

RELATÓRIOS COPPEAD

Fevereiro 2015

419

SELEÇÃO ALEATÓRIA
DE AÇÕES PARA
CARTEIRAS
IGUALMENTE
PONDERADAS E O
INVESTIDOR

Theo Katz Battaglia
Ricardo Pereira Câmara Leal

Relatórios COPPEAD é uma publicação do Instituto COPPEAD de Administração da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)

Editora

Leticia Casotti

Editoração

Lucilia Silva

Ficha Catalográfica

Cláudia de Gois dos Santos

B328s Battaglia, Theo Katz.
Seleção aleatória de ações para carteiras igualmente ponderadas e o investidor individual / Theo Katz Battaglia, Ricardo Pereira Câmara Leal. – Rio de Janeiro: UFRJ /COPPEAD, 2015.

26 p. ; 27 cm. – (Relatórios COPPEAD; 419)

ISBN 978-85-7508-103-7

ISSN: 1518-3335

1. Carteira de investimento. 2. Ações (Finanças) – Brasil. 3. Mercado de ações – Brasil. I. Leal, Ricardo Pereira Câmara
Título. II. Série.

CDD: 332.6

SELEÇÃO ALEATÓRIA DE AÇÕES PARA CARTEIRAS IGUALMENTE PONDERADAS E O INVESTIDOR INDIVIDUAL

Equally weighed portfolios of randomly selected stocks and the individual investor

Theo Katz Battaglia¹

Ricardo Pereira Câmara Leal²

RESUMO

Este artigo analisa carteiras igualmente ponderadas ($1/n$) de ações selecionadas aleatoriamente e enfoca o investidor sem sofisticação. A quantidade de ações nas carteiras variou entre 5 e 15, com rebalanceamento feito entre uma e 60 vezes no período de 60 meses entre janeiro de 2007 e dezembro de 2011. A amostra consistiu nas 50 ações do Índice Brasil 50 (IBrX-50) em janeiro de 2007. Foram feitas 500 simulações de carteiras $1/n$ para diversos tamanhos e intervalos de rebalanceamento. O caso base foi uma carteira com 10 ações e rebalanceamento trimestral. O desempenho das carteiras $1/n$ aleatórias foi comparado a 221 fundos de investimento em ações (FIA) de gestão ativa, a cada uma das 50 ações e ao IBrX-50, que representou os FIA indexados. As comparações consideram custos de transação. O investidor terá uma probabilidade significativa de alcançar retorno e quociente retorno-risco maior com uma carteira $1/n$ de ações formada aleatoriamente e escolhida ao acaso do que com um FIA ou uma das 50 ações, também escolhidos ao acaso. As carteiras $1/n$ também superam o IBrX-50. A distribuição dos quocientes retorno-risco das carteiras $1/n$ formadas aleatoriamente, encontra-se significativamente acima da dos FIA. Há mais e maiores valores extremos entre os FIA independentes do que entre as carteiras $1/n$. Testes de robustez com variações de tamanho e intervalo de rebalanceamento não contradizem o desempenho do caso base. As carteiras $1/n$ são uma alternativa atraente para o pequeno investidor sem sofisticação especialmente em relação aos produtos dos grandes bancos.

Palavras-chave: carteiras de investimento, fundos de ações, relação retorno-risco, mercado de ações, simulação

¹ Engenheiro do BNDES, Mestrado pelo Instituto COPPEAD de Administração, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Telefone (21) 98131-8839. E-mail: tkbattaglia@yahoo.com.br

² Professor Titular de Finanças, Pesquisador CNPq, Instituto COPPEAD de Administração, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Caixa Postal 68514, Rio de Janeiro, RJ, CEP 21941-972, Brasil. Telefone (21) 3938-9800. E-mail: rleal@ufrj.br

ABSTRACT

This article analyzes randomly formed equally weighted portfolios (1/n) and focuses on the unsophisticated investor. The number of shares included in the 1/n portfolios varied between 5 and 15 with rebalancing from one to 60 times in the 60-month period between January 2007 and December 2011. The sample consisted of the 50 stocks in the Índice Brasil 50 (IBrX-50) in January 2007. Five hundred 1/n portfolio simulations were obtained with various sizes and rebalancing intervals. The basic case was a portfolio with 10 stocks and quarterly rebalancing. The performance of the randomly formed 1/n portfolios was compared to 221 actively managed stock funds, each of the 50 stocks and the IBrX-50 that proxies for indexed stock funds. Comparisons consider transaction costs. Investors will have a significant probability of achieving greater returns and return-to-risk ratios with a randomly formed 1/n portfolio drawn at random than with a stock fund or one of the 50 stocks also randomly drawn. Randomly formed 1/n portfolios also outperform the IBrX-50. The distribution of return-to-risk ratios of the randomly formed 1/n portfolios is also significantly above that of the stock funds. There are more and larger extreme values among stock funds managed by independent asset managers than among the 1/n portfolios. Robustness tests with variations in size and rebalancing intervals do not contradict the base case results. Equally weighted portfolios are an attractive alternative to small and unsophisticated investors especially in relation to the products offered by the large retail banks.

Keywords: stock portfolios, stock funds, return-to-risk relationships, stock market, simulation

1 – INTRODUÇÃO

O investidor pequeno e sem sofisticação pode ser definido como aquele que não tem recursos vultosos para investir e que não é capaz de gestão ativa eficaz. Swensen (2009, p. 3) afirma que a gestão ativa é muito custosa e leva ao fracasso dos investidores que não são capazes de realizá-la. Os fundos de investimento em ações (FIA), particularmente os geridos por instituições do varejo bancário, são uma alternativa relevante este investidor, mas Santiago e Leal (2015) e Thomé Neto, Leal e Almeida (2011) sugerem que carteiras igualmente ponderadas (1/n) são uma alternativa competitiva para esse investidor. Esses autores não afirmam que as carteiras 1/n sobrepujem aquelas formadas por meio de métodos mais sofisticados, o que já foi constatado por Santos e Tessari (2012) e Rubesam e Beltrame (2013) na literatura nacional.

Enquanto DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009) e Duchin e Levy (2009) destacam o sucesso das carteiras 1/n em relação a métodos mais sofisticados, Kritzman, Page e Turkington (2010) e Kirby e Ostdiek (2012), entre outros, os contestam. Thomé Neto *et al.* (2011) admitem que o desempenho de carteiras 1/n pode ser difícil de ser superado, porém ressaltam que esse resultado pode ter sido um caso especial de seu estudo porque formaram as carteiras 1/n com ações previamente selecionadas pela maximização de média-variância (MMV) proposta por Markowitz (1952) para um carteira de mínima variância global. Ademais, os resultados principais de Santiago e Leal (2015) foram obtidos com a seleção das ações para a carteira 1/n segundo os maiores Índices de Sharpe (IS) no quadrimestre anterior a cada rebalanceamento. Sendo assim, tanto Thomé Neto *et al.* (2011) quanto Santiago e Leal (2015) empregaram informações contidas na série histórica dos retornos das ações para formar suas carteiras 1/n, e seus resultados são consistentes com os que questionaram a superioridade dessas carteiras quanto a importância das informações contidas na série histórica de retornos, como Kritzman *et al.* (2010) e Kirby e Ostdiek (2012). A motivação deste artigo é, então, investigar como se sairiam investidores que não usam uma regra de formação de carteiras 1/n. Esse investidor que não emprega as informações contidas na série histórica de retornos representa os pequenos investidores sem sofisticação.

Quinhentas carteiras igualmente ponderadas formadas pela escolha aleatória de n ações provenientes de uma amostra das 50 constituintes do Índice Brasil 50 (IBrX-50) e rebalanceadas segundo intervalos selecionados foram comparadas a 221 FIA de gestão ativa, ao IBrX-50, que representa os FIA de gestão passiva, e a cada uma das 50 ações. Todos esses veículos de investimento estão ao alcance de pequenos investidores sem sofisticação. Os intervalos de rebalanceamento variaram entre 1 e 60 meses e n entre 5 e 15 ações ao se formar os conjuntos de 500 carteiras 1/n simuladas. O caso base foi uma carteira igualmente ponderada com 10 ações e rebalanceada a cada três meses, conforme sugerido pelos resultados empíricos de Thomé Neto *et al.* (2011) e Santiago e Leal (2015). O período analisado foram os 60 meses entre o final de janeiro de 2007 e o final de dezembro de 2011.

O objetivo específico deste artigo é verificar se carteiras 1/n formadas sem nenhum critério especial, a não ser por ações que compunham o IBrX-50 para garantir a liquidez, e que refletem as possíveis escolhas de formação de carteiras de um pequeno investidor sem sofisticação são alternativas de investimento atraentes para este tipo de investidor em relação a veículos que estão ao seu alcance, como os FIA, especialmente os de gestão ativa geridos pelas instituições do varejo bancário, e o IBrX-50, que representa a categoria dos FIA indexados. As contribuições para a literatura nacional são o aspecto de aleatoriedade na formação das carteiras 1/n, sem a escolha ex-ante e

arbitrária de um critério de formação, e o foco no investidor sem sofisticação, que balizou a escolha dos parâmetros das carteiras e a comparação aos FIA.

A principal conjectura é que carteiras $1/n$ formadas aleatoriamente (CA) não deveriam apresentar desempenho frequentemente superior aos FIA, cujos profissionais contam com qualificações, equipe e recursos para uma gestão ativa eficaz. Os resultados apresentados a seguir refutam essa conjectura ao realçar que as CA em geral sobrepujam os FIA, particularmente os geridos pelas instituições do varejo bancário, sugerindo que há maior probabilidade de que uma CA escolhida ao acaso apresente quociente retorno-risco maior do que o de um FIA com gestão ativa também escolhido ao acaso, entre outros resultados desfavoráveis aos fundos. Essa evidência é consistente com a apresentada por Thomé Neto *et al.* (2011) e Santiago e Leal (2015) e indica que carteiras $1/n$ com n pequeno podem ser consideradas como base para novos produtos financeiros, como índices de ações e fundos fechados negociados em bolsa (*exchange-traded fund* ou ETF), similares aos existentes em outros países.

O artigo prossegue com uma breve análise das razões teóricas e práticas que justificam considerar carteiras $1/n$ e uma resenha da literatura empírica nacional e internacional recente na seção 2. A seção 3 apresenta e justifica a amostra bem como os detalhes metodológicos do exercício empírico proposto enquanto que a seção 4 relata os principais resultados e testes de robustez. A seção 5 conclui o artigo.

2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

DeMiguel *et al.* (2009), Kritzman *et al.* (2010) e Kirby e Ostdiek (2012) estão entre os estudos recentes que consideraram carteiras $1/n$, indicando que elas são uma alternativa interessante em relação a métodos mais sofisticados de alocação de ativos, como os que empregam a MMV proposta por Markowitz (1952) ou um de seus muitos aperfeiçoamentos. As limitações da MMV são as principais razões para os méritos das carteiras $1/n$. Entre elas estão a incerteza sobre os parâmetros da maximização, o conhecido problema do erro nas estimativas, além da incerteza sobre a distribuição desses parâmetros, conhecida como ambiguidade ou incerteza no sentido de Knight, segundo Pflug, Pichler e Wozabal (2012). Benartzi e Thaler (2001) mostram que os investidores alocam igualmente entre alternativas de investimento quando não têm preferências claras ou encaram muita incerteza. Pflug *et al.* (2012) usam a teoria das escolhas racionais para demonstrar que carteiras $1/n$ são o caso limite para decisões ótimas de investimento, particularmente quando os problemas de erros nas estimativas e de incerteza no sentido de Knight aumentam.

Há questões práticas relevantes, além desses motivos conceituais, para se estudar as carteiras $1/n$ como alternativa atraente para investidores, particularmente aqueles sem sofisticação que não teriam recursos ou competência para empregar métodos mais complexos. Entre elas, segundo Kritzman *et al.* (2010), estão a simplicidade de implementação, o potencial de se beneficiar da reversão à média por meio do rebalanceamento automático, sem considerar outros critérios que levariam a algum tipo de *timing* que esse investidor certamente não está aparelhado para executar de forma consistentemente lucrativa, como sugere Swensen (2009, p. 3), e evitar a elevada concentração de algumas posições.

Essas justificativas para empregar carteiras igualmente ponderadas não significam que elas são o método que gera a melhor relação retorno-risco ex-post, pois há controvérsia na literatura sobre o tema. Duchin e Levy (2009) afirmam que o desempenho de carteiras $1/n$ com até 25 ações é melhor do que as que empregam MMV. DeMiguel *et al.* (2009) comparam as carteiras $1/n$ a 14 métodos mais sofisticados no uso da informação histórica, entre eles os que empregam MMV e alguns que empregam procedimentos de robustez e Bayesianos, e concluem o retorno ajustado ao risco da carteira $1/n$ não é superado por nenhum deles. DeMiguel *et al.* (2009) e Kritzman *et al.* (2010) afirmam que seriam necessárias séries históricas que se estendam por mais de um século para que os métodos MMV superem as carteiras igualmente ponderadas em função do problema do erro nas variáveis.

A imposição de restrições sobre os pesos em alocações de ações, tanto com a MMV quanto com carteiras $1/n$, leva a resultados melhores das alocações restritas sobre as irrestritas, como mostram DeMiguel *et al.* (2009, p. 1918), Thomé Neto *et al.* (2011) e Behr, Guettler e Miebs (2013). Behr *et al.* (2013) alegam que a limitação heurística dos pesos reduz a influência dos erros nas estimativas e dos valores extremos sobre o desempenho das carteiras.

A evidência sobre as vantagens das carteiras $1/n$ não vem sem contestação. Kritzman *et al.* (2010) contestam DeMiguel *et al.* (2009) e Dunchin e Levy (2009) ao empregar períodos mais longos de estimação, além de verificarem vantagens no uso de julgamento para obter os parâmetros de otimização. Kirby e Ostdiek (2012, p. 438) alegam que os resultados de DeMiguel *et al.* (2009) foram induzidos por carteiras agressivas com metas de retorno muito elevadas que aumentaram o problema causado pelo erro nas estimativas, contudo não são capazes de refutá-los ao usar o retorno da carteira $1/n$ como meta de otimização na presença de custos de transação.

Tu e Zhou (2011) reconhecem as vantagens das carteiras $1/n$ e verificam se combiná-las com métodos derivados da teoria financeira melhora o desempenho. Eles

alegam que estratégias combinadas se assemelham a estimadores de encolhimento (*shrinkage*) com a regra $1/n$ como meta. Esses autores concluem que a carteira $1/n$ supera seus métodos combinados para um baixo grau de aversão a risco e horizontes de tempo mais curtos e é sobrepujada nos demais casos, e defendem que métodos de alocação baseados na teoria têm seu valor. Fletcher (2011), porém, usa dados do Reino Unido e conclui que as estratégias combinadas de Tu e Zhou (2011) não apresentam desempenho diferente da carteira $1/n$ após custos de transação devido ao alto giro da carteira.

Kirby e Ostdiek (2012) propõem duas estratégias de alocação cujos pesos provêm de retornos esperados e volatilidade condicionais. Tais estratégias não empregam otimização ou vendas a descoberto, mas incorporam informações de risco e retorno contidas nas séries históricas, podendo ser interpretadas como regras de *timing*. Elas foram chamadas de *Volatility Timing* (VT) e *Reward to Risk Timing* (RRT). As carteiras formadas segundo a VT são rebalanceadas com base nas mudanças na volatilidade condicional dos retornos e as RRT são rebalanceadas com base nas mudanças na razão recompensa-risco condicional. Ambas controlam a agressividade do *timing* por um parâmetro que mantém o giro baixo. Essas estratégias superam a carteira $1/n$ mesmo quando diante de altos custos de transação, contrariando de DeMiguel *et al.* (2009) e sugerindo que as informações históricas são relevantes nas decisões de alocação de carteiras. Fletcher (2011) confirma esses resultados com dados do Reino Unido.

Os métodos propostos por Tu e Zhou (2011) e Kirby e Ostdiek (2012) demandam sofisticação econométrica do investidor e, por isso, eles não podem descartar a estratégia $1/n$ como alternativa para o pequeno investidor sem sofisticação. Esses autores apenas reforçam que o emprego da informação contida na amostra por modelos mais sofisticados tem valor e que carteiras $1/n$ não superam claramente métodos mais complexos que podem ser empregados por investidores sofisticados e capazes de gestão ativa.

Alguns estudos brasileiros concluem que as carteiras $1/n$ superam índices de mercado e os FIA na maioria dos casos, mas não se encontrou evidência de que elas superem carteiras que empregaram métodos mais sofisticados, embora, em alguns casos, o desempenho delas tenha sido estatisticamente equivalente. Santiago e Leal (2015) analisam carteiras com 6 a 16 ações porque focam no pequeno investidor sem sofisticação. Eles revelam que a maioria dos FIA não supera suas carteiras $1/n$ que, por outro lado, têm desempenho ajustado ao risco equivalente ao índice Ibovespa e a uma carteira de mínima variância global com pesos limitados entre 0 e 10%. Os autores formaram carteiras $1/n$ rebalanceadas a cada quadrimestre segundo o IS do quadrimestre anterior. Santiago e Leal (2015) depreendem que o IS é relevante como

critério de formação de carteiras $1/n$ e que elas são uma alternativa atraente para o investidor sem sofisticação, cuja capacidade de selecionar, a priori, o gestor de um FIA vencedor é muito pequena.

Thomé Neto *et al.* (2011) e Rubesam e Beltrame (2013) também consideram as carteiras $1/n$, mas não se preocupam em limitar n . Esses autores e Santos e Tessari (2012) compararam a carteira $1/n$ a métodos que empregam a MMV. Sendo assim, seu foco não está necessariamente no investidor pequeno sem sofisticação. O número de ações poderia chegar à quantidade de componentes do Ibovespa em Thomé Neto *et al.* (2011), mas eles acabam formando carteiras $1/n$ compostas pelas ações previamente selecionadas para uma carteira de mínima variância global com pesos limitados entre 0 e 10%. Eles concluem que a carteira $1/n$ tem desempenho ajustado ao risco equivalente ao dessa carteira de mínima variância global, mas deixam aberta uma lacuna que este estudo pretende preencher: carteiras $1/n$ cujas ações não foram previamente selecionadas pela MMV permanecem atraentes? Sua análise compreendeu o período entre janeiro de 1998 e dezembro de 2008.

Santos e Tessari (2012) usaram 45 ações constituintes do Ibovespa como amostra no período entre março de 2009 e novembro de 2011 e empregaram rebalanceamentos diários, semanais e mensais, mais frequentes do que os pressupostos como mais adequados para o pequeno investidor sem sofisticação deste estudo e em Santiago e Leal (2015). Rubesam e Beltrame (2013) foram os que empregaram a maior amostra, que incluía todas as ações negociadas, entre junho de 1998 e junho 2011 com retornos diários e rebalanceamento semanal, mensal e trimestral. As conclusões desses dois estudos favorecem os métodos que empregam a MMV em detrimento das carteiras $1/n$.

A evidência a respeito das carteiras $1/n$ ainda não é conclusiva, pois as carteiras $1/n$ apresentaram bom desempenho em algumas situações, mesmo quando comparadas a métodos mais sofisticados. Este artigo contribui para a literatura nacional ao verificar o desempenho comparativo de carteiras $1/n$ com ações selecionadas aleatoriamente em relação a veículos que estejam ao alcance do pequeno investidor sem sofisticação, como os FIA com gestão ativa. A aleatoriedade na seleção das ações e os tamanhos e frequências de rebalanceamento da carteira empregados refletem o foco neste tipo de investidor.

3 – METODOLOGIA

Esta seção apresenta o processo de formação e de avaliação de desempenho das carteiras 1/n de ações selecionadas aleatoriamente (CA) que serão comparadas aos FIA, ao IBrX-50 e a ações individuais. O foco do estudo é simular resultados que poderiam ser obtidos com carteiras 1/n por um pequeno investidor sem sofisticação. As CA representam as carteiras desses investidores porque eles não têm recursos, disponibilidade de tempo ou capacidade técnica para analisar as empresas e as informações históricas, sendo incapazes de realizar uma gestão ativa eficaz, como sugerem Santiago e Leal (2015) e Swensen (2009, p. 3). Como em Santiago e Leal (2015), pressupõe-se que a carteira desse investidor não deva conter muitas ações para manter os custos de transação e o tempo dedicado à gestão sob controle.

A formação das CA deve abordar seis aspectos: (1) o prazo do investimento; (2) a amostra de ações a considerar; (3) a quantidade de ações na carteira; (4) a seleção das ações que comporão a carteira; (5) a quantidade de recursos alocada em cada ação e (6) a frequência de rebalanceamento. Estes elementos, bem como o índice e o critério de seleção dos FIA de gestão ativa usados na análise comparativa serão apresentados a seguir.

3.1 Prazo de investimento

A coleta dos preços das ações foi realizada no início de 2012. O prazo de investimento foi o de cinco anos anteriores à coleta, entre janeiro de 2007 e dezembro de 2011. Os preços de fechamento mensais das ações a partir do último dia de negócios de janeiro de 2007 foram obtidos na base de dados Economática®. O horizonte de investimento de cinco anos arbitrado pode ser considerado como de médio para longo para investidores individuais e é compatível para o investimento em ações considerado nos estudos nacionais de Thomé Neto *et al.* (2011), Santos e Tessari (2012) e Santiago e Leal (2015). O início do período em janeiro de 2007 também se justifica em função do crescimento acentuado no patrimônio dos FIA a partir deste ano, que cresceu 89% ao final de dezembro de 2007 (R\$ 166,7 bilhões) em relação a dezembro de 2006 (R\$ 88,2 bilhões), segundo o Banco Central do Brasil (Sistema de Séries Temporais, série código 7839, disponível em www.bcb.com.br e acessada em 1/1/2015). O patrimônio médio dos FIA nos cinco anos anteriores aos da amostra (2002-2006) foi de R\$ 54,3 bilhões, enquanto que no período da amostra foi de R\$ 166,7 bilhões, muito próximo ao valor final de 2007, segundo a mesma fonte. Ademais, o patrimônio agregado dos FIA ao final de novembro de 2014 era de R\$ 199,6 bilhões. Esses valores sugerem que a indústria dos FIA mudou de patamar a partir do período estudado, com possível crescimento

relevante também no número de gestores e fundos e, conseqüentemente, de alternativas para o investidor. A escolha também foi considerada razoável para limitar a complexidade da programação e manipulação de dados nas simulações de 500 carteiras com diversas variações nos parâmetros de formação. Finalmente, cabe dizer que a aleatoriedade na escolha das ações que compõem as carteiras $1/n$ e o grande número de simulações pode atenuar possíveis dependências do resultado em relação ao período amostral.

3.2 Amostra de ações

O estudo presume que o investidor sem sofisticação consideraria apenas as ações mais negociadas porque a liquidez é necessária para executar os rebalanceamentos periódicos. A amostra pautou-se, portanto, pela liquidez das ações negociadas na Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros (BM&FBOVESPA), como foi feito em outros estudos brasileiros como Thomé Neto *et al.* (2011), Santos e Tessari (2012) e Santiago e Leal (2015). A carteira teórica de 50 ações do IBrX-50 contempla a liquidez em seu critério de formação e a amostra consistiu nas 50 ações desse índice em janeiro de 2007. A lista de ações empregadas foi omitida por economia de espaço, mas está disponível com os autores.

A evidência de Rubesam e Beltrame (2013) com carteiras $1/n$ formadas a partir de todas as ações negociadas no mercado sugere que a ausência de ações menos líquidas não deve favorecer as carteiras $1/n$. A amostra fixa de 50 ações também não deve favorecer as carteiras $1/n$ uma vez que o rebalanceamento periódico das carteiras teóricas dos índices de ações ponderados segundo o valor de mercado das empresas, como o IBrX-50, tende a substituir empresas de pior desempenho por empresas de melhor desempenho com o tempo. Naturalmente, essas premissas que justificam escolhas que delinearão o método empregado podem ser limitações do estudo cujo efeito, se houver, só poderá ser confirmado por estudo futuro que use amostra de ações muito maior e que varie no período amostral.

3.3 Quantidade e seleção de ações

Os artigos de Oliveira e Paula (2008) e Ceretta e Costa Jr. (2000) consideraram que carteiras com 12 ações captavam a maior parte dos benefícios da diversificação no Brasil. Brito (1989) alegou que o mesmo efeito é obtido com carteiras contendo de 8 a 15 ações. As simulações consideraram carteiras com cinco, oito, 10, 12 e 15 ações, tamanhos compatíveis com essa evidência nacional e com os empregados por Santiago e Leal (2015). Carteiras com um número maior de ações levariam a custos de acompanhamento e transação maiores que o pequeno investidor sem sofisticação

supostamente deseja evitar. O caso base que será explorado em detalhe é o da carteira com 10 ações. Serão geradas 500 carteiras $1/n$ diferentes com ações selecionadas aleatoriamente para cada tamanho de carteira proposto.

3.4 Peso e rebalanceamento

O montante teórico de recursos aplicado inicialmente em cada ação com a estratégia $1/n$ é o mesmo e foi arbitrado em 1. Esse montante é igual a $q_{i,1} \times p_{i,0}$, a quantidade teórica ($q_{i,1}$) investida em cada ação i para cada unidade monetária investida no mês $t = 1$ vezes o preço de mercado de fechamento da ação no último dia de negócios em dezembro de 2006 ($p_{i,0}$), o mês anterior, $t = 0$. A quantidade teórica inicial de cada ação i é $q_{i,1} = 1/p_{i,0}$. Essa quantidade teórica inicial de cada ação permanecerá constante em todos os meses do período de rebalanceamento considerado. Por exemplo, com rebalanceamento trimestral, $q_{i,1} = q_{i,2} = q_{i,3}$ em janeiro, fevereiro e março de 2007, respectivamente.

O valor investido em cada ação após o rebalanceamento do final de março é $p_{c,3}/n$, o valor total da carteira c dado pelos preços de fechamento do último dia de negócios de março de 2007 dividido pelo número de ações na carteira (n). A quantidade da ação i para os meses de abril, maio e junho de 2007 passa a ser $q_{i,4} = (p_{c,3}/n)/p_{i,3}$, onde $p_{i,3}$ é o preço de fechamento no último dia de negócios mês de março da ação i . A Equação 1 apresenta o cálculo da quantidade teórica de forma geral.

$$q_{i,t} = \frac{1}{n} \times \frac{p_{c,t-1}}{p_{i,t-1}} \quad \text{Eq. 1}$$

O peso de cada ação i é $1/n$ em cada carteira c de n ações após cada rebalanceamento. Não há substituição da ação e o seu peso é redistribuído entre as remanescentes quando alguma das ações selecionadas aleatoriamente não foi negociada no período. As Equações 2 e 3 definem o valor da carteira ($p_{c,t}$) e o peso de cada ação i na carteira c ao final de cada mês t ($w_{i,t}$), com o subscrito c omitido.

$$p_{c,t} = \sum_{i=1}^n q_{i,t} \times p_{i,t} \quad \text{Eq. 2}$$

$$w_{i,t} = \frac{q_{i,t} \times p_{i,t}}{p_{c,t}} \quad \text{Eq. 3}$$

A frequência de rebalanceamento é o número de vezes em que o rebalanceamento se dará no período amostral de 60 meses e o intervalo de rebalanceamento é o tempo decorrido entre rebalanceamentos consecutivos. Os

conjuntos de simulações considerarão intervalos de rebalanceamento a cada um, dois, três, quatro, seis, 12, 20 e 30 meses, correspondendo a frequências de rebalanceamento de 60, 30, 20, 15, 10, 5, 3 e 2 vezes no período de cinco anos. Também será considerada a situação de não haver rebalanceamento durante os 60 meses do período analisado, que corresponde a uma estratégia de *buy and hold* no período. O caso base será o das carteiras com rebalanceamento trimestral e os demais resultados estarão reunidos nos testes de robustez.

3.5 Medidas de desempenho e custos de transação

A Equação 4 mostra o cálculo do retorno logaritmo no mês t de cada carteira c ($r_{c,t}$) composta por n ações. A média aritmética e o desvio-padrão dos $r_{c,t}$ foram calculados usando os 60 meses analisados. O retorno equivalente anual da carteira c foi calculado pela multiplicação do retorno médio mensal por 12. O desvio padrão anual de cada carteira c foi calculado pela multiplicação do desvio padrão mensal pela raiz de 12.

$$r_{c,t} = \ln \frac{\sum_i^n q_{i,t} \times p_{i,t}}{\sum_i^n q_{i,t-1} \times p_{i,t-1}} \quad \text{Eq. 4}$$

A Equação 5 estima o giro total em dinheiro de cada carteira c (G_c) nos 60 meses do período analisado. O termo em módulo representa a diferença entre os valores na carteira c de cada ação i no dia de fechamento do mês t , imediatamente antes e depois do rebalanceamento. Os custos de transação serão calculados em função do giro.

$$G_c = \sum_{t=1}^{60} \sum_{i=1}^n |q_{i,t} \times p_{i,t} - q_{i,t+1} \times p_{i,t}| \quad \text{Eq. 5}$$

Diversos custos estão associados à montagem e manutenção de uma carteira de ações. Os custos de transação são incorridos no momento da compra ou venda e podem ser fixos, independentes da quantidade negociada, e variáveis. Sanvicente (2012) estimou os custos de transação médios no Brasil em 1,22% do montante negociado em 2009, ano central do período de análise. Este estudo empregará essa estimativa para representar os custos de transação. A Equação 6 dá o retorno líquido equivalente anual de cada carteira c (rla_c) depois dos custos de transação no período amostral de 60 meses.

$$rla_c = \frac{1}{5} \ln \left(\frac{(\sum_i^n q_{i,60} \times p_{i,60}) - 1,22\% \times G_c}{\sum_i^n q_{i,0} \times p_{i,0}} \right) \quad \text{Eq. 6}$$

Embora os custos de transação reduzam o valor total da carteira no momento do rebalanceamento, quando há negociação, por simplicidade, o algoritmo usado neste trabalho estima os custos de transação ao final do período investigado com base no giro total da carteira no período. Sendo assim, há a possibilidade matemática de que esse procedimento gere carteiras com valores finais negativos, mas tal não ocorreu com nenhuma carteira no caso base. A simplificação de calcular o custo de transação ao final não deve representar um problema porque usou-se uma taxa média de 2009, havendo, portanto, instituições que cobravam ainda menos pelos custos de transação.

3.6 IBrX-50 e FIA

A vantagem do IBrX-50 em relação ao Ibovespa, índice mais conhecido, é que ele sempre inclui 50 ações ponderadas pelo seu valor de mercado, selecionadas considerando a liquidez. A correlação entre os retornos mensais do IBrX-50 e do Ibovespa no período entre janeiro de 2007 e dezembro de 2011 é 0.98. O índice é, portanto, representativo do desempenho dos FIA indexados. As carteiras com gestão profissional ativa serão representadas pelos FIA. Os valores de fechamento mensal das cotas de 224 FIA foram obtidos da base de dados Quantum Axis® a partir de uma pesquisa dos fundos classificados como “Fundos de Ações – Ativos” entre 1/1/2007 e 1/1/2012. Foram excluídos três FIA cujo nome continha as palavras “alavancado” e “leverage”. A lista com todos os FIA encontra-se disponível com os autores. Fundos de investimento em cotas de FIA não foram considerados, isto é, privilegiou-se os fundos *master* e não os *feeder*. A amostra inclui os FIA para investidores qualificados uma vez que o critério principal de pelo menos R\$ 300 mil em investimentos financeiros para qualificação pode ser facilmente alcançado por muitos investidores sem sofisticação. As cotas divulgadas pelos FIA são líquidas das taxas de administração e *performance* e os retornos obtidos com as cotas dos FIA são, portanto, líquidos desses custos de transação.

4 – RESULTADOS

A primeira parte desta seção apresenta os resultados para o caso base, que compreende CA com n igual a 10 ações, rebalanceadas a cada 3 meses e sujeitas a um custo de transação igual a 1,22% do giro total, conforme a Equação 6. Os resultados para as CA com outras quantidades de ações, intervalos de rebalanceamento e custos de transação, são discutidos como testes de robustez na segunda parte.

4.1 Desempenho das CA do caso base

Resumidamente, os resultados indicam que o investidor que optar por uma carteira 1/n com 10 ações escolhidas ao acaso e rebalanceada a cada três meses (caso base) teve retorno logarítmico médio mensal significativamente maior do que o dos 221 FIA e das 50 ações da amostra. O investidor nas CA do caso base tem uma probabilidade significativa de superar o retorno e o quociente retorno-risco do IBrX-50 ou de um FIA ou ação individual escolhidos ao acaso. Há, ainda, uma probabilidade significativa de uma CA apresentar risco mais baixo do que o do IBrX-50.

A distribuição dos retornos médios das CA está acima da dos FIA ao nível de 10% de significância. A distribuição do quociente retorno-risco das CA está acima da dos FIA e ações individuais ao nível de 5% de significância. Como o retorno médio e o quociente retorno-risco dos 71 FIA vinculados a grandes bancos de varejo são menores do que os dos FIA independentes, esses resultados sugerem que as carteiras 1/n são uma alternativa atraente para o pequeno investidor sem sofisticação que tende a usar os produtos financeiros dos grandes bancos com os quais tem relacionamento.

Esses resultados são retratados nas Tabelas 1, 2 e 3 e são discutidos mais detidamente a seguir. Eles são mais contundentes do que os de Santiago e Leal (2015) uma vez que as carteiras 1/n foram formadas sem o uso de informações contidas na série histórica de retornos, como o IS do quadrimestre anterior empregado por esses autores. Além disso, eles complementam a evidência apresentada por Thomé Neto *et al.* (2011) e Rubesam e Beltrame (2013), que não limitaram o tamanho das carteiras 1/n e não enfocaram o investidor pequeno sem sofisticação, ao realçar a atratividade dessas carteiras para esse investidor, sem, contudo, pressupor que elas superem métodos mais complexos de seleção de carteiras.

A Tabela 1 apresenta estatísticas descritivas para as 500 CA do caso base, 221 FIA, 50 ações individuais e o IBrX-50. Cada estatística poderá corresponder a uma CA diferente entre as 500 geradas. Por exemplo, as carteiras com o retorno, desvio padrão e quociente retorno-risco medianos não são necessariamente as mesmas. A média dos retornos logarítmicos médios líquidos das CA é significativamente maior do que a dos FIA, ações individuais e IBrX-50. O FIA com o maior retorno médio (25,8% ao ano) mostrou um desempenho muito melhor do que a CA de maior retorno médio (16,6% ao ano). O investidor que tivesse a sorte de escolher o FIA ganhador se sairia muito melhor do que com a CA ganhadora. Por outro lado, seu resultado seria desastroso se escolhesse o pior FIA, cujo retorno médio foi de -22,8% ao ano comparado a -5,3% ao ano da pior CA. Obviamente, escolher o FIA ganhador é muito difícil a priori, particularmente para o investidor sem sofisticação.

O exame dos máximos, mínimos e do desvio padrão denunciam que resultados catastróficos são surpreendentemente mais frequentes entre os FIA do que entre as CA. Somente 24 (4,8%) CA apresentaram retorno médio negativo. A Figura 1 apresenta um gráfico para as distribuições de retornos médios que mostra que ela é mais concentrada em torno da média nas CA do que nos FIA e ações. O desvio padrão máximo entre os FIA é muito maior do que entre as CA, mas o desvio padrão mínimo entre os FIA é bem menor do que entre as CA. Os FIA não se submetem às limitações impostas às CA por este estudo e podem diversificar com um número muito maior de ações, empregar proteções para reduzir a volatilidade e contar com gestores profissionais. O comportamento dos quocientes retorno-risco na Tabela 1 acompanha o dos retornos.

Tabela 1 – Estatísticas descritivas dos retornos logarítmicos de ativos selecionados entre janeiro de 2007 e dezembro de 2011

Estatística	Retorno médio	Desvio padrão	Quociente Retorno-Risco	Teste t para diferenças do retorno médio
Carteiras 1/n aleatórias (500)				
Média	6,3	23,5	0,28	–
Mediana	6,4	23,3	0,28	–
Mínimo	-5,3	15,8	-0,18	–
Máximo	16,6	33,5	0,88	–
Ações (50)				
Média	2,6	37,0	0,16	0,0000
Mediana	6,2	34,7	0,18	0,2532
Mínimo	-36,4	6,6	-0,71	0,0000
Máximo	25,4	66,9	1,02	0,0000
FIA (221)				
Média	5,7	25,1	0,28	0,0243
Mediana	5,6	24,6	0,23	0,0040
Mínimo	-22,8	6,2	-0,62	0,0000
Máximo	25,8	75,7	3,06	0,0000
FIA varejo (71)				
Média	4,0	24,4	0,18	0,0000
Mediana	4,4	24,6	0,18	0,0000
Mínimo	-6,9	7,3	-0,28	0,0000
Máximo	12,4	45,2	0,65	0,0000
FIA independentes (150)				
Média	6,5	25,4	0,32	0,7450
Mediana	6,7	24,7	0,26	0,8405
Mínimo	-22,8	6,2	-0,62	0,0000
Máximo	25,8	75,7	3,06	0,0000
IBRx50	5,0	25,1	0,20	0,0000
CDI	10,6	0,4	23,99	–

Nota. As estatísticas foram calculadas com base em retornos logarítmicos mensais definidos conforme a Equações 4. Os retornos e o desvio padrão estão em percentuais ao ano. As 500 carteiras 1/n escolhidas aleatoriamente são representadas pelo caso base que consiste de 10 ações, rebalanceamento trimestral e custo de transação de 1,22% do giro total no período dado pela Equação 6. Os retornos das carteiras 1/n e das ações individuais são líquidos de custos de transação. Os retornos dos FIA são líquidos das taxas de administração e performance. Os retornos do IBRx-50 e do CDI são brutos. O quociente retorno-risco é o retorno mensal médio de cada carteira (ou FIA ou ação) dividido pelo desvio padrão dos retornos mensais. Cada estatística poderá corresponder a uma carteira 1/n aleatória diferente entre as 500 geradas, isto é, o máximo para o retorno médio, desvio padrão e quociente retorno-risco não provem das mesmas carteiras 1/n aleatórias ou FIA, por exemplo. "Teste t" indica o valor de prova corresponde ao teste t para a diferença entre médias das estatísticas apresentadas para as carteiras 1/n aleatórias e os demais investimentos. A título de informação, caso o leitor deseje estimar um Índice de Sharpe (Sharpe, 1994), os retornos logarítmicos equivalente anual da taxa SELIC mensal (títulos públicos federais de curto prazo) e do rendimento da caderneta de poupança no período entre janeiro de 2007 e dezembro de 2011 foram de 10,6% e 7,0%, respectivamente. Essas taxas médias são maiores do que todos os retornos médios mostrados na tabela e levam a Índices de Sharpe médios negativos.

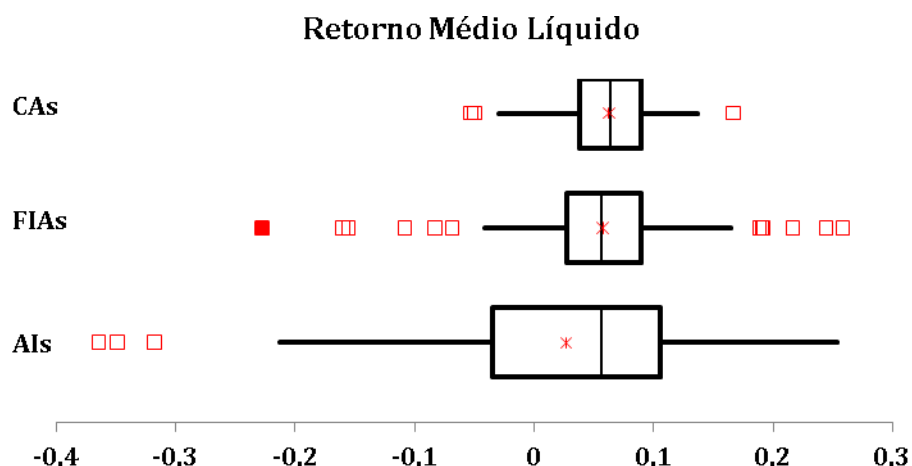


Figura 1 – Gráfico de caixa e bigode (“Box-Whisker”) para os retornos logarítmicos médios líquidos das carteiras 1/n aleatórias com 10 ações e rebalanceamento trimestral (CA), dos FIA e ações individuais (AIs) entre janeiro de 2007 e dezembro de 2011

É de se esperar que o investidor sem sofisticação seja mais frequentemente cotista dos FIA vinculados aos grandes bancos de varejo. A Tabela 1 mostra os FIA segmentados segundo aqueles designados como "de varejo", vinculados a esses grandes bancos, e os demais, chamados de "independentes". Os FIA de varejo são os que continham em seu nome as expressões: "Banco do Nordeste"; Banestes; Banrisul; "Banco do Brasil"; BB; Bradesco; Caixa; HSBC; Itaú; Safra; Santander; Unibanco; Uniclass.

Os FIA de varejo apresentam retorno e quociente retorno-risco máximo, médio e mediano menores do que os independentes, porém um mínimo maior. O retorno médio dos FIA de varejo é significativamente menor do que o das CA. Seu desvio padrão mediano, contudo, é praticamente igual ao dos FIA independentes. O retorno médio e mediano dos FIA independentes não são significativamente diferentes dos das CA. O maior quociente retorno-risco entre os FIA independentes é muito maior do que o máximo das CA, mas o menor, também entre os FIA independentes, é bem menor do que o das CA. As carteiras 1/n parecem ser ainda mais atraentes para investidores sem sofisticação no caso, muito plausível, de eles tenderem a investir nos FIA geridos por instituições do varejo bancário em função de seu relacionamento com essas instituições e dos investimentos iniciais mínimos possivelmente mais elevados entre os FIA independentes.

A Tabela 2 resume os resultados das simulações e mostra que o retorno médio de 322 (64,4%) das 500 CA superou o do IBrX-50 e que 333 (66,6%) delas apresentaram quociente retorno-risco maior do que o deste índice. Por outro lado, apenas 148 (29,6%) das 500 CA apresentaram desvio padrão maior do que o do IBrX-50. Todas essas proporções são significativas ao nível de 1%. É importante notar que o retorno do IBrX-50

não sofre redução com custos de transação e que, portanto, o desempenho dos FIA indexados deve ser ainda pior que o do índice.

Um sorteio simples repetido mil vezes resultou em proporções de 53,4% e de 54,7% das CA escolhidas ao acaso com retorno médio e quociente retorno-risco, respectivamente, superiores ao de um FIA escolhido ao acaso. Por outro lado, o mesmo procedimento resultou em 59,1% das CA com desvio padrão maior do que o do FIA escolhido aleatoriamente. O resultado para o quociente retorno-risco, em particular, indica, mais uma vez, que as carteiras 1/n podem ser uma alternativa atraente para investidores sem sofisticação em relação aos FIA disponíveis no mercado. Esses resultados são significativos ao nível de 5%.

O mesmo procedimento foi repetido para sorteios de ações individuais entre as 50 da amostra. O resultado foi que as CA apresentaram retorno médio e quociente retorno-risco maiores do que o da ação sorteada em 53,5% e 61,5% das vezes, respectivamente. Em contraste, e sem surpresas, 93% das CA apresentaram desvio padrão menor do que a ação sorteada. Estas proporções são significativas ao nível de 5% e encontram-se na Tabela 2. Finalmente, a Tabela 2 também indica que IS calculados para os retornos médios de todas as categorias de investimentos consideradas seriam negativos uma vez que estes retornos médios são menores do que as taxas médias de possíveis candidatas à taxa livre de riscos no período.

A Tabela 3 resume o resultado do teste de Mann-Whitney unicaudal para verificar se as distribuições do retorno médio, desvio padrão e quociente retorno-risco de cada uma das 500 CA, dos 221 FIA e das 50 ações individuais são diferentes. O teste admite que as distribuições comparadas sejam de tamanho diferente. A opção por usar um teste não paramétrico decorre do que se observou na Figura 1.

A hipótese nula da versão geral do teste é que uma distribuição não apresenta valores menores do que a outra. Mais precisamente, afirma que $p(x_1 > x_2) = p(x_2 > x_1)$, onde $p(x_1 > x_2)$ é a probabilidade de que uma observação proveniente da população 1 (x_1) seja maior do que uma observação proveniente da população 2 (x_2), e $p(x_2 > x_1)$ é a probabilidade de que uma observação proveniente da população 2 (x_2) seja maior do que uma observação proveniente da população 1 (x_1).

Tabela 2 – Análise comparativa das carteiras 1/n aleatórias entre janeiro de 2007 e dezembro de 2011

Comparação	Freq.	%	$p(X > \text{Freq.})$
500 carteiras 1/n aleatórias e o IBrX-50:			
$RML_{CA} > RMB_{IBrX-50}$	322	64,4	0,0000
$DP_{CA} < DP_{IBrX-50}$	352	70,4	0,0000
$QRR_{CA} > QRR_{IBrX-50}$	333	66,6	0,0000
1000 sorteios aleatórios de uma CA e um FIA:			
$RML_{CA} > RML_{FIA}$	534	53,4	0,0145
$DP_{CA} < DP_{FIA}$	591	59,1	0,0000
$QRR_{CA} > QRR_{FIA}$	547	54,7	0,0013
1000 sorteios aleatórios de uma CA e uma ação:			
$RML_{CA} > RML_{ação}$	535	53,5	0,0124
$DP_{CA} < DP_{ação}$	930	93,0	0,0000
$QRR_{CA} > QRR_{ação}$	615	61,5	0,0000

Nota. "CA" são as carteiras 1/n aleatórias. "RML" é o retorno médio líquido mensal. "DP" é o desvio padrão dos retornos mensais. "QRR" é o quociente retorno-risco medido pela razão entre o retorno médio líquido e o desvio padrão. "RMB" é o retorno médio bruto, antes de custos de transação. "FIA" é um dos 221 fundos de investimento em ações selecionados. "Freq." é o número de vezes em que a comparação é verdadeira. $p(X > \text{Freq.})$ é a probabilidade binomial de o número de comparações com sucesso observado ("Freq.") ocorrer se, por exemplo, $RML_{CA} > RMB_{IBrX-50}$ e $RML_{CA} \leq RMB_{IBrX-50}$ forem eventos equiprováveis. A probabilidade binomial foi calculada por meio do sítio Stat Trek <<http://stattrek.com/online-calculator/binomial.aspx>> acessado em 29 de maio de 2014.

Tabela 3 – Testes de hipótese para diferenças entre distribuições de indicadores selecionados de retornos entre janeiro de 2007 e dezembro de 2011

	Retorno Médio	Desvio Padrão	Quociente Retorno-Risco
H_0 : FIA = carteiras 1/n			
Valor de prova	0,0791	1,0000	0,0228
A 10% de significância	Rejeita	Não rejeita	Rejeita
A 5% de significância	Não rejeita	Não rejeita	Rejeita
H_0 : ações individuais = carteiras 1/n			
Valor de prova	0,2075	1,0000	0,0040
A 10% de significância	Não rejeita	Não rejeita	Rejeita
A 5% de significância	Não rejeita	Não rejeita	Rejeita

Nota. Teste não-paramétrico de Mann-Whitney para diferença entre duas distribuições do retorno médio, desvio padrão e quociente retorno-risco calculados para as 500 carteiras 1/n aleatórias, 221 FIA e 50 ações. A estatística do teste tem distribuição aproximadamente normal para grandes amostras e seus valores de prova estão mostrados na tabela.

A hipótese nula adotada foi de que as distribuições do retorno médio, desvio padrão e quociente retorno-risco dos FIA e ações não apresentam valores menores do que a distribuição desses indicadores para as CA. A distribuição do retorno médio das CA apresenta valores maiores do que a dos FIA ao nível marginal de significância de 10%. A distribuição do quociente retorno-risco apresenta valores significativamente maiores para as CA ao nível usual de significância de 5%. A distribuição do desvio padrão das CA não apresenta valores em geral significativamente diferentes daqueles dos FIA e ações.

Os resultados apresentados permitem concluir que um investidor que opte por investir em uma carteira $1/n$ formada por 10 ações escolhidas de forma aleatória e rebalanceada trimestralmente tem probabilidade de auferir retorno e quociente retorno-risco significativamente maior do que quem opte por investir em um FIA, notadamente os oferecidos por instituições do varejo bancário, ou ações escolhidos aleatoriamente. As CA também superam, na média, o IBrX-50. O investidor possivelmente estará sujeito a volatilidade menor e menos incidência de retornos extremos desfavoráveis com as CA, embora não se tenha constatado diferenças significativas nas distribuições do desvio padrão. A distribuição do quociente retorno-risco dessas carteiras supera significativamente a dos FIA e ações individuais. As carteiras $1/n$ parecem ser uma alternativa interessante para o investidor sem sofisticação.

4.2 Testes de robustez

A Tabela 4 mostra a análise quando se variou a quantidade de ações (n) enquanto o intervalo de rebalanceamento trimestral permaneceu constante. Ela permite verificar que houve pouca variação do retorno médio e mediano líquido. Contudo, o intervalo entre máximos e mínimos e o quociente retorno-risco diminui com o aumento de n . O desvio padrão apresenta pequena diminuição com o aumento de n . O tamanho da carteira $1/n$ parece ter alguma importância para atenuar o efeito de valores extremos. Os resultados para os diversos tamanhos de carteiras não alteram as conclusões derivadas dos resultados para a carteira com 10 ações em relação a ações e FIA.

A Tabela 5 mostra uma síntese dos resultados quando se variou o intervalo de rebalanceamento das carteiras mantendo as CA com 10 ações. Ela sugere que as CA não apresentam sensibilidade expressiva em relação ao intervalo de rebalanceamento para o retorno médio líquido, desvio padrão e quociente retorno-risco. Contudo, observa-se que a diferença entre o máximo e o mínimo do quociente retorno-risco é menor quando não há rebalanceamento no período amostral de 60 meses (estratégia *buy and hold*). A escolha do intervalo de rebalanceamento parece ter ainda menos influência no resultado do que a quantidade de ações na carteira $1/n$.

Tabela 4 – Estatísticas descritivas de 500 carteiras 1/n segundo quantidades de ações selecionadas (*n*) entre janeiro de 2007 e dezembro de 2011

Estatística	<i>n</i> =5	<i>n</i> =8	<i>n</i> =10	<i>n</i> =12	<i>n</i> =15	FIA	Ações
Retorno logarítmico médio líquido mensal (RML, em % por ano)							
Média	5,7	6,2	6,3	6,2	6,3	5,7	2,6
Mediana	6,0	6,5	6,4	6,4	6,6	5,6	6,2
Máximo	19,1	16,3	16,6	16,0	13,1	25,8	25,4
Mínimo	-11,3	-7,7	-5,3	-4,6	-3,4	-22,8	-36,5
Desvios-padrão dos retornos logarítmicos médios líquidos mensais (DP, em % por ano)							
Média	25,3	23,7	23,5	23,3	22,9	25,1	37,0
Mediana	24,9	23,4	23,3	23,3	22,9	24,6	34,7
Máximo	39,1	36,1	33,5	31,8	30,2	75,7	66,9
Mínimo	14,6	16,0	15,8	16,5	16,4	6,2	6,6
Quociente retorno-risco = RML/DP							
Média	0,25	0,28	0,28	0,28	0,28	0,28	0,16
Mediana	0,24	0,28	0,28	0,28	0,28	0,23	0,18
Máximo	1,07	0,89	0,88	0,80	0,67	3,06	1,02
Mínimo	-0,39	-0,25	-0,18	-0,15	-0,14	-0,62	-0,71

Nota. Estatísticas descritivas selecionadas para indicadores de retorno e risco de 500 carteiras igualmente ponderadas aleatórias com quantidades de ações *n* e rebalanceamento trimestral, 221 FIA e 50 ações individuais. O caso base para *n* = 10 está destacado em itálico. Os retornos logarítmicos médios líquidos mensais das carteiras 1/*n* e ações individuais foram descontados dos custos de transação conforme a Equação 6.

Tabela 5 – Estatísticas descritivas de 500 carteiras 1/*n* segundo intervalos de rebalanceamento selecionados entre janeiro de 2007 e dezembro de 2011

Estatística	1	2	3	4	6	12	20	30	60	FIA	Ações
Retorno logarítmico médio líquido mensal (RML, em % por ano)											
Média	6,3	6,7	6,2	6,2	6,3	6,6	6,3	6,1	6,0	5,7	2,6
Mediana	6,4	6,8	6,4	6,4	6,3	6,7	6,3	6,0	5,9	5,6	6,2
Máximo	16,5	16,6	16,6	16,2	16,2	16,4	16,0	16,1	14,7	25,8	25,4
Mínimo	-5,9	-5,1	-5,3	-5,3	-5,0	-4,1	-4,1	-4,3	-2,9	-22,8	-36,5
Desvio padrão dos retornos logarítmicos médios líquidos mensais (DP, em % por ano)											
Média	24,0	23,9	23,5	23,7	23,5	23,5	23,5	23,2	22,9	25,1	37,0
Mediana	23,7	23,7	23,3	23,5	23,3	23,4	23,4	23,2	22,8	24,6	34,7
Máximo	33,9	34,0	33,5	33,6	33,4	33,8	32,8	32,8	32,5	75,7	66,9
Mínimo	15,8	15,8	15,8	15,9	15,9	16,1	15,8	16,0	15,8	6,2	6,6
Quociente retorno-risco = RML/DP											
Média	0,28	0,30	0,28	0,28	0,28	0,30	0,28	0,28	0,28	0,27	0,16
Mediana	0,27	0,29	0,28	0,27	0,27	0,29	0,27	0,27	0,23	0,26	0,18
Máximo	0,85	0,86	0,88	0,84	0,85	0,87	0,82	0,81	0,76	3,06	1,02
Mínimo	-0,18	-0,15	-0,18	-0,17	-0,17	-0,15	-0,14	-0,16	-0,11	-0,62	-0,71

Nota. Estatísticas descritivas selecionadas para indicadores de retorno e risco de 500 carteiras igualmente ponderadas aleatórias com 10 ações, 221 FIA e 50 ações individuais. Os cabeçalhos das colunas são o número de meses em cada intervalo de rebalanceamento no período total de 60 meses. O caso base para rebalanceamento trimestral está destacado em itálico. O intervalo de rebalanceamento de 60 meses corresponde a uma estratégia "buy and hold" no período amostral. Os retornos logarítmicos médios líquidos mensais das carteiras 1/*n* e ações individuais foram descontados dos custos de transação conforme a Equação 6.

5 – CONCLUSÕES

Este artigo enfocou carteiras igualmente ponderadas e sua atratividade para o pequeno investidor não sofisticado. Pflug *et al.* (2012) afirmam que os pesos convergem para a uniformidade devido aos problemas bem conhecidos do erro nas variáveis e da

ambiguidade da distribuição que afetam estimativas derivadas de séries históricas de retornos e que, ironicamente, métodos criados para lidar com esses problemas atingem sucesso limitado, possivelmente em função de sua gravidade. Além disso, o pequeno investidor em geral não tem capacidade para a gestão ativa efetiva e para empregar métodos mais complexos de alocação em carteiras. Por outro lado, Thomé Neto *et al.* (2011), Santos e Tessari (2012), Rubesam e Beltrame (2013) e Santiago e Leal (2015) são estudos brasileiros que afirmam que há valor nas informações históricas para a formação de carteiras e não descartam a performance igual ou melhor das carteiras formadas por meio de procedimentos mais complexos. Este artigo simula carteiras 1/n segundo um processo de seleção aleatória de ações para verificar se investidores que não usam informações históricas ou de análise fundamentalista das empresas ainda assim conseguiriam desempenho atraente em relação a veículos que estejam ao seu alcance, como os FIA de gestão passiva ou ativa, independente ou vinculada a instituições do varejo bancário. Cabe realçar que este estudo não presume que as carteiras 1/n apresentam desempenho ajustado ao risco melhor do que métodos mais sofisticados de obtenção de carteiras, comparação que não é parte do seu escopo e que já foi realizada por Thomé Neto *et al.* (2011), Santos e Tessari (2012) e Rubesam e Beltrame (2013).

Quinhentas carteiras 1/n simuladas usando os retornos das ações que constituíam o IBrX-50 em janeiro de 2007 foram obtidas para diversas combinações da quantidade de ações (n) e períodos de rebalanceamento. O único critério preliminar para inclusão foi fazer parte deste índice, uma vez que uma das premissas foi a importância da liquidez para o tipo de investidor em tela. O desempenho das carteiras 1/n formadas por ações selecionadas aleatoriamente foi comparado ao IBrX-50, que representou os FIA indexados, 221 FIA selecionados e cada uma das 50 ações.

O caso base constituiu-se de carteiras 1/n com 10 ações selecionadas aleatoriamente rebalanceadas a cada três meses. Em todos os casos se consideraram custos de transação. A probabilidade de o retorno ou o quociente retorno-risco de uma das 500 carteiras 1/n formadas aleatoriamente e selecionada ao acaso ser maior do que o de um FIA ou ação também selecionados aleatoriamente é significativa. O mesmo se dá em relação ao IBrX-50. Coletivamente, a distribuição do quociente retorno-risco das carteiras 1/n simuladas está significativamente acima das distribuições desse indicador para os FIA e ações da amostra. Além disso, observaram-se menos retornos extremos e menor volatilidade entre as carteiras 1/n geradas aleatoriamente e a distribuição dos desvios-padrão das carteiras aleatoriamente formadas não é diferente das distribuições desta estatística entre os FIA. Esses resultados são preocupantes quanto aos FIA, uma vez que a imensa maioria deles, notadamente os geridos por instituições associadas ao varejo bancário, não superam o retorno médio das carteiras 1/n aleatórias que, por sua

vez, aparentam ser uma alternativa atraente para o pequeno investidor em ações sem sofisticação, que dificilmente conseguirá identificar um FIA vencedor ex-ante. Elas também podem ser indicadores de desempenho interessantes para os praticantes, além de poderem consistir em estratégia viável de indexação para fundos fechados negociados em bolsa.

Os resultados relatados são consistentes com os de outros artigos nacionais que também compararam as carteiras 1/n com os FIA, como Santiago e Leal (2015) e Thomé Neto *et al.* (2011). Testes de robustez com resultados para as carteiras 1/n geradas aleatoriamente para outras quantidades de ações e intervalos de rebalanceamento sustentam as conclusões do caso base.

Exercícios de simulação futuros podem verificar a sensibilidade desses resultados quanto a algumas das premissas empregadas. A amostra de ações pode ser ampliada para incluir o máximo de ações possível, o que mediria a sensibilidade dos resultados em relação ao porte das empresas e à liquidez de suas ações. Contudo, o foco poderia deixar de recair sobre o pequeno investidor e os resultados de Rubesam e Beltrame (2013) já sugerem que o desempenho das carteiras 1/n não seria necessariamente melhor. A amostra de onde são selecionadas aleatoriamente as ações pode variar a cada rebalanceamento, mas se as ações forem as constituintes de um índice de ações, o processo periódico de mudança das carteiras teóricas dos índices ponderados por valor de mercado tende a incluir empresas que valorizaram no lugar de outras que desvalorizaram, induzindo a uma eliminação das companhias pior sucedidas e favorecendo as carteiras 1/n formadas a partir das carteiras teóricas que mudam no tempo. Embora seja uma premissa que a natureza aleatória do exercício apresentado e o número elevado de simulações atenuem a dependência desses resultados a períodos específicos, estudos futuros poderão considerar períodos mais extensos e verificar a estabilidade dos resultados para subperíodos de interesse. Finalmente, os modelos sem otimização propostos por Kirby e Ostdiek (2012) ainda não foram aplicados a dados brasileiros e podem ser uma via interessante de investigação, porém não parecem estar ao alcance do investidor sem sofisticação.

6 – REFERÊNCIAS

- BEHR, P.; GUETTLER, A.; MIEBS, F. On portfolio optimization: imposing the right constraints. **Journal of Banking & Finance**, v. 37, n. 4, p. 1232-1242, 2013.
- BENARTZI, S.; THALER, R. H. Naïve diversification strategies in defined contribution saving plans. **The American Economic Review**, v. 91, n. 1, p. 79-98, 2001.

BRITO, N. R. O. O efeito da diversificação de risco no mercado acionário brasileiro. In: BRITO, N. R. O. (Org.). **Gestão de investimentos**. São Paulo: Atlas, 1989. Cap. 5, p. 81-104.

CERETTA, P. S.; COSTA JR., N. C. A. Quantas ações tornam um portfólio diversificado no mercado de capitais brasileiro? In: COSTA JR., N. C. A.; LEAL, R. P. C.; LEMGRUBER, E. F. (Orgs.). **Mercado de Capitais: análise empírica no Brasil**. São Paulo: Atlas, 2000. Cap. 1, p. 19-33.

DEMIGUEL, V.; GARLAPPI, L.; UPPAL, R. Optimal versus naive diversification: How inefficient is the 1/N portfolio strategy? **The Review of Financial Studies**, v. 22, n. 5, p. 1915-1953, 2009.

DUCHIN, E.; LEVY, H. Markowitz versus the Talmudic portfolio diversification strategies. **Journal of Portfolio Management**, v. 35, n. 2, p. 71-74, 2009.

FLETCHER, J. Do optimal diversification strategies outperform the 1/N strategy in U.K. stock returns? **International Review of Financial Analysis**, v. 20, n. 5, p. 375-385, 2011.

KIRBY, C.; OSTDIEK, B. It's all in the timing: simple active portfolio strategies that outperform naive diversification. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, v. 42, n. 2, p. 437-467, 2012.

KRITZMAN M.; PAGE, S.; TURKINGTON, D. In defense of optimization: the fallacy of 1/N. **Financial Analysts Journal**, v. 66, n. 2, p. 31-39, 2010.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. **The Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.

OLIVEIRA, F. N.; PAULA, E. L. Determinando o grau ótimo de diversificação para investidores usuários de Home Brokers. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 6, n. 3, p. 437-461, 2008.

PFLUG, G. CH.; PICHLER, A.; WOZABAL, D. The 1/N investment strategy is optimal under high model ambiguity. **Journal of Banking & Finance**, v. 36, n. 2, p. 410-417, 2012.

RUBESAM, A.; BELTRAME, A. L. Carteiras de variância mínima no Brasil. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 11, n. 1, p. 81-118, 2013.

SANTIAGO, D. C.; LEAL, R. P. C. Carteiras igualmente ponderadas com poucas ações e o pequeno investidor. **Revista de Administração Contemporânea**, 2015. No prelo.

SANTOS, A. A. P.; TESSARI, C. Técnicas quantitativas de otimização de carteiras aplicadas ao mercado de ações brasileiro. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 10, n. 3, p. 369-394, 2012.

SANVICENTE, A. Z. Determinants of transaction costs in the Brazilian stock market. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 10, n. 2, p. 179-196, 2012.

SHARPE, W. F. The sharpe ratio. **Journal of Portfolio Management**, v. 21, n. 1, p. 49-58, 1994.

SWENSEN, D. **Pioneering portfolio management**: an unconventional approach to institutional investment. New York: Free Press, 2009.

THOMÉ NETO, C.; LEAL, R. P. C.; ALMEIDA, V. S. Um índice de mínima variância de ações brasileiras. **Economia Aplicada**, v. 15, n. 4, p. 535-557, 2011.

TU, J.; ZHOU, G. Markowitz meets Talmud: a combination of sophisticated and naïve diversification strategies. **Journal of Financial Economics**, v. 99, n. 1, p. 204-215, 2011.