

FORMULAÇÃO TEÓRICO-NUMÉRICA DE ACIDIFICAÇÃO DE MEIOS POROSOS DE RESERVATÓRIOS PETROLÍFEROS COM O OBJETIVO DO AUMENTO DE SUA PERMEABILIDADE

Allan Barbosa Geoffroy Motta

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Roney Leon Thompson

Rio de Janeiro Março de 2018

FORMULAÇÃO TEÓRICO-NUMÉRICA DE ACIDIFICAÇÃO DE MEIOS POROSOS DE RESERVATÓRIOS PETROLÍFEROS COM O OBJETIVO DO AUMENTO DE SUA PERMEABILIDADE

Allan Barbosa Geoffroy Motta

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA MECÂNICA.

Examinada por:

Prof. Roney Leon Thompson, D.Sc.

Prof.ª Mônica Feijó Naccache, D.Sc.

Prof. Daniel Onofre de Almeida Cruz, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL MARÇO DE 2018 Motta, Allan Barbosa Geoffroy

Formulação Teórico-Numérica de Acidificação de Meios Porosos de Reservatórios Petrolíferos com o Objetivo do Aumento de sua permeabilidade/ Allan Barbosa Geoffroy Motta. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2018.

XV, 88 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Roney Leon Thompson

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Mecânica, 2018.

Referências Bibliográficas: p. 85-88.

 Acidificação de Meios Porosos.
 Fluidos Não Newtonianos.
 Teoria de Mistura.
 Thompson, Roney Leon.
 Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Mecânica.
 Título. Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

FORMULAÇÃO TEÓRICO-NUMÉRICA DE ACIDIFICAÇÃO DE MEIOS POROSOS DE RESERVATÓRIOS PETROLÍFEROS COM O OBJETIVO DO AUMENTO DE SUA PERMEABILIDADE

Allan Barbosa Geoffroy Motta

Março/2018

Orientador: Roney Leon Thompson

Programa: Engenharia Mecânica

Este trabalho tem por objetivo elaborar uma formulação para estudar o escoamento de um fluido não newtoniano em meio poroso onde há reação entre o fluido e o meio. A formulação será baseada em trabalhos previamente desenvolvidos, a partir de Teoria de Mistura e outros modelos contínuos. Serão realizadas simulações na plataforma de código aberto OpenFOAM para analisar o comportamento e a validação do modelo, bem como seus resultados.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

THEORETICAL-NUMERICAL APPROACH OF THE ACIDIZING OF POROUS MEDIA IN PETROLEUM RESERVOIRS INTENDING TO INCREASE ITS PERMEABILITY

Allan Barbosa Geoffroy Motta

March/2018

Advisor: Roney Leon Thompson

Department: Mechanical Engineering

This work aims to elaborate a formulation to study the flow of a non-Newtonian fluid in a porous media where there is reaction between the fluid and the medium. The formulation will be based on previously developed works, from the Mixture Theory and other continuum models. Simulations will be performed on the OpenFOAM open source platform to analyze the behavior and the model validation, as well as its results.

SUMÁRIO

1. Introdução	1
1.1 Motivação	1
1.2 Objetivos	2
2. Revisão Bibliográfica	3
2.1 Estimulação de Reservatórios Petrolíferos	3
2.2 Teoria de Mistura	7
2.3 Acidificação de Reservatórios Porosos com Fluidos Não Newtonianos	8
3. Metodologia	12
3.1 Fluidos Newtonianos Generalizados	
3.2 Teoria Básica	
3.3 Demonstração do Termo Fonte de Interação	20
3.4 Equações Governantes do Problema e Adimensionalização	
3.5 Influência da Concentração e pH na Viscosidade do Fluido	
3.6 OpenFOAM	
3.7 Programa Usado para Realizar As Simulações	39
4. Resultados	41
4.1 Simulações Realizadas	41
4.2 Avaliação da Porosidade	46
4.3 Avaliação da Concentração de Ácido	51
4.4 Avaliação do Perfil de Velocidade	55
4.5 Casos com Velocidade na Entrada Constante	59
4.6 Avaliação da Porosidade com Velocidade na Entrada	61
4.7 Avaliação da Porosidade com Velocidade na Entrada e Influência do pH	74
4.8 Avaliação da Influência da Viscosidade Equivalente para o Caso Newtonia	ano81
5. Conclusões	83
6. Referências	85

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1: Diferentes formas de <i>wormholes</i> em rochas carbonáticas4
FIGURA 2.2: Viscosidade aparente em função da taxa de cisalhamento para fluido com 15% HCl e 4 vol% surfactante10
FIGURA 2.3: Exemplo de Curva <i>PVbt x</i> 1/ <i>Da</i> 11
FIGURA 3.1: Gráfico log-log comparando os modelos Carreau e <i>power-law</i> para um fluido pseudoplástico
FIGURA 3.2: Idealização do meio poroso20
FIGURA 4.1: Função de viscosidade para os casos 1 a 942
FIGURA 4.2: Malha usada em todas as simulações43
FIGURA 4.3: Distribuição inicial de porosidade dos casos analisados44
FIGURA 4.4: Inverso da permeabilidade inicial dos casos analisados44
FIGURA 4.5: Porosidade do Caso 1 no instante final, em $t = 2850 $ s47
FIGURA 4.6: Porosidade do Caso 1 newtoniano, no instante $t = 2850 $ s47
FIGURA 4.7: Porosidade do Caso 1 newtoniano no instante final ,em $t = 4900 s$ 48
FIGURA 4.8: Porosidade do Caso 2 no instante final, em $t = 1600 s$ 48
FIGURA 4.9: Porosidade do Caso 2 newtoniano no instante $t = 1600 s$
FIGURA 4.10: Porosidade do Caso 3 no instante final, em $t = 1150 $ s50
FIGURA 4.11: Porosidade do Caso 3 newtoniano no instante $t = 1150 s$
FIGURA 4.12: Concentração de ácido para o Caso 1, no instante final em $t = 2850 \text{ s51}$
FIGURA 4.13: Concentração de ácido para o Caso 1 newtoniano, no instante $t = 2850 s$
FIGURA 4.14: Concentração de ácido para oCaso 1 newtoniano, no instante final em $t = 4900 s$
FIGURA 4.15: Concentração de ácido para o Caso 2 no instante final, em $t = 1600 \text{ s53}$

FIGURA 4.16: Concentração de ácido para o Caso 2 newtoniano, no instante $t = 1600 s$
FIGURA 4.17: Concentração de ácido para o Caso 3 no instante final, em $t = 1150 \text{ s54}$
FIGURA 4.18: Concentração de ácido para o Caso 3 newtoniano, no instante $t = 1150 s$
FIGURA 4.19: Perfil de velocidade para o Caso 1 no instante final, em $t = 2850 $ s55
FIGURA 4.20: Perfil de velocidade para o Caso 1 newtoniano, no instante $t = 2850 s$
FIGURA 4.21: Perfil de velocidade para o Caso 1 newtoniano no instante final, em $t = 4900 s$
FIGURA 4.22: Perfil de velocidade para o Caso 2 no instante final, em $t = 1600 s57$
FIGURA 4.23: Perfil de velocidade para o Caso 2 newtoniano, no instante $t = 1600 s$
FIGURA 4.24: Perfil de velocidade para o Caso 3 no instante final, em $t = 1150 $ s58
FIGURA 4.25: Perfil de velocidade para o Caso 3 newtoniano, no instante $t = 1150 s$
FIGURA 4.26: Perfis de porosidade para o Caso 1 correspondentes a diferentes números de Da
FIGURA 4.27: Perfis de porosidade para o Caso 1 newtoniano correspondentes a diferentes números de Da
FIGURA 4.28: Curva de <i>PVbt</i> em função de 1/ <i>Da</i> para os Casos 1 Carreau e newtoniano
FIGURA 4.29: Perfis de porosidade para o Caso 2 correspondentes a diferentes números de Da
FIGURA 4.30: Perfis de porosidade para o Caso 2 newtoniano correspondentes a diferentes números de Da
FIGURA 4.31: Curva de <i>PVbt</i> em função de 1/ <i>Da</i> para os casos 2 Carreau e newtoniano
FIGURA 4.32: Perfis de porosidade para o Caso 3, correspondentes a diferentes números de Da

FIGURA 4.33: Perfis de porosidade para o Caso 3 newtoniano, correspondentes a diferentes números de Da
FIGURA 4.34: Curva de <i>PVbt</i> em função de 1/ <i>Da</i> para os casos 3 Carreau e newtoniano
FIGURA 4.35: Razão de <i>PVbt</i> entre o caso 1-3 Carreau e newtoniano em função de 1/ <i>Da</i>
FIGURA 4.36: Perfis de porosidade para o Caso 10, correspondentes a diferentes números de Da
FIGURA 4.37: Perfis de porosidade para o Caso 10 newtoniano, correspondentes a diferentes números de Da
FIGURA 4.38: Curva de <i>PVbt</i> em função de 1/ <i>Da</i> para os casos 10 Carreau e newtoniano70
FIGURA 4.39: Perfis de porosidade para o Caso 11, correspondentes a diferentes números de Da
FIGURA 4.40: Perfis de porosidade para o Caso 11 newtoniano, correspondentes a diferentes números de Da71
FIGURA 4.41: Curva de <i>PVbt</i> em função de 1/ <i>Da</i> para os casos 11 Carreau e newtoniano
FIGURA 4.42: Perfis de porosidade para o Caso 12, correspondentes a diferentes números de Da
FIGURA 4.43: Perfis de porosidade para o Caso 12 newtoniano, correspondentes a diferentes números de Da
FIGURA 4.44: Curva de <i>PVbt</i> em função de 1/ <i>Da</i> para os casos 12 Carreau e newtoniano
FIGURA 4.45: Razão de <i>PVbt</i> entre os casos 10-12 Carreau e newtoniano em função de 1/ <i>Da</i>
FIGURA 4.46: Perfis de porosidade para o Caso 1 com influência do pH, correspondentes a diferentes números de Da
FIGURA 4.47: Curva de <i>PVbt</i> em função de 1/ <i>Da</i> para os casos 1 Carreau e newtoniano com influência do pH
FIGURA 4.48: Perfis de porosidade para o Caso 2 com influência do pH, correspondentes a diferentes números de Da

FIGURA 4.49: Curva de <i>PVbt</i> em função de 1/ <i>Da</i> para os casos 2 Carreau e newtoniano com influência do pH
FIGURA 4.50: Perfis de porosidade para o Caso 3 com influência do pH, correspondentes a diferentes números de Da
FIGURA 4.51: Curva de <i>PVbt</i> em função 1/ <i>Da</i> para os casos 3 Carreau e newtoniano com influência do pH
FIGURA 4.52: Razão de <i>PVbt</i> entre o caso Carreau com pH e newtoniano em função de 1/Da80
FIGURA 4.53: Curva de <i>PVbt</i> em função de 1/ <i>Da</i> para os casos 3 Carreau, newtoniano equivalente e newtoniano

LISTA DE TABELAS

TABELA 4.1: Casos simulados para estudo da influência dos parâmetros λ e <i>n</i> 41
TABELA 4.2: Viscosidade característica dos casos newtonianos
TABELA 4.3: Tempo final para os casos 1 a 943
TABELA 4.4: Condições iniciais e de contorno para os casos 1 a 945
TABELA 4.5: Parâmetros usados nas simulações46
TABELA 4.6: Velocidades de entrada e números de Da
TABELA 4.7: Viscosidade dos casos newtonianos com velocidade fixa na entrada60
TABELA 4.8: Casos simulados shear thickening60
TABELA 4.9: Viscosidades dos casos newtonianos equivalentes aos casos 10 a 12 com velocidade fixa na entrada
TABELA 4.10: Parâmetros usados nos casos que consideram a influência dopH

LISTA DE SÍMBOLOS

а	Parâmetro no modelo de pH;
a_0	Área interfacial média inicial;
a_v	Área interfacial disponível para reação;
C ₀	Concentração de ácido na entrada do domínio;
C_f	Concentração de ácido na fase de fluido;
C _s	Concentração de ácido na interface sólido-líquido;
D	Parte simétrica do gradiente de velocidade;
D _e	Tensor efetivo de dispersão;
d_h	Diâmetro hidráulico do poro
D_m	Coeficiente de difusão molecular;
Da	Número de Damköhler;
f	Força de corpo;
Fr	Número de Froude;
${g}_0$	Aceleração gravitacional de referência;
Ι	Tensor identidade;
k	Parâmetro de consistência power-law;
K	Tensor permeabilidade;
K_0	Permeabilidade inicial;

k_c	Coeficiente de transferência de massa local;
k_{p1}	Constante no modelo de pH;
k_{p2}	Constante no modelo de pH;
k_s	Constante de reação na superfície do poro;
L	Comprimento característico;
m	Força de interação por unidade de volume;
n	Índice power-law;
p	Pressão;
p_e	Pressão na entrada do domínio;
Pe_p	Número de Peclet no poro;
pH_m	Valor de pH correspondente à máxima viscosidade
PVbt	Pore volume to breakthrough;
r_0	Valor médio inicial do raio de poro;
r_p	Valor médio do raio de poro;
R	Cinética da reação;
Sh	Número de Sherwood;
t	Tempo;
Т	Temperatura;
T_0	Temperatura inicial;
Т	Tensor das tensões;

u	Velocidade;
<i>u</i> ₀	Velocidade de entrada;
х, у	Variáveis espaciais dimensionais;

Letras Gregas

α _{os}	Constante que caracteriza a estrutura do meio poroso;
δ	Espessura da placa na idealização do meio poroso;
Δ	Espaçamento entre as placas na idealização do meio poroso;
η	Função viscosidade;
η_c	Viscosidade característica;
η_0	Viscosidade quando $\dot{\gamma} \rightarrow 0$, no modelo Carreau;
η_∞	Viscosidade quando $\dot{\gamma} \rightarrow \infty$, no modelo Carreau;
φ	Fração de fluido;
φ	Porosidade;
Φ^2	Módulo de Thiele;
Ϋ́	Taxa de cisalhamento;
$\dot{\gamma}_c$	Taxa de cisalhamento caraceterística;

λ	Parâmetro temporal no modelo Carreau;
λ_{ii}	Constantes que dependem da estrutura do meio;
μ	Viscosidade dinâmica;
μ_0	Viscosidade base no modelo de pH;
μ_m	Máximo incremento na viscosidade no modelo de pH;
ν	Viscosidade cinemática;
ρ	Massa específica;
$ ho_0$	Massa específica de referência;
τ	Parte deviatórica do tensor das tensões;

1. Introdução

1.1 Motivação

A estimulação de poços é um objeto de estudos de grande importância na indústria petrolífera. Tendo em vista que o petróleo é um recurso natural não renovável, há uma perspectiva de declínio da produção mundial ao longo do tempo. Tamanho interesse se deve ao fato de que o petróleo é uma fonte de energia primária, utilizada em ampla escala e que a descoberta de novos reservatórios é um evento cada vez mais raro. Sendo assim, existe a necessidade de que as reservas já existentes sejam melhor exploradas.

O tratamento de reservatórios carbonáticos utilizando ácidos é uma técnica muito praticada para estimular a produção de petróleo e gás natural. O objetivo primário deste processo é aumentar a taxa de produção aumentando a permeabilidade do meio. O ácido injetado dissolve o material e cria canais, facilitando o escoamento. Diversos padrões de dissolução podem ser formados, o que depende de vários de fatores, como por exemplo: a taxa de injeção do ácido, tipo de ácido, características de formação da rocha. É desejável que se tenha um padrão que ofereça o maior nível de permeabilidade.

O ácido comumente usado para este fim é o ácido clorídrico, por ser de baixo custo e ter uma alta taxa de reação. Porém, em casos de reservatórios com alta heterogeneidade, onde há grande variação da permeabilidade, o escoamento do ácido geralmente apresenta uma trajetória preferencial nos caminhos de maior permeabilidade, o que leva um estímulo maior em regiões de maior permeabilidade e o oposto em regiões de menor permeabilidade. Uma das possíveis soluções é utilizar um ácido cujo suas características evitem esse efeito.

Muitos ácidos alternativos ao HCl apresentam comportamento não-Newtoniano, como efeitos de variação da viscosidade com o pH ou até mesmo viscoelasticidade. Existem diversos modelos para fluidos que não atendem à hipótese não-Newtoniana, sendo um dos mais conhecidos o modelo de fluido Carreau, o qual prevê uma mudança na viscosidade do fluido de acordo com a taxa de deformação e é relativamente simples.

1.2 Objetivos

O presente trabalho busca desenvolver uma formulação para que seja possível prever o comportamento do escoamento de um ácido não-newtoniano em meios porosos, considerando efeitos de dissolução do meio. Será usado o modelo de viscosidade de Carreau, combinado com um modelo que incorpora efeitos do pH. Além disso, é proposto um modelo linear que estabelece a relação entre a concentração de ácido e o pH. A formulação é baseada na Teoria de Mistura, que é uma teoria aplicável a sistemas multifásicos. O modelo será analisado utilizando simulações numéricas na plataforma de código aberto OpenFOAM e os resultados obtidos serão comparados com casos newtonianos equivalentes, para que se obtenha melhor entendimento da influência dos parâmetros analisados.

2. Revisão Bibliográfica

2.1 Estimulação de Reservatórios Petrolíferos

Pelo fato de cerca de 50% das reservas mundiais de petróleo e gás estejam armazenadas em rochas carbonáticas, há grande interesse nesse tipo de reservatório [1]. Essas rochas porosas são compostas principalmente por calcários e dolomitas. Uma característica importante de reservatórios carbonáticos é de que estes mantêm a qualidade, do ponto de vista de reservatórios petrolíferos, ou seja, sua porosidade e permeabilidade são mantidas mesmo a altas profundidades.

A redução da produção de um reservatório pode estar associada a uma redução da permeabilidade na região próxima ao poço, devido a incrustações e precipitações. Tal redução é conhecida como "dano". Existem diversos métodos que buscam recuperar ou aumentar a produção, através da remoção do dano ou da criação de novos canais que permitam o escoamento do fluido. Os mais usuais são: fraturamento hidráulico e acidificação de matriz. Quando o fraturamento é realizado com ácidos, é denominado "fraturamento ácido" [2].

De acordo com Fernandes [3], fraturamento hidráulico é uma operação de estimulação que consiste na injeção de um fluido na rocha reservatório, sob pressão suficientemente alta para exercer na rocha uma tensão maior do que a soma de sua resistência à tração mais a menor tensão confinante, com o objetivo de causar a falha do material, dando início à fratura. A fratura tende a se propagar conforme o fluido continua sendo bombeado e no final do processo, um canal de alta condutividade é criado entre a rocha e o poço, permitindo o aumento da produtividade. No fraturamento hidráulico ácido, além da fratura causada pela pressão do fluido, porções da face da fratura são dissolvidas pela reação com o ácido [4].

A acidificação de matriz consiste em um processo no qual o ácido que é injetado reage com a rocha, tendo como resultado um aumento na permeabilidade através da remoção de material. Ácidos usados comumente incluem o clorídrico, o fórmico e o acético [5]. Ao mesmo tempo em que a dissolução aumenta a permeabilidade, o aumento relativo na permeabilidade para uma dada quantidade de ácido tem uma relação forte com as condições de injeção. A taxas muito baixas, o ácido é consumido assim que entra em contato com o meio, resultando em uma dissolução de face. A profundidade de penetração do ácido é restrita a uma região próxima à do poço. Por outro lado, a altas taxas de injeção, o ácido penetra profundamente na rocha, porém o aumento na permeabilidade não é grande pois o ácido reage numa larga região, levando a uma dissolução uniforme. Entre esses dois casos limítrofes, canais condutivos de alta permeabilidade podem ser formados, conhecidos como *wormholes* [6].



Figura 2.1: Diferentes formas de *wormholes* em rochas carbonáticas a taxas a) baixas, b) médias e c) altas de injeção de ácido. Imagens obtidas com tomografia computadorizada de alta resolução [29].

A compreensão acerca dos fenômenos que regem a formação e características dos *wormholes* é de grande interesse na indústria do petróleo e por isso, diversos trabalhos foram publicados fazendo uso de modelos com abordagens diferentes para prever seu comportamento. Um modelo simples é o que representa o *wormhole* como um tubo cilíndrico. Em 1997, Buijse e Halliburton [7] utilizaram um modelo de poro cilíndrico para explicar qualitativamente fenômenos observados experimentalmente, como a taxa ótima de injeção.

Outro modelo para estudar o comportamento dos *wormholes* é o modelo de redes, onde o meio poroso é representado como uma rede de tubos interconectados uns aos outros nos nós. O escoamento do ácido no interior dos tubos é descrito pelas equações clássicas de Navier-Stokes. O ácido reage na parede do tubo e a dissolução é contabilizada em termos do aumento no raio do tubo. Esses modelos são capazes de prever a taxa ótima de dissolução, porém são computacionalmente caros. Em 1989, Daccord, Touboul e Lenormand [8] realizaram um estudo utilizando o modelo de redes para analisar o fenômeno dos *wormholes* e concluíram que simulações numéricas reproduzem quantitativamente os resultados experimentais. Mais tarde, em 1998, Fredd e Fogler [9] analisaram o efeito do transporte e da reação na formação de *wormholes*. Eles investigaram o comportamento de diversos ácidos, em várias condições e utilizaram o modelo de redes, que apresentou concordância qualitativa com resultados experimentais. Também foi possível prever a existência de um número de Damköhler ótimo, o qual é um número adimensional que relaciona a taxa de reação com a taxa de transporte de massa convectivo.

Uma abordagem intermediária entre os modelos citados anteriormente envolve o uso de modelos médios ou contínuos. Esses modelos descrevem a dissolução na escala de Darcy, a qual requer informação dos processos na escala do poro, que são obtidas por um modelo de escala de poro. Obter informações detalhadas dos poros e sua mudança durante a dissolução é difícil, sendo uma das desvantagens do modelo na escala de Darcy. Em 2005, Panga et al. [6] apresentaram um modelo contínuo bidimensional para descrever a formação de *wormholes* em rochas carbonáticas. O modelo acopla fenômenos de reação e transporte à escala de Darcy, através de variáveis de concentração, correlações da estrutura, transferência de massa e coeficiente de dispersão. O modelo foi capaz de prever qualitativamente informações de interesse, como a taxa ótima de injeção. Eles também propuseram um critério qualitativo para prever as condições necessárias para a criação de *wormholes*.

Maheshware et al., em 2013 [10] adaptaram o modelo proposto por Panga et. al. [6], que originalmente era bidimensional, para uma simulação tridimensional. Também foi feita uma análise dos efeitos de diversos parâmetros do problema, como:

- Efeito da taxa de injeção do ácido, que exibiu *wormholes* de formatos diferentes entre a dissolução uniforme e de face, tais como: ramificado, dominante e cônico, sendo o dominante o regime de dissolução no qual se enquadra a taxa ótima de injeção correspondente ao menor valor de volume do poro para que haja aumento na permeabilidade média;
- Efeitos da taxa de dissolução, que para um ácido que reage rapidamente, os wormholes são mais finos e mais ramificados quando comparados com os ácidos que reagem lentamente;
- Permeabilidade inicial da rocha carbonática é uma propriedade inerente da rocha, a qual depende de sua formação. Foi observada uma relação inversamente proporcional entre a taxa ótima de injeção do ácido e a permeabilidade inicial.
- Heterogeneidade média, que também depende da formação rochosa. Quanto maior a heterogeneidade, mais ramificações os *wormholes* apresentam. Na ausência de heterogeneidade, o padrão de dissolução se assemelha com a dissolução de face. Além disso, há uma heterogeneidade crítica, onde o volume do poro para que haja aumento na permeabilidade é mínimo.

Igzec, Zhu e Hill [11] realizaram em 2010 um estudo teórico-experimental para analisar efeitos da heterogeneidade na formação de *wormholes* em rochas carbonáticas. Concluíram que a propagação do ácido em rochas heterogêneas é muito mais rápida que em estruturas homogêneas, o que impacta diretamente na formação dos *wormholes*. Adicionalmente, nos meios heterogêneos, o ácido injetado seguiu um caminho preferencial.

Em 2016, Liu et al. [12] simularam a propagação tridimensional de *wormholes* em rochas carbonáticas considerando que as propriedades físicas da rocha variam de acordo com uma correlação espacial para investigar seu efeito em acidificação de matrizes. Quando comparado ao modelo de distribuição uniforme, os *wormholes* formados tiveram

forma mais larga e menos ramificada. Além disso, a correlação de caminhos preferenciais do escoamento e da formação de *wormholes* teve boa concordância com resultados experimentais.

2.2 Teoria de Mistura

De acordo com Atkin [13], uma mistura consiste em dois ou mais materiais deformáveis, cada qual é considerado um meio contínuo. A mistura pode ser entendida como uma superposição de vários meios contínuos, cada um com seu próprio movimento e em cada tempo e a cada posição, a mistura é ocupada simultaneamente por diferentes partículas, associadas aos diferentes constituintes. Além disso, são utilizadas equações de mecânica do contínuo para prever o comportamento da mistura, provenientes do balanço de massa, balanço de quantidade de movimento, primeira e segunda leis da termodinâmica.

Diversos trabalhos propõem equações constitutivas para serem aplicadas aos modelos de teoria de mistura. Em 1985, Sampaio e Saldanha da Gama [14] estudaram o comportamento de dois tipos de fluidos não-Newtonianos quando escoam através de um meio poroso idealizado e utilizando resultados obtidos analiticamente, propuseram relações constitutivas para o termo de força de interação sólido-fluido. Os autores sugeriram que as equações precisavam ser comprovadas através de experimentos pois não é possível garantir que os cálculos baseados no meio poroso idealizado possam ser expandidos para um meio poroso qualquer.

Costa Mattos et al. [15], em 1993, desenvolveram equações constitutivas para tratar o problema do escoamento de um fluido de Ostwald-de Waele em uma matriz sólida rígida, considerando aspectos da Segunda Lei da Termodinâmica e satisfazendo o princípio da objetividade. Concluíram que devido a estas características, as equações propostas seriam ferramentas promissoras para modelar misturas sólido-fluido. Em 2013, Martins-Costa et al. [16] estudaram o escoamento de fluidos *power-law* através de canais porosos limitados por duas placas planas, usando uma aproximação de teoria de mistura. Eles deram atenção especial para a expressão constitutiva da força de interação agindo na matriz porosa. Foram apresentados resultados para diversos valores de n, abordando tanto casos de *shear-thinning* quanto *shear-thickening*. A validação foi feita com dois casos limites e o problema foi resolvido numericamente empregando o método de Runge-Kutta. Os resultados dos casos de validação apresentaram boa concordância com a solução analítica.

Em 2016 [17], investigaram a conexão entre porosidade e permeabilidade e sua influência no escoamento de um fluido *power-law* através de uma matriz porosa, usando teoria de misturas. Um modelo simples foi proposto para calcular a permeabilidade em função de uma determinada porosidade, tendo conhecimento apenas da permeabilidade para duas porosidades diferentes, através de experimentos. Os resultados obtidos fazendo uso do modelo foram comparados com trabalhos experimentais e outros modelos disponíveis na literatura e foram verificados resultados próximos.

2.3 Acidificação de Reservatórios Porosos com Fluidos Não Newtonianos

Durante a acidificação de matriz, o ácido injetado reage com a rocha e forma caminhos de maior permeabilidade, ocorrendo uma tendência de que o ácido siga preferencialmente nesses caminhos, consequentemente, a maior parte do ácido escoará por regiões já tratadas ou com pouco dano, deixando de lado outras zonas de interesse. Portanto, é necessário que o ácido desvie das zonas já tratadas para atacar regiões de baixa permeabilidade. Uma alternativa é o uso de sistemas ácidos ditos *self-diverting*, os quais exibem um comportamento do aumento local da viscosidade com a redução do pH, que resulta da reação do ácido com a rocha. O aumento na viscosidade cria resistência ao escoamento nas zonas de alta permeabilidade, permitindo que o ácido escoe por zonas ainda não tratadas. Porém, alguns estudos sugerem que a penetração do ácido e a forma dos *wormholes* podem ser alterados ao fazer uso desta técnica [18-19]

Em 2001, Chang et al. [20] desenvolveram em laboratório um ácido viscoelástico o qual apresenta aumento na viscosidade conforme a concentração diminui. Diferentemente dos sistemas ácidos baseados em polímeros, o material proposto não deixa resíduos na rocha, que permanece sem traços de resíduos ao final do processo. Além disso, este ácido não contém sólidos, o que evita complicações no bombeamento. Uma limitação é que o sistema admite uma temperatura máxima de 93°C.

Mais tarde, em 2003, Taylor et al. [21] desenvolveram um sistema ácido viscoelástico *self-diverting* aprimorado. O fluido engloba diversas vantagens que o sistema proposto por Chang et al. [20], tendo como principal avanço um limite superior de temperatura, até o qual o ácido se mantém estável, na faixa de 150°C. Outra característica positiva verificada nos experimentos é de que a viscosidade responde rapidamente ao desgaste do ácido durante a dissolução.

Nasr-El-Din et al. realizaram um levantamento em 2006 [22] acerca de experiências obtidas com a aplicação de surfactantes viscoelásticos em acidificação de matriz. Concluíram que os tratamentos apresentam boa taxa de sucesso, mas algumas observações adicionais devem ser feitas:

- Altas cargas e o uso intenso de surfactantes pode causar danos ao poço, particularmente em reservatórios de baixa permeabilidade e esgotados;
- O dano causado por surfactantes viscoelásticos pode ser amenizado usando mutualmente um solvente dissolvido em diesel ou em salmoura;
- Uso elevado de inibidores de corrosão pode causar efeito adverso na performance do surfactante usado;
- Altas concentrações de ferro irão afetar negativamente a performance do surfactante e a adição de um agente redutor não elimina este efeito.

Em 2016, Naizhen e Ming [23] realizaram uma simulação da propagação de *wormholes* utilizando um surfactante viscoelástico *self-diverting*. Eles usaram um modelo contínuo acoplado com a função que descreve a viscosidade e o modelo do reservatório foi desenvolvido. Verificaram que na acidificação convencional, apenas um *wormhole* atravessou o domínio, enquanto o fluido viscoelástico formou um segundo *wormhole* bem desenvolvido. Além disso, a taxa ótima de injeção para o fluido *self-diverting* foi maior

quando comparado ao ácido convencional, devido ao efeito de aumento da viscosidade. Outro resultado importante foi que quando o meio era caracterizado por um grande contraste na permeabilidade, a eficiência do ácido viscoelástico era mais limitada.

Existem diversos modelos para capturar informações acerca do escoamento de fluidos viscoelásticos. Entretanto, em alguns casos, os fluidos viscoelásticos podem apresentar um comportamento próximo a um fluido lei de potência. Em 2006, Nasr-El-Din et al. [22] observaram que para o fluido viscoelástico estudado com 4 vol% de surfactante, a viscosidade decai com o aumento na taxa de cisalhamento, apresentando um comportamento *shear-thinning*, conforme mostra a figura 2.2.



Figura 2.2: Viscosidade aparente em função da taxa de cisalhamento para fluido com 15 % HCl e 4 vol% surfactante [22].

Para os problemas de acidificação de reservatórios, alguns resultados de interesse são apresentados na literatura, como o campo das variáveis obtidas, principalmente o campo de porosidade que permite avaliar o padrão de dissolução. Outro resultado frequentemente analisado, é o *pore volume to breakthrough* (*PVbt*) [6, 9, 10, 11]. De acordo com Fredd e Fogler [9], o *PVbt* é definido como a razão de fluido injetado para alcançar o *breakthrough*, isto é, que o canal atravesse todo o domínio, e o volume de espaço de poros. Fica claro então, a forte dependência de *PVbt* e a vazão de entrada.

Um importante número adimensional presente nessas análises é o número de Damköhler (Da), que é a razão entre o tempo convectivo e o tempo de reação, dado por [30]:

$$Da = \frac{k_s a_0 L}{u_0} \tag{2.1}$$

Onde k_s é a constante de reação na superfície do poro, a_0 é a área interfacial média inicial por unidade de volume, *L* é o comprimento característico e u_0 a velocidade de entrada.

A fim de estudar o comportamento de *PVbt* de acordo com a velocidade de entrada, tipicamente são plotados gráficos de *PVbt* em função de $\frac{1}{Da}$, com o objetivo de constatar qual o menor valor de *PVbt*, que está relacionado a um valor de Damköhler ótimo. Ou seja, deseja-se obter o *breakthrough* injetando a menor quantidade possível de fluido e corroendo menos a rocha. A curva obtida frequentemente é decrescente até o valor ótimo e em seguida volta a crescer, como mostra a figura 2.3.



Figura 2.3: Exemplo de Curva PVbt x 1/Da [10].

3. Metodologia

3.1 Fluidos Newtonianos Generalizados

A equação constitutiva para a parte deviatórica do tensor das tensões τ de um fluido newtoniano incompressível é dada por:

$$\boldsymbol{\tau} = 2\mu \boldsymbol{D} \tag{3.1}$$

Onde **D** é a parte simétrica do gradiente de velocidade e μ é a viscosidade dinâmica do fluido, que é função da temperatura e pressão, mas costuma ser tratada como constante na maioria dos casos.

Fluidos ditos não-newtonianos são os que não obedecem à equação (3.1). Dentre os exemplos comuns de fluidos não-newtonianos, estão: mel, alguns tipos de tintas e lubrificantes e soluções poliméricas. A viscosidade passa a ser uma função, que pode depender da taxa de cisalhamento do fluido, do tempo, além de apresentar efeitos elásticos e outros, bem como a combinação destes.

Um fluido newtoniano generalizado é um fluido incompressível, puramente viscoso, que tem a seguinte equação constitutiva para τ :

$$\boldsymbol{\tau} = 2\eta(\dot{\boldsymbol{\gamma}})\boldsymbol{D} \tag{3.2}$$

Onde $\eta(\dot{\gamma})$ é a função viscosidade, que é dependente apenas da taxa de cisalhamento $\dot{\gamma}$, a qual é definida por:

$$\dot{\gamma} \equiv \sqrt{2tr\boldsymbol{D}^2} \tag{3.3}$$

Num escoamento de Couette, o tensor taxa de deformação **D** adquire a forma:

$$\boldsymbol{D} = \frac{\dot{\gamma}}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(3.4)

A partir da equação (3.3), é possível observar que $|\dot{\gamma}|$ é a magnitude da taxa de cisalhamento para escoamentos viscométricos. Não são previstas diferenças de tensões normais neste tipo de escoamento, embora isso contrarie diversos experimentos realizados com fluidos não-newtonianos em escoamentos puramente viscométricos. Tal inconsistência é característica dos modelos de fluidos newtonianos generalizados, que não são capazes de prever todos os efeitos físicos apresentados por fluidos complexos.

Os principais modelos de viscosidade que se enquadram no escopo de fluidos newtonianos generalizados são:

i – Fluido *power-law*, também conhecido como fluido Ostwald-de Waele: Neste modelo,
 a função viscosidade é dada por:

$$\eta(\dot{\gamma}) = k\dot{\gamma}^{n-1} \tag{3.5}$$

Onde *n* é o índice *power-law* e é adimensional, *k* é o parâmetro de consistência e tem unidade $\left[\frac{kg}{m}s^{n-2}\right]$. O parâmetro *n* define o comportamento do fluido. Se n = 1, o modelo recai no caso newtoniano. Se n < 1, a viscosidade η decai com o aumento da taxa de cisalhamento e o fluido é dito pseudoplástico ou *shear-thinning*. Se n > 1, a viscosidade aumenta a altas taxas de cisalhamento e o fluido é dilatante ou *shear-thickening*. Os fluidos pseudoplásticos são mais comuns que os dilatantes.

Uma das oposições a este modelo é que ele não define a viscosidade quando a taxa de cisalhamento é nula. Porém, em diversos problemas, as regiões do domínio onde as taxas de cisalhamentos são baixas têm menor importância. Além disso, o modelo apresenta certa simplicidade, tendo soluções analíticas em escoamentos viscométricos. É um dos modelos mais utilizados.

ii - Modelo de Carreau: A função viscosidade neste modelo é dada por:

$$\eta(\dot{\gamma}) = \eta_{\infty} + (\eta_0 - \eta_{\infty}) [1 + (\lambda \dot{\gamma})^2]^{\frac{n-1}{2}}$$
(3.6)

Onde η_0 é a viscosidade quando $\dot{\gamma} \rightarrow 0$ e η_∞ é a viscosidade quando $\dot{\gamma} \rightarrow \infty$, λ é um parâmetro temporal e *n* é o índice *power-law*. O modelo de Carreau pode ser ajustado para proporcionar resultados bem próximos aos experimentais, abordando toda a faixa de valores para a taxa de cisalhamento. Os valores de *n* definem o comportamento do fluido da mesma forma que no modelo *power-law*. Adicionalmente, quando $\lambda \rightarrow 0$ ou $\dot{\gamma} \rightarrow 0$, o fluido adquire um comportamento newtoniano, para qualquer valor de *n*.

Uma variação conhecida deste modelo é a Carreu-Yasuda, que ao adicionar um parâmetro extra a, permite um ajuste ainda melhor às curvas experimentais. Neste caso, a função viscosidade é:

$$\eta(\dot{\gamma}) = \eta_{\infty} + (\eta_0 - \eta_{\infty}) [1 + (\lambda \dot{\gamma})^a]^{\frac{n-1}{a}}$$
(3.7)

A figura 3.1 compara os modelos *power-law* e Carreau qualitativamente, em um gráfico log-log:



Figura 3.1: Gráfico log-log comparando os modelos Carreau e power-law para um fluido pseudoplástico.

iii – Material de Bingham: é um famoso modelo de fluido viscoplástico, onde há tensão limite de escoamento. O material se comporta como um sólido quando a tensão de cisalhamento máxima τ_m é baixa. Ao exceder a tensão de limite de escoamento τ_y , o material se comporta como um fluido puramente viscoso. A função viscosidade é:

$$\begin{cases} \eta(\dot{\gamma}) = \eta_0 + \frac{\tau_y}{\dot{\gamma}} , \quad \tau_m > \tau_y \\ \eta(\dot{\gamma}) = \infty , \quad \tau_m \le \tau_y \end{cases}$$
(3.8)

iv – Modelo de Herschel-Bulkley: este modelo combina os efeitos viscoplásticos do
 Material de Bingham com efeitos pseuplásticos ou dilatantes do fluido *power-law*.

v – **Modelo de Casson**: é um modelo de fluido viscoplástico. A função viscosidade é dada por:

$$\begin{cases} \eta(\dot{\gamma}) = \left(\sqrt{\eta_0} + \sqrt{\frac{\tau_y}{\dot{\gamma}}}\right)^2, & \tau_m > \tau_y \\ \eta(\dot{\gamma}) = \infty, & \tau_m \le \tau_y \end{cases}$$
(3.9)

Quando $\dot{\gamma}$ é grande, o fluido se comporta como um fluido newtoniano. O modelo de Casson, embora tenha sido feito para descrever o escoamento de mistura de pigmentos e óleos, é muito utilizado em escoamentos de sangue, pois oferece bons resultados na maioria dos casos analisados.

3.2 Teoria Básica

Ácidos não-newtonianos costumam ser muito usados na indústria petrolífera para tratamento de reservatórios, por apresentarem resultados de dissolução superiores. Em sua grande maioria, estes são viscoelásticos. Muitos estudos consideram esses ácidos como sendo newtonianos, para efeitos de simplicidade. Uma opção seria utilizar modelos viscoelásticos complexos. Contudo, uma análise considerando os efeitos pseudoplásticos seria de grande valia se estes forem acoplados aos efeitos de mudança de permeabilidade provocados pela dissolução do ácido. A Teoria Contínua de Misturas [13] é uma forma de modelar sistemas de vários componentes, supondo que a mistura é uma superposição de 2 ou mais constituintes contínuos, cada qual representando um material. Cada constituinte possui uma cinemática independente, de forma que para cada instante de tempo e para cada posição, a mistura é ocupada por todos os constituintes.

Para uma mistura sólido-fluido, as equações governantes básicas, sem reações químicas são dadas por [15]:

Balanço de massa:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla . \left(\rho_i \boldsymbol{u}_i \right) = 0 \quad i = 1,2$$
(3.10)

Balanço de quantidade de movimento linear:

$$\rho_i \frac{D\boldsymbol{u}_i}{Dt} = \nabla \cdot \boldsymbol{T}_i + \boldsymbol{m}_i + \rho_i \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{c}_i} \quad i = 1,2$$
(3.11)

$$\sum_{i=1}^{2} \boldsymbol{m}_i = 0 \tag{3.12}$$

Onde os constituintes 1 e 2 são, respectivamente, o sólido e o fluido, ρ_i é a massa específica do constituinte *i*, u_i a velocidade, T_i é o tensor parcial das tensões, f_{c_i} é a força de corpo e m_i é a força de interação por unidade de volume que no caso do fluido, age devido a sua interação com o constituinte sólido da mistura. Esse termo conta principalmente a resistência de atrito nos contornos sólidos dos poros, sendo essencialmente uma força de arrasto [17].

Em 2016, Martins-Costa, Angulo e Costa Mattos [17] sugeriram equações constitutivas para o tensor parcial das tensões e para a força de interação de um fluido newtoniano generalizado do tipo *power-law* em meios porosos:

$$T_F = -p\varphi \boldsymbol{I} + 2\eta \varphi \dot{\gamma}^{n-1} \boldsymbol{D}_F \tag{3.13}$$

$$\boldsymbol{m}_{F} = -\frac{\varphi\eta}{K} \left[\left(\frac{2n+1}{n}\right)^{n} \frac{1}{3} \left(\frac{\varphi}{6K}\right)^{\frac{n-1}{2}} \left| |\boldsymbol{\nu}_{F}| \right|^{n-1} \right] \boldsymbol{u}_{F}$$
(3.14)

Onde φ é a fração de fluido, p é a pressão mecânica do fluido, η é um parâmetro de viscosidade, D_F é o tensor taxa de deformação, n é o expoente *power-law* e K é um parâmetro relacionado à permeabilidade.

Para que as simulações prevejam uma reação de um ácido num meio poroso, é necessário que o modelo contabilize reações químicas. Em 2004, Panga et al. [24] propuseram um modelo contínuo para estudar o escoamento de um ácido newtoniano em meios porosos. As equações do modelo são dadas por:

$$\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{F}} = -\frac{1}{\mu}\boldsymbol{K}.\boldsymbol{\nabla}\boldsymbol{P} \tag{3.15}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \nabla . \, \boldsymbol{u}_F = 0 \tag{3.16}$$

$$\frac{\partial \varphi C_f}{\partial t} + \boldsymbol{u}_F \cdot \nabla C_f = \nabla \cdot \left(\varphi \boldsymbol{D}_e \cdot \nabla C_f \right) - k_c a_v (C_f - C_s)$$
(3.17)

$$k_c (C_f - C_s) = R(C_s) \tag{3.18}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{R(C_s)a_v\alpha}{\rho_s} \tag{3.19}$$

Onde K é o tensor permeabilidade, P é a pressão, C_f é a concentração de ácido na fase de fluido, C_s é a concentração do ácido na interface sólido-líquido, D_e é o tensor efetivo de dispersão, k_c é o coeficiente de transferência de massa local, a_v é a área interfacial disponível para reação por unidade de volume do meio, ρ_s é a massa específica da fase sólida e α é o poder de dissolução do ácido. A cinética da reação é representada por $R(C_s)$.

A equação (3.15) descreve o campo de velocidade no meio usando a lei de Darcy. A equação (3.16) é a equação de continuidade e o termo de acúmulo surge devido a uma mudança no volume durante a dissolução. O transporte das espécies ácidas é descrito pela equação (3.17). A equação (3.18) descreve o transporte de ácido da fase fluida para a interface sólido-fluido e a reação na interface. A equação (3.19) governa a evolução local da porosidade devido à dissolução.

As equações utilizadas por Panga et. al [24] são válidas apenas para um fluido newtoniano e portanto o modelo de dissolução e transporte de espécies químicas não podem ser inseridos diretamente no modelo de teoria de mistura para fluido *power-law*. Com as devidas adaptações, para compensar a variação de viscosidade do fluido, esperase poder criar um modelo que possa ser inserido na teoria de mistura, que contabilize as reações químicas.

3.3 Demonstração do Termo Fonte de Interação

Na Teoria Contínua de Misturas, a força de interação m_i que cada componente exerce sobre o outro deve ser levada em consideração no balanço de quantidade de movimento. Para uma interação sólido-fluido, uma das propostas para a força de interação foi sugerida por Sampaio e da Gama em 1985 [14], para dois fluidos não-newtonianos: um material de Bingham e um fluido *power-law*. O procedimento foi feito para o material de Bingham. Aqui, será demonstrado a dedução, de forma análoga, para o fluido *power-law*.

Considerando um meio poroso idealizado, formado por diversas placas planas paralelas, de espessura δ e espaçadas por uma distância Δ . A permeabilidade *K* do meio e a porosidade ϕ podem ser obtidas analiticamente. Da figura 3.2, vem que:



Figura 3.2: Idealização do meio poroso.

Para um fluido newtoniano, incompressível, que escoa por placas paralelas em regime permanente, as equações de Navier-Stokes se resumem a:

$$-\nabla p + \mu \frac{d^2 v}{dy^2} = 0 \tag{3.21}$$

Para obter o perfil de velocidade, a equação (3.11) é integrada duas vezes:

$$v(y) = \frac{1}{2\mu} \nabla p \, y^2 + C_1 y + C_2 \tag{3.22}$$

Da condição de que o perfil de velocidade é simétrico e que a velocidade na parede $\left(y = \frac{\Delta}{2}\right)$ é nula, as constantes C_1 e C_2 são obtidas:

$$v(y) = -\frac{1}{2\mu} \nabla p \left[\left(\frac{\Delta}{2} \right)^2 - y^2 \right]$$
(3.23)

A partir do perfil de velocidade, é possível obter a velocidade média do fluido, v_f :
$$v_f = \frac{1}{\Delta} \int_{-\frac{\Delta}{2}}^{\frac{\Delta}{2}} v(y) dy = -\frac{1}{\mu} \nabla p \frac{\Delta^2}{12}$$
(3.24)

A Lei de Darcy, que é uma relação experimental bem conhecida na literatura de meios porosos, pode ser escrita da seguinte forma:

$$-\phi \nabla p = \frac{\phi^2 \mu}{K} \left(v_f - U \right) \tag{3.25}$$

Onde U é a velocidade da matriz do porosa, geralmente considerada nula. Usando esta hipótese e mantendo apenas v_f do lado esquerdo da equação:

$$v_f = -\frac{\nabla p}{\phi \mu} K \tag{3.26}$$

Comparando as equações (3.16) e (3.14), vem que

$$\frac{K}{\phi} = \frac{\Delta^2}{12} \tag{3.27}$$

A equação (3.17) expressa uma relação entre a geometria do meio com a sua respectiva porosidade e permeabilidade.

Para um escoamento onde a velocidade do fluido v_f é aproximadamente constante, a conservação de quantidade de movimento linear se resume a

$$\phi \nabla p = m_f \tag{3.28}$$

Assim, m_f pode ser obtido a partir desta relação. Considerando um fluido *power-law*, a função viscosidade é dada pela equação (3.5). Considerando as hipóteses feitas anteriormente para calcular v_f de um fluido newtoniano, a conservação de quantidade de movimento leva a

$$\nabla p = \frac{d}{dy} \Big[2\eta(\dot{\gamma}) \boldsymbol{D}_{xy} \Big] = \frac{d}{dy} \bigg[k \left(\left| \frac{dv_x}{dy} \right| \right)^{n-1} \frac{dv_x}{dy} \bigg]$$
(3.29)

Desenvolvendo a equação (3.19):

$$\nabla p = \frac{d}{dy} \left[-k \left(\frac{dv_x}{dy} \right)^{n-1} \frac{dv_x}{dy} \right] = \frac{d}{dy} - k \left(\frac{dv_x}{dy} \right)^n = C$$
(3.30)

Onde *C* é uma constante. Integrando:

$$-k\left(\frac{dv_x}{dy}\right)^n = Cy + C_1 \tag{3.31}$$

$$-\left(\frac{dv_x}{dy}\right)^n = \frac{1}{k}(Cy + C_1) \tag{3.32}$$

$$\frac{dv_x}{dy} = -\left(\frac{Cy+C_1}{k}\right)^{\frac{1}{n}}$$
(3.33)

Como o perfil de velocidade deve ser simétrico, $\frac{dv_x}{dy}\Big|_{y=0} = 0 \quad \therefore \ C_1 = 0.$

$$\frac{dv_x}{dy} = -\left(\frac{Cy}{k}\right)^{\frac{1}{n}} \tag{3.34}$$

Integrando novamente:

$$v_x = -\left(\frac{C}{k}\right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{n}{n+1}\right) y^{\frac{1+n}{n}} + C_2$$
(3.35)

Usando a condição de contorno de não deslizamento em $h = \frac{\Delta}{2}$:

$$C_2 = \left(\frac{C}{k}\right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{n}{n+1}\right) h^{\frac{1+n}{n}}$$
(3.36)

O perfil de velocidade então é:

$$v_{x}(y) = -\left(\frac{C}{k}\right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{n}{n+1}\right) \left(y^{\frac{1+n}{n}} - h^{\frac{1+n}{n}}\right)$$
(3.37)

Obtendo a velocidade média:

$$v_f = \frac{1}{h} \int_{0}^{h} v_x(y) dy = -\frac{1}{h} \left(\frac{C}{k}\right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{n}{n+1}\right) \left[\left(\frac{n}{2n+1}\right) y^{\frac{1+2n}{n}} - h^{\frac{1+n}{n}} y \right] \bigg|_{0}^{h}$$
(3.38)

$$v_f = \frac{1}{h} \left(\frac{C}{k}\right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{n}{n+1}\right) \left[\left(\frac{n}{2n+1}\right) h^{\frac{1+2n}{n}} - h^{\frac{1+2n}{n}} \right]$$
(3.39)

$$v_f = \left(\frac{\mathcal{C}}{k}\right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{n}{2n+1}\right) h^{\frac{n+1}{n}}$$
(3.40)

Da relação (3.17), obtém-se que $\Delta = \sqrt{\frac{12K}{\phi}}$, portanto $h = \sqrt{\frac{3K}{\phi}}$. Substituindo na equação (3.30):

$$v_f = \left(\frac{C}{k}\right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{n}{2n+1}\right) \left(\frac{3K}{\phi}\right)^{\frac{n+1}{2n}}$$
(3.41)

Manipulando:

$$C = k v_f^n \left(\frac{2n+1}{n}\right)^n \left(\frac{\phi}{3K}\right)^{\frac{n+1}{2}}$$
(3.42)

Como $C = \nabla p$:

$$\phi C = \phi \nabla p = -\phi k \, v_f^n \left(\frac{2n+1}{n}\right)^n \frac{\phi}{3K}^{\frac{n+1}{2}} = m_f \tag{3.43}$$

Na equação (3.33), quando n = 1, o termo m_f recai na Lei de Darcy, referente ao caso newtoniano, sendo $k = \mu$.

Apesar do modelo utilizado neste trabalho ser o modelo de Carreau, o mesmo apresenta comportamento semelhante ao modelo *power law* para uma ampla faixa de valores de $\dot{\gamma}$, como visto qualitativamente na figura (3.1). Portanto, como aproximação, foi usado o m_f da equação (3.43) na implementação do *solver* e consequentemente nas simulações e resultados obtidos.

3.4 Equações Governantes do Problema e Adimensionalização

Para resolver o problema de Teoria de Misturas contabilizando reações químicas, será utilizada a equação de balanço de movimento linear (3.11, 3.12) combinadas com as equações de conservação de massa, de transporte de espécies químicas, da taxa de reação

e da variação temporal da porosidade propostas por Panga et. al [24] (3.16-19), que podem ser escritas como:

$$\phi \rho \left[\frac{d\boldsymbol{u}}{dt} + (\nabla \boldsymbol{u})\boldsymbol{u} \right] = -\phi \nabla p + m_f + \phi \rho g + \nabla \boldsymbol{.} \boldsymbol{\tau}$$
(3.44)

$$m_f = -\phi k \left(\frac{2n+1}{n}\right)^n \left(\frac{\phi}{3K}\right)^{\frac{n+1}{2}} \boldsymbol{u}$$
(3.45)

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \boldsymbol{.} \, \boldsymbol{u} = 0 \tag{3.46}$$

$$\frac{\partial \phi C_f}{\partial t} + \boldsymbol{u}.\,\nabla C_f = \nabla.\left(\phi \boldsymbol{D}_e.\,\nabla C_f\right) - k_c a_v (C_f - C_s)$$
(3.47)

$$k_c(C_f - C_s) = R(C_s) \tag{3.48}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{R(C_s)a_{\nu}\alpha}{\rho_s} \tag{3.49}$$

Onde τ é a parte deviatórica do tensor das tensões. Para adimensionalizar a equação de conservação de quantidade de movimento linear, as seguintes variáveis adimensionais serão utilizadas:

$$u^* = \frac{u}{u_0} \qquad r^* = \frac{r}{L} \qquad \rho^* = \frac{\rho}{\rho_0} \qquad t^* = \frac{t}{\frac{L}{u_0}}$$

$$g^* = \frac{g}{g_0}$$
 $p^* = \frac{p - p_e}{\frac{\eta \, u_0 \, L}{K_0}}$ $K^* = \frac{K}{K_0}$ $\tau^* = \frac{\tau}{\frac{\eta \, u_0 \, L}{K_0}}$

$$\nabla^* = L\nabla$$

Onde *L* é o comprimento característico do escoamento, u_0 a velocidade de entrada, ρ_0 a massa específica de referência, g_0 a aceleração gravitacional de referência, p_e é a pressão na saída do domínio e K_0 é a permeabilidade inicial.

Inserindo (3.45) em (3.44) e substituindo as variáveis pelas adimensionais:

$$\begin{split} \phi \rho_0 \rho^* \left[\frac{d \boldsymbol{u}^* u_0^2}{dt^* L} + (\nabla \boldsymbol{u}^*) \boldsymbol{u}^* \frac{u_0^2}{L} \right] & (3.50) \\ &= -\frac{\eta \, u_0}{K_0} \, \phi \nabla p^* \\ &- \phi k \left(\frac{2n+1}{n} \right)^n \left(\frac{\phi}{3K^* K_0} \right)^{\frac{n+1}{2}} \boldsymbol{u}^* u_0 + \phi \rho^* \rho_0 g^* g_0 \\ &+ \frac{\eta \, u_0}{K_0} \, \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}^* \end{split}$$

Dividindo a equação (3.50) por ρ_0 :

$$\begin{split} \phi \rho^* \left[\frac{d \boldsymbol{u}^*}{d t^*} \frac{u_0^2}{L} + (\nabla \boldsymbol{u}^*) \boldsymbol{u}^* \frac{u_0^2}{L} \right] & (3.51) \\ &= -\frac{\eta \, u_0}{K_0 \rho_0} \, \phi \nabla p^* \\ &- \frac{\phi k}{\rho_0} \left(\frac{2n+1}{n} \right)^n \left(\frac{\phi}{3K^* K_0} \right)^{\frac{n+1}{2}} \boldsymbol{u}^* u_0 + \phi \rho^* g^* g_0 \\ &+ \frac{\eta \, u_0}{K_0 \rho_0} \, \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}^* \end{split}$$

Multiplicando a equação (3.51) por $\frac{L}{u_0^2}$:

$$\phi \rho^{*} \left[\frac{d\boldsymbol{u}^{*}}{dt^{*}} + (\nabla \boldsymbol{u}^{*})\boldsymbol{u}^{*} \right]$$

$$= -\frac{\eta L}{u_{0} K_{0} \rho_{0}} \phi \nabla p^{*}$$

$$-\frac{\phi k L}{u_{0} \rho_{0}} \frac{1}{K_{0}}^{\frac{n+1}{2}} \left(\frac{2n+1}{n} \right)^{n} \left(\frac{\phi}{3K^{*}} \right)^{\frac{n+1}{2}} \boldsymbol{u}^{*}$$

$$+ \frac{L g_{0}}{u_{0}^{2}} \phi \rho^{*} g^{*} + \frac{\eta L}{u_{0} K_{0} \rho_{0}} \nabla \boldsymbol{\tau}^{*}$$
(3.52)

Definindo os seguintes números adimensionais:

$$N_1 = \frac{u_0 K_0 \rho_0}{\eta L}$$
(3.53)

$$N_2 = \frac{u_0 \rho_0}{\phi k L} K_0^{\frac{n+1}{2}}$$
(3.54)

$$Fr = \frac{u_0}{\sqrt{g_0 L}} \tag{3.55}$$

Inserindo (3.53-55) em (3.52) obtém-se:

$$\begin{split} \phi \rho^* \left[\frac{d \boldsymbol{u}^*}{dt^*} + (\nabla \boldsymbol{u}^*) \boldsymbol{u}^* \right] & (3.56) \\ &= -\frac{1}{N_1} \phi \nabla p^* - \frac{1}{N_2} \left(\frac{2n+1}{n} \right)^n \left(\frac{\phi}{3K^*} \right)^{\frac{n+1}{2}} \boldsymbol{u}^* \\ &+ \frac{1}{Fr^2} \phi \rho^* g^* + \frac{1}{N_2} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}^* \end{split}$$

E a equação da conservação de massa fica:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \boldsymbol{.} \, \boldsymbol{u}^* = 0 \tag{3.57}$$

Além das variáveis adimensionais anteriores, para adimensionalizar a equação de transporte de espécies, as seguintes variáveis adimensionais serão usadas:

$$r_p^* = \frac{r_p}{r_0}$$
 $A_v^* = \frac{a_v}{a_0}$ $C_f^* = \frac{C_f}{C_0}$ $C_s^* = \frac{C_s}{C_0}$

Onde r_p é o valor médio do raio de poro, r_0 é o valor médio inicial do raio de poro, a_0 é o valor inicial da área interfacial e C_0 é a concentração de ácido na entrada do domínio.

Inserindo (3.48) em (3.49):

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{k_c (C_f - C_s) a_v \alpha}{\rho_s} \tag{3.58}$$

Para o caso de uma reação com cinética de primeira ordem, a seguinte relação pode ser utilizada: $C_s = \frac{C_f}{\left(1 + \frac{k_s}{k_c}\right)}$ [6]. Aplicando na equação (3.58):

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\left[(k_c + k_s)C_f - k_c C_f \right] a_v \alpha}{\left(1 + \frac{k_s}{k_c} \right) \rho_s}$$
(3.59)

Inserindo as variáveis adimensionais na equação (3.59):

$$\frac{u_0}{L}\frac{\partial\phi}{\partial t^*} = \frac{\left[(k_c + k_s)C_f^* - k_cC_f^*\right]C_0A_\nu^*a_0\alpha}{\left(1 + \frac{k_s}{k_c}\right)\rho_s} = \frac{k_sC_f^*C_0A_\nu^*a_0\alpha}{\left(1 + \frac{k_s}{k_c}\right)\rho_s}$$
(3.60)

Definindo $N_{ac} = \frac{\alpha C_0}{\rho_s}$ como o número de capacidade do ácido e $Da = \frac{k_s a_0 L}{u_0}$ como o número de Damköhler e inserindo na equação (3.60):

$$\frac{\partial \phi}{\partial t^*} = \frac{A_v^* N_{ac} Da C_f^*}{\left(1 + \frac{k_s}{k_c}\right)}$$
(3.61)

Definindo $\Phi^2 = \frac{2k_s r_0}{D_m}$ como o Módulo de Thiele e $Sh = \frac{2k_c r_p}{D_m}$ como o número de Sherwood e inserindo em (3.61):

$$\frac{\partial \phi}{\partial t^*} = \frac{A_v^* N_{ac} Da C_f^*}{\left(1 + \frac{\Phi^2 r_p^*}{Sh}\right)}$$
(3.62)

Inserindo as variáveis adimensionais na equação (3.47) e usando a relação entre $C_f \in C_s$:

$$\frac{u_0 C_0}{L} \frac{\partial \phi C_f^*}{\partial t^*} + \frac{u_0 C_0}{L} \boldsymbol{u}^* \cdot \nabla C_f^* \qquad (3.63)$$

$$= \frac{C_0}{L^2} \nabla \cdot \left(\phi \boldsymbol{D}_{\boldsymbol{e}} \cdot \nabla C_f^*\right)$$

$$- k_c A_v^* a_0 C_0 \left(\frac{\left(1 + \frac{k_s}{k_c}\right) C_f^* - C_f^*}{\left(1 + \frac{k_s}{k_c}\right)}\right)$$

Multiplicando por $\frac{L}{u_0 C_0}$:

$$\frac{\partial \phi C_f^*}{\partial t^*} + \boldsymbol{u}^* \cdot \nabla C_f^* = \frac{1}{u_0 L} \nabla \cdot \left(\phi \boldsymbol{D}_{\boldsymbol{e}} \cdot \nabla C_f^* \right) - \frac{k_c A_v^* a_0 L}{u_0} \left(\frac{\frac{k_s}{k_c} C_f^*}{\left(1 + \frac{k_s}{k_c}\right)} \right)$$
(3.64)

A equação (3.64) pode ser escrita como:

$$\frac{\partial \phi C_f^*}{\partial t^*} + \boldsymbol{u}^* \cdot \nabla C_f^* = \frac{1}{u_0 \mathcal{L}} \nabla \cdot \left(\phi \boldsymbol{D}_{\boldsymbol{e}} \cdot \nabla C_f^* \right) - \frac{Da A_v^* C_f^*}{\left(1 + \frac{\Phi^2 r_p^*}{Sh} \right)}$$
(3.65)

Para uma rede de poros bem conectados, a seguinte relação constitutiva para o tensor dispersão D_e pode ser usada [6]:

$$(\boldsymbol{D}_{\boldsymbol{e}})_{ii} = D_m \big[\alpha_{os} + \lambda_{ii} P \boldsymbol{e}_p \big]$$
(3.66)

Onde D_m é o coeficiente de difusão molecular, α_{os} é uma constante que depende da estrutura do meio poroso (como por exemplo a tortuosidade ou a conectividade entre os poros), λ_{ii} são constantes que dependem da estrutura do meio e Pe_p é o número de Peclet no poro, dado por:

$$Pe_p = \frac{|\boldsymbol{u}|d_h}{\phi D_m} \tag{3.67}$$

Onde d_h é o diâmetro hidráulico do poro.

Inserindo (3.67) e (3.66) em (3.65):

$$\frac{\partial \phi C_{f}^{*}}{\partial t^{*}} + \boldsymbol{u}^{*} \cdot \nabla C_{f}^{*} \qquad (3.68)$$

$$= \nabla \cdot \left[\left(\alpha_{os} \frac{D_{m} \phi}{u_{0} L} + \lambda_{ii} \frac{|\boldsymbol{u}^{*}| d_{h}}{L} \right) \cdot \nabla C_{f}^{*} \right]$$

$$- \frac{Da A_{v}^{*} C_{f}^{*}}{\left(1 + \frac{\Phi^{2} r_{p}^{*}}{Sh} \right)}$$

Como $d_h = 2r_p$ e definindo $\eta^* = \frac{2r_0}{L}$, a equação (3.68) torna-se:

$$\frac{\partial \phi C_f^*}{\partial t^*} + \boldsymbol{u}^* \cdot \nabla C_f^* \qquad (3.69)$$

$$= \nabla \cdot \left[\left(\alpha_{os} \phi \frac{D_m}{u_0 L} + \lambda_{ii} | \boldsymbol{u}^* | r_p^* \eta^* \right) \cdot \nabla C_f^* \right]$$

$$- \frac{Da A_v^* C_f^*}{\left(1 + \frac{\Phi^2 r_p^*}{Sh} \right)}$$

3.5 Influência da Concentração e pH na Viscosidade do Fluido

Nos modelos de Fluidos Newtonianos Generalizados, a viscosidade é uma função da taxa de deformação, isto é, depende das tensões de cisalhamento aplicadas sobre o fluido. São modelos puramente mecânicos. Nos problemas que envolvem acidificação, o fluido não apenas é submetido a tensões como também reações químicas, que podem provocar mudanças em suas propriedades.

Conforme discutido no Capítulo 2, em muitos casos é de interesse que fluidos utilizados no tratamento de matrizes por acidificação apresentem um comportamento na viscosidade que dependa inversamente do pH no meio, a fim de obter melhores resultados quanto ao ganho na permeabilidade.

Função Viscosidade:

Em 2012, Ratnakar et al. [28] realizaram um estudo para desenvolver um modelo reológico que seja capaz de descrever a variação de viscosidade em ácidos, em função do pH, taxa de deformação e temperatura. A parcela do modelo que descreve o incremento na viscosidade pelo pH é baseada em dados experimentais e a expressão matemática é dada por:

$$\mu(pH) = \mu_0 \left[1 + (\mu_m - 1)e^{\left\{ -\frac{a(pH - pH_m)^2}{pH(7 - pH)} \right\}} \right]$$
(3.70)

Onde μ_0 é a viscosidade base, μ_m é o máximo incremento na viscosidade, pH_m é o valor de pH que corresponde à viscosidade máxima e a é um parâmetro inversamente proporcional à variância do perfil viscosidade versus pH.

Com a finalidade de computar a viscosidade resultante, cada efeito é descrito por um modelo matemático e o modelo que envolve todos é o produto de cada um. Como o modelo de viscosidade em função da taxa de cisalhamento usado no artigo é o de fluido lei de potência, a viscosidade é dada por:

$$\mu(\dot{\gamma}, T, pH) = \mu_0 \gamma^{n-1} \left(1 - \frac{\alpha(T - T_0)}{T_0} \right) \left[1 + (\mu_m - 1)e^{\left\{ -\frac{a(pH - pH_m)^2}{pH(7 - pH)} \right\}} \right]$$
(3.71)

Todos os casos analisados no presente trabalho são isotérmicos, portanto a parcela referente à temperatura não contribui. Além disso, o modelo de Fluido Newtoniano Generalizado utilizado é o modelo de Carreau, sendo este, portanto, substituído na parcela que cabe ao modelo *power-law*. Então, a função viscosidade utilizada nas simulações é:

$$\mu(\dot{\gamma}, pH) = \left[\mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty})(1 + (\lambda \dot{\gamma})^2)^{\frac{n-1}{2}}\right] *$$

$$\left[1 + (\mu_m - 1)e^{\left\{-\frac{a(pH - pH_m)^2}{pH(7 - pH)}\right\}}\right]$$
(3.72)

Modelo para descrever o pH em Função da Concentração

Como uma primeira tentativa de se obter resultados numéricos que contabilizem um campo para o pH que dependa da concentração de ácido C_f , foi proposto um modelo simples de proporcionalidade que envolve dois parâmetros, dado pela equação (3.73). É usada a hipótese que o meio é ácido ou neutro, isto é, o pH da rocha é neutro.

$$pH(C_f) = \frac{k_{p1}}{k_{p2} C_f + \frac{k_{p1}}{7.0}}$$
(3.73)

Onde k_{p1} é a constante de proporcionalidade e k_{p2} é uma constante que permite aprimorar a acurácia do modelo. Devido a falta de experimentos para propor um modelo mais realista, este foi usado nas simulações, cujos resultados são tratados no Capítulo 4. Embora sem validação, o modelo é capaz de prever resultados interessantes e reportados em literatura.

3.6 OpenFOAM

A adoção da Fluidodinâmica Computacional é crescente nos mais diversos ramos da engenharia. Usualmente, análises estruturais são dominadas pelo método numérico de elementos finitos, enquanto fenômenos de transporte geralmente são tratados pelo método de volumes finitos. Os *softwares* contam com cada uma robustez e acurácia cada vez maiores, incluindo diversos efeitos físicos e modelos. As configurações e resultados podem ser visualizados em uma interface gráfica. A simulação envolve algumas etapas, dentre elas: geração da malha, definição das propriedades dos materiais, condições iniciais e de contorno, definição dos modelos a serem utilizados, aplicação de um *solver* para realizar o processamento e por fim o pós processamento.

De acordo com Jasak [25], o OpenFOAM (*Open Field Operation and Manipulation*) é uma biblioteca orientada a objeto para Mecânica do Contínuo Computacional, que busca facilidade de implementação de novos modelos, para que os mesmos possam ser validados experimentalmente e sua performance avaliada em aplicações industriais. O OpenFOAM implementa componentes de manipulação de malha, sistemas lineares, suporte para *solvers*, operadores de discretização e modelos físicos na forma de biblioteca, que pode ser acessada por diversos *solvers*. Além disso, são contempladas ferramentas de pré-processamento, aquisição de dados e manipulação de malha.

O OpenFOAM conta com cinco objetos principais:

 Espaço e tempo – a dimensão temporal é dividida em passos de tempo finitos, definidos para que seja suficiente a descrição do problema. O OpenFOAM utiliza malhas poliédricas, onde uma célula é descrita como uma lista de faces fechadas, formando o seu volume. Uma face é uma lista ordenada de pontos e pontos são listas ordenadas de coordenadas cartesianas, armazenadas na forma de vetor;

- Variável de campo é comum na mecânica do contínuo o envolvimento de entidades escalares, vetoriais e tensoriais, cada qual sendo aproximada por uma lista de valores em pontos pré-definidos na malha;
- Método de discretização operam em operadores diferenciais e os transforma numa forma matricial esparsa, que se constitui em um sistema linear, resolvido por um *solver* linear;
- Bibliotecas de modelagem física contém diversos modelos para abordar cada problema da maneira mais conveniente, como por exemplo no caso de modelos de turbulência;
- Solver cada solver é uma ferramenta separada e manipula um conjunto limitado de físicas.

As principais vantagens e diferenciais do software OpenFOAM englobam:

- É um *software* de código aberto, que além de permitir que o usuário faça alterações, não requer investimentos financeiros;
- É escrito em linguagem C++, que é bastante difundida, além de ser orientada a objetos;
- Abrange várias físicas e vários problemas da ciência e engenharia;
- Possui uma gama muito ampla de *solvers*, equações, modelos e métodos de discretização;
- Permite paralelização, otimizando o tempo das simulações;
- Inclui ferramentas para manipulação de malha e pós processamento.

Em 2010, Favero et al. [26] analisaram o escoamento de fluidos viscoelásticos utilizando o OpenFOAM. Eles apresentaram uma metodologia numérica baseada numa aproximação para o tensor das tensões para tratar problemas com altos números de

Deborah. Utilizaram um módulo para fluidos viscoelásticos que foi incluído no OpenFOAM. Concluíram que os resultados tiveram boa concordância com dados experimentais, utilizando vários modelos constitutivos.

Pimenta e Alves em 2017 [27] modificaram o solver viscoelástico proposto por Favero et al. em 2010 [26] para aprimorar sua estabilidade. As modificações estão principalmente ligadas aos acoplamentos pressão-velocidade e tensão-velocidade, à discretização dos termos convectivos e com o *solver* usado para calcular a solução do sistema linear de equações. O *solver* foi testado com uma contração planar de razão de aspecto 4:1, usando um fluido Oldroyd-B, com baixo número de Reynolds. Obteve-se uma boa concordância com trabalhos de referência, até mesmo para baixos números de Deborah.

3.7 Programa Usado para Realizar As Simulações

O programa implementado e usado para simular os diversos casos analisados no capítulo de resultados foi um *solver* no OpenFOAM cujo nome dado foi reactiveNuPorousPimpleFoam. O programa foi concebido para resolver escoamentos isotérmicos de fluidos reativos em meios porosos, em regime transiente. Além disso, oferece a opção de usar diversos modelos de fluidos newtonianos generalizados, já implementados na biblioteca do OpenFOAM. Também foi implementada a influência do pH de acordo com os modelos apresentados neste capítulo, sendo o uso opcional. As equações de conservação de quantidade de movimento, de transporte de espécies, evolução da porosidade e cinética de reação química são as equações (3.44-48).

O arquivo principal do código fonte do programa é o reactiveNuPorousPimpleFoam.C, que reúne todos os arquivos cabeçalhos referentes às equações, variáveis. além de cabeçalhos nativos do OpenFOAM. Engloba todos os *loops* internos e temporais. Os cabeçalhos particulares do *solver* são: CfEqn.H, createFields.H, createPorosityFields.H, pEqn.H, porosityEqn.H, UEqn.H, readAdditionalControls.H.

No cabeçalho createFields.H, são declaradas algumas variáveis, como a velocidade. Também declara alguns parâmetros relacionados ao modelo de viscosidade cujos valores serão obtidos em cada caso simulado. Este arquivo também chama a variável de fluxo do OpenFOAM. O arquivo createPorosityFields.H também contém variáveis e parâmetros, relacionados principalmente ao equacionamento da reação e do meio poroso, como concentração e raio de poro.

O arquivo UEqn.H contém a equação da conservação da quantidade de movimento, contando com o termo fonte da força de interação, previsto pela Teoria de Mistura. A equação é resolvida apenas se a opção momentumPredictor for ativada antes da simulação pelo caso. Já o CfEqn.H, contém a equação de conservação de espécies e a modelagem de alguns termos para efetuar o fechamento das equações. pEqn.H contém a equação para pressão. porosityEqn.H contém a equação de evolução da porosidade e phEqn.H a do pH. readAdditionalControls.H declara limites de tolerâncias adicionais para o algoritmo PIMPLE.

4. Resultados

4.1 Simulações Realizadas

Foram realizadas uma série de simulações considerando o modelo de Carreau para observar a influência do índice *power-law* n e do parâmetro temporal λ no escoamento com reação através do meio poroso. As combinações de parâmetros usadas estão na tabela 4.1, onde as viscosidades são as viscosidades cinemáticas:

Caso	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Modelo	Carreau								
$v_0 [m^2]$									
$\frac{10^{-7}}{10^{-7}}$	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00
ν_{∞} [m ²]									
10^{-7} s	1,90	1,90	1,90	1,90	1,90	1,90	1,90	1,90	1,90
λ [s]	0,05	0,05	0,05	0,10	0,10	0,10	0,15	0,15	0,15
n	0,95	0,8	0,7	0,95	0,8	0,7	0,95	0,8	0,7

Tabela 4.1: Casos simulados para estudo da influência dos parâmetros λ e *n*.

Em cada caso, o mesmo foi comparado a um caso newtoniano correspondente, que possui uma viscosidade η_c correspondente a taxa de deformação característica do problema $\dot{\gamma_c}$:

$$\eta_c = \eta_{\infty} + (\eta_0 - \eta_{\infty}) [1 + (\lambda \dot{\gamma_c})^2]^{\frac{n-1}{2}}$$
(4.1)

Onde $\dot{\gamma}_c$ é dado por $\dot{\gamma}_c = \frac{U_c}{L}$, sendo U_c e *L* a velocidade e o comprimento característicos, respectivamente.

A figura 4.1 mostra o comportamento da viscosidade cinemática em função da taxa de deformação para cada caso.



Figura 4.1: Função de viscosidade para os casos 1 a 9.

A tabela 4.2 mostra a viscosidade característica considerada em cada caso newtoniano correspondente.

Caso	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\frac{\nu}{10^{-7}} \left[\frac{m^2}{s} \right]$	1.999	1.970	1.959	1.988	1.961	1.948	1.988	1.956	1.942

Tabela 4.2: Viscosidade característica dos casos newtonianos.

Para cada caso simulado, foram obtidos os gráficos referentes a velocidade u, a concentração de ácido C_f e a porosidade ϕ , no instante final da simulação e no tempo equivalente ao caso newtoniano. O tempo final de cada caso é exibido na tabela 4.3.

Caso	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Carreau	2850 s	1600 s	1150 s	2850 s	1600 s	1150 s	2850 s	1600 s	1150 s
Newtoniano	4900 s	4800 s	4700 s	4850 s	4750 s	4600 s	4850 s	4650 s	4550 s

Tabela 4.3: Tempo final para os casos 1-9.

O tempo final de cada simulação foi obtido observando qualitativamente o primeiro instante em que houve a formação de um canal de alta permeabilidade que atravesse completamente o domínio. Todos os casos foram executados utilizando a mesma malha e a mesma distribuição inicial de porosidade.

A tabela 4.4 lista condições iniciais e de contorno usadas nos casos 1 a 9 para a concentração de ácido, para o campo de velocidade e campo de pressão.



Figura 4.2: Malha usada em todas as simulações.



Figura 4.3: Distribuição inicial de porosidade dos casos analisados.



Figura 4.4: Inverso da permeabilidade inicial dos casos analisados.

Variável	$C_f\left[\frac{kg}{m^3}\right]$	$\boldsymbol{U}\left[\frac{m}{s}\right]$	$p\left[\frac{kg}{m.s^2}\right]$
	Uniforme	Uniforme	Uniforme
Campo inicial	$C_f = 0$	$u_x = 0,0001$	$p = 1,01325 * 10^5$
		$u_y = -0,00005$	
		$u_z = 0$	
Condição de	Uniforme	$\nabla \boldsymbol{U} = 0$	$\nabla \mathbf{p} = \eta \frac{tr(K^{-1})}{2} \boldsymbol{U}$
Contorno na Entrada	$C_{f} = 135,5$		
Condição de	Uniforme	Uniforme	abla p = 0
Contorno nas Paredes	$C_f = 0$	$\boldsymbol{U}=0$	
Condição de	$\nabla C_f = 0$	$\nabla \boldsymbol{U} = 0$	Uniforme
Contorno na Saída			$p = 1,01325 * 10^5$

Tabela 4.4: Condições iniciais e de contorno para os casos 1-9.

A tabela 4.5 contém os parâmetros usados nas simulações. Os parâmetros estão descritos com detalhes no capítulo 3.

Parâmetro	<i>r</i> ₀ [<i>m</i>]	<i>a</i> ₀ [<i>m</i> ⁻¹]	α	$ \rho_s \left[\frac{kg}{m^3} \right] $	$k_s \left[\frac{m}{s}\right]$	$\rho \left[\frac{kg}{m^3}\right]$
Valor	10 ⁻⁶	5000	1	2710	1,4 * 10 ⁻⁵	1070

Tabela 4.5: Parâmetros usados nas simulações.

4.2 Avaliação da Porosidade

Os resultados a seguir analisam os efeitos não-newtonianos em cada caso ao comparar o padrão de porosidade final com o padrão de porosidade do caso newtoniano equivalente no mesmo instante.

Caso 1

No primeiro caso, o formato do canal formado no domínio ao final da simulação (figura 4.5), é semelhante ao obtido no caso newtoniano, devido a n ser próximo de 1 e λ ser pequeno, embora o tempo final da simulação seja menor. Em ambas as simulações, nota-se que nos primeiros instantes iniciou a formação de um canal na parte superior do domínio, que em seguida foi interrompida pelo crescimento do canal inferior, o qual se tornou o principal caminho para o escoamento do fluido.



Figura 4.5: Porosidade do Caso 1 ($\nu_0 = 2,0.10^{-7}$; $\nu_{\infty} = 1,9.10^{-7}$; $\lambda = 0,05$; n = 0,95) no instante final, em t = 2850 s.



Figura 4.6: Porosidade do caso 1 newtoniano ($\nu = 1,99.10^{-7}$), no instante t = 2850 s.



Figura 4.7: Porosidade do Caso 1 newtoniano ($\nu = 1,99.10^{-7}$), no instante final em t = 4900 s.

Caso 2

No segundo caso, houve uma mudança no padrão de dissolução, com o aspecto de uma dissolução de face na entrada e depois um canal de alta permeabilidade, conforme verificado na figura 4.8.



Figura 4.8: Porosidade do caso 2 ($v_0 = 2,0.10^{-7}$; $v_{\infty} = 1,9.10^{-7}$; $\lambda = 0,05$; n = 0,80) no instante final, em t = 1600 s.



Figura 4.9: Porosidade do caso 2 ($\nu = 1,97.10^{-7}$) newtoniano no instante t = 1600 s.

Comparando as figuras 4.8 e 4.9 é evidente a diferença no padrão de dissolução obtido nos dois modelos. Enquanto o caso newtoniano tende a formar um *wormhole*, o caso Carreau teve um padrão de dissolução cônico. Além disso, no caso Carreau o canal atravessou o domínio num tempo menor.

Caso 3

No caso 3, o padrão de dissolução sofreu uma influência mais acentuada, levando a uma dissolução de face, consumindo boa parte do domínio até o *breakthrough*, enquanto o newtoniano seguiu o padrão de dissolução dos casos anteriores, apesar da diferença na viscosidade cinemática, a qual afetou ligeiramente a largura do canal formado.



Figura 4.10: Porosidade do caso 3 ($\nu_0 = 2,0.10^{-7}$; $\nu_{\infty} = 1,9.10^{-7}$; $\lambda = 0,05$; n = 0,70), no instante final em t = 1150 s.



Figura 4.11: Porosidade do caso 3 newtoniano ($\nu = 1,959.10^{-7}$), no instante t = 1150 s.

4.3 Avaliação da Concentração de Ácido

Os resultados a seguir analisam os efeitos não-newtonianos em cada caso ao comparar o perfil da concentração de ácido final com o perfil de concentração do caso newtoniano equivalente no mesmo instante.

Caso 1

No primeiro caso, o perfil de concentração final (figura 4.12), é semelhante ao obtido no caso newtoniano, pelos mesmos motivos comentados no caso da porosidade. Em ambas as simulações, conforme é notado nas figuras 4.12 e 4.14, a concentração de ácido ocupa apenas o canal principal, isto é, abandona gradativamente a região formada no início da simulação, verificada na análise da porosidade.



Figura 4.12: Concentração de ácido para o caso 1 ($\nu_0 = 2,0.10^{-7}$; $\nu_{\infty} = 1,9.10^{-7}$; $\lambda = 0,05$; n = 0,95), no instante final em t = 2850 s.



Figura 4.13: Concentração de ácido para o caso 1 newtoniano ($\nu = 1,99.10^{-7}$), no instante t = 2850 s.



Figura 4.14: Concentração de ácido para o caso 1 newtoniano ($\nu = 1,99.10^{-7}$), no instante final em $t = 4900 \ s$.

No caso 2, o perfil de concentração de ácido também tende a tomar a forma do canal principal formado no domínio.



Figura 4.15: Concentração de ácido para o caso 2 ($\nu_0 = 2,0.10^{-7}$; $\nu_{\infty} = 1,9.10^{-7}$; $\lambda = 0,05$; n = 0,80), no instante final em t = 1600 s.



Figura 4.16: Concentração de ácido para o caso 2 newtoniano ($\nu = 1,97.10^{-7}$), no instante t = 1600 s.

Novamente tanto no caso Carreau quanto newtoniano, os perfis de concentração tomam a forma dos respectivos padrões de dissolução.



Figura 4.17: Concentração de ácido para o caso 3 ($\nu_0 = 2,0.10^{-7}$; $\nu_{\infty} = 1,9.10^{-7}$; $\lambda = 0,05$; n = 0,70), no instante final em t = 1150 s.



Figura 4.18: Concentração de ácido para o caso 3 newtoniano ($\nu = 1,959.10^{-7}$), no instante t = 1150 s.

4.4 Avaliação do Perfil de Velocidade

Os resultados a seguir analisam os efeitos não-newtonianos em cada caso ao comparar o perfil de velocidade final com o perfil de velocidade do caso newtoniano equivalente no mesmo instante.

Caso 1

Ao comparar as figuras 4.19 e 4.21 nota-se que, conforme esperado, os perfis têm forma semelhante. Porém, as velocidades no caso Carreau são maiores.



Figura 4.19: Perfil de velocidade para o caso 1 ($\nu_0 = 2,0.10^{-7}$; $\nu_{\infty} = 1,9.10^{-7}$; $\lambda = 0,05$; n = 0,95), no instante final em t = 2850 s.



Figura 4.20: Perfil de velocidade para o caso 1 newtoniano ($\nu = 1,99.10^{-7}$), no instante t = 2850 s.



Figura 4.21: Perfil de velocidade para o caso 1 newtoniano ($\nu = 1,99.10^{-7}$), no instante final em t = 4900 s.

No segundo caso, o perfil tem a forma ligeiramente diferente, mas com velocidade média semelhante ao anterior (figura 4.22). No caso newtoniano o canal de alta permeabilidade ainda não foi formado, o que força o fluido a atravessar pelos diversos poros para conservar a vazão.



Figura 4.22: Perfil de velocidade para o caso 2 ($\nu_0 = 2,0.10^{-7}$; $\nu_{\infty} = 1,9.10^{-7}$; $\lambda = 0,05$; n = 0,80), no instante final em t = 1600 s.



Figura 4.23: Perfil de velocidade para o caso 2 newtoniano ($\nu = 1,97.10^{-7}$), no instante t = 1600 s.
No caso 3 até aproximadamente metade do domínio o perfil tem baixas velocidades devido a seção maior do canal, acelerando ao atingir a região mais estreita, enquanto que no mesmo instante, houve pouca reação no caso newtoniano, o que torna o perfil esparso.



Figura 4.24: Perfil de velocidade para o caso 3 ($\nu_0 = 2,0.10^{-7}$; $\nu_{\infty} = 1,9.10^{-7}$; $\lambda = 0,05$; n = 0,70), no instante final em t = 1150 s.



Figura 4.25: Perfil de velocidade para o caso 3 newtoniano ($\nu = 1,959.10^{-7}$), no instante t = 1150 s.

Para os casos 4 a 9, foram observadas diferenças bem pequenas em relação aos casos anteriores, isto é, os casos 1, 4 e 7 apresentaram perfis bem semelhantes, assim como os casos 2, 5 e 8 e os casos 3, 6 e 9, o que indica que no problema avaliado, a variação analisada de λ não influenciou muito, sendo, portanto *n* o parâmetro dominante.

4.5 Casos com Velocidade na Entrada Constante

Os casos 1, 2 e 3 foram simulados novamente, desta vez alterando a condição de contorno da velocidade na entrada do domínio, utilizando uma condição de velocidade uniforme e valor constante. Quatro velocidades foram usadas que correspondem a números de *Da* que representem uma mudança no padrão de dissolução, conforme previsto por Panga et al [6].

A tabela 4.6 contém as velocidades utilizadas, bem como os respectivos números de *Da*.

Caso	а	b	С	d
Magnitude de U na entrada $\left[\frac{m}{s}\right]$	0,00000049	0,0000098	0, 000111803	0,0049
Da	10000	500	43,8	1

Tabela 4.6: Velocidades de entrada e números de Da.

A velocidade inicial do domínio é igual a de entrada e também foi utilizada para calcular o $\dot{\gamma}$ característico correspondente aos casos newtonianos. A tabela 4.7 reúne as viscosidades característica dos casos newtonianos para cada caso, com cada velocidade:

	1, 2, 3 -a				
Casos	1, 2, 3 -b,	2-c	3 - c	2 - d	3 - d
	1 - c	1 - d			
$\frac{\nu}{10^{-7}} \left[\frac{m^2}{s} \right]$	1,99	1,97	1,96	1,93	1,92

Tabela 4.7: Viscosidades dos casos newtonianos com velocidade fixa na entrada.

Também foram avaliados casos *shear thickening*, com os mesmos números de Damköhler da tabela 4.6. Os parâmetros estão na tabela 4.8 e as viscosidades dos casos newtonianos equivalentes na tabela 4.9.

Caso	10	11	12
Modelo	Carreau	Carreau	Carreau
$\frac{\nu_0}{10^{-7}} \left[\frac{m^2}{s} \right]$	2,00	2,00	2,00
$\frac{\nu_{\infty}}{10^{-7}} \left[\frac{m^2}{s}\right]$	0	0	0

λ [s]	0,05	0,05	0,05
n	1,05	1,10	1,20

Tabela 4.8: Casos simulados shear thickening.

Casos	10, 11, 12 -a	10- b	10 - c	10 - d	11 - b	11 - c	11-d	12 - b	12 - c	12 - d
$\frac{\nu}{10^{-7}} \left[\frac{m^2}{s} \right]$	2,00	2,01	2,18	2,63	2,02	2,38	3,46	2,04	2,83	6

Tabela 4.9: Viscosidades dos casos newtonianos equivalentes aos casos 10 a 12 com velocidade fixa na entrada.

4.6 Avaliação da Porosidade com Velocidade na Entrada

Caso 1

A figura 4.26 mostra os diferentes padrões de dissolução obtidos através da simulação com o modelo de Carreau, usando n = 0,95 e $\lambda = 0,05$. Em (a) o padrão de dissolução foi inteiramente de face, enquanto em (b) a dissolução manteve a mesma característica, exceto pelo final do domínio que assumiu a forma cônica. Em (c) o padrão é de um *wormhole* com ramificação. Em (d), que corresponde ao maior número de Damköhler, o padrão foi uniforme. É também evidente a influência do número de Da no tempo de cada simulação, que varia drasticamente.



Figura 4.26: Perfis de porosidade para o Caso 1 ($\nu_0 = 2,0.10^{-7}$; $\nu_{\infty} = 1,9.10^{-7}$; $\lambda = 0,05$; n = 0,95), correspondentes a diferentes números de *Da*. Os valores de *Da* para os diferentes padrões são: (a) *Da* = 10000, (b) *Da* = 500, (c) *Da* = 43,8 e (d) *Da* = 1. Os tempos finais de cada simulação são: (a) 1400000 s, (b) 150000 s, (c) 4400 s e (d) 600 s.



Figura 4.27: Perfis de porosidade para o Caso 1 newtoniano ($v_a = v_b = v_c = 1,99.10^{-7}$; $v_d = 1,97.10^{-7}$), correspondentes a diferentes números de *Da*. Os valores de *Da* para os diferentes padrões são: (a) *Da* = 10000, (b) *Da* = 500, (c) *Da* = 43,8 e (d) *Da* = 1. Os tempos finais de cada simulação são: (a) 1430000 s, (b) 155000 s, (c) 4600 s e (d) 650 s.

Na figura 4.27 estão os padrões de dissolução para os casos newtonianos correspondentes ao caso 1, com os respectivos números de *Da*. Conforme esperado, os perfis são bem próximos, embora no caso newtoniano, os tempos finais sejam ligeiramente maiores.



Figura 4.28: Curva de *PVbt* em função de 1/Da para os casos 1 Carreau ($v_0 = 2,0.10^{-7}$; $v_{\infty} = 1,9.10^{-7}$; $\lambda = 0,05$; n = 0,95) e newtoniano ($v_a = v_b = v_c = 1,99.10^{-7}$; $v_d = 1,97.10^{-7}$).

A figura 4.28 mostra a curva *pore volume to breakthrough* para os casos Carreau e newtoniano. As curvas são próximas, principalmente onde o valor de PVbt é menor. Pela curva é possível concluir que, para os números de *Da* testados, Da = 43,8 é o que envolve a taxa ótima de injeção de fluido.

Caso 2

No segundo caso, onde o índice *power-law* é alterado para 0,80, os mesmos padrões de dissolução podem ser observados (figura 4.29). As maiores diferenças estão na forma do perfil, principalmente em (b) e (c).



Figura 4.29: Perfis de porosidade para o Caso 2 ($\nu_0 = 2,0.10^{-7}$; $\nu_{\infty} = 1,9.10^{-7}$; $\lambda = 0,05$; n = 0,80), correspondentes a diferentes números de *Da*. Os valores de *Da* para os diferentes padrões são: (a) *Da* = 10000, (b) *Da* = 500, (c) *Da* = 43,8 e (d) *Da* = 1. Os tempos finais de cada simulação são: (a) 1350000 s, (b) 117500 s, (c) 2600 s e (d) 600 s.



Figura 4.30: Perfis de porosidade para o Caso 2 newtoniano ($v_a = v_b = 1,99.10^{-7}$; $v_c = 1,97.10^{-7} v_d = 1,93.10^{-7}$), correspondentes a diferentes números de *Da*. Os valores de *Da* para os diferentes padrões são: (a) *Da* = 10000, (b) *Da* = 500, (c) *Da* = 43,8 e (d) *Da* = 1. Os tempos finais de cada simulação são: (a) 1430000 s, (b) 155000 s, (c) 4600 s e (d) 650 s.

Ainda que apresentem também o mesmo padrão de dissolução que os casos newtonianos correspondentes, vistos na figura 4.30, a diferença é mais significativa, principalmente em (c) onde a cavidade acima do canal teve menor desenvolvimento. Também é importante destacar que o tempo final é menor, quando comparado ao caso 1, exceto por (d).



Figura 4.31: Curva de *PVbt* em função de 1/Da para os casos 2 Carreau ($v_0 = 2,0.10^{-7}$; $v_{\infty} = 1,9.10^{-7}$; $\lambda = 0,05$; n = 0,80) e newtoniano ($v_a = v_b = 1,99.10^{-7}$; $v_c = 1,97.10^{-7}$ $v_d = 1,93.10^{-7}$).

Na figura 4.31, os valores de PVbt do caso Carreau em relação ao newtoniano sofreram um afastamento maior, principalmente para os casos (b) e (c). O valor ótimo para o número de Damköhler ainda é 43,8 para os casos testados, sendo o respectivo valor de PVbt menor que o obtido no caso 1.

Caso 3

Novamente os mesmos padrões de dissolução foram observados, também no caso em que n = 0,70, exceto em (c) onde o perfil perdeu a forma ramificada, assumindo um formato cônico, embora o canal formado seja bem mais extenso que o obtido em (b). Os tempos finais também são menores, exceto por (d).



Figura 4.32: Perfis de porosidade para o Caso 3 ($\nu_0 = 2,0.10^{-7}$; $\nu_{\infty} = 1,9.10^{-7}$; $\lambda = 0,05$; n = 0,70), correspondentes a diferentes números de *Da*. Os valores de *Da* para os diferentes padrões são: (a) *Da* = 10000, (b) *Da* = 500, (c) *Da* = 43,8 e (d) *Da* = 1. Os tempos finais de cada simulação são: (a) 1100000 s, (b) 82500 s, (c) 2250 s e (d) 600 s.



Figura 4.33: Perfis de porosidade para o Caso 3 newtoniano ($v_a = v_b = 1,99.10^{-7}$; $v_c = 1,96.10^{-7} v_d = 1,92.10^{-7}$), correspondentes a diferentes números de *Da*. Os valores de *Da* para os diferentes padrões são: (a) *Da* = 10000, (b) *Da* = 500, (c) *Da* = 43,8 e (d) *Da* = 1. Os tempos finais de cada simulação são: (a) 1430000 s, (b) 155000 s, (c) 4700 s e (d) 650 s.

Nos valores extremos para os números de Da analisados, isto é, o maior e menor valor, houve pouca mudança ao variar o valor de n. Pouca mudança também é percebida quando os casos Carreau são comparados com os respectivos newtonianos. A semelhança é ainda maior em (d), onde todos os casos Carreau possuem o mesmo tempo final, o mesmo padrão de dissolução e a forma do perfil também é bem parecida, o que indica que em baixos valores de Da o efeito da viscosidade tem menor influência no comportamento da dissolução do problema.



Figura 4.34: Curva de *PVbt* em função de 1/*Da* para os casos 3 Carreau ($v_0 = 2,0.10^{-7}$; $v_{\infty} = 1,9.10^{-7}$; $\lambda = 0,05$; n = 0,70) e newtoniano ($v_a = v_b = 1,99.10^{-7}$; $v_c = 1,96.10^{-7}$ $v_d = 1,92.10^{-7}$).

Na figura 4.34 verifica-se o afastamento da curva Carreau, principalmente nos casos (b) e (c), embora (a) tenha se aproximado e (d) tenha se afastado com valor acima. Além disso, embora em (c) tenha ocorrido uma mudança significativa no padrão de dissolução, ainda assim o valor de PVbt foi menor. O valor ótimo para o número de *Da* é o mesmo que nos casos anteriores.

A razão entre o PVbt do caso Carreau e newtoniano é plotada na figura 4.35 para os valores de n analisados. As curvas se cruzam diversas vezes conforme o padrão de dissolução é alterado, indicando que nesta comparação, o comportamento dos diversos casos não é caracterizado por um padrão definido.



Figura 4.35: Razão de *PVbt* entre os casos 1-3 Carreau ($v_0 = 2,0.10^{-7}$; $v_{\infty} = 1,9.10^{-7}$; $\lambda = 0,05$; $n_1 = 0,95$; $n_2 = 0,80$; $n_3 = 0,70$) e newtoniano ($v_{1a} = v_{2a} = v_{3a} = v_{1b} = v_{2b} = v_{3b} = v_{1c} = 1,99.10^{-7}$; $v_{2c} = v_{1d} = 1,97.10^{-7}$; $v_{3c} = 1,96.10^{-7}$; $v_{2d} = 1,93.10^{-7}$; $v_{3d} = 1,92.10^{-7}$) em função de 1/Da. As miniaturas mostram o perfil de concentração do ácido nos pontos indicados para o caso Carreau. Em (a), a dissolução é de face, em (b) o padrão é *wormhole* e em (c) cônico.





Figura 4.36: Perfis de porosidade para o Caso 10 ($v_0 = 2,0.10^{-7}$; $v_{\infty} = 0$; $\lambda = 0,05$; n = 1,05), correspondentes a diferentes números de Da. Os valores de Da para os diferentes padrões são: (a) Da = 10000, (b) Da = 500, (c) Da = 43,8 e (d) Da = 1. Os tempos finais de cada simulação são: (a) 1420000 s, (b) 157500 s, (c) 4700 s e (d) 650 s.

A figura 4.36 mostra os perfis de porosidade para n = 1,05. Os padrões são bem semelhantes ao caso 1 quando n = 0,95 e também aos casos newtonianos equivalentes, o que é esperado devido ao baixo afastamento do caso newtoniano.



Figura 4.37: Perfis de porosidade para o Caso 10 newtoniano ($\nu_a = 2,0.10^{-7}$; $\nu_b = 2,01.10^{-7}$; $\nu_c = 2,18.10^{-7}$; $\nu_a = 2,63.10^{-7}$), correspondentes a diferentes números de *Da*. Os valores de *Da* para os diferentes padrões são: (a) *Da* = 10000, (b) *Da* = 500, (c) *Da* = 43,8 e (d) *Da* = 1. Os tempos finais de cada simulação são: (a) 1420000 s, (b) 155000 s, (c) 4850 s e (d) 650 s.

Na figura 4.37 estão os perfis para o caso newtoniano equivalente. Os perfis são bem semelhantes, inclusive os tempos finais, que apresentaram pequenas diferenças apenas em (b) e (c).

As semelhanças também são vistas na figura 4.38 que compara o PVbt para os dois casos. Para os dois menores valores de 1/Da, os valores de PVbt são bem próximos. Nos outros dois, praticamente coincidentes.



Figura 4.38: Curva de *PVbt* em função de 1/*Da* para os casos 10 Carreau ($v_0 = 2,0.10^{-7}$; $v_{\infty} = 0$; $\lambda = 0,05$; n = 1,05) e newtoniano ($v_a = 2,0.10^{-7}$; $v_b = 2,01.10^{-7}$; $v_c = 2,18.10^{-7}$; $v_d = 2,63.10^{-7}$).

Caso 11



Figura 4.39: Perfis de porosidade para o Caso 11 ($\nu_0 = 2,0.10^{-7}$; $\nu_{\infty} = 0$; $\lambda = 0,05$; n = 1,10), correspondentes a diferentes números de *Da*. Os valores de *Da* para os diferentes padrões são: (a) *Da* = 10000, (b) *Da* = 500, (c) *Da* = 43,8 e (d) *Da* = 1. Os tempos finais de cada simulação são: (a) 420000 s, (b) 162500 s, (c) 5300 s e (d) 650 s.



Figura 4.40: Perfis de porosidade para o Caso 11 newtoniano ($\nu_a = 2,0.10^{-7}$; $\nu_b = 2,02.10^{-7}$; $\nu_c = 2,38.10^{-7}$; $\nu_d = 3,46.10^{-7}$), correspondentes a diferentes números de *Da*. Os valores de *Da* para os diferentes padrões são: (a) *Da* = 10000, (b) *Da* = 500, (c) *Da* = 43,8 e d) *Da* = 1. Os tempos finais de cada simulação são: (a) 1420000 s, (b) 155000 s, (c) 5100 s e (d) 650 s.

No caso 11, novamente não há diferenças nos padrões de dissolução, além de uma pequena ramificação em (c) (figura 4.39). Existem pequenas diferenças nos tempos finais em (b) e (c), além de terem sido maiores que no caso 10. O gráfico de PVbt também seguiu o mesmo padrão anterior.



Figura 4.41: Curva de *PVbt* em função de 1/*Da* para os casos 11 Carreau ($v_0 = 2,0.10^{-7}$; $v_{\infty} = 0$; $\lambda = 0,05$; n = 1,10) e newtoniano ($v_a = 2,0.10^{-7}$; $v_b = 2,02.10^{-7}$; $v_c = 2,38.10^{-7}$; $v_d = 3,46.10^{-7}$).

No caso 12 todos os padrões de dissolução também se mantiveram. Os tempos finais em (b) e (c) também foram ligeiramente diferentes. Em (c), na figura 4.42 é possível notar uma formação ascendente do canal, causada pela influência do parâmetro n. No gráfico de PVbt na figura 4.44, o mesmo comportamento dos casos 10 e 11 foram mantidos, apesar do valor de PVbt para o número ótimo de Da ter sido um pouco menor que o newtoniano equivalente, em contraste aos casos anteriores, que foram bem próximos.



Figura 4.42: Perfis de porosidade para o Caso 12 ($v_0 = 2,0.10^{-7}$; $v_{\infty} = 0$; $\lambda = 0,05$; n = 1,20), correspondentes a diferentes números de *Da*. Os valores de *Da* para os diferentes padrões são: (a) *Da* = 10000, (b) *Da* = 500, (c) *Da* = 43,8 e (d) *Da* = 1. Os tempos finais de cada simulação são: (a) 1420000 s, (b) 167500 s, (c) 5100 s e (d) 650 s.



Figura 4.43: Perfis de porosidade para o Caso 12 newtoniano ($\nu_a = 2,0.10^{-7}$; $\nu_b = 2,04.10^{-7}$; $\nu_c = 2,83.10^{-7}$; $\nu_d = 6,0.10^{-7}$),, correspondentes a diferentes números de *Da*. Os valores de *Da* para os diferentes padrões são: (a) *Da* = 10000, (b) *Da* = 500, (c) *Da* = 43,8 e d) *Da* = 1. Os tempos finais de cada simulação são: (a) 1420000 s, (b) 155000 s, (c) 5900 s e (d) 650 s.



Figura 4.44: Curva de *PVbt* em função de 1/*Da* para os casos 12 Carreau $v_0 = 2,0.10^{-7}$; $v_{\infty} = 0$; $\lambda = 0,05$; n = 1,20), e newtoniano ($v_a = 2,0.10^{-7}$; $v_b = 2,04.10^{-7}$; $v_c = 2,83.10^{-7}$; $v_d = 6,0.10^{-7}$).



Figura 4.45: Razão de *PVbt* entre os casos 10-12 Carreau ($v_0 = 2,0.10^{-7}$; $v_{\infty} = 0$; $\lambda = 0,05$; $n_1 = 1,05$; $n_2 = 1,10$; $n_3 = 1,20$) e newtoniano $v_{10a} = v_{11a} = v_{12a} = 2,0.10^{-7}$; $v_{10b} = 2,01.10^{-7}$; $v_{10c} = 2,18.10^{-7}$; $v_{10d} = 2,63.10^{-7}$; $v_{11b} = 2,02.10^{-7}$; $v_{11c} = 2,38.10^{-7}$; $v_{11d} = 3,46.10^{-7}$; $v_{12b} = 2,04.10^{-7}$; $v_{12c} = 2,83.10^{-7}$; $v_{12d} = 6,0.10^{-7}$) em função de 1/Da. As miniaturas mostram o perfil de concentração do ácido nos pontos indicados para o caso Carreau. Em (a), a dissolução é de face, em (b) o padrão é *wormhole* e em (c) uniforme.

A razão entre o PVbt dos casos Carreau 10 a 12 e newtoniano é plotada na figura 4.45 para os valores de *n* analisados. As curvas se cruzam diversas vezes conforme o padrão de dissolução é alterado, indicando que nesta comparação, novamente o comportamento dos diversos casos não é caracterizado por um padrão definido. Neste caso, as curvas se encontraram exatamente quando $\frac{1}{Da} = 1$.

4.7 Avaliação da Porosidade com Velocidade na Entrada e Influência do pH

Os casos da seção 4.6 foram refeitos, desta vez com a viscosidade sendo influenciada pela taxa de cisalhamento e pelo pH do meio. Os modelos usados são os descritos no capítulo 3. A tabela 4.10 lista os parâmetros usados no modelo usados nas simulações seguintes.

Parâmetro	а	pH _m	μ_m	$k_{p1}\left[\frac{kg}{m^3}\right]$	k _{p2}
Valor	23,4	5,47	23,83	300	0,75

Tabela 4.10: Parâmetros usados nos casos que consideram a influência do pH.

Os valores de *a*, pH_m e μ_m foram obtidos experimentalmente e reportados no trabalho de Ratnakar et al. [28].

Caso 1

A figura 4.46 mostra os diferentes padrões de dissolução obtidos através da simulação com o modelo de Carreau, usando n = 0,95 e $\lambda = 0,05$. Em (a) o padrão de dissolução foi inteiramente de face. Em (b) a dissolução foi praticamente a mesma, sem exibir traços do padrão cônico. Em (c), o perfil de porosidade assume um formato mais cônico, mas o canal obtido é formado na parte superior do domínio, em contraste com todos os casos anteriores. Em (d), que corresponde ao maior número de Damköhler, o padrão foi uniforme, semelhante aos outros casos.

Comparando com os casos que possuem vazão fixa na entrada, mas sem influência do pH, também é evidente a grande diferença no tempo final, principalmente nos casos (a) e (b).



Figura 4.46: Perfis de porosidade para o Caso 1 ($\nu_0 = 2,0.10^{-7}$; $\nu_{\infty} = 1,9.10^{-7}$; $\lambda = 0,05$; n = 0,95), correspondentes a diferentes números de *Da*. Os valores de *Da* para os diferentes padrões são: (a) *Da* = 10000, (b) *Da* = 500, (c) *Da* = 43,8 e (d) *Da* = 1. Os tempos finais de cada simulação são: (a) 181000 s, (b) 108000 s, (c) 5250 s e (d) 650 s.



Figura 4.47: Curva de *PVbt* em função de 1/*Da* para os casos 1 Carreau ($v_0 = 2,0.10^{-7}$; $v_{\infty} = 1,9.10^{-7}$; $\lambda = 0,05$; n = 0,95) e newtoniano ($v_a = v_b = v_c = 1,99.10^{-7}$; $v_d = 1,97.10^{-7}$) com influência do pH.

A figura 4.47 que mostra *PVbt* em função de 1/Da não segue o mesmo comportamento do caso newtoniano e dos anteriores. Quando $\frac{1}{Da} = 0,001$, houve um aumento significativo no valor de *PVbt*, devido ao fato do padrão de dissolução visto em 4.35-(b) é o mesmo que (a), mas com uma velocidade de entrada bem maior. Em (a), o valor comparado ao newtoniano equivalente é bem menor principalmente devido ao tempo final, que também é bem menor.

Caso 2

No segundo caso, é observado o mesmo padrão para (a) e (b), que nem no Caso 1. Além disso, as formas dos perfis não mudaram tanto. Não houve mudança no padrão de dissolução, apenas o tempo final foi menor, exceto em (d). Em (c), o canal formado também se manteve na parte superior do domínio.



Figura 4.48: Perfis de porosidade para o Caso 2 ($v_0 = 2,0.10^{-7}$; $v_{\infty} = 1,9.10^{-7}$; $\lambda = 0,05$; n = 0,80), correspondentes a diferentes números de *Da*. Os valores de *Da* para os diferentes padrões são: (a) *Da* = 10000, (b) *Da* = 500, (c) *Da* = 43,8 e (d) *Da* = 1. Os tempos finais de cada simulação são: (a) 169000 s, (b) 100000 s, (c) 3300 s e (d) 650 s.



Figura 4.49: Curva de *PVbt* em função de 1/Da para os casos 2 Carreau ($v_0 = 2,0.10^{-7}$; $v_{\infty} = 1,9.10^{-7}$; $\lambda = 0,05$; n = 0,80) e newtoniano ($v_a = v_b = 1,99.10^{-7}$; $v_c = 1,97.10^{-7}$ $v_d = 1,93.10^{-7}$) com influência do pH.

Para o Caso 2, o gráfico de PVbt é semelhante ao Caso 1, exceto pelo PVbt mínimo que é inferior ao newtoniano. O mesmo pico relacionado ao regime de dissolução (b) está presente.

Caso 3

No terceiro caso, os padrões (a) e (b) ainda são os mesmos. Em (c), o padrão de dissolução é semelhante aos anteriores, mas com a forma cônica mais acentuada. Em (d), o padrão uniforme se manteve. Os tempos finais foram menores que os Casos 1 e 2.

Assim como nos Casos 1 e 2, em (c) o canal que atravessa o domínio se formou na parte superior. Ao contabilizar um incremento na viscosidade devido ao pH, ocorreu o efeito reportado na literatura dos ácidos *self diverting*.



Figura 4.50: Perfis de porosidade para o Caso 3 ($\nu_0 = 2,0.10^{-7}$; $\nu_{\infty} = 1,9.10^{-7}$; $\lambda = 0,05$; n = 0,70), correspondentes a diferentes números de *Da*. Os valores de *Da* para os diferentes padrões são: (a) *Da* = 10000, (b) *Da* = 500, (c) *Da* = 43,8 e (d) *Da* = 1. Os tempos finais de cada simulação são: (a) 123000 s, (b) 68000 s, (c) 2300 s e (d) 600 s.

Apesar do canal ter se formado em uma zona do domínio que naturalmente não seria tratada em regimes de dissolução intermediários, o padrão de dissolução foi alterado, até mesmo para números de Damköhler diferentes do valor ótimo. Este impacto pode ser notado também nas curvas de PVbt.



Figura 4.51: Curva de *PVbt* em função de 1/*Da* para os casos 3 Carreau 3 ($v_0 = 2,0.10^{-7}$; $v_{\infty} = 1,9.10^{-7}$; $\lambda = 0,05$; n = 0,70) e newtoniano ($v_a = v_b = 1,99.10^{-7}$; $v_c = 1,96.10^{-7}$ $v_d = 1,92.10^{-7}$) com influência do pH.

Na figura 4.51, verifica-se uma queda significativa nos valores de PVbt, principalmente nos dois menores valores de 1/Da, embora o segundo ainda tenha se mantido acima do caso newtoniano equivalente.

A razão entre o PVbt do caso Carreau com pH e newtoniano é plotada na figura 4.52 para os valores de *n* analisados. Novamente, as curvas se cruzam diversas vezes conforme o padrão de dissolução é alterado. Também não há padrão definido. A diferença para as curvas que representam os casos que não consideram os efeitos do pH se dá principalmente pela diferença no padrão de dissolução em $\frac{1}{Da} = 0,001$.



Figura 4.52: Razão de *PVbt* entre o caso Carreau ($v_0 = 2,0.10^{-7}$; $v_{\infty} = 1,9.10^{-7}$; $\lambda = 0,05$; $n_1 = 0,95$; $n_2 = 0,80$; $n_3 = 0,70$) com pH e newtoniano ($v_{1a} = v_{2a} = v_{3a} = v_{1b} = v_{2b} = v_{3b} = v_{1c} = 1,99.10^{-7}$; $v_{2c} = v_{1d} = 1,97.10^{-7}$; $v_{3c} = 1,96.10^{-7}$; $v_{2d} = 1,93.10^{-7}$; $v_{3d} = 1,92.10^{-7}$) em função de 1/Da. As miniaturas mostram o perfil de concentração do ácido nos pontos indicados para o caso Carreau. Em (a), a dissolução é de face, em (b) o padrão é cônico e em (c) uniforme.

4.8 Avaliação da Influência da Viscosidade Equivalente para o Caso Newtoniano

É comum que um resultado não newtoniano tenha como referência o mesmo caso, porém newtoniano, a fim de avaliar a real influência do modelo não newtoniano no problema. Ou seja, deseja-se estudar como o modelo influenciou no comportamento do fluido, de forma que tal comportamento só é observado ao fazer uso daquele modelo e não simplesmente alterando a viscosidade de um caso newtoniano.

Para realizar comparações mais efetivas, a viscosidade definida para os casos newtonianos foi calculada conforme descrito na seção 4.1, o que implica que, em cada caso, a viscosidade do caso newtoniano foi obtida considerando a velocidade característica do caso, o comprimento característico, n, v_0 e nu_{∞} . A figura (4.53) compara a curva de *pore volume to breakthrough* do Caso 3 Carreau com vazão uniforme e constante na entrada, newtoniano equivalente e newtoniano considerando apenas v_0 .



Figura 4.53: Curva de *PVbt* em função de 1/Da para os casos 3 Carreau ($v_0 = 2,0.10^{-7}$; $v_{\infty} = 1,9.10^{-7}$; $\lambda = 0,05$; n = 0,70), newtoniano equivalente ($v_a = v_b = 1,99.10^{-7}$; $v_c = 1,96.10^{-7}$ $v_d = 1,92.10^{-7}$) e newtoniano ($v = 2,0.10^{-7}$).

Conforme consta na Figura 4.53, em alguns pontos os valores de *PVbt* para os casos newtoniano equivalente e newtoniano considerando apenas v_0 estão próximos. Porém, quando $\frac{1}{Da} = 0,0001$ o valor do caso Carreau é menor que o valor do caso newtoniano equivalente e maior que o caso v_0 . Portanto, a escolha da viscosidade para o caso newtoniano com o qual será feita a comparação acarreta em impactos significativos no entendimento dos resultados.

5. Conclusões

Neste trabalho foi exposta a importante motivação que impulsiona o estudo de fenômenos relacionados à acidificação de matrizes em reservatórios petrolíferos. Foi feita uma revisão de literatura com trabalhos importantes a respeito do assunto, principalmente tratando dos diversos modelos desenvolvidos até o momento para abordar o problema.

Também foi abordada a metodologia do trabalho, onde são apresentadas as principais publicações em que são baseadas para a nova formulação do problema. Foi feita também uma breve descrição sobre a plataforma OpenFOAM e o *solver* implementado que foi usado para gerar os resultados apresentados. Um modelo simples para calcular o pH em função de C_f foi proposto.

Diversas simulações foram realizadas, com modelos newtonianos e não newtonianos, com e sem influência do pH, para diversos números de Damköhler. A diferença no padrão de dissolução e nos perfis de porosidade dos modelos foram reportadas e analisadas, bem como suas curvas de *pore volume to breakthrough*. Também foram plotadas curvas *PVbt* da razão entre o caso não newtoniano e o newtoniano equivalente, a fim de comparar a influência do parâmetro *n* nos resultados.

Para os casos aqui analisados, algumas conclusões podem ser obtidas. Dentre elas:

- O parâmetro temporal λ do modelo Carreau teve pouca influência nos resultados;
- Em geral, quando o índice *power law n* é reduzido, os tempos finais dos casos também é, principalmente nos casos *shear thinning*;
- A mudança em n também muda o padrão de dissolução quando este está próximo do número de Damköhler ótimo, fazendo que o perfil tome uma forma mais cônica quando n é reduzido, nos casos *shear thinning*;
- Embora quando n é baixo o padrão de dissolução se distancie mais de um wormhole, o menor valor de PVbt não é significativamente alterado em relação aos outros casos, pois a quantidade de fluido injetado é menor;

- Para os valores extremos dos números de *Da* analisados, o perfil de porosidade é pouco alterado e o padrão de dissolução é mantido, independentemente dos modelos de viscosidade utilizados;
- Nos casos com vazão constante na entrada, mas sem influência do pH, as curvas de *PVbt* dos casos Carreau foram próximas as dos newtonianos equivalentes, mas com valor menor para o número de *Da* ótimo nos casos *shear thinning*;
- Nos casos com influência do pH, a curva de *PVbt* teve um comportamento atípico e nem todos os casos tiveram *PVbt* menor que os casos newtonianos;
- Nos gráficos que comparam a razão entre os casos Carreau e newtoniano para os diversos valores de n, nenhum padrão pôde ser obtido, o que aponta que o comportamento da curva pode mudar drasticamente de acordo com o padrão de dissolução analisado;
- Apenas nos casos em que o modelo de viscosidade incrementado pelo pH foi utilizado, o canal formado para o número ótimo de *Da* se formou na parte superior do domínio, indicando que o fluido teve um comportamento *self diverting*, isto é, embora exista uma zona preferencial para a formação do canal no domínio, o aumento na viscosidade cria uma resistência que direciona o fluido para regiões menos propensas a serem tratadas;
- Apesar do efeito *self diverting*, houve mudança significativa no padrão de dissolução, até mesmo em casos com *Da* fora do valor ótimo;
- Tais mudanças refletiram nas curvas de *PVbt* que para certos valores de *Da*, apresentaram um aumento expressivo em relação aos casos que desconsideram o *pH*;
- Nos pontos que correspondem ao valor de *Da* ótimo, os valores de *PVbt* não foram tão impactados, ficando próximo ao dos casos newtonianos equivalentes.

Para trabalhos futuros, algumas sugestões são:

- Simular casos com novos valores de *n* e *Da*;
- Alterar a geometria do domínio;
- Aprimorar o modelo que computa o pH em função da concentração;
- Adicionar a influência de outras variáveis na viscosidade, como a temperatura;
- Usar outros modelos de fluidos não newtonianos.

6. Referências

[1] Liu, E., Payne, M. A., Xu, S., Baechle, G., & Harris, C. E. (2009, January 1). Carbonate Rock Physics Issues. International Petroleum Technology Conference. doi:10.2523/IPTC-13850-MS

[2] Williams, B. B., & Nierode, D. E. (1972, July 1). Design of Acid Fracturing Treatments. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/3720-PA

[3] FERNANDES, Paulo Dore. Modelagem Semi-Analítica Pseudo Tridimensional de Propagação e Fechamento de Fraturas Induzidas em Rochas. 1998. 186 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia de Petróleo, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1998.

[4] Crowe, C. W., Hutchinson, B. H., & Trittipo, B. L. (1989, May 1). Fluid-Loss Control: The Key to Successful Acid Fracturing. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/16883-PA

[5] Al-Anazi, H. A., Nasr-El-Din, H. A., & Mohamed, S. K. (1998, January 1). Stimulation of Tight Carbonate Reservoirs Using Acid-in-Diesel Emulsions: Field Application. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/39418-MS

[6] Panga, M. K. R., Ziauddin, M. and Balakotaiah, V. (2005), Two-scale continuum model for simulation of wormholes in carbonate acidization. AIChE J., 51: 3231–3248. doi:10.1002/aic.10574

[7] Buijse, M. A. (1997, January 1). Understanding Wormholing Mechanisms Can Improve Acid Treatments in Carbonate Formations. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/38166-MS

[8] Daccord, G., Touboul, E., & Lenormand, R. (1989, February 1). Carbonate Acidizing: Toward a Quantitative Model of the Wormholing Phenomenon. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/16887-PA

[9] Fredd, C. N. and Fogler, H. S. (1998), Influence of transport and reaction on wormhole formation in porous media. AIChE J., 44: 1933–1949. doi:10.1002/aic.690440902

[10] Maheshwari, P., & Balakotaiah, V. (2013, March 23). 3D Simulation of Carbonate Acidization with HCl: Comparison with Experiments. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/164517-MS

[11] IZGEC, Omer; ZHU, Ding; HILL, Alfred D.. Numerical and experimental investigation of acid wormholing during acidization of vuggy carbonate rocks. **Journal Of Petroleum Science And Engineering,** [s.l.], v. 74, n. 1-2, p.51-66, out. 2010. Elsevier

[12] LIU, Pingli; Xue, Heng; Zhao, LiQiang; Zhao, XingDong; Cui, MingYue. Simulation of 3D multi-scale wormhole propagation in carbonates considering correlation spatial distribution of petrophysical properties. Journal Of Natural Gas Science And Engineering, [s.l.], v. 32, p.81-94, maio 2016. Elsevier BV. http://dx.doi.org/10.1016/j.jngse.2016.04.014.

[13] Atkin, R.J., Craine, R.E., Continuum theories of mixtures. Basic theory a development, *Quarterly J. Mech. Appl. Math.*, vol. **29**, pp. 209-244, 1976

[14] SAMPAIO, Rubens; GAMA, Rogerio M. Saldanha da. Relações Constitutivas para Escoamentos de Fluidos Não-Newtonianos Através de Meios Porosos Saturados. Journal Of The Brazilian Society Of Mechanical Sciences. [s.l.], p. 267-280. set. 1985.

[15] MATTOS, H.Costa; Martins Costa, M.L.; Sampaio, R.; A thermodynamically consistent constitutive theory for a rigid solid-stokesian fluid mixture. **Mechanics Research Communications,** [s.l.], v. 20, n. 3, p.243-249, maio 1993. Elsevier BV. http://dx.doi.org/10.1016/0093-6413(93)90065-v.

[16] MARTINS-COSTA, Maria Laura; MATTOS, Heraldo Silva da Costa; ANGULO, Jesús Alfonso Puente. POWER-LAW FLUID FLOWS IN CHANNELS WITH A PERMEABLE WALL. Journal Of Porous Media, [s.l.], v. 16, n. 7, p.647-661, 2013. Begell House. http://dx.doi.org/10.1615/jpormedia.v16.i7.60.

[17] MARTINS-COSTA, Maria Laura; MATTOS, Heraldo Silva da Costa; ANGULO, Jesús Alfonso Puente. MODELING THE CONNECTION BETWEEN POROSITY AND PERMEABILITY: A MIXTURE THEORY APPROACH. Journal Of Porous Media. [s.l.], p. 1-1. ago. 2016.

[18] Lynn, J. D., & Nasr-El-Din, H. A. (2001, January 1). A Core Based Comparison Of The Reaction Characteristics Of Emulsified And In-Situ Gelled Acids In Low Permeability, High Temperature, Gas Bearing Carbonates. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/65386-MS

[19] Nasr-El-Din, H. A., Taylor, K. C., & Al-Hajji, H. H. (2002, January 1). Propagation of Cross-linkers Used in In-Situ Gelled Acids in Carbonate Reservoirs. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/75257-MS

[20] Chang, F., Qu, Q., & Frenier, W. (2001, January 1). A Novel Self-Diverting-Acid Developed for Matrix Stimulation of Carbonate Reservoirs. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/65033-MS

[21] Taylor, D., Kumar, P. S., Fu, D., Jemmali, M., Helou, H., Chang, F., ... Al-Mutawa,
M. (2003, January 1). Viscoelastic Surfactant Based Self-Diverting Acid for Enhanced
Stimulation in Carbonate Reservoirs. Society of Petroleum Engineers.
doi:10.2118/82263-MS

[22] Nasr-El-Din, H. A., Chesson, J. B., Cawiezel, K. E., & De Vine, C. S. (2006, January
1). Lessons Learned and Guidelines for Matrix Acidizing With Viscoelastic Surfactant
Diversion in Carbonate Formations. Society of Petroleum Engineers.
doi:10.2118/102468-MS

[23] LIU, Naizhen; LIU, Ming. Simulation and analysis of wormhole propagation by VES acid in carbonate acidizing. Journal Of Petroleum Science And Engineering, [s.l.], v. 138, p.57-65, fev. 2016. Elsevier BV. <u>http://dx.doi.org/10.1016/j.petrol.2015.12.011</u>.

[24] Panga, M. K. R., Ziauddin, M., Gandikota, R., & Balakotaiah, V. (2004, January 1). A New Model for Predicting Wormhole Structure and Formation in Acid Stimulation of Carbonates. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/86517-MS

[25] JASAK, Hrvoje. OpenFOAM: Open source CFD in research and industry.
International Journal Of Naval Architecture And Ocean Engineering, [s.l.], v. 1, n.
2, p.89-94, dez. 2009. Elsevier BV. <u>http://dx.doi.org/10.2478/ijnaoe-2013-0011</u>.

[26] FAVERO, J.I.; Secchi, A.R.; Cardozo, N.S.M.; Jasak, H. Viscoelastic flow analysis using the software OpenFOAM and differential constitutive equations. Journal Of Nonnewtonian Fluid Mechanics, [s.l.], v. 165, n. 23-24, p.1625-1636, dez. 2010. Elsevier

[27] PIMENTA, F.; Alves, M.A. Stabilization of an open-source finite-volume solver for viscoelastic fluid flows. **Journal Of Non-newtonian Fluid Mechanics,** [s.l.], v. 239, p.85-104, jan. 2017. Elsevier BV. <u>http://dx.doi.org/10.1016/j.jnnfm.2016.12.002</u>.

[28] RATNAKAR, Ram R.; KALIA, Nitika; BALAKOTAIAH, Vemuri. Modeling, analysis and simulation of wormhole formation in carbonate rocks with in situ cross-linked acids. **Chemical Engineering Science**, [s.l.], v. 90, p.179-199, mar. 2013. Elsevier BV. <u>http://dx.doi.org/10.1016/j.ces.2012.12.019</u>.

[29] MCDUFF, Darren et al. Understanding Wormholes in Carbonates: Unprecedented Experimental Scale and 3-D Visualization. Spe Annual Technical Conference And Exhibition, [s.l.], 2010. Society of Petroleum Engineers. http://dx.doi.org/10.2118/134379-ms.

[30] PANGA, Mohan K.r. et al. A New Model for Predicting Wormhole Structure and Formation in Acid Stimulation of Carbonates. **Spe International Symposium And Exhibition On Formation Damage Control**, [s.l.], 2004. Society of Petroleum Engineers. http://dx.doi.org/10.2118/86517-ms.