



MODELOS PARA ANÁLISE ESTRUTURAL DE DEFENSAS PNEUMÁTICAS
UTILIZADAS EM OPERAÇÕES SHIP TO SHIP

Rafael Silva Brasil

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Oceânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Oceânica.

Orientador(es): Murilo Augusto Vaz

Rio de Janeiro
Setembro de 2018

MODELOS PARA ANÁLISE ESTRUTURAL DE DEFENSAS PNEUMÁTICAS
UTILIZADAS EM OPERAÇÕES SHIP TO SHIP

Rafael Silva Brasil

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA OCEÂNICA.

Examinada por:

Prof. Murilo Augusto Vaz, Ph.D.

Prof. Marcelo Igor Lourenço de Souza., D.Sc.

Prof. Gilberto Bruno Ellwanger, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

SETEMBRO DE 2018

Brasil, Rafael Silva

Modelos para Análise Estrutural de Defensas Pneumáticas Utilizadas em Operações Ship to Ship / Rafael Silva Brasil. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2018.

XI, 52 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Murilo Augusto Vaz

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Oceânica, 2018.

Referências Bibliográficas: p. 50-51.

1. Análise estrutural. 2. Defensas pneumáticas. 3. Ship to Ship. I. Vaz, Murilo Augusto. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Oceânica. III. Título.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

MODELOS PARA ANÁLISE ESTRUTURAL DE DEFENSAS PNEUMÁTICAS
UTILIZADAS EM OPERAÇÕES SHIP TO SHIP

Rafael Silva Brasil

Setembro/2018

Orientador: Murilo Augusto Vaz

Programa: Engenharia Oceânica

Neste trabalho, é feita a analogia da análise estrutural de uma defesa pneumática, utilizada em operações de transferência de carga entre navios, com a análise de modelos analíticos de um cilindro e uma esfera sendo pressionados por superfícies planas e rígidas. Foram desenvolvidos e resolvidos numericamente modelos de membrana compostas por materiais elástico e hiperelástico, com o estudo do tipo de contato sem atrito e com atrito (sem escorregamento). Com os resultados encontrados foi possível verificar que o comportamento estrutural do modelo de membrana elástica de formato cilíndrico é semelhante ao das defensas para baixos valores de deflexão, havendo a necessidade de ajustes na modelagem para convergência dos resultados para valores maiores de deflexão.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

MODELS FOR STRUCTURAL ANALYSIS OF PNEUMATIC DEFENSES FOR
SHIP TO SHIP OPERATIONS

Rafael Silva Brasil

September/2018

Advisor: Murilo Augusto Vaz

Department: Ocean Engineering

In this work the structural analysis of a pneumatic fender, used in ship to ship transfer operations, is compared to the analysis done for analytical models of a cylinder and a sphere being pressed by flat and rigid surfaces. Models of membrane composed of elastic and hyperelastic materials were developed and numerically solved, combined with the study of the frictionless and no-slip contact considerations. The results analysis showed that the structural behavior of the cylindrical elastic membrane is similar to the fenders structural response for low deflections values, and the modeling needs to be adjusted for convergence of the results for larger deflections values.

SUMÁRIO

1.	Introdução	1
2.	Operações <i>Ship to Ship</i> (STS) e Defensas.....	5
2.1	– Operações Ship to Ship:	5
2.1.1	– Compatibilidade de navios.....	5
2.1.2	– Localização	6
2.1.3	– Condições climáticas.....	6
2.1.4	– Manobras	7
2.1.5	– Segurança	8
2.2	– Defensas.....	9
2.2.1	– Projeto e escolha de defesa	12
2.3	– Força de reação e energia de deformação.....	16
3.	Revisão Bibliográfica	18
4.	Modelos analíticos	21
4.1	– Membrana cilíndrica.....	21
4.1.1	– Modelo inextensível.....	23
4.1.2	– Modelo constitutivo elástico.....	24
4.2	– Membrana esférica	26
4.2.1	– Contato sem atrito	31
4.2.2	– Contato com atrito (sem escorregamento).....	35
4.2.3	– Resultados	38
4.3	– Analogia com defensas pneumáticas.....	42
5.	Conclusões.....	47
6.	Trabalhos futuros.....	49
7.	Referências	50
8.	Anexo 1	52

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Estimativa de produção de petróleo <i>onshore</i> e <i>offshore</i> no Brasil. Fonte [1].....	1
Figura 2 - Configuração de uma defesa pneumática de borracha. Fonte [2]....	3
Figura 3 - Manobra de aproximação, com dois navios em movimento. Fonte [3]	7
Figura 4 - Tabela com tipos de defensas em função da energia absorvida e força de reação. Fonte [4]	10
Figura 5 - Requisitos das camadas externa e interna de borracha, e referências para os testes que devem ser realizados. Fonte [5].....	11
Figura 6 - Padrão de curva de desempenho. Fonte [5].....	12
Figura 7 - Tabela de deslocamentos por distância entre navios. Fonte [4]	13
Figura 8 - Velocidade de aproximação para operações STS. Fonte [4]	15
Figura 9 - Tabela com indicação de tamanho e número de defensas pneumáticas para operações STS. Fonte [4].....	15
Figura 10 - Seção transversal - Equilíbrio de forças	16
Figura 11 - Força de reação x deslocamento.....	17
Figura 12 - Energia de deformação x deslocamento.....	17
Figura 13 - Seção transversal de membrana cilíndrica sendo comprimida por duas placas rígidas.....	22
Figura 14 - Variação de volume e raio em função do ângulo ψ	25
Figura 15 - Variação de pressão e força por comprimento em função do ângulo ψ	26
Figura 16 - Seção transversal de membrana esférica inflada e sendo comprimida por duas placas rígidas. Fonte [20].....	26
Figura 17 - Região infinitesimal da membrana esférica.	27
Figura 18 - Fluxograma contato sem atrito	34
Figura 19 - Fluxograma contato com atrito	37
Figura 20 – Formato membrana – Modelo sem atrito.	39
Figura 21 – Formato membrana – Modelo com atrito.	39
Figura 22 – Diferença modelos sem atrito e com atrito.....	40
Figura 23 - Extensões principais - Modelo sem atrito	40
Figura 24 - Extensões principais - Modelo com atrito	41
Figura 25 - Dimensões de defensas após deflexão de 60%. Fonte [23]	43

Figura 26 - Curvas de Pressão [kPa] x Deflexão [%]	44
Figura 27 - Curvas de Força de Reação [kN] x Deflexão [%].....	44
Figura 28 - Curvas de Energia [kJ] x Deflexão [%].....	45
Figura 29 - Curvas de desempenho - Modelos analíticos x Defesa Yokohama	46
Figura 30 - Curva de desempenho - Defesa Yokohama 2500x4000 - 50 kPa, fonte [http://www.fendercare.com/uk/news-and-media/downloads/technical- information/].....	52

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Deslocamento do navio A
AB	Metade da largura da região de contato da membrana cilíndrica
B	Deslocamento do navio B
C	Coefficiente para cálculo da distância entre navios A e B
C_1 e C_2	Constantes do material hiperelástico
C_p	Capacidade térmica do gás à pressão constante
C_v	Capacidade térmica do gás à volume constante
c_2	Variável de verificação da condição adiabática do fluido
d	Calado do navio
dT	Incremento de ângulo
$E_{\text{absorção}}$	Energia de absorção
Fr	Força de reação por unidade de comprimento
h	Espessura da membrana na condição II
h_0	Espessura da membrana inicial
h_N	Espessura da membrana antes de ser inflada
h_s	Espessura da membrana na condição I
I_1, I_2 e I_3	Invariantes do tensor de deformações
l	Comprimento da membrana cilíndrica na condição II
L	Comprimento na direção longitudinal da membrana cilíndrica
L_s	Comprimento na direção longitudinal da membrana cilíndrica na condição I
l_0	Comprimento inicial da membrana cilíndrica
l_N	Comprimento da membrana cilíndrica antes de ser inflada
L_N	Comprimento do navio
l_s	Comprimento da membrana cilíndrica na condição I
M	Aproximação da massa dos navios A e B
M1	Deslocamento do navio 1
M2	Deslocamento do navio 2

M_{v1}	Massa virtual do navio 1
M_{v2}	Massa virtual do navio 2
p	Pressão interna do fluido na condição II
p_0	Pressão interna inicial do fluido
p_s	Pressão interna do fluido na condição I
r	Raio da membrana na condição II
r_0	Raio inicial da membrana
r_N	Raio da membrana antes de ser inflada
r_s	Raio da membrana na condição I
U	Energia de deformação
\hat{U}	Função densidade de energia de deformação
v e w	Variáveis de apoio para obtenção das equações de governo
v' , w' e λ'_2	Equações de governo
$v_{Rel.}$	Velocidade de aproximação relativa entre os navios A e B
V	Volume interno na condição II
V_0	Volume interno inicial
V_N	Volume interno antes de ser inflada
V_s	Volume interno na condição I
W_p	Trabalho realizado pelo fluido interno da membrana esférica
W_{Placas}	Trabalho realizado pelas placas rígidas
y	Largura da região de contato
γ	Fator de ajuste para modelo iterativo com atrito
γ_{ar}	Coefficiente de expansão adiabática do ar à temperatura ambiente
δ	Deslocamento das placas rígidas
ϵ	Deformação da membrana cilíndrica na condição II
ϵ_0	Deformação inicial da membrana cilíndrica
ϵ_I	Deformação da membrana cilíndrica na condição I
η	Coordenada vertical de ponto na membrana esférica
$\bar{\eta}$	Coordenada vertical no ângulo de contato

θ	Ângulo azimutal
λ_1, λ_2 e λ_3	Extensões principais
Π	Energia potencial total
ρ	Coordenada transversal de ponto na membrana esférica
$\rho_{\text{água}}$	Densidade da água
ρ_c	Coordenada transversal no ângulo de contato
σ	Força por unidade de comprimento na membrana na condição II
σ_0	Força por unidade de comprimento inicial na membrana
σ_s	Força por unidade de comprimento na membrana na condição I
T	Limite de integração entre as regiões de contato e sem contato
T_c	Ângulo de contato
T_{cc}	Ângulo de contato calculado
ψ	Ângulo meridional

1. Introdução

A produção de petróleo e gás nacional vem crescendo nos últimos anos e com o aumento da exploração e produção na região do pré-sal pela Petrobras e por outras empresas parceiras, a tendência é de que a cada ano sejam alcançados valores cada vez maiores. A Figura 1 mostra a estimativa de produção para os próximos anos no Brasil, segundo informações da Rystad Energy [1], empresa de consultoria no mercado de óleo e gás.

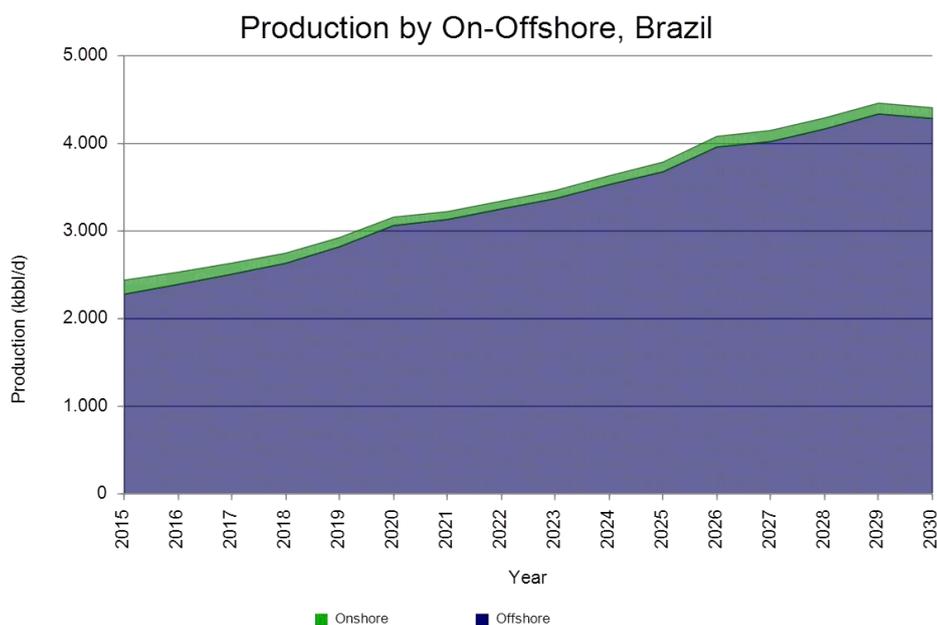


Figura 1 - Estimativa de produção de petróleo *onshore* e *offshore* no Brasil. Fonte [1]

Entretanto, o parque de refino nacional não está acompanhando o crescimento desta produção, não sendo possível processar tudo que produzido no país. E com isso, parte do petróleo produzido está tendo como destino o mercado internacional, como Chile, Estados Unidos, Europa, Índia e China.

Em contrapartida, a exportação do petróleo direto das plataformas é restrita, já que grande parte das unidades de produção das Bacias de Campos, Espírito Santo e Santos estão instaladas com ancoragem do tipo *Spread Mooring* e necessitam de navios com sistemas de posicionamento dinâmico e sistema de carregamento pela proa (*BLS – Bow Loading System*). Devido às suas características peculiares, estes navios são construídos sob demanda e são mais caros que os navios convencionais, sendo utilizados preferencialmente nas operações de *offloading* (descarregamento) das plataformas.

Por este motivo são necessárias operações de transbordo de carga entre os navios com posicionamento dinâmico e navios convencionais, a fim de viabilizar economicamente as longas viagens de exportação, que podem durar até quarenta dias para chegar à China, um dos grandes consumidores do petróleo brasileiro.

As operações de transferência de carga entre navios podem ser realizadas em terminais aquaviários, com cada navio atracado em um berço e utilizando como auxílio para o transbordo os braços de carregamento do terminal. Porém, os portos brasileiros estão saturados e os navios têm que enfrentar grandes filas para conseguir atracar, o que demanda muito tempo e, conseqüentemente, custos gerados pelo pagamento de sobreestadia (custo, US\$/dia, pago pelo afretador ao armador do navio pelo tempo excedente além do contratado).

Uma solução para o problema de congestionamento nos portos brasileiros é a operação chamada de *Ship to Ship (STS)*, que funciona como alternativa logística para casos onde há limitações operacionais dos portos (no que diz respeito ao porte, calado e amarração) havendo a necessidade de transbordo de carga entre navios para que seja possível a carga ou descarga do produto em um determinado berço do terminal.

Esta operação é caracterizada pela transferência de carga de um navio para outro através de mangotes e podem ser realizadas em três tipos de configurações diferentes:

1. Com os dois navios em movimento (*Underway*);
2. Com um dos navios ancorados;
3. Com um dos navios atracados no terminal.

Para assegurar que não haja danos estruturais aos navios envolvidos nas operações STS, são posicionadas defensas entre eles de forma a absorver o impacto devido à velocidade de aproximação da embarcação e da interação entre os cascos com a ação do meio, no decorrer da operação. Estas defensas são dimensionadas de acordo com o tamanho dos navios e tipo de configuração de STS praticada, seguindo regulamentações, que serão detalhadas posteriormente.

As defensas aplicadas nas operações STS são do tipo pneumática de borracha, que possuem entre duas camadas de borracha, interna e externa, uma camada de material sintético trançado (*Tyre-cord layers*), como mostrado na Figura 2 no esquema do guia informativo sobre defensas flutuantes da empresa Trelleborg - *Floating Fenders* [2].

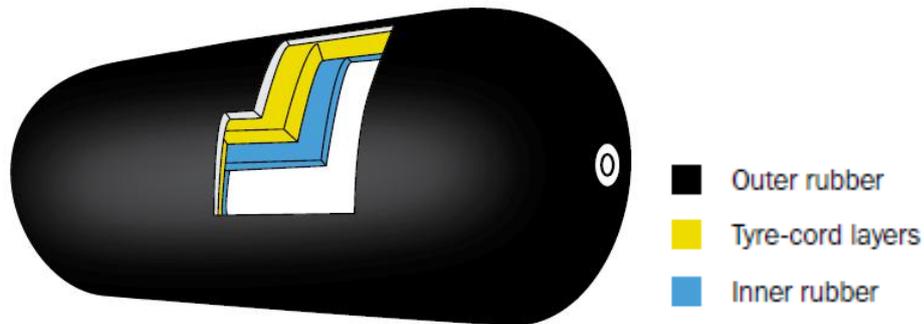


Figura 2 - Configuração de uma defesa pneumática de borracha. Fonte [2]

A principal função de uma defesa é absorver parcialmente, ou totalmente, a energia cinética gerada pelos navios em movimento, dissipando e transformando esta energia em reações que sejam absorvidas de forma segura pela estrutura dos cascos dos navios.

Com o intuito de entender melhor os mecanismos de absorção e reação de energia realizados pelas defensas e outras estruturas infladas, como *airbags* e amortecedores de impacto, serão elaborados estudos e análises de modelos analíticos de membranas infláveis sujeitas a pressão externa por placas planas, simulando o que tipicamente ocorre em uma operação STS.

O objetivo principal deste trabalho é comparar e validar os resultados dos modelos numéricos elaborados com as curvas de desempenho de defensas pneumáticas, sendo possível avaliar qual seria a reserva de resistência que estes sistemas de absorção ainda possuem após a deflexão de 60% do seu diâmetro, valor considerado como limite. Além disso, será possível aplicar variações das propriedades consideradas nos modelos e extrapolar suas curvas de força de reação e energia de deformação.

Artigos e trabalhos anteriores fazem a abordagem deste assunto de diferentes maneiras, variando formas geométricas das membranas (esféricas, cilíndricas e retangulares), formas dos objetos que estão exercendo a pressão, modelos constitutivos dos materiais utilizados, tipos de contato entre os objetos envolvidos (sem atrito, com atrito e com escorregamento), tipo de fluido interno (compressível ou não) e até a dinâmica do movimento de compressão. Muitos destes problemas envolvem não linearidades e necessitam de soluções numéricas, para resolver numericamente sistemas de equações diferenciais não lineares, integrais e derivadas parciais complexas, assim como a necessidade de criação de modelo iterativo para que sejam

variadas as condições iniciais até que sejam satisfeitas as condições de contorno adotadas em cada modelagem.

Neste trabalho, serão apresentados dois modelos analíticos: o primeiro considerando uma membrana cilíndrica elástica com fluido incompressível e isotérmico em seu interior, sujeita ao contato sem atrito entre duas placas planas rígidas; o segundo, de uma membrana esférica composta por material hiperelástico, também com fluido incompressível e isotérmico em seu interior, mas sujeita ao contato sem e com atrito entre as membranas e as placas planas rígidas.

O capítulo a seguir (Capítulo 2) irá explicar melhor sobre as operações STS e defensas, o seu dimensionamento e regulamentações aplicadas ao seu uso. Posteriormente, na revisão bibliográfica (Capítulo 3) são feitas análises de trabalhos anteriores com temas que envolvem deformações de membranas, problemas de contato e como estes foram solucionados. Seguindo a sequência, serão mostrados, no Capítulo 4, os modelos analíticos desenvolvidos e a solução numérica iterativa criada com auxílio do software Maple v.18.00 e MATLAB 2014. Por fim, são apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros no Capítulo 5.

2. Operações *Ship to Ship* (STS) e Defensas

2.1 – Operações *Ship to Ship*:

Uma operação *Ship to Ship* (STS) é definida como sendo a transferência de petróleo e seus derivados entre dois navios amarrados a contrabordo um do outro. Normalmente, a embarcação maior, chamada de receptora ou mãe, irá receber produtos da embarcação menor, chamada provedora, para posterior movimentação da carga transferida por longas distâncias.

O oposto também ocorre no caso das operações de *lightering* (alívio), em que o navio maior precisa diminuir o calado para ter acesso ao berço do porto em que irá descarregar o produto. Estas operações são comuns na região do Golfo Americano, onde os portos possuem restrições para operar com navios da classe Suezmax, capacidade de 150.000 toneladas, e são aliviados por navios menores da classe Aframax, capacidade de 100.000 toneladas.

No Brasil, as operações pioneiras foram realizadas na Baía de Ilha Grande, em águas abrigadas com o navio convencional fundeado, aguardando a aproximação dos navios com posicionamento dinâmico para realizar a transferência de carga. Posteriormente, foi aprovada a utilização de outro ponto de STS próximo ao estado do Espírito Santo, onde os dois navios realizavam a operação em movimento (*underway*).

No cenário atual, as operações STS fundeadas na Baía de Ilha Grande foram suspensas por órgão ambiental e em paralelo estão foram aprovados novos pontos para a realização destas operações com um dos navios atracados ao terminal nos portos de São Sebastião, Angra dos Reis e Açú, e uma nova região para a realização do transbordo em movimento, próximo à Baía de Santos.

Para cada operação de transbordo devem ser feitas análises de risco quanto à localização, às condições climáticas e à compatibilidade dos navios envolvidos, além de ter que estar de acordo com as legislações internacionais e nacionais que regulam este tipo de operação. Estes e outros fatores operacionais são abordados no guia da OCIMF (*Oil Companies International Marine Forum*): *Ship to Ship Transfer Guide for Petroleum, Chemical and Liquefied Gases* [3] e servirão como base para o melhor entendimento das operações STS.

2.1.1 – Compatibilidade de navios

Os navios devem ser compatíveis no que diz respeito ao projeto e equipamentos. Dados como comprimento total, borda livre, posição dos *manifolds*, pontos de

amarração e defensas devem ser informados para que seja feita uma avaliação de compatibilidade por parte da empresa contratada (*Ship to Ship Provider*), assegurando o planejamento da operação e identificando os aspectos que precisam de requerimentos em particular.

2.1.2 – Localização

A definição das áreas de STS deve ser feita pelas autoridades locais, através de análises de riscos de possíveis acidentes e derramamentos de petróleo e/ou seus derivados no mar, a fim de evitar danos ao meio ambiente local. Além disso, as condições ambientais como ondas, correntes e ventos também devem ser favoráveis para a prática.

O tamanho da área das operações STS varia de acordo com o tipo de manobras/operações que serão realizadas. Para operações do tipo *underway* (em movimento) são necessárias grandes áreas de manobra, para que os navios possam se emparelhar lado a lado navegando a baixas velocidades e posteriormente realizar a aproximação e amarração.

Já nas operações *Ship to Ship* com um dos navios atracados ao terminal, a área para manobras se torna menor e mais restrita, de acordo com as limitações do berço/porto em que irão ocorrer. No país, estão sendo realizadas operações nos portos de Açu, Angra dos Reis, São Sebastião e Suape, e estão sendo desenvolvidos estudos para a viabilização em outros portos.

2.1.3 – Condições climáticas

As condições climáticas podem impedir a realização das operações de STS, e são regidas pela jurisdição local que irá definir o limite para o qual é seguro fazer operações de transbordo entre dois navios.

O limite das operações irá depender da interação que a ação do vento, das correntes e das ondas terão no conjunto de navios, defensas e cabos de amarração. Estes limites devem permitir que as etapas de aproximação, amarração, transferência de carga, desamarração e afastamento sejam feitas com segurança e sem riscos de vazamento ou danos ao navio e sua tripulação.

As condições que devem ser monitoradas e avaliadas são: visibilidade; velocidade e direção do vento; altura, período e direção das ondas e previsões do tempo (condições climáticas). Não é uma prática comum criar um patamar inferior que limite as operações de STS, isso porque há uma variação muito grande de como cada estado

de mar irá interferir na ação das defensas, dos cabos de amarração e do movimento de *roll* das embarcações envolvidas, levando em consideração seus deslocamentos e bordas livres.

2.1.4 – Manobras

Há a possibilidade de três tipos de configurações diferentes para manobra e aproximação dos navios nas operações STS:

a. **Manobras lado a lado com os navios em movimento (Underway)**

Neste tipo de manobra, uma das embarcações, geralmente a maior, mantém o aproamento a uma velocidade (reduzida) constante, enquanto a outra realiza manobras para se aproximar. Quando o navio menor estiver próximo, este deve traçar um curso paralelo a uma distância segura do navio com aproamento e velocidade constantes, até que seus *manifolds* estejam praticamente alinhados lado a lado. A partir daí aproximação é feita com a ajuda do leme e dos propulsores do navio que se aproxima, até o contato lateral com as defensas, posicionadas no costado do navio maior. Neste momento, o conjunto se movimenta com aproamento e velocidades iguais, possibilitando a amarração das embarcações. A Figura 3 mostra a aproximação dos navios neste tipo de configuração.

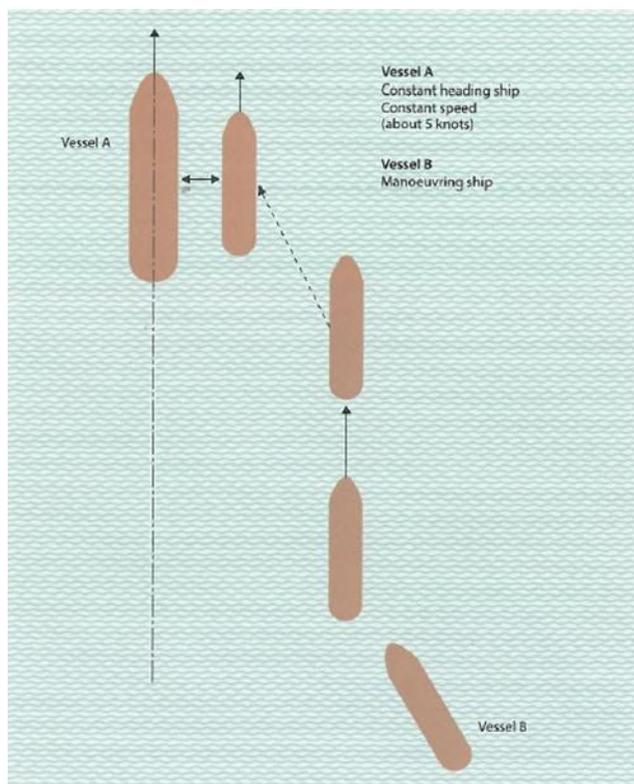


Figura 3 - Manobra de aproximação, com dois navios em movimento. Fonte [3]

Concluída a amarração, há a possibilidade de a operação de transferência de carga ser concluída com o fundeio do conjunto, onde o navio maior será responsável por todas as manobras. Ou, se as condições climáticas forem desfavoráveis para realização da operação em fundeio, a transferência de carga será efetuada com os dois navios em movimento (*underway*).

b. Manobras com um dos navios ancorados (em fundeio)

Operações STS com um dos navios ancorados são muito comuns. Neste tipo de transferência, um dos navios irá para uma área pré-determinada, permitida pelas autoridades marítimas locais, onde irá lançar âncora e estabilizar seu aproamento, de acordo com as condições climáticas e de mar.

Para estas operações é necessária uma análise de risco em especial para avaliar a necessidade do uso de rebocadores a fim de auxiliar nas manobras de aproximação do outro navio, normalmente quando este não possui sistemas de posicionamento dinâmico. Ou ainda, quando as condições de climáticas não estão favoráveis, sendo necessário o uso de rebocador para manter o aproamento da embarcação ancorada, permitindo a aproximação do outro navio.

c. Manobras com um dos navios atracado ao terminal

Os procedimentos para este tipo de operação são similares aos da configuração anterior, pois neste caso ao invés de ancorado, um dos navios estará atracado ao berço do terminal aquaviário.

Entretanto, como os berços tradicionais não foram projetados para este tipo de operação, deve ser realizado um estudo estrutural dos sistemas de amarração e de apoio do navio no berço de atracação, a fim de analisar as cargas e respostas que o conjunto de navios irá exercer sobre estes. Além disto, devem ser feitas simulações para a realização das manobras de atracação e desatracação do segundo navio que irá participar da operação. Por fim, estes estudos e simulações devem ser aprovados pelas autoridades marítimas locais e pela administração portuária.

2.1.5 – Segurança

Em todas as operações STS, os comandantes de cada navio são os responsáveis por todas as ações a bordo e pelas consequências caso algo ocorra fora do previsto. Por este motivo, todos os procedimentos devem estar de acordo com as regulamentações internacionais no que diz respeito a transporte e transferência de carga (Petróleo, produtos químicos e gases liquefeitos de petróleo).

Além disto, para cada operação devem ser feitas análises de risco quanto ao local onde será realizada e quanto às especificações técnicas dos equipamentos de cada navio, a compatibilidade entre eles e os aspectos operacionais a bordo. Com isso, será possível verificar cada possibilidade de falha e suas consequências, avaliando assim o risco de cada operação. O nível de cada análise irá depender da complexidade da operação em questão.

2.2 – Defensas

Defensas foram projetadas primordialmente para agir como uma interface entre o navio e o berço de atracação de um terminal aquaviário, desempenhando a função de absorver parcialmente, ou totalmente, a energia cinética gerada pela massa do navio em movimento, seja no momento de aproximação do berço ou quando estiver atracado. A função da defesa é transformar esta energia em reações que sejam absorvidas de forma segura pelas estruturas do navio e do terminal.

Quando estas são feitas de borracha, material geralmente muito macio, a maior parte da energia é absorvida através de sua deformação elástica e outra parte também é transferida para estrutura do terminal e das chapas do navio, ou no caso das operações STS, pelo costado dos dois navios envolvidos. Parte desta energia gerada no impacto também é dissipada através da geração de calor (histerese).

O uso de defensas é prática comum em portos que recebem grandes navios, pois não é suficiente apenas o reforço de sua estrutura de acostagem com madeira e pneus. Além disso, as defensas são utilizadas para operações de acostagem entre estruturas flutuantes, absorvendo a energia do impacto da aproximação e dos movimentos devido às ações climáticas, como nas operações de STS e na área de produção de petróleo offshore.

A escolha do tipo de defesa que será utilizada para cada operação e tamanho de navio se baseia no modo com que estas absorvem a energia cinética, transformando-a em energia potencial elástica, e como dissipam essa energia do movimento. A Figura 4, do *Guidelines for the Design of Fenders Systems: 2002* [4], mostra os diferentes tipos de defensas em função da energia cinética que são capazes de absorver e da reação que irão gerar nas estruturas envolvidas.

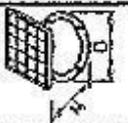
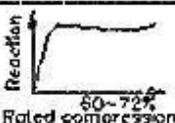
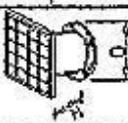
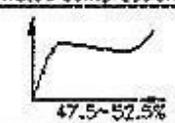
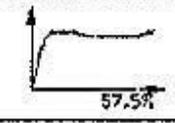
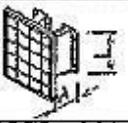
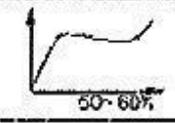
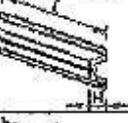
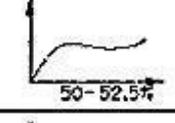
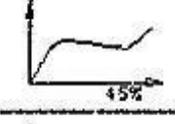
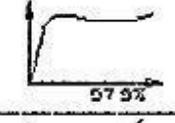
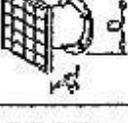
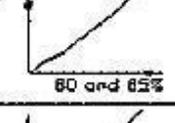
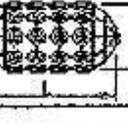
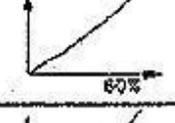
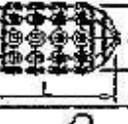
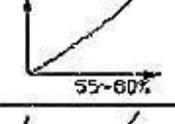
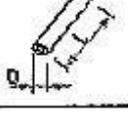
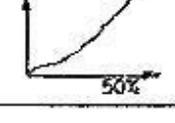
Type	Fender shape	Sizes in mm	Reaction kN	Energy kNm	Performance curve	
Buckling type fender	Circular shape of the buckling fender with panel contact		D/H 500/300 ↓ 3200/2000	60 ↓ 4660	9 ↓ 4840	 60-72% Rated compression
			D/H 650/400 ↓ 3350/3000	56 ↓ 5688	10 ↓ 6570	 47.5-52.5%
	Longitudinal shape of the buckling fender with panel contact		H/L 300/600 ↓ 1800/2000	66 ↓ 1708	9 ↓ 1260	 57.5%
			H/L 400/500 ↓ 2500/4000	140 ↓ 6900	22 ↓ 7000	 50-60%
	Buckling fender with direct contact		H/L 250/1000 ↓ 1000/2000	150 ↓ 2290	15 ↓ 940	 50-52.5%
			H/L 200/1000 ↓ 1300/3500	150 ↓ 3400	10 ↓ 1500	 45%
		H/L 300/600 ↓ 1000/2000	45 ↓ 646	6 ↓ 297	 57.5%	
Pneumatic	Airblock		D/H 600/450 ↓ 3200/3200	138 ↓ 6210	15 ↓ 4990	 80 and 85%
	Pneumatic		D/L 500/1000 ↓ 4500/12000	50 ↓ 10570	4 ↓ 9080	 60%
	Foam filled		D/L 1000/1500 ↓ 3500/8000	200 ↓ 4050	41 ↓ 3000	 55-60%
Side loaded	Cylindrical		D/L 150/1000 ↓ 2800/5800	20 ↓ 6600	3 ↓ 5000	 50%

Figura 4 - Tabela com tipos de defensas em função da energia absorvida e força de reação. Fonte [4]

Nas operações STS, são utilizadas as defensas do tipo pneumática de borracha, que como explicado anteriormente são compostas por duas camadas de borracha nas extremidades interna e externa, com uma camada de material sintético trançado entre elas e ar pressurizado no seu interior.

Assim como os demais tipos, estas defensas têm especificações quanto à quantidade de energia cinética que são capazes de absorver e transmitir, variando seu tamanho e a pressão interna. No caso das defensas pneumáticas de borracha de alta pressão, a norma ISO 17357 - *Ships and marine technology - Floating pneumatic rubber fenders* [5] especifica o tipo de material utilizado, a função de cada um de seus elementos, suas dimensões e o desempenho esperado. Além disso, são detalhados os procedimentos de teste e de inspeções a que devem ser submetidas, como podemos ver na Figura 5.

Outer and Inner Rubber Material Properties Requirements

Test item	Test method	Required value	
		Outer rubber	Inner rubber
Before ageing			
Tensile strength	BS ISO 37	18 Mpa or more	10 Mpa or more
Elongation	BS ISO 37	400% or more	400% or more
Hardness	ISO 7619	60 +/- 10 (durometer hardness test type A)	50 +/- 10 (durometer hardness test type A)
After ageing	ISO 188	Air oven ageing, 70°C +/- 1°C. 96 h	Air oven ageing, 70°C +/- 1°C. 96 h
Tensile strength	BS ISO 37	Not less than 80% of the original property	Not less than 80% of the original property
Elongation	BS ISO 37	Not less than 80% of the original property	Not less than 80% of the original property
Hardness	ISO 7619	Not to exceed the original property by more than 8	Not to exceed the original property by more than 8
Tear	BS ISO 34-1	400 N/cm or more	No requirement
Compression set	ISO 815	30% (70°C +/-1°C for 22h) or less	No requirement
Static ozone resistance	ISO 1431-1	No cracks after elongation by 20% and exposure to 50 pphm ¹ at 40°C for 96 h.	No requirement

NOTE: if the colour of the outer rubber is not black, the material requirements will differ from those in this table.
1 pphm: parts of ozone per hundred million of air by volume

Properties of the inner and outer rubber as adapted from ISO 17357: 2002 Ships and Marine Technology –High-pressure Floating Pneumatic Rubber Fenders.

Figura 5 - Requisitos das camadas externa e interna de borracha, e referências para os testes que devem ser realizados. Fonte [5]

O desempenho de uma defesa pneumática de borracha é avaliado de acordo com a energia absorvida, a força de reação devido à sua deflexão e a pressão transmitida ao casco do navio. Estes três parâmetros estão presentes nas chamadas Curvas de Desempenho (*Performance Curves*), que precisam ser geradas para cada variação de diâmetro, comprimento e pressão interna das defensas, como mostrado no padrão na Figura 6.

A norma ISO 17357 [5] apresenta tabelas com diferentes dimensões e pressões do ar interno (50 kPa e 80 kPa) e para cada modelo define quais devem ser os valores mínimos de energia absorvida, força de reação e pressão no casco, a uma deflexão de 60% do seu diâmetro inicial. E atendendo a estas especificações, fabricantes disponibilizam curvas de desempenho das diferentes defensas que produzem e o

resultado esperado de cada uma delas, como mostrado no anexo 1 para o fabricante Yokohama.

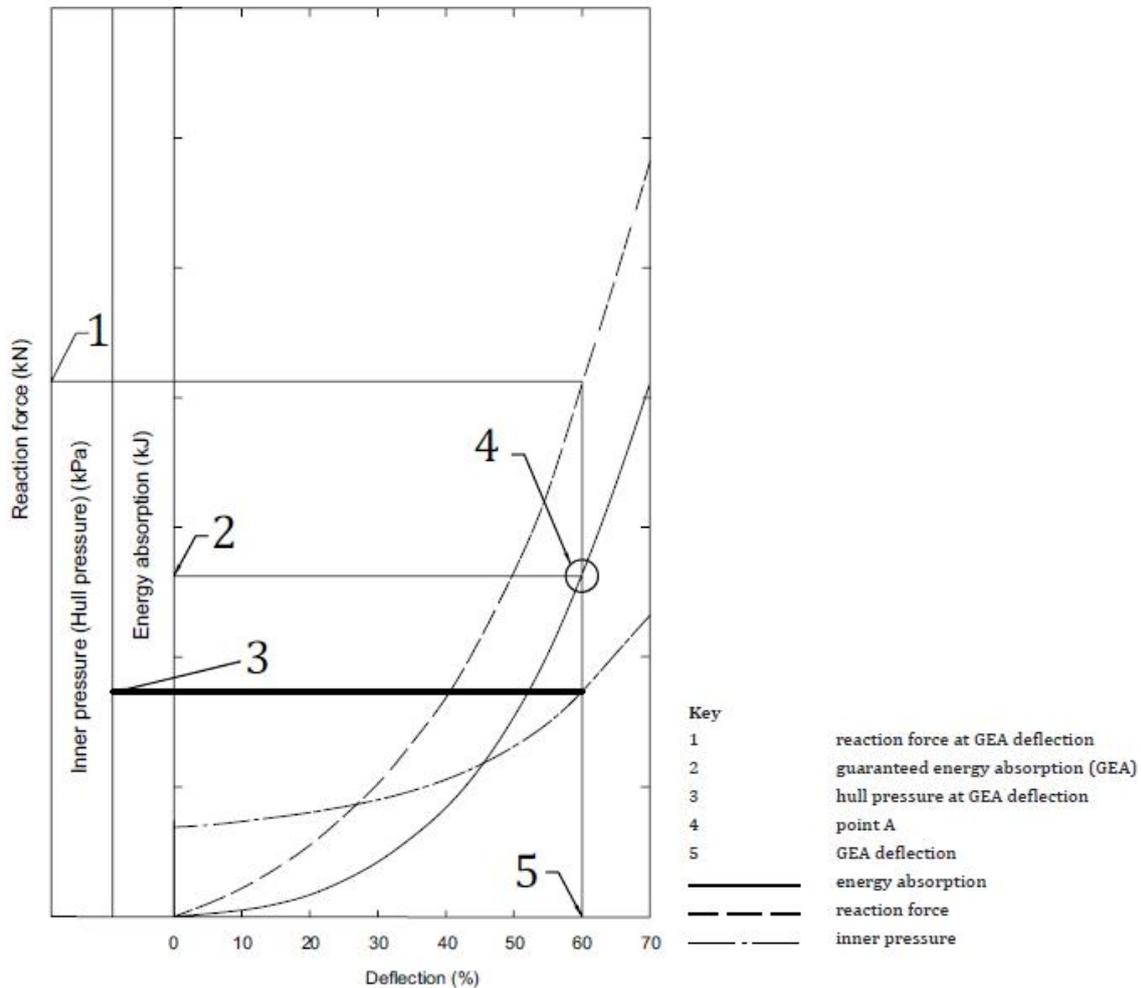


Figura 6 - Padrão de curva de desempenho. Fonte [5]

2.2.1 – Projeto e escolha de defesa

O principal parâmetro para a definição das dimensões e pressão interna de uma defesa pneumática de borracha é a energia de absorção. Esta energia deve ser calculada com base na energia cinética do navio, ou navios, no momento do contato entre as estruturas envolvidas, levando em consideração o ângulo de inclinação e a velocidade vertical perpendicular relativa de aproximação.

O guia para o projeto de defensas [4] utiliza fórmulas empíricas e tabelas para a determinação de parâmetros que irão orientar a escolha das dimensões recomendadas das defensas que deverão ser utilizadas em uma operação *Ship to Ship*:

a. Distância entre os navios

A distância entre os navios é uma das premissas para escolha de um sistema de defensas. Esta dimensão deve ser grande o suficiente para que não haja o contato entre os cascos, superestruturas e equipamentos dos dois navios, quando suscetíveis ao ângulo máximo de inclinação lateral devido ao movimento de *roll* (movimento de rotação em relação ao seu eixo longitudinal), que será função das condições climáticas e de mar durante a operação.

Uma boa aproximação para a distância entre os navios em condições climáticas favoráveis, segundo o guia [4], pode ser dada através da relação entre os deslocamentos dos navios envolvidos na operação, através da Equação (1), com os valores encontrados na Figura 7.

$$C = \frac{2 * A * B}{A + B} \tag{1}$$

onde, A e B são os deslocamentos em toneladas e C o valor para entrar na tabela mostrada na Figura 7.

VESSEL SIZE DISPLACEMENT Tonnes	FENDERS STAND OFF DISTANCE
500	0.9-1.0 m
1000	0.9-1.4 m
3000	1.2-1.7 m
6000	1.2-2.0 m
10,000	1.5-2.2 m
25,000	1.5-2.2 m
50,000	1.8-2.5 m
100,000	2.4-3.3 m
200,000	2.4-3.7 m
330,000	3.3-4.0 m
470,000	4.0-4.5 m
790,000	4.2-4.5 m

Figura 7 - Tabela de deslocamentos por distância entre navios. Fonte [4]

b. Energia de absorção

Este é um dos parâmetros mais importantes para o projeto de defensas em operações *Ship to Ship*, pois o correto dimensionamento irá evitar danos devido à transferência de energia cinética para a estrutura dos cascos. A principal premissa é de que cada uma das defensas do sistema seja capaz de absorver e transmitir o máximo de energia que possa ser gerada durante uma operação. Isso porque no momento da

aproximação, geralmente há o contato do casco com apenas uma das defensas e posteriormente nas demais.

Para o cálculo da energia de absorção necessária, são utilizados como variáveis os deslocamentos (em toneladas) dos navios envolvidos e a velocidade relativa do navio que está em manobra de aproximação, ou seja, a energia cinética do sistema.

Novamente, a referência [4] simplifica o cálculo da energia de absorção segundo a Equação (2).

$$E_{\text{absorção}} = \frac{M \cdot v_{\text{Rel.}}^2}{2} \quad (2)$$

onde, $v_{\text{Rel.}}$ é a velocidade de aproximação relativa do navio que está em manobra; e M representa uma aproximação da massa dos dois navios e pode ser obtida segundo Equação (3):

$$M = \frac{M1 * M2}{M1 + M2} \quad (3)$$

onde, $M1 = M1 + Mv1$ para o navio 1;

$M2 = M2 + Mv2$ para o navio 2;

sendo, $M1$ e $M2$ os deslocamentos, em toneladas, dos navios 1 e 2, respectivamente.

$Mv1$ e $Mv2$ são as massas virtuais, também em toneladas, dos navios 1 e 2, respectivamente. Estas representam as massas, ou momentos de inércia adicionados pelas partículas fluídas que se movimentam ao redor dos cascos dos navios quando estes se transladam ou rotacionam e podem ser calculadas de acordo com a aproximação de Ueda et al. [6], Equação (4), que tem como parâmetros a densidade da água ($\rho_{\text{água}}$, aproximadamente 1,025 ton/m³ da água do mar), comprimento do navio (L_N , em metros) e seu respectivo calado (d , em metros):

$$Mv_i = \rho_{\text{água}} * L_N * d^2 * \frac{\pi}{2} \quad (4)$$

A velocidade de aproximação $v_{\text{Rel.}}$, ou de contato, é a velocidade normal em relação ao casco do navio, que se encontra com as defensas, e terá influência das condições de vento e de mar, do tamanho do navio, do nível de carregamento e do sistema de propulsão disponível do navio que está em manobra. Em particular, para as operações *Ship to Ship*, a velocidade considerada no projeto de defensas é maior do que a utilizada para operações normais, como para atracação no berço de um terminal aquaviário, por exemplo.

No guia para dimensionamento de defensas [4], há uma sugestão de velocidades [m/s] de aproximação para operações STS em condições climáticas favoráveis, de acordo com o deslocamento do navio que está em manobra, como mostrado na Figura 8.

Vessel Size (Displacement tonnes)	Closing Velocities (m/s)
500-8,000	0.3-0.5
10,000-45,000	0.25-0.4
50,000-85,000	0.2-0.3
100,000-200,000	0.2-0.25
330,000 and up	0.15-0.25

Figura 8 - Velocidade de aproximação para operações STS. Fonte [4]

c. Tipo e estilo da defesa

Os sistemas de defensas geralmente são classificados de acordo com o modo com que absorvem a energia cinética, transformando-a em energia potencial, e como transmitem esta energia do movimento, como mostrado na Figura 4.

A tabela indicada na Figura 9 dá uma indicação para a escolha do tamanho de defensas (pneumáticas) em função do deslocamento e da velocidade de aproximação dos navios, mas não pode ser dado como determinística, tendo que ser elaborado todo o projeto e dimensionamento de acordo com o indicado nos itens anteriores.

Displacement	Relative Berthing Velocity	Energy	Suggested Quantity Pneumatic Fender	Typical Fender
Tonnes	m/s	kNm		Metres
1000	0.3	24	3 or more	1.0 x 2.0
3000	0.3	74	"	1.5 x 3.0
6000	0.3	140	"	2.5 x 5.5
10,000	0.25	170	"	2.5 x 5.5
30,000	0.25	400	4 or more	3.3 x 6.5
50,000	0.20	480	"	3.3 x 6.5
100,000	0.15	540	"	3.3 x 6.5
150,000	0.15	710	5 or more	3.3 x 6.5
200,000	0.15	930	"	3.3 x 6.5
330,000	0.15	1550	4 or more	4.5 x 9.0
500,000	0.15	2310	"	4.5 x 9.0

Figura 9 - Tabela com indicação de tamanho e número de defensas pneumáticas para operações STS. Fonte [4]

2.3 – Força de reação e energia de deformação

Neste tópico, será abordada uma metodologia para o cálculo da força de reação e da energia de deformação em estruturas pneumáticas de formato cilíndrico e esférico sendo pressionadas por placas rígidas, semelhante ao que ocorre com as defensas nas operações STS.

Para o cálculo da força de reação, será feito o equilíbrio de forças que estão atuando no sistema. Vamos considerar que a pressão externa às estruturas pneumáticas é nula, sua pressão interna inicial é p_0 e após aproximação das placas rígidas sua a seção transversal assume a configuração mostrada na Figura 10 abaixo:

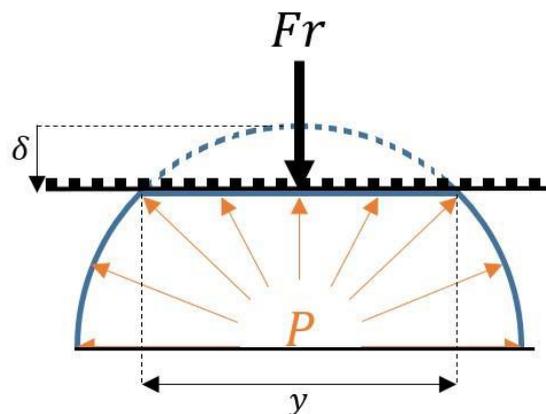


Figura 10 - Seção transversal - Equilíbrio de forças

Com isso, temos que a força de reação F_r por unidade de comprimento será função da dimensão da região de contato y e da pressão interna p , que variam de acordo com o deslocamento realizado pelas placas rígidas na compressão das estruturas pneumáticas δ , como mostrado na Equação (5):

$$F_r(\delta) = y(\delta) * p(\delta) \quad (5)$$

A partir da Equação (5) podemos fazer um gráfico da força de reação em função do deslocamento realizado, como no exemplo mostrado na Figura 11, considerando uma defesa de 2,0 m de diâmetro e 3,5 m de comprimento com pressão inicial de 50kPa.

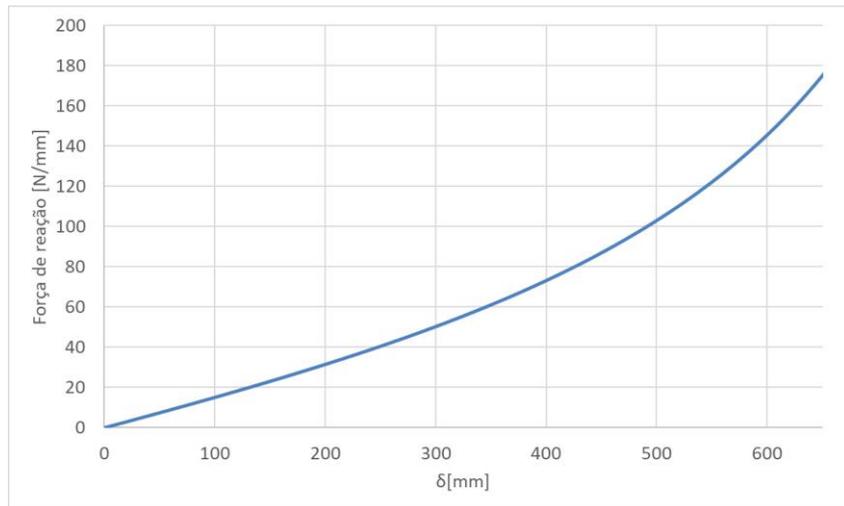


Figura 11 - Força de reação x deslocamento

Para o cálculo da energia de deformação por unidade de comprimento, iremos considerar o sistema como sendo conservativo, onde não há dissipação de energias. A partir deste princípio, temos que todo o trabalho (W_{Placas}) realizado pelas placas rígidas será armazenado nas estruturas pneumáticas em forma de energia elástica (U), podendo ser recuperada com o afastamento das superfícies.

O valor do trabalho realizado é obtido através da integração da curva da força de reação em função do deslocamento como na Equação (6), que pode ser resolvida através de métodos de integração numérica, como a Regra do Trapézio ou o Método de Simpson, onde é realizado o cálculo da área sob a curva. Na Figura 12, é mostrado resultado da energia calculada com base na curva da força de reação do exemplo.

$$U = W_{Placas} = 2 \cdot \int_0^{\delta} F_r(\delta) \cdot d\delta \quad (6)$$

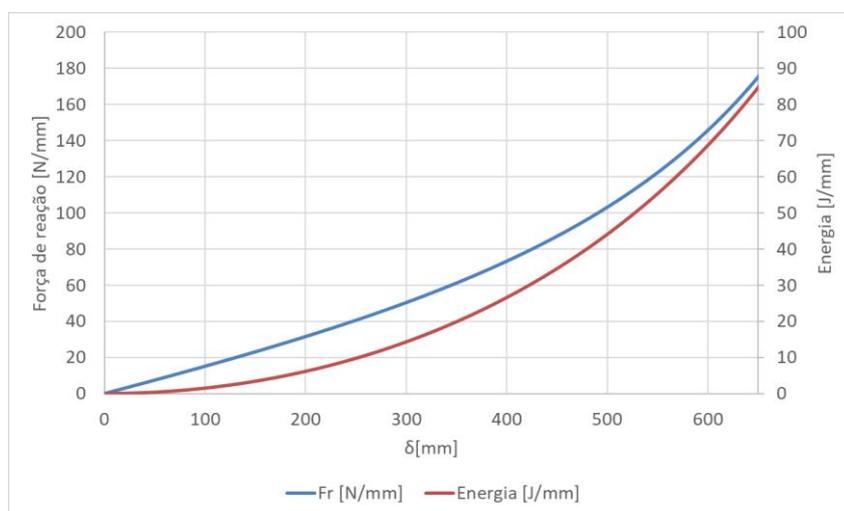


Figura 12 - Energia de deformação x deslocamento.

3. Revisão Bibliográfica

Modelos de membranas infladas/pneumáticas são normalmente utilizados para a representação de diferentes tipos de estruturas aplicadas para amortecimento, absorção de impacto e isolamento de vibrações, como exemplo temos os *airbags*, suspensões, defensas e até mesmo projetos de estruturas espaciais, pelo fato de serem leves e de fácil transporte, como citado por Kumar e DasGupta [7].

Além disso, muitos modelos são elaborados para aproximar as membranas ao comportamento de estruturas biológicas como nossas células e microcápsulas, citados por Nguyen *et al.* [8] e Sohail e Nadler [9], e também por conta da semelhança estrutural com nossos vasos sanguíneos e sistema circulatório, como citado por De Simone e Luongo [10].

Modelos de membrana são utilizados geralmente para análises de grandes deformações, geradas por pressão localizada ou distribuída uniformemente ao longo de sua extensão, podendo levar à sua ruptura. A base para as análises de grandes deformações é a teoria da elasticidade não linear, que teve a sua primeira abordagem por Green e Adkins [11] em 1960.

Muitos estudos abordando o tema sobre o comportamento estrutural das membranas com fluido em seu interior foram publicados nos últimos anos, com isso há uma grande variedade de modelos e análises diferentes que foram desenvolvidas. Geometria, tipo de material, dinâmica do movimento, contato e forma dos objetos de contato são as características que variam nos modelos de membrana apresentados até o momento.

A geometria do modelo de membrana varia de acordo com a aplicação proposta pelo autor. Em um dos primeiros trabalhos publicados, Feng e Huang, [12] utilizaram como base para o seu estudo uma membrana quadrada plana, que após inflada é colocada em contato com uma anteparo plana rígida. Modelos planos circulares também foram analisados por Selvadurai [13], Long *et al.* [14] e Patil *et al.* [15]. Além disso, na literatura, há publicações de membranas representadas como filmes retangulares compridos apoiados sobre dois pontos e posteriormente inflados para entrar em contato com placas planas rígidas, como a abordagem de Srivastava e Hui [16] e [17]. Entretanto, os modelos que mais se assemelham as defensas pneumáticas são os de membranas esféricas, que já foram abordados por Dacko e Glockner [18], Nadler [19], Sohail *et al.* [9], Kumar e DasGupta [20], Nguyen *et al.* [8], Kumar e DasGupta [7], e cilíndricas em estudos elaborados por De Simone e Luongo [10] e Patil *et al.* [21].

Usualmente, os materiais utilizados para estruturas de membranas infladas e sujeitas a grandes deformações são de borracha ou polímeros, com propriedades semelhantes às da borracha. Estes materiais não se comportam de maneira linear e aumentam consideravelmente a complexidade do problema de acordo com a lei constitutiva que será aplicada. Para grandes deformações, normalmente, são utilizadas relações de hiperelasticidade e de viscoelasticidade, esta última quando o histórico das deformações e a dissipação de energia são levados em consideração no resultado final.

Os modelos elaborados de membranas hiperelásticas, em sua grande maioria, utilizam as relações constitutivas de Mooney-Rivlin [12], [20], [21], [15] e neo-Hookean [14], [19], [9], [16]. Com o intuito de analisar qual modelo constitutivo hiperelástico melhor representava uma membrana de borracha, Selvadurai [13] publicou trabalho interessante em que realizou experimentos com corpos de provas para comparação dos resultados com os modelos de Mooney-Rivlin, neo-Hookean, Blatz-Ko, Yeoh e Ogden, mostrando que os mais simples têm melhor correlação com os experimentos realizados.

Quando utilizadas para amortecer e absorver impactos, as membranas estão em contato com demais estruturas, e de acordo com as propriedades consideradas para as superfícies pode haver aderência entre ambas, o que altera o cálculo da tensão ao longo da extensão da membrana. O problema do contato é complexo e foco de grande parte das publicações utilizadas como base para este trabalho, onde são considerados modelos sem atrito [12], [19], [9], [10], [7], com atrito [13], [14], [20], [8], [16], [21], [17] e com atrito e escorregamento [*stick-slip*] [20] e [8]. Mesmo nos modelos sem atrito, as regiões de contato e sem contato são analisadas separadamente, havendo sistemas de equações para cada uma, e no ponto de contato, no limite entre elas, são impostas as condições para dar continuidade ao problema.

Ainda no que diz respeito ao contato, há publicações que tem como foco o estudo da energia de adesão com o afastamento das superfícies, como realizado nos trabalhos de Long et al. [14] e Patil et al. [21].

A forma geométrica das superfícies que entram em contato com as membranas também é uma das variações do problema. Superfícies longas planas rígidas são usualmente utilizadas, como nas abordagens de [7], [8], [14], [16], [17], [19], [20], mas há casos em que são consideradas superfícies planas curtas, [10], [18], ocorrendo o entalhe da membrana nas extremidades. A publicação de Dacko e Glockner [18] ainda aborda a aplicação de carga sobre a membrana de forma concentrada e com superfície de forma cilíndrica.

Abordagens menos usuais com elementos rígidos são feitas por Feng e Huang [12], que utilizam um parabolóide elíptico como superfície de contato, e Selvadurai [13], que utiliza uma esfera rígida com o mesmo propósito. Sohail *et al.* [9] faz uma análise interessante simulando a perfuração de uma célula por uma superfície cônica nos dois polos da membrana, mostrando nos resultados que quanto menor o ângulo do cone, menor é a força necessária para deformar a membrana e maior é a tensão observada nos polos.

Superfícies de contato deformáveis são foco das publicações de Patil *et al.* [15], [21]. Em [15], analisa o problema de contato de uma membrana circular que é inflada e posta em contato com uma superfície deformável de rigidez linear e uniforme. E, em [21], faz o estudo de uma membrana cilíndrica inflada pressionada em suas extremidades por placas planas de mesmo raio e entra em contato com uma superfície cilíndrica deformável que está ao seu redor.

Em todas as publicações que serviram como base para este estudo, o fluido interno das membranas é considerado incompressível e ideal, não havendo a dissipação de energia através de calor, mas sendo considerado o trabalho realizado no mesmo.

Ponto relevante na análise de membranas é que estas estão sujeitas ao enrugamento quando submetidas a cargas uniformes ou distribuídas, diferentemente do que ocorre nos modelos de casca, onde são admitidas cargas compressivas e devido à instabilidade estrutural há flambagem do material. Desta forma, há a necessidade de que o fenômeno de enrugamento seja considerado em projetos em que seu efeito é significativo na resposta estrutural da membrana, como citado por Dacko e Glockner [18]. Nadler [19], em sua publicação, também considera o enrugamento da membrana e faz o estudo do seu surgimento e da região suscetível a este fenômeno.

4. Modelos analíticos

O principal objetivo da dissertação de mestrado será fazer a representação, através de modelos analíticos, de uma defesa pneumática de borracha de alta pressão, utilizada nas operações *Ship to Ship*, e através desta representação analisar melhor o seu comportamento sob diferentes cenários. Com isso, será possível avaliar se o seu dimensionamento e aplicação, como detalhado por [4], estão sendo aplicados de maneira conservadora ou se podem ser levadas mais ao limite de sua capacidade sem que haja o seu colapso.

Será possível fazer a comparação das curvas de força de reação e energia de absorção das defensas pneumáticas (Yokohama) com as que serão geradas através dos modelos analíticos, variando as propriedades do material e espessura utilizados nas membranas.

Foram elaborados dois modelos analíticos da defesa que tiveram como referência os modelos desenvolvidos nas publicações de De Simone e Luongo [10] e Kumar e Das Gupta [20], de uma membrana cilíndrica e de uma membrana esférica, respectivamente. A reprodução dos modelos já existentes ajudará a entender melhor os resultados encontrados nas publicações e fazer considerações diferentes para que o modelo se adeque às respostas esperadas para defensas pneumáticas, que são tipicamente utilizadas nas operações STS.

Primeiro passo para a elaboração dos modelos analíticos é a definição de sua geometria, material utilizado, condições de contorno, condições iniciais, tipo de fluido interno, tipo de superfície que irá comprimir a membrana e as condições de contato. Com isso, são definidas as equações gerais que vão reger o problema, são aplicadas as equações constitutivas de cada tipo de material e posteriormente, para cada tipo de contato, são resolvidos diferentes sistemas de equações através de modelos iterativos.

4.1 – Membrana cilíndrica

Considera-se uma membrana cilíndrica comprimida entre duas placas rígidas. Sua condição inicial (I) em forma circunferencial é conhecida e mostrada na Figura 13(I). No tempo t , as placas rígidas se aproximam, comprimindo o tubo pneumático e reduzindo o seu raio para $(r = \bar{r})$. Aparece um novo ponto de interesse B, que separa a parte que está em contato com a placa (AB) da parte livre (BC), como mostrado na Figura 13(II).

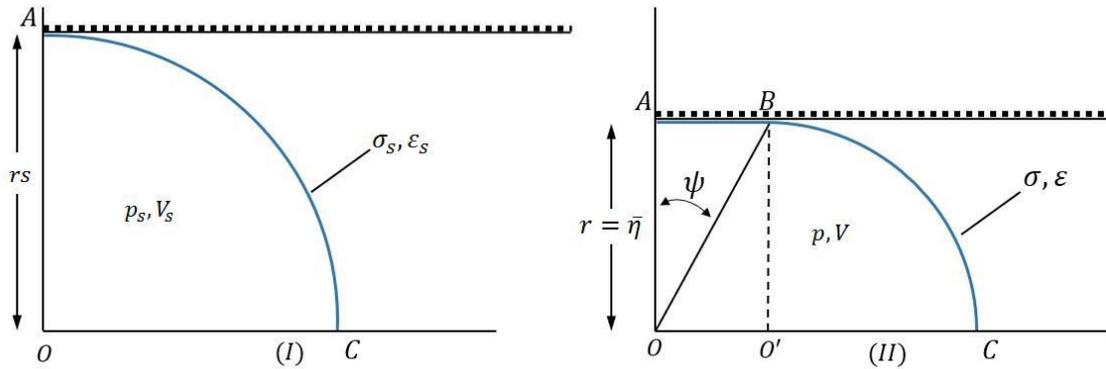


Figura 13 - Seção transversal de membrana cilíndrica sendo comprimida por duas placas rígidas.

Com isso, e considerando que o comprimento da membrana cilíndrica é muito maior que o seu diâmetro e que sua espessura h_0 é muito menor que as demais dimensões, são definidas as equações gerais, Equações (7) a (11). Estas são obtidas através do equilíbrio de forças, lei do gás ideal e das relações constitutivas de membrana, e vão reger o sistema proposto.

$$\sigma = p \cdot r \quad (7)$$

$$p \cdot V = p_s \cdot V_s \quad (8)$$

$$V = r^2 \cdot \left(\tan \psi + \frac{\pi}{4} \right) \quad (9)$$

$$\varepsilon = \frac{r}{r_s} \cdot \left(1 + \frac{2}{\pi} \cdot \tan \psi \right) - 1 \quad (10)$$

$$f(\sigma, \varepsilon) = 0 \quad (11)$$

onde, σ = força por unidade de comprimento na membrana; p = pressão interna; r = raio; V = volume interno; ψ o ângulo entre AB e r ; e ε = deformação na membrana.

O cálculo da força por unidade de comprimento na membrana, σ , é desenvolvido através do equilíbrio de forças, entre a pressão interna, p , e a reação da membrana, como mostrado na Equação (12).

$$\sigma \cdot (2 \cdot L) = P \cdot (2 \cdot r \cdot L) \quad (12)$$

Considerando o fluido como sendo ideal e de temperatura constante, respeitando a lei de Boyle, temos como resultado a Equação (8), mostrada anteriormente.

Para obter a expressão para o cálculo do volume interno por unidade de comprimento do cilindro, Equação (9), é feita a substituição da variável AB no cálculo da área, mostrada na Figura 13 (II), por uma função do ângulo ψ , Equação (13).

$$\tan \psi = \frac{AB}{r} \Rightarrow AB = r \cdot \tan \psi \quad (13)$$

A deformação ε é calculada através do quociente da diferença do comprimento final e inicial da membrana, Equações (15) e (14), e do seu comprimento inicial $\varepsilon = (l - l_s)/l_s$. Em seguida, é feita a substituição da variável AB pela Equação (13).

$$l_l = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_l}{4} \quad (14)$$

$$l = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{4} + AB \quad (15)$$

E para completar o problema, devem ser aplicadas as equações constitutivas correlacionando σ e deformação, Equação (11).

Definidas as equações que governam o problema, será desenvolvida a formulação para o modelo inextensível e serão aplicadas as equações constitutivas respectivas ao modelo constitutivo elástico, através da Lei de Hooke, Equação (16).

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (16)$$

onde, E é o módulo de elasticidade e ε a deformação.

4.1.1 – Modelo inextensível

Neste modelo, consideramos deformação nula ($\varepsilon = 0$) e a força por unidade de comprimento sendo apenas reativa. Com isso, teremos a partir da Equação (10) uma equação para o cálculo de r , Equação (17), em função do raio inicial (r_s) e do ângulo ψ :

$$r = \frac{r_s}{\left(1 + \frac{2}{\pi} \cdot \tan \psi\right)} \quad (17)$$

Ao substituirmos a Equação (17) na Equação (9) podemos calcular o volume V :

$$V = \left[\frac{r_s}{\left(1 + \frac{2}{\pi} \cdot \tan \psi\right)} \right]^2 \cdot \left(\tan \psi + \frac{\pi}{4} \right) \quad (18)$$

Em sequência, utilizamos a Equação (18) para obter a pressão p através da Equação (8):

$$p = \frac{p_s \cdot V_s}{\left[\frac{r_s}{\left(1 + \frac{2}{\pi} \cdot \tan \psi\right)} \right]^2 \cdot \left(\tan \psi + \frac{\pi}{4} \right)} \quad (19)$$

E por fim, ao substituirmos a Equação (19) na Equação (7), teremos uma equação para o cálculo de σ na membrana inextensível.

$$\sigma = \frac{p_s \cdot V_s}{\left[\frac{r_s}{\left(1 + \frac{2}{\pi} \cdot \tan \psi\right)} \right]^2 \cdot \left(\tan \psi + \frac{\pi}{4} \right)} \quad (20)$$

Os resultados do modelo inextensível serão apresentados juntamente com os do modelo constitutivo elástico nas Figuras 14 e 15.

4.1.2 – Modelo constitutivo elástico

Para a aplicação da Lei de Hooke foi elaborado o cálculo de σ através das Equações (23) e (25) sendo a partir daí possível obter uma equação para o cálculo do raio em função do ângulo ψ .

Colocando a pressão final p em evidência na Equação (8), e substituindo na Equação (7), teremos a Equação (21), e substituindo o volume inicial e final nesta equação teremos o cálculo de σ final através da Equação (22).

$$\sigma = \frac{p_s \cdot V_s}{V} \cdot r \quad (21)$$

$$\sigma = \frac{p_s \cdot \frac{\pi \cdot r_s^2}{4}}{r^2 \cdot \left(\tan \psi + \frac{\pi}{4} \right)} \cdot r \quad (22)$$

Aplicando a Lei de Hooke e considerando que a força por unidade de comprimento inicial σ_s e a espessura h_s são conhecidos, podemos calcular σ final na membrana também através da Equação (23).

$$\sigma = \sigma_s + E \cdot h_s \cdot \varepsilon \quad (23)$$

Substituindo a Equação (10) na Equação (23), teremos então o cálculo de σ :

$$\sigma = \sigma_s + E \cdot h_s \cdot \left[\frac{r}{r_s} \cdot \left(1 + \frac{2}{\pi} \cdot \tan \psi \right) - 1 \right] \quad (24)$$

Igualando as Equações (22) e (24) teremos uma equação de 2º grau para o cálculo do raio, em função do ângulo ψ :

$$\frac{p_s \cdot \frac{\pi \cdot r_s^2}{4}}{r^2 \cdot \left(\tan \psi + \frac{\pi}{4}\right)} \cdot r = \sigma_s + E \cdot h_s \cdot \left[\frac{r}{r_s} \cdot \left(1 + \frac{2}{\pi} \cdot \tan \psi\right) - 1 \right] \quad (25)$$

Para que possamos gerar os resultados será feita a consideração, assim como em De Simone e Luongo [10], da condição (0) anterior ao contato da membrana com as placas rígidas (I), momento logo após ser inflada pela pressão p_0 . Considera-se que a membrana antes de ser inflada tem formato arbitrário de comprimento l_N , tal que o raio $r_N = l_N / (2 \cdot \pi)$ e o volume $V_N = \pi \cdot r_N^2$.

Logo após aplicação da pressão interna p_0 , para o modelo inextensível, temos que σ pode ser obtida apenas pelo equilíbrio $\sigma_0 = p_0 \cdot r_N$, e para o modelo elástico devemos considerar as equações de seu respectivo modelo constitutivo:

$$\sigma_0 = p_0 \cdot r_0 \quad ; \quad \sigma_0 = E \cdot h_N \cdot \varepsilon_0 \quad ; \quad \varepsilon_0 = \frac{r_0}{r_N} - 1 \quad (26)$$

onde, h_N é a espessura da membrana antes de ser inflada.

Conhecendo o valor de l_N podemos calcular os valores (r_0, V_0, σ_0 e p_0) da condição (0) e em seguida os valores (r_s, V_s, σ_s e p_s) da condição inicial de contato (I), para os modelos inextensível e elástico.

Para a melhor compreensão dos resultados, foi feita a normalização das variáveis finais com os valores da condição inicial (I) do modelo inelástico. Nas Figuras 14 e 15, são mostradas as curvas das variáveis normalizadas obtidas a partir de (25) com a variação da pressão, raio e força por unidade de comprimento em função do ângulo ψ .

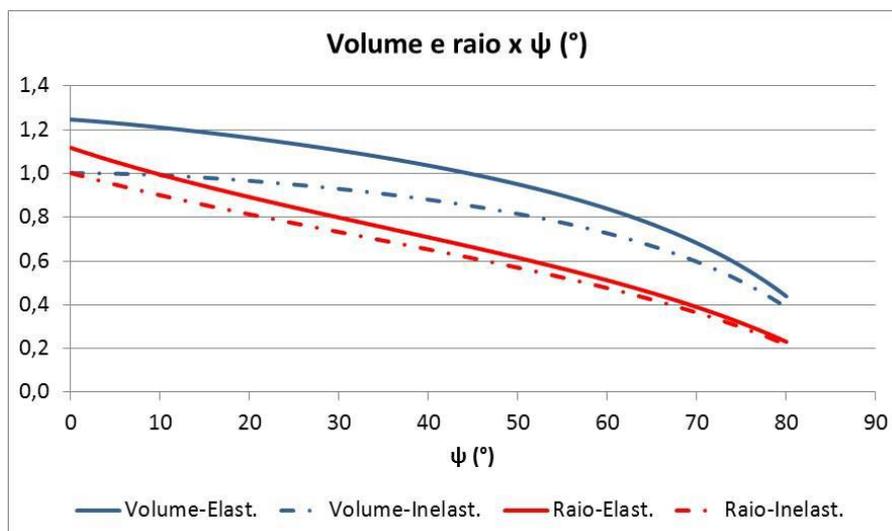


Figura 14 - Variação de volume e raio em função do ângulo ψ .

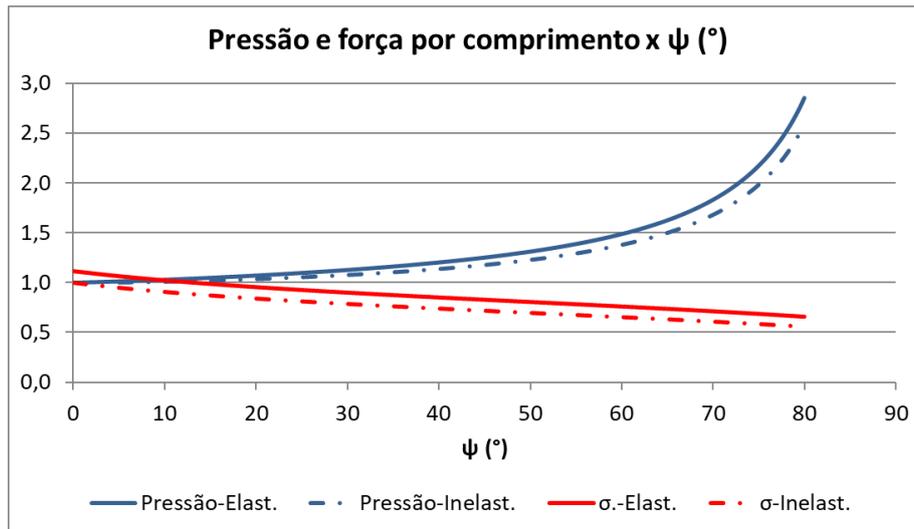


Figura 15 - Variação de pressão e força por comprimento em função do ângulo ψ .

A queda da força por unidade de comprimento, segundo De Simone e Luongo [10], se deve a aspectos geométricos do problema e não devido ao comportamento estrutural do material da membrana.

4.2 – Membrana esférica

Considera-se uma membrana de material hiperelástico de forma esférica com raio r_0 e espessura h_0 (I), que após ser inflada por uma pressão p_0 tem seu raio alterado para r_s (II) e, em seguida, é pressionada por duas superfícies rígidas e planas (III) como mostrado na Figura 16, da publicação de Kumar e DasGupta [20].

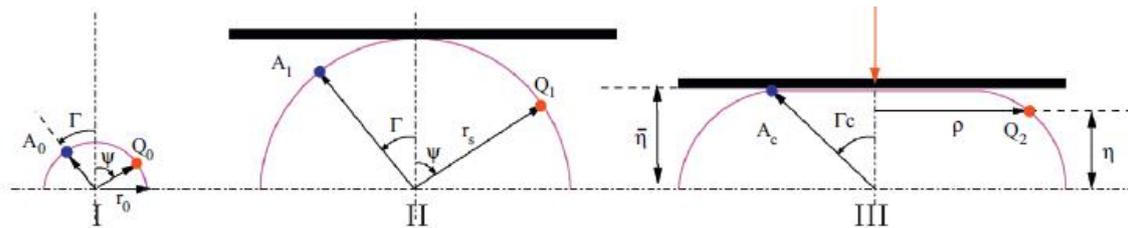


Figura 16 - Seção transversal de membrana esférica inflada e sendo comprimida por duas placas rígidas. Fonte [20]

Para o cálculo das extensões principais utilizaremos uma região infinitesimal da membrana, como mostrado na Figura 17, onde são representados os ângulos meridional (ψ) e azimutal (θ), e o raio r_0 .

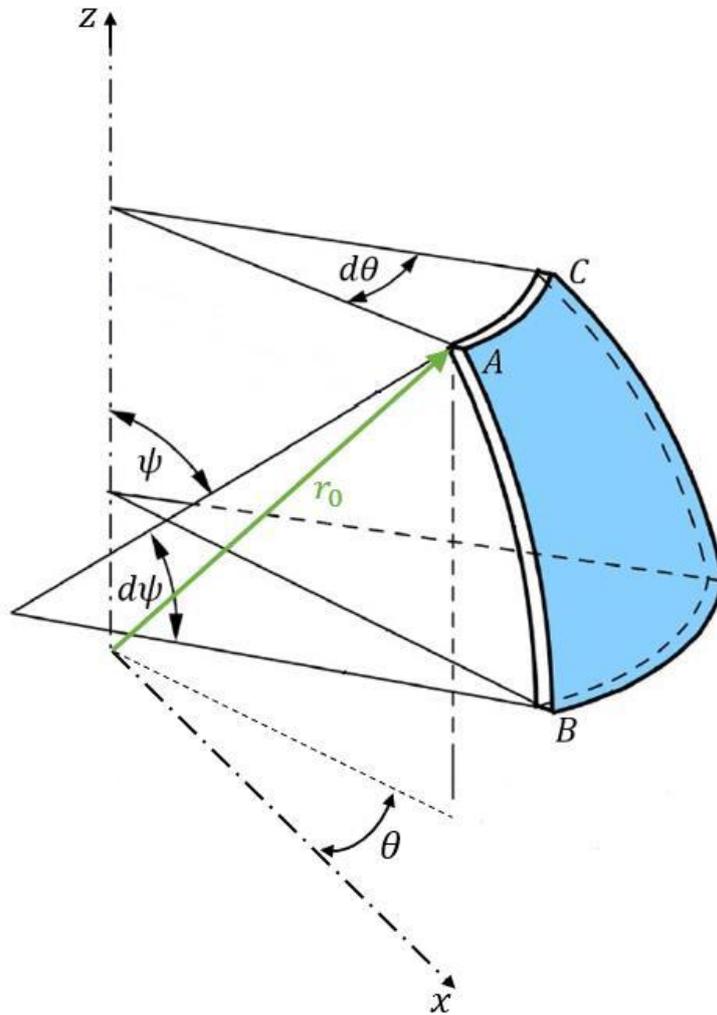


Figura 17 - Região infinitesimal da membrana esférica.

Partindo da condição I, da Figura 16, temos os arcos \overline{AB} e \overline{AC} , Equações (30) e (31), respectivamente, que são formados pelos vetores dos pontos A, B e C, mostrados nas Equações (27), (28) e (29):

$$A = [r_0 \cdot \text{sen}\psi \cdot \text{cos}\theta, r_0 \cdot \text{sen}\psi \cdot \text{sen}\theta, r_0 \cdot \text{cos}\psi] \quad (27)$$

$$B = [r_0 \cdot \text{sen}(\psi + d\psi) \cdot \text{cos}\theta, r_0 \cdot \text{sen}(\psi + d\psi) \cdot \text{sen}\theta, r_0 \cdot \text{cos}(\psi + d\psi)] \quad (28)$$

$$C = [r_0 \cdot \text{sen}\psi \cdot \text{cos}(\theta + d\theta), r_0 \cdot \text{sen}\psi \cdot \text{sen}(\theta + d\theta), r_0 \cdot \text{cos}\psi] \quad (29)$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(r_0 \cdot \text{cos}\psi \cdot \text{cos}\theta \cdot d\theta)^2 + (r_0 \cdot \text{cos}\psi \cdot \text{sen}\theta \cdot d\psi)^2 + (-r_0 \cdot \text{sen}\psi \cdot d\psi)^2} \quad (30)$$

$$\overline{AB} = r_0 \cdot d\psi$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(-r_0 \cdot \text{sen}\psi \cdot \text{sen}\theta \cdot d\theta)^2 + (r_0 \cdot \text{sen}\psi \cdot \text{cos}\theta \cdot d\theta)^2} \quad (31)$$

$$\overline{AC} = r_0 \cdot d\theta \cdot \text{sen}\psi$$

Após inflada e comprimida pelas duas superfícies planas, a membrana assume uma configuração com raio r arbitrário, deslocando o ponto A para a posição A', que será representado pelas coordenadas cilíndricas $[\rho, \eta]$, como mostrado na condição III da Figura 16, de forma que $\rho = r \cdot \text{sen}\psi'$ e $\eta = r \cdot \text{cos}\psi'$, onde ψ' é o novo ângulo meridional de A'. Sendo assim, teremos novas posições A', B' e C' e novos arcos $\overline{A'B'}$ e $\overline{A'C'}$, mostrados nas Equações de (32) a (36) respectivamente:

$$A' = [\rho, \eta] \quad (32)$$

$$A' = [r \cdot \text{sen}\psi' \cdot \text{cos}\theta, r \cdot \text{sen}\psi' \cdot \text{sen}\theta, r \cdot \text{cos}\psi']$$

$$B' = [\rho + d\rho, \eta + d\eta] \quad (33)$$

$$B' = [r \cdot \text{sen}(\psi' + d\psi) \cdot \text{cos}\theta, r \cdot \text{sen}(\psi' + d\psi) \cdot \text{sen}\theta, r \cdot \text{cos}(\psi' + d\psi)]$$

$$C' = [r \cdot \text{sen}\psi' \cdot \text{cos}(\theta + d\theta), r \cdot \text{sen}\psi' \cdot \text{sen}(\theta + d\theta), r \cdot \text{cos}\psi'] \quad (34)$$

$$\overline{A'B'} = \sqrt{(r \cdot \text{cos}\psi' \cdot \text{cos}\theta \cdot d\theta)^2 + (r \cdot \text{cos}\psi' \cdot \text{sen}\theta \cdot d\psi)^2 + (-r \cdot \text{sen}\psi' \cdot d\psi)^2} \quad (35)$$

$$\overline{A'B'} = r \cdot d\psi = \sqrt{d\rho^2 + d\eta^2}$$

$$\overline{A'C'} = \sqrt{(-r \cdot \text{sen}\psi' \cdot \text{sen}\theta \cdot d\theta)^2 + (r \cdot \text{sen}\psi' \cdot \text{cos}\theta \cdot d\theta)^2} \quad (36)$$

$$\overline{A'C'} = r \cdot d\theta \cdot \text{sen}\psi'$$

De posse dos arcos das condições inicial e deformada, conseguimos calcular as extensões principais λ_1 e λ_2 , Equações (37) e (38), e considerando a condição de incompressibilidade da membrana ($\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 = 1$), calculamos λ_3 , Equação (39):

$$\lambda_1 = \frac{\overline{A'B'}}{AB} = \frac{\sqrt{d\rho^2 + d\eta^2}}{r_0 \cdot d\psi} = \frac{\sqrt{\rho'^2 + \eta'^2}}{r_0} \quad (37)$$

$$\lambda_2 = \frac{\overline{A'C'}}{AC} = \frac{r \cdot d\theta \cdot \text{sen}\psi'}{r_0 \cdot d\theta \cdot \text{sen}\psi} = \frac{\rho}{r_0 \cdot \text{sen}\psi} \quad (38)$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{\lambda_1 \cdot \lambda_2} = \frac{r_0^2 \cdot \text{sen}\psi}{\rho \cdot \sqrt{\rho'^2 + \eta'^2}} \quad (39)$$

onde, $\rho' = \partial\rho/\partial\psi$ e $\eta' = \partial\eta/\partial\psi$.

Com as extensões principais, podemos fazer o cálculo dos invariantes do tensor de deformações para material incompressível, através das Equações (40), (41) e (42).

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (40)$$

$$I_2 = \frac{1}{\lambda_1^2} + \frac{1}{\lambda_2^2} + \frac{1}{\lambda_3^2} \quad (41)$$

$$I_3 = 1 \quad (42)$$

O problema será resolvido através do princípio da energia potencial total Π , assim como proposto por [20], que representa o somatório do trabalho realizado pelas forças (internas e externas) que agem na estrutura da membrana, quando esta sai de uma configuração com carga para uma configuração sem carregamento. A energia de deformação U representa a energia das forças internas e o trabalho realizado pelo fluido interno W_p representa a energia das forças externas a membrana.

$$\Pi = U - W_p \quad (43)$$

Para cálculo da energia de deformação U é necessária a escolha de qual relação constitutiva hiperelástica será utilizada para o problema, de forma que seja possível a definição da função de densidade de energia de deformação \hat{U} . Assim como Kumar e DasGupta [20], será utilizada a energia de deformação de Mooney-Rivlin, para materiais incompressíveis ($I_3 = 1$) e com dependência linear dos primeiros invariantes do tensor de deformações como mostrado na Equação (44):

$$\hat{U} = C_1 \cdot (I_1 - 3) + C_2 \cdot (I_2 - 3) = C_1 [(I_1 - 3) + \alpha \cdot (I_2 - 3)] \quad (44)$$

onde C_1 e C_2 são constantes do material e $\alpha = C_2/C_1$.

Com isso, temos que a energia de deformação pode ser descrita pela Equação (45):

$$U = \int_V \hat{U} \cdot dV = \int_{r_0}^{r_0+h_0} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \hat{U} \cdot r \cdot \sin\psi \cdot d\psi \cdot d\theta \cdot dr \quad (45)$$

$$U = r_0^2 \cdot h_0 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \hat{U} \cdot \sin\psi \cdot d\psi \cdot d\theta$$

O trabalho realizado pelo gás será expresso da seguinte forma:

$$W_p = 2 \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{p}{2} \cdot (\eta' \cdot \rho^2) \cdot d\psi \cdot d\theta \quad (46)$$

Com a função de energia potencial total do sistema podemos então obter as equações de governo para o problema, distinguindo para cada região da membrana, com contato e sem contato com a superfície plana. Se derivarmos a função da energia total por sua extensão principal λ_1 , que pode ser expressa pelas variáveis λ'_2 , λ_2 , η' e ψ como mostrado na Equação (47), e aplicarmos o Primeiro Teorema de Castigliano, Equação (49), teremos as equações de governo.

$$\lambda_1 = \frac{\sqrt{(\lambda'_2 \cdot r_0 \cdot \text{sen}\psi + \lambda_2 \cdot \text{cos}\psi)^2 + \eta'^2}}{r_0} \quad (47)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \lambda_1} = \frac{\partial U}{\partial \lambda_1} - \frac{\partial W_p}{\partial \lambda_1} \quad (48)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \lambda_1} = \frac{\partial W_p}{\partial \lambda_1} \Rightarrow \frac{\partial \Pi}{\partial \lambda_1} = 0 \quad (49)$$

Para a região sem contato, as equações de governo serão obtidas através das equações diferenciais de 2ª ordem abaixo, Equação (50):

$$\frac{d}{d\psi} \cdot \frac{\partial \Pi}{\partial \lambda'_2} - \frac{\partial \Pi}{\partial \lambda_2} = 0 \quad e \quad \frac{d}{d\psi} \cdot \frac{\partial \Pi}{\partial \eta'} = 0 \quad (50)$$

Para a região de contato, como não há influência do trabalho da pressão W_p , as equações se resumem a apenas uma:

$$\frac{d}{d\psi} \cdot \frac{\partial U}{\partial \lambda'_2} - \frac{\partial U}{\partial \lambda_2} = 0 \quad (51)$$

Assumindo duas novas variáveis $w = -\eta'$ e $v = \lambda'_2 \cdot r_0 \cdot \text{sen}\psi$, assim como proposto por [20], teremos as equações de governo para ambas as regiões da membrana:

- **Região sem contato:**

$$v' = f_1(\lambda_2, v, w, p, \psi) \quad (52)$$

$$w' = f_2(\lambda_2, v, w, p, \psi) \quad (53)$$

$$\lambda'_2 = \frac{v}{r_0 \cdot \text{sen}\psi} \quad (54)$$

- **Região de contato:**

$$v' = f_1(\lambda_2, v, \psi) \quad (55)$$

$$\lambda'_2 = \frac{v}{r_0 \cdot \text{sen}\psi} \quad (56)$$

Devido à complexidade dos cálculos das derivadas parciais e para obtenção das equações de governo foi utilizada como apoio a ferramenta Maple v18.00.

Dando continuidade a solução do problema, serão definidas as condições de contorno para a região sem contato, que terá como intervalos de integração os ângulos T , que não é ângulo de contato T_c , e $\pi/2$ conforme equações abaixo:

$$v|_{\psi=T} = v_0, \quad v|_{\psi=\pi/2} = 0, \quad w|_{\psi=T} = 0, \quad \lambda_2|_{\psi=T} = \lambda_c \quad (57)$$

onde, v_0 e λ_c são variáveis que ainda não são conhecidas e serão dados de entrada na solução iterativa do problema.

Da mesma forma, são definidas as condições iniciais para a região de contato, que compreende o intervalo entre $[0, T]$:

$$v|_{\psi=0} = 0, \quad \lambda_2|_{\psi=0} = \lambda_0 \quad (58)$$

onde, λ_0 é a extensão inicial, que também será dado de entrada na solução iterativa do problema.

A partir de agora serão desenvolvidas duas condições diferentes para o problema, uma considerando o contato entre membrana e superfície plana sem atrito e outra considerando o contato com atrito e sem escorregamento, *frictionless* e *no-slip*, respectivamente.

Entretanto, como serão comuns às duas condições de contato, antes serão expressas as equações para o cálculo dos volumes inicial (V_0) e final (V) e pressões (p_0) e final (p), sendo as condições iniciais correspondentes à configuração II da Figura 16, de raio r_s .

$$V_0 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_0^3 \cdot \lambda_s^3 \quad (59)$$

$$p_0 = 4 \cdot C_1 \left(1 - \frac{1}{\lambda_s^6}\right) \cdot (1 + \alpha \cdot \lambda_s^2) \cdot \frac{h_0}{r_0 \cdot \lambda_s} \quad (60)$$

$$V = 2\pi \cdot \int_0^{\bar{\eta}} \rho^2 \cdot d\eta = 2\pi \cdot \int_T^{2\pi} (r_0 \cdot \lambda_2 \cdot \text{sen}\psi)^2 \cdot \eta' \cdot d\psi \quad (61)$$

$$p = \frac{p_0 \cdot V_0}{V} \quad (62)$$

onde, $\lambda_s = r_s/r_0$, $\bar{\eta}$ = distância entre a superfície plana e o centro da membrana esférica.

Como consideramos o fluido como sendo ideal e o processo de compressão isotérmico, temos a relação entre pressões e volumes iniciais e finais garantidos pela Equação (62).

4.2.1 – Contato sem atrito

No problema de contato sem atrito, resolveremos primeiro as equações de governo da região de contato integrando-as até o ângulo limite entre as regiões T, e para garantir a continuidade da membrana utilizaremos os resultados em $\psi = T$ como

condição inicial para a solução da região sem contato. Como dito anteriormente, o problema será resolvido através de uma solução numérica iterativa, que será brevemente explicada a seguir e detalhada com o fluxograma mostrado na Figura 18.

Devemos primeiro definir valores para o raio r_s e os ângulos de contato T_c , que serão analisados no problema, $r_s = 3$ e $T_c = \frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$.

Para cada valor de ângulo de contato T_c haverá uma solução iterativa onde devemos informar os valores da segunda extensão principal ($\lambda_2|_{\psi=0}$), da pressão (p) e do ângulo (T), que são desconhecidos do problema. Para isso, são feitos palpites destas variáveis e o problema é resolvido através das integrações das regiões de contato e sem contato da membrana esférica. Entretanto, é possível que os valores informados para $\lambda_2|_{\psi=0}$, p , e T não satisfaçam as condições de contorno expressas nas Equações (57) e (58) e do fluido ideal, Equação (62). Por isso, é necessário o emprego do processo iterativo para cada uma das três variáveis onde serão feitas sucessivas tentativas até que o problema seja resolvido de forma correta.

A solução do problema começa com a definição das variáveis ($r_0, h_0, r_s, T_c, C_1, C_2, v|_{\psi=0}, \lambda_2|_{\psi=0}, p$ e T) e depois são calculados o volume inicial e a pressão inicial (V_0, p_0), como mostrado nas Equações (59) e (60).

Em seguida, as equações de governo da região de contato, Equações (55) e (56), são integradas no intervalo $\psi = [0, T]$ e com as condições iniciais [$\lambda_2|_{\psi=0}, v|_{\psi=0}$]. Em $\psi = T$, são definidos os valores de $v|_{\psi=T}$ e $\lambda_2|_{\psi=T}$, como mostrado na Equação (57), de forma que:

$$v_0 = v|_{\psi=T} = v_{s.cont.} = v_{cont.} \quad \lambda_c = \lambda_2|_{\psi=T} = \lambda_{s.cont.} = \lambda_{cont.}$$

onde $s.cont. = região sem contato$ e $cont. = região de contato$.

Com as variáveis v_0, λ_c e $w|_{\psi=T}$ temos as condições iniciais para resolver as equações de governo da região da membrana sem contato, Equações (52), (53) e (54), no intervalo $\psi = [T, \pi/2]$. Após integração desta região, é possível verificar se as condições de contorno e do fluido ideal estão sendo atendidas.

Primeiramente, é feita a verificação do ângulo T através do cálculo do arco tangente do ângulo de contato T_{cc} , conforme Equações (63) a (65):

$$\text{atan}\left(\frac{\rho_c}{\eta}\right) = T_{cc} \quad (63)$$

$$\bar{\eta} = - \int_{\pi/2}^T w. d\psi \quad (64)$$

$$\rho_c = r_0. \lambda_2. \text{sen}T \quad (65)$$

Se T não atender a condição mostrada na Equação (63), é feita uma nova iteração com um novo palpite para esta variável e mantendo as demais. O processo é realizado até que a diferença entre T_{cc} e T_c atinja um erro de 10^{-5} .

Em seguida, é verificada se a condição isotérmica do fluido está sendo satisfeita, como apresentado na Equação (62), e para isso é realizado o cálculo do volume final V , conforme Equação (61). Se a pressão indicada como palpite para o problema for diferente do valor calculado, será feita outra iteração com um novo palpite para o valor de p , mas mantendo o valor de $\lambda_2|_{\psi=0}$. O processo é realizado até que a diferença entre os valores de p atinja um erro de 10^{-5} .

Por último, é realizada a verificação da condição de contorno $v|_{\psi=\pi/2} = 0$, que se não for atendida é feita nova iteração com novo palpite para $\lambda_2|_{\psi=0}$. O processo é realizado até que $v|_{\psi=0}$ atinja um erro de 10^{-4} .

O método iterativo utilizado nos *loops* realizados é o de Newton-Raphson, onde é necessário definir o intervalo em que os palpites irão variar. Os intervalos foram definidos com base nos resultados encontrados por Kumar e DasGupta [20], com limites de 10% tanto para o limite inferior, quanto para o limite superior. Esta escolha foi tomada, por que se fosse aplicado um intervalo muito grande para as iterações havia a divergência dos resultados, gerando erro na resolução numérica do problema e levando interrupção do programa elaborado.

A convergência para a solução final só ocorre quando as três condições são atendidas simultaneamente, demandando elevado tempo de processamento. A Figura 18 a seguir mostra o fluxograma desenvolvido e implementado no software MATLAB 2014 para a solução do problema.

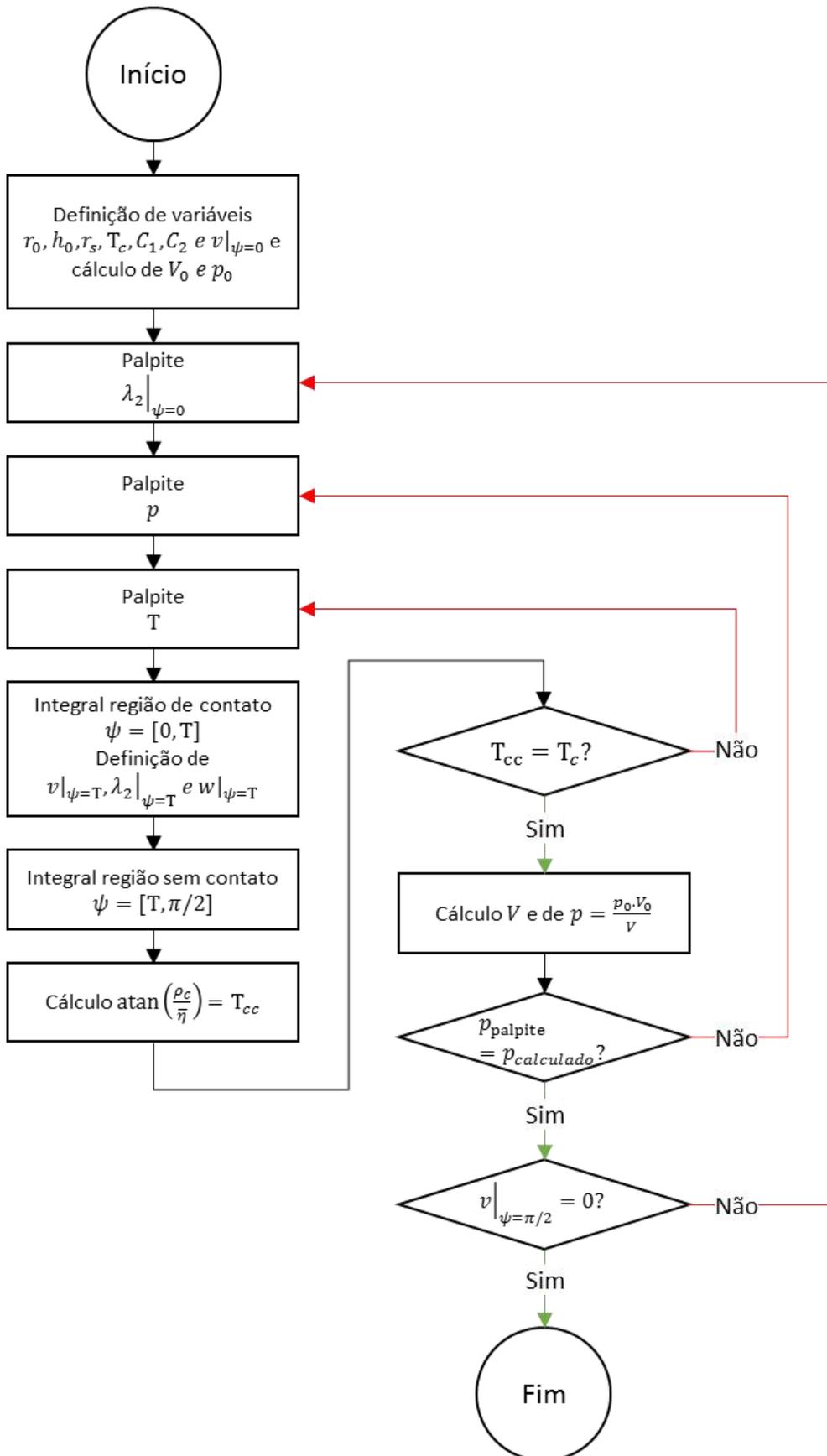


Figura 18 - Fluxograma contato sem atrito

4.2.2 – Contato com atrito (sem escorregamento)

Na publicação de Kumar e DasGupta [20], há abordagem de dois tipos de contatos com atrito da membrana esférica com a superfície plana. Um considera o atrito com a possibilidade de escorregamento conforme a força na membrana atinge um nível para superar o atrito. E no outro, o contato entre as superfícies é mantido conforme sua aproximação ocorre, sem que haja escorregamento.

Neste trabalho, será abordado apenas o contato com atrito sem escorregamento, que é mais complexo que o caso abordado anteriormente por que é levado em consideração o histórico do contato do ângulo anterior (T_{n-1}) para a solução do ângulo T_n . Por este motivo, o problema é resolvido por incrementos de ângulo (dT), e a cada passo são realizados os processos iterativos para ajustar os palpites das variáveis que são desconhecidas no primeiro momento.

Assim como no contato sem atrito, devemos primeiro definir valores para o raio r_s e os ângulos de contato T_c , que serão analisados no problema, $r_s = 3$ e $T_c = \frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$. Além disso, precisamos também definir o valor do incremento de ângulo dT , que será adicionado a cada iteração. Em [20], foi adotado $dT = 10^{-3} \text{ rad}$, mas para o desenvolvimento deste trabalho foi definido $dT = 5 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$, devido a problemas de convergência encontrados.

Para cada valor de ângulo de contato T_n , haverá uma solução iterativa onde devemos informar os valores da segunda extensão principal ($\lambda_2|_{\psi=T_n}$), da variável $v|_{\psi=T_n}$ e da pressão (p) que são desconhecidos do problema. Entretanto, diferentemente do caso sem atrito, os palpites para os valores de λ_2 e v serão iguais aos da posição $\psi = T_n$ antes do contato, no momento em que o ângulo de contato era T_{n-1} como mostrado abaixo:

$$\begin{aligned} [\lambda_2|_{\psi=T_n}]_{T_c=T_n} &= [\lambda_2|_{\psi=T_n}]_{T_c=T_{n-1}} \\ [v|_{\psi=T_n}]_{T_c=T_n} &= [v|_{\psi=T_n}]_{T_c=T_{n-1}} \end{aligned} \quad (66)$$

Por mais que os palpites dados como entrada sejam próximos dos corretos, ainda é necessário o ajuste dos valores informados para atender as condições de contorno e a condição isotérmica do fluido ideal, sendo necessário um processo iterativo a cada incremento de ângulo para a solução das variáveis que estão sendo testadas.

O primeiro passo para o desenvolvimento, após a definição e cálculo das variáveis do problema ($r_0, h_0, r_s, C_1, C_2, p_0$ e V_0), é realizar a integral (região sem contato)

para a condição (II) da Figura 16, no momento em que o ângulo de contato $T = 0$. Com isso, teremos os valores de λ_2 , v e w antes do contato, na posição $\psi = dT = 5.10^{-4} \text{ rad}$, que serão insumo para solução do primeiro ângulo de contato.

Com todas as variáveis definidas para a primeira iteração, é feita a integração da região sem contato do intervalo $\psi = \left[5.10^{-4}, \frac{\pi}{2}\right]$, com a condição inicial $[\lambda_2|_{\psi=5.10^{-4} \text{ rad}}, v|_{\psi=5.10^{-4} \text{ rad}}, w|_{\psi=5.10^{-4} \text{ rad}}]_{T=0}$. Com isso, é feita a verificação do valor do palpite da pressão, que deve atender a condição de contorno $v|_{\psi=\frac{\pi}{2}} = 0$ como proposto na Equação (57). Se a pressão indicada como palpite para este ângulo de contato não satisfizer a condição imposta, será feita outra iteração com um novo palpite para o valor de p , mas mantendo o valor das demais variáveis. O processo é realizado até que $v|_{\psi=\frac{\pi}{2}} = 0$ atinja um erro de 10^{-7} .

Em seguida, é verificada se a condição isotérmica do fluido está sendo satisfeita, como proposto na Equação (62) e com auxílio da variável de ajuste c_2 , Equação (67), seguindo a publicação de [20].

$$c_2 = \frac{p \cdot V}{p_0 \cdot V_0} - 1 \quad (67)$$

Se $c_2 > 1.10^{-4}$ então é feito o ajuste das variáveis da condição inicial $\lambda_2|_{\psi=T}$ e $v|_{\psi=T}$ através das seguintes expressões:

$$v|_{\psi=T} = (\lambda_2|_{\psi=T} - \lambda_2|_{\psi=T-dT}) \cdot r_0 \cdot \frac{\text{sen}T}{dT} \quad (68)$$

$$\lambda_2|_{\psi=T} = \lambda_2|_{\psi=T} \cdot (1 - \gamma \cdot c_2) \quad (69)$$

onde $\gamma = 0,01$.

No momento em que a condição $c_2 = 0$ atinge um erro de 10^{-4} , o problema passa para o próximo estágio da iteração que é a adição do incremento de ângulo dT iniciando novamente o processo iterativo para o novo ângulo de contato.

As iterações são realizadas até que o ângulo de contato T seja igual a algum dos ângulos de contato $T_c = \frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$, que serão analisados no problema, até que a diferença entre T_{cc} e T_c atinja um erro de 2.10^{-3} . A verificação é realizada com o cálculo do arco tangente do ângulo de contato conforme Equações de (63), (64) e (65), que se atendida exporta os resultados da integração para posterior análise e o processo continua até o próximo ângulo de contato que será analisado.

A Figura 19 a seguir mostra o fluxograma desenvolvido e implementado no software MATLAB 2014 para a solução do problema.

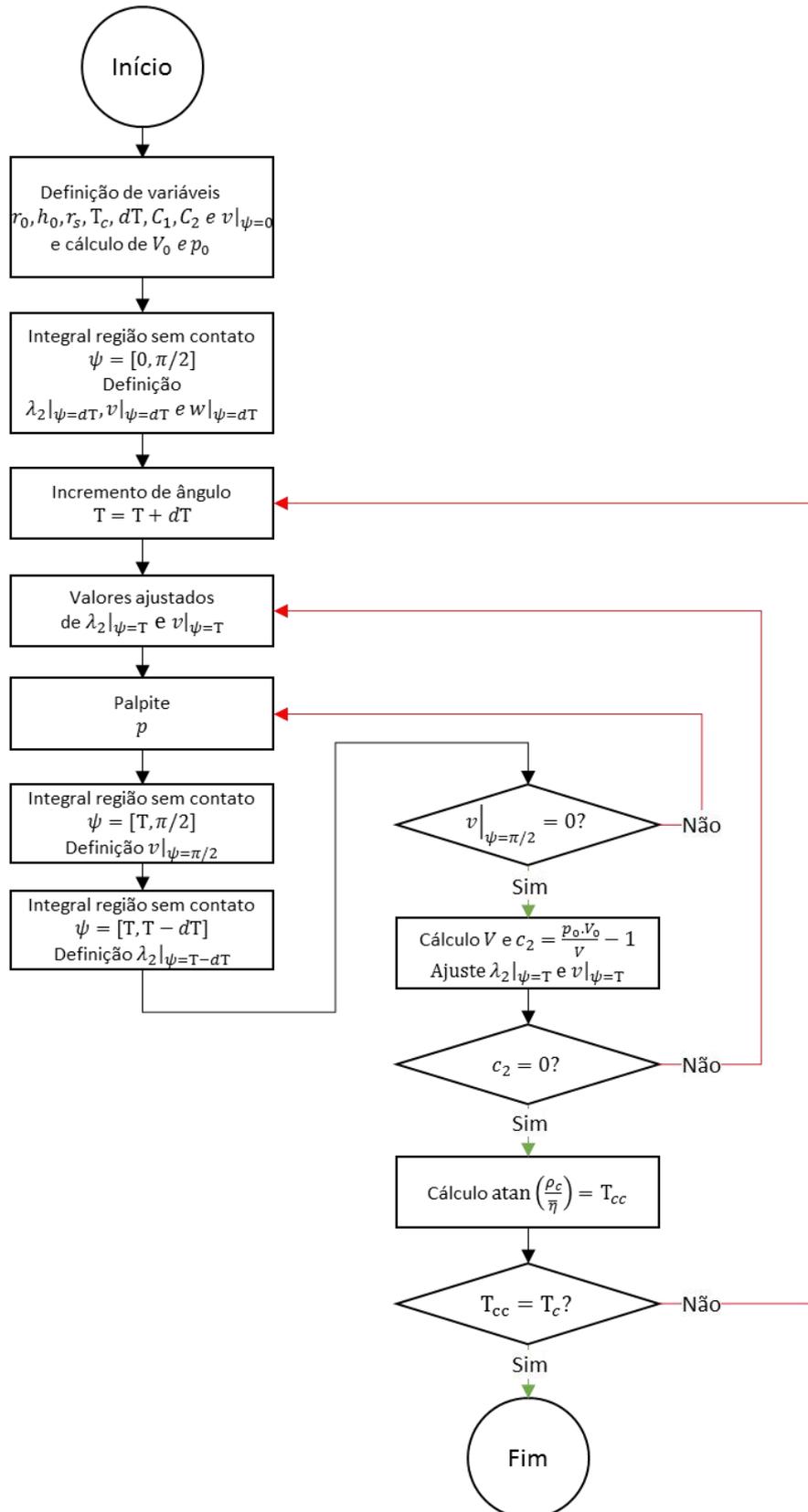


Figura 19 - Fluxograma contato com atrito

4.2.3 – Resultados

Como informado anteriormente, para o desenvolvimento e resolução dos modelos analíticos foi utilizado o software MATLAB 2014, que possibilitou a programação do processo iterativo e a solução das integrais das equações de governo do problema.

Para a geração dos resultados, foram considerados como premissas os seguintes valores para as variáveis de entrada do problema:

$$r_0 = 1; h_0 = 0,01; r_s = 3; C_1 = 1; C_2 = 0,2$$

$$T_c(k) = \left[\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3} \right]$$

Os dados de saída de ambos modelos, com e sem atrito, foram organizados e serão apresentados na forma de tabelas e gráficos a seguir. Primeiramente, serão mostradas as tabelas 1 e 2, que trazem os resultados para as variáveis que precisaram de processo iterativo para serem obtidas nos modelos sem atrito e com atrito, respectivamente.

Tabela 1 – Variáveis processo iterativo - Modelo sem atrito.

T_c	$\lambda_2 [\psi = 0]$	p	T
$\pi/12 = 0,262$	2,901	3,832	0,244
$\pi/6 = 0,524$	2,780	4,104	0,451
$\pi/4 = 0,785$	2,670	4,572	0,646
$\pi/3 = 1,047$	2,563	5,469	0,856

Tabela 2 - Variáveis processo iterativo - Modelo com atrito.

T_c	$\lambda_2 [\psi = T]$	p	T
$\pi/12 = 0,262$	2,965	3,829	0,242
$\pi/6 = 0,524$	2,986	4,079	0,436
$\pi/4 = 0,785$	3,067	4,468	0,606
$\pi/3 = 1,047$	3,225	5,123	0,779

Podemos observar que para ambos os modelos, a pressão do fluido p interno aumenta com o aumento do ângulo de contato T_c , o que era fisicamente esperado, mas com pressões maiores para o modelo sem atrito do que para o com atrito. Outro ponto interessante mostrado nas tabelas 1 e 2 é quanto a diferença entre o ângulo T , limite do intervalo de integração entre as áreas com contato e sem contato, e do ângulo de contato T_c , que é maior para ângulos maiores.

As Figuras 20 e 21 a seguir mostram, através das variáveis ρ e η , o formato adquirido pela seção transversal das membranas esféricas para cada ângulo de contato analisado nos modelos sem atrito e com atrito, respectivamente. E como a configuração para ambos os modelos é bem semelhante, na Figura 22 é mostrada a diferença entre os dois grupos de resultados, onde a legenda C. Atrito = Modelo com atrito.

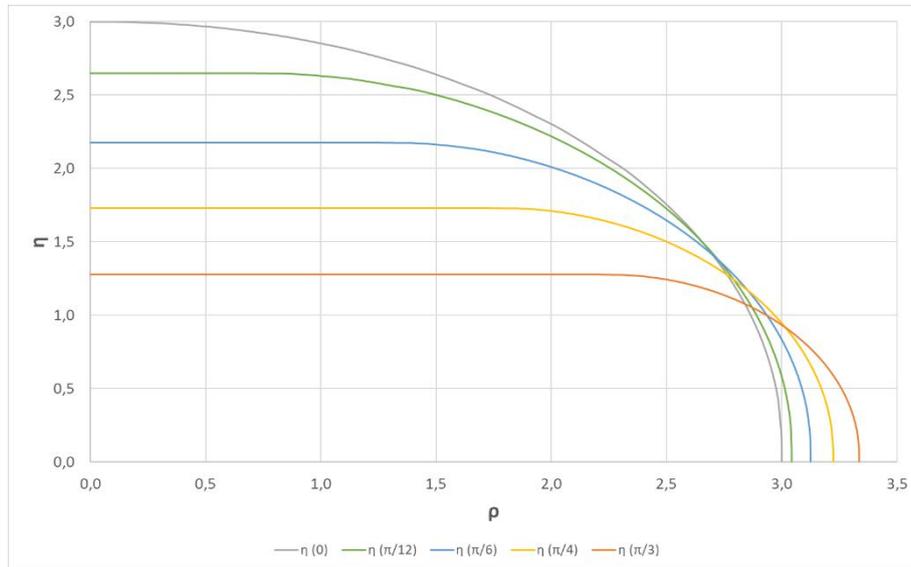


Figura 20 – Formato membrana – Modelo sem atrito.

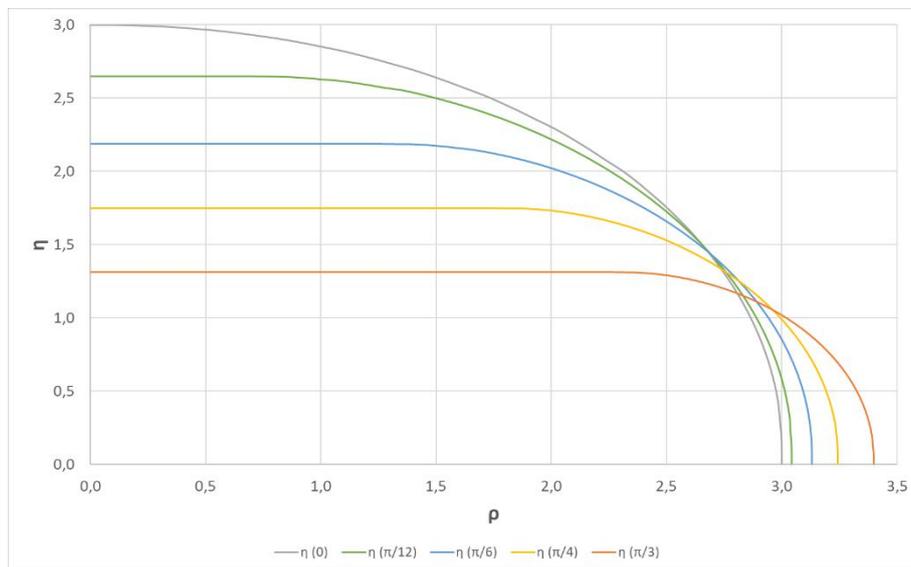


Figura 21 – Formato membrana – Modelo com atrito.

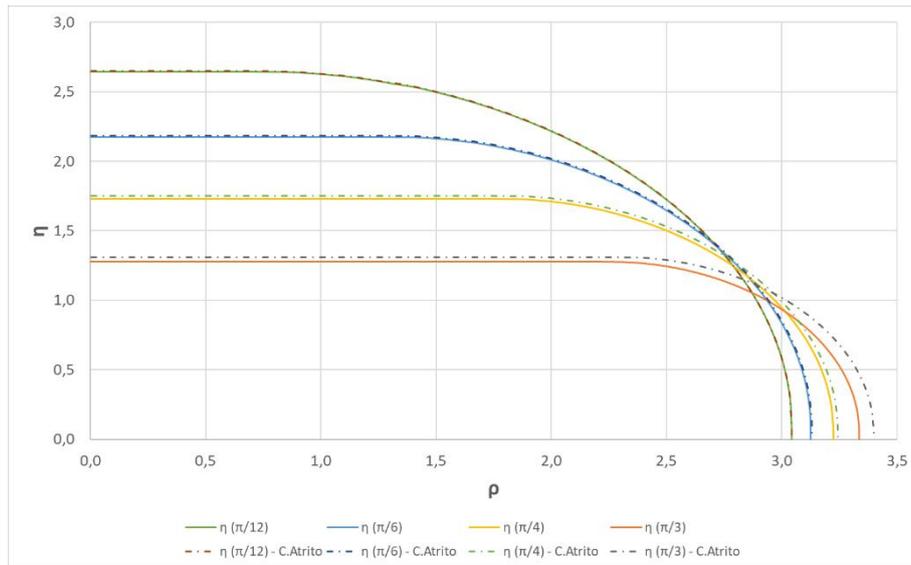


Figura 22 – Diferença modelos sem atrito e com atrito.

É possível notar que no modelo com atrito há uma maior extensão da membrana da região sem contato quando comparado ao modelo sem atrito, e essa diferença se atenua com o aumento do ângulo de contato e da região que está em contato, fixada às placas rígidas. Fato que ocorre porque neste modelo à medida com que a membrana entra em contato passa a não se estender mais, havendo uma maior deformação na região sem contato.

A seguir, nas Figuras 23 e 24, temos as curvas das extensões principais λ_1 e λ_2 em função do ângulo ψ para diferentes ângulos de contato T_c , dos modelos sem atrito e com atrito, respectivamente.

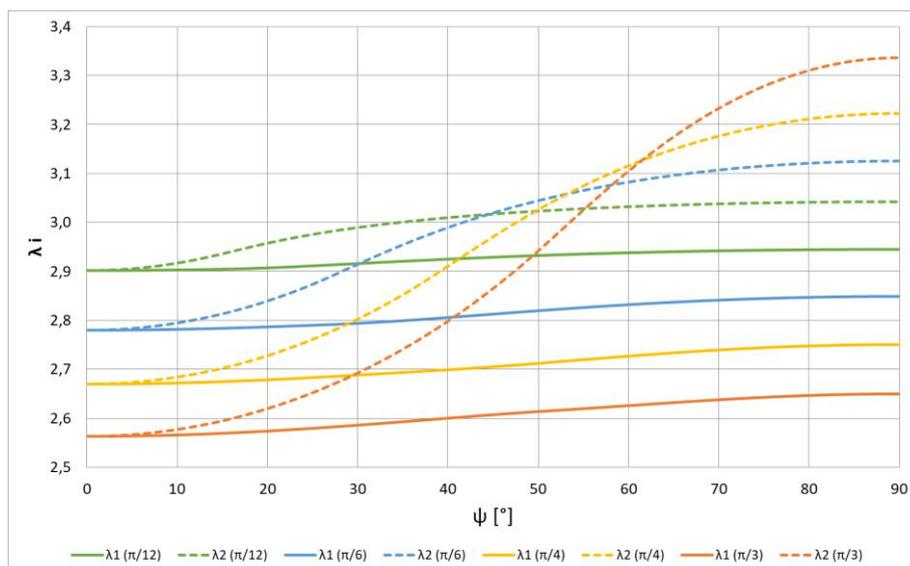


Figura 23 - Extensões principais - Modelo sem atrito

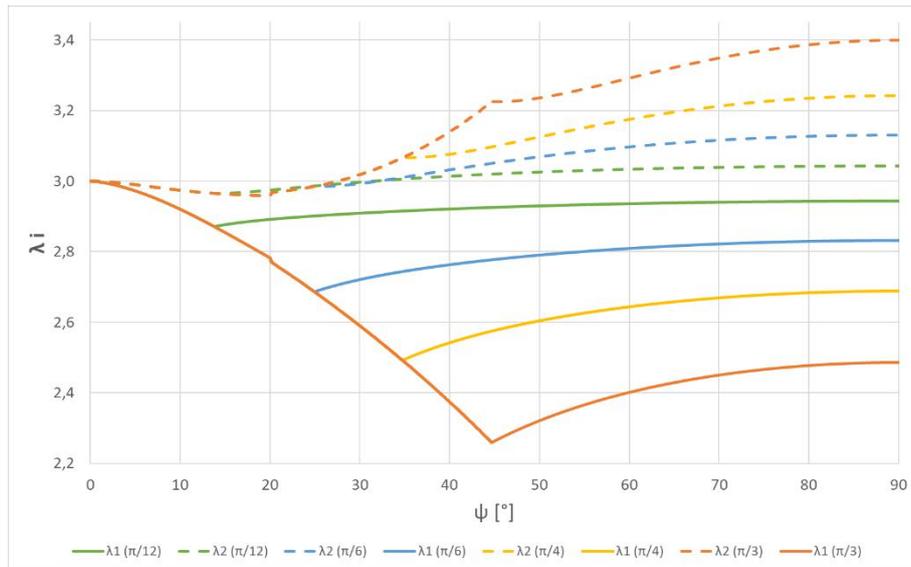


Figura 24 - Extensões principais - Modelo com atrito

Os resultados mostram que no limite entre as regiões de contato e sem contato, no ângulo $\psi = T$, há pontos de inflexão nas curvas das extensões principais. Este efeito é mais atenuado no modelo com atrito na extensão principal λ_1 , pois é função da curvatura de η ($w = -\eta'$) que tem o valor nulo na região de contato e assume valor positivo na região sem contato.

4.3 – Analogia com defensas pneumáticas

Neste tópico, será feita uma analogia dos modelos analíticos estruturados anteriormente com defensas pneumáticas reais, aplicando suas dimensões e propriedades estimadas dos materiais utilizados na sua fabricação. Será utilizado como base de comparação o estudo realizado por Sakakibara e Wan [22], onde são desenvolvidos testes experimentais de um protótipo de defesa pneumática, seguindo os procedimentos definidos pela norma ISO 17357 [5].

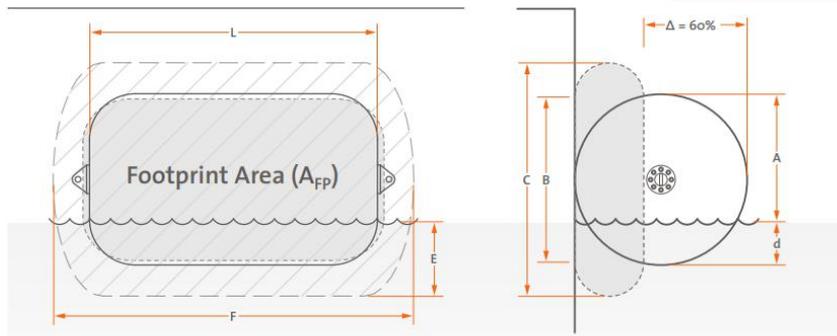
A avaliação do desempenho da defesa é feita através do teste de compressão paralelo, onde é submetida a compressão por duas placas rígidas e são feitas medições da pressão interna do fluido, da força de reação e da energia de absorção em função do deslocamento/deflexão, da mesma forma como foi desenvolvido nos modelos analíticos elaborados neste trabalho.

Na referência [22], é utilizado para os testes experimentais um protótipo com um 1,0 m de diâmetro e 2,0 m de comprimento com pressão interna inicial de 50 kPa (1000x2000-P50). Não são definidos os valores de espessura e do módulo de elasticidade das borrachas interna e externa do protótipo, por este motivo, para os modelos analíticos foi estimada uma espessura de 50 mm e um módulo de elasticidade médio de 14 MPa, que é a média dos valores mínimos requeridos pela norma [5] para a camada externa (18 MPa) e para a camada interna (10 MPa), como mostrado na Figura 5.

Com isso, aplicaremos no modelo analítico de membrana elástica de forma cilíndrica os seguintes valores para as variáveis do problema:

$$E = 14 \text{ MPa}; h_I = 50 \text{ mm}; R_I = 500 \text{ mm}; L_I = 2000 \text{ mm}; P_I = 50 \text{ kPa}$$

Como no modelo desenvolvido não é analisada a extensão do comprimento da membrana $L(\psi)$ e para que haja uma aproximação mais realista do problema, será considerado que a cada 1% de redução do diâmetro haverá uma extensão de 0,083 % no comprimento da membrana, de acordo com o que foi observado nos dados da Figura 25, que para uma deflexão de 60% na direção transversal, $abs(r - r_I)/r_I$, houve uma extensão de 5% na direção longitudinal, $abs(L - L_I)/L_I$.



SIZE (D X L)	A	B	C	d	E	F	CHAIN [mm]
φ 1,000 x 1,500 L	769	942	1.342	231	431	1.575	16
φ 1,200 x 2,000 L	949	1.130	1.610	251	491	2.100	18
φ 1,500 x 2,500 L	1.194	1.413	2.013	306	606	2.625	22
φ 2,000 x 3,500 L	1.639	1.884	2.684	361	761	3.675	28
φ 2,500 x 4,000 L	2.111	2.355	3.355	389	889	4.200	32
φ 3,300 x 6,500 L	2.698	3.109	4.429	602	1.262	6.825	44
φ 4,500 x 9,000 L	3.670	4.239	6.039	830	1.730	9.450	50

Figura 25 - Dimensões de defensas após deflexão de 60%. Fonte [23]

Outra consideração importante apontada em [22] é no que diz respeito ao fluido interno da defesa, que não é tratado como gás ideal, mas sim como ar à temperatura ambiente. Por este motivo, a Equação (8), que expressa a lei de Boyle para o gás ideal a temperatura constante, deve ser ajustada com o coeficiente de expansão adiabática γ_{ar} , como mostrado na Equação (70):

$$p \cdot V^{\gamma_{ar}} = p_s \cdot V_s^{\gamma_{ar}} \quad (70)$$

Este coeficiente é calculado através da razão entre a capacidade térmica do gás a pressão constante C_p e a capacidade térmica do gás a volume constante C_v , como mostrado na Equação (71) abaixo:

$$\gamma_{ar} = \frac{C_p}{C_v} \quad (71)$$

Para o ar à temperatura ambiente, os valores de capacidade térmica são $C_p = 718 \text{ m}^2/(\text{s}^2 \cdot \text{K})$ e $C_v = 1.005 \text{ m}^2/(\text{s}^2 \cdot \text{K})$, sendo então o coeficiente de expansão adiabática $\gamma_{ar} = 1,4$.

A área de contato para o cálculo da força de reação será obtida através do produto entre o dobro da dimensão AB , mostrada na Figura 13, e o comprimento L , que variam de acordo com o ângulo ψ . O cálculo da força de reação será obtido através do produto entre a área de contato e pressão p , e a energia de deformação será calculada através da integral numérica, Regra dos Trapézios, da curva da força de reação em função do deslocamento, como explicado no item 2.3.

A seguir, serão mostradas nas Figuras 26, 27 e 28, as curvas de pressão, força de reação e energia de absorção/deformação, respectivamente, do modelo experimental de Sakakibara e Wan [22] (_Exp) e dos modelos analíticos de membrana elástica cilíndrica com gás ideal (_GI) e com o ajuste para o ar à temperatura ambiente (_Ar).

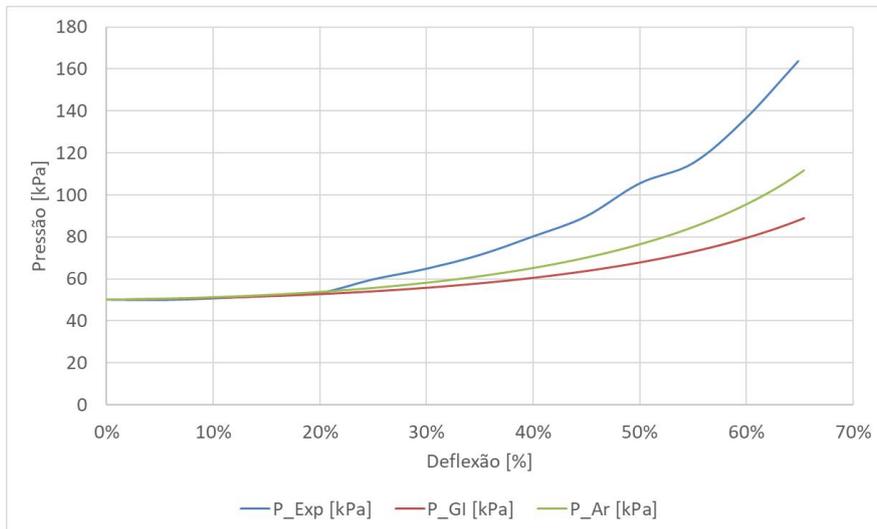


Figura 26 - Curvas de Pressão [kPa] x Deflexão [%]

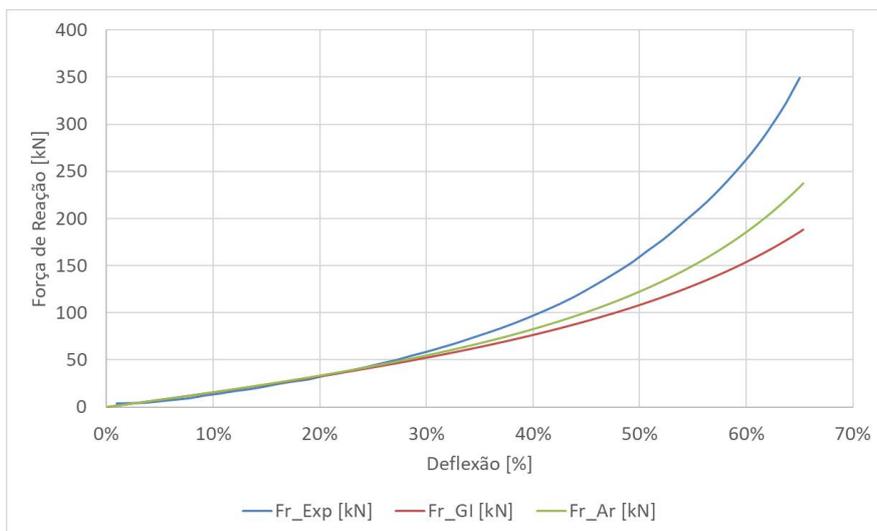


Figura 27 - Curvas de Força de Reação [kN] x Deflexão [%]

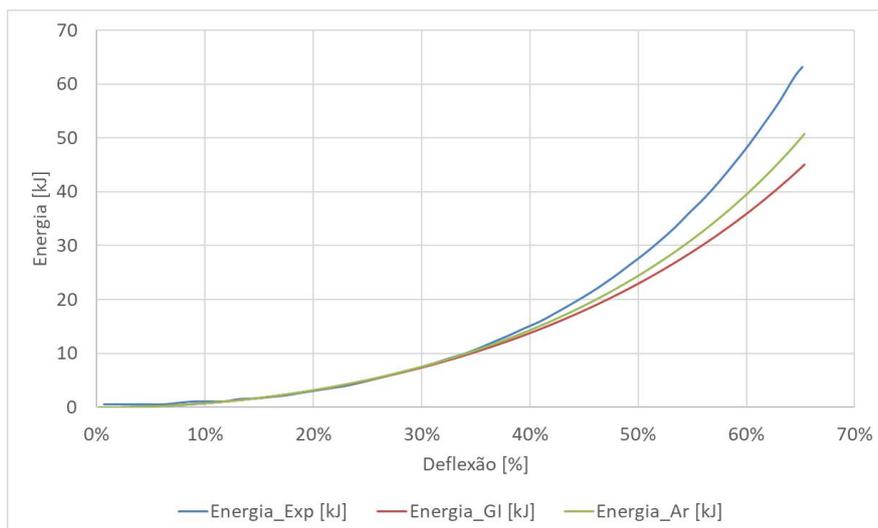


Figura 28 - Curvas de Energia [kJ] x Deflexão [%]

Com base nas comparações mostradas, foi possível notar que o ajuste da pressão considerando o coeficiente de expansão adiabática do ar aproximou os resultados do modelo analítico aos encontrados no experimento realizado por Sakakibara e Wan [22]. Entretanto, este ajuste não foi suficiente para que o modelo desenvolvido apresentasse pequenos erros em relação ao teste experimental.

Além disso, foi observado que a divergência dos resultados começa a ocorrer no intervalo entre 20% e 30% de deflexão, mostrando, que para grandes deformações, a estrutura das defensas (conjunto de material sintético trançado e borrachas interna e externa) não possui o comportamento elástico como desempenhado pelo modelo analítico elaborado, podendo ser melhor representado por outros tipos de materiais, como o hiperelástico ou o viscoelástico. E como o cálculo da pressão é feito através do volume por unidade de comprimento, ou seja, pela área da seção transversal, pode ser que o efeito tridimensional altere os resultados encontrados.

Outro ponto relevante na diferença entre os modelos teóricos e os resultados experimentais, é com relação a não consideração do atrito entre a superfície da membrana e das placas rígidas na análise desenvolvida no modelo cilíndrico. Quando consideramos o modelo com atrito e sem escorregamento, da membrana esférica hiperelástica, à medida com que há o contato, ocorre a aderência entre as superfícies gerando aumento da tensão da membrana na região sem contato, e, conseqüente aumento das deformações, permitindo a expansão do gás com a extensão da membrana. Entretanto, se considerarmos que a defesa possui uma rigidez elevada devido a sua composição (trançado sintético e borrachas), não haveria extensão significativa da estrutura na região sem contato fazendo com que a pressão aumentasse

em uma razão maior que a obtida no modelo elástico e sem atrito mostrado anteriormente.

A variação da temperatura seria outra consideração que poderia afetar os resultados calculados nos modelos analíticos, gerando alteração das propriedades da membrana/borracha e alterando as relações de expansão e compressão do gás interno, que não seria mais um processo adiabático.

O mesmo procedimento foi realizado para comparar os resultados do modelo analítico de membrana elástica cilíndrica com ar à temperatura ambiente com as curvas de desempenho (força de reação e energia) de uma defesa pneumática Yokohama de 2,5 m de diâmetro e 4,0 m de comprimento com pressão inicial de 50 kPa (2500x4000-P50). A Figura 29 mostra a comparação entre as curvas:

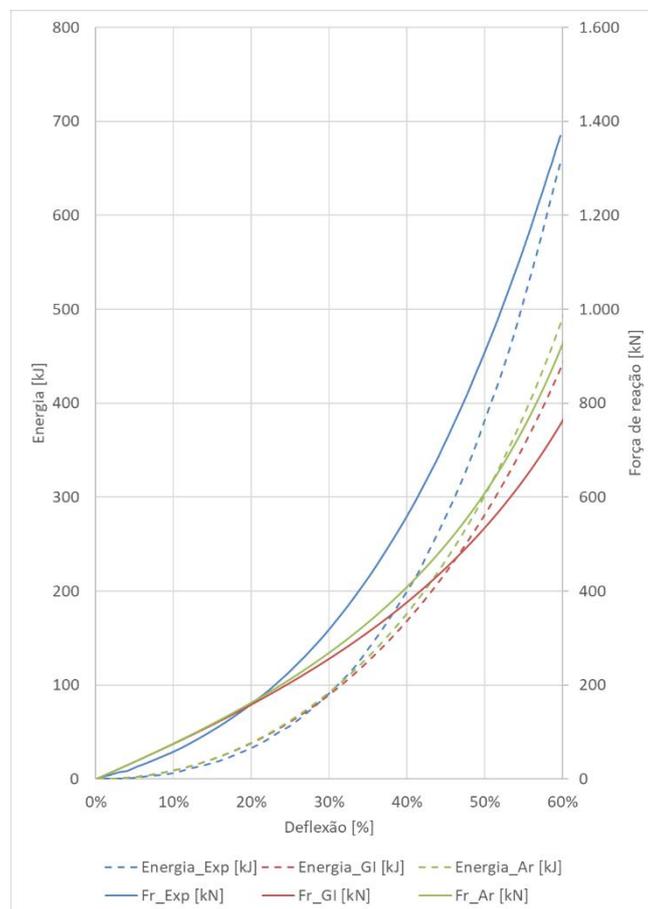


Figura 29 - Curvas de desempenho - Modelos analíticos x Defesa Yokohama

Entretanto, como esperado, o modelo analítico gerou resultados menores que os da defesa pneumática real para a deflexão de 60%, com descolamento das curvas de força de reação e energia de deformação/absorção por volta de 20% e 30%, respectivamente, como observado na comparação com os testes experimentais.

5. Conclusões

As operações *Ship to Ship* são uma alternativa logística para o problema de falta de infraestrutura portuária e, conseqüente congestionamento dos portos brasileiros, que com o crescente aumento da produção de nacional, demandam cada vez mais a necessidade de transbordo de cargas de petróleo para navios convencionais com finalidade de exportação.

Para os diferentes tipos de configurações das operações STS é necessário o uso de defensas pneumáticas flutuantes, assegurando a integridade estrutural das embarcações envolvidas e de todos os procedimentos realizados na aproximação/amarração e desamarração/afastamento. Por este motivo, há guias para o projeto das defensas e normas que regulam os materiais da sua fabricação, seu desempenho e sua durabilidade.

Com o objetivo de realizar uma analogia com as defensas pneumáticas foram desenvolvidos modelos analíticos de estruturas de membrana pressionadas por placas rígidas. A elaboração destes modelos teve como base o estudo e análise de diferentes trabalhos e artigos publicados com variedades do tipo de material, formato geométrico, dinâmica do movimento, tipo de contato e forma dos objetos que comprimem as membranas.

No modelo de membrana de formato cilíndrico, foram analisados os tipos de materiais inextensível e elástico, com o contato entre membrana e placas rígidas sem atrito. Enquanto no modelo de membrana esférica hiperelástica foram explorados os efeitos do tipo de contato, sem atrito e com atrito (sem escorregamento), na resposta estrutural final para diferentes ângulos de contato. Os resultados individuais de ambas análises ficaram de acordo com o esperado fisicamente.

Com a finalidade de atingir o objetivo deste trabalho, foi feita a analogia dos modelos elaborados com as defensas pneumáticas, comparando resultados de testes experimentais de um protótipo com os do modelo de membrana cilíndrica elástica, devido a sua semelhança geométrica. E os resultados do modelo de membrana esférica são utilizados para explicar o efeito do atrito na análise final. Entretanto, conforme indicado no item 4.3, apesar do ajuste realizado no processo adiabático do gás ideal para o ar à temperatura ambiente, os resultados ficaram aderentes ao experimental apenas para deflexões abaixo dos 30%, apresentando valores menores da força de reação e da energia de deformação/absorção na deflexão de 60%, que é a referência para escolha das dimensões das defensas utilizadas nas operações *Ship to Ship*.

Com isso, não foi possível avaliar qual seria a reserva de resistência que estes sistemas de absorção possuem após a deflexão de referência, estipulada pela norma ISO [5], e nem aplicar as variações das propriedades consideradas nos modelos extrapolando suas curvas de força de reação e energia de deformação.

Os possíveis efeitos para a divergência dos resultados seriam pelas considerações:

- **Tipo de material**, que alteraria o comportamento estrutural da membrana e consequentemente o cálculo da pressão interna e das curvas de desempenho;
- **Tipo de contato**, que com o atrito/aderência da região de contato e devido à rigidez do conjunto de componentes da defesa (trançado sintético e borrachas) restringiria a deformação na região sem contato evitando a expansão do gás e aumentando a pressão interna;
- **Varição da temperatura**, que provocaria alteração das propriedades da membrana/borracha e das relações de expansão/compressão do gás interno.

Por este motivo, serão sugeridos para os trabalhos futuros a realização dos ajustes e considerações levantadas nesta dissertação, a fim de que sejam obtidos melhores resultados dos modelos analíticos elaborados tornando-os mais próximos do real e permitindo uma melhor análise do desempenho destas estruturas pneumáticas flutuantes.

6. Trabalhos futuros

No presente trabalho, foram desenvolvidos dois modelos analíticos de membrana com o intuito de fazer uma analogia com as defensas pneumáticas utilizadas nas operações *Ship to Ship*. Entretanto, a diferença da forma geométrica entre os dois modelos não permitiu uma comparação direta de seus resultados e do seu comportamento estrutural, com a variação do tipo de material utilizado e do tipo de contato considerado.

Por conta disso, para os próximos trabalhos sugere-se a implementação das equações constitutivas hiperelásticas e viscoelásticas no modelo analítico de membrana cilíndrica, tornando possível a análise da resposta do seu comportamento estrutural com a variação do tipo de material escolhido.

Outro ponto importante seria a complementação da análise do efeito do contato, que só abordou os extremos sem atrito (*frictionless*) e com atrito sem escorregamento (*no-slip*), faltando o estudo do contato com atrito e com escorregamento (*stick-slip*), como abordado por Kumar e DasGupta[20].

Com isso, poderia ser elaborado um modelo analítico de membrana cilíndrica único, onde seriam analisados os efeitos de todas as variações de tipo de material combinadas com a variação dos tipos de contato, sendo possível verificar qual seria mais aderente ao comportamento real das defensas pneumáticas.

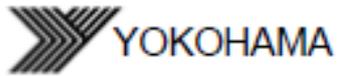
O último passo seria a identificação e realização dos ajustes necessários no modelo analítico, no que diz respeito à variação das propriedades do gás interno e do material da membrana e análise dos seus efeitos no cálculo da pressão interna, da força de reação e da energia de deformação/absorção.

7. Referências

1. **Rystad Energy.** *Production by On-Offshore, Brazil.* Fevereiro de 2017.
2. **Trelleborg Marine Systems.** Floating Fenders. *Trelleborg.* [Online] www.trelleborg.com/marine. Março de 2017
3. **CDI, ICS, OCIMF, SIGTTO.** *Ship to Ship Transfer guide for Petroleum, Chemicals and Liquefied Gases.* s.l. : Witherby Publishing Group Ltd, 2013.
4. **PIANC Working Group MarCom WG 33.** *Guidelines for the Design of Fender Systems: 2002.* s.l. : PIANC, 2002.
5. **British Standards.** *Ships and Marine Technology - Floating Pneumatic Rubber Fenders Part 1: High Pressure.* s.l. : BSI Standards Publication, 2014. BS ISO 17357-1:2014.
6. **Ueda, Shigeru.** Statistical Design for Fenders for Berthing Ship. *International Offshore and Polar Engineering Conference.* 11, 2001, pp. 583-588.
7. **Kumar, Nirmal e DasGupta, Anirvan.** On the static and dynamic contact problem of an inflated spherical viscoelastic membrane. *Journal of Applied Mechanics.* 82, 2015, 121010-1.
8. **Nguyen, Nhung, Wineman, Alan e Waas, Anthony.** Contact problem of a non-linear viscoelastic spherical membrane enclosing incompressible fluid between two rigid parallel plates. *International Journal of Non-Linear Mechanics.* 50, 2013, pp. 97-108.
9. **Sohail, Touqeer e Nadler, Ben.** On the contact of an inflated spherical membrane-fluid structure with a rigid conical indenter. *Acta Mech.* 218, 2011, pp. 225-235.
10. **De Simone, Andrea e Luongo, Angelo.** Nonlinear viscoelastic analysis of a cylindrical balloon squeezed between two rigid moving plates. *International Journal of Solids and Structures.* 50, 2013, pp. 2213-2223.
11. **Green, Albert E. e Adkins, J. E.** *Large elastic deformations and non-linear continuum mechanics.* 2^a. s.l. : Oxford Clarendon Press, 1960.
12. **Feng, William W. e Huang, Pagnan.** The general contact problem of an inflated nonlinear plane membrane. *Int. J. Solids Structures.* 1975, Vol. 11, pp. 437-448.

13. **Selvadurai, A.P.S.** Deflections of a rubber membrane. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 54, 2006, pp. 1093–1119.
14. **Long, Rong, Shull, Kenneth R. e Hui, Chung-Yuen.** Large deformation adhesive contact mechanics of circular membranes with a flat rigid substrate. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2010, Vol. 58.
15. **Patil, Amit, Nordmark, Arne e Eriksson, Anders.** Free and constrained inflation of a pre-stretched cylindrical membrane. *Proc. R. Soc. A*. 470, 2014, Vol. 2169.
16. **Srivastava, Abhishek e Hui, Chung-Yuen.** Large deformation contact mechanics of long rectangular membranes. I. Adhesionless contact. *Proc R Soc A*. 469, 2013, Vol. 2160.
17. **Srivastava, Abhishek e Hui, Chung-Yuen.** Nonlinear viscoelastic contact mechanics of long rectangular membranes. *Proc. R. Soc. A*. 470, 2014, Vol. 2171.
18. **Dacko, A. K. e Glockner, P. G.** On the large-deflection and stability behaviour of spherical inflatables under symmetric plate and cylinder loads. *Eng. Struct.* 1989, Vol. 11, April.
19. **Nadler, Ben.** On the contact of a spherical membrane enclosing a fluid with rigid parallel planes. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 45, 2010, pp. 294-300.
20. **Kumar, Nirmal e DasGupta, Anirvan.** On the contact problem of an inflated spherical hyperelastic membrane. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 57, 2013, pp. 130-139.
21. **Patil, Amit, DasGupta, Anirvan e Eriksson, Anders.** Contact mechanics of a circular membrane inflated against a deformable substrate. *International Journal of Solids and Structures*. 67, 2015, pp. 250-262.
22. **Sakakibara, Shigeki e Wan, Maurice.** Evaluation of Prototype Confirmation Test for Floating Pneumatic Rubber Fenders Based on ISO17357. *Proceedings of The Thirteenth International Offshore and Polar Engineering Conference*. 2003.
23. **ShibataFenderTeam.** *Design Manual*. 08/2017.

8. Anexo 1



Ref: WAN0510011

PERFORMANCE CURVE OF YOKOHAMA PNEUMATIC FENDER 2500x4000 - P50 ($P_0=50\text{kPa}$)

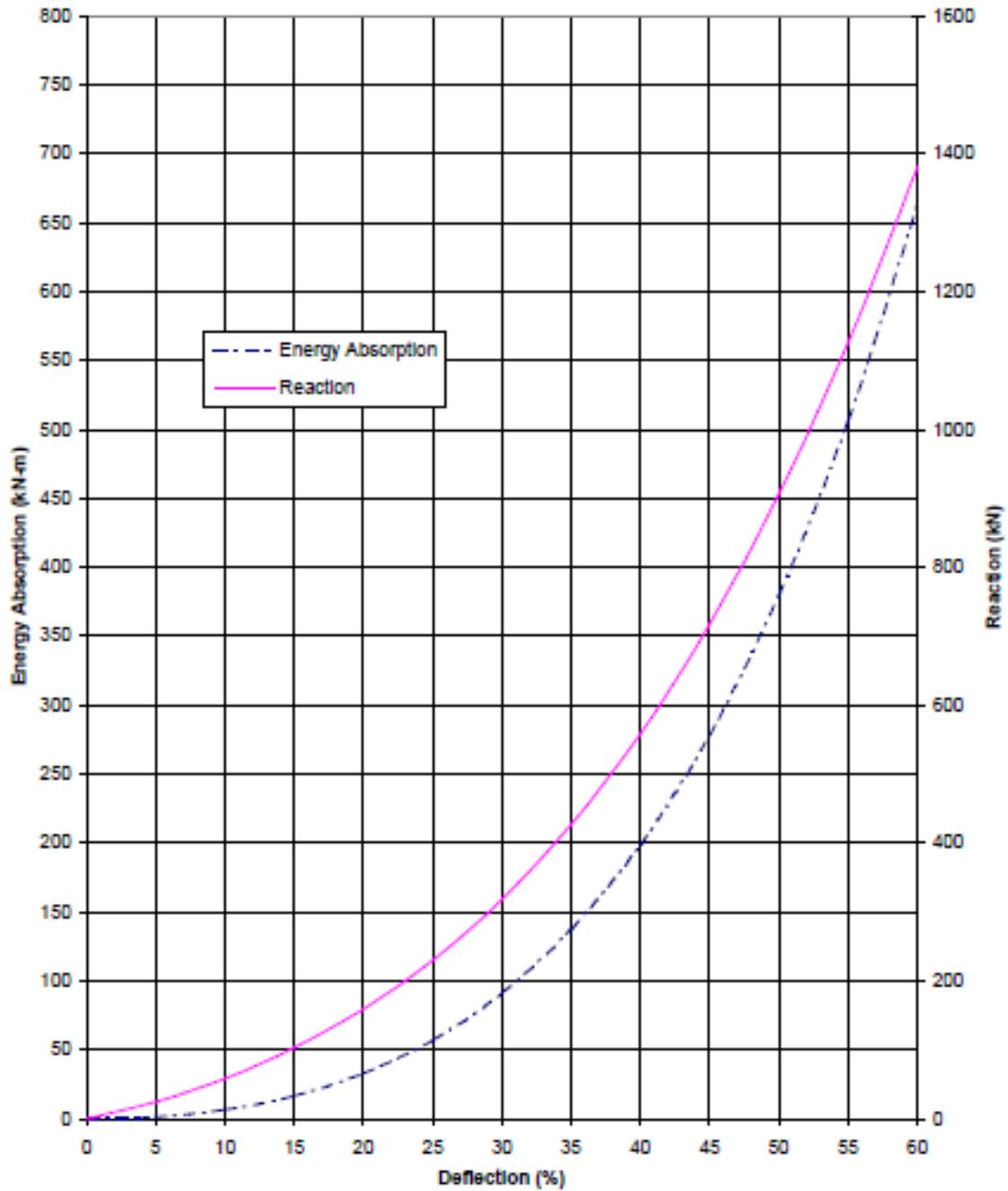


Figura 30 - Curva de desempenho - Defesa Yokohama 2500x4000 - 50 kPa, fonte [http://www.fendercare.com/uk/news-and-media/downloads/technical-information/]