Real e Estimada.



Figura 48 – Simulação do Caso 1 para o Cenário 4. (a)Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado – Condição Normal (b)Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado – Condição com Cavitação.

## 7.5 CENÁRIO 5 - ESTIMADOR DE TORQUE DE CARGA, COM ESTIMAÇÃO DE TORQUE ELETROMAGNÉTICO E COM ESTIMAÇÃO DE VELOCIDADE POR MRAS

No caso do estimador de torque de carga com a estimação de torque eletromagnético e de velocidade pelo método MRAS, utilizaram-se os sinais estimados como entradas do estimador de torque de carga. Nota-se que no caso 1, representado pela Figura 49 e pela Figura 50, que o torque estimado de carga acompanha o torque eletromagnético estimado, e que no espectro de frequência existe a componente do conjugado de carga na frequência de interesse (204Hz) para o fenômeno de cavitação.

Ainda para Cenário 5, mas considerando o caso 2, é possível observar na Figura 51 que o harmônico de frequência (204 Hz) que representa o fenômeno de cavitação também está presente. Uma vez que é considerado que o sistema está em regime permanente, apesar do modelo da carga ser diferente as curvas, assim como o espectro de frequência, para os casos 1 e 2 são similares.



Figura 49 - Simulação do Caso 1, com ajustes, para o Cenário 5. (a)Torque Eletromagnético e Torque de Carga Estimados (b)Velocidade do Motor Real e Estimada .



Figura 50 - Simulação do Caso 1, com ajustes, para o Cenário 5. (a)Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado – Condição Normal (b)Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado – Condição com Cavitação.



Figura 51 - Simulação do Caso 2, com ajustes, para o Cenário 5. (a)Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado – Condição Normal (b) Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado – Condição com Cavitação.

## 7.6 Cenário 6 - Estimador de torque de carga, com estimação de Torque eletromagnético e com estimação de velocidade por Filtro de Kalman.

No caso do estimador de torque de carga com a estimação de torque eletromagnético e de velocidade pelo método Kalman, utilizaram-se os sinais estimados como entradas do estimador de torque de carga.



Figura 52 – Simulação do Caso 1, com ajustes, para o Cenário 6. (a)Torque Eletromagnético e Torque de Carga Estimados (b)Velocidade do Motor Real e Estimada (c)Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado – Condição Normal (d)Espectro de Frequência do Torque de Carga Estimado – Condição com Cavitação.

Nota-se que no caso 1, representado pela Figura 52, que o torque estimado de carga apresenta oscilações elevadas devido as oscilações existentes na velocidade estimada, e que no espectro de frequência não foi possível identificar a componente na frequência de interesse para o fenômeno de cavitação. A presença das oscilações na velocidade estimada, para os modelos e ganhos implementados, implica em elevadas oscilações no sinal do conjugado de carga.

# 8 Conclusões e Trabalhos Futuros

O presente trabalho se propôs a desenvolver um método para estimação do torque de carga em sistemas motobomba em malha aberta, partindo do Modelo de Análise de Assinatura de Torque de Carga (LTSA), elaborado por Stopa (2011), mas sem a utilização de *encoders*. A utilização de estimadores de velocidade, elemento fundamental para o desenvolvimento desta dissertação, viabiliza a detecção dos sinais de posição e velocidade, sem a necessidade de instalação de sensores, contribuindo para o aumento da confiabilidade, redução dos custos e de problemas associados à manutenção.

Com base na formulação matemática e nas ferramentas computacionais apresentadas nos Capítulos 2 a 5, desenvolveram-se rotinas e programas para:

- 1. Obtenção dos parâmetros elétricos de um motor de indução.
- Resolução das equações diferenciais que regem o funcionamento do motor, por meio do Método dos Elementos Finitos.
- 3. Simulação da carga em operação normal e submetida ao fenômeno da cavitação.
- 4. Estimação da posição/velocidade e dos torques eletromagnético e de carga.

A simulação do sistema motobomba no *Maxwell* (item 3) possibilita a visualização dos sinais de torque e velocidade, bem como dos espectros de frequência a eles associados, permitindo a identificação das condições operacionais (se em regime normal ou sob cavitação) do sistema.

Com base nos resultados das simulações, nota-se que os sinais de velocidade e torque eletromagnético estimados pelo modelo proposto pelo LTSA e implementado no *Simulink* acompanham os respectivos valores reais e que, no espectro de frequência, a componente do conjugado de carga que representa o fenômeno de cavitação está presente.

Comparando os resultados obtidos pelos métodos de estimação de velocidade estudados e simulados (Filtro de Kalman Estendido e MRAS), observa-se que o Método de Modelo de Referência do Sistema Adaptativo apresentou o melhor desempenho (considerando os ganhos e parâmetros adotados), uma vez que, além de fornecer um sinal de velocidade estimada que acompanha o valor real, permitiu a identificação da frequência de interesse durante a cavitação. Além disso, uma desvantagem associada ao Filtro de Kalman foi o esforço computacional durante as simulações dos estimadores. A partir das simulações realizadas pelo método MRAS, pode-se constatar que no espectro de frequência existe uma componente do conjugado de carga na frequência de interesse (204Hz), indicando a ocorrência do fenômeno de cavitação. Entretanto, para os modelos e ganhos adotados, foram introduzidos e amplificados novos componentes no espectro de frequência do conjugado de carga, levando a oscilações no referido sinal. O tratamento do sinal do conjugado resulta na atenuação não apenas das componentes de frequência indesejáveis, mas também na frequência de passagem, dificultando a visualização da componente harmônica de interesse.

Em suma, a partir dos resultados obtidos e apresentados neste trabalho, conclui-se que o modelo implementado para estimação de velocidade por meio da ferramenta MRAS, em conjunto com os outros estimadores (torque de carga e torque eletromagnético), mostrase viável para identificação de cavitação em sistemas motobomba com acionamento em malha aberta (usual nas aplicações de transporte de petróleo e derivados) e sem sensores do tipo *encoder*. No entanto, mostram-se necessários ajustes no modelo, de forma a evitar a introdução/amplificação de novas componentes no conjugado de carga e que possibilitem, ainda, a visualização do harmônico de interesse, relativo à frequência de passagem.

Diante do exposto, no sentido de ampliar a abrangência do modelo proposto para sistemas de maior porte e reais, como trabalhos futuros propõem-se:

 Incorporação da estimação do torque eletromagnético nas simulações do modelo referente ao MRAS.

Associação de técnicas de inteligência artificial (tais como redes neurais, lógica *fuzzy* e algoritmos genéticos) aos métodos de estimação de velocidade já empregados (Filtro de Kalman e MRAS) visando a aprimorar seus resultados.

- Implementação do método em sistema motobomba real (de bancada) e comparação aos resultados obtidos via simulação, considerando eventuais ajustes, se necessário.
- Extensão da análise do torque de carga para sistemas com motor de indução operando em média tensão.
- Avaliação da sensibilidade do modelo a variações nos parâmetros do motor de indução estudado.
- Implementação do sistema de estimação em modelo digitais.

# 9 Referências Bibliográficas

ABBONDANTI, A.; BRENNEN, M.B. Variable Speed Induction Motor Drives Use **Electronic Slip Calculator Based on Motor Voltages and Currents.** IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. IA-11. N° 5, p. 483 – 488, 1975.

AGOSTINHO, A.C. Controle por Modos Deslizantes Aplicado a Sistemas de Posicionamento Dinâmico. Dissertação de Mestrado. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.

BARBI, I. **Teoria Fundamental do Motor de Indução.** Editora da Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1985.

BENEVENUTI, E. de L. Metodologia para Monitoração e Diagnóstico de Vibração das Bombas Moto-Operadas do Circuito Primário de Refrigeração do Reator IEAR1. Dissertação de Mestrado. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.

BÉRES, Z.; VRANKA, P. Sensorless IFOC of Induction Motor with Current Regulators in Current Reference Frame. IEEE Transactions on Industry Applications. Vol. 37, N° 4, p.1012-1018, 2001.

BONALDI, E.L.; de OLIVEIRA, L.E.de L.; da SILVA, J.G.B.; LAMBERT-TORRESM, G.; da SILVA, L.E.B. **Predictive Maintenance by Electrical Signature Analysis to Induction Motors.** InTech, Ch.20, p. 487-520, 2012.

BUJA, G.S.; KAZMIERKOWSKI, M.P. **Direct Torque Control of PWM Inverter-Fed AC Motors – A Survey.** IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 51. N° 4, p.744-757, 2004.

COELHO, W.R. Análise do Fenômeno de Cavitação em Bomba Centrífuga. Dissertação de Mestrado. UNESP. Ilha Solteira, 2006.

FERRAZ, J.P.C. Dimensionamento e verificação experimental de observadores por modo de deslizamento de fluxo e velocidade do rotor da máquina de indução. Dissertação de Mestrado. Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa, 2011.

FITZGERALD, A.E.; KINGSLEY Jr, C.; UMANS, S.D. **Máquinas Elétricas.** 6<sup>a</sup> ed. Bookman Companhia Editora, 2006.

FORTESCUE, C. L. Method of Symmetrical Coordinates Applied to the Solution of **Polyphase Networks**. AIEE Trans., vol. 37, p. 1027-1115, 1918.

FRADEN, J. Handbook of Modern Sensors – Physics, Design and Applications. 3<sup>rd</sup> ed., New York, USA: Springer Verlag, 2004.

HOLTZ, J. Sensorless Control of Induction Motor Drives. Proceedings of the IEEE. Vol. 90. N° 8, p.1359-1394, 2002.

JANSEN, P.L.; LORENZ, R.D. A physically insightful approach to the design and accuracy assessment of flux observers for field oriented induction machine drives. IEEE Transactions on Industrial Electronics. Vol. 30. N° 1, p. 101-110, 1994.

KIM, Y.R.; SUL, S.K.; PARK, M.H. Speed Sensorless Vector Control of Induction Motor Using Extended Kalman Filter. IEEE Transactions on Industry Applications. Vol. 30. N° 5, p.1225-1233, 1994.

KRAUSE, P.C.; WASYNCZUK, O.; SUDHOFF, S.D. Analysis of Electric Machinery. IEEE Press, 1995.

LI, J.; ZHONG, Y. Comparison of the Three Kalman Filters for Speed Estimation of Induction Machines. IEEE Industry Applications Conference, Vol.3. p. 1792-1797, 2005.

LIMA, C.A.; SILVA, V.V.R.; STOPA, M.M. Detecção de Cavitação em Bombas Centrífugas Operando com Controle de Velocidade em Malha Fechada. XII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente, p. 1967-1972, Natal, 2015.

LORENZ, R.D.; PATTEN, K.W.V. **High-Resolution Velocity Estimation for All-Digital, ac Servo Drives.** IEEE Transactions on Industrial Electronics. Vol. 27. N° 4, p. 701-705, 1991.

MARQUES, G.D; SOUSA, D.M; IACCHETTI M.F. An Open-Loop Sensorless Slip Position Estimator of a DFIM Based on Air-gap Active Power Calculations-Sensitivity Study. IEEE Transactions on Industrial Electronics. Vol. 28. N° 4, p. 959-968, 2013.

MASCHIO, K. A. F. Estudo de Estimadores de Velocidade de Motor de Indução com Observadores de Estado e Filtro de Kalman. Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006. MATTOS, E.E.de; FALCO, R.de. **Bombas industriais**. 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1998.

MARTINS, G.F. Implemento e Análise do Comportamento do Algoritmo de Kalman como Estimador de Estados de um Servo Motor. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

MHF Manutenção Preditiva, **Analise de Vibrações em Bombas Centrífugas**. Manual de Fabricante.

MOREY, M.S.; VIRULKAR, V.B.; DHOMANE, G.A. Performance Improvement of MRAS Based Speed Sensorless Field Oriented Controlled Induction Motor Drives at Low Speed. 7<sup>th</sup> India International Conference on Power Electronics (IICPE IEEE), Patiala, 2016.

OMEL, Bombas e Compressores. Página na Internet: <u>http://www.omel.com.br/artigos-</u> <u>tecnicos/escola-de-bombas/centrifugas/npsh-e-cavitacao/</u>. Acesso realizado em 03/03/2018, 16h40.

ONG, C-M. Dynamic Simulation of Electric Machinery. Ed. Prentice-Hall, Nova Jersey, 1998.

PARK, B-G.; KIM, D-J.; HAN, P-W; CHUN, Y-D.; CHOI, J-H. Sensorless Control Using Improved Stator Flux Estimator for High-Speed Induction Motors. 18<sup>th</sup> International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS IEEE), Pattaya, 2015.

PEREIRA, W.C.de A. Controle de Velocidade Sensorless Aplicado ao Controle Direto de Torque da Máquina de Indução. Dissertação de Mestrado. Universidade de São Paulo, São Carlos, 2014.

PINHEIRO, D.D. Controle de Velocidade *Sensorless* para Motores de Indução **Trifásicos.** Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Tecnológica do Paraná, Pato Branco, 2014.

RAO, S.; BUSS, M.; UTKIN, V. Simultaneous State and Parameter Estimation in Induction Motors Using First- and Second-Order Sliding Modes. IEEE Transactions on Industrial Electronics. Vol. 56. N° 9, p. 3369-3376, 2009.

SCHAUDER, C. Adaptive Speed Identification for Vector Control of Induction Motors without Rotational Transducers. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 28, p. 1054-1061, 1992.

SHI, K.L.; CHAN, T.F. Speed Estimation of an Induction Motor Drive using an Optimized Extended Kalman Filter. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol.49. N° 1, 2002.

SHIN, M-H.; HYUN,D.S.; CHO S-B.; CHOE, S-Y. An Improved Stator Flux Estimation for Speed Sensorless Stator Flux Orientation Control of Induction Motors. IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 15. N° 2, 2000.

SILVEIRA, A.W.F.V.; ANDRADE, D.A.de; FLEURY, A.; GOMES, L.C.; BISSOCHI, A.; DIAS, R.J. **Comparação entre Modelo de Tensão/Corrente e Filtro de Kalman Estendido para Estimativa de Velocidade de um MIT.** VII CEEL, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2009.

SPAMER, F.R. **Técnicas Preditivas de Manutenção de Máquinas Rotativas**. Monografia de Graduação. UFRJ, Rio de Janeiro, 2009.

STOPA, M.M. Detecção de Anomalias em Cargas Rotativas Utilizando o Motor de Indução como Estimador de Conjugado. Tese de Doutorado. UFMG, Belo Horizonte, 2011.

STOPA, M.M.; FILHO, B.de.J.C.; MARTINEZ C.B. Detection of Incipient Cavitation Phenomenon in a Centrifugal Pump. IEEE Industry Applications Society Annual Meeting (IAS), p.1-6, 2012.

STOPA, M.M.; FILHO, B.de J.C. Load Torque Signature Analysis: An Alternative to MCSA to Detect Faults in Motor Driven Loads. IEEE, p. 4029-4036, 2012.

SUNNY, M.S.H; MANDAL, M.; HOSSAIN, E.; RAFIQ, M.A. **High Performance Parameter Observation of Induction Motor With Sensorless Vector Control Using Extended Kalman Filter.** IEEE, 3rd International Conference on Electrical Information and Communication Technology (EICT), Bangladesh, 2017.

TILLMANN, G.A.; SANTOS, D.J.; GONÇALVES, C.; BRASIL, A.C.P. Detecção de cavitação por análise de sinais acústicos: experimentos em túnel de água. V Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica Norte-Nordeste, Vol. 1, p. 271-278, Fortaleza, 1998.

VAS, P. Sensorless Vector and Direct Torque Control.1<sup>a</sup> ed. Oxford University Press, 1998.

YAN, Z.; UTKIN, V. **Sliding Mode Observers for Electric Machines – An Overview.** 28th. IEEE IECON, Vol.3, p.1842-1847, 2002.

YIN, Z.; ZHAO, C.; ZHONG, Y-R; LIU, J. Research on Robust Performance of Speed-Sensorless Vector Control for the Induction Motor Using an Interfacing Multiple-Model Extended Kalman Filter. IEEE Transactions on Power Electronics. Vol. 29. N° 6, p. 3011-3019, 2014.

ZAKY M.S.; KHATER M.; YASIN H.; SHOKRALLA S.S. **Review of Different Speed Estimation schemes for Sensorless Induction Motor Drives.** Journal of Electrical Engineering. Minoufiya University, Egypt, 2017.

# **A Apêndice**

### A.1 TRANSFORMAÇÃO DE CLARKE

Aplicando a matriz de transformação  $A^{-1}$  nas equações diferenciais de tensão que definem o funcionamento da máquina de indução, enunciadas em (4.21), tem-se para as tensões do estator e do rotor (A.1) e (A.2), respectivamente.

$$\begin{split} [A^{-1}][v_{s}^{abc}] &= [A^{-1}] \begin{bmatrix} R_{s} & 0 & 0\\ 0 & R_{s} & 0\\ 0 & 0 & R_{s} \end{bmatrix} [i_{s}^{abc}] + [A^{-1}][L_{ss}^{abc}] \frac{d[i_{s}^{abc}]}{dt} \\ &+ [A^{-1}][L_{sr}^{abc}] \frac{d[i_{r}^{abc}]}{dt} + [A^{-1}] \frac{\partial[L_{sr}^{abc}]}{\partial\theta} [i_{r}^{abc}] \frac{d\theta}{dt} \\ [A^{-1}][v_{r}^{abc}] &= [A^{-1}] \begin{bmatrix} R_{r} & 0 & 0\\ 0 & R_{r} & 0\\ 0 & 0 & R_{r} \end{bmatrix} [i_{r}^{abc}] + [A^{-1}][L_{rr}^{abc}] \frac{d[i_{r}^{abc}]}{dt} \\ &+ [A^{-1}][L_{rs}^{abc}] \frac{d[i_{s}^{abc}]}{dt} + [A^{-1}] \frac{\partial[L_{rs}^{abc}]}{\partial\theta} [i_{s}^{abc}] \frac{d\theta}{dt} \end{split}$$
(A.2)

Convertendo as correntes em componentes simétricas para a referência  $\alpha\beta 0$  (por meio da transformação inversa, *A*), as equações (A.1) e (A.2) podem ser reescritas como:

$$\begin{bmatrix} v_{s}^{\alpha\beta0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{s} & 0 & 0 \\ 0 & R_{s} & 0 \\ 0 & 0 & R_{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s}^{\alpha\beta0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{ss}^{abc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \frac{d \begin{bmatrix} i_{s}^{\alpha\beta0} \end{bmatrix}}{dt} + \begin{bmatrix} A^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{sr}^{abc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s}^{\alpha\beta0} \end{bmatrix} \frac{d\theta}{dt}$$

$$\begin{bmatrix} v_{r}^{\alpha\beta0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{r} & 0 & 0 \\ 0 & R_{r} & 0 \\ 0 & 0 & R_{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{r}^{\alpha\beta0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{sr}^{abc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{r}^{\alpha\beta0} \end{bmatrix} \frac{d \begin{bmatrix} i_{r}^{\alpha\beta0} \end{bmatrix}}{dt}$$

$$+ \begin{bmatrix} A^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{rs}^{abc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s}^{\alpha\beta0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A^{-1} \end{bmatrix} \frac{d \begin{bmatrix} L_{sr}^{abc} \end{bmatrix}}{d\theta} \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s}^{\alpha\beta0} \end{bmatrix} \frac{d\theta}{dt}$$

$$(A.4)$$

Pode-se, então, definir as resistências e indutâncias resultantes em (A.3) e (A.4), como:

$$[R_{sN}] = [A^{-1}] \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0\\ 0 & R_s & 0\\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} [A] = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0\\ 0 & R_s & 0\\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix}$$
(A.5)

$$[R_{rN}] = [A^{-1}] \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0\\ 0 & R_r & 0\\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} [A] = \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0\\ 0 & R_r & 0\\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix}$$
(A.6)

$$[L_{SSN}] = [A^{-1}] \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{Ss} & L_{sm} & L_{sm} \\ L_{sm} & L_{ls} + L_{ss} & L_{sm} \\ L_{sm} & L_{sm} & L_{ls} + L_{ss} \end{bmatrix} [A]$$

$$= \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{ss} - L_{sm} & 0 & 0 \\ 0 & L_{ls} + L_{ss} - L_{sm} & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} + L_{ss} + 2L_{sm} \end{bmatrix}$$
(A.7)

$$\begin{bmatrix} L_{rrN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{lr} + L_{rr} & L_{rm} & L_{rm} \\ L_{rm} & L_{lr} + L_{rr} & L_{rm} \\ L_{rm} & L_{rm} & L_{lr} + L_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} L_{lr} + L_{rr} - L_{rm} & 0 & 0 \\ 0 & L_{lr} + L_{rr} - L_{rm} & 0 \\ 0 & 0 & L_{lr} + L_{rr} + 2L_{rm} \end{bmatrix}$$
(A.8)

$$\begin{split} [L_{srN}] &= L_{sr}[A^{-1}] \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \theta_r & \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \theta_r \end{bmatrix} [A] \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1.5L_{sr} \cos \theta_r & -1.5L_{sr} \sin \theta_r \\ 0 & 1.5L_{sr} \sin \theta_r & 1.5L_{sr} \cos \theta_r \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{split}$$
(A.9)

As equações de tensão do estator (A.3) e do rotor (A.4) podem ser reescritas substituindo as resistências e indutâncias de (A.5) a (A.9). E o torque eletromagnético é dado por (A.10).

$$T_{em} = \frac{3}{2} * L_{sr} \begin{bmatrix} i_{s0} & i_{s\alpha} & i_{s\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin\theta_r & -\cos\theta_r \\ 0 & \cos\theta_r & -\sin\theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{r0} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix}$$
(A.10)
$$= \frac{3}{2} p (\lambda_{s\alpha} i_{s\beta} - \lambda_{s\beta} i_{s\alpha})$$

### A.2 TRANSFORMAÇÃO DE PARK

Na representação de acordo com os eixos  $\alpha\beta$ 0, os fluxos e as correntes relacionam-se por:

$$\begin{bmatrix} \phi_{s\alpha} \\ \phi_{s\beta} \\ \phi_{s0} \\ \phi_{r\alpha} \\ \phi_{r\beta} \\ \phi_{r0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_{ssN}] & [L_{srN}] \\ [L_{rsN}] & [L_{rrN}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{s0} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \\ i_{r0} \end{bmatrix}$$
(A.11)

A partir de (A.11), os fluxos do estator podem ser escritos como:

$$\begin{bmatrix} \phi_{s\alpha} \\ \phi_{s\beta} \\ \phi_{s0} \end{bmatrix} = [L_{ssN}] \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{s0} \end{bmatrix} + [L_{srN}] \begin{bmatrix} i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \\ i_{r0} \end{bmatrix}$$
(A.12)

Considerando o referencial estacionário, na Transformada de Park é definido um novo conjunto de correntes rotóricas, em eixo direto, o qual coincide com o eixo do campo magnético do rotor, e em quadratura, adiantado 90º em relação ao eixo direto, tal que:

$$\begin{bmatrix} \phi_{r0} \\ \phi_{rd} \\ \phi_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_r & -\sin\theta_r \\ 0 & \sin\theta_r & \cos\theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{r0} \\ \phi_{r\alpha} \\ \phi_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{r0} \\ \phi_{r\alpha} \\ \phi_{r\beta} \end{bmatrix}$$
(A.13)

Onde  $\theta_r$  é a posição angular do rotor, variante com o tempo.

Deste modo, o vetor de correntes rotóricas projetadas nos eixos dq é dado por (A.14).

$$\begin{bmatrix} i_{r0} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{r0} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix}$$
(A.14)

E a matriz  $[B^{-1}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_r & -\sin\theta_r \\ 0 & \sin\theta_r & \cos\theta_r \end{bmatrix}$  define a transformação de Park em relação aos

eixos  $\alpha\beta 0$ .

Após manipulações algébricas, o vetor com os fluxos magnéticos concatenados no estator e no rotor, dado pelas Equações (A.12) e (A.13), pode ser reescrito como em

$$\begin{bmatrix} \phi_{s0} \\ \phi_{s\alpha} \\ \phi_{s\beta} \\ \phi_{r0} \\ \phi_{rd} \\ \phi_{rd} \\ \phi_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{s0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 & 0 & 1, 5L_{sr} & 0 \\ 0 & 0 & L_s & 0 & 0 & 1, 5L_{sr} \\ 0 & 0 & 0 & L_{r0} & 0 & 0 \\ 0 & 1, 5L_{sr} & 0 & 0 & L_r & 0 \\ 0 & 0 & 1, 5L_{sr} & 0 & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s0} \\ i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{r0} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix}$$
(A.15)

Onde:

$$\begin{split} L_{s0} &= L_{ls} + L_{ss} + 2L_{sm}; \ L_{r0} = L_{lr} + L_{rr} + 2L_{rm}; \\ L_s &= L_{ls} + L_{ss} - L_{sm}; \ L_r = L_{lr} + L_{rr} - L_{rm} \end{split}$$

De (A.15) conclui-se que, por meio da Transformação de Park, as submatrizes de indutâncias são diagonalizadas (inclusive as mútuas entre estator e rotor), tomando por base o referencial  $\alpha\beta 0$ . Ressalta-se que a Transformação dq0 não atua sobre as variáveis estatóricas em componentes  $\alpha\beta 0$  (embora atue sobre as componentes estatóricas se tomado como referência os eixos abc), apenas sobre as rotóricas.

Em relação às componentes simétricas *abc*, a matriz de Transformação de Park é dada por  $[T_{Park}]$ , conforme (A.16).

$$\begin{bmatrix} \phi_{r0} \\ \phi_{rd} \\ \phi_{rq} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \cos\theta_r & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin\theta_r & -\sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{ra} \\ \phi_{rb} \\ \phi_{rc} \end{bmatrix}$$

$$= [T_{Park}] \begin{bmatrix} \phi_{ra} \\ \phi_{rb} \\ \phi_{rc} \end{bmatrix}$$
(A.16)

#### A.2.1 Generalização da Transformação de Park

A formulação matemática descrita no item 4.3 é elaborada considerando o referencial estacionário, em que  $\omega_s = 0$ . No entanto, a Transformação de Park pode ser obtida para um referencial girante com velocidade qualquer, conforme ilustrado na Figura 53.



Figura 53 - Representação dos eixos do motor de indução em componentes bifásicas ortogonais  $\alpha\beta$ e de eixo direto e quadratura dq (para o referencial girante a uma velocidade  $\omega_m$ ). Fonte: Adaptado de Barbi (1985) pelo autor.

Projetando-se as forças magnetomotrizes do rotor e do estator sobre os eixos d e q, obtêm-se:

$$\begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ -\sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix}$$
(A.17)

$$\begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi - \theta_r) & \sin(\varphi - \theta_r) \\ -\sin(\varphi - \theta_r) & \cos(\varphi - \theta_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix}$$
(A.18)

Usualmente e, de forma específica, no presente trabalho, utilizam-se três casos particulares para o referencial, a saber:

a) Referencial no Estator, descrito na Seção 4.3, para o qual  $\varphi = 0$ . Neste caso, (A.17) e (A.18) podem ser reescritas como:

$$\begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix}$$
(A.19)

$$\begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & -\sin(\theta_r) \\ \sin(\theta_r) & \cos(\theta_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix}$$
(A.20)

b) Referencial no Rotor, para o qual  $\varphi = \theta_r$ .

Neste caso, (A.17) e (A.18) podem ser reescritas como:

$$\begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \sin(\theta_r) \\ -\sin(\theta_r) & \cos(\theta_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix}$$
(A.21)

$$\begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix}$$
(A.22)

c) Referencial no Campo Girante, para o qual  $\varphi = \omega_s t$  e  $\theta_r = \omega_r t$ .

Neste caso, (A.17) e (A.18) podem ser reescritas como:

$$\begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega_s t) & \sin(\omega_s t) \\ -\sin(\omega_s t) & \cos(\omega_s t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix}$$
(A.23)

$$\begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega_s t - \omega_r t) & \sin(\omega_s t - \omega_r t) \\ -\sin(\omega_s t - \omega_r t) & \cos(\omega_s t - \omega_r t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix}$$
(A.24)

Orientando-se o sistema de referências adequadamente, o torque eletromagnético, dado por (A.10) em componentes  $\alpha\beta0$ , pode ser reescrito como uma relação entre as correntes do estator e do rotor em eixo direto e quadratura, conforme equacionado em (A.25), onde *p* é o número de pares de polos.

$$T_{em} = \left[i_s^{\alpha\beta0}\right]^T \frac{\partial [L_{srN}]}{\partial \theta} \left[i_r^{\alpha\beta0}\right] = \frac{3p}{2} L_{sr} \left(i_{sq} i_{rd} - i_{sd} i_{rq}\right)$$
(A.25)