



PROPAGAÇÃO ACÚSTICA MODAL NO TALUDE CONTINENTAL DAS  
REGIÕES SUL E SUDESTE BRASILEIRAS

Marcia Helena Moreira Valente

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Oceânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Oceânica.

Orientador: Luiz Gallisa Guimarães

Rio de Janeiro  
Março de 2018

PROPAGAÇÃO ACÚSTICA MODAL NO TALUDE CONTINENTAL DAS  
REGIÕES SUL E SUDESTE BRASILEIRAS

Marcia Helena Moreira Valente

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ  
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS  
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM  
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA OCEÂNICA.


Examinada por:



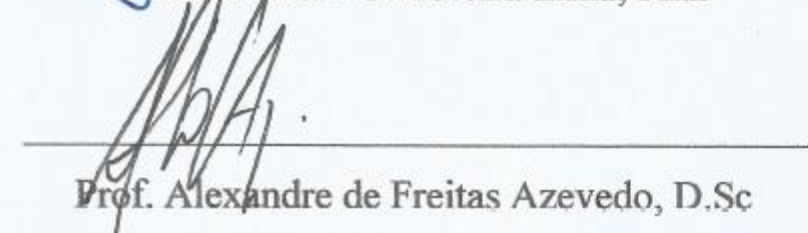
Prof. Luiz Gallisa Guimarães, D.Sc



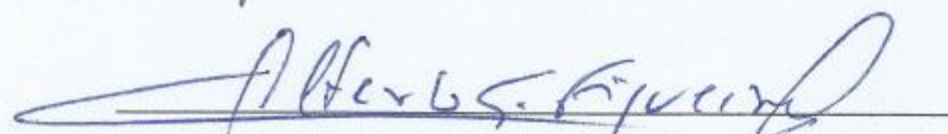
Prof. Carlos Eduardo Parente Ribeiro, D.Sc



Dr. José Antônio Moreira Lima, Ph.D



Prof. Alexandre de Freitas Azevedo, D.Sc



Prof. Alberto Garcia de Figueiredo Jr., Ph.D

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MARÇO DE 2018

Valente, Marcia Helena Moreira

Propagação Acústica Modal no Talude Continental das regiões Sul e Sudeste Brasileiras/ Marcia Helena Moreira Valente. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2018

XV, 148 p.: il; 29,7 cm

Orientador: Luiz Gallisa Guimarães

Tese (doutorado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Oceânica, 2018.

Referências Bibliográficas: p. 136-142.

1. Propagação Acústica 2. WKB 3. Modos . I. Guimarães, Luiz Gallisa. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Oceânica. III. Título.

Aos meus filhos,  
Helena Cristina e João Antônio  
Ao meu esposo, João Batista,

A vocês, meu Eterno Amor

# Agradecimentos

Ao Pai Eterno, agradeço tudo, os caminhos que me apresenta, sua Força e sua Graça. A Ti toda minha Adoração. À Maria Santíssima, mãe de todos, pela presença e proteção constante nas estradas, e por ficar com a minha família quando da minha ausência.

À minha família, especialmente meus pais, Constança e Celsio, meus exemplos, pelo amor e por sempre me motivarem a buscar mais. Meu eterno agradecimento.

Ao meu esposo e filhos, João, Helena e Joãozinho, pela paciência, apoio, abdicção para que tudo isso fosse possível. A eles dedico mais esta vitória.

Aos meus irmãos Alexandre e Mírian pelo companheirismo e amizade.

À Marinha do Brasil, por ter me concedido este período de grande aprendizado, pelos desafios, por acreditar em mim e por me dar condições para que eu realizasse este curso.

Ao Professor Dr. Luiz Gallisa Guimarães, por ter me aceito como sua orientanda, pela compreensão e paciência, pela bondade e genialidade; sem ele este estudo não teria sido realizado. Um patriota e grande marinheiro. Meu muito obrigado.

Aos amigos e orientadores CMG Leonardo Barreira e CF Fernando Marin pelo estímulo e amizade.

Aos amigos do LIOC, representado pelo Prof. Carlos Parente, pelo apoio. Aos amigos do IEAPM: Alte. Marcos Almeida, CMG(RM1) Simões, CC(EN) Guarino, CMG(RM1) Xavier, CF Hugo Chaves, Dra. Eliane e todos da Divisão de Oceanografia Física, pelas orientações, dicas e presenças constantes.

À Carolina Valente pelas tantas traduções. Valeu !!!

Aos Amigos de Fé, por andarmos juntos e pela constante oração.

A todos, minha gratidão !!!

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

PROPAGAÇÃO ACÚSTICA MODAL NO TALUDE CONTINENTAL DAS  
REGIÕES SUL E SUDESTE BRASILEIRAS

Marcia Helena Moreira Valente

Março/2018

Orientador: Luiz Gallisa Guimarães

Programa: Engenharia Oceânica

O estudo da propagação da energia acústica ao longo do talude continental brasileiro é o objeto deste trabalho. Um modelo teórico da propagação acústica foi desenvolvido a partir das proposições iniciais para oceano profundo, sugeridas por Bucker e Munk. Mais especificamente, devido à uma variabilidade mais complexa das massas d'água brasileiras, em algumas situações os modelos bem estabelecidos de Bucker e Munk não se mostraram adequados para descrever acuradamente a propagação acústica em tais regiões. Com intuito de contribuir para superar tais dificuldades, foi adotado um novo perfil médio regional calculado a partir de dados históricos de CTD (Condutividade, Temperatura e Densidade) da região do sul e sudeste do Brasil. De modo que, foi possível adaptar a teoria à climatologia do talude continental do Atlântico Sul brasileiro. Complementando a isto, este novo modelo foi também testado para uma situação distinta, frontal a Arraial do Cabo. Por fim, baseados em tal modelo e para uma banda de frequência delimitada entre 100Hz e 1kHz, estabelecemos de forma pioneira os critérios para os quais existe uma robusta equivalência entre as teorias de propagação modal e traçamento de raios. Por fim, espera-se que tais estudos venham auxiliar no planejamento futuro de campanhas voltadas à obtenção e análise de resultados obtidos por tomografia acústica em grandes áreas de interesse, tanto econômico quanto de defesa.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

MODAL ACOUSTIC PROPAGATION IN CONTINENTAL SLOPE OF THE  
SOUTH AND SOUTHEAST BRASILIAN REGIONS

Marcia Helena Moreira Valente

March/2018

Advisor: Luiz Gallisa Guimarães

Department: Oceanic Engineering

The study of the acoustic propagation along the Brazilian continental slope is the object of this work. A theoretical model of acoustic propagation was developed from the initial propositions for deep ocean, suggested by Bucker and Munk. More specifically, due to the complex variability of the Brazilian water masses, in some situations the well-established models of Bucker and Munk were not adequate to accurately describe the acoustic propagation in such regions. In order to overcome these difficulties, a new regional average profile was calculated based on the historical data of CTD (Conductivity, Temperature and Density) from southern and southeastern Brazil. Thus, it was possible to adapt the theory to the climatology of the continental slope of the Brazilian South Atlantic. This new model was also tested for a distinct situation, frontal to Arraial do Cabo city. Finally, based on such model and for a frequency band delimited between 100Hz and 1 kHz, we establish in a pioneer way the criteria for which there is a robust equivalence between modal propagation and ray tracing theories. Finally, it is expected that such studies will help in the future planning of campaigns aimed at obtaining and analyzing acoustic tomography in large areas of interest for both economic and defense.

# Sumário

<b>1. Introdução .....</b>	<b>1</b>
1.1 Motivação .....	2
1.1.1 Relevância .....	3
1.1.2 Estado da Arte .....	7
1.2 Soluções para o estudo da Propagação Acústica .....	11
1.2.1 Levantamento de Informações Oceanográficas .....	12
1.2.2 Utilização de Modelos e Métodos Matemáticos .....	13
1.2.3 Inversão para Tomografia Acústica .....	14
1.3 Objetivos .....	16
1.3.1 Geral .....	16
1.3.2 Objetivos Específicos do Estudo .....	16
<b>2. A Teoria Acústica .....</b>	<b>19</b>
2.1 Velocidade do Som no Oceano .....	20
2.1.1 Efeitos da Variação da Velocidade do Som da Propagação Acústica Oceânica .....	21
2.2 Propagação Acústica .....	23
2.2.1 Equação Geral da Onda .....	24
2.2.2 Equação da onda: Teoria linear .....	24
2.2.3 Os métodos: separação de variáveis e assintóticos nas Teorias Modal e Raios .....	24
2.2.4 O perfil de velocidade sonora Linear .....	26
2.2.5 Funções de Airy .....	27
2.3 Modelos para Oceanos Profundos .....	28
2.3.1 Técnicas para aproximação da variação do perfil de velocidade do Som	32
2.4 Aproximação WKB .....	33
2.4.1 Tecnicas de Expansão Multirraios .....	37



2.5	Dispersão Modal.....	38
2.5.1	Velocidade de fase ( $vn$ ) e Velocidade de Grupo ( $un$ ) .....	39
2.5.2	Velocidade de Grupo Modal.....	40
2.5.3	Comprimento de Interferência ( $\Gamma_{nm}$ ) e <i>Skip Distance</i> ( $D_n$ ).....	41
2.6.4	Tomografia por Tempo de Percurso .....	42
<b>3.</b>	<b>Área Estudada .....</b>	<b>43</b>
3.1	Caracterização da Área.....	43
3.1.1	Topografia de Fundo .....	44
3.1.2	Circulação Oceânica e Transporte de Volume .....	46
3.1.3	Massas D'água.....	47
3.1.4	Processos oceanográficos locais .....	56
3.1.5	Climatologia .....	62
3.2	Dados Analisados .....	65
<b>4.</b>	<b>Metodologia Utilizada .....</b>	<b>75</b>
4.1	Análise do Perfil Médio da Velocidade do Som .....	76
4.2	Método de Multicamadas .....	77
4.3	Aproximação WKB .....	78
4.4	Modelo de Bucker .....	80
4.5	Modelo de Munk .....	83
4.6	Cálculo da Equação Transcendental, do Número de Onda ( $k$ ) e do Campo de Deslocamento ( $\Psi$ ) para os modelos de Bucker-Munk.....	86
4.6.1	Equação Transcendental .....	86
4.6.2	Cálculo do Número de Onda normalizado ( $k$ ) .....	87
4.6.3	Cálculo do Campo de Deslocamento ( $\varphi$ ) .....	88
4.7	Cálculo de Velocidade de Fase ( $Cf(n)$ ) e da Velocidade de Grupo ( $Cg(n)$ ) Modal.....	88
4.8	Cálculos do Comprimento de Interferência ( $D_{m,n}$ ) e do Tempo de percurso ( $\tau_n$ )	90

4.9 Cálculo do Traçado de Raios.....	91
<b>5. Resultados e Discussão .....</b>	<b>92</b>
5.1 A Utilização da Aproximação WKB .....	94
5.2 Análise das soluções da Equação Transcendental Modal .....	95
5.2.1 Campo de Deslocamento ( $\Psi_n$ ).....	95
5.2.2. Número de Onda normalizado ( $K_b$ ) e as Velocidades de Fase ( $C_f$ ) e de Grupo ( $C_g$ ) .....	97
5.3 Aplicação do PMR para o talude continental Sudeste brasileiro .....	104
5.3.1 Pontos de Retorno (PR), Tempo de Percurso ( $\tau$ ) e Comprimento de Interferência (Dn). .....	108
5.4 Aplicação da metodologia do PMR para a região Sul brasileira.....	112
5.4.1 Número de Onda ( $K_b$ ), Velocidade de Grupo ( $C_g$ ) e de Fase ( $C_f$ ).....	113
5.4.2 Pontos de Retorno (PR), Tempo de Percurso ( $\tau$ ) e Comprimento de Interferência (Dn). .....	115
5.5 Estudo de Caso para um perfil de verão na região do Talude Continental frontal à Ilha de Cabo Frio (Arraial do Cabo – RJ). .....	118
5.6 Diagrama de Raios para os PRM estudados.....	124
5.7 Análise Comparativa entre as Regiões de Estudo .....	127
5.8 Síntese dos Resultados .....	129
5.9 Perspectivas para a ampliação do estudo.....	131
<b>6. Conclusões .....</b>	<b>134</b>
<b>Referências Bibliográficas .....</b>	<b>136</b>
<b>A. Análise do comportamento do campo de deslocamento vertical <math>\Psi</math> em termos de funções de Airy. ....</b>	<b>143</b>
A.1 – As Funções de Airy .....	143
A.2 –O comportamento do Campo de Deslocamento modal ( $\Psi_n$ ) .....	147

# Lista de Figuras

<b>Figura 1</b> - Esquema para um experimento de Tomografia em mesoescala (Modificado de Howe [26]).....	15
<b>Figura 2.1</b> - Canal Sonoro de dois eixos (SOFAR em $z_{min}$ ), (a) perfil $c(z)$ (b) raios sonoros (Obtida de BREKHOVSKIKH & LYSANOV [23]).....	22
<b>Figura 2.2</b> - Canal Sonoro de Superfície (a) perfil $c(z)$ (b) raios sonoros. (Obtida de BREKHOVSKIKH & LYSANOV [23]) .....	23
<b>Figura 2.3</b> – Perfil de Velocidade do Som de Bucker (Modificado de JENSEN <i>et al.</i> [25]) .....	29
<b>Figura 2.4</b> – Perfil de Velocidade do Som de Munk (Modificado de JENSEN <i>et al.</i> [25]) .....	29
<b>Figura 2.5</b> – Perfil modelado de Munk e o diagrama de raios para uma fonte em $Z_1=Z_{Min}$ . (Modificado de MUNK [35]) .....	31
<b>Figura 2.6</b> – Frequência de Brunt-Vaisala para um perfil de Munk para velocidade de som $(c)$ . (Modificado de MUNK [35]) .....	31
<b>Figura 2.7</b> – Raio equivalente do modo 30 para o perfil de Munk (Modificado de JENSEN <i>et al.</i> [25]).....	37
<b>Figura 3.1</b> - Isobatimétricas da região (a) Sudeste e (b) Sul Brasileira .....	45
<b>Figura 3.2</b> - Diagrama TS do Atlântico Sul (Modificado de STRAMMA [38]).....	48
<b>Figura 3.3</b> - Variação média da Temperatura (a) 20 metros, (b) 50 metros, (c) 100 metros, (d) além de 200 metros e (e) fundo na PCSE, para o verão (Obtido de REZENDE [45]).....	50
<b>Figura 3.4</b> - Variação média da Salinidade (a) superfície, (b) 50 metros, (c) além de 200 metros e (d) fundo na PCSE, para o verão (Obtido de REZENDE [45]).....	51
<b>Figura 3.5</b> - Seções verticais de Temperatura ( $^{\circ}C$ ) e Salinidade (UPS) no (a) inverno e (b) verão, frontais a Albardão ( $33^{\circ} S$ ) (Modificado de PIOLA [46]).....	52
<b>Figura 3.6</b> - Seções verticais de Temperatura e Salinidade, frontais ao Cabo de Santa Marta, (c e d), e Rio Grande, (e e f), no inverno de 2003. (Modificado de MÖLLER [47]) .....	53

<b>Figura 3.7</b> - Seções verticais de Temperatura (esquerda) e Salinidade (direita), frontais a Rio Grande (c,d) e ao Cabo de Santa Marta (e,f), no verão de 2004 (Modificado de MÖLLER [47]).	54
<b>Figura 3.8</b> – Porcentagem de Mistura do inverno (esquerda) e verão (direita) da superfície (a,b) e 50m (c,d). Em verde a APP, em vermelho a AT e em azul a ASAP. (Obtido de MÖLLER [47]).	55
<b>Figura 3.9</b> - Imagens AVHRR de TSM da região Sudeste do Brasil. As águas quentes (tons vermelhos) são características da CB e as ondulações configuram meandros (Obtido de VELHOTE [49]).	59
<b>Figura 3.10</b> - Esquema de como um vórtice ciclônico propagante pode bombear água em sua parte dianteira, propiciando ressurgência de quebra de plataforma (Obtido de CAMPOS <i>et al.</i> [39]).	60
<b>Figura 3.11</b> – Vórtice ciclônico, ao largo do Embaiamento de São Paulo. Os vetores expressam a velocidade horizontal e as cores, a velocidade vertical (Obtida de VELHOTE [49]).	60
<b>Figura 3.12</b> - Temperatura (°C, par superior) e correntes (par inferior) no fundo da PCSE após um experimento com vento de SW (figuras à esquerda) e vento de NE (figuras à direita), verão. (Obtido de COELHO [51]).	65
<b>Figura 3.13</b> – Localização das estações oceanográficas utilizadas para o cálculo do perfil médio da velocidade do som, na região Sul do Brasil	67
<b>Figura 3.14</b> - Localização das estações oceanográficas utilizadas para o cálculo do perfil médio da velocidade do som, na região Sudeste do Brasil	67
<b>Figura 3.15</b> - Diagramas TS para a região Sul do Brasil, períodos de (a) inverno e (b)verão, respectivamente. (Obtido de ALVES & VALENTE [53]).	68
<b>Figura 3.16</b> – Diagrama TS dos perfis mínimo, médio, máximo para a região Sudeste brasileira	69
<b>Figura 3.17</b> - Seção Vertical de Temperatura, frontal a Santos (a) e Arraial do Cabo (b) no verão de 2006.	70
<b>Figura 3.18</b> - Seção Vertical de Salinidade frontal a Santos (a) e Arraial do Cabo (b) no verão de 2006.	71
<b>Figura 3.19</b> - Seção Vertical da Velocidade do Som frontal a Santos e Arraial do Cabo no verão de 2006	73
<b>Figura 3.20</b> – (a) Perfil Médio da Velocidade do Som para a região Sul e (b) para a região Sudeste do Brasil (dados históricos).	74

<b>Figura 4.1</b> – Erro relativo a função $\Gamma$ , para o perfil médio sul brasileiro. ....	77
<b>Figura 4.2</b> - Esquema de Multi-camadas de Bucker (Modificada de BUCKER [55]). ..	80
<b>Figura 4.3</b> - Perfil de Bucker modelado para a região Sul do Brasil, e parametrizado em $Z_b$ ( $Z_b = Z / Z_{Min}$ ). ....	83
<b>Figura 4.4</b> – Em verde, resultados de $L_{MT}$ e $L_{MF}$ , equação linear. Em preto, perfil dos dados reais, e em vermelho dados ajustados. ....	85
<b>Figura 4.5</b> – Em vermelho a curva modelada de Munk. Em preto os dados fitados....	85
<b>Figura 5.1</b> - Perfil parametrizado da função para Bucker e Munk, lembrando que a função $\Gamma = C_{Min}^2 / Cz^2$ .....	93
<b>Figura 5.2</b> - Diferença entre o Cálculo Exato e aproximação WKB para $K_b$ (eixo a esquerda da figura) e $\theta$ (Theta - eixo da direita).....	94
<b>Figura 5.3</b> – (a) Campo de deslocamento ( $\Psi$ - psi) para os modos $n= 0,1,69$ e $70$ . ( $Z_b$ é a razão entre $Z / Z_{Min}$ .) e (b) Campo de deslocamento ( $\Psi$ - psi) para os modos $n= 69$ e $70$ . ....	96
<b>Figura 5.4</b> – Autovalores para o modelo de Munk&Bucker sem a presença do fundo (círculos vermelhos) e após reflexão no fundo e na superfície (quadrados azuis).....	97
<b>Figura 5.5</b> - Velocidade de fase ( $C_f$ ) e de grupo ( $C_g$ ) para o modelo de Munk&Bucker. ....	98
<b>Figura 5.6</b> - Variação de $K_b$ (WKB) em relação a variação da frequência. ....	99
<b>Figura 5.7</b> - Relação entre as velocidades de Grupo ( $C_g$ ) e de Fase ( $C_f$ ) para cada frequência utilizada.....	99
<b>Figura 5.8</b> – (a) Perfil médio sudeste e os "n" segmentos de reta e (b) Perfil médio sudeste ajustado as camadas. ....	101
<b>Figura 5.9</b> - Perfil médio sudeste modelado para 11 camadas. ....	102
<b>Figura 5.10</b> - Perfil médio de Bucker&Munk (BkMk) e modelo próprio ajustado para a região Sudeste.....	103
<b>Figura 5.11</b> - Perfil médio da velocidade do som, modelado, para a região Sudeste..	105
<b>Figura 5.12</b> - Variação do comportamento normalizado de $C_f$ e $C_g$ para a região Sudeste nas frequências de 50 a 750Hz. ( $nN = n$ modos parametrizado ao total de modos). ...	106
<b>Figura 5.13</b> - Relação $C_g/C_f$ para o numero de modos parametrizado. ....	106
<b>Figura 5.14</b> - Velocidade de Fase e de Grupo Normalizada (NC) nas frequências de 100 e 750Hz, para a região Sudeste.....	107

<b>Figura 5.15</b> - Pontos de Retorno PR1 e PR2 para a região sudeste, na frequência de 750Hz. ....	108
<b>Figura 5.16</b> - Elementos para a analogia entre raio/modo: $z_a$ e $z_b$ são as profundidades acima e abaixo dos pontos de retorno; $U_n(z)$ é a função modal, $C_n \equiv C_{fn}$ é a velocidade de fase do modo e $\theta$ é o ângulo horizontal do raio. (Obtido de CHAPMAN [59])......	109
<b>Figura 5.17</b> - Variação do Comprimento de Interferência ( $D_n$ ) e do Ângulo de saída da fonte ( $\alpha_f$ ) pelos modos para a região Sudeste. ....	110
<b>Figura 5.18</b> - Tempo de Percurso ( $\tau$ ) para a região sudeste, nos modos anteriores e posteriores aos pontos de retorno (PR1).....	111
<b>Figura 5.19</b> - Ampliação dos resultados de tempo de percurso ( $\tau$ ) para os modos de interesse (que visualizam e refletem na superfície), e seus maiores alcances. ....	112
<b>Figura 5.20</b> - Perfil modelado regional (PMR) para a região Sul brasileira.....	113
<b>Figura 5.21</b> – Variação das Velocidades de fase ( $NC_f$ ) e de grupo ( $NC_g$ ) normalizadas, para o PMR no talude e sopé Sul do Brasil, em relação aos modos ( $n$ ) na frequência de 100Hz. ....	114
<b>Figura 5.22</b> – Relação $C_g/C_f$ normalizados. ....	114
<b>Figura 5.23</b> - Pontos de Retorno apresentados em relação à $Z_{Min}$ .....	116
<b>Figura 5.24</b> – Para a região Sul, o eixo vertical da esquerda representa o Comprimento de Interferência ( $D_n$ ) enquanto que o da direita mostra o Ângulo de saída da fonte ( $\alpha_f$ ) em função do $n^\circ$ de modos ( $n$ )......	117
<b>Figura 5.25</b> - Tempo de Percurso ( $\tau$ ) em pontos de retorno escolhidos ( $n>50$ ) para região Sul.....	118
<b>Figura 5.26</b> – Perfil modelado para um perfil adquirido no talude frontal de Arraial do Cabo no verão, demonstrado em relação a função $\Gamma$ .....	119
<b>Figura 5.27</b> - Variação de $K_b$ (verde escuro) e $NC_g$ (verde claro) em relação aos modos $n$ na frequência de 750Hz. ....	120
<b>Figura 5.28</b> - Pontos de Retorno (PR1 de $Z_{Min}$ até a superfície e PR2 de $Z_{Min}$ até o fim do perfil) para Arraial no verão ( $f=750Hz$ ). ....	121
<b>Figura 5.29</b> - Para Arraial no verão, o eixo vertical da esquerda representa o Comprimento de Interferência ( $D_n$ ) enquanto que o da direita mostra o Ângulo de saída da fonte ( $\alpha_f$ ) em função do $n^\circ$ de modos ( $n$ ). ....	122
<b>Figura 5.30</b> - Tempo de Percurso ( $\tau$ ) para um ciclo de $D_n$ - Verão em Arraial ( $f=750Hz$ ). ....	123

<b>Figura 5.31</b> - Tempo de Percurso ( $\tau$ ) X Deslocamento Radial ( $R_z$ ) dos pontos de retorno que visualizam fundo e superfície.....	123
<b>Figura 5.32</b> - Diagrama de Raios médio para a região Sul brasileira. Os valores de $\alpha$ (ângulo da fonte) são valores obtidos para os pontos de retorno PR1 dos modos escolhidos (n=50 e 60).....	125
<b>Figura 5.33</b> - Diagrama de Raios médio dos modos escolhidos para a região Sudeste brasileira. Os valores para $Z_s$ (profundidade da fonte) e $\alpha_f$ (angulo da fonte) são valores obtidos para os pontos de retorno PR1 dos modos escolhidos (n=5, 370 e 426). .....	126
<b>Figura 5.34</b> - Diagrama de Raios para a região frontal de Arraial no verão. Os valores para $Z_s$ (profundidade da fonte) e $\alpha_f$ (ângulo de saída da fonte) são valores obtidos para os pontos de retorno PR1 dos modos escolhidos (n=5, 400, 450 e 500). .....	126
<b>Figura 5.35</b> - Comparação das Velocidades de Grupo Normalizadas (NCg) para os perfis estudados. ....	128
<b>Figura 5.36</b> - Comparação do Comprimento de Deslocamento ( $D_n$ ) para os perfis estudados. ....	128
<b>Figura 5.37</b> - Comparação dos Ângulos de Saída da fonte ( $\alpha_f$ ) para os perfis estudados. ....	129
<b>Figura 5.38</b> - Perdas TL na propagação para o perfil regional sul, para frequência de 100Hz e $Z_s = 77$ metros.....	132
<b>Figura 5.39</b> - Exemplo após o cálculo da cáustica utilizando um perfil de Munk e a equação para o perfil médio regional (PMR) do Sul do Brasil. ....	133
<b>Figura 5.40</b> – Perturbação da velocidade do som modelada a partir de medições de tempo de percurso após passagem de um vórtice (Modificada de SMITH [61] ).....	133
<b>Figura A.1</b> (a) e (b) – Comportamento da função $A_i$ e $B_i$ , respectivamente.....	144
<b>Figura A.2</b> (a) e (b) – Comportamento da função $A_i$ e $B_i$ , respectivamente, para $\varepsilon=1/50$ . As linhas cheias representam a parte real das funções de Airy enquanto que as tracejadas são as imaginárias.....	145
<b>Figura A.3</b> – Comportamento de $\log_{10} A_i $ (linha cheia) e $\log_{10} B_i $ (linha tracejada) para (a) $\varepsilon=0$ e em (b) $\varepsilon=1/50$ .....	146
<b>Figura A.4</b> – Comportamento do Campo de Deslocamento ( $\Psi_n$ ) para n=0 (a) e para n=4 (b). $z_b$ corresponde a normalização da profundidade z em relação à $z_{Min}$ .....	147
<b>Figura A.5</b> – Comportamento do Campo de Deslocamento ( $\Psi$ ) em (a) para n=9 e em (b) para n=20.....	148
<b>Figura A.6</b> – Comportamento do Campo de Deslocamento ( $\Psi$ ) para n=70.....	148

# Capítulo 1

## Introdução

O estudo da Acústica Submarina teve seu alavancar no início do século XX, principalmente após a Primeira Guerra Mundial (1914 - 1918), com o advento dos submarinos, arma de grande poder de ataque. De fato, a guerra naval constituiu a principal motivação para o incremento da Acústica Submarina que, por sua vez, permitiu conquistas significativas durante e após a Segunda Guerra Mundial. Após o período de guerras e com o advento da era tecnológica, a utilização da acústica teve um elevado crescimento, a partir do desenvolvimento de equipamentos de transmissão, que conseguiam varrer o fundo oceânico, detectar objetos e organismos na massa d'água e estudar os animais que já se utilizavam da propagação do som para se comunicarem a grandes distâncias. Muitos equipamentos foram desenvolvidos para se conhecer o fundo, subfundo, correntes e o posicionamento de cardumes de peixes e outros frutos do mar, para fins comerciais. Sua aplicação foi aumentando e se diversificando. Nas décadas de 70 e 80, vários países começaram a utilizar sensores acústicos para medir o som marinho, e para identificar toda espécie de movimentos no mar. Sonares e ecossondas passaram a ser usados para a detecção de objetos (*icebergs*, minas, submarinos) e exploração de riquezas (petróleo, minerais e outros). Uma linha de pesquisa foi iniciada, a Oceanografia Acústica, que engloba a propagação acústica, a geoacústica e a bioacústica, entre outros. Os métodos acústicos passaram a ser usados para o estudo de diversos processos oceanográficos.

Como, em água salgada [1], o som sofre muito menos atenuação do que o eletromagnetismo, a partir dos meados de 1980 sua aplicação tornou-se a ferramenta



preeminente para detectar, identificar e comunicar sob a superfície do oceano. O estudo das comunicações acústicas submarinas e da propagação acústica no mar, em geral, possui aplicação dual, atendendo tanto a fins militares como, por exemplo, a Guerra Antissubmarina (em inglês, *Anti-submarine warfare* - ASW), quanto a fins científicos, como o emprego de veículos submarinos não tripulados, dentre os quais destacamos os Veículos Autônomos Submersos (em inglês, *Autonomous Underwater Vehicle* - AUV), os Veículos Operados Remotamente (em inglês, *Remotely Operated Vehicle*- ROV) e os “gliders” (planadores).

A propagação acústica é a linha de pesquisa deste estudo, e, considerando a evolução mundial dos métodos e equipamentos acústicos, a nossa pretensão é o conhecimento de como podemos utiliza-la, dentro do que já é conhecido da Oceanografia do Atlântico Sul.

Ao longo deste capítulo, serão apresentados os motivos específicos para o desenvolvimento deste estudo, a relevância para o país e para a Marinha do Brasil, alguns exemplos de estudos que estão na ponta de lança da oceanografia acústica e os objetivos que se pretendeu alcançar, na perspectiva do conhecimento da propagação.

## **1.1 Motivação**

Conhecer o ambiente acústico marinho em regiões geográficas de alta importância estratégica, e de relevância nacional, onde uma série de processos oceanográficos atua de maneira permanente, sazonal ou eventual, a fim de viabilizar projetos de monitoramento ambiental foi a primeira motivação deste estudo.

Após 60 anos de coletas de dados oceanográficos por parte da Marinha do Brasil e de instituições de pesquisa, foi possível estabelecer climatologias em larga escala que identificaram uma série de processos regionais que modificam de sobremaneira a propagação acústica, que precisam ser muito estudados.

Medições oceanográficas não apresentam condições de cobrir sinoticamente uma área delimitada por centenas de quilômetros, acompanhar durante um período longo de tempo e tão pouco monitorar toda a coluna d’água, em locais profundos, como

o caso da limitação das imagens de satélite. Como ondas acústicas de baixa frequência podem ser geradas por grupos de fontes e de receptores e monitorar uma região com heterogeneidade na distribuição horizontal e ao longo da coluna d'água, técnicas de medição e caracterização acústica poderiam acompanhar perturbações das condições iniciais de parâmetros ambientais e, caso necessário, reconstruir os parâmetros hidrográficos pelo método de inversão.

Como a variabilidade dos parâmetros físicos diretamente modificam os sinais acústicos, somados a outros menos característicos, como a densidade biológica da área, a tomografia acústica vem sendo largamente utilizada para o monitoramento destas feições de mesoescala nos oceanos.

O acompanhamento por equipamentos acústicos das variabilidades físicas e dos processos que variam em três dimensões (3D) e com o tempo (t), em grandes áreas, é importante para fins científicos e econômicos, como também para os objetivos da Marinha do Brasil (MB).

O conhecimento das propriedades acústicas poderá contribuir para o estudo de modelos oceanográficos e acústicos para a operação segura dos submarinos no além-mar? Em que proporção a variação dos parâmetros físicos, como Temperatura e Salinidade, pode interferir na propagação dos feixes acústicos, na posição, na ocultação ou na rota de navegação de um submarino? E, como processos regionais e locais podem facilitar ou dificultar a propagação do som no mar. Todos esses questionamentos foram considerados ao longo deste estudo, motivando o planejamento de métodos de aquisição de dados, para a busca do conhecimento do Mar e a nacionalização de sistemas de aquisição e de controle.

Por fim, perseguir métodos e resultados realísticos e não só teóricos, a partir de dados coletados ao longo de muitas comissões oceanográficas, demonstra que as soluções são possíveis, trazendo um alcance maior e perspectivas de muitos outros estudos.

### **1.1.1 Relevância**

Nos dias de hoje, é notório que o adequado conhecimento do meio ambiente, bem como o correto uso e preservação, são condições essenciais para a sobrevivência do ser humano. Conhecimento gera saúde e desenvolvimento, e desenvolvimento gera

riquezas. Somado a isto, é necessário criar meios e mecanismos para proteger e expandir. É razoável considerar tais aspectos como condição *sine qua non* para a soberania e desenvolvimento sustentável de um País.

Historicamente, o Brasil sempre foi considerado como um gerador de riquezas para os países que o colonizaram, e o seu crescimento seguiu os caminhos dos interesses de Portugal, Espanha, França e Holanda. No século XVI e XVII, o porto do Rio de Janeiro era parada obrigatória para os navegantes com destino a Buenos Aires, para o tráfego de escravos e para a saída de ouro, de prata e de açúcar produzido nos engenhos da cidade. Em meados de 1640, a produção de açúcar era conduzida para Portugal em navios que viajavam em grupos (Companhias Gerais), liderados por militares (frotas), para se protegerem de corsários e piratas. No século XVIII, o fumo e as “Drogas do Sertão” eram levados da região Amazônica (Belém e São Luís) para a Europa [2]. Na segunda metade do século XIX, a demanda de café do mercado mundial gera uma revolução na vida econômica e social do Sudeste do Brasil, introduzido primeiramente no Rio de Janeiro (Porto de Parati) e expandindo-se até o interior de São Paulo, criando uma nova rota de exportação através do Porto de Santos [2]. Os portos sempre foram considerados a entrada e saída das riquezas do Brasil e por isso um setor altamente estratégico.

Alinhava-se aí a história de crescimento de um país que via através de seus portos a chegada de escravos, depois de imigrantes, e que desencadeava o início da expansão industrial na virada do século XX até a Segunda Grande Guerra. Os centros como São Paulo, Minas e Rio de Janeiro expandiam-se em população e as metrópoles começavam a ser visualizadas. O aumento de infraestrutura para a fabricação de manufaturados, o comércio de gêneros, a instalação das siderurgias e a mineração em larga escala, centralizaram durante 50 anos a economia do país na região Sudeste [3].

“Desde a década de 1970, a Marinha constatou que dispor de submarinos convencionais não era suficiente para enfrentar possíveis ameaças no Atlântico Sul, ambiente imediato de suas operações navais. Para o cumprimento de sua missão constitucional de defender a soberania, a integridade territorial e os interesses marítimos do País, a Força precisa dispor, também, de submarinos com propulsão nuclear, cuja excepcional mobilidade garante a defesa avançada da fronteira marítima mais distante” (Livro Branco de Defesa Nacional [4], pag.101).

Nesse sentido, a Marinha se viu na necessidade de estimular a pesquisa, de investir na formação de especialistas para criar tecnologias e no conhecimento necessário para cumprir seus objetivos.

Nesse período (1970-1980), o Brasil ainda se organizava para compor o sistema de ciência e tecnologia do país. As estruturas existentes como o Conselho Nacional de Pesquisas - CNPq (fundado em 1951, e alterado para Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico em 1976), o Fundo Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - FNDCT (criado em 1969, operante até 1975 e reativado em 1998) estavam definindo suas atuações. Só em 1982 é que o CNPq estabeleceu um documento intitulado “Sistema Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico” com ações para apoiar a ações do Plano de Desenvolvimento [5]. Até 1984, as discussões para elaboração de um plano de política industrial ainda não tinham sido priorizadas. Em 1985, foi criado o Ministério de Ciência e Tecnologia – MCT (em 1999, passou a se chamar MCTI, “I” de Inovação), que incorporou o CNPq e ficou responsável pelas ações na área de ciência e tecnologia. Até 1995, o governo só disponibilizava 0,7% do PIB para Ciência e Tecnologia [6].

Como citado na atual Estratégia Nacional de Ciência e Tecnologia e Inovação (ENCTI), é uma necessidade estratégica buscar tecnologias duais para o desenvolvimento, autonomia e soberania nacional. O ENCTI menciona que “O distanciamento do Brasil em relação aos países líderes mundiais nesses setores, do ponto de vista tecnológico, é muito expressivo. Por se tratar de tecnologias críticas e estratégicas,..., os investimentos são essencialmente governamentais...” (MCTIC [7] , pag.88).

Atualmente, os documentos que regem as prioridades da Marinha do Brasil são: o Plano Nacional de Defesa (PND), a Estratégia Nacional de Defesa (END), e no caso do setor de Ciência e Tecnologia da Marinha, a Estratégia de Ciência e Tecnologia da Marinha (ECTIM). Neles estão apresentadas as premissas, diretrizes e orientações, entre elas: para assegurar a tarefa de negação do uso do mar, entre outras. O Brasil projetará e fabricará submarinos de propulsão convencional e nuclear, e buscará a autonomia nas tecnologias cibernéticas que tenham a função de guiar os submarinos e seus sistemas de armas (BRASIL, [8]).

O Livro Branco da Defesa [4] apresenta alguns projetos (programas) principais, e que estão vinculados diretamente com este estudo, resumidos a seguir:

- Programa de Desenvolvimento de Submarinos (PROSUB) - incrementar a atual Força de Submarinos com a incorporação de meios convencionais (S-BR) e de propulsão nuclear (SN-BR). Destaca-se que o PROSUB já previa o lançamento ao mar, a partir de 2016, de quatro submarinos convencionais “Scorpène”<sup>43</sup> e, a partir de 2022, um de propulsão nuclear; a construção de estaleiro e base naval específicos; e a continuidade do Programa de Modernização de Submarinos (MODSUB) para as cinco unidades convencionais das classes “Tupi” e “Tikuna”;
- Sistema de Gerenciamento da “Amazônia Azul” (SisGAAz), em fase de implantação, que visa o monitoramento e vigilância dentro das águas jurisdicionais brasileiras (AJB), a partir de uma melhor capacitação da Força para o controle do tráfego marítimo de interesse no Atlântico Sul, garantindo a segurança das embarcações que realizam atividades de valor estratégico, incrementando as capacidades de busca e salvamento. Além de capacitar a Força, o projeto tem também como objetivo estruturar o emprego dual, civil e militar, podendo ser aplicada na prevenção da poluição ambiental, meteorologia, controle da pesquisa científica no mar, controle do patrimônio genético, prevenção e repressão ao tráfico, e na segurança e defesa da área do pré-sal.

A ECTIM [9] sintetiza a estratégia do setor de ciência e tecnologia da Marinha e apresenta os desafios tecnológicos para o setor, perseguindo a seguinte “visão de futuro”:

“O SCTMB será um Sistema de CT&I, com recursos humanos altamente capacitados e infraestrutura compatível, focado na redução da dependência externa para o atendimento às demandas tecnológicas das OM responsáveis, primordialmente derivadas do Sistema de Planejamento Estratégico e de forças relativas à Marinha do Amanhã e à do Futuro” (BRASIL (c), [9], p. 23)

Dentre os desafios tecnológicos citados no documento, são ressaltados a “busca pelo domínio científico e tecnológico em áreas sensíveis ou estratégicas” e o “monitoramento e controle das Águas Jurisdicionais Brasileiras (AJB)”. E dentre as suas ações estratégicas o setor prioriza pesquisas em 05 áreas, sendo uma delas

denominada de “Meio Ambiente Operacional” com linhas de pesquisa na área de Oceanografia e de Acústica Submarina. Dentre elas está previsto estudos em propagação acústica, comunicação acústica e processamento de sinais [9].

Com a apresentação desses documentos que demonstram o total engajamento da Marinha nas atividades científicas, que contribuem para a sua estratégia e para o cumprimento dos seus objetivos, fica notório que o estudo da propagação acústica em áreas oceânicas, cenário para os submarinos que advirão, é prioritário.

### **1.1.2 Estado da Arte**

Os estudos realizados na área de Acústica Submarina se iniciaram no período entre guerras no século XX e tiveram seu ápice na época da Guerra Fria no mesmo século, culminando com o grande crescimento, que impulsionou a pesquisa para atender as necessidades tecnológicas: a era da inovação.

Este estudo irá mostrar, através da bibliografia utilizada, que nas décadas de 1970 e 1980 inúmeros conceitos físicos foram aplicados para estabelecer metodologias e obter soluções matemáticas para o conhecimento das propriedades físicas da água do mar, a propagação do som, no conhecimento do fundo e subfundo, e na utilização da tomografia acústica. As tecnologias foram sendo criadas para responder às necessidades da defesa dos países que despontaram na utilização de submarinos, e acabaram como inovações e avanços para outras áreas.

A seguir serão apresentados alguns trabalhos pioneiros e outros mais recentes publicados em alguns países empenhados na busca desse conhecimento:

SHOCKLEY *et al.* [10] apresentaram resultados sobre um experimento realizado em 1960 no Canal SOFAR (do inglês Sound Fixing And Ranging), próximo à Austrália, correspondente a detonações em profundidade que foram registradas por hidrofones posicionados nas proximidades das Bermudas (distância em torno de 20.000 km). Na época várias perguntas foram feitas. Após 22 anos de discussões, W.H.Munk *et al.* [11] publicaram uma revisão para os dados coletados pelo experimento, registrando os tempos de percurso por trecho medido, e as refrações e reflexões passadas pelo som. Os tempos obtidos apresentavam picos entre 20 e 30s de largura e no total calcularam-se valores na ordem de 13400 segundos [11]. Na mesma época do experimento,

W.D.Wilson [12] apresentou uma equação para o cálculo da velocidade do som em função da temperatura, salinidade e pressão.

Seguindo os passos do modelo de Pekeris de 1948, R. J. Urick apresenta em 1969 a teoria de modos para a transmissão do som em águas rasas. No seu livro de 1975 [13] o autor registra um grande crescimento no número de trabalhos publicados em Acústica Submarina nas décadas de 1960 e 1970.

No Brasil, como comentado anteriormente, a estruturação do setor de ciência e tecnologia demorou entre 1951 a 1982 para ser realizada [6]. A formação de cursos, como também as graduações nas áreas de Oceanografia foram iniciadas na década de 1970. Em 1985, a COPPE despontou oferecendo a pós-graduação na área de Engenharia Oceânica, linha de pesquisa Acústica Submarina. De lá até hoje já foram realizadas 40 teses de mestrado e doutorado. A seguir, procurarei resumir algumas que se alinham ao estudo da propagação:

Em 1991, Marcia Regina H. Barros apresentou a dissertação de Mestrado, PEnO/COPPE/UFRJ, sob o título "Investigações sobre a Propagação do Som no Mar na Região do Rio de Janeiro" e, em 1992, Gloria Maria F. Galante sobre o "Uso de conjunto de Hidrofonos (*arrays*) em Medições Acústicas Submarinas em Águas Rasas". A partir de 2005, algumas teses de doutorado expandiram as frentes de estudo, especialmente para os interesses da Defesa, realizadas na sua maioria por oficiais da Marinha do Brasil: CF (RRm) José Roberto Motta da Silva, sobre "Detecção e Localização Acústica em Águas Rasas usando Transformada Wavelet Contínua e outras Técnicas Espectrais" e Odmir Andrade Aguiar sobre "Sistema de Previsão de Alcance Sonar para um Oceano Heterogêneo e Discreto".

SOUSA [14] estudou a "Estimação de Distância de Fontes Sonoras no Mar com Técnicas Acústicas Passivas", utilizando de dados de uma operação com um submarino da Marinha do Brasil. Nos experimentos, o submarino captou passivamente sinais de navios mercantes, a partir de um sonar cilíndrico junto à proa. Os dados foram registrados utilizando uma banda de frequência de 300 a 600Hz e dados de velocidade do som medidos pelo próprio submarino, de precisão muito inferior às medições realizadas por lançadores XBT ou perfilhadores CTD, segundo observação da própria autora. Foi utilizada a teoria de modos normais para o cálculo da propagação das distâncias das fontes sonoras. Os resultados obtidos indicaram que, com base nas

características operativas do navio, os alvos estariam na faixa de distância entre 16250 a 19500 m (valor central de 17850 m). O espaço de busca inicial foi de 10000 a 25000 m, e verificou-se a concentração de resultados entre 12000 e 20000 m. Nas suas conclusões a autora registra que o método utilizado foi adequado, mas que os parâmetros geoacústicos, da profundidade local, do perfil de velocidade de propagação do som no mar deveriam ser conhecidos previamente à medição.

MARIN [15] apresentou resultados consistentes de inversão modal da perturbação da velocidade do som para águas rasas, utilizando apenas uma Fonte-Receptor e distâncias inferiores a 15km (no estudo: 5,6Km), empregando de forma eficiente e acurada os polinômios de *Chebyshev* como funções de base ortogonais. O autor comenta também a necessidade de sincronização do tempo e de posição em uma base única.

Os trabalhos desenvolvidos mundialmente nos últimos 20 anos apresentam, em sua maioria, resultados mediante aquisição de dados e a aplicação de metodologias, a partir do aumento tecnológico dos equipamentos de medição acústica (projetores, transdutores, hidrofones e etc), adequando as teorias acústicas pré-existentes para os estudos da propagação, e tomografia acústica, e as recentes vertentes da Oceanografia Acústica (Geoacústica, Bioacústica).

Na última década do século XX, os Estados Unidos da América desenvolveu um programa intitulado ATOC (*Acoustic Thermometry of Ocean Climate*), iniciado com testes de engenharia em 1983, e continuado em 1987, 1991 e 1994, sendo esse último com resultados promissores. Então a partir de 1996 o programa realizou medições contínuas ao longo de três anos, adquirindo dados acústicos entre a costa da Califórnia e a costa leste da ilha do Havaí, expandindo por quase todo o norte do Pacífico.

WORCESTER *et al.* [16] apresentaram os resultados das medições realizadas em novembro de 1994 a partir de linha de fundeio com um longo arranjo (do inglês “*array*”) vertical, instalado a 700 metros de profundidade, no eixo do canal sonoro. As fontes se localizavam a 3270 km de distância da Califórnia, e pulsavam em intervalos de tempo determinados (20 minutos, durante 28 períodos) numa frequência de 75 Hz. Nas conclusões do estudo eles verificaram que o tempo de chegada ( $\tau = 0,22s$ ) medido e o diagrama de raios obtido no experimento diferiram dos preditos ( $\tau = 0,15s$ ) para o experimento. Evidenciaram que as diferenças de velocidade do som ao longo do



caminho poderiam ser a causa e que teriam que ser mais efetivamente estudados. Foram lançados XBT e XCTD a cada 142 km, constatando a atividade de um vórtice próximo à fonte com variações de até 10 m/s na velocidade do som.

Em 2009, MUNK *et al.* [11] fazem um apanhado de 10 anos do projeto ATOC, após 1999, refazendo o experimento entre 2002 e 2006. Duas fontes foram colocadas, uma próxima à Califórnia e outra no Havaí, e 07 arranjos de hidrofones posicionados em pontos ao norte e nordeste do Oceano Pacífico. 03 arranjos receberam sinais de ambas as fontes. Os tempos de chegada variaram até 300ms, com desvios diários de até 25ms. As variações de temperatura ao longo do período integrada entre 150 e 1000m foram entre 0,05°C a 0,1°C. Durante os anos de estudo a flutuação do valor médio de  $\tau$  foi em torno de 0,14 ms / ano.

A seguir serão citados alguns trabalhos publicados a partir de 2013 em conferências internacionais como a *International Conference on Water Resources, Coastal and Ocean Engineering (ICWRCOE)* e a *Underwater Acoustics Conference and Exhibition (UACE)* de outros países que iniciaram seus estudos de propagação:

NIMMI *et al.* [17], pesquisadores da Marinha Indiana, apresentaram os resultados das medições oceanográficas e acústicas realizadas entre 1994 e 1995 no Mar da Arábia, a partir de uma linha de fundeio instalada em profundidades superiores a 1000m. Os estudos partiram para o entendimento da flutuação do sinal acústico feito a partir das flutuações da velocidade do som. Mediram as variações dos tempos de percurso ao longo do período medido e caracterizaram a variação do campo das ondas internas. Os dados obtidos de tempo de percurso variaram de 25 a 600ms ao longo do estudo, e observaram que ângulos de saída da fonte acima de 8° obtiveram melhores resultados do que os menores medidos.

ZHU *et al.* [18] apresentaram, na *Oceans 2010 IEEE Conference*, o primeiro trabalho de Tomografia acústica no Mar da China, em área costeira, entre 3-90m de profundidade local, em julho de 2009. 07 estações foram guarnecidas por navios de pesca em uma área de 7' x 7' e medições de CTD e ADCP foram realizadas por um navio de pesquisa. Os navios de pesca baixavam transdutores a 10 metros de profundidade com frequência de 5 kHz. Os tempos de resposta foram da ordem de 6-7s. As análises foram feitas par a par entre as estações. As correntes se mostraram transversais à área estudada.

Em 2017, XU *et al.* [19] apresentaram os primeiros resultados de medições com AUV de ruído radiado, medidos ao longo do deslocamento do veículo, e utilizando técnicas para corrigir os dados devido ao efeito Doppler e a erros de posicionamento.

Na mesma conferência, KARASMANI e PAPADAKIS [20] apresentaram o desenvolvimento de um método matemático para inversão geoacústica e cobrir uma área, assumindo que a distribuição da velocidade do som inicial se apresenta como um *background* de perturbações simuladas para a estimação do modelo.

DUSHAW *et al.* [21] apresentaram um estudo de tomografia na Bacia das Canárias, estudando o fluxo do mediterrâneo e os “*Meddies*” (vórtices anticiclônicos provenientes do Mar Mediterrâneo). Um fundeio com instrumentos medindo corrente, temperatura e salinidade foi colocado adjacente à medição dos caminhos acústicos à sudoeste da passagem de um forte *Meddy*. Após 9 meses de transmissões, os tempos de chegada de pulsos estocásticos variaram de duração por 250 a 500ms, seguindo por situações de calmaria. A passagem do *Meddy* faz decrescer o tempo de percurso do raio por 10-30ms. Ondas de maré internas foram medidas no primeiro modo e comparadas com marés observadas por altimetria de satélite.

Encerrando este “overview”, CALAZAN & RODRIGUEZ [22] apresentaram os autovalores de um arranjo para um guia de onda em três dimensões, corrigindo erros de elevações e azimutes do raio sobre o plano. O desempenho do método foi comparado com dados experimentais.

## **1.2 Soluções para o estudo da Propagação Acústica**

Neste subitem serão apresentadas, sinteticamente, as informações consideradas importantes desde o início do estudo, para alcançar nossos objetivos. Foram colocadas em questão: quais as informações do ambiente oceanográfico deverão ser conhecidas, que teoria física, no caso, da acústica, seria a mais conveniente, quais os métodos matemáticos se têm em mão e quais linhas de pesquisa poderiam ser utilizadas.

### 1.2.1 Levantamento de Informações Oceanográficas

Como a velocidade do som é uma propriedade obtida diretamente das variáveis temperatura e salinidade, e é uma das informações iniciais para o conhecimento da propagação acústica, as variações dessas propriedades interferirão diretamente na transmissão da energia acústica pelos oceanos. As estratificações da temperatura e salinidade fazem variar a velocidade do som no mar tanto espacialmente, como em profundidade. Para cada variação de 1°C da temperatura, a velocidade do som varia entre 2,1 a 4,1 m/s, dependendo do valor da temperatura. A salinidade apresenta menor interferência, variando a velocidade do som em 1,2 m/s para cada 1 ppm [23]. Ou seja, a variação da salinidade se torna visível quando a variação da temperatura é menor. Isto ocorre em águas profundas, onde a variação da salinidade desloca o mínimo da velocidade do som ( $C_{\text{Min}}$ ), para as isopicnais mais densas.

Flutuações temporais e espaciais da propagação do som na velocidade do som podem ocorrer devido a correntes, ondas internas, perturbações turbulentas de pequena escala temporal e espacial caracterizadas por estratificações horizontais da velocidade do som [23]. Segundo estudos apresentados por [13] e [23], a energia acústica é atenuada, refratada e dispersada pelas barreiras físicas e químicas das diferentes massas d'água. Ondas internas (oscilações da termoclina que são manifestadas pela variação da temperatura num ponto fixo do oceano) se propagam ao longo da descontinuidade da densidade entre a camada de mistura e a camada logo abaixo dela. As descontinuidades de densidade entre a camada de mistura e a termoclina causam perda na transmissão da energia sonora em curtas distâncias [13] ou podem ocasionar flutuações na intensidade e na fase das ondas sonoras [23]. Em águas profundas essas ondas alcançam grandes comprimentos de ondas [13].

As bordas das correntes de larga escala, como a Corrente do Golfo no hemisfério norte e as que fazem parte do contorno oeste do Atlântico Sul como a Corrente das Malvinas, Corrente Sul Equatorial e Corrente do Brasil, apresentam zonas frontais separando massas d'água com características físicas essencialmente diferentes. Com essas zonas frontais, temperatura, salinidade, densidade e velocidade do som sofrem grandes variações. Vórtices frontais formam anéis de grandes dimensões, que são formados pela separação de grandes meandros. Dentro do vórtice, uma grande elevação

das isovelocidades em centenas de metros de profundidade é visualizada na porção mais central do anel, causando grande gradiente de velocidade dentro do vórtice [23].

Algumas características da água oceânica como salinidade, temperatura, densidade e velocidade da corrente não variam suavemente com a profundidade, mais como feições descontínuas. Gradientes verticais de salinidade e temperatura quando excedem 1-2 graus de magnitude causam variação na trajetória dos raios sonoros se sua direção nesse nível não variar horizontalmente. Aparecem como quase constantes em algumas camadas e variam rapidamente quando passam de uma camada a outra. Algumas vezes os perfis verticais de temperatura, salinidade e densidade parecem estruturas como degraus (do inglês, *steps*) [23].

### 1.2.2 Utilização de Modelos e Métodos Matemáticos

Estudos físicos que procuram descrever como se comporta a natureza, aplicando as leis básicas da Física, acabam muitas vezes por se deparar com situações nas quais a variabilidade dos processos é difícil de ser estudada matematicamente [24]. A solução para a equação da onda, levando em consideração a equação de estado da água do mar e a equação do movimento, conduz para equações não-lineares tridimensionais no espaço e variando no tempo (frequência). Aproximações matemáticas são usadas para que se alcancem soluções analíticas e de baixo custo computacional.

No meio científico, os métodos de aproximações da Teoria da Perturbação (TP) e WKB são bastante difundidos, mas apresentam diferentes condições para sua utilização.

A TP é usada para o estudo da absorção do som no fundo, e para o cálculo da influência das ondas internas sobre o espectro dos autovalores e de correções necessárias. É conveniente e interessante no uso de modelo de um guia de onda de águas rasas com qualquer divisão entre a água e a camada do fundo, e representa simplesmente a propagação no meio com uma dependência do vetor de onda (velocidade do som) e a densidade em profundidade:  $k(z)$ ,  $\rho(z)$ . [25]

O método da aproximação WKB, nomeado por Wentzel, Kramers e Brillouin, é uma técnica para se obter aproximações para uma certa classe de equações diferenciais lineares. Jeffreys e outros usaram técnicas mais recentes e variavelmente referenciados

como WKB ou LGJWKB, etc. O método WKB pode também ser visto como uma aplicação para a teoria de raios para problemas unidimensionais. [25]

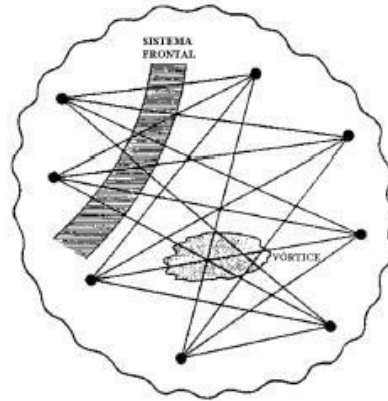
Os modelos tentam se aproximar, dentro de uma lógica matemática, de situações reais, que possam ser padronizadas. Estabelecer padrões e prever as variações que ao longo do tempo estabelecem novos padrões. Os modelos estabelecidos há algum tempo podem ser substituídos por outros modelos testadamente comprovados. Neste estudo, tomou-se como princípio os modelos da variação da velocidade do som sugeridos por Bucker e Munk na década de 1970, e a velocidade do som calculada pela equação de Chen&Millero de 1977.

### **1.2.3 Inversão para Tomografia Acústica**

A palavra tomografia significa “reconstrução” de um objeto, imagem, condição ambiental existente num local onde são medidas mudanças de uma situação inicial conhecida. A tomografia acústica iniciou-se a partir do conceito utilizado na medicina de “Tomografia por Raio X”, na qual se seccionava imagens de várias camadas do corpo humano. Faz parte da classe dos “Problemas Inversos” (PI), em que são utilizadas medições da variação do tempo de percurso acústico para se obter, por inversão, as perturbações da velocidade do som [26].

A Tomografia Acústica veio propor uma interação entre os diversos sistemas naturais (físicos e biológicos) e não naturais que geram interferências acústicas no meio. Identificando essas interferências (sinais acústicos), podem-se alcançar as condições ambientais geradoras de tais energias sonoras.

O experimento acústico segundo a ótica da tomografia sugere que algumas fontes e alguns receptores sejam instalados em arranjos verticais e espacialmente distribuídos de acordo com a Figura 1, atingindo toda a área possível de deslocamento de uma feição oceanográfica. Tendo como base perfis médios da velocidade do som, e informações iniciais de processos existentes em uma região de estudo, podem-se obter dados acústicos que permitem calcular as perturbações no tempo de percurso para se obter, por inversão, as perturbações da velocidade do som.



**Figura 1** - Esquema para um experimento de Tomografia em mesoescala (Modificado de Howe [27]).

Resumindo, a tomografia acústica se tornou atrativa para o estudo dos oceanos devido às seguintes razões: (i) imagens do oceano interior podem ser obtidas a partir das informações dos contornos estudados; (ii) uma grande área pode ser estudada com poucos instrumentos de medição; (iii) medições com um único par de fonte/hidrofone podem obter os efeitos verticais da propagação e (iv) a integralização das propriedades acústicas podem produzir dados médios não obtidos por medidas pontuais [28].

Sendo assim, questionamentos foram levantados:

- a) Como as condições ambientais, especialmente as alterações das condições físicas, podem interferir na propagação e alcance das ondas sonoras? Condições essas identificadas pelas massas d'água que caracterizam o ambiente oceanográfico do talude e da plataforma continental brasileira.
- b) As medições do Tempo de Percurso na Tomografia Acústica poderiam, a partir do conhecimento da propagação numa região de grandes áreas (de difícil monitoramento), obter com acurácia os parâmetros acústicos ou oceanográficos que interferem diretamente na caracterização regional ou local?

Como exemplo para o nosso estudo da propagação, apresento o realizado por Bruce M. Howe e Peter F. Worcester em 1987. Ele mediu os tempos de percurso em um experimento com três linhas de fundeio, cada uma com 01 arranjo de 01 transmissor e 04 hidrofones, em pontos distanciados em 900 km entre si, na região de recirculação da

Corrente do Golfo, para realizar medidas de inversão acústica objetivando o cálculo da velocidade do som e da velocidade da corrente baroclínica diferencial. Ele sugeriu 04 passos para a realização da inversão, apresentados a seguir [29]: (i) obter um campo de velocidade do som de referência ( $C_0(z)$ ) e suas variações, estudadas a priori; (ii) um modelo do oceano é ajustado a partir de um campo de perturbação de XBT; e (iii) os parâmetros modelados e suas incertezas são combinados com os adquiridos no dia da coleta e nos dias subsequentes, utilizando filtros para a obtenção dos parâmetros do modelo estimados e suas incertezas para a totalidade dos tempos de séries. O autor utilizou várias interações para estabilizar o eixo (raios) de chegada e, após estes procedimentos um novo  $C_1(z)$  foi estabelecido a partir da relação:

$$C_1(z) = C_0(z) + \delta C_1^{\Delta}(z)$$

onde  $\delta C_1^{\Delta}(z)$  é a estimativa final da variabilidade do perfil associada às amplitudes dos tempos de chegada independente dos pontos de coleta no interior da área estudada [29]

As soluções apresentadas no item 1.2 e os experimentos conduzidos por [29] ajudaram a compor os objetivos deste estudo que serão apresentados a seguir.

## 1.3 Objetivos

### 1.3.1 Geral

Obter procedimentos para modelagem, factíveis ao estudo da propagação acústica, utilizando padrões regionais do ambiente oceânico, com base em dados históricos reais.

### 1.3.2 Objetivos Específicos do Estudo

A partir das climatologias oceanográficas que caracterizam e demonstram a variação vertical da velocidade de som média nas regiões sul e sudeste brasileiras, obter:

- 1) As variáveis inerentes à propagação modal das ondas sonoras, na região do talude oceânico, onde as perdas no fundo podem ser minorizadas, utilizando, como sugestão, modelos para águas profundas, e a aproximação WKB;
- 2) os modos de propagação e identificar quais grupos de modos atingem a profundidade da camada de mistura (valor médio regional), ajustados para a regiões de termoclina;
- 3) para a região estudada, as escalas em distância e em tempo de percurso dos grupos de modos de interesse para bandas de frequências operacionais;

E por fim:

- 4) Discutir a variabilidade vertical e horizontal do modelo utilizado e dos resultados gerados em função da estabilidade espaço-temporal das massas d'água; e
- 5) Comparar regional e localmente a variabilidade dos modos e as respostas nas escalas de tempo e distância associadas ao problema, e que podem impactar experimentos futuros.

O cumprimento desses objetivos implica em encontrar soluções para se obter uma equação média regional que possa ser usada como modelo de perfil de velocidade associado à propagação acústica nas regiões brasileiras. Para tal, será necessário testar o desempenho da aproximação WKB para a resolução da equação acústica, de forma explícita e de baixo custo computacional, e verificar se os modelos de Bucker e Munk apresentados por Jensen *et al.* [25] como modelos para águas profundas atendem, quando testados com dados reais do talude continental do Atlântico Sul, especialmente na região da termoclina e na região próxima ao mínimo da velocidade do som. Passados esses desafios, serão calculados os autovalores (números de onda), utilizando a teoria de modos, e os parâmetros acústicos para cada região estudada e para uma situação particular local.

Se os objetivos forem alcançados, vários estudos poderão ser realizados a partir da modelação da propagação acústica regional brasileira, testada com um conjunto de dados reais adquiridos pela Marinha do Brasil, para os fins científicos, de valor econômico e de interesse da defesa nacional.

Dando continuidade à tese, o Capítulo 2 apresentará as teorias disponíveis para este estudo e para a definição da Metodologia a ser utilizada posteriormente no Capítulo



4. Por outro lado, o Capítulo 3 apresentará as características oceanográficas da plataforma e do talude continental das regiões sul e sudeste brasileiras que possam influenciar na propagação acústica de áreas profundas. O Capítulo 5 mostrará os resultados obtidos e as discussões comparativas entre as regiões e áreas estudadas, sintetizando ao final os principais resultados. As conclusões são apresentadas no Capítulo 6, juntamente com as perspectivas para futuros estudos.

## Capítulo 2

### A Teoria Acústica

O som corresponde à propagação de uma perturbação mecânica por MEDWIN & CLAY [1], necessita, portanto, de um meio material para se propagar. Essa perturbação faz variar, aumentando a pressão no meio, mas em magnitude bem menor que a pressão ambiente. (*Op. cit* [1]). As perdas ao longo do caminho são o foco para se medir quanto tempo e até onde a onda sonora alcança. A fonte que gerou o pulso sonoro e o meio por onde ele passa interferem diretamente no tempo de travessia e na identificação da origem do som gerado. Na acústica, o som pode ser ativo (gerado por uma fonte) ou passivo (natural do meio onde se mede) sofrendo perdas devido à absorção e a atenuação [13].

No oceano, as propriedades físicas, químicas e biológicas do meio serão determinantes na propagação acústica. O fundo oceânico e a interação com a atmosfera são identificados como os limites exteriores da propagação nos oceanos. Nesses limites, a onda sonora pode sofrer desconhecidas reflexões e gerar uma série de múltiplos caminhos [27]. Outras linhas de pesquisa como a Bioacústica e a Geoacústica são estudadas em paralelo aos estudos físicos. O conhecimento da propagação acústica nos oceanos se inicia com o estudo das propriedades físicas da água do mar [27] e o conhecimento do comportamento da velocidade do som na água é crítico para o conhecimento de várias aplicações da oceanografia acústica [1].

## 2.1 Velocidade do Som no Oceano

A velocidade do som no oceano depende da temperatura, salinidade e pressão hidrostática (indiretamente da profundidade). Em geral, a temperatura da água do mar decresce da superfície para o fundo, mas existem variações ao longo da coluna d'água. A variabilidade espacial e temporal é máxima nas camadas mais rasas (causadas pela mistura na superfície, aquecimento solar, correntes e entradas externas), mas em média a temperatura decresce com a profundidade. Entretanto, a uma dada profundidade (usualmente em torno de 1000m em oceano aberto, e mais rasos em mares fechados) a “média” de temperatura torna-se monótona, decrescendo lentamente com a profundidade e variando muito pouco de um lugar para o outro [27].

Por outro lado, a pressão hidrostática faz a velocidade do som aumentar com a profundidade, por causa das variações no coeficiente de compressibilidade da água do mar. Seu aumento é aproximadamente linear, e gira em torno de 0,017m/s por metro afundado [27]. Quando a temperatura e salinidade são constantes a velocidade do som aumenta com a pressão hidrostática [27,23].

A água do mar é o resultado da mistura de água pura com sais dissolvidos na água do mar. A percentagem de massa de sal define salinidade, expressa em unidades praticas de salinidade (do inglês, *practical salinity units* ou *psu*). Em grandes bacias oceânicas apresenta a média de 35 psu, mas localmente pode variar grandemente em função das condições hidrológicas [27].

As variações da velocidade do som na água do mar são relativamente pequenas ( $1450\text{m/s} < c < 1540\text{m/s}$ ). Mas, frequentemente, pequenas variações na velocidade do som podem ocasionar diferentes efeitos físicos na propagação do som no oceano [23].

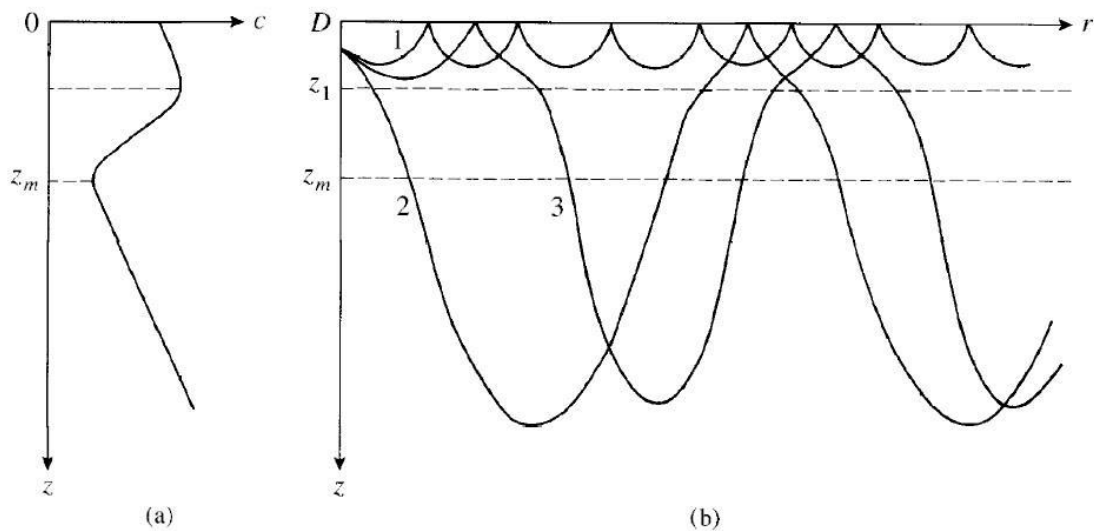
A velocidade do som pode ser medida diretamente por velocímetros, ou calculada a partir de dados de temperatura (T), salinidade (S), e pressão hidrostática (P) (ou profundidade  $z$ ). O erro nas medidas pelo velocímetro chega a 0,1m/s, como também por equações empíricas. Os modelos paramétricos, com maior número de incrementos, têm possibilitado uma maior acurácia nos cálculos [23].

As equações para o cálculo da velocidade do som foram apresentadas após análises empíricas realizadas em laboratório a partir de 1960. As equações propostas por Chen-Millero [30] e Del Grosso [31] são as mais usuais, enquanto a equação proposta por Mackenzie [32] é a mais simplificada. As duas primeiras equações calculam a profundidade a partir de dados medidos de pressão hidrostática, em unidades de bar e kPascal, respectivamente, enquanto a terceira é calculada diretamente em relação à profundidade. [27]

Mais recentemente, WONG & LI [33] corrigiram os coeficientes para as equações de Chen-Millero e Del Grosso para serem utilizadas com a Escala Prática de Salinidade iniciada a partir de 1990. A equação de Chen-Millero é a equação utilizada pela UNESCO desde 1983 e apresenta uma maior abrangência, tanto para as variações de temperatura (0 - 40°C) como para salinidade (0 - 40 psu). No entanto, muitos pesquisadores, quando trabalham em águas oceânicas (salinidade entre 34 e 36 psu), preferem utilizar a equação de Del Grosso, pois apresenta uma maior acurácia no cálculo da velocidade do som em relação à equação internacional da UNESCO.

### **2.1.1 Efeitos da Variação da Velocidade do Som da Propagação Acústica Oceânica**

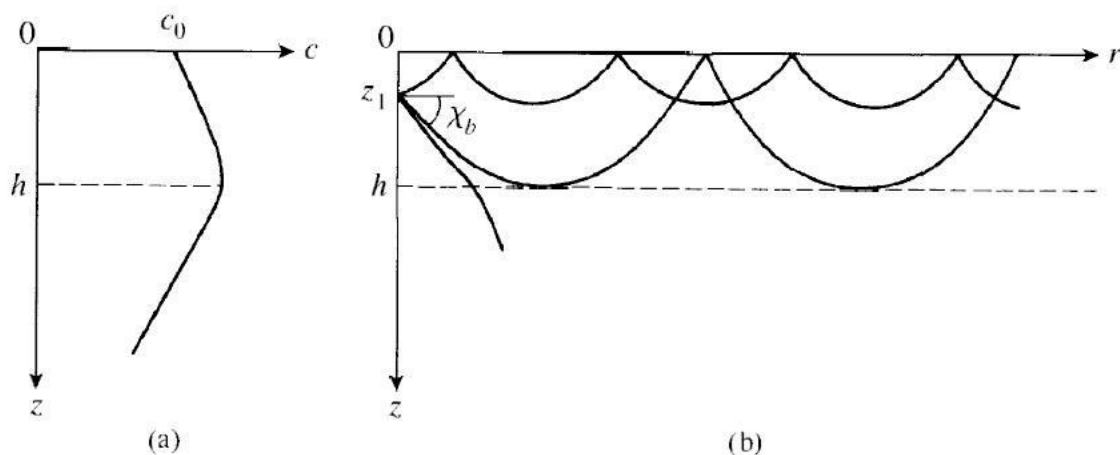
A Figura 2.1 mostra que em regiões de altas profundidades o perfil típico de velocidade do som apresenta um valor mínimo em uma profundidade  $z_m$ . Essa profundidade é o “eixo” de um canal conhecido como SOFAR (*SOund Fixing and Ranging channel*). Acima desse “eixo”, a velocidade do som diminui acompanhando o comportamento da temperatura, e abaixo desse “eixo” a variação da velocidade do som cresce com o aumento da profundidade hidrostática [23]



**Figura 2.1** - Canal Sonoro de dois eixos (SOFAR em  $Z_m$ ). (a) perfil  $c(z)$   
 (b) raios sonoros (Obtida de BREKHOVSKIKH & LYSANOV [23])

A profundidade do eixo do SOFAR se apresenta entre 1000 e 1200 metros, em regiões tropicais pode alcançar 2000 metros e diminui em direção a altas latitudes. Em latitudes moderadas ( $60^\circ\text{N}$  a  $60^\circ\text{S}$ ) o valor do eixo do SOFAR apresenta velocidades do som entre 1450 – 1500m/s para o Oceano Atlântico.

Já a Figura 2.2 mostra que a camada mais rasa do oceano forma o Canal Sonoro de Superfície (*Surface Sound Channel*). Nesse caso, a velocidade do som aumenta até uma profundidade  $z=h$  e depois começa a decrescer. Tal tipo de canal é observado frequentemente em zonas moderadas e tropicais do oceano, quando a temperatura e a salinidade na camada superficial do oceano são quase constantes devido à mistura das águas superficiais pelo vento. Nesse caso, a velocidade do som aumenta com a profundidade devido ao gradiente positivo da pressão hidrostática [27]



**Figura 2.2** - Canal Sonoro de Superfície... (a) perfil  $c(z)$  (b) raios sonoros. (Obtida de BREKHOVSKIKH & LYSANOV [23])

## 2.2 Propagação Acústica

O estudo da equação da onda sonora e dos modelos de propagação acústica seguirá o desenvolvimento apresentado por JENSEN *et al.* [25], BREKHOVSKIKH & LYSANOV [23].

Do ponto de vista teórico, a propagação do som no oceano é descrita pela equação da onda. Existem essencialmente 05 tipos de “modelos” (propostas de soluções para a equação da onda) que descrevem a propagação do som no mar, a saber: Espectral ou FFP (*fast field program*), modos normais (NM), traçado de raios, e modelos usando equações parabólicas (PE), e soluções por diferenças finita (FD) ou elementos finitos (FE) para toda a equação da onda. Todos esses modelos permitem que o ambiente oceânico varie com a profundidade. Um modelo que também permite variações horizontais do ambiente, isto é, inclinações de fundo ou variação espacial das variáveis ambientais, é denominado “*range dependent*” [25]

Os modelos que usam a teoria de modos assumem o ambiente como “*range independent*”, embora tais técnicas possam frequentemente ser estendidas para tratar o ambiente como “*range dependent*”. Esses modelos são normalmente usados em frequências inferiores a 1 quilohertz, enquanto que os modelos “*range dependent*” são

utilizados em frequências maiores (10 quilohertz ou superiores), como no caso dos modelos de raios, FD/FE e PE. [25]

### 2.2.1 Equação Geral da Onda

A equação da onda para a pressão sonora  $p$ , satisfaz:

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{p_0}{r} \delta(r) \delta(z - z_1) \delta(t - t_0) \quad (2.1)$$

Onde:  $\nabla^2$  é o operador Laplaciano,  $c^2 = \frac{E}{\rho_A}$ , e assumindo que a elasticidade,  $E$ , e a velocidade,  $c$ , não são dependentes da direção da propagação.

Em um cenário realístico e para várias aplicações, uma fonte pontual na qual são geradas ondas esféricas de longos alcances pode ser bem estudada como uma onda plana local. Torna-se conveniente para essas situações que sejam usadas coordenadas cilíndricas ou esféricas. No caso em estudo, como se estudou o movimento da onda primeiramente no eixo vertical e conduziram-se os resultados para outras soluções de movimento radial, utilizou-se coordenadas cilíndricas para duas dimensões.

### 2.2.2 Equação da onda: Teoria linear

Considerando que a escala de tempo das mudanças oceanográficas é muito maior do que a escala de tempo da propagação acústica, assumimos que as propriedades  $\rho_0$  e  $c^2$  são independentes do tempo em (2.1). A equação para a perturbação da pressão (2.2) é obtida

$$\rho \nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho} \nabla p \right) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (2.2)$$

e analogamente pode ser reescrita tendo como variável a perturbação da densidade.

### 2.2.3 Os métodos: separação de variáveis e assintóticos nas Teorias Modal e Raios

Veremos a seguir que a teoria modal veio suprir algumas limitações da teoria de Raios [23]. Mais especificamente, a teoria de Raios não é aplicável para as regiões de

sombra e de caústicas. Em oceanos profundos, essas regiões se ampliam tanto em extensão quanto em número, comprometendo a aplicabilidade dessa teoria. A teoria de Raios também não pode ser usada para baixas frequências, quando o comprimento da onda sonora torna-se comparável com a escala vertical da variação da velocidade do som.

Contudo, se estamos interessados num campo de grande alcance de uma fonte, então os modos mais significantes serão aqueles que não interagem com o fundo (eles rapidamente atenuam com o alcance) e a condição de contorno com o fundo não será essencial.

Consideramos um oceano horizontalmente estratificado com ao perfil da velocidade do som  $c(z)$  (onde  $0 < z < h$ ), contornada por uma superfície livre acima e por um plano horizontal formado por um fundo absolutamente rígido bem mais abaixo. Admitindo a simetria azimutal, a pressão acústica  $p=p(r,z)$  gerada por uma fonte pontual localizada no ponto  $r = 0, z = z_s$  satisfaz a equação de Helmholtz [25],

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + k^2(z)p = -\frac{2}{r} \delta(z - z_s) \delta(r) \quad (2.3)$$

$$p(r, 0) = 0; \left( \frac{\partial p}{\partial z} \right)_{z=h} = 0$$

Sujeita às condições de contorno acima.

Em geral, a solução de (2.3) pode ser encontrada pelo método de separação de variáveis [25]. A solução descrevendo uma onda que emerge da fonte pode ser escrita como:

$$p(r, z) = H_0^{(1)}(\xi r) \psi(z, \xi) \quad (2.4)$$

Onde  $H_0^{(1)}(\xi r)$  é uma função de Hankel do primeiro tipo e ordem zero, e o descolamento expresso por  $\psi(z, \xi)$  satisfaz a equação (2.5)



$$\frac{d^2\psi}{dz^2} + [k^2(z) - \xi^2] \psi = 0 \quad (2.5)$$

$$k(z) \equiv \sqrt{\left(\frac{\omega}{c(z)}\right)^2 - \xi^2}$$

Onde  $k(z)$  é o número de onda vertical generalizado [25]:

As soluções para a equação (2.5) serão obtidas a partir da transformada de Hankel abaixo:

$$\psi(z, r, z_s) = \int_{-\infty}^{\infty} G(z, z_s; \xi) \cdot H_0^{(1)}(\xi r) \cdot \xi d\xi \quad (2.6)$$

Onde  $G$  é a função de Green,  $z_s$  e  $z$  são, respectivamente, a profundidade da fonte e do receptor.

#### 2.2.4 O perfil de velocidade sonora Linear

Aplicando a teoria geral para onda com linear dependência  $n^2(z)$ :

$$n^2(z) = 1 - 2az, \quad 0 \leq z \leq 1/(2a)$$

Para a velocidade do som nós teremos:

$$c(z) = c_0 (1 - 2az)^{-1/2}, \quad c_0 \equiv c(0), \quad c(z) = c_0 / n(z) \quad (2.7)$$

Quando se está especialmente interessado nos modos normais de baixa ordem  $l$ , na qual a energia está concentrada perto do contorno  $z = 0$ , considera-se que  $2az \ll 1$ , e que a lei linear é ratificada para a velocidade do som. A equação da onda nesse caso é escrita como:

$$\tilde{p}'' + [k_0^2 (1 - 2az) - \xi^2] \tilde{p} = 0, \quad k_0 = \omega/c_0 \quad (2.8)$$

E se introduzirmos uma nova variável,  $t$ , em vez de  $z$ ,

$$t = t_0 + z/H, \quad H = (2ak_0^2)^{-1/3}, \quad t_0 = H^2 (\xi^2 - k_0^2).$$

a equação (2.8) torna-se

$$\frac{d^2 \tilde{p}(t)}{dt^2} = t \tilde{p}(t) \quad (2.9)$$

e apresenta soluções a partir das funções de Airy [23].

### 2.2.5 Funções de Airy

Na Física, a função de Airy é uma função nomeada pelo astrônomo George Biddell Airy [34], que apresenta soluções de primeiro tipo ( $Ai(x)$ ) ou de segundo tipo ( $Bi(x)$ ) para equações diferenciais com soluções linearmente independentes ( $y'' = xy$ ). A mais simples solução para equação diferencial linear de segunda ordem com ponto de retorno (soluções exponenciais ou oscilatórias).

$$y = \alpha Ai(x) + \beta Bi(x)$$

onde  $\alpha$  e  $\beta$  são constantes arbitrárias e  $Ai$  e  $Bi$  são funções de Airy e convencionalmente  $Ai$  possui a propriedade de:  $\lim_{x \rightarrow \infty} Ai(x) = 0$

A equação diferencial (2.9) pode ser resolvida pelo método de Laplace [34], isto é, buscando a solução como uma integral no plano complexo através de uma integral ao longo do caminho “C”, a saber:

$$Ai(x) = \int_C e^{xz} v(z) dz,$$

A função de Airy é a solução para a equação de Schroedinger (na mecânica quântica) para uma partícula em um campo de força uniforme. Então, funções de Airy são efetivamente as funções de onda para esse problema [35].

Na mecânica quântica, as funções de Airy são utilizadas para o aprimoramento da mecânica clássica, e também para aproximações semiclássicas WKB, quando o potencial pode ser aproximado localmente por uma função linear da sua posição [34].

## 2.3 Modelos para Oceanos Profundos

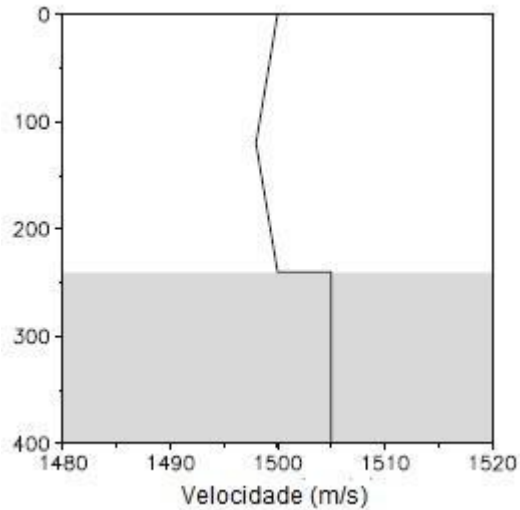
Em um oceano ideal, no qual a velocidade do som é invariável com a profundidade, ou como sugerido por Pekeris (1948), que divide o ambiente marinho em duas camadas com velocidades diferentes, mas constantes ao longo da camada, os estudos de propagação acústica podem facilitar a resolução analítica da equação da onda e melhorar a compreensão dos mecanismos e processos de atenuação do som na água. O oceano real mostra que a velocidade do som varia com a profundidade e dentro de uma escala radial de distância mínima [25].

Em muitas situações, a variabilidade da velocidade do som em profundidade pode ser mediada ou interpolada para se representar um guia de onda, longe das condições de contorno, como uma série de camadas, na qual se pode, para cada camada, representar analiticamente o campo acústico.

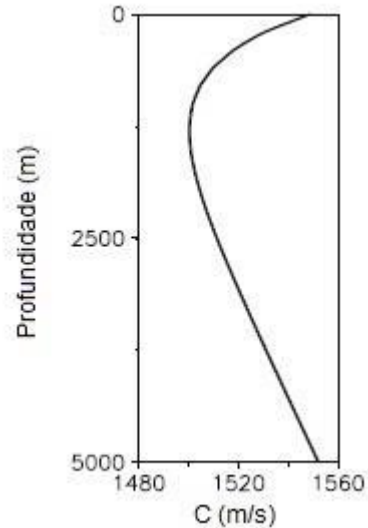
Uma das representações para essas camadas é considerar, na região entre a camada de mistura e o oceano profundo, a variação da velocidade do som como sendo linear com a profundidade. Os processos estabelecem quantas camadas (ou degraus) dessa variação existem numa região.

BUCKER [35] sugeriu, para um estudo independente das condições de contorno, que o perfil da velocidade do som variava linearmente (gradiente constante, e negativo) até um ponto mínimo da velocidade do som (eixo do canal sonoro profundo) e depois continuava a variar linearmente (gradiente constante, e positivo) em direção ao fundo.

Analogamente, W. Munk sugeriu uma variação não linear da velocidade do som, também apresentando o mesmo conceito da inversão da sua variação a partir de um valor mínimo da velocidade do som. A Figura 2.3 e a Figura 2.4 ilustram os dois modelos [23]:



**Figura 2.3** – Perfil de Velocidade do Som de Bucker (Modificado de JENSEN *et al.* [25])



**Figura 2.4** – Perfil de Velocidade do Som de Munk (Modificado de JENSEN *et al.* [25])

O perfil de Munk é um perfil de velocidade do som no oceano idealizado na qual se podem ilustrar muitas feições que existem tipicamente na propagação de oceano profundo. Na sua forma geral, o perfil é dado por:

$$c(z) = 1500.0 [1.0 + \epsilon(\tilde{z} - 1 + e^{-\tilde{z}})]$$

Sendo *epsilon* dado como:  $\epsilon = 0,00737$ . Enquanto a profundidade escalada  $\tilde{z}$  é dada por

$$\tilde{z} = \frac{2(z - 1300)}{1300}$$

O modelo de Munk é normalmente aplicado para a modelagem da propagação acústica num canal sonoro profundo, como o SOFAR. O desenvolvimento desse modelo está descrito em [28] e [36].

MUNK [36] estudou a variação da velocidade do som em relação a frequência de Brunt-Vaisala,  $N(z)$ . Em profundidades rasas, o termo  $N^2$  domina, e a velocidade diminui com a profundidade; a grandes profundidades  $N^2 \geq 0$  e a velocidade aumenta a uma razão  $\gamma_A$ . No eixo do canal sonoro ( $z = z_1$ ) a condição de  $\partial c = 0$ . Para o termo

adimensional calculado para a profundidade  $\eta$  em relação a canal sonoro, a solução pode ser escrita como:

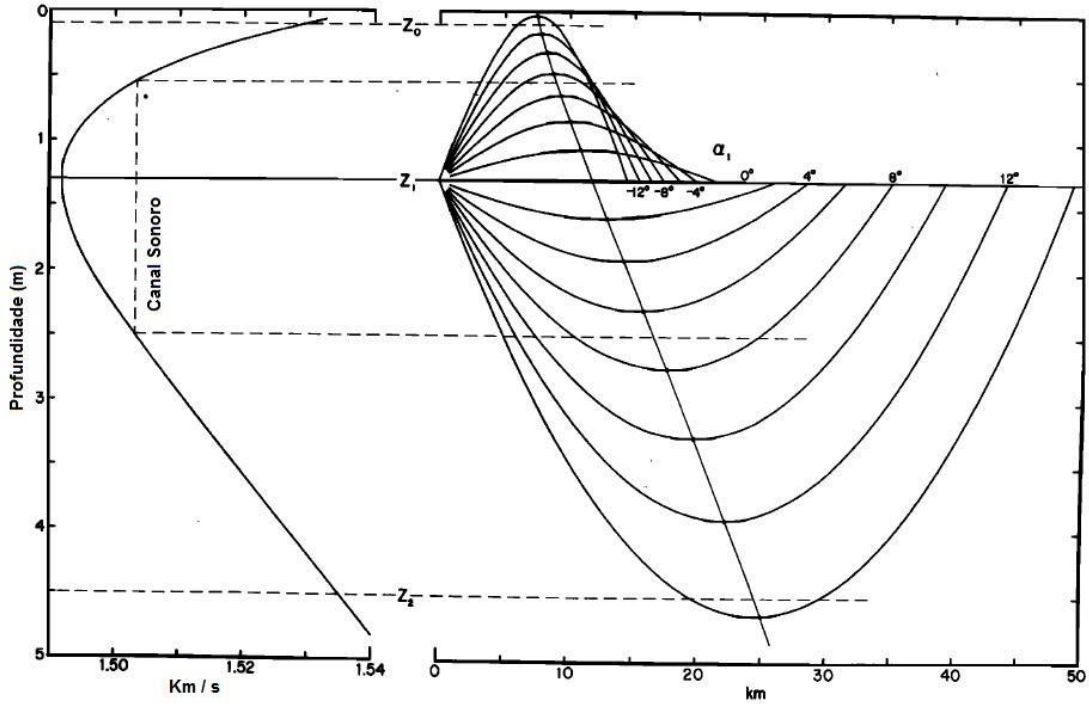
$$c(z) = c_1 [1 + \varepsilon(\eta + e^{-\eta} - 1)] \quad (2.10)$$

$$\eta = \frac{2(z - z_1)}{B}$$

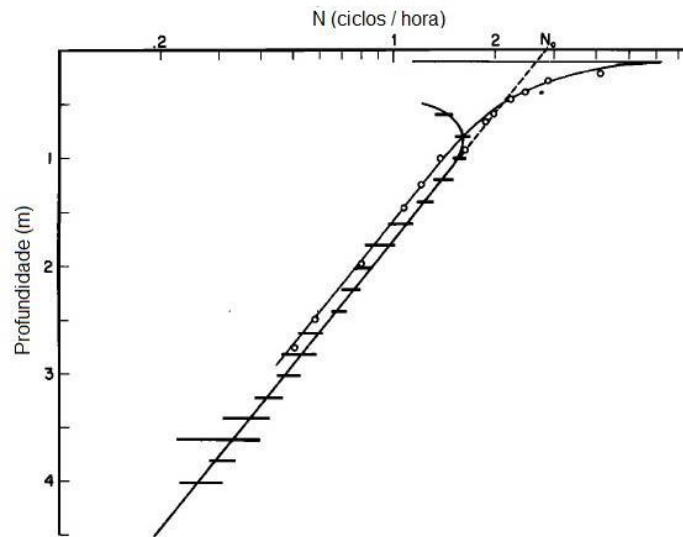
$$\varepsilon = \frac{B\gamma_A}{2}$$

onde  $c(z)$  é a velocidade do som como uma função da profundidade,  $c_1$  a velocidade do som no eixo do canal ( $z_1$ ),  $B$  a escala de profundidade,  $\varepsilon$  o coeficiente de perturbação e  $\eta$  o gradiente da velocidade do som fracionado para um oceano adiabático.

MUNK [36] utiliza os seguintes valores típicos:  $c_1 = 1492$  m/s,  $B = 1,3$  Km,  $z_1 = 1,3$  Km,  $\gamma_A = 1,14 \times 10^{-2}$  Km<sup>-1</sup> e  $\varepsilon = 7,4 \times 10^{-3}$ . Essa é uma descrição razoável para um canal sonoro no oceano (Figura 2.5) dado em termos das constantes físicas da água do mar e os parâmetros de estratificação  $N_0$ ,  $B$  e  $Tu$ .  $Tu$  é chamado de “n.º de Turner”, e dado pela razão de uma contribuição relativa do sal (Salinidade  $S$ ), e do Potencial de Temperatura  $T$ , para a estabilidade da coluna d’água (Figura 2.6).



**Figura 2.5** – Perfil modelado de Munk e o diagrama de raios para uma fonte em  $Z_1=Z_{Min}$ . (Modificado de MUNK [36])



**Figura 2.6** – Frequência de Brunt-Vaisala para um perfil de Munk para velocidade de som (c). (Modificado de MUNK [36])

O perfil de velocidade do som para o guia de onda de Bucker não apresenta essa pretensão, apenas lineariza a variação da velocidade do som. Tendo como premissa essa ideia, pode-se dividir a coluna d'água em vários segmentos de reta. Não pode ser

aplicada à camada de mistura, primeira porção do oceano que apresenta a variação da pressão como preponderante, e não a variação da temperatura.

Bucker toma como premissa que os meios, água e fundo apresentam forte contraste de densidade. A velocidade do som não apresenta este mesmo contraste. Com isso, apresenta uma quantidade de modos normais que tenham real propagação de número de onda. Por outro lado, o contraste entre densidades gera um significativo número de modos virtuais “fechados” com o eixo de números de onda reais.

Modelos de modos normais não são capazes de prover uma previsão com acurácia da perda de transmissão. Por outro lado, a integração do número de onda não tem nenhuma restrição ao contraste de densidade quando mostrado num espectro para baixas frequências e é capaz de prover soluções exatas para o ambiente [25].

### **2.3.1 Técnicas para aproximação da variação do perfil de velocidade do Som**

As técnicas de aproximação para ajuste dos perfis de velocidade do som, que possam facilitar o estudo da propagação acústica, foram apresentadas por ETTER [28]. As duas técnicas utilizadas neste estudo são apresentadas a seguir:

- Gradiente constante segmentado – O perfil de velocidade do som pode ser construído conectando pontos discretos em segmentos de reta. Devido a descontinuidades na primeira derivação da função resultante, perdas de transmissão (TL) calculadas, baseando-se em técnicas de traçado de raios, são indefinidas em certos intervalos. Essas regiões são referidas como falsas cáusticas.

Em alguns modelos de propagação, o perfil de velocidade do som são fitados em segmentos na qual o inverso do quadrado da velocidade do som ( $1/c^2$ ) varia linearmente com a profundidade. Isso frequentemente permite uma solução matemática mais eficiente na qual as funções modo são expressas em termos de funções de Airy. [28]

- Gradientes contínuos ou curvilíneos - Aproximações curvilíneas que preservam a continuidade da inclinação, como a do perfil da velocidade do som, foram estudados por diversos pesquisadores. O perfil da velocidade do som pode também ser ajustado com equações quadráticas, dentro de tolerâncias especificadas. “*Cubic Splines*” podem ser

usadas para aproximar um perfil de velocidade do som para serem aplicadas a técnicas da teoria de raios. Aproximações hiperbólicas ou cônicas também podem ser usadas para modelos específicos.

Formas exponenciais são às vezes usadas nas modelagens de técnicas utilizando FFT (*Fast-Field Theory*), simplificando o tratamento matemático para a propagação do som em grandes distâncias, como realizado por MUNK [36]. Nessa situação, ele introduziu o termo modelo “canônico” do perfil de velocidade do som. Esse modelo tem a forma exponencial como sendo válida nas vizinhanças do eixo do Canal Sonoro Profundo (DSC), ou canal SOFAR.

## 2.4 Aproximação WKB

A equação da onda descrita em (2.8) apresenta variáveis ditas autovalores que não podem ser calculados analiticamente, pois a velocidade do som  $c(z)$  não é constante (como sugerido pelo modelo de Pekeris). Como mostrado no item (2.2.4), para um perfil linear  $c(z) = c_s(1 - az)$  podemos obter soluções para (2.8) utilizando-se as funções de Airy [23]. Para se chegar a uma condição mais realística em que se propõe estudar o ambiente utilizando dados reais (medidos experimentalmente), faz-se necessário o uso de modelos numéricos ou de aproximações.

O método WKB é aplicável se a dependência de  $k(z)$  (ou  $c(z)$ ) é suficientemente atenuada, mais exatamente, se o comprimento de onda de um campo é bem menor do que a escala espacial vertical típica do perfil de velocidade do som. A acurácia desse método aumenta com a frequência ou com o aumento da escala da variabilidade do perfil da velocidade do som. Por essa razão, o método WKB é mais largamente usado na acústica de águas profundas; entretanto, em águas rasas, ele pode ser usado para interpretação e estimativa dos resultados. Com essa concepção, a equação (2.9) pode ser resolvida para autovalores reais (sem atenuação):



$$\frac{d^2\Psi_l(z)}{dz^2} + [k^2(z) - q_l^2] \Psi_l(z) = 0 \quad (2.11)$$

$$|\Psi_l(z)|_{z=0} = 0,$$

$$\left[ \Psi_l(z) + g(q_l) \frac{d\Psi_l(z)}{dz} \right]_{z=H} = 0.$$

Correções da parte imaginária podem ser obtidas na base das soluções reais.

De acordo com o método WKB, com o objetivo de construir os modos normais, deveríamos primeiramente achar as duas solução linearmente independentes para (2.11)(2.9). Essas soluções podem ter um caráter oscilatório ou monotônico (crescem ou decrescem exponencialmente), dependendo do sinal da expressão  $q - k(z)$  e se eles estão mais acima ou mais abaixo dos pontos de retorno. Mais exatamente, soluções oscilatórias têm a forma

$$\Psi_l^\pm \sim \frac{1}{\sqrt{\sigma_l(z)}} e^{\pm i \int \sigma_l dz},$$

onde  $\sigma_l(z) = \sqrt{k^2(z) - q_l^2}$ . Essas soluções são encontradas nas regiões onde  $q_1 < k(z)$  (ou  $c_l^{ph} > c(z)$ ). Pontos onde  $q_1 = k(z)$  (ou  $c_l^{ph} = c(z)$ ) são chamados de pontos de retorno (*turning points*), e são descritos por  $\bar{z}$ . Suas posições exatas dependem do tipo de canal acústico. Em zonas de sombra onde  $q_l > k(z)$ , soluções têm a forma exponencialmente decrescente ou ascendente [23] [25]:

$$\Psi_l^\pm \sim \frac{1}{\sqrt{|\sigma_l(z)|}} e^{\pm i \int |\sigma_l(z)| dz} \quad (2.12)$$

Para construir os modos do guia de onda tendo como base as soluções de (2.11) e (2.12), devemos primeiramente juntar as soluções (funções oscilatórias e monotônicas) nos pontos de retorno. Isso é atualmente um exercício bastante interessante, tendo em vista que ambas as soluções não são aplicáveis aos pontos de retorno. Entre alguns caminhos para resolver essa situação, [23] sugeriram soluções para ambas as equações de (2.11) e (2.12), utilizando funções de Airy. Autovalores

podem ser encontrados usando condições de periodicidade para a integral de fase  $\int v_l(z) dz$ .

JENSEN *et al.* [25] apresentam a aproximação WKB aplicada à transformada de Hankel quando a variação média é *range independent* e unidimensional. Para uma variação vertical a equação de Hankel reduz-se a

$$p(k_z, z) = \int_0^\infty p(r, z) J_0(k, r) r dr \quad (2.13)$$

A Equação de Helmholtz reduz para

$$\left( \frac{\delta^2}{\delta z^2} + k_z^2 \right) p(K_r, z) = 0 \quad (2.14)$$

Onde  $k_z$  é introduzido como número de onda,

$$k_z^2(z) = \frac{w^2}{c^2(z)} - k_r^2 \quad (2.15)$$

A equação de Helmholtz (2.11) é suplementada com as condições de contorno do oceano (superfície e fundo), neste momento ignoradas. Resolvida esta equação, ela forma a base da integração do número de onda e do método de modos-normais. O campo de pressão é obtido pela transformada inversa de Hankel,

$$p(r, z) = \int_0^\infty p(k_r, z) J_0(k, r) k_r dk \quad (2.16)$$

Na qual podemos interpretar como somatório das contribuições de contínuas ondas, cada uma com um ângulo de saída diferente, parametrizado por  $K_r$ .

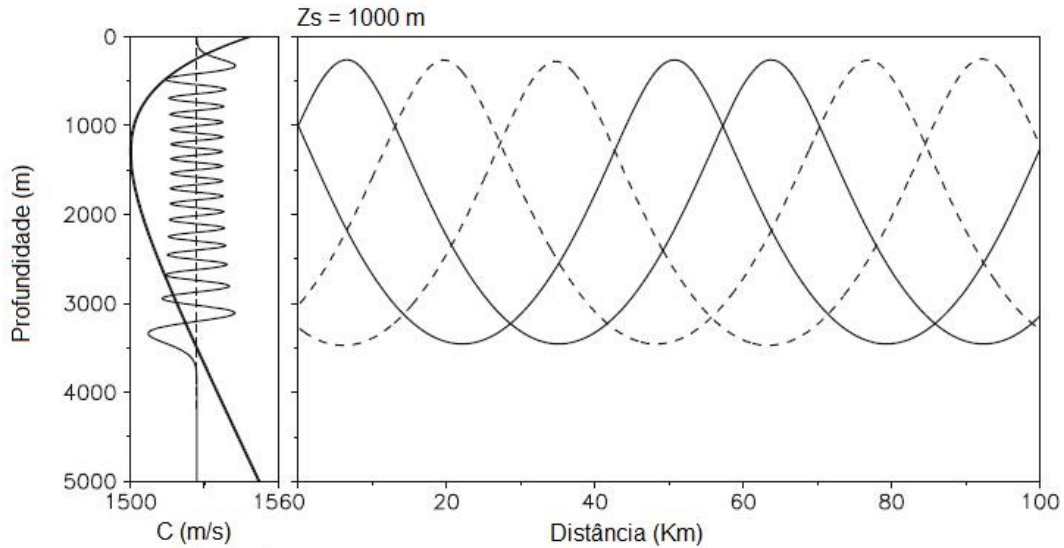
JENSEN *et al.* [25] apresentaram também uma ideia do comportamento dos modos para o perfil de Munk, obtendo-os a partir da aproximação WKB. A aproximação WKB para as funções dos autovalores é dada por:

$$\psi(z) \simeq A \frac{e^{i \int_0^z k_z dz}}{\sqrt{k_z(z)}} + B \frac{e^{-i \int_0^z k_z dz}}{\sqrt{k_z(z)}} \quad (2.17)$$

Então, localmente, a solução assume a oscilação na forma de *senos* e *cosenos* perto do eixo do canal sonoro (onde  $k_z$  é real) e transições para uma solução envolvendo

funções de crescimento exponencial e decaimento perto da superfície e do fundo (onde  $k_z$  é imaginário). As profundidades em que essas estas transições ocorrem são os “pontos de retorno” (*turning points*) e são precisamente definidos nas profundidades onde  $k_z^2(z) = 0$ . Adicionalmente, o termo de amplitude é governado por  $1/k_z(z)$ , então, que movendo para fora do eixo do canal sonoro (onde  $k_z$  é maior) através do ponto de retorno (onde  $k_z$  é pequeno), a amplitude tende a aumentar. Essas feições são visualizadas ao superpor a plotagem de um modo individual no topo do perfil da velocidade do som. O eixo do modo é derivado para uma posição sobre o eixo da velocidade do som correspondendo a velocidade de fase do modo. Onde o eixo do modo passa através do perfil da velocidade do som,  $k_z^2(z)$  inverte o sinal, e o comportamento do modo muda de oscilatório para evanescente. No ponto de retorno a aproximação WKB é singular. A solução correta, com um comportamento alisado na região de transição, é claramente visualizada na Figura 2.7. [25]

A representação WKB para a solução também mostra uma figura geométrica de um modo individualmente. Localmente, um modo assume a forma de um par de ondas planas vistas de cima para baixo. O número de onda horizontal é apenas a constante  $k_{rm}$ , para o modo, enquanto que o número de onda vertical é quantificado como dependente da profundidade  $k_{zm}(z)$ . Podemos identificar um ângulo local de propagação com  $\theta_m = \arctan(K_{zm}/K_{rm})$ . Então podemos plotar a família de raios normal para as frentes de onda de um modo individual. A Figura 2.7 exemplifica para o modo 30, em um só instante, a sua família de raios. Esses raios manifestam uma cáustica acima e abaixo dos pontos de retorno refletindo a singularidade da aproximação WKB [25].



**Figura 2.7** – Raio equivalente do modo 30 para o perfil de Munk (Modificado de JENSEN *et al.* [25])

#### 2.4.1 Técnicas de Expansão Multirraios

ETTER [28] apresenta as técnicas de expansão Multirraios como modelos pertencentes ao método WKB e uma das soluções para equações dependentes da variação em  $z$ , derivadas da solução de modos normais. Cada modo normal pode ser associado com raios correspondentes. Modelos de expansão Multicaminhos (do inglês *multipath*) normalmente não concordam com a dependência zonal do ambiente. Versões mais avançadas do método WKB provêm formulações para levar a cabo a aproximação através de pontos de retorno (*turning points*), nos quais profundidades tornam-se raios equivalentes horizontais. Ao contrário das soluções na teoria de raios, o método WKB normalmente inclui os efeitos da difração de primeira ordem e cáusticas.

Na prática, expandem diretamente a integral infinita para equação da função de deslocamento  $\psi$ , para intervalos limitados dos eixos  $\xi$ , reais. Apenas certos modos são considerados, restritos número de modos, e uma fonte com ângulo limitado para simulação. A equação (2.6) para o campo de pressão é então expressa como a soma de integrais finitas, onde cada integral é associada a uma particular família de raios. A aproximação é implementada particularmente para modelagem da propagação acústica em águas profundas em frequências altas e intermediárias [28].

## 2.5 Dispersão Modal

O método modal para o estudo da propagação radial num guia entre duas superfícies apresenta como solução para ondas planas de uma única frequência a relação

$$p = A \sin k_n \cdot e^{i\omega_n(t - \phi)}$$

onde  $A$  e  $\phi$  são propriedades da fonte e  $k_n$  são chamados de autovalores entre cada superfície (Ex:  $z=0$  e  $z=H$ ). Apenas frequências entre  $\omega_n = ck_n$  podem se propagar entre a superfície e o fundo. Na relação  $k_n H = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi$ , onde  $n=0, 1, 2, \dots$ , os vários termos de  $k_n$  somados são chamados de “modos normais” [13].

O mais difícil do método modal é a obtenção dos números modais ( $k_n$ ) dos autovalores (que correspondem a função da onda). Os autovalores são divididos em duas categorias: i) “modos propagantes”, onde os números de onda são reais, e que carregam quase toda a energia do campo acústico; e ii) “modos evanescentes”, com números de ondas complexos, que contribuem apenas para pequenas distâncias próximas a fonte [27].

O número dos modos ( $n$ ) de propagação num guia de onda é dependente da frequência. A equação (2.18) define um infinito de valores de  $K_r$  (autovalor radial) para cada solução singular, nas quais alguns podem ser reais e outros puramente imaginários.

$$k_r = \sqrt{k^2 - \left(\frac{n\pi}{D}\right)^2}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.18)$$

Assim, em (2.18) é evidente que,  $kD < \pi$ , ou  $\omega < \pi c / D$ , não existem modos propagantes. Por outro lado, em altas frequências existem muitos modos propagantes. Somado a isto, números de onda modal mostram, para uma dada frequência, um caminho não linear, com guia de onda apresentando fortemente a dependência da frequência nas características de propagação. A dependência da frequência ou dispersão dos modos normais é determinada inserindo a definição de número de onda médio

$$k_n(z) = \frac{\omega}{c(z)}$$

que junto com (2.18), resolvendo para  $\omega$ , tem-se

$$\omega = c \sqrt{k_{rn}^2 + \left(\frac{n\pi}{D}\right)^2}$$

A equação mostra que o número de modo  $n$  apenas tem números de ondas horizontais reais para frequências acima da frequência de corte  $\omega_c$  dada por

$$\omega_c = \frac{\omega_{0n}}{2\pi} = \frac{nc}{2D}$$

### 2.5.1 Velocidade de fase ( $v_n$ ) e Velocidade de Grupo ( $u_n$ )

A teoria que baseia o cálculo da velocidade de fase e velocidade de grupo, e grupo modal foi retirada de JENSEN *et al.* [25], e será apresentada a seguir. A velocidade de fase horizontal do modo é definida como

$$v_n = \frac{\omega}{k_{rn}} \quad (2.19)$$

A velocidade de fase representa a velocidade horizontal da fase particular na representação da onda plana para um modo, e não representa a velocidade do transporte de energia, na qual normalmente é menor ou igual à velocidade do som.

Para determinar o transporte de energia ou velocidade de grupo de um modo particular, transforma-se a solução no domínio do tempo desde que o conceito de tempo não tenha significado com o domínio da frequência. Assumindo que temos uma fonte de banda estreita, a dependência do tempo do sinal transportada pelo modo de número  $n$  é dada pelo inverso da transformada de Fourier.

$$\psi(t) = \int_{\omega-\epsilon}^{\omega+\epsilon} \psi(\omega) e^{-i[\omega t - k_{rn}(\omega)r]} d\omega$$

Para um pequeno incremento  $dt$  o sinal irá propagar horizontalmente por uma distância  $dr = u_n dt$ . A fase que varia para cada componente na integral é portando  $\omega dt - k_{rn}(\omega) dr$ . Para o sinal ser invariável ao longo do intervalo de tempo  $dt$ , todos os componentes da integral devem estar em fase. Isto requer que  $d\omega dt - dk_{rn}(\omega) dr = 0$ , ou

$$u_n = \frac{dr}{dt} = \frac{d\omega}{dk_{rn}} \quad (2.20)$$

Portanto, o sinal transportado pelo modo  $n$  irá propagar com a velocidade horizontal  $u_n$ , que é a velocidade de grupo [25].

### 2.5.2 Velocidade de Grupo Modal

Cada modo “ $n$ ” possui uma velocidade de grupo própria, como apresentada em (2.20), que varia aproximadamente com a frequência da fonte. Então, podemos evoluir números de ondas modais a duas frequências espaçadamente fechadas  $\omega$  e  $(\omega + \Delta\omega)$  e computar a base da derivada como a razão das variações dos números de onda com a variação da frequência [25]

A única dificuldade dessa aproximação é a variação do espaçamento da frequência. Se  $\Delta\omega$  é muito grande, então a formula diferencial não apresenta acurácia; se é muito pequena, então o erro em torno do cálculo pode corromper a resposta. Uma alternativa é computar a velocidade de grupo da teoria da perturbação. Para o problema da perturbação tem-se

$$k^2(z) = \frac{(\omega + \Delta\omega)^2}{c^2(z)} \simeq \frac{\omega^2}{c^2(z)} + \frac{2 \Delta\omega \omega}{c^2(z)}$$

E utilizando  $k^2 = k_0^2 + \epsilon k_1^2$ , onde  $k_0^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$ ,  $k_1^2 = \frac{2\omega}{c^2}$  e  $\epsilon = \Delta\omega$ , obtem-se que

$$k_{r1}^2 = \int_0^D \frac{2 \omega}{c^2(z)} \frac{\psi_0^2(z)}{\rho(z)} dz$$

Utilizando os valores da de  $k_r$  da teoria da perturbação obtém-se finalmente

$$\frac{dk_r}{d\omega} = \frac{\omega}{k_r} \int_0^D \frac{\psi_0^2(z)}{\rho(z)c^2(z)} dz$$

que corresponde, à semelhança da velocidade de grupo, a velocidade modal, utilizada por muitos anos em vários ramos da propagação da onda [23] [25].

### 2.5.3 Comprimento de Interferência ( $\Gamma_{nm}$ ) e *Skip Distance* ( $D_n$ )

Os cálculos para a obtenção do comprimento de interferência de dois modos subsequentes são apresentados por FRISK [37] e BREKHOVSKIKH & LYSANOV [23].

FRISK [37], utilizando a equação da densidade de fluxo de energia média no tempo (I), mostra que a intensidade de um campo modal assintótico é dada por:

$$I = \frac{|p(r, z)|^2}{2\rho c} \sim \frac{4\pi}{\rho ch^2 r} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\text{sen}^2 k_{zn} z_0 \text{sen}^2 k_{zn} z}{k_n} \quad (2.21)$$

$$+ \frac{8\pi}{\rho ch^2 r} \sum_{n=1}^{\infty} \text{sen} k_{zn} z_0 \text{sen} k_{zm} z_0 \text{sen} k_{zm} z \text{sen} k_{zn} z \frac{\cos(k_n - k_m)}{\sqrt{k_n k_m}}$$

A equação (2.21) mostra que  $n$ 's e  $m$ 's modos têm um padrão de interferência associada aos modos que possuem um comprimento de interferência,  $\Gamma_{nm}$ , definida como [1] [23] [37],

$$\Gamma_{nm} = \frac{2\pi}{k_n - k_m} \quad (2.22)$$

Analisando os primeiros dois termos de  $\Gamma_{n,n+1}$  temos

$$k_n - k_{n+1} \approx k \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left[ \frac{\left(n - \frac{1}{2}\right)\pi}{kh} \right]^2 - 1 + \frac{1}{2} \left[ \frac{\left(n + \frac{1}{2}\right)\pi}{kh} \right]^2 \right\}$$

E para  $\frac{\left(n \pm \frac{1}{2}\right)\pi}{kh} \ll 1$ ,  $k_n - k_{n+1} \approx \frac{n\pi^2}{kh^2}$

Como exemplo, no caso de um guia ideal temos para a definição em (2.22), a expressão de  $\Gamma_{n,n+1}$  torna-se [37]:

$$\Gamma_{n,n+1} = \frac{2kh^2}{n\pi}$$



Considerando também uma onda, com  $n$  modos, emanada de uma fonte com um ângulo de saída ( $\theta_n$ ) ao longo de um guia de onda e que chega ao seu receptor com o mesmo ângulo de saída, esse caminho horizontal que a onda percorre entre sucessivas reflexões entre superfície e fundo é chamada de um ciclo ou *skip distance* [37], e indicada aqui como  $D_n$ .

$$D_n = 2h \tan \theta_n = 2h \frac{k_n}{k_{zn}} = 2h \frac{\sqrt{k^2 - [(n - 1/2) \pi/h]^2}}{[(n - 1/2) \pi/h]} = \frac{2kh^2}{n\pi}$$

Onde requer que  $n \gg 1/2$ . Em casos particulares para guias de ondas largos, a distância de um ciclo é igual ao comprimento de interferência entre um modo e um modo próximo, ou seja, para o nosso estudo, considerou-se o comprimento de interferência com a mesma grandeza de um ciclo (*skip distance*).

#### 2.6.4 Tomografia por Tempo de Percurso

A tomografia por tempo de percurso tem como base a medição de perturbações de tempo de percurso  $\tau$ , para o cálculo de perturbações de velocidade do som. Ela parte do princípio de que se tem conhecimento de algum aspecto do ambiente que é identificado como referência (temperatura, velocidade do som, dentre outras) [26]

A velocidade do som inicial é dada por  $c_0$  e a perturbação por  $\delta c$ , com isso tem-se:

$$\delta c(r, z) = c(r, z) - c_0(r, z) \text{ e } \delta c \ll c_0$$

Analogamente,

$$\delta t(r, z) = t(r, z) - t_0(r, z) \Rightarrow \delta t = \int \frac{ds}{c_0(z) - \delta c(z)} - \int \frac{ds}{c_0(z)}$$

Onde  $r$  é a distância entre a fonte e o receptor. A perturbação  $\delta c$  dada pela teoria modal é identificada pela velocidade de grupo  $u_n$  para cada modo ( $n$ ). Para se “ter em mãos” o valor da distância  $r_n$ , utilizou-se o valor calculado para o comprimento de interferência  $\Gamma_n$ .

# Capítulo 3

## Área Estudada

### 3.1 Caracterização da Área

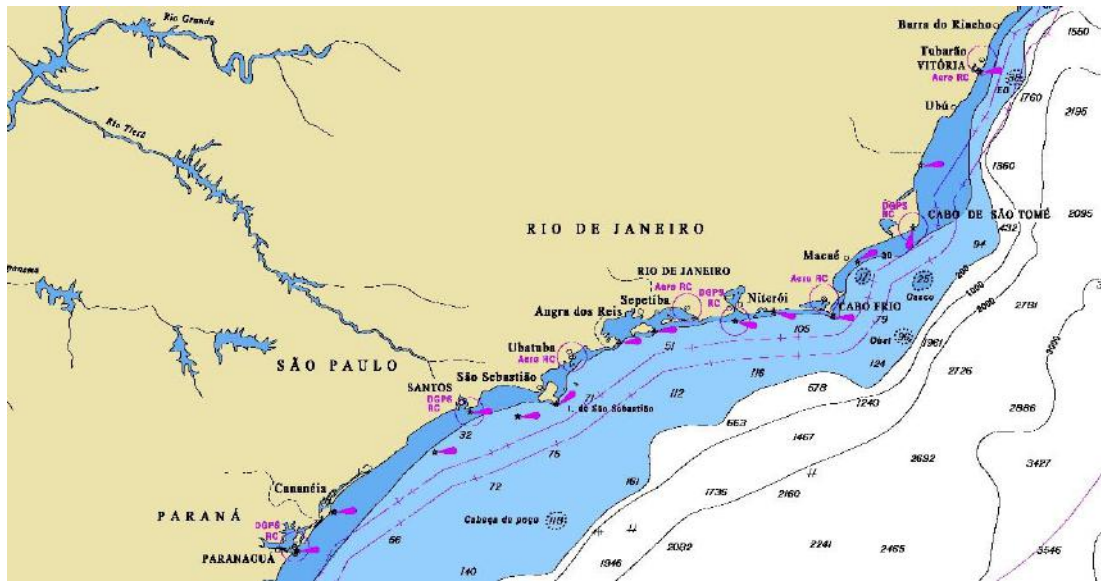
A caracterização da área de estudo tem como objetivo mostrar um resumo da paisagem oceanográfica das regiões sul e sudeste do Brasil, apresentando as feições e os fatores físicos que interferem na propagação acústica, considerados neste estudo. As interações com os meios vizinhos ao oceano (atmosfera e fundo) também são apontados.

Eventos temporais têm efeitos decisivos no comportamento físico do oceano. Na escala de tempo interanual, podem ocorrer perturbações no ciclo hidrológico anual médio, como variações na temperatura da superfície da água do mar, da quantidade de chuvas, etc. Na escala sazonal, as variações das interações oceano-atmosfera devem ser consideradas, como a influência continental na zona costeira. Ainda sim, existem variações do vento médio ou dos ventos mais frequentes, interferindo no processo de mistura das camadas superficiais. Outros fenômenos inerciais de mesoescala (meses), e subinerciais (dias), locais e regionais como meandros e vórtices, a ressurgência e a passagem de sistemas frontais fazem variar o equilíbrio das massas d'água nas regiões mais costeiras, mas também influenciam as regiões intermediárias em grandes áreas e até em regiões mais distantes [38].

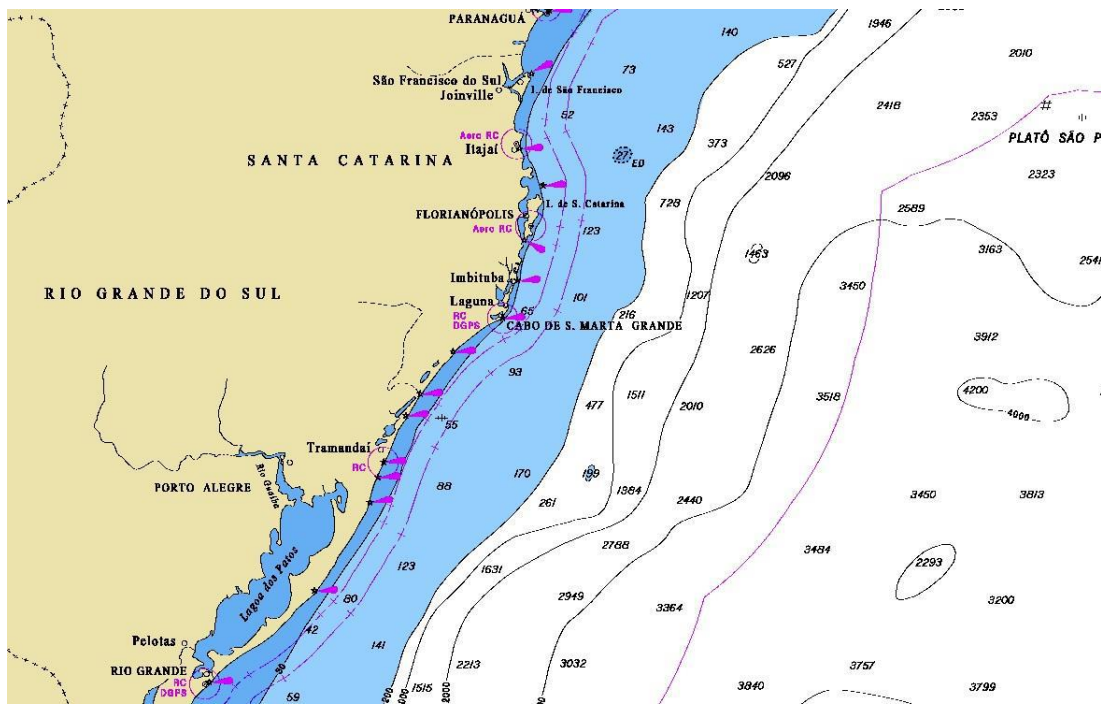
### **3.1.1 Topografia de Fundo**

As plataformas sul (PCS) e sudeste brasileiras (PCSE) apresentam grandes variações morfológicas, quanto a distância da costa, declive e tipo de sedimento. A plataforma sul varia entre 70 km de extensão, em frente ao Cabo de Santa Marta (SC) e aproximadamente 140 Km, no Rio Grande do Sul. Na região sudeste a plataforma é mais extensa na região frontal a Santos (230 Km) e mais estreita na região frontal a Ilha de Cabo Frio (50 km). Em Santos, observa-se um declive mais suave na batimetria, enquanto que em Cabo Frio o declive é mais acentuado, e a queda da plataforma se faz mais abruptamente. A profundidade da queda da plataforma varia de 120m a 180m [38].

A Figura 3.1 (a) e (b) apresentam a região oceânica e a variação batimétrica para cada região de estudo. As marcações equivalem às estações oceanográficas utilizadas para a análise estatística.



(a)



(b)

**Figura 3.1** - Isobatimétricas da região (a) Sudeste e (b) Sul Brasileira  
(Fonte: Carta Raster – DHN 101/2005: Costa e Ilhas ao largo – escala: 1/5600000)

### 3.1.2 Circulação Oceânica e Transporte de Volume

A circulação oceânica da região da plataforma e talude das regiões sul e sudeste brasileira apresenta várias feições locais, regionais, mas principalmente acompanha a circulação de contorno oeste, associada ao giro subtropical do Atlântico Sul. [39]. A Corrente do Brasil (CB) é essa corrente de contorno oeste, que se origina ao sul de 10°S, e flui para sul bordejando o continente sul-americano até a região da Convergência Subtropical (33-38° S), nas Malvinas. Ao bordejar a plataforma externa brasileira, forma meandros e vórtices quando a direção da costa (e da plataforma) muda. Isso acontece nas regiões frontais ao Cabo de São Tomé, Cabo Frio, São Sebastião, ao norte de Florianópolis e frontal ao Cabo de Santa Marta. Assim, a CB nasce e se desenvolve ao largo da costa brasileira, constituindo-se na feição oceânica mais importante da borda oeste do oceano Atlântico Sul.

A extensão da CB em profundidade é discutida por vários autores [39] [40] [41] [42], que seguiram dois critérios físicos na avaliação: critérios dinâmico e cinemático. Pelo critério dinâmico, como a CB é uma corrente que fecha o giro subtropical, é vista como uma corrente rasa constituída principalmente pela Água Tropical (quente e salina). Próximo a latitude de 20° S ela começa a interagir com a Água Central do Atlântico Sul (ACAS) e aprofunda-se em transporte. Na região ao sul de Cabo Frio, limita-se a 200 metros de profundidade, e atinge 750 metros de profundidade próximo a latitude de 28°S. Pelo critério cinemático, procurou-se incluir à Água Tropical (AT), a Água Intermediária Antártica (AIA) e a Água Profunda do Atlântico Norte (APAN), como parte da circulação termohalina do giro do contorno oeste, pois todo o fluxo ocorreria no mesmo sentido, para o sul. Isso seria verificado ao sul de 25°S. Este critério foi questionado, a partir da afirmação que forçantes termohalinas da AIA nas regiões próximas a formação da CB fluem para norte, subjacentes a ACAS, o que poderia acontecer também nas regiões mais ao sul [42].

A variação das intensidades de corrente e o transporte de volume das massas d'água pela CB foram estimados por vários autores e apresentados por CASTRO *et al.* [38]. A maioria das estimativas de transporte para a CB se concentravam ao largo do Rio de Janeiro, e no seu final próximo a Mar del Plata. A quase totalidade dos valores é proveniente de cálculo geostrófico. Alguns, de interesse deste trabalho, serão descritos a seguir:

SIGNORINI [43] apresentou os resultados de velocidade e transporte de volume da CB de Cabo de São Tomé (22° S) à Baía da Guanabara (24° 30S), passando por Cabo Frio (23° 30S), entre as profundidades de 500 e 1300 metros no talude continental. Obteve velocidades máximas de 0,19m/s e 0,68m/s e 0,75m/s, e transporte de 5,2 Sv; 8,0 Sv; e 13,2 Sv (1Sv = 1 x 10<sup>6</sup> m<sup>3</sup>/s), para cada localidade, respectivamente.

STRAMMA [39] apresentou para a CB os transportes de 10,1/10,9Sv e 9,4/10,1Sv, para as latitudes de 23° e 24° Sul nas profundidades de 600/1300m e 19,2Sv na latitude de 32° S a 1600 metros de profundidade.

E MÜLLER [44] com medidas de correntômetros calculou para as latitudes de 20 e 28°S, transporte da CB em 1,3Sv e 16Sv, respectivamente. Para um fundeio frontal a Cabo Frio, a profundidade da CB não ultrapassa 200 metros, com velocidades médias de 0,15m/s. Já frontal ao Cabo de Santa Marta, sua profundidade ultrapassa os 670 metros e sua velocidade média é em torno de 0,5m/s. A diferença dos transportes entre as duas regiões sugeriu que a cada 100km a taxa de crescimento da CB ficaria em torno de 5%.

### **3.1.3 Massas D'água**

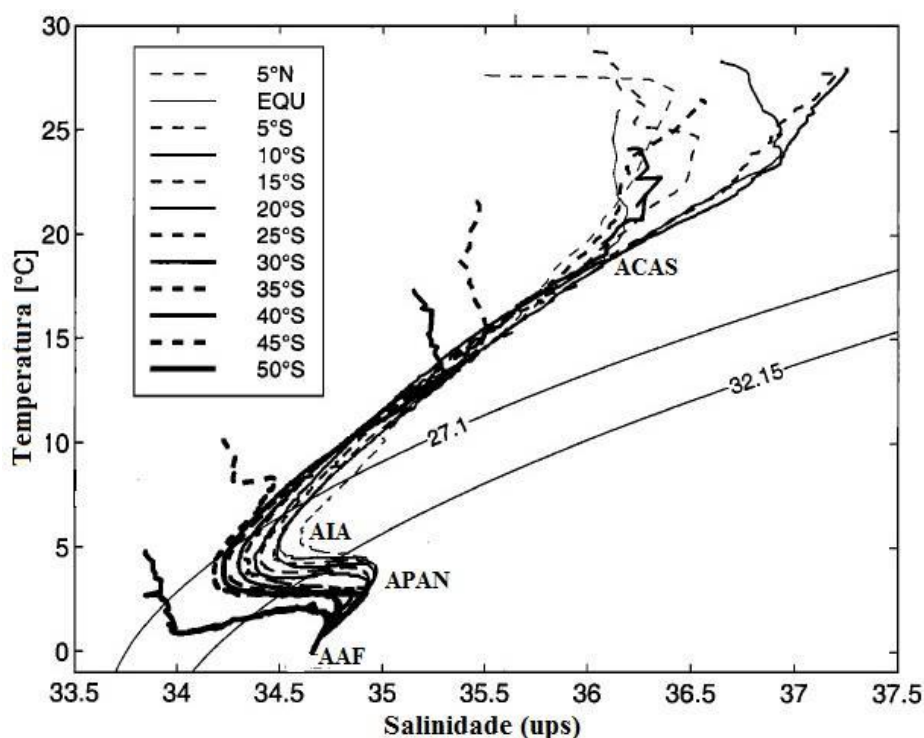
As massas d'água oceânicas presentes no contorno oeste do Atlântico Sul são originárias de regiões quentes ou frias do globo e apresentam características de sua origem que vão sendo modificadas ao longo da trajetória que possuem. Na coluna d'água se posicionam de acordo com a densidade das massas, e se interagem a partir dos processos que atuam localmente ou remotamente. A densidade da água é obtida pelo conhecimento dos parâmetros temperatura, salinidade e pressão, e os processos que causam sua variação [45].

As condições termohalinas variam muito na região de plataforma continental, devido a processos hidrodinâmicos e de interação oceano-atmosfera. E as águas de plataforma são ditas como bastante energéticas. Uma observação no oceano num dado momento é condicionada a uma série de processos físicos de escalas temporais e espaciais [38].

Continuando a apresentação a partir do que foi escrito no item anterior (Circulação e Transporte), a Corrente do Brasil (CB) transporta a massa d'água AT

(Água Tropical), que apresenta temperaturas superiores que 20°C e salinidades também superiores a 36°C. Na região de Santos, a AT pode ocupar parte da plataforma externa, devidos ao contorno batimétrico e seu menor gradiente. A Água mais fria que é verificada na borda da plataforma, em profundidade, é a ACAS (Água Central do Atlântico Sul), e apresenta variações de temperatura entre 20°C e 14°C e largura que varia entre as profundidades de 200 e 700m [38].

Abaixo da ACAS, na região externa à plataforma continental, é encontrada a presença da AIA (Água Intermediária Antártica), que tem origem na região superficial da Confluência Circumpolar Antártica, e se desloca através da continente americano em direção ao norte. A isopicnal 27.1 nos trópicos e 27.05 apresentam a transição entre a AIA e a ACAS. Têm como principal característica os valores mínimos de salinidade e máximos de oxigênio. A língua de baixa salinidade está presente em torno de 300 metros, perto da Frente Sub-Antártica (45°S), para norte, submergindo para 900m a 30° S para sul, e ressurgindo novamente a 700m de profundidade próximo ao Equador, para norte [39].



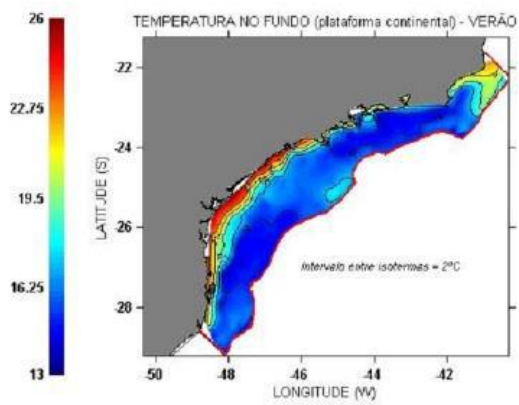
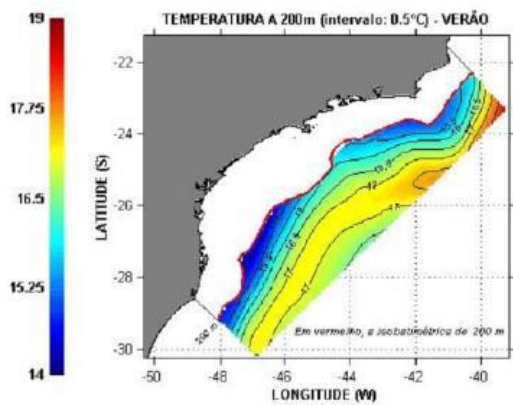
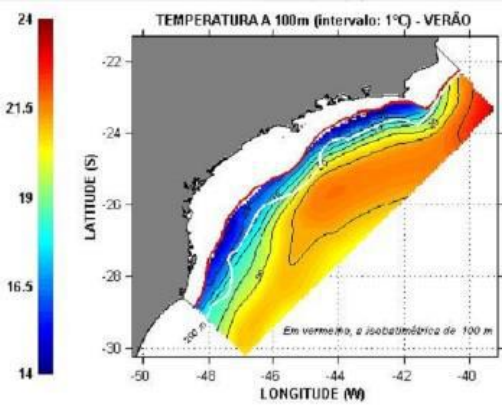
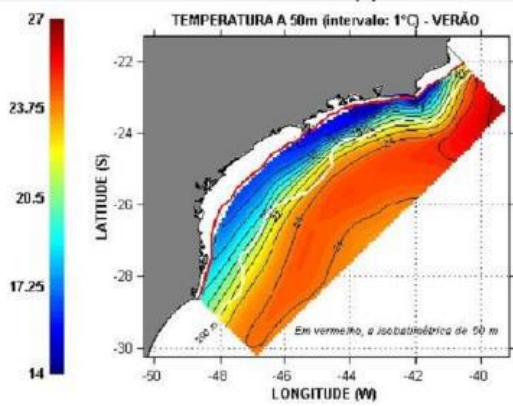
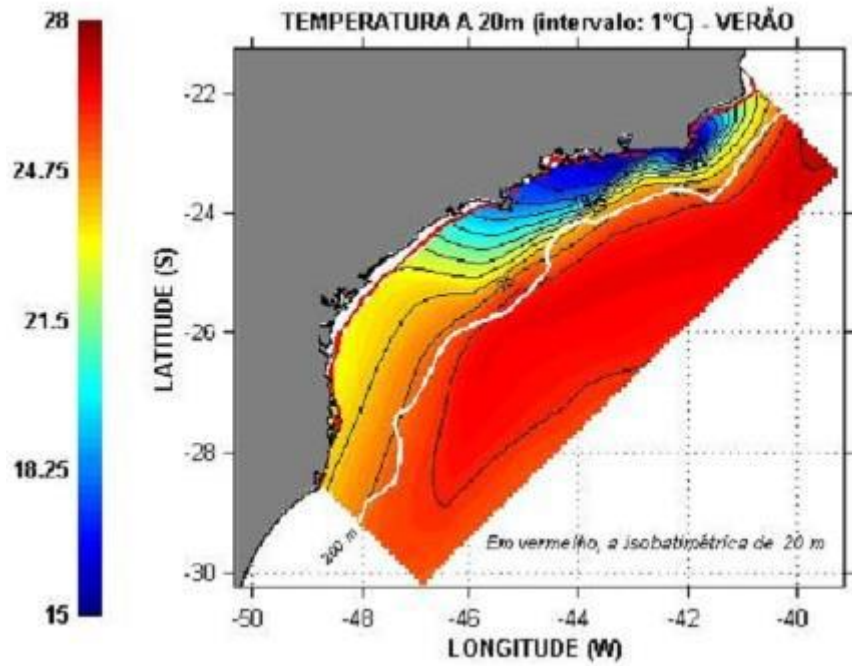
**Figura 3.2** - Diagrama TS do Atlântico Sul (Modificado de STRAMMA [39]).

A Corrente Profunda de Contorno Oeste transporta a Água Profunda do Atlântico Norte (APAN) do hemisfério norte para o sul (Figura 3.2). Normalmente é

dividida em três partes (Superior, Meio, e inferior). A parte superior é identificada por um máximo de salinidade e máximo de oxigênio. As outras são separadas e correlacionadas pelas concentrações de tritium e cloro-fluocarbonetos (CFCs). O máximo de salinidade é verificado próximo de 1600 metros no Equador e aprofunda-se para 2500 metros a 25° S. A porção de água influenciada pela APAN varia de 1200 a 3900 metros perto do Equador e 1700 a 3000 metros na Zona de Confluência Brasil Malvinas. A camada que separa a parte inferior da APAN e a Água de Fundo Antártica é marcada pela isopicnal de 45.90 no Equador e 45.87 perto da Corrente Sul Atlântica. Ela se posiciona acompanhando o fundo oceânico, como mostrado na Figura 3.2, após a isobatimétrica de 3500-4000 metros de profundidade, dependendo da latitude [39]

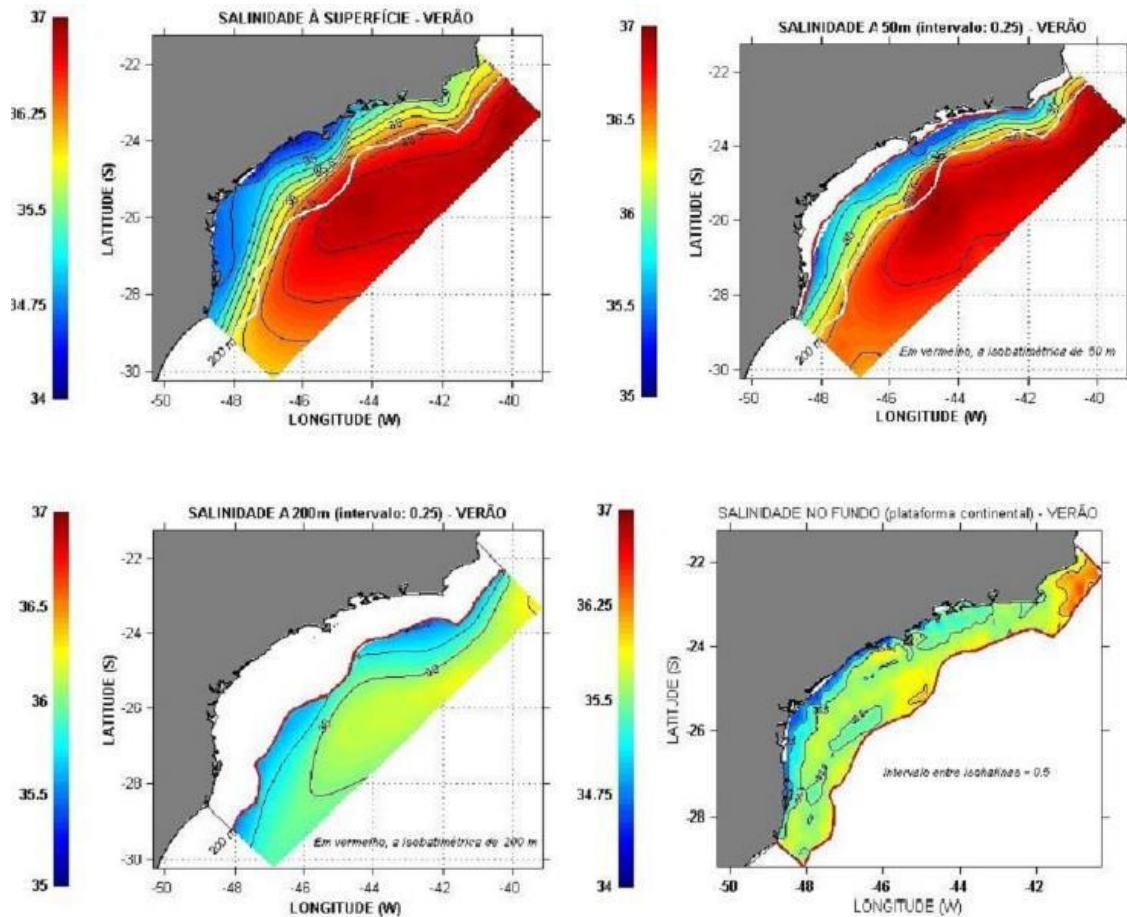
A climatologia sazonal das condições físicas para a Plataforma Continental Sudeste (PCSE) foi estudada por REZENDE [46], reunindo para a estação do verão, dados de Temperatura e Salinidade históricos (30 anos de dados coletados), medidos através de análise química e por perfiladores CTD, arquivados no Banco Nacional de Dados Oceanográficos (BNDO) e por CASTRO & MIRANDA [41]. As Figura 3.3 (a até e), mostram a variação horizontal da temperatura e salinidade para a época do verão na PCSE. O autor conclui que a AT bordeia toda a plataforma, e na região próxima a Santos a parte mais externa da plataforma é invadida pela AT. Essa característica só tinha sido vista por [41] para a época do inverno quando a ACAS retrai e se estabiliza junto ao fundo.





**Figura 3.3** - Variação média da Temperatura (a) 20 metros, (b) 50 metros, (c) 100 metros, (d) além de 200 metros e (e) fundo na PCSE, para o verão (Obtido de REZENDE [46])

Ainda em relação à ACAS, no verão, REZENDE observou que até a isobatimétrica de 100m as águas mais frias estão presentes, sendo que na porção ao norte de São Sebastião a ACAS ressurge na superfície. Os valores médios mínimos (<math>21^{\circ}\text{C}</math>) foram verificados em Cabo Frio (RJ). A climatologia mostrou que os maiores gradientes horizontais de salinidade se situam próximo à isóbata de 100 metros (0,3/10km), sendo mais intensos nas imediações de São Sebastião para sul.



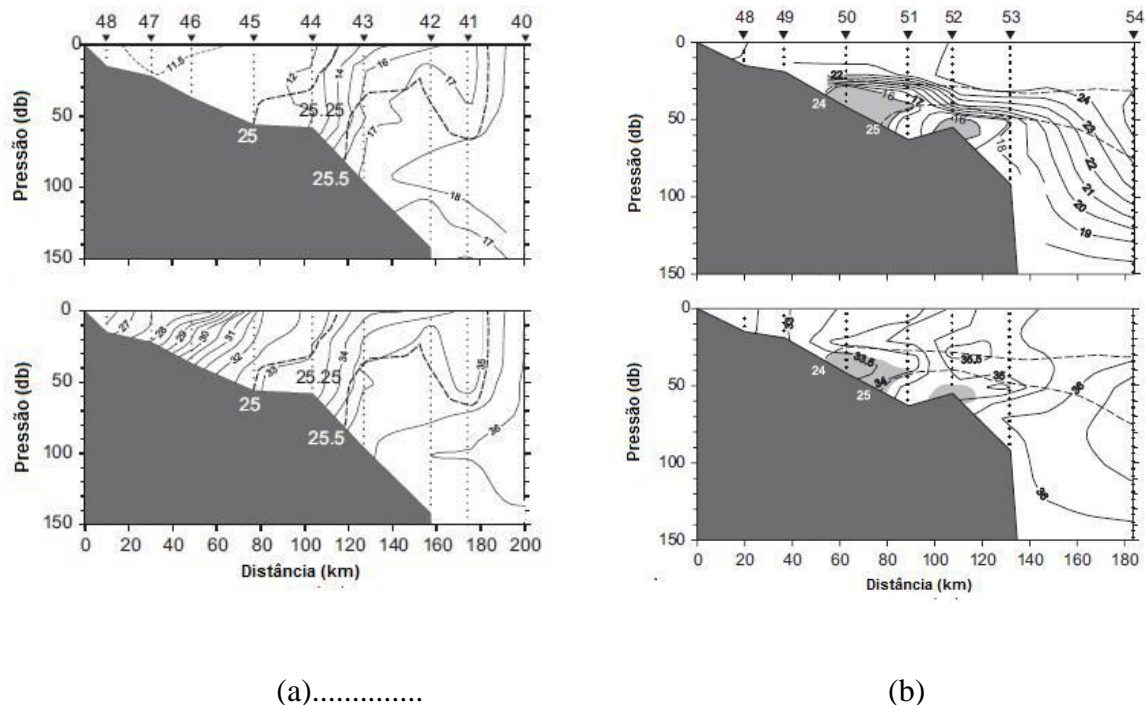
**Figura 3.4** - Variação média da Salinidade (a) superfície, (b) 50 metros, (c) além de 200 metros e (d) fundo na PCSE, para o verão (Obtido de REZENDE [46])

Na climatologia de inverno, os mínimos de temperatura foram observados junto ao Cabo de Santa Marta, evidenciando as águas mais frias provenientes do sul do Brasil. A ACAS não se faz presente na maior parte da plataforma continental. Os valores de salinidade não apresentaram muita diferença das apresentadas no verão. Máximos acima de 36 UPS próximos a borda da plataforma evidenciando a AT também no inverno, e na

porção mais ao sul, salinidades em torno de 34 ups (“unidade prática de salinidade”) acompanham as águas provenientes da região sul [41]

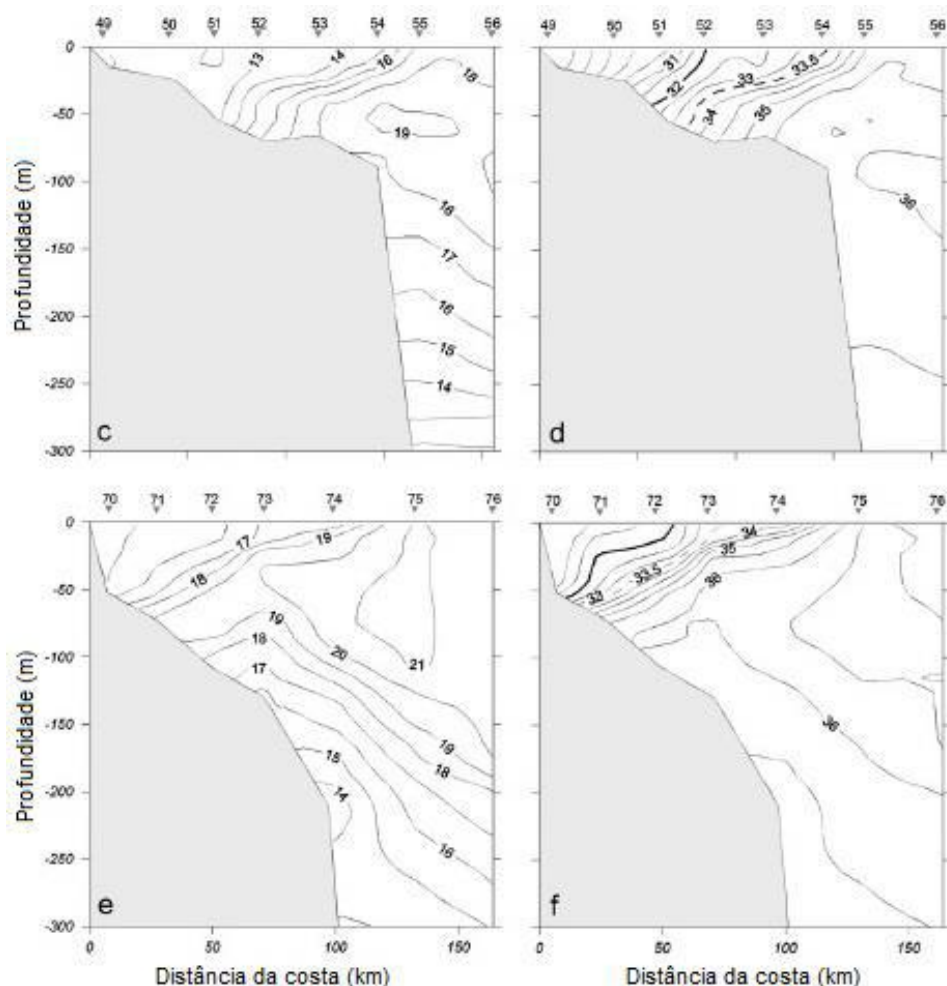
As massas d’água da região sul do Brasil foram estudadas por Alberto Piola, Osmar Möller, Edmo Campos e outros, com medições diretas em linhas de fundeio e análise de dados hidrográficos, coletados em comissões oceanográficas na plataforma continental e na parte superior do talude oceânico.

PIOLA [47] analisou dados de duas comissões oceanográficas, uma no verão e outra no inverno, entre o Mar del Plata, Argentina (38°S), e Itajaí, Brasil (26°S). A análise preferencialmente foi realizada sobre a plataforma continental, mas a coleta foi realizada até a região do talude, até a profundidade de 150 metros. As seções verticais no inverno e no verão frontais a Albardão (33° S) mostraram que a AT se faz presente na borda da plataforma e no talude até 150 metros em ambas as estações. As isopicnais  $\Sigma\theta = 25$  e  $25.5$  demonstram a região de mistura entre a Água da Pluma do Prata (APP) e a AT no inverno, causando instabilidade vertical na plataforma externa. No verão, a plataforma é tomada pela AT na superfície e da ACAS no fundo ( $\Sigma\theta = 24$  e  $25$ ), mostrando um forte gradiente térmico ( $> 0.4^\circ \text{C km}^{-1}$ ) nessa região.



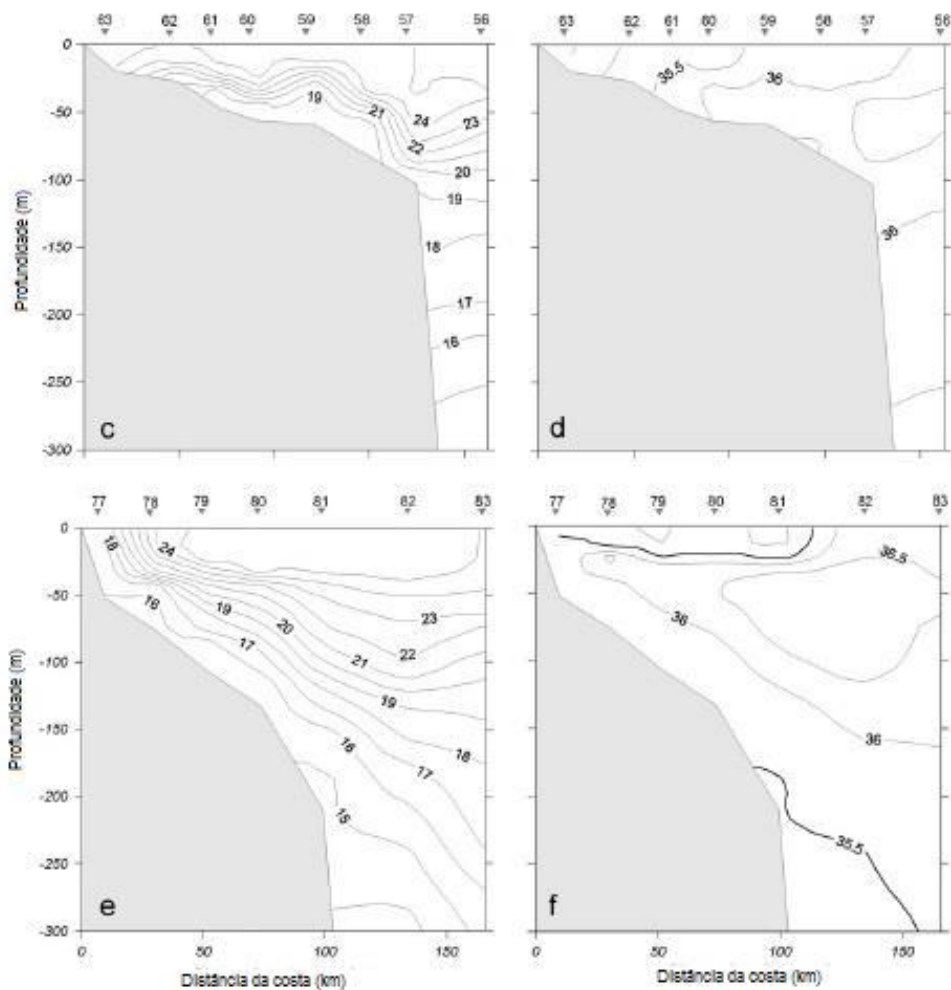
**Figura 3.5** - Seções verticais de Temperatura (°C) e Salinidade (UPS) no (a) inverno e (b) verão, frontais a Albardão (33° S) (Modificado de PIOLA [47]).

MÖLLER [48] estudou a variabilidade anual a partir de dados de sensores de T-C em uma linha de fundeio frontal ao Cabo de Santa Marta (SC) e Rio Grande (RS). A Figura 3.6 e a Figura 3.7 apresentam a variação vertical de T-S no inverno de 2003 e verão de 2004 até 300 metros de profundidade, respectivamente.



**Figura 3.6** - Seções verticais de Temperatura e Salinidade, frontais ao Cabo de Santa Marta, (c e d), e Rio Grande, (e e f), no inverno de 2003. (Modificado de MÖLLER [48])

Na quebra da plataforma e em áreas da plataforma média ao largo de Rio Grande e no Cabo de Santa Marta observa-se a termoclina invertida – aumento da temperatura com a profundidade. Essa estrutura é vista como uma feição comum de Albardão ao Cabo de Santa Marta e pode ser formada pela introdução da AT, quente e salina, sobre a plataforma através do meandramento da Corrente do Brasil.

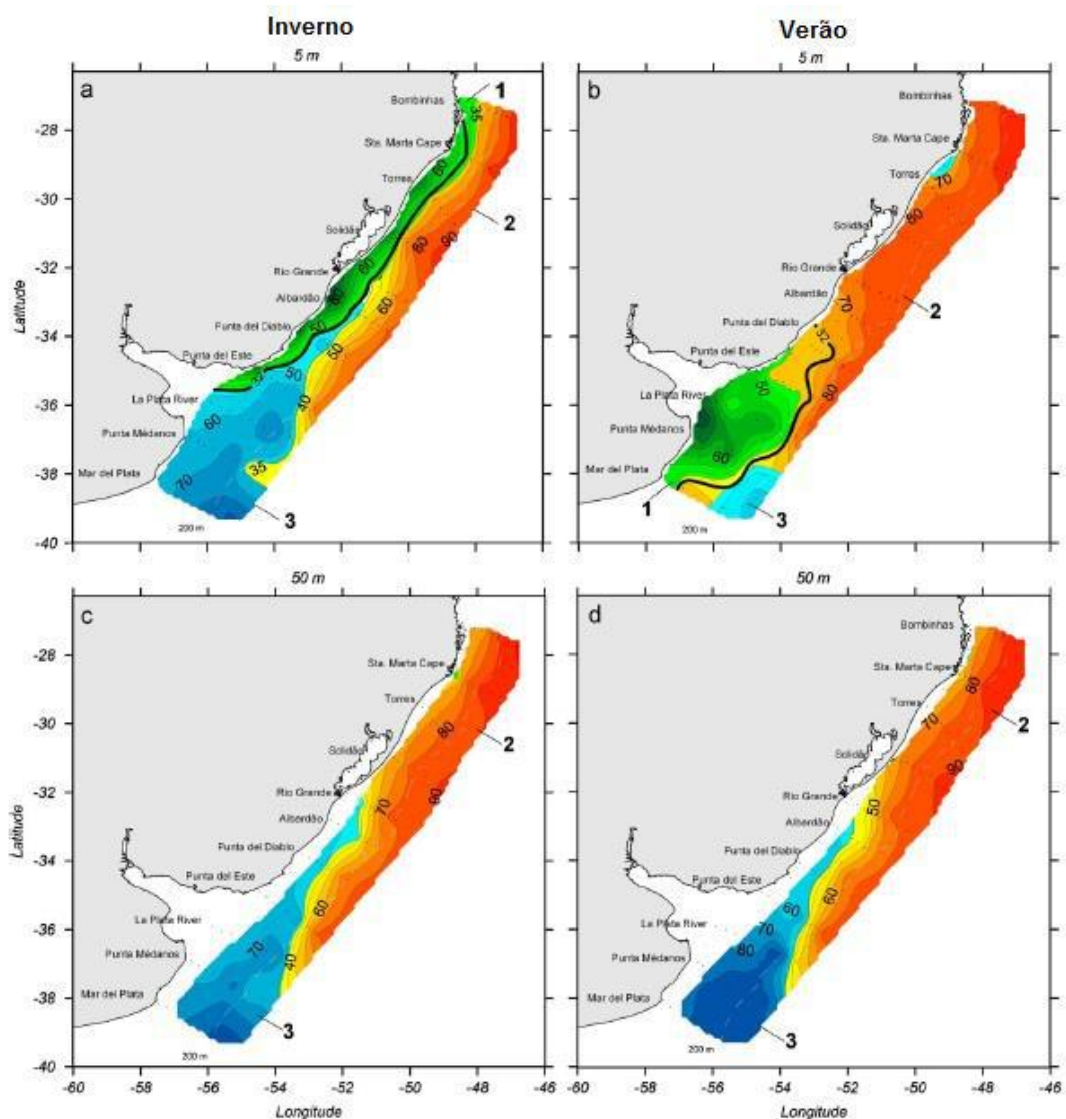


**Figura 3.7** - Seções verticais de Temperatura (esquerda) e Salinidade (direita), frontais a Rio Grande (c,d) e ao Cabo de Santa Marta (e,f), no verão de 2004 (Modificado de MÖLLER [48]).

A Figura 3.7 mostra as variações de Temperatura e Salinidade (TS) nas seções verticais frontais a Rio Grande e ao Cabo de Santa Marta. Como uma feição normal, em geral, a homogeneidade da temperatura observada próximo a costa no inverno é trocada pela forte termoclina sazonal, que abruptamente fica cada vez mais rasa ao se aproximar do Cabo de Santa Marta. Frontal a Rio Grande um gradiente lateral de salinidade só é observado perto da costa, enquanto uma estratificação vertical desenvolve offshore, onde a Água Subtropical de Plataforma - ASTP ( $S \sim 35$ ) é encontrada. Já frontal a Santa Marta, a ACAS apresenta evidências de ressurgência, produzindo uma intensa frente perto da costa [48].

A Figura 3.8 (a até d) apresentam as porcentagens do Triângulo de Mistura desenvolvido por Mamayev em 1975, e adaptado para áreas de plataforma, para calcular

a fração das massas d'água AT, ASAP (Água Sub-Antártica de Plataforma) e APP, em cada seção. O limite superior (100%) indica a massa de água pura e o limite inferior foi dado por 34%. No inverno, a Figura 3.8 (a), na superfície indica as massas d'água bem separadas. Ao sul de Albardão a APP é separada da AT pela intrusão da ASAP, originada da plataforma Argentina. O mínimo da fração de ASAP é caracterizado pela isohalina de 32, e a AT ao norte de Rio Grande, onde pode ser usado como o limite da APP. O limite da AT e da ASAP é apresentado na Figura 3.8 (c) a 50 metros de profundidade em frente a Rio Grande. Mais ao norte a diluição da AT é realizada pela APP e também pela mistura com a ACAS, que ocupa uma parte da plataforma [48].



**Figura 3.8** – Porcentagem de Mistura do inverno (esquerda) e verão (direita) da superfície (a,b) e 50m (c,d). Em verde a APP, em vermelho a AT e em azul a ASAP. (Obtido de MÖLLER *et al.* [48]).

No verão, a Figura 3.8 (b) e (d) apresentam como resultado do uso de três massas d'água, na análise entre a AT e a ACAS, presente sobre a plataforma como uma fração da AT, pois a APP só aparece sobre a plataforma mais a sul e a ASAP se apresenta só na queda da plataforma. A exceção é verificada próximo ao Cabo de Santa Marta onde uma porção representa a ACAS que ressurge nessa região (Figura 3.8 (b)). A 50 metros de profundidade (Figura 3.8 (d)), a distribuição é similar à situação de inverno com uma frente crescendo próximo a Albardão, que pode estar associada ao desacoplamento entre vento e fluxo abaixo da pycnoclina [48].

### 3.1.4 Processos oceanográficos locais

Como apresentado no item anterior, processos oceanográficos verificados localmente modificam a estrutura termohalina e conseqüentemente interferem na propagação acústica. Alguns desses processos são observados próximo do Cabo de Santa Marta, na região Sul, e frontal a São Sebastião, Cabo Frio e Cabo de São Tomé na região sudeste. Iremos nos ater a resumir adiante dois processos: a ressurgência e a formação de meandros e vórtices.

- Ressurgência (os casos de Cabo Frio e Santa Marta)

A ressurgência é um fenômeno que ocorre em mesoescala espacial (dezenas a centenas de quilômetros) e na escala temporal subinercial (dias, semanas). Foi classificada em três categorias principais: costeira, de oceano aberto e equatorial [38]. O do primeiro tipo é caracterizado quando movimentos ascendentes de massas de água têm sua influência nas proximidades da costa, como na região de Cabo Frio. Nesse caso, tal processo físico pode ser induzido por divergência unilateral do campo de velocidade gerado pela tensão de cisalhamento do vento. A continuidade do movimento divergente na camada de superfície é estabelecida pelo movimento vertical ascendente. Correntes costeiras fluindo ao longo de mudanças abruptas na orientação na linha de costa podem gerar vórtices e ressurgência de água fria em embaiamentos. Processo semelhante pode ocorrer na região oceânica, onde a linha de fundo da quebra da plataforma acompanha as mudanças da linha de costa [38].

A ocorrência de águas de baixas temperaturas, anormais pela latitude geográfica de Cabo Frio, onde a orientação da linha da costa muda de NE-SW para E-W e a plataforma é mais estreita, é devida ao fenômeno de ressurgência. A constância dos ventos de NE-E, provenientes da região mais ao norte, gera um movimento das águas

superficiais para o largo, possibilitando que as águas da ACAS ressurgam em águas costeiras, trazendo consigo grande quantidade de nutrientes e aumentando a produtividade primária e secundária na região. Com isso, na área frontal a Cabo Frio, especialmente no verão, a ACAS se espalha pela plataforma até aflorar na região costeira e a AT (movimentada pela CB) se posiciona na região do talude oceânico [38].

O processo de ressurgência no Cabo de Santa Marta (CSM) foi estudado por Paula Campos [49] utilizando os mesmos dados analisados por MÖLLER *et al.* [48] para o inverno de 2003 e verão de 2004. O estudo mostra que, no inverno, a frente de mistura entre a APP e a AT toma conta da plataforma e a ACAS fica retida no talude, em subsuperfície (~100 metros). No verão, a mesma penetra na plataforma, ressurgindo ao sul do Cabo de Santa Marta. O autor analisou a influência de três fatores através de modelagem numérica: a influência da forçante vento e o transporte de Ekman, a influência de mudanças na topografia e da orientação da linha de costa, e a sinergia entre a CB e a forçante vento. Avaliando condições médias do campo de vento para as situações de primavera e verão a partir de dados de reanálise provenientes da base climatológica *Blended Seawinds Wind* pertencente à “National Oceanographic Atmospheric Administration” (NOAA), e calculando o transporte e bombeamento de Ekman, o mesmo não aparece como o mecanismo para a geração dos eventos de ressurgência em CSM, contrastando com o que acontece em Cabo Frio [49].

A topografia e a orientação da linha de costa foram avaliadas modelando as alterações de localização das massas d’água em três seções verticais, uma ao norte do CSM, outra em frente e outra ao sul do CSM, da costa até a profundidade de 300 metros, no talude. Observou-se que, exceto na camada superficial mais rasa e costeira, existe um forte fluxo em direção à costa no interior da coluna d’água que sustenta uma intensa ressurgência costeira. Ou seja, grande parte da ACAS ascende à quebra da plataforma no CSM, onde a plataforma é estreita, sendo afunilada em direção ao sul pelo fluxo longitudinal à plataforma e penetra mais no interior da plataforma por divergência de fluxo observado ao sul do cabo [40]

A análise da sinergia da CB com o vento foi realizada a partir da análise dinâmica da influência da CB e da componente da deriva do vento computadas no balanço de momentum ao longo de toda a plataforma, nas mesmas três seções (norte, frontal e ao sul do CSM) analisadas anteriormente. A contribuição do cisalhamento do

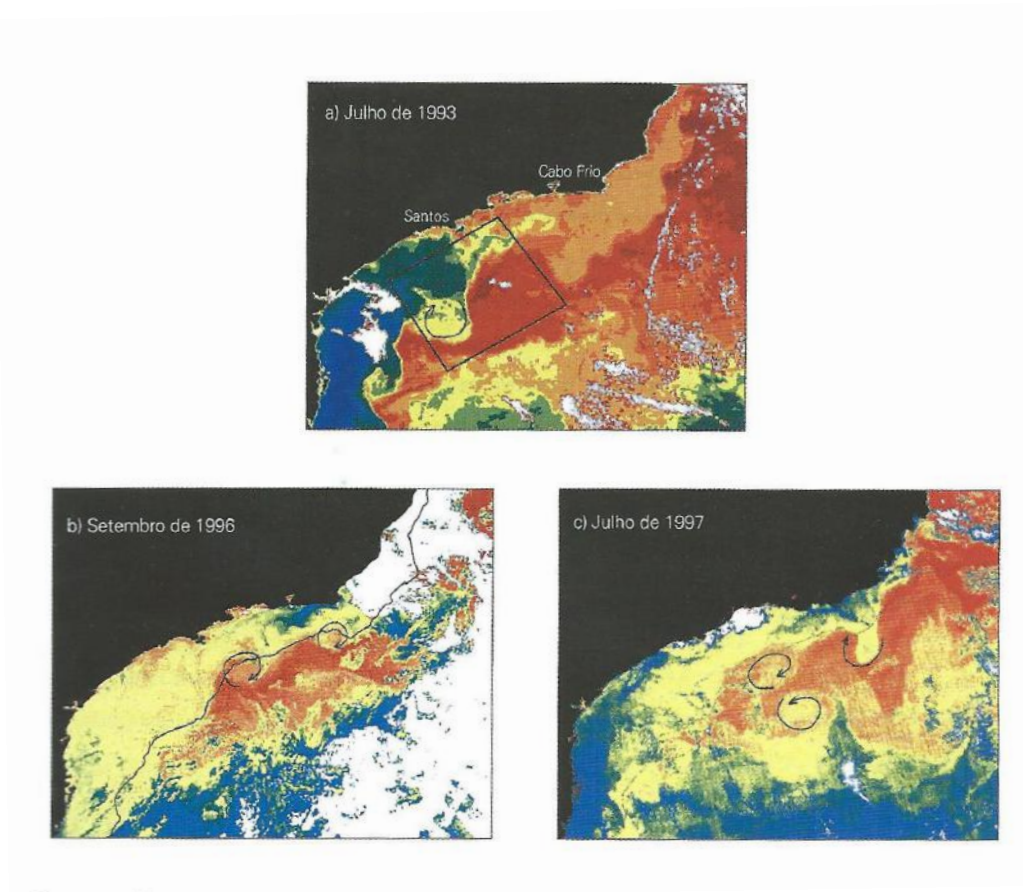


vento no balanço do momento, que é bem diferente no inverno e verão, acaba forçando localmente e no interior da plataforma próximo à isobatimétrica de 100 metros. Não existe apenas um crescimento local no fluxo de fundo dirigido pelos ventos provenientes de sul, mas sim uma significativa variação regional do gradiente da pressão barotrópica, tanto ao norte como ao sul do CSM. A variação do sinal do campo do gradiente de pressão reflete na convergência e divergência do fluxo ao norte e ao sul, respectivamente. A inclinação da água lançada para a cima na seção frontal ao CSM pelo gradiente de pressão favorável é dirigida para a costa pela intensificação do fluxo de fundo. Parte dessa água recircula perto da quebra da plataforma e é afunilada para o sul, ressurgindo mais ao sul na região mais próxima à costa [49].

CAMPOS [49] concluiu que o gradiente de pressão pela presença da CB e da ACAS junto à quebra da plataforma, somado à configuração da topografia de fundo são os fatores principais para a inicialização do mecanismo da ressurgência costeira na plataforma nas estações da primavera e verão no CSM.

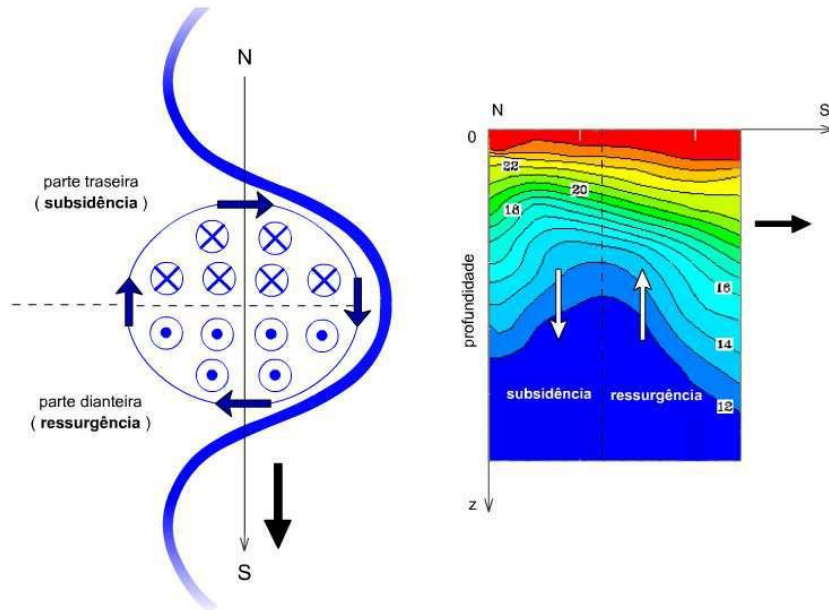
- Meandros e Vórtices da Corrente do Brasil

Os fatores apresentados no processo de ressurgência fazem gerar outro processo importante: a formação de meandros e vórtices ao longo da CB, no Cabo de São Tomé, Cabo Frio e em outras regiões onde a ressurgência se apresenta ao longo do ano todo, afastada da costa, como São Sebastião e Santos [46]. A Figura 3.9 apresenta uma imagem de satélite de AVHRR (*Advanced Very-High-Resolution Radiometer*), com informações de Temperatura da Superfície do Mar (TSM) que ilustra esses processos.

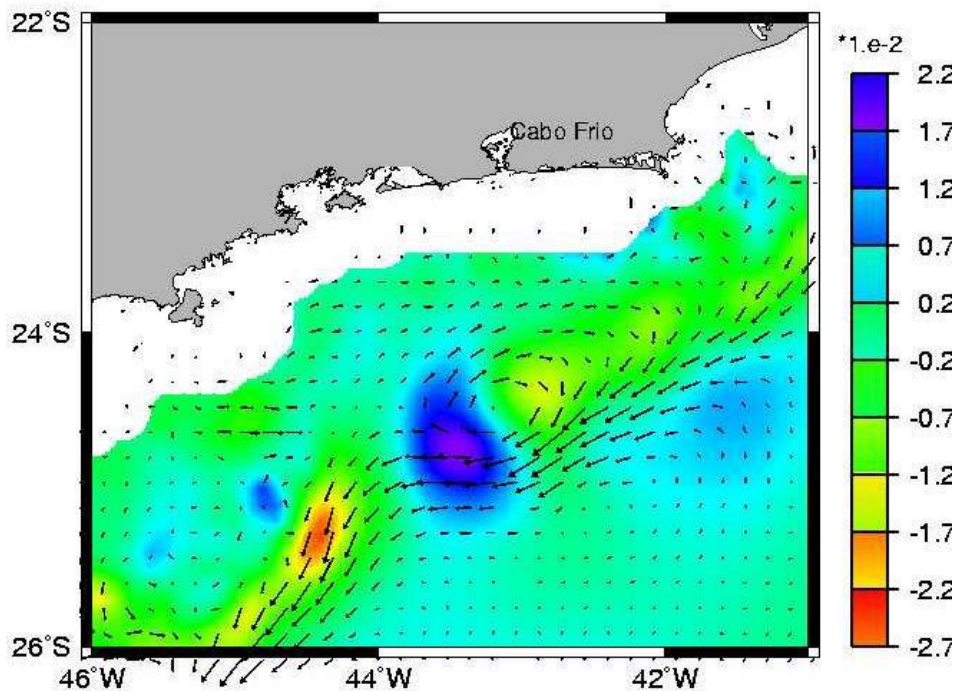


**Figura 3.9** - Imagens AVHRR de TSM da região Sudeste do Brasil. As águas quentes (tons vermelhos) são características da CB e as ondulações configuram meandros (Obtido de VELHOTE [50]).

O processo de meandramento da CB foi estudado por alguns autores. CALADO [51] apresenta, a partir do mecanismo sugerido por Edmo Campos em 2000 (Figura 3.10), como os meandros e vórtices da CB se formam na quebra da plataforma da Bacia de Santos. VELHOTE [50] realizou simulações numéricas a partir de dados hidrográficos e formalizou o esquema sugerido por CAMPOS *et al.* [40]) sobre a participação de vórtices ciclônicos no surgimento da ACAS sobre a região da plataforma (Figura 3.11). A autora, em suas simulações, mostra a ressurgência na parte dianteira do vórtice e a advecção dessa água ressurgida em direção à plataforma externa.



**Figura 3.10** - Esquema de como um vórtice ciclônico propagante pode bombear água em sua parte dianteira, propiciando ressurgência de quebra de plataforma (Obtido de CAMPOS *et al.* [40])



**Figura 3.11** – Vórtice ciclônico, ao largo do Embaiamento de São Paulo. Os vetores expressam a velocidade horizontal e as cores, a velocidade vertical (Obtida de VELHOTE [50]).

CALADO [51] analisa essas interações entre a formação dos vórtices de São Tomé e Cabo Frio com ressurgência costeira, e verificou que o vórtice frontal a Cabo Frio não é gerado totalmente pelo processo de Ekman costeiro, apenas a sua forçante baroclínica se deforma com a aproximação do talude continental, gerando uma assimetria entre as bordas do vórtice. As isopícnais se deformam devido à diminuição da velocidade causada pelo atrito com o talude. A mudança de orientação da costa é o fator principal para a geração dos meandros e sua defasagem. A ressurgência costeira, pode sim carrear para a região do talude uma quantidade grande de água costeira que pode ser levada pelo meandro / vórtice e contribuir para a instabilidade baroclínica da coluna d'água dentro do vórtice.

Estudos realizados a partir da interpretação de imagens AVHRR de TSM entre 1993 a 1999 (pelo menos 30 imagens por ano) avaliaram as feições oceanográficas de ressurgência costeira e vórtices, normalmente encontrados na borda interna da CB. Foram tabeladas as temperaturas mínimas das plumas frias (Tabela 3.1) e as suas extensões (Tabela 3.2). Para os vórtices foram tabelados o diâmetro médio dos vórtices frontais a CB (Tabela 3.3). Os maiores diâmetros médios foram verificados no período de outono-inverno, frontal a Cabo Frio [38].

**Tabela 3.1** - Temperaturas mínimas (em °C) nas plumas de ressurgência. (Obtido de CASTRO *et al.* [38]).

REGIÃO	VERÃO	PRIMAVERA	OUTONO	INVERNO	TEMP.MIN
VITORIA	18,0	19,0	18,5	19,5	18,0
S. TOMÉ	17,0	18,0	17,0	20,5	17,0
C. FRIO	16,0	15,0	16,0	17,0	15,0
STA. MARTA	18,0	15,5	17,0	---	15,5
TEMP. MIN.	16,0	15,0	16,0	17,0	---

Observou-se que a pluma da ressurgência de Cabo Frio é aquela com menores temperaturas, em torno de 15°C na primavera (Tabela 3.1) e uma extensão média de 100km parece caracterizar as plumas (Tabela 3.2), embora variabilidades sazonal e espacial existam. Casos extremos foram observados em algumas imagens de satélite, onde plumas de ressurgência de Cabo Frio atingiram mais de 400 km, ultrapassando a Ilha de São Sebastião.

**Tabela 3.2** - Extensão média (em km) nas plumas de ressurgência (Obtido de CASTRO *et al.* [38]).

REGIÃO	VERÃO	PRIMAVERA	OUTONO	INVERNO	EXT..MED.
VITORIA	163,00	127,50	131,25	97,50	129,81
S. TOMÉ	72,95	69,00	58,13	52,50	63,15
C. FRIO	104,42	125,83	102,50	85,00	104,44
STA. MARTA	125,00	115,00	75,00	---	105,00
EXT..MED.	116,34	109,33	91,72	78,33	---

A Tabela 3.3 apresenta o diâmetro médio dos vórtices originários da Corrente do Brasil. Essa informação será útil mais adiante quando, no estudo da propagação acústica, poderá influenciar na escolha do melhor posicionamento dos hidrofones e na quantidade dos mesmos, para cobrir toda a área de influência do vórtice.

**Tabela 3.3** – Diâmetro médio (em km) de vórtices frontais da Corrente do Brasil (Obtido de CASTRO *et al.* [38]).

VORTICE e REGIÃO	VERÃO	PRIMAVERA	OUTONO	INVERNO	MEDIA
VORT. VITORIA	---	---	30,00	27,50	28,75
VORT. S. TOMÉ	64,00	52,50	33,00	47,00	49,13
VORT. C. FRIO	94,62	85,50	99,23	103,70	95,76
VORT. STA. MARTA	---	60,00	67,50	72,00	66,50
MEDIA	79,31	66,00	57,43	62,55	---

### 3.1.5 Climatologia

A climatologia de larga escala e regional é outro fator importante na avaliação dos processos oceanográficos, pois disponibiliza informações na interação oceano-atmosfera que interfere na camada superficial do oceano e nas trocas de energia entre os dois meios.

A circulação atmosférica da América do Sul apresenta algumas características, como a Zona de Convergência Intertropical (ZCIT), a Zona de Convergência do Atlântico Sul (ZCAS), a baixa do Chaco no verão e as friagens de inverno na região equatorial. A alta subtropical é um sistema de alta pressão localizado em torno de 30° de latitude sobre o oceano Atlântico. Está associada à circulação média meridional da

atmosfera pela “célula de Hadley”. Variações de intensidade e posição da alta subtropical têm influência direta no clima da região costeira do Brasil. No inverno, a alta subtropical pode inibir a entrada de frentes e favorecer a formação de nevoeiros e geadas no Sul-Sudeste do Brasil, afetando o sistema de ventos na região costeira. No verão, com o aumento do transporte da umidade ao longo da ZCAS, a alta subtropical exerce uma forte influência sobre a distribuição de chuvas, já que a convergência de umidade no Atlântico tem grande impacto sobre o ramo oceânico da ZCAS [38].

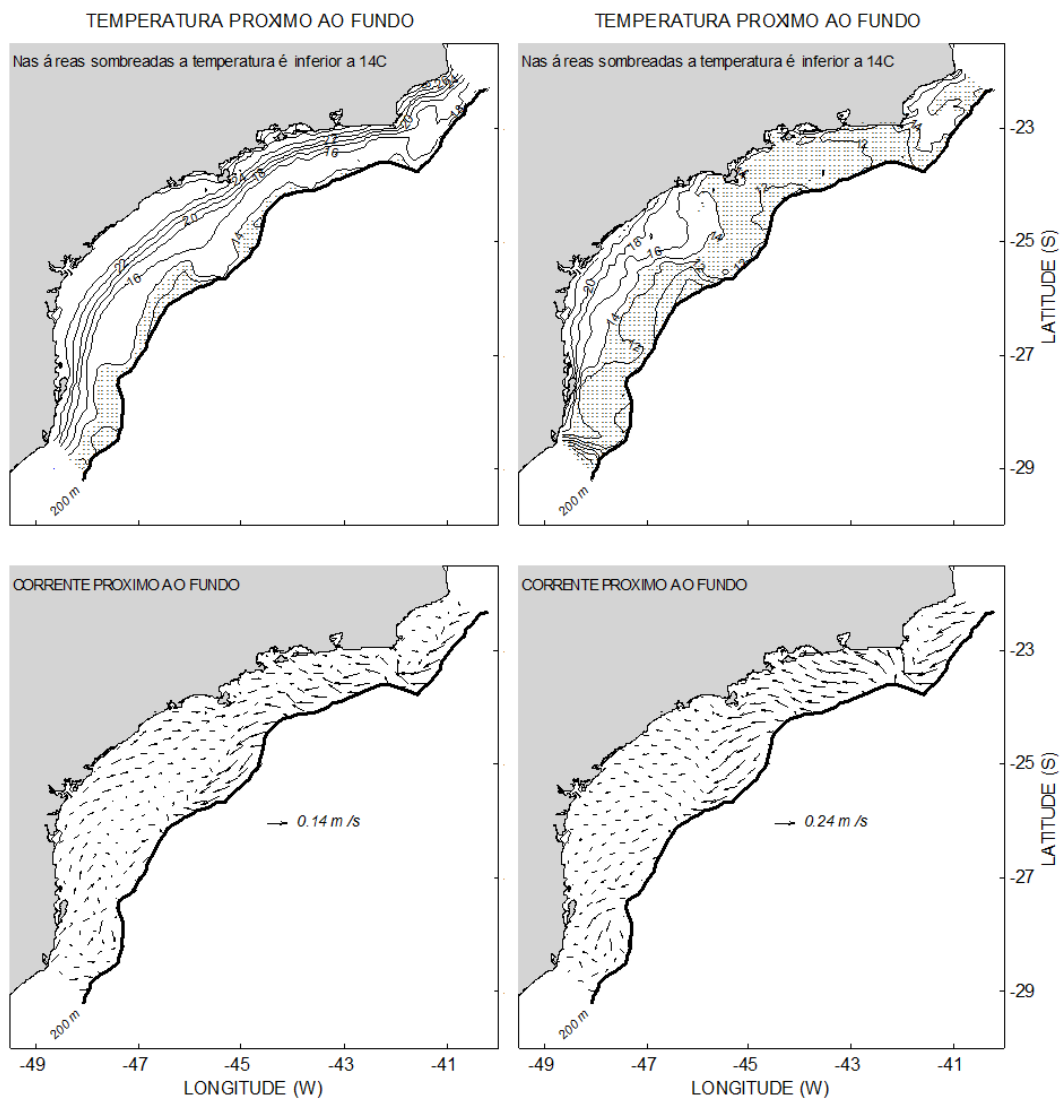
A influência dos ventos climatológicos sobre a superfície do mar é um dos fatores que determinam ou interferem no equilíbrio dinâmico nos oceanos, como foi apresentado no item anterior. A energia gerada na superfície do oceano pode gerar movimento e trocas de calor, alterando a densidade e o equilíbrio da camada de mistura. Diretamente, são medidos dados de temperatura da superfície do mar (TSM), pressão atmosférica (PNM), radiação de ondas curtas (ROC) e tensão de cisalhamento do vento, causada pelo vento zonal e meridional sobre a superfície do mar. Ao longo dos anos, variações em relação à média (anomalias) são observadas e interpretadas para relacionar possíveis alterações em eventos climáticos sazonais ou interanuais. O Atlântico Sul é caracterizado por gradientes meridionais de temperatura da superfície do mar que se tornam maiores com o aumento da latitude. Devido à presença de águas frias superficiais na costa africana, os gradientes zonais aumentam e resultam, como consequência, em águas mais quentes na bacia oeste do oceano Atlântico do que na bacia leste. O deslocamento dessas águas mais frias provenientes da confluência Brasil-Malvinas proporcionam intensos gradientes termohalinos e a formação de ciclones, tempestades e passagem de frentes [38].

A variação do vento em escala de tempos menores (dias e semanas), como a passagem de sistemas frontais, altera o sistema de ventos, modifica o ambiente costeiro, intensificando ou diminuindo a presença, o deslocamento e a posição (distância e profundidade) das massas d'água, interferindo na primeira camada do oceano e seu potencial de mistura. CASTRO & MIRANDA [41] e COELHO [52] apresentam mudanças sazonais no campo de ventos com a passagem de frentes frias na PCSE, e a importância da tensão de cisalhamento do vento na penetração da ACAS sobre a plataforma sudeste.

A tensão de cisalhamento do vento é uma medida calculada a partir da medição do vento a 10 metros da superfície do mar. A presença do giro subtropical anticiclônico em médias latitudes no Atlântico Sul gera um centro de alta pressão na parte central do oceano (valores superiores a 1020 mbar). O centro de alta é mais intenso no inverno e migra sazonalmente, sendo mais ao sul no verão e mais ao norte no inverno. Com as baixas durante o verão na costa brasileira e africana, as diferenças de pressão entre a costa e o centro de alta são maiores no inverno. Conseqüentemente, os ventos e a velocidade da tensão de cisalhamento do vento são mais fortes na costa sul e sudoeste da África do que na costa brasileira. Esses ventos fortes de sul e sudeste atravessam o oceano formando os ventos alísios [38].

COELHO [52] estudou, para a época do verão, as forçantes do processo de circulação na PCSE e comprovou, por simulação numérica e pela climatologia de dados coletados, que a presença da CB e o campo de vento padrão de NE, dito como favorável e persistente, favorece os mecanismos de intrusão da ACAS na plataforma externa em São Sebastião (SP), Cabo Frio e São Tomé (RJ). Após 8h de atuação, o vento de NE foi capaz de inverter a circulação na Plataforma interna sudeste, impondo um escoamento para sul.

A Figura 3.12 (a,b e c,d), a seguir, demonstram, a partir de um experimento como o vento, a presença da ACAS no fundo da PCSE. Os valores de temperatura inferiores a 15°C identificam a presença da ACAS, que, sobre a plataforma, fluem paralelamente às isobatimétricas para sul (Figura 3.12 c,d).



**Figura 3.12** - Temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ , par superior) e correntes (par inferior) no fundo da PCSE após um experimento com vento de SW (figuras à esquerda) e vento de NE (figuras à direita), verão. (Obtido de COELHO [52]).

## 3.2 Dados Analisados

Os perfis de velocidade do som (c) utilizados neste trabalho foram coletados em comissões oceanográficas realizadas por navios da Marinha do Brasil.

São dados adquiridos por perfiladores CTD (“*Conductivity Temperature Density*”) modelos SBE 9plus e SBE 19 de alta taxa de aquisição, com acurácia de  $0,01^{\circ}\text{C}$  para temperatura, 0.003 UPS para salinidade e 0,1m para profundidade. As

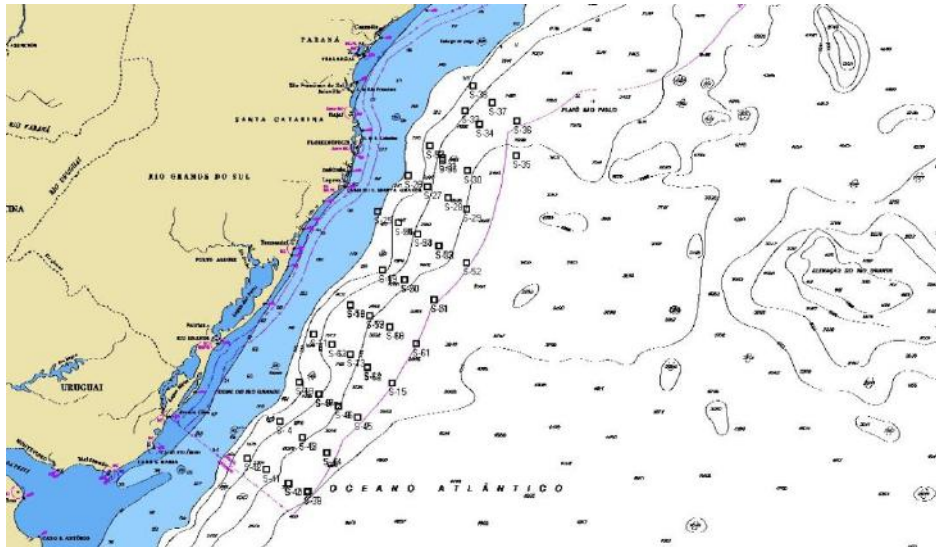


informações de velocidade do som foram obtidas após serem processados os dados de temperatura, salinidade e pressão, utilizando para o cálculo a equação de Chen-Millero de 1977 [53]

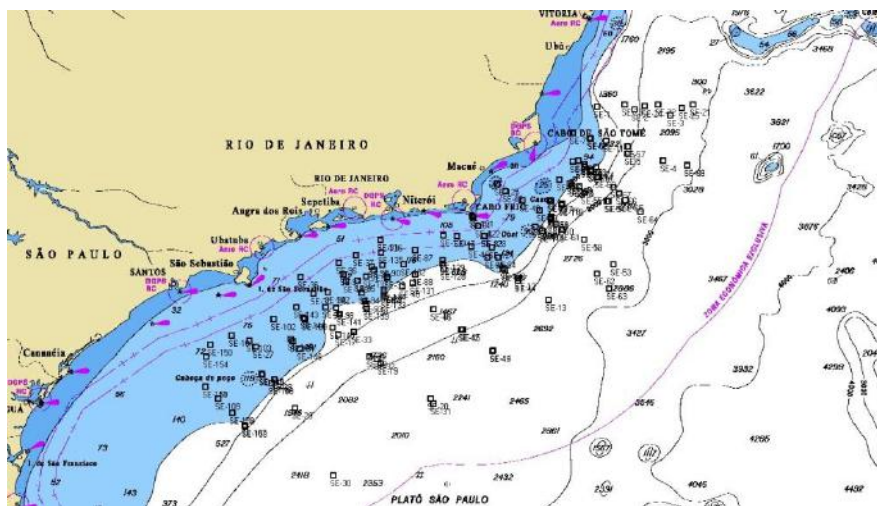
Para a estatística da região Sul (Arroio Chuí - RS a Paranaguá - PR), foram utilizados 76 perfis TS coletados entre a plataforma externa e a base do talude continental até a profundidade de 3000 metros, em 03 comissões oceanográficas realizadas em períodos de verão e inverno.

Para a estatística da região Sudeste (Santos a Cabo de São Tomé), foram utilizados 154 perfis TS coletados na plataforma externa e talude continental até 3000m de profundidade em 06 comissões, em todas as estações do ano.

A Figura 3.13 e a Figura 3.14 apresentam a localização das estações utilizadas para cada região de estudo.

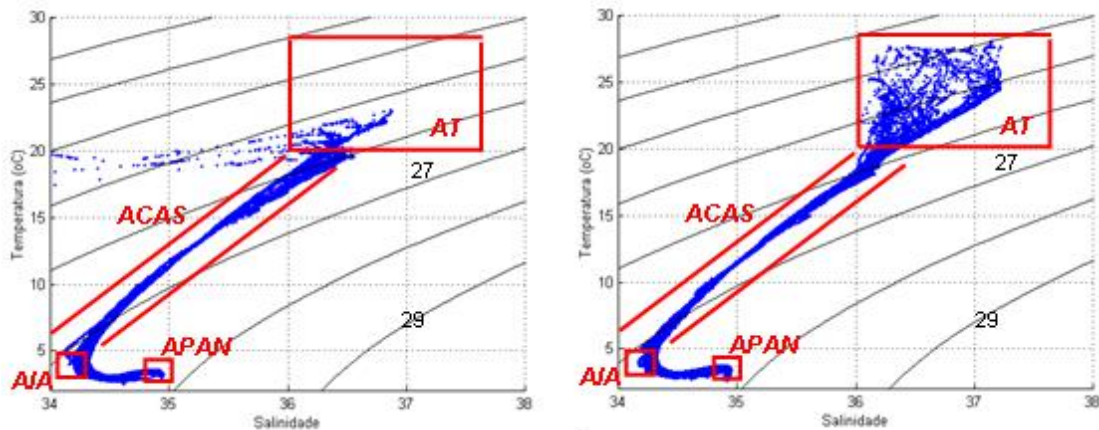


**Figura 3.13** – Localização das estações oceanográficas utilizadas para o cálculo do perfil médio da velocidade do som, na região Sul do Brasil



**Figura 3.14** - Localização das estações oceanográficas utilizadas para o cálculo do perfil médio da velocidade do som, na região Sudeste do Brasil

ALVES & VALENTE [54] estabeleceram uma metodologia para elaboração do que chamaram de “Máscara TS” da plataforma e da região oceânica, distintamente, qualificando os dados estatisticamente, a partir de critérios regionais para *outliers*. Foram então estabelecidos os perfis mínimos, máximos e médios e o diagrama TS regional espalhado. Os perfis de CTD da região sul brasileira, tratados pela autora, foram os mesmos utilizados para este estudo. Os resultados para a estação de inverno e verão, respectivamente, são apresentados pelas Figura 3.15 (a) e (b), a seguir:

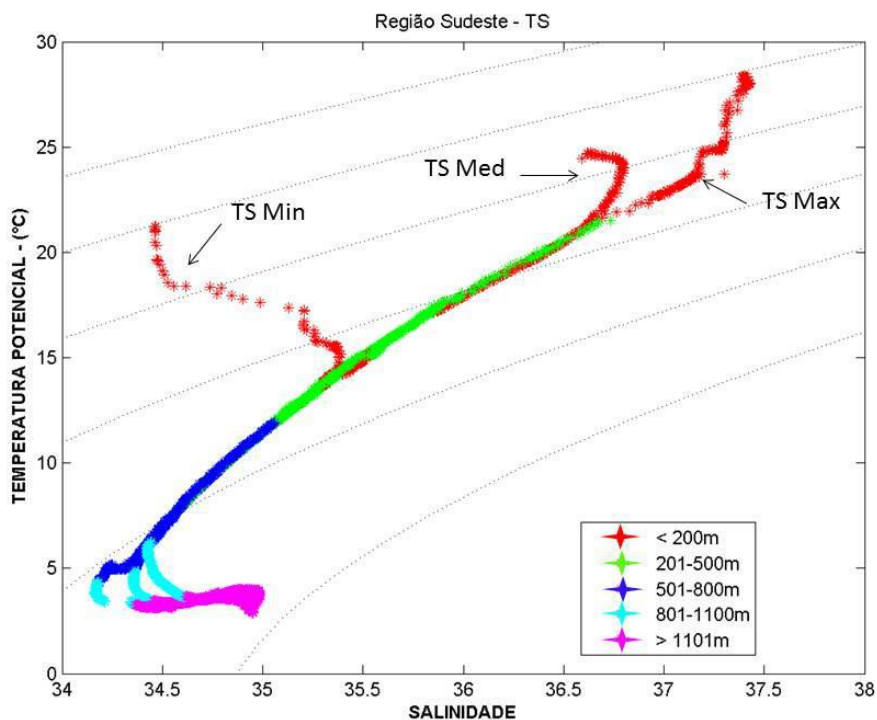


**Figura 3.15** - Diagramas TS para a região Sul do Brasil, períodos de (a) inverno e (b) verão, respectivamente. (Obtido de ALVES & VALENTE [54]).

A região Sul do Brasil apresenta valores mínimos de temperatura e salinidade na época do inverno e máximos na época do verão (Figura 3.15). No inverno, próximo à superfície, águas menos salinas alcançam a região do talude provenientes da mistura entre AC (Água Costeira) e a ASAP (Água Sub-Antártica de Plataforma), essa última originária da plataforma Argentina (foz do rio da Prata). A AT (Água Tropical) se estabelece em regiões mais profundas. No verão, a mesma massa d'água se aproxima da plataforma, dominando a região do talude em superfície. A ACAS (Água Central do Atlântico Sul), localizada após os primeiros 100 metros no verão, no inverno ganha espaço em sub-superfície, atingindo profundidades de até 30-40 metros.

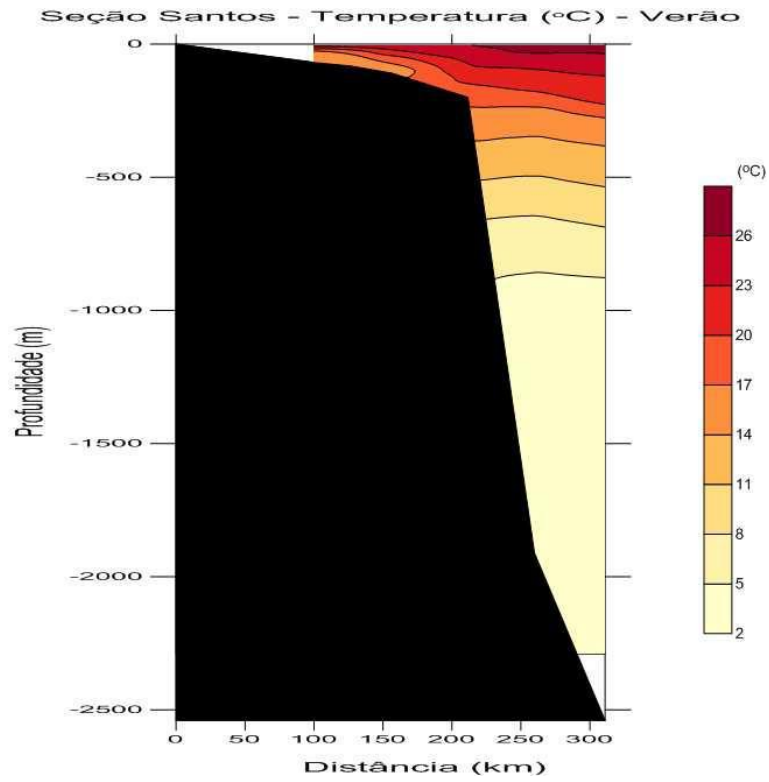
A metodologia utilizada para a região sul foi repetida para a região Sudeste brasileira, com o dobro de estações oceanográficas, nas quatro estações do ano.

O diagrama TS (Figura 3.16) para a região sudeste apresenta a forma e as massas d'água semelhantes à região sul, mas apresenta maiores variações ao longo do ano dos parâmetros temperatura e salinidade, especialmente nos primeiros 200 metros, onde a topografia de fundo é determinante pois a declividade do fundo e a largura da plataforma continental ao longo da plataforma variam muito de local para local. As massas d'água AT e ACAS dominam a região da camada de mistura e termoclina e variam em espessura, acompanhando o recorte do talude.

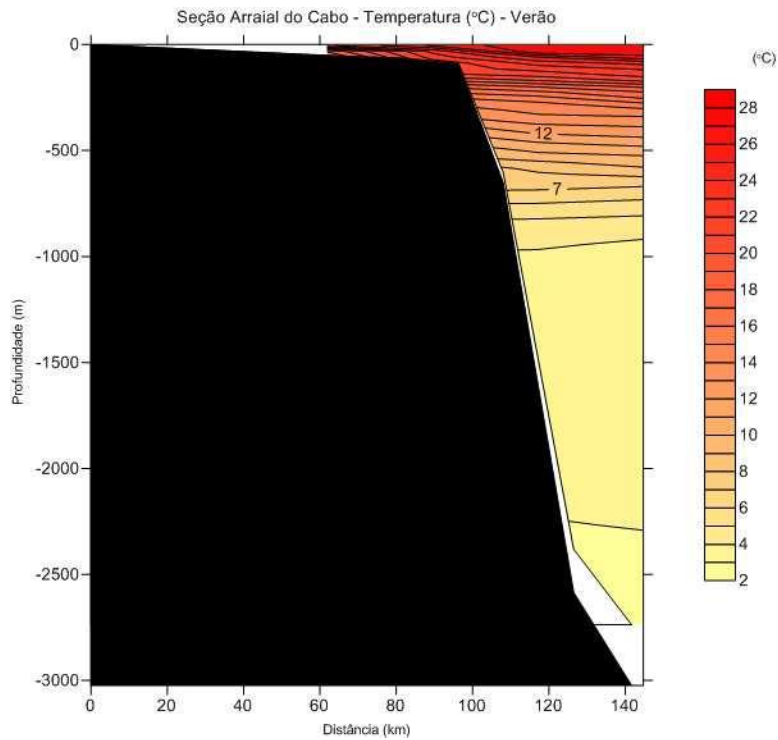


**Figura 3.16** – Diagrama TS dos perfis mínimo, médio, máximo para a região Sudeste brasileira

As diferenças entre as plataformas continentais na região sudeste podem ser demonstradas plotando seções verticais de alguns dados sinóticos das comissões analisadas. Situações bem diferentes são observadas entre as plataformas frontais a Santos (SP) e Arraial do Cabo (RJ). A Figura 3.17 e a Figura 3.18 exemplificam a variação da temperatura e da salinidade em radiais frontais a essas regiões. O gradiente de temperatura, em ambas as regiões, é observado até próximo à profundidade de 1000 metros. Em ambas as radiais, a temperatura varia de 28°C à superfície, a 2°C a 1000 metros de profundidade. Ambas as regiões apresentaram, além-plataforma, a presença da mesma massa d'água de origem equatorial em superfície (Água Tropical – AT) e de origem polar na região da termoclina (ACAS). A estratificação é semelhante nessa região, o que constitui uma característica de mesoescala da região sudeste. A região de plataforma apresenta variações horizontais expressivas na radial frontal a Arraial do Cabo e de estratificação vertical na radial frontal a Santos, devido à contribuição de água menos salina de origem costeira.

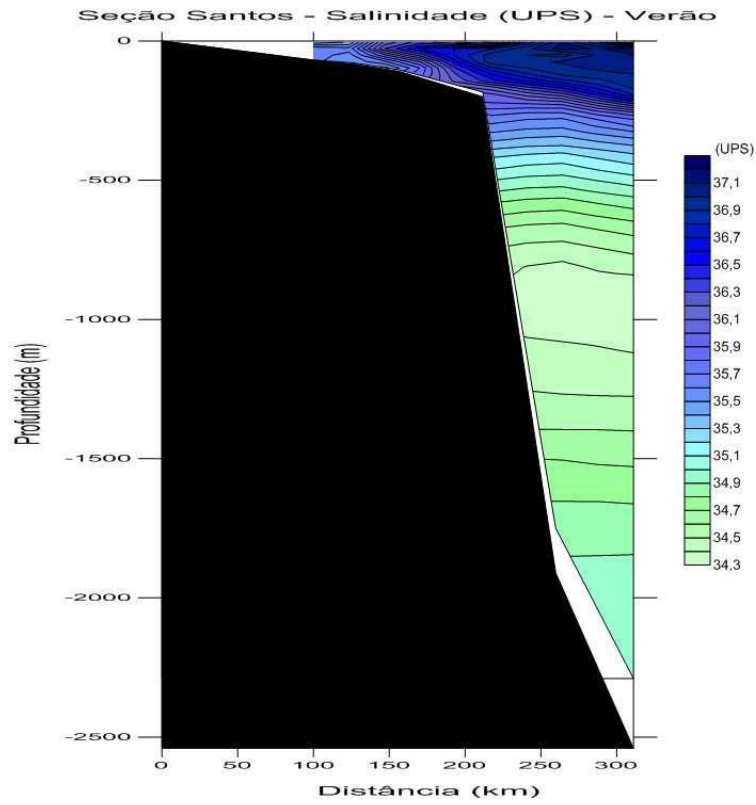


(a)

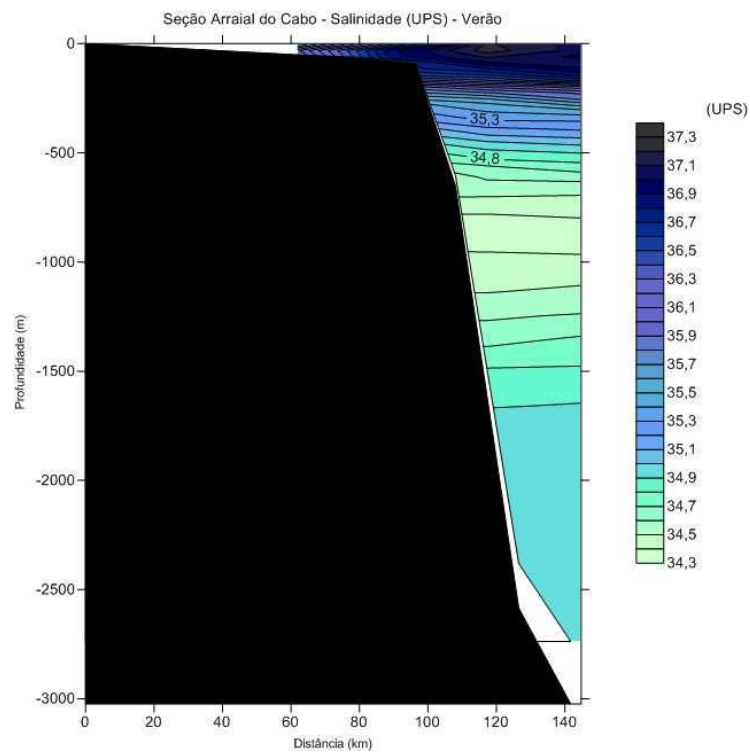


(b)

**Figura 3.17** - Seção Vertical de Temperatura, frontal a Santos (a) e Arraial do Cabo (b) no verão de 2006.



(a)

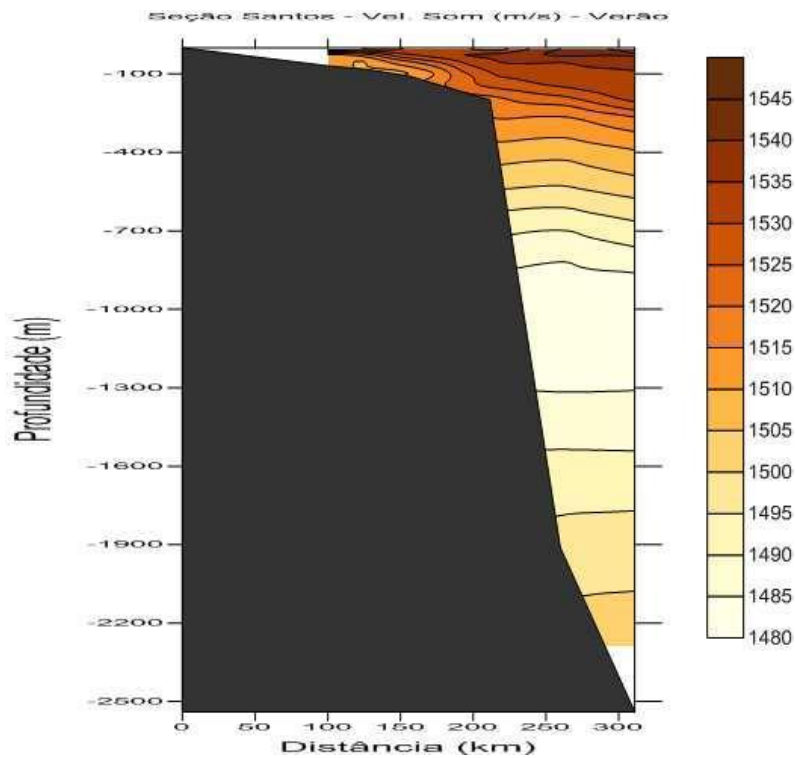


(b)

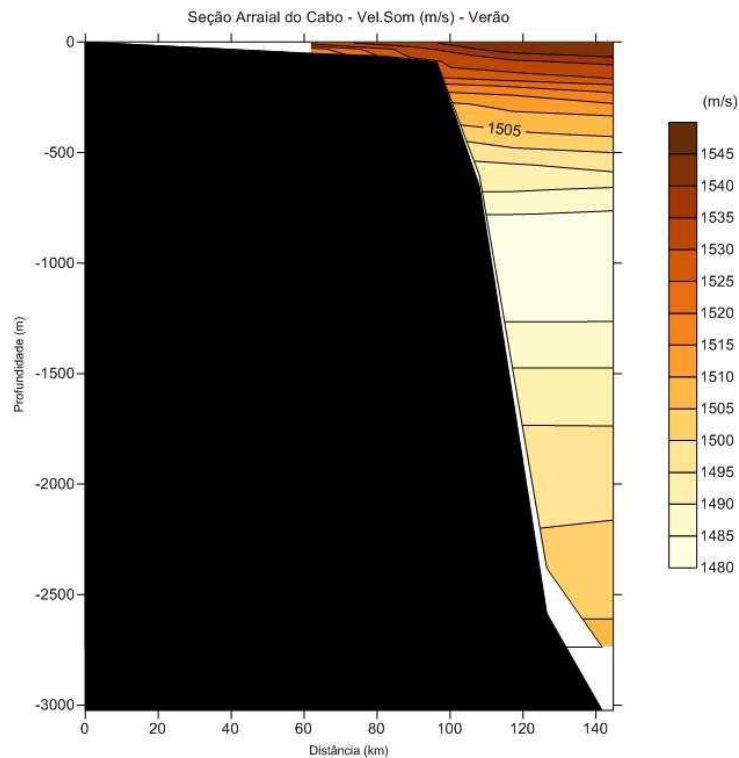
**Figura 3.18** - Seção Vertical de Salinidade frontal a Santos (a) e Arraial do Cabo (b) no verão de 2006.

A estratificação da salinidade acompanha a temperatura. O gradiente negativo segue até o valor mínimo, apresentando estratificação mais intensa nas camadas superiores a 250 metros. O gradiente se mantém constante até o valor mínimo próximo a 1000 metros. A salinidade comanda a estratificação após o seu valor mínimo, mas agora com gradiente positivo de menor valor.

Na região próxima ao mínimo do diagrama TS, observou-se uma pequena variação na salinidade mínima, 0,5 ups. Na Figura 3.19, a seguir, é mostrado que esta oscilação do mínimo de velocidade do som ( $C_{Min}$ ) aparece nas variações da velocidade do som na região, oscilando em quase 100 metros de profundidade, a profundidade da velocidade do som mínima ( $Z_{Min}$ ).



(a)



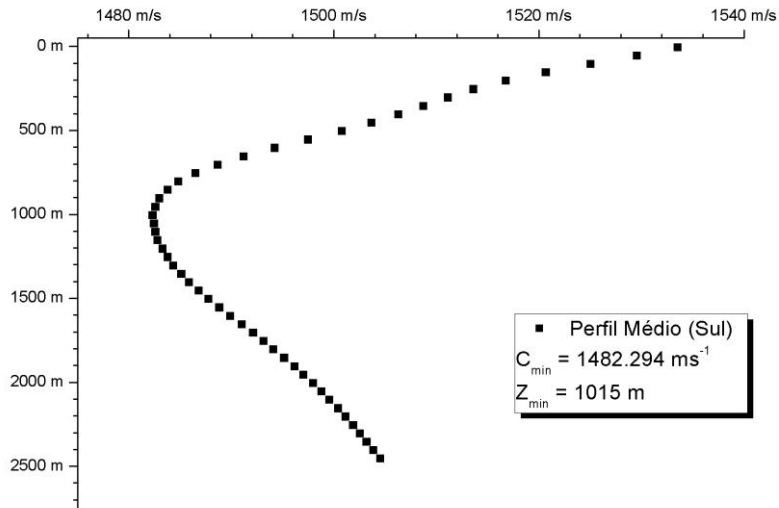
(b)

**Figura 3.19** - Seção Vertical da Velocidade do Som frontal a Santos e Arraial do Cabo no verão de 2006

São duas regiões bem distintas, que requerem maior entendimento das massas d'águas originadas em águas mais profundas e intermediárias, e dos processos que modificam a climatologia de mesoescala. Para isso, é necessário que a metodologia utilizada mostre essas diferenças, independentemente das frequências utilizadas.

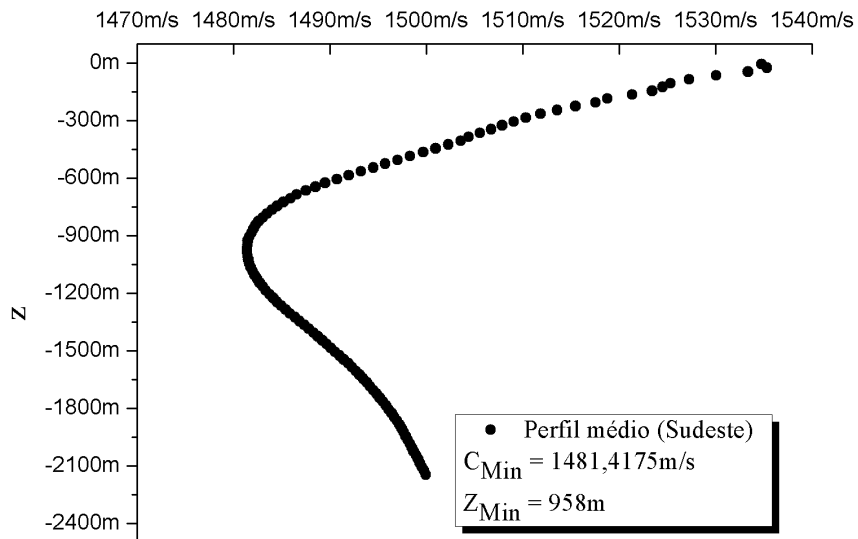
Os perfis médios da velocidade do som para a região sul e sudeste do Brasil estão apresentados na Figura 3.20 (a) e (b), respectivamente.





(a)

$C(z)$



(b)

**Figura 3.20** – (a) Perfil Médio da Velocidade do Som para a região Sul e (b) para a região Sudeste do Brasil (dados históricos)

# Capítulo 4

## Metodologia Utilizada

A metodologia seguiu a teoria apresentada no Capítulo 2, utilizando a climatologia para um perfil de velocidade do som médio. Inicialmente, testou-se a metodologia utilizando o perfil médio obtido para a região sul brasileira (uma camada na termoclina e uma até o fundo 2H), aumentando o número de camadas para a região sudeste, como caracterizado no Capítulo 3.

O desenvolvimento da metodologia segue os seguintes critérios e condições:

- Fluxo incompressível;
- “Range Independent”, variação da velocidade do som apenas com a profundidade local  $z$ , isto é  $c=c(z)$ ;
- Fundo rígido (reflexão total);
- Superfície do oceano com reflexão total;
- Sem perdas por absorção na coluna d’água; e
- Gradiente da velocidade do som variando lentamente com a profundidade.

Os desdobramentos da metodologia serão apresentados a seguir:

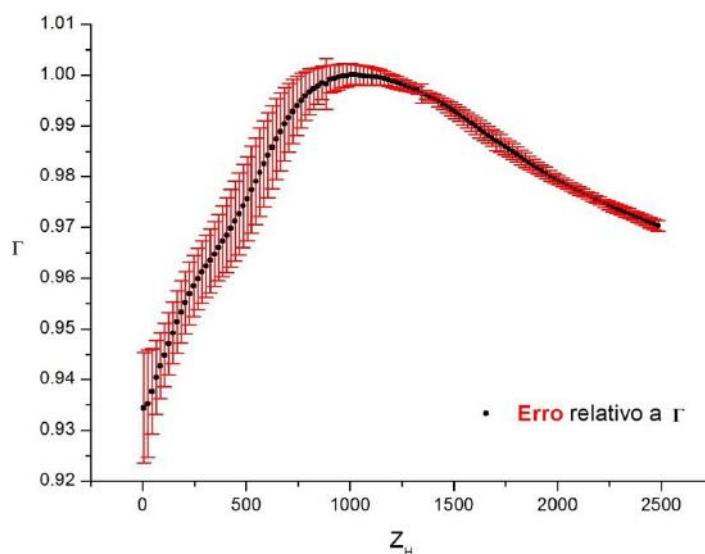
## 4.1 Análise do Perfil Médio da Velocidade do Som

Os perfis da velocidade do som para as regiões estudadas foram mediados e, com base no que foi apresentado no item 3.2 sobre as variações do parâmetro na propagação acústica, realizou-se uma análise estatística, a partir do valor de desvio padrão ( $\sigma_z$ ) calculado para cada região por profundidade, em função de “ $f$ ”, e incluindo o erro de  $C_{Min}$ .

O calculo baseou-se na função  $f \equiv \frac{C_{Min}^2}{c^2(z)}$ , onde  $f \leq 1$ .

$$\begin{aligned}
 (\Delta f)^2 &= \left[ \left( \frac{\partial f}{\partial c} \Delta c \right)^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial C_{Min}} \Delta C_{Min} \right)^2 \right], \quad \Delta c = \Delta C_{Min} = \sigma_c \\
 &= (2f)^2 \left[ \left( \frac{\Delta c}{c} \right)^2 + \left( \frac{\Delta C_{Min}}{C_{Min}} \right)^2 \right] \\
 &= (2f \sigma_c)^2 \left[ \left( \frac{C_{Min}}{c C_{Min}} \right)^2 + \left( \frac{1}{C_{Min}} \right)^2 \right] \\
 &= (2f \sigma_c)^2 \left( \frac{1}{C_{Min}} \right)^2 [1 + f] \\
 &= \left( 2f \frac{\sigma_c}{C_{Min}} \right)^2 [1 + f]
 \end{aligned}$$

A Figura 4.1 apresenta a o resultado da análise estatística, e a variação da margem de erro que consideraremos como limite para o nosso estudo. A partir deste capítulo, a função “ $f$ ” será indicada pela letra grega  $\Gamma$ , para facilitar a sua identificação.



**Figura 4.1** – Erro relativo a função  $\Gamma$ , para o perfil médio sul brasileiro.

Para fins da apresentação dos resultados desse estudo, as nomenclaturas utilizadas para os parâmetros acústicos foram alteradas, de forma a se ter um fácil entendimento das equações e das figuras. Assim ficaram estabelecidos para Número de Onda ou Autovalores ( $k$ ), radial ( $K_r$ ), vertical ( $K_z$ ) e Normalizado ( $K_b$ ,  $K_b$  ou  $\bar{k}$ ). A velocidade do som representada por “ $c$ ”, corrobora com as nomenclaturas para Velocidade de fase ( $C_f$ ), Velocidade de Grupo ( $C_g$ ). Somado a isto, definiu-se “Campo de Deslocamento” pela letra  $\Psi$ . O Comprimento de Interferência ( $D_n$ ) e Tempo de Percorso ( $\tau$ ) fecham a simbologia utilizada.

## 4.2 Método de Multicamadas

Após a análise do perfil médio da velocidade do som na região correspondente, seguiu-se para a aplicação do método do “Gradiente Constante Segmentado”, dentro da técnica de multirraios apresentada no item 2.4.1 por ETTER [28], e da parametrização da profundidade  $Z$  em relação a  $Z_{\text{Min}}$ , ou seja,  $Z_b = Z/Z_{\text{Min}}$ .

Iniciou-se pelo ajuste da velocidade do som ( $c$ ) média, obtendo-se os valores de  $L_M$  e  $L_B$ , em relação a  $1/c^2(z)$ . Na região da termoclina permanente e da termoclina profunda, onde a variação linear de Bucker foi utilizada, o perfil de velocidade do som

foi dividido em segmentos de reta, enquanto que, na região próximo a  $Z_{\text{Min}}$ , onde o modelo de Munk foi avaliado como a aproximação mais adequada, os valores de  $L_M$  foram obtidos a partir da extrapolação do perfil de Munk e da intercepção com as retas do perfil de Bucker, como será apresentado nos itens a seguir.

O método de multicamadas para o perfil Bucker-Munk médio da velocidade do som foi utilizado para a região sudeste do Brasil devido às suas peculiaridades. Seguindo o desenvolvimento de JENSEN *et al.* [25], para a aproximação WKB, buscou-se a solução para a equação (2.14). Mais adiante será apresentado um pouco mais desse método sugerido por Bucker em 1970.

### 4.3 Aproximação WKB

Como apresentado no Capítulo 2, a aproximação WKB é um dos métodos que permite estimativas assintóticas para as soluções da equação da onda em termos de fórmulas explícitas, como apresentado na equação (2.11).

Para uma solução, na qual a velocidade do som varia apenas com a profundidade  $z$ ,  $c=c(z)$ , e que não depende da distância radial  $r$ , conduziu-se o estudo a partir da equação de Helmholtz no domínio da frequência para o campo de pressão  $p$  apresentadas por JENSEN *et al.* [25]. Aplicando ao estudo aqui realizado, e partindo da transformada de Hankel (em coordenadas cilíndricas  $(r,z)$  com simetria azimutal), definida em (2.18) e aplicada em (2.16) e (2.17), tem-se:

$$p(r, z, \omega) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_r k_r H_0^1(k_r r) \tilde{p}(z, k_r, \omega)$$

Sendo a função de Hankel de primeiro tipo e ordem zero ( $H_0^1$ ), o número de onda radial ( $k_r$ ) e a variação vertical da pressão ( $\tilde{p}$ ), para a situação de uma fonte omnidirecional de amplitude  $A$ , posicionada na profundidade  $Z_s$ ,  $\tilde{p}$  deve satisfazer a equação ordinária diferencial de Green em (2.16), resultando

$$\tilde{p}'' + \left[ \frac{\omega^2}{c(z)^2} - k_r^2 \right] \tilde{p} = A\delta(z - z_s) \quad (4.1)$$

Onde  $K_z$  é o número de onda para a aproximação WKB, conforme apresentado na equação (2.15).

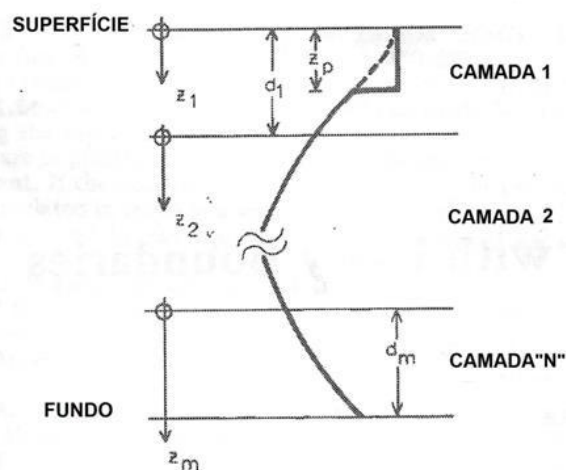
Observa-se que para a profundidade  $z \sim z_{tp}$ ,  $k_z(z_{tp}) = 0$ , a estimativa de WKB para  $\tilde{p}(z) \rightarrow \infty$ . Nesses casos, as profundidades  $z_{tp}$  para as quais isso ocorre são chamadas de “pontos de retorno (PR)”. Em outras palavras, para uma dada frequência  $\omega$  e o número de onda  $k_r$ , a aproximação WKB não é válida para profundidades na vizinhança dos pontos de retorno. Nessas situações  $c(z_{tp}) = \omega/k_r$ . Para os casos onde essa relação tem pelo menos dois pontos de retorno  $z_{tp1} < z_{tp2}$ , os números de onda estão relacionados aos modos normais de vibração do campo acústico discretos. A aproximação WKB vem então permitir que a solução seja resolvida analiticamente, diretamente e com um bom ganho computacional [29]. Considerando-se  $c$  horizontalmente invariável (*range independent*), as soluções para um espectro discreto são obtidas a partir dos “Critérios de Quantização de Bohr-Sommerfeld (CQBS)”, que, neste caso em particular, permitem obter soluções analíticas específicas como sugerido por VALEE & SOARES [34], e apresentado na equação

$$\int_{z_{tp1}}^{z_{tp2}} dz \sqrt{\left(\frac{\omega}{c(z)}\right)^2 - k_r^2} = \pi \left( n + \frac{1}{2} \right) \quad (4.2)$$

No geral, como mostrado na equação (2.11), o método WKB nos dá explicitamente soluções acuradas para a equação da onda. Por ser um método assintótico, a acurácia aumenta com a frequência. Mais especificamente, em problemas de propagação acústica, a aproximação WKB é adequada se  $c(z)$  varia suavemente com a profundidade  $z$ . Adicionalmente, o método WKB pode ser também aplicado em problemas de propagação acústica em águas rasas e profundas [55]

## 4.4 Modelo de Bucker

O modelo de Bucker, apresentado no capítulo 2 (item 2.3), sugere que a variação da velocidade do som com a profundidade seja linear, com gradiente constante e negativo até um valor mínimo em profundidades elevadas, conforme ilustrado na Figura 4.2



**Figura 4.2** - Esquema de Multi-camadas de Bucker (Modificada de BUCKER [56]).

BUCKER [56] apresenta um modelo de multicamadas  $m$  para um duto sonoro, entre a superfície e o fundo. Cada camada demonstra uma variação linear da velocidade do som com a profundidade, e a camada superficial apresenta uma camada de pseudo-isovelocidade, conforme a Figura 4.2. Um perfil modelado da velocidade do som foi retirado a partir de perfis experimentais de XBT, linearizados e mediados em oceano de águas rasas (inferiores a 500m).

Partiu-se então da equação da onda para variação linear da velocidade (2.8), para se obter os coeficientes e os argumentos da equação.

$$c_T(z) = c_{Min} \left( 1 - \frac{(z - z_{Min})}{2 L_T} \right)$$

$$c_F(z) = c_{Min} \left( 1 + \frac{(z - z_{Min})}{2 L_F} \right)$$

Onde  $c_{Min}$  é a velocidade do som mínima obtida na profundidade  $z_{Min}$ , e  $L_T$  e  $L_F$  são a direção angular (em unidades de deslocamento) linear do perfil, nas regiões da Termoclina (T) e na região Profunda ou de Fundo (F), respectivamente. Utilizando a aproximação para um perfil de velocidade de Bucker na relação  $1/c^2(z)$  tem-se:

$$\frac{1}{c^2_T(z)} = \frac{1}{c_{Min}^2} \frac{1}{\left[1 - \frac{(z - z_{Min})}{2L_T}\right]^2} \approx \frac{1}{c_{Min}^2} \frac{1}{\left[1 - \frac{(z - z_{Min})}{L_T}\right]}$$

$$\frac{1}{c^2_T(z)} \approx \frac{1}{c_{Min}^2} \left(1 + \frac{(z - z_{Min})}{L_T}\right)$$

Analogamente para a região profunda:

$$\frac{1}{c^2_F(z)} \approx \frac{1}{c_{Min}^2} \left(1 - \frac{(z - z_{Min})}{L_F}\right)$$

Utilizando a equação geral da onda, adaptada a partir de e substituindo em relação a  $\omega$  e de  $c(z)$ , obtém-se:

$$\frac{d^2\tilde{p}}{dz^2} + \left[ \frac{\omega^2}{c^2_{Min}} \left(1 \pm \frac{(z - z_{Min})}{L_{\pm}}\right) - k_r^2 \right] \tilde{p} = A\delta(z - z_s)$$

onde  $k_r = \frac{\omega}{c_{Min}} \bar{k}$ ,  $z \equiv \bar{z} z_{Min}$ ,

$$e \bar{L} = \begin{cases} L_T/z_{Min}; & 0 \leq \bar{z} \leq 1 \\ L_F/z_{Min}; & \bar{z} \geq 1 \end{cases}$$

para  $L = L_T$   $0 \leq z \leq z_{Min} \Rightarrow 0 \leq \bar{z} \leq 1$ , o que fazem de  $L_{BT}$  e  $L_{BF}$  parâmetros adimensionais, como sugerido por STICKLER [57].



Por fim, a “Equação Diferencial Ordinária (EDO) de Bucker” é dada pela equação homogênea

$$\frac{d^2\tilde{p}}{dz^2} + \left[ \frac{\omega^2}{c_{Min}^2} \left( 1 \pm \frac{(z - z_{Min})}{L_{\pm}} \right) - k_r^2 \right] \tilde{p} = 0 \quad (4.3)$$

As soluções para a EDO vieram pelas combinações lineares das funções transcendentais de Airy, regulares  $Ai$  e irregulares  $Bi$ , como descrito no capítulo 2 (item 2.2.5), a saber:

$$\tilde{p} = \alpha_{\pm} Ai(-\xi_{\pm}) + \beta_{\pm} Bi(-\xi_{\pm})$$

Com  $\alpha_{\pm}$  e  $\beta_{\pm}$  constantes e o argumento  $\xi_{\pm}$  dado por:

$$\xi_{\pm}(z) \equiv \pm \frac{(\omega/c_{Min})^{2/3}}{L_{\pm}^{1/3}} \left[ z - z_{Min} \pm \frac{L_{\pm}}{(\omega/c_{Min})^2} [(\omega/c_{Min})^2 - k_r^2] \right] \quad (4.4)$$

A equação de Bucker foi utilizada para definir cada camada “N” apresentada pelas variações de inclinação do perfil da velocidade do som, compondo as massas d’água da coluna d’água. Para cada segmento de reta foram obtidos os valores de  $L_N$  e de  $Z_N$ , de argumento “ $y = 1 + S(x - Z_N)/L_N$ ”. Onde  $S$  possui sinal negativo ou positivo.

Para cada camada, ou toda a termoclina (T), o valor de  $Y_B$  é

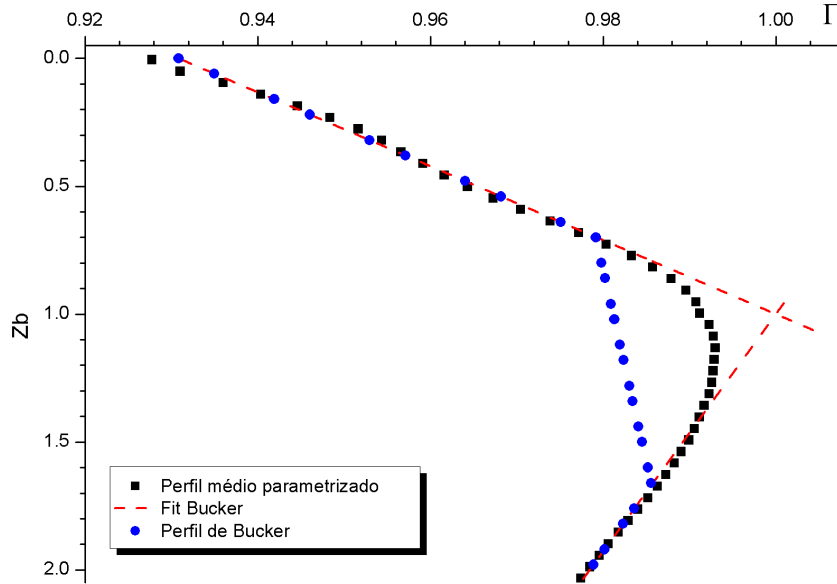
$$Y_{BT} = 1 + \frac{z - Z_{NT}}{L_{NT}}$$

Analogamente, para a camada de fundo (F)

$$Y_{BF} = 1 - \frac{z - Z_{NF}}{L_{NF}}$$

O método de Bucker se mostra consistente onde se observa a termoclina como a principal feição oceanográfica. Em regiões a partir do talude continental, o  $C_{Min}$  não aparece tão logo abaixo da termoclina, e sim como o vértice de uma camada abaixo da termoclina. O perfil modelado de Bucker se apresenta com esta limitação na vizinhança do SOFAR, como mostrado na Figura 4.3. Bem abaixo do SOFAR, nas regiões

profundas, a proposta do perfil de velocidade de Bucker também se mostra satisfatória. Utilizou-se então para modelar o perfil de velocidade do som na região em torno do mínimo da velocidade do som, o modelo sugerido por W. H. Munk [25].



**Figura 4.3** - Perfil de Bucker modelado para a região Sul do Brasil, e parametrizado em  $Z_b$  ( $Z_b = Z / Z_{Min}$ ).

## 4.5 Modelo de Munk

MUNK [36] apresentou um modelo de perfil da velocidade do som para águas profundas, como um decaimento exponencial, como apresentado no item 2.3 do Capítulo 2.

A equação para o cálculo da velocidade de Munk ( $C_{MUNK}$ ) utilizada foi

$$C_{MUNK} = C_{Min} \left[ 1 + \epsilon \left( \frac{Z - Z_{Min}}{L_M} - 1 + e^{-\left(\frac{Z - Z_{Min}}{L_M}\right)} \right) \right]$$

Onde  $Z_{Min}$  é a profundidade onde a velocidade alcança seu valor mínimo  $C_{Min}$  no interior do SOFAR, sendo aproximadamente delimitada em profundidade por  $Z_{Min} -$

$L_M \leq z \leq z_{Min} + L_M$ . Como no modelo de Bucker,  $L_M$  equivale ao parâmetro adimensional em relação ao perfil modelado de Munk.

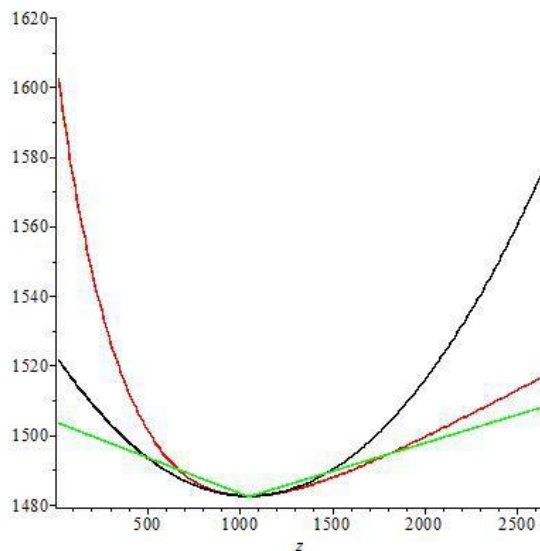
A equação anterior extrapola o valor de profundidade  $\eta$  do perfil de velocidade tipo Bucker na vizinhança do SOFAR a partir da extrapolação do perfil de Munk.

Estabeleceram-se assim os valores para  $L_M$  da Termoclina e do Fundo, calculando o perfil de velocidade de Munk e seus limites ( $-L_{MT} + Z_0$ ,  $Z_0 + L_{MF}$ ). Os valores encontrados para  $L_{MT}$  e  $L_{MF}$ , interceptando as equações de Bucker e Munk extrapoladas no SOFAR foram calculados a partir das equações (4.5)(4.6).

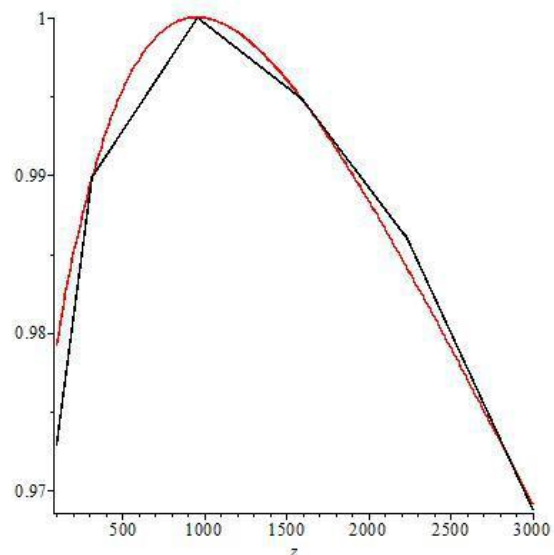
$$M_T = \frac{4}{3} \left( \frac{\frac{z_0}{\left(1 - \frac{7}{4}\epsilon + \epsilon e^{\frac{3}{4}}\right)^2} - z_0 + \frac{3}{4} L_M}{L_{MT}} \right) + \frac{4}{3} z \left( \frac{1 - \frac{1}{\left(1 - \frac{7}{4}\epsilon + \epsilon e^{\frac{3}{4}}\right)^2}}{L_{MT}} \right) \quad (4.5)$$

$$M_F = \frac{z_0 + L_{MF} - \frac{z_0}{(1 + \epsilon e^{-1})^2}}{L_{MF}} + \frac{z \left( \frac{1}{(1 + \epsilon e^{-1})^2} - 1 \right)}{L_{MF}} \quad (4.6)$$

Graficamente, a Figura 4.4 e a Figura 4.5, a seguir, apresentam fases do processamento para as equações apresentadas acima.



**Figura 4.4** – Em verde, resultados de  $L_{MT}$  e  $L_{MF}$ , equação linear. Em preto, perfil dos dados reais, e em vermelho dados ajustados.



**Figura 4.5** – Em vermelho a curva modelada de Munk. Em preto os dados ajustados.

Os pontos de retorno de Munk ( $PR_M$ ) foram calculados nos pontos de intercepção das retas extrapoladas de Munk com as de Bucker, tanto em direção à termoclina ( $PR_{MT}$ ) como na direção ao fundo ( $PR_{MF}$ ), a partir das equações (4.5) e (4.6), como apresentados nas equações a seguir:

$$PR_{MT} = \frac{3}{4} \frac{L_{MT} \left( 16 \left( e^{\frac{3}{4}} \right)^2 \epsilon^2 - 56 e^{\frac{3}{4}} \epsilon^2 + 32 \epsilon e^{\frac{3}{4}} + 49 \epsilon^2 - 56 \epsilon + 16 \right)}{\epsilon \left( 16 \epsilon \left( e^{\frac{3}{4}} \right)^2 - 56 \epsilon e^{\frac{3}{4}} + 32 e^{\frac{3}{4}} + 49 \epsilon - 56 \right)}$$

$$PR_{MF} = \frac{L_{MF} \left( (e^{-1})^2 \epsilon^2 + 2 \epsilon e^{-1} + 1 \right)}{\epsilon e^{-1} (\epsilon e^{-1} + 2)}$$

Chegou-se a solução para o perfil modelado da velocidade do som segundo Munk e Bucker ( $C_{MB}$ ) como

$$C_{MB} = \left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{4 \epsilon \left( 4 e^{\frac{3}{4}} - 7 \right) \left( 8 + \left( 4 e^{\frac{3}{4}} - 7 \right) \epsilon \right) (z - z_0)}{L_T \left( 4 + \left( 4 e^{\frac{3}{4}} - 7 \right) \epsilon \right)^2} \quad z_0 - \frac{3}{4} L_T \leq z, \quad e \\ 1 + \frac{\left( \frac{1}{(1 + \epsilon e^{-1})^2} - 1 \right) (z - z_0)}{L_{MF}} \quad z_0 \leq z \leq z_0 + L_{MF} \end{array} \right\} \quad (4.7)$$

O resultado gráfico das equações para os modelos de Bucker e Munk está representado na Figura 5.1 do Capítulo 5 (Resultados Obtidos).

## 4.6 Cálculo da Equação Transcendental, do Número de Onda ( $\bar{k}$ ) e do Campo de Deslocamento ( $\Psi$ ) para os modelos de Bucker-Munk

Após obtidos os valores para  $L_M$  e  $Z_M$  para a região da termoclina ( $L_{MT}$  e  $Z_{MT}$ ) e para a região em direção ao fundo ( $L_{MF}$  e  $Z_{MF}$ ), e seguindo a metodologia descrita nos itens 4.3 e 4.4, obteve-se a solução para a equação transcendental em e os valores de  $\bar{k}$ , para a aproximação WKB.

### 4.6.1 Equação Transcendental

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} (-\bar{k}^2 + Y_{Z_c})^{3/2} (L_{BT} + L_{BF}) - \frac{2\mu (-L_{BT} \bar{k}^2 + L_{BT} Y_{Z_c} - Z_c)^{\frac{3}{2}}}{3 \sqrt{L_{BT}}} = \\ + \frac{2\nu (-L_{BF} \bar{k}^2 + L_{BF} Y_{Z_c} - H + Z_c)^{\frac{3}{2}}}{3 \sqrt{L_{BT}}} + \frac{\left(n + \frac{1}{2}\right) \pi C_{Min}}{\omega Z_{Min}} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Onde  $Y_{z_c} = 1 + \frac{Z_{MF} - Z_{MT}}{L_{BT} + L_{BF}}$  e  $z_c = \frac{L_{BF}Z_{MT} - L_{BT}Z_{MF}}{L_{BT} + L_{BF}}$  que representam o ponto de cruzamento  $(z_c, Y_{z_c})$  normalizado para  $Z_{Min}$  e  $C_{Min}$ , respectivamente, entre perfis Bucker e Munk. Os coeficientes  $\mu$  e  $\nu$  das parcelas da equação representam as influências da superfície e do fundo, respectivamente. Foram assumidos como valores 1 ou 0, quando da presença ou não da superfície ou fundo.

O desenvolvimento da equação de Airy para o cálculo da equação transcendental geral da onda acústica, segundo os modelos de Bucker e Munk, está, resumidamente, descrito no Apêndice A.

#### 4.6.2 Cálculo do Número de Onda normalizado ( $\bar{k}$ )

O valor de  $\bar{k}(z)$  foi obtido para a situação de uma única camada na superfície e no fundo e utilizando cada parcela da equação transcendental para cada região no estudo da propagação (próximo a  $Z_0$ , Termoclina e Fundo). O valor de  $\bar{k}(z)$  foi substituído por  $k_0 \cdot n(z)$  onde  $k_0$  é o número de onda na profundidade fixa de  $z=Z_0$ , (no eixo do canal, onde se observa o valor para  $C_{Min}$ ).

$$\bar{k}^2 = \frac{-L_{BT} - Z_{MF} - L_{BF} + Z_{MT}}{L_{BT} + L_{BF}} + \frac{1}{2} \frac{3^{2/3} 2^{1/3} \left( \frac{1}{(L_{BT} - L_{BF})^2} \right)^{1/3} \left( n + \frac{1}{2} \right)^{2/3}}{\left( \frac{\omega Z_{Min}}{\pi C_{Min}} \right)^{2/3}} \quad (4.9)$$

O modelo de Bucker/Munk mostrou que a solução da equação da onda acústica para onda linear e a análise de  $1/c^2(z)$ , mesmo para um perfil de velocidade do som linear ( $Ax + B$ ) e exponencial, resultou em uma equação transcendental diferencial de segunda ordem para o cálculo das variáveis acústicas ( $\Psi, \bar{k}, C_f, C_g, \Gamma$  e  $\tau$ ).

A equação (4.1) foi resolvida para o cálculo de  $\bar{k}_n$ , utilizando ambos os métodos e as funções de Airy, obtendo o número de modos reais para o perfil médio das regiões de estudo.

Independente das condições e das facilidades da aproximação WKB, a solução para a equação EDO de Bucker/Munk foi resolvida também na forma exata, para

verificação e comparação. Após essa comparação, pôde-se decidir pelo uso ou não da aproximação WKB.

### 4.6.3 Cálculo do Campo de Deslocamento ( $\Psi$ )

Depois de realizados os cálculos para o número de onda normalizado, foram obtidos a solução para o campo de deslocamento (ou pressão) para obtenção da série de resíduos, a partir da teoria de perturbação de Rayleigh-Schrodinger, apresentada pela equação (2.17). As soluções das funções de Airy foram obtidas, utilizando as relações Wronkian, pelo método exato [35].

A representação gráfica do comportamento do Campo de Deslocamento ( $\Psi_n$ ) para os modos  $n=1,4,20,50,70$  e  $90$  está exemplificada no Apêndice A (item A.2).

## 4.7 Cálculo de Velocidade de Fase ( $C_{f(n)}$ ) e da Velocidade de Grupo ( $C_{g(n)}$ ) Modal.

As equações para os cálculos velocidades de fase e de grupo modais foram obtidas a partir da equação da onda para  $k_r$ , seguindo a teoria apresentada no Capítulo 2, item 2.5.

Resolvendo a equação (2.18) para  $k_r$ , tem-se a solução para a velocidade de fase,  $C_{f(n)}$ :

$$k_r = \left[ \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 - \left( \frac{n\pi}{H} \right)^2 \right]^{1/2} = \left( \frac{\omega}{c} \right) \left[ 1 - \left( \frac{n\pi c}{\omega H} \right)^2 \right]^{1/2},$$

$$C_{f(n)} = \frac{\omega}{\left( \frac{\omega}{c} \right) \left[ 1 - \left( \frac{n\pi c}{\omega H} \right)^2 \right]^{1/2}} = c/k \quad (4.10)$$

A velocidade de grupo ( $C_g$ ) foi obtida por

$$C_g = \frac{\partial \omega}{\partial k_r} = \frac{1}{\left[ \frac{dk_r}{d\omega} \right]}$$

$$\frac{dk_r}{d\omega} = \frac{\bar{k}}{c} + \frac{\omega}{c} \frac{d\bar{k}}{d\omega}$$

E resolvendo as equações tem-se que:

$$C_g = \frac{C_f}{\left[ \bar{k} + \omega \frac{d\bar{k}}{d\omega} \right]} \quad (4.11)$$

$$\frac{C_g}{C_f} = \frac{1}{\left[ 1 + \frac{\omega}{\bar{k}} \frac{d\bar{k}}{d\omega} \right]}$$

Conforme apresentado em (4.11), calculou-se a velocidade de grupo ( $C_g$ ) em relação a  $\bar{k}$  obtendo-se:

$$C_f = -\frac{1}{3} \frac{2^{1/3} 3^{2/3} \left( n + \frac{1}{2} \right)^{2/3}}{2^{1/3} 3^{2/3} \left( n + \frac{1}{2} \right)^{2/3} - 2 Y_{z_c} \left( \frac{\omega Z_{Min}}{\pi C_{Min}} \right)^{2/3} (L_{BT} - L_{BF})^{2/3}}$$

$$E \quad \frac{C_g}{C_f} = 1 - \frac{1}{6} \frac{2^{1/3} 3^{2/3} \left( n + \frac{1}{2} \right)^{2/3} \left( \frac{\pi C_{Min}}{\omega Z_{Min}} \right)^{2/3}}{Y_{z_c} (L_{BT} + L_{BF})^{2/3}}$$

A razão nos permite quantificar o papel da dispersão ao longo da propagação. Por exemplo: para um dado modo de ordem  $n$  e de frequência  $f$ , quando a razão tender a 1, sabemos que o efeito da dispersão modal é minorada e as teorias de modos e raios conduzem a resultados bem semelhantes [58].



## 4.8 Cálculos do Comprimento de Interferência ( $D_{m,n}$ ) e do Tempo de percurso ( $\tau_n$ )

Avaliando os cálculos das velocidades de fase e de grupo para as regiões estudadas, e tendo em vista os objetivos da Tomografia Acústica, calculou-se o tempo de percurso modal. Paralelamente, para a avaliação da melhor resolução e abrangência dos estudos acústicos, calculou-se o comprimento de interferência a partir das variáveis acústicas para modos. A metodologia acompanhou a fundamentação descrita no Capítulo 2 (item 2.5.3)

Tendo por base a equação (2.21) apresentada no item 2.5.3, obteve-se a relação para o cálculo do comprimento de interferência entre dois modos (m e n), consecutivos, a partir das diferenças entre os  $\bar{k}$  calculados para cada modo, como mostrado a seguir:

$$D_{m,n} = \frac{2\pi}{k_m^r - k_n^r} = \frac{2\pi}{\frac{\omega}{C_{Min}}(\bar{k}_m - \bar{k}_n)} = \frac{C_{Min} 2\pi}{\omega(\bar{k}_m - \bar{k}_n)} \quad (4.12)$$

Evoluindo para um deslocamento radial, podemos descrever a equação (4.12) como:

$$m = l + \frac{\Delta l}{2}; n = l - \frac{\Delta l}{2} \therefore l = \frac{m+n}{2}$$

$$\begin{cases} \bar{k}_m = \bar{k}_{l+\frac{\Delta l}{2}} \approx \bar{k}_l + \frac{d\bar{k}_l}{dl} \frac{\Delta l}{2} \\ \bar{k}_n = \bar{k}_{l-\frac{\Delta l}{2}} \approx \bar{k}_l - \frac{d\bar{k}_l}{dl} \frac{\Delta l}{2} \end{cases} \Rightarrow \bar{k}_m - \bar{k}_n \approx \frac{d\bar{k}_l}{dl} \Delta l$$

## 4.9 Cálculo do Traçado de Raios

Os diagramas de traçados de raios confeccionados para os modos escolhidos em cada região estudada foram obtidos a partir da técnica apresentada por JENSEN *et al.* [25]. Foi escolhido o método da “integração direta”, a partir da solução das equações que governam a teoria de raios.

A discretização numérica é dada pelo método de Euler, que deriva a função utilizando as séries de Taylor. Como o método é uma simples integração a precisão aritmética pode não ter acurácia suficiente, especialmente próximo aos limites quando o comprimento fixado “ $d$ ” tende a zero.

$$y_{i+1} = y_i + d f(x, y_i)$$

Para melhorar a acurácia do método, na prática, é requerido um maior esforço computacional utilizando esquemas com ordens mais elevadas. Um desses esquemas é o método *Runge-Kutta* de segunda ordem, como apresentado a seguir.

$$y_{i+1/2} = y_i + \frac{d}{2} f(x_i, y_i)$$

Ou seja:

$$y_{i+1} = y_i + d f(x_{i+1/2}, y_{i+1/2})$$

Para se obter mais eficiência pode aumentar o a ordem dependente da dimensão de  $h$ . Utiliza-se tipicamente para cada trecho de  $d$ , distâncias inferiores a 500 metros, onde o perfil de velocidade do som varia suavemente [25].

Neste estudo optou-se por utilizar o método Runge-Kutta de quarta ordem, para garantir uma maior acurácia.

## Capítulo 5

### Resultados e Discussão

A metodologia desenvolvida neste estudo foi apresentada no capítulo 4, no qual mostrou-se que os modelos sugeridos por Munk e Bucker para águas profundas tentam se aproximar de um perfil realístico da variação do som, especialmente nas regiões próximas ao mínimo de  $C(z)$ , e acompanhando a variação da termoclina permanente.

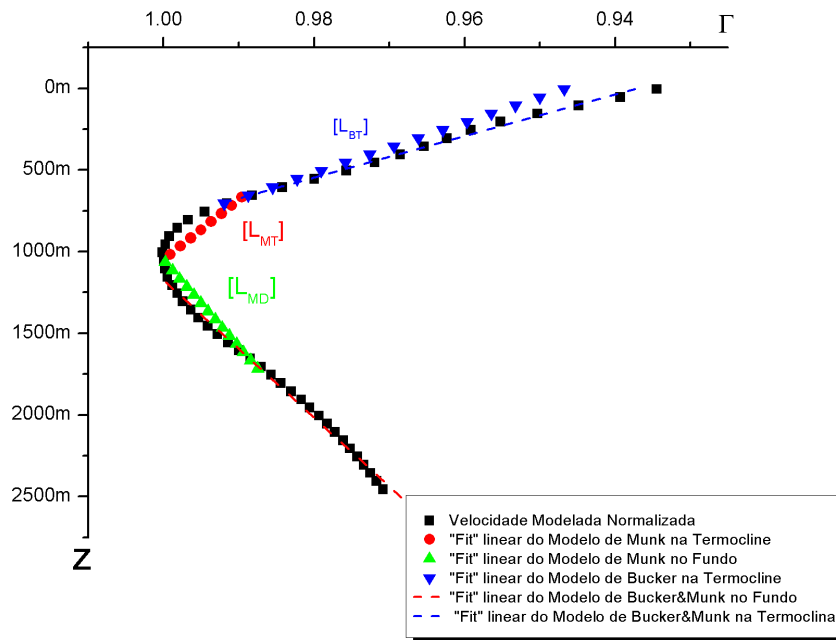
Foi perseguido o objetivo de se obter uma equação que pudesse calcular as variáveis necessárias para o conhecimento da propagação acústica da região do talude de maneira computacionalmente factível, com acurácia suficiente para os futuros experimentos acústicos desejados.

Os modelos foram testados utilizando um perfil médio da velocidade do som, conforme apresentado na Figura 3.20. Os primeiros resultados utilizando um perfil médio da velocidade do som da região Sul do Brasil como teste e frequência de 100Hz mostraram-se animadores.

Nos casos similares ao sugerido por Bucker (item 4.4) foi possível obter, muitas vezes analiticamente, se não, numericamente, as seguintes funções e parâmetros: número de onda ( $\bar{k}$ ), velocidades de fase ( $C_f$ ) e de grupo ( $C_g$ ) e o potencial de deslocamento ( $\Psi_n$ ). O modelo de Bucker até então se mostrava adequado, mas não suficiente para atender o comportamento padrão do perfil de velocidade  $c(z)$  descrito pelos dados coletados, mais especificamente junto ao valor mínimo e nos limites dos pontos de retorno das massas d'água de subsuperfície. A

Figura 4.3 demonstra a aplicação do perfil segundo Bucker parametrizado em relação ao perfil médio da região Sul.

A solução para a equação da onda linear (4.8) foi então obtida seguindo as proposições de Bucker e Munk. A variação exponencial da equação de Munk respondia bem às variações da velocidade próximas ao mínimo, mas perdia na termoclina. Pontos de conexões foram calculados para modelar um padrão de perfil. Com a equação de Munk (item 4.5) foram calculados os segmentos ajustados para o fundo e para a termoclina, conforme apresentado na Figura 4.4 e na Figura 4.5. O resultado final para Munk&Bucker estão reunidos na Figura 5.1



**Figura 5.1** - Perfil parametrizado da função para Bucker e Munk, lembrando que a

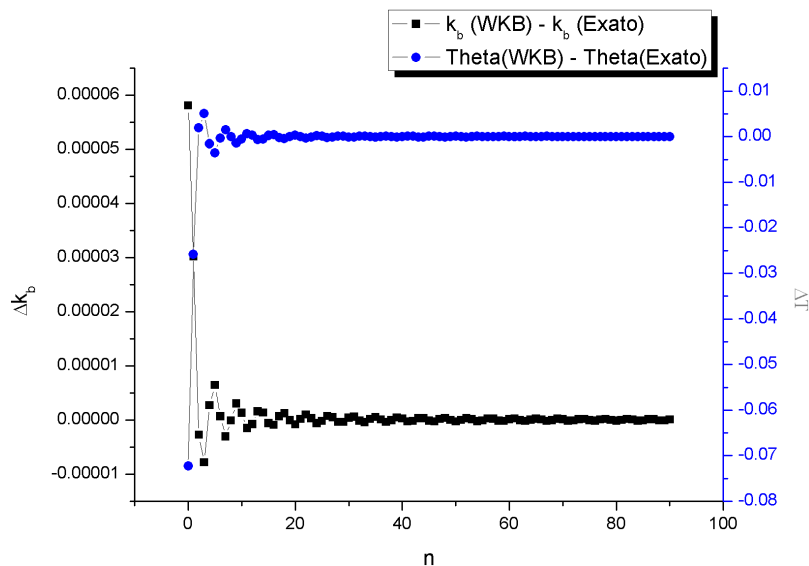
$$\text{função } \Gamma = \frac{c_{Min}^2}{c(z)^2}$$

Na Figura 5.1, tendo em vista que as massas d'água se conservam onde não sofrem ações de agentes externos [45], as inclinações (valores para  $L_B$  e  $L_T$ ) e os pontos de conexão se mostram correlacionados com as delimitações de tais massas d'água e, portanto, passaram a balizar os estudos nas regiões de interesse. Entretanto, na região próxima à camada de mistura, devido à maior variabilidade local e sazonal, poderá ser necessário obter mais de um valor para  $L_T$ , ou seja,  $L_{T1}$ ,  $L_{T2}$ , ...,  $L_{Tn}$ .

O valor de  $c_{\text{Min}}$  no modelo de Bucker para o perfil da região Sul ficou estabelecido próximo à profundidade de 867 metros ( $z_{\text{Min}}$ ). Para o modelo de Munk&Bucker o mínimo ficou estabelecido praticamente na mesma profundidade do perfil original de  $c(z)$  médio (1015 m), o que demonstrou ser mais realístico.

## 5.1 A Utilização da Aproximação WKB

Os resultados obtidos para a equação da onda a partir da equação linear de Bucker (ajustada à termoclina e ao fundo) e exponencial de Munk (ajustada à região próxima ao mínimo de velocidade) levaram para a obtenção de uma equação transcendental do campo de deslocamento ( $\Psi_n$ ) e dos números de onda ( $K_z$ ) para cada modo  $n$  de propagação (Eq. (4.8)). As soluções foram calculadas utilizando a aproximação WKB e recalculadas pelo método exato. A comparação entre os dois métodos é apresentada na Figura 5.2.



**Figura 5.2** - Diferença entre o Cálculo Exato e aproximação WKB para  $K_b$  (eixo a esquerda da figura) e  $\theta$  (Theta - eixo da direita).

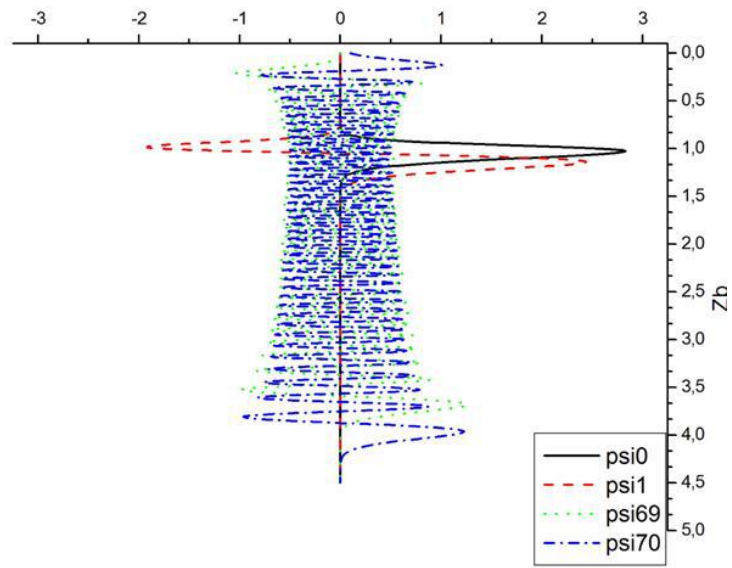
Após o segundo modo, as diferenças entre os métodos se apresentavam na ordem de  $10^{-6}$ , tendendo a se estabilizar próximo de zero. Os valores de  $\theta$  seguem a mesma tendência.

A comparação entre soluções WKB e a forma exata foi resultado de um estudo realizado por ORSZAG & BENDER [24] em várias equações não lineares de várias ordens, dentre elas: Equação de Schrödinger, Equação de Sturm-Liouville e Funções de Green. Concluíram que a utilização da aproximação WKB se torna válida para certas condições quando comparadas à solução Exata. Essa verificação foi realizada e bons resultados foram obtidos.

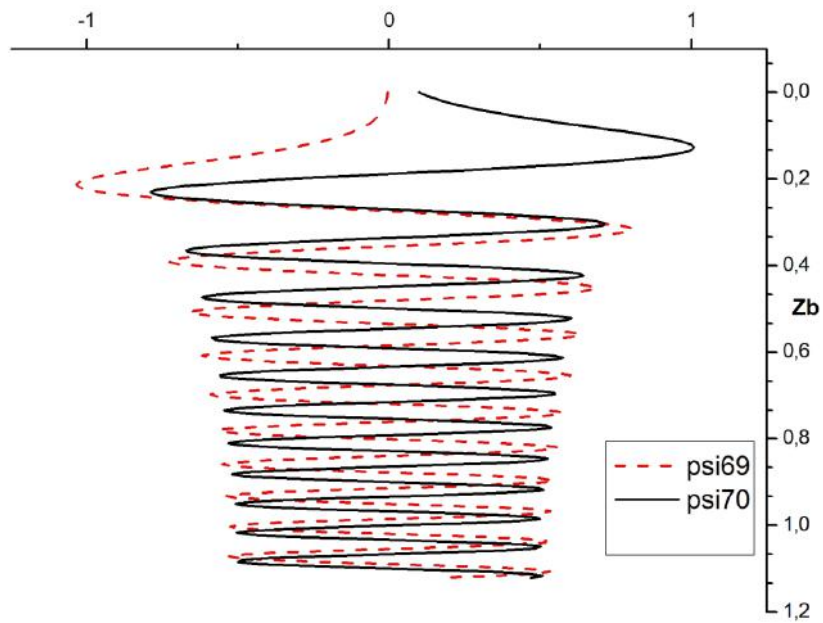
## 5.2 Análise das soluções da Equação Transcendental Modal

### 5.2.1 Campo de Deslocamento ( $\Psi_n$ )

Com a obtenção da equação transcendental utilizando a aproximação WKB (Eq. (4.8)), iniciou-se a avaliação preliminar da propagação acústica na região do mínimo de velocidade. A Figura 5.3 (a) e (b) apresentam o potencial de deslocamento  $\Psi_n$  (*psi*) em relação à profundidade  $z$ , parametrizada como  $Z_b$ . Os primeiros modos  $n=1$  e  $n=2$  expressam o potencial de deslocamento da onda próximo ao canal SOFAR (*Sound Fixing and Ranging*), enquanto que os modos de maior ordem ( $n=69$  e  $70$ ) expressam os que visualizam o fundo e a superfície. Comparativamente aos primeiros, esses modos também apresentam valores representativos de  $\Psi_n$  (*psi*) e podem oscilar até profundidades superiores a centenas ou mesmo milhares de metros (Figura 5.3 (b)).



(a)



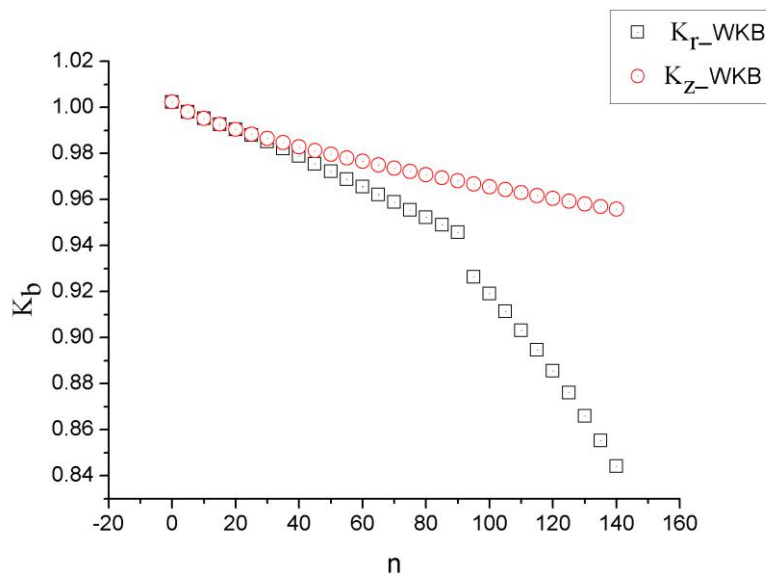
(b)

**Figura 5.3** – (a) Campo de deslocamento ( $\Psi$  -  $\psi$ ) para os modos  $n= 0,1,69$  e  $70$ . ( $Z_b$  é a razão entre  $Z / Z_{\text{Min}}$ .) e (b) Campo de deslocamento ( $\Psi$  -  $\psi$ ) para os modos  $n= 69$  e  $70$ .

### 5.2.2. Número de Onda normalizado ( $K_b$ ) e as Velocidades de Fase ( $C_f$ ) e de Grupo ( $C_g$ )

As equações (4.9) e (4.11) expressam o número de onda, velocidades de grupo e de fase. Os autovalores para o perfil Munk&Bucher foram calculados primeiramente considerando, como proposto pelo método de aproximação WKB, uma coluna d'água sem contato com o fundo. A profundidade máxima foi estimada como  $2H$ , onde  $H$  seria o valor de parametrização para  $z$  em relação ao  $Z_M$  (profundidade onde  $c(z)$  é mínimo). Os autovalores obtidos (Figura 5.4) apresentam um decaimento de  $K_b$  (círculos vermelhos), quando do aumento de modos (se afastando do SOFAR). O decaimento é suave por não visualizar ao longo do caminho interfaces (fundo ou superfície) ou camadas de diferentes densidades.

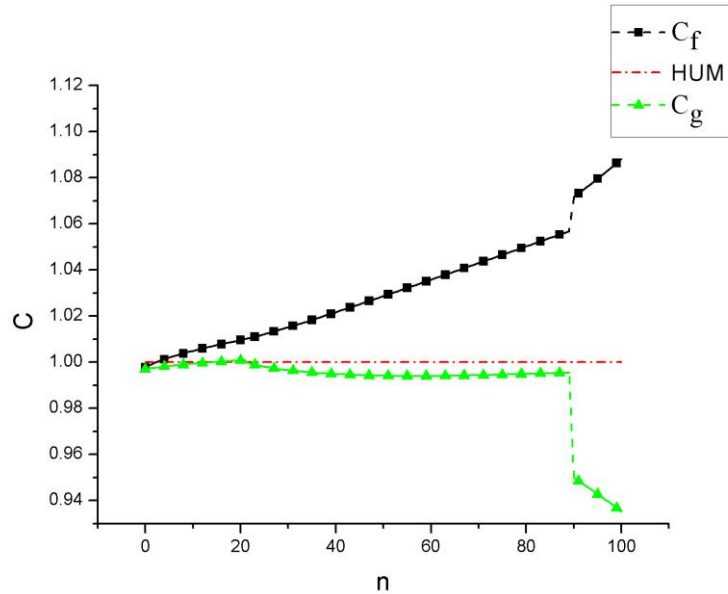
Os cálculos de  $K_b$  foram refeitos inserindo primeiramente o fundo e depois a superfície (Figura 5.4- quadrados azuis). A diminuição de  $K_b$  começa a ser evidenciada a partir dos modos que visualizam o fundo ( $n \sim 30$ ) e demonstra uma queda mais acentuada (saltos) quando atinge a superfície. O valor máximo encontrado para os modos que visualizaram o fundo ( $N_f$ ) foi 21 e para os que visualizaram fundo e superfície ( $N_s$ ), 90.



**Figura 5.4** – Autovalores para o modelo de Munk&Bucker sem a presença do fundo (círculos vermelhos) e após reflexão no fundo e na superfície (quadrados azuis).



Os primeiros cálculos de  $C_f$  e  $C_g$  mostraram que a reflexão do fundo e da superfície causam alterações na velocidade, especialmente na velocidade de grupo, responsável pela propagação da energia sonora [58]. A velocidade de fase mantém um aumento lento e linear, enquanto  $C_g$  diminui após a reflexão com o fundo e após ter sentido a presença da superfície. A Figura 5.5 mostra essa variação.

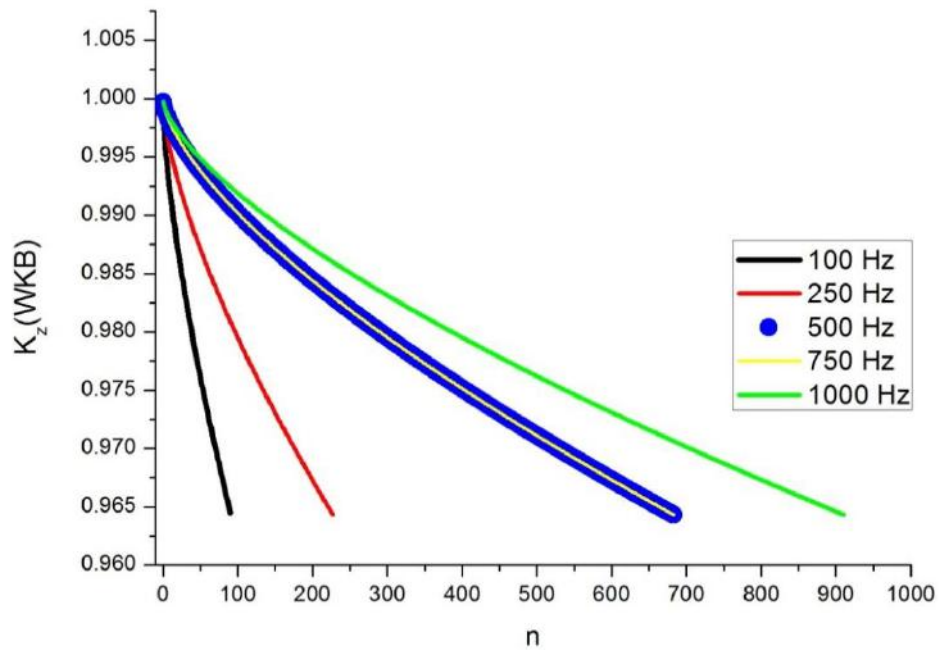


**Figura 5.5** - Velocidade de fase ( $C_f$ ) e de grupo ( $C_g$ ) para o modelo de Munk&Bucker.

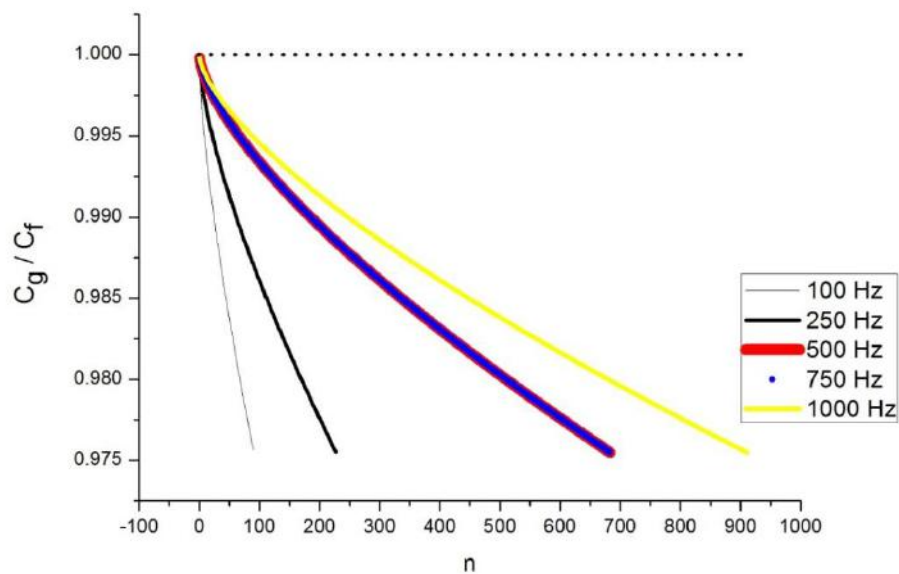
Os resultados obtidos utilizando a equação transcendental de Munk&Bucker para a região Sul foram considerados satisfatórios, tendo em vista que o perfil médio da velocidade do som e a função  $\Gamma$  apresentavam apenas um segmento de reta, seguindo o modelo de Bucker, tanto se deslocando do  $Z_{MT}$  para superfície como de  $Z_{MF}$  em direção ao fundo, expressando em uma só reta toda a termoclina. Nas proximidades com o mínimo da velocidade, o perfil se alinhou ao modelo de Munk. Os valores obtidos para  $L_{BT}$  e  $L_{BF}$  e  $L_{MT}$  e  $L_{MF}$  e  $\varepsilon$  foram retirados do perfil ajustado conforme apresentado na Figura 4.5.

Obtidos os valores de  $K_b$ ,  $C_f$ ,  $C_g$  para o perfil médio da região sul na frequência de 100Hz, calcularam-se os mesmos parâmetros variando a frequência até 750Hz. A

Figura 5.6 e a Figura 5.7 apresentam as variações de  $K_b$  e da relação  $C_g/C_f$  com a frequência.



**Figura 5.6** - Variação de  $K_b$  (WKB) em relação a variação da frequência.



**Figura 5.7** - Relação entre as velocidades de Grupo ( $C_g$ ) e de Fase ( $C_f$ ) para cada frequência utilizada.

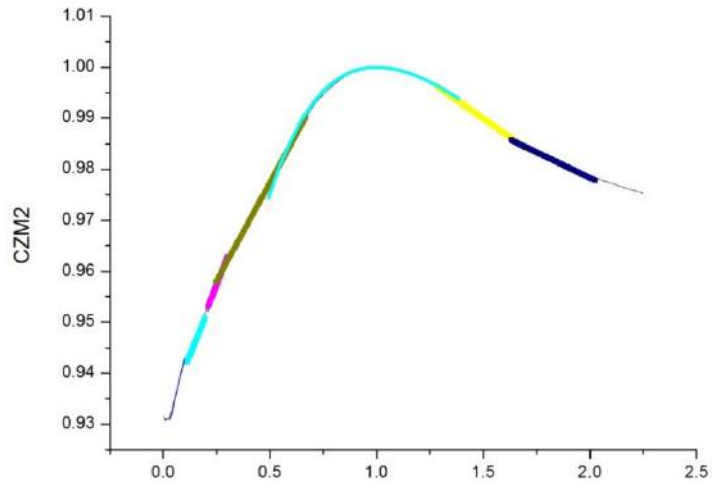
A obtenção das velocidades de fase e de grupo para as frequências estudadas nos conduziu a observar que, entre as frequências de 500Hz e 750Hz, a relação entre  $C_g$  e  $C_f$  apresentava valores muito próximos. A quantidade de modos obtida também era igual e  $C_f > C_g$  apresentava a relação entre elas, constante.

Os resultados levantaram à hipótese de que poderia existir uma banda de frequências (500 a 750Hz) que evidenciaria um possível limite para o uso das teorias de modos e de raios nos cálculos de  $K_b$  e  $C_g$ . Caso fosse comprovada a existência desta banda de frequência, poderiam se utilizadas as equações mais simples da teoria de raios para a obtenção dos parâmetros acústicos de propagação, sem perder a precisão necessária dada pela teoria de modos.

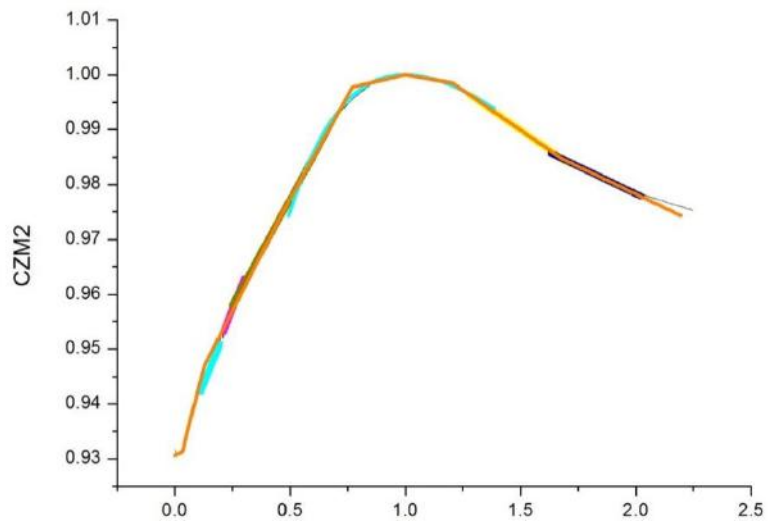
Concluída essa primeira avaliação dos parâmetros acústicos para a região Sul brasileira, partiu-se para obter os mesmos parâmetros para o perfil médio da região sudeste.

Como apresentado no Capítulo 3, a região entre Vitória e Santos apresenta peculiaridades, especialmente em relação à inclinação do talude, às variações da largura da plataforma continental entre as regiões de Cabo Frio, São Sebastião e Santos, e à presença de canais submersos próximos a ilhas e baías. O perfil médio para a região sudeste está apresentado na Figura 3.20 (b).

A região da termoclina para o perfil médio sudeste apresenta-se como um somatório de alguns segmentos de reta, que consideramos como camadas. Segundo as técnicas descritas no item 2.3.1 e definido no item 4.4 por [56], foram realizadas “n” segmentações a partir das equações de Bucker e Munk do perfil médio e, um novo ajuste unindo os segmentos foi estabelecido (Figura 5.8 (a) e (b)). Como resultado, um total de 11 camadas foram demarcadas e são apresentadas na Figura 5.9. Para cada camada foram retirados os valores de  $L_{B1}$  a  $L_{Bn}$ , e de  $\epsilon$ .

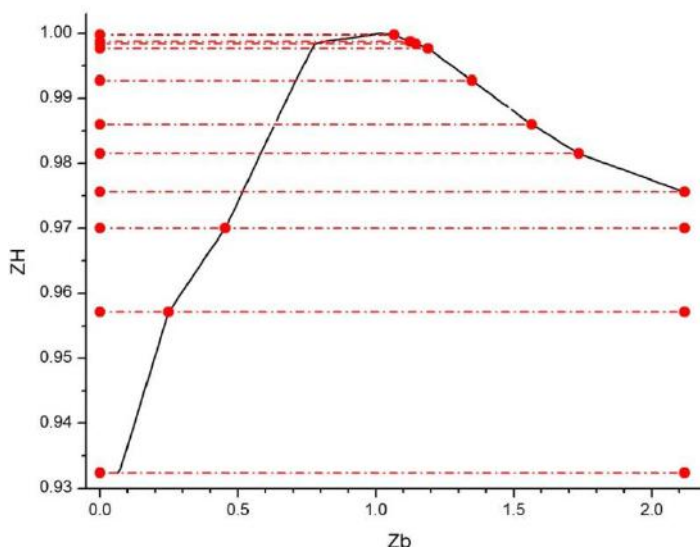


(a)



(b)

**Figura 5.8** – (a) Perfil médio sudeste e os "n" segmentos de reta; e (b) Perfil médio sudeste ajustado as camadas.



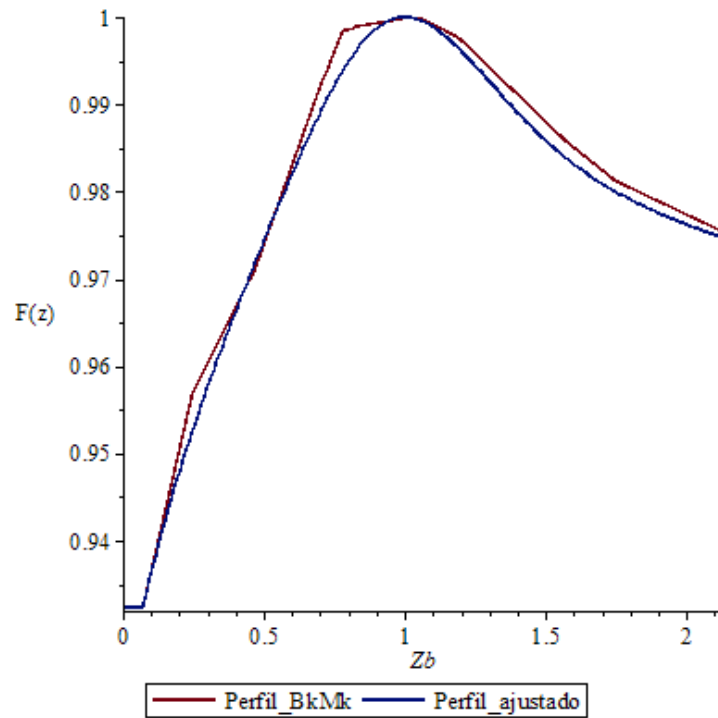
**Figura 5.9** - Perfil médio sudeste modelado para 11 camadas.

O sistema de camadas é necessário para se obter informações de cada camada que se deseja estudar. Como o objetivo principal aqui é obter as informações da propagação acústica de regiões profundas e formular um perfil modelado que melhor transpassasse os pontos de contato especialmente na região da termoclina, decidiu-se adequar uma equação não linear que melhor se ajustasse ao perfil médio sudeste. Pelo desenvolvimento atual, formulado pelos modelos de Bucker e Munk, o gasto de processamento para inúmeros *loopings* tornaria o custo computacional muito elevado. E o objetivo de se conciliar uma equação transcendental analítica com um processamento rápido não seria atingido. Os parâmetros acústicos para cada camada poderão ser estudados quando o interesse estiver em uma ou outra camada específica.

Do ponto de vista matemático, observamos que, quando adotamos a estratégia de se utilizar seções lineares (“tipo” Bucker), o número de seções crescia substancialmente a ponto de inviabilizar o processamento numérico; por outro lado, o uso de perfis “tipo” Munk como metodologia de um ajuste dos dados oceanográficos mostrou-se inconsistente, pois as flutuações em torno dos dados médios foram altas, principalmente para os perfis médios do sudeste.

Assim sendo, procurou-se uma equação analítica própria e ajustada à variação média do perfil estudado. A Figura 5.10 apresenta esse “novo” perfil ajustado, comparado com o perfil modelado inicialmente, utilizando os modelos de

Bucher&Munk. Cabe ressaltar que o valor da velocidade mínima ( $C_{Min}$ ) e a referida profundidade ( $Z_{Min}$ ) foram mantidos como no perfil original.



**Figura 5.10** - Perfil médio de Bucker&Munk (BkMk) e modelo próprio ajustado para a região Sudeste.

Este novo perfil modelado regionalmente (PMR) é o resultado da equação (5.1) a seguir, e apresenta parcelas de Munk ajustadas a partir da aproximação WKB e variações do parâmetro de Bucker,

$$PMR(z) \equiv CM(z) + CM_F \Delta_{[CM]} \quad (5.1)$$

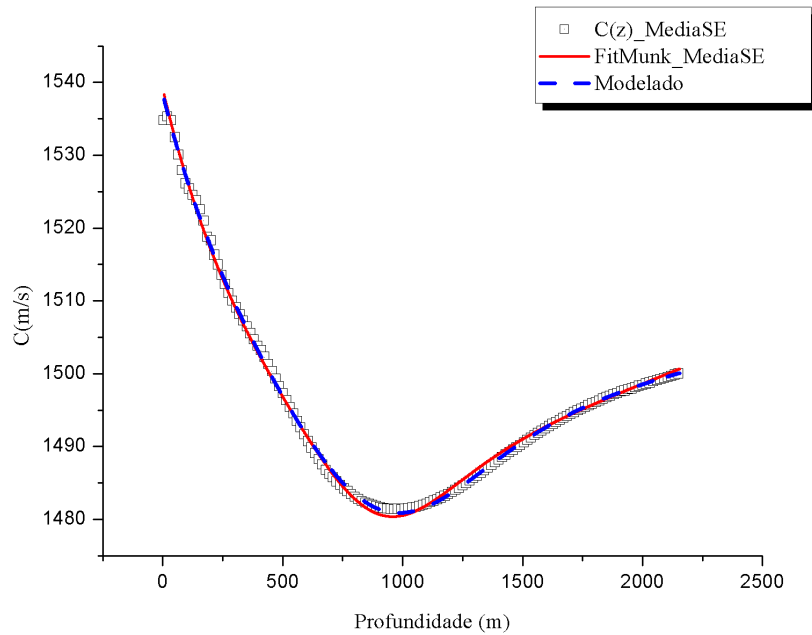
onde vemos que o perfil modelado regional  $PMR(z)$  pode ser interpretado como uma correção do modelo de Munk ( $C_{M(z)}$ ) por um resíduo,  $\Delta_{[CM]}$ , descrito pela seguinte equação:

$$\Delta_{[C_M]} \equiv \varepsilon_F \left( \tanh \left( \frac{2(z - Z_M)}{L_F} \right) - 1 + e^{-\tanh \left( \frac{2(z - Z_M)}{L_F} \right)} \right) - \varepsilon \left( \frac{2(z - Z_M)}{L_M} \right) - 1 + e^{-\frac{2(z - Z_M)}{L_F}}$$

e que agora, além dos parâmetros usais do perfil de Munk, temos que ajustar três novos parâmetros a saber:  $L_F$ ,  $\varepsilon_F$  e  $C_{MF}$ . A solução desta equação seguiu a formulação da aproximação WKB utilizando a função  $\Gamma_H = [\text{PMR}]^2$  como ponto de partida e seguindo a teoria de Bohr-Sommerfeld, Eq. (4.2), ou seja, diferenciando a equação transcendental para os modos que visualizam o fundo, e após reflexão total no fundo, atingem também a superfície.

## 5.3 Aplicação do PMR para o talude continental Sudeste brasileiro

Ao completar a fase da modelação de um perfil regional, serão apresentados na Figura 5.11 os perfis de velocidade do som ajustado de Munk e o modelado regional, comparado ao perfil de velocidade do som médio para a região Sudeste.

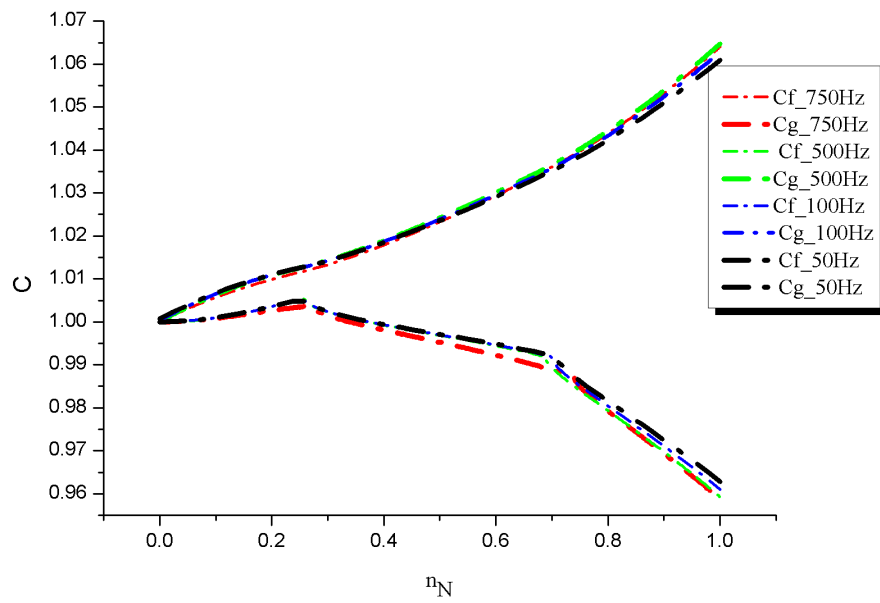


**Figura 5.11** - Perfil médio da velocidade do som, modelado, para a região Sudeste.

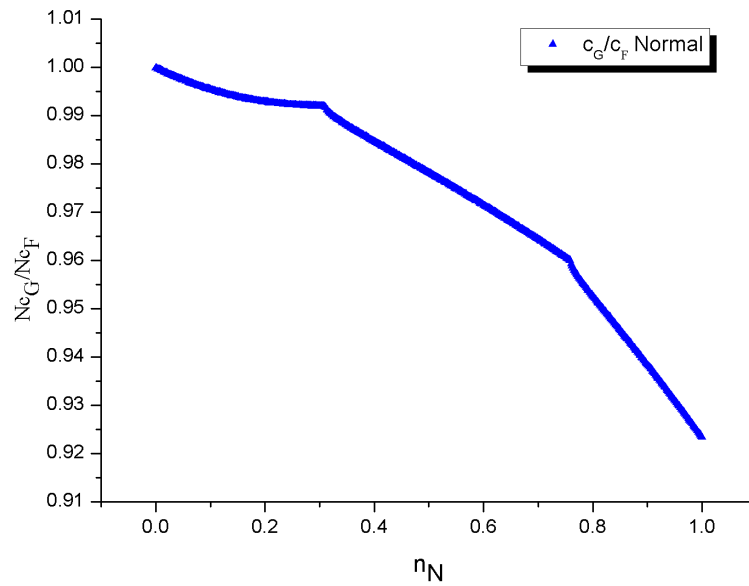
A solução a partir de um perfil regional modelado da região Sudeste apresentou novos valores para os autovalores (o número de onda ( $K_b$ ), velocidade de fase ( $C_f$ ) e velocidade de grupo ( $C_g$ ) e as relações entre eles. Refez-se a comparação entre as frequências de 50 a 750Hz, para as velocidades de grupo e fase, para reavaliar os resultados apresentados na Figura 5.7 sobre a compatibilidade do uso da teoria de Raios com a teoria Modal.

A Figura 5.12 e a Figura 5.13 apresentam a variação da velocidade de grupo e de fase normalizados, a quantidade total de modos em cada faixa de frequência e a relação entre  $C_g/C_f$  independente da frequência escolhida.





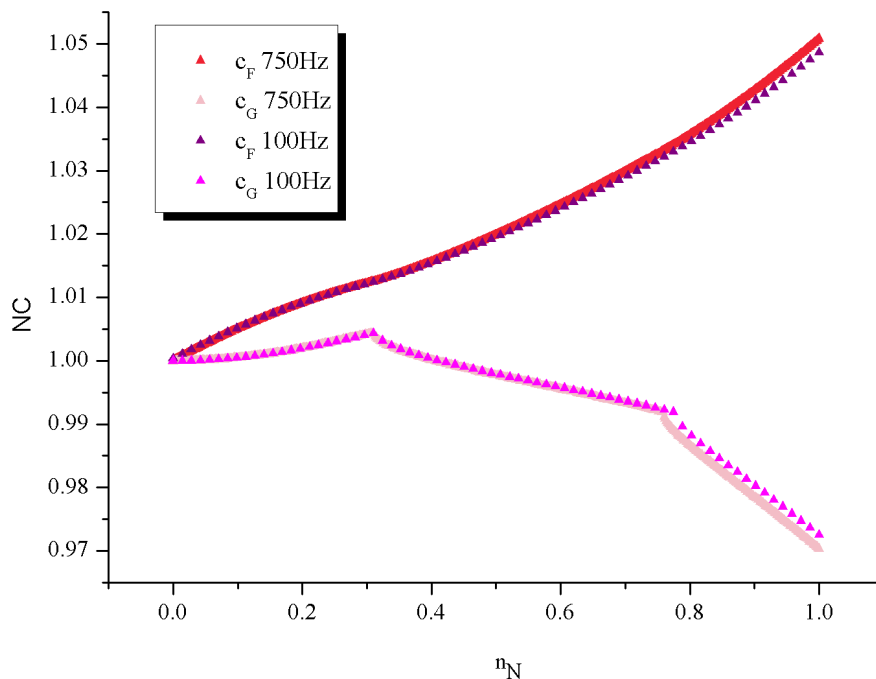
**Figura 5.12** - Variação do comportamento normalizado de  $C_f$  e  $C_g$  para a região Sudeste nas frequências de 50 a 750Hz. ( $n_N = n$  modos parametrizado ao total de modos).



**Figura 5.13** - Relação  $C_g/C_f$  para o numero de modos parametrizado.

É observada na Figura 5.12, a diferença do comportamento da velocidade de fase e da velocidade de grupo em relação ao número de modos. A velocidade de fase tende a aumentar progressivamente, mas levemente, enquanto os modos se afastam da região do mínimo da velocidade e se distanciam entre si, pois a velocidade de grupo tende a diminuir quando começa a sentir a presença do fundo, após reflexão no fundo, e tão logo sinta a presença da superfície.

A Figura 5.14 apresenta as velocidades de fase e de grupo para a região Sudeste, a partir do perfil modelado regional (PMR). Para fins de comprovação, optou-se por manter a comparação dos resultados nas frequências de 100 e 750Hz em cada região e utilizar a frequência de 750Hz como frequência de trabalho para a continuidade da análise e para a obtenção dos Pontos de Retorno (PR), Tempo de Percurso ( $\tau$ ) e Comprimento de Interferência (Dn).



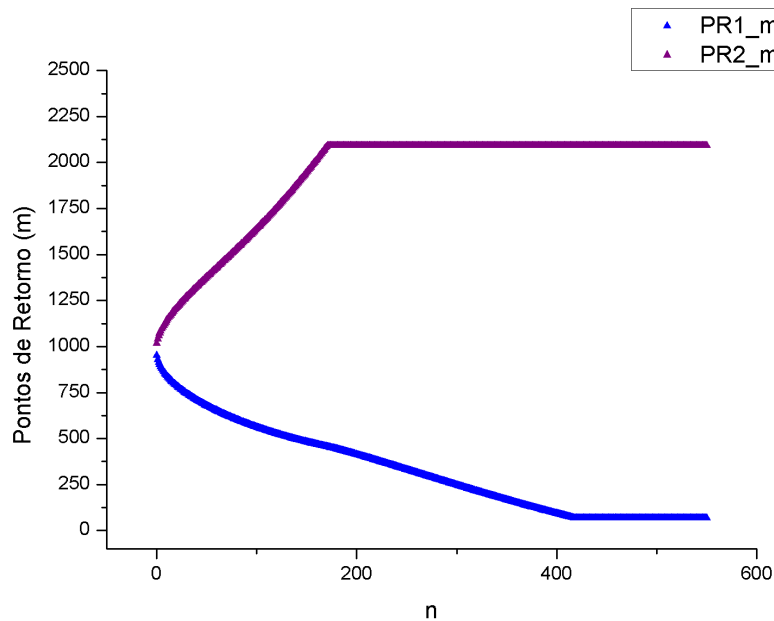
**Figura 5.14** - Velocidade de Fase e de Grupo Normalizada (NC) nas frequências de 100 e 750Hz, para a região Sudeste.

Os valores de velocidade de grupo apresentaram máximo de  $NC_g = 1.0044$  no modo  $n=169$ , quando visualiza o fundo, e se diferenciaram da velocidade de fase em no máximo de 0,08 nos últimos modos.

### 5.3.1 Pontos de Retorno (PR), Tempo de Percurso ( $\tau$ ) e Comprimento de Interferência (Dn).

As profundidades dos pontos de retorno identificam a redondeza onde os  $K_b$  apresentam valores nulos. A explicação é apresentada no item 2.4 e sua importância está em reconhecer em quais modos os feixes acústicos perdem energia ou são impedidos de se propagarem.

Conforme apresentado por HARRISON [58], a solução WKB na coluna d'água tem sua extensão limitada a profundidades logo acima dos correspondentes pontos de retorno e logo abaixo dos mesmos, nas quais cada raio pode ser refletido ou refratado. PR1 identifica os pontos de retorno na região entre o  $Z_{Min}$  e a superfície e o PR2 identificam os pontos de retorno na região após o  $Z_{Min}$ , em direção ao fundo.



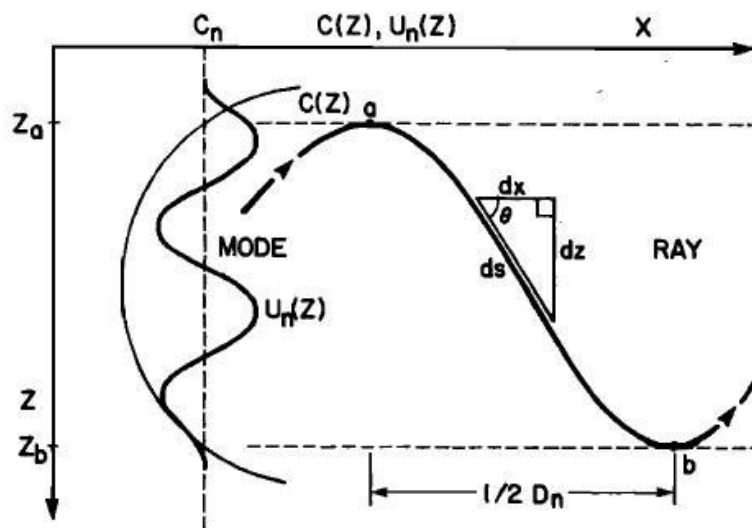
**Figura 5.15** - Pontos de Retorno PR1 e PR2 para a região sudeste, na frequência de 750Hz.

A Figura 5.15 apresenta as profundidades e os modos onde à propagação sofre interferência do fundo e da superfície. Isso ocorre próximo ao modo  $n=197$  (PR2) e ao

modo  $n=409$  (PR1), nas profundidades de 2100 e 110 metros, respectivamente. Nas proximidades desses modos, pôde-se obter os valores de Tempo de Percurso e Comprimento de Interferência, calculados a partir do  $K_b$  obtidos na solução da equação do PMR.

As equações 4.9 e 4.12 que determinaram esses valores foram obtidas e apresentadas nos itens 4.6.2 e 4.7 da metodologia.

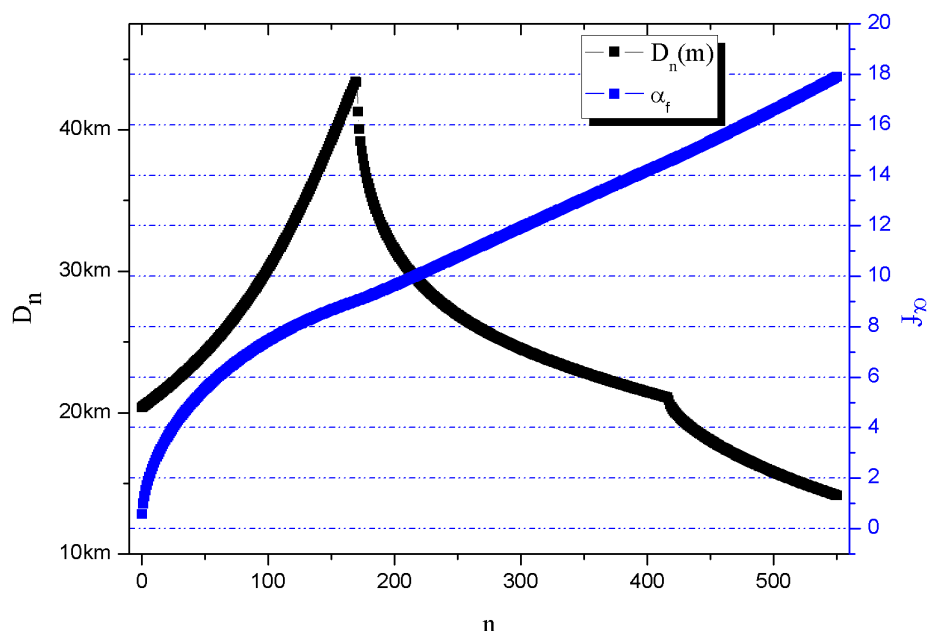
A Figura 5.16 apresentada por CHAPMAN [59] apresenta uma analogia conceitual entre modos e raios e esquematicamente mostra os elementos principais: Comprimento de Interferência do raio equivalente para o modo ( $D_n$ ) e o Ângulo horizontal do raio ( $\theta$ ).



**Figura 5.16** - Elementos para a analogia entre raio/modo:  $z_a$  e  $z_b$  são as profundidades acima e abaixo dos pontos de retorno;  $U_n(z)$  é a função modal,  $C_n \equiv C_m$  é a velocidade de fase do modo e  $\theta$  é o ângulo horizontal do raio. (Obtido de CHAPMAN [59]).

Considerando a correspondência entre as teorias de raios e modos para águas profundas, comprovada por GUTHIER [60] e utilizada por CHAPMAN [59], para a aproximação WKB, testadamente válida, a velocidade de grupo modal estabelece uma correspondência direta no cálculo do tempo de percurso por ciclo. O raio correspondente a esse grupo de modos apresenta  $1/2$  comprimento de interferência ( $D_n$ ). Calculou-se então o Tempo de Percurso ( $\tau$ ), como demonstrado no item 2.6.4, e o

comprimento de interferência para todos os modos na frequência de trabalho e, a partir daí, os ângulos horizontais de saída da fonte, como apresentado na Figura 5.17.

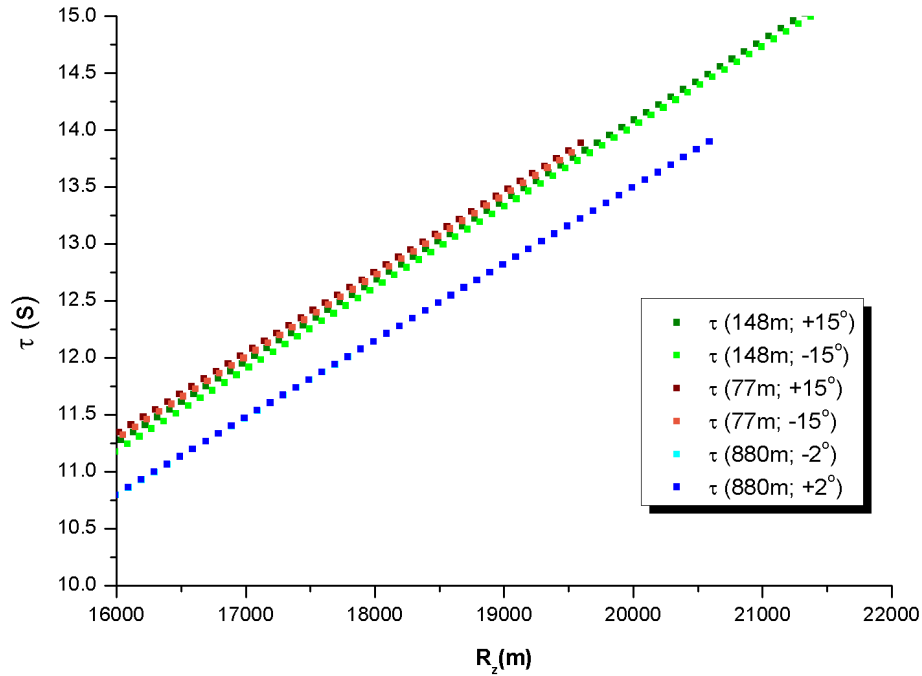


**Figura 5.17** - Variação do Comprimento de Interferência ( $D_n$ ) e do Ângulo de saída da fonte ( $\alpha_f$ ) pelos modos para a região Sudeste.

A Figura 5.17 mostra que o máximo do Comprimento de Interferência ( $D_n$ ) é observado próximo do fundo, modo  $n=146$ , 44km. Em alguns modos escolhidos  $n=200$ , logo após a reflexão no fundo,  $D_n$  já tinha diminuído para 31.554 metros e o ângulo de saída da fonte ( $\alpha_f$ ) já se apresentava como 9,64 graus. Para os modos mais distantes da fonte  $D_n$  se apresentou por 22.249 metros, pouco antes do encontro com a interface da superfície ( $n=371$ ) e 19.620 metros, logo após a reflexão total com a superfície ( $n=426$ ). Os ângulos  $\alpha_f$  foram de 14,70 e 14,76 graus, respectivamente. No SOFAR ( $n=5$ )  $D_n$  foi equivalente a 20.690 metros e  $\alpha_f = 1,89$  graus.

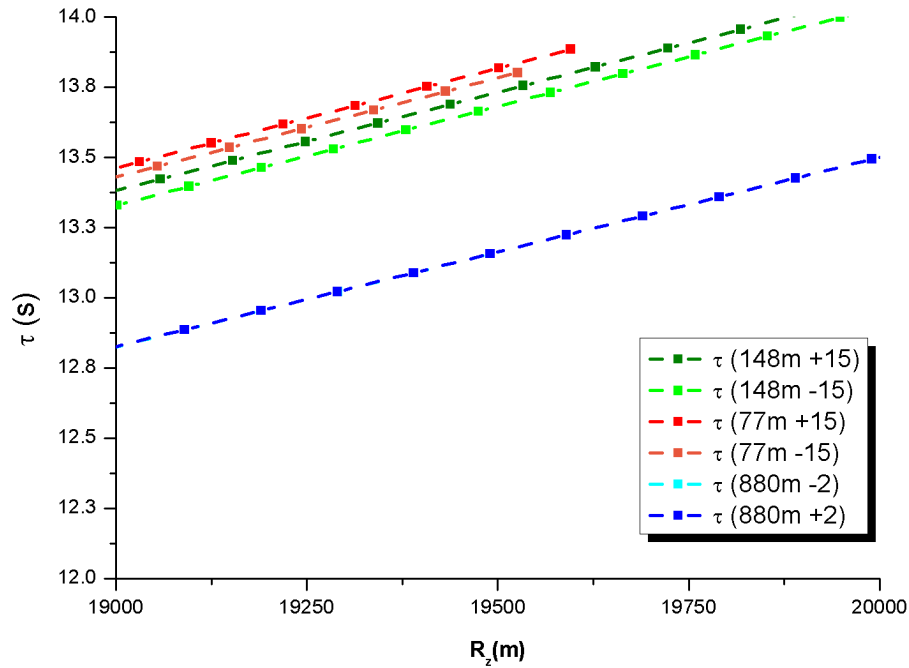
Os resultados para o Tempo de Percurso ( $\tau$ ) foram calculados posicionando a fonte na profundidade apresentada pelo Ponto de Retorno (PR1), como as que se aproximavam dos modos estudados, utilizando os ângulos obtidos para esses modos e

direcionando o feixe para a superfície (-) e para o fundo (+). Para toda a faixa dos modos, os resultados mostram uma variação entre 10,5 e 15 segundos, entre alcances que variam de 16 a 22 km (Figura 5.18).



**Figura 5.18** - Tempo de Percurso ( $\tau$ ) para a região sudeste, nos modos anteriores e posteriores aos pontos de retorno (PR1).

Para os modos de interesse  $n=371$  e  $n=426$ , os valores de ( $\tau$ ) estão restritos a variações de 13,3 a 13,8 segundos, independente da profundidade da fonte, como é ampliado pela Figura 5.19. Observa-se, adicionalmente, que as maiores distâncias percorridas pelo feixe foram obtidas a uma profundidade de 148 metros, diferenciando de aproximadamente 2 km da profundidade da fonte em 77 metros. A essas distâncias, ao se colocar a fonte próxima a  $C_{Min}$ , o tempo de percurso é pouco mais rápido (1s) que as fontes colocadas próximas à camada de mistura.



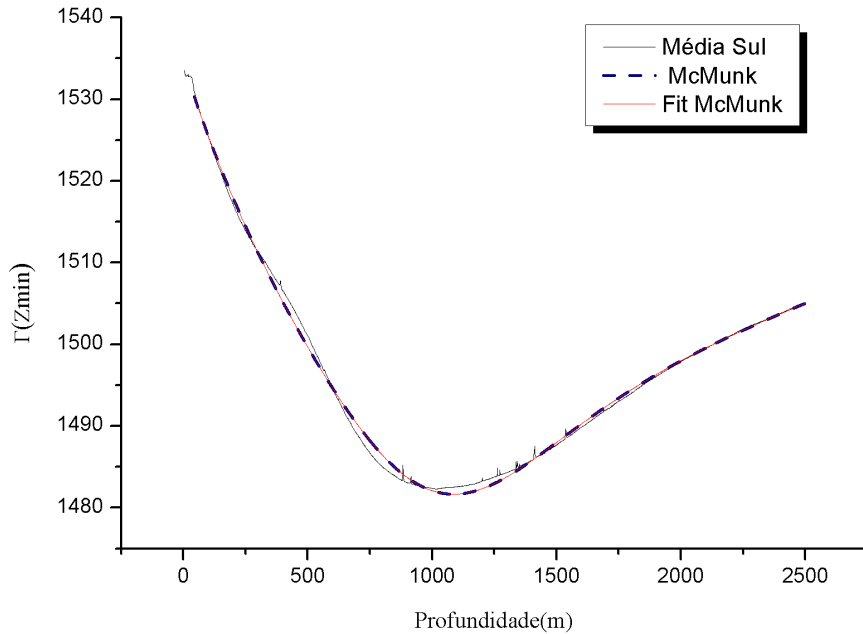
**Figura 5.19** - Ampliação dos resultados de tempo de percurso ( $\tau$ ) para os modos de interesse (que visualizam e refletem na superfície), e seus maiores alcances.

Com o fechamento de toda a metodologia para a obtenção dessas variáveis acústicas refez-se todo o procedimento para o perfil médio da região Sul, e, como estudo de caso, para também se testar a utilização do PMR sudeste, utilizou-se a equação PMR em um perfil TS obtido no talude frontal a Arraial do Cabo (RJ), na época do verão.

## 5.4 Aplicação da metodologia do PMR para a região Sul brasileira.

A metodologia testada para a região Sudeste foi refeita para a região Sul. O perfil médio regional, primeiramente ajustado (*fit*) a partir dos modelos de Bucker&Munk, foi aplicado à metodologia da equação (5.1) para um perfil modelado. A Figura 5.20 apresenta os três perfis de estudo. As maiores diferenças entre o perfil

médio real e o modelado são observadas na região final da termoclina. Neste caso, o  $Z_{\text{Min}}$  e o  $C_{\text{Min}}$  foram deslocados para melhor representarem as feições da termoclina, de maior interesse para este estudo.

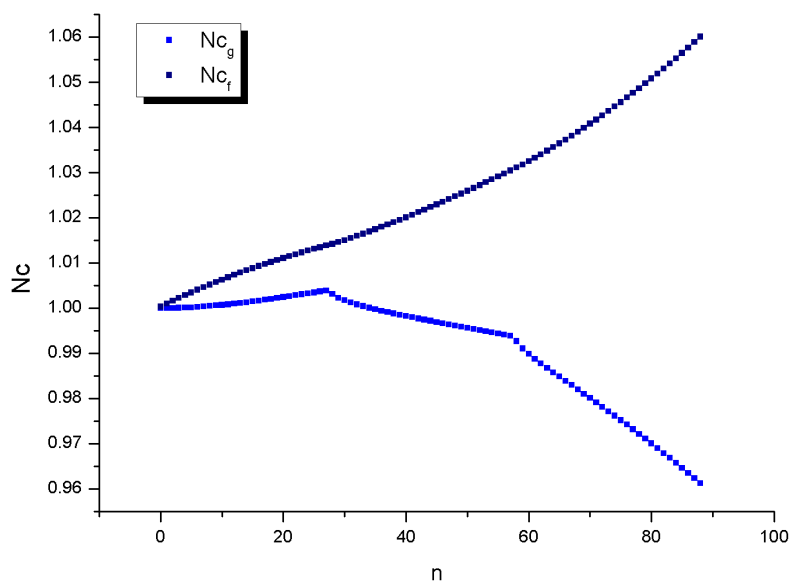


**Figura 5.20** - Perfil modelado regional (PMR) para a região Sul brasileira.

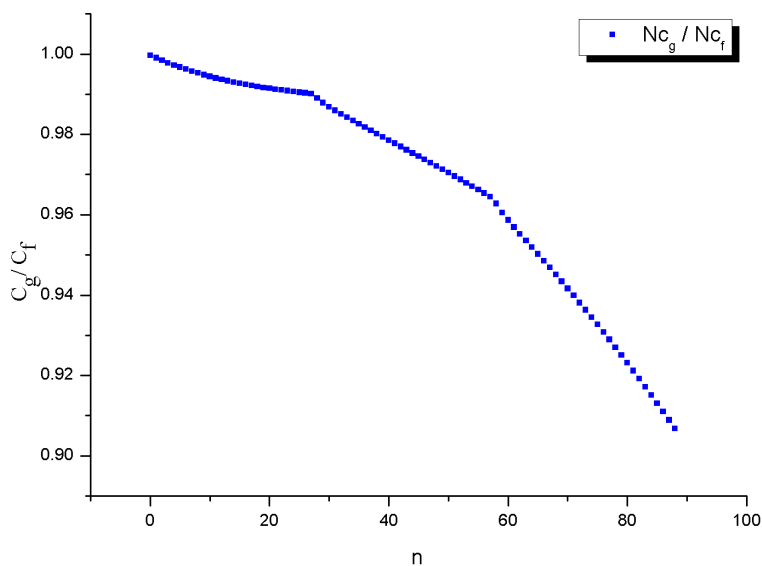
#### 5.4.1 Número de Onda ( $K_b$ ), Velocidade de Grupo ( $C_g$ ) e de Fase ( $C_f$ )

As Figura 5.21 e Figura 5.22 apresentam os resultados para a velocidade de grupo e de fase na frequência de 100Hz para o PMR.. Em uma primeira comparação com o perfil usado para o modelo de Munk&Bucker, obteve-se o mesmo número total de modos ( $N_{\text{Max}}=90$ ), sendo que a partir do modo  $N_f=21$  o feixe acústico sente a influência do fundo, como verificado na análise inicial, e a partir de  $N_s=59$  sente a presença da superfície. Essa leitura será bem evidenciada na continuidade do estudo, nos resultados da variação da velocidade de grupo ( $C_g$ ) e nas demais variáveis que também caracterizam o transporte da energia acústica.





**Figura 5.21** – Variação das Velocidades de fase ( $NC_f$ ) e de grupo ( $NC_g$ ) normalizadas, para o PMR no talude e sopé Sul do Brasil, em relação aos modos ( $n$ ) na frequência de 100Hz.



**Figura 5.22** – Relação  $C_g/C_f$  normalizados.

As variações de  $C_f$  e  $C_g$  para a região sul do Brasil (Figura 5.23 e Figura 5.24) apresentam um comportamento semelhante às velocidades da região sudeste, apresentadas na Figura 5.12 e na Figura 5.13. Após sentir a presença do fundo e, em seguida, da superfície, a relação  $C_f/C_g$  diminui progressivamente, notadamente acompanhando a variação da velocidade de grupo e a perda de energia de propagação. A velocidade de fase aumenta ligeiramente com o afastamento da região da velocidade mínima. Os valores para velocidade de grupo variaram de 1423,19 a 1488,695  $\text{ms}^{-1}$ , ambos para a região sudeste, onde apresentou também os maiores desvios padrões ( $\sigma = 18,215\text{ms}^{-1}$ ).

Comparando com os resultados obtidos pelo modelo de Munk&Bucker (Figura 5.5), a velocidade de grupo apresenta aqui uma maior queda relativa (0,04), enquanto que no método anterior só se visualiza uma queda significativa ao fim da propagação ( $n=90$ ).  $C_g/C_f$  apresenta uma relação negativa de 0,025 (Figura 5.7), enquanto o modelo regional apresenta variação relativa de até 0,1 (Figura 5.22). Ou seja, as perdas na propagação não foram expressivas ao se usar o método de Munk&Bucker, com apenas uma camada representando toda a região da termoclina.

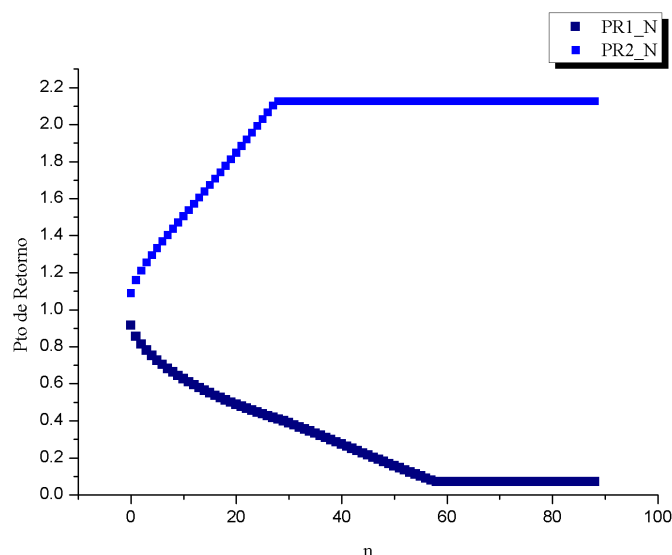
O conhecimento do comportamento da velocidade de grupo é importante, pois, como é mostrado em [58], a mesma é responsável pelo transporte da energia acústica gerada, para transpassar pontos de retorno, contornos e alcançar longas distâncias. Pode ser expressa em termos de distância ou tempo de ciclo, como também como medida da variação da frequência angular com o número de onda. O autor enfatiza que a velocidade de grupo é importante para calcular reverberação, sendo a resposta para muitos em diferentes distâncias. É aplicável em vários estudos de propagação acústica, no qual o tempo de percurso é aplicável para sonar ativo, identificação de alvos, tomografia e comunicação submarina [58].

#### **5.4.2 Pontos de Retorno (PR), Tempo de Percurso ( $\tau$ ) e Comprimento de Interferência (Dn).**

Os pontos de retorno para a região Sul foram calculados e obteve-se os valores para  $\tau$ , Dn e ângulo de saída da fonte ( $\alpha_f$ ). A Figura 5.23, Figura 5.24, e Figura 5.25

apresentam a variação dessas variáveis. Os valores dos modos selecionados para a análise da propagação estão descritos na Tabela 5.1.

Os pontos de retorno PR1 e PR2 apresentados na Figura 5.23 mostram as profundidades em direção à superfície e para o fundo, respectivamente, onde  $K_b$  varia.



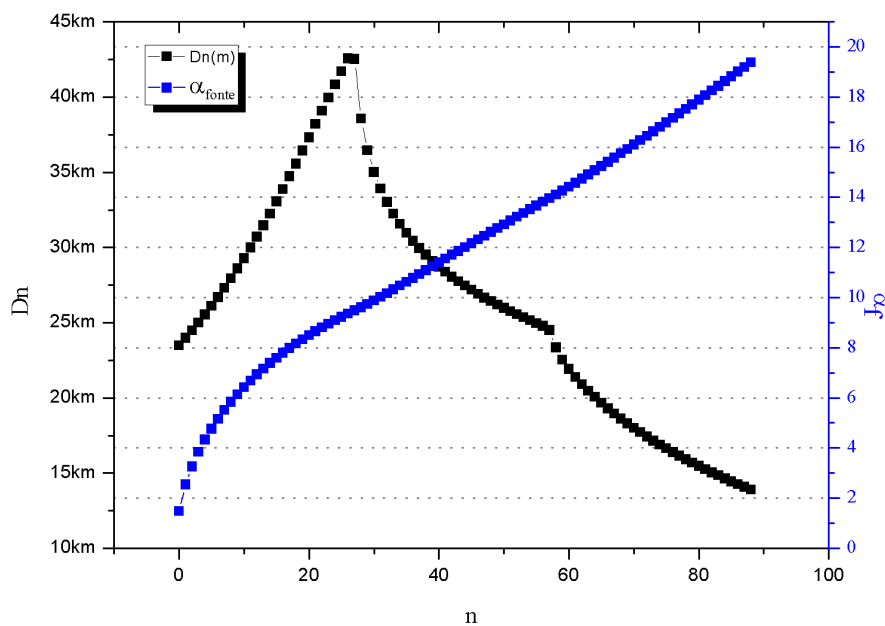
**Figura 5.23** - Pontos de Retorno apresentados em relação à  $Z_{Min}$ .

Em PR2,  $n=27$  (2245 metros) alcança o fundo e, como calculado anteriormente,  $N_f=21$  (2011 metros) começa a sentir o fundo. Em PR1, na termoclina, foram escolhidos  $n=50$  (166 metros) e  $n=60$  (74,55 metros) para as análises das variáveis acústicas, em modos que já tocam a superfície. Em  $N_s=58$  alcançou-se a profundidade final da análise, a 74,55 metros, nas proximidades do fim da camada de mistura.

A Tabela 5.1 apresenta os resultados para  $D_n$ ,  $\alpha_f$  e  $\tau$  obtidos para os modos escolhidos acima e para o modo  $n=3$  (833 metros) no canal SOFAR, e sintetizam o que é representado na Figura 5.24. Para  $n=50$  e 60 são obtidos valores entre 22 e 26 Km para o Comprimento de Interferência para os ângulos de saída da fonte de 12 a 15 graus.

**Tabela 5.1** – Valores das variáveis  $D_n$ ,  $\alpha_f$  e  $\tau$  para os modos seleccionados ( $f=100\text{Hz}$ ).

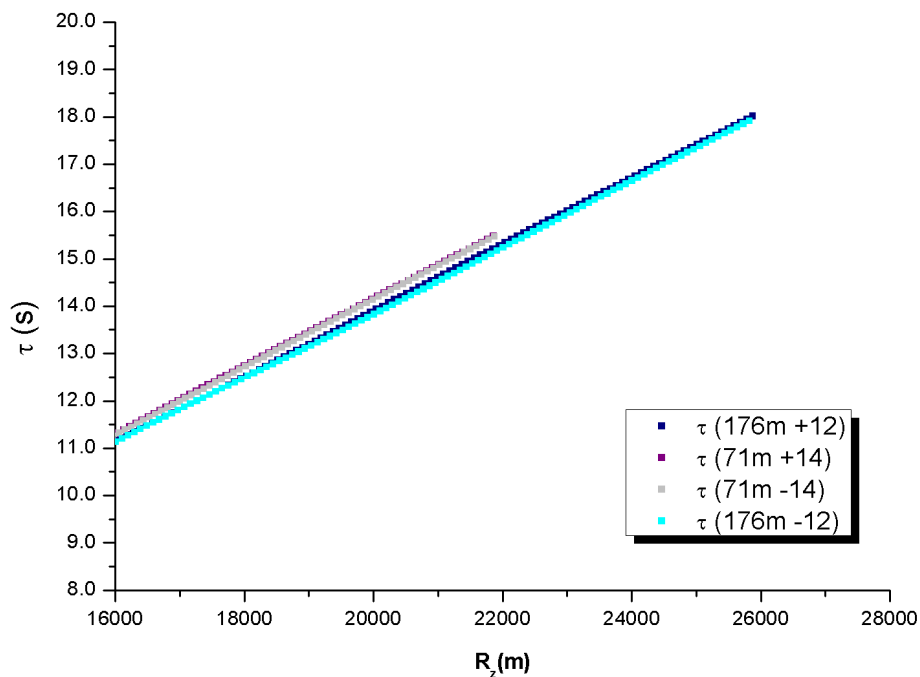
Nº de Modos	$D_n$ (m)	$\alpha_f$ (°)	$\tau$ (s)
50	25892	12,93	16,98
60	21950	14,49	14,40
30	35989	9,95	22,80
3	25002	3,84	16,31



**Figura 5.24** – Para a região Sul, o eixo vertical da esquerda representa o Comprimento de Interferência ( $D_n$ ) enquanto que o da direita mostra o Ângulo de saída da fonte ( $\alpha_f$ ) em função do n.º. de modos (n).

A Figura 5.25 mostra a variação do Tempo de Percurso ( $\tau$ ) nessa região onde os modos  $n > 50$  atuam. Observa-se que, para tempos entre 14 e 17 segundos (tabela 5.1) e distâncias acima de 22 km, a profundidade da fonte em torno de 170 metros apresentaria um alcance maior que a fonte próxima a 75 metros. As variações de tempos são

mínimas (3 segundos). A decisão de qual profundidade poderia ser utilizada para uma medição da propagação acústica em águas além da margem continental deve levar em consideração essa informação, para obterem-se maiores alcances. E, onde se tem interesse nos registros de variações no  $\tau$ , deverá ser avaliado o grau de precisão e acurácia dos medidores acústicos.



**Figura 5.25** - Tempo de Percurso ( $\tau$ ) em pontos de retorno escolhidos ( $n > 50$ ) para região Sul.

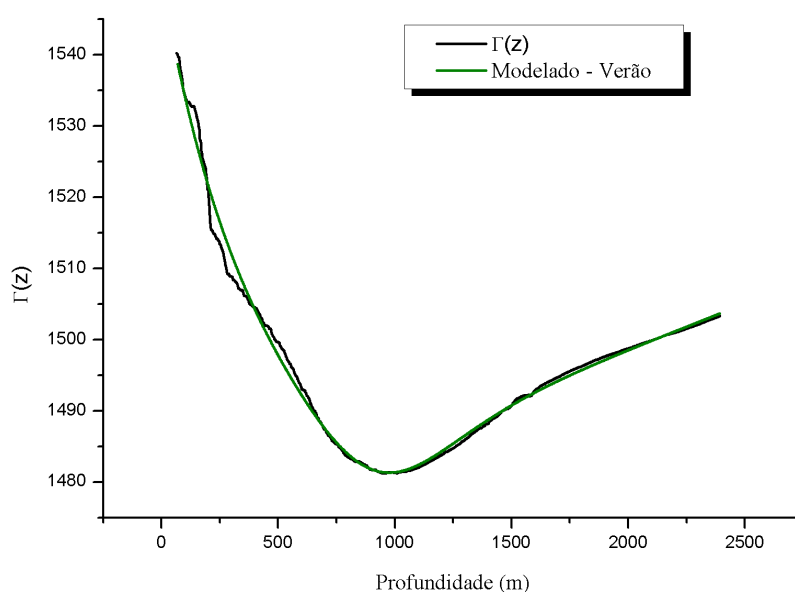
## **5.5 Estudo de Caso para um perfil de verão na região do Talude Continental frontal à Ilha de Cabo Frio (Arraial do Cabo – RJ).**

Os estudos realizados para os perfis médios das regiões Sul e Sudeste foram testados e aplicados. Decidiu-se então utilizar o perfil modelado regional (PMR) como base para o estudo local de um perfil coletado a 2400 metros de profundidade em

Arraial do Cabo (RJ), em radial frontal a Ilha de Cabo Frio. Utilizou-se para esta avaliação a função  $\Gamma$ .

Foram utilizados os valores de  $L_M$ ,  $\varepsilon$  e  $L_F$  do perfil médio modelado para a região sudeste no cálculo do perfil de Arraial. Foram negligenciados os dados de T e S na região da camada de mistura, iniciando o ajuste desse perfil a partir do início da termoclina.

A Figura 5.26 apresenta o perfil de Arraial ajustado contra o perfil médio modelado utilizando as variáveis calculadas da região Sudeste.



**Figura 5.26** – Perfil modelado para um perfil adquirido no talude frontal de Arraial do Cabo no verão, demonstrado em relação a função  $\Gamma$ .

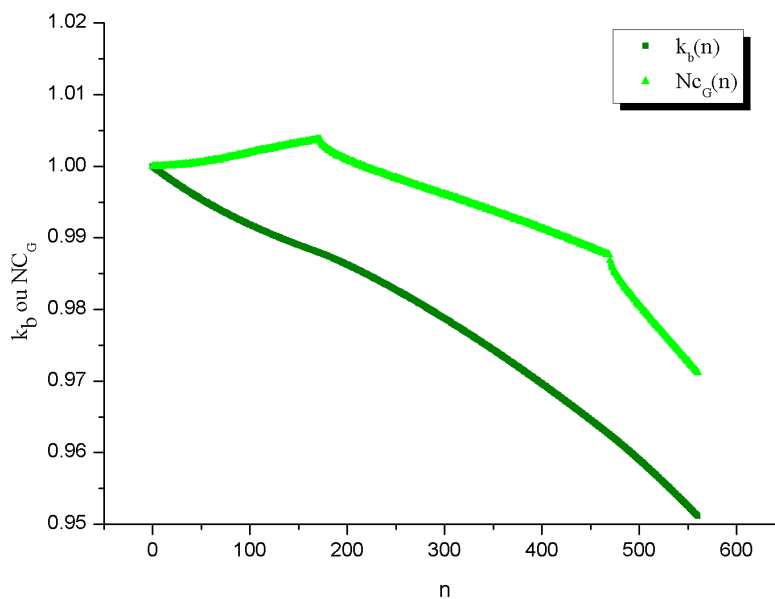
O perfil de Arraial demonstrado pela função  $\Gamma$  apresenta uma boa relação com o perfil modelado. Os valores para a velocidade mínima ( $C_{Min}$ ) e a correspondente profundidade ( $Z_{Min}$ ) foram os mesmos utilizados para a média sudeste, e representaram bem essa situação particular de verão.

O perfil ajustado ao modelo mostra bem que existem variações à direita e a esquerda da função modelada, que no nosso estudo varre a região da termoclina como um todo, mas não alterando a propagação em profundidade entre o fundo e a superfície. Em estudos específicos para uma região da termoclina (inversão, variação das perdas,

etc) uma parcela do modelo de Bucker deverá ser considerada no estudo, assim como nas oscilações sazonais (termoclina sazonal e permanente), com a aproximação da borda da plataforma, considerando essas variações como uma oscilação em relação a um dado médio modelado.

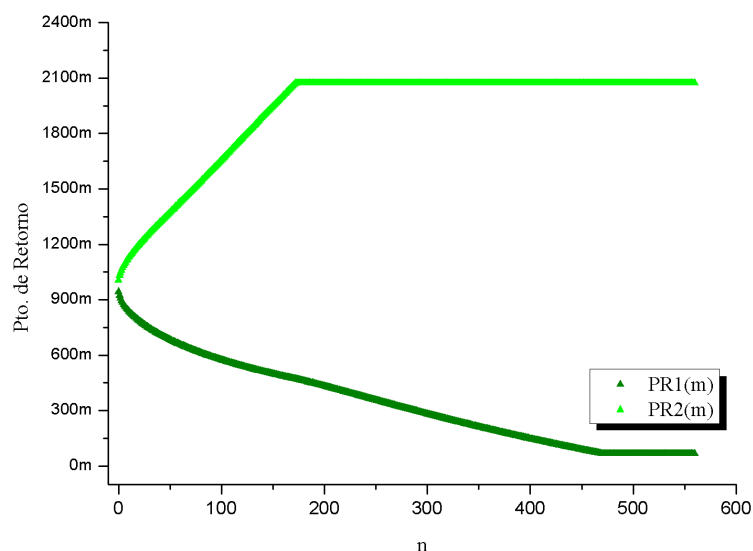
Em estudo realizado por WORCESTER *et al.* [16], em região profunda do Oceano Pacífico, foram obtidas, a partir de medições acústicas, as informações para inversão da velocidade do som. As diferenças de  $\tau$  eram tiradas de medidores instalados em várias profundidades, identificando as camadas que se desejava estudar.

A Figura 5.27 mostra que a variação de  $K_b$  diminui enquanto se afasta dos modos principais, sem apresentar variações abruptas na região dessas oscilações nessas camadas ( $n > 250$ ,  $f=750\text{Hz}$ ). A velocidade de grupo normalizada mostra bem os modos onde ocorrem “saltos” no valor da velocidade, quando da passagem do feixe pelo fundo e depois pela superfície.



**Figura 5.27** - Variação de  $K_b$  (verde escuro) e  $NC_g$  (verde claro) em relação aos modos  $n$  na frequência de 750Hz.

Os pontos de retorno escolhidos foram retirados nas proximidades de  $N_f = 173$ ,  $N_{sf} = 468$ , para um  $N_{Max} = 562$  modos. Em  $n=400$  a profundidade do ponto de retorno se mostra a 150 metros da superfície,  $n=450$  a 90 metros da superfície e em  $n=500$  a profundidade final de estudo já foi alcançada (77 metros).



**Figura 5.28** - Pontos de Retorno (PR1 de  $Z_{Min}$  até a superfície e PR2 de  $Z_{Min}$  até o fim do perfil) para Arraial no verão ( $f=750\text{Hz}$ ).

Os valores calculados para Comprimento de Interferência ( $D_n$ ), Ângulo de Saída da fonte ( $\alpha_f$ ) e Tempo de percurso ( $\tau$ ) para os modos escolhidos na análise são apresentados na tabela Tabela 5.2:

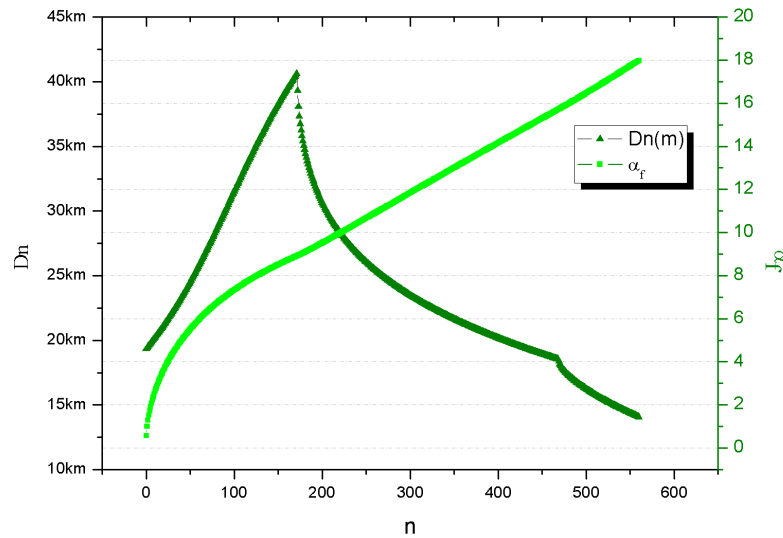
**Tabela 5.2** – Valores das variáveis  $D_n$ ,  $\alpha_f$  e  $\tau$ , para os modos seleccionados do perfil de verão frontal a Arraial do Cabo ( $f=750\text{Hz}$ ).

Nº de Modos	$D_n$ (m)	$\alpha_f$ (°)	$\tau$ (s)
400	20181	14,16	13,74
450	18948	15,30	12,95
500	16243	16,47	11,18
5	19792	1,91	13,36

Os maiores valores de Comprimento de interferência são encontrados nos modos junto ao fundo. Após visualizar a superfície, entre 150 metros e 77 metros de profundidade,  $n=400$  e  $500$ , respectivamente os maiores  $D_n$ , variam entre 16 e 20 km.

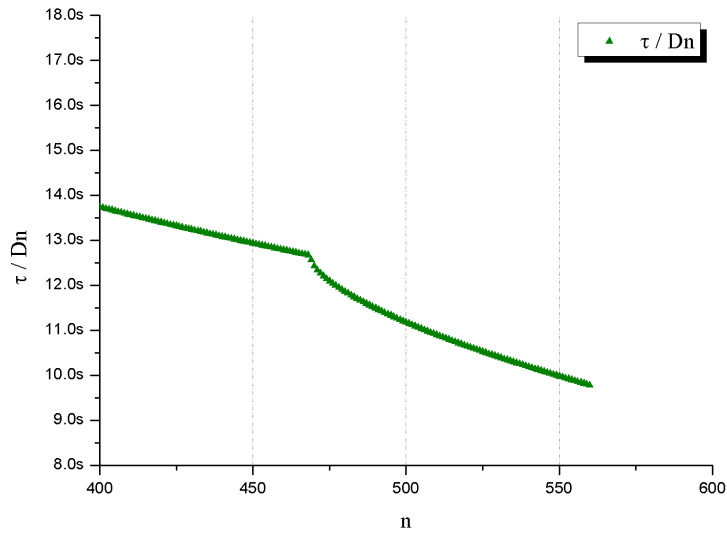


Os ângulos de saída da fonte apresentam uma margem pequena na sua variação, 14 a 16 graus, o que na prática dificultaria o trabalho de instalação da fonte (Figura 5.29).



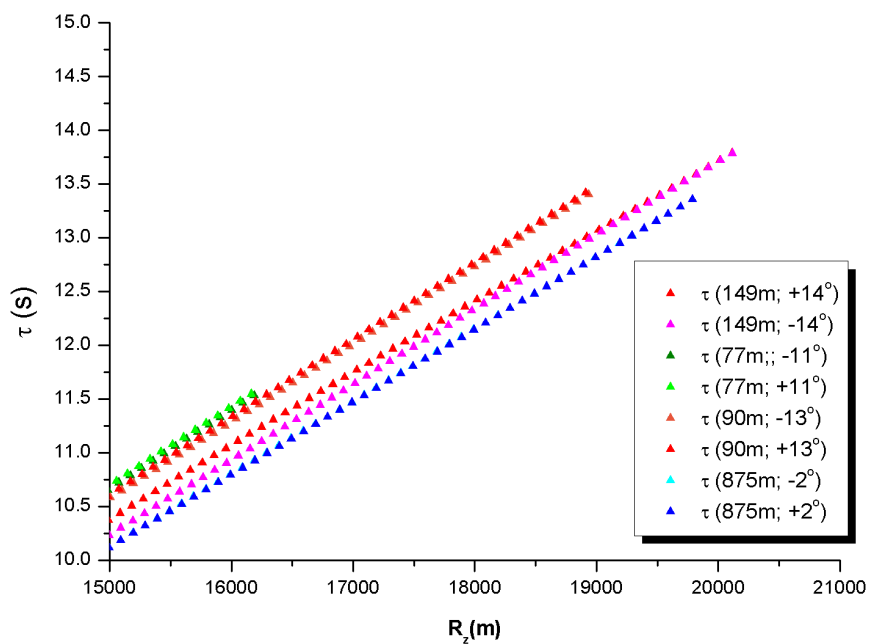
**Figura 5.29** - Para Arraial, no verão, o eixo vertical da esquerda representa o Comprimento de Interferência ( $D_n$ ) enquanto que o da direita mostra o Ângulo de saída da fonte ( $\alpha_f$ ) em função do  $n^\circ$  de modos ( $n$ ).

As respostas para Tempo de Percurso também seguem as mesmas questões da baixa variação entre os mesmos modos escolhidos, mais afastados de  $Z_{Min}$ . Entre os modos  $n=400$  e  $n=500$ , nos quais a distância percorrida é maior, o tempo relativo a essa distância apresenta valores entre 11 e 13,5 segundos (Figura 5.30). Essa variação de 2,5 segundos requer que o equipamento de recepção dos sinais acústicos emitidos pela fonte seja de grande precisão e acurácia.



**Figura 5.30** - Tempo de Percurso ( $\tau$ ) para um ciclo de Dn - Verão em Arraial ( $f=750\text{Hz}$ ).

Em [16], os medidores de tempo tinham resolução na escala de milissegundos (ms). Para os pontos de retornos escolhidos, seus ângulos de saída da fonte, respectivos, aos do tempo de percurso, apresentam uma variação menor ainda (12,5 a 13,5s). Juntando todos os resultados, obtém-se que a fonte instalada na profundidade de 90 metros gera um maior ganho em distância de propagação para a recepção do sinal acústico (Figura 5.31).



**Figura 5.31** - Tempo de Percurso ( $\tau$ ) X Deslocamento Radial ( $R_z$ ) dos pontos de retorno que visualizam fundo e superfície.

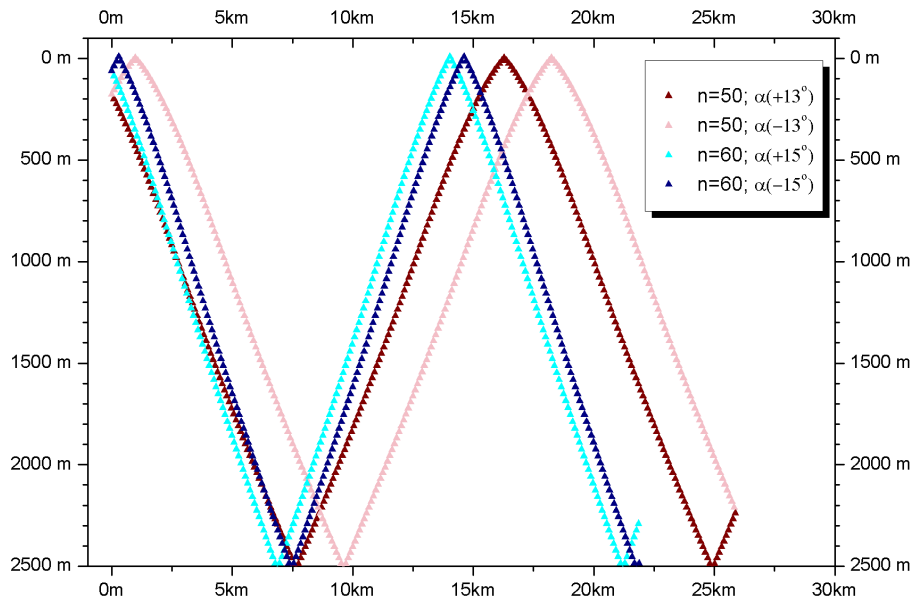
Com esses resultados, pôde-se então calcular o diagrama de raios para este caso de Arraial e obter a propagação para um ciclo do comprimento de interferência ( $01 D_n$ ), conforme apresentado na Figura 5.16. Procurou-se alternar as profundidades para a fonte e os valores para os ângulos da fonte, direcionando os feixes para a superfície (ângulo da fonte com sinal negativo, “-“) e para o fundo (ângulo da fonte com sinal positivo, “+“). A Figura 5.34 apresenta o diagrama de raios para os pontos de retorno escolhidos para este estudo de caso.

## **5.6 Diagrama de Raios para os PRM estudados.**

Com os resultados obtidos para as variáveis acústicas dos perfis modelados (PMR) das regiões do talude continental Sul e Sudeste, e a obtenção dos modos de propagação que são responsáveis pela propagação da energia que varre o fundo e depois a superfície, dentro do conceito do ciclo acústico apresentado por CHAPMAN [59], foi possível calcular e representar esses modos, variando a profundidade e o ângulo de saída da fonte.

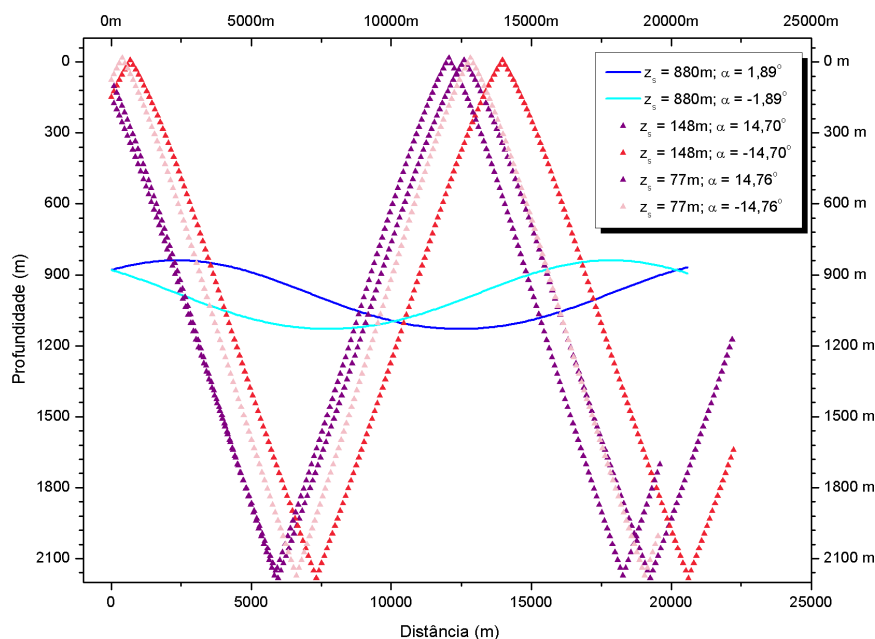
Os diagramas de raios “regional médio” para as regiões do talude, Sul e Sudeste foram obtidos utilizando a frequência de 750Hz, na qual a teoria de modos e a teoria de raios se mostraram concordantes, conforme apresentado na Figura 5.12 .

Os diagramas de raios para as regiões Sul e Sudeste são apresentados pela Figura 5.32 e pela Figura 5.33.

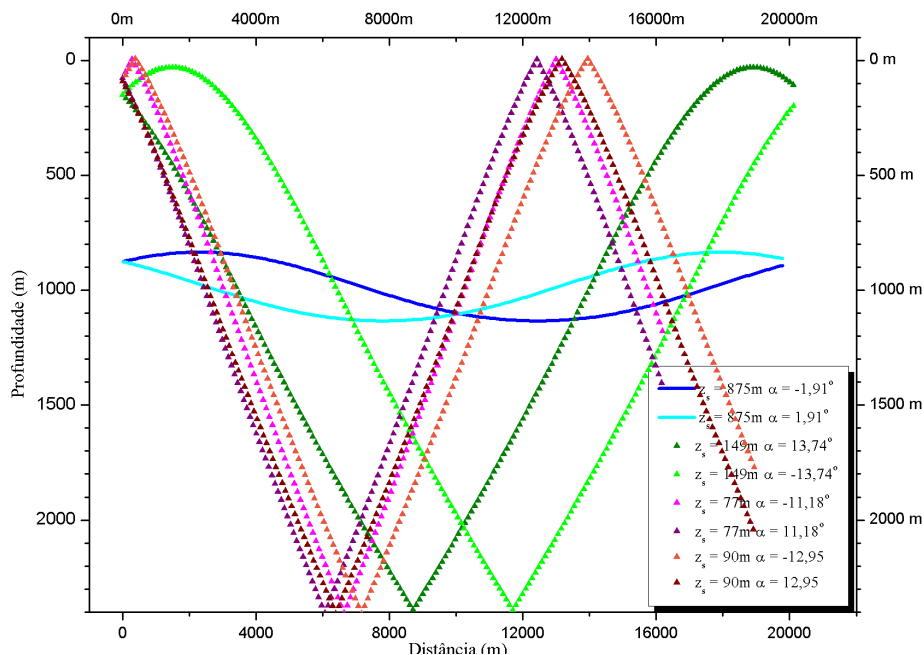


**Figura 5.32** - Diagrama de Raios médio para a região Sul brasileira. Os valores de  $\alpha$  (ângulo da fonte) são valores obtidos para os pontos de retorno PR1 dos modos escolhidos ( $n=50$  e  $60$ ).

Os resultados mostram que, para a região Sul, os raios atingem a superfície entre 14 e 18 km de distância. A maior propagação se dá quando a fonte é instalada nos primeiros metros da termoclina, olhando para a superfície com ângulo de 13 graus ( $n=50$ , prof.170 m). Já na região Sudeste (Figura 5.33), as maiores propagações são encontradas a menos de 15km de distância da fonte, essa a uma profundidade de 148 metros. Em profundidades de 77 metros, no fim da camada de mistura, o alcance é menor (12-13 km). Os ângulos são parecidos para ambas as profundidades, próximo a 15 graus, direcionado para a superfície.



**Figura 5.33** - Diagrama de Raios médio dos modos escolhidos para a região Sudeste brasileira. Os valores para  $Z_s$  (profundidade da fonte) e  $\alpha_f$  (ângulo da fonte) são valores obtidos para os pontos de retorno PR1 dos modos escolhidos ( $n=5, 370$  e  $426$ ).



**Figura 5.34** - Diagrama de Raios para a região frontal de Arraijal no verão. Os valores para  $Z_s$  (profundidade da fonte) e  $\alpha_f$  (ângulo de saída da fonte) são valores obtidos para os pontos de retorno PR1 dos modos escolhidos ( $n=5, 400, 450$  e  $500$ ).

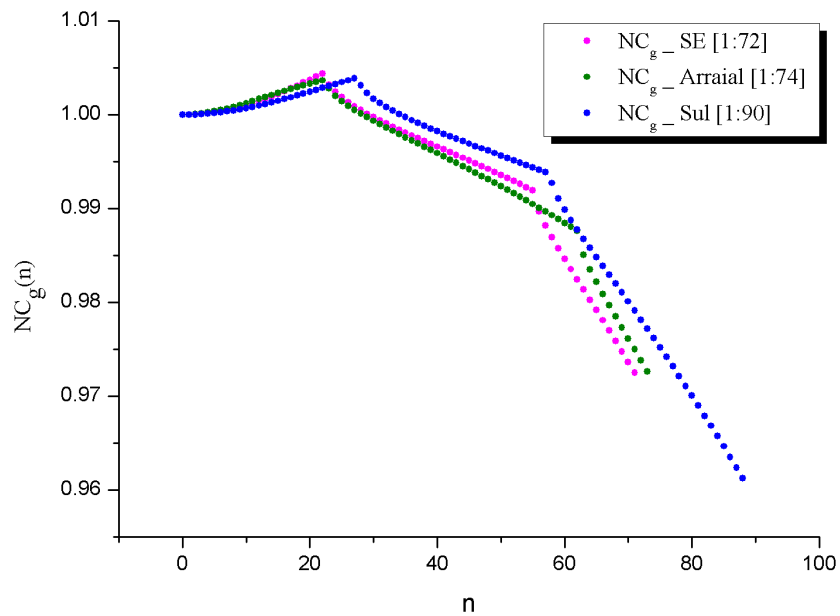
Analisando a Figura 5.34, pode-se verificar que, quando a fonte está localizada na profundidade de 150 metros, obtém-se uma maior propagação dos feixes acústicos até a superfície. Para todas as profundidades, quando a fonte é direcionada para a superfície, os raios se propagam a distâncias maiores. A região entre 16 e 20Km do ponto de instalação da fonte é a área onde se tem uma perspectiva de recepção do sinal próximo à camada de mistura. Os ângulos de saída da fonte são um pouco menores, variando de 11 a 14 graus. As profundidades da fonte são semelhantes às encontradas para a região sudeste. A fonte colocada na região do SOFAR apresenta um comprimento de interferência ( $D_n$ ) na mesma ordem da distância das fontes instaladas logo abaixo da camada de mistura, na termoclina.

## 5.7 Análise Comparativa entre as Regiões de Estudo

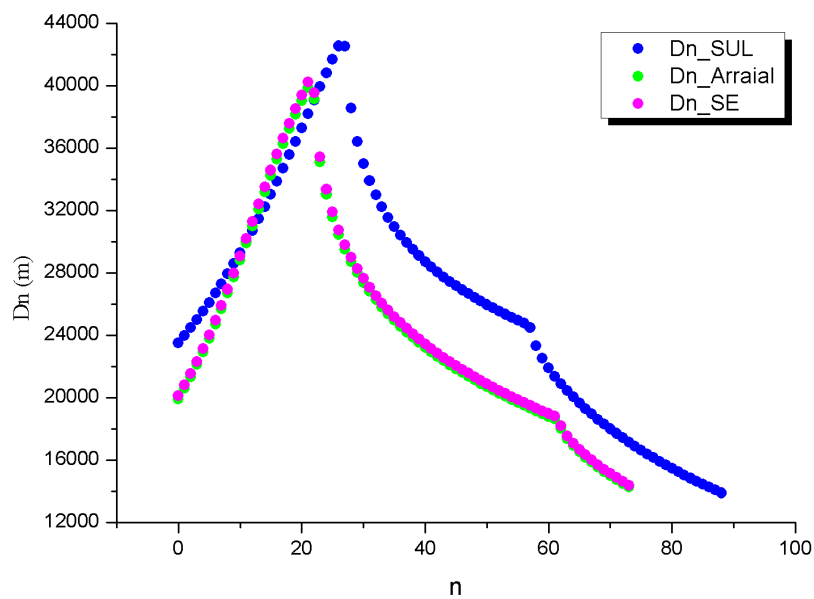
Após uma análise comparativa, utilizando a frequência de 100Hz, entre as regiões Sul e Sudeste, verificamos que:

- Na Figura 5.35, a quantidade de modos para a região Sul ( $n=90$ ) foi maior que para a região sudeste ( $n=72$ ), quase igual ao perfil de Arraial ( $n=74$ ). E comparando os métodos utilizados, a quantidade foi igual;
- A velocidade de grupo na região Sul apresenta uma queda menos acentuada, com menores variações. Na região Sudeste, o “salto” de  $C_g$  é mais pronunciado quando avista o fundo. E comparando a região Sudeste com o perfil de Arraial, observa-se que Arraial demora mais pra passar pela superfície.
- $D_n$  apresenta comprimento máximo para a região Sul. Nos modos mais distantes ( $n > 45$ ) o comprimento alcança valores superiores a 20km (Figura 5.36). Os perfis do Sudeste não chegam a 19km. O perfil de Arraial acompanha bem o perfil de Sudeste.

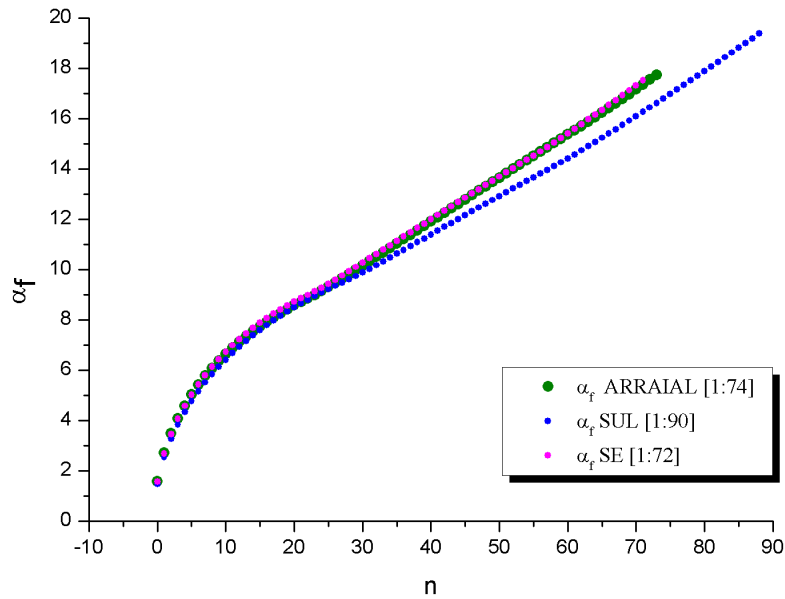
- O mesmo acontece para os ângulos de saída da fonte. Os valores para a região Sudeste e Arraial são muito próximos, sendo que para o perfil regional os ângulos são maiores (Figura 5.37)



**Figura 5.35** - Comparação das Velocidades de Grupo Normalizadas (NCg) para os perfis estudados.



**Figura 5.36** - Comparação do Comprimento de Deslocamento (Dn) para os perfis estudados.



**Figura 5.37** - Comparação dos Ângulos de Saída da fonte ( $\alpha_f$ ) para os perfis estudados.

## 5.8 Síntese dos Resultados

Para a definição da metodologia a ser aplicada, testou-se primeiramente a aproximação WKB como uma solução simplificada da equação da onda acústica, cilíndrica e linear. A solução para o campo de deslocamento ( $\Psi$ ) foi obtida através das funções de Airy e a equação transcendental foi apresentada na Eq. (4.8). A solução exata também foi obtida e comparada com os resultados WKB para cada modo, conforme apresentado no item 5.1. A diferença entre os métodos foi da ordem de  $10^{-6}$ , estabilizando logo após os primeiros modos. Passou-se então a considerar que a aproximação WKB era adequada para se obter a solução da onda acústica. Para os modos mais baixos ( $n=1,2,3\dots$ ), a energia acústica se concentra ao redor de  $Z_{\text{Min}}$  no interior do SOFAR, enquanto que para os modos de ordem mais elevada (tipicamente para  $n > 50$ ) a energia se distribui mais uniforme ao longo de toda a lâmina d'água. (Figura 5.2).



Os perfis médios regionais da velocidade do som corresponderam à média de mais de 100 perfis do perfilador CTD, em diversas épocas do ano, na região da queda da plataforma até a planície abissal (estendendo-se por todo o talude continental). Foram ajustados e modelados a um perfil que representasse a região. Um perfil que transpassasse o perfil médio original em alguns pontos. As diferenças entre o perfil modelado e o perfil original sempre estiveram dentro do erro estatístico calculado, e aceito para a variabilidade do perfil médio original. A função  $\Gamma$  apresentada no item (4.1) foi considerada bem aplicada para análise das velocidades. A equação para a obtenção do Perfil Modelado Regional (PMR) está apresentada em (5.1) e depende das informações  $L_{MT}$  e  $L_{MF}$ , relativas ao modelo de Munk e de  $\epsilon_T$  e  $\epsilon_F$ , relativos aos resíduos verificados nas regiões da termoclina e do fundo.

Dentro da teoria modal, os resultados obtidos para o número de onda radial normalizado,  $K_b$ , Velocidades de Grupo ( $C_g$ ) e de Fase ( $C_f$ ), Comprimento de Interferência ( $D_n$ ), Ângulo de Saída da fonte ( $\alpha_f$ ) e Tempo de Percurso ( $\tau$ ) mostraram que a propagação em águas profundas são funções das seguintes variáveis: profundidade ( $Z_{Min}$ ), onde ocorre o mínimo da velocidade ( $C_{Min}$ ). Entretanto, no caso de frequências superiores a algumas dezenas da razão  $C_{Min} / Z_{Min}$ , a frequência nominal da fonte demonstrou não ser uma condicionante limitadora da propagação, e a quantidade de modos apresenta um comportamento crescente com a frequência (Figura 5.6).

Enquanto a velocidade de fase cresce com a ordem do modo, a velocidade de grupo apresentou um comportamento decrescente, de sorte que a razão entre as duas tende monotonicamente à unidade. Tendo em vista a possibilidade de concordância entre as teorias de modos e raios, isto é, quando os efeitos dispersivos se tornam desprezíveis, o comprimento de interferência ( $D_n$ ) e o tempo de propagação modal ( $\tau$ ), que foram inicialmente calculados pela teoria modal podem, sob essas condições, também serem obtidos pela teoria de raios.

O “ $\tau$ ” variou entre 13 e 15 segundos e  $D_n$  entre 13 e 20Km. A região Sul apresentou maior alcance que a região Sudeste. Para atingir um maior alcance, a profundidade da fonte teve que ser posicionada no início da região da termoclina, e ser girada, “olhando” para a superfície.

O estudo de caso para um perfil de CTD adquirido na profundidade de 2400 metros, frontal à Ilha de Cabo Frio – Arraial do Cabo, para a época do verão, e utilizando variáveis climatológicas do PMR para a região sudeste, foi considerado satisfatório. Os resultados para os parâmetros acústicos apresentam semelhanças ao estudado para a região sudeste, mas apresentam peculiaridades locais, que identificam maior alcance da propagação na termoclina.

## 5.9 Perspectivas para a ampliação do estudo

Os resultados obtidos nesse estudo apresentam algumas informações que poderão ser aplicadas em linhas de estudos que apresentem os seguintes objetivos:

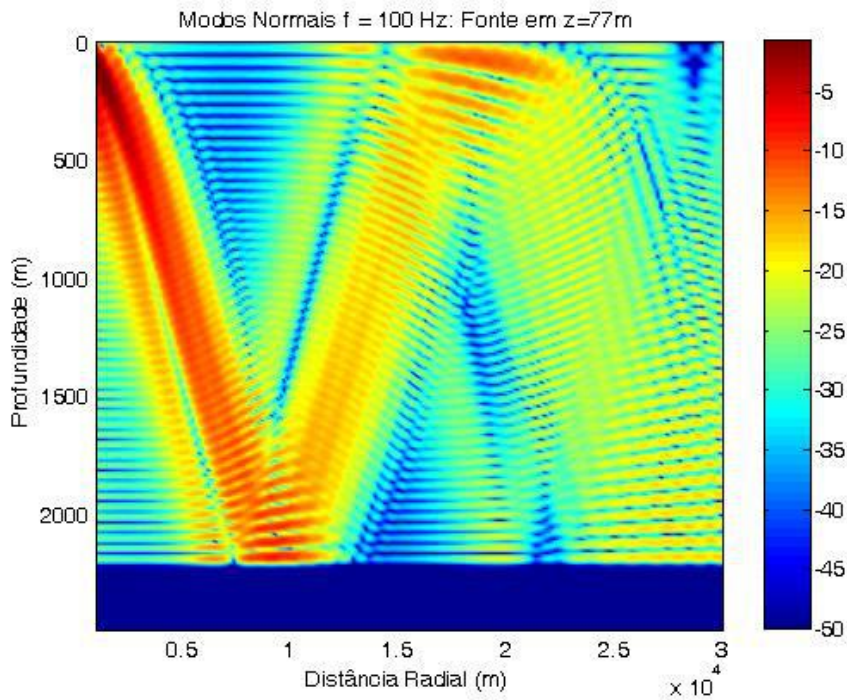
- i. Calcular as perdas da propagação (TL);
- ii. Calcular as regiões de cáustica e de possível monitoramento acústico;
- iii. Fornecer elementos para a medição das perturbações acústicas em grandes áreas oceânicas e em regiões onde ocorrem fenômenos de mesoescala;
- iv. Subsidiar estudos para monitorar variações locais das massas d'água de subsuperfície, intermediárias e profundas;
- v. Monitorar as oscilações da profundidade da camada de mistura;
- vi. Identificar possíveis rotas de navegação e áreas de segurança para emersão e permanência do submarino; e
- vii. Subsidiar estudos de Inversão Acústica para a obtenção da informação da velocidade do som em áreas de medições restritas (Tomografia Acústica).

A seguir serão apresentadas, resumidamente, algumas aplicações das três primeiras linhas de estudo apresentadas acima:

### **i - Cálculo das perdas da propagação (TL)**

Uma das formulações para o cálculo de TL é apresentado pelo modelo BELLHOPE desenvolvido por PORTER [61] a partir das informações obtidas nesse estudo. E, particularmente para os modos escolhidos, foi possível plotar a TL, dentro das hipóteses e características regionais. A Figura 5.38 apresenta o resultado para o

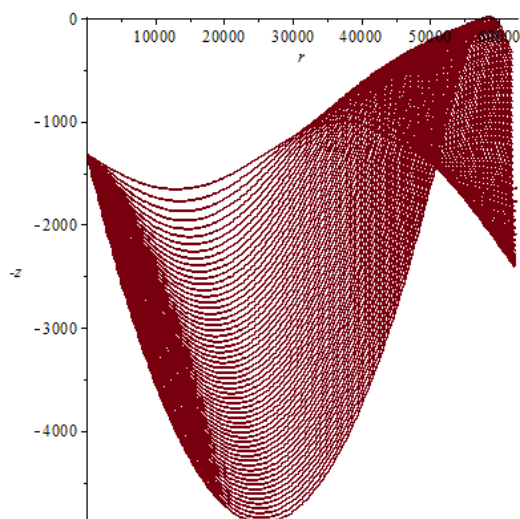
cálculo de TL para a região sudeste, utilizando os seguintes dados de entrada: PMR para a região Sul,  $f=100\text{Hz}$  e  $Z_s = 77$  metros.



**Figura 5.38** - Perdas TL na propagação para o perfil regional sul, para frequência de 100Hz e  $Z_s = 77$  metros.

## ii - Cálculo das regiões de cáustica para monitoramento acústico

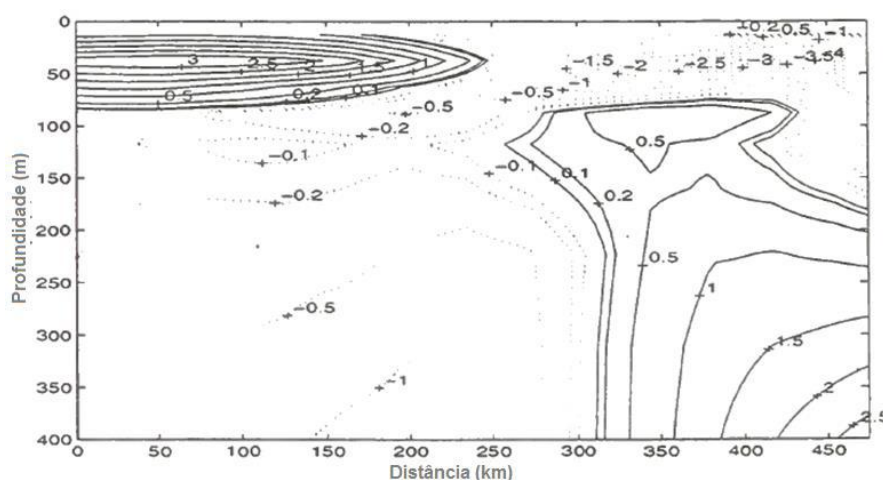
A determinação das regiões de cáustica é necessária para se verificar a área de abrangência de atuação dos modos selecionados para o estudo. A Figura 5.39 apresenta as regiões de cáustica obtidas para os modos 40-50, frequência 100Hz, utilizando o perfil médio regional (PMR) da região Sul e um perfil de velocidade do som, padrão Munk.



**Figura 5.39** - Exemplo após o cálculo da cáustica utilizando um perfil de Munk e a equação para o perfil médio regional (PMR) do Sul do Brasil.

**iii - Fornecer elementos para a medição das perturbações acústicas em grandes áreas oceânicas e em regiões onde ocorrem fenômenos de mesoescala;**

SMITH [62] apresenta um estudo para identificar feições de mesoescala como vórtices e meandros, a partir de medições do tempo de percurso que, comparando com as condições iniciais e finais do perfil de velocidade do som, na região frontal da Corrente da Califórnia, possibilitou modelar a dimensão e as características de vórtices que se formaram e passaram ao longo do tempo da medição. A Figura 5.40 apresenta os dados modelados das perturbações da Velocidade do Som, em um dos períodos medidos.



**Figura 5.40** – Perturbação da velocidade do som modelada a partir de medições de tempo de percurso após passagem de um vórtice (Modificada de SMITH [62] )

# Capítulo 6

## Conclusões

A propagação do som em águas profundas e no talude representa à contribuição dos modos primários que não ficam contidos próximo à região do SOFAR. Eles extrapolam em direção ao fundo e depois para a superfície. Poucos modos chegam a refletir na superfície, vão ficando pelo caminho. Os modos com comprimentos de interferência mais longos são os que apresentam energia suficiente para extrapolar um ciclo acústico, entre superfície e fundo oceânico. Esses são os modos que foram de interesse deste estudo: encontrá-los e obter os parâmetros inerentes à propagação acústica, o desafio alcançado.

A utilização de perfis médios de velocidade do som, a partir de dados históricos coletados “in situ”, aumentou a motivação de se buscar um retrato fiel da propagação no meio natural. A aproximação WKB apresentou-se bastante satisfatória para descrever a propagação acústica, quando confrontado em situações simplificadas da realidade. Desta forma, admitimos que o método aproximativo WKB possui robusteza suficiente para aplicarmos a problemas mais complexos, porém mais próximos a realidade, como no presente estudo.

O uso da propagação por modos também se mostrou coerente e consistente com o que o ambiente apresenta e com a escala desejada para os resultados em ambos os eixos, vertical e horizontal. Comprovou-se que a teoria de Raios também pode ser usada para o cálculo do Tempo de Percurso a partir do Comprimento de Interferência, tendo

em vista que ao se variar a frequência da fonte os resultados foram coincidentes, e a teoria modal e a teoria de raios se mostraram fortemente correlacionáveis.

O prosseguimento da análise dos dados da região sul brasileira para a região sudeste brasileira mostrou que ambas as regiões apresentam condições de mesoescala bem definidas para se utilizar como padrão inicial, característico de cada região, facilitando um estudo, *a posteriori*, de Tomografia Acústica, e uma posterior análise do problema de inversão geoacústica.

Processos oceânicos de mesoescala, que modificam este padrão, causam perturbações nos parâmetros Temperatura e Velocidade do Som na ordem de unidades. Acredita-se que poderão ser estudados dentro de uma acurácia desejada, dada primeiramente pela confiabilidade e precisão dos equipamentos de coleta e, por fim, pelo resultado final das perturbações ocasionadas no valor final do Tempo de Percurso em modos específicos sensíveis a tais perturbações.

# Referências Bibliográficas

- [1] MEDWIN, H.; CLAY, C. S. **Fundamentals of Acoustical Oceanography**. San Diego: Academic Press, 1998.
- [2] MAGNOLI, D.; ARAÚJO, R. **A Nova Geografia - Estudos de Geografia do Brasil**. 2. ed. São Paulo: Ed. Moderna, 1996.
- [3] CUNHA, M. A. **Geografia Geral e do Brasil**. Rio de Janeiro: Francisco Alves, v. 3, 1991.
- [4] BRASIL. **Livro Branco de Defesa Nacional**. Brasília: [s.n.], 2012. Disponível em [http://www.defesa.gov.br/arquivos/estado\\_e\\_defesa/livro\\_branco/livrobranco.pdf](http://www.defesa.gov.br/arquivos/estado_e_defesa/livro_branco/livrobranco.pdf)  
Acessado em: 02 fev 2018.
- [5] LEAL, Ricardo Guanabara., 2015 **Paradigmas Científicos e Tecnológicos: o caso do Programa Institutos Nacionais de Ciência e Tecnologia (INCT)**. Dissertação M.Sc., Universidade de Brasília. Brasília, DF, Brasil.
- [6] MATOS, Patrícia de Oliveira., 2002 **Análise dos planos de desenvolvimento elaborados no Brasil após o II PND**. Dissertação M.Sc., Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo. Piracicaba, SP , Brasil.
- [7] MCTIC. **Estratégia Nacional de Ciência, Tecnologia e Inovação: 2016-2022**. Brasília: [s.n.], 2016. 132 p. Disponível em <https://portal.inpa.gov.br/images/documentos-oficiais/ENCTI-MCTIC-2016-2022.pdf>  
Acessado em 02 fev 2018.
- [8] BRASIL. **Política Nacional de Defesa & Estratégia Nacional de Defesa: 2017-2020** (Versão sob apreciação do Congresso Nacional). Brasília: [s.n.], 12/12/2016. Disponível em: <http://www.defesa.gov.br/noticias/29093-minutas-do-livro-branco-da-pnd-e-da-end-estao-disponiveis-para-leitura> Acessado em: 02 fev 2018.
- [9] BRASIL, COMANDO DA MARINHA; ESTADO-MAIOR DA ARMADA. **Estratégia de Ciência, Tecnologia e Inovação da Marinha**. Brasília: [s.n.], 2017.

Disponível em <https://www.marinha.mil.br/dgdntm/node/116> Acessado em: 02 fev 2018.

[10] SHOCKLEY, R. C. *et al.* "SOFAR propagation paths from Australia to Bermuda: Comparison of signal speed algorithms and experiments." **J. Acoust. Soc.Amer.**, v.71 n.1.

[11] MUNK, W. H.; W.C., O.; J.L., R. "Australia - Bermuda Sound Transmission Experiment (1960) Revisited". **Journal of Physical Oceanography**, 18, pp.1876 - 1898.1988.

[12] WILSON, W. D. "Speed of sound in sea water as a function of temperature, pressure and salinity." **J. Acoust. Soc. Amer.**, 32, pp.641 - 644.1960.

[13] URICK, R. J. **Sound Propagation in the Sea**. Washington D.C.: DARPA, 1979. 300 p.

[14] SOUSA, Ana V. G., 2008 **Estimação de Distância de Fontes Sonoras no Mar com Técnicas Acústicas Passivas**. Tese de D.Sc., COPPE/PENO, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

[15] MARIN, Fernando de Oliveira., 2015 **Tomografia Acústica Oceânica por Tempo de Percurso Modal em Águas Rasas**. Tese de D.Sc., COPPE/PENO, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

[16] WORCESTER, P. F. *et al.* "A test of basin-scale acoustic thermometry using a large-aperture vertical array at 3250-km range in the eastern North Pacific Ocean." **J. Acoust. Soc. Am.**, 105 (6), pp.3185 - 3201.1999.

[17] NIMMI, N. R.; ANILKUMAR, K.; MOHAN, K. N. "Quantification of Acoustic Variability from ThermohalineFields in the Arabian Sea". **International Conference on Water Resources, Coastal and Ocean Engineering (ICWRCOE 2015)**. [S.l.]: Aquatic Procedia. 2015. p. 466 – 472. Disponível em <https://www.sciencedirect.com/journal/aquatic-procedia/vol/4> Acessado em: 02 fev 2018.



- [18] ZHU, XIAO-HUA ET AL. "The first Chinese coastal acoustic tomography experiment". **Oceans 2010 IEEE**. Sidney: [s.n.]. 2010. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/5603798/?section=abstract>.
- [19] XU, W.; ZHANG, M.; XU, Y. "Inversion of Ocean Environmental Parameters with Radiated Noises of an Autonomous Underwater Vehicle: At-Sea Experimental Results". **4th Underwater Acoustics Conference and Exhibition (UACE2017)**. Skiathos, Greece: [s.n.]. September 2017. p. 49-54. Disponível em [www.uaconferences.org/docs/Past\\_Proceedings/UACE2017\\_Proceedings.pdf](http://www.uaconferences.org/docs/Past_Proceedings/UACE2017_Proceedings.pdf). Acessado em: 02 fev 2018.
- [20] KARASMANI, E.; PAPADAKIS, J. S. "Water Column Sound Speed Profile Recovery Via Adjoint Modelling". **4th Underwater Acoustics Conference and Exhibition (UACE2017)**. Skiathos, Greece: [s.n.]. September 2017. p. 961 - 966. Disponível em [www.uaconferences.org/docs/Past\\_Proceedings/UACE2017\\_Proceedings.pdf](http://www.uaconferences.org/docs/Past_Proceedings/UACE2017_Proceedings.pdf) Acessado em 02 fev 2018.
- [21] DUSHAW, B.; GAILLARD, F.; TERRE, T. "Acoustic Tomography in The Canary Basin: Meddies and Tides". **4th Underwater Acoustics Conference and Exhibition (UACE2017)**. Skiathos, Greece: [s.n.]. September 2017. p. 3-10. Disponível em [http://www.uaconferences.org/docs/Past\\_Proceedings/UACE2017\\_Proceedings.pdf](http://www.uaconferences.org/docs/Past_Proceedings/UACE2017_Proceedings.pdf). Acessado em 02 fev 2018.
- [22] CALAZAN, R.; RODRÍGUEZ, O. "Three-Dimensional Eigenray Search for a Vertical Line Array". **4th Underwater Acoustics Conference and Exhibition (UACE2017)**. Skiathos, Greece: [s.n.]. Setembro 2017. p. 941 - 946. Disponível em [www.uaconferences.org/docs/Past\\_Proceedings/UACE2017\\_Proceedings.pdf](http://www.uaconferences.org/docs/Past_Proceedings/UACE2017_Proceedings.pdf) Acessado em: 02 fev 2018.
- [23] BREKHOVSKIKH, L.M. & LYSANOV, YU P. **Fundamentals of Ocean Acoustics**. 3. ed. New York: Springer Verlag, 2003.
- [24] BENDER, C. M.; ORSZAG, S. A. **Advanced Mathematical Methods for Scientists and Engineers: Asymptotic Methods and Perturbation Theory**. Cap.10 (WKB Theory). New York: Springer-Verlag, 1999.

- [25] JENSEN F. B., K. W. A. . P. M. B. . S. H. **Computational Ocean Acoustics. 2nd Ed. Modern Acoustic and Signal Processing.** New York: Springer. , 2011.
- [26] MUNK, W.; WORCESTER, P.; WUNSCH, C. **Ocean Acoustic Tomography.** New York: Cambridge Monographs on Mechanics. University Cambridge Press., 1995. 433 p.
- [27] LURTON, X. **An Introduction to Underwater Acoustics: Principles and Applications.** 2. ed. UK: Springer-Praxis Books in Geophysical Sciences., 2010.
- [28] ETTER, P. C. **Underwater Acoustic Modeling and Simulation.** 3th. ed. London: Spon Press, 2003.
- [29] HOWE, B. M. & W. P. F. "Ocean Acoustic Tomography: Mesoscale Velocity". **Journal of Geophysical Research, Vol. 92,** San Diego, pp.3785-3805.,15 April 1987.
- [30] CHEN, C. T.; MILLERO, F. J. "Speed of sound in seawater at high pressures". **J. Acoust. Soc. Am,** 62(5), pp.1129-1135.1977.
- [31] DEL GROSSO, V. A. "New equation for the speed of sound in natural waters (with comparisons to other equations)". **J. Acoust. Soc. Am,** 56(4), pp.1084-1091.1974.
- [32] MACKENZIE, K. V. "Nine-term equation for the sound speed in the oceans". **J. Acoust. Soc. Am.,** 70(3), pp.807 - 812.1981.
- [33] WONG, G. S. K. & Z. S. "Speed of sound in seawater as a function of salinity, temperature and pressure". **J. Acoust. Soc. Am.,** 97, n. 3, pp.1732-1736.1995.
- [34] VALLÉE, OLIVIER; SOARES, MANUEL. **Airy Functions and Applications to Physics.** Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2004.
- [35] ALBRIGHT, J. R. "Integrals of products of Airy functions". **Journal Physics Applied: Math Gen. Vol. 10. No. 4,** Great Britais, pp.485 - 490.1977.
- [36] MUNK, W. H. "Sound channel in an exponentially stratified ocean, with application to SOFAR". **J. Acoust. Soc. Am.,** pp.818-838.,February 1974.
- [37] FRISK, G. V. **Ocean and Seabed Acoustics: The Teory of Wave Propagation.** Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1994.

- [38] CASTRO, BELMIRO MENDES; LORENZETI, JOÃO ANTONIO; SILVEIRA, ILSO CARLOS ALMEIDA DA SILVEIRA; MIRANDA, LUIZ BRUNER. Estrutura Termohalina e Circulação na região entre Cabo de São Tomé(RJ) e o Chuí (RS). In: ROSSI-WONGTSCHOWSKI, C. L. B.; MADUREIRA, L. S. **O Ambiente Oceanográfico da Plataforma Continental e do Talude na Região Sudeste-Sul do Brasil**. São Paulo: EDUSP, 2006. Cap. 1, p. 11-120.
- [39] STRAMMA, L.; ENGLAND, M. "On the water masses and mean circulation of the South Atlantic Ocean". **Journal of Geophysical Research**, 104(C9), pp.20.863-20.883.,September 1999.
- [40] CAMPOS, E. J. D.; VELHOTE, D.; SILVEIRA, I. C. A. "Shelf Break Upwelling Driven by Brazil Current Cyclonic Meanders". **Geophys. Res. Letters**, 27(6), pp.751-754.2000.
- [41] CASTRO, B. M. C. F.; MIRANDA, L. B. Physical Oceanography of the Western Atlantic Continental Shelf located between 4N - 34S - Coastal Segment (4W). In: ROBINSON, A. R. & B. K. H. **The Sea**. New York: John Wiley & Sons, Inc, v. 11, 1998. p. 209-251.
- [42] SILVEIRA, I. C. A. et al. (Eds.). A Corrente do Brasil ao Largo da Costa Leste Brasileira. **Revista Brasileira de Oceanografia**, São Paulo, v. 48(2), p. 171-183, 2000.
- [43] SIGNORINI, S. R. "On the circulation and volume transport of the Brazil Current between the Cape Sao Tome and Guanabara Bay." **Deep-Sea Research**, 25, pp.481-490.1978.
- [44] MULLER, T. J. et al. "Direct measurements of western boundary currents off Brazil between 20°S and 28°S". **Journal of Geophysical Research**, 103(C3), pp.5429-5437.,March 1998.
- [45] PICKARD, W. J.; EMERY, G. L. **Descriptive Physical Oceanography: An Introduction**. 5. ed. Oxford: Pergamon Press, 1990.
- [46] REZENDE, José Helvécio Moraes., 2003 **Intrusão da Água Central do Atlântico Sul na Plataforma Continental Sudeste durante o verão**. Tese de D.Sc., Universidade de São Paulo. São Paulo, SP, Brasil.

- [47] PIOLA, A. R. et al. "Variability of the subtropical shelf front off eastern South America: Winter 2003 and summer 2004". **Continental Shelf Research**, 28 (2008), pp.1639–1648., March 2008.
- [48] MOLLER JR, O. O. et al. "The effects of river discharge and seasonal winds on the shelf off southeastern South America". **Continental Shelf Research**, 28 , pp.1607–1624.2008.
- [49] CAMPOS, P. C. et al. "Seasonal variability and coastal upwelling near Cape Santa Marta (Brazil)". **Journal Of Geophysical Research: Oceans**, 118, pp.1420–1433.2013.
- [50] VELHOTE, D., 1998 **Modelagem numérica da ressurgência da quebra de plataforma induzida por vórtices ciclônicos da Corrente do Brasil na Bacia de Santos**. Dissertação M.Sc. Universidade de São Paulo. São Paulo, SP , Brasil.
- [51] CALADO, Leandro., 2006 **Dinâmica da interação da atividade de meso-escala da Corrente do Brasil com o fenômeno da ressurgência costeira ao largo de Cabo Frio e Cabo de São Tomé, RJ**. Tese de D.Sc., Universidade de São Paulo. São Paulo, SP, Brasil.
- [52] COELHO, Luiz Alexandre., 2008 **Resposta da Plataforma Continental Sudeste a ventos sazonais e sinóticos de verão: estudos numéricos**. Tese de D.Sc., Universidade de São Paulo. São Paulo, SP, Brasil.
- [53] SEABIRD. AN06: Determination of Sound Velocity from CTD Data. **Application Notes | Sea-Bird Scientific**, 02 february 2010. Disponível em: <<http://www.seabird.com/document/an06-determination-sound-velocity-ctd-data>>. Acesso em: 23 nov 2017.
- [54] ALVES, D. S. C.; VALENTE, M. H. M. "Máscara de Temperatura e Salinidade da Região Sul do Brasil e Norte da Argentina." **Anais Hidrográficos**, Niterói, 2005.
- [55] KATSNELSON, B. . P. V. . L. J. **Fundamentals of Shallow Water Acoustic**. New York: Springer., 2012. 540 p.
- [56] BUCKER, H. P. "Sound Propagation in a Channel with Lossy Boundaries". **J. Acoust. Soc. Am.**, 48, pp.1187-1194.1970.

- [57] STICKLER, D. C. "Normal-mode program with both the discrete and branch line contributions". **J. Acoust. Soc. Am.**, 57(4), pp.856-861.1975.
- [58] HARRISON, C. H. "A relation between multipath group velocity, mode number, and ray cycle distance". **J. Acoust. Soc. Am.**, 132(1), pp.48-55.,July 2012.
- [59] CHAPMAN, D. M. F. & E. D. D. "The group velocity of normal modes". **J. Acoust.Soc.Am.**, 3, pp.973-979.,September 1983.
- [60] GUTHRIE, K. M. "The Connection between Normal Modes and Rays in Underwater Acoustics". **Journal of Sound and Vibration**, 32(2), pp.289-293.1974.
- [61] PORTER, M. B. (Ed.). The BELLHOP Manual and User's Guide: PRELIMINARY DRAFT. **Heat, Light, and Sound Research, Inc.**, La Jolla, CA, USA, 2011.
- [62] SMITH, Amy R., 1997 **Analisis of modal travel time variability due to mesoscale ocean structure**. Ph.D, Naval Postgraduated School. Monterey, California, USA.

# Apêndice A

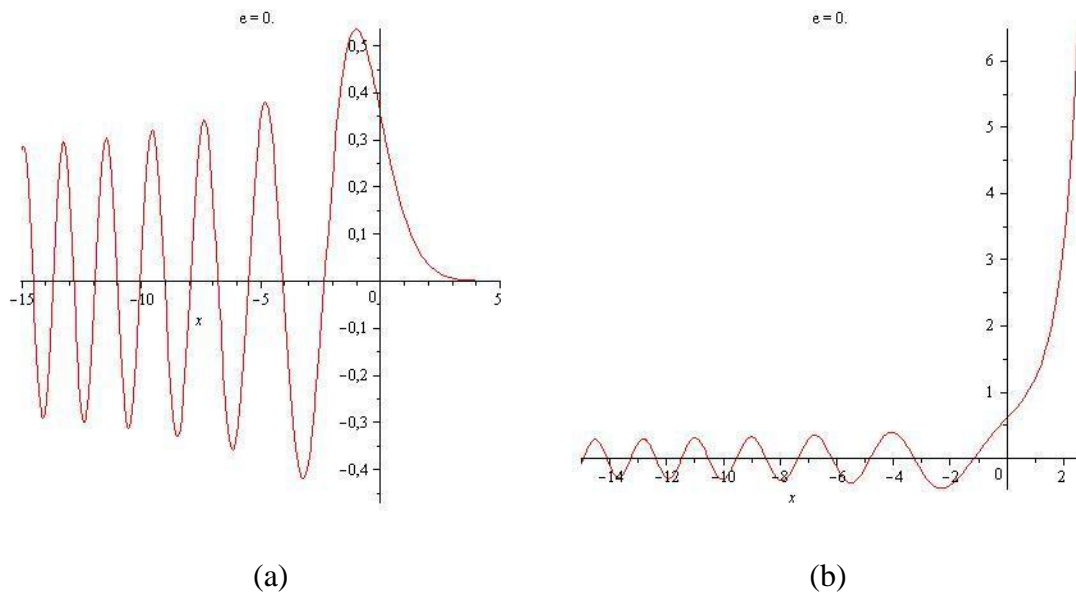
## Análise do comportamento do campo de deslocamento vertical $\Psi$ em termos de funções de Airy.

### A.1 – As Funções de Airy

Como apresentado anteriormente no Capítulo 2 (item 2.2.5), o campo de deslocamento ( $\Psi$ ) bem como a equação transcendental modal (item 4.6.1) podem ser descritos em termos de funções de Airy. Neste sentido, faremos aqui neste apêndice uma rápida revisão sobre o comportamento destas funções e as dificuldades numéricas inerentes ao seu cálculo.

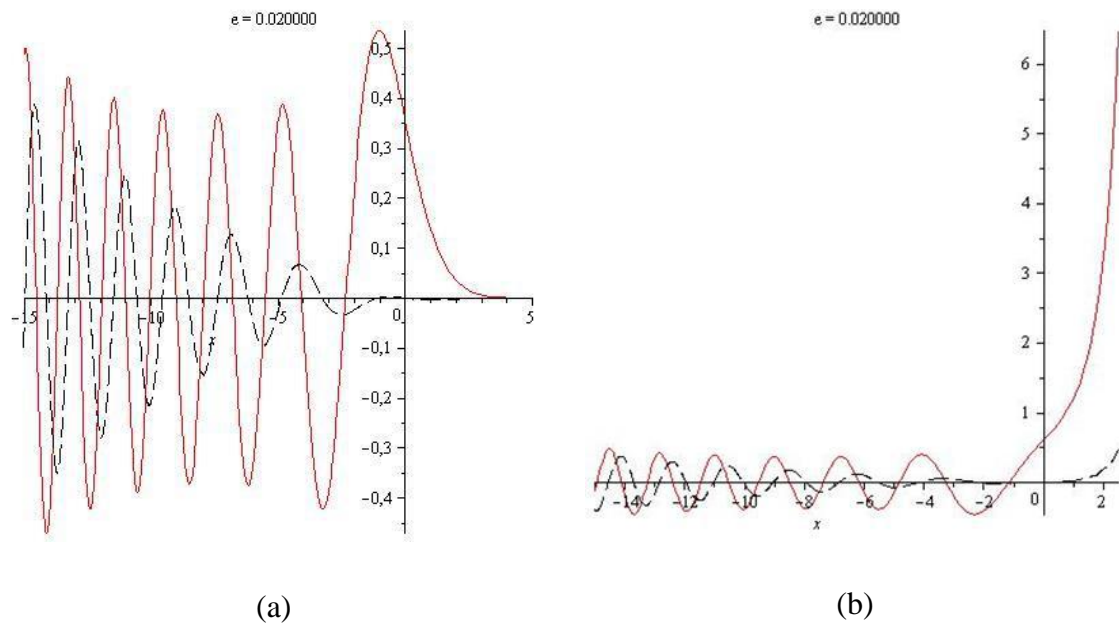
As funções de Airy, como mostrado por ALBRIGHT [35], tanto as regulares  $A_i(z)$  quanto as irregulares  $B_i(z)$  são funções que oscilam rapidamente no plano complexo, entretanto, podem também ora decair ( $A_i$ ), ora crescer exponencialmente ( $B_i$ ).

Mais especificamente, se definirmos a variável complexa  $z \equiv \lambda x$ , com  $\lambda \equiv 1 + i\varepsilon$  complexo,  $x$  e  $\varepsilon$  reais, é observado como as partes real e imaginária destas funções se comportam. Por exemplo, as Figuras A.1 e A.2, respectivamente, mostram os valores de  $A_i$  e  $B_i$  para um argumento real ( $\varepsilon = 0$ ). Nota-se nesta figura que no ramo negativo de  $x$ , tanto  $A_i$  quanto  $B_i$  são oscilantes e que no ramo positivo a primeira decai e a outra cresce de modo exponencial respectivamente.



**Figura A. 1 (a) e (b) – Comportamento da função  $A_i$  e  $B_i$ , respectivamente.**

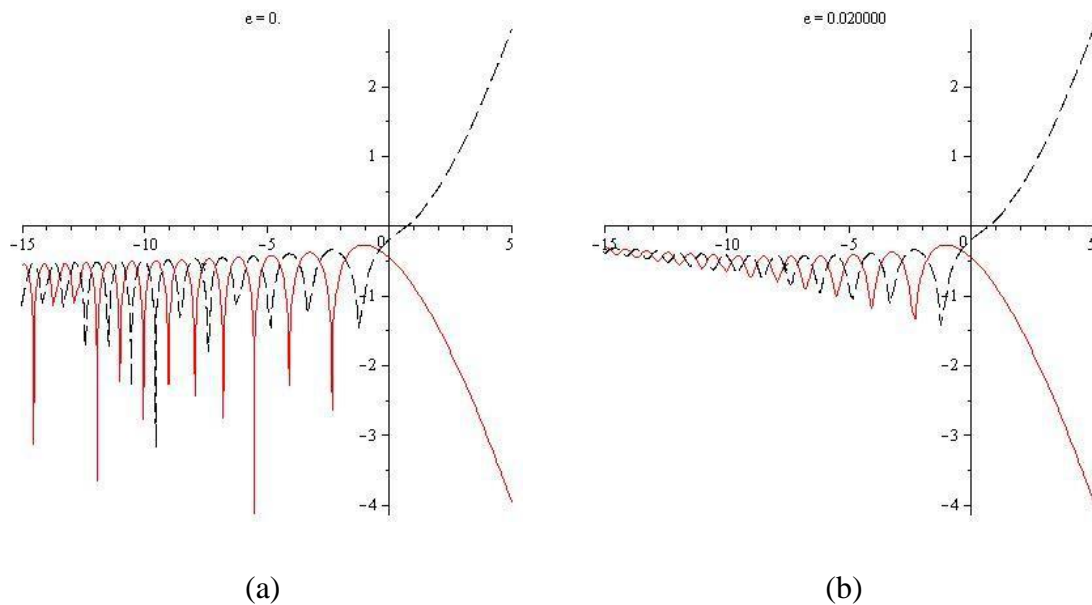
Da mesma forma, no plano complexo estas funções também apresentam um caráter similar, ou seja, podem oscilar no ramo negativo de  $x$ , porém no ramo positivo, uma decresce e a outra cresce mais que exponencialmente. As Figuras A.2 (a) e (b), a seguir, exemplificam este comportamento no plano complexo mesmo para um valor relativamente pequeno de  $\epsilon = 1/50$ .



**Figura A. 2 (a) e (b)** – Comportamento da função  $Ai$  e  $Bi$ , respectivamente, para  $\epsilon=1/50$ . As linhas cheias representam a parte real das funções de Airy enquanto que as tracejadas são as imaginárias.

Nessa análise preliminar, podemos melhor visualizar o comportamento destas funções no plano complexo observando a variação das amplitudes dessas funções neste plano. Para tanto, a Figura A.3 mostra em escala linear o comportamento do logaritmo decimal das amplitudes das funções de Airy, sendo a linha cheia associada à função regular  $Ai$  enquanto a tracejada à irregular  $Bi$ . Nota-se, comparando os painéis (a) e (b), que no ramo negativo ( $x < 0$ ) a introdução (mesma que pequena) de um argumento complexo nessas funções, é suficiente para acarretar uma sensível atenuação nas amplitudes dessas funções.





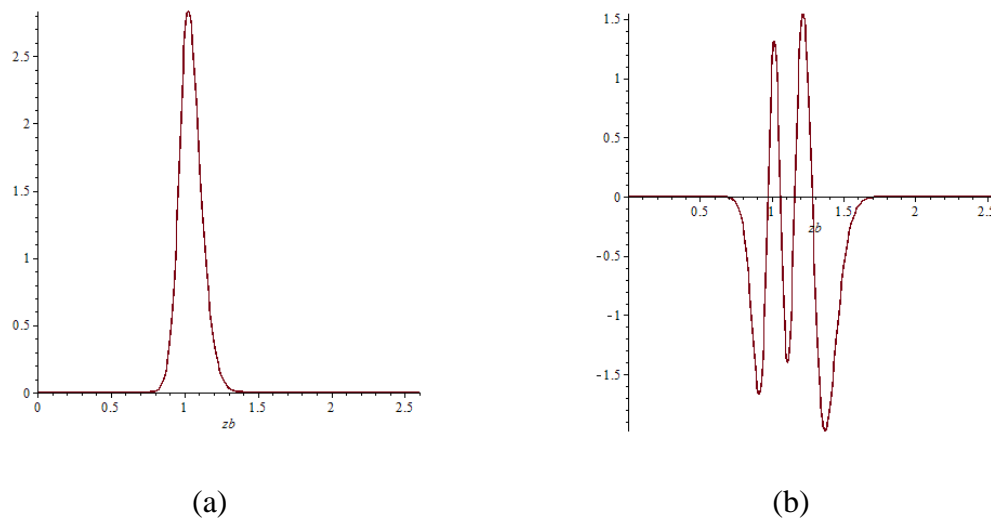
**Figura A.3** –, Comportamento de  $\log_{10}|Ai|$  (linha cheia) e  $\log_{10}|Bi|$  (linha tracejada) para (a)  $\epsilon=0$  e em (b)  $\epsilon=1/50$ .

Os resultados apresentados acima, sugerem que o uso destas funções na solução de problemas de propagação acústica para perfis sonoros tipo Bucker, tem que ser implementado de forma minuciosa, pois tanto na resolução das equações transcendentais para obtenção do espectro modal (Figura 5.2), quanto na construção de campos modais,  $\Psi_n$ , ortonormalizados, envolve-se tanto produto quanto razão de ambas as funções de Airy, fato este que nos leva várias vezes à instabilidade numérica no desenrolar dos cálculos computacionais. Felizmente, foi possível suplantar estes problemas numéricos com uso de alguns métodos já bem estabelecidos envolvendo precisão estendida, de modo que, depois de alguns “experimentos” numéricos, foi possível observar como melhor reescrever estas equações para minimizar tais instabilidades, como será apresentado na seção a seguir.

## A.2 – O comportamento do Campo de Deslocamento modal ( $\Psi_n$ )

Uma vez obtida nos inteiros ( $n=1,2,\dots,N_{\text{Max}}$ ) a solução da Equação Transcendental modal (Eq. 4.8) para o número de onda radial  $k_r \rightarrow k_{r(n)}$ , podemos escrever o campo de Deslocamento modal,  $\Psi_n$ , como combinação linear de funções de Airy. Por simplicidade, será mostrado aqui os resultados relativos ao comportamento de  $\Psi_n$  para alguns modos  $n$  e apenas para a região sul do Brasil com profundidades restritas à 2400m e o mínimo do SOFAR em  $z_{\text{Min}}=1015\text{m}$ .

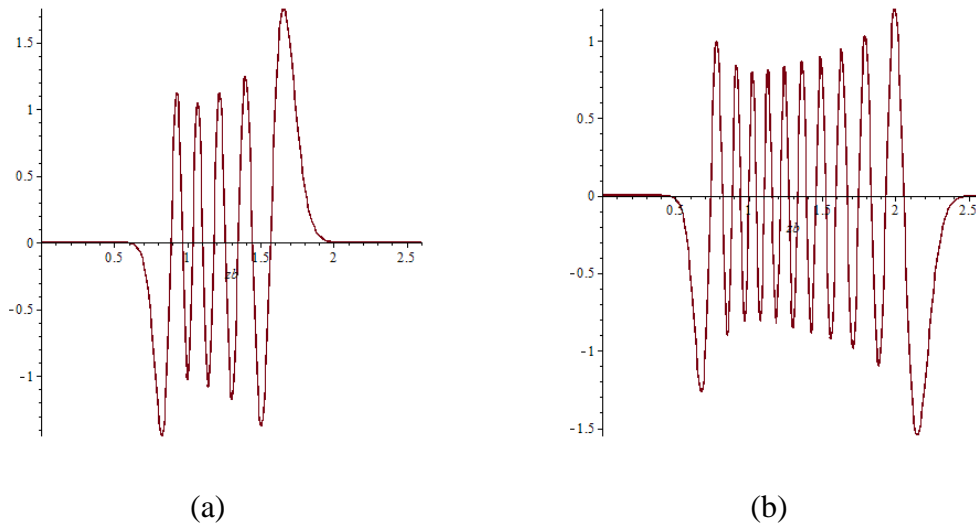
Dessa forma, as Figuras A.4 a A.6, exemplificam a evolução de  $\Psi_n$  (em função da profundidade normalizada  $z_b=z/z_{\text{Min}}$ ) para os modos  $n=1, 4, 9, 20$ , e 70.



**Figura A.4** – Comportamento do Campo de Deslocamento ( $\Psi_n$ ) para  $n=0$  (a) e para  $n=4$  (b).  $z_b$  corresponde a normalização da profundidade  $z$  em relação à  $z_{\text{Min}}$

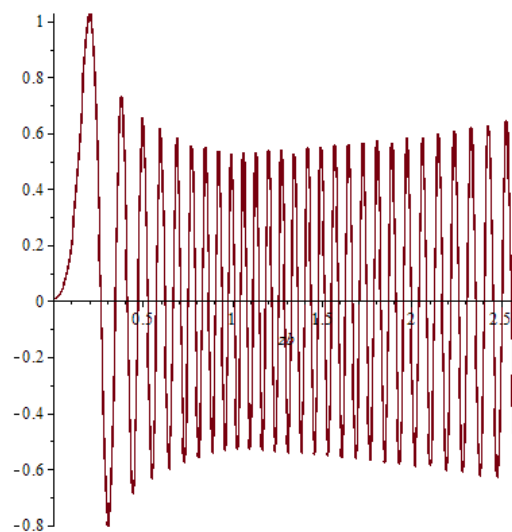
A Figura A.4 apresenta o comportamento de dois modos ( $n=0$  e  $n=4$ ), que se propagam ao longo do canal SOFAR. A propagação em ambos os modos ficam restritas à região em torno do  $z_{\text{Min}}$  ( $z_b = 1$ ). Em  $n=4$  pode ser visualizado que a região do SOFAR se concentra entre as profundidades de 800 ( $z_b \approx 0.8$ ) a 1400 metros ( $z_b \approx 1.4$ ). As Figuras A.5 (a) e (b) já identificam modos que apresentam interferência do fundo, devido a sua proximidade. Para o modo  $n=9$  em (a) a interferência é dada ainda por ondas evanescentes e no modo  $n=20$  (b) o comportamento de  $\Psi$  já evidencia ondas

propagantes que são modificadas pela presença do fundo. Na Figura 5.23 o comportamento dos pontos de retorno PR1 e PR2 mostra que, a partir do modo  $n=27$ , a onda já passou pelo fundo e segue em direção à superfície.



**Figura A.5** – Comportamento do Campo de Deslocamento ( $\Psi$ ) em (a) para  $n=9$  e em (b) para  $n=20$ .

A Figura A.6 apresenta o comportamento do modo  $n=70$ . É observado que o mesmo já penetra no assoalho marinho e evanescentemente encontra a superfície. Tais categorias de modos são os mais indicados à tomografia de toda coluna d'água, pois a esses modos estão associadas direções preferenciais de saída de raios que percorrem toda essa coluna em um ciclo.



**Figura A.6** – Comportamento do Campo de Deslocamento ( $\Psi$ ) para  $n=70$