



RESISTÊNCIA DE PERFIS “Z” FORMADOS A FRIO SOB FLEXÃO NÃO-
UNIFORME E COLAPSO DISTORCIONAL

Lúrian da Silva Lima

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Alexandre Landesmann

Rio de Janeiro
Dezembro de 2018

RESISTÊNCIA DE PERFIS “Z” FORMADOS A FRIO SOB FLEXÃO NÃO-
UNIFORME E COLAPSO DISTORCIONAL

Lúrian da Silva Lima

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE)
DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Examinada por:

Prof. Alexandre Landesmann, D.Sc.

Prof. Vivian Karla Castelo Branco Louback Machado
Balthar, D.Sc.

Prof. Janine Domingos Vieira, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

DEZEMBRO DE 2018

Lima, Lúrian da Silva

Resistência de perfis “Z” formados a frio sob flexão não-uniforme e colapso distorcional / Lúrian da Silva Lima.

– Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2018.

X, 98 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Alexandre Landesmann

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Civil, 2018.

Referências Bibliográficas: p. 79-82.

1. Flambagem Distorcional. 2. Vigas de Perfis Formados a Frio. 3. Análise Numérica. I. Landesmann, Alexandre. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil. III. Título.

A Deus e a Nossa Senhora, aos meus pais Cicero e Dilva, à minha irmã Ludimila e à minha tia Cicera (in memorian) com todo meu amor e gratidão.

Agradecimentos

A Deus por ser luz, por ser socorro presente nos momentos de dor e angústia e trazer a força e serenidade necessárias para vencer os obstáculos e desafios até aqui.

Ao meu pai Cicero por ser meu exemplo de força e dedicação, à minha mãe Dilva por ser meu exemplo de serenidade e sabedoria, à minha irmã Ludimila por ser meu espelho tantas vezes. Este trabalho é tanto meu quanto de vocês que sempre me fizeram acreditar na realização dos meus sonhos e foram meu porto seguro quando tudo parecia desmoronar.

Aos amigos que me apoiaram e incentivaram intensamente nesta jornada tornando-a mais leve, em especial aos queridos Wilson Takayassu, Renata Rodrigues, Barbara Cavalcante e aos membros do grupo “Unidos do Robertinho” formado durante o curso.

À minha psicóloga, Maristela Poubel, por me ajudar a reencontrar-me nesta jornada de dor, luta, força, luz e conquistas.

Ao Gabriel Cantelmo e sua família, por chegarem à minha vida trazendo luz, paz, serenidade e incentivo tão necessários para a conclusão deste trabalho.

Ao meu orientador, Prof. Alexandre Landesmann, por todo ensinamento, dedicação e suporte concedidos, por exercitar toda sua paciência, empatia e resiliência. Agradeço por todas as críticas e reflexões que, sem dúvida, me conduziram a uma melhor versão de mim, pessoalmente, academicamente e profissionalmente.

Aos professores do Programa de Engenharia Civil pelo conhecimento transmitido durante os cursos ministrados.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES), pois o presente trabalho foi realizado com seu apoio - Código de Financiamento 001.

Ao Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-graduação e Pesquisa de Engenharia (COPPE), porque sem as instalações, programas e incentivos, nada disso seria possível.

A todos aqueles, que embora não citados nominalmente, contribuíram direta e indiretamente para a execução deste trabalho.

A todo povo brasileiro.

“O inverno nunca falha em se tornar primavera.”

Nitiren Daishonin

“Somente por hoje eu darei graças por todas as minhas bênçãos. Somente por hoje não irei me preocupar. Somente por hoje não sentirei raiva. Somente por hoje farei meu trabalho honestamente. Somente por hoje serei gentil com os que me cercam e todos os seres vivos.”

Princípios Reikianos

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

RESISTÊNCIA DE PERFIS “Z” FORMADOS A FRIO SOB FLEXÃO NÃO-UNIFORME E COLAPSO DISTORCIONAL

Lúrian da Silva Lima

Dezembro/2018

Orientador: Alexandre Landesmann

Programa: Engenharia Civil

Este trabalho apresenta resultados de uma análise numérica-computacional aplicada a vigas de aço em perfil formado a frio em seção transversal Z enrijecido cujo modo de falha é o distorcional, quando submetidas a flexão oblíqua não-uniforme. Objetiva-se avaliar o comportamento de flambagem, pós-flambagem e resistência última, bem como o dimensionamento segundo o Método da Resistência Direta (MRD), previsto no Anexo C da norma brasileira ABNT NBR 14762:2010 e na especificação AISI-S100-16. Os modos de flambagem e os respectivos valores de tensão crítica e comprimentos das barras são determinados por meio de análises de autovalores, via Método dos Elementos Finitos (MEF) e Teoria Generalizada de Viga (GBT). As vigas analisadas são (i) compostas por um único vão, (ii) simplesmente apoiadas, porém com condições de apoio distintas no que se refere à restrição do empenamento e rotação locais em suas extremidades (totalmente livres ou impedidos), (iii) constituídas de seções transversais do tipo Z enrijecido e comprimentos de flambagem diversos (iv) submetidas a *três* gradientes de momento (incluindo o de flexão uniforme para fins de comparação). Garantiu-se que as vigas analisadas (i) apresentassem modo de flambagem “puramente” distorcional e (ii) abrangessem uma vasta gama de tensões de escoamento, possibilitando a investigação em um significativo número de esbeltezes distorcionais. Os resultados obtidos foram utilizados para avaliar os méritos das curvas de dimensionamento vigentes do MRD (verificando-se significativa sobrestimativa) e das curvas adaptadas, a partir destas, por outros autores.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

COLD-FORMED STEEL Z-SECTIONS RESISTANCE UNDER NON-UNIFORME
BENDING AND DISTORCIONAL COLLAPSE

Lúrian da Silva Lima

December/2018

Advisor: Alexandre Landesmann

Department: Civil Engineering

This work presents results of a numerical-computational analysis applied to cold-formed Z-sections beams whose failure mode is the distortional, when subjected to non-uniform oblique bending. The goal is to evaluate the buckling and post-buckling behavior, as well as the Direct Strength Method (DSM) design predictions, set out in Annex C of the Brazilian Standard NBR 14762: 2010 and AISI S100-16 Specification. Buckling modes and their ultimate strength and lengths of the bars are determined through eigenvalue analyses, using the Finite Element Method (FEM) and Generalized Beam Theory (GBT). The analyzed beams (i) are single-span members, (ii) are simply supported, however, with different end support conditions regarding warping and minor-axis flexural rotations (totally free or prevented), (iii) present Z stiffened cross-section and miscellaneous buckling lengths and (iv) submitted the three moment gradients (including the uniform bending for comparison purposes). Assured that all the analyzed beams (i) present “purely” distortional buckling modes and (ii) cover a wide range of yielding stresses, enabling the investigation on a great amount of distortional slenderness. The results were used to evaluate the merits of the current dimensioning curves of the DSM (checking for significant overestimation) and of the curves adapted, from these, by other authors.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Breve histórico	5
1.2	Motivação.....	7
1.3	Objetivos	8
1.4	Metodologia	9
1.5	Escopo da dissertação	10
2	Revisão Bibliográfica	11
2.1	Flexão Assimétrica.....	11
2.2	Estabilidade Estrutural e Flambagem.....	16
2.3	Principais métodos numéricos para análise de flambagem.....	18
2.4	Métodos analíticos para previsão de resistência	21
2.5	Principais pesquisas acerca de vigas sob falha distorcional.....	23
3	Análise de Flambagem.....	40
3.1	Seleção da Geometria das Vigas	40
3.2	Análise de participação modal	43
3.3	Análise dos gradientes de momento (ψ)	47
4	Análise de Pós-Flambagem, Resistência Última e MRD	51
4.1	Modelo numérico em elementos finitos	51
4.2	Análise de pós-flambagem elástica.....	55
4.3	Análise de pós-flambagem elasto-plástica e resistência última	59
4.4	Dimensionamento via Método da Resistência Direta (MRD)	66
5	Conclusão.....	75
5.1	Sugestões para trabalhos futuros.....	77
6	Bibliografia	79

Símbolos e Siglas

Letras romanas maiúsculas

A	Área bruta da seção transversal
E	Módulo de elasticidade do aço
$I_x; I_y$	Momentos de inércia da seção bruta em relação aos eixos principais x e y , respectivamente
L_D	Comprimento da barra associado à flambagem distorcional
$M_i; M_f$	Momento variável e constante ao longo da viga
M_{crD}	Momento fletor crítico de flambagem distorcional elástica
M_{nD}	Momento fletor resistente de cálculo
M_p	Momento plástico da barra
M_y	Momento de escoamento da barra
S	Módulo de resistência elástico da seção bruta
Z	Módulo de resistência plástico
C_{yd}	Fator de deformação devido à compressão

Letras romanas minúscula

b_f	Comprimento da mesa da viga
b_l	Comprimento dos enrijecedores da viga
b_w	Comprimento da alma da viga
f_y	Tensão de escoamento do aço
n_D	Número de semi-ondas formadas no comprimento crítico de flambagem distorcional
t	Espessura

Letras gregas

δ	Deslocamento transversal máximo
λ_D	Índice de esbeltez distorcional reduzido
ν	Coefficiente de Poisson do aço
ψ	Relação entre os momentos no segmento da viga

Siglas

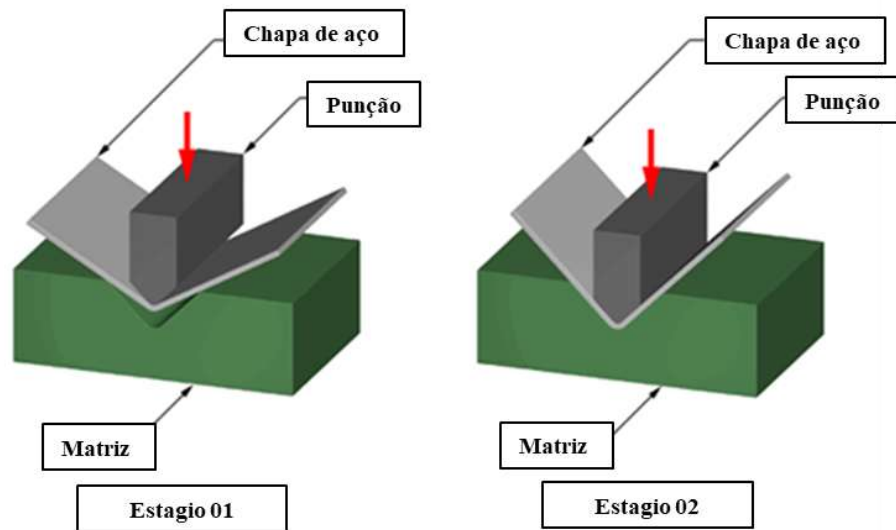
<i>GBT</i>	Teoria da Viga Generalizada / <i>Generalized Beam Theory</i>
<i>MAE</i>	Método da Área Efetiva
<i>MEF</i>	Método dos Elementos Finitos
<i>MFF</i>	Método das Faixas Finitas
<i>MLE</i>	Método da Largura Efetiva
<i>MRD</i>	Método da Resistência Direta
<i>MSE</i>	Método da Seção Efetiva
<i>PFF</i>	Perfil Formado a Frio
<i>SCA</i>	Condição de apoio A / <i>Support Condition A</i>
<i>SCB</i>	Condição de apoio B / <i>Support Condition B</i>

1 Introdução

A utilização dos perfis de aço formados a frio (PFF) surge da necessidade de busca por novos materiais e concepções estruturais mais leves e arrojadas com custos reduzidos. A partir da dobragem de chapas de aço em temperatura ambiente são obtidos elementos prismáticos, de espessura constante, formados por sub-elementos (alma, flange, enrijecedores) que têm como finalidade enrijecer os locais onde possa haver fenômenos de instabilidade.

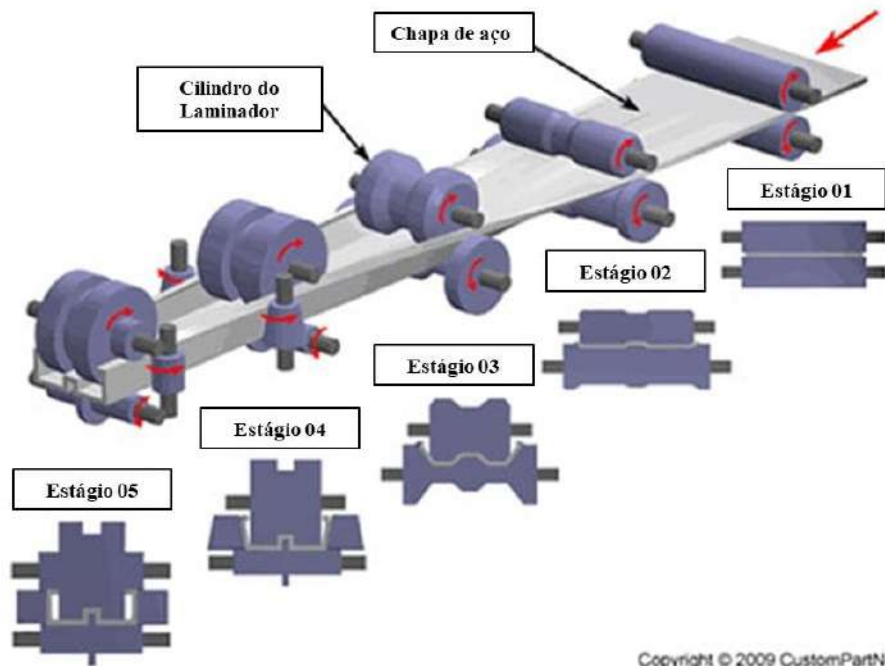
Atualmente existem dois processos distintos de fabricação através dos quais podem ser realizadas as operações de conformação dos PFF: (i) processo descontínuo, a partir da utilização de prensa dobradeira/viradeira onde a chapa posicionada sobre um gabarito é pressionada para efetivar a dobra e reposicionada tantas vezes quanto o número de dobras do perfil e (ii) processo contínuo, através de perfiladeiras, onde a chapa passa por um trem de cilindros cada qual com uma operação de dobra até atingir o perfil desejado. A Figura 1.1 exibe um procedimento esquemático para cada processo.

A produção através de prensas dobradeiras/viradeiras apresenta maior flexibilidade para produzir formas variadas de perfis a um baixo custo de equipamentos e baixas tensões residuais. No entanto, demanda de razoável mão de obra, a produtividade é baixa e tem comprimentos limitados (até 6 metros). Já a produção através de perfiladeiras apresenta maior produtividade com um processo industrializado e comprimentos ilimitados, porém com pouca flexibilidade para produzir diferentes seções transversais, pois cada perfil necessita de um trem de perfilação diferente. Além disso, o processo contínuo agrega tensões residuais mais elevadas e os equipamentos possuem maior custo. É indicado para produção em série.



Copyright © 2009 CustomPartNet

(a)



Copyright © 2009 CustomPartNet

(b)

Figura 1.1 – Representação esquemática dos processos de fabricação ¹ dos PFF: (a) processo descontínuo e (b) processo contínuo.

¹ Fonte: < <https://www.custompartnet.com/wu/sheet-metal-forming>>, em 28/11/2018.

A natureza da fabricação dos PFF agrega versatilidade permitindo, em geral, uma gama diversa de seções transversais para diferentes demandas. O ponto chave dos PFF é explorar a forma ao invés de aumentar a espessura, a fim de se obter maior capacidade estrutural, estimulando a otimização dos projetos seja por razões arquitetônicas, estruturais ou econômicas. Formas comuns de PFF são ilustradas na Figura 1.2.

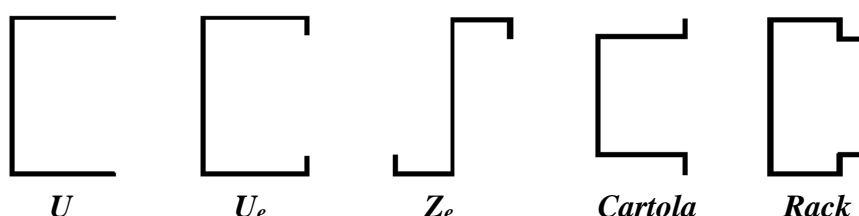


Figura 1.2 – Exemplos de seções transversais de PFF fabricadas por conformação.

Segundo CARVALHO *et al.* (2014), os PFF têm como características a versatilidade e a leveza e podem ser usados em aplicações onde os perfis de aço laminados ou soldados não são econômicos. Alguns exemplos da aplicação dos PFF são destacados:

- (i) Indústria automobilística: carros, caminhões leves e ônibus.
- (ii) Indústria aeronáutica: estrutura de aviões.
- (iii) Agroindústria: máquinas e implementos agrícolas, silos.
- (iv) Armazenagem e estocagem: prateleiras, *racks*² e mezaninos.
- (v) Construção civil: prédios residenciais, comerciais e industriais, telhados, formas para concreto, *guard-rails*³, telhas e painéis de fechamentos, estrutura de pontes e estruturas mistas.

Os perfis *U* e *Z* enrijecidos podem ser utilizados como estrutura secundária em coberturas (terças e longarinas) e como estrutura primária em sistemas construtivos como *light steel frame*⁴, *steel deck*⁵ e *dry wall*⁶, em estruturas de armazenagem, como vigas e colunas de *racks* e mezaninos; e em treliças e pórticos em geral. A Figura 1.3 apresenta exemplos da utilização dos PFF.

² *Racks*: estantes compostas por perfis metálicos.

³ *Guard-rails*: barreiras de proteção.

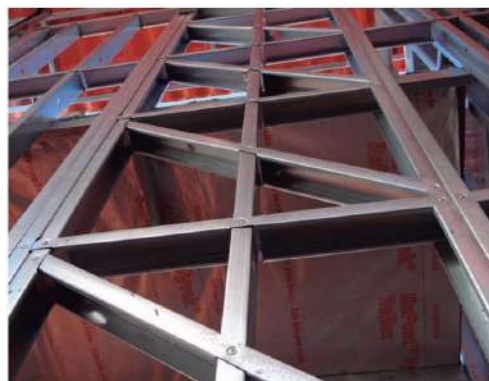
⁴ *Light steel frame*: Estruturas em aço leve.

⁵ *Steel deck*: Tipo de laje.

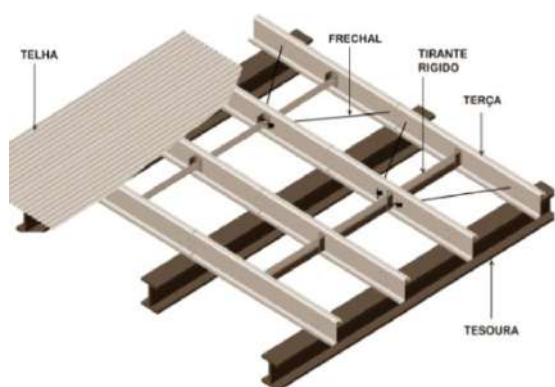
⁶ *Dry wall*: parede de gesso estruturada com perfil metálico.



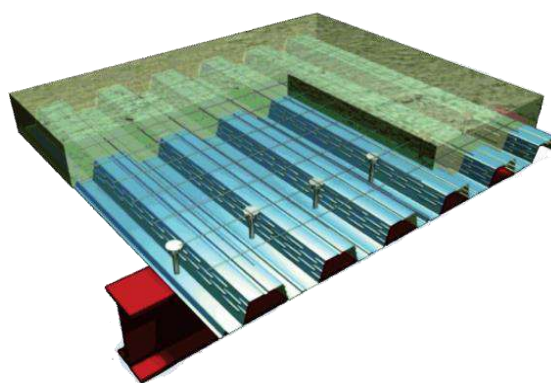
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 1.3 – Aplicações dos PFF: (a) *Light Steel Frame* - paredes e cobertura ⁷, (b) Pannel de contraventamento perfil U_e (CBCA, 2016), (c) utilização de perfil Z_e como terça⁸ e (d) *Steel deck*⁹.

Além da flexibilidade geométrica na produção de diferentes seções transversais, os PFF possuem ainda vantagens em relação a estruturas compostas por outros materiais, como o concreto e os perfis laminados, tais quais:

- (i) Alta relação inércia-peso.
- (ii) Facilidade de produção em série e baixo custo de estoque.
- (iii) Forma e dimensionamentos adequados às solicitações de projeto o que possibilita maior otimização dos projetos.

⁷ Fonte: <<http://www.cbca-acobrasil.org.br/upfiles/downloads/Datec-14-LSF.pdf>>, em 28/11/2018.

⁸ Fonte: <http://www.modularsc.com.br/catalogo/catalogo_modular_sistema_construtivo.pdf>, em 28/11/2018.

⁹ Fonte: <http://www.metform.com.br/wordpress/wp-content/uploads/2015/05/steel_deck_metform.pdf> em 28/11/2018.

- (iv) Baixo custo com equipamentos de fabricação.
- (v) Facilidade de transporte e instalação, pois não há necessidade de equipamentos pesados para içamento.
- (vi) Melhor controle de qualidade devido aos avançados métodos de produção.
- (vii) Utilização em estruturas primárias e secundárias.
- (viii) Possibilidade de utilização em conjunto com outros sistemas estruturais.

A fim de estabelecer o correto dimensionamento dos PFF é necessário conhecer com detalhes o seu comportamento estrutural. Quando comparados aos perfis laminados a quente, os PFF possuem algumas particularidades, tais como a esbeltez. Estes perfis, constituídos por espessuras reduzidas de chapa (estabelecido o limite entre $0,4mm$ e $8mm$ pela NBR 14762 (2010)), apresentam alta relação entre altura e espessura e comprimentos relativamente longos que causam os modos de falha global, local e distorcional. O modo distorcional não é comum em perfis laminados a quente e governa o comportamento e resistência de elementos em PFF com índices de esbeltez moderados e enrijecedores de borda.

O modo distorcional não apresenta um modelo analítico de compreensão simples, o que torna necessário o desenvolvimento de constantes pesquisas as quais objetivam compreender os problemas de estabilidade e esclarecer o comportamento estrutural e, dessa forma, aprimorar as normas de dimensionamento.

1.1 Breve histórico

Inicialmente a utilização dos PFF era direcionada à indústria aeronáutica, indústria de motores, ferrovias e outras indústrias ou produtos onde houvesse rigor no controle de peso. Os PFF foram ainda empregados por anos na construção civil como elementos não-estruturais. Somente em meados do século XIX o uso estrutural dos PFF teve seu início, em torno de 1850, nos Estados Unidos e na Inglaterra. No entanto, neste período não existia regulamentação técnica para este tipo de elemento, o que restringia o uso desses perfis estruturais diante da resistência gerada por parte da indústria da construção.

Devido à segunda Guerra Mundial, a indústria da construção do aço começou a crescer, agregando à melhoria dos processos de fabricação. Em 1938, houve a iniciativa pelo AISI (*American Iron and Steel Institute*) de desenvolver as primeiras especificações dos PFF, resultando, em 1946, na publicação da primeira edição do AISI para PFF chamada de *Specification for the Design of Light Gage Steel Structural Members*. Essas especificações contaram com as pesquisas realizadas na Universidade de Cornell (*Cornell University*), lideradas pelo professor *Dr. Winter*, que compreenderam estudos sobre as propriedades mecânicas dos PFF. Desde a primeira edição, o código AISI tem sido atualizado com resultados das mais recentes pesquisas. Uma das revisões com destaque do AISI data de 2004 com a publicação do Apêndice 1, que apresentou o Método da Resistência Direta (MRD) como uma abordagem alternativa para o dimensionamento de PFF. A versão mais recente do AISI é denominada *North American Specification for the Design of Cold Formed Steel Structural Members* (AIS, 2016).

No cenário brasileiro, os PFF já eram utilizados na construção desde 1960, entretanto, não havia uma norma nacional contendo especificações para projeto. A ABNT NB-43/1967 foi a primeira norma brasileira a incluir o dimensionamento de estruturas de aço em PFF e era baseado no AISI. Em 2001 foi publicada a ABNT NBR 14762:2001 nomeada “*Dimensionamento de Estruturas de Aço Constituídas por Perfis Formados a Frio*” e baseada no método dos estados limites. Em 2003 foi publicada a ABNT NBR 6355, que fixava os requisitos exigidos para os PFF com seção transversal aberta.

A norma brasileira mais recente é a ABNT NBR 14762 (2010) nomeada como “*Dimensionamento de Estruturas de Aço Constituídas de Perfil Formado a Frio*” e apresenta o MRD como um método alternativo para o dimensionamento de PFF, assim como a norma americana AISI-S100-16 e australiana/neozelandesa (AS/NSZ). Este método, originalmente proposto por SCHAFFER & PEKÖZ (1998), é utilizado na estimativa da resistência de elementos estruturais em PFF e requer apenas o conhecimento do índice de esbeltez ou da tensão de escoamento do aço junto à tensão crítica de flambagem.

A crescente utilização dos PFF nos últimos anos, devido à sua ampla gama de aplicações e vantagens, levou ao aumento das pesquisas acerca dos desafios associados a esta utilização. A discussão sobre problemas de estabilidade dos PFF, como modo de falha distorcional e o MRD, ainda está aberta e motiva uma série de pesquisas.

1.2 Motivação

O MRD tem sido bem aceito como um método de projeto para determinação da capacidade dos PFF desde sua publicação no AISI, através do qual ganhou reconhecimento internacional. É um método que permite estimar a resistência última de barras submetidas à carregamentos que geram flambagem, de forma segura, através de curvas de resistência baseadas no comportamento da seção transversal e nas tensões de escoamento do aço utilizado.

YU & SCHAFER (2005) foram pioneiros na pesquisa da influência do gradiente de momento na flambagem distorcional e resistência última. A base de dados inicial para codificação das curvas do MRD para vigas sob flexão simples foi produzida através de ensaios com amostras de PFF carregadas com momentos uniformes, apoios com empenamento e rotações restringidas e valores de esbeltez baixos/moderados ($\lambda_D < 1,5$), onde apesar das expressões normativas mostrarem-se seguras e precisas para estes casos, cobrem apenas situações práticas. Estas condições limitam o alcance das aplicações do MRD e impulsionaram diversos pesquisadores a ampliarem as pesquisas nesta linha, tais como YU & SCHAFER (2005), LANDESMANN & CAMOTIM (2015), MARTINS *et al.* (2017a), DEPOLLI *et al.* (2018).

Uma vez que a curva codificada do MRD tem alcance limitado, pois envolve exclusivamente vigas submetidas à flexão uniforme e não-uniforme com baixos valores de esbeltez, surge a necessidade de se analisar vigas sujeitas à flexão não-uniforme sob o modo de falha distorcional que até então não são contempladas pela curva codificada do MRD. Sendo assim, este trabalho pode ser entendido como uma extensão da pesquisa realizada por DEPOLLI *et al.* (2018) e apresenta a evidência numérica de que a atual curva distorcional do MRD não é totalmente apropriada para previsão da resistência última.

1.3 Objetivos

Este trabalho destina-se a investigar numericamente o comportamento estrutural de vigas em PFF com seção transversal Z_e sob flexão oblíqua não-uniforme, isto é, com momentos diferentes aplicados nas extremidades dos eixos principais da barra. Os resultados obtidos das análises numéricas, sobre o comportamento de flambagem e de pós-flambagem e participação modal, têm por objetivo avaliar os méritos das curvas de dimensionamento vigentes do MRD (verificando-se significativa sobrestimativa), validar a universalidade da curva codificada e proposta por MARTINS *et al.* (2017a) e da curva ajustada por DEPOLLI *et al.* (2018).

Para atingir o objetivo principal, este trabalho propõe: (i) selecionar as seções a serem investigadas nesta pesquisa e realizar análise de flambagem elástica através do software *GBTul – IST Portugal* (BEBIANO *et al.*, 2010b), baseado na Teoria das Vigas Generalizadas, (ii) investigar o comportamento de pós flambagem através dos dados numéricos obtidos a partir de análises não lineares realizadas no programa *ANSYS* (2009) utilizando o MEF, (iii) investigar o comportamento estrutural das vigas em relação às condições de apoio, aos carregamentos e aos índices de esbeltez (moderados/altos) adotados e (iv) comparar os resultados obtidos de resistência última com as curvas codificadas e vigentes do MRD e com as curvas aprimoradas por MARTINS *et al.* (2017a) e DEPOLLI *et al.* (2018).

1.4 Metodologia

Para alcançar as análises e investigações anteriormente propostas, necessita-se obter os dados das trajetórias de equilíbrio e da resistência última de um vasto número de vigas sujeitas a diferentes esbeltezes, carregamentos e condições de contorno. A metodologia para obtenção desses dados é sumarizada a seguir:

- (i) Seleção das dimensões da seção-transversal e comprimentos das vigas, análise linear de flambagem e participação modal partir do emprego da Teoria Generalizada de Vigas (programa *GBTul* - BEBIANO *et al.*, 2010b).
- (ii) Análise linear de flambagem através de modelos em elementos finitos de casca (*Shell181*) utilizando o programa comercial *ANSYS* (2009) e para determinação do modo crítico de flambagem (puramente distorcional) e incorporação das imperfeições iniciais.
- (iii) Análises elásticas de pós-flambagem para determinação do modo de falha distorcional que leva a uma menor resistência última.
- (iv) Análises elasto-plásticas de pós-flambagem obtendo como resultados as trajetórias de equilíbrio e as resistências últimas das vigas analisadas no presente trabalho.
- (v) Avaliação dos resultados a fim de verificar a aplicabilidade das curvas de dimensionamento vigentes do MRD e das curvas propostas por MARTINS *et al.* (2017a) e por DEPOLLI *et al.* (2018).

1.5 Escopo da dissertação

No Capítulo 1 foi apresentada uma introdução geral sobre os perfis formados a frio, abordando o processo de fabricação, as aplicações mais comuns na construção e as vantagens e desvantagens em relação ao uso estrutural, além de um breve histórico acerca do tema, contemplando as regulamentações atuais no que tange o MRD. Adicionalmente, foi apresentada a motivação do trabalho, os objetivos e a metodologia a ser utilizada para atingir estes objetivos.

O Capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica que contempla os principais conceitos teóricos e trabalhos encontrados com abordagem sobre o tema de flexão oblíqua/assimétrica, flambagem e pós-flambagem, resistência última e dimensionamento via curvas do MRD, com foco no modo distorcional.

O Capítulo 3 apresenta o método de seleção das vigas a serem consideradas nesta pesquisa incluindo (i) a descrição das condições de apoio e dos carregamentos adotados, (ii) as principais condições impostas para seleção das vigas com modo “puramente” distorcional e com uma semi-onda, (iii) apresentação dos resultados da flambagem elástica via Teoria Generalizada de Vigas (GBT) e dos momentos críticos obtidos.

O Capítulo 4 apresenta o comportamento dos PFF na pós-flambagem, o dimensionamento via MRD e estimativas de resistência última. Primeiramente é realizada uma descrição do modelo de elementos finitos adotado na análise numérica utilizando o programa ANSYS (2009) e apresenta-se e discute-se o comportamento na pós-flambagem para os tipos de análise (i) elástica e (ii) elasto-plástica considerando a influência das condições de apoio e das relações de momento. Na sequência, avalia-se a adequabilidade, para os casos com gradiente de momento, da (i) curva normativa do MRD presente na AISI (2016) e das curvas propostas (ii) por MARTINS *et al.* (2017a) e (iii) por DEPOLLI *et al.* (2018).

Finalmente, o Capítulo 5 destaca as principais conclusões obtidas através das análises realizadas neste trabalho e apresenta recomendações para trabalhos futuros.

O Apêndice A fornece os resultados obtidos nas análises numéricas, incluindo as estimativas via curva codificada do MRD.

2 Revisão Bibliográfica

Neste capítulo serão tratados os principais conceitos que serviram de base para o desenvolvimento desta dissertação. Uma breve descrição sobre flexão assimétrica/oblíqua é feita na subseção 2.1, abordando uma revisão sobre métodos de cálculo de propriedades geométricas para elementos submetidos à flexão oblíqua (caso da seção transversal Z ponto-simétrica). Os conceitos de estabilidade e de equilíbrio para flambagem e pós-flambagem, além das principais publicações referentes à flambagem distorcional, ao comportamento de pós-flambagem e resistência última são expostos nas subseções 0 e 2.5. Também serão expostos, nas subseções 2.3 e 2.4, os métodos empregados para o dimensionamento e para as análises quantitativas.

2.1 Flexão Assimétrica

Segundo BEER *et al.* (2011), a flexão assimétrica ocorre quando os momentos fletores não atuam em um plano de simetria da barra, ou porque eles atuam em um plano diferente ou porque a barra não possui nenhum plano de simetria. Em tais situações, não podemos considerar que a barra será flexionada no plano dos momentos.

O perfil com seção transversal Z caracteriza-se por possuir simetria em relação a um ponto (seção ponto-simétrica) e seus eixos principais são inclinados em relação aos eixos paralelo e perpendicular à alma. A posição da linha neutra, neste caso, não coincide com a direção dos eixos principais e do momento fletor aplicado à seção. Para melhor entendimento acerca dos cálculos envolvidos, uma breve explicação é apresentada a seguir, obtida a partir de BEER *et al.* (2011) e HIBBELER (2010).

A Figura 2.1 apresentada a seguir, representa a orientação dos eixos principais onde fica claro que não podem ser determinados por simetria, mas através das equações de transformação de inércia ou pelo círculo de *Mohr* de inércia –ver HIBBELER (2010).

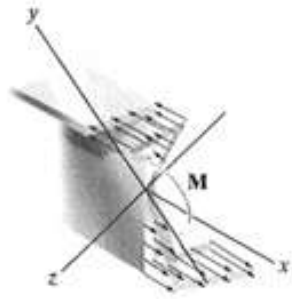


Figura 2.1 – Representação dos eixos principais para a seção transversal Z (HIBBELER, 2010).

Os eixos principais de inércia são definidos na seção transversal por y e z cuja origem está localizada no centroide da área. Visto que M é aplicado em torno de um dos eixos principais (eixo z), a distribuição de tensão é determinada pela fórmula da flexão, $\sigma = M_y/M_z$.

Quando um elemento é carregado de tal modo que o momento interno resultante não aja em torno de um dos eixos principais da seção transversal, em primeiro lugar, o este deve ser decomposto em componentes dirigidas ao longo dos eixos principais. Então, a fórmula da flexão pode ser usada para determinar a tensão normal provocada por cada componente do momento. Por fim, usando o princípio da superposição, a tensão normal resultante no ponto pode ser determinada. Para tal, considere a Figura 2.2 a seguir.

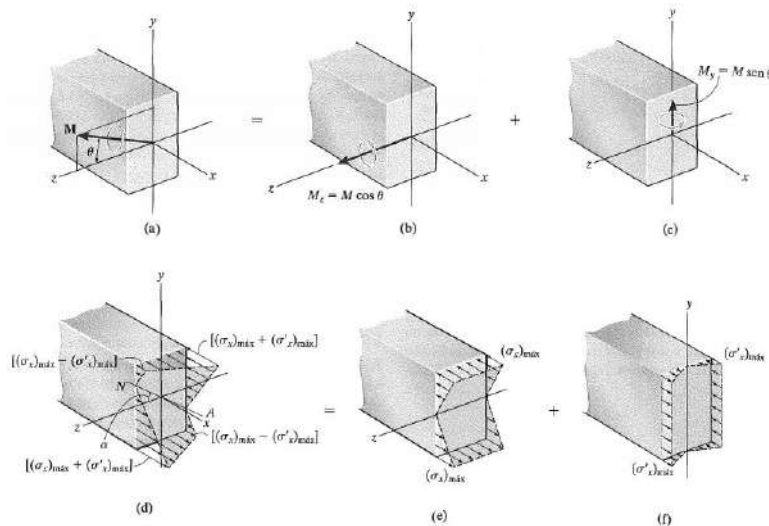


Figura 2.2 – Representação dos eixos principais em diferentes seções transversais: (a) perfil I, (b) perfil U, (c) perfil Z e (d) cantoneira – (HIBBELER, 2010).

Supõe-se que a viga tenha seção transversal retangular e está sujeita ao momento M . Conforme exibido na Figura 2.2 (a), M forma um ângulo θ com o eixo principal z .

Consideraremos que θ é positivo quando estiver direcionado do eixo $+z$ para o eixo $+y$. Decompondo M em componentes ao longo dos eixos z e y , temos $M_z = M \cos \theta$ e $M_y = M \sin \theta$, respectivamente. Cada uma dessas componentes é mostrada separadamente na seção transversal na Figura 2.2 (b) e na Figura 2.2 (c). As distribuições de tensão normal que produzem M e suas componentes M_z e M_y são mostradas na Figura 2.2 (d), na Figura 2.2 (d) e na Figura 2.2 (f), respectivamente. Considerou-se aqui que $(\sigma_x)_{\text{máx}} > (\sigma'_x)_{\text{máx}}$. Por inspeção, as tensões de tração e compressão máximas $[(\sigma_x)_{\text{máx}} + (\sigma'_x)_{\text{máx}}]$ ocorrem em dois cantos opostos da seção transversal – Figura 2.2 (d).

Aplicando a fórmula da flexão a cada componente do momento na Figura 2.2 (b) e Figura 2.2 (c), podemos expressar a *tensão normal resultante* em qualquer ponto na seção transversal, em termos gerais, como:

$$\sigma = -\frac{M_z y}{I_z} + \frac{M_y z}{I_y} \quad (2.3)$$

Onde:

σ é a tensão normal no ponto.

y, z são as coordenadas do ponto medidas em relação aos eixos x, y, z com origem no centroide da área da seção transversal e que forma um sistema de coordenadas orientado para a direita. O eixo x é direcionado para fora da seção transversal, e os eixos y e z representam, respectivamente, os eixos principais dos momentos de inércia mínimo e máximo para a área.

M_y e M_z são componentes do momento interno resultante direcionadas ao longo dos eixos principais y e z . São positivos se direcionados ao longo dos eixos $+y$ e $+z$; caso contrário, são negativos, *i.e.*, $M_y = M \sin \theta$ e $M_z = M \cos \theta$, onde θ é positivo se medido do eixo $+z$ na direção do eixo $+y$.

I_y e I_z são os momentos principais de inércia calculados em torno dos eixos y e z , respectivamente.

A tensão resultante será de tração se ela for positiva e de compressão se ela for negativa.

Para determinação da linha neutra, temos que o ângulo α , observado na Figura 2.2 (d), pode ser determinado pela Eq. (2.4) com $\sigma = 0$, visto que, por definição, nenhuma tensão normal age no eixo neutro. Portanto, tem-se que:

$y = \frac{M_y I_z}{M_z I_y} z$ e que $M_y = M \sin \theta$ e $M_z = M \cos \theta$, então:

$$y = \left(\frac{I_z}{I_y} \operatorname{tg} \theta \right) z \quad (2.4)$$

Essa é a equação da reta que define o *eixo neutro* para a seção transversal. Uma vez que a inclinação dessa reta é $\operatorname{tg} \alpha = y/z$, então:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{I_z}{I_y} \operatorname{tg} \theta \quad (2.5)$$

Nota-se que, para flexão assimétrica, o ângulo θ , que define a direção do momento M , como mostrado na Figura 2.2 (a), não é igual a α (ângulo que define a inclinação do eixo neutro), mostrado na Figura 2.2 (d), a menos que $I_z = I_y$. Ao contrário, se, como na Figura 2.2 (a), o eixo y for escolhido como o eixo principal para o momento de inércia mínimo e o eixo z for escolhido como o eixo principal para o momento de inércia máximo, de modo que $I_y < I_z$, então, pela Eq. (2.6), podemos concluir que o ângulo α , positivo quando medido do eixo $+z$ em direção ao eixo $+y$, estará entre a linha de ação de M e o eixo y , isto é, $\theta \leq \alpha \leq 90^\circ$.

Para o entendimento dos cálculos dos momentos de inércia para uma área em torno de eixos inclinados, apresenta-se a Figura 2.3.

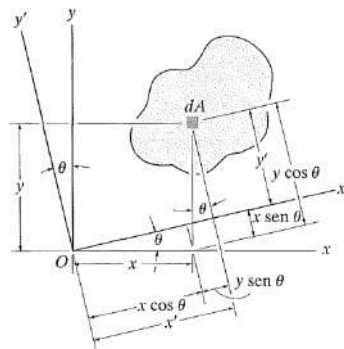


Figura 2.3 – Coordenadas para o elemento de área dA em relação aos sistemas de coordenadas (x, y) e (x', y') – (HIBBELER, 2010).

Para calcular os momentos e produtos de inércia I_x , I_y e I_{xy} em relação a um conjunto de eixos x' e y' inclinados quando os valores de θ , I_x , I_y e I_{xy} são conhecidos, as coordenadas para o elemento de área dA em relação aos dois sistemas de coordenadas relacionam-se pelas *equações de transformação* (caso da seção transversal Z): $x' = x \cos \theta + y \sin \theta$ e $y' = y \cos \theta - x \sin \theta$. Através dessas equações aplicadas aos

momentos e produto de inércia de dA em torno dos eixos x' e y' , encontram-se as Equações (2.6), (2.7) e (2.8) — através de integrações e simplificações trigonométricas — que mostram que I_x , I_y e I_{xy} dependem do ângulo de inclinação, θ , dos eixos x' , y' que são denominados *eixos principais de inércia* para a área e os momentos de inércia correspondentes a eles, em torno dos quais os momentos de inércia da área, I_x e I_y , são máximos e mínimos, são denominados *momentos principais de inércia*. Em geral, há um conjunto de eixos principais para cada origem escolhida O ; todavia, normalmente o centroide da área é a localização mais importante para O .

$$I_{x'} = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{I_x - I_y}{2} \cos 2\theta - I_{xy} \sin 2\theta \quad (2.6)$$

$$I_{y'} = \frac{I_x + I_y}{2} - \frac{I_x - I_y}{2} \cos 2\theta + I_{xy} \sin 2\theta \quad (2.7)$$

$$I_{x'y'} = \frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\theta + I_{xy} \cos 2\theta \quad (2.8)$$

O ângulo $\theta = \theta_p$, que define a *orientação dos eixos principais* para a área e pode ser obtido pela Eq. (2.8) que tem duas raízes, e θ_{p1} e θ_{p2} , separadas por um ângulo de 90° e especificam a inclinação de cada eixo principal.

$$\operatorname{tg} 2\theta_p = \frac{-I_{xy}}{(I_x - I_y)/2} \quad (2.9)$$

A Figura 2.4 exibe triângulos que se baseiam na Eq. (2.11) através dos quais o seno e o cosseno de $2\theta_{p1}$ e $2\theta_{p2}$ podem ser obtidos. Substituindo essas relações trigonométricas na Eq. (2.7) ou (2.8) e simplificando, chega-se a Eq. (2.10) que dá *momento de inércia máximo ou mínimo da área*, dependendo do sinal escolhido.

$$I_{\min}^{\max} = \frac{I_x + I_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)^2 + I_{xy}^2} \quad (2.10)$$

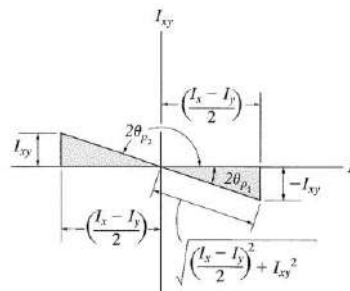


Figura 2.4 – Relações trigonométricas para determinação do ângulo de orientação dos eixos principais de inércia θ_{p1} e θ_{p2} – (HIBBELER, 2010).

2.2 Estabilidade Estrutural e Flambagem

O conceito de estabilidade estrutural é um termo atribuído ao estudo de sistemas dinâmicos descontínuos que, desde seu desenvolvimento, incita estudiosos a tentar analisar a estabilidade estrutural de sistemas dinâmicos descontínuos através de diferentes métodos.

Segundo REIS e CAMOTIM (2000), baseando-se em uma viga ideal, sem imperfeições e submetida a uma tensão (σ), tal tensão é alterada gradualmente até atingir a tensão crítica (σ_{cr}). A viga então mantém-se na posição reta, de equilíbrio instável, ou, na presença de uma perturbação, procura uma nova posição de equilíbrio estável (também chamada de pós-flambagem elástica), conforme Figura 2.5 (a). A trajetória de equilíbrio estável pode ser linear, quando houver imperfeições geométricas iniciais no item estrutural, ou não linear, quando o estado limite pode ser alcançado para valores de tensão menores que os respectivos valores críticos. A Figura 2.5 (b) mostra um exemplo de uma trajetória de equilíbrio estável não linear – pós-flambagem elástica – de uma barra com imperfeição geométrica. Ao adicionar as propriedades físicas do aço obtém-se a trajetória de equilíbrio estável de pós-flambagem elasto-plástica e a tensão última/de colapso (σ_{ult}) – Figura 2.5 (c).

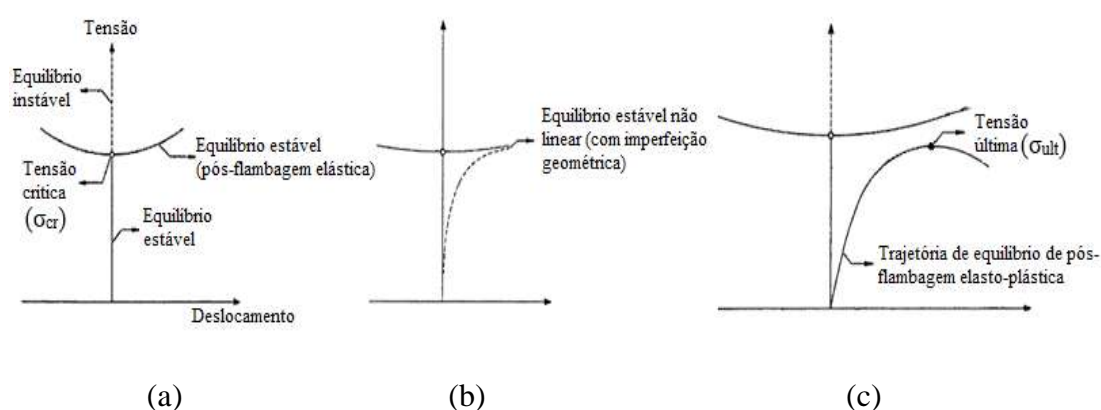


Figura 2.5¹⁰ – Trajetória de equilíbrio para barra (a) ideal, (b) com imperfeição e material elástico e (c) com imperfeição e material elasto-plástico.

¹⁰ Figura de REIS & CAMOTIM (2000) adaptada por DEPOLLI *et al.* (2018).

A flambagem, que muitas vezes é empregada erroneamente para significar a deflexão de uma viga, é um fenômeno de instabilidade estrutural que, no caso de uma peça sob compressão, leva à flexão. O fenômeno ocorre tipicamente em peças esbeltas ou compostas por seções esbeltas – peças esbeltas são aquelas cuja área de seção transversal é pequena em relação ao seu comprimento – caso submetidas a tensões de compressão axial. Se essas tensões forem superiores à tensão crítica, as peças deixam sua forma original por uma deformação elástica ou inelástica, podendo então ser classificada como flambagem local, distorcional ou global (flexão, torção ou flexo-torção), segundo PROLA (2001).

- (i) Flambagem local – caracteriza-se pela flexão das paredes (ondulações da alma e mesa) do perfil, cujas junções entre as placas permanecem retas ao longo da barra, conservando seu estado original, tal qual os ângulos entre as placas adjacentes (ver Figura 2.6 (a)). Este modo de falha ocorre para comprimentos de semi-onda curtos (menores que os comprimentos para os modos de falha global e distorcional).
- (ii) Flambagem distorcional – caracteriza-se por um abaulamento da alma e rotação na junção da mesa-alma, mantendo o ângulo entre elas igual ao inicial (ver Figura 2.6 (b)). Este modo de falha ocorre em comprimentos de meia-onda maiores que para o modo de falha local.
- (iii) Flambagem global – caracteriza-se pelas deformações das arestas, embora seu eixo permaneça indeformado (ver Figura 2.6 (c)). Apresenta três formas de deformação sendo elas a (iii₁) flambagem por flexão que ocorre em perfis duplamente simétricos ou de seção cheia e acontece devido à compressão, sem adulteração da forma da seção transversal, a (iii₂) flambagem por torção que acontece em perfis duplamente simétricos com a rigidez torcional muito pequena e apresenta sua seção rotacionada mantendo o eixo na posição original e a (iii₃) flambagem por flexo-torção que ocorre em perfis com um ou nenhum eixo de simetria flexionando e torcendo a peça, concomitantemente, sem adulteração da forma da seção transversal.

Em vigas com flexão no eixo de maior inércia, pode ocorrer a flambagem lateral-torcional. No início da aplicação de carga, ocorre flexão no plano, mas quando a viga atinge um limite, se não for contida lateralmente, ocorrerá flexão para fora do plano e torção da seção transversal, configurando a flambagem lateral-torcional elástica para vigas perfeitamente elásticas geometricamente. Vigas em PFF com seções transversais abertas, como U e Z, compostas por chapas finas, são geralmente propensas a esse tipo de instabilidade devido à sua baixa rigidez torcional.

A Figura 2.6, a seguir, ilustra os principais modos de falha mencionados anteriormente para um perfil U enrijecido, a nível de exemplificação.

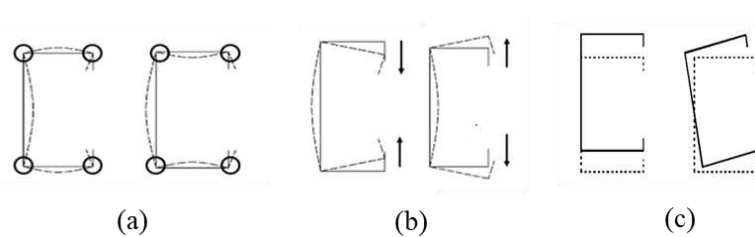


Figura 2.6 – Formas deformadas de seção fictícia U_e por flambagem (a) local, (b) distorcional, (c) global (flexão e flexo-torção)

2.3 Principais métodos numéricos para análise de flambagem

Identificar os três modos de flambagem que ocorrem (citados na seção anterior) não é uma tarefa trivial. Portanto, alguns métodos numéricos podem ser empregados para facilitar o processo. Os principais métodos para análise de flambagem são (i) o Método das Faixas Finitas (MFF), (ii) o Método dos Elementos Finitos (MEF) e (iii) a Teoria da Viga Generalizada, designada “GBT” (*Generalized Beam Theory*).

O Método das Faixas Finitas (MFF) foi desenvolvido por CHEUNG (1997) e pode ser usado para análise de flambagem elástica. O método é uma generalização do método de *Ritz*, que reduz a solução de uma equação diferencial parcial à solução de um sistema de equações diferenciais ordinárias, fazendo uso de funções contínuas que satisfaçam às condições de contorno em uma determinada direção. Pode também ser encarado como um subproduto do Método dos Elementos Finitos, com a diferença básica de que a discretização do contínuo se faz por meio de faixas longitudinais (trechos laminares) e não através de elementos finitos bidimensionais. O uso do MFF nas análises de PFF deve-se em grande parte aos esforços de HANCOCK (1994, 1977 e 1978). O

método tem se mostrado muito eficiente para o caso de análises cujas vigas apresentam geometrias regulares e condições de apoio simples.

O Método dos Elementos Finitos (MEF), segundo método citado, apresenta uma geometria subdividida em pequenas partes, também chamadas de elementos, que passam a representar o domínio do problema e que é submetida aos carregamentos e às restrições. Essa divisão em pequenos elementos permite resolver um problema mais complexo, parcelando-o em problemas menos densos. Os elementos são conectados por nós, e o conjunto de nós denomina-se *malha*. Essas divisões podem apresentar-se sob as formas triangular, quadrilateral, entre outras, e também em função do tipo e da dimensão do problema. Nesta pesquisa a análise de estabilidade da flambagem e da pós-flambagem estabelece os procedimentos envolvidos na utilização do programa *ANSYS* (2009), imprescindível para a modelagem das condições de apoio, do carregamento, do comportamento do material, da discretização do perfil e da implementação de imperfeições geométricas.

A Teoria da Viga Generalizada (GBT), terceiro método citado, também foi empregada neste trabalho. É um método através do qual é possível decompor os modos de flambagem de um perfil em uma combinação linear de modos de deformação de seções transversais ao longo da peça – tal decomposição modal requer a identificação de modos de deformação da seção transversal, que é alcançado através da realização de um procedimento especial de discretização e ortogonalização designado como “análise da seção transversal” (BEBIANO *et al.*, 2010b).

Através da utilização do método GBT, desenvolveu-se o software *GBTul* (BEBIANO *et al.*, 2010b) que apresenta três tipos de modos de deformação em suas análises, onde (i) os primeiros 4 modos correspondem a modos globais de corpo rígido - extensão axial (modo 1), flexão no eixo de maior e menor inércia (modos 2 e 3) e torção (modo 4) – os (ii) modos 5 e 6 são distorcionais e os (iii) modos restantes são modos locais de placa, que envolvem exclusivamente parede de dobragem. Dependendo da geometria (dimensões da seção transversal e comprimento) e as condições de apoio, qualquer combinação desses modos de deformação resultam em um modo de flambagem, que pode ser o crítico. Vale a pena mencionar que apenas as seções com pelo menos 4 paredes têm modos de distorção crítico.

Com relação às saídas do *GBTul*, uma vez que os modos de deformação contribuem individualmente para a configuração geral deformada do perfil (ou modo de flambagem), o programa oferece os resultados do fator de participação modal para cada comprimento de peça fornecido. Isso permite avaliar a influência de cada modo de deformação para o comprimento de interesse. Além disso, descreve a “curva de assinatura” — que é a tensão versus o comprimento — onde o primeiro ponto mínimo da curva corresponde à tensão crítica da flambagem local, enquanto que a flambagem distorcional se dá para “comprimentos intermediários”, que corresponderem à curva de assinatura no segundo mínimo. E os maiores comprimentos estão associados ao colapso devido à flambagem global.

A Figura 2.7 apresenta os resultados dos fatores de participação modal *GBTul* e configuração de meia onda de uma seção transversal Z_e qualquer.

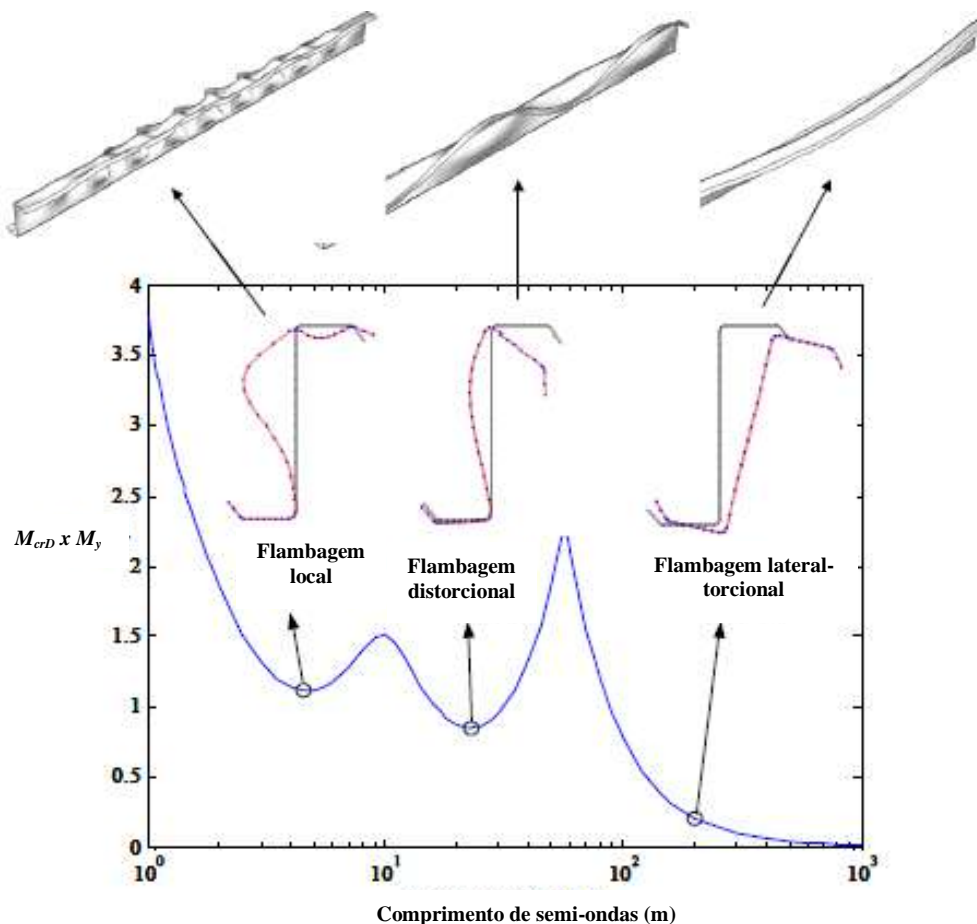


Figura 2.7 – Modos de flambagem de uma seção Z em flexão e configuração de semi-ondas (YU & SCHAFFER, 2005).

2.4 Métodos analíticos para previsão de resistência

Para a estimativa do momento crítico de flambagem distorcional deve-se fazer uso dos métodos numéricos, uma vez que os métodos analíticos existentes se compõem de aplicações complexas e pouco precisas. Porém, uma vez estimada a tensão crítica e o modo de flambagem, pode-se recorrer às ferramentas analíticas que possibilitam o dimensionamento referente à flambagem distorcional.

Atualmente, três métodos de dimensionamento constam na norma brasileira ABNT NBR 14762 (2010) de PFF: (i) o Método da Largura Efetiva (MLE), o Método da Seção Efetiva (MSE) – proposto por BATISTA (2010) – e (iii) o Método da Resistência Direta (MRD). Este último será enfatizado devido à adequabilidade no dimensionamento de vigas sob a ação da flambagem distorcional.

O Método da Largura Efetiva (MLE) foi proposto por *Von Karman* e adotado para PFF por *Dr. Winter* na Universidade de *Cornell* (HANCOCK *et al.*, 2001). Trata-se de um método aproximado que analisa os elementos constituintes do perfil de maneira isolada, considerando, porém, as condições de apoio das chapas adjacentes e, com o intuito de calcular as novas propriedades geométricas da seção transversal, reduzindo as larguras das placas. Segundo SCHAFFER (2008), à medida em que se aumenta a complexidade da seção transversal, torna-se difícil a determinação da seção efetiva. Além de apresentar-se em desvantagem por demandar cálculos iterativos para as análises de flambagem elástica, estudos feitos por YU & SCHAFFER (2006) mostraram que o MLE proposto na AISI:1996 era inadequado para verificar a flambagem distorcional. Dessa forma não se torna apropriado seu uso no dimensionamento de peças sob modo de falha distorcional.

O Método da Seção Efetiva (MSE), é uma extensão do Método da Área Efetiva (MAE), inicialmente proposto para colunas de PFF. O MAE segue os mesmos princípios do MRD como curvas de resistência estrutural dos elementos, incluindo interação de flambagem local-global e regras para dimensionamento. A extensão dos princípios do MAE, para vigas com perfis formados a frio, permitiu a elaboração do MSE. O MSE, presente na norma brasileira (ABNT NBR 14762:2010), teve suas curvas fornecidas para previsão da resistência dos elementos calibradas por meio de ensaios experimentais. Este método considera uma avaliação da área efetiva ao invés de tomar cada um dos elementos da seção transversal separadamente, sendo assim, mais simples que o MLE.

Enfim, o Método da Resistência Direta (MRD) originou-se a partir das abordagens realizadas por HANCOCK *et al.* (1994). E com o objetivo de minimizar as dificuldades inerentes ao MLE, foi desenvolvido por SCHAFER (1997) e SCHAFER & PEKÖZ (1998) sendo estabelecido primeiramente para colunas submetidas à compressão através da realização de ensaios em 574 vigas com seções transversais U_e , Z_e e *Cartola*. Esse método recebeu grandes contribuições dentre as quais podem-se citar SCHAFER (2002, 2003, 2005, 2006), SILVESTRE & CAMOTIM (2004), YU & SCHAFER (2006,2007), LANDESMANN & CAMOTIM (2015), CAMOTIM *et. al* (2006, 2007, 2010, 2016) e, atualmente, encontra-se implementado nas normas norte-americana AISI-S100-16, australiana/neozelandesa (AS/NSZ, 2005), e brasileira ABNT NBR 14762 (2010) (Anexo C).

O uso do MRD é apropriado ao dimensionamento de barras submetidas à compressão centrada e à flexão simples, por meio de cálculos diretos através das propriedades geométricas da seção e dos valores das tensões crítica elástica e de escoamento para o cálculo das resistências e aborda os modos de flambagem local, distorcional e global "puros" e suas interações. Além disso, pode ser empregado como uma opção ao MLE e ao MSE. Suas curvas de dimensionamento são do tipo "*Winter*", calibradas por análises experimentais e numéricas e, que incluem os efeitos das imperfeições geométricas, tensões residuais geradas pelo dobramento a frio, dentre outros fatores, abordando os modos de flambagem local, distorcional e global "puros" e suas interações. Entretanto, exige um cálculo preciso da carga crítica do membro, que pode ser obtido através de programas como o *CUFISM* (LI & SCHAFER, 2010), *GBTul* (BEBIANO, 2010b) ou *ANSYS* (2009), que fornecem os resultados de estabilidade necessários.

A calibração da curva codificada distorcional do MRD foi realizada através dos resultados adquiridos na investigação numérica e experimental realizada por YU & SCHAFER (2005) e a aquisição dos valores críticos (valores mínimos) para os momentos de flambagem distorcional (M_{nD}), mandatórios para dimensionamento via curva normativa do MRD, fez-se por meio de análise elástica. A expressão é apresentada na Eq. (2.11) e está inserida nas normas AISI (2016) e AS/NZS (2005), sendo utilizada para vigas submetidas à flexão simples, simétricas em relação ao eixo de flexão e com escoamento iniciando nas fibras mais comprimidas.

$$M_{nD} = \begin{cases} M_y + (1 - C_{yd}^{-2})(M_p - M_y) & \lambda_D \leq 0,673 \\ (1 - 0,22\lambda_D^{-1}) \lambda_D^{-1} M_y & \lambda_D > 0,673 \end{cases} \quad (2.11)$$

Onde,

- M_{nD} é o momento nominal da viga; M_y e M_p são os momentos de escoamento e plástico, respectivamente.
- $C_{yd} = (0,673/\lambda_D)^{0,5} \leq 3$ e representa o fator de deformação devido a compressão.
- $\lambda_D = (M_y/M_{crD})^{0,5}$ e representa a esbeltez distorcional.

A ABNT NBR 14762 (2010) também faz uso do MRD e para os casos de flexão simples, a norma brasileira apresenta a curva distorcional similar à Eq. (2.11), porém com valores característicos e sem reserva plástica.

2.5 Principais pesquisas acerca de vigas sob falha distorcional

Entre os estudos na literatura propostos a avaliar a adequabilidade da curva codificada do MRD, os mais relevantes ao desenvolvimento desta pesquisa a respeito do tema de flambagem distorcional são MARTINS *et al.* (2017a e 2017b), YU & SCHAFER (2005), LANDESMANN & CAMOTIM (2015), BARICHELLO (2016), BARICHELLO *et al.* (2017) e DEPOLLI *et al.* (2018). Os pontos principais de cada trabalho citado serão evidenciados a seguir em uma revisão bibliográfica destas pesquisas.

YU & SCHAFER (2005) analisaram (numérica e experimentalmente) vigas em PFF do tipo U_e e Z (submetidas à flexão uniforme e não-uniforme, para avaliar o colapso distorcional) através das quais foram obtidos saldos experimentais que serviram de alicerce para modelagem numérica, onde a análise de flambagem foi realizada pelo MFF e a análise de pós-flambagem pelo MEF via programa computacional *ABAQUS (2001)*. Foi considerado, dessa forma, um número abrangente de vigas para avaliação do efeito que o gradiente de tensão exerce sobre a flambagem distorcional e resistência última dos perfis.

Nas análises numéricas, o momento crítico distorcional foram mantidos por YU & SCHAFER (2005) abaixo dos momentos críticos local e global sempre que possível, ao analisarem via MEF as 8 geometrias das barras com seção transversal Z , a fim de evitar

a influência de modos díspares dos distorcionais. Os modelos numéricos eram compostos por vigas submetidas a diferentes gradientes de momento (ψ), onde $\psi=M_1/M_2$, sendo M_1 e M_2 os momentos de extremidades. Para a análise de flambagem, foram admitidos cinco valores para ψ (1, 0,5, 0, -0,5, -1) e três valores (1, 0,5, 0) para as análises de pós-flambagem. Como conclusão, os autores observaram que o momento crítico de flambagem distorcional aumenta na sequência de $\psi=1 \rightarrow -1$, exibindo um crescente de 30% a 50% no valor do momento crítico das barras modeladas. A Figura 2.8 apresenta o gráfico da influência do gradiente de momento no momento crítico de flambagem.

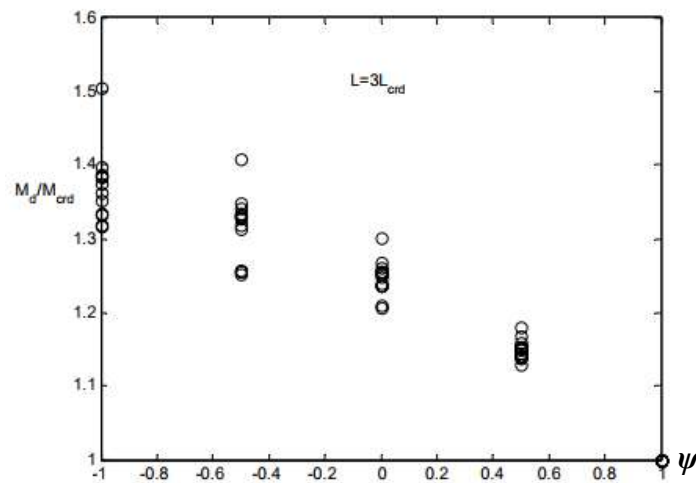


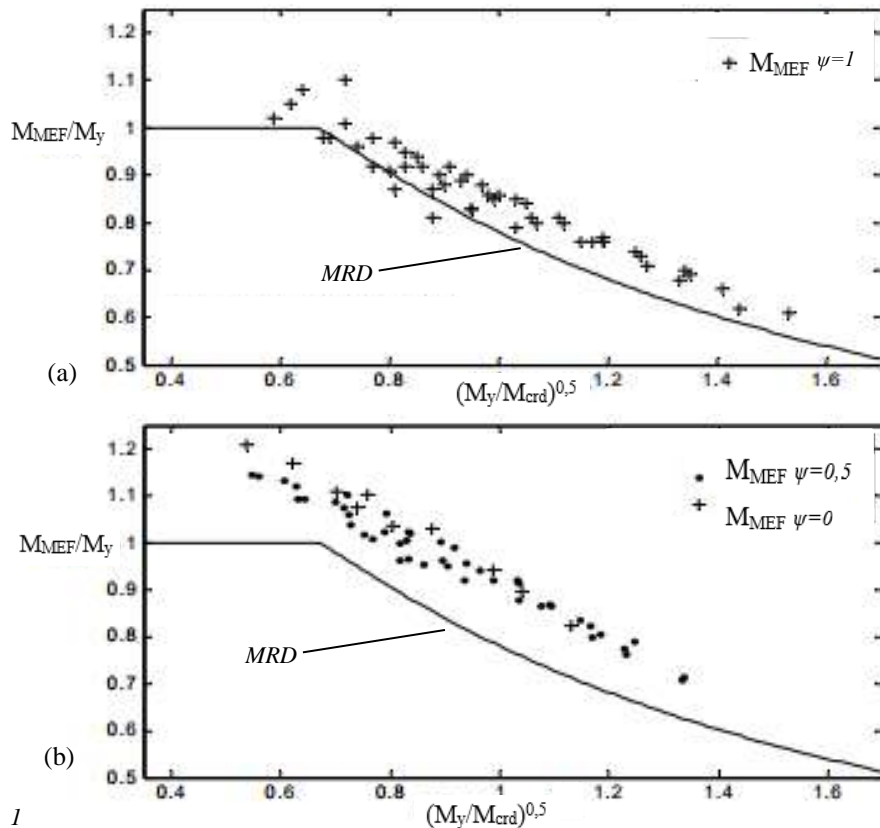
Figura 2.8 – Influência do gradiente de momento em relação ao valor de ψ YU & SCHAFER (2005).

Para avaliar a influência do gradiente de momento na variação do comprimento da barra, YU & SCHAFER (2005) partiram do comprimento crítico de flambagem distorcional (L_{crd}) de $\psi=0$ e calcularam os referentes momentos para 5 relações diferentes de comprimentos: $L/L_{crd}=1, 3, 5, 7, 10$. À medida que o comprimento aumentava, a influência dos modos distorcionais na flambagem da peça diminuía. A finalidade dos autores era provar que quando $L \rightarrow \infty$, o momento crítico distorcional para $\psi \neq 1$, convergiria para o momento crítico distorcional do carregamento uniforme, $\psi=1$, independentemente do valor de ψ . Observaram, porém, que a convergência ocorria gradualmente e quando $L=10L_{crd}$ tinha ainda um momento crítico para $\psi=0$, em média, 10 vezes maior do que $\psi=1$.

Para averiguar influência do gradiente de momento na resistência última das vigas, os pesquisadores utilizaram dois valores de ψ (0,5 e 0). A Figura 2.9 (a) e (b) compara os valores obtidos numericamente via MEF e via curva normativa do MRD para vigas consideradas com flexão uniforme ($\psi=1$) e não-uniforme ($\psi \neq 1$). A curva normativa

do MRD se mostra aceitável para a previsão do momento crítico para $\psi=1$ e para $\psi \neq 1$, como pode ser visto na Figura 2.9 (a) onde nota-se os valores obtidos via MEF e via curva do MRD para $\psi=1$ e Figura 2.9 (b) onde são apresentados os resultados para $\psi=0,5$ e $\psi=0$. Observou-se que o momento de flambagem distorcional aumenta com a diminuição do valor de ψ e que a curva codificada do MRD se mostrou conservadora para $\psi \neq 1$. Compreende-se que os valores numéricos divergiram consideravelmente neste caso. Em relação aos valores das esbeltezes, observa-se uma limitação em sua abrangência ($\lambda_D \leq 1,5$) e se apresenta com quantitativo pouco expressivo para as vigas com $\psi \neq 1$.

A partir desses resultados observou-se que a capacidade resistente das vigas foi de aproximadamente 15% a mais nas ocorrências com gradiente de momento ($\psi \neq 1$), comparada ao valor obtido pela curva normativa. Dessa forma, os autores concluíram que a consideração do gradiente de momento aumentava a resistência última para as barras compostas por seções U_e e Z com $\lambda_D < 1,5$. YU & SCHAFFER (2005) mostraram através dos resultados numéricos de sua pesquisa que a curva codificada do MRD era mais conservadora para as vigas com momento não-uniforme.



1
 Figura 2.9 – Comparação entre os valores numéricos e os resultados via curva codificada do MRD para flexão (a) uniforme e (b) não-uniforme YU & SCHAFFER (2005).

LANDESMANN & CAMOTIM (2015) objetivaram avaliar a resistência última de vigas do tipo U enrijecido submetidas a flexão em situação de incêndio. As análises de flambagem, de pós-flambagem elástica e elasto-plástica e de resistência última tornaram-se possíveis a partir da aplicação de flexão em torno do eixo de maior inércia dos perfis de seção transversal U_e . Além disso, as barras consideradas na pesquisa possuíam (i) apoio simples, (ii) torção impedida nas seções de extremidades e (iv) flexão em torno do eixo de menor inércia impedida, diferindo apenas nas condições de apoio cujas nomenclaturas usadas foram “ F ”, “ PF ” e “ P ” que se referem, respectivamente, às condições de vigas com empenamento e rotações livres, com empenamento restringido e rotações livres e com empenamento e rotações impedidos.

Para análises de flambagem elástica, LANDESMANN & CAMOTIM (2015) utilizaram os programas $GBTul$ (BEBIANO, 2010b) e $ANSYS$ (2009), restringindo-se à formação de apenas uma semi-onda no comprimento crítico para o alcance do colapso por falha distorcional. As trajetórias de equilíbrio na pós-flambagem e a tensão última foram consideradas via $ANSYS$ (2009) empregando o elemento de casca tipo $Shell181$.

Os resultados da Figura 2.10, Figura 2.11 e Figura 2.12 são para temperatura ambiente representada pelo valor “20” nas nomenclaturas. Dessa forma, os equivalentes à nomenclatura utilizada no presente trabalho são $M_{crD,20} = M_{crD}$, $\bar{\lambda}_{D,20} = \lambda_D$, $M_{u,20} = M_u$ e $M_{y,20} = M_y$.

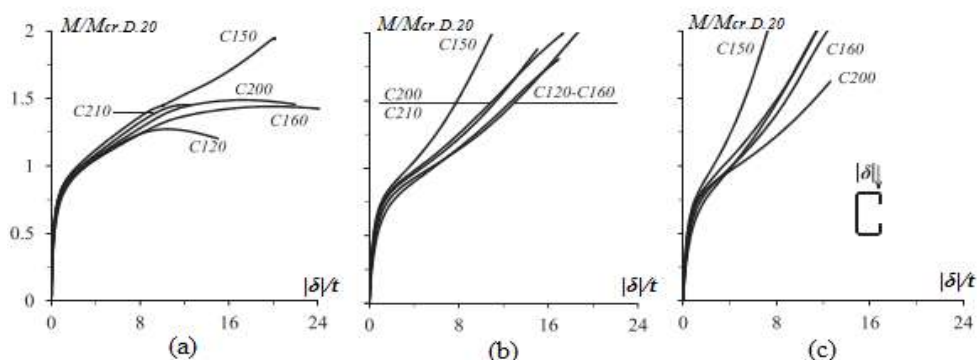


Figura 2.10 – Trajetórias de equilíbrio da análise elástica, $M/M_{crD,20}$ vs. $|\delta|/t$, para as condições (a) F , (b) PF e (c) P , $b_w=120, 150, 160, 200$ e 210 (LANDESMANN & CAMOTIM, 2015).

A Figura 2.10 ilustra maior resistência das vigas P e PF . Enquanto as vigas P e PF exibem uma forma convexa, associada a uma maior rigidez, a forma da trajetória das vigas F tende para o côncavo, indicando uma perda progressiva de rigidez à medida que se aumenta a esbeltez (mais visível para as vigas $S45$ e $S90$).

A partir da observação da Figura 2.11, nota-se que quando $Mu/M_{crD,20} \geq 1,0$ ocorre um colapso praticamente instantâneo das F , não havendo nessa condição grandes reservas de resistência na pós-flambagem elástica e elasto-plástica. Já nas vigas PF e P , que possuem uma maior reserva de resistência e uma maior ductilidade, o colapso se dá após deformações.

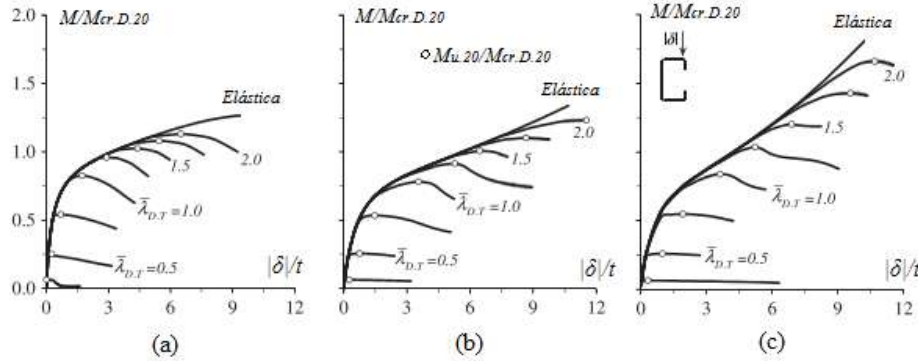


Figura 2.11 – Trajetórias de equilíbrio elásticas e elasto-plásticas de pós-flambagem, $M/M_{crD,20}$ vs. $|\delta|/t$, para as vigas (a) F , (b) PF e (c) P , com $b_w=120$ e $\bar{\lambda}_{D,20}$ entre 0,25 e 2,0 (LANDESMANN & CAMOTIM, 2015).

A Figura 2.12 cruza os resultados obtidos por YU & SCHAFFER (2005) – numéricos e experimentais (N/E) – e por LANDESMANN & CAMOTIM (2015). A partir dos resultados observa-se que curva codificada do MRD superestima exageradamente a resistência das vigas nos casos em que $\bar{\lambda}_{D,20} > 1,25$ para as vigas F . Para as vigas PF a resistência também é superestimada, embora de maneira menos exagerada e para a condição P o método se mostra mais preciso na previsão da resistência (o que era esperado, uma vez que foi está é a condição adotada na formulação da curva normativa). Além disso, como já reportado por SCHAFFER (1997), os resultados referentes a condição de apoio tipo F tendem a seguir a curva elástica (I/λ^2).

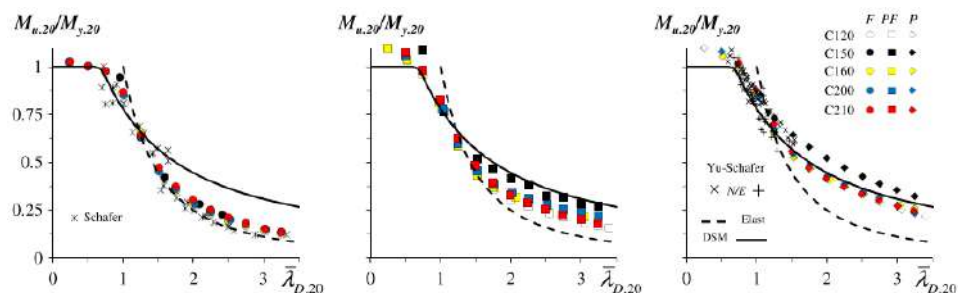


Figura 2.12 – Curva do $M_{u,20}/M_{y,20}$ vs. $\bar{\lambda}_{D,20}$ (a) F , (b) PF e (c) P (LANDESMANN & CAMOTIM, 2015).

As pesquisas de BARICHELLO (2016) e BARICHELLO *et al.* (2017) objetivaram estender a investigação de LANDESMANN & CAMOTIM (2015) para seções (i) *U* enrijecido e aplicar a outros 3 tipos de seções transversais, *e.g.*, (ii) SLC (*stiffened lipped channel*), (iii) S45 (*S-section with sloped web*) e (iv) S90 (*S-section with straight web*) – especialmente os dois últimos, que não foram considerados nos estudos de validação do MRD.

As vigas foram submetidas à momentos fletores atuando em torno do eixo central das seções transversais de extremidade e à *duas* condições de apoio sendo a primeira, com o (i) empenamento e rotações livres, chamada de “*F*” e a segunda com (ii) o empenamento e as rotações restringidos, chamada “*P*”. As duas tinham (i) apoio simples, (ii) flexão livre em torno do eixo de maior inércia, (ii) torção impedida e (iii) flexão em torno do eixo de menor inércia restringida. As barras foram submetidas à flexão uniforme e os resultados numéricos obtidos foram comparados com os codificados via curva normativa do MRD.

Para as análises de flambagem, BARICHELLO (2016) e BARICHELLO *et al.* (2017) garantiram que as vigas consideradas (i) exibissem modo de flambagem puramente distorcional através do programa *GBTul* e (ii) abrangessem valores distintos para a tensões de escoamento. As trajetórias de equilíbrio da pós-flambagem e a resistência última foram adquiridas por meio de análise não linear elástica e elasto-plástica via MEF utilizando o programa *ANSYS* (2009) com o elemento de casca tipo *Shell181*.

A partir dos resultados numéricos, BARICHELLO (2016) e BARICHELLO *et al.* (2017) mostraram que as condições de apoio influenciam no comportamento pós-flambagem das vigas. A Figura 2.13 mostra que, enquanto as vigas *F* praticamente seguiram a tendência da curva de força de flexão elástica (I / λ_D^2) nas parcelas M_u / M_y *versus* λ_D , as vigas *P* apresentaram uma “dispersão vertical” significativa relacionada à pronunciada reserva de resistência elástica-plástica causada por suas restrições de seções transversais de extremidade.

BARICHELLO (2016) e BARICHELLO *et al.* (2017) observaram ainda que a maioria das vigas analisadas, na faixa de índices de esbeltes de moderado a alto, tiveram seus momentos últimos superestimados, para ambas as condições de apoio (pior para vigas *F*). Esse comportamento era esperado e foi observado até mesmo em vigas que

faziam parte da base de dados da curva MRD, ou seja, dos resultados de YU & SCHAFER (2005). Além disso, evidenciou-se que as previsões do MRD para vigas do tipo “S” foram imprecisas em toda a gama de esbeltez de distorção.

Ainda a partir da observação da Figura 2.13, as pesquisas de BARICHELLO (2016) e BARICHELLO *et al.* (2017) reforçaram a necessidade da calibração da curva codificada do MRD para vigas submetidas à flexão com maiores índices de esbeltez e condição de apoio do tipo *F*.

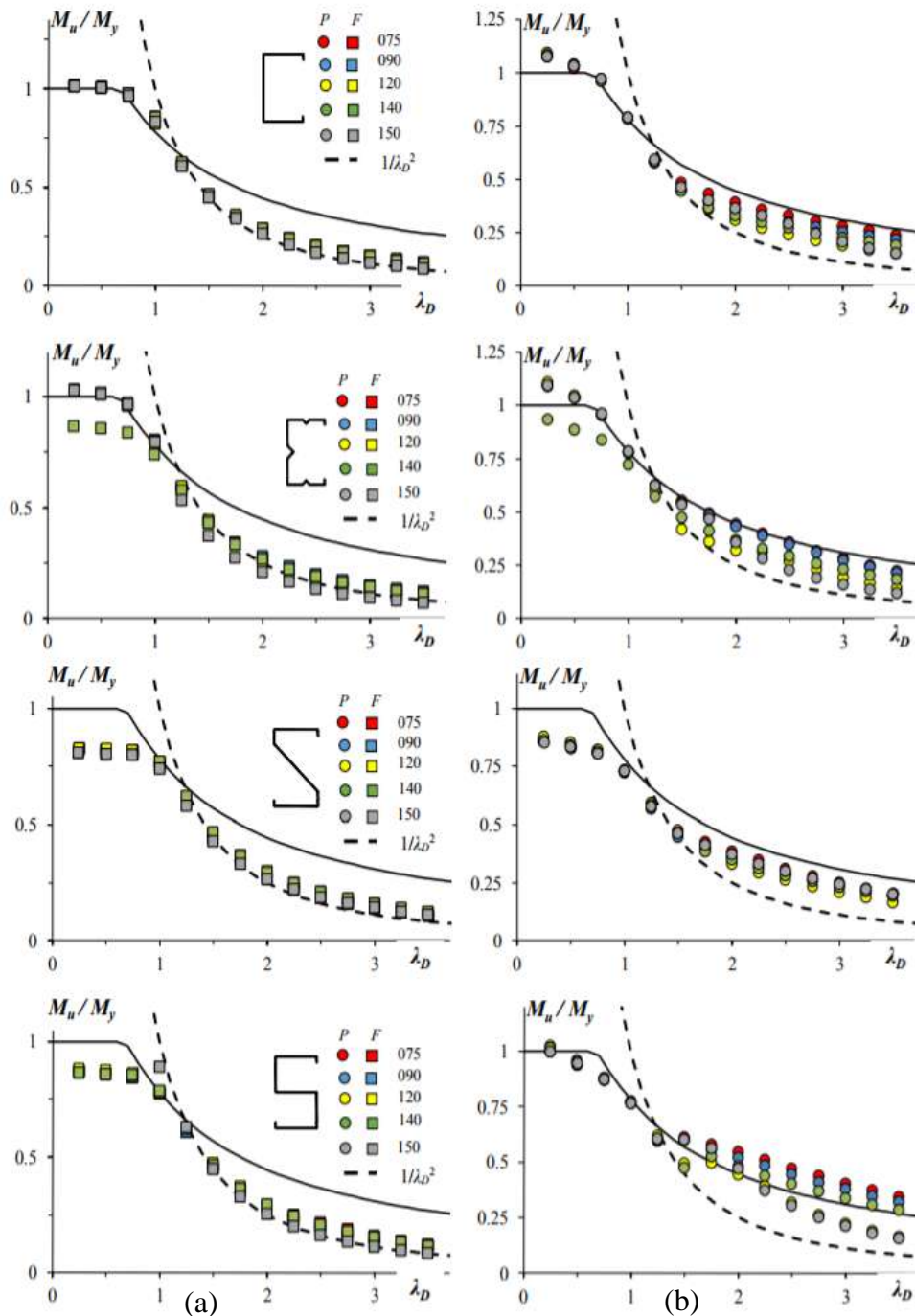


Figura 2.13 – Resultados numéricos e estimativas via curva codificada do MRD, para (a) *F* e (b) *P* - (BARICHELLO, 2016).

Para MARTINS *et al.* (2017a), as análises numéricas recentemente obtidas por LANDESMANN & CAMOTIM (2015) e BARICHELLO *et al.* (2017) fornecem evidências sólidas de que a curva MRD, presente na ABNT NBR 14762 (2010) e AISI-S100-16 e utilizada para previsão da resistência à flambagem distorcional de vigas sujeitas à flexão, superestima a resistência do elemento estrutural quando se têm vigas simplesmente apoiadas e maiores índices de esbeltez. Dessa forma, os autores realizaram uma análise numérica com 4000 vigas de PFF (seções transversais U_e , Z e $Cartola$) submetidas à flexão uniforme que confirmaram os resultados obtidos por LANDESMANN e CAMOTIM (2015).

Duas condições de apoio foram consideradas sendo a primeira denominada “SCA” que continha (i) o eixo de maior e de menor inércia simplesmente apoiado, (ii) a torção impedida, (iii) o empenamento e as rotações livres. A segunda “SCB” obedecia às mesmas suposições da primeira, porém, foi adicionada uma placa rígida nas seções de extremidades que impedia o empenamento, as rotações e os deslocamentos locais.

O modo de falha distorcional, a resistência última, o efeito do número de semi-ondas, das condições de apoio e da geometria das vigas foram investigados através das análises de flambagem e de pós-flambagem realizadas através do programa *ABAQUS* (2009). A resistência última foi estimada via curva normativa do MRD presente na AISI (2016) para tensões de escoamento distintas. Para a análise de pós-flambagem foram aceitas *duas* suposições de aplicação da imperfeição geométrica inicial (provinda da análise de flambagem e escalonada de modo a corresponder a 10% da espessura da viga), fechando a seção ou abrindo a seção. A imperfeição, quando lançada de forma a fechar a seção (comprimindo a mesa superior), contribui para a situação mais prejudicial referente à capacidade resistente na pós-flambagem — mesma observação pode ser vista em LANDESMANN & CAMOTIM (2015) e BARICHELLO (2016) — evidenciando que nestes casos têm-se uma redução da rigidez da viga.

Assim como apresentado por LANDESMANN & CAMOTIM (2015) e BARICHELLO (2016), os resultados encontrados por MARTINS *et al.* (2017a), mostraram que a condição de apoio *SCA* apresentou-se mais adversa em relação à reserva de resistência (tanto no regime elástico quanto elasto-plástico). Além disso, a condição *SCB* apresentou maior ductilidade, resultado também já confirmado pelos outros autores.

Relativo à influência das dimensões das seções transversais na resistência última das vigas, os estudos de MARTINS *et al.* (2017a) mostraram que, entre as razões b_f/b_l e b_w/b_f , a primeira é mais relevante. A relação entre b_f/b_l mostrou que a diminuição dessa relação causa uma diminuição acentuada da relação $M_u/M_{cr,D}$. Já o estudo da influência da relação entre b_w/b_f mostra um desempenho moderado no comportamento das vigas na pós-flambagem e na resistência última. Conforme Figura 2.14, a relação $M_u/M_{cr,D}$ aumenta quando a razão b_w/b_f também aumenta.

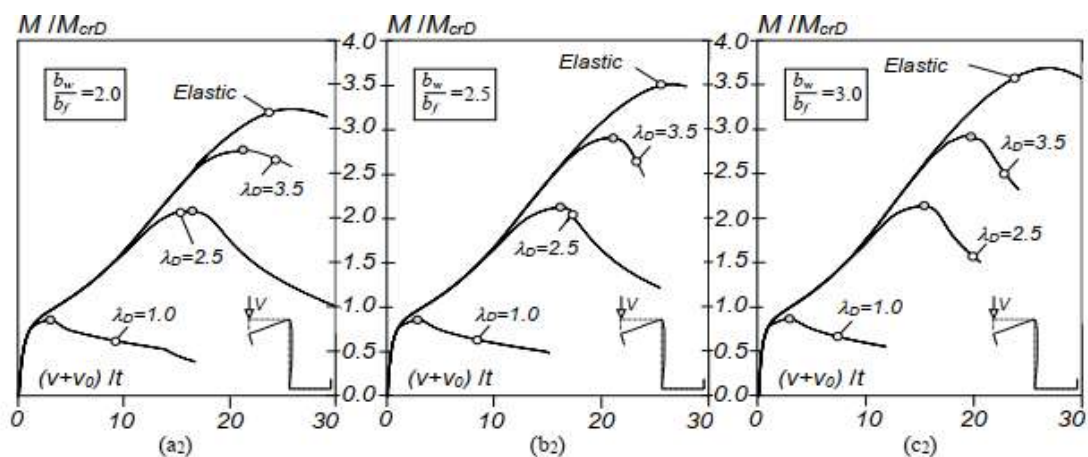


Figura 2.14 – Influência da relação b_w/b_f no comportamento de pós-flambagem para vigas Z+SCB – (MARTINS *et al.*, 2017a).

O último parâmetro analisado por MARTINS *et al.* (2017a) na pós-flambagem foi a influência do número de semi-ondas (n_D). Os autores apresentaram os resultados das análises de pós-flambagem de uma seção com diferentes índices de esbeltez para dois valores de n_D . A relação $M/M_{cr,D}$ e M_u/M_y diminuiu de 0,195 e 2,395 (SCA e SCB) para 0,166 e 2,030, quando o número de semi-ondas (n_D) passou de 1 para 2, considerando $\lambda_D=3,5$. A diminuição acentuou-se mais à medida que a esbeltez da barra aumentava.

MARTINS *et al.* (2016, 2017a) confirmaram os resultados obtidos por LANDESMANN & CAMOTIM (2015) a respeito da curva codificada do MRD que superestima substancialmente os momentos últimos para $\lambda_D > 1,25$. A partir da observação da Figura 2.15 (a,b), nota-se uma dispersão entre os resultados numéricos e os normativos. Sendo assim, os autores propuseram uma nova curva de resistência baseada no MRD para barras do tipo *Ue*, *Z* e *Cartola*, que leva em consideração duas condições de apoio (SCA e SCB). Os resultados obtidos com a nova curva (proposta) ficaram mais próximos, se comparados aos da curva normativa, dos valores numéricos.

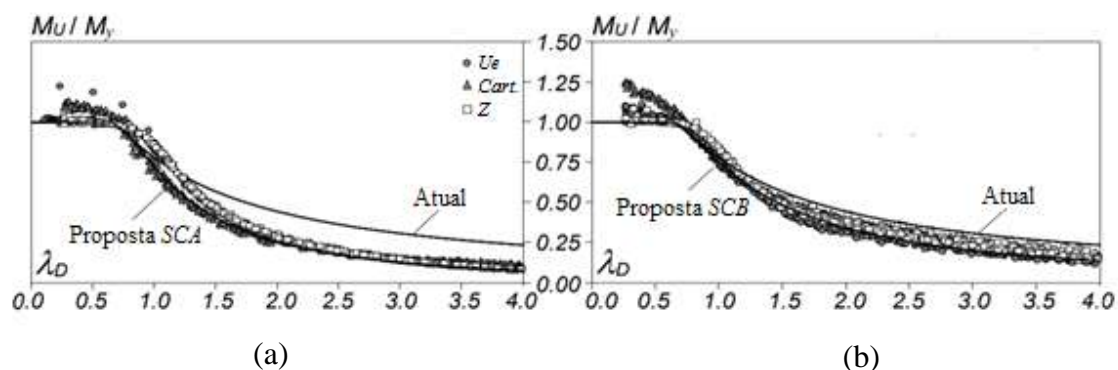


Figura 2.15 – M_u/M_y vs. λ_D para vigas (a) SCA (b) SCB e apresentação da curva codificada e proposta (MARTINS *et al.*, 2017a).

O platô inicial da curva normativa do MRD foi mantido pelos autores que buscaram seguir a curva “tipo-Winter”. Segundo MARTINS *et al.* (2017a), os parâmetros presentes na curva codificada ($b=c=0,5$) são insuficientes para abranger a variedade de geometrias e condições de apoio usuais, com isso buscaram incrementar mais um parâmetro na expressão, o que a fez produzir resultados mais satisfatórios. A seguir apresenta-se a curva proposta por MARTINS *et al.* (2017a) e na Tabela 2.1 os valores dos parâmetros a , b e c :

$$M_{nD}^* = \begin{cases} M_y + (1 - C_{yd}^{-2})(M_p - M_y) & \lambda_D \leq 0,673 \\ (1 - a\lambda_D^{-b}) \lambda_D^{-c} M_y & \lambda_D > 0,673 \end{cases} \quad (2.11)$$

Tabela 2.1 – Valores para as constantes da curva proposta em MARTINS *et al.* (2017a).

Seções	SCA			SCB		
	a	b	c	a	b	c
U_e	0,2468	1,7595	1,7274	0,2363	1,5502	1,4488
Z	0,2937	1,3041	1,7113	0,2320	1,2962	1,2385
Cartola (M na maior inércia)	0,2477	1,7567	1,7339	0,1980	1,8254	1,3238
Cartola (M na menor inércia)	0,2741	1,6831	1,9268	0,2963	1,6222	2,0915

DEPOLLI *et al.* (2018) expuseram uma investigação numérica sobre o comportamento de flambagem e pós-flambagem (elástica e elasto-plástica) e de resistência última, via MRD, devido a notável necessidade de se analisar vigas sujeitas à flexão não-uniforme sob o modo de falha distorcional até então não contempladas pela curva normativa do MRD. Pode-se argumentar que a curva tem alcance limitado, uma vez que envolve exclusivamente vigas submetidas a flexão uniforme e não-uniforme com baixos valores de esbeltez apesar do estudo numérico/experimental realizado por YU & SCHAFER (2005) — que contemplava barras sujeitas a gradientes de momento limitadas a baixos valores de índice de esbeltez, onde as expressões normativas se mostram seguras e precisas — e da contribuição dos outros estudos citados anteriormente nesta revisão bibliográfica realizados com o intuito de aprimorar a curva codificada do MRD para a maioria dos casos práticos.

Com os objetivos de avaliarem a precisão e a segurança das recomendações da curva codificada do MRD presente na AISI (2016) e da curva proposta por MARTINS *et al.* (2017a), DEPOLLI *et al.* (2018) analisaram 1200 vigas do tipo *U* enrijecido, para as mesmas condições de apoio consideradas por MARTINS *et al.* (2017a): (i) totalmente livres (*SCA*) ou (ii) totalmente impedidos (*SCB*). Foram selecionadas (i) 15 geometrias, (ii) 8 valores de tensões de escoamento e (iii) 5 gradientes de momento que foram $\psi=1, 0, 0,5, 0, -0,5, -1, 0$ — sendo $\psi = M_1/M_2$, onde $M_2 \approx$ “constante” e $M_1 = \psi \cdot M_2$ e podem ser observados na Figura 2.16.

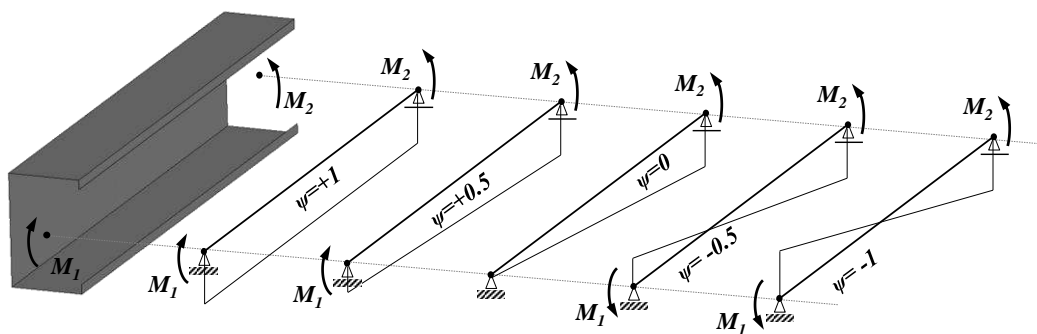


Figura 2.16 – Valores dos gradientes de momento (ψ) utilizados e seus respectivos diagramas (DEPOLLI *et al.*, 2018).

Para seleção das geometrias, os autores utilizaram o programa *GBTul* (BEBIANO *et al.*, 2010b), que forneceu os momentos e comprimentos críticos, os quais deveriam, sempre que possível, corresponder à formação de uma semi-onda e possuir o respectivo momento crítico distorcional o mais abaixo possível do momento crítico local.

Além disso, tentaram manter a soma da participação modal dos modos 5 e 6 próximo/maior que 80%. As análises de flambagem — a fim de estabelecer a comparação do valor do momento crítico obtido por meio da GBT com o MEF — e pós-flambagem elástica e elasto-plástica foram executadas via MEF através do programa ANSYS (2009). Ainda no que diz respeito à análise de pós-flambagem elasto-plástica, a imperfeição geométrica inicial foi aplicada a fim de fechar a seção, pois como já confirmado por outros pesquisadores, nos casos de vigas submetidas à flexão essa forma leva à configuração deformada mais desfavorável.

Com os resultados das análises de pós-flambagem, DEPOLLI *et al.* (2018) fez o dimensionamento por meio da curva codificada do MRD e da proposta por MARTINS *et al.* (2017a) e confirmou a influência da condição de apoio sobre o comportamento de pós-flambagem e na resistência última das vigas analisadas — as vigas analisadas SCB exibiram uma maior rigidez e resistência, devido à restrição do empenamento e das rotações nas seções de extremidades. Em relação ao carregamento, DEPOLLI *et al.* (2018) confirmaram que o gradiente de momento afeta consideravelmente as características de rigidez e de resistência na pós-flambagem das vigas, onde a situação de $\psi = -1$ apresenta os maiores valores. Ainda sobre a influência de ψ , para ambas as condições de apoio, as curvas de resistência de pós-flambagem tiveram seus valores aumentados conforme a sequência de gradientes de momento $\psi = +1 \rightarrow +0,5 \rightarrow 0 \rightarrow -0,5 \rightarrow -1$, como reportado por YU & SCHAFER (2005).

Sobre a curva normativa do MRD, DEPOLLI *et al.* (2018) confirmaram a insegurança na utilização para situações em que a esbeltez é moderada e alta ($\lambda_D \geq 1,5$). Além disso, observaram que a curva tende a superestimar mais ou menos conforme o valor de ψ , sendo essa superestimação particularmente mais severa para os casos de apoio SCA com $\psi \neq 1$, como mostra a Figura 2.17.

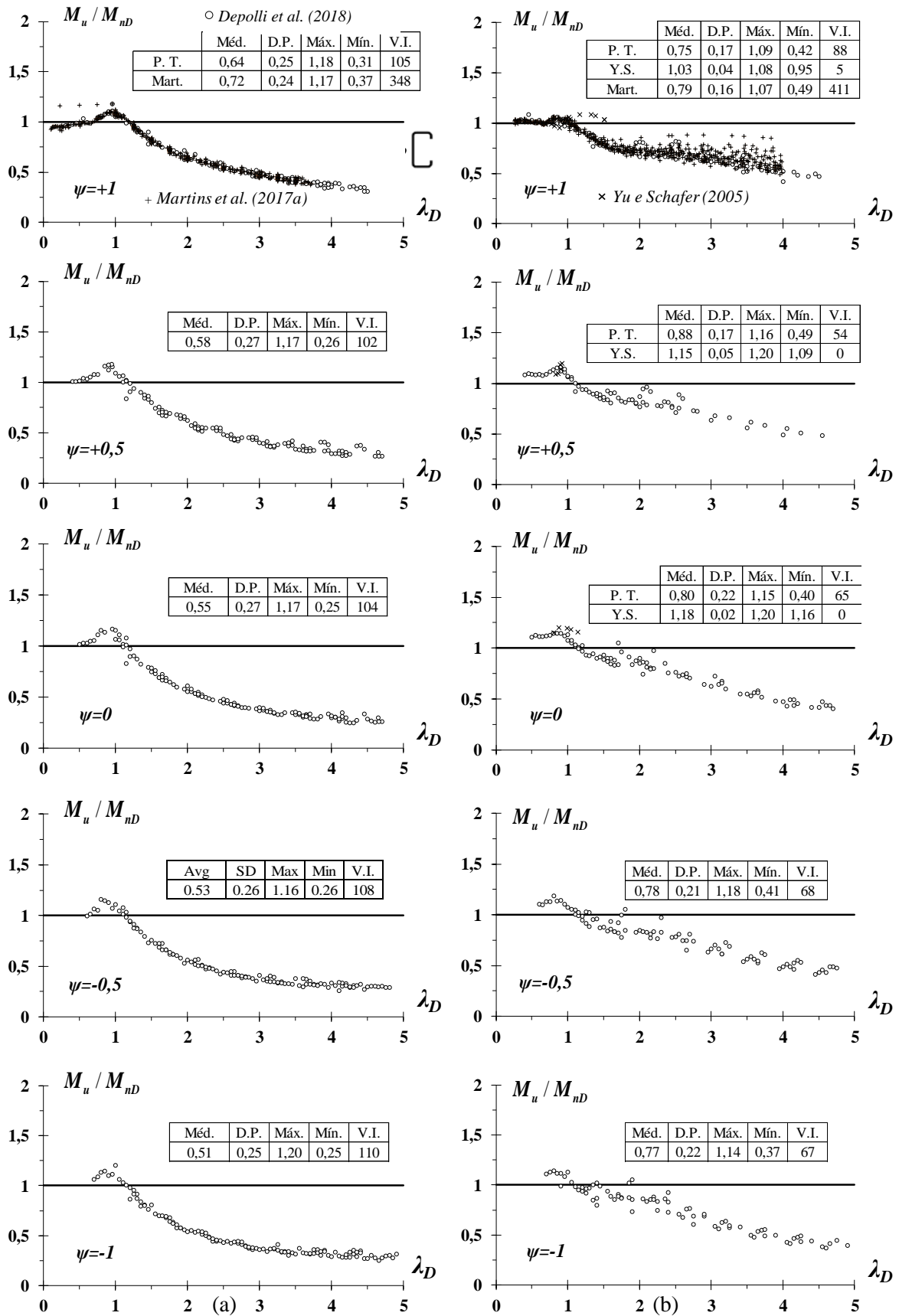


Figura 2.17 - M_u/M_{nD} vs. λ_D para as vigas (a) SCA e (b) SCB, com $\psi=1, 0,5, 0, -0,5, -1$ (DEPOLLI et al., 2018).

A

Figura 2.18 mostra que, ao comparar os resultados da pesquisa com a curva do MRD e com a curva proposta por MARTINS *et al.* (2017a), DEPOLLI *et al.* (2018) constatou que esta última é mais adequada para estimar os momentos últimos, se comparada com a codificada, porém, continuou a superestimar os resultados para os casos em que $\psi \neq 1$.

Dessa forma, os autores sugeriram ajustes nos parâmetros “a” e “c” da curva proposta por MARTINS *et al.* (2017a) onde, para os casos SCA os novos parâmetros (“a₁” e “c₁”) são função do gradiente de momento ψ , enquanto que para as barras SCB “a₁” e “c₁” são constantes. Os ajustes propostos por DEPOLLI *et al.* (2018) são mostrados através das Equações (2.13), (2.14) e (2.15) a seguir.

$$M_{nD}^{**} = \begin{cases} M_y + (1 - C_{yd}^{-2})(M_p - M_y) & \lambda_D \leq 0,673 \\ (1 - a_1 \lambda_D^{-b}) \lambda_D^{-c_1} M_y & \lambda_D > 0,673 \end{cases} \quad (2.13)$$

Para o caso SCA tem-se que,

$$a_1 = 0,50(1 - (0,673)^{c_1}) \quad (2.14)$$

$$c_1 = -0,052 \psi^2 - 0,082 \psi + 1,884 \quad (2.15)$$

Já nos casos SCB, os parâmetros valem $a_1 = 0,24$ e $c_1 = 1,48$.

Destaca-se que apesar dessa modificação a curva proposta permaneceu praticamente inalterada para as vigas com carregamento uniforme ($\psi=1$) para os casos SCA e para $\lambda_D \leq 0,673$ (SCA e SCB). Estes simples ajustes apresentaram melhora nos resultados (

Figura 2.19) em relação às contrapartes (Figura 2.17 e

Figura 2.18).

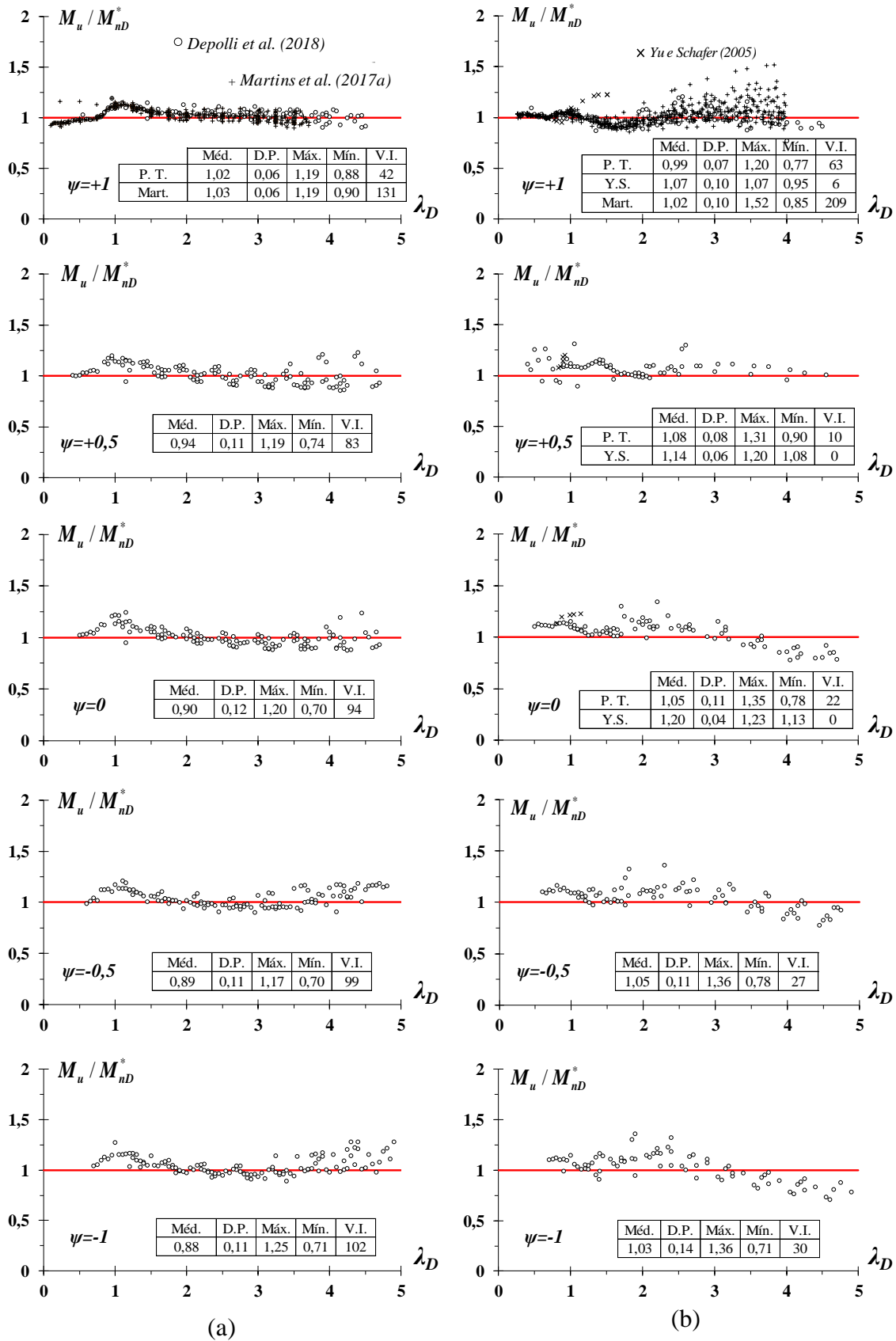


Figura 2.18 - M_u / M_{nd}^* vs. λ_D para vigas (a) SCA e (b) SCB, com $\psi = 1, 0,5, 0, -0,5, -1$ (DEPOLLI *et al.*, 2018).

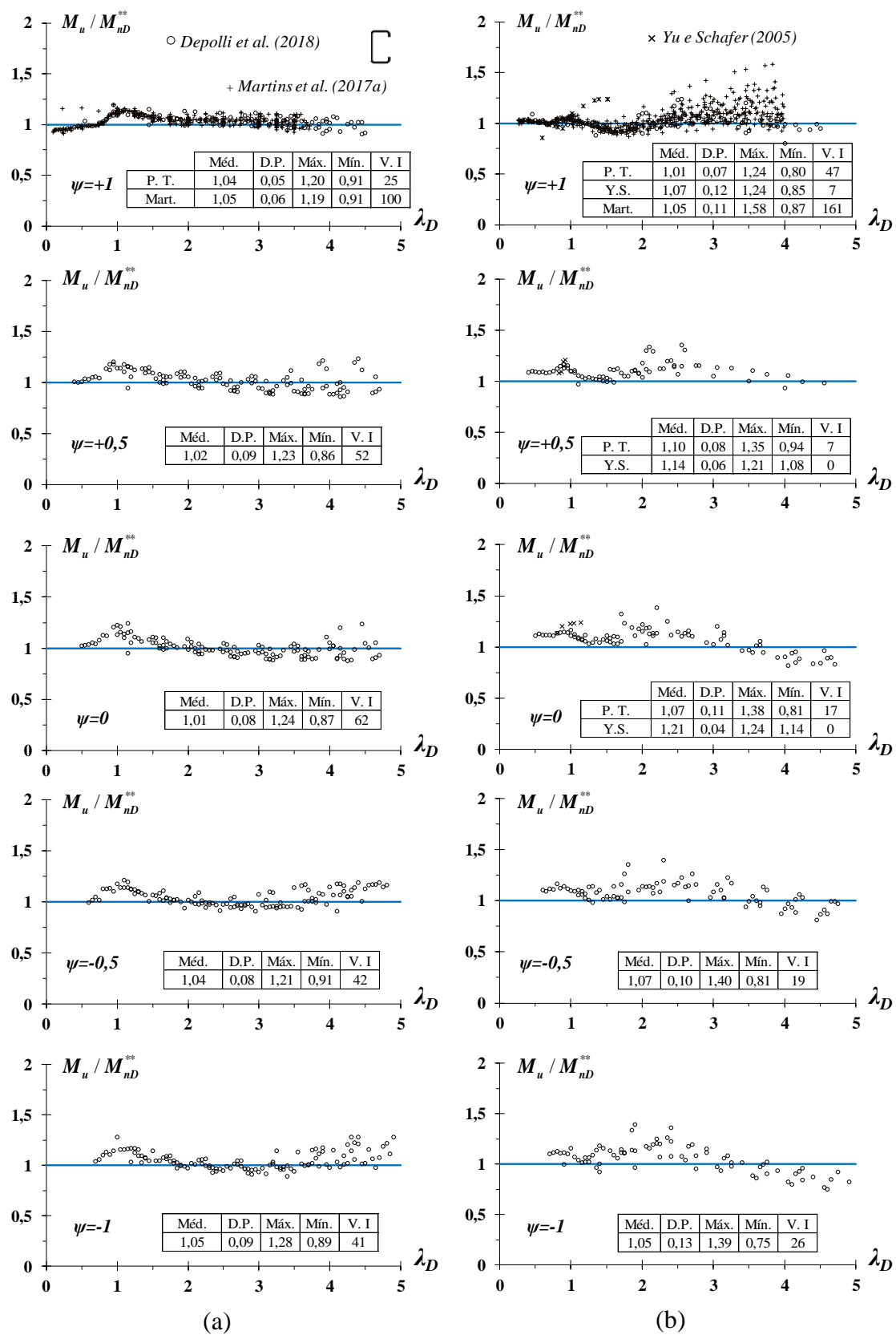


Figura 2.19 - M_u / M_{nd}^{**} vs. λ_D para as vigas (a) SCA e (b) SCB com $\psi = 1, 0,5, 0, -0,5, -1$ (DEPOLLI *et al.*, 2018).

A Figura 2.20 apresenta o traçado das três curvas apresentadas anteriormente (i) a codificada, (M_{nD}), linha preta - AISI (2016), (ii) a proposta por MARTINS *et al.* (2017a) (M_{nD}^*) - linha vermelha e (iii) a ajustada por DEPOLLI *et al.* (2018) (M_{nD}^{**}) - linha azul.

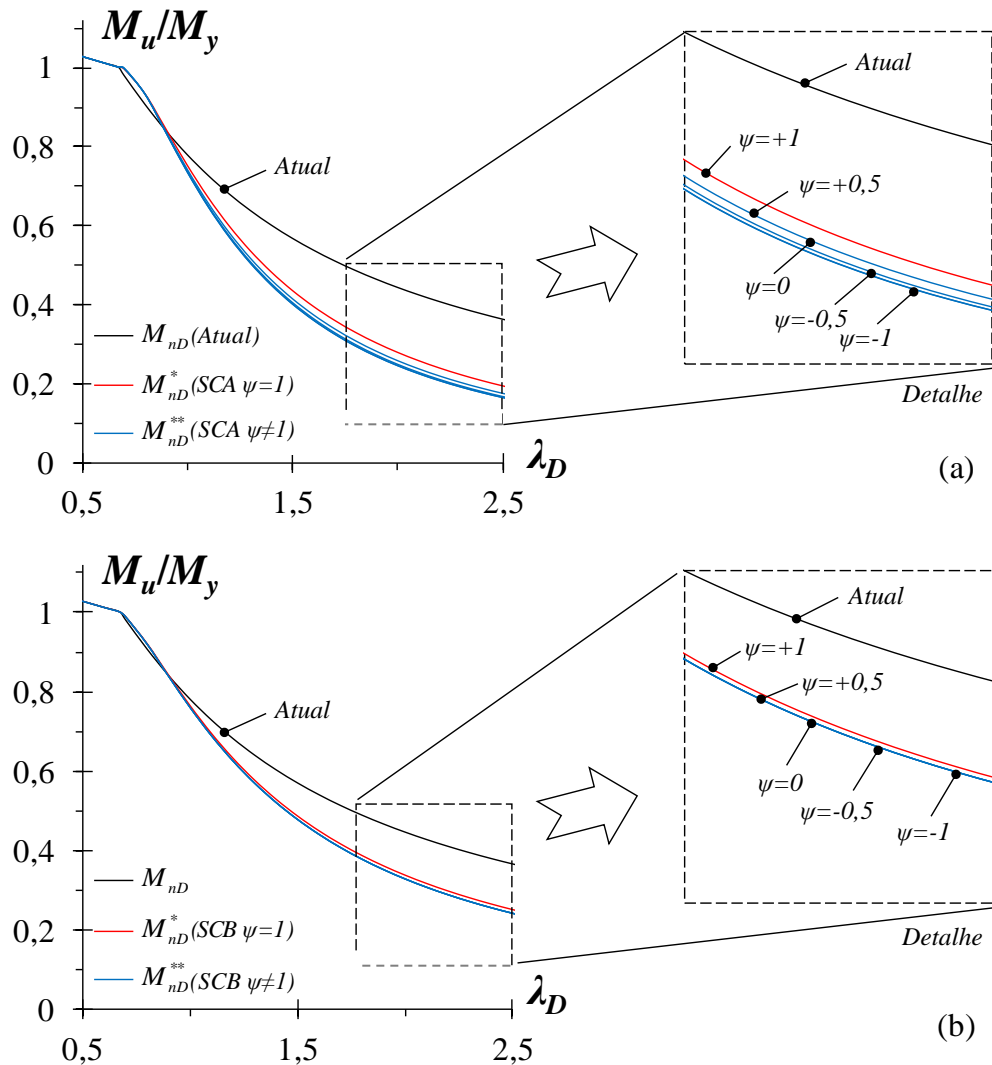


Figura 2.20 – Comparação entre: curva normativa (M_{nD}), curva proposta (M_{nD}^*) e curva ajustada (M_{nD}^{**}) para condição de apoio (a) SCA e (b) SCB (DEPOLLI *et al.*, 2018).

Portanto, a contribuição desta pesquisa é verificar a universalidade da curva codificada, assim como das curvas propostas por MARTINS *et al.* (2017) e DEPOLLI *et al.* (2018), para vigas Z sujeitas à flexão não-uniforme sob o modo de falha distorcional que até então não são contempladas pela curva codificada do MRD (AISI 2016). Além de dar motivação para a busca contínua de um método eficiente via MRD para PFF sob modo de falha distorcional.

3 Análise de Flambagem

Neste capítulo são apresentados os métodos e critérios adotados para o procedimento de seleção das vigas junto aos principais resultados das análises de flambagem. Adicionalmente são apresentadas as propriedades dos materiais, as propriedades geométricas das seções, os carregamentos e condições de apoios, os comprimentos adotados, bem como são ilustradas curvas de momento crítico normalizado *versus* comprimento. Além disso, discute-se sobre a participação modal dos modos de deformação mais relevantes, sobre a influência das condições de apoio e dos gradientes de momento.

3.1 Seleção da Geometria das Vigas

Inicialmente foram definidas as geometrias e propriedades dos perfis. Foram adotados perfis de seção Z (ponto-simétricos), simples e enrijecidos a 90° , cujas dimensões das seções transversais foram selecionadas a partir de dimensões encontradas nas pesquisas de MARTINS *et al.* (2017a) e DEPOLLI *et al.* (2018).

Foram analisadas *duas* diferentes condições de contorno de extremidade, assim como adotado por MARTINS *et al.* (2017a) e DEPOLLI *et al.* (2018), sendo elas nomeadas de (i) apoio tipo A (*SCA – Suport Condition A*) cuja flexão é livre em torno dos eixos de maior e menor inércia, a torção é impedida e o empenamento é livre (deslocamento longitudinal) e (ii) apoio tipo B (*SCB - Suport Condition B*) cuja flexão é livre em torno dos eixos de maior e menor inércia e as rotações e empenamento são impedidos.

Os perfis com seção transversal Z enrijecido (Z_e) foram investigados sob a condição de flexão oblíqua — devido à direção dos seus eixos principais já que são seções ponto-simétricas — não-uniforme.

Em relação ao carregamento, foram aplicados momentos fletores não-uniformes nas extremidades das barras, possibilitando encontrar os diferentes modos de flambagem e seus respectivos momentos críticos. Como pode ser visto na Figura 3.1, *três* diagramas de momento foram considerados, sendo eles $\psi = 1, 0, -1$ (inclui o de flexão uniforme para

comparação). Neste caso, ψ representa a relação entre os momentos aplicados nas extremidades. Portanto, $\psi = M_i/M_f$ e sendo M_f constante, tem-se que $M_i = \psi M_f$.

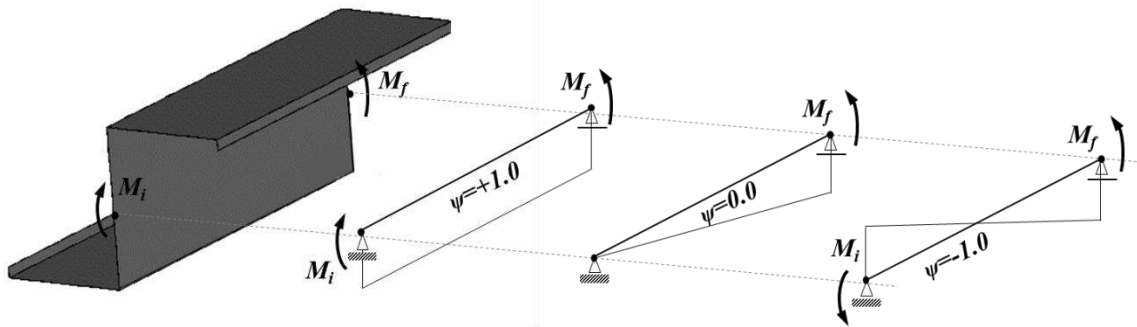


Figura 3.1 – Diagramas de momento fletor com seus respectivos gradientes (ψ) aplicados.

Para a etapa de seleção das geometrias, utilizou-se o programa *GBTul* (BEBIANO *et al.*, 2010b) para desenvolvimento das análises de flambagem, seguido pela validação dos resultados no programa de elementos finitos *ANSYS* (2009). Nesta etapa, os seguintes critérios foram pré-estabelecidos:

- (i) Os momentos de flambagem para as vigas Z_e foram calculados com propriedades dos materiais igual a: (i₁) $E=210\text{ GPa}$ (módulo de elasticidade do aço) e (i₂) $\nu=0,3$ (coeficiente de *Poisson* do aço).
- (ii) Seleção de vigas com flambagem distorcional “pura” e falha através do modo distorcional. Este critério é atingido, garantindo que a tensão crítica de flambagem (ii₁) seja nitidamente distorcional (participação modal superior a 80%, preferencialmente) e (ii₂) esteja abaixo das menores tensões de bifurcação entre os modos local e global.
- (iii) Dimensões de seções transversais associadas a modos de falhas distorcionais “puros” para as *três* condições de carregamento e as *duas* condições de extremidade tratadas aqui. Comprimentos associados ao momento crítico distorcional referente à formação de uma semi-onda (sempre que possível), sendo adotado o menor comprimento crítico que atenda as condições anteriores.

Atendendo aos critérios descritos acima, a Tabela 3.1 apresenta os dados da etapa de seleção preliminar com as 15 dimensões de seção transversal adotadas e suas respectivas propriedades geométricas: área (A), módulo de resistência elástico (S) e módulo de resistência plástico (Z). A Figura 3.2 apresenta a nomenclatura adotada para os elementos da seção transversal das vigas.

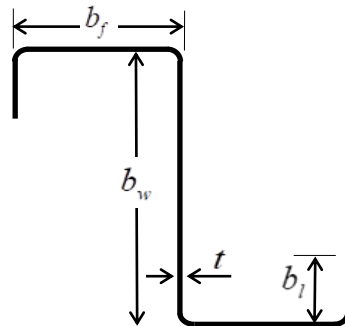


Figura 3.2 – Nomenclatura dos elementos da seção transversal das vigas.

Tabela 3.1 – Propriedades geométricas das seções selecionadas.

Vigas	b_w (mm)	b_f (mm)	b_l (mm)	t (mm)	Área (cm ²)	S (cm ³)	Z (cm ³)
Z01	75	65	5	2	4,3	15,6	16,5
Z02	90	75	6,25	1,8	4,5	19,4	20,5
Z03	120	75	10	3	8,7	42,8	46,3
Z04	120	80	10	2,5	7,5	38,0	41,0
Z05	130	80	10	3	9,3	49,1	53,2
Z06	135	75	10	2,7	8,2	43,1	47,1
Z07	135	85	10	2,8	9,1	50,3	54,5
Z08	140	100	10	2,5	9,0	54,9	58,7
Z09	150	80	10	2,5	8,3	47,0	51,6
Z10	150	100	10	2,5	9,3	58,3	62,7
Z11	150	120	10	3,5	14,4	99,5	105,5
Z12	160	100	10	2,2	8,4	54,4	58,8
Z13	165	85	10	2,4	8,5	52,5	57,8
Z14	225	90	12	2,9	12,4	94,9	107,1
Z15	275	110	13	3	15,6	145,3	163,9

3.2 Análise de participação modal

A seguir, as Tabelas 3.2-3.4 apresentam os resultados complementares à etapa de seleção preliminar (Tabela 3.1) para as 15 geometrias selecionadas e para as duas condições de apoio adotadas (*SCA* e *SCB*), sendo eles:

- (i) Comprimento crítico associado à flambagem distorcional (L_D).
- (ii) Momento crítico de flambagem distorcional correspondente (M_{crD}).
- (iii) Relações do M_{crD} com os momentos mínimos de bifurcação local (M_{crL}) e global (M_{crG}).
- (iv) Número de semi-ondas (n_D).
- (v) Percentual de participação distorcional representado pelos modos de deformação 5 e 6 (P_{dist}).
- (vi) Percentual de participação local representada pelos modos de deformação de 7 a 10 (P_{local}).
- (vii) Participação de outros modos de deformação (P_{outros}).

Tabela 3.2 – Comprimentos e momentos críticos de flambagem distorcional e suas relações, nº de semi-ondas e participação modal ($\psi=1$).

Viga	SCA								SCB							
	L_D (cm)	M_{crD} (kNcm)	$\frac{M_{crL}}{M_{crD}}$	$\frac{M_{crG}}{M_{crD}}$	n_D	P_{dist} (%)	P_{local} (%)	P_{outros} (%)	L_D (cm)	M_{crD} (kNcm)	$\frac{M_{crL}}{M_{crD}}$	$\frac{M_{crG}}{M_{crD}}$	n_D	P_{dist} (%)	P_{local} (%)	P_{outros} (%)
Z01	20	384,22	4,19	75,79	1	89,50	9,69	0,80	35	537,27	3,03	40,11	1	85,31	12,10	2,59
Z02	30	355,65	3,17	63,14	1	92,38	6,95	0,67	45	508,54	2,25	44,47	1	86,22	11,94	1,83
Z03	30	2065,35	3,28	32,83	1	94,49	4,80	0,67	50	2963,44	2,33	18,66	1	90,50	7,23	2,25
Z04	35	1286,75	2,81	36,95	1	94,38	5,00	0,61	60	1863,73	1,97	19,67	1	89,78	8,00	2,21
Z05	35	2060,95	3,31	31,53	1	95,45	3,87	0,65	55	2949,67	2,36	20,21	1	90,95	7,01	2,03
Z06	35	1745,87	3,09	30,91	1	95,72	3,65	0,60	55	2519,99	2,18	19,65	1	91,08	7,07	1,85
Z07	35	1712,52	3,16	42,82	1	94,80	4,68	0,51	60	2458,98	2,23	22,99	1	90,83	7,37	1,82
Z08	45	1185,87	2,82	50,04	1	95,11	4,40	0,46	70	1709,77	2,00	32,50	1	90,40	8,15	1,41
Z09	40	1498,20	2,94	34,59	1	96,19	3,28	0,51	60	2159,43	2,07	24,16	1	91,36	7,19	1,44
Z10	45	1234,94	2,87	53,90	1	95,28	4,30	0,40	70	1782,75	2,03	34,96	1	90,75	7,99	1,25
Z11	40	2357,76	3,72	73,39	1	94,49	5,11	0,37	70	3168,45	2,86	40,34	1	92,14	6,52	1,33
Z12	45	960,94	2,63	67,68	1	94,80	4,84	0,34	75	1396,68	1,85	37,99	1	90,59	8,29	1,09
Z13	40	1377,18	2,89	47,78	1	95,94	3,65	0,39	65	1995,13	2,03	28,30	1	91,59	7,22	1,16
Z14	45	2989,77	2,81	39,49	1	95,71	3,87	0,40	75	4296,91	2,00	22,42	1	92,22	6,84	0,91
Z15	55	3362,79	2,74	52,60	1	96,12	3,54	0,32	95	4822,18	1,95	27,87	1	92,60	6,62	0,75

Tabela 3.3 – Comprimentos e momentos críticos de flambagem distorcional e suas relações, n° de semi-ondas e participação modal ($\psi=0$).

Viga	SCA								SCB							
	L_D (cm)	M_{crD} (kNcm)	$\frac{M_{crL}}{M_{crD}}$	$\frac{M_{crG}}{M_{crD}}$	n_D	P_{dist} (%)	P_{local} (%)	P_{outros} (%)	L_D (cm)	M_{crD} (kNcm)	$\frac{M_{crL}}{M_{crD}}$	$\frac{M_{crG}}{M_{crD}}$	n_D	P_{dist} (%)	P_{local} (%)	P_{outros} (%)
Z01	25	579,35	3,22	59,75	1	85,18	13,47	1,35	35	856,43	2,52	47,22	1	80,08	17,17	2,78
Z02	40	524,78	2,46	44,72	1	86,71	12,08	1,19	45	822,12	1,82	51,62	1	80,74	17,19	2,05
Z03	45	3065,04	2,53	18,29	1	90,02	8,65	1,30	55	4607,61	1,89	18,62	1	84,75	12,67	2,56
Z04	55	1894,34	2,19	18,90	1	89,77	8,89	1,31	60	2948,76	1,58	23,33	1	84,02	13,70	2,26
Z05	50	3034,55	2,58	19,51	1	90,24	8,53	1,21	60	4533,24	1,93	20,74	1	85,15	12,60	2,25
Z06	50	2590,24	2,39	18,98	1	89,92	8,93	1,12	60	3876,70	1,78	20,14	1	83,98	13,90	2,08
Z07	50	2560,25	2,41	26,08	1	90,34	8,70	0,94	65	3772,14	1,83	23,98	1	85,19	12,83	1,97
Z08	65	1738,10	2,22	30,41	1	90,40	8,67	0,90	75	2639,35	1,64	34,42	1	85,14	13,18	1,68
Z09	55	2214,65	2,27	23,00	1	89,96	9,09	0,92	65	3330,59	1,68	25,06	1	83,64	14,66	1,69
Z10	60	1843,47	2,21	37,73	1	90,52	8,75	0,72	75	2762,91	1,66	36,89	1	85,21	13,29	1,50
Z11	50	3562,74	2,88	57,73	1	91,59	7,73	0,68	75	4898,80	2,39	42,66	1	88,61	9,83	1,53
Z12	70	1418,02	2,06	35,22	1	90,21	9,05	0,72	75	2214,78	1,47	44,97	1	83,84	14,88	1,27
Z13	60	2041,38	2,23	26,62	1	89,91	9,27	0,78	70	3068,36	1,65	29,79	1	83,34	15,20	1,45
Z14	70	4381,25	1,99	20,69	1	88,18	10,98	0,82	85	6258,74	1,55	22,49	2	80,24	18,53	1,20
Z15	85	4929,66	1,94	27,91	1	89,01	10,27	0,70	110	6851,74	1,57	27,46	2	82,72	16,29	0,95

Tabela 3.4 – Comprimentos e momentos críticos de flambagem distorcional e suas relações, n° de semi-ondas e participação modal ($\psi=-1$).

Viga	SCA								SCB							
	L_D (cm)	M_{crD} (kNcm)	$\frac{M_{crL}}{M_{crD}}$	$\frac{M_{crG}}{M_{crD}}$	n_D	P_{dist} (%)	P_{local} (%)	P_{outros} (%)	L_D (cm)	M_{crD} (kNcm)	$\frac{M_{crL}}{M_{crD}}$	$\frac{M_{crG}}{M_{crD}}$	n_D	P_{dist} (%)	P_{local} (%)	P_{outros} (%)
Z01	35	641,30	3,06	40,79	1	81,89	16,41	1,71	45	1073,67	2,22	39,96	1	76,84	21,07	2,09
Z02	50	585,14	2,37	37,98	1	83,85	14,77	1,35	70	934,36	1,81	32,93	1	78,25	19,97	1,78
Z03	60	3388,02	2,44	13,80	1	87,45	10,97	1,57	95	4954,76	2,01	10,20	1	84,11	13,88	1,96
Z04	60	2176,58	2,04	20,45	1	86,20	12,55	1,25	80	3582,51	1,50	18,95	1	80,09	18,20	1,70
Z05	50	3604,82	2,10	24,28	1	84,79	14,04	1,14	100	4956,80	2,03	12,00	1	84,35	13,90	1,72
Z06	60	2931,24	2,08	17,24	1	85,76	12,94	1,26	90	4437,72	1,76	9,71	1	81,13	17,19	1,67
Z07	55	2973,00	2,14	27,45	1	85,27	13,68	1,04	95	4388,55	1,81	16,93	1	82,78	15,74	1,45
Z08	65	2032,98	2,04	38,43	1	86,15	12,92	0,92	100	3208,38	1,57	21,00	1	82,33	16,32	1,33
Z09	55	2621,75	1,56	28,71	1	85,27	13,76	0,95	100	3760,42	1,67	16,45	1	80,37	18,15	1,48
Z10	65	2133,07	2,04	41,07	1	85,60	13,53	0,85	120	3084,23	1,71	22,65	1	83,42	15,35	1,21
Z11	50	4402,94	2,46	69,05	1	84,68	14,27	1,05	90	6625,73	1,98	14,22	1	85,61	13,19	1,17
Z12	70	1659,51	1,85	44,48	1	84,66	14,52	0,83	85	2823,95	1,29	48,13	1	73,40	25,03	1,54
Z13	70	2319,02	1,76	25,46	1	84,61	14,37	1,04	95	3627,64	1,44	23,99	1	76,06	22,51	1,39
Z14	100	4663,40	1,55	14,11	1	85,92	13,08	0,99	150	6557,96	1,50	12,10	2	80,21	18,28	1,51
Z15	130	5178,86	1,62	16,82	2	86,95	12,22	0,81	190	7280,29	1,53	15,20	2	82,48	16,29	1,18

É importante observar que, para as vigas analisadas, o primeiro momento de flambagem “não-distorcional” corresponde à flambagem local, visto que a relação M_{crL}/M_{crD} varia entre 1,55 – 4,19 para vigas *SCA* e 1,29 – 3,03 para vigas *SCB*, enquanto o primeiro momento de flambagem global é maior – de fato, observa-se que a relação M_{crG}/M_{crD} varia entre 13,80 – 75,79 (*SCA*) e 9,71 – 51,62 (*SCB*). Observa-se ainda que as relações do M_{crD} com os momentos mínimos de bifurcação local (M_{crL}) e global (M_{crD}) foram, na maioria dos casos, superiores a 1,5, evitando assim que a participação modal local e global influenciasse na análise de pós-flambagem distorcional que será discutida no Capítulo 4. Além disso, os resultados mostram que a participação percentual total dos modos distorcionais (5-6) é em média 7 vezes maior que os outros modos ($P_{local} + P_{outros}$).

Dessa forma, as Tabelas 3.2-3.4 apresentadas anteriormente, permitem as seguintes conclusões acerca da avaliação dos resultados:

- (i) Predominância de participação modal referente aos modos distorcionais (5-6) para as vigas analisadas. Os menores valores encontrados foram 81,89% para a viga *Z01* (*SCA*) e 73,4% para a viga *Z12* (*SCB*). Os maiores valores correspondem a 96,19% para a viga *Z09* (*SCA*) e 92,6% para a viga *Z15* (*SCB*).
- (ii) A variação da participação modal referente aos modos locais (7-10) é 3,28% a 16,41% para condição *SCA* e 6,52% a 25,03% para condição *SCB*.
- (iii) A participação modal distorcional (5-6) apresenta média de 89,81% para a condição *SCA* e 84,99% para a condição *SCB*.
- (iv) A participação modal local (7-10) apresenta média de 9,30% para condição *SCA* e 13,35% para a condição *SCB*.
- (v) A média da participação modal para os demais modos locais (10 – *em diante*) corresponde a 0,87% para condição *SCA* e 1,65% para a condição *SCB*, sendo irrelevante a influência sobre o comportamento das vigas.

A Figura 3.3, apresentada a seguir, traz a representação dos modos de flambagem e suas respectivas participações modais para a viga *Z15*, $\psi=0$ e condição de apoio *SCB*.

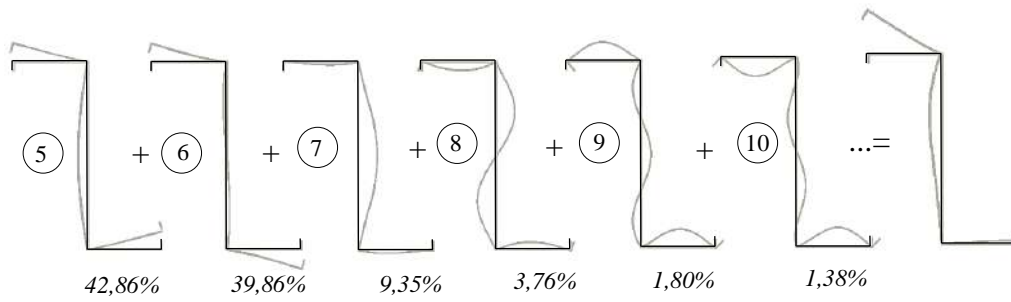


Figura 3.3 – Participação modal da viga *Z15* para $\psi=0$ e condição de apoio *SCB*.

3.3 Análise dos gradientes de momento (ψ)

As curvas da Figura 3.4 mostram a variação do momento crítico (M_{cr}) com o comprimento L (em escala logarítmica) para ambas as condições de apoio (SCA e SCB) e para cada gradiente de momento (ψ) considerado para viga $Z01$.

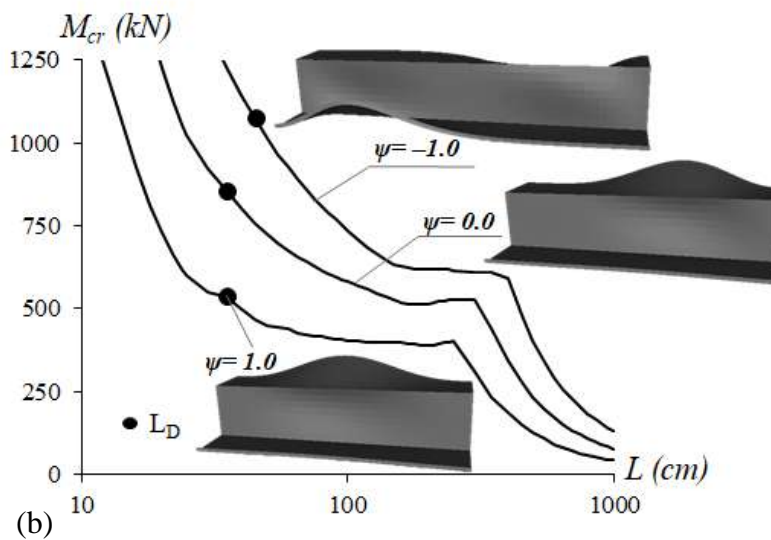
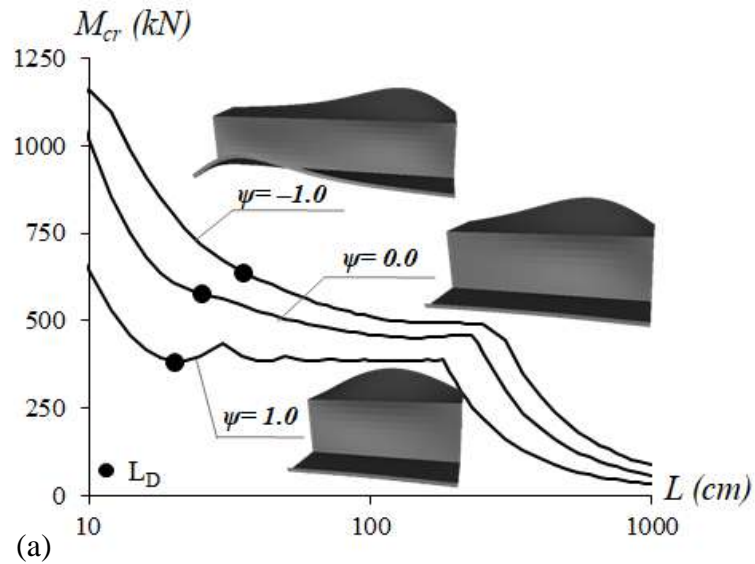


Figura 3.4 – Curva de assinatura (M_{cr} vs. L) para $Z01$ e diferentes valores de ψ , (a) SCA e (b) SCB .

Com o auxílio das Figuras 3.4 (a,b) pode-se constatar que:

- (i) Os comprimentos adotados para as vigas são aqueles associados à maior participação do modo de falha distorcional no colapso e que levam ao momento crítico de flambagem distorcional tão distante quanto possível daquelas associadas à flambagem local e global.
- (ii) Observa-se que para as vigas *SCA* o ponto que caracteriza o comprimento de flambagem distorcional está localizado num “vale” da curva de assinatura, o que não ocorre necessariamente para as vigas *SCB*.
- (iii) Observa-se que as curvas estão separadas por uma distância uniforme entre si ao longo do comprimento para ambas as condições de apoio.
- (iv) As curvas de assinatura apresentam a sequência da mais baixa para a mais alta, $\psi = +1 \rightarrow 0 \rightarrow -1$, assim como reportado por DEPOLLI *et al.* (2018).
- (v) As vigas sem gradiente de momento ao longo do comprimento ($\psi = +1$) e com gradiente de momento $\psi = 0$, apresentam uma semi-onda, porém no primeiro caso a curvatura apresenta-se simples, já no segundo caso a semi-onda se forma próximo à aplicação do máximo momento fletor. No entanto, as vigas sujeitas a $\psi = -1$ apresentam curvatura dupla, uma para cada mesa comprimida.

Este comportamento foi observado nas vigas analisadas no presente trabalho. Como descrito anteriormente, os comprimentos das vigas associados ao momento crítico de flambagem distorcional são apresentados nas Tabelas 3.2-3.4.

A Tabela 3.5 e a Tabela 3.6, assim como as Figura 3.5 (a,b), mostradas a seguir, apresentam a variação do momento crítico distorcional em função dos gradientes de momento. O \bar{m} representa a relação entre os momentos críticos distorcionais (M_{crD}) — para momentos não-uniformes ao longo do comprimento ($\psi \neq 1$) — e o momento crítico distorcional quando não há variação do momento ao longo do comprimento ($\psi = 1$).

Tabela 3.5 – Variação do momento crítico distorcional (\bar{m}) em função de ψ para condição de apoio SCA.

Vigas	SCA				
	M_{crD} (kNcm)			\bar{m}	
	$\psi=1$	$\psi=0$	$\psi=-1$	$\psi=0$	$\psi=-1$
Z01	384	579	641	1,508	1,669
Z02	356	525	585	1,476	1,645
Z03	2065	3065	3388	1,484	1,640
Z04	1287	1894	2177	1,472	1,692
Z05	2061	3035	3605	1,472	1,749
Z06	1746	2590	2931	1,484	1,679
Z07	1713	2560	2973	1,495	1,736
Z08	1186	1738	2033	1,466	1,714
Z09	1498	2215	2622	1,478	1,750
Z10	1235	1843	2133	1,493	1,727
Z11	2358	3563	4403	1,511	1,867
Z12	961	1418	1660	1,476	1,727
Z13	1377	2041	2319	1,482	1,684
Z14	2990	4381	4663	1,465	1,560
Z15	3363	4930	5179	1,466	1,540

Tabela 3.6 – Variação do momento crítico distorcional (\bar{m}) em função de ψ para condição de apoio SCB.

Vigas	SCB				
	M_{crD} (kNcm)			\bar{m}	
	$\psi=1$	$\psi=0$	$\psi=-1$	$\psi=0$	$\psi=-1$
Z01	537	856	1074	1,594	1,998
Z02	509	822	934	1,617	1,837
Z03	2963	4608	4955	1,555	1,672
Z04	1864	2949	3583	1,582	1,922
Z05	2950	4533	4957	1,537	1,680
Z06	2520	3877	4438	1,538	1,761
Z07	2459	3772	4389	1,534	1,785
Z08	1710	2639	3208	1,544	1,876
Z09	2159	3331	3760	1,542	1,741
Z10	1783	2763	3084	1,550	1,730
Z11	3168	4899	6626	1,546	2,091
Z12	1397	2215	2824	1,586	2,022
Z13	1995	3068	3628	1,538	1,818
Z14	4297	6259	6558	1,457	1,526
Z15	4822	6852	7280	1,421	1,510

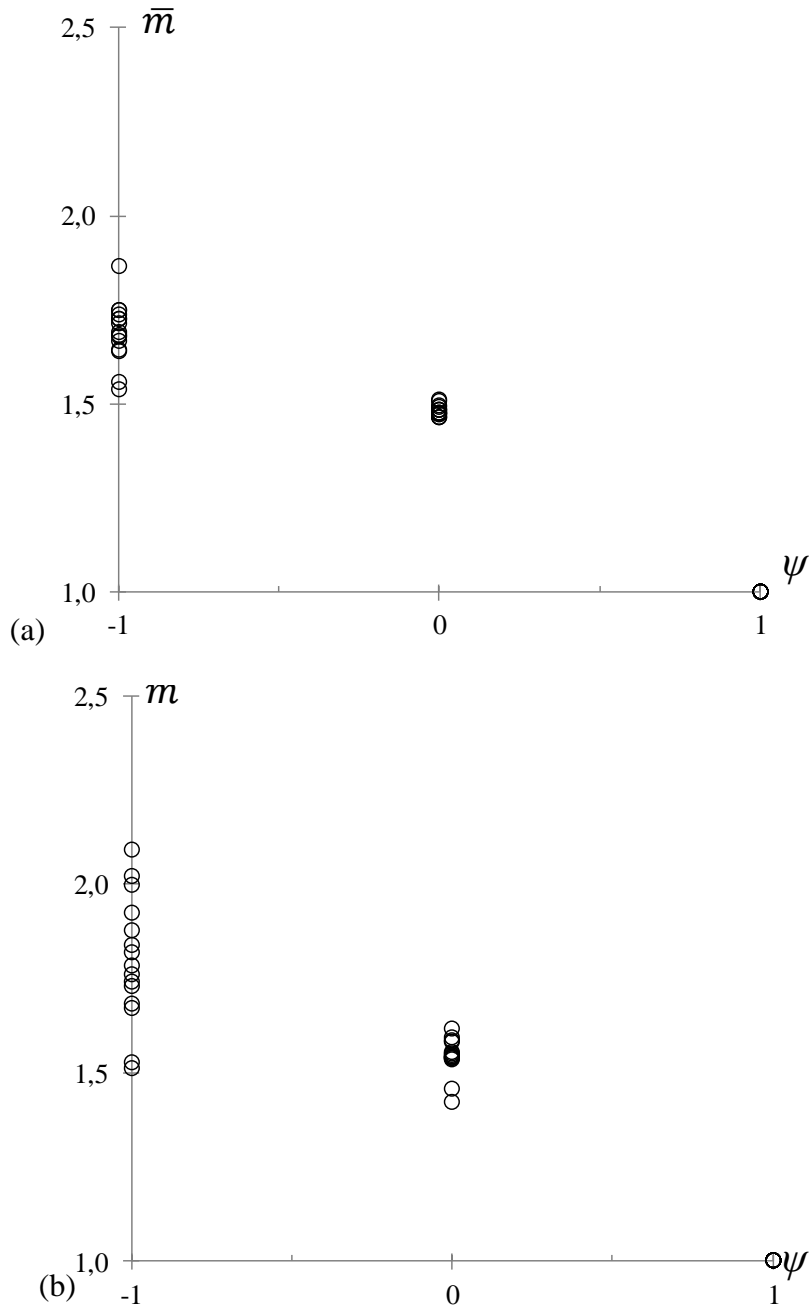


Figura 3.5 – \bar{m} vs. ψ para (a) *SCA* e (b) *SCB* para as vigas selecionadas.

Com base nos dados apresentados anteriormente, observa-se que os momentos referentes ao caso de $\psi = -1$ são em média 69% e 80% maiores que os referentes ao caso de $\psi = 1$ para as condições *SCA* e *SCB*, respectivamente. Já os momentos referentes ao caso de $\psi = 0$ são em média 48% (*SCA*) e 54% (*SCB*) maiores que os referentes ao caso de $\psi = 1$. Dessa forma, conclui-se que (i) as vigas com flexão oblíqua não-uniforme, apresentam momentos críticos distorcionais maiores quando comparado à situação de momento uniforme e (ii) a condição de apoio fixa (*SCB*) apresenta maior dispersão.

4 Análise de Pós-Flambagem, Resistência Última e MRD

Neste capítulo são apresentados e discutidos os resultados e métodos empregados nas análises não linear física e geométrica de elementos finitos, com emprego de elementos de casca. Além disso, avalia-se a influência das condições de apoio (*SCA* e *SCB*) e dos gradientes de momento (ψ) no comportamento de pós-flambagem e resistência última. O modelo adotado para investigação é discutido no item 4.1. Os resultados para o comportamento de pós-flambagem elástica são apresentados no item 4.2, enquanto a pós-flambagem inelástica é apresentada no item 4.3. Os resultados obtidos para as seções analisadas nesta pesquisa, finalmente são comparados com a curva codificada do MRD, as curvas propostas por MARTINS *et al.* (2017a) e as curvas ajustadas por DEPOLLI *et al.* (2018) no item 4.4.

4.1 Modelo numérico em elementos finitos

As análises foram executadas através do emprego de elementos de casca para obter as trajetórias de equilíbrio, as análises de pós-flambagem distorcional e os valores finais de resistência última de pós-flambagem distorcional das vigas selecionadas. Para a discretização das vigas, elementos finitos do tipo *Shell181* foram utilizados por apresentarem bons resultados em estudos anteriores (*e.g.*, MARTINS *et al.* (2017a), DEPOLLI *et al.* (2018)). Conforme nomenclatura do ANSYS (2009), *Shell181* é um tipo de elemento de casca de parede fina com deformação cisalhante transversal, integração completa, com quatro nós por elemento e seis graus de liberdade por nó. A geometria do elemento é apresentada na Figura 4.1.

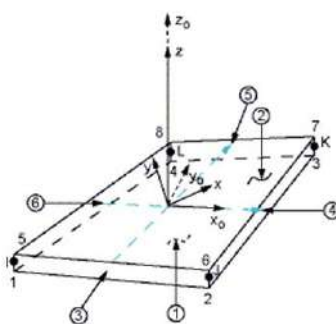


Figura 4.1 – Elemento de casca *Shell181* – ANSYS (2009).

A malha utilizada de $5\text{ mm} \times 5\text{ mm}$, ilustrada na Figura 4.2, apresentou resultados precisos e satisfatórios na consideração da eficiência computacional e na facilidade de geração da malha após testes de convergência realizados por DEPOLLI *et al.* (2018) e foi adotada nas vigas selecionadas.

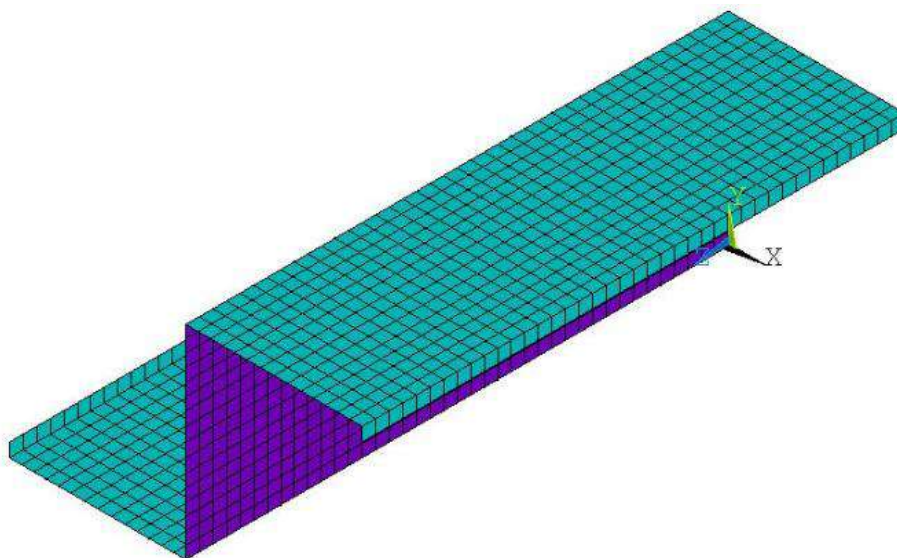


Figura 4.2 – Discretização da malha utilizada nas vigas ($5\text{ mm} \times 5\text{ mm}$).

As não linearidades físicas e geométricas de elementos finitos foram incorporadas a fim de mobilizar totalmente a capacidade resistente das vigas em questão através do programa ANSYS (2009). O comportamento do material foi simulado como perfeitamente elástico ou perfeitamente elasto-plástico (regido pelas leis constitutivas elástica ou elasto-plástica – modelo *Prandtl-Reuss*: critério de escoamento de *Von Mises* e regra de fluxo associada), com módulo de elasticidade $E = 210\text{ GPa}$, coeficiente de *Poisson* $\nu = 0,3$ e diferentes tensões de escoamento do aço f_y (ver Apêndice A).

Entre a vasta gama de tensões de escoamento consideradas neste trabalho a grande maioria é pouco convencional por serem demasiadamente altas. Contudo, a razão para se considerar estes valores de f_y está relacionada com a possibilidade de, neste caso, cobrir um campo mais amplo de esbeltezes distorcionais, não considerados por YU & SCHAFER (2005). O encruamento do aço, as tensões residuais e a geometria radial dos cantos da seção transversal não foram incluídos neste trabalho.

O carregamento aplicado compreendeu momentos fletores uniformes e não-uniformes. Nas vigas SCA (condição de apoio com empenamento e deslocamentos/rotações locais totalmente livres), o carregamento foi aplicado através de

um conjunto de forças concentradas atuando sobre os nós de ambas as seções finais, como pode ser visto na Figura 4.3 (a). Já para as vigas *SCB* (condição de apoio com empenamento e deslocamentos/rotações locais impedidos) foram modeladas placas rígidas nas seções de extremidade (do inglês *end plates*) – elementos que são caracterizados por apresentarem elevada rigidez (módulo de elasticidade 10 vezes maior que o do aço) – e foram utilizadas na aplicação do carregamento através de momentos fletores concentrados atuando nestas placas, como mostra a Figura 4.3 (b). As descrições a respeito de ambas as condições de apoio foram apresentadas no Capítulo 3.

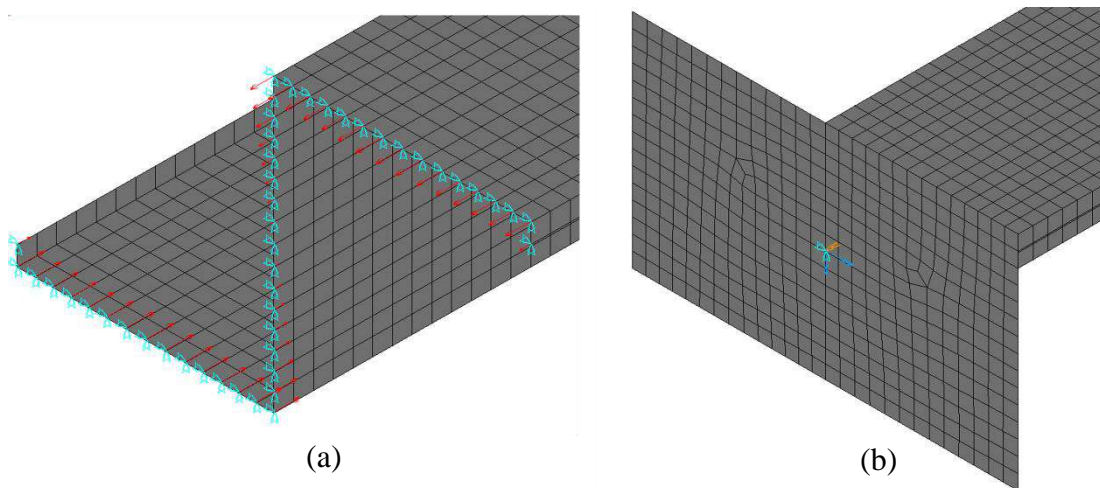


Figura 4.3 – Condição de apoio e detalhe do momento aplicado (a) *SCA* e (b) *SCB*.

A aplicação dos carregamentos considerados foi feita a partir de pequenos passos de carga, através do procedimento de incrementação automática do *ANSYS* (2009). Introduziu-se ao modelo imperfeições iniciais com pequenas amplitudes (10% da espessura da parede t) correspondendo à forma típica de flambagem distorcional.

A incorporação das imperfeições geométricas iniciais do modo crítico de flambagem nas vigas foi realizada automaticamente incluindo o emprego dos procedimentos descritos a seguir:

- (i) Análise linear de flambagem via *ANSYS*: o principal resultado desta análise é a forma do modo crítico de flambagem a partir da qual foi extraído o valor máximo de deslocamento. A mesma malha da análise de flambagem foi mantida no modelo para executar a subsequente análise de pós-flambagem.

- (ii) Atualização da geometria do modelo com aplicação de um fator de escala de $0,1 t$ no valor de deslocamento máximo absoluto, obtido na análise de flambagem, para levar os deslocamentos transversais máximos ao longo da junção longitudinal mesa-enrijecedor ao valor de $0,1 t$ – observar que o resultado da análise linear de flambagem é utilizado como dado de entrada para as análises de pós-flambagem.
- (iii) Determinação da trajetória de equilíbrio e da resistência última, através de análise não linear física e geométrica.

Dois tipos de análises não lineares foram realizadas neste trabalho: (i) análise de pós-flambagem elástica – utilizada para avaliar os movimentos de mesa-enrijecedor para dentro ou para fora, investigando a menor condição de resistência e (ii) análise de pós-flambagem elasto-plástica – realizada para obter o comportamento de pós-flambagem distorcional das vigas e resistência última.

Para as análises não lineares, uma técnica incremental-iterativa que combina o método de *Newton-Raphson* com uma estratégia de controle de comprimento de arco (*arc-length*) foi empregada. Em algumas análises, a estratégia de controle de estabilização substituiu o *arc-length*, visando alcançar uma convergência mais rápida.

Portanto, o modelo em elemento de casca *Shell181* via *ANSYS* descrito nesta seção foi utilizado para realizar o estudo paramétrico apresentado a seguir.

4.2 Análise de pós-flambagem elástica

Esta subseção apresenta e discute resultados numéricos relevantes sobre o comportamento de pós-flambagem elástica distorcional das vigas sob flexão uniforme e não-uniforme e, em particular, identifica parâmetros que influenciam na resposta estrutural.

A forma inicial da imperfeição geométrica desempenha um papel decisivo no comportamento não linear dos PFF. É essencial para determinar a forma do modo crítico mais prejudicial, isto é, aquele que conduz ao menor momento de falha. Neste contexto, pode-se citar PROLA & CAMOTIM (2002), LANDESMANN & CAMOTIM (2015) e MARTINS *et al.* (2016) que mostraram que o movimento da mesa-enrijecedor “fechando” (i.e., mesa comprimida) nas vigas normalmente leva a uma resistência última mais baixa na pós-flambagem. Dessa forma, as análises de pós-flambagem elástica foram realizadas com o objetivo de confirmar estes estudos.

O modelo numérico em elementos finitos apresentado na seção 4.1 foi o mesmo utilizado para as análises de pós-flambagem e ambas as imperfeições iniciais foram aplicadas na análise elástica (“para fora” e “para dentro”) com amplitude de $0,1 t$. Através de estudos paramétricos foi possível estimar as trajetórias de equilíbrio da pós-flambagem elástica, além de avaliar a influência (i) das condições de apoio (*SCA* e *SCB*) e (ii) dos gradientes de momento fletor ($\psi = 1, 0, -1$) na pós-flambagem. A Figura 4.4 apresenta as trajetórias de equilíbrio para a viga *Z02* sob momento uniforme ($\psi = 1$), considerando os dois modos de falha e as duas condições de apoio.

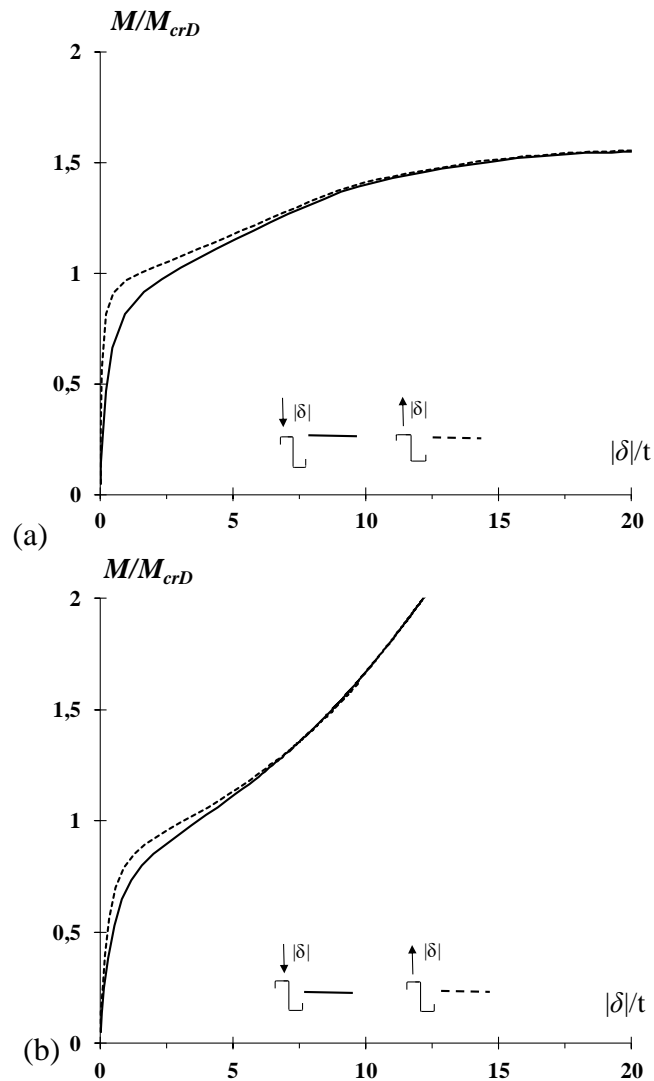


Figura 4.4 – Trajetórias de equilíbrio elástico M/M_{crD} vs. $|\delta|/t$ considerando imperfeição inicial com as mesas “abrindo” e “fechando” relativos à viga Z02 para (a) SCA e (b) SCB e $\psi = 1$.

A observação sobre os resultados mostrados nas Figuras 4.4 (a,b) confirmam e ilustram para ambas as condições de apoio que o modo de falha com as “mesas fechando” leva a uma menor resistência pré e pós-crítica de flambagem. As demais vigas selecionadas e analisadas apresentaram comportamentos similares a este. Por esta razão, as imperfeições iniciais foram aplicadas nos modelos de modo a induzir compressão nas mesas.

A Figura 4.5 e a Figura 4.6 apresentam as curvas correspondentes as trajetórias de equilíbrio na pós-flambagem elástica da viga Z02. Na Figura 4.5 (a) -(b) as curvas são dadas pelo momento da viga (M) versus o deslocamento normalizado ($|\delta|/t$), onde $|\delta|$

representa o deslocamento vertical de maior amplitude que ocorre ao longo da mesa mais comprimida e t refere-se a espessura da seção. Já na Figura 4.6 (a)-(b) as curvas apresentadas são em função do momento normalizado em relação ao momento crítico distorcional – (M/M_{crD}) vs. $|\delta|/t$.

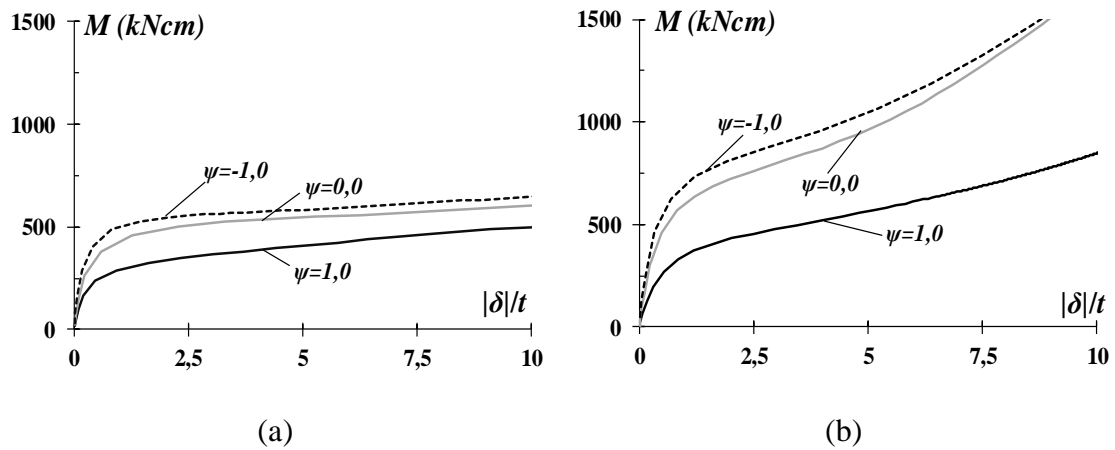


Figura 4.5 – M vs. $|\delta|/t$ para a viga Z02 (a) SCA e (b) SCB – Trajetórias de equilíbrio elástico “fechando”.

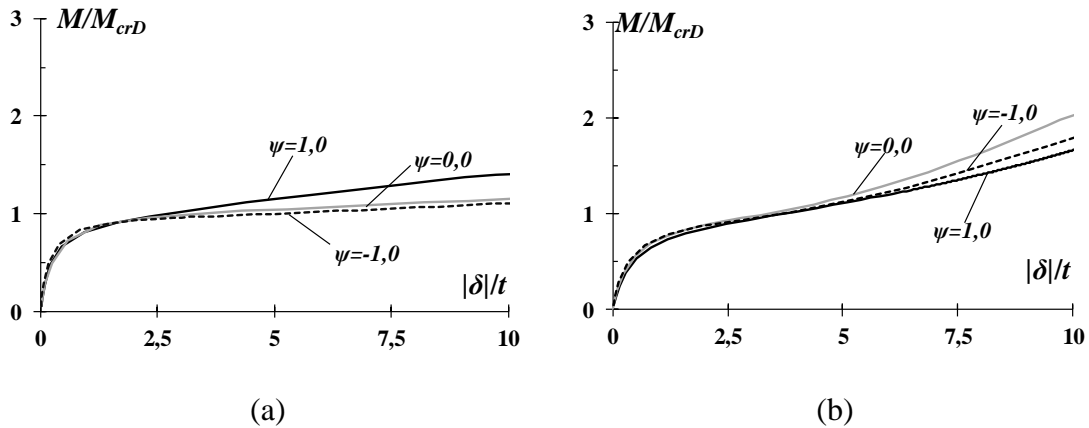


Figura 4.6 – M/M_{crD} vs. $|\delta|/t$ para a viga Z02 (a) SCA e (b) SCB – Trajetórias de equilíbrio elástico “fechando”.

A partir da observação dos resultados mostrados nas figuras acima apresentadas, pode-se destacar os seguintes comentários sobre a influência das diferentes condições de apoio e dos gradientes de momento:

- (i) Em relação às condições de apoio, existe uma diferença evidente entre as trajetórias de equilíbrio das vigas SCA – Figura 4.5 (a) e Figura 4.6 (a) – e SCB – Figura 4.5 (b) e Figura 4.6 (b). As vigas SCB apresentam uma trajetória suavemente côncava, o que representa maior rigidez e

resistência em decorrência principalmente da restrição ao empenamento nas seções de extremidades. Já para as vigas *SCA*, a forma de exibição das trajetórias se assemelha ao tipo convexo que representa a rápida perda de rigidez que leva aos pontos limites elásticos.

- (ii) Da análise da Figura 4.6 (a) e da Figura 4.6 (b), que exibem o momento normalizado (M/M_{crD}), observa-se que (i) as vigas *SCA* apresentam trajetórias de pós-flambagem conforme a seguinte sequência de gradientes de momento, na ordem da mais baixa para a mais alta, $\psi=-1, 0, 1$, com separação entre as trajetórias não muito evidentes entre $\psi=-1$ e $\psi=0$, assim como apontado por DEPOLLI *et al.* (2018) cuja sequência para as vigas *SCA* se apresentou de $\psi=-1$ para $\psi=1$, na ordem da mais baixa para a mais alta. Já as (ii) vigas *SCB* apresentam trajetórias de pós-flambagem, na ordem da mais baixa para a mais alta, sempre na sequência $\psi=1, -1, 0$ e a separação entre as trajetórias de $\psi=-1$ e $\psi=0$ se apresentam muito próximas.
- (iii) Assim como reportado por DEPOLLI *et al.* (2018), observa-se na Figura 4.5 (a) e na Figura 4.5 (b) que tanto para as vigas *SCA* e quanto para as vigas *SCB*, as trajetórias de resistência real de pós-flambagem aumentam conforme a seguinte sequência de gradientes de momento, na ordem da mais baixa para a mais alta, $\psi = +1, 0, -1$. Quando $\psi=+1$ (momento uniforme) as vigas exibem o menor valor de resistência na pós-flambagem elástica, comportamento similar foi reportado por YU & SCHAFER (2005) em suas análises numéricas realizadas para seções U_e e Z — *i.e.*, a resistência na flambagem distorcional aumenta a medida que o gradiente no diagrama de momento aumenta.
- (iv) Embora a amostra seja limitada (15 seções estudadas), observa-se a influência desses dois fatores na resistência última e, portanto, nas previsões através dos métodos de projeto. Os resultados confirmam que as condições de apoio e a variação de momento afetam o comportamento de pós-flambagem elástica distorcional. Conforme DEPOLLI *et al.* (2018), não considerar a não-uniformidade do momento ao longo da viga pode levar a implicações que não deveriam ser negligenciadas durante as análises de resistência última (elasto-plástica).

4.3 Análise de pós-flambagem elasto-plástica e resistência última

Esta subseção objetiva-se a investigar e discutir a influência qualitativa e quantitativa dos diferentes gradientes de momento e das diferentes condições de apoio (*SCA* e *SCB*) na pós-flambagem elasto-plástica distorcional das vigas, utilizando para isso os dados de resistência última e as trajetórias de equilíbrio obtidos através de estudos paramétricos com modelos de elementos finitos realizados no *ANSYS*. As análises aqui apresentadas fazem uso da expressão encontrada na AISI (2016) com o objetivo de dar prosseguimento as pesquisas de YU & SCHAFER (2005), MARTINS *et al.* (2017a) e DEPOLLI *et al.* (2018).

Inicialmente são apresentados os resultados numéricos para (i) 15 geometrias diferentes (encontradas na Tabela 3.1 e Tabela 3.2-Tabela 3.4), para (ii) 2 condições de apoio (*SCA* e *SCB*) para (iii) 3 gradientes de momento fletor ($\psi=+1, 0, -1$), atuantes no comprimento da viga e para (iv) 8 valores de esbeltez para cada viga. Dessa forma, obteve-se 720 modelos numéricos objetivando gerar um banco de dados de cargas última distorcional, cujos valores de esbeltez distorcional (λ_D) cobrem uma extensa gama e variam de 0,3 a 4,9 (ver Apêndice A). As vigas do presente trabalho foram modeladas com imperfeições iniciais comprimindo a mesa, de acordo com a discussão na seção 4.2.

O Apêndice A exibe 15 tabelas (Tabela A.1 à Tabela A.15), que mostram os resultados para as vigas Z01 a Z15 (cada tabela se refere a uma geometria) referentes (i) ao momento crítico distorcional (M_{crD}) para (ii) para as duas condições de apoio (*SCA* e *SCB*) e três condições de carregamento ($\psi=+1, 0, -1$). Além disso, fornecem ainda informações sobre (i) esbeltez distorcional (λ_D), (ii) momento de escoamento (M_y), (iii) o momento plástico (M_p), (iv) o momento último (M_u) e (v) as relações: M_u/M_y , M_u/M_{nD} , M_u/M_{nD}^* e M_u/M_{nD}^{**} .

Na Figura 4.7 ilustram-se as trajetórias de equilíbrios não lineares para a viga Z09, cujos valores da esbeltez distorcional estão compreendidos entre 0,35 e 3,85; 0,55 e 4,05; 0,75 e 4,25 – com incrementos de 0,5 entre eles – respectivamente, para $\psi=1, 0, -1$. Os pontos que representam o momento último de flambagem distorcional são marcados pelos círculos brancos. As correspondentes trajetórias de equilíbrio elástico são plotadas apenas para efeito de comparação. A figura apresenta ainda a deformada junto ao gradiente de tensão de *von Mises* (σ_{VM}), para as esbeltezes sinalizadas com asterisco –

* $\lambda_D=1,85, 2,05$ e $2,25$ para $\psi=1, 0$ e -1 , respectivamente – obtidos no pico da trajetória (M_u). As vigas selecionadas exibem modos de falhas caracterizados pela mesa comprimida.

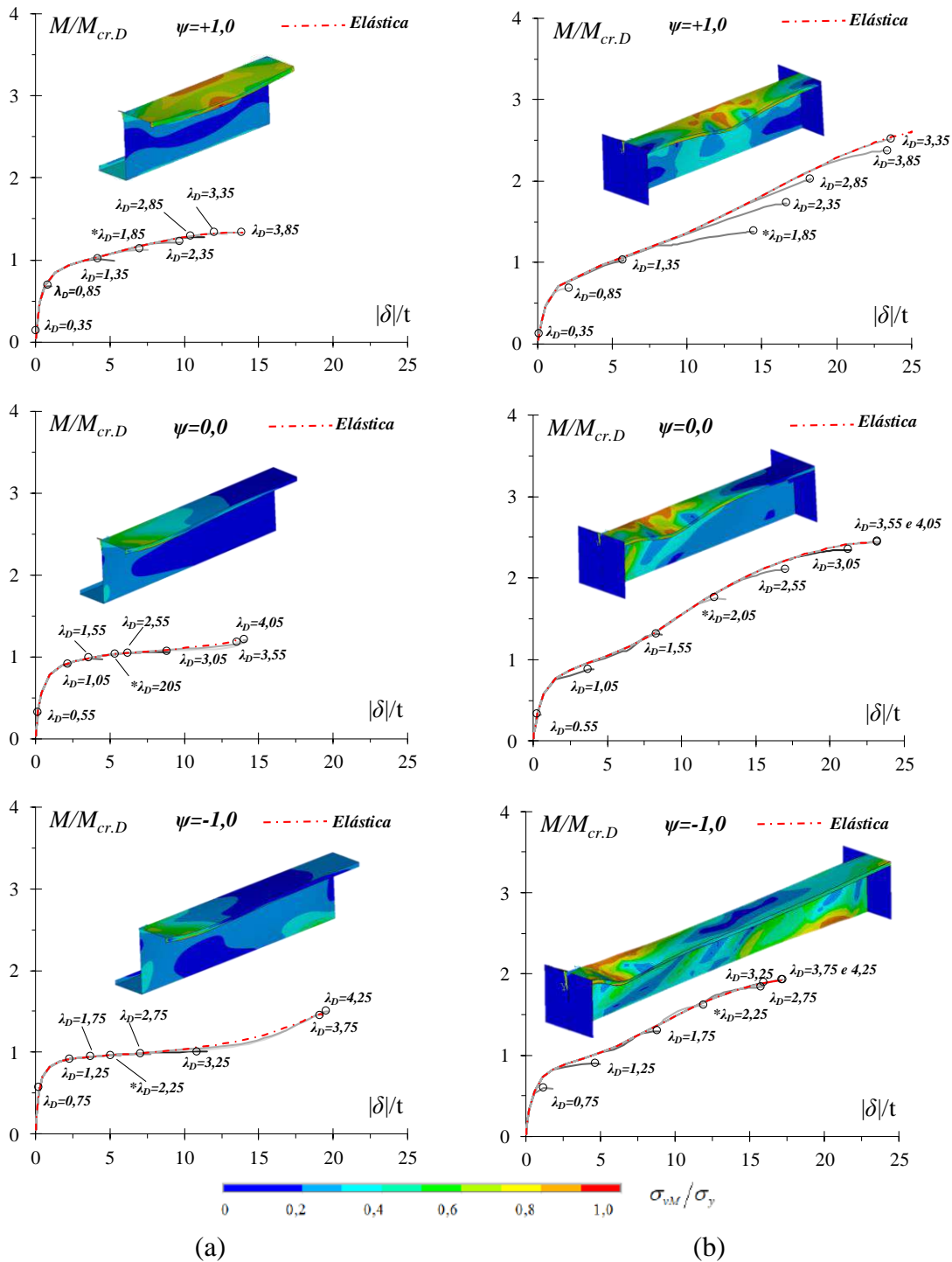


Figura 4.7 – Trajetórias de equilíbrio elásticas e elasto-plásticas ($M/M_{cr,D}$ vs. $|\delta|/t$) e gradientes de tensão de Von Mises para λ_D , para viga Z09, (a) SCA e (b) SCB.

A partir da observação da Figura 4.7 e dos demais dados e resultados apresentados no Apêndice A, é possível concluir que:

- (i) O comportamento elasto-plástico de pós-flambagem e, principalmente, a resistência última de flambagem distorcional difere tanto quantitativa quanto qualitativamente entre as vigas *SCA* e *SCB*.
- (ii) Há aumento dos valores da relação M_u/M_{crD} – e os associados valores de $|\delta|/t$ – com o aumento da esbeltez, independente da condição de apoio, da seção transversal e dos valores dos gradientes de momento fletor.
- (iii) Em relação às condições de apoio, as vigas *SCA* apresentam menores reservas de resistência na pós flambagem distorcional, se comparadas às vigas *SCB*, para valores mais altos de esbeltezes. As vigas *SCB* se mostram mais resistente principalmente devido ao fato das restrições impostas às seções de extremidade para empenamento e rotações. Estas observações são mais visíveis para o caso de $\psi=+1$.
- (v) A imperfeição inicial aplicada na análise elástica de pós-flambagem é o modo de falha distorcional típico com abas fechando. Observa-se para cada viga *SCA* e sua correspondente *SCB*, que os modos de falha estão associados ao escoamento inicial das regiões da extremidade das vigas sem enrijecedores e na região de dobra da mesa com a alma.

No intuito de avaliar a possível ocorrência de interação entre os modos de falha local e distorcional, foi realizado um levantamento da relação entre ao momento último de flambagem distorcional (M_u) e o momento mínimo de bifurcação local (M_{crL}) para as 720 vigas estudadas. Para os casos em que esta relação é maior que 1,00 – situação que só ocorreu nos casos de vigas *SCB* com um total de 155 vigas – destaca-se que existe a possibilidade de interação entre os modos de falha distorcional e local.

A seguir, na Figura 4.8, são apresentadas as nuvens de pontos com as relações M_u/M_{crD} versus λ_D para as 720 vigas estudadas. As vigas que apresentaram a possibilidade de ocorrência de interação entre os modos de falha distorcional e local foram definidas como “DL” e estão representadas na figura preenchidas com cores. As vigas que apresentaram apenas falha distorcional foram definidas como “D” e estão representadas sem o preenchimento de cores. Além disso, observa-se a influência do gradiente de

momento (ψ) através da representação dos valores de M_u/M_{crD} onde os círculos referem-se a $\psi=+1$, os triângulos referem-se a $\psi=0$ e os quadrados referem-se a $\psi=-1$.

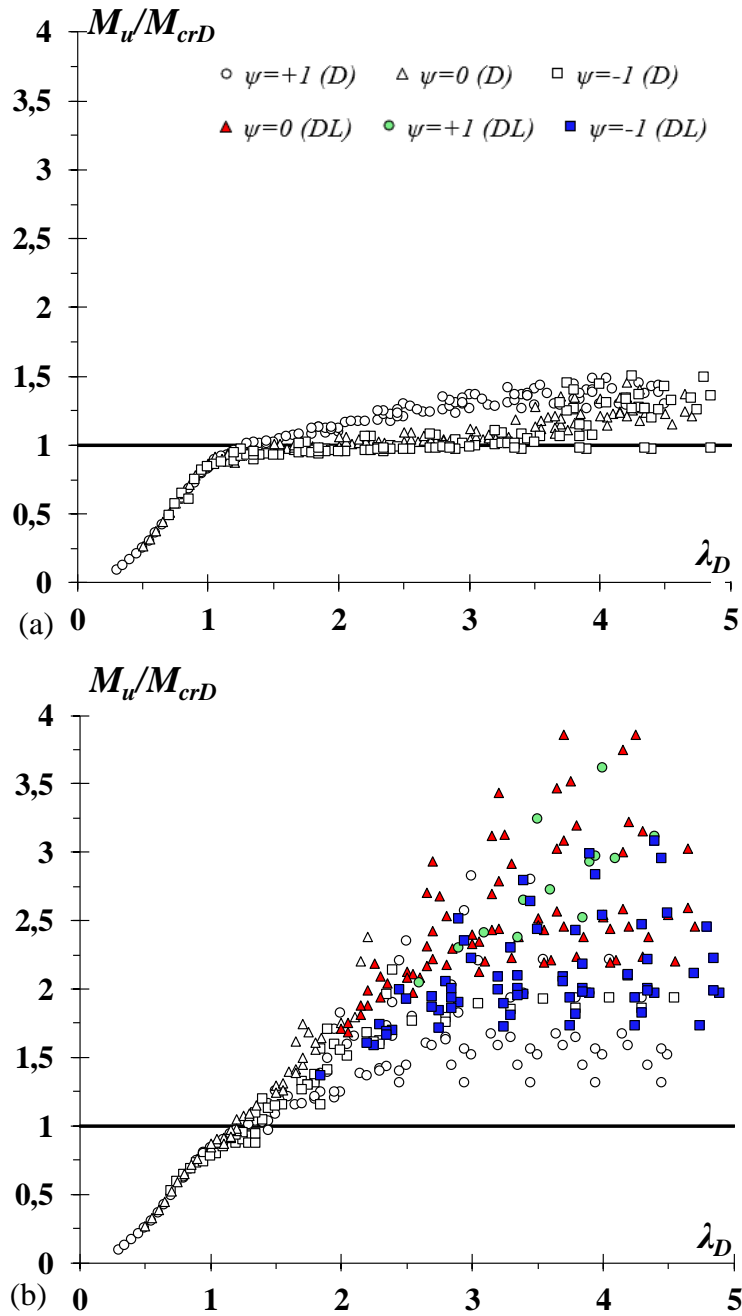


Figura 4.8 – Nuvem de pontos da relação M_u/M_{crD} vs. λ_D para as vigas do presente trabalho (a) SCA e (b) SCB.

A observação destes resultados junto às informações de momentos últimos presentes no Apêndice A tornam possíveis as seguintes ponderações:

- (i) O momento final (M_u) aumenta à medida que a esbeltez (λ_D) aumenta, para as vigas analisadas e para ambas as condições de apoio (SCA e SCB), independentemente do valor do gradiente de momento (ψ).
- (ii) As vigas com a relação $M_u/M_{crD} \leq 1$, possuem pequena reserva de resistência elasto-plástica e baixa ductilidade que precede o colapso antes de atingirem o momento crítico. Nesse intervalo, as curvas para a condição SCA e SCB apresentam comportamento similares, assim como apresentam o mesmo comportamento diante dos diferentes gradientes de momento.
- (iii) Por outro lado, para razões onde $M_u/M_{crD} \geq 1$ o comportamento se apresenta diferente: (iii₁) em relação as condições de apoio, as vigas SCB possuem uma reserva elasto-plástica pronunciada, atribuída ao aumento da rigidez nas seções de extremidade, independentemente do valor de ψ , enquanto que as vigas SCA colapsam logo após o início do escoamento e (iii₂) a respeito da influência de ψ observa-se que os gradientes seguem o mesmo padrão reportado na seção 4.2, onde na condição SCA , as vigas com $\psi=+1$ estão acima das demais ($\psi=0$ e -1). Já para a condição SCB , as vigas $\psi=+1$ estão abaixo das demais ($\psi=0$ e -1). A alta gama dos índices de esbeltez (λ_D), a reserva de resistência de pós-flambagem das barras e o número de semi-ondas são alguns fatores que podem influenciar nesta dispersão.
- (iv) Conforme apresentado por MARTINS *et al.* (2017a) para vigas com momento uniforme ($\psi=+1$), diferentes comprimentos e relações da altura da alma pela da mesa (b_w/b_f) impactam de forma notável a resistência de pós-flambagem distorcional (elástica e/ou elasto-plástica). Dessa forma, esses fatores também podem impactar na resistência de pós-flambagem das vigas apresentadas neste trabalho.

As razões M_u/M_y versus λ_D são exibidas na Figura 4.9 para as 720 vigas selecionadas e permitem os comentários apresentados em seguida.

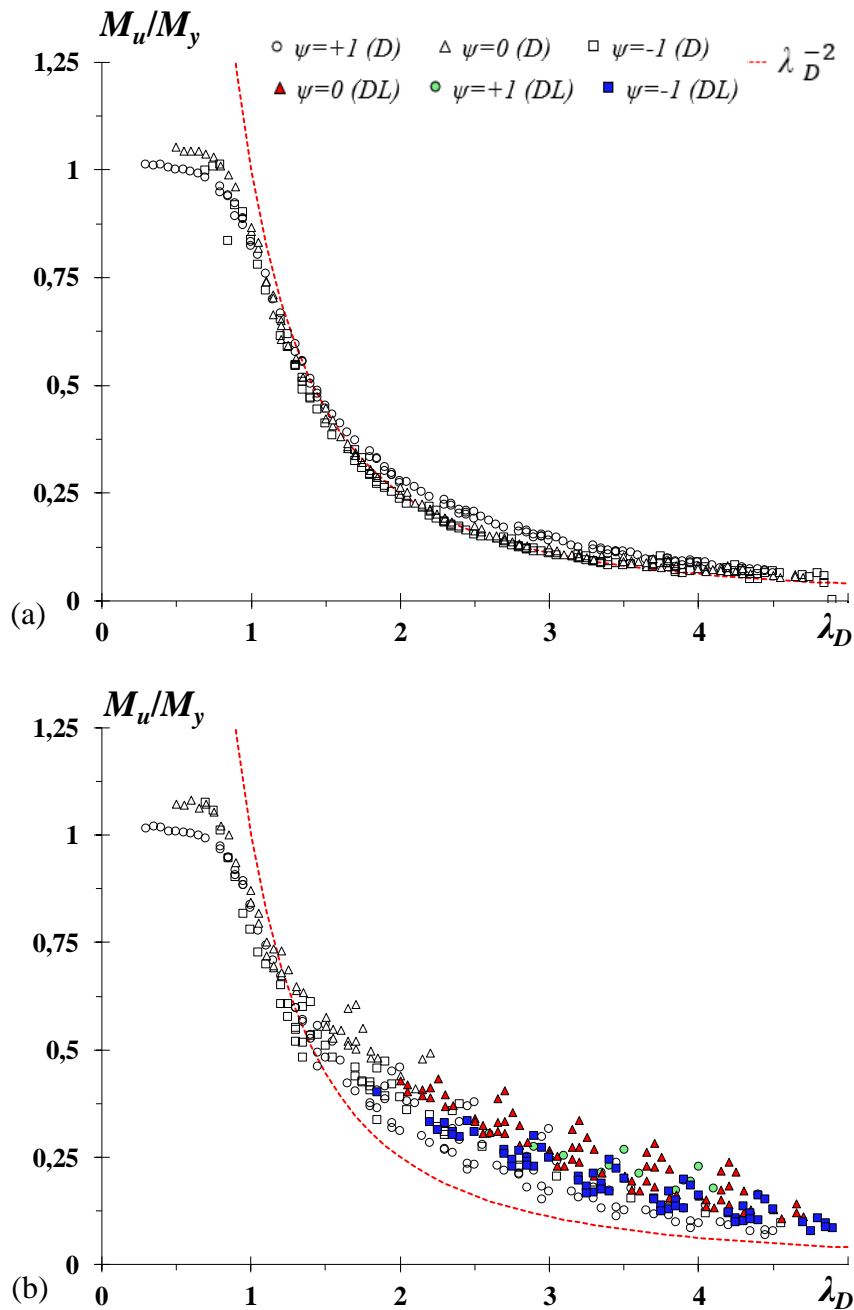


Figura 4.9 – Nuvem de pontos da relação M_u/M_y vs. λ_D obtidos para as vigas (a) SCA e (b) SCB do presente trabalho.

- (i) Os pontos M_u/M_y vs. λ_D seguem a tendência geral das curvas de dimensionamento do tipo “Winter” – novamente, a “dispersão vertical” dos resultados é aceitável em todos eles e pode ser explicada pela diferente reserva de resistência na pós-flambagem distorcional apresentada por cada viga. Contudo, observa-se que a dispersão dos resultados para vigas SCA é menos pronunciada que para vigas SCB quando os valores das esbeltezes são elevadas.

- (ii) As vigas mais esbeltas ($\lambda_D \geq 1,25$) seguem a tendência da curva elástica (λ_D^{-2}), mostrando-se bem alinhadas no caso das vigas *SCA*.
- (iii) As vigas *SCB* apresentam certa dispersão em comparação com a trajetória elástica – as relações M_u/M_y encontram-se consideravelmente acima de λ_D^{-2} . Conforme já mencionado neste trabalho, isso ocorre devido a reserva de resistência na pós-flambagem.
- (iv) Em relação aos gradientes de momentos, observa-se que o fenômeno apresentado para M_u/M_{crD} , repete-se para M_u/M_y , *i.e.*, os gradientes (ψ) influenciam na resistência última. As vigas *SCA* apresentam curvas de resistência seguindo a ordem de $\psi = 1, 0$ e -1 (da curva mais alta para a mais baixa). Já para as vigas *SCB*, as curvas se apresentam na seguinte ordem de gradientes de momento: $\psi = 0, -1$ e 1 (também da curva mais alta para a mais baixa).

4.4 Dimensionamento via Método da Resistência Direta (MRD)

O MRD possui grande importância no contexto do dimensionamento de estruturas de aço em PFF, como já discutido no Capítulo 2, e é utilizado para estimar a resistência última de flambagem destes. O método apresenta simplicidade e eficiência decorrentes do uso de sua formulação e encontra-se incorporado em normas de dimensionamento tais como ABNT NBR 14762 (2010), AISI-S100 (2016) e AS/NSZ (2005).

Dada a sua importância no contexto do dimensionamento de elementos sujeitos à flambagem distorcional, a curva codificada vem sendo continuamente aperfeiçoada. Inicialmente idealizada por HANCOCK *et al.* (1978), a curva normativa foi desenvolvida por SCHAFER & PEKÖZ (1998). O constante aperfeiçoamento tem em vista os casos que não foram levados em consideração na concepção do método. Portanto, esta seção apresenta uma avaliação da aplicabilidade do MRD na estimativa da resistência última de vigas *SCA* e *SCB* sob modo de falha distorcional submetidas à diferentes gradientes de momento, especialmente devido às pesquisas de YU & SCHAFER (2005). Complementarmente, verificam-se as curvas de dimensionamento (i) propostas por MARTINS *et al.* (2017) e (ii) ajustadas por DEPOLLI *et al.* (2018).

A resistência última de vigas em PFF submetidas a flambagem distorcional é dada pela formulação clássica do MRD (M_{nD}) que foi calibrada e validada a partir de resultados obtidos na análise de barras submetidas a flexão uniforme com condições de extremidades fixas (empenamento e rotações totalmente impedidos), conforme visto na seção 2.4, onde a Eq. (2.11) foi revisitada e é representada a seguir.

$$M_{nD} = \begin{cases} M_y + (1 - C_{y\bar{d}}^{-2})(M_p - M_y) & \lambda_D \leq 0,673 \\ (1 - 0,22\lambda_D^{-1}) \lambda_D^{-1} M_y & \lambda_D > 0,673 \end{cases}$$

Recentemente, uma nova curva baseada no MRD (M_{nD}^*) foi proposta por MARTINS *et al.* (2017a) e leva em consideração a condição de apoio através de constantes “a”, “b” e “c” na Eq. (2.12), que foi apresentada na seção 2.5 e é dada por:

$$M_{nD}^* = \begin{cases} M_y + (1 - C_{y\bar{d}}^{-2})(M_p - M_y) & \lambda_D \leq 0,673 \\ (1 - a\lambda_D^{-b}) \lambda_D^{-c} M_y & \lambda_D > 0,673 \end{cases}$$

Os valores das constantes propostas por MARTINS *et al.* (2017a) foram apresentados na Tabela 2.1 da seção 2.5.

Todavia, pesquisas ainda mais recentes, por DEPOLLI *et al.* (2018), propuseram ajustes à curva apresentada por MARTINS *et al.* (2017) para ambas as condições de apoio (*SCA* e *SCB*) com o objetivo de aprimorá-la para obtenção de momentos últimos mais precisos das vigas submetidas a gradientes de momento (incluindo momento uniforme).

Os ajustes consistem na modificação das constantes “*a*” e “*c*” de M_{nD}^* que nas equações ajustadas (M_{nD}^{**}) chamam-se “*a₁*” e “*c₁*” que são dependentes explicitamente de ψ para as vigas *SCA* e constantes para as vigas *SCB*. Os ajustes propostos por DEPOLLI *et al.* (2018) foram mostrados na seção 2.5. A seguir são reapresentadas as equações revisitadas na seção 2.5 – Eq. (2.13), (2.14) , (2.15), respectivamente.

$$M_{nD}^{**} = \begin{cases} M_y + (1 - C_{yd}^{-2})(M_p - M_y) & \lambda_D \leq 0,673 \\ (1 - a_1 \lambda_D^{-b}) \lambda_D^{-c_1} M_y & \lambda_D > 0,673 \end{cases}$$

Para o caso *SCA* tem-se que,

$$a_1 = 0,50(1 - (0,673)^{c_1})$$

$$c_1 = -0,052 \psi^2 - 0,082 \psi + 1,884$$

Já nos casos *SCB*, os parâmetros valem $a_1 = 0,24$ e $c_1 = 1,48$.

A Figura 4.10 apresenta a curva codificada do MRD, a curva proposta por MARTINS *et al.* (2017) e a curva ajustada por DEPOLLI *et al.* (2018) e as compara com os 720 resultados numéricos (M_u/M_y) obtidos nesta dissertação (também apresentados nas tabelas do Apêndice A) para as *duas* condições de apoio (*SCA* e *SCB*) e para os *três* gradientes de momento ($\psi = 1, 0, -1$).

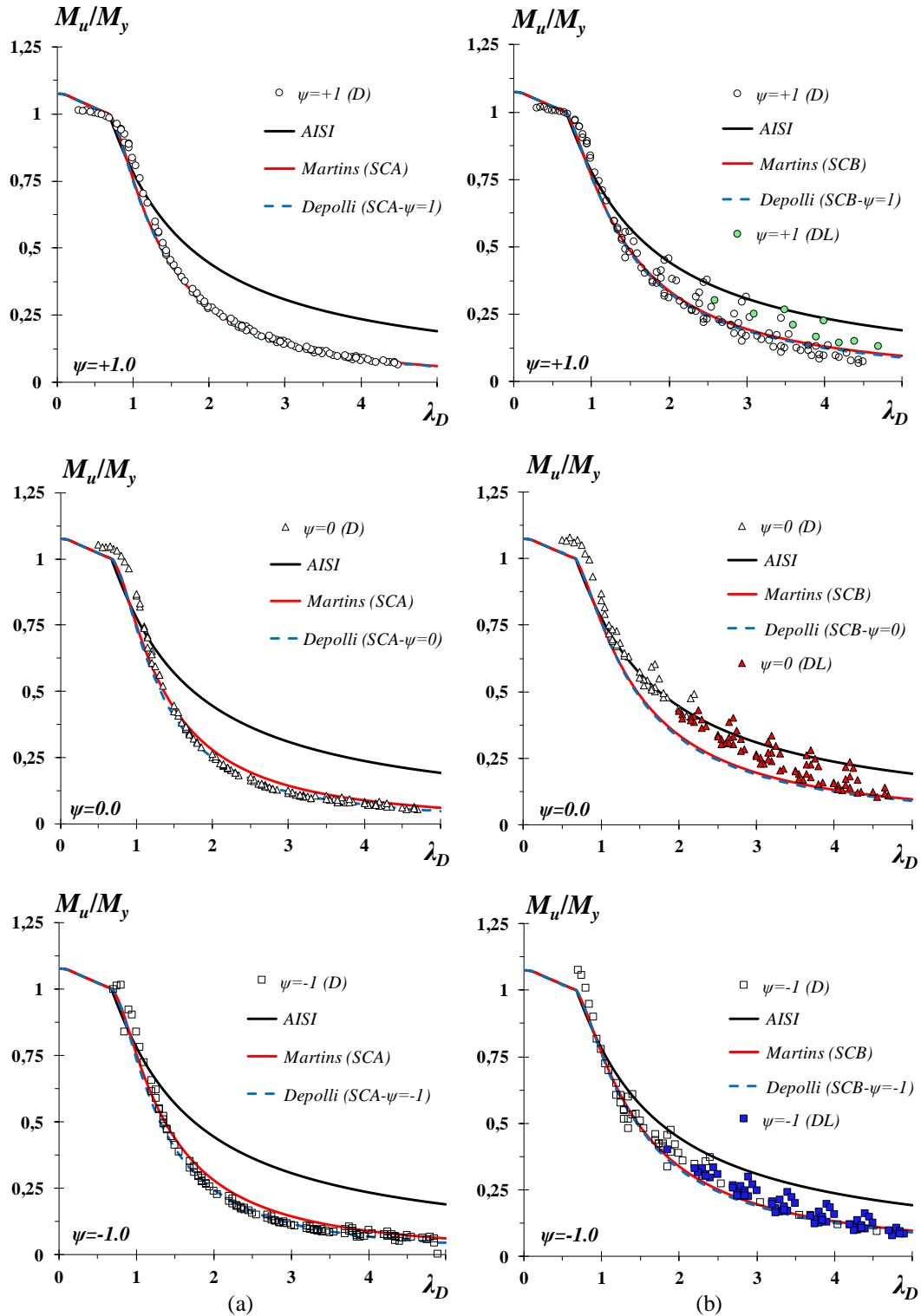


Figura 4.10 – Comparação entre a curva normativa (M_{nD}), proposta (M_{nD}^*) e ajustada (M_{nD}^{**}) para as vigas selecionadas (a) SCA e (b) SCB com $\psi = 1, 0, -1$.

A avaliação da Figura 4.10 expõe que as relações M_u/M_y estimadas numericamente estão alinhadas na forma da curva “tipo-Winter” com certa “dispersão vertical” mais notável para as vigas SCB, como apresentado na seção 4.3.

As Figuras 4.11, 4.12 e 4.13, apresentadas a seguir, proporcionam verificar a precisão e a adequabilidade da estimativa de resistência última associadas às três curvas de projeto em consideração, ressaltando as médias, desvios padrão e valores máximos e mínimos dessas relações.

A Figura 4.11 apresenta a relação M_u/M_{nD} vs. λ_D da curva vigente do AISI (2016).

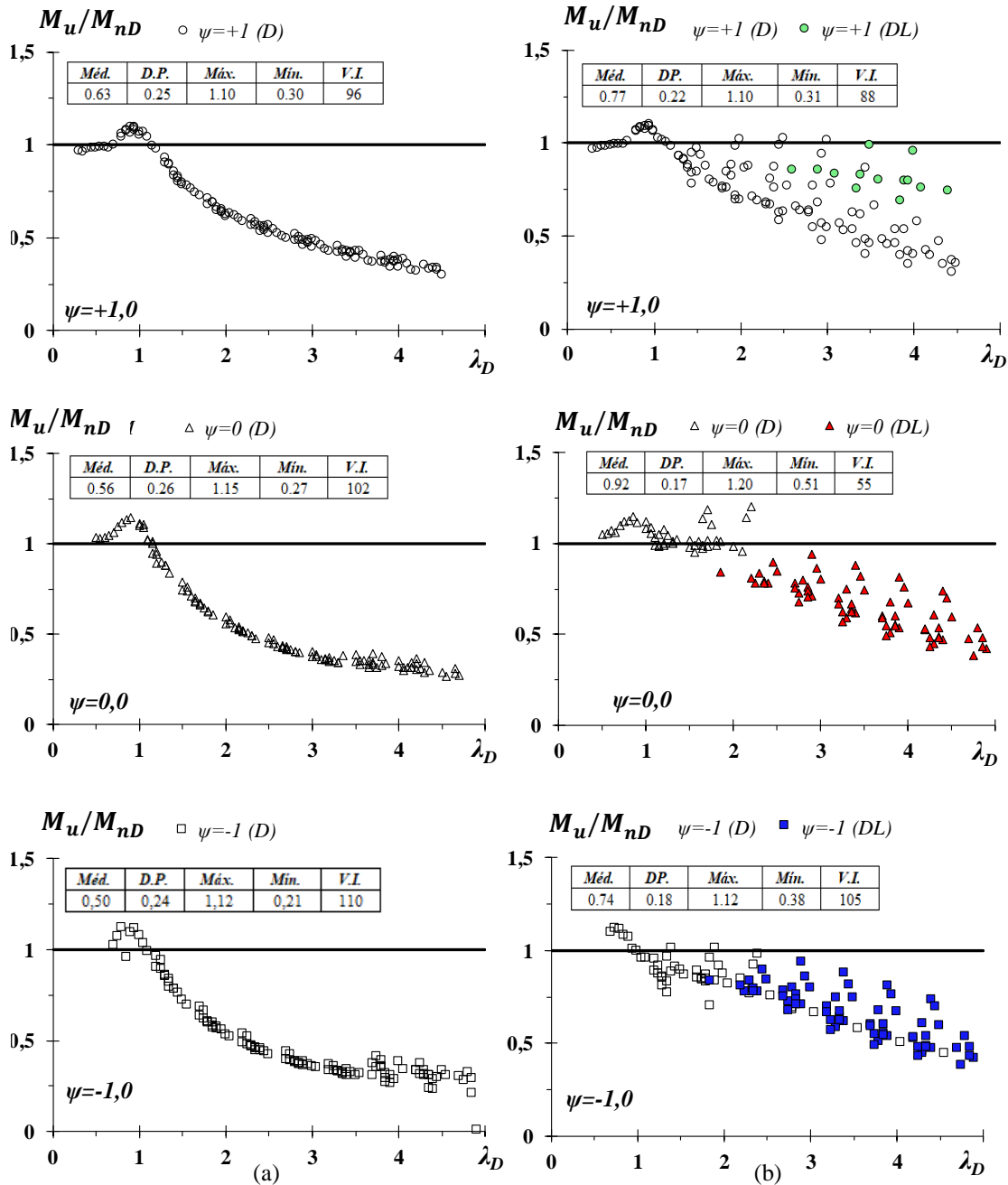


Figura 4.11 – M_u/M_{nD} vs. λ_D para as vigas selecionadas (a) SCA e (b) SCB com $\psi = 1, 0, -1$.

A avaliação da Figura 4.11, no que tange os momentos últimos obtidos nesta dissertação, permite dizer que a curva codificada do MRD se adequa apenas para as vigas com esbeltezes baixas a médias ($\lambda_D \leq 1,5$), independentemente do valor de ψ e da condição de apoio. Porém, mostra-se superestimada para esbeltezes moderadas a altas ($\lambda_D > 1,5$), mais evidente para as vigas SCA e $\psi \neq 1$.

A seguir, a Figura 4.12 apresenta as relações M_u/M_{nD}^* vs. λ_D da curva proposta MARTINS *et al.* (2017a).

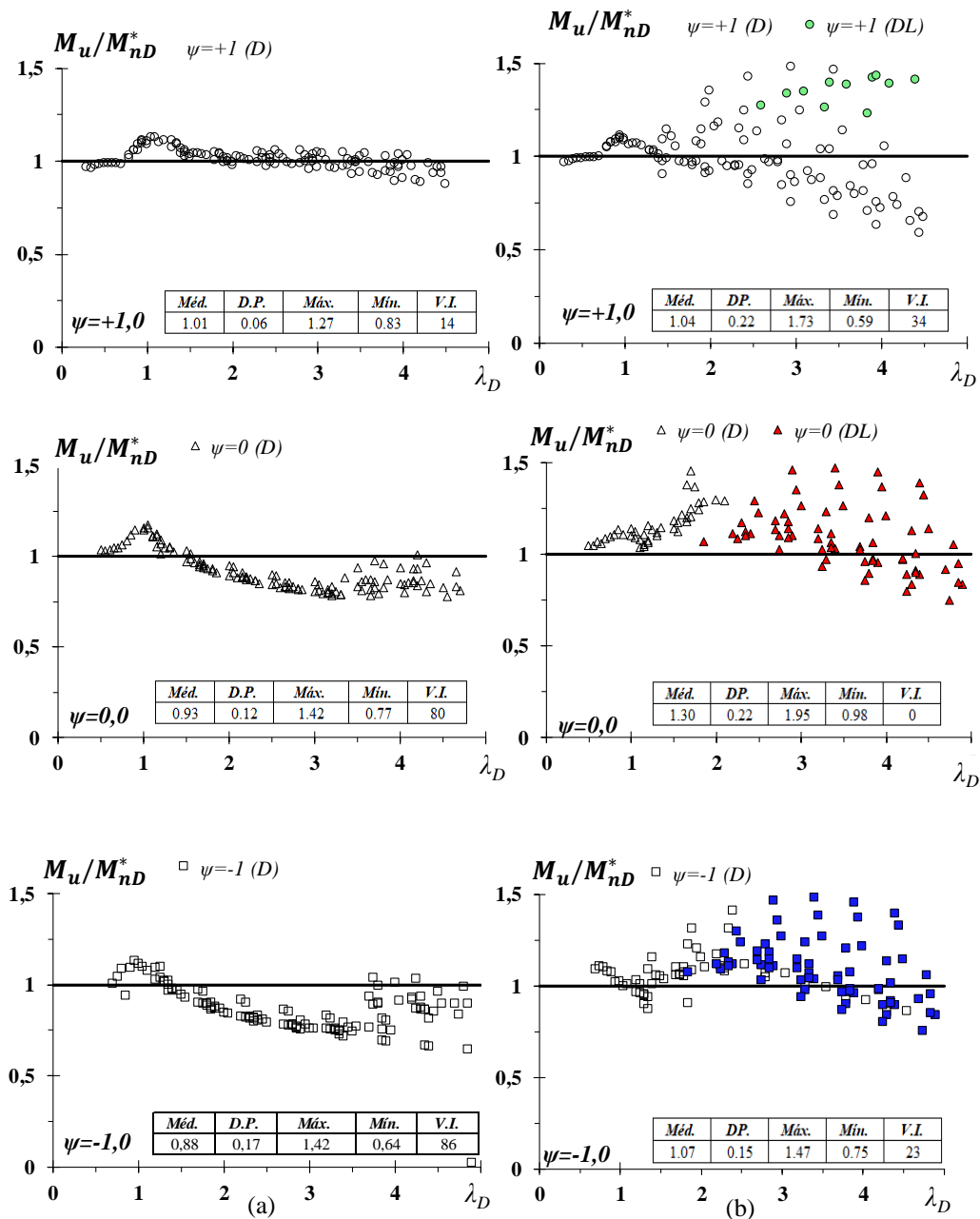


Figura 4.12 – M_u/M_{nD}^* vs. λ_D para as vigas selecionas (a) SCA e (b) SCB $\psi = 1, 0, -1$.

As relações M_u/M_{nD}^{**} vs. λ_D obtidas a partir das curvas propostas por DEPOLLI *et al.* (2018) são apresentadas na Figura 4.13 a seguir.

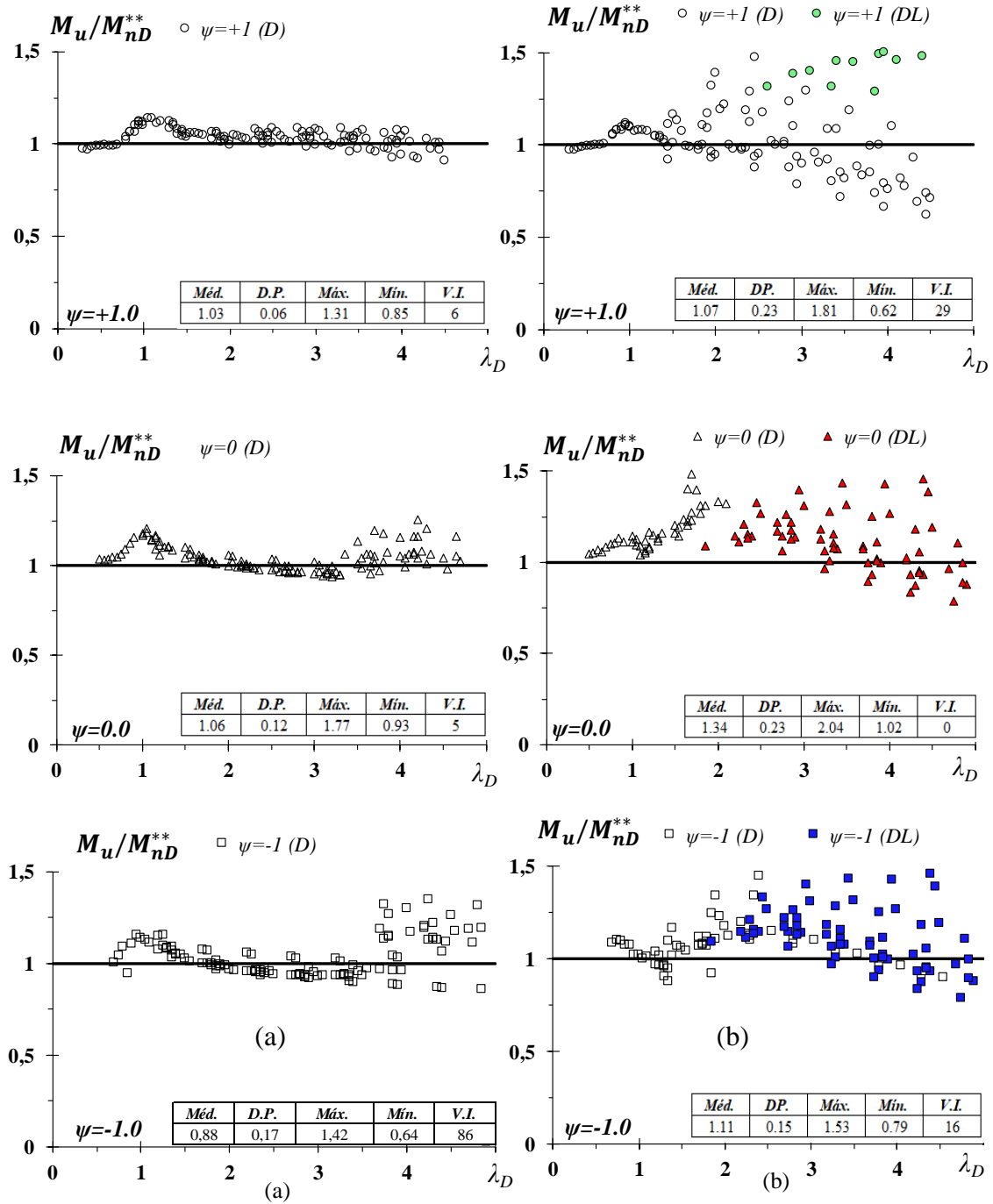


Figura 4.13 – M_u/M_{nD}^{**} vs. λ_D para as vigas selecionadas (a) SCA e (b) SCB com $\psi = 1, 0, -1$.

A partir da observação da Figura 4.12, constata-se melhoria na previsão dos momentos últimos para os índices de esbeltez e os valores de ψ considerados. Os indicadores apontam que a curva proposta por MARTINS *et al.* (2017a) mostra-se mais adequada para estimar os momentos últimos que a curva normativa — os valores da média, desvio padrão, máximo, mínimo para as vigas do presente trabalho variam (i₁) de 1,01; 0,06; 1,27; 0,83 ($\psi=1$) para 0,88; 0,17; 1,42; 0,64 ($\psi=-1$) nos casos de vigas SCA, e (i₂) de 1,04; 0,22; 1,73; 0,59 ($\psi=1$) para 1,07; 0,15; 1,47; 0,75 ($\psi=-1$) para as vigas SCB, conforme apresentado nas tabelas da Figura 4.12. Para tanto, destacam-se o número de previsões “inseguras” (V.I.), onde 180 são SCA (das quais 14 tem $\psi=1$ e 166 $\psi\neq 1$) e 57 para SCB (sendo 34 com $\psi=1$ e 23 para $\psi\neq 1$). Além disso, observando os valores de mínimo a superestimação é particularmente alta para as vigas SCA com $\psi\neq 1$ e $\lambda_D \geq 2$, assim como reportado por DEPOLLI *et al.* (2018) – os valores de mínimo caem de 0,83 ($\psi=1$) para 0,64 ($\psi\neq 1$). Porém, o mesmo não ocorre para as vigas SCB, onde observa-se uma subestimação para $\psi\neq 1$ e uma dispersão dos resultados para esbeltezes maiores ($\lambda_D \geq 3,5$).

A Figura 4.13 apresenta melhorias consideráveis nas estimativas de momentos últimos através das curvas ajustadas por DEPOLLI *et al.* (2018). Os indicadores estatísticos mostram que as modificações nas curvas através dos parâmetros “ a_I ” e “ c_I ” proporcionaram uma redução média no número de vigas inseguras de 75% para SCA e 21% para SCB, em relação a curva proposta por MARTINS *et al.* (2017a). Em relação as condições de apoio, destaca-se que:

- (i) As vigas SCA apresentam diferenças pequenas entre os indicadores estatísticos de M_u/M_{nD}^{**} : a média ficou entre 1,03 e 1,06, o desvio padrão entre 0,06 e 0,17.
- (ii) As vigas SCB, apesar da queda de 21% no número de previsões inseguras, apresentam-se satisfatórias apenas para os valores $\psi=1$ e -1 onde a média ficou entre 1,07 e 1,11, respectivamente.

Ainda sobre a avaliação dos resultados apresentados nas Figuras 4.11, 4.12 e 4.13, a Tabela 4.1 é apresentada a seguir com os comparativos dos valores médios entre M_u/M_{nD} , M_u/M_{nD}^* e M_u/M_{nD}^{**} para esbeltezes baixas ($\lambda_D \leq 1,5$) e moderadas/altas ($\lambda_D > 1,5$), para as vigas *SCA* e *SCB*.

Tabela 4.1 – Comparativos entre os valores médios das relações M_u/M_{nD} , M_u/M_{nD}^* , M_u/M_{nD}^{**} vs. λ_D para $\lambda_D \leq 1,5$ e $\lambda_D > 1,5$.

Curvas	ψ	SCA		SCB	
		$\lambda_D \leq 1,5$	$\lambda_D > 1,5$	$\lambda_D \leq 1,5$	$\lambda_D > 1,5$
<i>AISI (2016)</i> - M_u/M_{nD}	1	0,97	0,49	0,99	0,68
	0	1,00	0,44	1,05	0,88
	-1	0,92	0,41	0,95	0,69
<i>MARTINS et al. (2017a)</i> - M_u/M_{nD}^*	1	1,05	1,00	1,04	1,05
	0	1,08	0,88	1,10	1,36
	-1	1,03	0,86	1,02	1,09
<i>DEPOLLI et al. (2018)</i> - M_u/M_{nD}^{**}	1	1,06	1,02	1,04	1,08
	0	1,02	1,04	1,11	1,41
	-1	1,08	1,05	1,02	1,12

Os resultados da variação da média ao longo de λ_D para as vigas *SCA* e *SCB* mostram que (i) a curva codificada do *MRD* se adequa apenas para as vigas com esbeltezas baixas a médias ($\lambda_D \leq 1,5$), independentemente do valor de ψ e da condição de apoio. Para $\lambda_D > 1,5$ há uma superestimação dos momentos últimos com o aumento de λ_D que é mais evidente para as vigas *SCA*, (ii) a curva proposta por *MARTINS et al. (2017a)* apresenta melhorias mesmo com a mudança do valor do gradiente de momento (ψ), mas ainda apresenta-se subestimada para o caso das vigas *SCB*, (iii) as curvas ajustadas e propostas por *DEPOLLI et al.* apresentam melhorias consideráveis nas estimativas de momentos últimos com diferenças pequenas entre os indicadores para vigas *SCA*. Já para as vigas *SCB* os resultados apresentam-se mais ajustados para os valores $\psi=1$ e -1 e, para o caso de $\psi=0$, a curva encontra-se subestimada de acordo com os indicadores estatísticos apresentando valor médio para $\lambda_D > 1,5$ igual a 1,41.

Tendo em vista as análises indicadas sobre os resultados obtidos, torna-se notável a diferença entre a qualidade das estimativas de resistência última obtidas via *MRD* para vigas com esbeltezes menores ou iguais a 1,5 ou maiores que 1,5. Sabendo-se que a atual curva do *MRD* foi obtida a partir de resultados experimentais de vigas com valores de esbeltez menores/iguais a 1,5, fica claro o motivo pelo qual a estimativa para altos índices de esbeltez é qualitativamente pior que aquela para baixos/médios valores

de λ_D , que tendem a sobrestimar ainda mais quando há influência de momentos não-uniforme ao longo das barras.

Ressaltam-se as observações feitas por MARTINS *et al.* (2017a) que reportaram diferenças significativas entre os resultados obtidos numericamente para as vigas *SCA* e *SCB* e momento uniforme, confirmadas com o presente trabalho. Confirmam-se ainda as conclusões obtidas por DEPOLLI *et al.* (2018), a partir do ajuste à curva modificada por MARTINS *et al.* (2017a) e que traz melhorias significativas à qualidade da resistência última estimada para esbeltezes moderadas/altas. Observa-se que o alinhamento dos resultados numéricos para vigas *SCA*, em relação a curva normativa e a curva proposta por MARTINS *et al.* (2017a), é melhor que o alinhamentos dos resultados para vigas *SCB*, sendo necessárias um número maior de análises para validar os resultados encontrados e aqui apresentados.

5 Conclusão

Estudos reportados por SCHAFER & PEKOZ (2005), MARTINS *et al.* (2017) e DEPOLLI *et al.* (2018), abordaram uma vasta investigação sobre vigas em PFF e os resultados mostraram que as condições de apoio, assim como a variação do gradiente de momento, tem influência significativa no comportamento de pós-flambagem distorcional e na resistência última dessas vigas. Os estudos também revelaram que a curva codificada distorcional do MRD aplicada às vigas proporcionou valores de momentos últimos inseguros para esbeltezes moderadas/altas (ou seja, $\lambda D \geq 1,5$) em comparação com os resultados numéricos obtidos e sobrestimam os resultados em função de ψ . Essas descobertas motivaram o desenvolvimento deste trabalho, que objetivou estender o estudo e aplicá-lo a seções Z_e submetidas à flexão oblíqua não-uniforme, para avaliar a precisão, adequabilidade e abrangência das recomendações da curva normativa do MRD e presente no AISI (2016), da curva proposta por MARTINS *et al.* (2017) e da curva ajustada por DEPOLLI *et al.* (2018).

Dessa forma, a investigação relatada nesta pesquisa envolveu 720 vigas em PFF (i) referentes a 15 geometrias, (ii) submetidas a 3 gradientes de momento, (iii) a 8 valores de tensões de escoamento selecionadas para cobrir uma vasta gama de esbeltez distorcional e (iv) compreendendo 2 condições de apoio simplesmente apoiadas – que diferem apenas sobre restrições a rotação e ao empenamento (*SCA* – totalmente livres e *SCB* – totalmente impedidos).

Estas características foram cuidadosamente estudadas e selecionadas para garantir, tanto quanto possível, a ocorrência de flambagem e modos de falha “puramente” distorcionais, isto é, (i) garantir momentos e comprimentos críticos correspondentes a formação de uma semi-onda, (ii) soma das participações modais dos modos distorcionais 5 e 6 próximos ou maiores que 80%, (iii) valor do momento crítico distorcional o mais distante possível dos momentos críticos local e global, impedindo assim, a interação dos modos local e global com o modo distorcional. A seleção da geometria e análise de flambagem foi realizada com a utilização do programa *GBTul* (BEBIANO *et al.*, 2010b).

As vigas selecionadas foram submetidas a sucessivas análises realizadas através do ANSYS (2009), cuja (i) primeira análise foi a de flambagem linear, a fim de validar os resultados obtidos através do *GBTul* (BEBIANO *et al.*, 2010b) e obter o máximo deslocamento vertical na mesa mais comprimida, (ii) na sequência as análises de pós-flambagem elásticas, com não linearidades física e geométrica, foram realizadas com o intuito de buscar os resultados mais prejudiciais entre a condição da mesa comprimida para dentro (*inward*) ou para fora (*outward*) e finalmente (iii) foram realizadas as análises de pós-flambagem elasto-plásticas, foco deste trabalho, e tiveram como resultados numéricos os momentos últimos de flexão das vigas selecionadas que permitiram o dimensionamento por meio da curva codificada do MRD, da curva proposta por MARTINS *et al.* (2017a) e a curva ajustada por DEPOLLI *et al.* (2018). Os resultados numéricos obtidos por meio dessas análises (trajetórias de equilíbrio, resistência última e configuração deformada) foram discutidos neste trabalho e levaram às seguintes considerações finais:

- (i) As “nuvens de pontos”, resultados M_w/M_y versus λ_D , obtidas através das análises numéricas processadas neste trabalho mostram que os mesmos seguem uma tendência que pode ser descrita pelas curvas de “*Winter*”.
- (ii) As condições de apoio têm influência no comportamento de pós-flambagem das vigas. Enquanto as vigas *SCA* praticamente seguiram a tendência da curva da elástica (I / λ_D^2) nas relações M_w/M_y versus λ_D , as vigas *SCB* apresentaram uma dispersão dos resultados mais perceptível. Esta dispersão é atribuída à maior rigidez e resistência devido à restrição do empenamento e rotações nas seções de extremidade.
- (iii) Outro fator que influencia a resistência de pós-flambagem elástica e inelástica é a não-uniformidade dos momentos fletores aplicados ao logo das barras. Além de terem os valores de suas curvas de resistências aumentadas para ambas as condições de apoio quando $\psi \neq 1$.
- (iv) Com relação à curva codificada do MRD, verificou-se uma boa concordância entre seus resultados e os momentos últimos numéricos na faixa de esbeltez de baixa a moderada, mas notavelmente superestimada para situações de esbeltez moderada/alta ($\lambda_D > 1,5$). E quanto aos

gradientes de momento, observou-se uma superestimação evidenciada para os casos de condição de apoio *SCA*.

- (v) As curvas de projeto desenvolvidas por MARTINS *et al.* (2017a) demonstraram ser mais adequadas para estimar os momentos últimos apenas para momentos uniformes aplicados ao longo das barras. Para os casos com gradientes de momento as curvas são inadequadas.
- (vi) Já as curvas de projeto ajustadas por DEPOLLI *et al.* (2018), forneceram previsões de momentos últimos mais eficientes para as vigas Z_e com condição de apoio *SCA*. E demonstraram-se subestimadas para a condição de apoio *SCB* com $\psi \neq 1$, sendo necessária uma investigação maior a respeito desta condição.

Finalmente, as conclusões deste trabalho estão em grande parte alinhadas com as encontradas em DEPOLLI *et al.* (2018), mas é importante frisar que as curvas propostas para estimativa da resistência última distorcional para vigas *SCA* e *SCB* sob ação de momentos não-uniformes demandam maiores validações, com objetivo de verificar sua robustez e universalidade, isto é, para conhecer até que ponto as mesmas se mantêm válidas.

5.1 Sugestões para trabalhos futuros

Os assuntos abordados neste trabalho são relevantes no contexto do comportamento estrutural de vigas em PFF sujeitas a flambagem distorcional. Os resultados obtidos nesta pesquisa mostram que a curva codificada do MRD não atende ao dimensionamento de perfis do tipo Z_e analisados, assim como a curva proposta por MARTINS *et al.* (2017) não satisfaz ao dimensionamento de barras submetidas à variação de momento ao longo do comprimento. Além disso, o resultado alcançado mostrou que as curvas ajustadas por DEPOLLI *et al.* (2018) necessitam de ajustes para as vigas do presente trabalho para a condição de apoio *SCB*. Portanto, a investigação experimental dentro deste escopo é de suma importância. Sugere-se ainda:

- (i) Extensão de análises numéricas para esta pesquisa no intuito de contemplar outros gradientes de momento e novas geometrias objetivando ajustar os resultados aqui obtidos.

- (ii) Análises numéricas envolvendo outras seções, com verificação da influência dos parâmetros geométricos no que tange ao dimensionamento via MRD através das curvas:(ii₁) normativa distorcional, (ii₂) proposta por MARTINS *et al.* (2017a) e (ii₃) ajustada por DEPOLLI *et al.* (2018).
- (iii) Análises numéricas para outras condições de apoio, tais como engastado-livre e engastado apoiado, com objetivo de comparar e identificar a influência do apoio no dimensionamento para a hipótese de carregamento não-uniforme.
- (iv) Vigas com carregamentos diferentes entre os apoios, como por exemplo, carregamentos concentrados e/ou uniformemente distribuídos.

6 Bibliografia

ABAQUS. Version 6.2: ABAQUS, Inc. Pawtucket, 2001. Disponível em <www.abaqus.com>.

ABAQUS Standard. Version 6.9-3: Simulia Inc. 2009.

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 14762: Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio. Rio de Janeiro, 2010.

AISI – AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE. *AISI-S100-16*: North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members. Washington Dc, 2016.

ANSYS. Version 12: SAS – Swanson Analysis Systems Inc., 2009.

AS/NZS, 2005. *Cold-Formed Steel Structures*, Standards of Australia (SA) and Standards of New Zealand (SNZ), Sydney-Wellington.

BARICHELLO, C., 2016, *Behavior and DSM Design of cold-formed steel “S” type beams experiencing distortional failure*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

BARICHELLO, C., LANDESMANN, A., CAMOTIM, D. “Distortional Failure and DSM Design of Cold-Formed Steel S-Shaped Beams Under Uniform Bending”. *Latin American Journal of Solids and Structures*, v. 14, n. 12, p. 2123-2140, Aug. 2017.

BATISTA, E. “Effective section method: A general direct method for the design of steel cold-formed members under local–global buckling interaction”. *Thin Walled Structures*, v. 48 (4-5), p. 345-356, 2010.

BEBIANO, R., DINIS, P.B., SILVESTRE, CAMOTIM, D., “On the Application of the Direct Strength Method to Cold-Formed Steel Beams Subjected to Non-Uniform Bending”. *5th International Conference on Advances in Steel Structures*, Singapore, p. 322-327, 5-7 December, 2007.

BEBIANO R., PINA P., SILVESTRE N., CAMOTIM D., 2010b. *Manual user. GBTUL 1.0β – Buckling and Vibration Analysis of Thin-Walled Members*, DECivil/IST, Technical University of Lisbon. (<http://www.civil.ist.utl.pt/gbt>).

BEER, F.P., JR, E.R.J., DEWOLF, J.T., MAZUREK, D. F., 2011, *Mecânica dos Materiais*, 5ª ed. Porto Alegre, AMGH Editora Ltda.

CAMOTIM D., SILVESTRE N., DINIS P.B., 2006. “Análise numérica de elementos estruturais de aço enformados a frio: desenvolvimentos recentes e perspectivas futuras”, *Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural*, v.3, p.55-100.

CAMOTIM, D., DINIS, P. B., MARTINS, A. D. “Direct Strength Method (DSM) – a general approach for the design of cold-formed steel structures”. *Recent Trends in Cold-Formed Steel Construction*, C. Yu (ed.), Woodhead Publishing (Series in Civil and Structural Engineering), Amsterdam, p. 69-105, 2016.

CARVALHO, P.R.M., GRIGOLETTI, G, BARBOSA, G.D., 2014, *Curso Básico de Perfis Formados a Frio*, 3ª ed. Porto Alegre, ISBN.

CBCA – CENTRO BRASILEIRO DA CONSTRUÇÃO EM AÇO. *Steel Framing: Engenharia*. Série Manual de Construção em Aço. Rio de Janeiro, 2016. 224p.

CBCA – CENTRO BRASILEIRO DA CONSTRUÇÃO EM AÇO. *Steel Framing: Engenharia*. Série Manual de Construção em Aço. Rio de Janeiro, 2016. 224p.

CHEUNG, Y.K., *Finite Strip Method in Structural Analysis*, New York, USA, Pergamon Press, 1997.

CUSTOMPART.NET- Disponível em: <<https://www.custompartnet.com/wu/sheet-metal-forming>>, “Fabricação das chapas de PFF”. Acessado em 28 de nov. 2018.

DEPOLLI, I.C., 2018, *Dimensionamento à falha distorcional via método da resistência direta de vigas de aço de perfil formado a frio sob flexão não-uniforme*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

DEPOLLI, I.C., LANDESMANN, A., CAMOTIM, D., MARTINS, A.D., “Distorcional Failure and DSM Design of Cold-Formed Steel Lipped Channel Beams under Non-Uniform Bending”, *Proceedings of the Annual Stability Conference Structural Stability Research Council*, Baltimore, 10-13 de apr, 2018.

DINIS, P.B., CAMOTIM, D. “Local/distortional mode interaction in cold-formed steel lipped channel beams”. *Thin-Walled Structures*, v. 48 (10-11), p. 771-785, 2010.

HANCOCK, G.J. “Local, Distortional and Lateral Buckling of I-Beams”. *Research Report*, School of Civil Engineering, University of Sydney. Australia, R312. 1977.

HANCOCK, G.J. “Local, Distortional and Lateral Buckling of I-Beams”. *Journal of the Structural Division*, ASCE, v. 104 (11), 1978.

HANCOCK, G.J., KWON, Y.B., BERNARD, E.S. “Strength design curves for thin-walled sections undergoing distortional buckling”. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 31 (2-3), p. 169-186, 1994.

HIBBELER, R.C., 2010, *Resistência dos Materiais*, 7ª ed. São Paulo, Pearson Prentice Hall.

LANDESMANN, A., CAMOTIM, D. “Distortional failure and DSM design of cold-formed steel lipped channel beams under elevated temperatures”. *Thin-Walled Structures*, v. 98 (January), p. 75-93, 2015.

LANDESMANN, A., CAMOTIM, D. “Distortional failure and DSM design of cold-formed steel lipped channel beams under elevated temperatures”. *Thin-Walled Structures*, v. 98A (January), p. 75-93, 2016.

LI Z., SCHAFER B.W. (2010) “Buckling analysis of cold-formed steel members with general boundary conditions using CUFSM: conventional and constrained finite strip methods.” *Proceedings of the 20th Int. Spec. Conf. on Cold-Formed Steel Structures*, St. Louis, MO. November, 2010.

MARTINS, A. D., LANDESMANN, A., CAMOTIM, D., DINIS, P. B. “Distortional Failure of Cold-Formed Steel Beams under Uniform Bending: Behavior, Strength and DSM Design”. *Proceedings of the Annual Stability Conference Structural Stability Research Council*, Florida, 12-15 de abr. 2016.

MARTINS, A. D., LANDESMANN, A., CAMOTIM, D., DINIS, P. B., “Distortional failure of cold-formed steel beams under uniform bending: Behavior, strength and DSM design”. *Thin-Walled Structures*, v. 118 (September), p. 196-213, 2017a.

MARTINS, A. D., CAMOTIM, D., DINIS, P. B. “Local-distortional interaction in cold-formed steel beams: Behavior, strength and DSM design”. *Thin-Walled Structures*, v. 119 (October), p. 879-901, 2017b.

MELTFORM, Disponível em: http://www.metform.com.br/wordpress/wp-content/uploads/2015/05/steel_deck_metform.pdf. Acessado em 28 de nov. 2018.

MODULAR S/A, “Manual Técnico do Sistema Modular de Terças para Cobertura e Fechamento”, http://www.modularsc.com.br/catalogo/catalogo_modular_sistema_construtivo.pdf. Acessado em 28 de nov. 2018.

PROLA; L.C., 2001. *Estabilidade local e global de elementos estruturais de aço enformados a frio*, Tese de Doutorado. Universidade Técnica de Lisboa, Portugal.

PROLA, L. C., CAMOTIM, D., 2002. “On the distortional post-buckling behavior of cold-formed lipped channel steel beams”, *Advances in Steel Structures*, v.1, pp. 331-339.

REIS, A., CAMOTIM, D., 2000, *Estabilidade Estrutural*. Portugal, McGRAW-HILL.

SAINT-GOBAIN DO BRASIL LTDA, Disponível em: <http://www.cbca-acobrasil.org.br/upfiles/downloads/Datec-14-LSF.pdf>, “Sistema Construtivo a Seco Saint-Gobain Light Steel Frame”. Acessado em 28 de nov. 2018.

SCHAFER, B., 1997, *Cold-formed steel behavior and design: analytical and numerical modelling of elements and members with longitudinal stiffeners*. Ph.D. Thesis, Cornell University, USA.

SCHAFER, B.W., PEKÖZ, T. “Direct strength prediction of cold-formed steel members using numerical elastic buckling solutions”. *Proceedings of 14th International Specialty Conference on Cold-formed Steel Structures*, St. Louis, p. 69-76, 15-16 October 1998.

SCHAFER B.W., 2002. "Progress on the direct strength method", *16th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures* (Orlando, 17-18/10), 647-662

SCHAFER B.W., 2003. "Cold-formed steel design by the direct strength method: bye-bye effective width", *SSRC Annual Technical Session & Meeting* (Baltimore, 2-5/4), p. 357-377

SCHAFFER B.W., 2003. "Advances in the direct strength design of thin-walled members", *Advances in Structures* (Asscca'03 – Sydney, 23–25/6), Hancock et al. (eds.), Balkema, Lisse, 333–339

SCHAFFER B.W., 2005. "Direct Strength Method (DSM) Design Guide, American Iron and Steel Institute (AISI)" – Design Guide CF06–1, Washington DC

SCHAFFER B.W., 2006. "Review: the direct strength method of cold-formed steel member design", *International Colloquium on Stability and Ductility of Steel Structures* (SDSS 2006 – Lisboa, 6–8/9), p. 49–65

SCHAFFER B.W., 2006. "Designing cold-formed steel using the direct strength method", *18th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures* (Orlando, 26–27/10), p. 475–489.

SCHAFFER B.W., 2006. "Developments and Progress in the Direct Strength Method of Cold-Formed Steel Member Design", *International Symposium on Innovative Design of Steel Structures* (Hong Kong, 10/11), B. Young (ed.), p. 43–62.

SCHAFFER, B.W. "Review: The Direct Strength Method of cold-formed steel member design". *Journal of Constructional Steel Research*, v.68 (7-8), p. 766-778, 2008.

SILVESTRE, N., CAMOTIM, D. "Distortional buckling formulae for cold-formed steel C and Z-section members Part I — derivation". *Thin-Walled Structures*, v. 42 (November), p. 1567-1597, 2004. (citar)

WINTER, G. "Strength of Thin Steel Compression Flanges". *Transactions of ASCE*, Paper No. 2305, 1947.

YU, C., SCHAFFER, B.W. "Distortional Buckling of Cold-formed Steel Members in Bending". In: *The American Iron and Steel Institute (AISI)*, Baltimore, Maryland, 2005.

YU C., SCHAFFER B.W. "Distortional buckling tests on cold-formed steel beams". *Journal of Structural Engineering (ASCE)*, v. 132 (4), p. 515-528, 2006.

YU C., SCHAFFER B.W. "Simulation of cold-formed steel beams in local and distortional buckling with applications to the Direct Strength Method". *Journal of Constructional Steel Research*, v. 63 (5), p. 581-590, 2007.

APÊNDICE A

Dados referentes às vigas selecionadas

Este Apêndice fornece 15 tabelas (Tabelas A.1 – A.15) cujo objetivo é resumir os resultados de resistência última obtidos das análises numéricas e as correspondentes estimativas via MRD calculadas durante esta investigação. Cada tabela corresponde a uma geometria das listadas na Tabela 3.1, para as condições de apoio *SCA* e *SCB*, para os 3 gradientes de momento considerados ao longo da viga ($\psi = +1, 0, -1$) além de fornecer as esbeltezes distorcionais (λ_D) consideradas. São apresentadas ainda informações sobre (i) os momentos de escoamento (M_y), (ii) os momentos de plasticidade (M_p) e (iii) os momentos últimos numéricos (M_u), assim como as relações dos momentos últimos com (iv) a curva codificada do AISI (2016) – M_u/M_{nD} , (v) com a curva proposta por Martins *et al.* (2017a) – M_u/M_{nD}^* e (vi) com a curva proposta por DEPOLLI *et al.* (2018) – M_u/M_{nD}^{**} . As barras com possível ocorrência de interação local-distorcional estão identificadas nas tabelas com o valor do M_u sublinhado.

Tabela A.1 – Resultados numéricos e estimativa via MRD para Z01.

ψ	SCA								SCB							
	λ_D	M_u (kNcm)	M_y (kNcm)	M_p (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$	λ_D	M_u (kNcm)	M_y (kNcm)	M_p (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$
1	0,50	96,2	96,1	101,2	1,00	0,99	0,99	0,99	0,50	135,1	134,2	141,4	1,01	0,99	0,99	0,99
	1,00	316,2	384,3	404,8	0,82	1,06	1,09	1,10	1,00	445,7	537,3	565,9	0,83	1,06	1,09	1,09
	1,50	386,2	864,5	910,6	0,45	0,79	1,02	1,04	1,50	671,5	1208,8	1273,2	0,56	0,98	1,14	1,16
	2,00	420,2	1536,8	1618,8	0,27	0,61	0,98	0,99	2,00	980,1	2149,1	2263,7	0,46	1,02	1,35	1,39
	2,50	496,7	2401,3	2529,4	0,21	0,57	1,06	1,08	2,50	1260,8	3357,9	3536,9	0,38	1,03	1,50	1,55
	3,00	524,7	3457,9	3642,3	0,15	0,49	1,05	1,08	3,00	1515,8	4835,5	5093,3	0,31	1,01	1,61	1,67
	3,50	538,9	4706,7	4957,6	0,11	0,43	1,02	1,05	3,50	<u>1742,8</u>	6581,6	6932,4	0,26	0,99	1,68	1,75
	4,00	553,1	6147,4	6475,2	0,09	0,38	1,01	1,04	4,00	<u>1942,2</u>	8596,3	9054,6	0,23	0,96	1,73	1,81
0	0,70	294,7	284,0	299,1	1,04	1,06	1,04	1,04	0,70	449,9	419,6	442,0	1,07	1,09	1,09	1,09
	1,20	505,9	834,2	878,7	0,61	0,89	1,01	1,06	1,20	900,3	1233,3	1299,1	0,73	1,07	1,16	1,17
	1,70	578,0	1674,3	1763,6	0,35	0,67	0,96	1,04	1,70	1498,3	2475,1	2607,1	0,61	1,18	1,46	1,48
	2,20	597,5	2804,1	2953,6	0,21	0,52	0,89	1,00	2,20	2039,2	4145,1	4366,1	0,49	1,20	1,66	1,70
	2,70	619,4	4223,5	4448,7	0,15	0,43	0,85	0,99	2,70	<u>2516,2</u>	6243,4	6576,2	0,40	1,18	1,79	1,85
	3,20	639,8	5932,5	6248,8	0,11	0,37	0,83	0,99	3,20	<u>2944,1</u>	8769,9	9237,4	0,34	1,15	1,88	1,95
	3,70	667,4	7931,3	8354,2	0,08	0,33	0,83	1,01	3,70	<u>3310,1</u>	11724,6	12349,7	0,28	1,11	1,94	2,02
	4,20	780,5	10219,8	10764,7	0,08	0,34	0,93	1,16	4,20	<u>3584,9</u>	15107,5	15912,9	0,24	1,05	1,95	2,04
-1	0,90	477,3	519,5	547,2	0,92	1,09	1,09	1,10	0,90	782,9	869,7	916,0	0,90	1,07	1,07	1,07
	1,40	593,2	1256,9	1323,9	0,47	0,78	0,98	1,05	1,40	1280,8	2104,4	2216,6	0,61	1,01	1,15	1,17
	1,90	617,6	2315,1	2438,5	0,27	0,57	0,88	0,99	1,90	1829,6	3876,0	4082,6	0,47	1,01	1,31	1,34
	2,40	637,5	3693,9	3890,8	0,17	0,46	0,83	0,97	2,40	2297,5	6184,3	6514,0	0,37	0,98	1,41	1,45
	2,90	661,1	5393,4	5680,9	0,12	0,38	0,80	0,98	2,90	<u>2696,6</u>	9029,6	9511,0	0,30	0,94	1,46	1,51
	3,40	687,3	7413,4	7808,7	0,09	0,34	0,79	0,99	3,40	<u>2997,8</u>	12411,6	13073,3	0,24	0,88	1,47	1,53
	3,90	728,7	9754,1	10274,1	0,07	0,31	0,80	1,03	3,90	<u>3205,7</u>	16330,5	17201,2	0,20	0,81	1,45	1,52
	4,40	764,0	12415,7	13077,6	0,06	0,28	0,81	1,06	4,40	<u>3302,3</u>	20786,3	21894,4	0,16	0,74	1,39	1,46

Tabela A.2 – Resultados numéricos e estimativa via MRD para Z02.

ψ	SCA								SCB							
	λ_D	M_u (kNcm)	M_y (kNcm)	M_p (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$	λ_D	M_u (kNcm)	M_y (kNcm)	M_p (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$
1	0,55	107,6	107,6	113,7	1,00	0,99	0,99	0,99	0,55	154,5	153,9	162,7	1,00	0,99	0,99	0,99
	1,05	315,3	392,2	414,4	0,80	1,07	1,13	1,14	1,05	434,9	560,6	592,4	0,78	1,03	1,07	1,07
	1,55	370,2	854,5	903,0	0,43	0,78	1,04	1,05	1,55	632,9	1221,9	1291,2	0,52	0,94	1,11	1,13
	2,05	413,1	1494,6	1579,5	0,28	0,63	1,03	1,04	2,05	810,0	2137,0	2258,4	0,38	0,87	1,16	1,19
	2,55	453,3	2312,7	2444,0	0,20	0,55	1,04	1,06	2,55	914,1	3306,8	3494,5	0,28	0,77	1,14	1,17
	3,05	484,4	3308,5	3496,3	0,15	0,48	1,04	1,07	3,05	1123,2	4730,6	4999,2	0,24	0,78	1,25	1,29
	3,55	509,0	4482,1	4736,5	0,11	0,43	1,04	1,07	3,55	1126,3	6408,8	6772,6	0,18	0,67	1,14	1,19
	4,05	527,5	5833,6	6164,8	0,09	0,39	1,03	1,07	4,05	1126,3	8341,3	8814,8	0,14	0,58	1,05	1,10
0	0,75	304,2	295,2	312,0	1,03	1,09	1,06	1,06	0,75	487,1	462,5	488,8	1,05	1,12	1,10	1,10
	1,25	486,2	820,0	866,5	0,59	0,90	1,05	1,10	1,25	881,2	1284,5	1357,4	0,69	1,04	1,14	1,15
	1,75	516,1	1607,2	1698,5	0,32	0,64	0,93	1,02	1,75	1383,1	2517,8	2660,7	0,55	1,10	1,37	1,40
	2,25	538,6	2656,8	2807,6	0,20	0,51	0,87	0,99	2,25	<u>1801,6</u>	4162,0	4398,3	0,43	1,08	1,50	1,54
	2,75	549,0	3968,8	4194,1	0,14	0,41	0,83	0,97	2,75	<u>2203,1</u>	6217,3	6570,2	0,35	1,06	1,61	1,67
	3,25	562,5	5543,0	5857,7	0,10	0,35	0,80	0,96	3,25	<u>2574,4</u>	8683,7	9176,6	0,30	1,03	1,70	1,76
	3,75	580,2	7379,8	7798,7	0,08	0,31	0,79	0,97	3,75	<u>2894,6</u>	11561,0	12217,3	0,25	1,00	1,75	1,83
	4,25	659,5	9478,9	10016,9	0,07	0,31	0,86	1,08	4,25	<u>3174,0</u>	14849,6	15692,5	0,21	0,96	1,78	1,87
-1	0,95	476,3	528,1	558,0	0,90	1,12	1,13	1,15	0,95	687,7	843,3	891,1	0,82	1,01	1,02	1,02
	1,45	545,7	1230,2	1300,0	0,44	0,76	0,97	1,05	1,45	1049,8	1964,5	2076,0	0,53	0,91	1,06	1,07
	1,95	562,5	2225,1	2351,4	0,25	0,56	0,87	0,99	1,95	1485,1	3552,9	3754,6	0,42	0,92	1,20	1,23
	2,45	573,6	3512,2	3711,6	0,16	0,44	0,81	0,96	2,45	<u>1862,5</u>	5608,6	5927,0	0,33	0,89	1,29	1,33
	2,95	590,4	5092,1	5381,2	0,12	0,37	0,78	0,95	2,95	<u>2193,7</u>	8131,4	8593,0	0,27	0,86	1,35	1,40
	3,45	607,5	6964,6	7359,9	0,09	0,32	0,76	0,96	3,45	<u>2462,4</u>	11121,2	11752,5	0,22	0,82	1,38	1,43
	3,95	622,8	9129,5	9647,8	0,07	0,29	0,75	0,96	3,95	<u>2650,0</u>	14578,4	15405,9	0,18	0,76	1,37	1,43
	4,45	734,4	11587,2	12245,0	0,06	0,30	0,85	1,12	4,45	<u>2754,4</u>	18502,7	19553,1	0,15	0,70	1,33	1,39

Tabela A.3 – Resultados numéricos e estimativa via MRD para Z03.

ψ	SCA								SCB							
	λ_D	M_u (kNcm)	M_y (kNcm)	M_p (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nd}}$	$\frac{M_u}{M_{nd}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nd}^{**}}$	λ_D	M_u (kNcm)	M_y (kNcm)	M_p (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nd}}$	$\frac{M_u}{M_{nd}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nd}^{**}}$
1	0,40	334,3	330,5	358,1	1,01	0,98	0,98	0,98	0,40	481,9	474,1	513,8	1,02	0,98	0,98	0,98
	0,90	1492,5	1672,9	1812,7	0,89	1,06	1,06	1,06	0,90	2170,9	2400,5	2601,2	0,90	1,08	1,08	1,08
	1,40	2037,7	4048,2	4386,6	0,50	0,84	1,04	1,05	1,40	3095,0	5808,3	6293,9	0,53	0,89	1,01	1,02
	1,90	2247,7	7456,0	8079,3	0,30	0,65	0,99	1,01	1,90	4105,6	10697,9	11592,2	0,38	0,82	1,07	1,09
	2,40	2419,8	11896,2	12890,7	0,20	0,54	0,97	0,99	2,40	4907,5	17069,6	18496,6	0,29	0,76	1,09	1,12
	2,90	2541,2	17369,7	18821,8	0,15	0,46	0,96	0,98	2,90	5407,7	24922,3	27005,8	0,22	0,68	1,06	1,10
	3,40	2604,6	23875,3	25871,2	0,11	0,40	0,93	0,96	3,40	5830,0	34257,2	37121,0	0,17	0,62	1,04	1,08
	3,90	2611,4	31413,8	34039,9	0,08	0,34	0,89	0,92	3,90	5830,0	45073,9	48842,0	0,13	0,53	0,96	1,00
0	0,60	1152,2	1103,4	1195,7	1,04	1,03	1,03	1,03	0,60	1793,8	1658,8	1797,4	1,08	1,07	1,07	1,07
	1,10	2758,5	3708,7	4018,8	0,74	1,02	1,11	1,14	1,10	4189,5	5575,3	6041,4	0,75	1,03	1,08	1,09
	1,60	2994,4	7846,7	8502,7	0,38	0,71	0,96	1,04	1,60	6428,8	11795,3	12781,4	0,55	1,01	1,22	1,24
	2,10	3084,0	13516,9	14646,9	0,23	0,54	0,88	0,99	2,10	8286,6	20319,6	22018,3	0,41	0,96	1,29	1,32
	2,60	3137,1	20719,8	22451,9	0,15	0,43	0,83	0,96	2,60	<u>9590,1</u>	31147,5	33751,3	0,31	0,87	1,30	1,34
	3,10	3184,1	29454,9	31917,2	0,11	0,36	0,79	0,94	3,10	<u>10145,7</u>	44279,2	47980,8	0,23	0,76	1,23	1,28
	3,60	3686,5	39723,1	43043,8	0,09	0,36	0,87	1,06	3,60	<u>10193,4</u>	59714,8	64706,8	0,17	0,65	1,13	1,18
	4,10	3757,7	51523,5	55830,7	0,07	0,32	0,85	1,06	4,10	<u>10201,5</u>	77453,9	83928,9	0,13	0,57	1,04	1,09
-1	0,80	2196,5	2168,4	2349,7	1,01	1,12	1,09	1,09	0,80	3197,6	3170,9	3436,0	1,01	1,11	1,10	1,10
	1,30	3119,9	5725,8	6204,4	0,54	0,85	1,02	1,08	1,30	4594,8	8373,4	9073,4	0,55	0,86	0,95	0,96
	1,80	3232,7	10977,0	11894,7	0,29	0,60	0,89	1,00	1,80	6630,2	16053,4	17395,4	0,41	0,85	1,07	1,09
	2,30	3296,9	17922,5	19420,8	0,18	0,47	0,82	0,96	2,30	8019,0	26210,9	28402,0	0,31	0,78	1,09	1,12
	2,80	3344,7	26562,3	28782,8	0,13	0,38	0,78	0,94	2,80	8877,0	38845,4	42092,8	0,23	0,69	1,07	1,10
	3,30	3428,3	36895,5	39979,8	0,09	0,33	0,75	0,94	3,30	9149,0	53957,4	58468,1	0,17	0,60	0,99	1,03
	3,80	4255,7	48922,9	53012,7	0,09	0,35	0,89	1,14	3,80	9196,5	71546,9	77528,0	0,13	0,52	0,92	0,96
	4,30	4267,4	62644,6	67881,5	0,07	0,31	0,86	1,13	4,30	9197,3	91613,4	99272,0	0,10	0,45	0,85	0,89

Tabela A.4 – Resultados numéricos e estimativa via MRD para Z04.

ψ	SCA								SCB							
	λ_D	M_u (kNcm)	M_v (kNcm)	M_p (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$	λ_D	M_u (kNcm)	M_v (kNcm)	M_p (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$
1	1,00	1072,8	1286,8	1386,6	0,83	1,07	1,11	1,11	1,00	1559,5	1863,8	2008,5	0,84	1,07	1,10	1,10
	1,50	1311,6	2895,1	3119,8	0,45	0,80	1,04	1,05	1,50	2018,2	4193,3	4518,8	0,48	0,85	0,99	1,01
	2,00	1437,9	5147,1	5546,5	0,28	0,63	1,00	1,01	2,00	2312,9	7454,9	8033,5	0,31	0,70	0,92	0,94
	2,50	1543,5	8042,2	8666,4	0,19	0,53	0,98	1,00	2,50	2690,1	11648,2	12552,2	0,23	0,63	0,92	0,95
	3,00	1620,1	11580,6	12479,3	0,14	0,45	0,97	0,99	3,00	2824,1	16773,7	18075,4	0,17	0,55	0,86	0,89
	3,50	1655,9	15762,5	16985,8	0,11	0,39	0,94	0,97	3,50	2824,1	22830,8	24602,7	0,12	0,46	0,79	0,82
	4,00	1667,1	20588,0	22185,8	0,08	0,34	0,91	0,94	4,00	2824,1	29819,7	32133,9	0,09	0,40	0,73	0,76
	4,50	1667,1	26056,7	28078,9	0,06	0,30	0,88	0,91	4,50	2824,1	37740,6	40669,6	0,07	0,35	0,68	0,71
0	1,20	1776,2	2727,9	2939,6	0,65	0,96	1,09	1,13	1,20	2849,5	4246,2	4575,7	0,67	0,99	1,06	1,07
	1,70	1866,6	5474,8	5899,7	0,34	0,67	0,94	1,03	1,70	4279,2	8522,0	9183,3	0,50	0,98	1,21	1,23
	2,20	1916,1	9168,6	9880,1	0,21	0,51	0,87	0,98	2,20	<u>5544,0</u>	14272,0	15379,6	0,39	0,95	1,31	1,34
	2,70	1942,8	13809,7	14881,5	0,14	0,41	0,82	0,95	2,70	<u>6552,7</u>	21496,5	23164,8	0,30	0,90	1,35	1,40
	3,20	1960,6	19398,1	20903,6	0,10	0,35	0,78	0,93	3,20	<u>7205,0</u>	30195,2	32538,7	0,24	0,82	1,34	1,39
	3,70	2260,5	25933,5	27946,2	0,09	0,34	0,86	1,05	3,70	<u>7248,4</u>	40368,5	43501,5	0,18	0,71	1,23	1,29
	4,20	2291,2	33416,2	36009,5	0,07	0,30	0,83	1,04	4,20	<u>7255,7</u>	52016,4	56053,3	0,14	0,62	1,14	1,20
	4,70	2294,6	41846,1	45093,8	0,05	0,27	0,81	1,02	4,70	<u>7255,7</u>	65138,0	70193,3	0,11	0,55	1,07	1,12
-1	1,40	2003,7	4265,9	4597,0	0,47	0,78	0,97	1,05	1,40	3728,3	7021,6	7566,5	0,53	0,88	1,01	1,02
	1,90	2069,8	7857,5	8467,3	0,26	0,57	0,87	0,98	1,90	5041,3	12932,7	13936,4	0,39	0,84	1,08	1,11
	2,40	2100,2	12537,0	13510,0	0,17	0,44	0,80	0,95	2,40	<u>6073,1</u>	20635,1	22236,6	0,29	0,78	1,11	1,15
	2,90	2110,2	18305,2	19725,9	0,12	0,36	0,75	0,92	2,90	<u>6787,8</u>	30129,1	32467,4	0,23	0,71	1,10	1,14
	3,40	2110,2	25161,4	27114,2	0,08	0,30	0,71	0,90	3,40	<u>7014,6</u>	41413,9	44628,0	0,17	0,62	1,03	1,07
	3,90	2110,2	33106,0	35675,3	0,06	0,26	0,68	0,88	3,90	<u>7046,4</u>	54489,9	58718,8	0,13	0,53	0,96	1,00
	4,40	2110,2	42138,5	45408,8	0,05	0,23	0,66	0,87	4,40	<u>7046,8</u>	69357,2	74739,9	0,10	0,47	0,89	0,93
	4,90	65,3	52259,7	56315,5	0,00	0,01	0,02	0,03	4,90	<u>7046,8</u>	86016,1	92691,7	0,08	0,42	0,84	0,88

Tabela A.5 – Resultados numéricos e estimativa via MRD para Z05.

ψ	SCA								SCB							
	λ_D	M_u (kNcm)	M_y (kNcm)	M_p (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nd}}$	$\frac{M_u}{M_{nd}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nd}^{**}}$	λ_D	M_u (kNcm)	M_y (kNcm)	M_p (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nd}}$	$\frac{M_u}{M_{nd}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nd}^{**}}$
1	0,65	862,4	870,7	944,2	0,99	0,99	0,99	0,99	0,65	1244,4	1246,4	1351,7	1,00	1,00	1,00	1,00
	1,15	1906,8	2725,4	2955,6	0,70	0,99	1,10	1,11	1,15	2757,0	3900,7	4230,2	0,71	1,01	1,07	1,08
	1,65	2197,2	5610,7	6084,6	0,39	0,75	1,04	1,05	1,65	3383,3	8030,5	8708,8	0,42	0,80	0,98	0,99
	2,15	2404,7	9526,7	10331,3	0,25	0,60	1,01	1,03	2,15	4063,5	13634,9	14786,5	0,30	0,71	0,97	1,00
	2,65	2549,8	14473,2	15695,6	0,18	0,51	0,99	1,02	2,65	4718,9	20714,3	22463,8	0,23	0,66	0,99	1,02
	3,15	2646,5	20449,9	22177,1	0,13	0,44	0,97	1,00	3,15	4913,6	29268,2	31740,3	0,17	0,57	0,92	0,96
	3,65	2675,9	27457,1	29776,3	0,10	0,38	0,94	0,96	3,65	4913,6	39297,2	42616,3	0,13	0,49	0,84	0,88
	4,15	2675,3	35494,5	38492,5	0,08	0,33	0,90	0,93	4,15	4913,6	50800,7	55091,4	0,10	0,42	0,78	0,82
0	0,85	2171,5	2192,7	2377,9	0,99	1,14	1,11	1,12	0,85	3272,2	3275,3	3551,9	1,00	1,15	1,13	1,14
	1,35	2873,5	5530,3	5997,4	0,52	0,84	1,02	1,08	1,35	5224,6	8262,1	8959,9	0,63	1,02	1,15	1,16
	1,85	2990,6	10385,6	11262,8	0,29	0,60	0,91	1,00	1,85	7440,9	15515,1	16825,5	0,48	1,01	1,29	1,31
	2,35	3075,2	16758,1	18173,5	0,18	0,48	0,85	0,97	2,35	<u>9256,9</u>	25034,9	27149,4	0,37	0,96	1,36	1,40
	2,85	3164,1	24647,9	26729,7	0,13	0,40	0,82	0,96	2,85	<u>10431,4</u>	36821,4	39931,5	0,28	0,87	1,36	1,40
	3,35	3607,2	34055,3	36931,7	0,11	0,38	0,88	1,06	3,35	<u>10802,3</u>	50874,3	55171,2	0,21	0,76	1,27	1,32
	3,85	3730,1	44979,5	48778,6	0,08	0,34	0,87	1,07	3,85	<u>10818,6</u>	67193,8	72869,2	0,16	0,66	1,17	1,22
	4,35	3761,3	57421,4	62271,4	0,07	0,30	0,85	1,06	4,35	<u>10805,9</u>	85780,2	93025,4	0,13	0,58	1,09	1,14
-1	1,05	3096,6	3974,3	4310,0	0,78	1,03	1,10	1,13	1,05	3956,8	5465,0	5926,6	0,72	0,96	1,00	1,00
	1,55	3328,4	8660,4	9391,9	0,38	0,69	0,92	1,01	1,55	5718,7	11908,7	12914,5	0,48	0,87	1,03	1,05
	2,05	3428,8	15149,2	16428,7	0,23	0,52	0,84	0,96	2,05	7454,5	20831,0	22590,5	0,36	0,82	1,10	1,12
	2,55	3490,8	23440,2	25420,0	0,15	0,42	0,79	0,94	2,55	8746,8	32231,5	34953,9	0,27	0,76	1,12	1,15
	3,05	3580,0	33533,9	36366,2	0,11	0,35	0,76	0,93	3,05	9357,4	46110,7	50005,3	0,20	0,67	1,07	1,10
	3,55	3820,0	45429,8	49266,9	0,08	0,32	0,77	0,97	3,55	9524,0	62468,0	67744,2	0,15	0,58	0,99	1,03
	4,05	4689,2	59128,0	64122,1	0,08	0,34	0,91	1,17	4,05	9590,4	81304,0	88171,2	0,12	0,51	0,92	0,96
	4,55	4772,4	74628,9	80932,2	0,06	0,31	0,89	1,18	4,55	9584,5	102618,2	111285,6	0,09	0,45	0,86	0,90

Tabela A.6 – Resultados numéricos e estimativa via MRD para Z06.

ψ	SCA								SCB							
	λ_D	M_u (kNcm)	M_y (kNcm)	M_p (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$	λ_D	M_u (kNcm)	M_y (kNcm)	M_p (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$
I	0,70	840,6	855,6	936,3	0,98	1,00	0,99	0,99	0,70	1223,5	1234,6	1350,9	0,99	1,01	1,00	1,00
	1,20	1675,1	2513,9	2750,9	0,67	0,98	1,11	1,12	1,20	2428,3	3628,8	3970,8	0,67	0,98	1,06	1,07
	1,70	1882,6	5045,5	5521,1	0,37	0,73	1,03	1,05	1,70	2929,5	7282,6	7969,0	0,40	0,79	0,97	0,99
	2,20	2045,3	8450,0	9246,4	0,24	0,59	1,01	1,03	2,20	3437,8	12196,8	13346,3	0,28	0,69	0,95	0,97
	2,70	2161,2	12727,3	13926,9	0,17	0,50	0,99	1,01	2,70	4001,2	18370,6	20102,0	0,22	0,64	0,97	1,00
	3,20	2232,6	17877,5	19562,4	0,12	0,43	0,96	0,99	3,20	4001,0	25804,7	28236,8	0,16	0,53	0,87	0,90
	3,70	2247,1	23901,0	26153,6	0,09	0,37	0,92	0,95	3,70	4001,0	34498,5	37749,9	0,12	0,46	0,80	0,83
	4,20	2247,1	30796,9	33699,5	0,07	0,32	0,89	0,92	4,20	4001,0	44452,6	48642,2	0,09	0,40	0,74	0,77
0	0,90	2018,7	2098,0	2295,7	0,96	1,15	1,14	1,15	0,90	2933,7	3140,1	3436,0	0,93	1,11	1,11	1,11
	1,30	2457,8	4377,7	4790,2	0,56	0,88	1,05	1,10	1,30	4170,9	6551,4	7168,9	0,64	1,00	1,10	1,12
	1,80	2573,4	8392,3	9183,3	0,31	0,63	0,93	1,02	1,80	6036,8	12560,7	13744,5	0,48	0,99	1,24	1,27
	2,30	2642,8	13702,2	14993,7	0,19	0,49	0,86	0,98	2,30	<u>7508,8</u>	20507,7	22440,5	0,37	0,93	1,31	1,34
	2,80	2700,8	20307,5	22221,4	0,13	0,40	0,82	0,96	2,80	<u>8441,5</u>	30393,4	33257,9	0,28	0,84	1,30	1,34
	3,30	2731,2	28207,6	30866,1	0,10	0,34	0,79	0,94	3,30	<u>8652,4</u>	42217,3	46196,2	0,20	0,72	1,20	1,25
	3,80	3008,3	37403,0	40928,2	0,08	0,32	0,83	1,01	3,80	<u>8671,0</u>	55979,4	61255,4	0,15	0,62	1,10	1,15
	4,30	3038,6	47893,7	52407,6	0,06	0,29	0,80	1,01	4,30	<u>8671,0</u>	71680,1	78435,9	0,12	0,55	1,03	1,07
-I	1,10	2555,9	3547,0	3881,3	0,72	0,99	1,07	1,11	1,10	3750,2	5369,8	5875,9	0,70	0,96	1,01	1,01
	1,30	2717,0	4953,8	5420,7	0,55	0,86	1,02	1,09	1,30	4093,4	7499,6	8206,5	0,55	0,85	0,95	0,96
	1,80	2797,6	9497,3	10392,4	0,29	0,60	0,89	1,00	1,80	5823,2	14378,3	15733,5	0,40	0,83	1,05	1,07
	2,30	2858,7	15506,1	16967,5	0,18	0,47	0,82	0,96	2,30	7057,7	23475,5	25688,1	0,30	0,76	1,07	1,10
	2,80	2899,0	22980,7	25146,7	0,13	0,38	0,78	0,94	2,80	<u>7778,9</u>	34791,7	38070,8	0,22	0,68	1,04	1,08
	3,30	2975,5	31921,2	34929,8	0,09	0,33	0,76	0,94	3,30	<u>8015,9</u>	48326,9	52881,6	0,17	0,59	0,97	1,01
	3,80	3708,3	42327,1	46316,4	0,09	0,35	0,90	1,15	3,80	<u>8062,0</u>	64080,6	70120,1	0,13	0,51	0,90	0,94
	4,30	3728,0	54198,8	59307,0	0,07	0,31	0,87	1,14	4,30	<u>8071,3</u>	82053,3	89786,7	0,10	0,45	0,83	0,87

Tabela A.7 – Resultados numéricos e estimativa via MRD para Z07.

ψ	SCA								SCB							
	λ_D	M_u (kNcm)	M_y (kNcm)	M_p (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$	λ_D	M_u (kNcm)	M_y (kNcm)	M_p (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$
I	0,30	155,8	154,0	166,6	1,01	0,97	0,97	0,97	0,30	224,6	221,5	239,6	1,01	0,97	0,97	0,97
	0,80	1038,9	1096,2	1186,1	0,95	1,05	1,02	1,02	0,80	1520,1	1573,8	1703,0	0,97	1,07	1,05	1,05
	1,30	1668,7	2894,0	3131,4	0,58	0,90	1,07	1,08	1,30	2472,8	4155,7	4496,7	0,60	0,93	1,03	1,04
	1,80	1848,0	5548,4	6003,6	0,33	0,68	1,01	1,02	1,80	2932,1	7967,2	8621,0	0,37	0,75	0,95	0,97
	2,30	2016,3	9059,4	9802,7	0,22	0,57	0,99	1,01	2,30	3473,8	13008,3	14075,6	0,27	0,68	0,95	0,98
	2,80	2149,0	13426,0	14527,6	0,16	0,49	0,99	1,01	2,80	4045,5	19278,3	20860,2	0,21	0,64	0,98	1,01
	3,30	2236,4	18649,2	20179,5	0,12	0,42	0,97	1,00	3,30	4045,5	26778,5	28975,8	0,15	0,53	0,88	0,92
	3,80	2278,5	24729,1	26758,2	0,09	0,37	0,95	0,98	3,80	4045,5	35507,7	38421,3	0,11	0,46	0,81	0,85
0	0,50	674,5	640,2	692,7	1,05	1,03	1,03	1,03	0,50	1011,0	943,2	1020,6	1,07	1,05	1,05	1,05
	1,00	2199,9	2560,3	2770,4	0,86	1,10	1,14	1,17	1,00	3182,1	3772,2	4081,7	0,84	1,08	1,10	1,11
	1,50	2433,7	5760,8	6233,4	0,42	0,74	0,97	1,04	1,50	4889,5	8487,1	9183,5	0,58	1,01	1,19	1,20
	2,00	2548,8	10241,1	11081,4	0,25	0,56	0,89	0,99	2,00	6610,7	15088,4	16326,4	0,44	0,98	1,30	1,33
	2,50	2630,9	16001,4	17314,3	0,16	0,45	0,84	0,97	2,50	<u>8022,2</u>	23576,0	25510,5	0,34	0,93	1,36	1,40
	3,00	2674,7	23042,0	24932,7	0,12	0,38	0,80	0,95	3,00	<u>9042,2</u>	33949,5	36735,2	0,27	0,86	1,37	1,42
	3,50	3268,9	31363,0	33936,5	0,10	0,39	0,93	1,13	3,50	<u>9515,2</u>	46208,8	50000,5	0,21	0,77	1,31	1,36
	4,00	3414,3	40964,0	44325,2	0,08	0,35	0,93	1,16	4,00	<u>9588,0</u>	60354,0	65306,3	0,16	0,67	1,22	1,27
-I	0,70	1454,1	1456,5	1576,1	1,00	1,02	1,00	1,00	0,70	2309,1	2150,6	2327,1	1,07	1,10	1,09	1,09
	1,20	2627,4	4281,1	4632,3	0,61	0,90	1,02	1,08	1,20	3824,9	6319,4	6837,9	0,61	0,89	0,96	0,97
	1,70	2787,0	8591,8	9296,8	0,32	0,63	0,90	1,00	1,70	5784,6	12683,1	13723,8	0,46	0,89	1,10	1,12
	2,20	2853,2	14389,3	15570,0	0,20	0,48	0,82	0,96	2,20	7348,2	21240,7	22983,6	0,35	0,85	1,17	1,20
	2,70	2904,5	21673,0	23451,4	0,13	0,39	0,78	0,94	2,70	<u>8515,6</u>	31992,7	34617,8	0,27	0,78	1,18	1,22
	3,20	2982,2	30443,5	32941,5	0,10	0,34	0,75	0,94	3,20	<u>9137,4</u>	44939,0	48626,5	0,20	0,70	1,14	1,18
	3,70	3149,0	40700,2	44039,9	0,08	0,30	0,76	0,97	3,70	<u>9143,1</u>	60079,2	65009,0	0,15	0,60	1,05	1,09
	4,20	3982,9	52443,7	56746,9	0,08	0,34	0,92	1,20	4,20	<u>9173,4</u>	77413,8	83766,0	0,12	0,53	0,97	1,02

Tabela A.8 – Resultados numéricos e estimativa via MRD para Z08.

ψ	SCA								SCB							
	λ_D	M_u (kNcm)	M_v (kNcm)	M_p (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nd}}$	$\frac{M_u}{M_{nd}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nd}^{**}}$	λ_D	M_u (kNcm)	M_v (kNcm)	M_p (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nd}}$	$\frac{M_u}{M_{nd}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nd}^{**}}$
I	0,60	425,3	427,0	457,0	1,00	0,99	0,99	0,99	0,60	617,1	615,3	658,5	1,00	1,00	1,00	1,00
	1,10	1089,5	1434,8	1535,4	0,76	1,04	1,13	1,14	1,10	1533,6	2068,7	2213,9	0,74	1,02	1,07	1,08
	1,60	1252,6	3035,8	3248,8	0,41	0,77	1,04	1,05	1,60	2073,8	4377,3	4684,4	0,47	0,88	1,06	1,07
	2,10	1383,8	5229,7	5596,6	0,26	0,62	1,02	1,04	2,10	2819,7	7539,9	8069,0	0,37	0,88	1,18	1,21
	2,60	1490,6	8016,3	8578,8	0,19	0,53	1,02	1,04	2,60	<u>3490,7</u>	11558,1	12369,2	0,30	0,86	1,27	1,31
	3,10	1572,1	11396,2	12195,9	0,14	0,46	1,01	1,03	3,10	<u>4119,7</u>	16431,0	17584,1	0,25	0,84	1,35	1,40
	3,60	1626,4	15369,0	16447,5	0,11	0,41	0,99	1,02	3,60	<u>4648,0</u>	22158,5	23713,5	0,21	0,80	1,39	1,44
	4,10	1663,3	19934,5	21333,4	0,08	0,36	0,97	1,01	4,10	<u>5042,3</u>	28741,1	30758,0	0,18	0,76	1,39	1,46
0	0,80	1123,9	1112,6	1190,6	1,01	1,11	1,08	1,09	0,80	1723,2	1689,4	1808,0	1,02	1,13	1,11	1,11
	1,30	1653,0	2937,6	3143,7	0,56	0,88	1,05	1,10	1,30	2882,4	4460,7	4773,7	0,65	1,01	1,12	1,13
	1,80	1713,9	5631,4	6026,6	0,30	0,62	0,92	1,01	1,80	4241,7	8551,4	9151,5	0,50	1,02	1,28	1,31
	2,30	1775,0	9194,7	9839,9	0,19	0,49	0,86	0,98	2,30	<u>5519,4</u>	13962,2	14942,0	0,40	1,01	1,41	1,45
	2,80	1798,9	13626,8	14583,1	0,13	0,40	0,81	0,96	2,80	<u>6686,8</u>	20692,5	22144,5	0,32	0,98	1,51	1,56
	3,30	1834,2	18927,8	20256,1	0,10	0,34	0,79	0,94	3,30	<u>7693,4</u>	28742,8	30759,8	0,27	0,95	1,57	1,63
	3,80	2341,9	25098,3	26859,5	0,09	0,38	0,96	1,18	3,80	<u>8438,3</u>	38112,0	40786,5	0,22	0,89	1,58	1,65
	4,30	2446,7	32137,5	34392,8	0,08	0,35	0,96	1,21	4,30	<u>8335,1</u>	48801,8	52226,5	0,17	0,77	1,45	1,52
-I	1,00	1703,6	2033,0	2175,7	0,84	1,07	1,11	1,14	1,00	2496,3	3208,2	3433,3	0,78	1,00	1,02	1,02
	1,50	1882,7	4574,3	4895,3	0,41	0,72	0,94	1,03	1,50	3667,8	7218,8	7725,3	0,51	0,89	1,05	1,06
	2,00	1926,4	8132,1	8702,7	0,24	0,53	0,85	0,97	2,00	4979,7	12833,7	13734,3	0,39	0,87	1,15	1,18
	2,50	1961,5	12705,8	13597,5	0,15	0,42	0,79	0,94	2,50	<u>6166,2</u>	20052,5	21459,6	0,31	0,84	1,23	1,27
	3,00	2003,9	18296,6	19580,6	0,11	0,35	0,76	0,93	3,00	<u>7128,4</u>	28875,6	30901,9	0,25	0,80	1,27	1,31
	3,50	2060,4	24904,0	26651,6	0,08	0,31	0,74	0,93	3,50	<u>7821,7</u>	39302,5	42060,5	0,20	0,74	1,27	1,32
	4,00	2925,5	32527,8	34810,4	0,09	0,38	1,01	1,30	4,00	<u>8123,3</u>	51333,8	54936,1	0,16	0,67	1,21	1,27
	4,50	2885,6	41167,6	44056,5	0,07	0,33	0,96	1,26	4,50	<u>8187,8</u>	64969,4	69528,6	0,13	0,60	1,14	1,20

Tabela A.9 – Resultados numéricos e estimativa via MRD para Z09.

ψ	SCA								SCB							
	λ_D	M_u (kNcm)	M_v (kNcm)	M_p (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$	λ_D	M_u (kNcm)	M_v (kNcm)	M_p (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$
1	0,35	185,5	183,7	201,7	1,01	0,96	0,96	0,96	0,35	269,3	264,6	290,5	1,02	0,97	0,97	0,97
	0,85	1018,2	1082,3	1188,3	0,94	1,08	1,06	1,06	0,85	1474,7	1560,2	1713,0	0,95	1,08	1,07	1,08
	1,35	1514,7	2730,3	2997,8	0,55	0,89	1,09	1,10	1,35	2218,6	3935,7	4321,2	0,56	0,91	1,02	1,03
	1,85	1682,2	5127,5	5629,7	0,33	0,69	1,04	1,05	1,85	2983,3	7390,7	8114,6	0,40	0,85	1,08	1,11
	2,35	1821,2	8273,7	9084,1	0,22	0,57	1,02	1,04	2,35	3732,8	11925,6	13093,6	0,31	0,81	1,15	1,18
	2,85	1920,8	12169,1	13360,9	0,16	0,49	1,00	1,03	2,85	4369,4	17540,0	19257,9	0,25	0,77	1,19	1,23
	3,35	1982,1	16813,5	18460,2	0,12	0,42	0,98	1,01	3,35	<u>5122,2</u>	24234,3	26607,8	0,21	0,76	1,26	1,31
	3,85	1992,3	22207,0	24381,9	0,09	0,37	0,94	0,97	3,85	<u>5434,2</u>	32008,0	35142,8	0,17	0,69	1,23	1,29
0	0,55	700,0	670,1	735,8	1,04	1,03	1,03	1,03	0,55	1077,8	1007,5	1106,2	1,07	1,05	1,05	1,05
	1,05	2001,9	2441,8	2681,0	0,82	1,09	1,15	1,18	1,05	2915,5	3672,1	4031,7	0,79	1,05	1,09	1,10
	1,55	2171,8	5320,6	5841,7	0,41	0,74	0,98	1,06	1,55	4379,4	8001,7	8785,3	0,55	0,99	1,17	1,19
	2,05	2276,4	9307,1	10218,7	0,24	0,56	0,91	1,02	2,05	<u>5836,5</u>	13996,7	15367,5	0,42	0,96	1,28	1,31
	2,55	2311,6	14400,8	15811,2	0,16	0,45	0,85	0,98	2,55	<u>7017,9</u>	21657,1	23778,2	0,32	0,90	1,33	1,37
	3,05	2346,9	20601,7	22619,4	0,11	0,37	0,81	0,96	3,05	<u>7810,2</u>	30982,6	34017,0	0,25	0,83	1,32	1,37
	3,55	2608,6	27910,1	30643,6	0,09	0,35	0,86	1,04	3,55	<u>8100,3</u>	41973,5	46084,4	0,19	0,73	1,25	1,30
	4,05	2666,2	36325,8	39883,5	0,07	0,31	0,84	1,04	4,05	<u>8141,6</u>	54629,9	59980,3	0,15	0,64	1,16	1,21
-1	0,75	1487,4	1474,7	1619,1	1,01	1,07	1,04	1,04	0,75	2230,5	2115,2	2322,4	1,05	1,12	1,10	1,10
	1,25	2408,7	4096,5	4497,7	0,59	0,89	1,04	1,10	1,25	3382,1	5875,6	6451,1	0,58	0,87	0,95	0,96
	1,75	2481,0	8028,9	8815,2	0,31	0,62	0,89	1,00	1,75	4880,6	11516,3	12644,2	0,42	0,85	1,06	1,08
	2,25	2522,0	13272,5	14572,4	0,19	0,47	0,82	0,96	2,25	6060,3	19037,2	20901,7	0,32	0,79	1,10	1,13
	2,75	2566,0	19826,7	21768,5	0,13	0,39	0,78	0,94	2,75	<u>6905,6</u>	28438,4	31223,6	0,24	0,73	1,11	1,14
	3,25	2640,1	27692,1	30404,2	0,10	0,33	0,75	0,94	3,25	<u>7101,2</u>	39719,2	43609,3	0,18	0,62	1,03	1,06
	3,75	3804,2	36868,1	40478,9	0,10	0,41	1,04	1,32	3,75	<u>7253,8</u>	52880,8	58059,9	0,14	0,55	0,96	1,00
	4,25	3936,3	47355,3	51993,2	0,08	0,37	1,03	1,35	4,25	<u>7253,8</u>	67922,6	74574,9	0,11	0,48	0,89	0,93

Tabela A.10 – Resultados numéricos e estimativa via MRD para Z10.

ψ	SCA								SCB							
	λ_D	M_u (kNcm)	M_y (kNcm)	M_p (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$	λ_D	M_u (kNcm)	M_y (kNcm)	M_p (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$
1	0,90	922,1	1000,5	1076,6	0,92	1,10	1,09	1,10	0,90	1324,2	1443,9	1553,8	0,92	1,09	1,09	1,09
	1,40	1248,5	2420,5	2604,8	0,52	0,86	1,07	1,08	1,40	1831,1	3494,4	3760,4	0,52	0,87	0,99	1,01
	1,90	1381,5	4458,1	4797,5	0,31	0,67	1,02	1,04	1,90	2653,8	6435,7	6925,7	0,41	0,89	1,15	1,17
	2,40	1510,1	7113,4	7655,0	0,21	0,56	1,02	1,04	2,40	<u>3386,7</u>	10268,6	11050,4	0,33	0,87	1,25	1,28
	2,90	1613,0	10385,8	11176,5	0,16	0,49	1,02	1,04	2,90	<u>4090,9</u>	14993,0	16134,5	0,27	0,86	1,34	1,38
	3,40	1679,8	14275,8	15362,7	0,12	0,43	1,00	1,03	3,40	<u>4712,9</u>	20608,4	22177,4	0,23	0,83	1,40	1,45
	3,90	1728,9	18783,4	20213,5	0,09	0,38	0,99	1,02	3,90	<u>5224,5</u>	27115,8	29180,3	0,19	0,80	1,42	1,49
	4,40	1757,9	23908,1	25728,4	0,07	0,34	0,97	1,00	4,40	<u>5551,1</u>	34514,1	37141,9	0,16	0,74	1,41	1,48
0	1,10	1650,4	2230,5	2400,3	0,74	1,02	1,10	1,14	1,10	2402,1	3342,9	3597,4	0,72	0,99	1,04	1,04
	1,20	1695,5	2654,7	2856,8	0,64	0,94	1,07	1,11	1,20	2701,5	3978,6	4281,5	0,68	1,00	1,08	1,09
	1,70	1803,3	5327,5	5733,1	0,34	0,66	0,94	1,02	1,70	4145,5	7984,5	8592,4	0,52	1,01	1,25	1,27
	2,20	1884,4	8922,6	9602,0	0,21	0,52	0,88	1,00	2,20	<u>5493,2</u>	13372,6	14390,7	0,41	1,00	1,38	1,42
	2,70	1909,3	13439,0	14462,2	0,14	0,42	0,83	0,96	2,70	<u>6696,2</u>	20141,6	21675,1	0,33	0,98	1,48	1,52
	3,20	1942,1	18877,2	20314,4	0,10	0,35	0,79	0,95	3,20	<u>7714,9</u>	28292,2	30446,3	0,27	0,94	1,53	1,59
	3,70	2500,8	25237,2	27158,7	0,10	0,39	0,97	1,19	3,70	<u>8538,2</u>	37824,3	40704,1	0,23	0,89	1,55	1,62
	4,20	2688,1	32519,0	34994,9	0,08	0,37	1,01	1,25	4,20	<u>8897,1</u>	48737,4	52448,1	0,18	0,81	1,50	1,57
-1	1,30	1964,3	3605,1	3879,5	0,54	0,85	1,02	1,08	1,30	2691,5	5212,1	5608,9	0,52	0,81	0,90	0,91
	1,80	2014,6	6911,2	7437,4	0,29	0,60	0,88	0,99	1,80	4224,5	9993,0	10753,9	0,42	0,87	1,09	1,12
	2,30	2053,3	11283,7	12142,8	0,18	0,46	0,81	0,95	2,30	<u>5361,9</u>	16315,7	17557,9	0,33	0,84	1,17	1,21
	2,80	2091,0	16723,0	17996,2	0,13	0,38	0,77	0,93	2,80	<u>6338,7</u>	24180,2	26021,2	0,26	0,80	1,22	1,26
	3,30	2144,4	23229,3	24997,9	0,09	0,33	0,75	0,93	3,30	<u>7081,1</u>	33587,1	36144,2	0,21	0,75	1,23	1,28
	3,80	2977,3	30801,2	33146,3	0,10	0,39	0,99	1,27	3,80	<u>7486,0</u>	44536,3	47927,1	0,17	0,68	1,20	1,25
	4,30	2904,8	39440,7	42443,6	0,07	0,33	0,93	1,22	4,30	<u>7604,5</u>	57027,3	61369,1	0,13	0,60	1,13	1,18
	4,80	3174,4	49145,9	52887,6	0,06	0,32	0,99	1,31	4,80	<u>7561,6</u>	71060,6	76470,9	0,11	0,54	1,05	1,11

Tabela A.11 – Resultados numéricos e estimativa via MRD para ZII.

ψ	SCA								SCB							
	λ_D	M_u (kNcm)	M_y (kNcm)	M_p (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$	λ_D	M_u (kNcm)	M_y (kNcm)	M_p (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$
I	0,45	480,2	477,8	506,4	1,01	0,99	0,99	0,99	0,45	646,7	642,0	680,4	1,01	0,99	0,99	0,99
	0,95	1857,7	2128,1	2255,5	0,87	1,08	1,09	1,10	0,95	2546,5	2859,6	3030,8	0,89	1,10	1,11	1,12
	1,45	2337,5	4956,8	5253,6	0,47	0,81	1,03	1,04	1,45	3687,4	6661,9	7060,7	0,55	0,95	1,09	1,11
	1,95	2617,8	8965,1	9501,9	0,29	0,64	1,00	1,02	1,95	5406,0	12047,7	12769,0	0,45	0,99	1,29	1,32
	2,45	2948,6	14152,9	15000,2	0,21	0,56	1,03	1,05	2,45	6989,0	19018,2	20156,8	0,37	0,99	1,43	1,47
	2,95	3159,4	20518,1	21746,6	0,15	0,49	1,04	1,06	2,95	8148,6	27573,2	29224,0	0,30	0,94	1,48	1,53
	3,45	3237,9	28062,9	29743,0	0,12	0,43	1,01	1,04	3,45	8866,9	37712,8	39970,7	0,24	0,87	1,46	1,52
	3,95	3487,1	36787,1	38989,6	0,09	0,40	1,04	1,07	3,95	<u>9415,7</u>	49436,1	52395,8	0,19	0,80	1,43	1,50
0	0,65	1573,5	1505,0	1595,1	1,05	1,04	1,04	1,04	0,65	2200,0	2069,3	2193,2	1,06	1,06	1,06	1,06
	1,15	3134,1	4712,0	4994,1	0,67	0,95	1,05	1,09	1,15	4761,1	6478,7	6866,6	0,73	1,05	1,11	1,12
	1,65	3442,1	9699,7	10280,4	0,35	0,68	0,94	1,02	1,65	7933,1	13336,7	14135,2	0,59	1,13	1,38	1,40
	2,15	3611,9	16469,1	17455,1	0,22	0,53	0,88	0,99	2,15	10797,4	22644,2	23999,9	0,48	1,14	1,56	1,60
	2,65	3680,7	25019,1	26517,0	0,15	0,43	0,83	0,96	2,65	<u>13260,1</u>	34402,3	36461,9	0,39	1,11	1,67	1,72
	3,15	3764,0	35350,9	37467,3	0,11	0,36	0,80	0,95	3,15	<u>15297,5</u>	48607,9	51518,1	0,31	1,07	1,73	1,79
	3,65	4025,2	47464,3	50305,9	0,08	0,33	0,81	0,99	3,65	<u>17014,5</u>	65264,1	69171,4	0,26	1,01	1,76	1,83
	4,15	4437,0	61359,4	65032,9	0,07	0,32	0,86	1,07	4,15	<u>18384,2</u>	84369,9	89421,0	0,22	0,95	1,76	1,84
-I	0,85	2657,9	3181,1	3371,6	0,84	0,96	0,94	0,95	0,85	4526,3	4786,6	5073,2	0,95	1,08	1,07	1,08
	1,35	3932,0	8024,5	8504,9	0,49	0,79	0,96	1,03	1,35	7214,5	12075,6	12798,5	0,60	0,96	1,08	1,10
	1,85	4100,9	15068,6	15970,8	0,27	0,57	0,86	0,97	1,85	10337,6	22677,1	24034,7	0,46	0,96	1,22	1,25
	2,35	4183,3	24315,4	25771,2	0,17	0,45	0,80	0,93	2,35	13000,9	36591,1	38781,7	0,36	0,92	1,31	1,34
	2,85	4272,8	35762,9	37904,0	0,12	0,37	0,76	0,92	2,85	<u>13251,5</u>	53817,6	57039,6	0,25	0,76	1,18	1,22
	3,35	4391,3	49412,2	52370,4	0,09	0,32	0,74	0,92	3,35	<u>13251,5</u>	74357,6	78809,4	0,18	0,64	1,07	1,11
	3,85	5042,6	65262,1	69169,3	0,08	0,32	0,81	1,04	3,85	<u>13251,5</u>	98210,2	104090,0	0,13	0,55	0,98	1,02
	4,35	5549,4	83314,8	88302,8	0,07	0,31	0,86	1,13	4,35	<u>13251,5</u>	125375,3	132881,5	0,11	0,48	0,91	0,95

Tabela A.12 – Resultados numéricos e estimativa via MRD para Z12.

ψ	SCA								SCB							
	λ_D	M_u (kNcm)	M_v (kNcm)	M_p (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$	λ_D	M_u (kNcm)	M_v (kNcm)	M_p (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$
1	0,95	770,8	867,3	938,4	0,89	1,10	1,11	1,12	0,95	1110,9	1260,4	1363,8	0,88	1,09	1,10	1,10
	1,45	971,0	2020,6	2186,3	0,48	0,82	1,05	1,06	1,45	1444,3	2936,8	3177,7	0,49	0,84	0,97	0,99
	1,95	1064,3	3654,0	3953,7	0,29	0,64	1,00	1,02	1,95	1679,2	5310,8	5746,5	0,32	0,69	0,91	0,93
	2,45	1158,8	5768,0	6241,3	0,20	0,54	1,00	1,02	2,45	1949,5	8383,5	9071,3	0,23	0,63	0,91	0,93
	2,95	1242,0	8362,8	9048,9	0,15	0,47	1,00	1,02	2,95	2179,0	12154,9	13152,1	0,18	0,57	0,90	0,93
	3,45	1302,9	11437,7	12376,0	0,11	0,42	1,00	1,02	3,45	2179,0	16623,9	17987,8	0,13	0,48	0,82	0,85
	3,95	1341,5	14993,2	16223,3	0,09	0,37	0,98	1,01	3,95	2179,0	21791,7	23579,5	0,10	0,42	0,75	0,79
	4,45	1370,6	19028,9	20590,1	0,07	0,34	0,97	1,00	4,45	2179,0	27657,6	29926,7	0,08	0,37	0,70	0,74
0	1,15	1333,5	1875,4	2029,2	0,71	1,01	1,12	1,16	1,15	2023,5	2929,2	3169,5	0,69	0,98	1,04	1,05
	1,65	1388,2	3860,6	4177,3	0,36	0,68	0,95	1,03	1,65	3129,9	6029,6	6524,3	0,52	0,99	1,20	1,22
	2,15	1446,7	6554,8	7092,6	0,22	0,53	0,88	1,00	2,15	<u>4159,8</u>	10237,6	11077,5	0,41	0,97	1,33	1,36
	2,65	1471,6	9958,1	10775,1	0,15	0,43	0,83	0,97	2,65	<u>5125,0</u>	15553,3	16829,3	0,33	0,95	1,43	1,47
	3,15	1495,0	14070,5	15224,9	0,11	0,36	0,80	0,95	3,15	<u>5967,1</u>	21976,0	23779,0	0,27	0,92	1,49	1,55
	3,65	1536,3	18891,3	20441,2	0,08	0,32	0,78	0,95	3,65	<u>6715,7</u>	29506,3	31927,1	0,23	0,88	1,53	1,60
	4,15	1907,9	24421,8	26425,4	0,08	0,34	0,93	1,16	4,15	<u>6642,4</u>	38144,3	41273,7	0,17	0,76	1,41	1,47
	4,65	1940,4	30661,2	33176,8	0,06	0,31	0,92	1,16	4,65	<u>6699,7</u>	47889,3	51818,2	0,14	0,68	1,33	1,39
-1	1,35	1535,9	3024,3	3272,4	0,51	0,82	1,00	1,07	1,35	2469,0	5146,5	5568,8	0,48	0,77	0,87	0,88
	1,85	1571,1	5679,4	6145,4	0,28	0,58	0,87	0,98	1,85	<u>3856,4</u>	9665,1	10458,0	0,40	0,84	1,07	1,09
	2,35	1602,0	9164,8	9916,7	0,17	0,45	0,81	0,95	2,35	<u>4773,6</u>	15595,2	16874,6	0,31	0,79	1,13	1,16
	2,85	1633,0	13479,4	14585,3	0,12	0,37	0,77	0,93	2,85	<u>5467,2</u>	22937,3	24819,2	0,24	0,74	1,14	1,18
	3,35	1673,6	18623,8	20151,7	0,09	0,32	0,75	0,93	3,35	<u>5904,0</u>	31691,6	34291,7	0,19	0,67	1,11	1,16
	3,85	1759,9	24597,9	26616,0	0,07	0,29	0,75	0,96	3,85	<u>6151,4</u>	41858,0	45292,2	0,15	0,60	1,07	1,11
	4,35	2097,1	31401,8	33978,1	0,07	0,31	0,86	1,13	4,35	<u>6246,6</u>	53436,5	57820,6	0,12	0,54	1,01	1,06
	4,85	2243,2	39036,0	42238,6	0,06	0,29	0,89	1,19	4,85	<u>6268,6</u>	66426,6	71876,4	0,09	0,48	0,95	1,00

Tabela A.13 – Resultados numéricos e estimativa via MRD para Z13.

ψ	SCA								SCB							
	λ_D	M_u (kNcm)	M_y (kNcm)	M_p (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$	λ_D	M_u (kNcm)	M_y (kNcm)	M_p (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nD}}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nD}^{**}}$
1	0,95	1099,5	1242,9	1368,8	0,88	1,09	1,11	1,11	0,95	1588,7	1800,6	1982,9	0,88	1,09	1,10	1,11
	1,45	1410,5	2895,4	3188,7	0,49	0,83	1,06	1,07	1,45	1925,1	4195,0	4619,9	0,46	0,78	0,91	0,92
	1,95	1554,1	5236,8	5767,2	0,30	0,65	1,02	1,03	1,95	2482,9	7586,6	8355,0	0,33	0,72	0,94	0,96
	2,45	1694,8	8266,6	9103,9	0,21	0,55	1,02	1,04	2,45	2611,8	11975,9	13188,9	0,22	0,59	0,85	0,87
	2,95	1800,7	11984,8	13198,7	0,15	0,48	1,01	1,04	2,95	2611,8	17362,8	19121,5	0,15	0,48	0,75	0,78
	3,45	1869,4	16391,9	18052,3	0,11	0,42	1,00	1,02	3,45	2611,8	23746,9	26152,3	0,11	0,41	0,69	0,71
	3,95	1896,5	21487,4	23663,9	0,09	0,37	0,97	1,00	3,95	2611,8	31128,7	34281,8	0,08	0,35	0,63	0,66
	4,45	1898,4	27271,4	30033,7	0,07	0,33	0,93	0,97	4,45	2611,8	39508,7	43510,6	0,07	0,31	0,59	0,62
0	1,15	1900,0	2699,5	2973,0	0,70	1,00	1,11	1,15	1,15	2824,6	4057,9	4469,0	0,70	0,99	1,05	1,06
	1,65	2035,8	5557,6	6120,6	0,37	0,70	0,97	1,05	1,65	4260,4	8353,8	9199,9	0,51	0,97	1,18	1,20
	2,15	2131,2	9436,5	10392,3	0,23	0,54	0,91	1,02	2,15	<u>5562,3</u>	14183,4	15620,0	0,39	0,94	1,28	1,31
	2,65	2171,6	14335,6	15787,7	0,15	0,44	0,85	0,99	2,65	<u>6666,3</u>	21547,8	23730,4	0,31	0,89	1,34	1,38
	3,15	2194,9	20255,6	22307,3	0,11	0,37	0,81	0,97	3,15	<u>7464,7</u>	30445,6	33529,5	0,25	0,83	1,35	1,40
	3,65	2465,0	27196,3	29951,0	0,09	0,35	0,87	1,06	3,65	<u>7883,5</u>	40878,2	45018,8	0,19	0,75	1,30	1,35
	4,15	2515,2	35157,8	38719,0	0,07	0,31	0,85	1,06	4,15	<u>7948,0</u>	52845,1	58197,9	0,15	0,66	1,21	1,27
	4,65	2536,6	44139,6	48610,5	0,06	0,28	0,83	1,05	4,65	<u>7952,3</u>	66345,9	73066,1	0,12	0,59	1,14	1,19
-1	1,35	2192,4	4226,5	4654,6	0,52	0,84	1,02	1,09	1,35	3409,6	6611,5	7281,2	0,52	0,83	0,94	0,95
	1,85	2259,8	7936,8	8740,8	0,28	0,60	0,90	1,01	1,85	4165,3	12415,4	13672,9	0,34	0,70	0,90	0,92
	2,35	2259,8	12806,6	14103,8	0,18	0,46	0,82	0,96	2,35	<u>6009,9</u>	20033,5	22062,7	0,30	0,78	1,10	1,13
	2,85	2259,8	18836,2	20744,2	0,12	0,37	0,76	0,93	2,85	<u>6736,9</u>	29465,8	32450,4	0,23	0,71	1,09	1,13
	3,35	2259,8	26025,3	28661,5	0,09	0,31	0,72	0,90	3,35	<u>7061,9</u>	40711,2	44834,9	0,17	0,62	1,04	1,08
	3,85	2259,8	34373,8	37855,6	0,07	0,27	0,69	0,89	3,85	<u>7157,3</u>	53770,9	59217,4	0,13	0,54	0,97	1,01
	4,35	2259,8	43881,7	48326,6	0,05	0,24	0,67	0,87	4,35	<u>7185,6</u>	68644,2	75597,3	0,10	0,48	0,90	0,95
	4,85	2259,8	54549,1	60074,4	0,04	0,21	0,64	0,86	4,85	<u>7208,9</u>	85331,2	93974,5	0,08	0,43	0,85	0,89

Tabela A.14 – Resultados numéricos e estimativa via MRD para Z14.

ψ	SCA								SCB							
	λ_D	M_u (kNcm)	M_y (kNcm)	M_p (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nd}}$	$\frac{M_u}{M_{nd}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nd}^{**}}$	λ_D	M_u (kNcm)	M_y (kNcm)	M_p (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nd}}$	$\frac{M_u}{M_{nd}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nd}^{**}}$
1	0,85	2029,8	2159,9	2436,6	0,94	1,08	1,06	1,06	0,85	2936,5	3104,1	3501,9	0,95	1,08	1,07	1,08
	1,35	3040,0	5449,0	6147,3	0,56	0,90	1,10	1,11	1,35	4449,9	7830,9	8834,4	0,57	0,92	1,03	1,04
	1,85	3379,6	10232,7	11544,1	0,33	0,69	1,04	1,06	1,85	5343,6	14706,2	16590,8	0,36	0,76	0,97	1,00
	2,35	3717,2	16511,1	18627,1	0,23	0,58	1,04	1,06	2,35	6158,8	23730,0	26771,0	0,26	0,67	0,95	0,98
	2,85	3948,0	24284,2	27396,2	0,16	0,50	1,03	1,06	2,85	6183,7	34901,2	39373,9	0,18	0,55	0,85	0,88
	3,35	4081,3	33552,8	37852,6	0,12	0,44	1,01	1,04	3,35	6183,7	48221,9	54401,7	0,13	0,46	0,77	0,80
	3,85	4112,1	44316,0	49995,1	0,09	0,38	0,97	1,01	3,85	6183,7	63691,1	71853,2	0,10	0,40	0,71	0,74
	4,35	4112,1	56573,8	63823,9	0,07	0,33	0,94	0,97	4,35	6183,7	81307,8	91727,5	0,08	0,35	0,66	0,69
0	1,05	4018,0	4830,3	5449,3	0,83	1,10	1,17	1,20	1,05	5641,0	6900,0	7784,2	0,82	1,09	1,12	1,13
	1,55	4424,6	10526,0	11874,9	0,42	0,76	1,01	1,09	1,55	7901,0	15036,4	16963,4	0,53	0,95	1,13	1,14
	2,05	4649,8	18411,9	20771,4	0,25	0,58	0,94	1,05	2,05	<u>10549,1</u>	26302,6	29673,3	0,40	0,92	1,23	1,26
	2,55	4791,3	28489,0	32140,0	0,17	0,47	0,89	1,03	2,55	<u>12354,8</u>	40697,5	45913,0	0,30	0,85	1,25	1,29
	3,05	4825,9	40756,4	45979,4	0,12	0,39	0,84	1,00	3,05	<u>13340,5</u>	58222,2	65683,5	0,23	0,75	1,20	1,25
	3,55	4881,6	55214,9	62290,8	0,09	0,33	0,81	0,98	3,55	<u>13722,9</u>	78875,6	88983,6	0,17	0,66	1,13	1,17
	4,05	5015,2	71863,6	81073,1	0,07	0,30	0,80	0,99	4,05	<u>13768,0</u>	102658,7	115814,6	0,13	0,57	1,05	1,09
	4,55	5038,4	90702,6	102326,3	0,06	0,27	0,77	0,98	4,55	<u>13771,7</u>	129571,5	146176,3	0,11	0,51	0,98	1,02
-1	1,25	4516,6	7286,2	8219,9	0,62	0,94	1,09	1,16	1,25	6203,3	10247,0	11560,2	0,61	0,92	1,00	1,01
	1,75	4731,0	14282,0	16112,3	0,33	0,66	0,96	1,07	1,75	8468,3	20084,0	22657,8	0,42	0,84	1,05	1,07
	2,25	4925,5	23608,5	26634,0	0,21	0,52	0,90	1,05	2,25	<u>10382,6</u>	33199,7	37454,3	0,31	0,78	1,09	1,11
	2,75	4993,1	35266,6	39786,1	0,14	0,42	0,85	1,02	2,75	<u>11203,0</u>	49594,1	55949,7	0,23	0,68	1,03	1,06
	3,25	5068,6	49257,3	55569,7	0,10	0,36	0,81	1,01	3,25	<u>11274,4</u>	69268,2	78145,0	0,16	0,57	0,93	0,97
	3,75	5804,1	65578,6	73982,6	0,09	0,35	0,89	1,13	3,75	<u>11345,3</u>	92221,0	104039,2	0,12	0,49	0,86	0,90
	4,25	5871,7	84232,5	95027,1	0,07	0,31	0,87	1,13	4,25	<u>11345,3</u>	118453,3	133633,3	0,10	0,43	0,80	0,84
	4,75	5853,5	105218,1	118701,9	0,06	0,28	0,83	1,11	4,75	<u>11345,3</u>	147963,5	166925,3	0,08	0,38	0,75	0,79

Tabela A.15 – Resultados numéricos e estimativa via MRD para ZOI.

ψ	SCA								SCB							
	λ_D	M_u (kNcm)	M_y (kNcm)	M_p (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nd}}$	$\frac{M_u}{M_{nd}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nd}^{**}}$	λ_D	M_u (kNcm)	M_y (kNcm)	M_p (kNcm)	$\frac{M_u}{M_y}$	$\frac{M_u}{M_{nd}}$	$\frac{M_u}{M_{nd}^*}$	$\frac{M_u}{M_{nd}^{**}}$
1	0,80	2069,4	2151,7	2428,1	0,96	1,06	1,03	1,03	0,80	2997,7	3085,8	3482,3	0,97	1,07	1,06	1,06
	1,30	3393,1	5683,5	6413,7	0,60	0,93	1,11	1,12	1,30	4848,7	8149,0	9195,9	0,60	0,93	1,03	1,04
	1,80	3773,1	10894,8	12294,5	0,35	0,71	1,05	1,06	1,80	5855,1	15623,8	17631,1	0,37	0,77	0,97	0,99
	2,30	4192,1	17788,5	20073,9	0,24	0,60	1,05	1,07	2,30	6749,6	25508,9	28786,2	0,26	0,67	0,95	0,97
	2,80	4526,0	26364,6	29751,9	0,17	0,52	1,06	1,08	2,80	7827,4	37805,7	42662,8	0,21	0,63	0,97	1,00
	3,30	4744,9	36620,2	41325,0	0,13	0,46	1,05	1,08	3,30	9327,1	52514,3	59261,1	0,18	0,63	1,04	1,08
	3,80	4847,5	48558,2	54796,7	0,10	0,40	1,03	1,06	3,80	9302,0	69631,6	78577,6	0,13	0,54	0,95	0,99
	4,30	4869,0	62178,5	70167,0	0,08	0,35	0,99	1,03	4,30	9302,0	89162,1	100617,2	0,10	0,47	0,89	0,93
0	1,00	4280,6	4929,5	5562,8	0,87	1,11	1,15	1,18	1,00	5969,9	6851,6	7731,8	0,87	1,12	1,14	1,15
	1,50	4964,7	11092,4	12517,5	0,45	0,79	1,03	1,10	1,50	8553,7	15416,1	17396,6	0,55	0,98	1,14	1,16
	2,00	5212,6	19717,9	22251,2	0,26	0,59	0,94	1,05	2,00	<u>11716,5</u>	27406,3	30927,4	0,43	0,96	1,27	1,30
	2,50	5391,6	30810,3	34768,7	0,17	0,48	0,90	1,03	2,50	<u>14282,5</u>	42823,8	48325,7	0,33	0,91	1,33	1,37
	3,00	5491,6	44366,8	50066,8	0,12	0,40	0,86	1,01	3,00	<u>15959,1</u>	61665,7	69588,2	0,26	0,84	1,33	1,38
	3,50	5595,7	60388,6	68147,1	0,09	0,35	0,83	1,01	3,50	<u>16893,7</u>	83933,3	94716,7	0,20	0,75	1,28	1,33
	4,00	5958,5	78874,5	89008,0	0,08	0,32	0,85	1,05	4,00	<u>17343,1</u>	109628,2	123712,8	0,16	0,67	1,21	1,27
	4,50	6032,9	99825,9	112651,1	0,06	0,29	0,83	1,04	4,50	<u>17439,0</u>	138747,4	156573,1	0,13	0,59	1,14	1,19
-1	1,20	4880,4	7457,4	8415,5	0,65	0,96	1,09	1,15	1,20	6793,1	10483,7	11830,6	0,65	0,95	1,03	1,04
	1,70	5235,8	14967,1	16890,0	0,35	0,68	0,97	1,08	1,70	9185,5	21040,0	23743,1	0,44	0,85	1,05	1,07
	2,20	5501,0	25065,8	28286,1	0,22	0,54	0,91	1,06	2,20	<u>11647,7</u>	35237,1	39764,2	0,33	0,81	1,11	1,14
	2,70	5589,5	37753,4	42603,8	0,15	0,44	0,86	1,03	2,70	<u>13561,7</u>	53073,6	59892,3	0,26	0,75	1,13	1,17
	3,20	5690,0	53031,5	59844,7	0,11	0,37	0,83	1,02	3,20	<u>14472,5</u>	74549,4	84127,2	0,19	0,67	1,09	1,13
	3,70	6731,5	70898,5	80007,2	0,09	0,37	0,93	1,19	3,70	<u>14922,4</u>	99667,6	112472,4	0,15	0,59	1,03	1,07
	4,20	6892,5	91354,4	103091,2	0,08	0,33	0,92	1,20	4,20	<u>15319,9</u>	128423,6	144922,9	0,12	0,53	0,98	1,02
	4,70	6934,0	114400,8	129098,5	0,06	0,30	0,89	1,19	4,70	<u>15393,4</u>	160821,8	181483,5	0,10	0,47	0,92	0,97